

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA MARIA
CENTRO DE TECNOLOGIA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO
EM ENGENHARIA ELÉTRICA

Gustavo Guilherme Koch

CONTROLE ROBUSTO \mathcal{H}_∞ POR MEIO DE LMIS
APLICADO A CONVERSORES CONECTADOS À REDE

Santa Maria, RS, Brasil
2019

Gustavo Guilherme Koch

**CONTROLE ROBUSTO \mathcal{H}_∞ POR MEIO DE LMIS APLICADO A
CONVERSORES CONECTADOS À REDE**

Tese apresentada ao Curso de Doutorado do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica, Área de Concentração em Processamento de Energia Elétrica, da Universidade Federal de Santa Maria (UFSM-RS), como requisito parcial para obtenção do grau de **Doutor em Engenharia Elétrica**.

Orientador: Prof. Dr. Vinícius Foletto Montagner

Santa Maria, RS, Brasil
2019

Ficha catalográfica elaborada através do Programa de Geração Automática da Biblioteca Central da UFSM, com os dados fornecidos pelo(a) autor(a).

Koch, Gustavo Guilherme

Controle Robusto \mathcal{H}_∞ Por Meio de LMIs Aplicado a Conversores Conectados à Rede / Gustavo Guilherme Koch - 2019

144 p.; 30 cm

Orientador: Vinícius Foletto Montagner

Tese (doutorado) – Universidade Federal de Santa Maria, Centro de Tecnologia, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica, RS, 2019

1. Engenharia Elétrica 2. ... I. Montagner, Vinícius Foletto.
II. Título.

© 2019

Todos os direitos autorais reservados a Gustavo Guilherme Koch. A reprodução de partes ou do todo deste trabalho só poderá ser feita com autorização por escrito do autor.

Endereço: Av. Roraima, Nº 1000, Bairro Camobi, Santa Maria, RS, Brasil, CEP: 97105-900;

Fone: (55) 991658773;

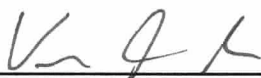
Endereço Eletrônico: gustavoguilhermekoch@gmail.com.

Gustavo Guilherme Koch

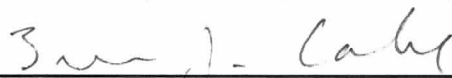
CONTROLE ROBUSTO H_∞ POR MEIO DE LMIS APLICADO A
CONVERSORES CONECTADOS À REDE

Tese apresentada ao Curso de Doutorado do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica, Área de Concentração em Processamento de Energia Elétrica, da Universidade Federal de Santa Maria (UFSM-RS), como requisito parcial para obtenção do grau de Doutor em Engenharia Elétrica.

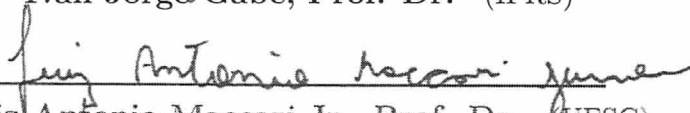
Aprovado em 16 de Dezembro de 2019:



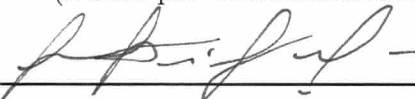
Vinícius Foletto Montagner, Prof. Dr. (UFSM)
(Presidente/ Orientador)



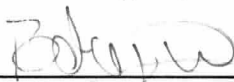
Ivan Jorge Gabe, Prof. Dr. (IFRS)



Luiz Antonio Maccari Jr., Prof. Dr. (UFSC)
(Defesa por Videoconferência)



Fábio Ecke Bisogno, Prof. Dr.-Ing (UFSM)



Rodrigo Padilha Vieira, Prof. Dr. (UFSM)

AGRADECIMENTOS

Gostaria de agradecer a Universidade Federal de Santa Maria e ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica por me permitir acesso a ensino superior de qualidade. Ao Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico – CNPQ, pelo suporte financeiro durante o período do doutorado. E ao Grupo de Eletrônica de Potência e Controle – GEPOC, pela excelente estrutura e recursos para desenvolvimento desse trabalho.

Agradeço ao Professor Vinícius Foletto Montagner pela ótima orientação durante a execução desse trabalho, confiança e companheirismo. Deixo o meu Muito Obrigado por todos os ensinamentos pessoais e profissionais, certamente são exemplos que vou levar para a vida toda.

Ao meu pai Hélio Koch e minha mãe Iris Koch, agradeço pelo amor, carinho, ensinamentos e oportunidades ao longo do tempo, sempre mostrando a importância dos estudos em nossas vidas. Também ao meu irmão Eder Koch e família, minhas irmãs, Simone Koch Sabo e família e Camile Koch pelo amor, amizade e companheirismo.

A Thieli Smidt Gabbi, agradeço por todo amor, carinho, companheirismo, ensinamentos e motivação durante essa etapa. Certamente só foi possível chegar ao final desta etapa caminhando juntos, mostrando um ao outro que estávamos no caminho certo.

A família Gabbi, minha segunda família, José Gabbi e Elcide Gabbi, agradeço por sempre me receber de braços abertos e por todo o amor, carinho e suporte ao longo desses anos juntos.

Aos amigos e colegas de graduação Gustavo Finamor, Leandro Kehler, Matheus Camargo, Vinícius Ludwig Barbosa por compartilhar momentos de alegria e diversão sempre que possível. Também a Cláudio Peres, Gláucia Cogo e Juliana Dockhorn pelos momentos de descontração, risadas e comemorações durante todos esses anos.

Ao colegas e amigos do GEPOC principalmente Alexandre Trevisan, André Nicolini, André Pacheco, Ana Fláva Bacca, Caio Osório, Dimas Schuetz, Douglas Pedroso, Filipe Scalcon, Gleisson Balen, Guilherme Hubner, Henrique Figueira, Henrique Jank, Henrique Magnago, João Manoel Lenz, Lucas Cielo, Pablo Costa, Rafael Scapini, Renata Camponogara, Rodrigo França, Thiago Lazzari, Tiarles Guterres e Willian Venturini pela convivência, companheirismo, risadas, churrascos, chimarrão e ensinamentos que foram fundamentais durante os anos do doutorado.

Por fim, o meu muito obrigado a todos as demais pessoas, amigos e familiares que colaboraram de alguma forma com este trabalho e com esta etapa da minha formação.

“Nós não somos o que sabemos.
Somos o que estamos dispostos a
aprender.”

Council on Ideas

RESUMO

CONTROLE ROBUSTO \mathcal{H}_∞ POR MEIO DE LMIS APLICADO A CONVERSORES CONECTADOS À REDE

AUTOR: GUSTAVO GUILHERME KOCH
ORIENTADOR: VINÍCIUS FOLETTO MONTAGNER

Este trabalho apresenta um controle robusto de corrente para conversores conectados à rede sujeitos a incertezas paramétricas na impedância da rede. Especificamente, um inversor de fonte de tensão é conectado por meio de um filtro LCL a uma rede elétrica predominantemente indutiva, com indutância incerta, pertencente a um intervalo limitado. A corrente injetada na rede é controlada por meio de uma estratégia de realimentação de estados capaz de garantir, para toda a faixa de incertezas paramétricas: i) um limitante para a norma \mathcal{H}_∞ do sistema em malha fechada; ii) a alocação dos polos de malha fechada dentro do círculo de raio unitário; iii) o rastreamento de referências senoidais e a rejeição de distúrbio com harmônicas. As propriedades i) e ii) são asseguradas por meio de uma condição de projeto de controle \mathcal{H}_∞ baseado em desigualdades matriciais lineares. A propriedade iii) é assegurada pelo uso de controladores ressonantes. As principais contribuições deste trabalho são: a) viabilizar o controle \mathcal{H}_∞ por realimentação de estados para esta aplicação por meio do uso de limitação dos ganhos do controle e de variáveis de folga no projeto, b) utilizar um algoritmo genético para sintonizar os parâmetros das desigualdades matriciais lineares de projeto. Uma extensão importante, que também é contribuição deste trabalho, é prover um procedimento de projeto de observador robusto de estados também baseado em desigualdades matriciais lineares, que permite a implementação do controle \mathcal{H}_∞ por realimentação de estados com número reduzido de sensores. Resultados de simulação, nos domínios do tempo e da frequência, indicam a capacidade de o sistema em malha fechada rastrear referências senoidais e rejeitar distúrbios harmônicos provenientes da rede, além de exibir bom desempenho em transitórios e em regime permanente. Resultados experimentais apresentam boa correspondência com os resultados de simulação, confirmando que os procedimentos de projeto propostos são capazes de prover correntes de rede em conformidade com normas internacionais, inclusive permitindo a implementação do controle com número reduzido de sensores, sendo uma alternativa para projeto de controladores e observadores robustos para conversores conectados à rede.

Palavras-chave: Conversores conectados à rede, Controle robusto, Controle \mathcal{H}_∞ , Desigualdades matriciais lineares, Incertezas paramétricas, Observadores de estado.

ABSTRACT

\mathcal{H}_∞ ROBUST CONTROL BY MEANS OF LMIS APPLIED TO GRID-CONNECTED CONVERTERS

AUTHOR: GUSTAVO GUILHERME KOCH
ADVISOR: VINÍCIUS FOLETTO MONTAGNER

This work presents a robust current control for grid-connected converters subject to uncertain parameters in the grid impedance. Specifically, a voltage source inverter is connected by means of an LCL filter to a predominantly inductive electrical grid, belonging to a bounded interval. The grid injected current is controlled by means of a state feedback strategy capable to ensure, for all the set of grid uncertainties: i) a bound for the \mathcal{H}_∞ norm of the closed-loop system; ii) the assignment of the closed-loop poles inside the unit circle; iii) the tracking of sinusoidal references and the rejection of disturbances with harmonics. Properties i) and ii) are ensured by means of an \mathcal{H}_∞ control design condition based on linear matrix inequalities. Property iii) is ensured by the use of resonant controllers. The main contributions of this work are: a) to make an \mathcal{H}_∞ state feedback control viable for this application by means of a limitation on the control gains and using slack variables in the design; b) to apply a genetic algorithm to tune the parameters of linear matrix inequalities of design. An important extension, which is also a contribution of this work, is to provide a design procedure for a robust state observer also based on linear matrix inequalities, which allows the implementation of the state feedback \mathcal{H}_∞ control with a reduced number of sensors. Simulation results, in the time and frequency domains, indicate the capacity of the closed-loop system to track sinusoidal references and to reject harmonic disturbances from the grid, besides exhibiting good transient and steady state performances. Experimental results present good correspondence with the simulation results, confirming that the proposed design procedures are capable of providing grid currents in compliance with international standards, allowing the implementation of the control with a reduced number of sensors, being an alternative for the design of robust controllers and observers for grid-connected converters.

Keywords: Grid-Connected converters, Robust Control, \mathcal{H}_∞ control, Linear Matrix inequalities, Parametric uncertainties, State observers.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1.1	– Sistema de potência integrando fontes renováveis na rede por meio de conversores estáticos.	26
Figura 2.1	– Inversor trifásico conectado à rede por meio de um filtro LCL.	37
Figura 2.2	– Filtro LCL trifásico conectado à rede.	38
Figura 2.3	– Controle implementado em coordenadas $\alpha\beta$	43
Figura 3.1	– (a) Norma do ganho em relação ao raio de alocação de polos, para as condições com $\gamma = 5$ e otimizando k_w e k_z para OPT2, e otimizando β e μ_0 para OPT3. (b) Tempo médio para obtenção dos ganhos. ...	48
Figura 3.2	– Resultados de simulação no PSIM para o sistema em malha fechada com o controlador (3.7): (a) corrente da rede e referência e (b) sinal de controle.	50
Figura 3.3	– Resultados de simulação no PSIM para o sistema em malha fechada: (a) OPT2 (com $\gamma = 5$ e $r = 0,999$, otimizando k_w e k_z) e (b) OPT2 (com $\gamma = 5$ e $r = 0,997$, otimizando k_w e k_z). Figura superior: corrente da rede e referência. Figura inferior: sinal de controle.	52
Figura 3.4	– Resultados de simulação no PSIM para sistema em malha fechada: (a) OPT3 (com $\gamma = 5$ e $r = 0,999$, otimizando β e μ_0 e (b) OPT3 (com $\gamma = 5$ e $r = 0,997$, otimizando β e μ_0 . Gráfico superior: corrente da rede e referência. Gráfico inferior: sinal de controle em pu.	52
Figura 3.5	– Resultados com OPT3: (a) norma-2 dos ganhos de controle em relação ao raio de alocação de polos, fixando $\gamma = 5$ e otimizando β e μ_0 , (b) norma-2 dos ganhos do controlador em relação a valores de γ , para três diferentes casos de r e otimizando β e μ_0 . (c) norma-2 dos ganhos do controlador em relação a valores de β , para três diferentes casos de r , fixando $\gamma = 5$ e otimizando μ_0 (d) Critério ITAE: caso 1, definido por $r = 0,994$, $\gamma = 5$ e otimizando β e μ_0 (caso ótimo, com $\beta = 0,3772$ e $\mu_0 = 3,710^{-9}$); caso 2, definido por $r = 0,994$, $\gamma = 5$, e escolhendo $\beta = 5,5$ e $\mu_0 = 0,00013$ (subótimo).	53
Figura 3.6	– Resultados experimentais para i_α e sua referência: (a) resultados para controladores obtidos usando OPT3 e FEAS4, mostrados na Tabela 3.5. (b) Erro de rastreamento referente ao intervalo marcado com (1) na Figura 3.6(a). (c) Erro de rastreamento referente ao intervalo marcado com (2) na Figura 3.6(a).	56
Figura 3.7	– (a) Autovalores do sistema em malha fechada para o controlador FEAS4, na Tabela 3.5, para $L_g \in [L_{g\min}, L_{g\max}]$	57
Figura 3.8	– Diagramas de Bode do sistema em malha fechada para o controlador FEAS4 na Tabela 3.5, para: (a) entrada v_g e saída i_g e (b) entrada i_{ref} e saída i_g	58
Figura 3.9	– Resultado experimental para mudança de fase e amplitude da referência para o sistema em malha fechada com controlador FEAS4 na Tabela 3.5 (a) corrente i_α . (b) corrente i_β	59
Figura 3.10	– Erro de rastreamento da referência de corrente, relativo à primeira variação da referência na Figura 3.9. (a) Detalhe da Figura 3.9(a). (b) Detalhe da Figura 3.9(b), ambos para um intervalo de tempo de 2 ciclos de rede.	60

