

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA MARIA
CENTRO DE TECNOLOGIA
CURSO DE GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA**

Cassio Rocha de Freitas

**ANÁLISE DE DESEMPENHO E SUBSTITUIÇÃO DE UM CÂMBIO CVT
POR CÂMBIO DE RELAÇÕES FIXAS DE 3 VELOCIDADES PARA
PROTÓTIPO DO TIPO BAJA SAE POR MEIO DE MODELAGEM
NUMÉRICA COMPUTACIONAL**

Santa Maria, RS
2020

Cassio Rocha de Freitas

**ANÁLISE DE DESEMPENHO E SUBSTITUIÇÃO DE UM CÂMBIO CVT POR
CÂMBIO DE RELAÇÕES FIXAS DE 3 VELOCIDADES PARA PROTÓTIPO DO
TIPO BAJA SAE POR MEIO DE MODELAGEM NUMÉRICA COMPUTACIONAL**

Trabalho de conclusão de curso, apresentado ao Curso de Engenharia Mecânica, da Universidade Federal de Santa Maria (UFSM, RS), como requisito parcial para obtenção do título de **Engenheiro Mecânico**.

Orientador: Prof. Thompson Diórdinis Metzka Lanzasova, PhD.

Santa Maria, RS
2020

Cassio Rocha de Freitas

**ANÁLISE DE DESEMPENHO E SUBSTITUIÇÃO DE UM CÂMBIO CVT POR
CÂMBIO DE RELAÇÕES FIXAS DE 3 VELOCIDADES PARA PROTÓTIPO DO
TIPO BAJA SAE POR MEIO DE MODELAGEM NUMÉRICA COMPUTACIONAL**

Trabalho de conclusão de curso, apresentado ao Curso de Engenharia Mecânica, da Universidade Federal de Santa Maria (UFSM, RS) – Campus Santa Maria, como requisito parcial para obtenção do título de **Engenheiro Mecânico**.

Aprovado em (dia) de (mês) de (ano):

Thompson Diórdinis Metzka Lanzasova
(Orientador)

Mario Eduardo Santos Martins

Artur Kruger

Santa Maria, RS
(2020)

AGRADECIMENTOS

Na representação do encerramento de um ciclo que expressa a entrega deste trabalho deixo meu profundo agradecimento a todos que tiveram papel fundamental nesta trajetória, em especial a meus pais Luiz e Margareth, e a meus irmãos Francine e Rafael. Não seria possível ter o privilégio de escolher o caminho a ser trilhado e investir em todas as aspirações, sejam elas profissionais ou pessoais, se não fosse por todo o incentivo e suporte que nunca pouparam esforços em proporcionar. Agradeço também à minha namorada Caroline pela compreensão, por todo apoio e incentivo na conclusão deste trabalho e também pelo companheirismo nos projetos da vida.

Agradeço a todos os colegas e amigos, especialmente aos integrantes das equipes Formula UFSM e Bombaja UFSM. Não haveria base para o nível de desenvolvimento técnico e pessoal oportunizado dentro do ambiente acadêmico se não fosse pelo compartilhamento de experiências e aprendizagem de diferentes pessoas, com diferentes origens e rumos trabalhando pelos mesmos objetivos. Em especial agradeço aos amigos e ex-colegas de Formula UFSM Fernando Leal e Adriano Schommer por terem apontado caminhos e possibilitado oportunidades nesta trajetória.

Agradeço aos professores Thompson Diordinis Metzka Lanzasova, Mario Eduardo Santos Martins, Fernando Mariano Bayer, Leandro Costa de Oliveira e Cristiano Roos por, além de terem proporcionado todo o conhecimento obtido durante a graduação, não se limitarem ao desempenhar seus papéis, apresentando-se sempre muito compreensivos, solícitos e verdadeiramente preocupados com a formação de futuros profissionais competentes.

*“If everything seems under control,
you’re not going fast enough”*

(Mario Andretti)

RESUMO

ANÁLISE DE DESEMPENHO E SUBSTITUIÇÃO DE UM CÂMBIO *CVT* POR CÂMBIO DE RELAÇÕES FIXAS DE 3 VELOCIDADES PARA PROTÓTIPO DO TIPO BAJA SAE POR MEIO DE MODELAGEM NUMÉRICA COMPUTACIONAL

AUTOR: Cassio Rocha de Freitas

ORIENTADOR: Thompson Diordinis Metzka Lanzasova

O câmbio *CVT* (*Continuously Variable Transmission*) é caracterizado por permitir a exploração de um determinado ponto de interesse (de maior eficiência ou de maior potência, por exemplo) do motor sobre uma faixa de velocidade por meio da variação contínua da relação de transmissão. Por se tratar de uma transmissão de potência em geral por elemento flexível, o câmbio *CVT* acaba por apresentar uma eficiência de transmissão significativamente baixa, e uma vez que na categoria Baja SAE os motores *Briggs & Stratton 10 HP* são padronizados por regulamento para todas as equipes, o protótipo mais potente é aquele que desperdiça menos potência. Para que fosse possível a análise de desempenho do protótipo *BJ16* da equipe Bombaja UFSM, foi desenvolvido um modelo numérico computacional que permitiu prever o comportamento do veículo com um novo conceito de câmbio de múltiplas velocidades e relações fixas e então propor melhorias para o sistema. Uma vez comprovada a equivalência dos resultados do modelo com os de um software comercial de simulação de tempo de volta (*OptimumLap*) e testes empíricos, foi realizado o escalonamento das relações de transmissão de um câmbio de relações fixas de 3 velocidades e feita a análise e comparação de desempenho entre os dois conceitos. Os resultados obtidos demonstraram as vantagens na substituição do conceito de câmbio *CVT* por um câmbio de relações fixas nas condições analisadas, demonstrando ganhos significativos de performance em condições que colocam o desempenho do *BJ16* à prova, como a redução do tempo de aceleração em 30 metros de 4.75 para 4.32 segundos bem como a confiabilidade e capacidade do protótipo em provas de tração, em que o veículo se mostrou capaz de tracionar a carga equivalente à uma picape de 2035 kg em praticamente toda sua faixa de velocidades em primeira marcha.

Palavras-chave: Dinâmica longitudinal. Modelagem numérica computacional. *Continuously Variable Transmission*. Transmissão.

ABSTRACT

PERFORMANCE ANALYSIS OF A NEW 3-SPEED SEQUENTIAL GEARBOX FOR REPLACING THE CURRENT CVT TRANSMISSION OF A BAJA SAE PROTOTYPE THROUGH COMPUTATIONAL MODELLING.

AUTHOR: Cassio Rocha de Freitas

ADVISOR: Thompson Diordinis Metzka Lanzasova

The Continuously Variable Transmission concept is defined for allowing the exploration of a determined point of interest (usually best performance or fuel consumption) developed by the engine over a speed range through the continuous variation of its transmission drive ratios. Since this task is commonly accomplished by, among others, a flexible member, the CVT ends up performing lower values of mechanical transmission efficiency, and since in the Baja SAE category all *Briggs & Stratton 10 HP* engines are standard by rule and therefore not allowed to be tuned by the teams, the most powerful drivetrain is the one that best delivers its engine power to the wheels. In order to enable the performance analysis and comparison between the Bombaja UFSM's prototype (BJ16) current CVT transmission and a 3-speed sequential gearbox transmission at the very same car, it has been developed a numerical model which simulates the vehicle longitudinal dynamics and enables the user to behold and compare how the new concept would perform over the actual vehicle. Once the results have been compared and verified by overlapping the model results with a commercial lap timing software (*OptimumLap*) and actual testing results, it was defined the proper transmission drive ratios for a 3-speed sequential gearbox and compared the two transmission concepts performance at BJ16. The results achieved in this project evidence the advantages of replacing the CVT transmission with the new fixed ratio concept at the conditions here analyzed, showing substantial performance improvements in tests that require longitudinal performance capabilities such as acceleration, which the elapsed time was reduced from 4.75 to 4.32 seconds, as well as a traction test, proving the *BJ16* ability and reliability while towing a truck over the old CVT concept, being able to accomplish the task in the most of its speed range in first gear.

Keywords: Longitudinal dynamics, Numerical modelling, Lap time simulation, Continuously Variable Transmission, Drivetrain.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Motor <i>Briggs & Stratton OHV Intek Model 20</i> permitido por regulamento para ser utilizado nos protótipos da categoria Baja SAE.....	16
Figura 2 – Prova de tração, onde o veículo deve ser capaz de tracionar uma determinada carga percorrendo a maior distância possível em condições de baixa aderência	17
Figura 3 – Ilustração do conceito de <i>black-box method</i> , em que o pneu (<i>black-box</i>) permite com que uma determinada força de tração F_{tire} (saída) seja gerada de acordo com uma força normal FN aplicada sobre ele (entrada)	18
Figura 4 – Ilustração da interação de todas as forças envolvidas no movimento agindo sobre o centro de gravidade do veículo, como assume a hipótese de <i>point mass</i>	20
Figura 5 – Curvas de torque e potência de dois motores semelhantes, porém com diferentes distribuições e pontos máximos de valores de torque e potência	25
Figura 6 – Intervalos de rotação entre duas relações de transmissão durante <i>upshifts</i> em momentos distintos	27
Figura 7 – Curva de torque e potência do Motor A.....	28
Figura 8 – Curva de torque e potência do Motor B	28
Figura 9 – Ilustração do funcionamento ideal de um câmbio continuamente variável	31
Figura 10 – Curva de relações de transmissão <i>versus</i> velocidade do motor de um câmbio CVT	32
Figura 11 – Ilustração do comportamento de um câmbio CVT (A) em comparação à um câmbio de relações fixas (B)	33
Figura 12 – Variação de relações de transmissão em um câmbio continuamente variável	34
Figura 13 – Transmissão de torque por conjugados de engrenagens	35
Figura 14 – Dados adquiridos em pista do protótipo BJ16 percorrendo uma distância de 100 metros.	37
Figura 15 – Ilustração do processo iterativo que compõe o modelo; dada uma distância inicial igual à zero, ocorrerá o incremento dos valores de rotação do motor e marcha até que a distância total percorrida resulte no valor previamente estipulado	40
Figura 16 – Curva de torque do motor <i>Briggs & Stratton</i> utilizado no modelo.....	41
Figura 17 – Curva de relações do câmbio CVT Gaged GX9 utilizado no protótipo BJ16	42
Figura 18 – Comparação dos dados obtidos em simulações	45
Figura 19 – Ilustração do comportamento do veículo simulado durante a partida.....	47

Figura 20 – Forças atuantes no movimento durante o percurso	48
Figura 21 – Gráfico gerado pelo modelo que permite a análise gráfica das forças atuantes no veículo durante uma prova de tração	50
Figura 22 – Definição do ponto ótimo de troca de marchas de acordo com a potência média líquida desenvolvida	52
Figura 23 – Definição da relação de transmissão ideal de acordo com a potência média líquida desenvolvida	52
Figura 24 – Comparação dos dados obtidos em teste empíricos e em simulação	53
Figura 25 – Curva de torque e potência do motor <i>Briggs & Stratton</i> utilizado no <i>BJ16</i>	54
Figura 26 – Definição da relação de transmissão da 1ª marcha voltada para capacidade tratativa	56
Figura 27 – Análise das relações de transmissão de 2ª marcha voltadas para aceleração	57
Figura 28 – Definição da relação de transmissão da 2ª marcha voltada para aceleração	58
Figura 29 – Simulação de uma prova de aceleração	59
Figura 30 – Forças envolvidas no movimento do veículo durante a prova	60
Figura 31 – Simulação do desempenho do veículo ao percorrer uma distância de 100 metros	61
Figura 32 – Forças envolvidas no movimento do veículo durante a prova	62
Figura 33 – Comparação das potências envolvidas no movimento dos dois veículos. Em azul o protótipo <i>BJ16</i> utilizando o câmbio de relações fixas e em vermelho com o câmbio <i>CVT</i>	63
Figura 34 – Forças desenvolvidas em todo o movimento	64
Figura 35 – Comparação do desempenho entre os dois conceitos de câmbio	65
Figura 36 – Velocidade do veículo de acordo com a rotação de seu motor em cada marcha	66
Figura 37 – Forças tratativas geradas em cada marcha de acordo com a velocidade do veículo	67
Figura 38 – Aceleração desenvolvida em cada marcha de acordo com a velocidade do veículo	68
Figura 39 – Potência desenvolvida pelo motor em cada marcha de acordo com a velocidade do veículo	68

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Análise das potências médias e máximas desenvolvidas pelos motores A e B de acordo com a rotação do motor no momento da troca de marcha (<i>RPMshift</i>).	29
Tabela 2 – Eficiência mecânica de diferentes tipos de conjuntos de transmissão	36
Tabela 3 – Dados de entrada do modelo do veículo	39
Tabela 4 – Resultados obtidos em simulações.....	45
Tabela 5 – Resultados obtidos em simulações comparando o desempenho do veículo com os diferentes câmbios.....	60

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

A_d	Densidade do ar
A_f	Área frontal
a_x	Aceleração longitudinal
C_d	Coefficiente de arrasto aerodinâmico
C_l	Coefficiente de sustentação aerodinâmica
C_r	Coefficiente de resistência ao rolamento
C_{rtow}	Coefficiente de resistência ao rolamento da carga
CVT	<i>Continuously Variable Transmission</i>
E_f	Eficiência mecânica de transmissão
F_N	Força normal
F_d	Força de arrasto aerodinâmico
F_l	Força de sustentação aerodinâmica
F_r	Força de resistência ao rolamento
F_{ri}	Força de resistência de inércia
F_{tire}	Força desenvolvida pelo pneu
g	Aceleração da gravidade
i_{cvt}	Relação de transmissão do <i>CVT</i>
i_{final}	Relação final de transmissão
i_n	Relação fixa de transmissão
i_{total}	Relação total de transmissão
m	Massa
m_{driver}	Massa do piloto
m_{total}	Massa total
m_{tow}	Massa da carga
$m_{vehicle}$	Massa do veículo
N_{cv}	Potência (CV)
P_c	Potência no cubo
P_e	Potência no eixo do motor
r	Raio do pneu
RPM	Velocidade angular do motor
T	Torque

V_x	Velocidade longitudinal
X_{CG}	Coordenada horizontal do centro de gravidade
Z_{CG}	Coordenada vertical do centro de gravidade
WB	Entre-eixos do veículo
η_m	Rendimento mecânico
η_B	Rendimento mecânico dos rolamentos
η_C	Rendimento mecânico da corrente
η_G	Rendimento mecânico das antrenagens
η_t	Rendimento mecânico total

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	14
1.1	OBJETIVOS	15
1.1.1	Objetivo Geral	15
1.1.2	Objetivos Específicos	15
2	REVISÃO BIBLIOGRÁFICA.....	16
2.1	COMPETIÇÃO BAJA SAE BRASIL	16
2.2	MODELO MATEMÁTICO.....	17
2.2.1	Modelo do Pneu	18
2.2.2	Modelo do veículo.....	19
	2.2.2.1 RESISTÊNCIAS AO MOVIMENTO.....	20
	2.2.2.2 TRAÇÃO	22
2.3	<i>POWERTRAIN</i> E CÂMBIO DE MÚLTIPLAS VELOCIDADES	24
2.3.1	Câmbio de múltiplas velocidades de relações fixas	26
2.3.2	<i>Continuously Variable Transmission (CVT)</i>	30
2.3.3	Eficiência mecânica de um conjunto de transmissão	33
	2.3.3.1 EFICIÊNCIA DE TRANSMISSÃO DE UM CÂMBIO CVT	34
	2.3.3.2 EFICIÊNCIA DE TRANSMISSÃO DE UM CÂMBIO DE MÚLTIPLAS VELOCIDADES DE RELAÇÕES FIXAS.....	35
	2.3.3.3 EFICIÊNCIA TOTAL DE TRANSMISSÃO.....	35
3	DESENVOLVIMENTO	37
3.1	IDENTIFICAÇÃO DO PROBLEMA	37
3.2	MODELAGEM NUMÉRICA COMPUTACIONAL.....	38
3.2.1	Modelo do veículo.....	39
3.2.2	Equações do movimento e funções matemáticas	40
3.2.3	Modelo dinâmico e validação	44
	3.2.3.1 INCONSISTÊNCIAS ENCONTRADAS NO MODELO	45
	3.2.3.2 SOLUÇÕES PARA AS INCONSISTÊNCIAS ENCONTRADAS NO MODELO.....	46
3.3	ANÁLISE DINÂMICA E ESCALONAMENTO DAS RELAÇÕES DE TRANSMISSÃO.....	48
3.3.1	Marcha de menor velocidade (prova de tração).....	49
3.3.2	Marcha de maior velocidade (velocidade final).....	50
3.3.3	Marchas intermediárias – Aceleração e desempenho.....	51
4	RESULTADOS E DISCUSSÕES	53
4.1	PROVA DE TRAÇÃO	55
4.2	ACELERAÇÃO E VELOCIDADE FINAL.....	56
4.2.1	Prova de Aceleração.....	58
4.2.2	Desempenho longitudinal na prova do Enduro e velocidade final	60
4.2.3	Transmissão de Relações Fixas versus Transmissão Continuamente Variável.....	62
4.2.4	Visão geral do protótipo <i>BJ16</i> com transmissão de 3 velocidades de relações fixas	66
5	CONCLUSÃO	69
6	CONSIDERAÇÕES FINAIS	71
6.1	SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS	71
7	REFERÊNCIAS	72

1 INTRODUÇÃO

Concebida em 1976 nos Estados Unidos pela SAE (*Society of Automotive Engineers*), a competição Baja SAE foi criada com o objetivo de fomentar o desenvolvimento técnico de alunos de cursos de engenharia e demais visando melhor preparar os futuros profissionais para o mercado. Implementados no Brasil em 1994 e desde 1997 sob os formatos de competições nacionais e regionais, os eventos avaliam não só a capacidade técnica dos estudantes por meio da performance do veículo desenvolvido, mas também, entre outros fatores, o melhor aproveitamento dos recursos disponíveis para cada equipe.

Não diferente de equipes de qualquer categoria de automobilismo profissional, o desenvolvimento dentro das equipes de Baja SAE é limitado por dois fatores principais: tempo e dinheiro. Por esses motivos as equipes têm procurado cada vez mais ao longo do tempo conhecer sobre o comportamento do veículo por meio da dinâmica veicular, definida por Smith (1978) como sendo o estudo das forças que atuam em veículos em movimento e das respostas desse mesmo movimento, sendo estas naturais ou forçadas pelo piloto. Este estudo pode ser realizado por meio de dois métodos, conforme Gillespie (1992): por meio empírico e por meio analítico. O meio empírico resulta do registro de informações por meio da tentativa e erro. Este, embora fundamental para que se conheça dados elementares, além de deveras depender dos recursos disponíveis, vem a resultar muitas vezes em apenas erro. Já o método analítico, ainda segundo o autor, usa de enunciados da física para descrever por meio de equações matemáticas o comportamento do veículo e assim permitir previsões de acordo com a alteração de suas variáveis.

Com o avanço da tecnologia, o aumento da competitividade entre as equipes e a cada vez maior limitação de recursos, surgiram ferramentas computacionais que vieram a permitir aos engenheiros que, por meio da conciliação entre os métodos empírico e analítico, simulassem matematicamente um veículo com determinadas configurações em determinadas condições de interesse. Conhecidas como simulações de tempo de volta, essas ferramentas além de prever o comportamento do veículo permitiram com que o engenheiro conheça com um maior nível de detalhes as propriedades do objeto de análise, possa avaliar e estimar certos parâmetros para determinada condição e comparar com o desempenho real do veículo, conforme descreve Segers (2014).

Um dos fatores preponderantes para o bom desempenho dinâmico de um veículo, o motor utilizado pelas equipes na competição Baja SAE é padronizado por regulamento (SAE BRASIL, 2019), fazendo-se fundamental a otimização do aproveitamento e entrega de sua

energia. Tendo como principal objetivo (LECHNER; HARALD, 1999) a conversão mais eficiente possível da potência do motor em tração, o objeto de estudo deste trabalho é o sistema de transmissão do protótipo BJ16 da equipe Bombaja da Universidade Federal de Santa Maria.

1.1 OBJETIVOS

1.1.1 Objetivo Geral

Melhorar a performance de um veículo do tipo Baja SAE por meio da definição ótima das relações de transmissão.

1.1.2 Objetivos Específicos

- Modelar numericamente a dinâmica longitudinal do veículo em questão com o objetivo de, uma vez atestada a fidelidade do modelo com a realidade, analisar seu desempenho e prever melhorias para o sistema;
- Definir as relações de transmissão para um câmbio de múltiplas velocidades de maneira que atenda da maneira mais adequada os seguintes requisitos propostos, sendo estes:
 - Otimizar o desempenho do veículo em uma prova de aceleração;
 - Ter capacidade de desempenhar uma prova de tração em toda ou maior parte da faixa de velocidades do veículo em primeira marcha;
 - Atingir velocidade final em circuito igual ou superior à 53 km/h;
- Comparar o modelo proposto nesse trabalho com o veículo atual, evidenciando as melhorias e discutindo os resultados.

2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

2.1 COMPETIÇÃO BAJA SAE BRASIL

Ocorrendo anualmente em etapas nacionais que reúnem equipes de todo o Brasil e também em etapas regionais, o Programa Baja SAE visa oportunizar aos estudantes participantes a aplicação de seus conhecimentos adquiridos em sala de aula por meio do desenvolvimento de um veículo *off-road*. Em competição, as equipes e os veículos têm seu desempenho avaliado por meio de uma série de provas estáticas e dinâmicas que devem atender à um regulamento previamente estipulado (SAE BRASIL, 2019). Deste regulamento foram atribuídas limitações ao desenvolvimento deste trabalho, como por exemplo os motores *Briggs & Stratton* (Figura 1) permitidos para a categoria, padronizados para todas as equipes.

