

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA MARIA
CENTRO DE CIÊNCIAS SOCIAIS E HUMANAS
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ADMINISTRAÇÃO**

Paulo Fernando Marschner

**MUDANÇA DE REGIME MARKOVIANO NA DINÂMICA DE
VOLATILIDADE DO MERCADO DE CRIPTOMOEDAS E SEUS
REFLEXOS NA PREVISÃO DO *VALUE-AT-RISK***

Santa Maria, RS
2019

Paulo Fernando Marschner

**MUDANÇA DE REGIME MARKOVIANO NA DINÂMICA DE VOLATILIDADE DO
MERCADO DE CRIPTOMOEDAS E SEUS REFLEXOS NA PREVISÃO DO *VALUE-
AT-RISK***

Dissertação apresentada ao curso de Pós-Graduação em Administração da Universidade Federal de Santa Maria (UFSM, RS), como requisito parcial para obtenção do título de **Mestre em Administração.**

Orientador: Prof. Dr. Paulo Sergio Ceretta

Santa Maria, RS
2019

Paulo Fernando Marschner

**MUDANÇA DE REGIME MARKOVIANO NA DINÂMICA DE VOLATILIDADE DO
MERCADO DE CRIPTOMOEDAS E SEUS REFLEXOS NA PREVISÃO DO *VALUE-
AT-RISK***

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Administração da Universidade Federal de Santa Maria (UFSM, RS), como requisito parcial para obtenção do título de **Mestre em Administração**.

Aprovado em 19 de fevereiro de 2019:

Paulo Sergio Ceretta, Dr. (UFSM)
(Presidente/Orientador)

Adriano Mendonça Souza Dr. (UFSM)

Bruno Milani Dr. (IFFAR)

Santa Maria, RS
2019

RESUMO

MUDANÇA DE REGIME MARKOVIANO NA DINÂMICA DE VOLATILIDADE DO MERCADO DE CRIPTOMOEDAS E SEUS REFLEXOS NA PREVISÃO DO *VALUE-AT-RISK*

AUTOR: Paulo Fernando Marschner

ORIENTADOR: Paulo Sergio Ceretta

Esta pesquisa propõe uma análise comparativa de alguns modelos de volatilidade condicional para o cálculo do *Value-at-Risk* (VaR) aplicado as principais séries financeiras do mercado de criptomoedas. Foram utilizados modelos de volatilidade condicional da família ARCH levando em consideração mudanças de regime markoviano. Em específico, utilizaram-se os modelos EGARCH e MS-EGARCH estimados a partir de quatro diferentes distribuições, Normal, Normal Assimétrica, *Student-t* e *Student-t* Assimétrica, para modelar e fazer previsões para as séries do Bitcoin, Bitcoin Cash, Ripple, Ethereum, EOS e Stellar. As estimativas confirmam a existência de dois estados: o primeiro regime é caracterizado maior volatilidade e menos afetado por assimetrias, enquanto o segundo revela ser mais sensível à choque assimétricos e têm menor persistência da volatilidade. Para complementar a análise dos modelos de volatilidade foram geradas estimativas de risco a partir do *Value-at-Risk*. Dessa forma, foi realizado o processo para obter as previsões das estimativas do VaR para 100 passos à frente com reajuste dos parâmetros a cada passo obtidas para $\alpha = 1\%$ e $\alpha = 5\%$. Pode-se notar que o MS-EGARCH superou os modelos do tipo EGARCH em 1%, indicando que este modelo é o mais adequado para estimação do valor em risco no quantil extremo de 1%, ou seja, o modelo com mudança de regime markoviano realizou uma previsão mais próxima da perfeição. Todavia, em 5% a ocorrência de perdas foi similar entre os modelos. Neste caso, independente do número de regimes houve uma superestimação do VaR, ou seja, ocorreram violações entre as perdas esperadas e previstas. Como não houve resultados estatisticamente robustos, não há como implicar que o modelo MS-EGARCH supera em grandes magnitudes o modelo EGARCH em uma previsão única de 100 passos à frente. Ao invés disso, pode-se inferir os modelos com mudança de regime conseguem acomodar com mais precisão às propriedades dos retornos financeiros e das dinâmicas presentes em sua volatilidade.

Palavras-chave: Previsão. *Value-at-Risk*. Criptomoedas.

ABSTRACT

MARKOV-SWITCHING CHANGE IN THE VOLATILITY DYNAMICS OF THE CRYPTOCURRENCIES MARKET AND ITS REFLECTIONS IN THE VALUE-AT-RISK FORECASTING

AUTHOR: Paulo Fernando Marschner

ADVISOR: Paulo Sergio Ceretta

This research proposes a comparative analysis of some conditional volatility models for the calculation of Value-at-Risk (VaR) applied to the main financial series of the cryptocurrencies market. Conditional volatility models of the ARCH family were used, taking into account markov-switching changes. Specifically, we used the EGARCH and MS-EGARCH models estimated from four different distributions, Normal, Normal Asymmetric, Student-t and Student-t Asymmetric, to model and make predictions for the time series of Bitcoin, Bitcoin Cash, Ripple, Ethereum, EOS and Stellar. Estimates confirm the existence of two states: the first regime is characterized greater volatility and less affected by asymmetries, while the second reveals greater effect of the arrival of information, ie is more sensitive to asymmetric shock and less persistence of volatility. To complement the analysis of the volatility models, risk estimates were generated from Value-at-Risk. Thus, we performed the process to obtain the estimates of the VaR estimates for 100 steps forward with readjustment of the parameters at each step obtained for $\alpha = 1\%$ and $\alpha = 5\%$. It should be noted that MS-EGARCH exceeded EGARCH-type models by 1%, indicating that this model is the most appropriate for estimation of the value at risk in the extreme quantile of 1%, that is, the model with change of Markovian regime made a prediction closer to perfection. However, in 5% the occurrence of losses was similar between the models. In this case, regardless of the number of regimes, there was an overestimation of VaR, that is, there were violations between expected and expected losses. As there were no statistically robust results, there is no way to imply that the MS-EGARCH model exceeds in large magnitudes the EGARCH model in a single prediction of 100 steps forward. Instead, it can be inferred that models with regime change can more accurately accommodate the properties of the financial returns and dynamics present in their volatility.

Abstract: Forecasting. Value-at-Risk. Cryptocurrency.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Evolução dos valores do preço de fechamento em nível e do log-retorno de cada índice financeiro analisado (período de 2 de agosto de 2017 a 25 de setembro de 2018, dados diários).	46
Figura 2 - Valores previstos para os 100 passos à frente do VaR considerando um $\alpha = 5\%$ e $\alpha = 1\%$	60

LISTA DE QUADROS

Quadro 1 - Países e territórios e suas regulamentações quanto as criptomoedas	22
---	----

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Séries temporais, período e número de observações.	36
Tabela 2 – Exposição dos modelos concorrentes, que são formados pela combinação de dois modelos heterocedásticos e de quatro distribuições de probabilidade estatística.	37
Tabela 3 – Dados do mercado de criptomoedas	45
Tabela 4 – Estatísticas descritivas dos log-retornos das séries temporais financeiras (período compreendido entre 2 de agosto de 2017 e 25 de setembro de 2018, dados diários).....	47
Tabela 5 – Estatísticas dos testes Augmented Dickey–Fuller (ADF) e Kwiatkowski–Phillips–Schmidt–Shin (KPSS) para as séries temporais financeiras.....	49
Tabela 6 – Resultado da estatística ARCH-LM.	50
Tabela 7 – Comparação do ajuste de modelos com distribuições alternativas.....	50
Tabela 8 – Estimativas dos modelos de volatilidade para as séries financeiras de criptomoedas (período de 2 de agosto de 2017 a 25 de setembro de 2018, dados diários).	52
Tabela 9 – Estimativas dos modelos de volatilidade para as séries financeiras de criptomoedas (período de 2 de agosto de 2017 a 25 de setembro de 2018, dados diários).	53
Tabela 10 – Backtesting do VaR para cem passos à frente com nível de confiança de 95% e 99% para as séries temporais do mercado de criptomoedas e desempenho dos modelos de previsão de volatilidade com base nas funções de perda (período de 2 de agosto de 2017 a 25 de setembro de 2018, dados diários).	57
Tabela 11 – Backtesting do VaR para cem passos à frente com nível de confiança de 95% e 99% para as séries temporais do mercado de criptomoedas e desempenho dos modelos de previsão de volatilidade com base nas funções de perda (período de 2 de agosto de 2017 a 25 de setembro de 2018, dados diários).	58

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

ADF	<i>Augmented Dickey-Fuller test</i>
ACGGARCH	<i>ACGGARCH</i>
ALLGARCH	<i>ALLGARCH</i>
APARCH	<i>Asymmetric Power GARCH</i>
ARCH	<i>Autoregressive Conditional Heteroscedasticity</i>
ARCH-LM	<i>Autoregressive Conditional Heteroscedasticity test</i>
ARMA	<i>Modelo Autoregressivo de Médias Móveis</i>
AVGARCH	<i>Absolute Value GARCH</i>
CAViaR	<i>Conditional Autoregressive Value-at-Risk</i>
CEO	<i>Chief Executive Officer</i>
CME	<i>Chicago Mercantile Exchange</i>
CBOE	<i>Chicago Board Options Exchange</i>
CMTGARCH	<i>CMTGARCH</i>
CGGARCH	<i>CGGARCH</i>
CSGARCH	<i>CSGARCH</i>
EGARCH	<i>Exponential Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedastic</i>
EUR	<i>Euro</i>
FTSE	<i>Financial Times Stock Exchange 100 Index</i>
GARCH	<i>Generalized Autoregressive Conditional Heteroscedasticity</i>
GJRGARCH	<i>Glosten-Jagannathan-Runkle GARCH</i>
IGARCH	<i>Integrated Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity</i>
KPSS	<i>Kwiatkowski-Phillips-Schmidt-Shin test</i>
LOG-GARCH	<i>Logarithmic GARCH</i>
MAD	<i>Mean Absolute Deviation</i>
MRS-GARCH	<i>Markov Regime Switching GARCH</i>
MSE	<i>Mean Squared Error</i>
NGARCH	<i>Nonlinear GARCH</i>
NAGARCH	<i>Nonlinear Asymmetric GARCH</i>
PGARCH	<i>Power GARCH</i>
RMSE	<i>Root Mean Square Error</i>
SVR-GARH	<i>Support Vector Regression GARCH</i>
SGARCH	<i>SGARCH</i>
TGARCH	<i>Threshold GARCH</i>
USD	<i>Dólar Americano</i>
VaR	<i>Value-at-Risk</i>

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO	11
1.1 FORMULAÇÃO DO PROBLEMA.....	12
1.2 OBJETIVO GERAL.....	14
1.3 OBJETIVOS ESPECÍFICOS	14
1.4 JUSTIFICATIVA E CONTRIBUIÇÕES.....	15
1.5 ESTRUTURA DA DISSERTAÇÃO	16
2. REFERENCIAL TEÓRICO	18
2.1 CRIPTOMOEDAS	18
2.1.2 Mercado de criptomoedas	21
2.2 <i>VALUE-AT-RISK</i>	24
2.3 MODELAGEM ECONOMETRICA DA VOLATILIDADE.....	27
2.2.3 Distribuições de probabilidade estatística	29
2.3 TRABALHOS RELACIONADOS	32
3 DADOS E MÉTODO	35
3.1 NATUREZA DA PESQUISA.....	36
3.2 DADOS DA PESQUISA	36
3.3 COMBINAÇÃO ENTRE OS MODELOS HETEROCEDÁSTICOS E AS DISTRIBUIÇÕES DE PROBABILIDADE ESTATÍSTICA	37
3.4 PROCEDIMENTO PARA ANÁLISE DOS DADOS	37
3.4.1 Estacionariedade e raiz unitária	38
3.4.2 Teste de Heterocedasticidade ARCH-LM	39
3.4.3 Estimação da volatilidade condicional e critério de seleção de modelos	39
3.4.4 Previsão	40
3.4.5 Acurácia das estimativas do VaR	41
3.4.6 Avaliação de previsão	43
4. RESULTADOS E DISCUSSÕES	45
5 CONSIDERAÇÕES FINAIS	63

1 INTRODUÇÃO

A volatilidade está entre os conceitos mais importantes da área de finanças, possivelmente pela influência que exerce sobre os diversos usuários do mercado financeiro. É usualmente definida como a dispersão do preço de um ativo durante um intervalo de tempo pré-definido e constitui-se uma medida de risco dos títulos que operam no mercado financeiro, em termos gerais do próprio mercado (DAVIS, 2012). Em períodos de crise ou de turbulência financeira, quando a volatilidade dos mercados aumenta, sua estimação surge como uma alternativa para o gerenciamento de risco, dado, que quanto maior for a volatilidade de um ativo financeiro, maior também será o risco de ganhar ou perder o dinheiro investido a ele (WENNSTRÖM, 2014).

Frente à necessidade de ferramentas consistentes e de fácil manipulação para o gerenciamento de risco, o grupo JPMorgan desenvolveu no início da década de 1990 o modelo *RiskMetrics*, onde a medida de risco é baseada no quantil da distribuição dos resultados, conhecido como o Valor em Risco (*Value-at-Risk*). De forma mais objetiva, o VaR representa uma perda que só é superada dado um nível de significância durante certo período. Após a publicação do *RiskMetrics*, houve uma crescente literatura a respeito da volatilidade, e um número considerável de pesquisadores se dedicaram exclusivamente a desenvolver modelos alternativos para sua mensuração e previsão.

Engle (1982) ao demonstrar que algumas séries temporais podem apresentar heterocedasticidade condicional em sua volatilidade, propôs o modelo *Autoregressive Conditional Heteroscedastic* (ARCH), posteriormente generalizado por Bollerslev (1986), com o GARCH (*Generalized Autoregressive Conditional Heteroscedasticity*), a fim de produzir melhores previsões da volatilidade condicional. Desde então, vários autores introduziram características adicionais ao GARCH "tradicional", ampliando consideravelmente o número de modelos para estimação e previsão de séries temporais.

A utilização da volatilidade como medida de risco têm sido base de múltiplos estudos em uma vasta gama de séries financeiras, como, ações, títulos da dívida, *commodities*, câmbio, opções, futuros, *forwards* e *swaps* (SADORSKY, 2006). Entretanto, o mercado financeiro tem protagonizado o fenômeno recente das criptomoedas e, assim como nos demais ativos, sua volatilidade, têm recebido uma atenção ascendente. Se por um lado, alguns consideram as criptomoedas como uma grande inovação financeira (KRISTOUFEK, 2013; BOUOYOUR; SELMI; TIWARI, 2015), outros, por sua vez, sugerem que a volatilidade

excessiva característica desse mercado é uma grande preocupação (YERMACK, 2013; GLASER, *et al.* 2014; BAEK; ELBECK, 2015; DYHRBERG, 2016; VANDEZANDE, 2017).

De fato, as criptomoedas se comportam de forma diferente das moedas tradicionais. Seus retornos não apenas mais voláteis e arriscados (OSTERRIEDER; STRIKA; LORENZ, 2017; PHILLIP; CHAN; PEIRIS, 2018), como também são mais suscetíveis a bolhas especulativas (GRINBERG, 2011; CHEAH; FRY, 2015; YARORA; BRZESZCZYNSKI; LAU, 2016). De acordo com Sahoo (2017) a menor volatilidade mensal média dos retornos do Bitcoin, por exemplo, é maior do que a do ouro, ou de um conjunto bastante amplo de moedas.

Um exemplo claro desta situação foi o aumento súbito do preço do Bitcoin de alguns centavos em 2009 para quase US\$ 1.200,00 em 2013, que mesmo aumentando a natureza especulativa dessa moeda virtual atraiu investidores que o vislumbraram como uma alternativa para diversificação de investimentos. Posteriormente, com o declínio na variação dos preços no período de janeiro de 2015 a julho de 2017 o Bitcoin e outras moedas digitais se difundiram rapidamente e ampliaram seu espaço como forma de pagamento no mercado.

Estes fatos, naturalmente exigem uma melhor compreensão da dinâmica do mercado de criptomoedas em um contexto de globalização financeira. Além de uma melhoria dos modelos financeiros para estimar e prever com precisão o risco destes ativos. Não fazer isso pode levar a enormes perdas de investimento e possíveis desastres financeiros. Normalmente o VaR pode ser usado para prever com precisão o risco de mercado de uma carteira diversificada de ações, e quando estimado a partir de um modelo de volatilidade condicional tende a captar não apenas as mudanças estruturais ocultas nos processos de volatilidade condicional dos retornos, mas também a dinâmica difusa e os fatos estilizados dos retornos financeiros.

Diante da complexidade do mercado de criptomoedas, o acompanhamento de seus preços e da sua volatilidade tem se mostrado crucial para compreender as características e dinâmicas tão únicas deste novo ativo. Conseqüentemente, a análise cuidadosa, a especificação, estimativa e previsão da dinâmica de retornos, são habilidades essenciais para qualquer um que almeje interagir com esse mercado ainda pouco conhecido.

1.1 FORMULAÇÃO DO PROBLEMA

Como destacado por Giot e Laurent (2004) os modelos heterocedásticos podem ser ajustados na estimação do VaR. Em outras palavras, o VaR pode ser considerado uma função determinística da volatilidade de um ativo financeiro, representando, em sua forma paramétrica, pela aplicação natural dos modelos de volatilidade. Grande parte dos estudos tem se concentrado em estimar o VaR utilizando os modelos de Heteroscedasticidade Condicional Autorregressiva, popularmente conhecido como modelos da família ARCH. Tais modelos têm tido grande apelo acadêmico devido forma de estimação eficiente, boa capacidade preditiva e parcimoniaisidade. Trabalhos que estimam o VaR a partir de inúmeros modelos variantes da família ARCH, incluem os de Gaio (2009), Amaro (2016) e Maciel e Ballini (2017), por exemplo.

Na estimação dos modelos de heterocedasticidade condicional normalmente utiliza-se a distribuição normal. Entretanto, Valle e Azzalini (2013) argumentam que as séries financeiras apresentam uma distribuição com caudas mais pesadas, e são geralmente leptocúrticas, de tal modo, que tornaria a distribuição normal ineficiente em alguns casos. As criptomoedas exibem mudanças de preços extremas que violam a suposição de normalidade, o que torna a capacidade de estimar a volatilidade extremamente vinculada à escolha da distribuição de retornos adequada. Tal constatação demonstra a relevância de se utilizarem distribuições de probabilidade estatística diferentes da distribuição normal para a modelagem de séries financeiras.

Pesquisas recentes deixam claro que o VaR pode gerar resultados enviesados devido à existência de fatos estilizados em séries precificadas ou índices de ações, incluindo, entre outros, variações de tempo de retorno, volatilidade assimétrica, distribuições de cauda pesada e não-linearidade na dinâmica de média e volatilidade (ALLOUI; AÏSSA; NGUYEN, 2011). Além disso, mudanças estruturais em processos econômicos complexos, ajustes abruptos de políticas e choques repentinos de oferta/demanda são características importantes dos retornos financeiros e requerem uma modelagem cuidadosa (BENSAIDA, *et al.* 2018).

Assim, os modelos financeiros, que não incorporam esses padrões irregulares, podem produzir estimativas tendenciosas do VaR levando a investimentos inadequados. Na tentativa de superar tais irregularidades, Sajjad, Coakley e Nankervis (2008) compararam o desempenho das previsões de VaR de um modelo de regime único com um GARCH com alternância de regime (MS-GARCH). Um modelo desse tipo caracteriza-se por assumir a possibilidade de que, a cada momento do tempo, um número finito de regimes ou estados pode ocorrer, sem que se saiba qual deles está sendo observado. A hipótese é que existem probabilidades de transição de um regime para outro, probabilidades essas estimadas

endogenamente pelos modelos *Markov-switching* (HAMILTON, 1989; MENDONÇA; SANTOS; SACHSIDA, 2009; KROLZIG, 2013). Dessa forma, a mudança do comportamento dos preços entre períodos de alta e baixa volatilidade pode ser descrita com momentos condicionais aos estados (KROLZIG, 1997; HAMILTON, 1994), com transição entre os regimes de alta e baixa volatilidade ao longo do tempo.

Com base nesta perspectiva, diversos trabalhos têm empregado modelos com mudança de regime na modelagem e previsão de séries financeiras, incluído ajustes no modelo GARCH (DURAN, 2014) e APARCH (BENSAIDA, *et al.* 2018). Todavia, Dendramis, Spungin e Tzavalis (2014) descobriram que o desempenho de um modelo de mudança de regime tende a ser consideravelmente melhorado se combinado com o modelo EGARCH proposto por Nelson (1991).

Com base no conteúdo exposto previamente, emerge o seguinte problema de pesquisa: a complexidade adicional da mudança de regime markoviano leva a previsões de risco mais precisas no mercado de criptomoedas?