Figura 3.11 – Comparativo dos resultados para rastreamento da corrente de referência no eixo α , com controlador FEAS4 da Tabela 3.5: resultados de simulação no PSIM (para L_{gmax}) e resultados experimentais, obtidos com base em dados do DSP.	60
Figura 3.12 – Resultado experimental para o sistema em malha fechada com controlador FEAS4 na Tabela 3.5: (a) correntes trifásicas injetadas na rede. (b), (c), (d) e (e) detalhamento do transitório na Figura 3.12(a).	61
Figura 3.13 – Resultado experimental para o sistema em malha fechada com controlador FEAS4 na Tabela 3.5: (a) correntes da rede em regime permanente, (b) harmônicas presentes na forma de onda da Figura 3.13a e limites das harmônicas de corrente, em conformidade com a norma IEEE 1547.	62
Figura 3.14 – Resultados experimentais para ensaio com rede em curto circuito, para comutação da indutância de saída de L_{gmin} para L_{gmax} : (a) controlador robusto proposto (FEAS4, na Tabela 3.5), (b) controlador WCPL, na Tabela 3.6, (c) controlador MMSRPMO na Tabela 3.6. .	64
Figura 3.15 – Erros de rastreamento referentes aos resultados na: (a) Figura 3.14a. (b) Figura 3.14b. (c) Figura 3.14c.	65
Figura 3.16 – Resultado experimental de malha fechada, para o sistema operando contra a rede, para variações de referência de fase e amplitude para os controladores FEAS4 e MSPOM, na Tabela 3.6.	66
Figura 4.1 – Integração de LMI com GA.	67
Figura 4.2 – Fluxograma do procedimento de projeto.	68
Figura 4.3 – Padrão de referência de corrente, para testar a operação com injeção de potências reativa e ativa na rede.	70
Figura 4.4 – Evolução da função objetivo no decorrer das gerações.	71
Figura 4.5 – Função objetivo $F(r, \gamma) = ISE + \delta \ K\ _2$, para uma discretização com passo de 10^{-3} no espaço de busca $1 \leq \gamma \leq 10$ e $0,997 \leq r \leq 0,999$. .	72
Figura 4.6 – Termo ISE, relativo à função objetivo mostrada na Figura 4.5.	73
Figura 4.7 – Termo $\ K\ _2$, relativo à função objetivo mostrada na Figura 4.5. ...	73
Figura 4.8 – Autovalores do sistema em malha fechada, para o controlador \mathcal{H}_∞ (4.5), sintonizado com auxílio do GA, para $L_{g2} \in [L_{g2min}, L_{g2max}]$	75
Figura 4.9 – Diagramas de Bode do sistema em malha fechada para o controlador \mathcal{H}_∞ sintonizado por meio do GA (4.5): (a) da entrada i_{ref} para a saída i_g ; (b) da entrada v_g para a saída i_g	76
Figura 4.10 – Resultado experimental: rastreamento de referência senoidal, com mudança de fase e amplitude, utilizada no procedimento de projeto baseado no GA: (a) corrente de referência do eixo α e saída e (b) erro de rastreamento.	77
Figura 4.11 – Comparativo de respostas nos <i>softwares</i> MATLAB e PSIM, para rastreamento de referência senoidal com mudança de fase e amplitude.	78
Figura 4.12 – Resultado experimental: rastreamento de referência senoidal com mudança de fase e amplitude utilizados no procedimento baseado no GA: (a) corrente de referência do eixo β e saída e (b) erro de rastreamento.	79
Figura 4.13 – Resultados experimentais com o controlador \mathcal{H}_∞ projetado por meio do GA: correntes trifásicas da rede para o sistema em malha fechada com ganhos (4.5): (a) ensaio completo e (b), (c), (d) e (e) detalhamento nos transitórios.	80

Figura 4.14 – Resultado experimental para o controlador (4.5): (a) correntes de rede trifásicas em regime permanente, para o sistema de malha fechada, (b) conteúdo harmônico da forma de onda do canal 1, respeitando os limites da norma IEEE 1547, com THD = 2,9%.	81
Figura 4.15 – Resultado experimental para o controlador (4.5), para uma variação abrupta da indutância de saída, de L_{g2min} para L_{g2max}	82
Figura 4.16 – Resultado experimental para referência de corrente com variações de fase e amplitude (eixo α) para o controlador robusto \mathcal{H}_∞ (4.5) e para o controlador por alocação de polos robusta (4.6).	83
Figura 4.17 – Resultado experimental para referência de corrente com variações de fase e amplitude (eixo α) para o controlador robusto \mathcal{H}_∞ FEAS4 (Tabela 3.5) e para o controlador robusto \mathcal{H}_∞ sintonizado por meio do GA, dado por (4.5).	84
Figura 5.1 – Inversor trifásico conectado à rede por meio de um filtro LCL e sistema de controle com observador de estados.	88
Figura 5.2 – Autovalores do sistema em malha fechada com observador robusto, com ganhos de controle dados em (5.9) e ganhos do observador dados em (5.10).	92
Figura 5.3 – Diagramas de Bode da referência para a saída do sistema em malha fechada com realimentação dos estados observados, mostrando ganho 0 dB e fase de 0° na frequência de 60 Hz, indicando rastreamento de referências senoidais.	92
Figura 5.4 – Diagramas de Bode do distúrbio da tensão de rede para a saída do sistema em malha fechada com realimentação dos estados observados, mostrando grandes atenuações nas frequências dos ressonantes, indicando rejeição de harmônicas na tensão da rede.	93
Figura 5.5 – Resultados de simulação no PSIM comparando estados reais e estados observados para a condição de indutância da rede dada por L_{g2min} , para um ensaio de variação de potência injetada na rede: estados reais ($i_{c\alpha\beta}$, $i_{g\alpha\beta}$ e $v_{c\alpha\beta}$) e respectivos estados observados ($\hat{i}_{c\alpha\beta}$, $\hat{i}_{g\alpha\beta}$ e $\hat{v}_{c\alpha\beta}$).	94
Figura 5.6 – Resultados de simulação no PSIM comparando estados reais e estados observados para a condição de indutância da rede dada por L_{g2max} , para um ensaio de variação de potência injetada na rede: estados reais ($i_{c\alpha\beta}$, $i_{g\alpha\beta}$ e $v_{c\alpha\beta}$) e respectivos estados observados ($\hat{i}_{c\alpha\beta}$, $\hat{i}_{g\alpha\beta}$ e $\hat{v}_{c\alpha\beta}$).	95
Figura 5.7 – Resultados de simulação: sinais de referência e de saída para o sistema em malha fechada com observador robusto para operação com: (a) indutância mínima de rede, (b) indutância máxima de rede.	96
Figura 5.8 – Resultados de simulação: referência e saída para o sistema em malha fechada com observador não robusto com ganhos (5.11) para: (a) indutância mínima de rede, (b) indutância máxima de rede.	97
Figura 5.9 – Autovalores do sistema em malha fechada com observador não robusto, com ganhos do observador dados em (5.11).	98
Figura 5.10 – Resultados experimentais para os eixos α e β : estados medidos ($i_{c\alpha\beta}$, $i_{g\alpha\beta}$ e $v_{c\alpha\beta}$) e respectivos estados observados ($\hat{i}_{c\alpha\beta}$, $\hat{i}_{g\alpha\beta}$ e $\hat{v}_{c\alpha\beta}$), obtidos a partir dos dados do DSP.	99
Figura 5.11 – Resultados experimentais: referência e saída para o sistema em malha fechada com controle com ganhos (5.9) e realimentação dos estados observados com ganhos do observador (5.10): (a) resultado para o eixo α e (b) e para o eixo β	100

Figura 5.12 – Resultados experimentais com o controlador \mathcal{H}_∞ (5.9) e observador robusto (5.10): correntes trifásicas da rede para o sistema em malha fechada com ganhos: (a) ensaio completo para referência com padrão de potência ativa e reativa e (b), (c), (d) e (e) detalhamento nos transitórios.	101
Figura 5.13 – Resultados experimentais com o controlador \mathcal{H}_∞ (5.9) e observador robusto (5.10): (a) correntes de saída trifásicas em regime permanente, para o sistema de malha fechada, (b) conteúdo harmônico da forma de onda do canal 1, respeitando os limites da norma IEEE 1547, com THD = 2,84%.	102
Figura 5.14 – Resultados experimentais: comparativo do sistema em malha fechada com o controlador \mathcal{H}_∞ (5.9) operando com os estados observados (com observador, com ganhos em (5.10)) e com estados reais (i.e. operando com estados medidos, sem observador).	103
Figura C.1 – Visão geral do protótipo: (a) indutores para ensaios de variação paramétrica, (b) inversor e filtro LCL, (c) fonte de alimentação CC e (d) VARIAC para conexão com a rede elétrica.	133
Figura C.2 – Vista frontal do sistema na Figura C.1(b). (a) microcontrolador/DSP, (b) circuitos para aquisição das medidas de tensão, (c) circuito para aquisição das medidas de corrente.	134
Figura C.3 – Vista posterior do sistema na Figura C.1(b). (a) inversor trifásico, (b) filtro LCL.	135
Figura E.1 – Estrutura básica de um algoritmo genético.	139
Figura E.2 – Fluxograma de funcionamento de um GA.	140
Figura E.3 – Método da seleção por torneio.	142
Figura E.4 – Operador de cruzamento.	143
Figura E.5 – Operador de mutação.	144

LISTA DE TABELAS

Tabela 3.1	– Resumo das propriedades das LMIs para projeto de controladores \mathcal{H}_∞	47
Tabela 3.4	– Ganhos e norma-2 de controladores obtidos no MATLAB para $\gamma = 5$ e $r = 0,997$	51
Tabela 3.2	– Avaliações de estabilidade obtidas por meio de simulação no PSIM ($\gamma = 5$).	51
Tabela 3.3	– Norma-2 dos ganhos de controle referentes a Tabela 3.2.	51
Tabela 3.5	– Ganhos para OPT3, utilizando $r = 0,994$, $\gamma = 5$ e minimizando $\beta - \mu_0$, e para FEAS4, utilizando $r = 0,994$, $\gamma = 5$, $\beta = 5,5$ e $\mu_0 = 0,00013$	54
Tabela 3.6	– Ganhos para WCPL com $r = 0,994$, $\gamma = 100$ e MMSRPMO, para $r = 0,49$ e $\gamma = 4$	63
Tabela 4.1	– Configurações do GA.	71
Tabela C.1	– Parâmetros do protótipo	135

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

CA	Corrente alternada
CC	Corrente contínua
DLL	<i>Dynamic Link Library</i>
DLQR	<i>Discrete-time Linear Quadratic Regulator</i>
DSP	<i>Digital Signal Processor</i>
EPE	Empresa de Pesquisa Energética
FEAS	Problema de factibilidade
GA	Algoritmo genético
GCC	<i>Grid-connected converter</i>
ISE	<i>Integral squared error</i>
ITAE	<i>Integral of time absolute error</i>
ITSE	<i>Integral of time squared tracking error</i>
LMI	<i>Linear Matrix Inequalities</i>
LQR	<i>Linear Quadratic Regulator</i>
OPT	Problema de otimização convexa
PCC	<i>Point of Common Coupling</i>
PI	Proporcional-integral
PR	Proporcional-ressonante
PWM	<i>Pulse-width Modulated</i>
SISO	<i>Single-input single-output system</i>
SVM	<i>Space vector modulation</i>
THD	<i>Total Harmonic Distortion</i>

LISTA DE APÊNDICES E ANEXOS

Apêndice A – Desigualdades Matriciais Lineares	125
Apêndice B – Provas das LMIs de Projeto do Capítulo 3	129
Apêndice C – Descrição e parâmetros do protótipo	133
Apêndice D – Complexidade numérica da LMIs do Capítulo 3	137
Apêndice E – Algoritmo Genético	139

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO	25
1.1 MOTIVAÇÃO	25
1.2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	28
1.2.1 Desigualdades matriciais lineares	30
1.2.1.1 LMIs para controle robusto de conversores conectados à rede	31
1.2.1.2 LMIs para controle \mathcal{H}_∞ de conversores	31
1.2.2 Sintonia automática de LMIs por meio de algoritmo genético	32
1.2.3 Redução do número de sensores por meio de observadores de estado	33
1.3 OBJETIVOS E PRINCIPAIS CONTRIBUIÇÕES DA TESE	34
1.4 ORGANIZAÇÃO DO DOCUMENTO	35
2 MODELAGEM E DESCRIÇÃO DO PROBLEMA	37
2.1 MODELAGEM DA PLANTA	37
2.2 DESCRIÇÃO DO PROBLEMA DE PROJETO	43
2.3 CONCLUSÕES DO CAPÍTULO	44
3 CONTROLE \mathcal{H}_∞ POR REALIMENTAÇÃO DE ESTADOS	45
3.1 PROJETO DE CONTROLADORES \mathcal{H}_∞ POR MEIO DE LMIs	45
3.2 RESULTADOS DE SIMULAÇÃO: EXEMPLO DE INVIABILIDADE DE CONTROLADOR ÓTIMO E VIABILIDADE DE CONTROLADOR SUBÓTIMO	49
3.3 RESULTADOS EXPERIMENTAIS E COMPARAÇÕES	55
3.4 CONCLUSÕES DO CAPÍTULO	66
4 SINTONIA DOS PARÂMETROS DAS LMIs DE UM CONTROLADOR \mathcal{H}_∞ POR MEIO DE ALGORITMO GENÉTICO	67
4.1 PROCEDIMENTO DE PROJETO PROPOSTO	68
4.1.1 Função objetivo	69
4.2 APLICAÇÃO DO PROCEDIMENTO PROPOSTO	70
4.3 RESULTADOS EXPERIMENTAIS E COMPARAÇÕES	77
4.3.1 Comparação com outros controladores robustos	82
4.4 CONCLUSÕES DO CAPÍTULO	84
5 OBSERVADOR DE ESTADOS ROBUSTO	87
5.1 DESCRIÇÃO DO PROBLEMA	87
5.2 MODELAGEM E PROCEDIMENTO DE PROJETO DO OBSERVADOR	88
5.3 VALIDAÇÃO DO PROCEDIMENTO PROPOSTO	90
5.4 RESULTADOS DE SIMULAÇÃO	93
5.4.1 Comparação com observador não robusto	96
5.5 RESULTADOS EXPERIMENTAIS	98

5.5.1 Comparativo de resultados com realimentação dos estados observados e com realimentação dos estados medidos	102
5.6 CONCLUSÕES DO CAPÍTULO	103
6 CONCLUSÕES E PERSPECTIVAS	105
6.1 ARTIGOS PUBLICADOS	107
6.1.1 Produções diretamente associadas aos conteúdos da tese	107
6.1.2 Outras publicações relacionadas ao tema da tese	108
REFERÊNCIAS	111
APÊNDICES	123

1 INTRODUÇÃO

1.1 MOTIVAÇÃO

A expansão populacional e o desenvolvimento tecnológico estão proporcionando um aumento contínuo na demanda por energia elétrica, tanto em nível nacional quanto internacional, uma vez que a energia elétrica está presente em praticamente todas as atividades desenvolvidas pelo ser humano (TEODORESCU; LISERRE; RODRÍGUEZ, 2011) (BLAABJERG; MA, 2013). Mais especificamente no Brasil, o consumo aumentou de 320 TWh, em 2002, para mais de 526,2 TWh, em 2016. Por outro lado, a oferta de energia elétrica já cresce na mesma proporção da demanda. Usando o Brasil como exemplo, a oferta de energia elétrica cresceu 1,3% de 2017 para 2018, enquanto que o consumo aumentou 1,2% nesse mesmo período, segundo dados do Balanço Energético Nacional 2018 (ano base 2017) elaborado pela Empresa de Pesquisa Energética (EPE) (EPE, 2018).

