UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA MARIA
UNIVERSIDADE ABERTA DO BRASIL
CENTRO DE CIÊNCIAS NATURIAS E EXATAS
CURSO DE ESPECIALIZAÇÃO EM ENSINO DE MATEMÁTICA PARA O ENSINO MÉDIO

Beatriz Gehlen Giotti

ENSINO DA GEOMETRIA ESPACIAL CONSTRUINDO SUPERFÍCIES POLIÉDRICAS COM DOBRADURAS

Tapejara, RS
2016

Beatriz Gehlen Giotti

ENSINO DA GEOMETRIA ESPACIAL CONSTRUINDO SUPERFÍCIES POLIÉDRICAS COM DOBRADURAS

Trabalho apresentado ao Curso de Especialização Ensino da Matemática no Ensino Médio – Matemática na Prática, da Universidade Federal de Santa Maria (UFSM, RS), como requisito parcial para obtenção do grau de **Especialista em Ensino da Matemática no Ensino Médio.**

Orientadora: Viviane Cátia Köhler

Tapejara, RS,

2016

Beatiz Gehlen Giotti

ENSINO DA GEOMETRIA ESPACIAL CONSTRUINDO SUPERFÍCIES POLIÉDRICAS COM DOBRADURAS

Trabalho apresentado ao Curso de Especialização Ensino da Matemática no Ensino Médio – Matemática na Prática, da Universidade Federal de Santa Maria (UFSM, RS), como requisito parcial para obtenção do grau de **Especialista em Ensino da Matemática no Ensino Médio.**

Aprovado em 20 maio de 2016:

____
Viviane Cátia Köhler, Dra.
(Presidente/Orientadora)

____
Carmem Vieira Mathias, Dra.

____
Maria Cecília Pereira Santarosa, Dra.

Tapejara, RS
2016

AGRADECIMENTOS

A Deus por ter me dado saúde e força para enfrentar todos os obstáculos e superar as dificuldades.

A esta universidade, seu corpo docente, tutores, direção e administração que oportunizaram a busca de novos conhecimentos.

A minha orientadora Viviane, pela sua dedicação e atenção, sempre mostrando o melhor caminho, pelas suas correções e incentivos.

Aos meus familiares, por estarem sempre ao meu lado, pelo amor, incentivo e apoio.

Especialmente quero agradecer ao meu marido, amigo, companheiro, parceiro nos bons e maus momentos, por neste tempo em que me dediquei em aperfeiçoar meus conhecimentos, ter realizado o teu trabalho diário que não é pouco, e ainda ter assumido a minha parte nos afazeres do nosso lar, obrigada por estar sempre me apoiando, por se preocupar com o meu bem estar, e manter tudo no seu devido lugar, sua ajuda foi indispensável para que eu chegasse até aqui.

E a todos que direta ou indiretamente fizeram parte da minha formação, o meu muito obrigado.

RESUMO

ENSINO DA GEOMETRIA ESPACIAL CONSTRUINDO SUPERFICIES POLIEDRICAS COM DOBRADURAS

AUTORA: Beatriz Gehlen Giotti
ORIENTADORA: Viviane Cátia Köhler

Este trabalho apresenta uma proposta diferenciada, da que estamos acostumados, ao ensinar geometria espacial. A aula foi aplicada na turma do terceiro ano da Escola Estadual de Ensino Médio Marquês de Maricá em um município no interior do Rio Grande do Sul, o estudo partiu do pressuposto de instigar a capacidade intuitiva dos alunos quanto ao cálculo do volume dos poliedros. Inicialmente foi aplicado um questionário para avaliar o conhecimento prévio dos alunos em relação a geometria, logo após foi desenvolvida a aula utilizando frascos de diferentes formas e tamanhos onde foram analisados e discutidos quais deles eram poliedros, qual poliedro tinha maior e menor volume, em seguida cada aluno confeccionou um prisma quadrangular utilizando a técnica de dobradura e a partir deste prisma foi introduzido o estudo do volume de forma concreta. A última atividade com os alunos foi mostrar a relação entre o volume do Prisma e Pirâmide. Ao final dos trabalhos foi aplicado outro questionário para avaliar se os alunos conseguiram evoluir quanto ao conhecimento e se os objetivos foram alcançados.

Palavras-chave: Geometria. Poliedro. Prisma Quadrangular. Pirâmide. Volume.

ABSTRACT

TEACHING OF SPECIAL GEOMETRY BUILDING SURFACES POLYHEDRAL WITH FOLDING

AUTHOR: BEATRIZ GEHLEN GIOTTI
ADVISER: VIVIANE CÁTIA KÖHLER

This work presents a differentiated proposal, from the one that we are used to, teaching geometry space. The class was applied in the group of third year in a State School of Rio Grande do Sul high school, name Marquês of Maricá, the study started from presupposition of urging the students' intuitive capacity as for the volume calculation of the polyhedrons. At the beginning a questionnaire was applied to evaluate the students' previous knowledge in relation to geometry, after it was developed a classusing flasks in different ways and sizes where were analyzed and discussed which were polyhedrons, which polyhedron had larger and smaller volume of them, afterwards each student made a square prism using the folded technique and starting from this prism to study the volume in a concrete way was introduced. The last activity with the students was to show the relationship between the prism volume and Pyramid. At the end of the work other questionnaire was applied to evaluate the students development and the knowledge and if the objectives were reached.

Keywords: Geometry. Polyhedron. Square Prism. Pyramid. Volume.

LISTA DE FIGURAS

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO

A constante busca do conhecimento e o aperfeiçoamento da prática pedagógica é uma tarefa que exige dedicação e determinação, é com este pensamento que esse trabalho foi desenvolvido. Nele consta desde o planejamento, desenvolvimento até a aplicação de uma aula destinada para o Ensino Médio, sendo este o objeto de estudo para elaboração do trabalho de conclusão do Curso de Especialização de Ensino de Matemática no Ensino Médio da Universidade de Santa Maria.

Nos livros didáticos que o Ministério da Educação (MEC) disponibiliza nas escolas podemos observar sempre no prefácio a palavra ao professor que ele não deve fazer desta sua única fonte de pesquisa para seu planejamento, pois somente isso não é suficiente. Numa aula que utiliza somente o livro didático e a resolução de exercícios, muitas vezes, torna-se cansativa fazendo com que o aluno perca o interesse em participar e buscar conhecimento. Por outro lado quando ele é desafiado e envolvido no desenvolvimento da aula a participação do aluno é maior e acredita-se que a aprendizagem se torna sólida. Por isso recomenda-se que o livro seja usado como material mínimo a ser utilizado e o mesmo pode ser enriquecido com contextualizações regionais, para apresentar ao aluno que a matemática está presente em inúmeras situações do cotidiano, que ela não é somente mais um conteúdo que precisa ser decorado para ser aprovado na escola.

A organização curricular contempla uma ampla diversificação de estudos disponível, que estimulam, a partir de uma base comum, a reconstrução do conhecimento e mobilizam o raciocínio, a experimentação, a solução de problemas e outras competências cognitivas e superiores, oferecendo opções de acordo com as características de seus educandos e as demandas do meio social.

Diante disso, o professor precisa orientar o aluno a buscar diferentes formas de obter informações, formular questões, levantar hipóteses, expressar dúvidas, elaborar estratégias e buscar soluções, pois cada um possui facilidades específicas para reter informações, por exemplo, enquanto alguns se fixam mais em imagens, outros dão maior atenção às palavras.

. Nessa perspectiva foi proposto à construção de superfícies poliédricas a partir da contextualização matemática do dia a dia, diferentemente do que normalmente é proposto, onde o aluno faz inúmeros exercícios sem relacionar com o que ele realiza no dia a dia. Acredita-se que quando o aluno vivencia na prática o aprendizado passa ser mais prazeroso e não tão massacrante como muitas vezes a matemática é vista por alguns alunos. Desta forma, pretende-se desafiar os alunos a desenvolver a capacidade de pensar e criar conceitos referente a geometria de maneira informal aplicando seus conhecimentos, e posteriormente construir formalmente estes conceitos desenvolvendo a sua própria capacidade de buscar este conhecimento, e de "aprender a aprender".

Quando iniciei esta pós-graduação, na disciplina Desafio Geométrico, ao estudarmos a geometria dos ladrilhos percebi o modo de realizar um ensino onde os alunos pudessem ser participantes ativos da aula. Desde então passei a ter um olhar diferente nos lugares por onde passava, comecei a observar formas na natureza e no dia a dia que muitas vezes são despercebidas devido à vida corrida e atarefada ou até mesmo por não ter aprendido a olhar como a geometria está presente em quase tudo que nos rodeia.

Normalmente ao ensinar geometria em minhas aulas apresentava aos alunos às diferentes formas geométricas e suas características, sem relacionar com o cotidiano do aluno. Entretanto tive oportunidade de perceber que o desenvolvimento do pensamento geométrico ocorre quando propomos para o aluno atividades desafiadoras onde eles possam construir conhecimentos. Por isso procurei então buscar novas formas de abordar a matemática e o ensino da geometria com atividades práticas que envolvam a participação do aluno, pois como podemos perceber em muitas escolas os estudos que envolvem a geometria geralmente são feitos através do livro didático, muitas vezes o professor usa somente um livro, nem sempre desenvolve atividades práticas, isto é o que ocorre com a turma do terceiro ano em que pretendo aplicar minha aula inédita.

Foi possível refletir que na minha prática como professora, até então não explorava elementos do cotidiano do aluno associado a conteúdos matemáticos.

Para tanto foi planejada e desenvolvida uma aula onde se buscou mostrar ao aluno objetos do cotidiano, como frascos de diferentes formas, relacionando seus elementos, classificando-os quanto a sua nomenclatura, discutindo e analisando o volume destes frascos, propondo em seguida a confecção de um poliedro por meio de dobradura da técnica de origami. Partindo desta construção, foi realizado o estudo de suas propriedades, seus elementos, e estudo do volume de forma prática com o uso de outras formas que não fosse somente o quadro negro, oportunizando ao aluno não ser somente ouvinte, mas que ele pudesse participar do processo, expressar suas ideias, aplicar e ampliar seus conhecimentos, partindo do lúdico e da interação com o meio em que vivem.

No que se refere a avaliação, segundo o Projeto Político Pedagógico da escola onde o projeto foi desenvolvido, ela precisa contemplar três elementos: *a escola como um todo* - construindo coletivamente o processo educacional com exigências históricas, sociais e culturais, através do diálogo; *o aluno no seu desempenho* - visando desenvolver competências, habilidades e criatividade; *o professor como mediador* - proporcionando o conhecimento e realização de todos os envolvidos no processo de ensino-aprendizagem, através das práxis pedagógicas. Portanto percebe-se que a auto avaliação requer, dos sujeitos envolvidos no processo educacional, uma permanente reflexão e análise da própria prática.

O livro didático no qual os alunos do terceiro ano estudam matemática Dante(2009) no que se refere a Geometria o livro apresenta inicialmente uma introdução sobre o assunto poliedros, mostrando algumas figuras que satisfazem essa condição, ou seja são exemplos de poliedros, em seguida apresenta exercícios para que o aluno classifique as figuras.

O estudo da relação de Euler é verificado no referido livro didático da seguinte forma: mostra figura, seu nome, número de faces, aresta e vértices e após descreve a relação mostrando a fórmula; em seguida propõe atividades para que o aluno verifique se existe essa relação.

Em se tratando do estudo do volume Dante (2009) apresenta a ideia intuitiva de volume de um paralelepípedo, utilizando o cubo como unidade de medida, em seguida desenvolve um exemplo do cálculo do volume utilizando a fórmula e propõe exercícios através de problemas para o cálculo do volume, a maioria deles descreve somente as dimensões do poliedro, não mostrando o desenho do sólido para desenvolver o cálculo.

O livro didático citado não apresenta experimentos para o estudo do volume dos sólidos, esta experiência só possível vivenciar no material Matemática na Prática, e ao realizar os trabalhos propostos durante o curso de Especialização em Ensino de Matemática para o Ensino Médio, desta forma pude perceber o quanto é importante para a aprendizagem do aluno oferecendo a ele oportunidade de realizar experimentos, auxiliando o aluno a desenvolver sua criatividade, o senso de investigação, levantamento de hipóteses e estratégias, entre outras competências e habilidades recomendadas pelos PCN (BRASIL, 1997, p.81-82).

A Escola Estadual de Ensino Médio onde o trabalho foi realizado está localizada em um município na região norte do Rio Grande do Sul. Os habitantes do município, grande parte são descendentes de origem italiana, uma pequena parte de origem alemã e uma proporção menor de outras origens. A maioria da população é constituída por agricultores que moram em pequenas propriedades e praticam a agricultura familiar.

Segundo relatos de antigos moradores, essa escola, foi construída por volta do ano 1925 e atendia somente séries iniciais, no início de maneira informal. No ano de 1958 foi assinado o decreto de criação e denominada Escola Rural de Colônia Lângaro, em 1961 a escola passou a denominar-se Grupo Escolar Marquês de Maricá onde atendia somente as séries inicias. Em 1981 passou a denominar-se Escola Estadual de 1º grau Marquês de Maricá, atendendo o Ensino Fundamental completo; em dezoito de dezembro de dois mil a escola passou a denominar-se Escola Estadual de Ensino Fundamental Marquês de Maricá e somente em 2006 passou a se chamar Escola Estadual de Ensino Médio Marquês de Maricá atendendo então o Ensino Fundamental nos turnos da manhã e da tarde, e o Ensino Médio no turno da noite.

A referida escola, segundo seu PPP tem a seguinte filosofia: “Uma Educação libertadora, formadora de sujeitos críticos e transformadores da realidade, na perspectiva da construção de uma sociedade justa, democrática e humanista que considere o homem em sua relação com o meio e com os demais”. E possui como objetivo: “proporcionar aprendizagens que promovam o desenvolvimento do senso crítico, formando sujeitos ativos no meio social, que compreendam, atuem e transformem a realidade”.

A Escola atualmente possui um total de 169 alunos nos três turnos, sendo 43 alunos no turno da manhã (6º ao 9º ano), 27alunos no turno da tarde (1º ao 5º ano) e 99 alunos no Ensino Médio, no turno da noite, sendo que 34 alunos estão no 1ºano, 40 alunos no 2ºano e a turma do terceiro ano, turma em que apliquei minha aula composta por um total de 25 alunos. Periodicamente, Direção e Assistente Pedagógica realizam reuniões pedagógicas de planejamento para o andamento dos trabalhos.

Segundo a professora titular do terceiro ano, ao responder o questionário referente ao perfil da turma, todos os alunos possuem um bom relacionamento com colegas e professores, apresentam facilidade em apresentar trabalhos individuais ou em grupo, e costumam utilizar todos os recursos tecnológicos disponíveis. Têm uma boa atuação no Grêmio Estudantil da Escola e se envolvem nas atividades esportivas, culturais e sociais da escola. É uma turma dinâmica e organizada, onde se destacam, positivamente, várias lideranças, cada qual com suas habilidades.

A média de idade dos alunos que responderam o questionário é de 17 anos. Conforme podemos observar na tabela 1: 76% dos alunos têm 17 anos, 12% têm 18 anos, 8% dos alunos possuem16 anos de idade e 4% dos alunos possuem 19 anos de idade.