1.2 OBJETIVO GERAL

Comparar a capacidade preditiva, por meio da estimação do VaR, a partir de modelos resultantes da combinação de um modelo EGARCH de regime único e um com mudanças markovianas e quatro diferentes distribuições de probabilidade estatística, para as séries financeiras das principais criptomoedas.

1.3 OBJETIVOS ESPECÍFICOS

- Modelar a volatilidade condicional das principais criptomoedas a partir de um modelo de regime único e de um modelo com alternância de regime;
- Estimar os parâmetros dos modelos concorrentes e realizar as previsões do VaR para 100 passos à frente;
- Comparar o desempenho de previsão dos modelos concorrentes através de testes estatísticos estabelecidos.

1.4 JUSTIFICATIVA E CONTRIBUIÇÕES

De acordo com Fry e Cheah (2016) há uma literatura emergente no campo da economia e de finanças que tem levantado vários tópicos relevantes sobre o mercado de criptomoedas. Enquanto um grupo de pesquisas tem focado em fatos estilizados (DWYER, 2015; BARIVIEIRA, *et al.* 2017); nas relações entre retorno e volume (BALCIAR, *et al.* 2017); em bolhas especulativas (YERMACK, 2013; GLASER, *et al.* 2014; BLAU, 2017). Outros têm se dedicado, a analisar a eficiência do mercado (URQUHART, 2016; BARIVIEIRA, *et al.* 2017); e sua sustentabilidade em longo prazo (FRY; CHEAH, 2016).

Uma das características mais criticadas deste mercado são os rápidos aumentos e declínio de seus preços. Como destacado por Bouoiyour e Selmi (2016) a volatilidade excessiva do mercado de criptomoedas ainda não foi suficientemente estudada. Yermack (2013) acrescenta que devido aos altos níveis de volatilidade, a previsão associada a estes ativos se constitui uma tarefa ainda mais desafiadora, quando comparado à outras séries como índices de ações, por exemplo. Em virtude disso, Peng, *et al.* (2018) sugerem que o estudo das criptomoedas e o uso das técnicas de previsão são duas agendas importantes da pesquisa em finanças. Devido a esse contexto, o foco na previsão pode ser um dos argumentos para justificar esta pesquisa, visto que atualmente, o número de usuários desse mercado é ascendente, e de uma forma prática, a previsão do risco associado a estes ativos pode lançar novas evidências a dinâmica desse mercado.

Além do foco na previsão, a pesquisa ainda se justifica por outros aspectos. Primeiro, este estudo analisa as seis criptomoedas mais representativas de seu mercado. Esse aspecto torna-se relevante na medida em que estudos anteriores, em sua maioria focaram exclusivamente no Bitcoin (FRY; CHEAH, 2016), negligenciando outras criptomoedas. Esse contexto condiciona o conhecimento criado até então ao Bitcoin. Este trabalho contribui para uma literatura ainda incipiente, ampliando essa importante agenda de pesquisa para um número de maior de criptomoedas, que podem apresentar um panorama mais preciso do mercado.

Além disso, os preços das criptomoedas são determinados através da lei da oferta e da demanda, ou seja, quando a demanda aumenta, o preço aumenta, e quando a demanda cai, o preço cai. Tendo em vista essa realidade, Sahoo (2017) indica que medir a volatilidade das criptomoedas não só ajudará a conhecer a incerteza e o risco associado ao movimento dos seus preços, mas também, poderá servir como estímulo para as transações diárias, tendo em vista que o consenso geralmente aceito é de que maior volatilidade do preço das criptomoedas

diminui o incentivo para o público usá-las em suas transações. E uma queda súbita dos preços cria uma perda para o usuário quanto ao valor decrescente da moeda.

Outro aspecto relevante está na medida de risco empregada neste trabalho, o VaR foi recomendado pelo Comitê de Basileia como uma ferramenta significativa para medir e monitorar o risco de mercado. A técnica do VaR pode ser facilmente implementada e fornece uma maneira direta para os investidores estimarem a perda potencial em um determinado período de tempo, em um determinado intervalo de confiança. Além disso, ajuda as instituições financeiras a determinar seus requisitos mínimos de capital. A identificação de um modelo apropriado para a previsão do VaR se constitui um desafio para qualquer série precifica ou índice de ações, já que a escolha de metodologias para cálculos de VaR é deixada para as instituições financeiras ou investidores. Como os principais usuários destes ativos são investidores individuais, os resultados deste trabalho podem balizar um instrumento adequado para monitoramento de risco e ajuste de investimentos.

Finalmente esta dissertação apresenta uma contribuição empírica para área de finanças quantitativas. Embora os modelos de volatilidade capturem os riscos negativos e positivos (posições curtas e longas, respectivamente), a maioria dos estudos anteriores assumem abordagens baseadas em modelos tradicionais que mesmo considerando distribuições alternativas não levam em consideração mudanças de regime. Este pesquisa vai um passo além ao incorporar simultaneamente mudanças de regime e distribuições flexíveis para modelar o retorno condicional e a volatilidade antes que o VaR seja estimado e previsto.

Em suma, mesmo que as criptomoedas ainda sejam consideradas misteriosas e pouco compreendidas pelos usuários do mercado financeiro, seu volume de negociação e a criação de novas moedas têm aumentado constantemente. Nesse sentido, por se diferenciarem de qualquer outro ativo no mercado financeiro, criam novas possibilidade às diversas partes interessadas, no que tange à gestão de risco, análise de portfólio e também na análise do sentimento do investidor.

1.5 ESTRUTURA DA DISSERTAÇÃO

Além desta primeira seção contendo a introdução, problemática, objetivos, justificativa e contribuições, o restante desta dissertação está estruturado da seguinte forma: A seção 2 apresenta o referencial teórico dividido em três grandes partes, a primeira relacionada às criptomoedas, a segunda relacionada à volatilidade, e a terceira, apresenta uma síntese de trabalhos relacionados. No que segue, a seção 3 apresenta os aspectos metodológicos. Nesta

seção é apresentada a opção feita para amostra do estudo, a características dos dados, e os procedimentos que serão realizados para cumprir cada um dos objetivos específicos previamente estabelecidos. Na seção 4 são apresentados e discutidos os resultados, e na seção 5 as considerações finais.

2. REFERENCIAL TEÓRICO

A fim de construir conhecimento teórico-empírico que balize a análise dos resultados busca-se compreender de maneira mais aprofundada os temas de interesse desse projeto. Dessa maneira o referencial teórico está subdividido em três partes. A primeira apresenta as criptomoedas de uma forma geral, seu processo de criação, regulação, emissão, e contexto econômico, seguida por características relacionadas a seu mercado, como sua capitalização, formação de preços, preocupações éticas, e sua regulamentação em diversos países e territórios. A segunda parte apresenta uma síntese da técnica de *Value-at-Risk*, que será complementada em sua primeira subseção que apresentará sua abordagem paramétrica através dos modelos heterocedásticos, seguida por uma síntese dos principais conceitos sobre as distribuições de probabilidade estatística. E por fim, na terceira parte, são discutidos alguns trabalhos relacionados.

2.1 CRIPTOMOEDAS

As criptomoedas (ou moedas digitais) são um meio de troca que utiliza da tecnologia *blockchain* e da criptografia, para permitir que pagamentos online sejam enviados diretamente de uma parte a outra, sem precisar de uma instituição financeira intermediária. A tecnologia *blockchain* é um tipo de base de dados distribuída e descentralizada, que guarda um registro de transações permanente e constantemente alimentado. As informações contidas nas transações são registradas em um “bloco”, e uma vez concluído seu registro, é guardado na *blockchain*, como uma base de dados permanente. Na medida em que um bloco é encerrado, outro é desenvolvido de forma constante. Na *blockchain*, existe um número infinito de blocos que são conectados uns aos outros, como uma cadeia, onde cada bloco contém uma referência para o bloco anterior (BRITO; SHADAB; CASTILLO, 2014).

É evidente que estas características as tornam diferentes das moedas emitidas pelos governos, uma vez, que sua estrutura e política são determinadas por um conjunto de regras estáticas, cujo controle está a cargo de algoritmos distribuídos em computadores anônimos espalhados em todo o mundo (FRANCO, 2015). A natureza descentralizada das criptomoedas reflete justamente o fato de que o *software* que sustenta o sistema é totalmente aberto. Devido a isso, a rede consegue funcionar sem depender de um organismo central, o que torna dispensável a necessidade de uma organização que regule e controle sua cotação, emissão, ou qualquer outra atividade (BJERG, 2016).

A criação de criptomoedas acontece através de um processo competitivo e também descentralizado chamado mineração (CHOWDBURY, 2016). Este processo é gerenciado por um *software* específico, portanto, para minerar, é preciso fazer *download* em um computador, e se conectar a uma rede interligada com outros computadores, que servem como “nós” do sistema, onde são responsáveis por controlar, validar informações e garantir a segurança no compartilhamento. O processo de mineração consiste em decifrar códigos com valores criptografados, emitidos pelo *software*, os quais envolvem enigmas, e equações matemáticas altamente complexas, cuja dificuldade cresce constantemente ao longo do tempo (BJERG, 2016). Na medida em que um código é decifrado por um minerador, o mesmo recebe um número de criptomoedas como recompensa. A emissão de moedas digitais acontece de forma decrescente e previsível. Por exemplo, o número de Bitcoins, é a cada ano automaticamente reduzido pela metade, até que sua emissão seja completamente suspensa ao atingir um total de 21 milhões de unidades no ano de 2140 (BARTOS, 2015).

Considerando tal realidade, Peng, *et al.* (2018) asseveram que as criptomoedas possuem uma combinação de características que nunca foram vistas anteriormente em um ativo financeiro, e por isso, são tão únicas em operação e transação, que não conseguiriam se relacionar completamente com outros mercados, por diversos motivos. Em primeiro lugar, as criptomoedas não têm um ótimo histórico e nenhum mercado futuro como ponto de referência, como é o caso do mercado de *commodities*. Em segundo lugar, o uso das criptomoedas ocorre de forma diferente da moeda tradicional, de modo que, mesmo que um país institua uma moeda digital como oficial, suas transações foram desenvolvidas para serem feitas diretamente entre agentes econômicos, o que dispensa a necessidade de uma instituição intermediária, de um controle monetário, ou de um sistema de responsabilização. Em terceiro lugar, diferente das moedas tradicionais que tem seus preços estimulados por diversos fatores econômicos, e distribuídas de acordo com um governo, o valor e a distribuição de criptomoedas é baseada em uma rede *peer-to-peer*, que não possui representação física, e depende apenas de um login e senha, usadas para recebê-las e enviá-las.

Devido a isso, Dyhrberg (2016), sugere que as criptomoedas ainda procuram se enquadrar em um contexto econômico, seja como moeda ou como mercadoria. De fato, na literatura, ainda não está claro se estes novos ativos financeiros devem ser vistos como uma moeda alternativa, ou como um recurso especulativo (FRISBY, 2014). Se por um lado, o processo de mineração digital, está associado a reproduzir os custos de produção como nas *commodities* de metais preciosos, por exemplo. Sabe-se, por outro lado, que a

convertibilidade das criptomoedas, e os baixos custos de transação também se assemelham a elementos das moedas tradicionais (FRISBY, 2014).

Autores como Selgin (2015) e Baek e Elbeck (2015) indicaram que o Bitcoin, por exemplo, deve ser visto como uma mercadoria especulativa ao invés de uma moeda. Posicionamento anteriormente defendido por Yermack (2013) que já havia indicado diversos fatores que poderiam fazer com que estes ativos falhassem como moedas, os quais incluem: (i) os riscos de segurança cibernética, (ii) a falta de uma estrutura central de governança, (iii) a diversidade dos preços em diferentes trocas, e (iv) os problemas com a interpretabilidade dos seus preços.

Diante de tal concepção, é necessário lembrar que a linha econômica moderna, atribui três funções básicas à uma moeda: (i) ser um meio de troca, ou seja, possuir capacidade para ser trocada por bens ou serviços; (ii) ser uma unidade de medida, através da capacidade de quantificar bens e serviços através de suas unidades; e (iii) armazenar valor, ou seja, reter valor e transferir o poder de compra do presente ao futuro (FRANCO, 2015). Baseado nesse contexto, as criptomoedas só poderiam ter tal enquadramento, na medida em que sua natureza contemple cada uma dessas funções (ALI; CLEWS; SOUTHGATE, 2014).

Quanto à sua utilidade como meio de troca, Frascaroli e Pinto (2016) indicam que mesmo que as criptomoedas sejam puramente eletrônicas, elas compartilham todas as características e funções das moedas tradicionais, exceto pelo fato de não serem fisicamente tangíveis. Além disso, se sobressaem às moedas físicas em alguns aspectos como a homogeneidade, divisibilidade, transferibilidade e facilidade de manuseio e transporte. Entretanto, são prejudicadas pela imprevisibilidade e volatilidade dos preços, exigindo que os comerciantes que as aceitam, incorporem um *spread* sobre o preço na moeda original, o que prejudica seu desempenho como uma unidade de medida (FRY; CHEAH, 2016).

Sua capacidade de armazenar valor tem sido fortemente criticada devido ao risco associado à volatilidade do seu preço. De fato, diferente das moedas tradicionais que têm seus preços definidos pela interação de oferta e demanda de mercado, que são impulsionadas por variáveis macroeconômicas de um país, como o produto interno bruto, taxas de juros, inflação, não há fundamentos macroeconômicos para as moedas digitais, como sugere Kristoufek (2013). Estudos anteriores como os de Buchholz, *et al.* (2012) e Kristoufek (2013) descobriram que o preço do Bitcoin, por exemplo, são determinados por três fatores-chave: (i) a interação oferta-demanda, (ii) a atratividade para os investidores e, (iii) os desenvolvimentos macroeconômicos e financeiros globais, tendo sido este último, refutado pela pesquisa de

Ciaian, Raicaniova e Kancs (2014) indicando que os desenvolvimentos macrofinanceiros não exercem nenhum tipo de influência sobre o preço das criptomoedas.

Embora existam fatores que as limitem em sua capacidade de armazenar valor, as criptomoedas têm sido usadas como alternativa de investimento para ganhos futuros. Ao considerar os referidos aspectos é importante ressaltar o surgimento ainda incipiente de um consenso sobre seu enquadramento. De uma forma geral, as criptomoedas parecem ser um bom meio de troca, uma unidade de medida pobre e um arriscado meio para armazenar valor (FRANCO, 2015). Paralelamente a esta situação, vale mencionar que as criptomoedas apenas têm valor como dinheiro na medida em que existe uma comunidade de usuários dispostos a aceitá-las, caso contrário não teriam nenhum valor intrínseco (BJERG, 2016).

2.1.2 Mercado de criptomoedas

De acordo com Peng *et al.* (2018) o e-Gold, o Cash, o Beenz, e o Flooz foram as responsáveis pelas primeiras transações puramente virtuais, e as primeiras criptomoedas a operar comercialmente, sendo o e-Gold, o mais bem-sucedido entre estas. Mesmo tendo atingido mais de um milhão de usuários, e seus fluxos terem atingido um pico de US\$ 2 bilhões por ano, teve suas contas congeladas após a condenação de seu CEO em 2008, e fechada meses depois. Vale ressaltar, que o principal motivo para o insucesso destas moedas foi o devido ao anonimato dos usuários, que possibilitou o ataque de cibercriminosos. Entretanto, com o início das negociações do Bitcoin em 2009 houve uma reconfiguração do mercado de criptomoedas.

De uma forma geral, o mercado de criptomoedas possui duas características que o torna distinto de outros mercados. Em primeiro lugar, é constantemente aberto, diferente de uma bolsa de valores, em que existe um período comercial para realizar transações. O mercado de criptomoedas funciona 24 horas nos 365 dias do ano, incluindo os finais de semana. Em segundo lugar, é um mercado global, uma vez, que as criptomoedas existem no mundo inteiro e, portanto, não há fronteiras para seu uso como dinheiro. Dessa forma, é possível enviar moedas digitais de um país para outro de forma simples e rápida, em alguns minutos.

Todavia, apesar do constante crescimento do mercado, as preocupações éticas e de segurança cibernética continuam em evidência (FRY; CHEAH, 2016). Outro fator de constantes críticas tem sido sua própria descentralização. O Bitcoin, por exemplo, foi originalmente concebido como uma rede descentralizada fora do controle dos governos

nacionais. Entretanto, a ausência de um órgão de governança centralizado o condiciona a uma fraqueza, já que os usuários não têm uma instância para recorrer quando necessário (WEBER, 2014).

Embora imersas em um ambiente de críticas, cada vez mais comerciantes têm aceitado-as como forma de pagamento, especialmente de forma online, devido a sua alta liquidez (BARTOS, 2015). Por isso, se espalharam rapidamente pelo mundo, e conquistaram espaço ao lado de ativos tradicionais. No dia 10 de dezembro de 2017, o Bitcoin começou a ser negociado na *Chicago Board Options Exchange* (CBOE) nos Estados Unidos, e posteriormente na *Chicago Mercantile Exchange* (do grupo CME). Outro exemplo, é destacado por Chan *et al.* (2017) que relata a intenção do governo do Reino Unido em pagar bolsas de pesquisa em Bitcoins.

Em razão de tal situação, muitos países enfrentam o dilema da decisão de dar-lhe permissão legal, ou não. Ao mesmo tempo, em que diversos países e territórios marcam um sinal positivo para o uso das criptomoeda, um número considerável de países não deu permissão legal para usá-las em seu território (PAGLIERY, 2014). No Brasil, o Banco Central através do comunicado Nº 31.379, de 16 de novembro de 2017, informou que as empresas que negociam ou guardam moedas virtuais em nome dos usuários, não são reguladas, autorizadas ou supervisionadas pelo Banco Central do Brasil, já que o Sistema Financeiro Nacional não dispõe de arcabouço legal e regulatório específico sobre moedas virtuais. Além disso, alertou que seus usuários estão sujeitos a riscos imponderáveis, incluindo, a possibilidade de perda de todo o capital investido, devido à típica variação de seu preço. É possível observar através do Quadro 1, uma síntese dos países e territórios e suas regulamentações quanto as criptomoedas.

Quadro 1 - Países e territórios e suas regulamentações quanto as criptomoedas

(Continua)

Bangladesh	O banco central de Bangladesh a partir de setembro de 2014 proibiu estritamente o uso do Bitcoin e qualquer outra moeda virtual no país, devido ao risco existente.
Bolívia	O banco central da Bolívia anunciou que é ilegal usar qualquer tipo de moedas virtuais se não for emitida por qualquer autoridade central ou regulamentada por qualquer banco desse país.
China	Bitcoins não são totalmente proibidos na China. O governo Chinês não apoia nem se opõe ao seu uso. Em 5 de dezembro de 2013, o Banco Popular da China proibiu a instituição financeira e seus funcionários a usar o Bitcoin, mas não há restrição para os indivíduos comuns sobre comércio e mineração de qualquer moeda digital. Mesmo em uma situação de imparcialidade, a China é o maior mercado de comércio de Bitcoins do mundo.
Equador	A Assembleia Nacional do Equador proibiu estritamente o uso do Bitcoin e qualquer tipo de moedas digitais descentralizadas, na tentativa de proteger sua moeda doméstica.

(Continuação)

Islândia	A Islândia não proibiu todas as criptomoedas. Em maio de 2014, apenas proibiu o comércio cambial do Bitcoin, mas ainda assim, diversos Islandeses estão usando criptomoedas. Como resultado, o Banco Central da Islândia emitiu um estatuto jurídico da moeda digital para proteger a moeda islandesa.
Índia	O Bitcoin e outras criptomoedas não estão totalmente proibidas na Índia. Oficialmente sua utilização em forma de pagamento não é permitida, mas os indivíduos podem comprar e vender criptomoedas.
Rússia	O ministro das Finanças da Rússia proibiu a moeda digital, ou seja, Bitcoin, mas não a cadeia de blocos, pois a tecnologia <i>blockchain</i> é muito importante para o desenvolvimento de vários serviços de internet. O objetivo principal é proteger seus cidadãos de fraudes e prevenir atividades de lavagem de dinheiro e evasão de impostos, fornecendo um sinal vermelho para as criptomoedas
Vietnã	O governo do Vietnã anunciou que o Bitcoin não é um método de pagamento legítimo. Assim, o governo tornou ilegal o seu uso pessoal afirmando que o uso de criptomoedas pode ajudar a aumentar as atividades de lavagem de dinheiro.
América	Em 2013, o Tesouro dos EUA classificou o Bitcoin como uma moeda virtual conversível e descentralizada. O tribunal distrital dos EUA classificou também o Bitcoin como moeda e o governo também impõe um imposto sobre o negócio de Bitcoins. Os principais países da América que aceitam criptomoedas são os EUA, Brasil, México e Canadá.
Austrália	Em 2013, o governador do banco de reservas da Austrália (RBA) disse que não há lei contra a legalidade do Bitcoin, e ninguém poderia impedir as pessoas deste país em realizar transações com criptomoedas. Como resultado, o governo impõe um imposto sobre o uso do Bitcoin. O escritório de impostos australiano decidiu que o Bitcoin é um ativo, para fins de imposto sobre ganhos de capital, não uma moeda.
União Europeia	A União Europeia não emitiu nenhum regulamento oficial sobre a legalidade do Bitcoin, ou qualquer outra moeda virtual. Algumas nações (Reino Unido, Alemanha, Finlândia, Itália, Espanha, etc.) estão permitindo seu uso.