Nesse sentido, esforços têm sido direcionados na condução de políticas governamentais de incentivo ao desenvolvimento de fontes alternativas de energias renováveis, com reduzido impacto ambiental e capazes de suprir a crescente demanda energética brasileira. Dentre estas fontes de energia "limpas", podem-se citar a energia eólica, solar fotovoltaica, biomassa, célula de combustível (hidrogênio) e marés (TEODORESCU; LISERRE; RODRÍGUEZ, 2011)(EPE, 2018).

Com base no exposto e seguindo a tendência mundial analisada por alguns estudos, pode-se observar o surgimento de uma nova rede de distribuição, com a inclusão de diversos geradores de energia, mesmo por parte dos consumidores, baseados em fontes alternativas de energias renováveis. A este sistema com múltiplos geradores dá-se o nome de sistema de geração distribuída de energia elétrica (KJAER; PEDERSEN; BLAABJERG, 2005)(TEODORESCU; LISERRE; RODRÍGUEZ, 2011)(BLAABJERG; MA, 2013). Baseado nisso, diversos países já têm transferido os recursos que seriam investidos na construção de usinas de grande porte para o desenvolvimento da geração distribuída e renovável, para suprir a crescente demanda energética.

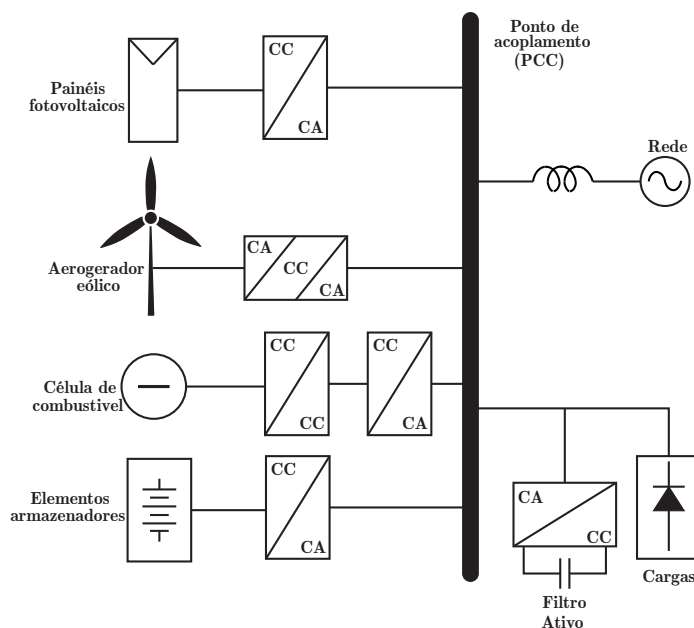
Entretanto, um ponto a observar sobre essas fontes é a sua intermitência, variando significativamente a energia gerada de acordo com as condições climáticas, horas do dia e estações do ano. Assim, seria difícil operar um sistema de potência composto somente por geradores baseados em fontes renováveis, devido à grande incerteza da disponibilidade dessas fontes (ABBOTT, 2010). Uma forma de explorar a energia renovável alternativa é a conexão com a rede, normalmente em nível de distribuição. No caso brasileiro, essa possibilidade é extremamente vantajosa, pois o sistema interligado nacional tem como

base a geração por meio de inúmeras usinas hidrelétricas de grande porte, que conseguem manter a confiabilidade do sistema mesmo com a inserção dessas novas fontes alternativas (EPE, 2018).

Em estações geradoras convencionais, como nas usinas hidrelétricas, os geradores operam com velocidade controlada e, portanto, a frequência da tensão gerada também é controlada (UNGURESAN et al., 2017). Por outro lado, os sistemas de geração distribuída apresentam um quadro diferente e desafiador. Por exemplo, a energia gerada por painéis fotovoltaicos e células de combustível, que geram em corrente contínua, e por aerogeradores eólicos, que geram em tensão alternada com frequência variável dependendo da velocidade do vento, não podendo ser diretamente injetada na rede (FRANCÉS et al., 2018). Nesse sentido, as diferenças entre as características das unidades geradoras do sistema de geração distribuída, da rede e das cargas requerem um sistema de interface/condicionamento de energia (CARRASCO et al., 2006). Conversores estáticos de potência e o seu controle têm uma importância vital para combinar as características das unidades geradoras do sistema de geração distribuída e cumprir os requisitos para conexão com a rede, incluindo controle de frequência, tensão, controle da potência ativa e reativa, minimização de harmônicos, etc (ERICKSON, 1997; BLAABJERG; CHEN; KJAER, 2004; CARRASCO et al., 2006).

Para ilustrar isso, a Figura 1.1 mostra um sistema de potência genérico, em que fontes alternativas de energias renováveis são integradas a uma rede de distribuição por meio de conversores estáticos de potência.

Figura 1.1 – Sistema de potência integrando fontes renováveis na rede por meio de conversores estáticos.



Nesse sistema, painéis fotovoltaicos são conectados à rede por meio de um conversor CC-CA (inversor). Além da função de converter os sinais contínuos em alternados, esse inversor tem a função de extrair a máxima potência possível dos painéis. Esse sistema de potência também integra um aerogerador eólico utilizando um sistema de conversão CA-CC-CA (TEODORESCU; LISERRE; RODRÍGUEZ, 2011). O primeiro estágio converte uma tensão alternada com amplitude e frequências variáveis em uma tensão CC. O segundo estágio transfere a energia acumulada no barramento CC para a rede, com amplitude e frequência controladas (NEJABATKHAH; LI; TIAN, 2019). Células de combustível também podem ser conectadas à rede por meio de um inversor (GUAITOLINI et al., 2018). Uma vez que a tensão de saída de uma célula de combustível normalmente é baixa, esse inversor deve possuir um elevado ganho estático. Assim, é usual dividir esse estágio de conversão em dois estágios: um conversor CC-CC com elevado ganho estático e um inversor. Embora todos esses conversores tenham funções e especificações distintas, todos devem ser projetados para operar com um elevado rendimento energético, de forma a injetar a máxima quantidade possível de energia na rede (CARRASCO et al., 2006; FRANCÉS et al., 2018).

Além de integrar fontes renováveis à rede, também é possível conectar sistemas de armazenamento de energia (tais como baterias e supercapacitores), como ilustrado na Figura 1.1. Esses elementos armazenadores de energia, que podem até mesmo ser o banco de baterias de um veículo elétrico, podem ter a função de injetar energia ativa na rede em períodos de elevada demanda (horários de pico) e absorver energia ativa em horários de baixa demanda (durante a madrugada, por exemplo), reduzindo os impactos da geração intermitente por fontes renováveis alternativas (GUAITOLINI et al., 2018; SAHA; DEY; KHANRA, 2020). Ou ainda, pode-se conectar conversores ao sistema com a função de melhorar a qualidade da energia fornecida aos consumidores e aumentar a confiabilidade do sistema. Como exemplo, na Figura 1.1 é incluído um filtro ativo paralelo ao sistema para reduzir os harmônicos de correntes injetados na rede por uma possível carga não linear (KOCH et al., 2017).

A conexão de múltiplas fontes alternativas de energias renováveis à rede motiva um controle cada vez mais rigoroso dos conversores estáticos, visando garantir, por exemplo, estabilidade, rápida recuperação em transitórios e baixa distorção harmônica das correntes injetadas na rede, respeitando limites prescritos em normas e padrões nacionais e internacionais (BENRABAH; XU; GAO, 2018; POONGOTHAI; VASUDEVAN, 2019).

Um problema fundamental no controle dos conversores neste cenário é a incerteza da impedância da rede no ponto de acoplamento comum (do inglês, *Point of Common Coupling* – PCC) (TEODORESCU; LISERRE; RODRÍGUEZ, 2011). Controladores projetados apenas para uma condição nominal de rede podem ter um desempenho deteriorado ou mesmo exibirem instabilidade, fazendo com que controladores robustos sejam muito relevantes, tornando-se fundamentais temas de projeto, análise e validação experimental

de tais controladores (LISERRE; TEODORESCU; BLAABJERG, 2006b; BLAABJERG et al., 2006; TIMBUS et al., 2009; DANNEHL; FUCHS; THØGERSEN, 2010; TEODORESCU; LISERRE; RODRÍGUEZ, 2011; BLAABJERG; MA, 2013; CAO; HOU; ZHAO, 2018; LIU et al., 2018).

Além disso, outro problema relevante é a grande quantidade de variáveis de estados que devem ser medidas em cada conversor, para a implementação, por exemplo, de estratégias de controle por realimentação de estados. Então, para evitar custo excessivo em sensores, observadores de estado podem ser utilizados e um desafio é o projeto de observadores robustos a incertezas na impedância equivalente da rede no PCC (LEE et al., 2009)(HOFFMANN et al., 2012)(MISKOVIC et al., 2014) (KUKKOLA; HINKKANEN, 2018) (SU et al., 2019).

Neste contexto, esta tese apresenta contribuições ao projeto sistemático de controladores robusto por realimentação de estados e de observadores robustos de estados para conversores conectados à rede (do inglês, *Grid-connected converter* – GCC), com resultados em conformidade com exigências de normas internacionais.

1.2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Os conversores conectados à rede são elementos chaves em sistemas de geração distribuída, e têm como uma de suas importantes características o controle das correntes injetadas na rede. Estes conversores devem garantir que as variáveis elétricas sigam padrões rigorosos, como os descritos na norma IEEE 1547, que especifica limites aceitáveis para as respostas do sistema em termos de distorção harmônica total (do inglês, *Total Harmonic Distortion* – THD), resposta em condições de redes anormais e estratégias de anti-ilhamento (MOHAN; UNDELAND; ROBBINS, 2003) (BLAABJERG et al., 2006) (CARRASCO et al., 2006) (TEODORESCU; LISERRE; RODRÍGUEZ, 2011) (GUERRERO et al., 2013) (IEEE, 2011)(Agência Nacional de Energia Elétrica - ANEEL, 2015).

Os filtros de saída fazem interface entre inversores e a rede, e têm grande importância para realizar a atenuação de harmônicas, reduzindo a distorção nas correntes injetadas na rede, provenientes da modulação por largura de pulso (do inglês, *Pulse-width Modulated* – PWM), de modo que as correntes de rede estejam dentro de limites previstos em normas pertinentes (IEEE, 2011) (TEODORESCU; LISERRE; RODRÍGUEZ, 2011). Dentre as topologias de filtros passa baixas, os filtros L e LCL são alternativas usuais. O filtro L possui menor atenuação e necessita de alta frequência de comutação para assegurar pequena circulação de potência reativa. Já os filtros LCL apresentam maior atenuação das harmônicas, sem aumentar o consumo de potência reativa quando comparados ao filtro L. Além disso, as dimensões, peso e frequência do filtro LCL são significativamente menores (OGATA, 2002) (TEODORESCU; LISERRE; RODRÍGUEZ, 2011)(POONGOTHAI;

VASUDEVAN, 2019). No entanto, a utilização deste tipo de filtro pode causar oscilações nas correntes injetadas na rede devido a ressonâncias, levando a um desempenho insatisfatório ou mesmo à instabilidade do controle de corrente. É necessário, portanto, realizar o amortecimento da ressonância.

Uma forma menos eficiente de amortecimento é obtida pela inserção de elementos passivos no filtro, denominada de amortecimento passivo, que garante a atenuação do pico de ressonância de filtros LCL, por exemplo. Contudo, esta estratégia não é aconselhável para aplicações que necessitam de alta eficiência (BINA; PASHAJAVID, 2009) (TEODORESCU; LISERRE; RODRÍGUEZ, 2011) (TANG et al., 2012) (PEÑA-ALZOLA et al., 2013) (WU et al., 2013) (MUKHERJEE; DE, 2013).

Outra forma de realizar o amortecimento é por meio de amortecimento ativo, projetando adequadamente um controlador para o conversor, de forma a atenuar o pico de ressonância do filtro LCL. Métodos de amortecimento ativo são mais seletivos em sua ação e não produzem perdas, mas também são mais sensíveis a incertezas paramétricas podendo levar à perda de desempenho ou até mesmo à instabilidade do sistema em malha fechada (PARK et al., 2008) (BOLSENS et al., 2006) (FIGUERES et al., 2009) (WU; LEHN, 2006) (TEODORESCU; LISERRE; RODRÍGUEZ, 2011) (PENA-ALZOLA et al., 2014) (XU; XIE; TANG, 2014) (MACCARI et al., 2017) (KOCH et al., 2018).

Entre os controladores lineares de corrente para conversores conectados à rede estão os controladores proporcional integral (PI), proporcional ressonante (PR) e os controladores por realimentação de estados (JULEAN, 2009)(TEODORESCU; LISERRE; RODRÍGUEZ, 2011). Para aplicar controladores PIs com referências senoidais e com distúrbios harmônicos, o controlador pode ser implementado em coordenadas dq , em um referencial rotativo, com velocidade angular $2\pi f$, em que f é a frequência da rede. A vantagem desta abordagem é que a já bem desenvolvida teoria de controladores PIs pode ser utilizada, uma vez que as referências são constantes (ASTROM; HAGGLUND, 1995) (BUSO; MATTAVELLI, 2006) (TIMBUS et al., 2009) (DANNEHL; WESSELS; FUCHS, 2009) (DANNEHL et al., 2010) (DANNEHL; FUCHS; THØGERSEN, 2010) (MERAI et al., 2019). Por outro lado, é possível evitar o uso de transformações de coordenadas referentes ao controle PI, por meio do uso de controladores ressonantes baseados no princípio do modelo interno (FRANCIS; WONHAM, 1976). Este princípio estabelece que é suficiente incluir no controlador o modelo do distúrbio e da referência, para assegurar a rejeição do distúrbio e o rastreamento da referência. Um controlador adequado neste sentido é o controlador PR sintonizado, por exemplo, na frequência da rede e das harmônicas que se deseja rejeitar. É comum utilizar controladores ressonantes sintonizados na fundamental, e em harmônicas ímpares, por serem as mais relevantes em aplicações de inversores conectados à rede (ZMOOD; HOLMES, 2003) (TEODORESCU et al., 2006) (LISERRE; TEODORESCU; BLAABJERG, 2006a) (CASTILLA et al., 2008) (PEREIRA et al., 2014) (COSSOLI et al., 2018) (HUSEV et al., 2020).