Tabela 1: Idade dos alunos que participaram da aula realizada na escola no dia 21 de setembro de 2015

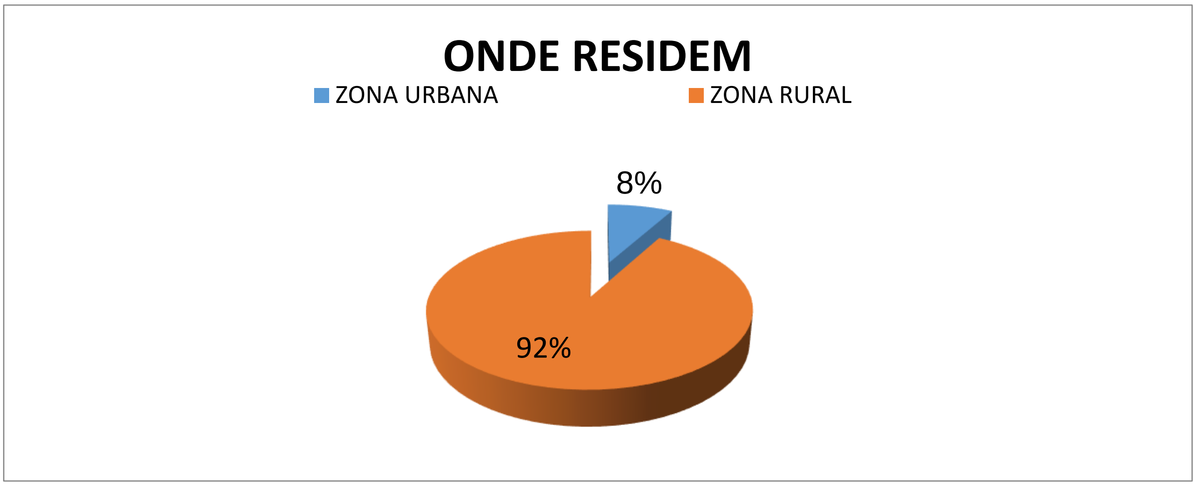
Idade (Anos)	Número de alunos	Porcentual Alunos (%)
16	2	8
17	19	76
18	3	12
19	1	4

Fonte: Dados coletados na aula do dia 21/09/2015

Do total de alunos dois moram na cidade e vinte e três deles moram no interior de Vila Lângaro e seus pais vivem e trabalham na agricultura, conforme apresenta a

Conforme podemos verificar na Figura 1 a grande maioria dos alunos provém de um contexto social vinculado à agricultura.

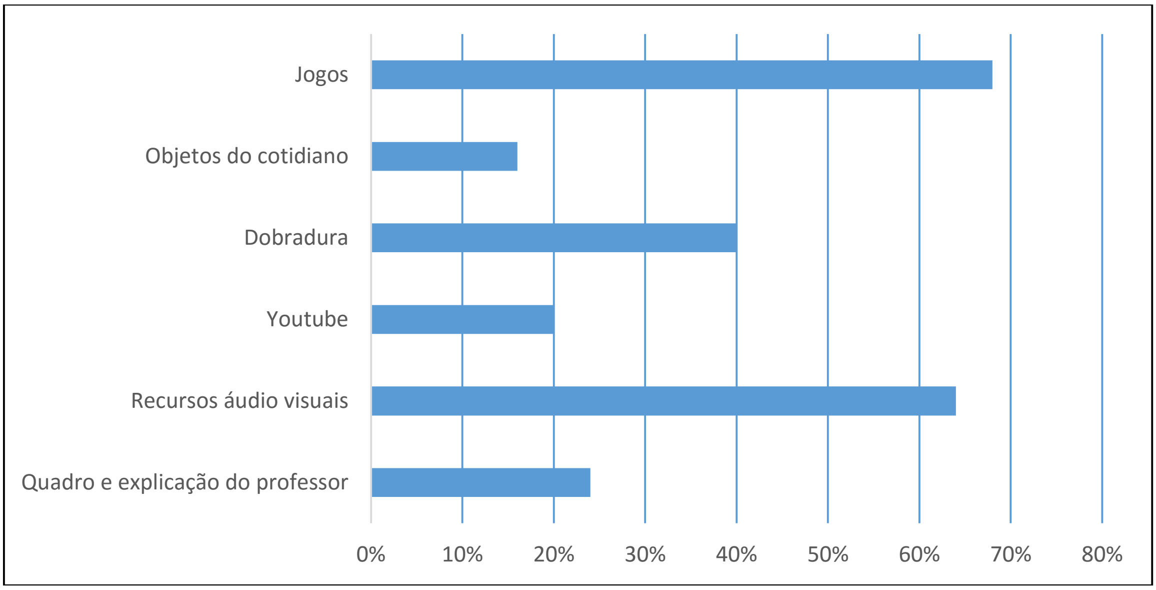
Figura 1 - Gráfico do percentual de alunos que vivem na zona rural e urbana.



Fonte: Elaborado pela autora.

Quando questionados sobre aulas de matemática que gostaram e marcou sua trajetória de estudante a maior parte destacou aulas com recursos áudio visuais, uso de jogos sobre o conteúdo estudado e pesquisa na internet sobre o conteúdo e apresentação de trabalhos, pois faz o aluno pensar mais, ter mais atenção, também aprendem e conseguem entender melhor o conteúdo, salientamos que o aluno podia marcar uma ou mais alternativa conforme se verifica no gráfico conforme Figura 2.

Figura 2 - Gráfico das atividades que os alunos vivenciaram e gostaram durante a aula de matemática.



Fonte: Elaborado pela autora.

A organização dos capítulos está da seguinte forma: no Capítulo 2 apresento Referencial Teórico onde consta um breve resgate da História da Geometria, que é o assunto escolhido para o planejamento da aula, também apresenta o estudo sobre Poliedros, sua classificação, seus elementos, suas propriedades bem como o estudo do volume de forma intuitiva com uso de material concreto. No Capítulo 3 consta o plano de aula que foi planejado e desenvolvido, destacando o que esperava que os alunos aprendessem e quais dificuldades enfrentariam.

Já no Capítulo 4 são descritos os principais momentos da aplicação das atividades, a participação e o envolvimento dos alunos, apresentando os resultados qualitativos e quantitativos da aplicação da aula e analisando o que deu certo e o que precisa ser alterado. E finalmente no Capítulo 5 apresento as considerações finais deste estudo e sugestões para trabalhos futuros, destacando o que precisa ser mudado e como pretendo realizar uma nova aplicação desta aula em outras turmas.

2 REFERENCIAL TEÓRICO

Nesse capítulo é apresentado no primeiro momento um pouco da sua História sobre como se constitui a Geometria e no segundo momento a fundamentação teórica da Geometria que irá ser trabalhada em sala de aula com os alunos. A terceira revisão feita nesse capítulo é sobre o ensino da Geometria tratando dos níveis de desenvolvimento do pensamento geométrico segundo o ponto de vista de alguns autores e segundo os Parâmetros Curriculares Nacionais.

2.1 História da Geometria

A geometria constitui a parte mais importante do currículo matemático do aluno, pois através do estudo, o aluno desenvolve um pensamento espacial, que possibilita a compreensão do mundo em que vivemos. (BRASIL,1998, p.51).

Segundo Dante (2009) existem evidências de que os babilônios desde o ano 2000 a.C. já haviam desenvolvido um conhecimento geométrico considerável. A palavra *Geometria* significa “medir terra”. No Egito, desde 1300 a.C. a Geometria já era utilizada por agrimensores para medir os terrenos e depois construir edificações. A existência das grandes pirâmides perto do Rio Nilo demonstra que eles conheciam muito sobre a geometria e as aplicavam muito bem. Tão famosa era a Geometria egípcia, que matemáticos gregos como Tales e Pitágoras viajavam de sua terra ao Egito para ver o que havia de novo.

Por volta de 600 a.C. filósofos e matemáticos gregos, entre aos quais Tales e Pitágoras, passaram a sistematizar os conhecimentos geométricos da época. Há quem afirme que a Geometria antes dos gregos era puramente experimental e que foram eles os primeiros a terem tal o raciocínio dedutivo de acordo com a observação.

De acordo com Dante (2009), foi com Euclides, matemático grego, que a Geometria se desenvolveu, e a cidade egípcia de Alexandria tornou-se o grande centro mundial da Geometria, por volta do século III a.C.

Euclides reuniu em treze volumes, a que chamou Elementos, grande parte do conhecimento sobre Geometria de seu tempo, sistematizando a grande massa de conhecimento que os egípcios haviam adquirido desordenadamente ao longo do tempo, o matemático deu ordem lógica e trabalhou a fundo as propriedades das figuras geométricas, as áreas e os volumes.

Segundo Dante (2009) os Elementos de Euclides tornaram-se um clássico logo após sua publicação. Desde o tempo de Arquimedes são feitas referências a essa obra, que foi considerada um texto básico no campo da Geometria. Considera-se que Euclides superou todos seus predecessores: fez a súmula de todos os teoremas de Eudoxus, aperfeiçoou os teoremas de Teatetus e montou demonstrações sólidas para temas que haviam sido demonstrados com pouco rigor. Conta a História que, quando Ptolomeu I perguntou a Euclides se não havia um caminho mais curto para a Geometria do que os Elementos, recebeu como resposta: “Não há uma estrada real para a Geometria”.

Dante (2009) destaca ainda que, para Euclides, a Geometria era uma ciência dedutiva que operava a partir de certas hipóteses básicas – os axiomas ou postulados. O “postulado das paralelas” de Euclides, por exemplo, era um axioma por isso não havia por que discuti-lo.

Porém, no século XIX os matemáticos começaram a discutir os axiomas, e verificaram que bastava pôr de lado o “postulado das paralelas” - viga-mestra da Geometria Euclidiana – para tornar possível o desenvolvimento de novos sistemas geométricos.

Segundo Dante (2009) o matemático Nicolai Lobaschevsky, (1792-1856) foi o primeiro a criar sua própria teoria; um outro mestre da Geometria, Bernhard Riemann (1826-1866), contribuiu não só para o desenvolvimento da Geometria e da Teoria dos Números como também para a Análise Matemática. Essas concepções, que se tornaram conhecidas pelo nome de “geometrias não-euclidianas”, permitiram às ciências exatas do século XX uma série de avanços, dentre os quais destaca-se a Teoria da relatividade de Einstein.

2.2 Ensino da Geometria

Para Soares (2010) a Geometria é em sua essência uma criação humana, ou seja, um conjunto de criações que resultam de formas que o ser humano encontra para:

- Transformar e representar o espaço em que vive;

- Planejar uma invenção neste espaço;
- Planejar a construção de um objeto;
- Exprimir ideias sobre o que percebe no ambiente;
- Promover o embelezamento de um objeto, de uma superfície ou de um ambiente;
- Representar o mundo em linguagem científica.

Muito antes de surgir qualquer consideração teórica sobre a Geometria, os homens foram aprendendo a adaptar coisas e espaços, procurando satisfazer suas necessidades.

Segundo pesquisa sobre ensino e a aprendizagem da Geometria, Hoffer (1981) afirma que “o estudo da Geometria não deveria ser marcado apenas por noções, conceitos e procedimentos, nem ao menos pelo conhecimento de termos e relações geométricas, mas também pelo desenvolvimento de habilidades geométricas.” O estudo do referido autor propõe, para o desenvolvimento mental da geometria, cinco habilidades básicas: visuais, verbais, de desenho, lógicas e aplicadas. Ao ler desenhos e esquemas estão desenvolvendo as habilidades visuais; quando relacionam a linguagem oral com a escrita, associando o nome correto com a figura a habilidade verbal está sendo desenvolvida. Já habilidade de desenho é desenvolvida ao expressar-se por meio de desenhos e diagramas, realizando desenhos com o auxílio da régua, compasso, esquadro e transferidor. Ao se analisar argumentos e definições, identificando se são válidas ou não, ao elaborar demonstrações está sendo desenvolvida a habilidade lógica, porém a capacidade de reconhecer a geometria em diferentes áreas como na arte, por exemplo, faz parte das habilidades aplicadas.

Antes da aprovação dos PCN no ensino da Geometria nas séries iniciais do Ensino Fundamental, os alunos apenas tinham que reconhecer as formas geométricas, e somente nas séries finais estudavam as figuras e suas propriedades.

No Brasil, com surgimento dos PCN (1997), a Geometria passou a ter grande importância no ensino indo muito além de nomear e identificar figuras, pois o mundo em que as crianças nascem e vivem é repleto de formas, as quais a criança vai percebendo desde cedo quando explora o espaço ao seu redor, desenvolvendo isso através do seu sistema visual. Ao chegar à escola as atividades de geometria, por sua vez, são importantes para que a criança adquira a percepção espacial, desenvolvendo então as habilidades relacionadas ao conhecimento do espaço e das formas, sendo que estas habilidades também ajudam a aprender a escrever, desenhar, ler mapas e esquemas, localizar-se no espaço e identificar tamanhos.

Todas essas habilidades têm sido denominadas como competência espacial e foram sintetizadas em uma definição por Gardner:

> A competência espacial focaliza a capacidade do indivíduo de transformar objetos em seu meio e orientar-se em meio a um mundo de objetos no espaço.Ligadas a essa competência de ser, ler e estar no espaço, temos a capacidade de perceber o mundo visual com precisão, efetuar transformações e modificações sobre as percepções iniciais e ser capazes de recriar aspectos da experiência visual mesmo na ausência de estímulos físicos relevantes. (GARDNER apud SMOLE, DINIZ E CÂNDIDO, 2003,p.15).

Os pesquisadores holandeses Dina e Pierre Van Hiele de acordo com Smole Diniz (2012) desenvolveram e publicaram, entre os anos 1950 e 1980, um modelo explicativo do desenvolvimento do sistema geométrico, no qual caracterizam os cinco níveis de compreensão da geometria conforme Quadro 1.

Segundo esses níveis o aluno desenvolve o pensamento geométrico gradativamente, precisando passar por todos eles sucessivamente. Para que a aprendizagem aconteça não é permitido pular um nível, talvez deva-se a esse fato a grande dificuldade que alguns alunos apresentam ao estudar geometria, é possível que nós professores não observemos e não avaliemos em que nível nosso aluno se encontra, pois, muitas vezes, apenas seguimos os conteúdos que devem ser cumpridos em cada ano letivo.

Diante de tudo isso podemos destacar a necessidade e a importância da análise do conhecimento prévio realizado na turma do terceiro ano do Ensino Médio, Ausubel (1982) afirma que para a construção das aprendizagens significativas implica a conexão ou vinculação do que o aluno sabe com os novos conhecimentos. Destacando desta forma que a maioria dos alunos do terceiro ano do Ensino Médio em que a aula foi aplicada tem um bom desenvolvimento do pensamento geométrico e condições de continuar evoluindo e desenvolvendo todas as habilidades descritas no Quadro 1.

Quadro 1 - Níveis de compreensão da Geometria

Nível 1	VISUALIZAÇÃO	O aluno reconhece visualmente uma figura geométrica, tem condições de aprender o vocabulário geométrico. Mas ele não reconhece ainda as propriedades de identificação de determinada figura.
Nível 2	ANÁLISE	O aluno identifica as propriedades de determinada figura, mas não compreende a inclusão de classes, ou seja por exemplo todo quadrado é um retângulo, ou que todo triângulo equilátero é um triângulo isósceles.
Nível 3	DEDUÇÃO INFORMAL	O aluno é capaz de fazer a inclusão de classes e acompanha uma prova formal, mas não é capaz de construir outra. Ele entende o significado de uma definição.
Nível 4	DEDUÇÃO FORMAL	O aluno é capaz de fazer provas formais e de raciocinar no contexto de um sistema dedutivo completo.
Nível 5	RIGOR	O aluno consegue comparar sistemas baseados em diferentes axiomas. É neste nível que as geometrias não euclidianas podem ser compreendidas.

Fonte: Diniz e Smole (2012, p. 26)

Para Machado (1990), a progressão dos níveis depende da escolha cuidadosa feita pelo professor quanto ao conteúdo e a metodologia de ensino, por isso primeiro deve ser identificando se o aluno reconhece as figuras, se sabe sua nomenclatura, desenvolvendo várias atividades com materiais para o aluno manusear, por exemplo, blocos lógicos ou outros, observando a espessura, desenvolvendo as habilidades através da visualização. Em seguida pode-se orientar o aluno, quanto ao trabalho com as figuras, a agrupá-las, classificá-las por cor, por forma, por tamanho, enfim propor atividades que levem o aluno a perceber as propriedades das figuras, estabelecendo relações entre as propriedades de objetos geométricos, avançando então para o nível da dedução formal.

Para auxiliar os alunos a avançar de nível o professor deve realizar questões que exijam justificativas e levantamento de hipóteses, desta forma os alunos terão condições de chegar ao nível da dedução formal, dominando o processo dedutivo e de demonstrações. O último nível chamado rigor, onde os alunos devem reconhecer as distintas relações entre diferentes sistemas, muitas vezes é abordado somente no nível superior.