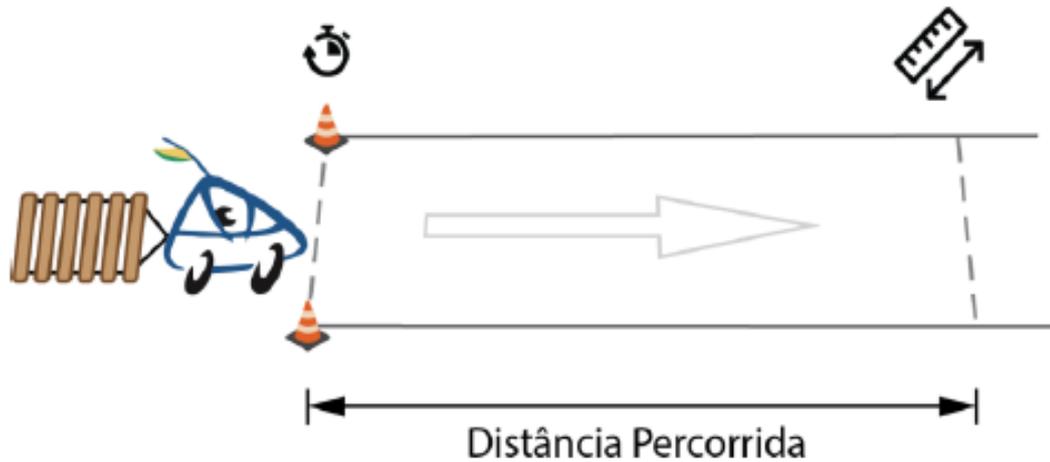
Figura 1 – Motor *Briggs & Stratton OHV Intek Model 20* permitido por regulamento para ser utilizado nos protótipos da categoria Baja SAE



Fonte: <https://www.briggsandstratton.com/>

Também foi levado em consideração a composição das provas em que o veículo será submetido para que seja feita a análise de seu desempenho e proposição de melhorias para estas condições, como é o exemplo da prova de tração ilustrada na Figura 2.

Figura 2 – Prova de tração, onde o veículo deve ser capaz de tracionar uma determinada carga percorrendo a maior distância possível em condições de baixa aderência



Fonte: (SAE BRASIL, 2019)

2.2 MODELO MATEMÁTICO

Milliken; Milliken (1995) iniciam o primeiro capítulo de sua obra com a afirmação de que o propósito técnico de uma competição entre veículos é a obtenção de uma configuração final que, embora sujeita a algumas conciliações com fatores externo, permita com que um determinado trajeto seja percorrido no menor tempo possível respeitando limitações impostas por um regulamento. A filosofia do autor certamente corrobora a proposta do Programa Baja SAE, fomentando o desenvolvimento profissional dos alunos por meio dessa busca pela apropriada configuração final.

Como já citado anteriormente na Seção 1, as principais limitações de competições dessa natureza, sejam em nível estudantil como profissional, são questões como tempo de desenvolvimento e recursos. Como possível solução para estes dois fatores, foram desenvolvidas as ferramentas de simulação de dinâmica veicular. Patton (2013) distingue o desenvolvimento de tais ferramentas com dois objetivos: facilitar a tomada de decisões no desenvolvimento de um veículo a partir da previsão de seu comportamento com base em dados satisfatoriamente confiáveis e permitir com que o usuário dessas ferramentas aprimore conhecimentos sobre o veículo e como a alteração de configurações influenciaria seu desempenho.

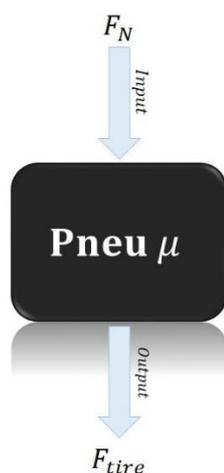
Segers (2014) divide uma ferramenta de simulação de dinâmica veicular em três objetos: o modelo do veículo, o modelo do pneu e o modelo da pista. Será discorrido sobre estes três tópicos nas próximas seções deste trabalho. O autor também distingue três categorias de

modelos de simulação numérica: simulação de estado estável, quase estável e dinâmica ou transiente. Dada a proposta e limitações do trabalho, o modelo de simulação adotado foi o de simulação de estado estável, onde assume-se que o veículo está submetido à apenas uma condição dentre as três possíveis (franagem, aceleração ou contorno de uma curva).

2.2.1 Modelo do Pneu

Todas as interações entre o veículo e o solo se dão através da superfície do pneu. Portanto, é fundamental a compreensão e sua devida representação quando se estuda a dinâmica de um veículo, seja esta longitudinal, lateral ou vertical. Adams (1992) sugere que uma análise prática do comportamento do pneu pode ser feita por meio de um método chamado de *black-box method*, em que se pode negligenciar os fatores que ocorrem dentro dessa “caixa”, interessando-se apenas na correlação entre entrada e saída deste componente. A interação entre os fatores de entrada e saída aplicados no método podem ser observados na Figura 3.

Figura 3 – Ilustração do conceito de *black-box method*, em que o pneu (*black-box*) permite com que uma determinada força de tração F_{tire} (saída) seja gerada de acordo com uma força normal F_N aplicada sobre ele (entrada)



Fonte: Autor

Por se tratar de uma representação simplificada de um pneu, não é do interesse deste modelo fatores como ângulo de deriva, *caster*, *camber* e uma série de outros, sendo o comportamento do pneu expresso por uma relação direta entre carga vertical e tração tomando-se a perspectiva do método *black-box*. Embora classificada como “modelo do veículo”, é também relevante mencionar nessa seção a simplificação de modelo assumida pela hipótese de

point mass, em que todas as forças atuantes no veículo se concentram em um único ponto, localizado no seu centro de gravidade, e é este mesmo ponto que define a capacidade de tração do veículo. A equação que define o comportamento dinâmico de um pneu em um modelo admitido como ponto de massa é estabelecida por Segers (2014) como:

$$F_{tire} = \mu * F_N \quad (1)$$

Onde:

F_{tire} é a força de tração gerada pelo pneu;

μ é o coeficiente de atrito estático do pneu;

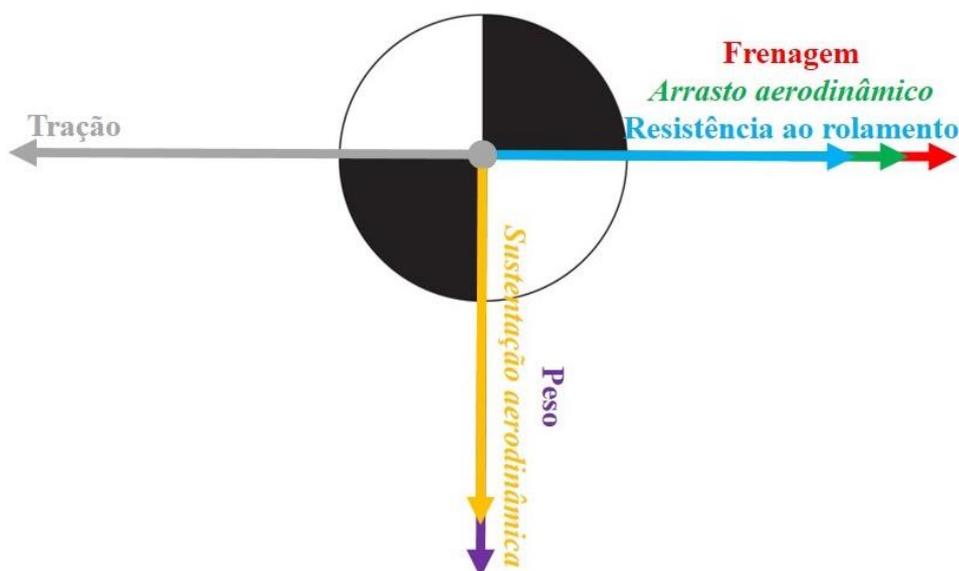
F_N é a força normal aplicada no pneu.

2.2.2 Modelo do veículo

Conforme mencionado na seção anterior, para este modelo do veículo foi adotada a hipótese de *point mass*. Neste modelo, todas as componentes do movimento, sejam estas longitudinais ou verticais, de ação ou reação e a favor ou contra o movimento estão agindo sobre o centro de gravidade do veículo, conforme ilustrado pela Figura 4. Vale destacar que o modelo adotado negligencia também a transferência de carga entre o eixo dianteiro e traseiro do veículo (afinal, assume-se que há apenas um).

Conhecidas e delimitadas as forças que serão abordadas neste trabalho, resta investigar como estas interagem individualmente e entre si, definindo o comportamento longitudinal do veículo. Esta seção será dividida entre forças à favor (tração) e de oposição (resistências) ao movimento.

Figura 4 – Ilustração da interação de todas as forças envolvidas no movimento agindo sobre o centro de gravidade do veículo, como assume a hipótese de *point mass*



Fonte: Autor

2.2.2.1 Resistências ao movimento

Gillespe (1992) cita que a maioria dos estudos de dinâmica veicular parte de uma lei fundamental conhecida como Segunda Lei de Newton. Suportada por esta, pode-se afirmar que a aceleração que um veículo com determinada massa virá a desenvolver durante um percurso é diretamente proporcional à força resultante que sobre ele está agindo. Dito isso, observa-se a relevância das forças de resistência ao movimento, uma vez que estas se opõem à força motriz gerada pelo conjunto de tração de um veículo. Nicolazzi (2008) faz a clara distinção destas forças, e dentre elas cita-se:

- Resistência mecânica;
- Resistência de rolamento;
- Resistência aerodinâmica;
- Resistência de inércia.

A **resistência mecânica** é resultado de perdas por atrito durante a transmissão de potência do motor até as rodas, abrangendo rolamentos, engrenagens, eixos e demais componentes. Nicolazzi (2008) sugere que uma maneira simples de se levar em conta essas perdas por atrito em um sistema em movimento seja dada pelo conceito de **rendimento de transmissão de força**, observado pela seguinte equação:

$$P_c = P_e * \eta_m \quad (2)$$

Onde,

P_c é a potência no cubo;

P_e é a potência efetiva no motor;

η_m é o rendimento mecânico da transmissão.

Visto que o pneu é um elemento deformável, este absorve certa quantia de energia ao ser sujeito à uma carga, característica que acaba se traduzindo em uma força contrária ao movimento, definida como **resistência ao rolamento**. É definida por:

$$F_r = C_r * m * g * \cos\alpha \quad (3)$$

Onde,

F_r é a força de resistência ao rolamento;

C_r é o coeficiente de resistência ao rolamento

m é a massa do veículo;

g é a aceleração gravitacional, adotada como 9.81 m/s²;

α é o ângulo de inclinação da pista.

Nicolazzi (2008) aponta que o coeficiente de resistência ao rolamento C_r varia conforme diversos parâmetros e cita dentre eles a velocidade, pressão, carga radial, temperatura, tipo de piso e demais fatores. Para fins de simplificação, neste trabalho foi levado-se em consideração apenas o tipo de superfície do solo e pneu para a definição deste coeficiente.

Resultado da interação com uma corrente de ar, a **resistência aerodinâmica** é uma componente longitudinal de sentido oposto ao movimento do veículo. Conforme Katz (1995), esta componente, mais conhecida como arrasto aerodinâmico, é o principal fator limitante da velocidade final do veículo, uma vez que seu modulo aumenta exponencialmente com a velocidade relativa entre o ar e o veículo, conforme a equação (4):

$$F_d = A_d * A_f * C_d * V_x^2 \quad (4)$$

Onde,

F_d é a força de arrasto aerodinâmico;

A_d é a densidade do ar;

A_f é a área frontal do veículo;

C_d é o coeficiente de arrasto aerodinâmico;
 V_x é a velocidade longitudinal do veículo.

A **resistência de inércia**, neste caso resultante de uma massa em translação, é resultado da aceleração desenvolvida por esta massa. Esta força de resistência à inércia portanto é dada por:

$$F_{ri} = m * a_x \quad (5)$$

Onde,

F_{ri} é a força de resistência de inércia;
 a_x é a aceleração longitudinal do veículo.

As forças resultantes das massas em rotação foram negligenciadas neste trabalho por fins de simplificação.

Gillespie (1992) ainda define como um elemento de resistência ao rolamento a componente proveniente do ato de rebocar uma carga. Esta última, por se tratar de um segundo corpo em movimento, tem sua componente resultante de todos os elementos citados anteriormente.

2.2.2.2 Tração

Proveniente da interação entre motor, transmissão e pneus, a força trativa é a componente responsável pelo ganho de velocidade do veículo uma vez que seu módulo superar as forças de resistência ao movimento. Essa força trativa é gerada através do torque do motor, que ao ser multiplicado pela relação de transmissão (e também parcialmente dissipada conforme o rendimento mecânico do conjunto) gera um torque no pneu, que por sua vez ao estar em contato com solo resulta em uma força a favor do movimento na região de contato entre os pneus e o solo. Esta componente é dada por:

$$F_T = \frac{T * i_t * \eta_m}{r} \quad (6)$$

Onde,

F_T é a força de tração;
 i_t é a relação total de transmissão;

r é o raio dinâmico do pneu.

Uma vez que o torque gerado pelo motor depende do contato do pneu-solo para gerar força trativa, o pneu pode virar (e geralmente é) um fator limitante quando se busca a otimização de performance em um veículo automotor. Da mesma maneira com que foi evidenciada a existência de uma força de arrasto aerodinâmico, surge também por esta mesma interação outra força de componente perpendicular ao solo conhecida como sustentação aerodinâmica, que, por ter mesma direção da força peso do carro, contribui com a composição da força normal F_N que, ao ser multiplicada pelo coeficiente de atrito do pneu, delimita a força trativa máxima permitida pelo pneu. Esta força de sustentação (*lift*) é dada pela seguinte equação:

$$F_l = A_d * A_f * C_l * V_x^2 \quad (7)$$

Onde,

F_l é a força de sustentação aerodinâmica;

C_l é o coeficiente de sustentação aerodinâmica.

É importante salientar que a configuração do veículo em questão é de tração nas rodas traseiras. Isto implica no fato de que a força normal que age nos pneus traseiros é correspondente à porcentagem de massa e sustentação aerodinâmica no eixo traseiro (considerando-se o centro de pressão posicionado sobre o centro de gravidade do veículo, ou seja, componentes de força Peso e *Downforce* agindo sob o mesmo ponto).

Embora negligenciado o fenômeno de transferência de carga longitudinal, há outro fator determinante para o limite de tração permitido pelo pneu quando se trata da condição onde o veículo está tracionando uma carga. Este fator é uma componente adicional de força normal que age nos pneus traseiros proveniente da força de reação resultante do momento gerado pela aplicação da tração sobre a distância vertical do ponto de ancoragem.

Compartilhando da abordagem de Murray (2012), chega-se às duas principais equações que irão governar e descrever o movimento longitudinal abordado neste trabalho. Considerando que o ganho de velocidade no movimento de um corpo é dado por sua aceleração, chega-se na equação fundamental que compreende o resultado da interação das forças descritas anteriormente e rege o movimento do veículo em questão:

$$a_x = \frac{\frac{T * \eta_m * i_t}{r} - (F_d + F_r)}{m_{total}} \quad (8)$$

onde m_{total} passa a compreender a massa da carga e F_r passa a compreender a força de resistência ao rolamento da carga também.

A segunda equação (8) descreve a velocidade desenvolvida pelo veículo de acordo com, entre os demais fatores, a velocidade angular que o motor desenvolve:

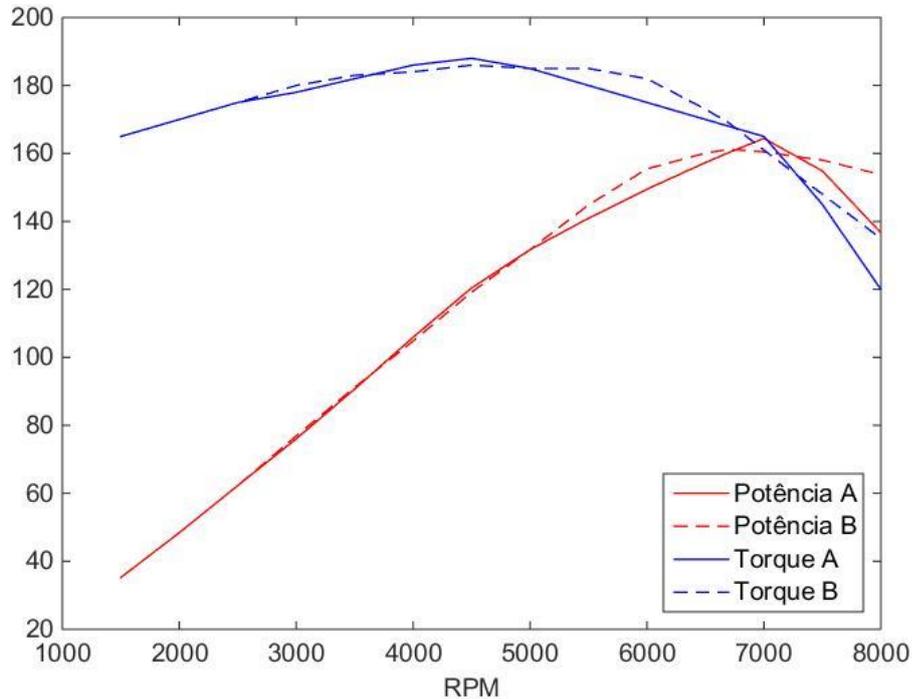
$$V_x = \frac{RPM * 2 * \pi * r}{60 * i_t} \quad (8)$$

2.3 POWERTRAIN E CÂMBIO DE MÚLTIPLAS VELOCIDADES

Conforme pode-se observar anteriormente, o desempenho longitudinal de um veículo é resultado direto da relação entre o torque e potência gerados pelo motor com as resistências impostas ao movimento do veículo. Diferentes motores têm diferentes características, e uma vez que essas características são entregues de acordo com uma curva, é fundamental que seja levado em consideração sua característica geométrica nesta análise.

Carroll Shelby certa vez disse “*Horsepower sells cars, torque wins races*”, e esta famosa frase informal afirma a importância de uma distribuição adequada de torque durante toda a faixa útil de potência do motor. Segundo Smith (1978), a eficácia com que essa distribuição de torque sobre uma faixa de interesse de rotação do motor é explorada e aplicada é o atributo básico de um câmbio de múltiplas velocidades, que permite com que o piloto selecione a relação de transmissão mais adequada para que se obtenha a maior aceleração longitudinal do veículo conforme este ganha velocidade.

Figura 5 – Curvas de torque e potência de dois motores semelhantes, porém com diferentes distribuições e pontos máximos de valores de torque e potência



Fonte: Autor

Por definição, o torque gerado pelo motor é um momento gerado pela força proveniente da pressão da combustão sobre a área do pistão e transmitida ao virabrequim através da biela por meio de uma alavanca. A potência é o produto entre este torque e a velocidade angular do motor, conforme a equação descrita por Brunetti (2012):

$$N_{cv} = \frac{2\pi * RPM * T_{kgf.m}}{60 * 75} \quad (9)$$

Também por definição, a potência também pode ser entendida como a energia necessária para mover um corpo com determinada massa por uma determinada distância em um determinado espaço de tempo. Em acordo com as duas definições e, levando-se em consideração que a aceleração longitudinal desenvolvida por um veículo é produto do torque gerado pelo motor, se a questão é unicamente percorrer uma delimitada distância no menor tempo possível quando se trata de uma corrida em circuito o melhor resultado vai ser dado pela maior velocidade média desenvolvida. Este resultado vai ser dado pela otimização da aplicação

da aceleração longitudinal proveniente do torque do motor sobre a correta faixa de velocidades, sendo portanto avaliado em função de sua potência.

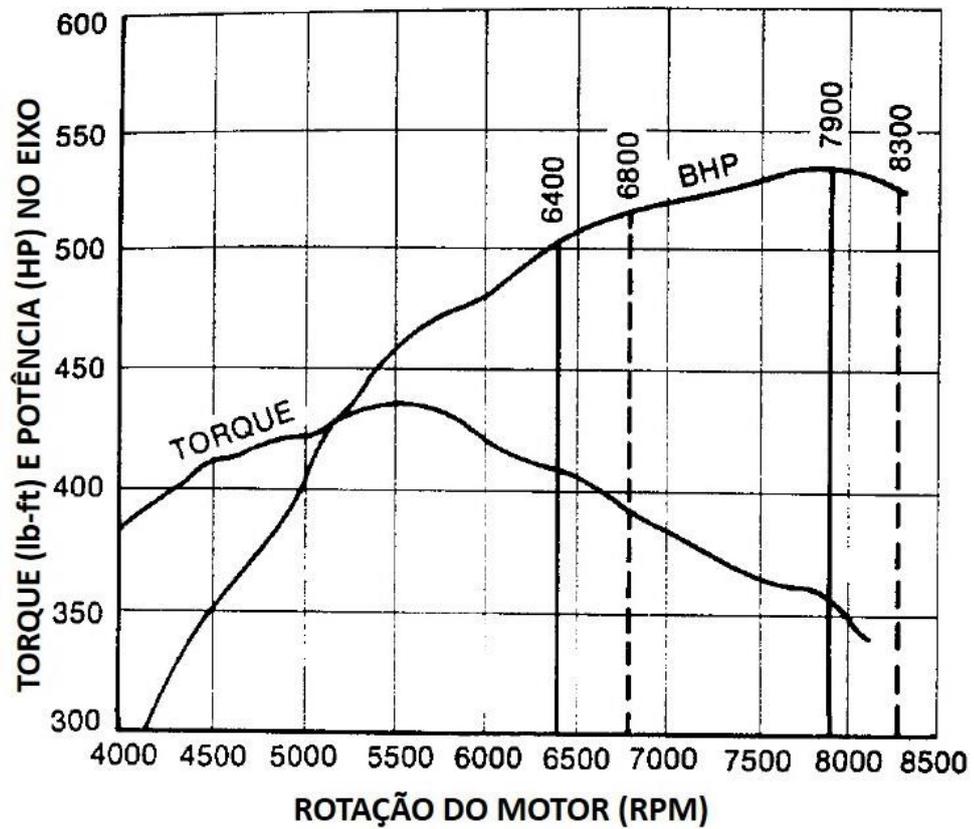
Definido por Bosch (2005) como o sistema responsável pela adaptação do torque disponível à condição do veículo, do sistema de transmissão destacam-se dois fenômenos: a multiplicação de velocidades, ferramenta que permitirá a otimização da aplicação da aceleração longitudinal sobre a correta faixa de velocidades mencionada anteriormente, e a eficiência de transmissão.