Fonte: Adaptado de Pagliery (2014) e Sahoo (2017).

É importante enfatizar que a proibição e precaução quanto à liberação das criptomoedas está fortemente associada aos efeitos que estas podem exercer sobre as moedas locais. De acordo com Frascaroli e Pinto (2016) o surgimento de moedas digitais representa uma possibilidade de desvinculação entre o sistema financeiro e objetivos políticos de país. Isso implica uma autonomia ao usuário que pode evitar a moeda nacional quando esta apresentar um elevado potencial de perda de valor. É preciso considerar também que os governos que não conseguem barrar as criptomoedas têm reagido com a criação de impostos sobre seu uso como mecanismo de contenção (FRY; CHEAH, 2016), como parece ser o caso da Austrália.

Diante de tal realidade, é importante retomar da ideia de descolonização do dinheiro proposta por Hayek (1976). Uma vez, que o mercado de criptomoedas se assemelha ao cenário postulado pelo autor, no qual agentes privados, ao invés do governo, emitem suas próprias moedas, que por sua vez, competiriam uma contra a outra em um mercado aberto. De acordo com esta lógica, se o Bitcoin, por exemplo, não atender aos seus usuários de maneira confiável, eficiente e justa, os usuários podem simplesmente reverter para outro sistema.

2.2 VALUE-AT-RISK

O *Value-at-Risk* (VaR) é uma forma de mensuração de risco, que estima dentro de uma certa normalidade, a maior (ou pior) perda esperada que um investimento poderia ter em um período determinado, a um dado nível de confiança. Em outras palavras, é um valor que representa a perda máxima esperada proveniente do risco de mercado para um período estabelecido e com uma probabilidade de ocorrência (JORIOM, 1997). De forma prática, com sua aplicação o gestor de risco procura prever, com algum grau de confiabilidade estatística, sua exposição ao risco (GAIO, 2009). Devido a isso, o Comitê de Basileia (1996), recomendou que as instituições financeiras utilizassem VaR para gerenciar seus riscos, afim de protegerem-se de eventuais perdas em suas carteiras de investimento. Existem diversos métodos de estimação do VaR, dependendo das hipóteses formuladas sobre as distribuições de probabilidade dos retornos. Os métodos mais utilizados para sua estimação podem ser divididos em três grandes categorias: i) paramétricos; ii) não-paramétricos; e iii) semi-paramétricos. Trabalhos que apresentam o VaR em detalhes incluem Duffie e Pan (1997) e Jorion (2007), por exemplo.

O método paramétrico para o cálculo do VaR consiste em atribuir uma distribuição de probabilidade conhecida ao retorno dos ativos que compõe a carteira analisada, ou seja, considera-se que a distribuição de probabilidade dos retornos é conhecida (ALARCON, 2005). Em virtude disso, o VaR é considerado paramétrico quando é determinado pelos parâmetros estimados para distribuição de probabilidade escolhida (MACÊDO, 2012). Como sugerido por Giot e Laurent (2004), neste caso, os quantis do VaR são estimados com o pressuposto desta determinada função de distribuição de probabilidade. Os modelos de heterocedasticidade condicional são exemplo da abordagem paramétrica.

Uma abordagem de cálculo do VaR é dita como não-paramétrica quando não se assume conhecimento algum sobre a distribuição de probabilidade dos seus retornos financeiros (ALLEN; BOUNDOUKH; SAUNDERS, 2004). De acordo com Manganeli e Engle (2001), a simulação histórica é um dos métodos mais comuns desta abordagem, contudo, simplifica radicalmente o procedimento para o cálculo do VaR, justamente por não fazer nenhuma suposição sobre a distribuição de probabilidade dos seus retornos. Este procedimento é baseado no conceito de “janelas dinâmicas”, onde o VaR é estimado como o quantil da distribuição empírica de retornos históricos de uma janela móvel dos períodos mais

recentes, onde presume-se que a distribuição dos retornos não muda dentro das janelas de dados (ALLEN; BOUNDOUKH; SAUNDERS, 2004).

Devido a isso, a simulação histórica está sujeita à três problemas: i) é logicamente inconsistente, uma vez, que assumido que todos os retornos dentro da janela tenham a mesma distribuição, por conseguinte todos os retornos da série temporal, também deverão ter, devido a propriedade transitiva; ii) o estimador empírico do quantil é consistente somente se k , o tamanho da janela, tende ao infinito; e iii) a projeção do VaR feita por esta abordagem será significativa somente se os dados históricos tiverem a mesma distribuição. Para tal, o tamanho da janela deve atender duas propriedades importantes e ao mesmo tempo contraditórias. Deve ser grande o suficiente para que possam ser feitas inferências significantes, mas não deve ser tão grande, a ponto que aumente o risco de possuir observações fora do agrupamento de volatilidade (MANGANELL; ENGLE, 2001). Por outro lado, um ponto positivo desta abordagem, é que ao tomar como base retornos históricos, ela possui capacidade de incorporar a não linearidade, e até mesmo outras características como assimetria e a curtose, ambas negligenciadas pela hipótese de normalidade dos retornos (JORIOM, 1997).

Finalmente, a abordagem semi-paramétrica faz uso da Teoria do Valor Extremo (EVT) e de regressões quantílicas. A relevância desta abordagem é devido a capacidade informativa que os valores extremos possuem no gerenciamento do risco em eventos catastróficos de mercado e grandes perdas, por exemplo. A classe de modelos mais utilizados na abordagem semi-paramétrica foi proposta por Engle e Manganelli (2004) denominada de *Conditional Autoregressive Value-at-Risk* (CAViaR) que envolve a modelagem autorregressiva direta dos quantis condicionais, e não assume uma distribuição específica (GIOT; LAURENT, 2004).

Uma especificação válida do VaR para qualquer função de distribuição de probabilidade, discreta ou contínua, pode ser demonstrada através de termos probabilísticos. Se R_t representa uma série de retornos de um ativo financeiro no tempo t , o $\text{VaR}(\alpha)$ no percentil $(1-\alpha)$ é definido por $\Pr(R_t \leq \text{VaR}_t(\alpha)) = \alpha$, que mede a probabilidade de R_t ser menor, ou igual a $\text{VaR}_t(\alpha)$, dado um nível de significância $\alpha \in (0,1)$. Em termos probabilísticos, o VaR é apenas um quantil da distribuição de perda (MCNEI; FREY; EMBRECHTS, 2005). Por exemplo, ao considerar que W_0 é o valor inicial de uma carteira de investimentos, e que R_t , seja seu retorno, o valor esperado de um ativo financeiro no final do período será $W_1 = W_0(1 + R_t)$. Como o VaR mede, por meio de um número positivo, a pior perda em um dado nível de significância $\alpha \in (0,1)$, a taxa de retorno R_t^* resultante neste menor valor da carteira, W_t^* pode ser dado por $W_t^* = W_0(1 + R_t^*)$.

Segundo Jorion (2007) de forma geral, o VaR pode ser derivado a partir de uma função de distribuição de probabilidade do valor futuro de um ativo $f(w)$, onde se almeja descobrir a pior possibilidade de que w^* se realize, de tal modo que a probabilidade de exceder esse valor seja α :

$$\alpha = \int_{w^*}^{\infty} f(w)dw, \quad (1)$$

Ou de modo que a probabilidade de encontrar um valor menor do que w^* seja $1 - \alpha = \int_{-\infty}^{w^*} f(w)dw = \Pr(w \leq w^*) = p$. De acordo com Jorion (2007), a estimação do VaR pode ser simplificada e ao mesmo tempo produzir medidas mais precisas quando se utiliza uma abordagem paramétrica para sua estimação. Giot e Laurent (2004) corroboram com este argumento e indicam que neste caso, o VaR pode ser considerado uma função determinística da volatilidade de um ativo financeiro, representando uma aplicação natural dos modelos de volatilidade. Devido a tais considerações, neste estudo, será utilizada a abordagem paramétrica para o cálculo do VaR.

Para estimação do VaR através da abordagem paramétrica, é necessário que a função de distribuição geral $f(w)$, seja transformada em uma função de distribuição padrão $\Phi(\varepsilon t)$, onde εt tenha média zero, e desvio padrão unitário. Para tal, w^* associa-se com o retorno de corte R_t^* , que por sua vez, associa-se com o desvio padrão normal δ , da seguinte forma:

$$1 - \alpha = \int_{-\infty}^{w^*} f(w)dw = \int_{-\infty}^{R_t^*} f(r_t)dr = \int_{-\infty}^{-\delta} \Phi(\varepsilon t)d\varepsilon \quad (2)$$

Na equação 2, encontrar o VaR, é equivalente a encontrar o desvio padrão normal (δ), de tal modo que a área à esquerda da distribuição seja $1 - \alpha$. Ao considerar que $R_t = \mu + \varepsilon t$, onde εt utiliza uma função de distribuição padrão ϕ com média zero e variância σ_t^2 , o VaR pode ser estimado da seguinte forma:

$$VaR_t(\alpha) = \mu + \sigma_t \Phi^{-1}(\alpha) \quad (3)$$

onde, $\Phi^{-1}(\alpha)$ é o valor do q -quantil ($q = 1 - \alpha$), da função de distribuição padrão (ϕ), μ representa a média, e σ_t representa o desvio padrão (volatilidade) do ativo financeiro, que

pode ser estimado através de um modelo heterocedástico (GENÇAY; SELÇUK; ULUGÜLYAĞCI, 2003).

2.3 MODELAGEM ECONOMETRICA DA VOLATILIDADE

A volatilidade dos retornos financeiros, diferente do preço de um ativo, é um fenômeno que não pode ser observado diretamente, o que torna necessária a utilização de um modelo específico para estimá-la (BEZERRA, 2016). As séries temporais financeiras apresentam quatro importantes regularidades empíricas, ou fatos estilizados. Em primeiro lugar, apresentam a existência de *clusters* de volatilidade, ou seja, períodos de alta volatilidade são seguidos por períodos de baixa, tornando a variação do tempo mais comum do que a volatilidade constante. Em outras palavras, podem apresentar uma variância condicional que não é constante no tempo (CHEN, 2015). Em segundo lugar, choques negativos tendem a impactar de forma mais intensa a volatilidade do que choques positivos (efeito alavancagem). A ocorrência desse fenômeno se deve ao fato de que notícias ruins (choques negativos) tendem a diminuir o preço das ações e, por conseguinte, a razão dívida/patrimônio se eleva, tornando a ação mais volátil (BLACK, 1976).

Outra evidência é que a distribuição incondicional dos retornos apresenta caudas mais pesadas do que a distribuição normal, o que pode ser devido ao excesso de curtose. E por fim, a volatilidade segue um processo de reversão á média, isto é, ela não diverge para o infinito (BEZERRA, 2016). Tendo consciência dessa complexidade, Bezerra (2016) sugere que o modelo que pretende modelar a volatilidade deve capturar o maior número de fatos estilizados para descrever de maneira precisa e acurada a volatilidade dos retornos.

Os modelos de heterocedasticidade condicional são considerados apropriados para descrever a variância condicional por considerar em seu modelo as características da série usando erros passados nas estimativas (BOLLERSLEV; ENGLE; NELSON, 1994). Além disso, estes modelos permitem levar em consideração os componentes transitórios e permanentes, a aglomeração de volatilidade, a reação aos choques, as rupturas estruturais, e o efeito alavancagem (BOUOYOUR; SELMI, 2016).

Antes de 1982, os modelos econométricos assumiam a variância constante (BEZERRA, 2016), o primeiro conjunto importante de modelos utilizados para modelar a heterocedasticidade condicional na volatilidade, foi introduzido por Engle (1982) ao propor o modelo *Autoregressive Conditional Heteroscedasticity* (ARCH), que pode ser definido da seguinte forma:

$$\sigma_t^2 = \omega + \sum_{i=1}^p k_i \gamma_{t-i}^2, \quad t = 1, 2, \dots, n, \quad (4)$$

Em que σ_t^2 é a volatilidade, e os coeficientes ω e k_i são a constante e o componente ARCH, respectivamente. Para garantir a não negatividade de σ_t^2 é necessário que $\omega > 0$ e $k_i \geq 0$, para $i > 0$. Além disso, esse modelo supõe que a média de y_t é nula.

O modelo *Autoregressive Conditional Heteroscedasticity* (ARCH), introduzido por Engle (1982) desencadeou uma série de debates, que culminaram em diversos aperfeiçoamentos do modelo no decorrer dos anos. O modelo *Generalized Autoregressive Conditional Heteroscedasticity* (GARCH) desenvolvido por Bollerslev (1986), representa a primeira, e mais significativa destas, ao propor que a volatilidade condicional fosse função não apenas dos quadrados dos erros passados (ε_{t-1}^2), mas também dos seus próprios valores (α_{t-j}^2). Em termos matemáticos, o modelo GARCH, pode ser expresso como:

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \sum_{i=1}^p \alpha_i \varepsilon_{t-1}^2 + \sum_{j=1}^q \beta_j \alpha_{t-j}^2, \quad t = 1, 2, \dots, n, \quad (5)$$

Em que $\alpha_0 > 0$, $\alpha_1, \beta_1 \geq 0$, e $\alpha_1 + \beta_1 < 1$, para preservar a estacionariedade e positividade na variância condicional. Este modelo presume uma relação simétrica, ou seja, os choques negativos e positivos têm impacto semelhante na volatilidade condicional.

Embora o modelo GARCH tenha se revelado como uma forma eficiente para modelar a persistência da volatilidade, Wennström (2014) sugere que este modelo apresenta uma limitação, já que sua fórmula funcional admite que choques positivos e negativos impactem a volatilidade de um ativo financeiro da mesma forma. Em outras palavras, o modelo desconsidera que as inovações podem impactar de forma assimétrica a volatilidade. Em decorrência dessa realidade, foram desenvolvidos diversos modelos alternativos para mensurar a assimetria dos choques.

O modelo EGARCH (*Exponential GARCH*) proposto por Nelson (1991) inovou aos modelos de volatilidade, na medida em que foi capaz de modelar o comportamento assimétrico que as inovações causam na volatilidade dos ativos financeiros, um fator que era

um limitante do modelo GARCH de Bollerslev (1986). Na forma simplificada o modelo EGARCH pode ser exposto:

$$\log(\sigma_t^2) = \alpha_0 + \sum_{i=1}^p \left[\alpha_i \frac{\varepsilon_{t-i}}{\sigma_{t-i}} + y_i \left(\left| \frac{\varepsilon_{t-i}}{\sigma_{t-i}} \right| - E \left| \frac{\varepsilon_{t-i}}{\sigma_{t-i}} \right| \right) \right] + \sum_{j=1}^q \beta_j \log(\sigma_{t-j}^2), \quad (6)$$

Em que $\alpha_0, \alpha_i, y_i, e \beta_j$ e o parâmetro y_i representa a resposta da assimetria dos choques. De acordo com Wennström (2014) se $y_i < 0$, ou seja, se $\varepsilon_{t-1} < 0$, o impacto de choques negativos sobre a volatilidade futura será maior, quando comparado à choques positivos de mesma magnitude, o que corrobora com as evidências empíricas do efeito denominado de alavancagem. É possível observar que diferente do modelo GARCH, os parâmetros $\alpha_i, y_i, e \beta_j$ não possuem restrições impostas para a positividade na variância condicional, uma vez, que o modelo emprega uma especificação logarítmica em sua estimação, impedindo que a variância seja negativa (FRANCQ; ZOKAIAN, 2010).

Além destas, outras extensões foram desenvolvidas, incluindo o modelo GJR-GARCH de Glosten, Jaganathan e Runkle (1993), o *Threshold* GARCH (TGARCH) de Zakoian (1994), o *Absolute Value* GARCH (AVGARCH) de Taylor (1986) e Schwert (1990), o *Nonlinear* ARCH (NGARCH) de Higgins e Bera (1992), o modelo log-ARCH de Geweke (1986) e Pantula (1986), o *Asymmetric Power* ARCH (APARCH) de Ding, Granger, e Engle (1993), entre outros.

Embora tais modelos apresentem desempenho na modelagem de séries financeiras, sabe-se que estas tendem a apresentar mudanças de comportamento ao longo do tempo que podem caracterizar diversos regimes. Um exemplo é quando o mercado se encontra em regimes de recessão e expansão. Esses regimes não são variáveis medidas diretamente e, portanto, constituem variáveis aleatórias (DURAN, 2014). O trabalho de Hamilton (1989) foi uns dos mais importantes para o desenvolvimento de modelos com mudança de regime, mostrando que neste apenas alguns parâmetros são dependentes do estado. A característica principal dos modelos com mudança de regime é a possibilidade de alguns, ou todos, os parâmetros mudarem para cada regime (ou estado) de acordo com um processo de Markov, que é regido por uma variável de estado (DUEKER, 1997). Em modelos de volatilidade alguns exemplos incluem os trabalhos Duran (2014), Dendramis *et al.* (2014) e Bensaida *et al.* (2018), por exemplo. Uma vez, que nenhuma medida de volatilidade dominou a literatura

existente, uma análise comparativa entre modelos concorrentes, pode lançar novas evidências sobre o comportamento de um ativo financeiro em especial das criptomoedas.

2.2.3 Distribuições de probabilidade estatística

Em análises práticas do mercado financeiro, foi comum por muito tempo analisar os retornos a partir de uma distribuição normal (GAIO, 2009). Sabe-se por outro lado, que a distribuição normal nem sempre é a mais adequada, uma vez, que as séries temporais de dados financeiros tendem a apresentar uma distribuição com caudas mais pesadas do que a distribuição normal e são geralmente leptocúrticas (VALE; AZZALINI, 2013). Devido a tais considerações, devem-se considerar outros tipos de distribuição nas análises de séries temporais (GAIO, 2009).

Em um estudo recente, Chan *et al.* (2017), analisaram empiricamente sete criptomoedas usando oito distribuições de probabilidade estatística. Os resultados da análise constataram que as séries exibem grandes caudas, e que, nenhuma das distribuições utilizadas ofereceu o melhor ajuste em conjunto para todas as séries. Enquanto a distribuição hiperbólica generalizada ofereceu melhor ajuste para o Bitcoin, e o Litecoin; a distribuição normal acomodou melhor o Dash, Monero e o Ripple; a distribuição t generalizada se ajustou com melhor precisão ao Dogecoin; e finalmente, a distribuição de Laplace ofereceu o melhor ajuste para MaidSafeCoin.

Ao considerar tal perspectiva, torna-se pertinente utilizar distribuições de probabilidade estatística diferentes da distribuição normal na modelagem de séries financeiras. Neste estudo, serão utilizadas as seguintes distribuições: Normal, Normal Assimétrica, *Student-t* e *Student-t* Assimétrica, por serem distribuições amplamente utilizadas para modelar o termo de erro ε_t dos modelos de heterocedasticidade condicional (BERNARDI; CATANIA, 2015).

Uma distribuição de probabilidade estatística pode ser resumida a partir de suas características, que são conhecidas como momentos da distribuição. A distribuição normal (*Normal Distribution*), ou distribuição Gaussiana, é a distribuição condicional mais popular, e pode ser descrita pelos seus dois primeiros momentos: a média e a variância (WALCK, 2007). Formalmente, a função de densidade de probabilidade de uma variável aleatória x que segue uma distribuição normal pode ser definida como:

$$f(x|\mu, \sigma) = \frac{e^{-0,5 \frac{(x-\mu)^2}{\sigma^2}}}{\sigma\sqrt{2\pi}}, x \in (-\infty, \infty), \quad \mu \in (-\infty, \infty), \quad \sigma > 0, \quad (7)$$

Onde μ é a média, σ^2 representa a variância. A distribuição normal é geralmente representada por $N(\mu, \sigma^2)$. Deste modo, uma variável aleatória com $\mu = 0$ e $\sigma = 1$ é denominada de variável aleatória normal.

Embora a distribuição normal tenha sido a distribuição de probabilidade estatística mais utilizada em dados univariados por utilizar apenas duas variáveis: a média e a variância (KRISHNAMOORTHY, 2006), apresenta uma limitação ao supor que os dados se comportam de forma simétrica. Em face disso, podem ocorrer inferências enganosas sobre os parâmetros de interesse. Devido isso, Azzalini (1985) propôs a distribuição normal assimétrica (*Skew Normal Distribution*) como uma generalização do modelo anterior. Formalmente, a função de densidade de probabilidade de uma variável aleatória x que segue uma distribuição normal assimétrica pode ser expressa como:

$$f(x|0,1,k) = 2 \phi(x)\Phi(kx), \quad (8)$$

Em 8, $\phi(x)$ representa a função de densidade normal padrão $\Phi(x)$ expõe a função de distribuição e k é o parâmetro de assimetria. Se por ventura $k = 0$, a equação 8 se torna uma distribuição normal.