Conhecer a teoria dos níveis ajuda a organizar o planejamento didático, o qual auxilia a aprendizagem, entretanto isso não quer dizer que o aluno deve ser classificado nesse ou naquele nível, o mais correto é realizar o planejamento a partir do conhecimento prévio, sem dificultar ou impedir que amplie e desenvolva novos conhecimentos.

Assim a tarefa da escola é proporcionar que o aluno consiga evoluir dentro dos níveis, desenvolvendo um trabalho em que o aluno precise, com o uso de materiais, investigar, explorar, comparar e manipular diferentes situações da geometria, percebendo e relacionando as partes deste objeto com suas propriedades geométricas, adquirindo assim o conhecimento, a linguagem matemática e desenvolvendo as habilidades relacionadas a esse estudo, conseguindo, dessa forma, avançar os cinco níveis descritos anteriormente.

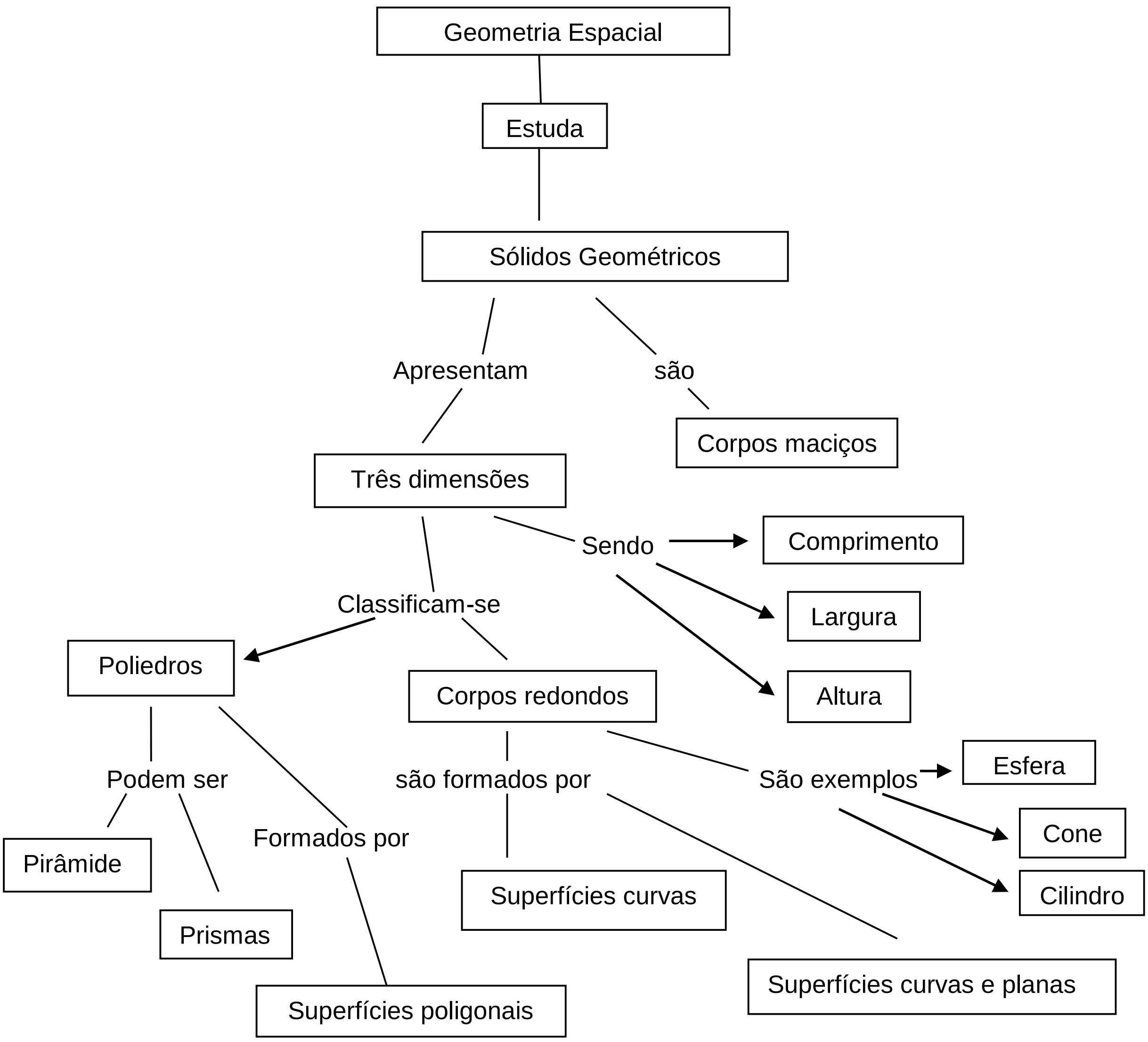
Segundo a teoria de Ausubel quanto mais se relaciona o novo conteúdo de maneira substancial e não arbitrária com conhecimentos prévios, mais próximo se está da aprendizagem significativa. Quanto menos se estabelece esta relação mais próxima se está da aprendizagem repetitiva ou mecânica, talvez deva-se a esses fatos a dificuldade apresentada e o não entendimento do conteúdo pelos alunos e não somente a pouca participação e a distração. Baseado em Ausubel será então aplicado um questionário antes da aplicação da aula avaliando o conhecimento prévio dos alunos referentes a Geometria.

Uma forma interessante de trabalhar assuntos referentes à matemática são os mapas conceituais, que são diagramas que indicam relações entre palavras, os quais representam conceitos, ideias e ações sobre determinado tema, por exemplo, Geometria Espacial, levantando as relações possíveis e significativas sobre o tema, tendo assim uma visão mais ampla do todo .Os mapas conceituais têm por objetivo representar relações significativas entre conceitos na forma de proposições. Uma proposição é constituída de dois ou mais termos conceituais unidos por palavras para formar uma unidade semântica (NOVAC;GOWIN,1988).

O mapa conceitual foi um ponto de partida para o planejamento deste trabalho sobre Geometria, colaborando para o entendimento da temática estabelecendo as relações e os conceitos sobre o tema.

Partindo do mapa conceitual da Figura 3, foi possível explorar, vários conteúdos e conceitos da geometria durante o planejamento da aula. O mapa conceitual permitiu ter uma visão ampla sobre o assunto.

Figura 3 - Mapa conceitual de Geometria Espacial



Fonte: Elaborado pela autora

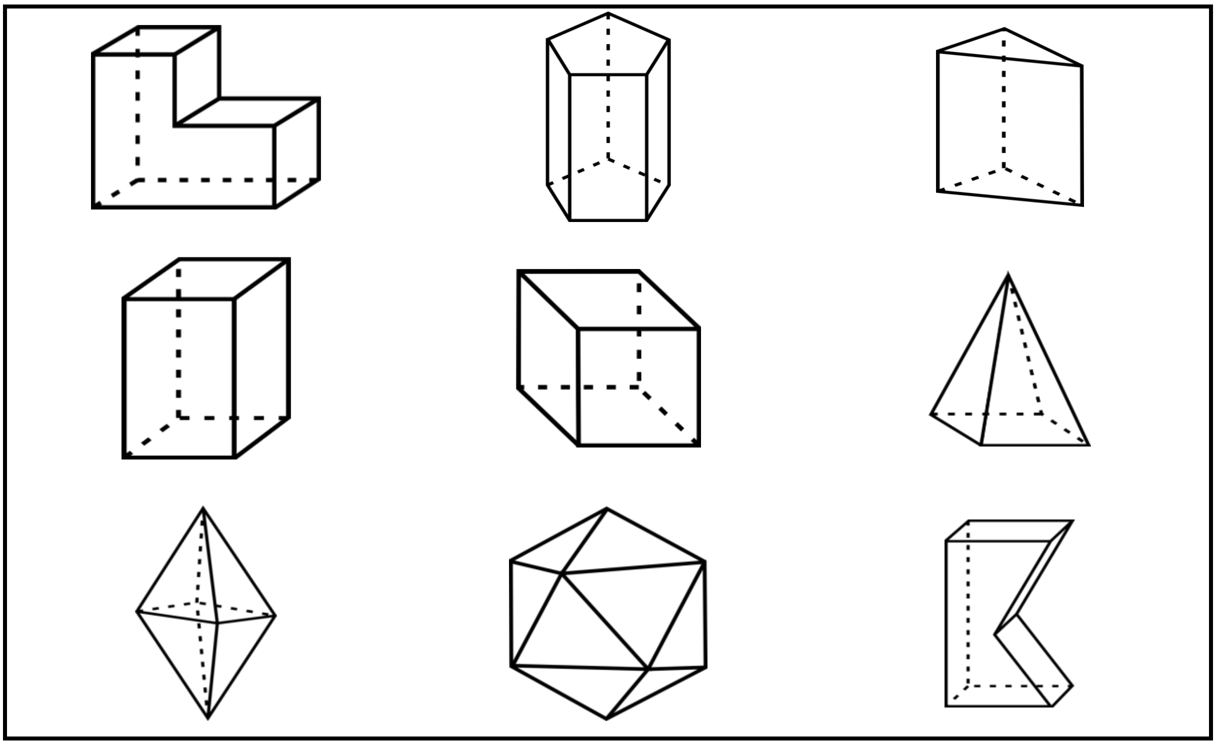
2.3 Conceitos básicos de Geometria Espacial

Segundo Dante (2009) uma região poligonal é a reunião de um número finito de regiões triangulares não-sobrepostas e coplanares (estão no mesmo plano). Uma região poligonal pode ser decomposta em várias regiões triangulares e isto pode ser feito de várias maneiras.

Duas ou mais regiões poligonais são não-sobrepostas quando a interseção de duas regiões quaisquer, é vazia, é um conjunto finito de pontos, é um segmento de reta ou é um conjunto finito de pontos e um segmento de reta.

Para Dante(2009) um poliedro é formado pela reunião de regiões poligonais planas não-sobrepostas chamadas faces e a região do espaço limitada por elas. A Figura 4 apresenta exemplos de poliedro.

Figura 4 - Exemplo de poliedros

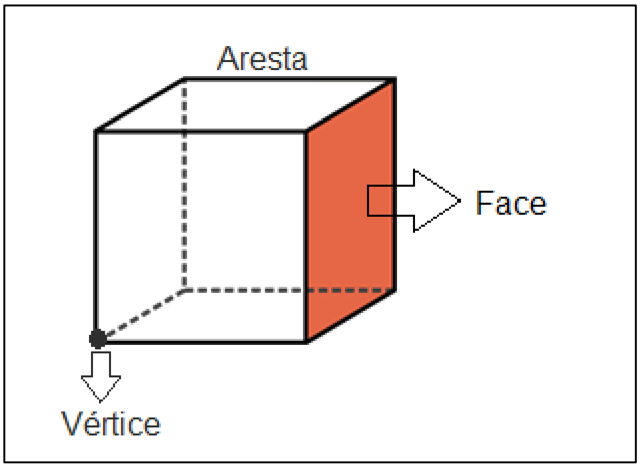


Fonte: Elaborado pela autora

Cada lado de uma dessas regiões poligonais é também lado de uma outra única região poligonal. A intersecção de três faces quaisquer é uma aresta.

Cada lado de uma região poligonal, comum a duas faces, é chamado aresta do poliedro e cada vértice de uma face é um vértice do poliedro. Cada vértice do poliedro é um ponto comum a três ou mais arestas. A figura 5 apresenta os elementos do poliedro, que é aresta, face e vértice.

Figura 5 - Elementos de um poliedro



Fonte: Elaborado pela autora.

Os poliedros podem ser convexos e não convexos, que são definidos como sendo:

- ✓ Poliedro convexo: Um poliedro é convexo quando o segmento que liga dois de seus pontos está sempre contido nele ou seja, um poliedro é convexo se qualquer reta r conforme figura 6 (a) apresenta (não paralela e nenhuma de suas faces) o corta, no máximo, dois pontos e essa reta está totalmente dentro do poliedro.
- ✓ Poliedro não-convexo: Um poliedro é não convexo quando o segmento que liga dois de seus pontos não está totalmente contido nele, ou seja, a reta possui um segmento $\overline{RS}$ e$\overline{TU}$ estão dentro do poliedro e o segmento $\overline{ST}$ fora e novamente dentro.

A Figura 6 apresenta as características de um poliedro convexo e não-convexo. Onde em Figura 6 (a) podemos observar que:

- Uma aresta é sempre comum a apenas duas faces.
- Cada face está contida em planos diferentes.

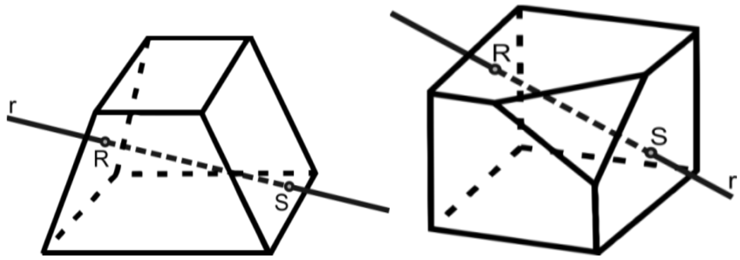
Logo é um exemplo de Poliedro Convexo.

Na Figura 6 (b):

- O plano de pelo menos uma face divide o poliedro em duas ou mais partes.

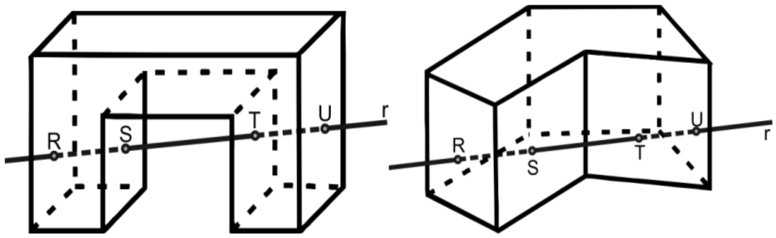
Sendo nesse caso um exemplo de Poliedro não-convexo.

Figura 6 - Exemplos de poliedro convexo e não convexo



(a)

Observa-se que R e S ficam dentro da superfície poliédrica



(b)

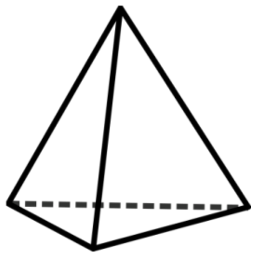
Obs: Observa-se que entre S e T ficam fora da superfície poliédrica

Fonte: Elaborado pela autora

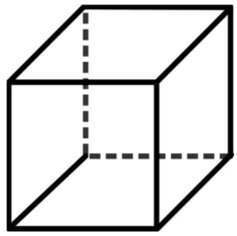
Segundo Dante (2009) um poliedro é regular quando todas as faces são regiões poligonais regulares e congruentes e em todos os vértices possui o mesmo número de arestas. A figura 7 apresenta exemplos de poliedros regulares que são poliedros de Platão.

Conforme estudamos no Modulo II na disciplina de Geometria Espacial podemos encontrar poliedros regulares com qualquer número de lados, mas os chamados poliedros de Platão têm como faces polígonos regulares de um mesmo tipo e o número de faces que concorrem em cada vértice é sempre o mesmo em todo o poliedro.

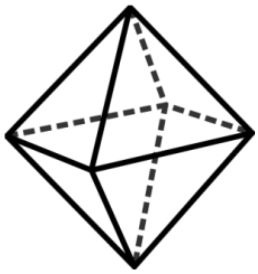
Figura 7 - Exemplos de poliedros regulares



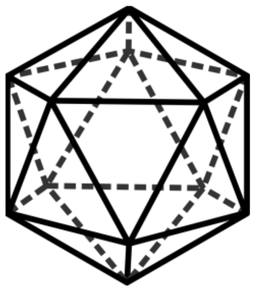
(a) Tetraedro Regular



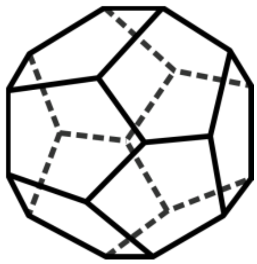
(b) Hexaedro regular



(C)Octaedro regular



(d) Icosaedro regular



(e) Dodecaedro regular

Fonte: Elaborado pela autora

Os poliedros já eram conhecidos desde a antiguidade, mas a relação entre faces, arestas e vértices só foi observada no século XVIII por Leonard Euler(1707-1783), que foi um matemático suíço que descobriu o teorema que é aplicável a todos os poliedros convexos.