2.3.1 Câmbio de múltiplas velocidades de relações fixas

Geralmente feito por pares (ou trens) de engrenagens, a caixa de câmbio é um dos componentes do sistema de transmissão de um veículo que permite com que o piloto varie a relação com que é transmitida a velocidade e o torque do motor para as rodas do veículo. Porém, ao passo que é multiplicada a velocidade, o torque transmitido é reduzido à mesma taxa (BUDYNAS; NISBETT, 2008), sendo necessária a utilização de múltiplos pares de engrenagens para que seja feita essa manipulação e escolha da relação mais apropriada para diferentes situações.

No momento de uma troca de marcha (ou *upshift*), uma vez que o motor atingiu um limite de velocidade angular com torque ainda disponível para continuar acelerando o veículo, há uma queda de rotação assim que a marcha posterior é engrenada, disponibilizando assim um novo intervalo de rotação a ser varrido. Em um gráfico de potência *versus* rotação do motor este intervalo gera uma área sob a curva, e como já é de conhecimento o papel fundamental da potência no desempenho de um veículo, a função desta análise é a maximização desta área por meio da manipulação deste intervalo.

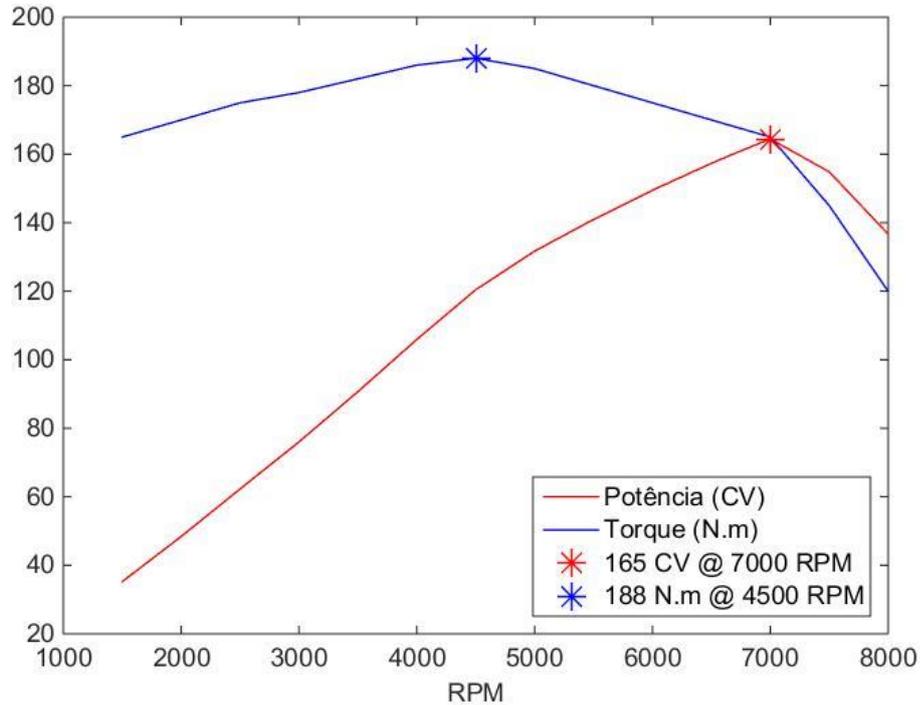
Figura 6 – Intervalos de rotação entre duas relações de transmissão durante *upshifts* em momentos distintos



Fonte: Adaptado de Smith (1978)

Com o intuito de avaliar o resultado da manipulação das faixas de rotação do motor aplicadas, faz-se a seguinte análise:

Figura 7 – Curva de torque e potência do Motor A

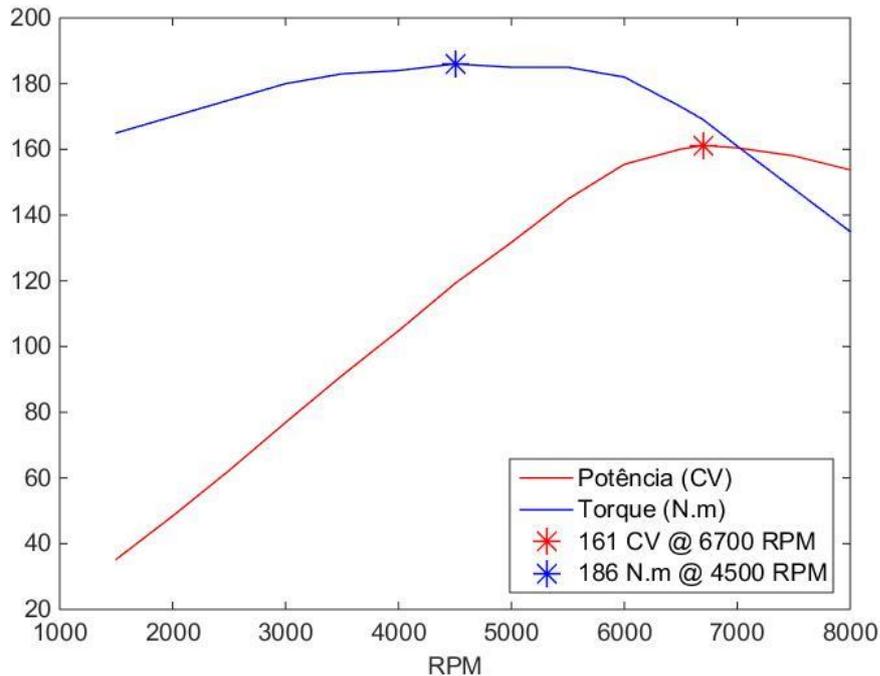


Fonte: Autor

A Figura 7 representa a curva de torque do Motor A da Figura 5, que ilustra a curva de torque de um motor com potência máxima de 165 CV (121,36 kW) à 7000 RPM e torque máximo de 188 N.m à 4500 RPM. Supondo que o câmbio esteja engrenado com uma relação de transmissão de 4:1 e relação da marcha seguinte é de 3:1, analisa-se uma aproximação da potência média desenvolvida do início ao fim da faixa de potência varrida por esta marcha conforme propõe Segers (2014), sendo dada pela soma dos valores referentes à um intervalo de rotação arbitrado sobre o número destes intervalos. Esta análise será feita de acordo com 3 pontos distintos de troca de marcha: potência máxima (7000 RPM), rotação máxima (8000 RPM) e um ponto intermediário (7500 RPM). A rotação com que o regime da segunda relação de transmissão vai ser iniciado se dá pela seguinte equação:

$$RPM_2 = RPM_1 * \frac{i_2}{i_1} \quad (10)$$

Figura 8 – Curva de torque e potência do Motor B



Fonte: Autor

Fazendo-se a mesma análise para o Motor B da Figura 5, que ilustra a curva de torque e potência de um motor com potência máxima de 161 CV (118,42 kW) à 6700 RPM e 186 N.m de torque à 4500 RPM, portanto valores inferiores ao primeiro motor, chega-se aos seguintes resultados:

Tabela 1 – Análise das potências médias e máximas desenvolvidas pelos motores A e B de acordo com a rotação do motor no momento da troca de marcha (*RPMshift*).

RPMshift	RPMi	Potência Máxima (CV)	Potência Média (CV)
Motor A			
8000	6000	164.4	154.19
7500	5625	164.4	155.16
7000	5250	164.4	153.77
Motor B			
8000	6000	161	158.15
7500	5625	161	157.35
7000	5250	161	153.77

Fonte: Autor

Analisando-se os valores da Tabela 2, obtêm-se dois resultados interessantes. O primeiro deles é que, mesmo que a potência máxima da curva de torque do motor A seja superior à do motor B (164.4 CV e 161 CV, respectivamente), a potência média desenvolvida

no intervalo de rotação do motor B se mostra superior (158.12 CV contra 155.16 CV), evidenciando a importância da distribuição de torque no desempenho de um veículo buscando-se a maximização da área sob a curva no gráfico de potência do motor.

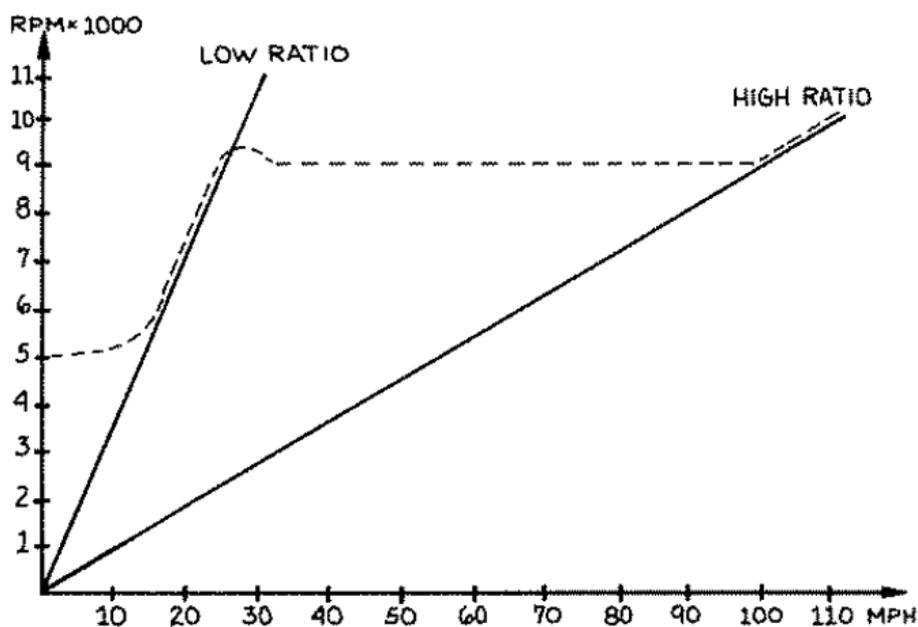
Outro ponto muito importante que pode ser notado na tabela 2 é a rotação com que ocorre o *upshift*, dado por *RPMshift*. O ponto ideal de troca de marcha não é dado pelo pico de potência ou pelo limite de rotação do motor, mas sim pelo ponto que permite com que se obtenha a maior potência líquida do intervalo determinado pelas relações de transmissão, providenciando uma substancial reserva de torque em baixas velocidades quando inicia a faixa de rotação da próxima marcha.

2.3.2 *Continuously Variable Transmission (CVT)*

Constatando-se, em resumo, que um dos fatores preponderantes para o bom desempenho de um veículo seja a maior potência média desenvolvida em um intervalo, faz sentido dizer que se esse intervalo for infinitesimal e tender ao valor de pico de potência do motor, o valor médio da potência será igual à este mesmo valor máximo. Porém, para se obter um intervalo infinitesimal de variação de relações de transmissão, naturalmente seria necessário um câmbio de infinitas velocidades, e é então onde surge o conceito de transmissão continuamente variável ou CVT (*Continuously Variable Transmission*).

Caracterizado principalmente por, como o próprio nome diz, promover uma variação contínua das relações de transmissão de um trem de força, o câmbio *CVT* permite com que um veículo ganhe velocidade mantendo estável a velocidade do motor. Isso quer dizer que se possa manter o motor em um regime máximo de torque, potência ou até mesmo economia de combustível, e ainda assim continuará ganhando velocidade, assim como faria um câmbio de relações fixas com infinitas velocidades. Esse comportamento é ilustrado na Figura 9.

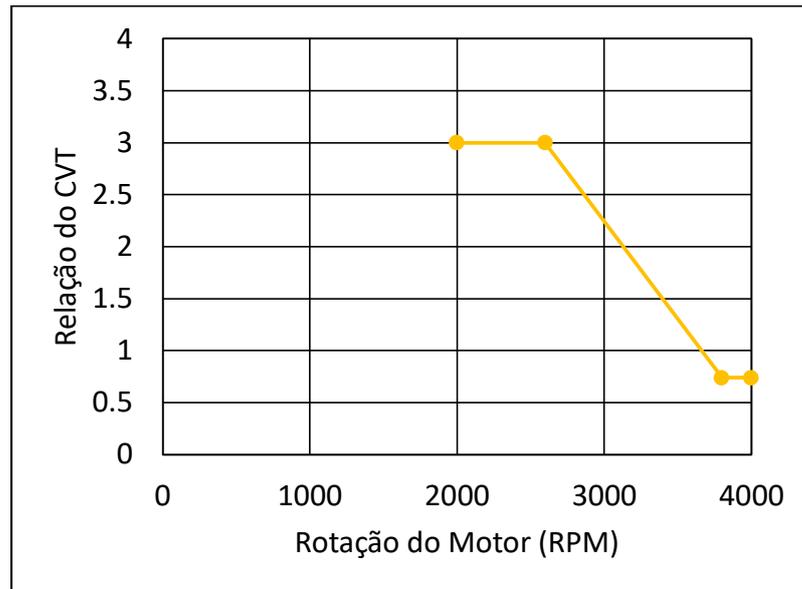
Figura 9 – Ilustração do funcionamento ideal de um câmbio continuamente variável



Fonte: (AAEN, 2006)

Nota-se que, embora continuamente variável, este tipo de transmissão conta com 2 relações fixas, denominadas na figura de Aaen (2006) de *Low Ratio* e *High Ratio*. Estas relações são nada mais do que os limites inferior e superior de variação das relações. No caso de um câmbio *CVT* de relações entre 3:1 e 0.74:1 como em (JAIN; RANJIT, 2015), ilustrado na Figura 10, 0.74:1 seria a relação de maior velocidade e menor multiplicação de torque, onde assim que ultrapassada a velocidade referente à essa relação de transmissão o câmbio começa a se comportar como de relação fixa (*high ratio*), e 3:1 seria a relação de menor velocidade e maior multiplicação de torque, onde o câmbio vai se comportar como de relação fixa (*low ratio*) até que o motor atinja a velocidade referente à essa relação em um gráfico que ilustra a variação de relações do câmbio conforme a velocidade do motor, como ilustrado na figura 9. O intervalo entre essas duas relações é justamente o intervalo de interesse em um veículo com sistema de transmissão *CVT*, onde as relações vão ser variadas continuamente, entre 3:1 e 0.74:1 nesse caso, mantendo-se a velocidade angular do motor no ponto de maior potência por exemplo em caso de se requerer o maior desempenho.

Figura 10 – Curva de relações de transmissão *versus* velocidade do motor de um câmbio CVT

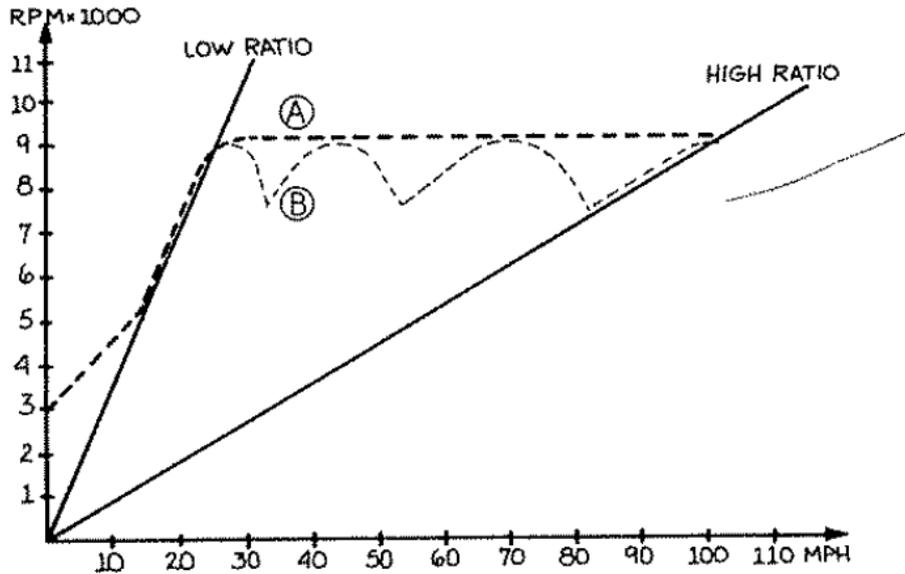


Fonte: Adaptado de Jain; Ranjit (2015)

Mantendo-se a velocidade angular do motor em regime de máxima potência, observa-se que ao invés de o motor varrer uma curva de potência de acordo com a velocidade do veículo como em um sistema de transmissão de relações fixas, a potência desenvolvida pelo veículo com câmbio *CVT* em um gráfico em relação à velocidade desenvolvida vira uma reta, como pode ser observado na Figura 11, que expõe perfeitamente o ponto abordado neste trabalho: entrega de potência.

A análise dessa figura se dará de maneira bem simples. O primeiro ponto é um dos mais influentes na escolha de um sistema de transmissão para protótipos do tipo Baja: o conforto garantido pela desnecessidade por parte do piloto de realizar troca de marchas como em um câmbio manual conforme o veículo ganha velocidade. Bem, como Milliken; Milliken (1995) citam no primeiro parágrafo de sua obra, o ponto chave em uma competição que envolve veículos de alta performance é um relacionamento entre homem e máquina que tome destaque frente à competição, e como não há uma máquina perfeita para todas as condições de uma corrida, seja de visão de um engenheiro como Carroll Smith ou na visão de um piloto como Ross Bentley (BENTLEY, 2011), vence o conjunto de esforços mais harmônicos.

Figura 11 – Ilustração do comportamento de um câmbio *CVT* (A) em comparação à um câmbio de relações fixas (B)



Fonte: Retirado de (AAEN, 2006)

Assim como o primeiro ponto foi referente ao primeiro componente do conjunto homem-máquina, o segundo ponto é referente à máquina. Como já foi verificado na seção anterior, o melhor desempenho é resultado direto, dentre outros fatores, da maximização da área sob a curva de potência desenvolvida pelo trem de força de um veículo. Embora a área sob a curva de potência de um mesmo motor não seja a mesma quando o eixo horizontal é a velocidade longitudinal do veículo (na análise da seção anterior o eixo horizontal era a velocidade angular do motor) pois as áreas são horizontalmente expandidas de acordo com a relação de cada marcha e a velocidade é dependente desta, a mesma análise é válida aqui.

Geometricamente, a área sob uma reta será sempre superior à área de uma curva com ponto máximo coincidindo com esta reta. Evidentemente neste caso não será diferente, porém há um fator muito importante à ser levado em consideração.

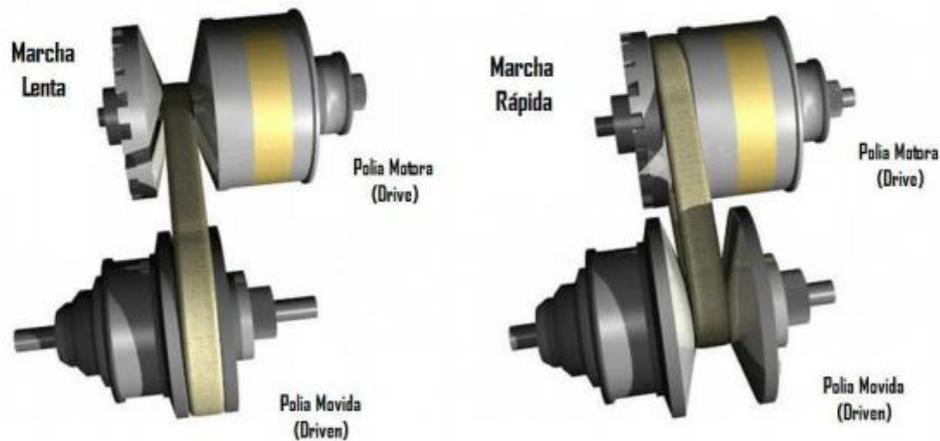
2.3.3 Eficiência mecânica de um conjunto de transmissão

Uma vez que na categoria BAJA SAE os motores são comerciais e padronizados para todas as equipes, é de extrema importância que haja a menor dissipação possível na transmissão da potência do motor para as rodas. Sob essa ótica, surge a importância da análise do aumento da eficiência mecânica de transmissão do conjunto.

2.3.3.1 Eficiência de transmissão de um câmbio CVT

A grande vantagem e motivação da concepção de um *CVT* é a sua habilidade de variar as relações de transmissão de torque e velocidade de um sistema por meio da variação infinitesimal dentro de um determinado intervalo sem a necessidade de intervenção mecânica do piloto. Para que tal tarefa seja realizada, em protótipos Baja SAE o modelo de câmbio mais utilizado é o de polias de diâmetro variável interligadas com uma correia em V, o qual varia o diâmetro da seção de contato das polias com a correia de acordo com a aproximação e afastamento de suas seções, conforme descreve Dias (2010).