Outra distribuição bastante utilizada no campo estatístico é a Distribuição *Student-t* (*Student-t Distribution*). As propriedades desta distribuição são semelhantes às da distribuição normal, mas sua principal diferença é que possui caudas mais pesadas, o que possibilita a aplicação de valores mais extremos. Formalmente, a Distribuição *Student-t*, pode ser expressa como:

$$f(x|n) = \frac{\Gamma\left[\frac{n+1}{2}\right]}{\Gamma\left(\frac{n}{2}\right)\sqrt{n\pi}} \frac{1}{\left(1+x^2\frac{1}{n}\right)^{\frac{n+1}{2}}} \quad x \in (-\infty, \infty), \quad n \geq 1, \quad (9)$$

Em que, n representa um número inteiro positivo, $x \in \mathbb{R}$ e $\Gamma(\cdot)$ é a função Gama definida por $\Gamma(x) = \int_0^{\infty} z^{x-1}e^{-z} dz$. Vale ressaltar, que quanto maior for o grau de liberdade n mais próxima a distribuição *Student-t* será da distribuição Normal (KRISHNAMOORTHY, 2006).

Ao levar em consideração que as séries temporais de dados financeiros, normalmente possuem caudas mais pesadas do que as da distribuição normal, e que a presença de um único parâmetro para regular a forma da densidade da distribuição pode não ser suficiente (VALLE; AZZALINI, 2013), Branco e Dey (2001) propuseram a distribuição *Student-t* Assimétrica. Esta distribuição permite ajustar tanto a assimetria, quanto a curtose em sua estimação, que são essenciais para modelagem de determinadas séries temporais. Devido a isso, mostra-se mais robusta e mais adequada do que outras distribuições. Formalmente a Distribuição *Student-t* assimétrica, pode ser expressa como:

$$f(x|k, \xi) = 2t_n(x)t_{n+1}\left(kx \sqrt{\frac{1 + \xi}{\xi + x^2}}\right), \quad x \in (-\infty, \infty), n \geq 1, \quad (10)$$

Onde $t_n(x)$ representa a função de densidade de probabilidade de uma distribuição *Student-t* padrão com n graus de liberdade, t_{n+1} a função de distribuição acumulada de uma distribuição *Student-t* padrão com $n+1$ graus de liberdade, k expressa o parâmetro de assimetria e ξ o parâmetro de curtose. Caso $k = 0$, a equação 10 se reduz a uma distribuição *Student-t* padrão.

2.3 TRABALHOS RELACIONADOS

Estudos empíricos sobre a mensuração do risco ainda são incipientes no mercado de criptomoedas e de forma geral, o Bitcoin têm sido a moeda digital com maior atenção de pesquisas. Para estimação da volatilidade as pesquisas anteriores têm empregado os modelos de heterocedasticidade condicional, por esta razão, nesta seção, apresentam-se alguns trabalhos que serviram como referencial para o desenvolvimento desta dissertação.

Frascaroli e Pinto (2016) estimaram a volatilidade associada aos retornos do Bitcoin usando modelos GARCH, no período de 13 de setembro de 2011 a 23 de junho de 2015, e em uma sub amostra de 10 de março de 2013 a 23 de junho de 2015. Em termos metodológicos foram utilizados os modelos ARCH, GARCH, EGARCH e TARARCH, para verificar qual dentre estes, melhor ajusta-se nesta série. Os principais resultados indicaram a existência de uma volatilidade persistente o que mostra, possivelmente, que esses retornos tiveram duas fases: primeiramente um momento de ‘euforia’ e depois de ‘convergência’ para a média da volatilidade. Além disto, seguindo os critérios da parcimônia, as análises econométricas indicaram que o modelo GARCH foi o que apresentou melhor ajuste, em ambas as amostras.

Dyhrberg (2016) analisou como o Bitcoin se comporta em comparação ao preço do ouro e a taxa de câmbio. Especificamente, procurou verificar a partir da volatilidade dos preços, se o Bitcoin se comporta como um bem financeiro, ou como algo que entre uma *commodity* e uma moeda. Em termos metodológicos, foram utilizados dados diários do preço do Bitcoin, e das seguintes séries: i) taxa de fundos federais, ii) taxa de câmbio USD-EUR, iii) taxa de câmbio USD-GBP, iv) índice FTSE, v) preço do ouro, e vi) seu preço futuro, no período de 19 de julho de 2010 a 22 de maio de 2015. Usando o modelo GARCH, os resultados indicaram que o Bitcoin se comporta de forma bastante parecida com o ouro, assim como se assemelha a uma moeda. A principal conclusão foi de que o Bitcoin está em algum lugar entre uma moeda e uma *commodity* devido à sua natureza descentralizada e ao tamanho de mercado limitado.

Utilizando dados diários, Bouoiyour e Selmi (2016) analisaram a volatilidade dos preços do Bitcoin em dois períodos, o primeiro de 01 de dezembro de 2010 a 31 de dezembro de 2014, e o segundo de 01 de janeiro de 2015 a 22 de julho de 2016. Metodologicamente, foram utilizados os modelos GARCH, IGARCH, CGARCH, EGARCH, PGARCH, APARCH, CMT-GARCH, a fim de verificar qual, dentre estes, melhor descreve sua volatilidade. Depois de estimados os modelos, os resultados indicaram que no período de 01 de dezembro de 2010 a 31 de dezembro de 2014, o preço do Bitcoin foi muito volátil, onde a variância condicional pareceu seguir um processo "explosivo", neste caso, o CMT-GARCH, foi o modelo com maior precisão. Todavia, desde janeiro de 2015, a volatilidade do preço do Bitcoin torna-se muito menos persistente, ou seja, longe de tender para o processo de longa memória, neste período, o APARCH, foi o modelo com maior precisão. De forma geral, para os dois períodos investigados, a dinâmica dos preços do Bitcoin pareceu mais motivada por choques negativos (más notícias) do que pelos choques positivos (boas notícias).

Utilizando dados do preço do Bitcoin de 18 de junho de 2010 a 1 de outubro de 2016, em frequência diária, Katsiampa (2017) analisou qual modelo de heterocedasticidade condicional pode melhor descrever a volatilidade dos seus preços. Para tal, o autor comparou diversos modelos os quais incluem o GARCH, EGARCH, TGARCH, APARCH, CGARCH e ACGARCH. Os resultados empíricos sugerem que dentre todos os modelos concorrentes o modelo CGARCH parece ser um modelo adequado para descrever a volatilidade dos retornos de preços do Bitcoin.

Bouri, Azzi e Dyhrberg (2016) analisaram a relação entre os retornos dos preços do Bitcoin, e suas mudanças de volatilidade, no período de 18 de agosto de 2011 a 29 de abril de 2016. Em termos metodológicos, foi analisado o impacto assimétrico dos choques

(novidades) na volatilidade do Bitcoin dentro de uma estrutura assimétrica-GARCH em linha com Baur (2012). O modelo assimétrico-GARCH é estimado pela abordagem de máxima verossimilhança sob três densidades de distribuição: Gaussiana, Student-t e distribuição de erro generalizada (GED). Os resultados não fornecem evidências de que exista uma relação assimétrica na relação entre retorno e volatilidade do Bitcoin.

Chu *et al.* (2017) analisaram a volatilidade nas sete criptomoedas mais populares de seu respectivo mercado, incluindo o Bitcoin, Dash, Dogecoin, Litecoin, MaidSafeCoin, Monero e Ripple, em um período que se estendeu de 22 de junho de 2014 a 17 de maio de 2017. Metodologicamente, foram ajustados doze modelos GARCH diferentes: i) SGARCH, ii) EGARCH, iii) GJRGARCH, iv) APARCH, v) IGARCH, vi) CSGARCH, vii) GARCH, viii) TGARCH, ix) AVGARCH, x) NGARCH, xi) NAGARCH e xii) ALL GARCH, combinados com oito distribuições de probabilidade estatística (distribuição normal, distribuição normal assimétrica, *Student-t*, *Student-t* assimétrica, distorção generalizada do erro, normal inversa, distribuição hiperbólica generalizada ou distribuição SU de Johnson). Após estimado, os resultados indicaram que os modelos IGARCH e GJRGARCH oferecem os melhores ajustes, para modelar a volatilidade nas maiores e mais populares criptomoedas.

Peng *et al.* (2018) analisaram o desempenho preditivo da volatilidade de três criptomoedas, e três moedas físicas, utilizando dados de frequência diária e horária, divididos em seis períodos que variaram entre janeiro de 2016 e julho de 2017. Metodologicamente foram utilizados os modelos GARCH, EGARCH, GJRGARCH, e outro modelo denominado SVR-GARCH, cujo produto é resultado da combinação do modelo GARCH tradicional com a abordagem de aprendizado de máquina para a estimativa de volatilidade usando o *Support Vector Regression* (SVR), que foram combinados com as distribuições Normais, *Student's t* e *Skewed Student's t*. Após estimados, os resultados indicaram que para todas as variáveis e ambas as frequências de tempo, o modelo SVR-GARCH apresentou significância estatística superior em relação aos seus modelos concorrentes.

Dentre os trabalhos apresentados é possível observar que o de Dyhrberg (2016) e Bouoiyour e Selmi (2016) utilizaram apenas um modelo heterocedástico (GARCH e GARCH assimétrico, respectivamente), o que limita seus resultados à capacidade que estes modelos têm de capturar a volatilidade. Por outro lado, os demais trabalhos empregaram diversos modelos heterocedásticos em suas análises, desta forma, Frascaroli e Pinto (2016) encontraram evidências favoráveis ao GARCH, Katsiampa (2017) argumenta em favor do CGARCH, Chu, *et al.* (2017), indicam que tanto o IGARCH, quanto o GJRGARCH são bons

modelos. Finalmente, Peng, *et al.* (2018) asseveram que o SVR-GARCH apresenta significância estatística superior aos demais modelos concorrentes.

Outro ponto também evidenciado refere-se ao tipo de distribuição de probabilidade estatística ajustada aos modelos heterocedásticos. Percebe-se que apenas os trabalhos de Chu, *et al.* (2017) e Peng *et al.* (2018) relatam a combinação de tais distribuições tendo o primeiro utilizado oito e o segundo três. Quanto aos demais trabalhos, como não indicam sua utilização, torna-se impossível realizar inferências assertivas sobre tal. Outro aspecto relevante são as criptomoedas analisadas, pois enquanto os trabalhos de Frascaroli e Pinto (2016), Dyhrberg, (2016), Katsiampa (2017), Bouri Azzi e Dyhrberg (2016) analisaram apenas o Bitcoin, Chu, *et al.* (2017) e Peng, *et al.* (2018), analisaram um conjunto mais amplo de criptomoedas, o que captura de forma mais consistente os padrões comuns ainda pouco conhecidos do mercado de moedas digitais.

De uma forma geral, percebe-se que os modelos que consideram assimetria em sua fórmula funcional apresentam desempenho superior aos demais modelos de volatilidade, portanto, pode-se inferir que tais modelos são adequados para extrair a volatilidade e estimar os riscos do mercado de criptomoedas. Essa é uma informação importante, ao passo que serve como parâmetro para a escolha dos modelos para modelagem e previsão da volatilidade. Além disso, abre espaço para discussões referente a viabilidade de se utilizar alguns modelos estatísticos tradicionais na literatura, e novas abordagens, como é o caso do MRS-GARCH e do SVR-GARCH.

Neste estudo, optou-se por utilizar os seguintes modelos variantes *Exponential GARCH* (EGARCH) e o *Markov switching regime EGARCH* (MS-EGARCH). A justificativa para escolha destes modelos é de que cada um deles procura modelar a variância condicional de forma distinta, estimando fatos estilizados diferentes, o que os torna heterogêneos entre si e adequados para fins de comparação da capacidade preditiva. Além disso a literatura apresenta pistas de que o desempenho de um modelo de mudança de regime tende a ser consideravelmente melhorado se combinado com o efeito EGARCH (DENDRAMIS; SPUNGIN; TZAVALLIS, 2014).

3 DADOS E MÉTODO

Para facilitar a compreensão do método empregado nesta dissertação, esta seção está subdividida em quatro itens: i) natureza da pesquisa, que expõe o enquadramento do projeto

no que tange a sua natureza e abordagem; ii) dados da pesquisa, que trata das características dos dados, assim como o período de análise; iii) modelos concorrentes, que apresenta a combinação do modelos heterocedásticos e distribuições de probabilidade estatística; e iv) o procedimento para análise dos dados, que apresenta as técnicas e processos que serão adotados para atingir os objetivos propostos por esta dissertação.

3.1 NATUREZA DA PESQUISA

Para atender aos objetivos propostos foi adotada uma pesquisa de natureza descritiva, uma vez, que se propõe a estimar e prever o risco do mercado de criptomoedas, através de técnicas quantitativas. Como sugerido por Silva e Menezes (2000) é característico deste tipo de pesquisa, descrever as características de determinada população ou fenômeno, e estabelecer relações entre variáveis. Quanto à abordagem, a pesquisa caracteriza-se como quantitativa, uma vez que Malhotra (2011) indica que as pesquisas que seguem esta abordagem procuram quantificar os dados para compreender o problema proposto pela pesquisa utilizando técnicas estatísticas. Além disso, é típico da pesquisa quantitativa trabalhar com dados secundários (FACHIN, 2013), como séries temporais.

3.2 DADOS DA PESQUISA

Os dados utilizados correspondem às séries de fechamento diário das seis criptomoedas com maior negociabilidade e representatividade em seu respectivo mercado: Bitcoin, Bitcoin Cash, Ethereum, Ripple, EOS e Stellar. É possível observar através da Tabela 1, um resumo das séries, seu período temporal e número de observações.

Tabela 1 – Séries temporais, período e número de observações.

Série temporal	Período		Número de observações
	Início	Final	
Bitcoin	02/08/2017	25/09/2018	420
Bitcoin Cash	02/08/2017	25/09/2018	420
Ethereum	02/08/2017	25/09/2018	420
Ripple	02/08/2017	25/09/2018	420
EOS	02/08/2017	25/09/2018	420
Stellar	02/08/2017	25/09/2018	420

Fonte: Elaborado pelo autor (2019).

Estes dados foram coletados na página do CoinMarket, e correspondem a informações diárias, do preço de fechamento, no período compreendido entre 02 de agosto de 2017 e 25 de setembro de 2018, para cada criptomoeda. O período escolhido, deve-se a dois fatores: i) como as criptomoedas foram criadas em datas distintas, a data inicial, precisa partir de um ponto comum a todas elas, dessa forma, a data inicial corresponde ao lançamento da última criptomoeda. Já a data final se justifica pelo período de elaboração deste trabalho.

3.3 COMBINAÇÃO ENTRE OS MODELOS HETEROCEDÁSTICOS E AS DISTRIBUIÇÕES DE PROBABILIDADE ESTATÍSTICA

Esta pesquisa tem como objetivo principal realizar estimativas do *Value-at-Risk* a partir da combinação de dois modelos heterocedásticos, para diferentes distribuições de probabilidade estatística, e realizar previsões para 100 passos à frente. Para tal, a combinação destes forneceu um total de 8 modelos concorrentes.

Tabela 2 – Exposição dos modelos concorrentes, que são formados pela combinação de dois modelos heterocedásticos e de quatro distribuições de probabilidade estatística.

Modelo heterocedástico	Distribuição de probabilidade estatística	Abreviação
<i>Exponential GARCH</i>	<i>Normal Distribution</i>	<i>EGARCH-Norm</i>
<i>Exponential GARCH</i>	<i>Skew Normal Distribution</i>	<i>EGARCH-SNorm</i>
<i>Exponential GARCH</i>	<i>Skew Student-t Distribution</i>	<i>EGARCH-SStd</i>
<i>Exponential GARCH</i>	<i>Student-t Distribution</i>	<i>EGARCH-Std</i>
<i>MS-EGARCH</i>	<i>Normal Distribution</i>	<i>MRS-GARCH-Norm</i>
<i>MS-EGARCH</i>	<i>Skew Normal Distribution</i>	<i>MRS-GARCH-SNorm</i>
<i>MS-EGARCH</i>	<i>Skew Student-t Distribution</i>	<i>MRS-GARCH-SStd</i>
<i>MS-EGARCH</i>	<i>Student-t Distribution</i>	<i>MRS-GARCH-Std</i>

Fonte: Elaborado pelo autor (2019).

Para estimar e avaliar a capacidade de previsão de cada um dos modelos, foram delineados os procedimentos a seguir.

3.4 PROCEDIMENTO PARA ANÁLISE DOS DADOS

De acordo com Morettin (2008) as séries temporais financeiras podem possuir propriedades estatísticas comuns a outras séries temporais, como, por exemplo, tendências, sazonalidades, pontos influentes e não-linearidade. Inicialmente, para corrigir possíveis problemas de não-estacionariedade foram calculadas as diferenças logarítmicas dos preços coletados (log-retornos) para cada série financeira.

$$r_{i,t} = \ln P_{i,t} - \ln P_{i,t-1} \quad (11)$$

Em (11), $r_{i,t}$ representa o log-retorno do ativo i no instante t ; $P_{i,t}$ representa o preço do ativo i no instante t e $t-1$, respectivamente. Com base nestes log-retornos, serão calculadas estatísticas descritivas (mínimo, máximo, média, mediana, desvio-padrão, assimetria e curtose) a fim de melhor compreender as características fundamentais das séries analisadas.

3.4.1 Estacionariedade e raiz unitária

Na segunda etapa, será verificado se as séries temporais são geradas por processos estocásticos estacionários. A estacionariedade exige que todos os momentos da distribuição de probabilidade de uma série não variem com o tempo. Em outras palavras, as observações da série temporal tendem a retornar para a sua média e as flutuações ao redor desta tendem a apresentar uma amplitude mais ou menos constante, o que viabiliza a realização de inferências estatísticas sobre o conjunto de dados (FRANCO; ZAKOIAN, 2010). Para analisar se as séries temporais apresentam desvios do comportamento estacionário, serão empregados dois testes: *Augmented Dickey-Fuller* (ADF), desenvolvido por Dickey e Fuller (1981); e o *Kwiatkowski-Phillips-Schmidt-Shin* (KPSS), propostos por Kwiatkowski, *et al.* (1992). O teste ADF tem por base a regressão:

$$Y\Delta = \alpha_0 + \gamma Y_{t-1} + \sum_{i=2}^p \beta_i \Delta Y_{t-i} + \varepsilon_t \quad (12)$$

Em que:

$$\gamma = -\left(1 - \sum_{i=1}^p \alpha_i\right) e \beta_i = \sum_{i=1}^p \alpha_i \quad (13)$$

Onde, α_0 é o intercepto, γ é a ordem do modelo autorregressivo que representa o comportamento da série temporal, Y representa a variável dependente, Δ indica o operador de diferença em cada série de índice, ε_t expressa a estrutura do erro ou série de ruído branco, a qual se assume ser idêntica e independentemente distribuída – i.i.d.. O teste ADF testa a hipótese nula de existência de uma raiz unitária.

Já o teste KPSS testa a hipótese nula de que a série Z_t seja estacionária, $H_0: \sigma_2 = 0$, contra a hipótese alternativa de que a série seja não-estacionária, $H_1: \sigma_2 > 0$. Para testar as hipóteses, o teste KPSS utiliza o multiplicador de Lagrange conforme a equação:

$$KPSS = \frac{(T^{-2} \sum_{t=1}^T \hat{S}_t^2)}{\hat{\lambda}^2} \quad (14)$$

em que \hat{S}_t^2 representa os resíduos da regressão de Z_t , e $\hat{\lambda}^2$ é um estimador consistente da variância de longo prazo (ZIVOT; WANG, 2006, p. 130). Se Z_t seguir um processo não-estacionário o numerador da equação vai crescer sem limites e o teste resultará em um valor elevado, tornando impossível não rejeitar a hipótese nula.

3.4.2 Teste de Heterocedasticidade ARCH-LM

Na terceira etapa, tem-se o teste de heterocedasticidade ARCH-LM proposto por Engle (1982) o qual verifica se uma série de dados apresenta o efeito de heterocedasticidade, ou seja, se a variância dos dados não é constante em diferentes intervalos de tempo. A estatística de teste é descrita em (15), onde a hipótese nula é de que não existe o efeito ARCH nos resíduos, $H_0: \beta_s = 0$.

$$e_t^2 = \beta_0 + \left(\sum_{s=1}^q \beta_s e_{t-s}^2 \right) + v_t \quad (15)$$

onde e é o resíduo e β são os parâmetros da regressão.