1.2.1 Desigualdades matriciais lineares

Supondo que as variáveis de estado do filtro LCL estejam disponíveis para medição, estratégias por realimentação de estados podem prover o amortecimento da ressonância do filtro, em aplicações de conversores conectados à rede. Neste contexto, podem ser utilizadas técnicas de controle moderno, baseados em otimização (OGATA, 1990)(DORATO; ABDALLAH; CERONE, 1995) (ZHOU; DOYLE; GLOVER, 1996) (DORF; BISHOP, 2008). Nas últimas décadas, uma ferramenta importante para análise de estabilidade e de desempenho de sistemas e para síntese de controladores por realimentação de estados são as desigualdades matriciais lineares (do inglês, *Linear Matrix Inequalities* – LMIs) (BOYD et al., 1994) (GAHINET et al., 1995). LMIs permitem, com alta eficiência computacional, analisar a estabilidade e o desempenho, e também sintetizar controladores para sistemas lineares sujeitos a parâmetros incertos e a distúrbios (ACKERMANN, 1993). Por exemplo, LMIs foram utilizadas para alocação de polos robusta em regiões de interesse no plano complexo, por meio de realimentação de estados em (GARCIA; BERNUSSOU, 1995), (CHILALI; GAHINET, 1996), (CHILALI; GAHINET; APKARIAN, 1999). Controladores que realizam rejeição ótima de distúrbios, como os controladores \mathcal{H}_2 e \mathcal{H}_∞ (PERES; GEROMEL; SOUZA, 1993) (PERES; GEROMEL; SOUZA, 1994) (GEROMEL; PERES; SOUZA, 1994) (GEROMEL; PERES; SOUZA, 1995) também são úteis para sistemas lineares incertos, particularmente para tratar sistemas com parâmetros variantes no tempo, encontrando aplicação no controle de conversores de potência (DAAFOUZ; BERNUSSOU, 2001a), (MONTAGNER; LEITE; PERES, 2003).

Algumas aplicações práticas de LMIs para o controle de conversores de potência vem sendo realizadas com sucesso nas últimas décadas. Por exemplo, em (OLALLA et al., 2009), LMIs foram utilizadas para prover um controlador baseado no regulador linear quadrático (do inglês, *Linear Quadratic Regulator* – LQR) robusto a incertezas paramétricas, com abordagem no domínio do tempo contínuo e implementação analógica. Uma aplicação ao conversor CC-CC *boost* foi dada em (MACCARI JR. et al., 2012), utilizando LMIs para prover um controlador ótimo \mathcal{H}_2 , robusto a variações paramétricas da planta. Em (MACCARI JR. et al., 2015), um controlador LQR é sintonizado com o auxílio de alocação de polos e de uma otimização, para um conversor CC-CC *buck*, dedicado a compensar flutuações da tensão de bateria e variações de carga em uma aplicação a um veículo elétrico, com implementação prática com controlador analógico. Em aplicações para fontes ininterruptas de energia, em (MONTAGNER; LEITE; PERES, 2004), tem-se uma alocação de polos baseada em um controlador por realimentação de estados, com ganhos chaveados. Em (MONTAGNER; RIBAS, 2009a) e (MONTAGNER; RIBAS, 2009b), realimentações de estados, em tempo contínuo baseadas nos controladores \mathcal{H}_∞ e LQR são comparadas, incluindo controladores ressonantes, para aplicação no rastreamento de referências senoidais e rejeição de distúrbios com harmônicas. Contudo, os trabalhos mencionados são

desenvolvidos no cenário de controle analógico, em que o atraso de implementação de um controle digital não é abordado (ASTRÖM; WITTENMARK, 1997).

1.2.1.1 LMIs para controle robusto de conversores conectados à rede

No contexto de aplicações em conversores conectados à rede, em (GABE; MONTAGNER; PINHEIRO, 2009), foi comprovada a viabilidade prática da implementação de controladores por realimentação parcial de estados projetados por meio de LMIs para o amortecimento da ressonância do filtro LCL, com robustez a incertezas na indutância de rede, utilizando controle digital. Neste trabalho, controladores ressonantes foram sintonizados *a posteriori*, utilizando uma técnica no domínio da frequência. Em (MACCARI JR. et al., 2014), controladores por realimentação total de estados foram obtidos por meio de LMIs, permitindo incluir no projeto no espaço de estados a realimentação dos estados internos de controladores ressonantes de dimensões arbitrárias. Controladores LQR discretos (DLQR) robustos, obtidos por meio de LMIs, foram aplicados com sucesso em conversores conectados à rede em (MACCARI JR. et al., 2013) e (SANTINI; MACCARI; MONTAGNER, 2014), incluindo na análise resistências parasitas no filtro LCL, com garantia de desempenho e de estabilidade. A extensão destes controladores ao caso trifásico foi feita em (MACCARI JR. et al., 2014) e (MACCARI JR. et al., 2015), em que controladores DLQR robustos obtidos por meio de LMIs produzem correntes injetadas na rede em conformidade com a norma IEEE 1547, em termos de THD e harmônicas individuais, indicando a efetividade da técnica. Os trabalhos citados levam em conta incertezas paramétricas da rede, atraso de implementação digital e controladores ressonantes, em projetos sistemáticos de controle robusto. Contudo, uma dificuldade destes projetos é encontrar parâmetros para a sintonia das LMIs, utilizando como critério de sintonia resultados de simulações no domínio do tempo que sejam importantes na prática como, por exemplo, resposta a variações de referências senoidais em amplitude e fase e que não podem ser incorporados diretamente na formulação LMI do problema de projeto.

1.2.1.2 LMIs para controle \mathcal{H}_∞ de conversores

Uma técnica conhecida por proporcionar uma rejeição ótima de distúrbios é o controle \mathcal{H}_∞ (ZHOU; DOYLE; GLOVER, 1996). Uma desvantagem desta técnica é que o sinal de controle é muitas vezes difícil de ser implementado em aplicações práticas, devido a altos valores dos ganhos do controlador ótimo \mathcal{H}_∞ ou pelos componentes de alta frequência não sintetizáveis pelo inversor PWM (SCHERER, 1989)(RIBAS et al., 2014). Pode-se relaxar o controlador \mathcal{H}_∞ ótimo, para obter controladores \mathcal{H}_∞ subótimos, por exemplo,

adicionando restrições de norma dos ganhos de controle, mas poucos resultados estão disponíveis na literatura mostrando casos de controle \mathcal{H}_∞ aplicado a conversores de potência com parâmetros incertos, assegurando alto desempenho, confirmado por resultados experimentais (LEE; TZENG; CHONG, 2004) (WILLMANN et al., 2007) (THUM et al., 2010) (YANG et al., 2011) (MACCARI JR. et al., 2012) (RIBAS et al., 2014) (MOHANTY et al., 2016) (KOCH et al., 2016a) (KOCH et al., 2016b) (BRAHIM; BAHRI; BERNARD, 2017) (KOCH et al., 2018). Por exemplo, em (WILLMANN et al., 2007) e (RIBAS et al., 2014), tem-se uma aplicação bem sucedida de controladores \mathcal{H}_∞ com realimentação de estados para fontes ininterruptas de energia, com resultados experimentais de acordo com as exigências da norma IEC 62040-3. Um controlador \mathcal{H}_∞ baseado em LMIs é utilizado para um conversor CC-CC *buck*, com limitação da ação de controle, em (OLALLA et al., 2010), com implementação no tempo contínuo. Especificamente para conversores conectados à rede, tem-se os resultados em (YANG et al., 2011), para um controlador de \mathcal{H}_∞ desenvolvido no domínio da frequência, que demanda escolha heurística de filtros para o projeto de controladores. Controladores \mathcal{H}_∞ foram investigados no espaço de estados para aplicações a conversores com filtros LCL em (MACCARI JR. et al., 2012), com resultados experimentais viáveis, mas apenas para a saída do sistema em curto, e com alguns resultados viáveis em simulações do conversor conectado a rede em (KOCH et al., 2016a). Por fim, o trabalho (KOCH et al., 2018), apresenta resultados experimentais viáveis contra a rede, utilizando controle \mathcal{H}_∞ e LMIs adicionais para limitar a norma dos ganhos de controle. Pode-se notar um pequeno número de trabalhos de controle \mathcal{H}_∞ robusto aplicado em conversores conectados à rede, com alto desempenho confirmado experimentalmente, indicando potencial de investigação neste sentido.

1.2.2 Sintonia automática de LMIs por meio de algoritmo genético

Um problema comum com as condições LMI para síntese de controladores é a necessidade de escolher os parâmetros de sintonia das LMIs, associados ao desempenho de malha fechada, o que pode ser feito, por exemplo, definindo a localização de polos de malha fechada ou limites para atenuação de distúrbios (em termos de normas \mathcal{H}_2 e \mathcal{H}_∞), etc. Essa sintonia de parâmetros de entrada das LMIs pode ser realizada por meio de busca exaustiva, que geralmente é computacionalmente custosa e ineficiente. Por outro lado, a escolha heurística dos parâmetros das LMIs também pode ser realizada, por exemplo, por um engenheiro de controle especializado, ao preço de um possível longo tempo demandado na interação homem máquina, o que torna esse processo atrativo para o uso de ferramentas de projeto automatizadas por computador. Nesse cenário, os algoritmos genéticos (do inglês, *Genetic Algorithm* – GAs) podem desempenhar o papel de imitar as decisões que, de outra forma, seriam executadas apenas por um engenheiro especializado. A

estrutura de pesquisa heurística do GA tem precisamente as características necessárias para a sintonia dos parâmetros de LMIs (FLEMING; PURSHOUSE, 2002; MIRANDA; TAKAHASHI; JOTA, 2007).

GAs são conhecidos pela capacidade de pesquisar parâmetros em espaços pré-definidos, a fim de otimizar uma função objetivo, informada pelo projetista, considerando os requisitos de cada aplicação (HAUPT; HAUPT, 2004). Embora vários trabalhos utilizem GAs em conversores de potência, principalmente para projeto de filtros, qualidade de energia e problemas relacionados à definição sequencial de comutação em inversores, uma pequena quantidade de trabalhos emprega essa técnica para sintonia de controladores baseados em LMIs (LEON-ALDACO; CALLEJA; ALQUICIRA, 2015) (OSORIO et al., 2018) (BORIN et al., 2018). Por exemplo, em (WINDARKO et al., 2014), um GA é usado para otimizar as constantes de um PI aplicado ao controle de corrente de um inversor conectado à rede trifásica com filtro LCL. A função objetivo, neste caso, contém as especificações de resposta transitória e erro de regime permanente, mas sem confirmação experimental da proposta. Em (DUPONT et al., 2013), o GA é usado para otimizar um controlador LQR aplicado a conversores CC-CC, e a função objetivo é definida pelo *overshoot* da resposta transitória e pelo índice ITSE (do inglês – *integral of time squared tracking error*). No projeto de amortecimento ativo aplicado a conversores conectados à rede, os parâmetros de um filtro na tensão de referência para o modulador são ajustados por meio de um GA em (LISERRE; DELL'AQUILA; BLAABJERG, 2004), utilizando como critério de otimização o amortecimento dos polos de alta frequência e a banda passante desejada para a malha de controle de corrente, incluindo uma validação experimental. Esses trabalhos indicam que há espaço para investigações mais profundas com GAs para sintonia de controladores, em especial para sintonia dos parâmetros das LMIs para aplicações em conversores de potência, levando em consideração critérios práticos, como respostas no tempo e norma dos ganhos de controle.

1.2.3 Redução do número de sensores por meio de observadores de estado

Muitas condições de síntese de controladores robustos por meio de LMIs são desenvolvidas no cenário de realimentação de estados. Para conversores conectados à rede por meio de filtro LCL, a técnica de realimentação de estados pode demandar o conhecimento de todas as variáveis de estado do filtro. Neste cenário, observadores de estado se tornam atrativos, por permitirem reduzir o número de sensores a serem utilizados na implementação do controle (LUENBERGER, 1971; LUENBERGER, 1979; KUKKOLA; HINKKANEN, 2014; KUKKOLA; HINKKANEN, 2018; SU et al., 2019).

Observadores de estado foram utilizados para aplicações com filtros LCL em (LEE et al., 2009; HOFFMANN et al., 2012; LI et al., 2013; KUKKOLA; HINKKANEN, 2014;

MISKOVIC et al., 2014; WANG et al., 2017; KUKKOLA; HINKKANEN, 2018; SU et al., 2019). Em (LEE et al., 2009) e (HOFFMANN et al., 2012), é proposto o projeto de observadores de estados com ganhos fixos, sem incluir a tensão de rede como um distúrbio. Em (KUKKOLA; HINKKANEN, 2014), é utilizado um observador de estados no domínio de tempo contínuo, com estratégia de alocação de polos para obtenção dos ganhos do controlador e do observador, e o critério de Nyquist é empregado para examinar a robustez do sistema *a posteriori*. Em (MISKOVIC et al., 2014), um observador de ganhos fixos é utilizado para a obtenção do estado da corrente de um resistor virtual. Diferentemente de (KUKKOLA; HINKKANEN, 2014) e (MISKOVIC et al., 2014), em (LI et al., 2013) é considerado no projeto do controlador e do observador um atraso típico na implementação da lei de controle em um processador digital. Entretanto, nenhuma das estratégias citadas leva em conta incertezas paramétricas na planta para prover, *a priori*, ganhos robustos tanto para o controlador quanto para o observador.