Figura 12 – Variação de relações de transmissão em um câmbio continuamente variável



Fonte: (DIAS, 2010)

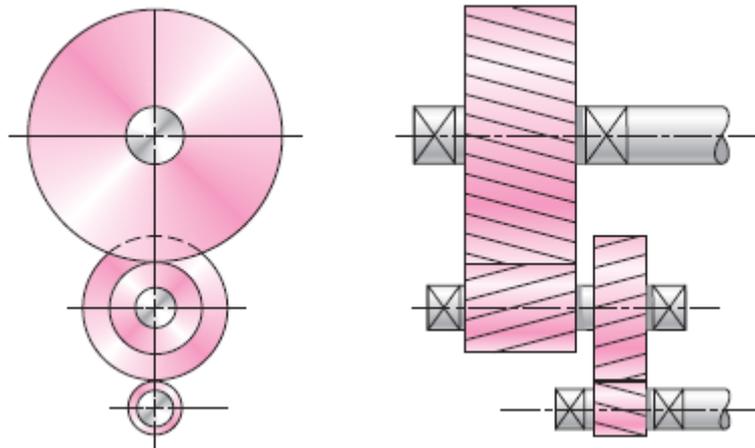
Por se tratar de uma transmissão de potência por elemento flexível, Victor; Ferreira (2020) cita que há uma perda significativa de eficiência mecânica de transmissão devido à perdas de torque oriundas da histerese de flexão da correia gerada por esforços cíclicos de tração e compressão e também por conta do torque consumido pela decomposição da força tangencial transmitida nas polias de maneira à realizar o deslizamento radial da correia para que ocorram as variações de relação de transmissão. Bresolin (2012) ainda cita as perdas de velocidade, também oriundas desses mesmos fatores, resultando na redução da potência transmitida para as rodas. A eficiência de transmissão de um câmbio *CVT* pode ter valores de até 75% como considerado por Jain; Ranjit (2015).

2.3.3.2 Eficiência de transmissão de um câmbio de múltiplas velocidades de relações fixas

Se no câmbio *CVT* a sua função principal de variar continuamente as relações de transmissão se dá às custas da perda de parte da potência gerada pelo conjunto motor, no câmbio de múltiplas velocidades de relações fixas ocorre exatamente o contrário.

Definidas por Juvinal; Marshek (2017) como elementos dentados responsáveis por transmitir movimento rotativo entre dois (ou mais) eixos, as engrenagens são utilizadas em pares conjugados (Figura 12) em caixas de câmbio de múltiplas velocidades, oferecendo alta eficiência de transmissão e proporcionando altas taxas de multiplicação de torque devido à sua robustez e confiabilidade.

Figura 13 – Transmissão de torque por conjugados de engrenagens



Fonte: Retirado de (BUDYNAS; NISBETT, 2008)

Em veículos voltados para alta performance que exigem que o câmbio suporte elevados esforços desperdiçando o mínimo possível da potência gerada pelo motor, as engrenagens cilíndricas de dente reto são amplamente utilizadas, apresentando valores de eficiência de transmissão de até 99% (BUDYNAS; NISBETT, 2008).

2.3.3.3 Eficiência total de transmissão

Uma vez que tanto no sistema de transmissão por *CVT* quanto por câmbio de múltiplas velocidades há outros elementos envolvidos na transmissão de potência, como acoplamentos e mancais, por exemplo, a eficiência total de transmissão de um conjunto é dado pela multiplicação da eficiência de cada componente.

Tabela 2 – Eficiência mecânica de diferentes tipos de conjuntos de transmissão

Transmissão por parafuso sem-fim	$0,50 \leq n_{psf} \leq 0,95$
Transmissão por engrenagens cilíndricas	$0,97 \leq n_e \leq 0,98$
Transmissão por correntes	$0,97 \leq n_{cr} \leq 0,98$
Transmissão por correias	$0,96 \leq n_c \leq 0,98$
Transmissão por rodas de atrito	$0,95 \leq n_{ra} \leq 0,98$
Mancais de deslizamento (par)	$0,96 \leq n_m \leq 0,98$
Mancais de rolamento (par)	$0,98 \leq n_{rol} \leq 0,99$

Fonte: (WACHHOLZ, 2016)

Portanto, no caso de um câmbio de engrenagens de dentes retos com relações fixas (redução total dada por 2 trens de engrenagens), redução primária dada por um conjunto pinhão-coroa acoplados com corrente e 3 pares de mancais de rolamento, tem-se uma eficiência total de transmissão de 0,92% obtida através da equação abaixo.

$$\eta_t = \eta_G^{nG} * \eta_C^{nC} * \eta_B^{nB} \quad (11)$$

No caso de um câmbio *CVT* de eficiência de transmissão de 0,82% (BRESOLIN, 2012) com redução final dada por um par de engrenagens de dentes retos com 2 pares de mancais de rolamento, tem-se uma eficiência total de transmissão de 0,78%.

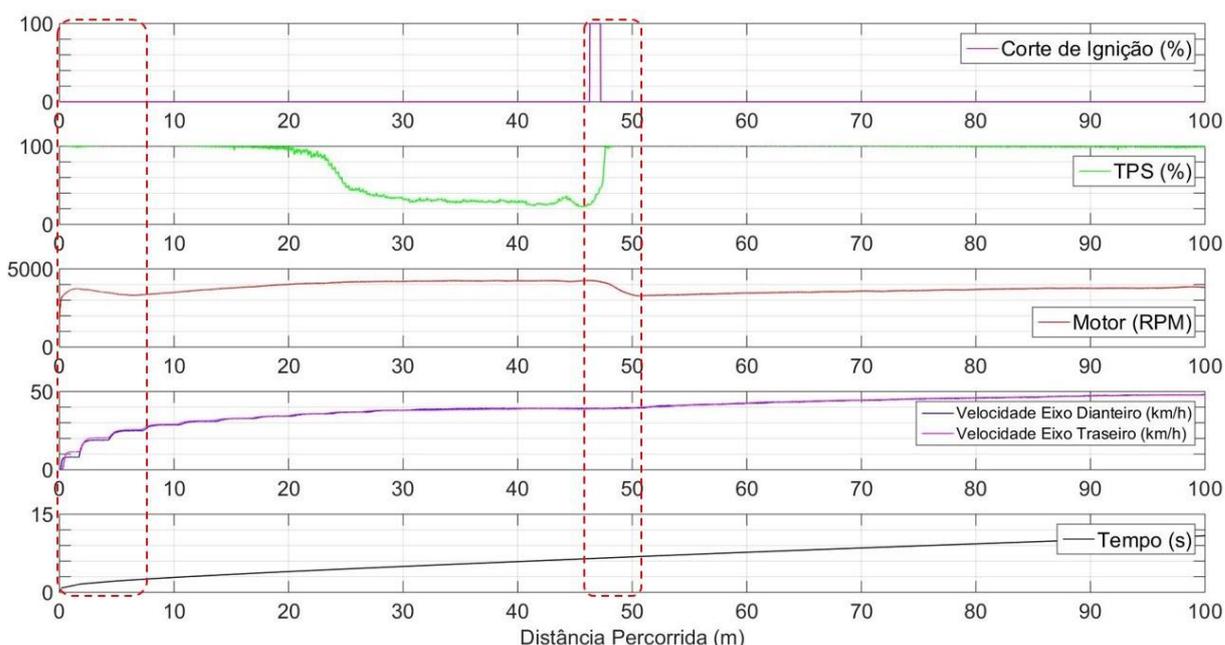
3 DESENVOLVIMENTO

O protótipo BJ16 da Equipe Bombaja da Universidade Federal de Santa Maria conta atualmente com um sistema de transmissão que une um câmbio continuamente variável com uma caixa de redução de 2 velocidades. Como resultado da união dos 2 conceitos de transmissão, o sistema mostra-se bastante versátil para a aplicação em diversas situações, assim como exige o regulamento da categoria. Porém, seu alto custo de manutenção, a sensibilidade frente às condições como desgaste e temperatura e o desempenho do sistema têm se mostrado pontos de atenção, motivando o estudo sobre novos conceitos e substituição do sistema atual.

3.1 IDENTIFICAÇÃO DO PROBLEMA

Com o decorrer do tempo e distância percorrida em testes e provas começou-se a notar a diferença de desempenho do protótipo devido ao desgaste da correia utilizada no sistema de transmissão atual. A perda de eficiência e velocidade do conjunto se dá principalmente pelo escorregamento excessivo da correia (BRESOLIN, 2012) e pode ser facilmente percebida de acordo com dados adquiridos em um teste do veículo, como evidencia a imagem abaixo.

Figura 14 – Dados adquiridos em pista do protótipo BJ16 percorrendo uma distância de 100 metros.



Fonte: Dados fornecidos pela equipe Bombaja UFSM

Desta imagem, destacam-se dois pontos: o momento de partida do veículo a partir da inércia e o momento da troca de marcha.

Analisando-se primeiramente o comportamento do protótipo na largada, nota-se que mesmo em condição de *WOT* as velocidades das rodas movidas e motoras (sensores instalados nos cubos de roda) são relativamente próximas, enquanto a velocidade angular do motor (*RPM*) eleva sua magnitude abruptamente, então reduzindo novamente até apresentar um comportamento coerente com o ganho de velocidade, evidenciando o deslizamento da correia de transmissão do câmbio nos primeiros 6,5 metros despendidos.

Então, no momento da troca de marchas, nota-se que mesmo após o término do corte de ignição do motor e restauração da condição de *WOT* o veículo ainda mantém-se em velocidade constante e demonstra um deslizamento da correia por mais 3,5 metros.

Deste teste pode-se concluir, portanto, que dentro deste percurso de 50 metros percorrido em 6,9 segundos, há deslizamento da correia por 10 metros (20% do percurso) e 2.7 segundos (39% do tempo decorrido). Somando-se esse fator com alto custo de aquisição e manutenção do equipamento, nota-se a necessidade de se avaliar métodos alternativos de transmissão de potência.

Reconhecida e justificada a necessidade de substituição do conceito de transmissão de potência aplicado no veículo, parte-se para a análise da implementação de um câmbio de múltiplas velocidades de relações fixas.

3.2 MODELAGEM NUMÉRICA COMPUTACIONAL

Além da vantagem da maneira com que o câmbio CVT realiza a variação de relações, talvez o ponto mais relevante e muitas vezes decisivo na escolha desse conceito de câmbio em protótipos da categoria Baja SAE (JAIN; RANJIT, 2015) (TREE et al., 2016) é a dispensabilidade por parte do piloto em realizar trocas de marchas, o que acaba por ser um grande diferencial de conforto, especialmente em provas de longa duração como é o caso do Enduro. Ambos os itens destacados acima devem ser considerados enquanto analisa-se a substituição do modelo de transmissão do veículo, chegando-se aos seguintes requisitos para o câmbio manual de múltiplas velocidades:

- Reduzir o tempo despendido para percorrer 30 metros em linha reta em um terreno plano e arenoso;
- Ter velocidade final igual ou superior a 53 km/h ao final de um percurso de 100 metros em linha reta em um terreno plano e arenoso (recorde de velocidade no Nacional em 2018 nessas mesmas condições);

- Ter a capacidade de rebocar uma picape de aproximadamente 2000 kg em um terreno plano e arenoso sem deslizamento dos pneus;
- Promover conforto ao piloto em uma prova de longa duração com obstáculos.

Para que se possa realizar uma análise comparativa de desempenho do protótipo com os dois conceitos de câmbio, propôs-se a criação de um modelo numérico de dinâmica longitudinal considerando o veículo como um ponto de massa para que se pudesse, à partir da validação da fidelidade do modelo e dos resultados obtidos, prever o comportamento do veículo com o novo câmbio e sobrepor os resultados com os dados do veículo atual.

3.2.1 Modelo do veículo

O primeiro passo para a construção do modelo numérico foi a modelagem do veículo, dada através da definição dos seguintes parâmetros:

Tabela 3 – Dados de entrada do modelo do veículo

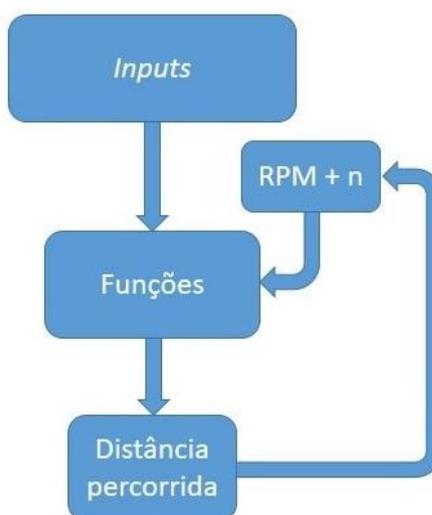
Variável		Valor	Unidade
Massa do veículo		183	kg
Massa do piloto	Aceleração	65	kg
	Tração	75	
Massa da carga		2035	kg
Raio dinâmico do pneu	Aceleração	0.261	m
	Tração	0.25	
Coeficiente de fricção do pneu*	Asfalto	0.92	-
	Barro	0.68	
Coeficiente de resistência ao rolamento do pneu	Asfalto	0.02	-
	Barro	0.05	
Coeficiente de resistência ao rolamento do pneu da carga		0.04	-
Curva de torque do motor* (16.8N.m@2900RPM)		Figura	N.m
Curva de relações do CVT*		Figura	-
Relações de transmissão	1ª Macha	9.79	-
	2ª Marcha	6.9	
Eficiência de transmissão		0.78	%
Área frontal do veículo		0.91	m ²
Coeficiente de arrasto do veículo		0.92	-
Coeficiente de downforce do veículo		0	-
Distância entre-eixos do veículo		1.45	m
Distribuição de massa do veículo (% traseira)		56	%
Distância em Z do solo do Centro de Gravidade do veículo		0.65	M
Distância em Z do solo do ponto de ancoragem da carga no veículo		0.65	m

* Valores retirados de testes realizados no protótipo BJ16 pela equipa Bombaja UFSM

3.2.2 Equações do movimento e funções matemáticas

Passa-se então para a aplicação das leis que regem o movimento e devida modelagem do veículo às condições de interesse. Uma vez que o parâmetro mais fundamental para o desenvolvimento do modelo do veículo é a sua curva de torque, que tem seus valores dados de acordo com a velocidade angular do motor, esta última foi escolhida como intervalo de iteração do modelo e todas as funções, sendo então todas as variáveis correspondentes ao movimento do veículo uma função do intervalo de rotação do motor e a marcha engrenada. A cada iteração os vetores correspondentes à cada função eram incrementados até que o valor referente à distância total percorrida atingisse o alvo estipulado, como ilustrado pela Figura 15.

Figura 15 – Ilustração do processo iterativo que compõe o modelo; dada uma distância inicial igual à zero, ocorrerá o incremento dos valores de rotação do motor e marcha até que a distância total percorrida resulte no valor previamente estipulado



Fonte: Autor

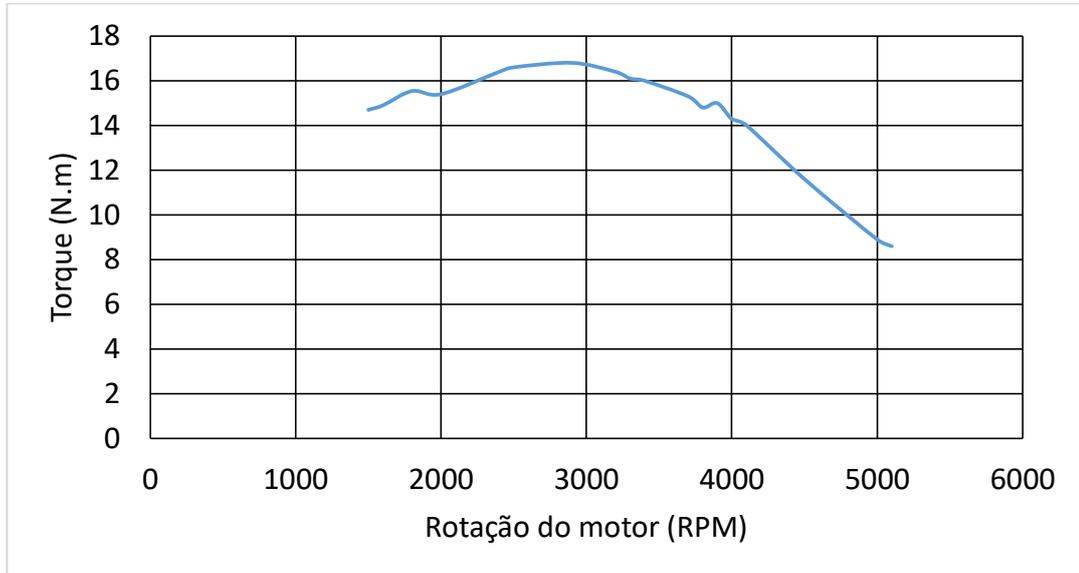
As funções criadas para representar o movimento do veículo são as seguintes:

- Torque do motor (N.m):

A curva de torque do motor utilizado pelo protótipo BJ16 é ilustrada à seguir pela Figura 15. Os dados foram obtidos por meio de ensaios experimentais em dinamômetro de bancada pela equipa Bombaja UFSM no Grupo de Pesquisa em

Motores, Combustíveis e Emissões (GPMOT - UFSM) e os valores cedidos ao autor para o desenvolvimento deste trabalho.

Figura 16 – Curva de torque do motor *Briggs & Stratton* utilizado no modelo

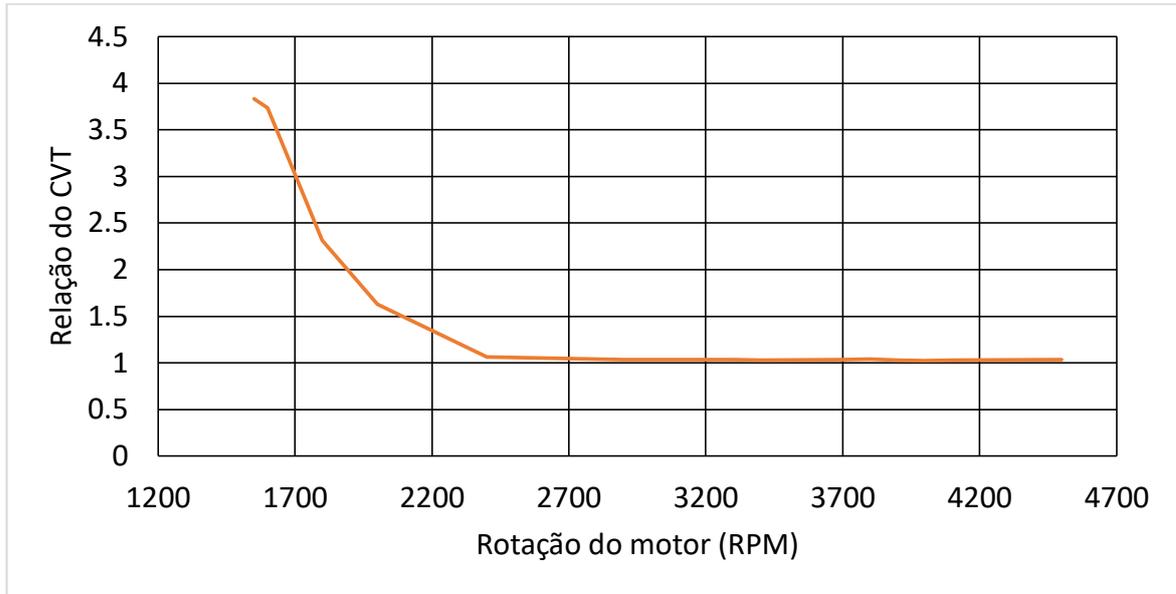


- Potência do motor (CV):

$$\frac{RPM_f}{RPM_i} Power = \frac{\frac{RPM_f}{RPM_i} Torque * \frac{RPM_f}{RPM_i} Engine Speed * 2\pi}{60 * 735.5} \quad (12)$$

- Relações de transmissão do CVT (-):

Figura 17 – Curva de relações do câmbio CVT Gaged GX9 utilizado no protótipo BJI6



- Velocidade longitudinal (m/s):
 - Com CVT + caixa de redução de 2 marchas:

$$\frac{RPM_i}{RPM_f} Speed_n = \frac{RPM_i Engine\ Speed * 2 * \pi * r}{60 * i_n * i_{final} * \frac{RPM_i}{RPM_f} i_{cvt}} \quad (13)$$

- Câmbio de múltiplas velocidades de relações fixas:

$$\frac{RPM_i}{RPM_f} Speed_n = \frac{RPM_i Engine\ Speed * 2 * \pi * r}{60 * i_n * i_{final}} \quad (14)$$

- Força trativa (N):
 - CVT + caixa de redução de 2 marchas:

$$\frac{RPM_f}{RPM_i} Thrust_n = \frac{RPM_f Torque * \frac{RPM_f}{RPM_i} i_{cvt} * i_n * i_{final} * Ef}{r} \quad (15)$$

- Câmbio de múltiplas velocidades de relações fixas:

$$\frac{RPM_f}{RPM_i} Thrust_n = \frac{RPM_f Torque * i_n * i_{final} * Ef}{r} \quad (16)$$

- Força de sustentação aerodinâmica (N):

$$\frac{RPM_f Lift_n}{RPM_i} = \frac{(Ad * Cl * Af * \frac{RPM_f}{RPM_i} Speed_n)^2}{2} \quad (17)$$

- Força de arrasto aerodinâmico (N):

$$\frac{RPM_f Fdrag_n}{RPM_i} = \frac{(Ad * Cd * Af * \frac{RPM_f}{RPM_i} Speed_n)^2}{2} \quad (18)$$

- Força de resistência à rolagem (N):

$$\frac{RPM_i Froll_n}{RPM_f} = (Cr_{vehicle} * ((m_{driver} + m_{vehicle}) * 9.81 + \frac{RPM_f Flift_n}{RPM_i})) + (m_{tow} * 9.81 * Cr_{tow}) \quad (19)$$