3.4.3 Estimação da volatilidade condicional e critério de seleção de modelos

Posteriormente na quarta etapa, com a detecção da presença de heterocedasticidade foram estimados os modelos EGARCH e MS-EGARCH combinados com as distribuições de probabilidade estatística. Diante de diversos modelos de volatilidade, selecionar o ideal não é uma tarefa fácil. Modelos que têm muitas variáveis embutidas tendem a ter melhores ajustamentos e maior capacidade de previsão, porém a operacionalização deles se torna mais difícil pelo elevado número de parâmetros a serem estimados. Em contra partida, modelos com poucas variáveis tendem a ter menor capacidade de ajustamento. Porém maior facilidade de manipulação. Para selecionar os modelos concorrentes utilizam-se critérios de penalização

para auxiliar na escolha do melhor modelo, sendo: o Critério de Informação *Akaike* (AIC) proposto por Akaike (1974) e o *Bayesian Information Criterion* (BIC) proposto por Schwarz (1978) os quais utilizam o valor maximizado da Função de Verossimilhança para o modelo estimado, o número de parâmetros e o tamanho da amostra.

$$AIC = 2k - 2 \ln(L) \quad (16)$$

$$BIC = -2 \ln(L) + k \ln(n) \quad (17)$$

Onde k é o número de parâmetros do modelo, L é o valor maximizado da função de verossimilhança e n é o número de observações. O melhor modelo será aquele com o menor valor de AIC e BIC.

Com relação à identificação da ordem de um processo ARCH, tecnicamente a escolha das defasagens p e q deveria ser feita através da minimização de um critério de informação como o AIC ou BIC. Entretanto, em se tratando de séries financeiras, um resultado recorrente encontrado na literatura, e também amplamente difundido entre os agentes de mercado, é $p = 1$ e $q = 1$ (ALARCON, 2005). Portanto neste trabalho, todas as estimativas de VaR foram realizadas com base na utilização do modelo EGARCH (1,1) e MS-EGARCH (1,1).

3.4.4 Previsão

Na quinta etapa, estimam-se todos os parâmetros para todos os modelos concorrentes que são resultado da combinação entre os dois modelos heterocedásticos e as quatro distribuições de probabilidade estatística, e em seguida, realizam-se as previsões do VaR para todos os passos à frente. Cada uma das seis séries temporais é composta de um número de t de observações, representada por $(Z_1, Z_2, Z_3, \dots, Z_t)$. O número total de observações se divide em dois subconjuntos: $(Z_1, Z_2, Z_3, \dots, Z_n)$, e $(Z_{n+1}, Z_{n+2}, Z_{n+3}, \dots, Z_t)$, em que n representa o início da previsão.

Ou seja, a amostra é dividida em duas partes, o primeiro subconjunto refere-se ao período denominado *in-sample* (dados de 02 agosto de 2017 a 17 de junho de 2018) que foi tomado como amostra de estimação. Ao passo que o segundo subconjunto se refere ao período denominado fora da amostra (dados de 18 de junho a 25 de setembro de 2018) em que

as previsões do VaR através dos modelos concorrentes são realizadas e avaliadas. Após a divisão da amostra, o processo de previsão para fora da amostra seguirá seguintes passos:

1. Define-se $z = n$ para ser a origem da previsão. Em seguida, estimam-se os parâmetros dos modelos concorrentes usando o subconjunto $(Z_1, Z_2, Z_3, \dots, Z_z)$;
2. Realiza-se a previsão para um passo à frente, para cada modelo, usando os seus parâmetros estimados no passo (1).
3. Aumenta-se a origem da previsão em uma observação ($z = z+1$) e recomeça-se o processo no passo (1), repetidamente até que se chegue na última observação, em que a origem da previsão z seja igual ao ponto T .

3.4.5 Acurácia das estimativas do VaR

Os modelos tendem a ser úteis quando são eficientes em prever os riscos de forma satisfatória. Por isso a utilização de tais modelos deve ser acompanhada de um processo de validação que verificará a partir de testes estabelecidos se o modelo é ou não adequado para prever riscos. O *backtesting* é uma ferramenta estatística que verifica a coerência entre as perdas observadas e as perdas previstas (JORION, 1997). A ferramenta de *backtesting* mais conhecida foi desenvolvida por Kupiec (1995) que desenvolveu um teste baseado na quantidade de falhas na previsão do risco de mercado, comparados com um o intervalo de confiança estabelecido *a priori*.

Sendo α o intervalo de confiança estabelecido no cálculo do VaR. O teste LT Kupiec visa testar a hipótese nula de que $H_0: f = \alpha$ contra a hipótese alternativa $H_0 = f \neq \alpha$ onde f é a taxa de falha. Se o modelo estiver corretamente especificado f dever ser igual a α . A taxa de falha pode ser estimada conforme a expressão: $f = \frac{x}{N}$ onde x é o número de retornos que excedem o VaR calculado e N é o número total da amostra.

De acordo com Kupiec (1995) x segue uma distribuição $x \sim \text{Binomial}(N, f)$ cuja probabilidade de x na amostra N é dado por $P(x, f, N) = C_x^N (1 - f)^{N-x} f^x$. Kupiec (1995) propôs o teste baseado na razão de verossimilhança que pode ser empregado a estimativa de uma amostra pontual estatisticamente consistente com o modelo VaR. A estatística do teste é dada por:

$$LR = -2\ln[(1 - \alpha)^{N=x}] + 2\ln[(1 - f)^{N-x} f^x] \sim \chi^2 \quad (18)$$

O teste segue uma distribuição de qui-quadrado com 1 grau de liberdade.

Posteriormente outros testes foram desenvolvidos como o de Christoffersen (1998) cujo objetivo testar se o VaR está sendo pontualmente bem estimado (ou seja, se a proporção de violações está próxima do nível esperado) e se estas violações são independentes. O teste de Christoffersen (1998) é dividido em duas partes, uma, denominada pelo autor como teste de cobertura incondicional (TCI), que é utilizado para verificar a estimação pontual e outra, denominada teste de independência (TI), para verificar a independência destas violações. A estatística do TCI pode ser obtida por

$$LR_{TCI} = -2\log \left[\frac{(1 - p)^{n_0} p^{n_1}}{(1 - \hat{\pi})^{n_0} \hat{\pi}^{n_1}} \right] \quad (19)$$

Onde $\hat{\pi} = \frac{n_1}{n_1 + n_0}$ representa a proporção de violações observadas, n_0, n_1 e p representam, respectivamente, o número de não violações observadas, o número de violações observadas e a proporção de violações esperadas (o nível estimado). Entretanto, o autor ressalta que o TCI sozinho não é capaz de testar a independência das violações, hipótese testada pelo TI, cuja estatística teste pode ser obtida por

$$LR_{TI} = -2 \log \left[\frac{(1 - \hat{\pi}_{01})^{n_{00}} \hat{\pi}_{01}^{n_{01}} (1 - \hat{\pi}_{11})^{n_{10}} \hat{\pi}_{11}^{n_{11}}}{(1 - \hat{\pi}_2)^{(n_{00} + n_{10})} \hat{\pi}_2^{(n_{01} + n_{11})}} \right] \quad (20)$$

Onde $\hat{\pi}_2 = \frac{n_{01} + n_{11}}{n_{00} + n_{10} + n_{01} + n_{11}}$, $\hat{\pi}_{01} = \frac{n_{01}}{n_{01} + n_{00}}$, $\hat{\pi}_{11} = \frac{n_{11}}{n_{11} + n_{10}}$, e n_{ij} é o número de eventos i seguidos por um evento j (onde $i, j = 1$ é o evento violação de VaR e $i, j = 0$ é o evento não violação do VaR – por exemplo, n_{10} é a quantidade de violações seguidas por não violações do VaR. Ambos os testes são testes de razão de verossimilhança e a estatística de teste final é a soma destas duas estatísticas de teste. Desta maneira o teste de cobertura condicional (TCC) é definido como

$$LR_{TCC} = LR_{TCI} + LR_{TI} \sim \chi^2_2 \quad (21)$$

Com isso, o teste de Christoffersen tem como hipótese nula que a proporção de violações do VaR ocorridas é igual ao número de proporções esperadas (testando $p = \hat{\pi}$

através do TCI) e de que estas violações ocorrem de maneira independente (testando $\hat{\pi}_{01} = \hat{\pi}_{11}$ através do TI).

O Teste de Quartil Dinâmico (DQ) proposto por Engle e Manganelli (2004) mede a independência das violações de retorno do VaR. Para tal, um teste de tipo de regressão é utilizado para verificar o ajustamento das previsões do VaR. Dessa forma, uma variável aleatória $Hit_t = H_t - \tau^*$ é definida pelos autores, a fim de construir o teste dinâmico de quantis condicionais (DQ) da seguinte forma:

$$DQ = \frac{(Hit_t' X_t [X_t' X_t]^{-1} X_t' Hit_t)}{(T_\tau (1 - \tau))} \quad (22)$$

Onde o vetor de instrumentos X_t pode incluir atrasos de Hit_t , V_t e seus atrasos. Desta forma, Engle e Manganelli (2004) testam a hipótese nula de que Hit_t e X_t são ortogonais. Sob sua hipótese nula, a estatística de teste proposto segue uma X_q^2 no qual $q = rank(X_t)$. Cumpre informar que o teste DQ pode ser usado para avaliar o desempenho de qualquer tipo de metodologia de VaR.

Outra forma de verificar o ajustamento do VaR é o desvio absoluto da violação de retornos (AD) proposta por McAleer e da Veiga (2008). Essa medida avalia o desempenho da previsão com base na média e no máximo do desvio absoluto, de forma com que valores menores são preferidos, acima da amostra da previsão (CHEN *et al.* 2011). Se os modelos subestimam o risco, ou seja, possuem muitas falhas, é provável que apresentem valores menores para MRC, AD *mean* e AD *maximum*. Por outro lado, modelos que superestimam os níveis de risco para violações tendem a gerar valores elevador de AD *mean* e AD *maximum*. A medida proposta por McAleer e da Veiga (2008) pode ser especificada da seguinte forma:

$$AD_t = |y_t - (-VaR_t)| I(y_t < -VaR_t) \quad (23)$$

Como tal, os modelos com valores pequenos de AD são preferidos somente se estiverem gerando violações independentes na taxa correta α .

3.4.6 Avaliação de previsão

Na sétima e última etapa, após todas as previsões estimadas, é necessário avaliar o desempenho preditivo através de alguma função de perda estatística (AMENDOLA;

CANDILA, 2016). De acordo com Hansen e Lunde (2005) a escolha da medida estatística depende das preferências e da utilização pretendida das previsões, pois não existe um critério universal para escolha do melhor modelo entre os modelos concorrentes. Entretanto, Brailsford e Faff (1996) indicam que a escolha do modelo com melhor desempenho preditivo será sensível a métrica escolhida. Neste trabalho, serão utilizadas três funções de perda para avaliar o desempenho de previsão dos modelos: erro médio absoluto (MAE), média absoluta percentual dos erros (MAPE), e a raiz quadrada do erro-médio (RMSE):

$$MAE = \frac{\sum_{i=1}^n |x - \hat{x}_i|}{n} \quad (24)$$

$$MAPE = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n \left| \frac{e_t}{x^t} * 100 \right| \quad (25)$$

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{t=1}^n (\hat{X}_t - X_t)^2} \quad (26)$$

em (24), (25) e (26), \hat{X}_t é um vetor de n previsões no tempo t , e X_t são os valores observados no tempo t que representam às entradas para a função que gerou as previsões. Um bom modelo de regressão é aquele que produz o valor mais próximo do real. O erro (ϵ_t) de previsão é a diferença entre o valor real (y_t) e o previsto (\hat{y}_t): $\epsilon_t = y_t - \hat{y}_t$. É importante observar que quanto menor forem os valores do MAE, MAPE e RMSE, melhor é a previsão. Sendo assim, o modelo que fornecer os menores valores para as funções estabelecidas possuirá a melhor capacidade preditiva.

4 RESULTADOS E DISCUSSÕES

Nesta seção, evidências empíricas da performance de previsão do VaR, para os índices financeiros das seis criptomoedas, por meio dos modelos heterocedásticos concorrentes, são analisados em detalhes. Inicialmente é possível observar por meio da Tabela 3 dados sobre o mercado de criptomoedas em termos de capitalização de mercado e volume de negociação. Em 26 de setembro de 2018 haviam duas mil e três criptomoedas negociadas em seu mercado as quais representavam um valor de mercado de \$ 215.526.901.785. Essas seis criptomoedas representavam 73,43% da capitalização de mercado total e 50,32% do volume negociado. O Bitcoin possuía um domínio de 52,3% de todo o mercado. Este fato garante uma grande representatividade da amostra considerada para análise.

Tabela 3 – Dados do mercado de criptomoedas

Criptomoeda	Valor de Mercado	Preço	Volume (24h)	Fornecimento circulante	Mudança (24h)
Bitcoin	\$ 112.665.035.864	\$ 6.516,39	\$ 4.306.910.115	17.289.475	1,40%
Ripple	\$ 22.207.316.359	0,556980	\$ 1.937.430.759	39.870.907.279	23,67%
Ethereum	\$ 22.067.543.088	\$ 215,93	\$ 1.804.761.332	102.196.650	2,81%
Bitcoin Cash	\$ 7.769.221.291	\$ 447,30	\$ 351.178.810	17.369.275	2,17%
EOS	\$ 4.926.896.462	\$ 5,44	\$ 673.279.297	906.245.118	5,29%
Stellar	\$ 4.802.184.116	\$ 0,255572	\$ 103.002.415	18.789.946.755	7,82%

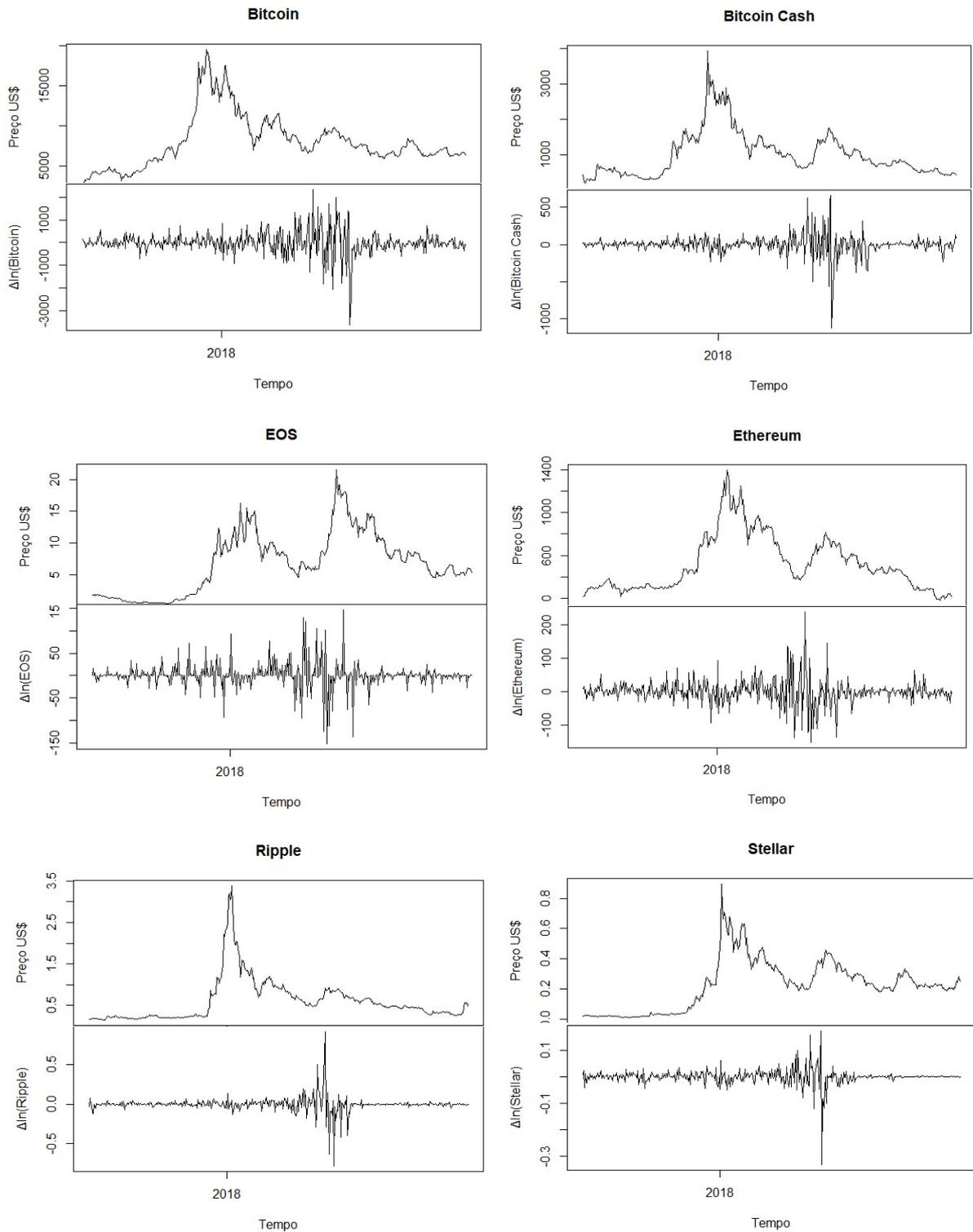
Nota: As séries temporais foram coletadas 09:00 horas do dia 26 de setembro de 2018 no site: <https://coinmarketcap.com/>

Fonte: Elaborado pelo autor (2019).

A Figura 1 representa de forma gráfica a evolução dos valores do preço de fechamento e do log-retorno para cada uma das séries temporais, no período compreendido entre 2 de agosto de 2017 e 25 de setembro de 2018. Por meio da inspeção visual é possível observar que a evolução dos valores de fechamento mostrou-se bastante volátil ao longo do tempo, exibindo um comportamento com grandes oscilações.

A partir do fim de 2017 é possível observar uma intensa elevação dos preços das criptomoedas, o que culminou em valores extremamente elevados no início de 2018 e mantendo certa persistência por aproximadamente um bimestre. Esse comportamento pode estar associado ao início das negociações do Bitcoin na *Chicago Board Options Exchange* (CBOE) nos Estados Unidos em 10 de dezembro de 2017, e posteriormente na *Chicago Mercantile Exchange* (do grupo CME), que pode ter elevado as expectativas de otimismo e confiança dos investidores.

Figura 1 - Evolução dos valores do preço de fechamento em nível e do log-retorno de cada índice financeiro analisado (período de 2 de agosto de 2017 a 25 de setembro de 2018, dados diários).



Fonte: Elaborado pelo autor (2019).

Após esse período, provavelmente pelo efeito da especulação e de inúmeros crimes virtuais percebe-se a existência de variações expressivamente negativas nos preços de fechamento de todos os índices ocasionando grande desvalorização em um período relativamente curto de tempo, especialmente do Ripple, Stellar e Bitcoin Cash. Próximo a setembro de 2018 todas as séries apresentaram a maior desvalorização de preços desde o início do ano.

Nota-se, como já evidenciado na literatura de finanças a característica de saltos na série histórica de preços e a lenta reversão a um preço de equilíbrio. Esses saltos seriam o reflexo de rupturas momentâneas e acarretariam mudanças nas características da volatilidade daquele momento. Esse fato, contribui para a justificativa da utilização de um modelo de volatilidade que permita a existência de diferentes estados (MARCUCCI, 2005), como EGARCH com mudanças de regime markoviano.

As estatísticas descritivas dos log-retornos das séries temporais seguem descritas na Tabela 4. É possível verificar que a média dos log-retornos é próxima a zero em todas as janelas calculadas. O desvio padrão revela as oscilações médias dos retornos dos índices. Na Teoria de Finanças, este é um indicador de risco (GAIO, 2009) e quanto mais elevado o valor de desvio padrão, mais arriscado é o ativo. A grande amplitude entre os valores mínimo e máximo fornece uma ideia razoável da enorme volatilidade das criptomoedas, que pode valorizar mais de 100% em apenas um dia. A não normalidade da série é mostrada no teste Jarque-Bera, que rejeita a hipótese nula de retornos normais, revelando novamente a possibilidade do uso de modelos não lineares.

Tabela 4 – Estatísticas descritivas dos log-retornos das séries temporais financeiras (período compreendido entre 2 de agosto de 2017 e 25 de setembro de 2018, dados diários).