No contexto de LMIs aplicadas a observadores de estados, as condições para o projeto de observadores em (LIEN, 2004) e (KHELOUFI et al., 2013) são utilizadas para sistemas lineares cuja matriz dinâmica da planta apresenta incertezas paramétricas, mas somente abordando o caso de sistemas contínuos no tempo. Em (MACCARI JR.; MONTAGNER, 2014), LMIs também são utilizadas para o projeto de observadores robustos aplicados a filtros LCL, provendo robustez frente a incertezas paramétricas na rede, novamente tratando apenas o problema no domínio do tempo contínuo. Em (PEAUCELLE; EBIHARA, 2014), é apresentado um projeto de observadores de estados robustos, baseados em LMIs, para sistemas politópicos discretos no tempo. Entretanto, os problemas de rastreamento de referências e rejeição de distúrbios senoidais não são abordados, e o atraso na implementação do sinal de controle digital também não é incluído na modelagem. Desta forma, o problema de observadores de estados robustos para conversores conectados à rede por meio de filtro LCL é outra lacuna observada na literatura, tendo como desafio garantir, no estágio de projeto dos ganhos do observador, a estabilidade do sistema de malha fechada frente a incertezas paramétricas na rede, levando em conta o atraso de implementação do controle digital e múltiplos controladores ressonantes.

1.3 OBJETIVOS E PRINCIPAIS CONTRIBUIÇÕES DA TESE

O objetivo principal deste trabalho é propor procedimentos baseados em LMIs para o projeto de controladores robustos e observadores robustos aplicados a conversores conectados à rede sujeitos a incertezas paramétricas, produzindo correntes de rede em conformidade com norma IEEE 1547, incluindo validação experimental.

Os objetivos específicos são:

- prover um controlador robusto por realimentação de estados \mathcal{H}_∞ , baseado em variá-

veis de folga e LMIs adicionais para limitação de ganho de controle, que seja viável para aplicação prática;

- prover um controlador robusto por realimentação de estados \mathcal{H}_∞ , com o auxílio de um algoritmo genético para sintonizar os parâmetros de entrada das condições LMIs de projeto para assegurar, sem LMIs adicionais para restrição na norma dos ganhos de controle, bom compromisso entre resposta dinâmica das correntes de rede e a norma dos ganhos de controle;
- prover um procedimento de projeto dos ganhos de um observador robusto de estados de um filtro LCL, por meio de LMIs, para ser utilizado no controle de corrente do conversor conectado à rede com número reduzido de sensores, e com garantia de robustez à incerteza paramétrica na indutância de rede.

Cabe ressaltar que as contribuições da tese são em controle aplicado em eletrônica de potência, fornecendo três procedimentos de projeto baseados em LMIs, com resultados de simulação e experimentais com boa correspondência entre si, viabilizando a aplicação prática de controladores e observadores em GCCs com resultados em conformidade com exigências da norma IEEE 1547, para conexão com a rede.

1.4 ORGANIZAÇÃO DO DOCUMENTO

No Capítulo 2, é apresentado o modelo no espaço de estados do inversor trifásico conectado à rede, por meio de um filtro LCL, tanto em tempo contínuo quanto em tempo discreto. A representação em tempo discreto é dada em coordenadas estacionárias $\alpha\beta 0$. Um modelo aumentado é apresentado, considerando atraso de transporte e controladores ressonantes de dimensão arbitrária. Esta modelagem serve de base para os demais capítulos desta tese. Por fim, o principal problema de projeto a ser resolvido é descrito.

No Capítulo 3, são apresentadas quatro condições LMIs de projeto de controladores robustos \mathcal{H}_∞ , com e sem variáveis de folga, e com e sem limitação nos ganhos de controle. Um estudo é realizado mostrando a vantagem do uso da condição com variáveis de folga e com limitação nos ganhos de controle. Resultados de simulação e experimentais comprovam o bom desempenho da técnica proposta, com operação de acordo com a norma pertinente para conexão com a rede. Por fim, uma análise de robustez à variação paramétrica é realizada, comparando o controlador proposto com outros controladores baseados em LMIs, da literatura.

No Capítulo 4, é apresentada uma integração de LMIs de projeto de controladores \mathcal{H}_∞ com GA. Um GA é utilizado para sintonizar parâmetros de entrada da LMI. Desta forma, não é necessária nenhuma restrição LMI adicional para limitar os ganhos de controle e, conseqüentemente, menos parâmetros de projeto são necessários. Resultados de

simulação e experimentais demonstram a viabilidade do projeto integrando LMI e GA, com resultados em conformidade com norma pertinente.

O Capítulo 5 mostra um procedimento de projeto para os ganhos de um observador de estados de um filtro LCL, assegurando robustez à incerteza paramétrica na indutância da rede. O procedimento é baseado em LMIs, dependendo apenas da escolha de um único parâmetro de projeto. Testes no domínio do tempo e da frequência confirmam a boa qualidade dos resultados, superiores a um observador convencional (não robusto). Resultados experimentais mostram o bom desempenho do sistema em malha fechada em transitórios e em regime permanente, além da conformidade com a norma pertinente.

O Capítulo 6, descreve as principais conclusões do trabalho e perspectivas de trabalho futuros.

Por fim, o Apêndice A mostra desigualdades matriciais lineares, com detalhamento de LMIs de projeto de controladores por realimentação de estados com e sem variáveis de folga. O Apêndice B apresenta as provas matemáticas das LMIs de projeto de controladores utilizadas no Capítulo 3. O Apêndice C descreve a bancada experimental, bem como os parâmetros do protótipo de GCC utilizado na prática. O Apêndice D mostra a complexidade numérica para a solução das LMIs utilizadas no Capítulo 3. E finalmente, o Apêndice E detalha o algoritmo genético, com princípios de funcionamento e descrição de seus principais parâmetros.

NOTAÇÃO

A notação no decorrer do texto segue o padrão usual na literatura: matrizes e vetores são representados em negrito, o símbolo $'$ representa transposto. $\mathbf{M} > \mathbf{0}$ representa que a matriz \mathbf{M} é definida positiva, ou seja, que $\mathbf{x}'\mathbf{M}\mathbf{x} > \mathbf{0}$ para todo vetor \mathbf{x} não nulo. Procura-se definir o significado das variáveis e parâmetros no texto, na primeira vez em que são mencionados.

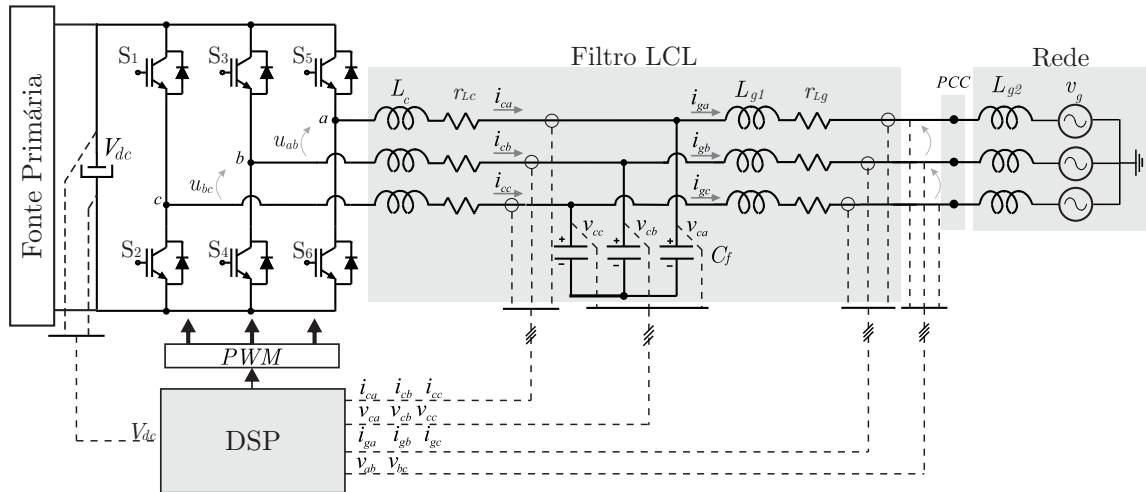
2 MODELAGEM E DESCRIÇÃO DO PROBLEMA

Este capítulo apresenta um modelo no espaço de estados de um inversor trifásico conectado, por meio de um filtro LCL, a uma rede predominantemente indutiva. Primeiramente, a planta e o controlador são descritos, e então um modelo em coordenadas abc é obtido. Na sequência, um sistema bifásico desacoplado, em coordenadas estacionárias $\alpha\beta$, é apresentado. Posteriormente, um modelo politópico do sistema em tempo discreto é fornecido, incluindo um atraso de transporte e controladores ressonantes de ordem arbitrária, sendo este modelo adequado para o projeto de controladores por realimentação de estados robustos à incerteza na impedância de rede. Por fim, o principal problema de projeto a ser resolvido neste trabalho é detalhado.

2.1 MODELAGEM DA PLANTA

Considere o inversor conectado à rede no ponto de acoplamento comum (*Point of Common Coupling* – PCC), por meio de um filtro LCL, como mostrado na Figura 2.1.

Figura 2.1 – Inversor trifásico conectado à rede por meio de um filtro LCL.



Fonte: Autor.

A rede é suposta predominantemente indutiva, sendo modelada, por fase, por uma fonte de tensão senoidal, v_g , em série com indutância incerta, L_{g2} , pertencente a um intervalo real cujos limitantes são dados. Assume-se que o barramento de entrada é estabilizado, podendo ser representado por uma fonte CC, e que o sincronismo entre a tensão de saída do filtro e a tensão no PCC é previamente garantido por técnica apropriada. Os interruptores utilizados no conversor são considerados ideais. A frequência de comutação utilizada é muito maior que a componente fundamental da tensão, podendo-se, para fins

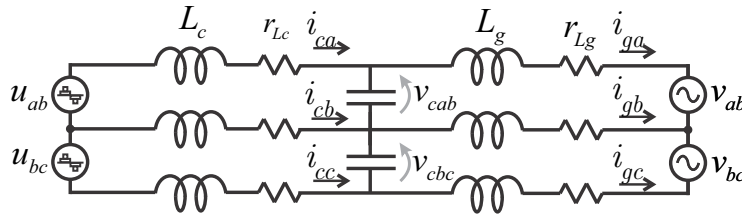
de projeto do controlador, desprezar os efeitos de harmônicas advindas do sinal PWM da tensão de saída do inversor.

De forma ampla, o problema a ser resolvido neste trabalho é determinar uma lei de controle para sintetizar apropriadamente as tensões de saída (u_{ab} e u_{bc}) do inversor da Figura 2.1, de forma que as correntes injetadas na rede (i_{ga} , i_{gb} e i_{gc}) sigam padrões senoidais, com as indutâncias de rede não sendo precisamente conhecidas (incertezas paramétricas em L_{g2}) e com as tensões de rede possuindo harmônicas (distúrbios em v_g).

Para modelar o sistema, considere a planta simplificada, dada na Figura 2.2, em que a indutância do lado da rede, L_g , é composta pela soma da indutância do filtro LCL do lado da rede, L_{g1} , com a indutância da rede propriamente dita, L_{g2} , dada por

$$L_g = L_{g1} + L_{g2} \quad (2.1)$$

Figura 2.2 – Filtro LCL trifásico conectado à rede.



Fonte: Autor.

As tensões u_{ab} e u_{bc} representam as tensões aplicadas pelo inversor, v_{cab} e v_{cbc} representam as tensões nos capacitores, e v_{ab} e v_{bc} são as tensões da rede.

A partir das leis de Kirchhoff aplicadas ao circuito da Figura 2.2, pode-se escrever

$$-u_{ab}(t) + L_c \frac{d}{dt} i_{ca}(t) + r_{Lc} i_{ca}(t) + v_{cab}(t) - r_{Lc} i_{cb}(t) - L_c \frac{d}{dt} i_{cb}(t) = 0 \quad (2.2)$$

$$-u_{bc}(t) + L_c \frac{d}{dt} i_{cb}(t) + r_{Lc} i_{cb}(t) + v_{cbc}(t) - r_{Lc} i_{cc}(t) - L_c \frac{d}{dt} i_{cc}(t) = 0 \quad (2.3)$$

$$\frac{d}{dt} i_{ca}(t) + \frac{d}{dt} i_{cb}(t) + \frac{d}{dt} i_{cc}(t) = 0 \quad (2.4)$$

Das malhas do lado da rede, tem-se

$$-v_{cab}(t) + L_g \frac{d}{dt} i_{ga}(t) + r_{Lg} i_{ga}(t) + v_{ab}(t) - r_{Lg} i_{gb}(t) - L_g \frac{d}{dt} i_{gb}(t) = 0 \quad (2.5)$$

$$-v_{cbc}(t) + L_g \frac{d}{dt} i_{gb}(t) + r_{Lg} i_{gb}(t) + v_{bc}(t) - r_{Lg} i_{gc}(t) - L_g \frac{d}{dt} i_{gc}(t) = 0 \quad (2.6)$$

$$\frac{d}{dt} i_{ga}(t) + \frac{d}{dt} i_{gb}(t) + \frac{d}{dt} i_{gc}(t) = 0 \quad (2.7)$$

Das correntes nos capacitores, tem-se

$$C_f \frac{d}{dt} v_{ca}(t) = i_{ca} - i_{ga} \quad (2.8)$$

$$C_f \frac{d}{dt} v_{cb}(t) = i_{cb} - i_{gb} \quad (2.9)$$

$$C_f \frac{d}{dt} v_{cc}(t) = i_{cc} - i_{gc} \quad (2.10)$$

A partir das equações (2.2)–(2.10), o sistema pode ser representado no espaço de estados por

$$\dot{\mathbf{x}}_{abc} = \mathbf{A}_{abc} \mathbf{x}_{abc} + \mathbf{B}_{uabc} \mathbf{u}_{abc} + \mathbf{B}_{dabc} \mathbf{v}_{dabc} \quad (2.11)$$

com as matrizes \mathbf{A}_{abc} , \mathbf{B}_{uabc} e \mathbf{B}_{dabc} dadas por

$$\mathbf{A}_{abc} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_{r1} & \mathbf{A}_{p1} & \mathbf{0}_{3 \times 3} \\ \mathbf{A}_{p2} & \mathbf{0}_{3 \times 3} & -\mathbf{A}_{p2} \\ \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{A}_{p3} & \mathbf{A}_{r2} \end{bmatrix}; \quad \mathbf{B}_{uabc} = \begin{bmatrix} -\mathbf{A}_{p1} \\ \mathbf{0}_{3 \times 3} \\ \mathbf{0}_{3 \times 3} \end{bmatrix}; \quad \mathbf{B}_{dabc} = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{3 \times 3} \\ \mathbf{0}_{3 \times 3} \\ -\mathbf{A}_{p3} \end{bmatrix} \quad (2.12)$$

e com as matrizes \mathbf{A}_{p1} , \mathbf{A}_{p2} , \mathbf{A}_{p3} , \mathbf{A}_{r1} e \mathbf{A}_{r2} descritas por

$$\mathbf{A}_{p1} = \begin{bmatrix} -\frac{2}{3L_c} & \frac{1}{3L_c} & \frac{1}{3L_c} \\ \frac{1}{3L_c} & -\frac{2}{3L_c} & \frac{1}{3L_c} \\ \frac{1}{3L_c} & \frac{1}{3L_c} & -\frac{2}{3L_c} \end{bmatrix}; \quad \mathbf{A}_{p2} = \begin{bmatrix} \frac{1}{C_f} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{C_f} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{C_f} \end{bmatrix}; \quad \mathbf{A}_{p3} = \begin{bmatrix} \frac{2}{3L_g} & -\frac{1}{3L_g} & -\frac{1}{3L_g} \\ -\frac{1}{3L_g} & \frac{2}{3L_g} & -\frac{1}{3L_g} \\ -\frac{1}{3L_g} & -\frac{1}{3L_g} & \frac{2}{3L_g} \end{bmatrix};$$

$$\mathbf{A}_{r1} = \begin{bmatrix} -\frac{r_{Lc}}{L_c} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{r_{Lc}}{L_c} & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{r_{Lc}}{L_c} \end{bmatrix}; \quad \mathbf{A}_{r2} = \begin{bmatrix} -\frac{r_{Lg}}{L_g} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{r_{Lg}}{L_g} & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{r_{Lg}}{L_g} \end{bmatrix}; \quad (2.13)$$