- Aderência dos pneus:

$$\frac{RPM_i GRIP_n}{RPM_f} = \left(\frac{(Z_{tow} - r) * m_{tow} * 9.81 * Cr_{tow} * \mu_{tire}}{WB} \right) + \left(9.81 * ((m_{driver} + m_{vehicle}) + \frac{RPM_i Flift_n}{RPM_f}) * \mu_{tire} * \frac{X_{CG}}{WB} \right) \quad (20)$$

- TPS (%):

$$\frac{RPM_i TPS_n}{RPM_f} = 100 * \frac{\frac{RPM_i GRIP_n}{RPM_f}}{\frac{RPM_i THRUST_n}{RPM_f}} \quad (21)$$

$$TPS(TPS > 100) = 100$$

- Aceleração longitudinal (m/s²):

$$A_{x_n} = \frac{\frac{RPM_i THRUST_n}{RPM_f} * \frac{\frac{RPM_i TPS_n}{RPM_f}}{100} - \frac{RPM_i Fdrag_n}{RPM_f} - \frac{RPM_i Froll_n}{RPM_f}}{m_{driver} + m_{vehicle} + m_{tow}} \quad (22)$$

- Ganho de tempo (s):

$$\frac{RPM_i}{RPM_f} dt_n = \frac{2 * diff(\frac{RPM_i}{RPM_f} Speed_n)}{\frac{RPM_i}{RPM_f} A_{x_n}(1: end - 1) + \frac{RPM_i}{RPM_f} A_{x_n}(2: end)} \quad (23)$$

- Tempo percorrido (s):

$$dt_n = sum(\frac{RPM_i}{RPM_f} dt_n) \quad (24)$$

- Ganho de distância (m):

$$\frac{RPM_i}{RPM_f} dD_n = \frac{\left(\frac{RPM_i}{RPM_f} Speed_n(1: end - 1) + \frac{RPM_i}{RPM_f} Speed_n(2: end) \right)}{2} * \frac{RPM_i}{RPM_f} dt_n \quad (25)$$

- Distância percorrida (m):

$$D_n = sum(\frac{RPM_i}{RPM_f} dD_n) \quad (26)$$

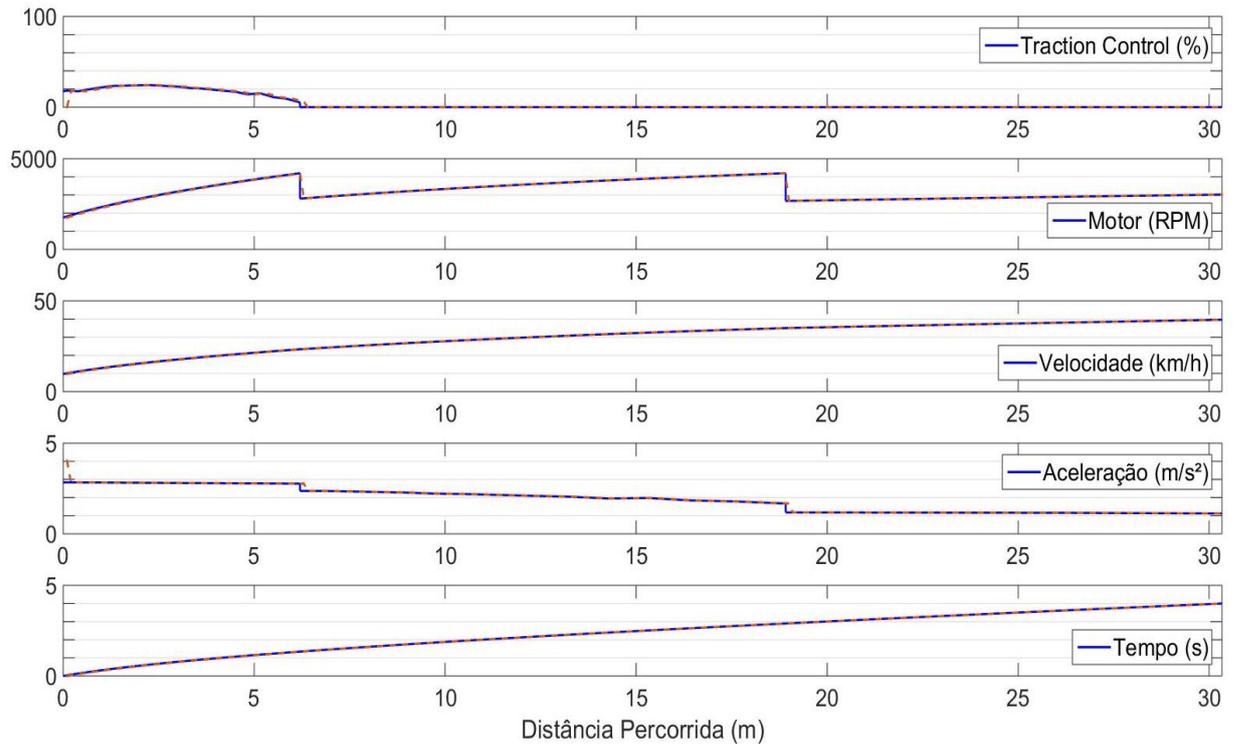
3.2.3 Modelo dinâmico e validação

Criadas as funções, parte-se então para a modelagem das condições de interesse com que o veículo será submetido no software *MATLAB*. Foram estas:

- Aceleração em linha reta em trajeto plano em terreno asfaltado por 30 m;
- Aceleração em linha reta em trajeto plano em terreno arenoso por 100 m;
- Rebocagem de um veículo de 2035 kg sem que ocorra o deslizamento dos pneus.

Modelado o veículo, inseridas as funções que vão governar o movimento e as condições com que ele estará sendo submetido, deve-se então validar a fidelidade das funções matemáticas. Esse processo foi realizado por meio da simulação de um veículo com exatamente as mesmas características em um software disponível do mercado e mundialmente reconhecido, o *OptimumLap*. Seguem abaixo imagens ilustrando a comparação do modelo desenvolvido neste trabalho (em linha contínua) com uma simulação no software *OptimumLap* (em linha pontilhada), comprovando sua fidelidade em um percurso de 30 metros em linha reta e terreno plano.

Figura 18 – Comparação dos dados obtidos em simulações



Fonte: Autor

Além do gráfico expondo a significativa semelhança entre os dados, segue também uma tabela com valores de alguns resultados dessa mesma simulação:

Tabela 4 – Resultados obtidos em simulações

	MATLAB	<i>OPTIMUMLAP</i>
Distância percorrida (m)	30.3340	30.3340
Tempo despendido (s)	3.9994	3.9952
Velocidade final (km/h)	39.6136	39.6256
RPM final (RPM)	3019	3020

Fonte: Autor

3.2.3.1 Inconsistências encontradas no modelo

A partir desses resultados e, embora as simulações tenham apresentado resultados satisfatoriamente iguais, nota-se que há algumas diferenças entre os próprios modelos e entre o comportamento do veículo nos modelos e na realidade. São estes:

- No momento da partida, o veículo em ambas simulações parte com velocidade inicial equivalente à velocidade que o veículo desenvolveria quando engrenado em primeira marcha e na rotação de largada. Na prática, o motor parte com uma

determinada rotação, porém o veículo encontra-se com velocidade inicial nula. Isso vai mudando de acordo com o acoplamento do sistema de transmissão, até que então a velocidade desenvolvida pelo veículo seja equivalente à velocidade de roda referente à velocidade do motor com o veículo então engrenado em primeira marcha.

- Outro ponto à ser notado é que o software *OptimumLap* insere em seu modelo um intervalo decorrido entre cada troca de marchas. Embora seja objeto de análise no futuro e sugestão para trabalhos futuros, não é de interesse deste trabalho inserir um intervalo referente à troca de marchas, portanto este fenômeno será negligenciado no desenvolvimento do modelo.

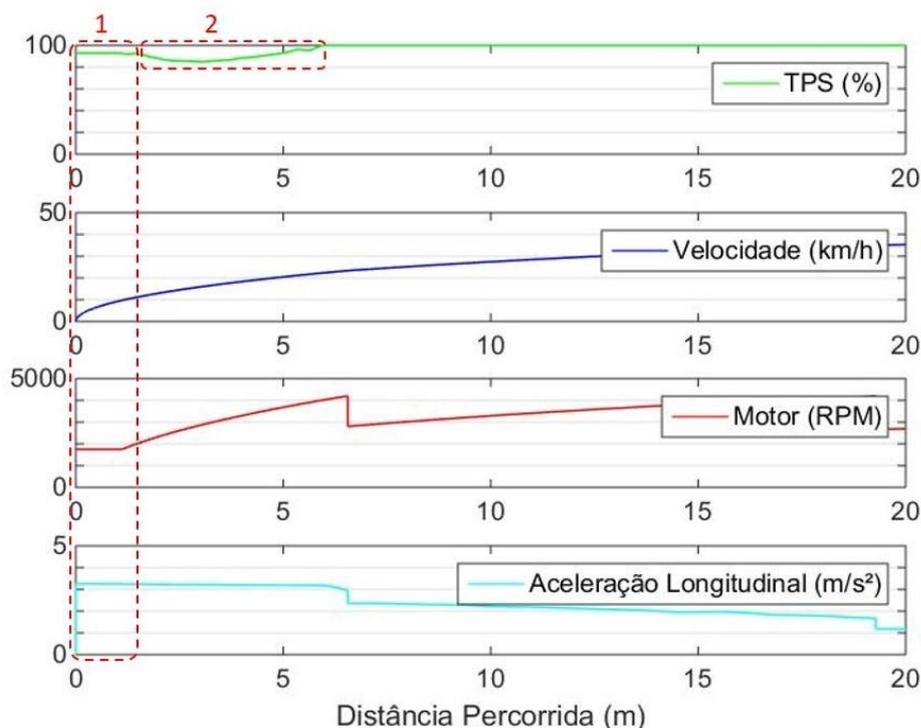
3.2.3.2 Soluções para as inconsistências encontradas no modelo

Validadas todas as funções que governam o movimento e preveem o comportamento do carro, o próximo passo foi criar uma lógica que resolva um dos problemas identificados acima e busque reproduzir o momento da partida do veículo a partir da inércia. Para isso, assumiu-se:

- O veículo parte com *Launch Control*, onde a velocidade angular do motor no momento de partida é arbitrada (RPM_{launch}), e se mantém até o completo acoplamento da embreagem;
- Como dito anteriormente, o veículo parte com o auxílio de uma embreagem para sincronizar a velocidade do motor com a da transmissão e rodas;
- O veículo conta também com o controle do pedal de borboleta (*TPS*) de maneira que a força trativa provida pelo motor não exceda o limite aceito pelo pneu, sem gerar portanto deslizamento dos pneus com o solo. Por efeito de simplificação, assumiu-se que o valor apresentado pelo *TPS* representa diretamente a porcentagem de carga do motor.

Assumidas estas hipóteses e tomando-se como exemplo a largada de um veículo em um terreno com pouca aderência, sendo necessário modular a carga aplicada pelo motor, este veículo se comportaria da seguinte maneira:

Figura 19 – Ilustração do comportamento do veículo simulado durante a partida



Fonte: Autor

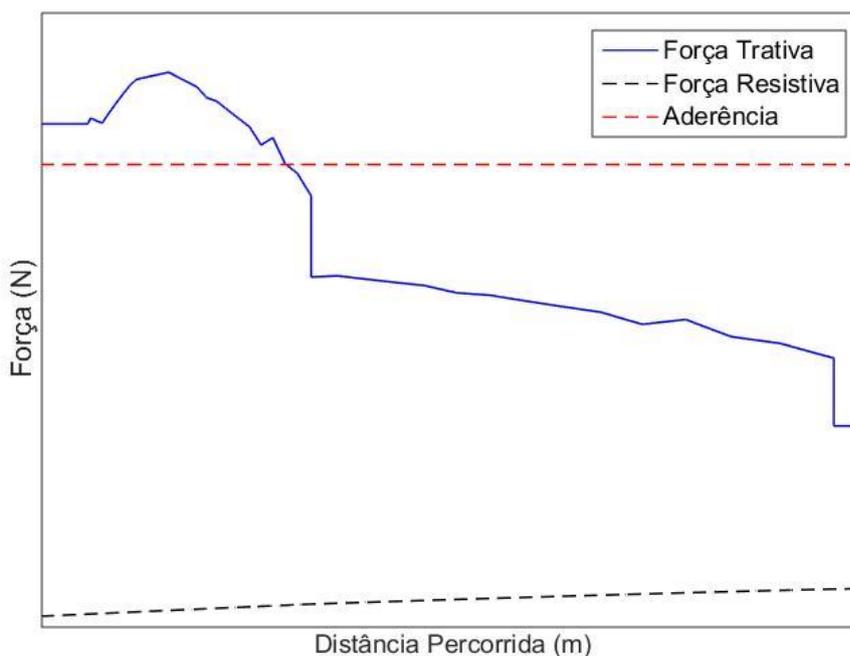
Nota-se em (1):

- A velocidade inicial do veículo é igual a zero;
- Os valores de TPS (%) e velocidade do motor (RPM) são constantes. Até que ocorra o completo acoplamento da transmissão, a rotação mantém constante o valor estipulado por RPM_{launch} e o TPS mantém seu valor também constante e equivalente à razão entre a aderência dos pneus ($GRIP$) e a força trativa ($THRUST$) gerada pelo torque desenvolvido pelo motor nesta rotação.

Nota-se em (2):

- Após o completo acoplamento da transmissão, o veículo deixa a condição de *Launch Control* e o motor passa a ganhar velocidade;
- Uma vez que a condição de aderência ainda é limitada, como expõe a Figura 19, o TPS continua sendo modulado de acordo com o torque varrido pela faixa de rotação aplicada do motor, até que então atinja-se a condição de aderência, onde então é possível a aplicação de 100% do torque disponível (WOT).

Figura 20 – Forças atuantes no movimento durante o percurso



Fonte: Autor

Finalizado o programa e modelado o veículo, partiu-se para as simulações até que se chegue ao conceito ideal para cumprir com os objetivos e condições. Para isso, adotou-se as estratégias apresentadas abaixo.

3.3 ANÁLISE DINÂMICA E ESCALONAMENTO DAS RELAÇÕES DE TRANSMISSÃO

Para que um sistema de transmissão permita a entrega da potência do conjunto motriz para as rodas da maneira mais eficiente possível, é fundamental que se tenha conhecimento sobre o veículo, seu motor e as condições com que estará sujeito (LECHNER; HARALD, 1999). Uma vez conhecidas estas condições, o conjunto de transmissão do veículo deve permitir com que as propriedades do motor sejam nelas aplicadas da maneira mais harmônica.

Assim como relações de transmissão voltadas para maior multiplicação de torque permitem menores velocidades desenvolvidas (e naturalmente as relações voltadas para maiores velocidades contam com uma menor multiplicação de torque), estas devem ser

definidas de acordo com as exigências de cada condição. Sob esta ótica, Behrooz; Crolla (2012) conduz e distingue o processo em:

- Marcha de menor velocidade (primeira marcha);
- Marcha de maior velocidade (última marcha);
- Marchas intermediárias.

O desenvolvimento de cada processo se dará pelos seguintes parâmetros: carro, condição, requisito e estratégia.

3.3.1 Marcha de menor velocidade (prova de tração)

Uma das condições em que um protótipo de Baja SAE é submetido durante as competições é a *prova de tração*, onde o veículo deve tracionar uma carga engatada em seu ponto de reboque por um determinado percurso, sendo o vencedor aquele que percorrer a maior distância.

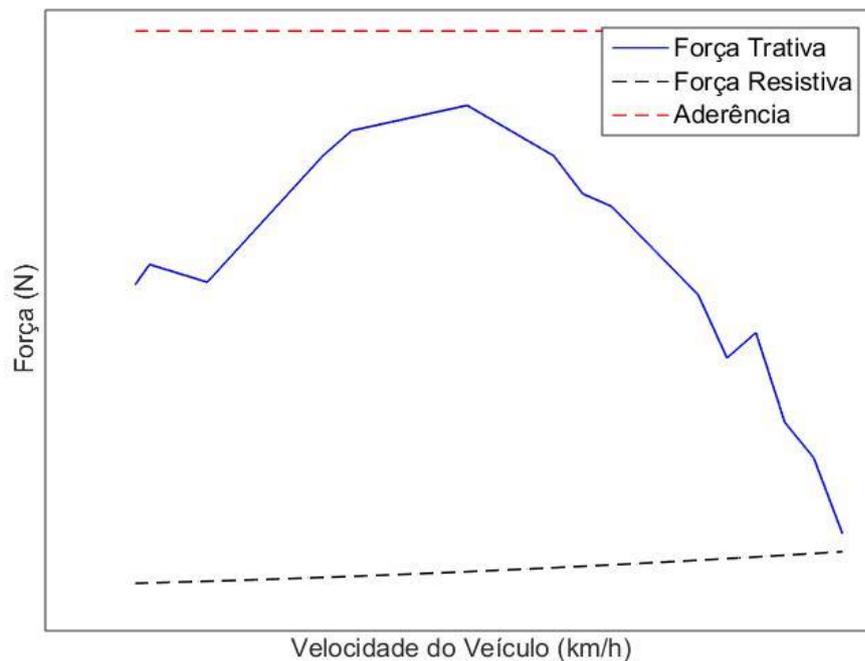
A capacidade de tração é o requisito básico para a definição de relação de transmissão da primeira marcha de um veículo (NICOLAZZI, 2008), sendo a prova de tração a condição de interesse abordada neste trabalho.

Sendo o protótipo colocado em prova o descrito na Seção 3.2.1, sujeito à condição de tracionar uma picape média de 2035 kg de massa em um terreno plano, arenoso e úmido e tendo como requisito a capacidade de vencer todas as resistências ao seu rolamento desde o ponto de partida sem que ocorra o deslizamento de seus pneus trativos, criou-se um *script* no software que permitisse a análise das forças agindo sobre o movimento.

Com o auxílio gráfico fornecido pelo *software*, a análise tornou-se muito mais intuitiva, simples e prática: para que haja uma tração efetiva por parte do protótipo e portanto movimento, é necessário que no início do movimento a tração desenvolvida pelo veículo seja superior (para que haja também aceleração) às forças de resistência às quais está submetido. Além disso, por se tratar de uma competição estudantil onde os pilotos não são profissionais, é desejável que a força trativa desenvolvida pelo conjunto mecânico do veículo não exceda a aderência dos pneus, o que acabaria por, devido ao excessivo deslizamento, reduzir o coeficiente de atrito (PACEJKA, 2006) e possivelmente acarretando no término da prova (essa perda de atrito é muito observada em veículos com transmissão *CVT*, onde ocorre o deslizamento da correia sobre as polias).

Em resumo, o veículo deve desempenhar a maior força de tração possível em seu intervalo de aplicação do motor dentro dos limites inferior (resistências ao rolamento) e superior (aderência).

Figura 21 – Gráfico gerado pelo modelo que permite a análise gráfica das forças atuantes no veículo durante uma prova de tração



Fonte: Autor

3.3.2 Marcha de maior velocidade (velocidade final)

A última marcha, portanto a de maior velocidade, é consequentemente a marcha que vai permitir com que o veículo atinja a sua velocidade final. A velocidade máxima que um veículo poderá desenvolver é dada pelo encontro da curva de força trativa desenvolvida com a força de resistência ao rolamento que age sobre ele (BEHROOZ; CROLLA, 2012). Porém, em 100 metros de reta na prova de *Enduro* não há distância suficiente para o veículo percorrer até atingir a sua velocidade final.

Smith (1978) sugere que na grande maioria das competições a velocidade final é irrelevante frente à outros fatores, e dentre eles destaca a aceleração longitudinal do veículo. Bem, como pode ser observado na Seção 2.3, há um compromisso entre aceleração e velocidade, onde ambos são inversamente proporcionais quando trata-se de um valor fixo de potência. Para que se resolva um compromisso, uma das estratégias é que se defina

arbitrariamente uma das variáveis, naturalmente definindo a outra e permitindo que se faça análises sobre esse balanço. Quanto menor a velocidade necessária, maior poderá ser a aceleração desenvolvida no trajeto.

Dito isto, a estratégia para a definição da relação de transmissão da última marcha é a mais simples possível: permitir que o protótipo descrito na Seção 3.2.1, ao final da reta de 100 metros em terreno plano, arenoso e úmido, em velocidade angular máxima do motor, atinja velocidade suficiente para bater o atual recorde de velocidade (52,62 km/h).

3.3.3 Marchas intermediárias – Aceleração e desempenho

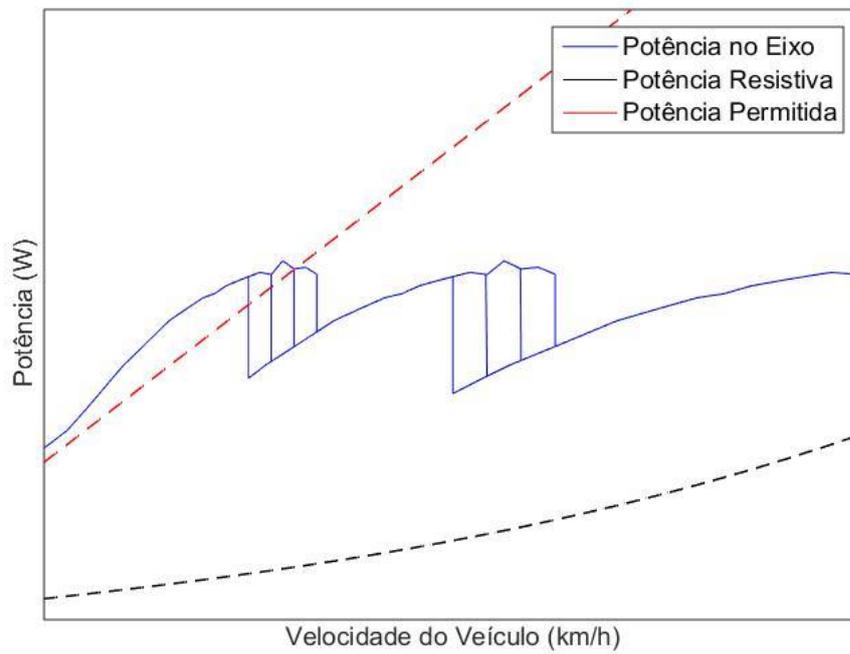
Definidas as marchas de maior e menor valor numérico de relação de transmissão, tendo estas seus escalonamentos voltados para capacidade máxima de tração e velocidade final máxima, parte-se para a análise e definição das marchas intermediárias.