(Continua)

Estatística	Período		
	Toda a amostra (420 Obs)	Estimação (320 Obs)	Previsão (100 Obs)
Bitcoin			
Média	-0,002	-0,002	0,000
Mediana	-0,003	-0,003	-0,004
Máximo	2,405	0,207	2,405
Mínimo	-2,347	-0,225	-2,347
Desvio Padrão	0,171	0,054	0,340
Assimetria	0,497	0,068	0,249
Curtose	173,22	1,884	45,782
Jarque-Bera	0,000*	-	-

(Continuação)

Ripple			
Média	-0,002	-0,003	0,000
Mediana	0,003	0,003	0,002
Máximo	0,353	0,353	0,156
Mínimo	-0,606	-0,606	-0,322
Desvio Padrão	0,083	0,088	0,065
Assimetria	-1,744	-1,698	-1,719
Curtose	11,587	11,215	7,252
Jarque-Bera	0,000*	-	-
Ethereum			
Média	-0,050	-0,002	0,008
Mediana	0,000	-0,002	0,005
Máximo	0,258	0,258	0,206
Mínimo	-0,234	-0,234	-0,142
Desvio Padrão	0,057	0,060	0,049
Assimetria	0,294	0,290	0,548
Curtose	2,454	2,366	2,375
Jarque-Bera	0,000*	-	-
Bitcoin Cash			
Média	-0,005	-0,001	0,006
Mediana	0,005	0,004	0,010
Máximo	0,446	0,446	0,164
Mínimo	-0,431	-0,431	-0,143
Desvio Padrão	0,093	0,103	0,050
Assimetria	-0,647	-0,585	-0,072
Curtose	5,195	4,116	1,277
Jarque-Bera	0,000*	-	-
EOS			
Média	-0,002	-0,005	0,006
Mediana	0,003	0,004	0,001
Máximo	0,385	0,385	0,216
Mínimo	-0,347	-0,347	-0,198
Desvio Padrão	0,090	0,098	0,060
Assimetria	-0,453	-0,445	0,385
Curtose	2,968	2,421	2,077
Jarque-Bera	0,000*	-	-
Stellar			
Média	-0,006	-0,007	-0,000
Mediana	0,004	0,003	0,005
Máximo	0,328	0,328	0,135
Mínimo	-0,666	-0,666	-0,165
Desvio Padrão	0,095	0,105	0,054
Assimetria	-1,193	-1,120	-0,399
Curtose	7,113	5,861	0,841
Jarque-Bera	0,000*	-	-

Nota: * Todas as séries de retorno apresentam um comportamento não normal, percebido a partir do teste de normalidade de Jarque-Bera (1987), rejeitados ao nível de 1% da hipótese de normalidade, considerado pelos p-valores iguais a zero.

Fonte: Elaborado pelo autor (2019).

Ainda é possível observar um excesso de curtose nas séries Bitcoin, Ripple, Bitcoin Cash, e Stellar cujos valores acima de 3 podem ter contribuído para rejeição da hipótese de normalidade/ou interferido na normalidade dos dados. Em ambos os casos é possível perceber uma característica leptocúrtica nas séries de retornos.

Após a análise das estatísticas descritivas das séries temporais financeiras, precisa-se confirmar se elas possuem um comportamento estacionário, pois, caso possuam, será impossível realizar inferências estatísticas para períodos de tempo fora do conjunto de dados observados. Para isso, foram aplicados os teste de estacionariedade e raiz unitária nas séries temporárias para confirmar se os log-retornos possuem uma ordem de integração unitária, isto é, se todos os índices seguem um processo estocásticos estacionário apenas em sua primeira diferença logarítmica. As estatísticas dos testes seguem na Tabela 5.

Tabela 5 – Estatísticas dos testes *Augmented Dickey–Fuller* (ADF) e *Kwiatkowski–Phillips–Schmidt–Shin* (KPSS) para as séries temporais financeiras.

Série Temporal	ADF		KPSS	
	Estatística	p-valor	Estatística	p-valor
Bitcoin	-1,162	0,224	1,042	< 0,010
$\Delta\ln(\text{Bitcoin})$	-2,561	0,010	0,440	> 0,100
Ripple	-3,057	0,124	0,857	< 0,010
$\Delta\ln(\text{Ripple})$	-1,483	0,012	0,164	> 0,100
Ethereum	-1,052	0,264	1,209	< 0,010
$\Delta\ln(\text{Ethereum})$	-3,033	0,002	0,512	> 0,100
Bitcoin Cash	-1,321	0,172	0,983	< 0,010
$\Delta\ln(\text{Bitcoin Cash})$	-2,854	0,004	0,198	> 0,100
EOS	-1,459	0,135	2,822	< 0,010
$\Delta\ln(\text{EOS})$	-1,431	0,014	0,245	> 0,100
Stellar	-1,167	0,222	2,206	< 0,010
$\Delta\ln(\text{Stellar})$	-2,671	0,007	0,296	> 0,100

Nota: $\Delta\ln$ representa as diferenças logarítmicas calculadas através da equação 11.

Fonte: Elaborado pelo autor (2019).

Ao analisar o p-valor do teste ADF, rejeita-se a hipótese nula de raiz unitária dos log-retornos. Resultado que pode ser confirmado com o teste KPSS, que não rejeitou a hipótese nula de estacionariedade. Verifica-se, portanto, que as séries temporais são estacionárias.

A heterocedasticidade é um efeito comum em séries temporais financeiras, especialmente em séries precificadas ou índices de ações. Este efeito ocorre quando as oscilações do mercado se comportam de forma inesperada e inconstante. Além disso, é um efeito comum em séries que apresentam *clusters* de volatilidade. A presença de heterocedasticidade nas séries de retorno dos índices é um fator importante na modelagem da volatilidade, e para confirmar tal evidência, efetuou-se o teste de Multiplicador de Lagrange – ARCH LM *test*, proposto por Engle (1982). A estatística ARCH-LM testa a presença de autocorrelação dos resíduos quadráticos da série de retornos.

Tabela 6 – Resultado da estatística ARCH-LM.

Série temporal	Estatística ARCH-LM	p-valor (ARCH-LM)
Bitcoin		
Lag (2)	47,595	0,000
Lag (6)	62,657	0,000
Ripple		
Lag (2)	8,201	0,016
Lag (6)	81,200	0,000
Ethereum		
Lag (2)	28,019	0,000
Lag (6)	81,011	0,000
Bitcoin Cash		
Lag (2)	125,525	0,000
Lag (6)	129,304	0,000
EOS		
Lag (2)	25,452	0,000
Lag (6)	67,472	0,000
Stellar		
Lag (2)	38,849	0,000
Lag (6)	43,413	0,000

Nota: O Lag (6) foi definido pelo critério de tamanho da séries temporal para teste ARCH.

Fonte: Elaborado pelo autor (2019).

Em relação à heterocedasticidade da série, conforme visto no teste ARCH-LM, os p-valores observados nas estatísticas indicam uma forte presença de autocorrelação dos resíduos quadráticos da série de retornos. Os p-valores menores que 0,01, nos dois níveis de defasagens (2 e 6) rejeitam a hipótese nula de homocedasticidade nas séries de retornos das criptomoedas, ou seja, todas as séries apresentam a presença de heterocedasticidade.

Após a confirmação da presença de heterocedasticidade nas séries temporais os modelos EGARCH e MS-EGARCH foram ajustadas as distribuições Normal, Normal Assimétrica, *Student-t*, e *Student-t* Assimétrica, para as amostras *in-sample*, e estimada a volatilidade condicional de cada série para cada um dos oito modelos concorrentes expostos na Tabela 7. O *Akaike Information Criterion* (AIC), é um critério penalizador utilizado para escolher o melhor modelo de ajuste. Este critério pondera a quantidade de parâmetros de um modelo com a função de verossimilhança. Um modelo considerado bom é aquele que apresenta poucos parâmetros (parcimonioso) a altos valores da função de verossimilhança, o que gera um AIC baixo. Quanto menor o AIC, mais interessante é o modelo. Portanto o critério de escolha da melhor distribuição para os modelos foi aquele que apresentou menores valores de AIC. A Tabela 7 expressa os resultados da estimação dos modelos de volatilidade condicional, de todas as seis séries financeiras.

Tabela 7 – Comparação do ajuste de modelos com distribuições alternativas.

Série temporal	Modelo de	Distribuição
----------------	-----------	--------------

Volatilidade		Norm	Snorm	Std	sstd
Bitcoin	EGARCH	-960,91	-959,86	-982,30	-982,37
	MS-EGARCH	-985,82	-978,55	-980,42	-980,12
Bitcoin Cash	EGARCH	-581,21	-585,09	-632,58	-635,65
	MS-EGARCH	-636,78	-638,50	-634,88	-640,64
EOS	EGARCH	-576,54	-587,43	-630,74	-632,52
	MS-EGARCH	-637,07	-634,35	-628,88	-633,92
Ethereum	EGARCH	-896,70	-896,95	-928,32	-926,90
	MS-EGARCH	-928,93	-932,68	-926,42	-932,19
Ripple	EGARCH	-734,25	-737,67	-804,28	-807,28
	MS-EGARCH	-804,97	-806,65	-804,27	-801,25
Stellar	EGARCH	-563,77	-567,34	-606,01	-606,94
	MS-EGARCH	-599,50	-599,21	-597,42	-612,81

Nota: Norm refere-se à distribuição Normal; Snorm refere-se à distribuição Normal Assimétrica; std refere-se à distribuição *Student-t*; e à sstd refere-se à distribuição *Student-t* assimétrica. Adicionalmente nas Tabelas 11a e 11b estão as estatísticas do Critério de Informação Bayesiano (BIC). Coeficientes em negrito representam os melhores ajustes.

Fonte: Elaborado pelo autor (2019).

É possível observar, de acordo com os critérios de informação uma predominância do modelo EGARCH com a distribuição *Student-t* Assimétrica, com exceção da Ethereum que apresentou melhor ajuste com a *Student-t*. Já o modelo MS-EGARCH aprestou resultados mistos, enquanto o Bitcoin e EOS apresentaram melhor ajustamento com uma distribuição Normal, o Bitcoin Cash e Stellar apresentam melhor ajuste com a distribuição *Student-t* Assimétrica. Finalmente, a Ethereum e o Ripple apresentam melhor ajustamento com uma distribuição Normal Assimétrica. De modo geral, embora o MS-EGARCH tenha apresentado ajustamentos mistos, é possível verificar uma predominância de distribuições que consideram um ajuste assimétrico.

Esta evidência corrobora com o estudo de Valle e Azzalini (2013) os quais argumentam que as séries financeiras apresentam uma distribuição com caudas mais pesadas de tal modo, que tornaria a distribuição normal ineficiente em alguns casos. Isso vai ao encontro da ideia de que as criptomoedas exibem mudanças de preços extremas que violam a suposição de normalidade, o que torna a capacidade de estimar a volatilidade extremamente vinculada a escolha da distribuição de retornos adequada.

Seguem descritas nas Tabelas 8 e 9 as estimativas dos parâmetros para os modelos EGARCH (1,1) e MS-EGARCH (1,1). Ressalta-se que foram apresentados apenas os melhores modelos, de acordo com os critérios de informação, os demais, devido a seu ajuste inferior foram omitidos desta seção.

Tabela 8 – Estimativas dos modelos de volatilidade para as séries financeiras de criptomoedas (período de 2 de agosto de 2017 a 25 de setembro de 2018, dados diários).

	Bitcoin				Bitcoin Cash				EOS			
	EGARCH (1,1) (<i>sstd</i>)		MS-EGARCH (1,1) (<i>norm</i>)		EGARCH (1,1) (<i>sstd</i>)		MS-EGARCH (1,1) (<i>sstd</i>)		EGARCH (1,1) (<i>sstd</i>)		MS-EGARCH (1,1) (<i>Snorm</i>)	
Ajustamento dos modelos												
	Estimado	p-valor	Estimado	p-valor	Estimado	p-valor	Estimado	p-valor	Estimado	p-valor	Estimado	p-valor
$\alpha_0^{(1)}$	-0,135	0,000	-1,549	0,000	-1,001	0,000	-1,483	0,000	-0,177	0,000	-0,476	0,000
$\alpha_1^{(1)}$	0,182	0,000	0,027	0,000	0,429	0,000	0,454	0,000	0,198	0,000	0,063	0,000
$\alpha_2^{(1)}$	-0,015	0,000	-0,042	0,000	0,048	0,000	0,223	0,000	0,039	0,000	-0,044	0,000
$\beta^{(1)}$	0,976	0,000	0,754	0,000	0,773	0,000	0,731	0,000	0,961	0,000	0,926	0,000
$u_1^{(1)}$	4,675	0,000	-	-	2,911	0,000	12,108	0,000	3,032	0,000	-	-
$u_2^{(1)}$	0,905	0,000	-	-	1,138	0,000	23,111	0,000	1,114	0,000	-	-
$\alpha_0^{(2)}$	-	-	-0,326	0,000	-	-	-3,289	0,000	-	-	-2,951	0,000
$\alpha_1^{(2)}$	-	-	-0,212	0,000	-	-	0,850	0,000	-	-	-0,578	0,000
$\alpha_2^{(2)}$	-	-	-0,115	0,000	-	-	-0,628	0,000	-	-	0,199	0,000
$\beta^{(2)}$	-	-	0,943	0,000	-	-	0,051	0,000	-	-	0,282	0,000
$u_1^{(2)}$	-	-	-	-	-	-	2,272	0,000	-	-	-	-
$u_2^{(2)}$	-	-	-	-	-	-	1,026	0,000	-	-	-	-
<i>Persistência</i> ¹	-	-	0,990	0,000	-	-	0,045	0,000	-	-	0,890	0,000
<i>Persistência</i> ²	-	-	0,027	0,000	-	-	0,768	0,000	-	-	0,156	0,000
$P_{1,1}$	-	-	0,735	-	-	-	0,445	-	-	-	0,587	-
$P_{2,2}$	-	-	0,264	-	-	-	0,554	-	-	-	0,412	-
Critério de informação usado para ajustamento e seleção dos modelos												
AIC	-982,375		-985,826		-635,658		-640,643		-632,522		-637,076	
BIC	-959,784		-948,174		-613,067		-587,930		-609,931		-599,424	

Nota: α_0 é uma constante, α_1 é o efeito ARCH, α_2 é o efeito de assimetria, introduzido pelo modelo EGARCH, β é a volatilidade passada, u_1 são os graus de liberdade da distribuição, e u_2 é a assimetria da distribuição de probabilidade estatística. Todos os coeficientes foram estimados para dois regimes diferentes, denominados Regime 1 e Regime 2. A matriz de transição é representada pelos parâmetros $P_{1,1}$ e $P_{2,2}$. AIC é o Critério de Informação de Akaike, e BIC é o Critério de Informação Bayesiano.

Fonte: Elaborado pelo autor (2019).

Tabela 9 – Estimativas dos modelos de volatilidade para as séries financeiras de criptomoedas (período de 2 de agosto de 2017 a 25 de setembro de 2018, dados diários).

	Ethereum				Ripple				Stellar			
	EGARCH (1,1) (std)		MS-EGARCH (1,1) (snorm)		EGARCH (1,1) (snorm)		MS-EGARCH (1,1) (sstd)		EGARCH (1,1) (sstd)		MS-EGARCH (1,1) (sstd)	
Ajustamento dos modelos												
	Estimado	p-valor	Estimado	p-valor	Estimado	p-valor	Estimado	p-valor	Estimado	p-valor	Estimado	p-valor
$\alpha_0^{(1)}$	-0,156	0,000	-0,818	0,000	-0,033	0,000	-0,170	0,000	-0,959	0,000	-0,289	0,000
$\alpha_1^{(1)}$	0,324	0,000	0,099	0,000	-0,032	0,000	0,068	0,000	0,329	0,000	0,258	0,000
$\alpha_2^{(1)}$	-0,045	0,000	-0,080	0,000	0,126	0,000	-0,047	0,000	0,117	0,000	0,292	0,000
$\beta^{(1)}$	0,903	0,000	0,907	0,000	0,994	0,000	0,977	0,000	0,795	0,000	0,954	0,000
$u_1^{(1)}$	2,513	0,000	2,616	0,000	2,676	0,000	1,119	0,000	4,071	0,000	2,431	0,000
$u_2^{(1)}$	1,245	0,000	-	-	1,134	0,000	-	-	1,122	0,000	18,993	0,000
$\alpha_0^{(2)}$	-	-	-0,722	0,000	-	-	-0,125	0,000	-	-	-0,210	0,000
$\alpha_1^{(2)}$	-	-	0,331	0,000	-	-	-0,074	0,000	-	-	0,032	0,000
$\alpha_2^{(2)}$	-	-	0,012	0,000	-	-	0,185	0,000	-	-	0,080	0,000
$\beta^{(2)}$	-	-	0,847	0,000	-	-	0,977	0,000	-	-	0,955	0,000
$u_1^{(2)}$	-	-	0,808	0,000	-	-	1,414	0,000	-	-	14,345	0,000
$u_2^{(2)}$	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	0,911	0,000
Persistência ¹	-	-	0,394	0,000	-	-	0,796	0,000	-	-	0,796	0,000
Persistência ²	-	-	0,392	0,000	-	-	0,524	0,000	-	-	0,083	0,000
$P_{1,1}$	-	-	0,393	-	-	-	0,720	-	-	-	0,290	-
$P_{2,2}$	-	-	0,607	-	-	-	0,279	-	-	-	0,709	-
Critério de informação usado para ajustamento e seleção dos modelos												
AIC			-932,686		-807,284		-806,655		-606,944		-612,816	
BIC			-887,503		-784,693		-761,473		-584,353		-560,104	

Nota: α_0 é uma constante, α_1 é o efeito ARCH, α_2 é o efeito de assimetria, introduzido pelo modelo EGARCH, β é a volatilidade passada, u_1 são os graus de liberdade da distribuição, e u_2 é a assimetria da distribuição de probabilidade estatística. Todos os coeficientes foram estimados para dois regimes diferentes, denominados Regime 1 e Regime 2. A matriz de transição é representada pelos parâmetros $P_{1,1}$ e $P_{2,2}$. AIC é o Critério de Informação de Akaike, e BIC é o Critério de Informação Bayesiano.

Fonte: Elaborado pelo autor (2019).

Analisando os modelos EGARCH (1,1), pode-se notar que todos os parâmetros estimados alcançaram significância estatística a 1%. O parâmetro do efeito ARCH α_1 apresentou um coeficiente estimado positivo nas séries do Bitcoin, Bitcoin Cash, EOS, Stellar, e negativo de baixa magnitude no Ripple. Ao analisar o efeito assimetria α_2 é possível observar a predominância de coeficientes próximos a zero, sejam positivos ou negativos. Avaliando o modelo apesar do parâmetro de assimetria ser estatisticamente significativo apresenta baixa ou quase inexistência deste efeito no modelos de regime único. A estimativa de β indica a persistência da volatilidade, o Bitcoin, Ripple e EOS apresentaram uma persistência maior do que o Bitcoin Cash e Stellar. Mesmo assim todos os modelos de regime único mostraram uma alta persistência de volatilidade em suas estimativas. Isso parece implicar que a volatilidade passada tende a conter informações preditivas sobre volatilidade futura nos modelos de regime único.

Ao observar os modelos MS-EGARCH (1,1), como acontece nos modelos individuais, todos os parâmetros alcançaram significância estatística a 1%. O modelo mostra um efeito ARCH α_1 positivo em todos as séries do primeiro regime com exceção do Ripple. Todavia no segundo regime, este efeito é negativo além do Ripple também no Bitcoin e EOS. Já o efeito assimetria α_2 , apresenta um coeficiente negativo no Bitcoin, Ethereum, Ripple e EOS, e positivo no Bitcoin Cash e Stellar, no primeiro regime. No segundo regime este parâmetro apresentou um coeficiente negativo no Bitcoin e Bitcoin Cash, e positivo nas demais criptomoedas.

A estimativa de β indica a persistência da volatilidade; Bitcoin apresenta maior persistência no segundo regime, já o Bitcoin Cash e EOS são menos persistentes neste regime, ou seja, há uma memória mais curta em seu processo de volatilidade. Ethereum, Ripple e Stellar não apresentam diferenças significativas entres os regimes. Ao avaliar os modelos com alternância de regime é possível observar que as séries apresentam regimes heterogêneos entre si, ou seja, não seguem um padrão. Essa evidência corrobora com os estudos de Hamilton (1989) o qual indica que modelos deste tipo tendem a captar a possibilidade de que a cada momento do tempo um número finito de regimes ou estados possam ocorrer.

Por fim, é possível observar as probabilidade de permanência $P_{1,1}$ ou mudança $P_{2,2}$ de regime através da matriz de transição. Bitcoin e Ripple apresentam alta persistência em permanecer no regime. Ethereum e Stellar alta probabilidade de mudar de regime. Bitcoin Cash e EOS apresentam probabilidade de permanência e mudança, mas em ambos os casos as probabilidades não apresentam magnitudes elevadas como nos demais casos. Esse resultado

confirma a proposição de que existem probabilidades de transição de um regime para outro estimadas endogenamente pelos modelos *Markov-switching* (HAMILTON, 1989; MENDONÇA; SANTOS; SACHSIDA, 2009; KROLZING, 2013).