O vetor de estados, o vetor de entrada e o vetor de distúrbios são dados, respectivamente, por

$$\begin{aligned} \mathbf{x}_{abc} &= [i_{ca} \quad i_{cb} \quad i_{cc} \quad v_{ca} \quad v_{cb} \quad v_{cc} \quad i_{ga} \quad i_{gb} \quad i_{gc}]' \\ \mathbf{u}_{abc} &= [u_a \quad u_b \quad u_c]' \\ \mathbf{v}_{dabc} &= [v_{ga} \quad v_{gb} \quad v_{gc}]' \end{aligned} \quad (2.14)$$

Este modelo em coordenadas abc possui termos de acoplamento entre as fases. O sistema trifásico acoplado pode ser transformado em um sistema bifásico desacoplado utilizando a transformada de Clarke. Neste caso, supondo sistema equilibrado, o modelo pode ser reescrito em coordenadas $\alpha\beta 0$ por meio da transformação (DUESTERHOEFT; SCHULZ; CLARKE, 1951)

$$\mathbf{T}_{\alpha\beta} = \frac{2}{3} \begin{bmatrix} 1 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix} \quad (2.15)$$

Como não há caminho para a corrente de sequência zero, o sistema pode ser representado em coordenadas $\alpha\beta$ como

$$\begin{bmatrix} \dot{\mathbf{x}}_\alpha \\ \dot{\mathbf{x}}_\beta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}(L_g) & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{A}(L_g) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{x}_\alpha \\ \mathbf{x}_\beta \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{B}_u & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{B}_u \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_\alpha \\ u_\beta \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{B}_d(L_g) & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{B}_d(L_g) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_{d\alpha} \\ v_{d\beta} \end{bmatrix} \quad (2.16)$$

sendo que (2.16) representa dois sistemas monofásicos desacoplados.

Por exemplo, para o eixo α , o modelo (2.16) é dado por

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{x}}_\alpha &= \mathbf{A}(L_g)\mathbf{x}_\alpha + \mathbf{B}_u u_\alpha + \mathbf{B}_d(L_g)v_{d\alpha} \\ y_\alpha &= \mathbf{C}_o \mathbf{x}_\alpha \end{aligned} \quad (2.17)$$

com

$$\begin{aligned} \mathbf{A}(L_g) &= \begin{bmatrix} 0 & -\frac{1}{L_c} & 0 \\ \frac{1}{C_f} & 0 & -\frac{1}{C_f} \\ 0 & \frac{1}{L_g} & 0 \end{bmatrix}, \mathbf{B}_u = \begin{bmatrix} \frac{1}{L_c} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \mathbf{B}_d(L_g) = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -\frac{1}{L_g} \end{bmatrix}, \\ \mathbf{C}_o &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \mathbf{x}_\alpha = \begin{bmatrix} i_{c\alpha} \\ v_{c\alpha} \\ i_{g\alpha} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (2.18)$$

sendo L_g o parâmetro incerto. Modelo idêntico a (2.17)-(2.18) pode ser utilizado para o eixo β .¹

O problema agora é garantir que as correntes i_g (nos eixos α e β) sigam referências senoidais e rejeitem distúrbios harmônicos e, para tanto, os sinais de controle u (nos eixos α e β) devem ser sintetizados apropriadamente.

Para aplicação de um controle digital, considerando a discretização da planta com período de amostragem T_s suficientemente pequeno e a inserção de um estado adicional, representando o atraso de transporte na aplicação do sinal de controle, tem-se que (2.17) pode ser reescrito como (ASTRÖM; WITTENMARK, 1997)

$$\begin{aligned} \mathbf{x}(k+1) &= \mathbf{A}_d(\boldsymbol{\theta})\mathbf{x}(k) + \mathbf{B}_{ud}(\boldsymbol{\theta})\phi(k) + \mathbf{B}_{dd}(\boldsymbol{\theta})v_d(k) \\ \phi(k+1) &= u(k) \end{aligned} \quad (2.19)$$

Em uma forma mais compacta, tem-se

$$\begin{bmatrix} \mathbf{x}(k+1) \\ \phi(k+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_d(\boldsymbol{\theta}) & \mathbf{B}_{ud}(\boldsymbol{\theta}) \\ \mathbf{0} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{x}(k) \\ \phi(k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ 1 \end{bmatrix} u(k) + \begin{bmatrix} \mathbf{B}_{dd}(\boldsymbol{\theta}) \\ 0 \end{bmatrix} v_d(k) \quad (2.20)$$

em que as matrizes são dadas pelo modelo politópico (BOYD et al., 1994)

$$(\mathbf{A}_d, \mathbf{B}_{ud}, \mathbf{B}_{dd})(\boldsymbol{\theta}) = \sum_{i=1}^2 \theta_i (\mathbf{A}_d, \mathbf{B}_{ud}, \mathbf{B}_{dd})_i, \sum_{i=1}^2 \theta_i = 1, \theta_i \geq 0, i = 1, 2 \quad (2.21)$$

¹A partir deste ponto, por simplicidade, suprimem-se os subíndices α e β das variáveis.

com vértices dados por

$$\begin{aligned} \mathbf{A}_1 &= \mathbf{I} + \mathbf{A}(L_{gmin})T_s; \mathbf{A}_2 = \mathbf{I} + \mathbf{A}(L_{gmax})T_s; \\ \mathbf{B}_{ud1} &= \mathbf{B}_{ud2} = \mathbf{B}_{ud}; \\ \mathbf{B}_{dd1} &= \mathbf{B}_d(L_{gmin})T_s; \mathbf{B}_{dd2} = \mathbf{B}_d(L_{gmax})T_s \end{aligned} \quad (2.22)$$

Para garantir rastreamento de referências senoidais e rejeição de distúrbios com harmônicas, utilizam-se controladores ressonantes (para detalhes veja princípio do modelo interno em (FRANCIS; WONHAM, 1976)). Em tempo contínuo, um controlador ressonante em espaço de estados pode ser expresso por

$$\dot{\boldsymbol{\xi}}_i(t) = \mathbf{R}_{ci}\boldsymbol{\xi}_i(t) + \mathbf{T}_{ci}e(t) \quad (2.23)$$

em que

$$\mathbf{R}_{ci} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\omega_i^2 & -2\zeta_i\omega_i \end{bmatrix}, \quad \mathbf{T}_{ci} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

e $e(t)$ é o erro de rastreamento, dado por

$$e(t) = i_{ref}(t) - y(t). \quad (2.24)$$

Nesta representação, $i_{ref}(t)$ é a corrente de referência da rede, ω_i é a frequência do controlador ressonante e ζ_i é o fator de amortecimento, empregado para evitar problemas de implementação em tempo discreto relacionados com alocação dos polos do controlador na borda do círculo de raio unitário.

A representação de n controladores ressonantes, como em (2.23), em tempo discreto, é dada por

$$\boldsymbol{\xi}(k+1) = \mathbf{R}\boldsymbol{\xi}(k) + \mathbf{T}(i_{ref}(k) - \mathbf{C}_o\mathbf{x}(k)) \quad (2.25)$$

em que

$$\boldsymbol{\xi} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{\xi}_1 \\ \vdots \\ \boldsymbol{\xi}_n \end{bmatrix}, \quad \mathbf{R} = \begin{bmatrix} \mathbf{R}_1 & & \\ & \ddots & \\ & & \mathbf{R}_n \end{bmatrix}, \quad \mathbf{T} = \begin{bmatrix} \mathbf{T}_1 \\ \vdots \\ \mathbf{T}_n \end{bmatrix} \quad (2.26)$$

são, respectivamente, o vetor de estados e as matrizes dos múltiplos controladores ressonantes (MACCARI JR. et al., 2014).

Das equações (2.19) e (2.25), tem-se que

$$\begin{aligned} \mathbf{x}(k+1) &= \mathbf{A}_d(\boldsymbol{\theta})\mathbf{x}(k) + \mathbf{B}_{ud}(\boldsymbol{\theta})\phi(k) + \mathbf{B}_{dd}(\boldsymbol{\theta})v_d(k) \\ \phi(k+1) &= u(k) \\ \boldsymbol{\xi}(k+1) &= \mathbf{R}\boldsymbol{\xi}(k) + \mathbf{T}(i_{ref}(k) - \mathbf{C}_o\mathbf{x}(k)) \end{aligned} \quad (2.27)$$

O sistema (2.27) pode ser re-escrito como

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \mathbf{x}(k+1) \\ \phi(k+1) \\ \boldsymbol{\xi}(k+1) \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} \mathbf{A}_d(\boldsymbol{\theta}) & \mathbf{B}_{ud}(\boldsymbol{\theta}) & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & 0 & \mathbf{0} \\ -\mathbf{T}\mathbf{C}_o & \mathbf{0} & \mathbf{R} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{x}(k) \\ \phi(k) \\ \boldsymbol{\xi}(k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ 1 \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} u(k) + \begin{bmatrix} \mathbf{B}_{dd}(\boldsymbol{\theta}) \\ 0 \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} v_g(k) + \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ 0 \\ \mathbf{T} \end{bmatrix} i_{ref}(k) \\ y(k) &= \begin{bmatrix} \mathbf{C}_o & 0 & \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{x}(k) \\ \phi(k) \\ \boldsymbol{\xi}(k) \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (2.28)$$

ou, de forma mais compacta, como

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\rho}(k+1) &= \mathbf{G}(\boldsymbol{\theta})\boldsymbol{\rho}(k) + \mathbf{H}_u(\boldsymbol{\theta})u(k) + \mathbf{H}_d(\boldsymbol{\theta})v_d(k) + \mathbf{H}_{ref}(\boldsymbol{\theta})i_{ref}(k) \\ y(k) &= \mathbf{C}\boldsymbol{\rho}(k) \end{aligned} \quad (2.29)$$

$$(\mathbf{G}, \mathbf{H}_u, \mathbf{H}_d, \mathbf{H}_{ref})(\boldsymbol{\theta}) = \sum_{i=1}^2 \theta_i (\mathbf{G}, \mathbf{H}_u, \mathbf{H}_d, \mathbf{H}_{ref})_i \quad (2.30)$$

$$\sum_{i=1}^2 \theta_i = 1, \theta_i \geq 0, i = 1, 2 \quad (2.31)$$

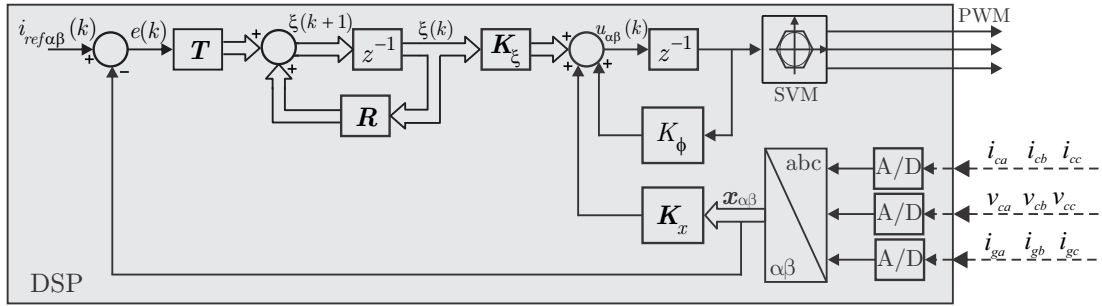
Os vértices $\mathbf{G}, \mathbf{H}_u, \mathbf{H}_d, \mathbf{H}_{ref}$ são obtidos da avaliação das matrizes em (2.28) para L_{gmin} e L_{gmax} .

Esta representação politópica é interessante por incluir no modelo a incerteza paramétrica em L_g , o atraso de transporte relativo à implementação do controle discreto, permitir tratar número arbitrário de controladores ressonantes e também para projeto robusto de uma lei de controle por realimentação de estados, dada por (MACCARI JR. et al., 2014)

$$u(k) = \mathbf{K}\boldsymbol{\rho}(k) = \begin{bmatrix} \mathbf{K}_x & K_\phi & \mathbf{K}_\xi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{x}(k) \\ \phi(k) \\ \boldsymbol{\xi}(k) \end{bmatrix} \quad (2.32)$$

Note que a implementação deste controle deve ser feita em coordenadas α e β , como mostrado na Figura 2.3. As malhas de controle em α e β são idênticas, exceto pelas referências $i_{ref\alpha}$ e $i_{ref\beta}$, defasadas de 90° . O bloco SVM (do inglês, *space vector modulation*) representa uma modulação em espaço vetorial (BOTTERON et al., 2003).

O principal problema de projeto a ser resolvido neste trabalho é detalhado na próxima seção.

Figura 2.3 – Controle implementado em coordenadas $\alpha\beta$.

Fonte: Autor.

2.2 DESCRIÇÃO DO PROBLEMA DE PROJETO

Problema 1. Determinar o ganho \mathbf{K} , da lei de controle por realimentação de estados (2.32), de forma que, para o sistema (2.29)–(2.31):

- a) a relação entre a norma-2 do sinal de saída i_g e a norma-2 do sinal de distúrbio v_g , que define a norma \mathcal{H}_∞ do sistema, seja limitada por $\gamma > 0$, isto é (BOYD et al., 1994):

$$\frac{\|i_g\|_2}{\|v_g\|_2} < \gamma \quad (2.33)$$

- b) o máximo módulo dos autovalores do sistema em malha fechada seja menor do que r , isto é:

$$\max |\lambda_i(\mathbf{G}(\boldsymbol{\theta}) + \mathbf{H}_u(\boldsymbol{\theta})\mathbf{K})| \leq r \quad (2.34)$$

com $0 < r \leq 1$.