Dada a relevância do conforto do piloto nas provas da competição Baja SAE, especialmente na prova de Enduro, este trabalho tem como proposta o desenvolvimento de um câmbio de 3 velocidades para a substituição do antigo câmbio continuamente variável, que se apresentou como sendo o compromisso ideal na interface homem-máquina quando trata-se de conforto e desempenho. Definido também então o número de velocidades, parte-se para a análise de relação de transmissão da marcha intermediária e análise do ponto de troca de marchas.

A análise será realizada de acordo com métodos similares aos que Segers (2014) propôs, sendo portanto desenvolvido um *script* no modelo numérico voltado para a maximização da potência média desenvolvida em segunda marcha variando-se o ponto de troca de marchas e as relações de transmissão.

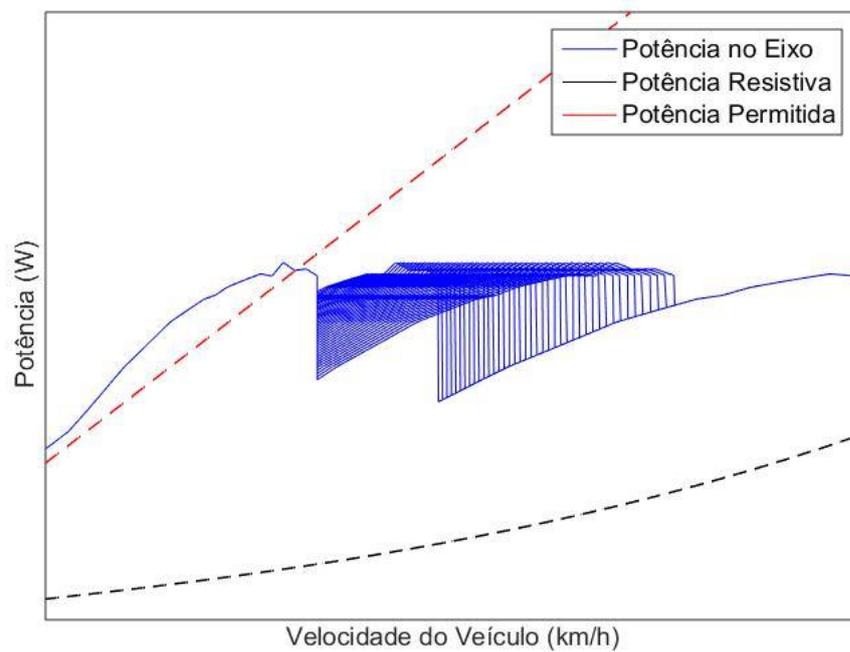
Uma vez que devido à ação do governador a velocidade angular do motor *Briggs & Stratton 10 HP* é limitada em torno de até 4200 RPM, foi realizada a análise de potência variando-se a rotação de troca entre 3600 e 4200 RPM em um intervalo de 200 RPM, conforme o gráfico ilustrado pela Figura 21. Também foram realizadas simulações variando as relações da segunda marcha entre os valores de 10:1 e 14:1, com o intervalo de 0.1:1 (Figura 22).

Figura 22 – Definição do ponto ótimo de troca de marchas de acordo com a potência média líquida desenvolvida



Fonte: Autor

Figura 23 – Definição da relação de transmissão ideal de acordo com a potência média líquida desenvolvida

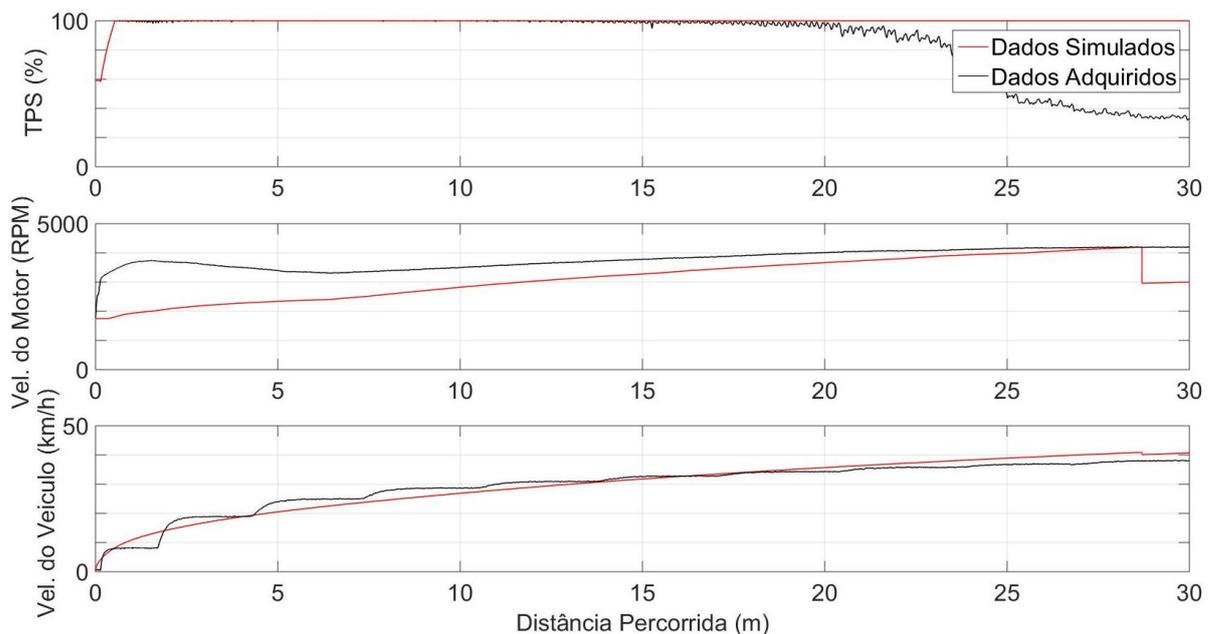


Fonte: Autor

4 RESULTADOS E DISCUSSÕES

Uma das grandes dificuldades encontradas no desenvolvimento de um modelo computacional que simule a realidade é a comprovação da fidelidade entre o comportamento previsto do objeto de estudo e o comportamento de fato apresentado na realidade. Quanto maior a fidelidade proposta, mais complexo se torna o desenvolvimento e maiores recursos são requeridos, sendo necessária de certa forma uma ponderação ao se avançar em termos de complexidade em um projeto de acordo com os métodos disponíveis. Levando-se isso em consideração, adotam-se algumas simplificações adequadas para a proposta deste trabalho, destacando-se dentre elas a hipótese de comportamento ideal do câmbio *CVT*, assim como feito por Souza; Neto (2019). Neste comportamento ideal, as perdas de velocidade, oriundas da deformação da correia e do próprio deslizamento entre a correia e as polias conforme cita Bresolin (2012), são negligenciadas, e assume-se também que a eficiência mecânica de transmissão do câmbio é constante em toda a faixa de operação.

Figura 24 – Comparação dos dados obtidos em teste empíricos e em simulação



Fonte: Autor

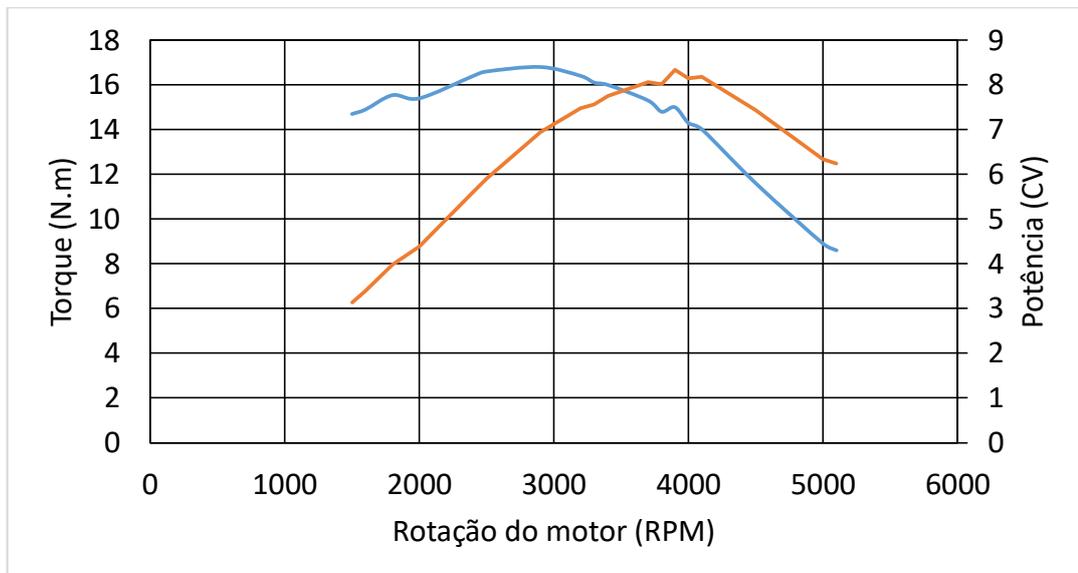
A Figura 23 compara dados simulados no modelo numérico desenvolvido neste trabalho com dados adquiridos em pista durante um teste real simulando uma prova de aceleração do *BJI6*. Uma vez que os dois veículos estão sendo analisados na mesma condição e o gráfico de velocidades do veículo apresenta comportamentos semelhantes entre os dois objetos de análise,

nota-se que o gráfico de velocidades do motor exhibe claramente o fenômeno do deslizamento da correia do câmbio *CVT*.

Outra simplificação de destaque imprescindível é o modelo de veículo adotado como *ponto de massa*. No decorrer do trabalho, conforme o natural incremento do nível de complexidade, chegou-se a desenvolver um modelo onde passou-se a considerar a influência da transferência longitudinal de massa entre o eixo dianteiro e traseiro do veículo. Muito embora, por se tratar de um veículo com elevado centro de gravidade, a transferência longitudinal em um protótipo com essas características seja e tenha se mostrado no desenvolvimento deste trabalho um fenômeno bastante relevante para sua performance longitudinal em situações de aderência limitada. A carência de dados para o desenvolvimento de um modelo complexo de pneu, uma vez que o atrito máximo gerado pelo pneu depende, dentre outros fatores, diretamente da carga vertical sobre eles, conforme expõe Pacejka (2006), justifica a escolha pelo modelo de *ponto de massa*.

Tratando-se dos valores numéricos que alimentam este modelo, é importante destacar que neste trabalho foram utilizados dados de características do motor adquiridos em dinamômetro pela própria equipe Bombaja UFSM, apresentando valores de torque e potência máxima de 16.8 N.m e 8.33 CV respectivamente, como ilustra a Figura 24.

Figura 25 – Curva de torque e potência do motor *Briggs & Stratton* utilizado no *BJ16*



Fonte: Dados cedidos pela equipe Bombaja UFSM

A fabricante do motor *Briggs & Stratton 10 HP* divulga o valor de potência de 10 HP, como o próprio nome sugere. Com o decorrer dos testes e competições estes motores naturalmente acabam por sofrer desgastes e requerem manutenções regulares, o que acaba por comprometer sua eficiência, justificando valores relativamente baixos obtidos em testes em dinamômetro. Para efeito de comparação, foram realizadas algumas simulações pressupondo a entrega da potência máxima deste motor.

Feitas as devidas observações, parte-se para a apresentação e discussão dos resultados obtidos neste trabalho.

4.1 PROVA DE TRAÇÃO

Conforme mencionado na Seção 3, a definição da relação de transmissão da primeira marcha foi dada de acordo com as condições de uma prova de tração onde o protótipo em questão é submetido à uma carga de uma picape de 2035 kg em um terreno plano de baixa aderência. Para que esta prova seja cumprida com êxito, é necessário que o veículo:

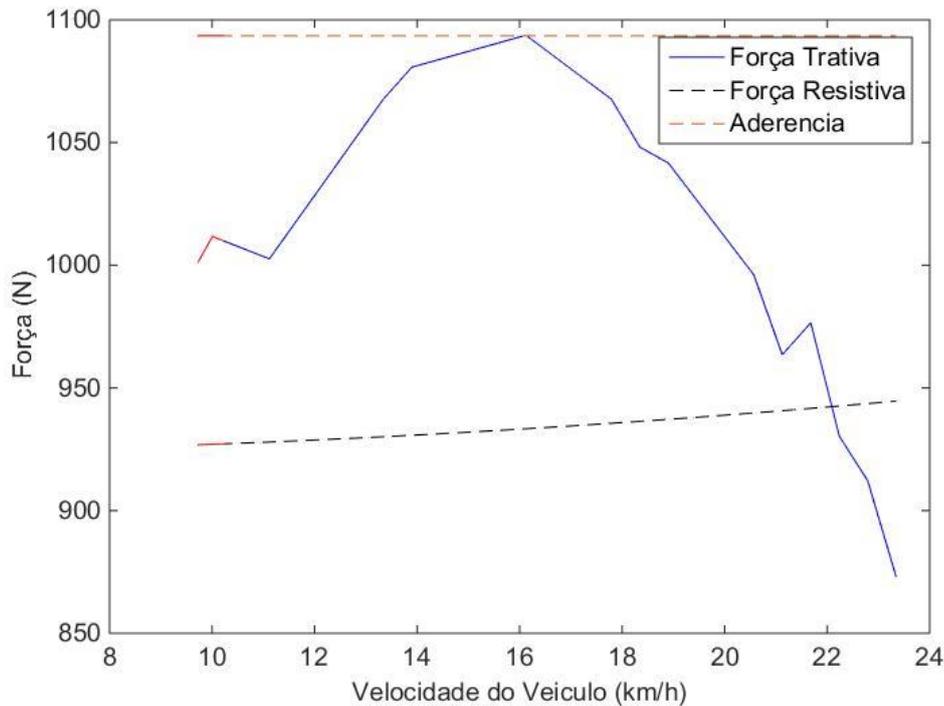
1. Gere uma força trativa suficiente para vencer a inércia e tracionar a carga em toda sua faixa de torque;
2. Gere uma força trativa que não ultrapasse o limite permitido pelo pneu de maneira que não ocorra o deslizamento dos pneus.

Para isso, foi simulado um percurso de 10 metros onde toda ou a maior parte da faixa de força trativa gerada pelo motor e multiplicada pela transmissão do protótipo se encaixasse entre a aderência disponível dos pneus e a resistência gerada tanto pelo protótipo quanto pela carga.

A partir dos dados obtidos em simulação, observa-se os seguintes resultados:

- A relação final de transmissão em primeira marcha ideal que permite com que o veículo complete a prova com êxito e segurança é a de **17.7:1**.
- A força trativa máxima permitida pelo atrito gerado pelo contato dos pneus traseiros com o solo é de 1094 N;
- As forças de resistência ao movimento nesta faixa de operação variam entre 927 N e 945 N.

Figura 26 – Definição da relação de transmissão da 1ª marcha voltada para capacidade trativa

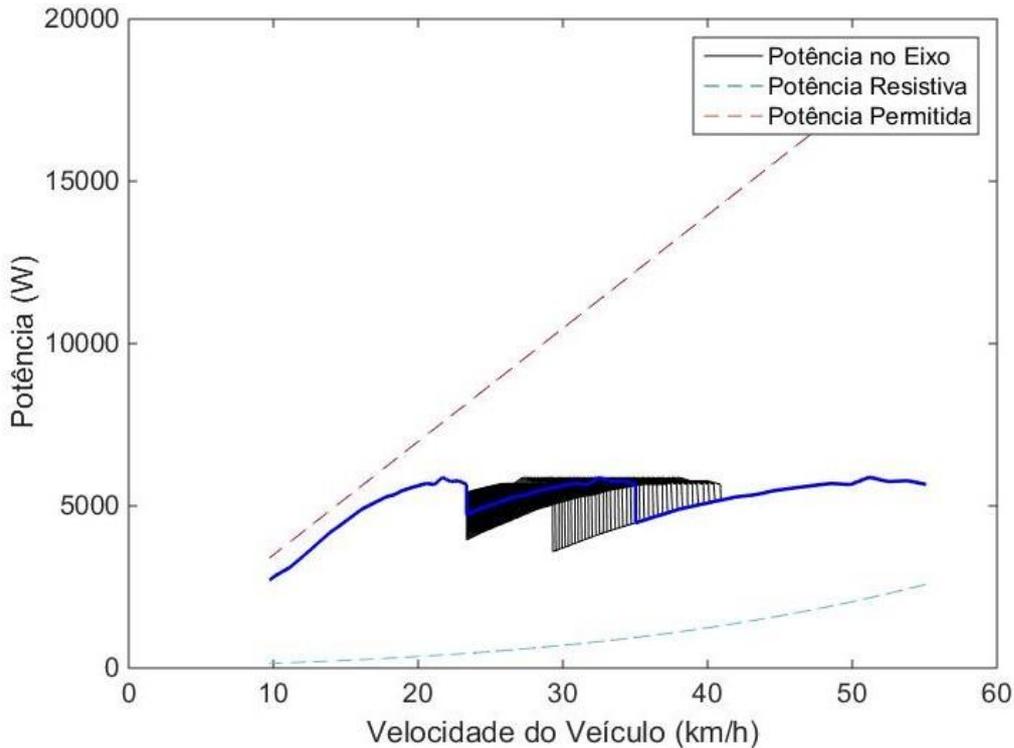


Fonte: Autor

4.2 ACELERAÇÃO E VELOCIDADE FINAL

Como também dito na Seção 3, não é de interesse deste trabalho a velocidade máxima que o veículo é capaz de desenvolver de acordo com a potência de seu motor, e sim que ao final de 100 metros percorridos ele atinja uma velocidade alvo arbitrada. Porém, uma vez que para que o veículo desenvolva essa certa velocidade em terceira marcha no limite da rotação do seu motor ao final de um certo percurso, é necessário um processo iterativo que envolve seu desempenho nas duas marchas anteriores. Para tal, foi arbitrado um valor alvo de velocidade final de 55 km/h e então iniciado o processo de variação das relações de transmissão em segunda marcha que busquem os melhores resultados para a aceleração do protótipo tanto em um percurso de 30 metros quanto ao final de toda a faixa de velocidades desenvolvida pelo trem de força do veículo em um percurso de 100 metros.

Figura 27 – Análise das relações de transmissão de 2ª marcha voltadas para aceleração

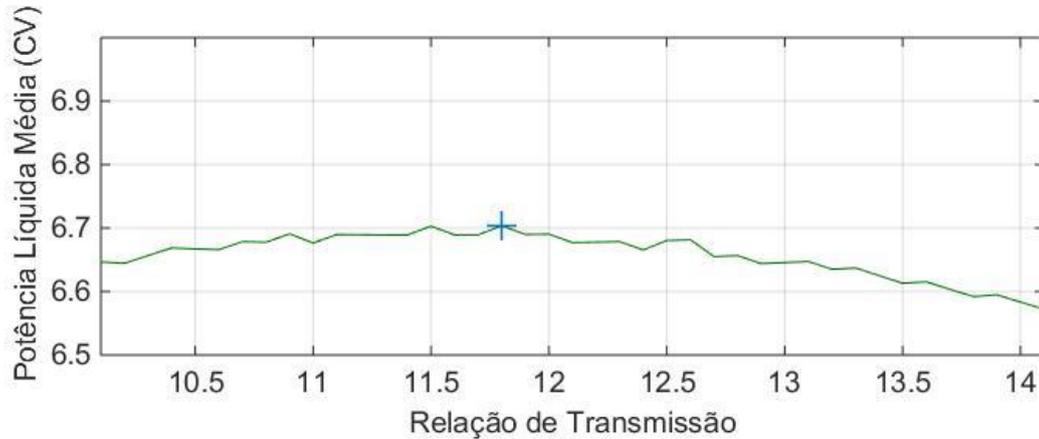


Fonte: Autor

Uma vez que a potência consumida pelas resistências ao movimento ganham magnitude de forma exponencial, é fundamental a consideração deste fator na análise das potências envolvidas no movimento longitudinal do veículo. Para tal análise, foi desenvolvido um *script* no software que permitiu a análise da potência média líquida (portanto, considerando-se os fatores à favor e contra o movimento), chegando-se ao valor máximo de 6.80 CV (5 kW) de potência líquida média no intervalo de velocidade percorrido pelas 3 marchas realizando-se as trocas de marcha à 4200 RPM (Figura 27).

Definidas as relações da segunda e terceira marchas como 11.8:1 e 7.5:1, respectivamente, parte-se então para a simulação do veículo em duas condições distintas.