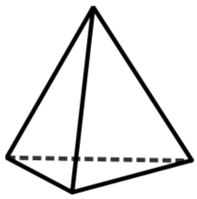
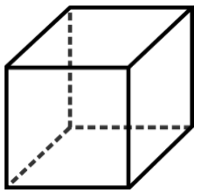
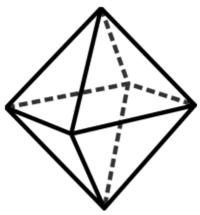
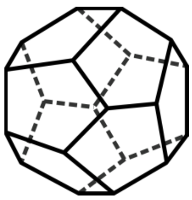
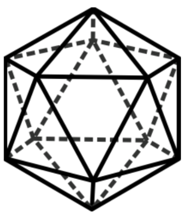
A fórmula de Euler indica que: o número total de vértices de qualquer poliedro convexo, somado ao número total de faces, será igual ao total de arestas somado de duas unidades. Em qualquer poliedro convexo, onde o número de vértices (V), arestas (A) e faces (F), respectivamente, tem-se:

$$V-A+F = 2$$

Que também pode ser escrito como:

$$V+F = A+2$$

Quadro 2 - Poliedros de Platão com suas nomenclaturas e respectivos elementos

Figura	Nome	Tipo de faces	Nº de faces	Nº de arestas	Nº de vértices
	Tetraedro	Triângulo	4	6	4
	Hexaedro	Quadrado	6	12	8
	Octaedro	Triângulo	8	12	6
	Dodecaedro	Pentágono	12	30	20
	Icosaedro	Triângulo	20	30	12

Fonte: Elaborado pela autora.

Porém a fórmula de Euler é válida também para alguns casos de poliedros não convexos. O Quadro 2 nos mostra os Poliedros de Platão sua nomenclatura e seus elementos (faces, vértices e arestas).

Demonstração da fórmula de Euler:

Teorema (da relação de Euler) . Se P é um poliedro com V vértices, A arestas e F faces, então vale que

$$V - A + F = 2$$

Para prova do teorema, iremos usar o seguinte:

Lema: Todo poliedro pode ser triangularizado de maneira tal que V – A + F se mantenha constante.

Demonstração: Seja P um poliedro qualquer. Suponha que P não seja triangularizado. Seja f uma face não-triangular e suponha que o número de arestas em f é n.

Considere um vértice v de f. Para cada vértice de f diferente de v e não-adjacente a v, trace uma nova aresta ligando v a tal vértice. Como existem n-3 tais vértices, adicionaremos n-3 arestas. Isto nos dá uma triangularização de f. Além disso, n-3 faces foram adicionadas, pois cada vez adicionamos uma aresta, uma face existente é repartida em duas.

Como o processo acima não adiciona nenhum vértice e a quantidade de arestas adicionadas é igual a quantidade de faces adicionadas, temos que V – A + F não se altera. Uma vez que fazemos isto para qualquer face não-triangular de P , podemos triangularizar todas as faces não-triangulares de P de modo que V – A + F não se altera. Isso conclui a prova do lema.

O lema acima nos permite provar o teorema somente para a classe dos poliedros triangulizados. Sim, pois se P é um poliedro qualquer, se tivermos que a relação de Euler é valida para uma triangularização de P, teremos ela também é valida para P, já que o lema nos assegura que V – A + F não altera na triangularização P. Então, iremos provar o teorema apenas para poliedros triangularizados.

Com essa base é possível fazer a prova do teorema.

<u>Demonstração</u>: Seja P um poliedro triangularizado com V vértices, A arestas e F faces. Provamos por indução em F, o número de faces do poliedro. O menor número de faces de um poliedro é 4, e o poliedro triangularizado com 4 faces é um tetraedro. Daí, a relação de Euler é verificada neste caso.

Suponha que F > 4 e que a relação de Euler é válida para todo poliedro triangularizado com menos de F. Seja f uma face qualquer de P. Considere P’ obtido colapsando os três vértices de f num único vértice.

Temos que P’ terá 2 vértices a menos que P (os três vértices de f se tornarão um só), 4 faces a menos (além de f, as três faces adjacentes a f colapsarão numa única aresta, cada) e 6 arestas a menos (além das 3 arestas de f, temos as arestas das faces adjacentes a f, na qual numa só, nos retornando 3 arestas no final do processo).

Como P’ tem menos de F faces e ainda é um poliedro triangularizado, a relação de Euler é valida para P’ de modo que temos

$$(V-2)-(A-6)+(F-4)=2$$

Que é equivalente a: $V - A + F = 2$

Quadro 3 - Aplicação da Relação de Euler nos poliedros de Platão

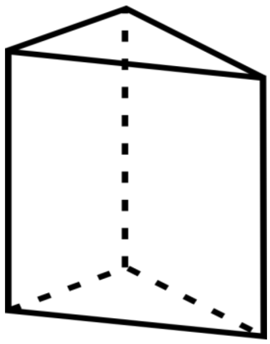
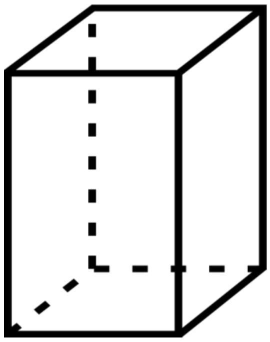
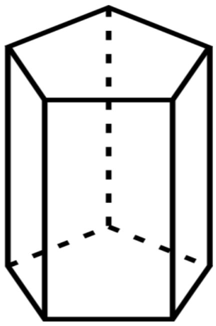
Nome	Nº de faces F	Nº de vértices V	Nº de arestas A	Relação de Euler V+F = A+2
Tetraedro	4	4	6	4+ 4 = 6 +2 8 =8
Hexaedro	6	8	12	8 + 6 = 12 + 2 14 = 14
Octaedro	8	6	12	6 + 8 = 12 + 2 14 = 14
Dodecaedro	12	20	30	20 + 12 = 30 +2 32= 32
Icosaedro	20	12	30	12 + 20 = 30 +2 32= 32

Fonte: Elaborado pela autora.

Nos poliedros de Platão apresentados, conforme mostra o Quadro 2 podemos aplicar a Relação de Euler e observamos que eles satisfazem a relação de Euler no Quadro 3.

O Prisma é um poliedro convexo quando duas faces são polígonos congruentes. Os prismas recebem nomes de acordo com o tipo de polígono que formam suas bases. Um prisma é quadrangular quando suas bases são quadriláteras segundo Dante (2009). Conforme Figura 9 são apresentados alguns prismas e sua classificação quanto ao formato da base.

Figura 8 - Prismas: classificação quanto à base

CLASSIFICAÇÃO DE UM PRISMA QUANTO A BASE		
 (a) Prisma Triangular	 b) Prisma Quadrangular	 (c) Prisma Pentagonal

Fonte: Elaborado pela autora

No próximo subcapítulo é apresentado detalhes de como foi trabalhado o estudo do volume, após os alunos reverem conceitos básicos de Geometria Espacial.

2.4 Metodologia utilizada na Aula

Em se tratando do estudo do volume, Lucas (2013) apresenta uma proposta na qual disponibiliza orientações para auxiliar professores e alunos a utilizar recursos com o trabalho com dobradura para construção de poliedros regulares e prismas, permitindo que ao manusear a construção feita pelos alunos eles possam analisar as características, as propriedades e elementos que são objetos de estudo de conceitos referentes á geometria.

Segundo Lucas (2013) para que o ensino da matemática auxilie na formação do aluno é fundamental trabalhar temas em que encontre na matemática uma ferramenta importante para que os alunos compreendam, considerando que a construção do poliedro utilizando a técnica origami é um ótimo instrumento para o estudo da geometria. Com materiais simples, de baixo custo e com a criatividade, os alunos podem construir desde um simples polígono até um sólido geométrico como, por exemplo, o prisma quadrangular, proporcionando ao educando construir seu próprio conhecimento, como podemos ver na Figura 8, que apresentam a superfície de um prisma quadrangular construído utilizando dobradura.

Figura 9 - Superfície de um Prisma Quadrangular utilizando dobradura

Fonte: Foto tirada no dia 22/09/2015 na escola Marquês de Maricá.

O uso do material dourado é uma forma concreta de mostrar o volume de alguns sólidos, pois através do material o aluno pode manusear, construir e visualizar diferentes formas e calcular, sem a utilização de fórmulas, o volume dos poliedros que construiu.

Segundo Machado (1986) o material dourado é um dos materiais idealizados pela médica educadora Maria Montessori, ele tem como foco o trabalho com matemática. A grande contribuição de Maria Montessori à pedagogia foi a tomada de consciência da criança, percebendo que estas respondiam com entusiasmo e rapidez aos estímulos para realizar a tarefa, experimentando a autonomia e exercitando as habilidades motoras. Para ela a educação se desenvolve em etapas gradativas, respeitando as fases da criança, através do processo de observação e dedução constante.

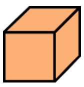
Segundo Montessori (apud MACHADO 1986, p. 80) “Educar é liberar o potencial da criança para que ela se autodesenvolva”, desse modo é importante ressaltar que esse autodesenvolvimento não ocorre sozinho, mas é mediado pelo professor que orienta e atua para que o mesmo aconteça de forma coerente.

O uso do material concreto em sala de aula, como o material dourado, por exemplo, desenvolve a independência, a confiança em si mesma, a concentração, a ordem e a coordenação, levando gradualmente a criança a resolver abstrações cada vez maiores como, por exemplo, os cálculos de volume.

Para medir a quantidade de espaço ocupado por um sólido, é preciso comparar ele com uma unidade de volume. O resultado dessa comparação é o número que exprime quantas vezes o sólido contém a unidade de volume. Assim pode-se dizer que esse número é a medida do volume.

A Figura 10 apresenta o desenho de uma unidade de medida do volume. Estabelecendo o cubo como unidade de medida de volume, o cubo cuja aresta mede uma unidade de comprimento, qualquer cubo cuja aresta mede 1 terá por definição volume igual a 1. Então podemos calcular o volume de um sólido retangular pelo produto das suas dimensões conforme Dante (2009).

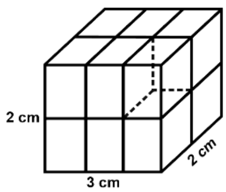
Figura 10 - Cubo utilizado como unidade de medida



Fonte: Elaborado pela autora

Por exemplo, o volume do sólido da Figura 11 é de 12 unidades de volume. Partindo das deduções com material, então será possível apresentar a fórmula para cálculo do volume dos sólidos de maneira que o aluno entenda o porquê de a fórmula ter que ser desta maneira, e não simplesmente a partir da fórmula pronta de maneira tradicional.

Figura 11 - Volume de um sólido utilizando o cubo como unidade de medida



Fonte: Elaborado pela autora

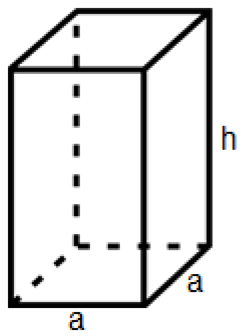
O volume do prisma quadrangular, onde a base possui medida *a* e altura é dada por *h*, conforme Figura 12 apresenta um prisma quadrangular, podemos determinar seu volume multiplicando a área da base pela sua altura.

$$V = A_b * h$$

$$V = a * a * h$$

$$V = a^2 * h$$

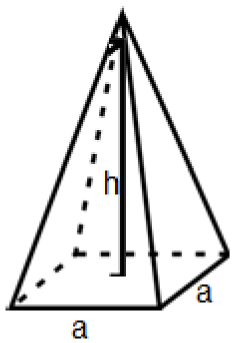
Figura 12 - Prisma quadrangular



Fonte: Elaborado pela autora

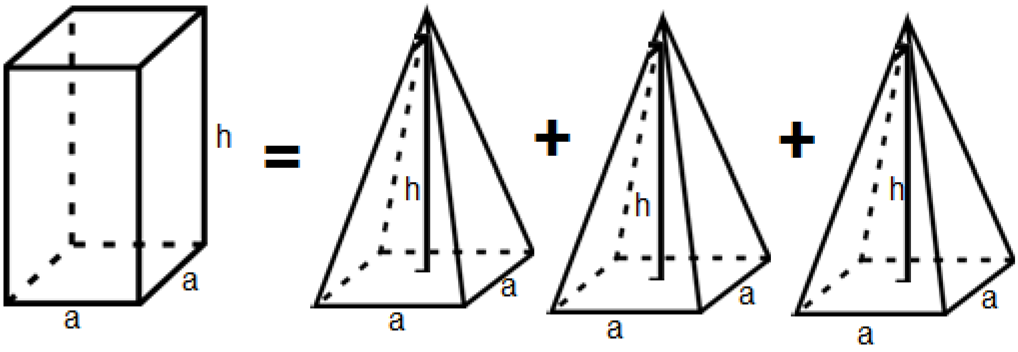
Para apresentar a relação entre o volume de um prisma quadrangular (Figura 12) de base com medida *a* e altura *h* com a pirâmide com base quadrada (Figura 13) medindo *a* e altura *h*, podemos demonstrar experimentalmente, bastando encher de água a vasilha em forma de prisma usando um recipiente em forma de pirâmide, com mesma base e mesma altura seria necessário usá-lo, três vezes para encher a vasilha. Conforme ilustra a figura 14.

Figura 13 - Pirâmide de base quadrangular



Fonte: Elaborado pela autora

Figura 14 - Verificação indicando que o volume da pirâmide equivale à terça parte do volume do prisma



Fonte: Elaborado pela autora

Obtemos o volume de uma pirâmide relacionando prismas e pirâmides. Para isso, consideramos um prisma e o decompomos em três pirâmides. Podemos notar que às pirâmides tem bases congruentes e a mesma altura, correspondente a altura do prisma. Assim as pirâmides possuem o mesmo volume, Isto é : $V_1 = V_2 = V_3$ como

$V_{prisma} = V_1 + V_2 + V_3$ e considerando $V_1 = V_2 = V_3 = V$, temos:

$V_{prisma} = 3V \rightarrow V = \frac{Vprisma}{3}$

Estudamos anteriormente que o volume do prisma é dado pela área da base multiplicado pela altura. Assim:

$$V = \frac{V_{prisma}}{3} \quad \rightarrow V = \frac{A_b \, .h}{3}$$

Com essa fórmula, é possível calcular o volume de uma pirâmide qualquer, e não somente de pirâmides triangulares. Isso pode ser garantido pelo Princípio de Cavalieri, visto que pirâmides com áreas das bases iguais e de mesma altura possuem volumes iguais. Logo a fórmula também é válida para a ilustração da figura 14 apresentada anteriormente. A demonstração detalhada é apresentada Souza (2013).

Desta forma finalizamos as considerações onde foram destacados alguns conceitos básicos para o estudo da Geometria Espacial e do volume dos poliedros, elaborando um plano de aula que a partir de atividades práticas abordem os principais conceitos referentes ao estudo dos poliedros e seu volume.

No capítulo que segue consta o plano de aula, relatando como ele foi planejado e como está constituído, qual a expectativa quanto a aprendizagem dos alunos, bem como quais seriam as dificuldades que teriam no decorrer da aula.

3 ANÁLISE A PRIORI

O plano de aula surgiu a partir do trabalho realizado na disciplina de Geometria Espacial, Etapa III, na qual estudamos sobre volume e confeccionamos superfícies poliédricas utilizando origamis. Para auxiliar o desenvolvimento dos trabalhos utilizamos os modelos disponíveis na dissertação de Lucas (2013),aprendi muito ao realizar esta atividade e então decidi realizar meu plano de aula sobre este assunto, pois nunca tinha aplicado esta técnica com alunos, utilizei os mesmos modelos da dissertação para planejar a aula e confeccionar o prisma quadrangular, mostrando o passo a passo a ser realizado através de slides projetados em multimídia a partir desta construção foi deduzido e introduzido o estudo do volume dos poliedros e os conteúdos relacionados aos sólidos.