As estimativas confirmam a existência de dois estados: o primeiro regime é caracterizado por um maior efeito ARCH e menos afetado por assimetrias, enquanto o segundo revela maior efeito da chegada de informações, ou seja, é mais sensível à choques assimétricos. Embora o Ripple e Stellar apresentem volatilidades semelhantes em ambos regimes o primeiro revela uma maior persistência. A mudança do comportamento dos preços entre períodos de alta e baixa volatilidade podem ser descritas como momentos condicionais aos estados (KROLZIG, 1997; HAMILTON, 1994), com transição entre os regimes de alta e baixa volatilidade ao longo do tempo. Neste modelo os parâmetros são condicionais aos estados, o que implica que a própria volatilidade é condicional aos estados de alta e baixa. Ou seja, mesmo a volatilidade possuindo uma natureza recursiva, ela depende das trajetórias de volatilidade nos próprios estados cujos parâmetros podem mudar ao longo do tempo de acordo com uma variável discreta latente, isto é, não observável.

As probabilidades de transição são todas significativas, mostrando que quase todos os regimes são particularmente persistentes. Estas evidências ao indicar a relevância dos modelos com alternância de regime, corroboram com o trabalho de Silva (2003) e Gaio e Pimenta Júnior (2012) que indicam que os modelos GARCH tradicionais mesmo incluindo características particulares verificadas em determinadas séries temporais não captam adequadamente algumas regularidades encontradas concernentes à persistência, ou memória longa em diferentes estados.

Para complementar a análise dos modelos de volatilidade foram geradas estimativas confiáveis de risco de perda, a partir do *Value-at-Risk*. O VaR é base para definir reservas para proteção contra risco de mercado por instituições financeiras. Dessa forma, foi realizado o processo para obter as previsões das estimativas do VaR para 100 passos à frente com reajuste dos parâmetros a cada passo. Deve-se destacar a escolha do nível de significância e do horizonte de tempo para os quais o VaR é trabalhado. As estimativas do VaR foram obtidas para $\alpha = 1\%$ e $\alpha = 5\%$.

Verificar se os modelos de cálculo de VaR estão perto da realidade é tarefa salutar para obtenção de respostas consistentes de estimativas de valor em risco. O instrumento mais utilizado para este fim é conhecido como *backtesting*, amplamente utilizado para comparar o histórico das perdas estimadas pelo VaR com os retornos observados. Além disso, é útil para identificar os pontos fracos dos modelos de previsão de risco, fornecendo ideias para melhorá-

los (DANIELSSON, 2011). Portanto, será salutar para avaliar o ajustamento dos modelos e qual deles possibilita uma melhor estimativa das perdas. De acordo com Roccioletti (2016) o *backtesting* pode ser utilizado de diferentes formas em finanças: i) avaliação do desempenho teórico, pressuposto de uma estratégia de negociação planejada; e ii) avaliação dos modelos de risco financeiro, através de dados históricos sobre previsões de risco e realizações de lucros e perdas.

Para testar a qualidade de estimação do VaR, por meio dos modelos EGARCH e MS-EGARCH, seguem descrito nas tabelas 10 e 11 as estatísticas dos testes LR proposto por Kupiec (1995), o teste de Christoffersen (1998), o teste de Quartil Dinâmico (DQ) de Engle e Manganelli (2004) e Desvio Absoluto (AD) de McAleer e da Veiga (2008). Adicionalmente está incluída a avaliação da previsão para as funções de perda incluindo o erro médio absoluto (MAE), média absoluta percentual dos erros (MAPE) e raiz quadrada do erro-médio (RMSE), quanto menor os valores, melhor o modelo.

Tabela 10 – *Backtesting* do VaR para cem passos à frente com nível de confiança de 95% e 99% para as séries temporais do mercado de criptomoedas e desempenho dos modelos de previsão de volatilidade com base nas funções de perda (período de 2 de agosto de 2017 a 25 de setembro de 2018, dados diários).

Testes	Bitcoin				Bitcoin Cash				EOS			
	EGARCH (1,1)		MS-EGARCH (1,1)		EGARCH (1,1)		MS-EGARCH (1,1)		EGARCH (1,1)		MS-EGARCH (1,1)	
	VaR				VaR				VaR			
	5%*	1%*	5%*	1%*	5%*	1%*	5%*	1%*	5%*	1%*	5%*	1%*
	Backtesting para o VaR											
Kupiec	2,428	2,010	2,428	2,010	2,428	2,010	0,976	0	0,225	0	0,976	2,010
Christoffersen	2,211	2,010	2,511	2,010	2,511	2,010	1,164	0,020	0,562	0,020	1,164	2,010
AE	0,400	0	0,400	0	0,400	0	0,600	1	0,800	1	0,600	0
Admean	0,022	-	0,021	-	0,038	-	0,048	0,004	0,046	0,002	0,055	-
Admax	0,023	-	0,031	-	0,057	-	0,076	0,004	0,097	0,002	0,082	-
DQ	2,042	0,969	2,102	0,969	2,140	0,969	4,051	0,822	1,031	0,500	3,323	0,969
	Capacidade Preditiva											
RMSE	0,004	0,001	0,005	0,001	0,008	0,002	0,011	0,001	0,013	0,002	0,013	0,002
MAE	0,004	0,001	0,003	0,001	0,006	0,002	0,006	0,001	0,007	0,002	0,008	0,002
MAPE	5,641	0,999	5,629	0,997	5,451	0,971	6,442	0,996	6,369	0,981	6,159	0,977

Nota: * estatisticamente significantes a nível de 5%; MAE é o erro médio absoluto, MAPE é a média absoluta percentual dos erros. RMSE é a raiz quadrada do erro-médio.

Fonte: Elaborado pelo autor (2019).

Tabela 11 – *Backtesting* do VaR para cem passos à frente com nível de confiança de 95% e 99% para as séries temporais do mercado de criptomoedas e desempenho dos modelos de previsão de volatilidade com base nas funções de perda (período de 2 de agosto de 2017 a 25 de setembro de 2018, dados diários).

Testes	Ethereum				Ripple				Stellar			
	EGARCH (1,1)		MS-EGARCH (1,1)		EGARCH (1,1)		MS-EGARCH (1,1)		EGARCH (1,1)		MS-EGARCH (1,1)	
	VaR				VaR				VaR			
	5%*	1%*	5%*	1%*	5%*	1%*	5%*	1%*	5%*	1%*	5%*	1%*
Backtesting para o VaR												
Kupiec	0,198	0	0,976	0	0	0	0,782	2,428	2,010	0,976	2,010	
Christoffersen	0,973	0,020	1,164	0,020	0,532	0,020	0,532	0,865	2,511	2,010	1,164	2,010
AE	1,200	1	0,600	1	1	1	2	0,400	0	0,600	0	
Admean	0,035	0,054	0,054	0,057	0,042	0,006	0,031	0,043	0,009	-	0,008	-
Admax	0,121	0,054	0,112	0,057	0,076	0,006	0,058	0,047	0,011	-	0,018	-
DQ	5,249	0,812	3,128	1,513	3,244	0,527	3,812	8,741	3,241	0,969	4,496	0,969
Capacidade Preditiva												
RMSE	0,013	0,005	0,012	0,005	0,011	0,001	0,010	0,006	0,006	0,002	0,006	0,001
MAE	0,006	0,002	0,006	0,002	0,006	0,001	0,006	0,006	0,006	0,002	0,005	0,001
MAPE	7,066	1,312	6,382	1,335	7,574	1,048	6,586	1,859	5,209	1,003	5,339	1,009

Nota: * estatisticamente significantes a nível de 5%; MAE é o erro médio absoluto, MAPE é a média absoluta percentual dos erros. RMSE é a raiz quadrada do erro-médio.

Fonte: Elaborado pelo autor (2019).

Buscou-se testar qual dos modelos de volatilidade possui melhor capacidade preditiva do *Value-at-Risk* das séries de retornos das principais criptomoedas. Os intervalos de confiança analisados para a estimação do *Value-at-Risk* foram, 95%, e 99%. O procedimento consiste em simular o modelo acima escolhido para toda a janela de amostra e testar se algum dado simulado ficou abaixo dos valores reais.

O teste de Kupiec (1995) considera apenas a proporção de violações, enquanto o teste de cobertura incondicional e condicional de excedência de risco de Christoffersen (1998) também leva em conta a dependência de violações. Os resultados das Tabelas 10 e 11 indicam que nenhum dos testes rejeitou, ao nível de significância de 5%, a hipótese nula de previsões de VaR corretamente. Ao avaliar o critério de QD nenhum modelo superou o outro, o que indica que nenhum modelo mostrou-se estatisticamente superior ao outro. Os critérios *Admean* e *Admax* revelam uma possibilidade maior de ocorrência de falhas no modelos ajustados em maior intervalo de confiança ($\alpha = 5\%$).

De um modo geral, considerando todo o período de *backtesting*, as estimativas previram adequadamente a perda esperada em quantis de 5% e 1%. Assim, os modelos de melhor ajuste podem ser usados para fornecer estimativas aceitáveis de valor em risco. No entanto, esse tipo de procedimento não garante que todas as violações do VaR sejam estatisticamente iguais às expectativas.

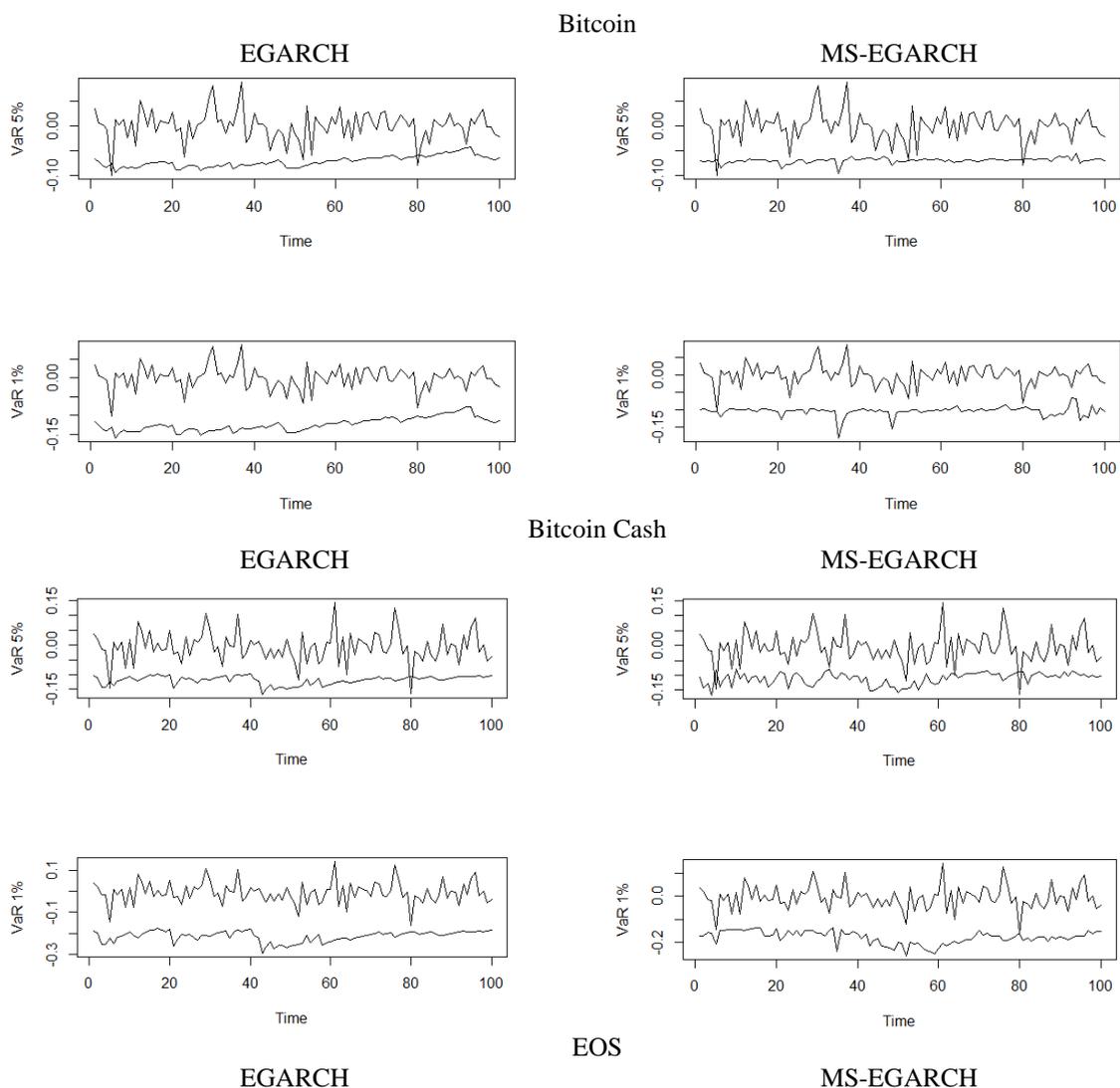
Após todas as previsões serem computadas e verificado o ajustamento do VaR iniciou-se o processo de comparação da capacidade preditiva dos modelos heterocedásticos por meio do cálculo das funções de perda. Em referência ao Bitcoin com o VaR ajustado em um intervalo de confiança em 95% o modelo MS-EGARCH apresentou uma melhor capacidade preditiva, o que pode ser observado em pelo menos duas funções de perda. Já com intervalo de confiança ajustado em 99% embora tenha apresentado perdas idênticas no RMSE e MAE, no MAPE embora com pequena magnitude revelam a superioridade do modelo MS-EGARCH.

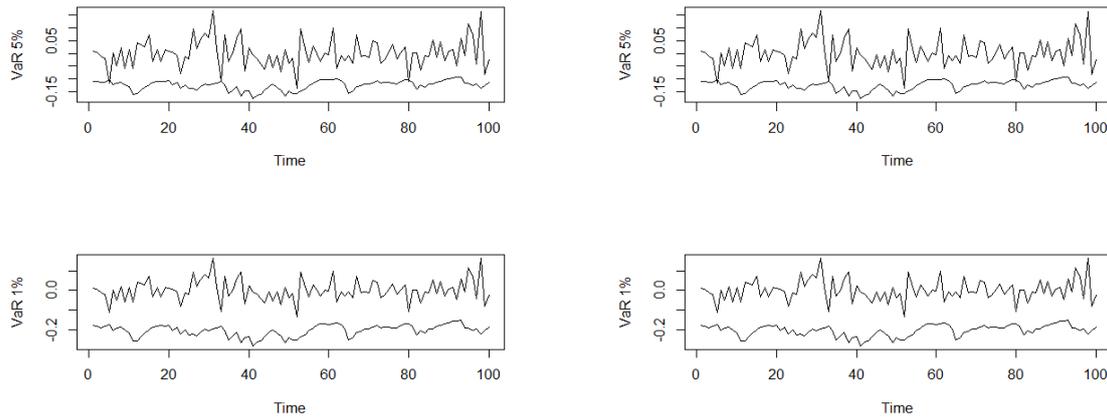
Já as evidências encontradas no Bitcoin Cash revelam que o modelo EGARCH e MS-EGARCH apresentaram um melhor desempenho em 5% e 1%, respectivamente. O EOS e Stellar não apresentaram mudanças relevantes em 5%, não sendo possível implicar um melhor modelo. Todavia em 1% o MS-EGARCH apresentou superioridade. Ethereum e Ripple apresentaram melhor desempenho do MS-EGARCH em 5% e do EGARCH em 1%.

A Figura 2 ilustra a relação entre as perdas observadas e previstas para os 100 passos à frente do VaR considerando um $\alpha = 5\%$ e $\alpha = 1\%$. É possível observar que em ambos os modelos houve violações entre o valor real e o previsto em 5%. A violação em 1% ocorreu

apenas na Ethereum em ambos os modelos, e no Ripple no modelo com mudanças de regime. A variação do percentil parece fundamental para análise de risco, já que as previsões em 1% apresentaram melhor adaptação, indicando bom ajuste dos modelos com alternância de regime.

Figura 2 - Valores previstos para os 100 passos à frente do VaR considerando um $\alpha = 5\%$ e $\alpha = 1\%$.





Fonte: Elaborado pelo autor (2019).

A atenção está voltada para a possibilidade e quantidade de ocorrências de perdas financeiras superiores às estimativas geradas através dos modelos de VaR. Através da inspeção visual pode-se notar que o MS-EGARCH superou os modelos do tipo EGARCH em 1%, indicando que este modelo é o mais adequado para estimação do valor em risco no quantil extremo de 1%, ou seja, o modelo com mudança de regime markoviano realizou uma previsão mais próxima da perfeição. Todavia, em 5% a ocorrência de perdas foi similar entre os modelos, independentemente do número de regimes houve uma superestimação do VaR, ou seja, ocorreram violações entre as perdas esperadas e previstas.

Estas evidências demonstram que os modelos com estruturas matemáticas mais complexas, que modelam características mais peculiares da volatilidade dos índices financeiros, possuem uma capacidade superior de previsão do VaR quando ajustados à um maior intervalo de confiança. Estes resultados encontram suporte na literatura, os estudos de Oliveira e Pereira (2017) e Ardia *et al.* (2018), por exemplo, encontraram evidências de que modelos deste tipo são precisos para prever retornos diários quando ajustados a intervalos de confiança que minimizam ao máximo a possibilidade de perdas.

Apesar de não existir um modelo de referência, o modelo com alternância de regime parece ser ligeiramente melhor considerando a maioria das funções de perda. No entanto, como não houve resultados estatisticamente robustos, não há como implicar que o modelo MS-EGARCH supera em grandes magnitudes o modelo EGARCH em um previsão única de 100 passos à frente. Ao invés disso, pode-se inferir os modelos com mudança de regime conseguem acomodar com mais precisão às propriedades dos retornos financeiros e das dinâmicas presentes em sua volatilidade.

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

O presente estudo propôs uma análise comparativa de alguns modelos de volatilidade condicional para o cálculo do *Value-at-Risk* (VaR) aplicado as principais séries financeiras do mercado de criptomoedas. Foram utilizados modelos de volatilidade condicional da família ARCH levando em consideração mudanças de regime markoviano. Em específico, utilizaram-se os modelos EGARCH e MS-EGARCH estimados a partir de quatro diferentes distribuições, Normal, Normal Assimétrica, *Student-t* e *Student-t* Assimétrica, para modelar e fazer previsões para as séries do Bitcoin, Bitcoin Cash, Ripple, Ethereum, EOS e Stellar.

As criptomoedas foram muito influenciadas pela especulação e alta variação de preços o que alterou fortemente a dinâmica destas séries. Em uma primeira análise verificou-se que embora em alguns momentos elas possam caminhar para uma direção comum, as séries apresentam diferentes comportamentos em seus preços ao longo do tempo, o que parece implicar que as observações seguem caminhos e intensidades heterógenas entre si.

Algumas criptomoedas recentemente passaram por um processo de valorização superior a outras como, o Bitcoin, Ethereum e Bitcoin Cash. No entanto, ainda há muita discussão sobre se as criptomoedas devem ser classificadas como moedas, ativos ou veículos de investimento. Neste trabalho as criptomoedas são tratadas em termos de ativos financeiros, onde a maioria dos usuários os negocia para fins de investimento, seja como investimento de longo prazo ou buscando obter lucro a curto prazo.

Usando os critérios de informação os resultados obtidos mostram que nenhuma das distribuições de probabilidade estatística testadas fornece o melhor ajuste em conjunto entre os dados para todas as criptomoedas. Em vez disso, foi verificado um comportamento distinto entre o modelo de regime simples e o modelo com mudanças de regime markoviano. No primeiro, houve uma predominância de ajuste da distribuição *Student-t* Assimétrica, enquanto que para o segundo houve pelo menos uma ocorrência de ajuste entre as quatro distribuições em pelo menos uma das criptomoedas, com maior acentuação em distribuições assimétricas.

Os modelos analisados nesta dissertação conseguiram detectar regimes com maior e menor sensibilidade a assimetrias. Também verificou-se que as criptomoedas apresentam regimes com menor e maior volatilidade. No entanto, não há um padrão bem definido, porque eles frequentemente não ocorrem nos mesmos períodos. Devido a essa extrema volatilidade, dificilmente devem ser consideradas como moedas reais como já destacado por Yermack (2013) e Glaser *et al.* (2014) e Peng *et al.* (2018).

A primeira contribuição desta dissertação foi testar a performance de um modelo de volatilidade com mudanças de regime markoviano para captar a dinâmica das séries temporais. Dessa forma, é possível considerar que estes modelos parecem ser bastante versáteis em aplicações práticas, já que conseguem modelar comportamentos variados e estimar probabilidades de cada regime ao longo do tempo, apresentando assim duas séries temporais não observadas; a série de volatilidade condicional e a série dos regimes.