Figura 28 – Definição da relação de transmissão da 2ª marcha voltada para aceleração



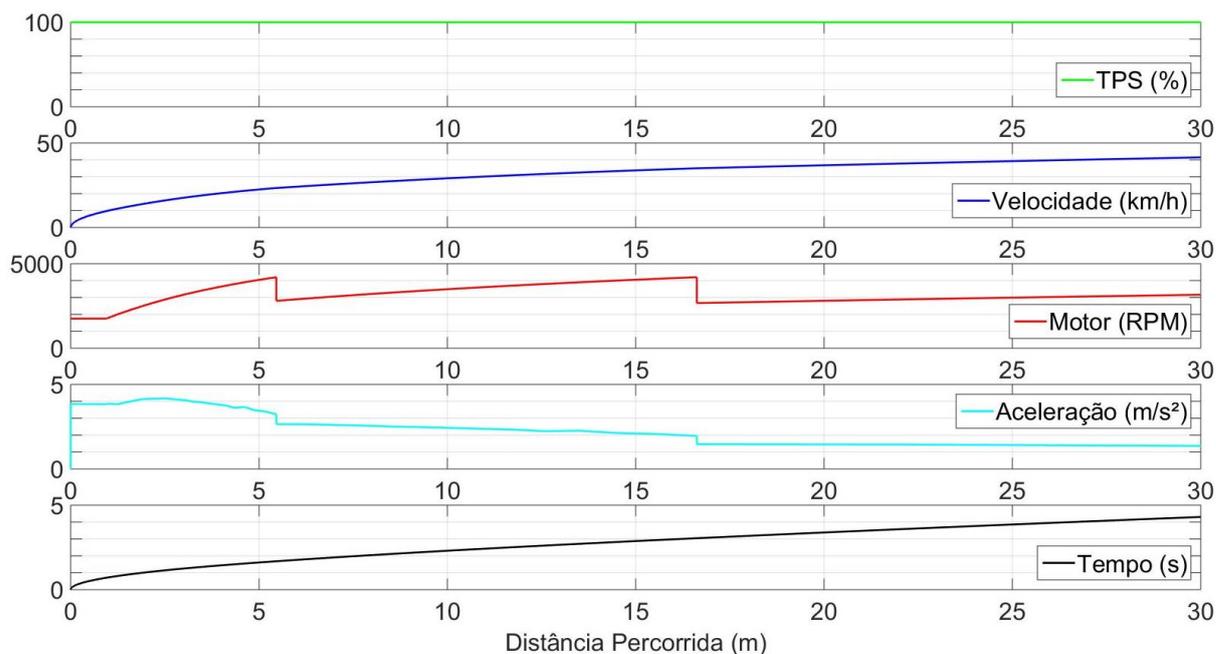
Fonte: Autor

4.2.1 Prova de Aceleração

Para a realização desta simulação, foi levada em consideração a pista como sendo composta por uma reta de 30 metros de comprimento em terreno plano e asfaltado. À partir da Figura 28, que retrata o comportamento do veículo simulado pelo modelo, disserta-se sobre os resultados.

O primeiro fator evidenciado pela figura é a posição do pedal de borboleta, que mantém-se em condição de *WOT*, desde o início do movimento. Isso se dá pelo fato da aderência entre o pneu e o asfalto permitir com que todo o torque do motor seja entregue às rodas sem limitação por parte do pneu, sendo permitido com que o veículo desenvolva sua força trativa máxima em toda a faixa de operação nesta condição, conforme fica evidenciado na Figura 29.

Figura 29 – Simulação de uma prova de aceleração

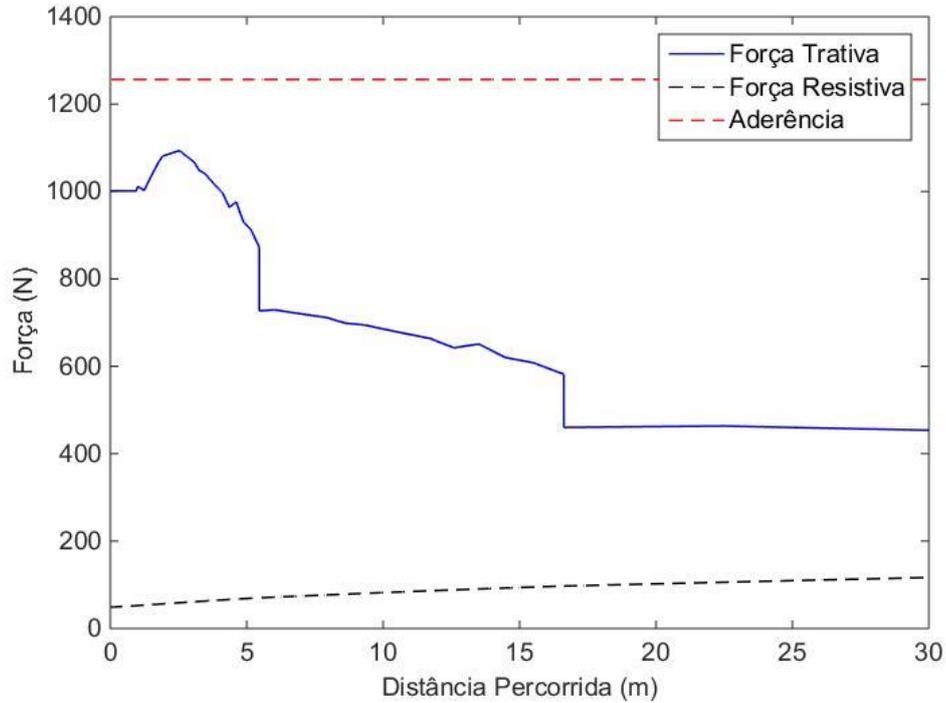


Fonte: Autor

Outro dado importante obtido é a velocidade máxima de 41.5 km/h à 3160 RPM do motor em terceira marcha, tendo desenvolvido uma aceleração longitudinal máxima de aproximadamente 4.2 m/s². Este valor é bastante próximo do limite permitido pelo pneu nestas condições (aproximadamente 4.8 m/s²), e embora a primeira marcha tenha sido definida para uma prova de tração em condições de alta carga e baixa aderência, se mostrou adequada para o desempenho do veículo em condições de alta aderência desenvolvendo um valor bem próximo da tração máxima permitida pelo pneu, conforme expõe a Figura 29.

Ao final do percurso de 30 metros, o veículo simulado apresentou um tempo decorrido de **4.32 segundos**. A tabela 6 apresenta os valores simulados para o modelo do protótipo BJ16 com os dois conceitos de câmbio abordados neste trabalho (*CVT* e de relações fixas) e com duas curvas de torque (a utilizada no desenvolvimento desde trabalho e outra com aproximadamente 10 CV de potência máxima como divulga o fabricante). Para efeito de comparação, o último resultado da equipe Bombaja UFSM em uma prova com essas características (Etapa Sul 2019) foi de 4.33 segundos, o que demonstra que os valores obtidos em simulação são próximos da realidade e ainda exprimem significativos ganhos de performance com a substituição dos câmbios.

Figura 30 – Forças envolvidas no movimento do veículo durante a prova



Fonte: Autor

Tabela 5 – Resultados obtidos em simulações comparando o desempenho do veículo com os diferentes câmbios

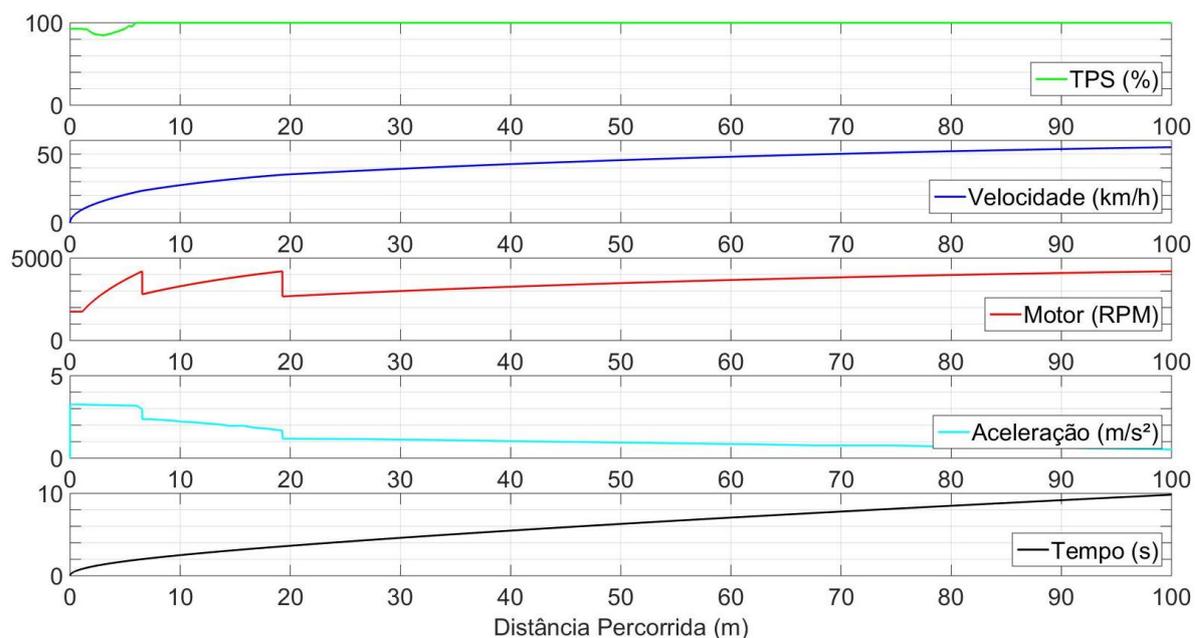
Resultados	Transmissão	
	Relações Fixas	CVT
Motor 8.33 CV	4.32 s	4.75 s
10 CV	4.00 s	4.45 s

Fonte: Autor

4.2.2 Desempenho longitudinal na prova do Enduro e velocidade final

Diferentemente da anterior, nesta seção é avaliado o desempenho longitudinal do veículo ao final de uma reta plana de 100 metros em condições de baixa aderência devido à condição de superfície de areia úmida.

Figura 31 – Simulação do desempenho do veículo ao percorrer uma distância de 100 metros

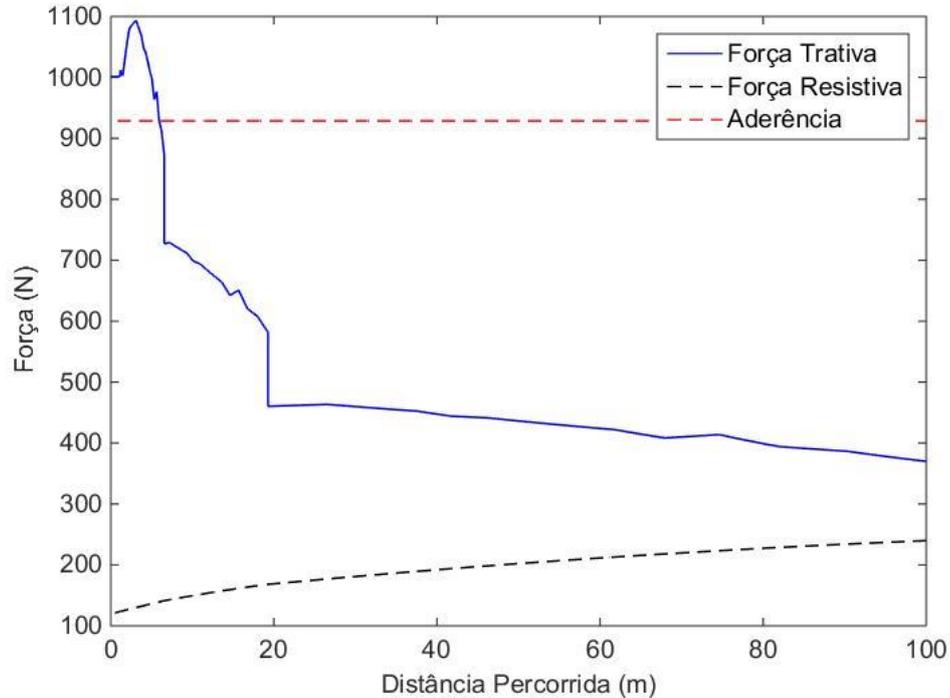


Fonte: Autor

Pode-se perceber que, ao contrário do evidenciado pela simulação de uma prova de aceleração, em condição de pouca aderência haverá o deslizamento dos pneus em primeira marcha, sendo necessária a modulação do pedal de borboleta por parte do piloto para que o veículo seja mantido no limite de sua aderência. Isto é necessário pois a força de atrito gerada pelos pneus neste tipo de solo é inferior à força trativa desenvolvida em primeira marcha (Figura 32). É importante destacar que, embora as condições de aderência sejam as mesmas, na prova de tração não há o deslizamento dos pneus trativos pois há um acréscimo de carga vertical sobre os pneus advindas do momento gerado pela componente horizontal da carga em seu ponto de ancoragem que resulta no acréscimo da força trativa permitida (Figura 26).

Conforme ilustra o gráfico referente à velocidade longitudinal desenvolvida pelo veículo, pode-se notar que ao final de uma distância de 100 metros em linha reta e terreno plano de baixa aderência o veículo atinge a velocidade máxima de **55 km/h à 4200 RPM**, exatamente conforme o proposto. A aceleração longitudinal máxima desenvolvida foi de aproximadamente 3.2 m/s^2 , valor limitado pelas condições de aderência do pneu (Figura 31) e o tempo despendido do fim do repouso até o final do movimento foi de 9.8 segundos.

Figura 32 – Forças envolvidas no movimento do veículo durante a prova

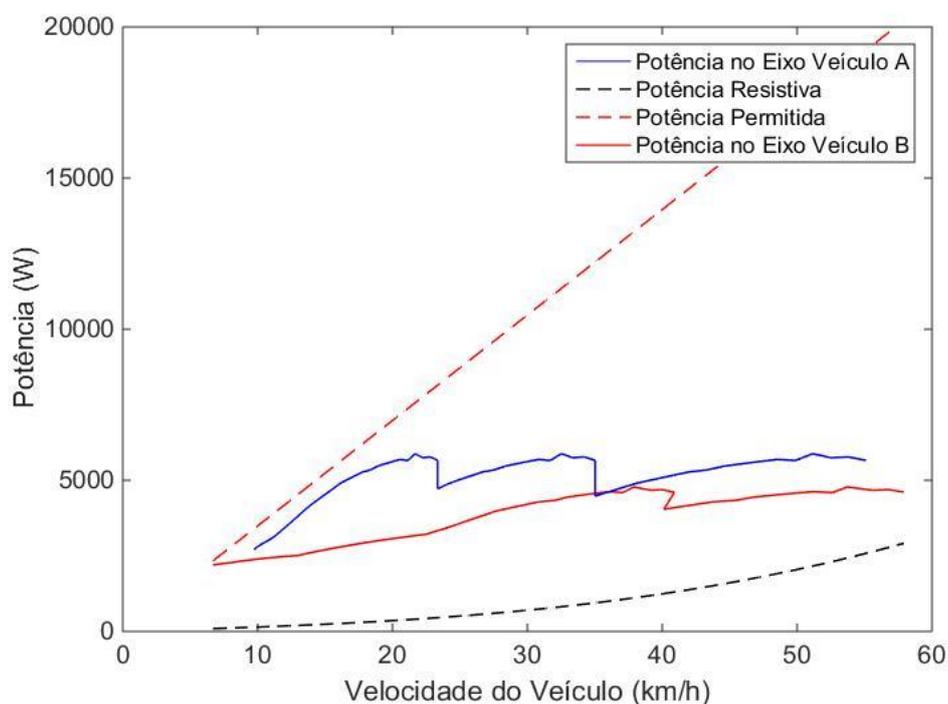


4.2.3 Transmissão de Relações Fixas *versus* Transmissão Continuamente Variável

Como método de validação do objeto de desenvolvimento deste trabalho, serão ilustrados os resultados por meio da sobreposição dos gráficos obtidos por meio das simulações do desempenho longitudinal do protótipo BJ16 da equipe Bombaja UFSM utilizando o conceito atual de câmbio continuamente variável e o câmbio de relações fixas de três velocidades desenvolvido neste trabalho.

O primeiro gráfico ilustrado nesta seção (Figura 33) ilustra a potência média líquida desenvolvido pelo veículo com os dois câmbios; a linha azul é referente ao veículo com câmbio de relações fixas, que será chamado de Veículo A, e a linha vermelha é referente ao veículo com câmbio *CVT* ou Veículo B. As linhas pontilhadas ilustram as potências que limitam o movimento, sendo elas a potência consumida pelas resistências ao movimento e a potência máxima que o pneu permite que o veículo desenvolva.

Figura 33 – Comparação das potências envolvidas no movimento dos dois veículos. Em azul o protótipo *BJ16* utilizando o câmbio de relações fixas e em vermelho com o câmbio *CVT*

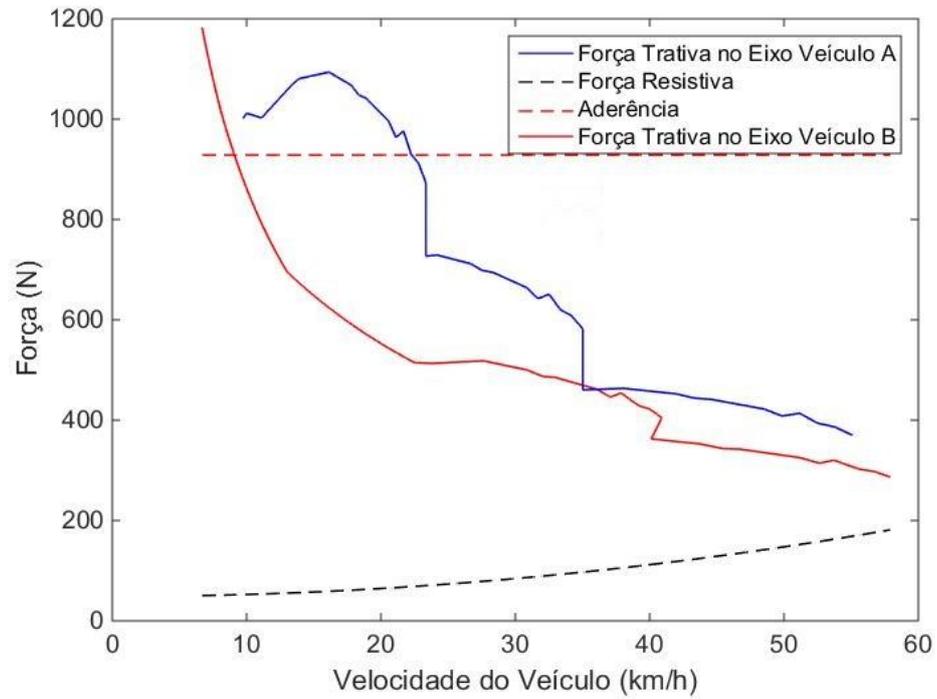


Fonte: Autor

É notória a vantagem do Veículo A em relação ao Veículo B no que se refere à potência desenvolvida sobre o intervalo de velocidade desenvolvido em suas marchas. Considerando-se o desenvolvimento do veículo em uma condição de aderência em todas as faixas de velocidade, o Veículo A desenvolve uma potência média líquida, ou seja, considerando-se as resistências ao movimento, de 6.80 CV, enquanto o veículo B apresenta um valor de 5.35 CV. Este ganho de 27% de potência desenvolvida é resultado da otimização da maneira com que o intervalo de rotação do motor é utilizado entre marchas e também pelo aumento da eficiência com que a potência do motor é entregue aos eixos do veículo.

Nota-se grande vantagem também quando a análise é feita sobre a força trativa gerada pela interação entre o motor, a transmissão e os pneus. Mantendo-se dentro do limite de aderência, o Veículo A com câmbio de relações fixas desenvolve valores significativamente maiores do que o veículo B com câmbio continuamente variável, o que além de resultar em maior aceleração longitudinal fornecerá um aumento significativo de torque nas rodas, favorecendo a transposição dos obstáculos encontrados nas provas da competição Baja SAE.

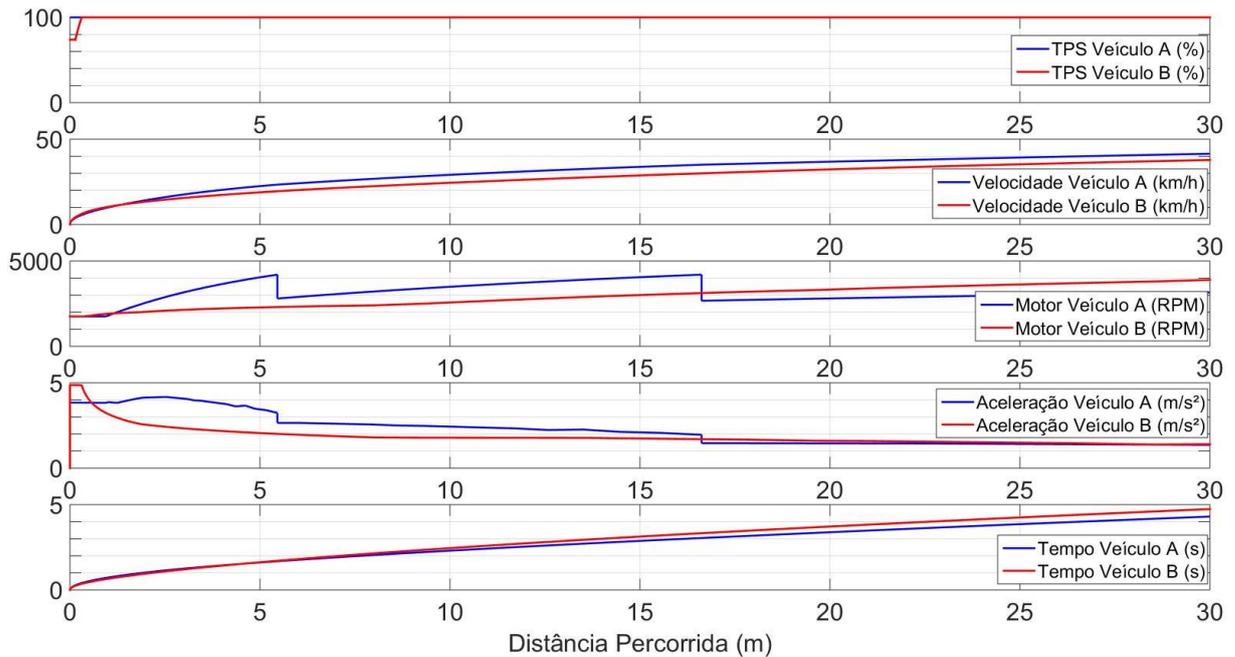
Figura 34 – Forças desenvolvidas em todo o movimento



Fonte: Autor

Por fim, ilustra-se à seguir a comparação dos dois veículos na prova de aceleração tratada na Seção 4.2.1.