Pensei que os alunos teriam algumas dificuldades em identificar o nome dos poliedros e quais são poliedros de Platão, bem como de reconhecer os elementos que constituem um poliedro como: vértices, faces e arestas e que realizando um experimento, teria uma forma concreta de identificar cada uma das partes deste poliedro e, também deduzir o seu volume, introduzindo o estudo do volume a partir do prisma quadrangular feito pelos alunos.

3.1 Plano de Aula

Temática:**Ensino da Geometria Espacial Construindo Superfícies Poliédricas com Dobradura**

Data:10/08/2015	Disciplina:Matemática
Professor:Beatriz GehlenGiotti	Curso:Especialização em Ensino de Matemática no Ensino Médio
Turno:Noite	Ano:2015
Turma:3º ano do Ensino Médio	Tempo:

Objetivos:

- Abordar volume dos poliedros, de forma que leve os alunos a compreender a importância do conteúdo que estão estudando enfatizando que estes estão presentes em nossa vida diária e muitas vezes não percebemos;
- Retomar os elementos que constituem os poliedros, tais como seus lados, vértices, ângulos, faces e arestas;
- Reconhecer os poliedros de Platão;
- Identificar os diferentes tipos de poliedros;
- Motivar os alunos a observar, interpretar e refletir a partir do lúdico e da interação com o meio em que vivem;
- Construção das superfícies poliédricas por meio de origamis;
- Relacionar a geometria presente na arte da confecção de poliedros, e a geometria espacial estudada na matemática;
- Calcular o volume dos poliedros de forma intuitiva, utilizando materiais como cubinhos, e assim introduzir o estudo do volume.

Conteúdo:

ESTUDO DOS POLIEDROS REGULARES

-Poliedros regulares;

- Classificação dos poliedros;

- Tetraedro, hexaedro (cubo), octaedro, dodecaedro, icosaedro;

-Definições e seus elementos: Lados, vértices, arestas e diagonais;

- Revisão de ângulos internos e externos;

- Área da base do prisma quadrangular;

-Volume do prisma quadrangular.

Metodologia:

❖ **Primeiro Momento**

Apresentação para informar aos alunos a finalidade e como será desenvolvido o trabalho, iniciei com aplicação de um questionário onde os alunos colocarão os conhecimentos que já possuem sobre geometria, e suas aplicações no cotidiano.

1ªAula:

Levarei para sala de aula vários tipos de objetos de diferentes formas e tamanhos que a escola possui no laboratório de ciências, orientarei os alunos para que formem grupos com três componentes e em seguida distribuirei aleatoriamente os poliedros entre os grupos. Em seguida farei os seguintes questionamentos aos grupos: quais dos frascos são poliedros? Qual a diferença entre eles? Qual o nome destes poliedros? Quais são poliedros de Platão? Depois desta conversa, desafiarei os grupos a analisar as seguintes questões: Qual dos poliedros tem menor volume? Qual tem maior volume?

Cada grupo colocará sua opinião, e a partir dela poderemos avaliar as relações que os alunos conseguem definir. Em seguida para avaliar quem acertou o de menor ou de maior volume, utilizaremos água para realizar comparações entre os grupos.

2ª Aula:

Construção do experimento: Construção de um prisma quadrangular utilizando Origamis (dobradura).

Para a realização deste trabalho serão utilizados os moldes que constam na dissertação de Lucas (2013) para construção do prisma quadrangular.

Cada aluno receberá dois pedaços de papel dupla face quadrado, um de cor vermelha e um de cor preta, os alunos deverão acompanhar os passos para realizar a construção utilizando projetor multimídia, os quais apresentam o desenho e os detalhes da dobradura e o passo a passo da construção que será realizada pelos alunos.

Após a confecção do poliedro, farei os seguintes questionamentos: alguém sentiu dificuldade em realizar o processo de construção? Quais? Logo após cada aluno deve observar e analisar seus poliedros diante destes aspectos: Quais são os vértices deste poliedro? Quantos vértices possuem? Onde estão localizadas as faces deste poliedro? Quantas faces possuem? Quantas arestas possuem o poliedro?

Depois de realizar essas comparações lançarei o seguinte desafio para os alunos: Como podemos determinar o volume dos poliedros construídos?

Após as comparações e discussões realizadas sobre o volume dos poliedros, farei estes questionamentos aos alunos: Quantas unidades possuem a base de cada poliedro? Qual seria a unidade que representa altura de cada um?

Para dar seguimento à aula levarei para sala cubinhos do material dourado e irei propor o seguinte: supomos que seja possível encaixar perfeitamente cubinhos unitários no fundo dos poliedros, procedendo dessa forma até acabar de preencher todo recipiente, contando o total de unidades de volume destes poliedros, qual o volume total de cada poliedro? Qual a forma que poderíamos representar o cálculo se o cubinho fosse utilizando como unidade de medida?

Convidarei um aluno que se prontifique para que coloque os cubinhos no seu poliedro, e verifique como determinar o volume deste poliedro utilizando os cubinhos como unidade de medida.

Assim, levarei os alunos a compreenderem que o volume do poliedro é igual a área da base multiplicado pela altura, introduzirei desse modo o volume do poliedro, relacionando o volume com outros tipos de poliedros.

Ao finalizar os trabalhos será aplicado um questionário para avaliar se os alunos conseguiram evoluir quanto ao conhecimento e se os objetivos foram alcançados.

Recursos:

Questionário avaliando conhecimentos que os alunos possuem que se encontra no apêndice, recursos audiovisuais, data show, slides, fotos, imagens, notebook, vários tipos de objetos de diferentes tamanhos e formas, papel dupla face preto e vermelho, lápis borracha, tesoura, régua, cola, quadro negro, realização de experimentos, poliedros, construção de poliedros, discussão e apresentação dos experimentos deduzindo volumes.

Avaliação:

Antes da aplicação da aula os alunos responderão algumas questões avaliando seu conhecimento em relação a geometria e suas aplicações no cotidiano.

A avaliação da aula será contínua e envolverá a participação dos alunos analisando o cumprimento das tarefas pelos grupos com destaque nos seguintes aspectos:

a) Houve interesse e envolvimento dos alunos durante as observações, confecção e apresentação dos poliedros, verificando a aprendizagem dos conceitos chave do tema.

b) A partir dos experimentos e das regras, os alunos foram capazes de propor uma estratégia para construção dos poliedros.

c) Como o grupo visualizou o motivo de cada sucesso ou insucesso na construção dos poliedros.

Será avaliado o experimento confeccionado pelos alunos, bem como a análise e discussão deles.

Ao finalizar as atividades os alunos responderão algumas questões referentes aos poliedros para avaliar se os objetivos da aula foram atingidos.

Situação problema

Poliedros são formas espaciais sólidas formadas por três elementos básicos: vértices, arestas e faces. Um poliedro é considerado regular quando suas faces são polígonos regulares e congruentes. Todos nós temos alguma experiência com recipientes em forma de poliedros que podem ser utilizados para decoração, de diferentes tipos de materiais, como plásticos, caixas, vidros, papel, entre outros. Quais destes será viável construir para que tenha um custo menor, e seja algo criado pela turma e não simplesmente comprado pronto? Os alunos deverão construir superfícies poliédricas com dobradura para realizar estudos referentes a Geometria Espacial.

Conhecimento prévio

Suposição inicial para aplicação da aula

Supondo que os alunos teriam algumas dificuldades em identificar o nome dos poliedros, quais são poliedros de Platão, bem como de reconhecer os elementos que constituem um poliedro como: vértices, faces e arestas; conclui que se eles realizassem um experimento, teriam uma forma concreta de identificar cada uma das partes deste poliedro e, também, deduzir o seu volume, através do estudo do volume a partir do prisma quadrangular feito pelos alunos.

Para avaliar o conhecimento prévio dos alunos do terceiro ano do Ensino Médio da Escola em relação à geometria e sua relação com objetos do seu cotidiano e o conteúdo matemático estudado na Geometria Espacial, observando também como é o processo da construção do conhecimento através de atividades lúdicas, foi realizada aplicação do questionário que consta no apêndice.

3.2 Resultados obtidos no questionário antes da aula

No questionário aplicado antes da aula nas questões em que pedia para identificar as formas geométricas que já estudaram ou que conhecia os alunos conseguiram identificar as formas geométricas, os diferentes tipos de triângulos, quadrado, losango, alguns apresentaram dificuldade em lembrar do pentágono e do hexágono, nos sólidos geométricos ao relacionar o que cada um lembra do dia-a-dia, suas nomenclaturas neste item não apresentaram nenhuma dificuldade.

Outra observação feita foi que conseguem identificar em quais atividades e profissões o cálculo da área é utilizado, onde utilizamos medidas de capacidade em nosso cotidiano, os alunos destacaram a importância do estudo da matemática para os seres humanos, pois ela é utilizada diariamente e nem sempre é percebida, nas suas escritas também consideram uma disciplina que exige vontade, dedicação e empenho, sendo que às vezes é difícil de ser compreendida, porém é essencial no dia a dia de todos.

4 ANALISE A POSTERIORI

O capítulo apresenta a forma como foi realizada efetivamente a aula, o desenvolvimento das atividades, a participação e envolvimento dos alunos, a análise dos aspectos positivos, as dificuldades encontradas, bem como os resultados qualitativos e quantitativos provenientes da aplicação desta aula.

4.1 Aplicação das atividades

Para iniciar minha aula, na Escola Estadual de Ensino Médio Marquês de Maricá com a turma do terceiro ano, onde foi desenvolvido trabalho com dobradura (origami) e estudo do volume, em um primeiro momento me apresentei informando aos alunos a finalidade e como seria desenvolvido o trabalho. Posteriormente apliquei um questionário que se encontra no apêndice, onde os alunos colocaram os conhecimentos que já possuíam sobre geometria e suas aplicações no cotidiano. Logo em seguida iniciei as atividades da primeira aula.

1ªAula:

Levei para sala de aula vários tipos de objetos de diferentes formas e tamanhos que a escola possui no laboratório de ciências, orientei os alunos para que formassem grupos com três componentes e em seguida distribuí aleatoriamente os frascos entre os grupos, questionando os grupos quais dos frascos são poliedros? Qual a diferença entre eles? Qual o nome destes poliedros? Quais são poliedros de Platão? Depois desta conversa desafiei os grupos a analisar as seguintes questões: Qual dos poliedros tem menor volume? Qual tem maior volume?

Os alunos demonstraram ter conhecimento sobre volume, conseguiram identificar e responder corretamente as questões propostas durante a aula.

Em seguida, para avaliar quem acertou o de menor ou de maior volume foi colocado água nos recipientes realizando comparações entre os grupos conforme mostram as figuras 15 e 16.

Figura 15 - Foto dos alunos que estão realizando comparações entre os frascos de maior e menor volume

Fonte: Foto tirada no dia 22/09/2015 na escola Marquês de Maricá

Figura 16 - Foto da comparação do volume dos frascos utilizando água

Fonte: Foto tirada no dia 22/09/2015 na escola Marquês de Maricá

A figura 17apresenta o frasco de maior e o frasco de menor volume utilizado para estudo do volume.

Figura 17 - Foto do frasco de maior e de menor volume utilizado para estudo do volume

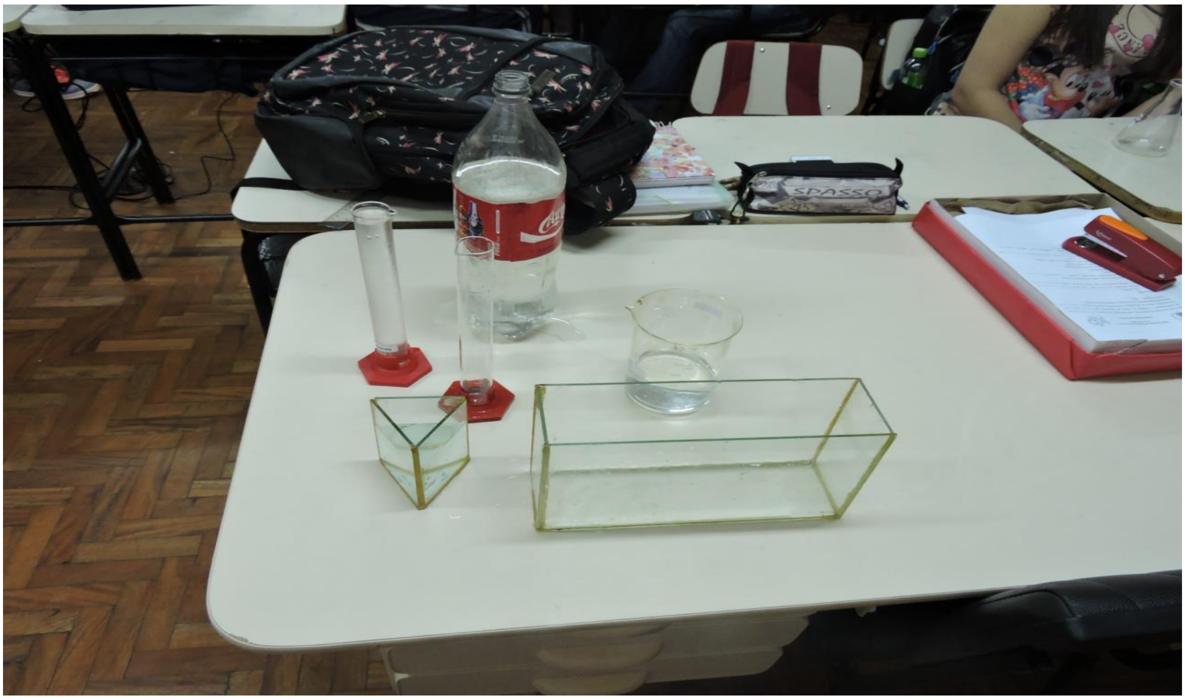


Foto tirada no dia 22/09/2015 na escola Marquês de Maricá

2ª Aula:

Construção do experimento: Construção de um prisma quadrangular utilizando Origamis (dobradura).

Para realização do experimento foi elaborado material para ser projetado em sala de aula, apresentando o passo a passo da dobradura (origami que é a arte japonesa de dobrar papel). Para orientar o trabalho foram utilizados os moldes da dissertação de Lucas (3013) para construção do prisma quadrangular. Os slides apresentados durante a aula encontram-se no apêndice.

Cada aluno recebeu dois pedaços de papel dupla face quadrado, um de cor vermelha e um de cor preta, os alunos acompanhavam os passos para realizar a construção no material projetado com o desenho e os detalhes da dobradura mostrando o passo a passo da construção a ser realizada.

Após a confecção de superfícies poliédricas, os alunos foram questionados sobre as dificuldades ao realizar o processo de construção? Quais? Logo após cada aluno observou e analisou seu poliedro: Quais são os vértices deste poliedro? Quantos vértices possuem? Onde estão localizadas as faces deste poliedro? Quantas faces possuem? Quantas arestas possuem o poliedro?

Depois que realizaram essas comparações foi laçado o seguinte desafio para os alunos: Como poderiam determinar o volume das superfícies poliédricas?

Quantas unidades de área possuem a base de cada poliedro? Qual seria a unidade de comprimento que representa altura de cada um?

Foram levados para sala cubinhos do material dourado, supondo que seja possível encaixar perfeitamente cubinhos unitários no fundo dos poliedros, procedendo dessa forma até acabar de preencher todo recipiente, contando o total de unidades de volume destes poliedros, qual o volume total de cada poliedro? Qual a forma que poderíamos representar o cálculo se o cubinho fosse utilizando como unidade de medida de volume?

4.2 Participação dos Alunos

Os alunos participaram atentamente da construção do poliedro, acompanhando a projeção em sala de aula com as dobraduras que deveriam realizar,que estão nos apêndices, sendo que alguns apresentaram dificuldade apenas nos dois últimos passos da dobradura. Durante a construção houve silêncio e muita atenção, todos participaram e conseguiram realizar a dobradura da superfície poliédrica, poucos alunos apresentaram dificuldade ao finalizar a dobradura

Um aluno se prontificou para verificar a base do poliedro com cubinhos do material dourado e demonstrar como determinar o volume deste poliedro utilizando os cubinhos como unidade de medida, conforme aparece na Figura 18.