Dada a relação $\|i_g\|_2/\|v_g\|_2$, tem-se que o menor γ satisfazendo (2.33) é o ganho \mathcal{L}_2 do sistema (2.29) que, no caso invariante no tempo, também pode ser interpretado como a norma \mathcal{H}_∞ da função de transferência da entrada v_g para a saída i_g . No caso particular de sistema SISO, propriedade a) também garante que a resposta em frequência da entrada v_g para a saída i_g sempre tem magnitude menor que γ (norma \mathcal{H}_∞ dada pelo pico do diagrama de Bode) (BOYD et al., 1994). Portanto, a propriedade a) garante um limitante superior para admitância de saída do conversor vista pela fonte de entrada v_g .

A propriedade b) garante que todos os autovalores de malha fechada, tenham módulo menor que r , para todo $\boldsymbol{\theta}$ satisfazendo (2.31), o que garante que os modos das respostas transitórias em malha fechada sejam limitados por r^k . Portanto, a propriedade b) garante estabilidade robusta em relação ao parâmetro incerto L_{g2} e também um limite para o tempo de acomodação das respostas transitórias de malha fechada.

Para determinar ganhos \mathbf{K} que resolvem o Problema 1, LMIs são uma alternativa interessante, por sua comprovada eficiência computacional para síntese de realimentação

de estados (GAHINET et al., 1995), e serão utilizadas para este fim nos capítulos 3 e 4.

Como uma importante extensão, no Capítulo 5 da tese será fornecido um procedimento de projeto dos ganhos de um observador dos estados de um filtro LCL, para ser utilizado no controle de corrente do conversor conectado à rede, assegurando robustez à incerteza paramétrica na indutância de rede.

2.3 CONCLUSÕES DO CAPÍTULO

Este capítulo mostrou a modelagem politópica de um inversor trifásico conectado à rede por meio de um filtro LCL, incluindo incertezas paramétricas na rede. Esta modelagem é conveniente para um projeto de controle robusto por realimentação de estados. Para a implementação do controle de forma digital, e para garantir rastreamento de referências senoidais e rejeição de distúrbios com harmônicas utilizam-se um atraso na implementação da ação de controle e controladores ressonantes. O problema específico de projeto do controlador a ser resolvido neste trabalho foi descrito, objetivando garantir para sistema em malha fechada propriedades como um limitante superior da norma \mathcal{H}_∞ e também que todos os autovalores estejam dentro de um círculo de raio r , contido no círculo de raio unitário. Por fim, o problema de projeto de observador robusto à incerteza paramétrica na rede também foi descrito.

3 CONTROLE \mathcal{H}_∞ POR REALIMENTAÇÃO DE ESTADOS

Este capítulo apresenta condições baseadas em LMIs para a síntese de ganhos de controle \mathcal{H}_∞ por realimentação de estados para resolver o Problema 1, do Capítulo 2. Na Seção 3.1, inicialmente são descritas condições de factibilidade de LMIs, com e sem variáveis de folga, e com e sem limitação nos ganhos de controle. Na sequência, problemas de otimização são apresentados, para reduzir a norma dos ganhos de controle e torná-los implementáveis na prática. Na Seção 3.2, utilizando simulações, mostra-se, por meio de um estudo de caso, que controladores ótimos \mathcal{H}_∞ produzem altos ganhos de controle, demandando sinal de controle inviável para implementação prática em um estudo de caso para inversores conectados à rede. Mostra-se também que uma condição LMI que apresenta variáveis de folga e limitação nos ganhos do controle é capaz de produzir ganhos com menor norma. Para esta condição, considerações adicionais sobre a escolha dos parâmetros de projeto são fornecidas. Na Seção 3.3, um controlador \mathcal{H}_∞ é validado experimentalmente, ilustrando a boa qualidade das correntes de rede e sua adequação às especificações de espectro harmônico e distorção harmônica total, dadas pela norma IEEE 1547. Por fim, é efetuada uma comparação experimental e demonstrada a vantagem do controlador \mathcal{H}_∞ obtido por meio do procedimento proposto, em comparação com dois controladores de trabalhos similares da literatura.

3.1 PROJETO DE CONTROLADORES \mathcal{H}_∞ POR MEIO DE LMIS

O Problema 1 do Capítulo 2 pode ser resolvido de forma eficiente por meio de LMIs¹. Tais condições podem garantir, simultaneamente, a limitação na norma \mathcal{H}_∞ e a alocação dos autovalores do sistema em malha fechada. Entretanto, uma dificuldade para a aplicação prática de controladores \mathcal{H}_∞ está nos altos ganhos de controle (SCHERER, 1989). Para superar esta dificuldade, podem-se modificar as condições de projeto destes controladores. Especificamente, a seguir são descritos, na forma de problemas de factibilidade de LMIs, quatro formas diferentes de cômputo do ganho de realimentação de estados \mathbf{K} , de controladores \mathcal{H}_∞ com alocação de polos: com e sem variáveis de folga, com e sem limitações nos ganhos do controlador.

Nas LMIs a seguir, \mathbf{G}_i , \mathbf{H}_{ui} , \mathbf{H}_{di} e \mathbf{C} são os vértices, obtidos a partir do modelo politópico do sistema mostrado no Capítulo 2, em (2.27) e (2.28).

Para as provas das LMIs a seguir, veja o Apêndice B.

FEAS1. *Dados escalares reais $\gamma > 0$ e $0 < r \leq 1$, se existir uma matriz simétrica definida*

¹Para mais detalhes sobre LMIs, veja Apêndice A.

positiva \mathcal{W} e uma matriz \mathcal{Z} , reais, de dimensões apropriadas, tais que

$$\begin{bmatrix} \mathcal{W} & r^{-1}(\mathbf{G}_i\mathcal{W} + \mathbf{H}_{wi}\mathcal{Z}) & 0 & \mathbf{H}_{di} \\ \star & \mathcal{W} & \mathcal{W}\mathbf{C}' & 0 \\ \star & \star & \mathbf{I} & 0 \\ \star & \star & \star & \gamma\mathbf{I} \end{bmatrix} > \mathbf{0}, i = 1, 2 \quad (3.1)$$

então

$$\mathbf{K} = \mathcal{Z}\mathcal{W}^{-1} \quad (3.2)$$

é um ganho robusto para a lei de controle por realimentação de estados (2.32) que garante (2.33) e (2.34).

FEAS2. Dados escalares reais $\gamma > 0$, $0 < r \leq 1$, $k_w > 0$ e $k_z > 0$, se existir uma matriz simétrica definida positiva \mathcal{W} e uma matriz \mathcal{Z} , reais, de dimensões apropriadas, tais que

$$\begin{aligned} &LMI (3.1); \\ &\begin{bmatrix} k_w\mathbf{I} & \star \\ \mathbf{I} & \mathcal{W} \end{bmatrix} > \mathbf{0}; \quad \begin{bmatrix} -k_z\mathbf{I} & \star \\ \mathcal{Z} & -\mathbf{I} \end{bmatrix} < \mathbf{0} \end{aligned} \quad (3.3)$$

então (3.2) é um ganho robusto para a lei de controle por realimentação de estados (2.32) que garante (2.33) e (2.34).

Esta condição limita os ganhos de controle pela expressão $\mathbf{K}'\mathbf{K} < k_z k_w^2 \mathbf{I}$.

FEAS3. Dados escalares reais $\gamma > 0$ e $0 < r \leq 1$, se existirem matrizes simétricas definidas positivas \mathcal{S}_1 e \mathcal{S}_2 , e matrizes \mathcal{F} e \mathcal{G} , reais, de dimensões apropriadas, tais que

$$\begin{bmatrix} \mathcal{G} + \mathcal{G}' - \mathcal{S}_j & 0 & r^{-1}(\mathcal{G}'\mathbf{G}_j + \mathcal{F}'\mathbf{H}_{wj}') & \mathcal{G}'\mathbf{C}' \\ \star & \mathbf{I} & \mathbf{H}_{dj}' & 0 \\ \star & \star & \mathcal{S}_i & 0 \\ \star & \star & \star & \gamma\mathbf{I} \end{bmatrix} > \mathbf{0} \quad \begin{matrix} i = 1, 2, \\ j = 1, 2 \end{matrix} \quad (3.4)$$

então

$$\mathbf{K} = \mathcal{F}\mathcal{G}^{-1} \quad (3.5)$$

é um ganho robusto para a lei de controle por realimentação de estados (2.32) que garante (2.33) e (2.34).

FEAS4. Dados escalares reais $\gamma > 0$, $0 < r \leq 1$, $\mu_0 > 0$ e $\beta > 0$ se existirem matrizes simétricas definidas positivas \mathcal{S}_1 e \mathcal{S}_2 , e matrizes \mathcal{G} e \mathcal{F} , reais, de dimensões apropriadas, tais que

$$\begin{aligned} &LMI (3.4); \\ &\begin{bmatrix} \mathcal{G} + \mathcal{G}' - \mu_0\mathbf{I} & \star \\ \mathcal{F} & \beta\mathbf{I} \end{bmatrix} > \mathbf{0} \end{aligned} \quad (3.6)$$

então (3.5) é um ganho robusto para a lei de controle por realimentação de estados (2.32) que garante (2.33) e (2.34).

Esta condição limita os ganhos de controle pela expressão $\mathbf{K}\mathbf{K}' < \beta\mu_0^{-1}\mathbf{I}$.

Cabe ressaltar que todas as condições apresentadas garantem estabilidade robusta, sendo válidas para o caso de parâmetros variantes no tempo, como mostrado nas provas dadas no Apêndice B.

Note que FEAS1 e FEAS2 não utilizam variáveis de folga, enquanto FEAS3 e FEAS4 utilizam variáveis de folga. Note que FEAS1 e FEAS3 não apresentam LMIs para limitação nos ganhos do controle, enquanto FEAS2 e FEAS4 fornecem a possibilidade desta limitação.

É importante observar que cada uma das condições acima pode ser usada para obter controladores ótimos \mathcal{H}_∞ (isto é, controladores que minimizam a norma \mathcal{H}_∞), bastando resolver um dos problemas de otimização convexa a seguir (BOYD et al., 1994):

OPT1. $\gamma^* = \min \gamma$ sujeito a (3.1) ou (3.4).

Entretanto, estes controladores ótimos \mathcal{H}_∞ podem não ser viáveis na prática para a aplicação em consideração nesta tese, como será mostrado na Seção 3.2.

Otimizações mais eficientes para obter controladores \mathcal{H}_∞ , viáveis para esta aplicação, são dadas nos problemas:

OPT2. $\min k_z + k_w$ sujeito a (3.3)

OPT3. $\min \beta - \mu_0$ sujeito a (3.4) e (3.6)

por permitirem reduzir os ganhos do controlador \mathcal{H}_∞ , mantendo desempenhos satisfatórios, como será ilustrado também na Seção 3.2.

A Tabela 3.1 apresenta um resumo das condições LMIs apresentadas.

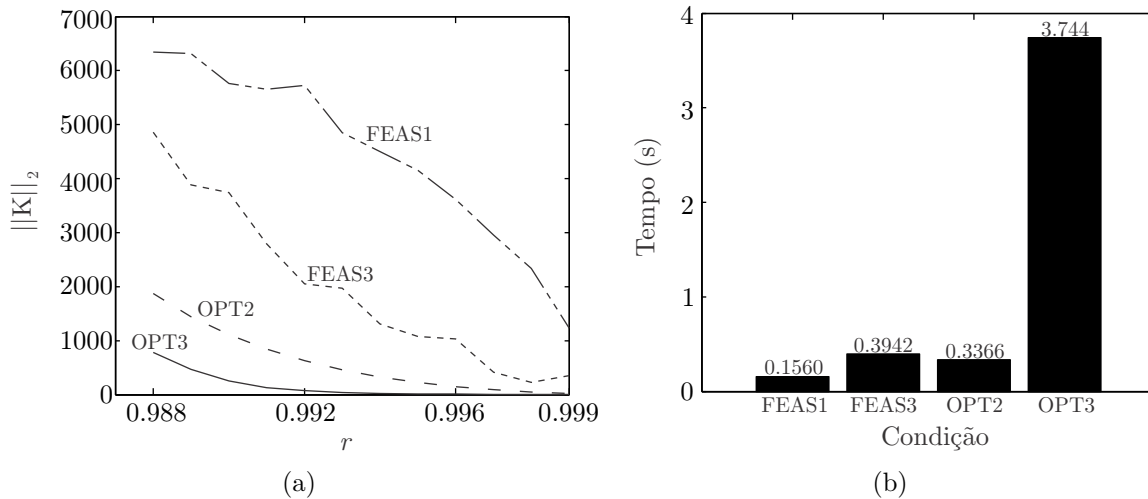
Tabela 3.1 – Resumo das propriedades das LMIs para projeto de controladores \mathcal{H}_∞ .

	FEAS1	FEAS2	FEAS3	FEAS4	OPT1	OPT2	OPT3
Limitação nos ganhos	Não	Sim	Não	Sim	Não	Sim	Sim
Variáveis de folga	Não	Não	Sim	Sim	Não/Sim	Não	Sim

Do ponto de vista de factibilidade de LMIs, a condição FEAS3 é a menos conservadora (DAAFOUZ; BERNUSSOU, 2001b). Entretanto, a questão não é apenas as condições FEAS1 a FEAS4 serem computacionalmente factíveis, mas também produzirem ganhos suficientemente pequenos para serem viáveis na aplicação prática, isto é, para produzirem sinal de controle implementáveis pelo inversor PWM.

As simulações apresentadas a partir deste ponto consideram o conversor conectado à rede, dado na Figura 2.1, com parâmetros dados na Tabela C.1, do Apêndice C, em

Figura 3.1 – (a) Norma do ganho em relação ao raio de alocação de polos, para as condições com $\gamma = 5$ e otimizando k_w e k_z para OPT2, e otimizando β e μ_0 para OPT3. (b) Tempo médio para obtenção dos ganhos.



Fonte: Autor.

que se pode notar que a indutância da rede é definida em um intervalo, para expressar a incerteza neste parâmetro, e os parâmetros dos controladores ressonantes são utilizados aqui nas frequências da fundamental (60 Hz), terceira, quinta e sétima harmônicas.