Uma segunda contribuição é testar o impacto do método de estimativa no desempenho de previsão de risco. Para tal, foi avaliado a precisão dos modelos em termos do *Value-at-Risk* (VaR). As estimativas da volatilidade dos diferentes modelos foram comparadas por medidas de desempenho preditivo onde percebeu-se certa superioridade ao utilizar modelos heterocedásticos que possuem uma estrutura matemática mais complexa, especialmente quando ajustado em um maior intervalo de confiança. Este apontamento revela que os modelos que levam em conta características mais peculiares da volatilidade dos índices financeiros podem ser preferíveis aos modelos com estruturas matemáticas mais simplificadas, já que fornecem informações úteis a respeito dos parâmetros de cada uma das fases.

Esses resultados apresentam implicações para área de gerenciamento de risco. Analisar a volatilidade das criptomoedas é importante, além de termos de risco, também para fins de investimento financeiro, como instrumento de *hedge* ou de precificação. Dessa forma, esses resultados podem ser particularmente úteis para balizar decisões mais assertivas em relação a investimentos financeiros e aos potenciais benefícios e armadilhas da utilização de criptomoedas. Assim espera-se que os gerentes de risco ou investidores possam alocar seu capital com maior segurança.

Regulamentações e políticas envolvendo criptomoedas têm sido gradualmente intensificadas por diversos países e regiões (PAGLIERY, 2014; SAHOO, 2017). Esses resultados também podem ser úteis para governos e reguladores, que devem tratar as criptomoedas não mais como apenas uma novidade especulativa, mas como um ativo financeiro. Considerando o aumento dos preços e a capitalização de mercado é indispensável que os governos estabeleçam regulamentações adequadas para evitar uma futura crise no mercado de criptomoedas.

Finalmente estes resultados apresentam possíveis esclarecimentos que podem ajudar estudiosos e profissionais de mercado com uma visão ampla das características do mercado de criptomoedas, discutindo semelhanças e diferenças de seus padrões de risco e de volatilidade. Além disso, um modelo mais preciso para a previsão de volatilidade de criptomoedas pode ser

de interesse para as empresas que as aceitam como forma de pagamento, assim como potenciais investidores e *traders* desse mercado. Previsões mais precisas podem representar ainda uma medida de risco de curto prazo para avaliar com maior precisão a atratividade destes ativos em relação a investimentos alternativos.

Cumpramos informar que este trabalho não assume uma ferramenta única ou ideal para modelagem e previsão de riscos do mercado de criptomoedas. Ao invés disso, apresenta uma alternativa a ser considerada pelos usuários deste mercado. Por se tratar de ativos relativamente novos no mercado financeiro, sugere-se um aprofundamento do tema por meio de pesquisas futuras. Possíveis extensões poderiam incluir: i) análise com dados em alta frequência; ii) aplicações de *machine learning*; iii) utilizar distribuições não paramétricas ou semiparamétricas; iv) bem como a aplicação de outras medidas de risco.

REFERÊNCIAS

- ALARCON, C. **Avaliação de Modelos de Value-at-Risk para ações**. 2005. 144 p. Dissertação (Mestrado em Economia) – Instituto de Economia, Universidade Estadual de Campinas, Campinas – São Paulo, 2005.
- ALI, R.; CLEWS, R.; SOUTHGATE, J. **The economics of digital currencies**. Bank of England Quarterly Bulletin, 2014. Disponível em: <<https://www.bankofengland.co.uk/-/media/boe/files/digital-currencies/the-economics-of-digital-currencies>>. Acesso em 18 dez. 2017.
- ALLEN, L.; BOUNDOUKH, J.; SAUNDERS, A. **Understanding market, credit, and operational risk: the value at risk approach**. 1. ed. United States: Blackwell Publishing, 2004.
- AMARO, R. **Comparação da capacidade preditiva de modelos heterocedásticos através da estimação do value-at-risk**. 2016. 102 p. Dissertação (Mestrado em Administração) - Universidade Federal de Santa Maria - Santa Maria, 2016.
- AMENDOLA, A.; CANDILA, V. Evaluation of volatility predictions in a VaR framework. **Quantitative Finance**, v. 16, n. 5, p. 695-709, 2016.
- ANDREWS, D. Tests for parameter instability and structural change with unknown change point. **Econometrica**, v. 61, n. 4, p. 821-856, 1993.
- ANDREWS, D.; PLOBERGER, W. Optimal tests when a nuisance parameter is present only under the alternative. **Econometrica**, v. 62, n. 6, p. 1383-1414, 1994.
- AZZALINI, A. A class of distributions which includes the normal ones. **Scandinavian Journal of Statistics**, v. 12, n. 1, p. 171-178, 1985.
- BAEK, C.; ELBECK, M. Bitcoins as an investment or speculative vehicle? A first look. **Applied Economics Letter**, v. 22, n. 1, p. 30-34, 2015.
- BALCILAR, M. et al. Can volume predict bitcoin returns and volatility? A quantiles-based approach. **Economic Modelling**, v. 64, p. 74-81, 2017.
- BARIVIEIRA, A. et al. Some stylized facts of the Bitcoin market. **Physica A**, v. 484, p. 82-90, 2017.
- BARNDORFF, N.; HALGREEN, C. Infinite divisibility of the hyperbolic and generalized inverse Gaussian distributions. **Zeitschrift für Wahrscheinlichkeitstheorie und Verwandte Gebiete**, v. 38, n. 4, p. 309-311, 1977.
- BARTOS, J. Does bitcoin follow the hypothesis of efficient market?. **International Journal of Economic Sciences**, v. 4, n. 2, p. 10-23, 2015.
- BAUER, P.; HACKL, P. The use of mosums for quality control. **Technometrics**, v. 20, n. 4, p. 431-436, 1978.

BERNARDI, M.; CATANIA, L. The Model Confidence Set package for R. **CEIS Tor Vergata No. 362**, v. 13, n. 11, nov. 2015.

BEZERRA, P. **SVR-GARCH com misturas de kernels gaussianos**. 2016. 102 p. Dissertação (Mestrado em Administração) - Universidade de Brasília, Brasília, 2016.

BJERG, O. How is Bitcoin Money?. **Theory, Culture & Society**, v. 33, n. 1. p. 53-72, 2016.

BLACK, F. Studies of stock price volatility changes. **Proceedings of the Business and Economics Section of the American Statistical Association**, p. 177-181, 1976.

BLAU, B. Price dynamics and speculative trading in bitcoin. **Research in International Business and Finance**, v. 41, p. 493-499, 2017.

BOLLERSLEV, T. Generalized autoregressive conditional heteroskedasticity. **Journal of Econometrics**, v. 31, p. 307-327, 1986.

BOLLERSLEV, T.; ENGLE, R.F.; NELSON, D. Arch models. **Handbook of Econometrics**. 1. ed. United States: Elsevier, 1994, v. 4, cap. 49, editado por Engle, R.F e McFadden D.L, p. 2959-3038.

BOUOUIYOUR, J; SELMI, R. Bitcoin: a beginning of a new phase?. **Economics Bulletin**, v. 36, n. 3, p. 1430-1440, 2016.

BOUOUIYOUR, J.; SELMI, R.; TIWARI, A.-K. Is bitcoin business income or speculative foolery? new ideas through an improved frequency domain analysis. **Annals of financial economics**, v. 10, n. 1, p. 1-23, 2015.

BOURI, E.; AZZI, G.; DYHRBERG, A. H. On the Return-volatility Relationship in the Bitcoin Market Around the Price Crash of 2013. **Economics**, v. 41, p. 1-20, 2016.

BRAILSFORD, T.; FAFF, R. An evolution of volatility forecasting techniques. **Journal of Banking & Finance**, v. 20, n. 3, p. 419-438, 1996.

BRANCO, M.; DEY, D. A general class of multivariate skew-elliptical distributions. **Journal of Multivariate Analysis**, v. 79, n. 1, p. 99-113, 2001.

BRITO, J.; SHADAB, H.; CASTILLO, A. **Bitcoin Financial Regulation: Securities, Derivatives, Prediction Markets, and Gambling**. New York Law School, 2014. Disponível em: <https://digitalcommons.nyls.edu/cgi/viewcontent.cgi?article=1412&context=fac_articles_chapters>. Acesso em 02 dez. 2017.

BROWN, R.; DURBIN, J.; EVANS, J. Techniques for testing the constancy of regression relationship over time. **Journal of the Royal Statistical Society**, v. 37, n. 2, p. 149-163, 1975.

BUCHHOLZ, M. et al. **Bits and Bets: Information, Price Volatility and Demand for Bitcoin**, 2012. Disponível em: <<http://www.bitcointrading.com/pdf/bitsandbets.pdf>>. Acesso em 11 nov. 2017.

CHAN, S. et al. A Statistical Analysis of Cryptocurrencies. **Journal of Risk and Financial Management**, v. 10, n. 12, p. 1-23, 2017.

CHEAH, E.; FRY, J. Speculative bubbles in Bitcoin markets? An empirical investigation into the fundamental value of Bitcoin. **Economics Letter**, v. 130, pp. 32-36, 2015.

CHEN, M. Y. **Time Series Analysis: Conditional Volatility Models**. 1. ed. Taiwan: Department of Finance. National Chung Hsing University, feb. 2015. 47 p.

CHOW, G. Tests of equality between sets of coefficients in two linear regressions. **Econometrica**, v. 28, n. 3, p. 591-605, 1960.

CHOWDBURY, A. Is Bitcoin the "Paris Hilton" of the Currency World? Or are the early investors onto something that will make them rich? **The Journal of Investing Spring**, v. 25, n. 1, p. 64-72, 2016.

CHU, J. et al. GARCH Modelling of Cryptocurrencies. **Journal of Risk and Financial Management**, v. 10, n. 4, p. 2-15, 2017.

CIAIAN, P.; RAICANIOVA, M.; KANCS, D. **The Economics of Bitcoin Price Formation**. Disponível em: <<https://arxiv.org/ftp/arxiv/papers/1405/1405.4498.pdf>>. Acesso em 11 jan. 2018.

DAVIS, R. **ARMA-GARCH models applied to Exchange-Traded Funds**. Texas, United States: Department of Mathematical Sciences. The University of Texas At El Paso, 2012. Disponível em: <<https://digitalcommons.utep.edu/dissertations/AII1518216/>>. Acesso em 9 fev. 2018.

DICKEY, D.; FULLER, W. Likelihood ratio statistics for autoregressive time series with a unit root. **Econometrica**, v. 49, n. 4, p. 1057-1072, 1981.

DING, Z.; GRANGER, C.; ENGLE, R. A long memory property of stock Market returns and a new model. **Journal of Empirical Finance**, v. 1, p. 83-106, 1993.

DUFFIE, D.; PAN, J. An overview of value at risk. **The Journal of Derivatives**, v. 4, v. 3, pp. 7-49, 1997.

DWYER, G. The economics of bitcoin and similar private digital currencies. **Journal of Financial Stability**, v. 17, p. 81-91, 2015.

DYHRBERG, A. H. Bitcoin, gold and the dollar –A GARCH volatility analysis. **Finance Research Letters**, v. 16, p. 85-92, 2016.

ENGLE, R. Autoregressive conditional heteroscedasticity with estimates of the variance of United Kingdom inflation. **Econometrica**, v. 50, p. 987-1007, 1982.

ENGLE, R.; MANGANELLI, S. CAViaR: Conditional Autoregressive Value at Risk by Regression Quantiles. **Journal of Business & Economic Statistics**, v. 22, n. 4, p. 367-381, 2004.

FACHIN, O. **Fundamentos de metodologia**. 4. ed. São Paulo: Saraiva, 2013

FRANCO, P. **Understanding Bitcoin: Cryptography, Engineering and Economics**, Wiley, 2015.

FRANCQ, C.; ZAKOIAN, J. M. **GARCH Models: Structure, Statistical Inference and Financial Applications**. 1. ed. United Kingdom: Wiley, Chichester, 2010. 489 p.

FRASCAROLI, B. F; PINTO, T. C. Aspectos inovativos do Bitcoin, microestrutura de mercado e volatilidade de retornos. **Revista Brasileira de Economia de Empresas**, v. 16, n. 2, p. 49-70, 2016.

FRISBY, D. **Bitcoin: the future of money?**. London: Unbound, 2014.

FRY, J.; CHEAH, E. Negative bubbles and shocks in cryptocurrency markets. **International Review of Financial Analysis**, v. 47, p. 343–352, 2016.

GAIO, L. **Gestão de riscos no mercado financeiro internacional: uma análise comparativa entre modelos de volatilidade para estimação do Value-at-Risk**. 2009. 99 p. Dissertação (Mestrado em Administração de Organizações) - Faculdade de Economia, Administração e Contabilidade de Ribeirão Preto, FEA-USP/RP, Ribeirão Preto, São Paulo, Brasil, 2009.

GENÇAY, R.; SELÇUK, F.; ULUGÜLYAĞCI, A. High volatility, thick tails and extreme value theory in Value-at-Risk estimation. **Insurance: Mathematics and Economics**, v. 33, n. 2, p. 337-356, 2003.

GEWEKE, J. Modeling the persistence of conditional variances: a comment. **Econometric review**, v. 5, n. 1, p. 57-61, 1986.

GIOT, P.; LAURENT, S. Modelling daily Value-at-Risk using realized volatility an ARCH type models. **Journal of Empirical Finance**, v. 11, p. 379-398, 2004.

GLASER, F. et al. **Bitcoin - Asset or currency?**. Twenty Second European Conference on Information Systems, ECIS 2014. Disponível em SSRN: <<https://ssrn.com/abstract=2425247>>. Acesso em 11 fev. 2018.

GLOSTEN, L.; JAGANATHAN, R.; RUNKLE, D. On the relation between the expected value and the volatility of the nominal excess returns on stocks. **The Journal of Finance**, v. 48, p. 1779-1801, 1993.

GREENE, W. H. **Econometric analysis**. 5. ed. United States: Prentice Hall, 2002. 802 p.

GRINBERG, R. Bitcoin: An innovative alternative digital currency. **Hastings Science & Technology Law Journal**, v. 4, p. 160-211, 2011.

GÜNAY, S. Markov regime switching generalized autorregressive conditional heteroskedastic model and volatility modeling for oil returns. **International journal of energy, economics and policy**, v. 5, n. 4, p. 979-985, 2015.

HAAS, M., STEFAN, P.; PAOLELLA, M. A new approach to Markov-switching GARCH models. **Journal of Financial Econometrics**, v. 2, p. 493-530, 2007.

HANSEN, P.; LUNDE, A. A forecast comparison of volatility models: does anything beat a GARCH(1,1)? **Journal of Applied Econometrics**, v. 20, n. 7, p. 873-889, 2005.

HAYEK, F. **Denationalisation of Money: The Argument Refined**. Londres: London Publishing Partnership, 1976.

HIGGINS, M.; BERA, A. A class of nonlinear arch models. **International Economic Review**, v. 33, n. 1, p. 137-158, 1992.

JORION, P. **Value-at-Risk: The New Benchmark for Managing Financial Risk**. McGraw-Hill, New York, 1997.

JORION, P. **Value-at-Risk: The New Benchmark for Managing Financial Risk**, 3^a ed. McGraw-Hill, New York, 2007.

KATSIAMPA, P. Volatility estimation for Bitcoin: A comparison of GARCH models. **Economics Letters**, v. 158, p. 3-6, 2017.

KRISHNAMOORTHY, K. **Handbook of statistical distributions with applications**. 1. ed. United States: Boca Raton: Chapman & Hall/CRC, 2006. 344 p.

KRISTOUFEK, L. Bitcoin meets Google Trends and Wikipedia: Quantifying the relationship between phenomena of Internet era. **Scientific Reports**, v. 3, p. 1-7, 2013.

KRITZMAN, M.; PAGE, S.; TURKINGTON, D. Regime shifts: implications for dynamic strategies. **Financial Analysts Journal**, v. 68, n. 3, p. 22-39, 2012.

KWIATKOWSKI, D. et al. Testing the null hypothesis of stationarity against the alternative of a unit root. **Journal of Econometrics**, v. 54, p. 159-178, 1992.

MACÊDO, G. **O uso de cópulas para gestão de riscos**. 2012. 100 p. Tese (Doutorado em Administração) - Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2012.

MACIEL, L.; BALLINI, R. Modelagem e previsão do valor em risco com modelos de volatilidade baseada em variação: evidências empíricas. **Revista de Contabilidade & Finanças**, v. 28, n. 75, p. 361-376, 2017.

MALHOTRA, N. **Pesquisa de marketing: uma orientação aplicada**. 6. ed. Porto Alegre: Bookman, 2011.

MANGANELLI, S.; ENGLE, R. **Value at Risk Models in Finance**, 2001. Disponível em SSRN: <https://papers.ssrn.com/sol3/Papers.cfm?abstract_id=356220>. Acesso em 11 fev. 2018.

MARCUCCI, J. Forecasting stock market volatility with regime-switching GARCH models. **Studies in nonlinear dynamics & econometrics**, v. 9, n. 4, p. 1-55, 2005.

- MCNEIL, A. J.; FREY, R.; EMBRECHTS, P. **Quantitative Risk Management: Concepts, Techniques, and Tools**. 1nd. ed. United States: Princenton University Press, 2005. 538 p.
- MORETIN, P.; TOLOI, C. **Análise de séries temporais**. São Paulo: Edgard Blucher, 2004.
- MORETTIN, P. **Econometria financeira: um curso de séries temporais financeiras**. 1. ed. São Paulo, Brasil: Blucher, 2008.
- NECULA, C. Modeling heavy-tailed stock index returns using the generalized hyperbolic distribution. **Romanian Journal of Economics Forecasting**, v. 6, n. 2, p. 118-131, 2009.
- NELSON, D. Conditional heteroskedasticity in asset return: a new approach. **Econometrica**, v. 59, n. 2, p. 347-370, 1991.
- OSTERRIEDER, J.; STRIKA, M.; LORENZ, J. Bitcoin and cryptocurrencies - not for the faint - hearted. **International Finance and Banking**, v. 4, n. 1, p. 56-94, 2017.
- PAGLIERY, J. **Bitcoin and the Future of Money**. Triumph Books, Chicago, 2014.
- PANTULA, S. Modeling the persistence of conditional variances: a comment. **Econometric review**, v. 5, n. 1, p. 71-74, 1986.
- PENG, Y. et al. The best of two worlds: Forecasting high frequency volatility for cryptocurrencies and traditional currencies with Support Vector Regression. **Expert Systems With Applications**, v. 97, p. 177-192, 2018.
- PHILLIP, A.; CHAN, J.; PEIRIS, S. A new look at cryptocurrencies. **Economics Letters**, v. 163, p. 6-9, 2018;
- SADORSKY, P. Modeling and forecasting petroleum futures volatility. **Energy Economics**, v. 28, n. 4, p. 467-488, 2006.
- SAHOO, P, K. Bitcoin as digital money: Its growth and future sustainability. **Theoretical and Applied Economics**, v. 24, n. 4, 53-64, 2017.
- SCHWERT, G. Stock volatility and the crash of '87. **Review of financial studies**, v. 3, p. 77-102, 1990
- SELGIN, G. Synthetic commodity money. **Journal of Financial Stability**, v. 17, p. 92-99, 2015.
- SILVA, E.; MENEZES, E. **Metodologia da pesquisa e elaboração de dissertação**. Florianópolis, 2000.
- TAYLOR, S. J. **Modelling Financial Times Series**. 1. ed. United Kingdom: Wiley, Chichester, 1986. 296 p.
- URQUHART, A. The inefficiency of bitcoin. **Economics Letters**, v. 148, p. 80-82, 2016.

VALE, R.; AZZALINI, A. The centered parameterization and related quantities of the skew-t distribution. **Journal of Multivariate Analysis**, v. 113, p. 73-90, 2013.

VANDEZANDE, N. Virtual currencies under EU anti-money laundering law. **Computer Law & Security Review**, v. 33, p. 341-353, 2017.

WALCK, C. (2007). Handbook on statistical distributions for experimentalists (2^a ed.). Sweden: University of Stockholm, Stockholm.

WEBER, B. Bitcoin and the legitimacy crisis of money. **Cambridge Journal of Economics**, v. 40, n. 1, p. 1-25, 2014.

WENNSTRÖM, A. **Volatility Forecasting Performance: Evaluation of GARCH type volatility models on Nordic equity indices**. 2014. 61 p. Dissertação (Master of Science) - Department of Mathematics. Royal Institute of Technology (KTH), Stockholm, Sweden, 2014.

YARORA, L.; BRZESZCZYNSKI, J.; LAU, C. Intra-and- inter-regional return and volatility spillovers across emerging and developed markets: evidence from stock indices and stock index futures. **International Review of Financial Analysis**, v. 43, p. 96-114, 2016.

YERMACK, D. **Chapter 2 - Is Bitcoin a real currency? An economic appraisal**. Handbook of Digital Currency. p. 31-43, 2013.

ZAKOIAN, J. Threshold heteroskedastic models. **Journal of economic dynamics and control**, v. 18, p. 931-955, 1994.

ZHANG, Y.; WANG, J. Exploring the WTI crude oil price bubble process using the Markov regime switching model. **Physica A**, v. 42, n. 1, p. 377-387, 2015.