A partir desse experimento, os alunos concluíram que o volume do poliedro é igual a área da base multiplicado pela altura, introduzi assim o volume do poliedro, relacionando o volume com outros tipos de poliedros. Após usei projetor multimídia com a fórmula para cálculo do volume dos poliedros.

Para finalizar os trabalhos foi aplicado um questionário com o intuito de avaliar se os alunos conseguiram evoluir quanto ao conhecimento e se os objetivos foram alcançados.

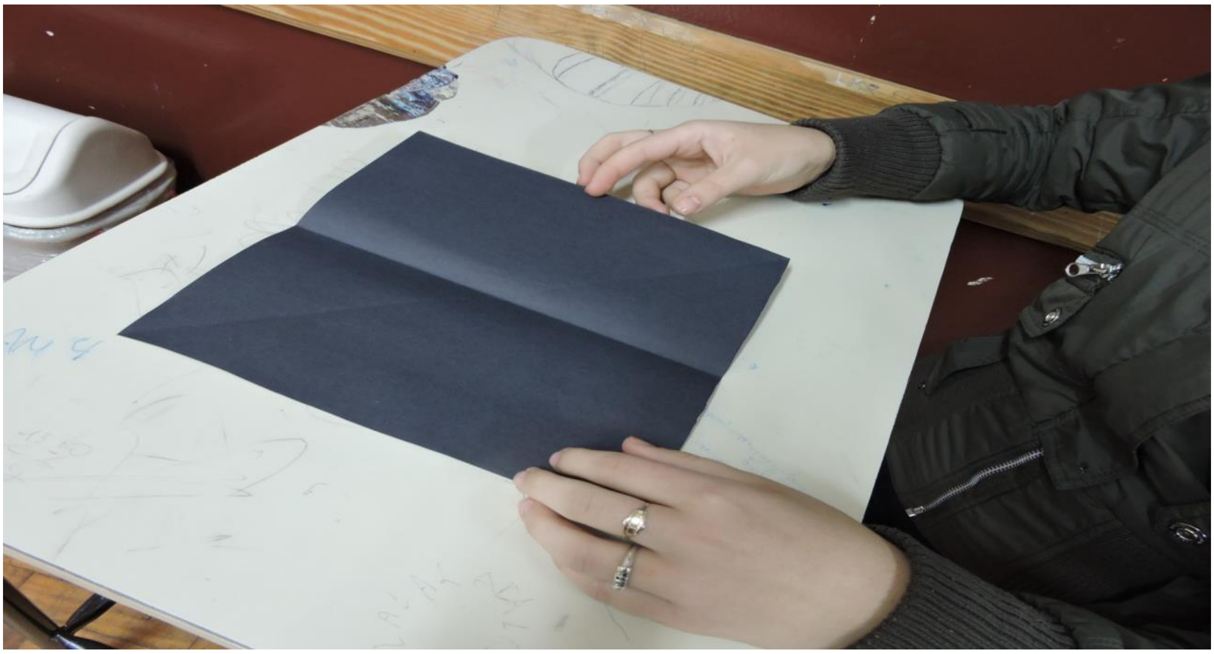
Figura 18 - Foto da dedução do volume utilizando material dourado

Fonte: Aula do dia 22/09/2015

4.3 Desenvolvimento da Aula

As fotos das Figuras 19 até 24 apresentam a confecção do prisma quadrangular construído pelos alunos do terceiro ano do Ensino Médio utilizando a técnica de dobradura. A figura 19 mostra o primeiro passo da dobradura onde o quadrado deve ser dobrado ao meio.

Figura 19 - Foto do primeiro passo da dobradura realizado para formar o prisma quadrangular



Fonte: Foto tirada no dia 22/09/2015 na escola Marquês de Maricá

A figura 20 mostra o segundo passo da dobradura onde o quadrado deve ser dobrado novamente ao meio.

Figura 20 - Foto do segundo passo da dobradura para construção do prisma

Fonte:Foto tirada no dia 22/09/2015 na escola Marquês de Maricá

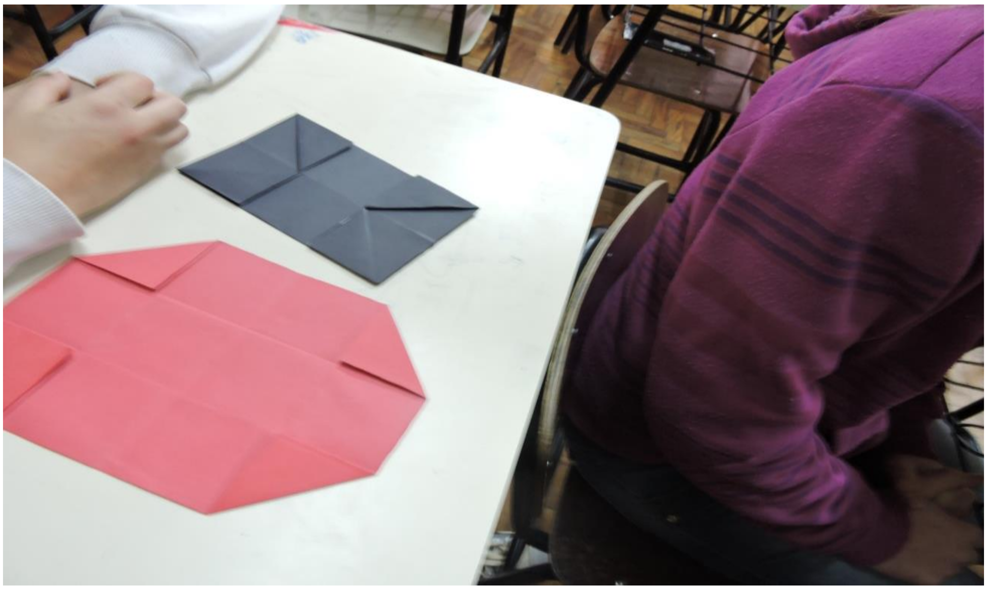
A figura 21 mostra o terceiro e quarto passo da dobradura, em que o quadrado deve ser dobrado novamente na horizontal de modo a dividir a folha em 16 quadrados do mesmo tamanho.

Figura 21 - Foto do terceiro passo da dobradura onde deve formar 16 quadrados

Fonte:Foto tirada no dia 22/09/2015 na escola Marquês de Maricá

A figura 22 mostra a dobradura que deve ser feita de modo que os lados do retângulo cheguem ao vinco central formando um retângulo.

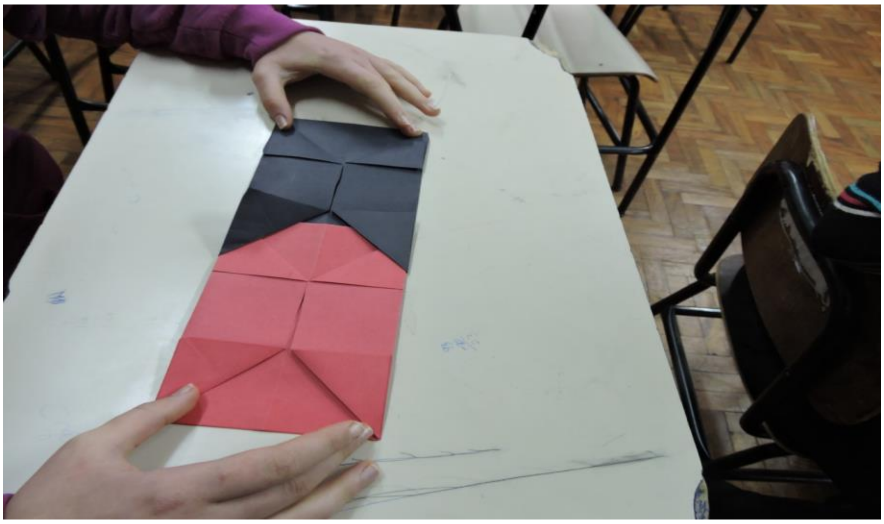
Figura 22 - Foto do quarto e quinto passo da dobradura para construção do prisma



Fonte: Aula do dia 22/09/2015

A figura 23 mostra que para montar o prisma quadrangular é necessário construir duas unidades e em seguida deve ser realizado o encaixe de uma unidade no retângulo da outra unidade.

Figura 23 - Foto do encaixe das extremidades dos dois retângulos para montagem do prisma



Fonte:Foto tirada no dia 22/09/2015 na escola Marquês de Maricá

A figura 24 mostra a foto do prisma quadrangular construído pelos alunos do terceiro ano do Ensino Médio utilizando dobradura.

Figura 24 - Foto do prisma quadrangular construido pela turma do terceiro ano do Ensino Médio

Fonte:Foto tirada no dia 22/09/2015 na Escola Marquês de Maricá.

4.4 Análise da motivação dos alunos após aula ministrada

Na primeira questão todos os alunos já haviam percebido que a matemática está presente no seu dia a dia em quase todas as situações como na agricultura, nas construções, nas medidas, em objetos como copo, caixas, em cálculos para contas e trabalhos do cotidiano.

Tabela 2 -Opinião dos alunos da Escola Marquês de Maricá sobre o estudo de conceitos matemáticos relacionados ao cotidiano

Porcentagem	Justificativa
13%	Sim, porque precisamos para certos trabalhos
8%	Sim, porque usamos várias medidas no dia a dia
17%	Sim, porque a matemática é essencial na nossa vida
9%	Sim, porque aprendemos mais com exemplos do dia a dia
9%	Sim, porque auxilia nosso desenvolvimento
9%	Sim, porque facilita nosso aprendizado
13%	Sim, porque ajuda a entender o significado e como as coisas funcionam
13%	Não, dificulta algumas coisas
9%	Não, porque não gosto desta área

Fonte: Elaborado pela autora

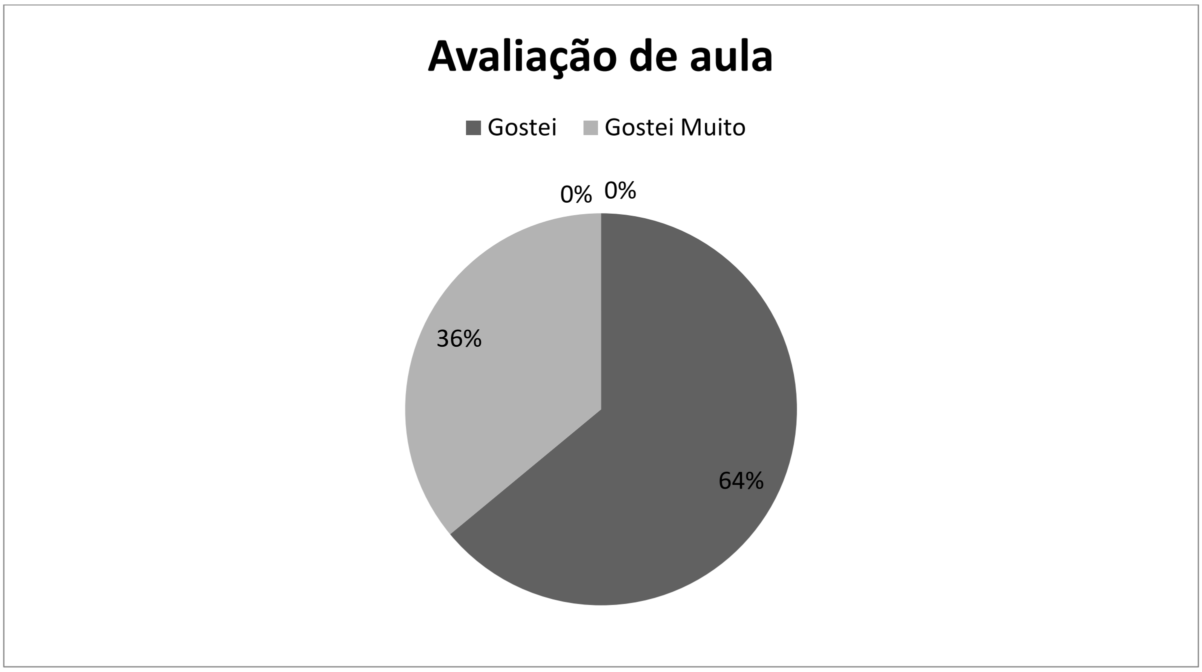
Quando questionados sobre o que os alunos acham interessante relacionar conceitos matemáticos com o dia a dia porem descrevem vários motivos: “precisamos para o trabalho, utilizamos várias medidas para melhorar a aprendizagem com exemplos do cotidiano, isso auxilia o aprendizado e o desenvolvimento, ajuda a entender o significado e como certas coisas funcionam”. Três alunos que responderam que não acham interessantes justificaram com a seguinte resposta:

“não, pois não gostamos desta área, e algumas coisas dificultam se relacionar ao nosso cotidiano”.

A pergunta feita foi: “Na sua opinião é interessante relacionar conceitos matemáticos com teu dia a dia? Por que?” As respostas estão descritas na Tabela 2 que apresenta a opinião dos alunos referente ao estudo de conceitos relacionados ao cotidiano.

Ao avaliar o aprendizado após a aula que trouxe coisas do dia a dia na terceira questão, conforme Figura 25, 64% dos alunos responderam que gostaram da aula, 36% responderam que gostaram muito.

Figura 25 - Avaliação da aula ministrada no dia 22/09/2015 na escola Marquês de Maricá



Fonte: Elaborado pela autora

Na quarta questão ao descrever os pontos positivos foram destacados os seguintes itens:

Pontos Positivos:

- Tivemos a oportunidade de ter mais contato com materiais que ajudam a explicar o sentido da matemática;
- Aula interativa e dinâmica que melhora o aprendizado e o interesse dos alunos;
- Menos teoria e mais prática o que tornou aula mais interessante;

- Podemos aprender mais de uma forma descontraída;
- Ajudou a lembrar conceitos que já aprendemos e nos ensinou coisas novas e interessantes;
- Contato com os sólidos geométricos, aula prática que faz com que a gente compreenda o conteúdo;
- Boa explicação e exemplos do dia a dia;
- Interação dos alunos com a professora e a criatividade;
- Aprendizado e conhecimento sobre sólidos geométricos;
- Reforçou alguns conceitos matemáticos, fez a gente se concentrar e pensar mais;
- Utilização da prática e não somente teoria e explicações que poderão ajudar com o conteúdo.

Na quinta questão foram destacados os seguintes pontos negativos:

Pontos Negativos (destacados na quinta questão):

- Nenhum, não teve;
- Pouco tempo de aula, deveria ter mais períodos;
- Apenas o mau comportamento de alguns alunos;
- Conversa.

Dos 25 alunos presentes na aula 3 colocaram nada a declarar, tanto nos pontos positivos como nos pontos negativos, prevalecendo a avaliação dos 22 alunos que escreveram sua opinião.

Na sexta questão ao relacionar sólidos geométricos com objetos do cotidiano todos alunos atingiram 100% de acertos.

Ao analisar os questionários respondidos pelos alunos depois da aula, foi possível constatar que eles têm um bom raciocínio lógico, quase todos identificaram corretamente o nome dos poliedros, o nome dos polígonos presentes nos poliedros, número de faces, vértices e arestas, ocorrendo algumas falhas apenas na hora de identificar se os poliedros eram de Platão e se satisfaziam a propriedade de Euler, principalmente o 6º e o 7º desenho do questionário. Alguns alunos não completaram a tabela, pois não participaram da aula e estavam distraídos, porém os alunos que responderam ao questionário observaram e participaram não apresentando dificuldade ao fazer as questões.

4.5 Análise conhecimento adquirido após aula ministrada

Após ministrar a aula, foi aplicado um novo questionário envolvendo questões sobre o conteúdo ministrado na aula. Parte dos resultados obtidos estão descritos no Quadro 4.

Quando os alunos foram questionados quanto a nomenclatura de todos os poliedros regulares, grande parte dos alunos respondeu corretamente, conforma podemos verificar a coluna que questiona sobre a nomenclatura. Nos três últimos poliedros do quadro o percentual de acertos é menor.