Figura 35 – Comparação do desempenho entre os dois conceitos de câmbio



Fonte: Autor

No momento da partida nota-se que o Veículo B leva vantagem desenvolvendo uma maior aceleração longitudinal, o que resulta naturalmente em uma maior velocidade desenvolvida inicialmente e vantagem de tempo em relação ao mesmo ponto na pista. Embora tenha aderência limitada nas velocidades iniciais, o que fica evidenciado pelo gráfico de *TPS*, o fato de o Veículo B partir com uma relação de transmissão significativa maior do que o Veículo A (37:1 contra 17.7:1, respectivamente) o permite gerar uma maior força trativa nos pneus (o que resulta em maior aceleração longitudinal, conforme visto na Seção 2.2.2.2).

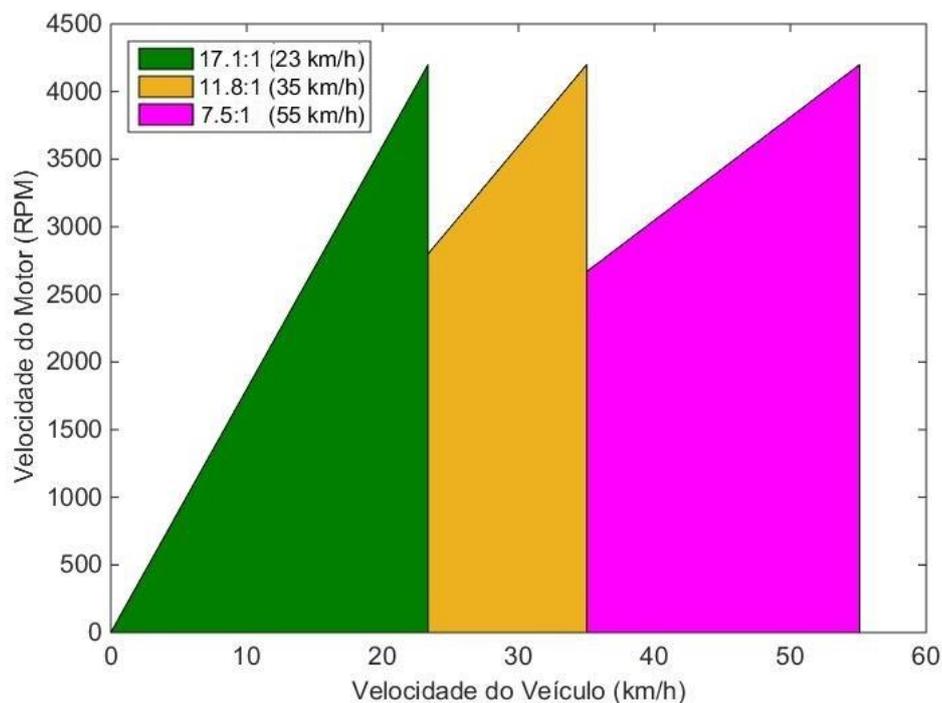
Com a rápida variação das relações do câmbio *CVT*, o Veículo A logo passa a levar vantagem, desenvolvendo significativamente superior aceleração longitudinal e tornando cada vez maior a diferença entre os dois veículos nos gráficos de velocidade e tempo. Ao entrar em terceira marcha, sua aceleração e velocidade do motor são reduzidos à valores abaixo dos valores representados pelos gráficos do Veículo B, reduzindo a diferença novamente dos gráficos de velocidade. Porém, como o Veículo A já desenvolve neste ponto velocidade longitudinal significativamente superior, a sua vantagem de tempo mantém-se em avanço. Ao final dos 30 metros, o Veículo A completou o percurso em 4.32 segundos, contra 4.75 segundos do Veículo B, com velocidades finais de 41.5 km/h e 37.8 km/h, respectivamente. Ao final de uma reta de 100 metros, as velocidades finais seriam de 55 km/h para o Veículo A e 49.4 km/h para o Veículo B.

4.2.4 Visão geral do protótipo *BJI6* com transmissão de 3 velocidades de relações fixas

Ao fim deste trabalho, chega-se ao conceito final de um veículo com as seguintes características e capacidades:

- 0-30 metros: 4.32 segundos em terreno asfaltado e 4.60 segundos em terreno de areia úmida;
- Relações de transmissão:
 - 1ª marcha: 17.7:1;
 - 2ª marcha: 11.8:1;
 - 3ª marcha: 7.5:1;
- Velocidade máxima por marcha (Figura 36):
 - 1ª marcha: 23.35 km/h @ 4200 RPM;
 - 2ª marcha: 35.02 km/h @ 4200 RPM;
 - 3ª marcha: 55.1 km/h @ 4200 RPM;
- Força trativa máxima: 1094 N (Figura 37);
- Aceleração longitudinal máxima: 4.2 m/s² (Figura 38);
- Potência máxima: 8.33 CV @ 3900 RPM (Figura 39);
- Torque máximo: 16.8 N.m @ 2900 RPM;
- Capacidade de carga na prova de tração: 2035 kg.

Figura 36 – Velocidade do veículo de acordo com a rotação de seu motor em cada marcha

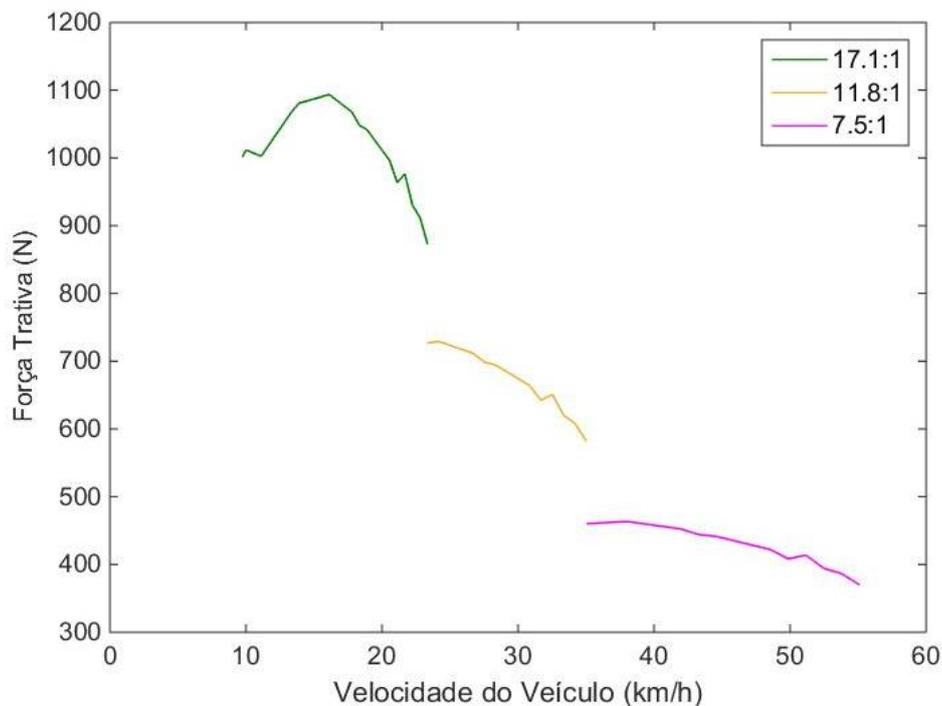


A Figura 36 ilustra as velocidades máximas atingidas pelo veículo em cada marcha do câmbio, expondo claramente os objetivos ao escalonar cada marcha. A primeira marcha, que permite com que o veículo atinja uma velocidade máxima de 23 km/h à 4200 RPM, corresponde à relação de transmissão de maior redução, permitindo que, embora desenvolva baixas velocidades, atinja a sua força trativa máxima de 1094 N (Figura 37).

Já a segunda marcha, ou marcha intermediária, permite que o veículo atinja um valor máximo de velocidade de 35 km/h. Embora este valor em segunda marcha não represente uma velocidade final muito elevada, permite com que o sistema de transmissão desenvolva valores de força trativa que proporcionam ao veículo uma alta capacidade de aceleração longitudinal assim como em primeira marcha (Figura 38), cumprindo com o objetivo proposto.

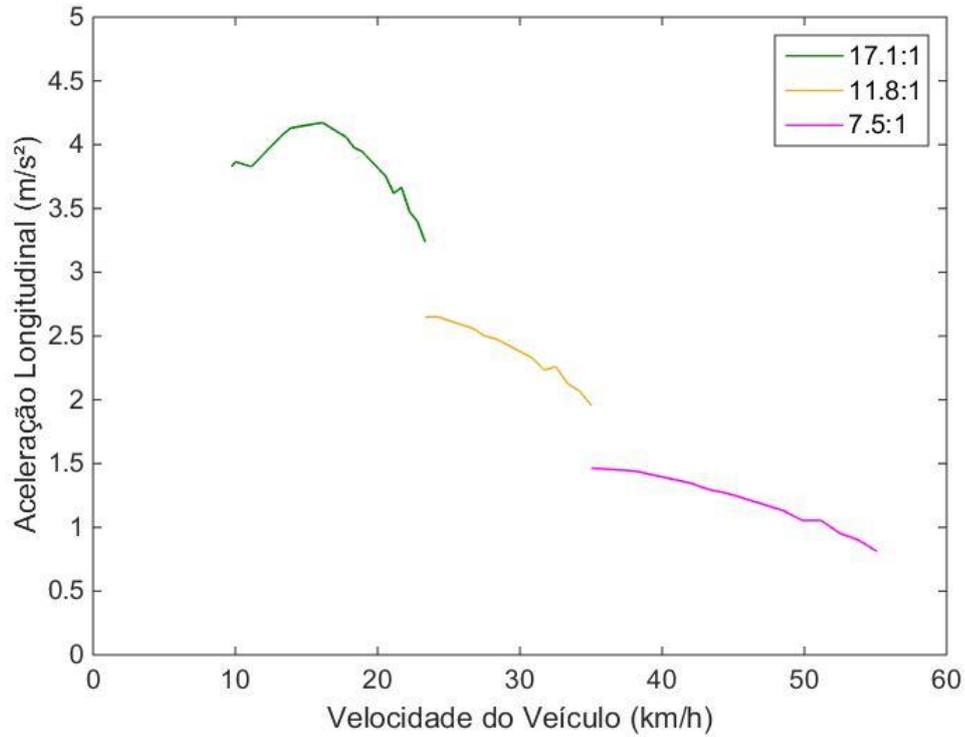
Em terceira marcha nota-se que o ganho de velocidade de acordo com a rotação do motor é dado de maneira significativamente menos expressiva em relação às anteriores, como pode ser observado pela sua inclinação no gráfico da Figura 36. Isso se dá pelo fato de que esta marcha foi definida de modo à permitir que o veículo atinja altas velocidades, sendo a velocidade máxima limitada pela rotação máxima do motor, e não pela potência máxima desenvolvida, sendo possível aplicar toda a faixa de potência do motor em terceira marcha em sua faixa de velocidades conforme ilustra a Figura 39.

Figura 37 – Forças trativas geradas em cada marcha de acordo com a velocidade do veículo



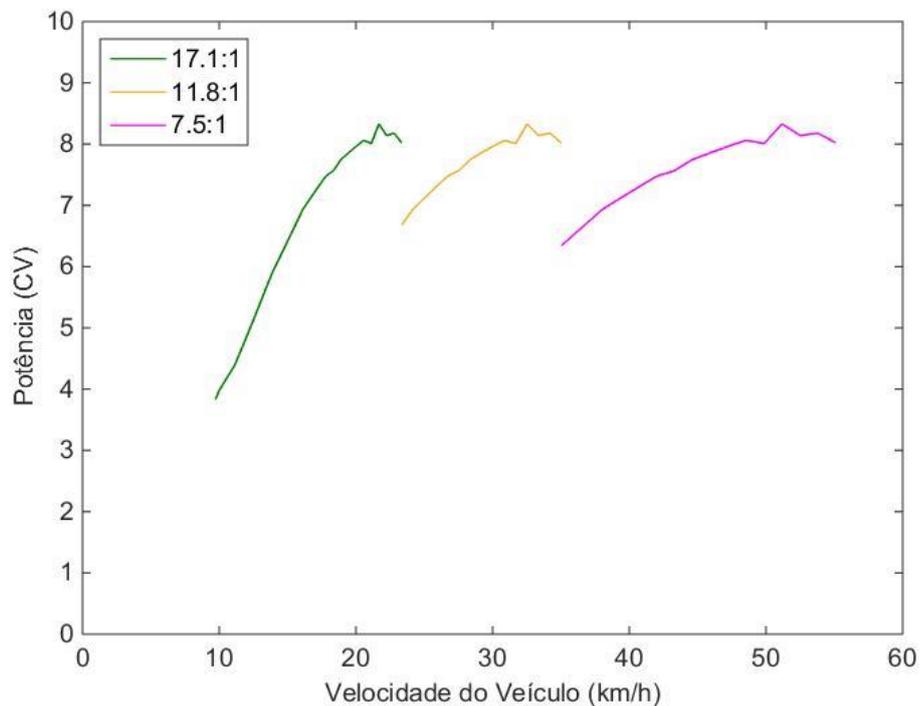
Fonte: Autor

Figura 38 – Aceleração desenvolvida em cada marcha de acordo com a velocidade do veículo



Fonte: Autor

Figura 39 – Potência desenvolvida pelo motor em cada marcha de acordo com a velocidade do veículo



Fonte: Autor

5 CONCLUSÃO

Quando se fala em dinâmica longitudinal, é de senso comum pensar em aumento de potência e redução de massa como componentes triviais da extração de performance. Não há dúvidas quanto à isso, porém o grande ponto explorado neste trabalho foi a otimização da performance de um veículo sem alterar nenhum destes pontos. A premissa foi simples: aplicar a potência e torque disponível da maneira mais adequada.

Neste trabalho foi possível contemplar por meio da simulação numérica da dinâmica longitudinal de um veículo a influência de todas as variáveis envolvidas no movimento bem como o resultado de suas manipulações. Quando se trata de um veículo de competição, não existe um conceito ideal que atenda à todas as condições entregando o melhor resultado, e o sucesso é resultado do melhor compromisso entre todas as condições de maneira que o veículo apresente o melhor resultado geral. A análise da substituição de uma transmissão de relações continuamente variável por um conceito de múltiplas velocidades de relações fixas feita neste trabalho evidenciou a relevância de uma ferramenta computacional no desenvolvimento de um projeto de engenharia como método de auxílio ao usuário, evidenciando a importância do domínio do tema por parte do desenvolvedor bem como a correta distinção das variáveis e condições em que o objeto de estudo deve ser aplicado.

Ao final do desenvolvimento deste trabalho foi possível desenvolver uma ferramenta numérica computacional que permitiu prever e analisar o comportamento do veículo com diferentes configurações e por fim propor melhorias ao sistema de maneira que cumpra com os objetivos propostos inicialmente.

A definição das relações de transmissão de um câmbio de relações fixas de 3 velocidades permitiu o compromisso ideal entre as características do trem de força do protótipo com as condições em que ele foi submetido. Tomando-se como parâmetro as simulações realizadas com o conceito de câmbio *CVT* e competições anteriores, os resultados obtidos neste trabalho apresentam a otimização do desempenho do veículo por meio da aplicação mais adequada de suas características.

Em uma prova de aceleração durante 30 metros, o tempo despendido obtido pelas simulações foi de 4.32 segundos, resultado que conferiria ao protótipo o 1º lugar na prova de aceleração da competição Baja SAE Brasil Etapa Sul 2018.

Ao final de uma reta de 100 metros, como na prova do Enduro, o veículo simulado se mostrou capaz de atingir uma velocidade final de 55 km/h, resultado suficiente para conferir ao

protótipo o 1º lugar também na prova de velocidade da competição Baja SAE Brasil Etapa Nacional 2018, que tem como recorde atual o valor de 53 km/h.

Mesmo apresentando um conjunto otimizado para eventos que avaliam a performance do veículo por meio de sua capacidade de aceleração e velocidade final, o conceito proposto neste trabalho também apresentou capacidade de cumprir com sucesso uma prova de tração como a da competição Baja Sae Brasil Etapa Sul 2018, se mostrando capaz de tracionar uma carga de 2035 kg relativas à um veículo de grande porte em praticamente toda a sua faixa de velocidades em primeira marcha sem apresentar deslizamento.

6 CONSIDERAÇÕES FINAIS

6.1 SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

Como sugestões para trabalhos futuros cito a incorporação da análise da influência da carga vertical sobre o coeficiente de atrito do pneu, bem como um modelo que considere a transferência de carga vertical durante o movimento do veículo. Também acredito ser pertinente o desenvolvimento da dinâmica lateral do veículo como próxima etapa deste trabalho, possibilitando assim a análise do desempenho do veículo em outras provas como Enduro e retomada.

7 REFERÊNCIAS

- AAEN, O. **Clutch Tuning Handbook**. Milwaukee, USA: AAEN Performance, 2006.
- ADAMS, H. **Chassis Engineering: Chassis Design, Building & Tuning for High Performance Handling**. New York, USA: HPBooks, 1992.
- BEHROOZ, M.; CROLLA, D. **Vehicle Powertrain Systems**. Chichester, UK: John Wiley & Sons Ltd., 2012.
- BENTLEY, R. **Ultimate Speed Secrets: The Complete Guide to High-Performance and Race Driving**. Minneapolis, USA: Quarto Publisher Group USA Inc., 2011.
- BOSCH, R. **Manual de Tecnologia Automotiva**. 25. ed. São Paulo, BR: Edgard Blücher, 2005.
- BRESOLIN, J. G. **AVALIAÇÃO DA EFICIÊNCIA DO SISTEMA DE TRANSMISSÃO UTILIZADO EM PROTÓTIPOS BAJA SAE**. [s.l.] Universidade Federal do Rio Grande do Sul, 2012.
- BRUNETTI, F. **Motores de combustão Interna - Volume 1**. São Paulo, BR: Blucher, 2012.
- BUDYNAS, R. G.; NISBETT, J. K. **Shigley's Mechanical Engineering Design**. 9. ed. New York, USA: The Mc-Graw-Hill Companies Inc., 2008.
- DIAS, F. M. **PROJETO E CONSTRUÇÃO DE UMA NOVA BANCADA DE CVT**. [s.l.] Universidade de Brasília, 2010.
- GILLESPIE, T. D. **Fundamentals of Vehicle Dynamics**. Warrendale, USA: Society of Automotive Engineers, Inc., 1992.
- JAIN, R.; RANJIT, P. S. Design of a Drivetrain for Sae Baja Racing Off-Road Vehicle. **International Journal of Advanced Engineering**, v. 1, n. 4, 2015.
- JUVINALL, R. C.; MARSHEK, K. M. **Fundamentals of Machine Component Design**. 6. ed. Hoboken, USA: John Wiley & Sons Ltd., 2017.
- KATZ, J. **Race Car Aerodynamics: Designing for Speed**. Cambridge, USA: Robert Bentley, Inc., 1995.
- LECHNER, G.; HARALD, N. **Automotive Transmissions**. Stuttgart, GE: University of Stuttgart, 1999.
- MILLIKEN, W. F.; MILLIKEN, D. L. **Race Car Vehicle Dynamics**. Warrendale, USA: Society of Automotive Engineers, Inc., 1995.
- MURRAY, W. S. **Vehicle Dynamics Validation and Analysis from Suspension Forces**. [s.l.] Oregon State University, 2012.
- NICOLAZZI, L. C. **Uma Introdução à Modelagem Quase Estática de Veículos Automotores de Rodas**. Florianópolis, BR: Publicação interna do GRANTE, Departamento de Engenharia Mecânica da UFSC, 2008.
- PACEJKA, H. B. **Tyre and Vehicle Dynamics**. 2. ed. Oxford, UK: Butterworth-Heinemann, 2006.

PATTON, C. **Development of Vehicle Dynamics Tools for Motorsports.** [s.l.] Oregon State University, 2013.

SAE BRASIL. **Regulamento Administrativo e Técnico Baja SAE Brasil,** 2019.

SEGRS, J. **Analysis Techniques for Racecar Data Acquisition.** 2. ed. Warrendale, USA: Society of Automotive Engineers, Inc., 2014.

SMITH, C. **Tune to Win.** Fallbrook, USA: Aero Publishers, Inc., 1978.

SOUSA, L. C.; NETO, R. T. C. Estudo da dinâmica longitudinal de um veículo leve monotripulado utilizando modelagens de pneus em piso rígido. **Revista Militar de Ciência e Tecnologia,** 2019.

TREE, D. et al. Determining the Optimal Fixed Gear Ratio for an SAE Baja Acceleration Event. 2016.

VICTOR, J.; FERREIRA, M. Análise do escorregamento de uma transmissão continuamente variável em bancada de teste. 2020.

WACHHOLZ, M. A. Estudo sobre a viabilidade de alteração da relação de transmissão de uma motocicleta. **Horizontalina,** 2016.