Quanto ao número de faces, vértices e arestas do cubo e do prisma quadrangular foram nestes que os alunos obtiveram o maior percentual de acertos, porém nos outros poliedros o percentual de acertos foi inferior a 50% na maior parte dos itens questionados.

Com base nesses dados podemos perceber que nos poliedros, os quais os alunos tiveram oportunidades de visualizar ou construir em sala de aula, o índice de respostas corretas nas questões foi maior do que nos poliedros que não foram mencionados em nenhum momento da aula.

Em seguida na figura 26 são apresentados gráficos da questão número 8, que solicitava aos alunos o cálculo do volume dos poliedros para que justificassem como chegaram a determinado resultado.

Na figura 26 (a) em que deveriam determinar o volume do cubo 94 % dos alunos calcularam o volume corretamente, 6% dos alunos não responderam a questão e nenhum aluno errou o cálculo do volume, logo a maior parte dos alunos acertou a questão.

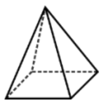
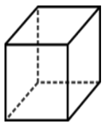
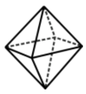
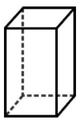
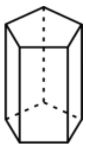
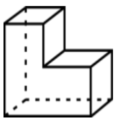
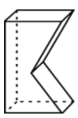
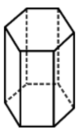
O Quadro 4 apresenta o percentual de acertos e erros da questão número 7 do questionário aplicado depois da aula.Conforme legenda:

C= Correto

E = erros

NR = não responderam

Quadro 4 - Percentual de acertos e erros da questão 7 do questionário aplicado depois da aula

Sólido	Nome do poliedro	Nome dos polígonos presentes no poliedro	Número de faces	Número de vértices	Número de arestas	Poliedro satisfaz Propriedade de Euler? F+V=A+2	É Poliedro de Platão? Justifique.
	**C= 84%** E= 4% NR=12%	**C= 88%** E= 0% NR= 12%	**C= 44%** **E= 44%** NR=12%	**C=44%** **E=44%** NR=12%	**C= 44%** **E= 44%** NR=12%	**C= 44%** E= 40% NR= 16%	**C= 44%** E=16% NR= 40%
	**C= 88%** E=14% NR= 8%	**C= 76%** E= 28% NR= 16%	**C=100%** E= 0% NR= 0%	**C=100%** E= 0% NR= 0%	**C=100%** E= 0% NR= 0%	**C= 80%** E= 0% NR= 20%	**C= 72%** E= 0% NR= 28%
	**C = 88%** E= 0% NR=12%	**C= 76%** E= 8% NR= 16%	**C= 76%** E= 12% NR= 8%	**C= 64%** E= 20% NR=16%	**C= 72%** E= 16% NR= 8%	**C= 68%** E= 0% NR= 32%	**C= 64%** E= 0% NR= 36%
	**C= 68%** E= 20% NR=12%	**C= 72%** E= 0% NR= 28%	**C= 80%** E= 12% NR= 8%	**C= 84%** E= 12% NR= 4%	**C= 84%** E= 12% NR= 4%	**C= 72%** E= 8% NR= 20%	**C= 80%** E= 0% NR= 20%
	**C= 72%** E= 0% NR=28%	**C= 48%** E= 12% NR= 40%	**C= 56%** E= 8% NR=36%	**C= 48%** E=16% NR=36%	**C= 48%** E= 12% NR=40%	**C= 48%** E= 12% NR= 40%	**C= 48%** E= 12% NR= 40%
	**C= 52%** E= 8% NR=40%	C= 36% E= 24% **NR= 40%**	C= 36% E= 24% **NR=40%**	C= 36% E= 24% **NR=40%**	C= 28% E= 32% **NR=40%**	C= 28% E= 32% **NR= 40%**	C= 28% E= 32% **NR= 40%**
	**C= 56%** E= 0% NR=44%	**C= 44%** E= 16% NR= 40%	**C= 56%** E= 16% NR=28%	**C= 40%** E= 20% **NR=40%**	C= 32% E= 28% **NR=40%**	**C= 40%** E= 20% **NR= 40%**	**C= 40%** E= 20% **NR= 40%**
	**C= 68%** E= 12% NR=20%	**C= 48%** E= 12% NR= 40%	**C= 60%** E= 4% NR=36%	**C= 48%** E= 16% NR=44%	**C= 48%** E= 16% NR=36%	C= 40% E=16% **NR= 44%**	C= 40% E= 8% **NR= 52%**
Média	**C=72%** E=7% NR=21%	**C=62%** E=13% NR=25%	**C=64%** E=15% NR=21%	**C=58%** E=19% NR=23%	**C=57%** E=20% NR=23%	**C=53%** E=16% NR=31%	**C=52%** E=11% NR=37%

Na figura 26 (b) em que determinar o volume da pirâmide 18 alunos que corresponde a 72% calcularam o volume corretamente, 6 alunos que corresponde a 24% erraram o cálculo e um aluno que corresponde a 4% não respondeu a questão. No entanto podemos observar,ao calcular o volume utilizando o processo que foi deduzido durante a aulae nas figuras que foram mostradas ou construídas pelos alunos, comoo cubo, o prisma e a pirâmide, a porcentagem de acerto da questão foi bem maior, porém na figura 26(c), o prisma pentagonal, 100% dos alunos não lembravam como era feito o cálculo da área da base, sabiam que para calcular o volume precisavam multiplicar a área da base pela altura do prisma , mas não souberam calcular a área da base. Esta figura também não foi mencionada em nenhum momento da execução da aula, nem nos frascos utilizado para estudar o volume, nem nas imagens mostradas nos slides. Também não foi comentado para os alunos que o polígono da base poderia ser dividido em cinco triângulos.

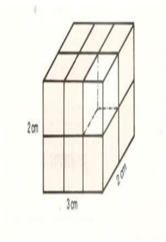
Desta forma reforçamos o que muitos estudos já revelam, segundo a teoria de Ausubel (1982) que quando a fórmula é utilizada de maneira mecânica, com exercícios de repetição, o aluno esquece facilmente, mas quando ele vivencia o processo de forma prática ocorre a aprendizagem significativa e com certeza ele vai ter domínio do conhecimento adquirido e saberá calcular o volume sempre que for necessário.

O desenvolvimento da aula ocorreu normalmente dentro do planejado, os alunos conseguiram acompanhar e compreender as atividades propostas.

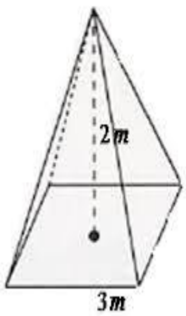
Ao analisar os questionários respondidos pelos alunos depois da aula, foi possível constatar que eles têm um bom raciocínio lógico, quase todos identificaram corretamente o nome dos poliedros, o nome dos polígonos presentes nos poliedros, número de faces, vértices e arestas, ocorrendo algumas falhas apenas na hora de identificar se os poliedros eram de Platão e se satisfaziam a propriedade de Euler, principalmente o 6º e o 7º desenho do questionário. Alguns alunos não completaram o quadro, não participaram da aula e estavam distraídos, porém os alunos que responderam ao questionário observaram e participaram não apresentando dificuldade ao fazer as questões. Acredito que este não seja o motivo pelo qual não conseguiram responder corretamente as questões mas isso se deve provavelmente a estes alunos não ter domínio de conhecimentos prévios que deveriam ter provavelmente ao estudar conteúdos referentes a Geometria no Ensino Fundamental, não apresentando domínio do cálculo da área dos polígonos e não conseguindo relacionar e desenvolver a relação de Euler corretamente.

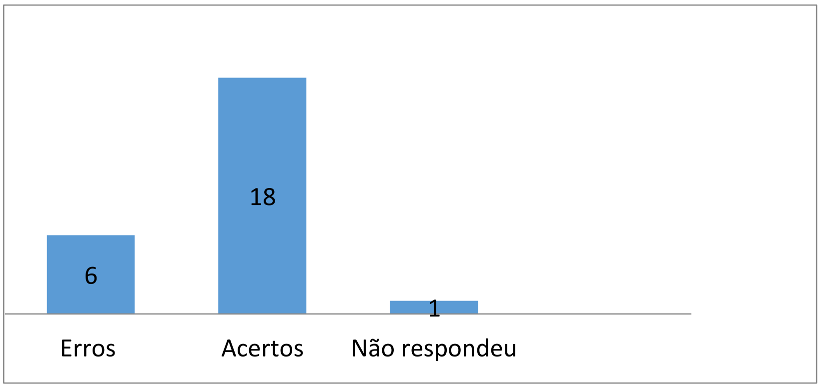
Figura 26 - Gráficos dos cálculos do volume dos poliedros

a) cubo



b) Pirâmide



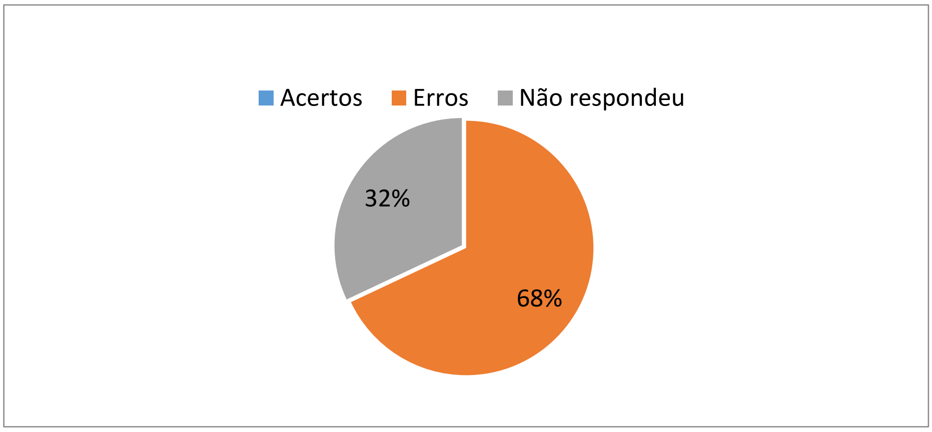


c) Prisma

Pentagonal

Altura:17 cm

Largura: 7 cm



Fonte: Elaborado pela autora

Ao responder o questionário alguns alunos apresentaram alguma resistência em escrever, aproximadamente75% dos alunos se empenharam, se dedicaram principalmente a maioria das meninas, os meninos somente três participaram e se dedicaram em todas as atividades, inclusive quando solicitado para demonstrar com cubinhos a base do prisma e o volume foi um deles que se prontificou a participar, os outros meninos estavam envolvidos com conversa ou fazendo outra coisa.

Grande parte dos alunos possui um bom raciocínio lógico, quase todos identificaram corretamente o nome dos poliedros, o nome dos polígonos presentes nos poliedros, número de faces, vértices e arestas, ocorrendo algumas falhas e dúvidas. Na hora de identificar se os poliedros eram de Platão e se satisfaziam a propriedade de Euler, principalmente nos poliedros irregulares ,alguns alunos não completaram o quadro, pois não participaram da aula estavam distraídos, porém os alunos que responderam ao questionário observaram e participaram, não apresentando dificuldade ao responder as questões.

Ao aplicar novamente a atividade mostraria mais imagens, não somente os poliedros de Platão nos slides, colocaria poliedros irregulares que estavam no questionário aplicado depois da aula, também deveria ter colocado na tabela dos slides a relação de Euler F+V = 2+ A, mostrando o cálculo na tabela, mas como não percebi isto ao planejar a aula, durante a aplicação da aula fiz a demonstração e o cálculo da Relação de Euler no quadro branco e os alunos copiaram no caderno. Questionaria também mais os alunos com maior dificuldade, quanto a suas dúvidas só percebi que deveria ter feito mais questionamentos ao analisar os questionários aplicados depois da aula.

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS E TRABALHOS FUTUROS

Diante de toda a pesquisa, do planejamento realizado, do desenvolvimento, execução desta aula e elaboração do trabalho de conclusão deste curso, pude refletir e analisar minha prática enquanto professora pois não atuo no Ensino Médio, somente trabalho no Ensino Fundamental, sempre que possível, procuro relacionar os conteúdos com o cotidiano do aluno, pois gosto muito de trabalhar desta forma, conforme observado normalmente quando o aluno vivencia e interage no momento de estudar algo a aprendizagem acontece de forma espontânea e não de forma mecânica.

Por isso quando fomos informados sobre o trabalho que deveríamos realizar foi um grande desafio, pois tinha a concepção de que no Ensino Médio a matemática trabalhada em sala de aula é de forma abstrata, mas pude vivenciar e aprender que ela também pode ser trabalhada na prática, pude então refletir, observar mais o aluno e com certeza ampliar muito os conhecimentos relacionados ao ensino da Matemática no Ensino Médio, contribuiu muito também na minha caminhada como professora do Ensino Fundamental.

Neste tempo de estudos tive oportunidade para ampliar meus conhecimentos em relação a atividades que envolvam o cotidiano do aluno também no Ensino Médio, utilizando recursos, planejando e propondo uma aula em que os alunos participam e interagem mais nas atividades tornando o processo de aprendizagem mais dinâmico e atrativo. Considero que os objetivos propostos foram alcançados pois os alunos conseguiram realizar a dobradura proposta relacionando com os conteúdos referentes a Geometria Plana a ser estudados a partir do material construído por eles, identificando seus elementos, classificando e introduzindo o estudo do volume, observando e estabelecendo a relação entre a fórmula dos prismas e relacionando que o volume da pirâmide equivale a terça parte do volume do prisma.

Pretendo repetir este tipo de aula com algumas adaptações e modificações pois a Geometria Espacial não é estudada no Ensino Fundamental e como não atuo no Ensino Médio pretendo adaptar e aplicar na turma do nono ano, ao estudar semelhança e área das figuras planas, reformulando o plano de aula, uma vez que o nível e o conteúdo não são os mesmos,mas muitas atividades podem ser adaptadas e aplicadas como, por exemplo, desenvolvera construção de outras figuras.

Na Escola Estadual para completar carga horária, em função da junção de turmas 8º e 9º ano, trabalho com a disciplina de artes, então pretendo desenvolver atividades dando um enfoque maior para a área das artes construindo vários tipos de polígonos, seguindo as orientações da dissertação de Eliane dos Santos Corsin Lucas (2013) para uso da técnica do origami que foi a obra mestra para realizar meu planejamento e execução da aula. Seguindo os passos sugeridos em suas oficinas, pois o planejamento e a aplicação desta aula foi um grande aprendizado tanto como educadora, como aluna de um curso de pós – graduação, tive a oportunidade de ampliar muito meus conhecimentos, refletir muito sobre minha prática como professora em sala de aula com meu aluno, observando mais e dando um pouco mais de atenção ao aluno, na forma com que cada um aprende, pude perceber que quando é proposto este tipo de atividade prática o aluno se envolve mais, tem mais interesse e sua participação é bem maior.

Quando os alunos são envolvidos na forma prática conseguem compreender conceitos abstratos de forma prazerosa, tornando a aula mais dinâmica, interativa e divertida como eles mesmos destacam em suas falas, fazendo com que o educando construa seu próprio conhecimento com materiais que ele mesmo produziu, não se torna uma aula massacrante e cansativa onde o professor apresenta a fórmula no quadro, coloca vários exercícios e eles reproduzem de forma mecânica, desta forma eles interagem, expressam seu ponto de vista e levantam hipóteses, assim os conceitos matemáticos surgem naturalmente e ganham significado.Com certeza o aprendizado é muito rico e ver os alunos envolvidos é muito gratificante para nós professores.

REFERÊNCIAS

AUSUBEL, D. P. **A aprendizagem** significativa**:** a teoria de David Ausubel. São Paulo: Moraes, 1982.

BRANDT, Célia F. KLUPPEL Gabriela T. **Reflexões sobre o ensino da geometria em livros didáticos à luz da teoria de representações semióticas segundo Raymond Duval**. In: Seminário de Pesquisa em Educação da Região Sul – UEPG CAPES IX ANPED SUL, 2012. Disponível em:http://www.portalanpedsul.com.br/admin/uploads/2012/Ensino_de_Matematica_e_ciencias/Trabalho/04_39_52_2024-6630-1-PB.pdfAcesso em: 10/09/2015

DANTE, Luiz Roberto*.* **Matemática – Ensino Médio**. 1ª ed. Editora Ática: São Paulo, 2009.

DIAS. Cláudio C. et. al. **Matemática na Prática**. Curso de especialização em ensino de matemática para o ensino médio. Central de Textos: São Paulo, 2013.

DINIZ I. Maria, SMOLE S. Kátia. (Org.)*.* **Materiais manipulativos para o ensino deFiguras Planas**. Volume 4. São Paulo: Coleção Mathemoteca, 2012.

LIMA, Romerito E. S. de. et al. **O estudo de sólidos geométricos**:a utilização de materiais didáticos manipuláveis no ensino médio. In: III Encontro Regional em Educação Matemática, 2011. Disponível em: http://www.sbemrn.com.br/site/III%20erem/poster/doc/PT_Lima_e_Alexandre.pdfAcesso em 10/10/2015.

LUCAS, Eliane dos S. C. **Uma abordagem didática para a construção dos poliedros regulares e prismas utilizando origami**. Matemática UFLA, Minas Gerais, 2013. Disponível em: http://repositorio.ufla.br/bitstream/1/1126/1/DISSERTA%C3%87%C3%83O_Uma%20abordagem%20did%C3%A1tica%20para%20a%20constru%C3%A7%C3%A3o%20de%20poliedros%20regulares%20e%20prismas%20utilizando%20Origami.pdfAcesso em: 20/08/2015.

MACHADO, T. L. **Educação Montessori:** de um homem novo para um mundo novo. São Paulo: Biblioteca Pioneira de Ciências Sociais, 3°edição, 1986.

Ministério da Educação e do Desporto – Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais**: matemática. Brasília: 1998.

Poliedros Regulares. Disponível em:http://claudiomir1.xpg.uol.com.br/pp/pregulares.htmlAcesso em: 10/10/2015

ROCHA, Bianca. **Poliedros**. Disponível em: http://www.ebah.com.br/content/ABAAAfRPgAI/aula-matematica-11-poliedros Acesso em: 10/10/2015

SOARES, Eduardo S. **Ensinar matemática:** desafios e possibilidades. 1ª ed. Editora Dimensão: Belo Horizonte, 2010.

SOUZA, Joamir. **Matemática**. Volume 3**,**1ª Ed. Editora FTD: São Paulo, Coleção Novo Olhar 2013.

APÊNDICE A

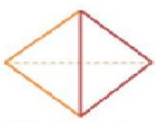
- Poliedros são figuras geométricas formadas por três elementos:
- **Vértices, arestas e faces.**
- Dentre os poliedros existentes , existem alguns considerados poliedros de Platão, pois todas as faces possuem o mesmo número de arestas e se enquadram na relação de Euler
- V= vértice
- A= aresta
- F=faces

- F+V-A = 2
- ou

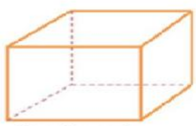
F+V = 2 + A

- Os Poliedros de Platão são:
- • Tetraedro
  • Hexaedro
  • Octaedro
  • Dodecaedro
  • Icosaedro

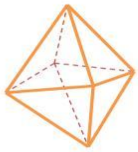
Estes são os cinco poliedros de platão



Tetraedro regular
(4 triângulos eqüiláteros)

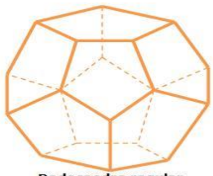


Hexaedro regular
(6 quadrados)



Octaedro regular

(8 triângulos eqüiláteros)



Dodecaedro regular

(12 pentágonos regulares)

Icosaedro regular

(20 triângulos eqüiláteros)

Dados referentes aos poliedros

NOME	TIPO DE FACE	Nº DE FACES	Nº DE ARESTAS	Nº DE VÉRTICES
Tetraedro	Triângulo	4	6	4
Hexaedro	Quadrilátero	6	12	8
Octaedro	Triângulo	8	12	6
Dodecaedro	Pentágono	12	30	20
Icosaedro	Triângulo	20	30	12

Fonte: http://www.colegioweb.com.br/dietros-triedros-poliedros-e-angulos-poliedricos/poliedros-de-platao-e-regulares.html#ixzz3mHlsaXLd

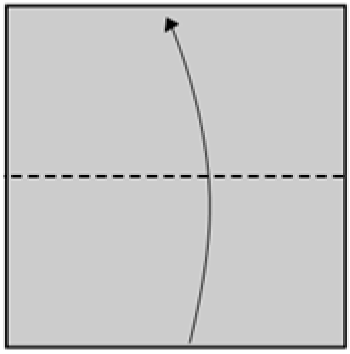
APÊNDICE B-Slides construção do prisma quadrangular

Passo 1 :

Partindo de um quadrado, dobre e desdobre, conforme as figuras, de modo a dividir a folha em 16 partes de mesmo tamanho,

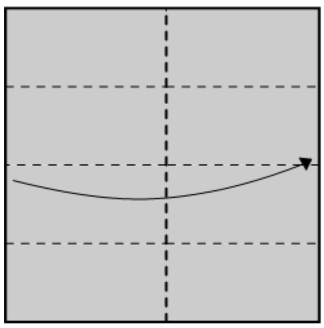
- DOBRE A FOLHA AO MEIO NA HORIZONTAL, EM SEGUIDA DESDOBRE:

Temos :
*dois retângulos;
*ângulos de 90°.

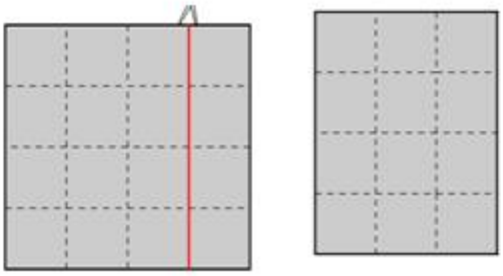


- DOBRE NOVAMENTE AO MEIO NA VERTICAL, EM SEGUIDA DESDOBRE

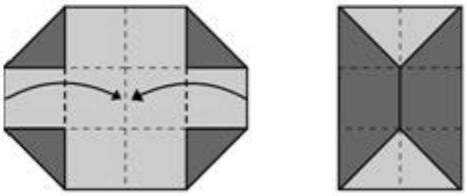
Temos:
8 retângulos do mesmo tamanho.



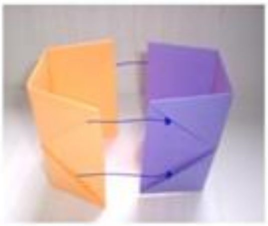
RECORTE O QUADRADO DE MODO QUE FICAR 12 QUADRADOS COMO MOSTRA A FIGURA



DOBRE DE MODO QUE OS LADOS DO RETÂNGULO CHEGUE AO VINCO CENTRAL;
Formando um retângulo.

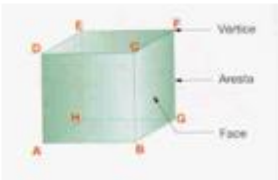


Para montar um prisma quadrangular é necessário construir duas unidades.Em seguida encaixe um retângulo de uma unidade no retângulo da outra unidade. Encaixe os outros retângulos das extremidades tem-se um prisma quadrangular.

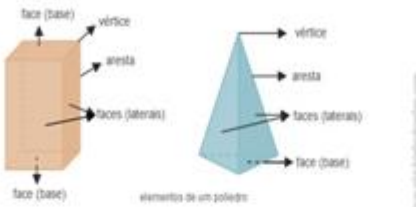


POLIEDROS

cubo



Prisma quadrangular e pirâmide



Volume:

- O volume de um cubo é determinado através do produto da área da base pela altura,como as arestas do cubo possuem medidas iguais, então temos que
- $V = A_b * a$ ou
- $V = a * a * a$
- $V = a^3$
- O volume de um prisma é dado por:
- Área da base multiplicado pela altura
- **V = Ab.h**
- Volume da pirâmide: é a terça parte do volume do prisma.

$$V = \frac{Ab * h}{3}$$

3x o volume da pirâmide é igual ao volume do prisma:

APÊNDICE C- Questionário aplicado antes da aula

❖ Questionário aplicado antes da aula

Universidade Federal de Santa Maria 1960

Especialização em Ensino de Matemática
no Ensino Médio

Matem@tica na Pr@tica

Caro aluno,souBeatrizGehlenGiotti estou realizando meu trabalho de Conclusão de Curso da Especialização a Distância em Ensino de Matemática para o Ensino Médio, pela Universidade Federal de Santa Maria (UAB/UFSM) no Pólo de Tapejara. Gostaria de sua colaboração respondendo em um primeiro momento este questionário.

1- Qual sua idade?__________________

2- Onde reside? ____

3- Marque os tipos de metodologia de ensino que você já teve em suas aulas (pode marcar mais de uma):

( ) aula que utilizou somente quadro e explicações do professor.

( ) aula com recursos áudio visuais. Quais:( )Filme ( ) Computador

( )DataShow ( )Video do youtube( ) aula utilizando dobraduras

( ) aula com coisas do seu dia a dia.

Que coisas:____________________________________

( ) Uso de jogos sobre o conteúdo estudado.

( ) Pesquisa na internet sobre o conteúdo e apresentação de trabalhos

( ) Outras atividades Quais?____________________________________

Gostaria que comentasse dentre as atividades acima mencionadas que você realizou, qual delas você mais gostou, e a descreva:

____

____

____

4- Assinale as formas geométricas que você já estudou ou conhece:

( ) quadrado, desenhe um exemplo

( ) triângulo, desenhe os tipos que você conhece e escreva o nome e suas características

( ) circulo

( ) retângulo

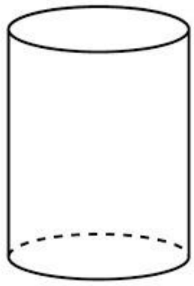
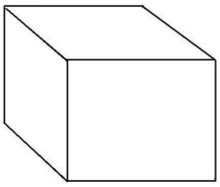
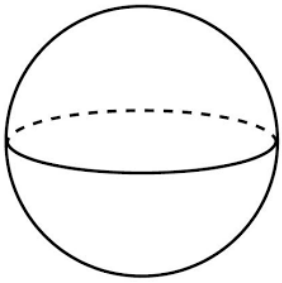
( ) hexágono, escreva suas características---

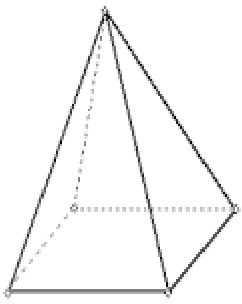
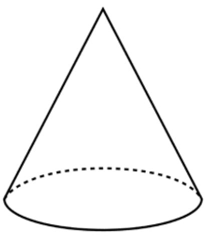
( ) losango , escreva suas características---

( ) pentágono, escreva suas características--

( ) outras quais?---

5- Observe as imagens dos sólidos geométricos abaixo e escreva o nome de cada um destes sólidos? E escreva ao lado de cada figura o que lembra cada um deles:

6-Você já deve ter ouvido falar ou estudado em alguma aula do Ensino Fundamental sobre as figuras geométricas (quadrado, retângulo triângulo...), e realizado cálculos da área destas e outras figuras. Assinale em quais atividades do dia a dia e em quais profissões o cálculo da área é utilizado, ao lado escreva o motivo pelo qual a profissão precisa desse conceito:

( ) pedreiro ____________________ ( ) mecânico ___________________________

( ) vendedor de pisos e azulejos____

( ) engenheiro civil___________________________( ) arquiteto ________________

( ) cozinheiro _____________________________ ( ) padeiro___________________

( ) Construtor ______________________________ ( ) pintor ___________________

( ) agricultor____

( )revestir uma parede de azulejo____

( ) comprar um terreno____

Outros? Quais?____

9-Nas atividades de nosso cotidiano sempre utilizamos medidas de capacidade volume (litro, ml, metro cúbico ...). Na tua residência assinale as alternativas onde você e tua família utilizam estas unidades de medidas?

( ) Conta de água ( ) conta da luz

( ) venda da produção de leite ( )uso de alguns medicamentos

( ) consumo de bebidas ( ) produtos de limpeza

( )venda de produtos agrícolas ( ) outros? Quais?________________________

10-Como estudante gostaria de comentar algo que sente em relação ao estudo da Geometria?

APÊNDICE D – Questionário aplicado depois da aula

Questionário aplicado depois da aplicação da aula

Prezados alunos do terceiro ano, quero agradecer a colaboração e participação de todos durante a aplicação do meu trabalho, saibam que sua contribuição foi muito importante para o trabalho de conclusão da minha especialização, por isso gostaria de contar com sua avaliação para finalizar o trabalho.

Necessito que vocês comentem um pouco sobre aula que ministrei para vocês, para isso gostaria que respondessem os seguintes questionamentos:

1) Antes da aula ministrada você já havia percebido que a Matemática está presente no seu dia a dia mesmo sem que você perceba?

   ( ) Sim, em que situações?_____________________________________

   ( ) Não, e agora você já percebeu em outras situações? _______________

2) Na sua opinião é interessante relacionar conceitos matemáticos com o teu dia a dia?

   ( )Sim. Por que? ____

   ( )Não. Por que? ____

3) Como você avalia seu aprendizado após a aula que trouxe coisas do teu dia a dia para aula?

   ( ) Gostei Muito ( ) Gostei ( ) Razoável ( ) Não Gostei

4) Aqui podes descrever os aspectos positivosda aula?

____

____

____

5) Agora diga quais os pontos negativos que você apontou em aula?

____

____

____

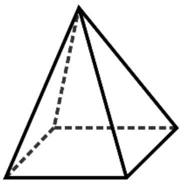
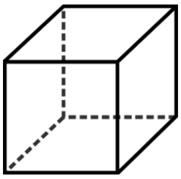
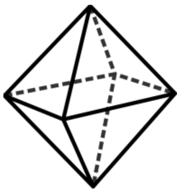
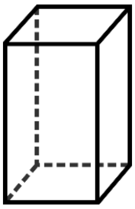
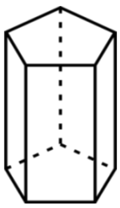
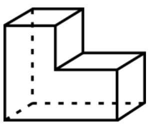
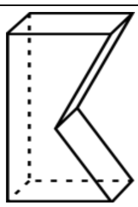
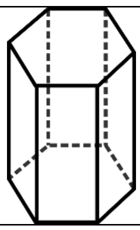
6-Enumere os objetos do nosso cotidiano com os sólidos geométricos que cada um deles está relacionado:

(1) Cilindro (2) cone (3) esfera (4)cubo (5) pirâmide

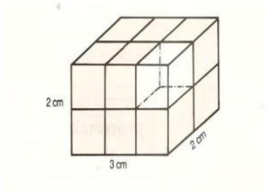
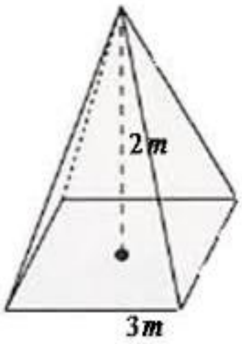
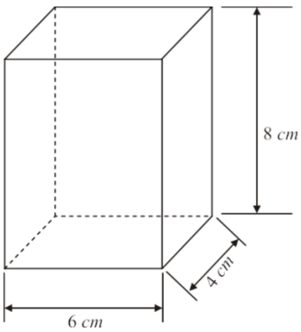
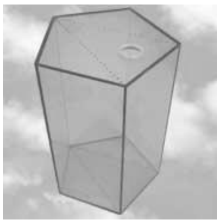
 ( )	 ( )
 ( )	 ( )
 ( )	 ( )
 ( )	 ( )
 ( )	 ( )

7-Complete a tabela contando o número de faces, vértices e de arestas dos poliedros:

Sólido	Nome do poliedro	Nome dos polígonos presentes	Número de faces	Número de vértices	Número de arestas	O poliedro satisfaz Propriedade de Euler?	É Poliedro de Platão? Justifique.

		no poliedro				F+V=A+2	
							
							
							
							
							
							
							
							

8)Calcule o volume dos poliedros abaixo, justifique como chegou a esse resultado:

	
	
	
 Altura :17 cm Largura: 7 cm	

Muito Obrigada!

Atenciosamente Beatriz