Para ilustrar a eficiência computacional e a capacidade de prover ganhos com menores normas euclidianas, a solução de FEAS1, FEAS3, OPT2 e OPT3 no MATLAB, para diferentes valores de r , é mostrada na Figura 3.1.

Nota-se pela Figura 3.1(a) que as condições sem limitação no ganho (FEAS1 e FEAS3) produzem ganhos \mathbf{K} com norma-2 maiores, indicando dificuldade de implementação prática (sinais de controle potencialmente maiores). Além disso, as curvas referentes aos ganhos provenientes das condições com limitação (OPT2 e OPT3) apresentam menores variações numéricas na solução computacional. As condições sem limitações dos ganhos têm norma-2 do ganho dependendo mais fortemente da escolha do raio. A condição com variáveis de folga e com limitação do ganho (OPT3) é a que apresenta sempre menores normas do ganho, para todos os raios.

Os tempos computacionais, dados na Figura 3.1(b) são relativos à solução de cômputo dos ganhos dos controladores com FEAS1 a OPT3, no LMI Control Toolbox do MATLAB, executado em um computador com processador Core i7 e 8GB de memória RAM. A complexidade numérica de cada condição é demonstrada no Apêndice D. Note que todas as condições computam os ganhos de controle com baixos tempos computacionais (< 4 segundos) e todos estes controladores robustos são computados *offline*, não havendo necessidade de nenhuma atualização dos ganhos em tempo real, o que representa simplicidade na implementação do controle.

3.2 RESULTADOS DE SIMULAÇÃO: EXEMPLO DE INVIABILIDADE DE CONTROLADOR ÓTIMO E VIABILIDADE DE CONTROLADOR SUBÓTIMO

Para testar os ganhos obtidos por meio das condições LMIs, simulações no programa PSIM serão utilizadas nesta seção, levando em conta não idealidades como saturação do sinal de controle e tempo morto nos interruptores.

Para testar o sistema em malha fechada em condições próximas às da prática, foi simulado no PSIM um inversor em ponte completa com IGBTs, alimentado por um barramento CC de 400 V e conectado a um filtro LCL, cuja saída é interligada, em cada fase, com uma fonte de tensão senoidal em série com uma indutância incerta, representando a rede elétrica, com parâmetros dados na Tabela C.1, no Apêndice C.

Nesta implementação, são medidos os estados do filtro e utilizados como entradas em um bloco *Dynamic Link Library* (DLL) programado em linguagem C, no qual são carregados os ganhos projetados no MATLAB. A DLL calcula o sinal de controle, limitando o mesmo e entregando na sua saída o sinal PWM com modulação vetorial (HOLMES; LIPO, 2003). O sincronismo com a tensão da rede no PCC é garantido por um algoritmo do tipo filtro de Kalman (CARDOSO et al., 2008), também programado na DLL. As referências das correntes, i_α e i_β também são geradas internamente na DLL permitindo, por mudanças de fase e amplitude, fazer com que o sistema injete potência ativa ou reativa na rede.

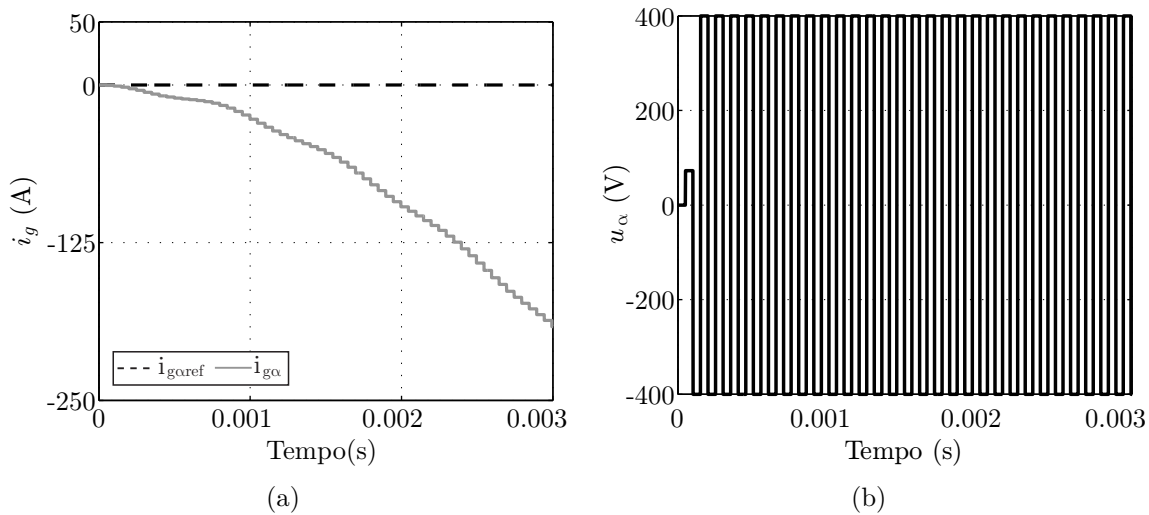
Utilizando primeiramente a estratégia de minimizar a norma \mathcal{H}_∞ , considere o problema $\gamma^* = \min \gamma$ sujeito a (3.1), com $r = 1$ (OPT1). Este problema leva a $\gamma^* = 0,5163$ e aos ganhos de controle com $\|\mathbf{K}\|_2 = 332.1858$, dados por

$$\mathbf{K}' = \begin{bmatrix} -112,45282 \\ -108,64853 \\ -287,97185 \\ -3,68817 \\ 20,30763 \\ -20,34536 \\ 19,69122 \\ -20,02894 \\ 18,47836 \\ -19,40620 \\ 16,72826 \\ -18,51410 \end{bmatrix} \quad (3.7)$$

A Figura 3.2 mostra a simulação, no PSIM, para o controlador (3.7). Na Figura 3.2(a), é demonstrado o resultado para o sistema simulado para o eixo α , com refe-

rência iniciando zerada, com posteriores mudanças de fase e de amplitude. Nota-se que a otimização de OPT1 produz ganhos com grande norma-2, que produzem resposta instável do sistema devido à saturação da ação de controle, conforme mostrado na Figura 3.2(b).

Figura 3.2 – Resultados de simulação no PSIM para o sistema em malha fechada com o controlador (3.7): (a) corrente da rede e referência e (b) sinal de controle.



Fonte: Autor.

Comportamentos similares aos da Figura 3.2 são obtidos com a condição de otimização $\min \gamma$ sujeito a (3.4) com $r = 1$ (variação do problema OPT1), indicando que apenas a minimização da norma \mathcal{H}_∞ não produz controladores viáveis para este estudo de caso.

A primeira indicação para superar este problema é escolher $\gamma > \gamma^*$, ou seja, buscar um controlador \mathcal{H}_∞ subótimo. Para uma comparação de desempenho das condições de projeto neste trabalho, considere o uso de FEAS1, FEAS3, OPT2 E OPT3, todas executadas para $\gamma = 5$ (controladores subótimos), para diferentes valores de r . Estas condições produzem ganhos de controle que, testados em malha fechada no PSIM, levam aos resultados mostrados na Tabela 3.2, para simulações similares às da Figura 3.2(b). Cabe mencionar que os resultados instáveis apresentados na tabela são ocasionados pelos altos ganhos, conforme demonstrado na Tabela 3.3, que levam à saturação da ação de controle.

Claramente, pela Tabela 3.2, notam-se melhores resultados com a condição OPT3. Isso se deve às variáveis de folga utilizadas juntamente com a limitação nos ganhos do controlador, produzindo ganhos menores e evitando a saturação da ação de controle. A diferença de ordem de grandeza e norma-2 dos ganhos de controle, para as quatro condições apresentadas na Tabela 3.2, considerando $\gamma = 5$ e $r = 0,997$, pode ser vista na Tabela 3.4, apontando para ganhos significativamente menores com OPT3.

Tabela 3.4 – Ganhos e norma-2 de controladores obtidos no MATLAB para $\gamma = 5$ e $r = 0,997$.

FEAS1	FEAS3	OPT2	OPT3
-107,86126	-55,38429	-19,82267	-7,20266
-102,74049	-36,61877	-9,98219	0,02832
-422,08386	-100,98538	-11,72372	4,39325
-3,56343	-2,06021	-0,79059	-0,35162
1021,20870	294,63007	34,90388	1,17380
-1021,82174	-295,04917	-34,99236	-1,19651
1032,37185	297,98853	33,73504	0,53054
-1036,37060	-300,63725	-34,52317	-0,72935
1038,25471	306,61039	31,95857	-0,58326
-1045,17976	-312,45866	-34,06964	0,04913
1040,32376	322,16183	31,80878	-1,59235
-1034,37415	-326,24984	-35,52034	0,58896
$\ \mathbf{K}\ _2 = 2958,1$	$\ \mathbf{K}\ _2 = 877,2$	$\ \mathbf{K}\ _2 = 99,3$	$\ \mathbf{K}\ _2 = 8,8$

As figuras 3.3 e 3.4 mostram os resultados de simulação do sistema conectado à rede para as condições OPT2 e OPT3. Nota-se que OPT2 gera sinais de controle não realizáveis por meio de inversor PWM, levando a resultados instáveis. Além disso, verificam-se os melhores resultados para a condição OPT3, sendo capaz de manter a estabilidade para menores raios de alocação de polos. É interessante mencionar também que as simulações com as condições FEAS1 e FEAS3, que não dispõem de limitações nos

Tabela 3.2 – Avaliações de estabilidade obtidas por meio de simulação no PSIM ($\gamma = 5$).

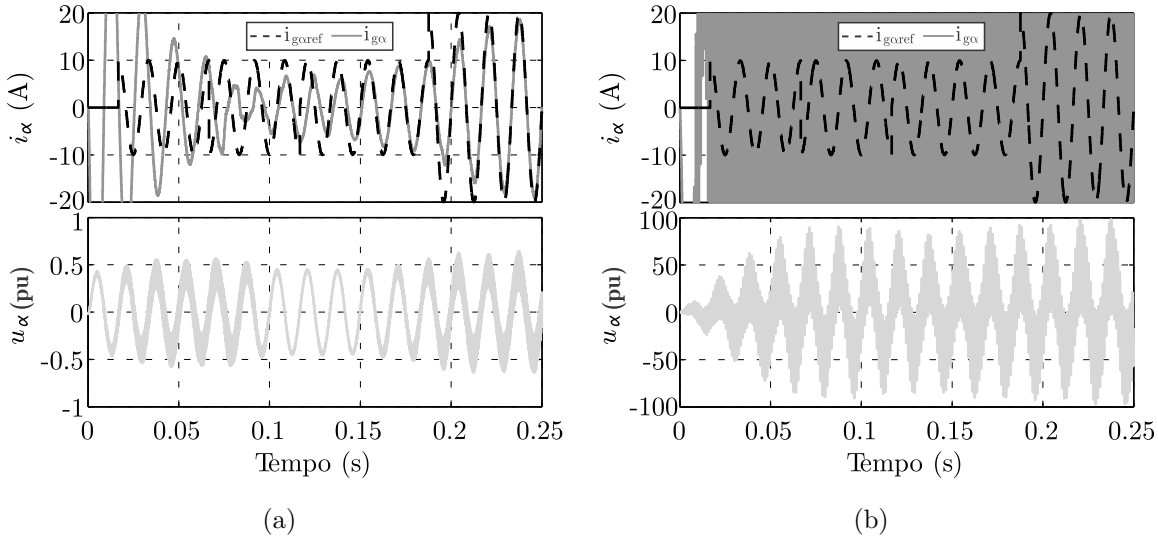
	$r = 0,999$	$r = 0,997$	$r = 0,993$	$r = 0,989$
FEAS1	instável	instável	instável	instável
FEAS3	instável	instável	instável	instável
OPT2	estável	instável	instável	instável
OPT3	estável	estável	estável	instável

Tabela 3.3 – Norma-2 dos ganhos de controle referentes a Tabela 3.2.

	$r = 0,999$	$r = 0,997$	$r = 0,993$	$r = 0,989$
FEAS1	1229,1	2958,1	4846,3	6312,7
FEAS3	355,5	415,7	1972,4	3887,4
OPT2	25,9	99,3	551,4	2066,4
OPT3	7,4	8,8	43,9	466,2

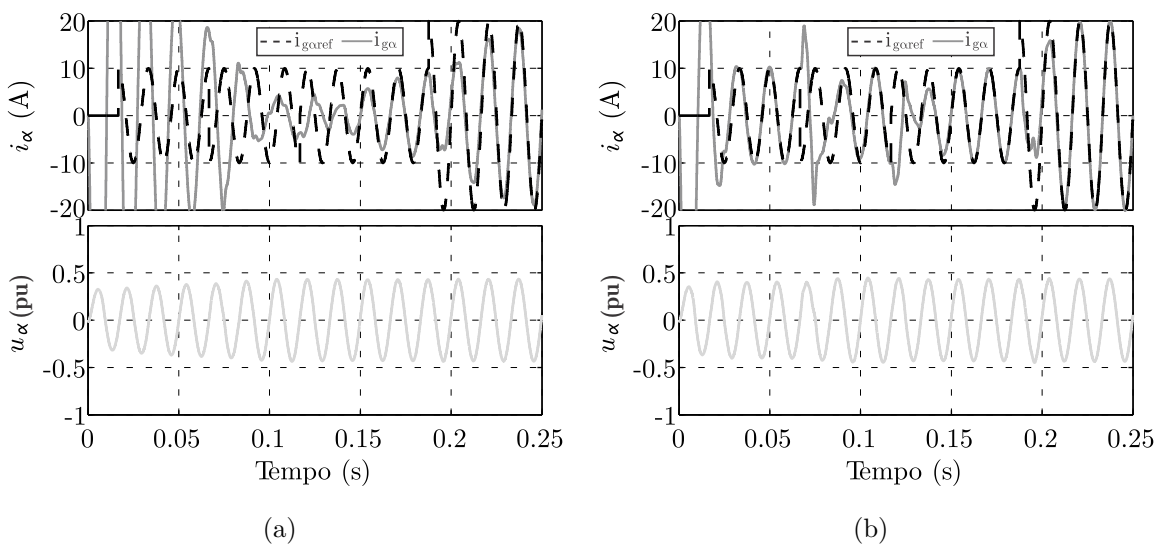
ganhos, produziram resultados instáveis neste estudo de caso.

Figura 3.3 – Resultados de simulação no PSIM para o sistema em malha fechada: (a) OPT2 (com $\gamma = 5$ e $r = 0,999$, otimizando k_w e k_z) e (b) OPT2 (com $\gamma = 5$ e $r = 0,997$, otimizando k_w e k_z). Figura superior: corrente da rede e referência. Figura inferior: sinal de controle.



Fonte: Autor.

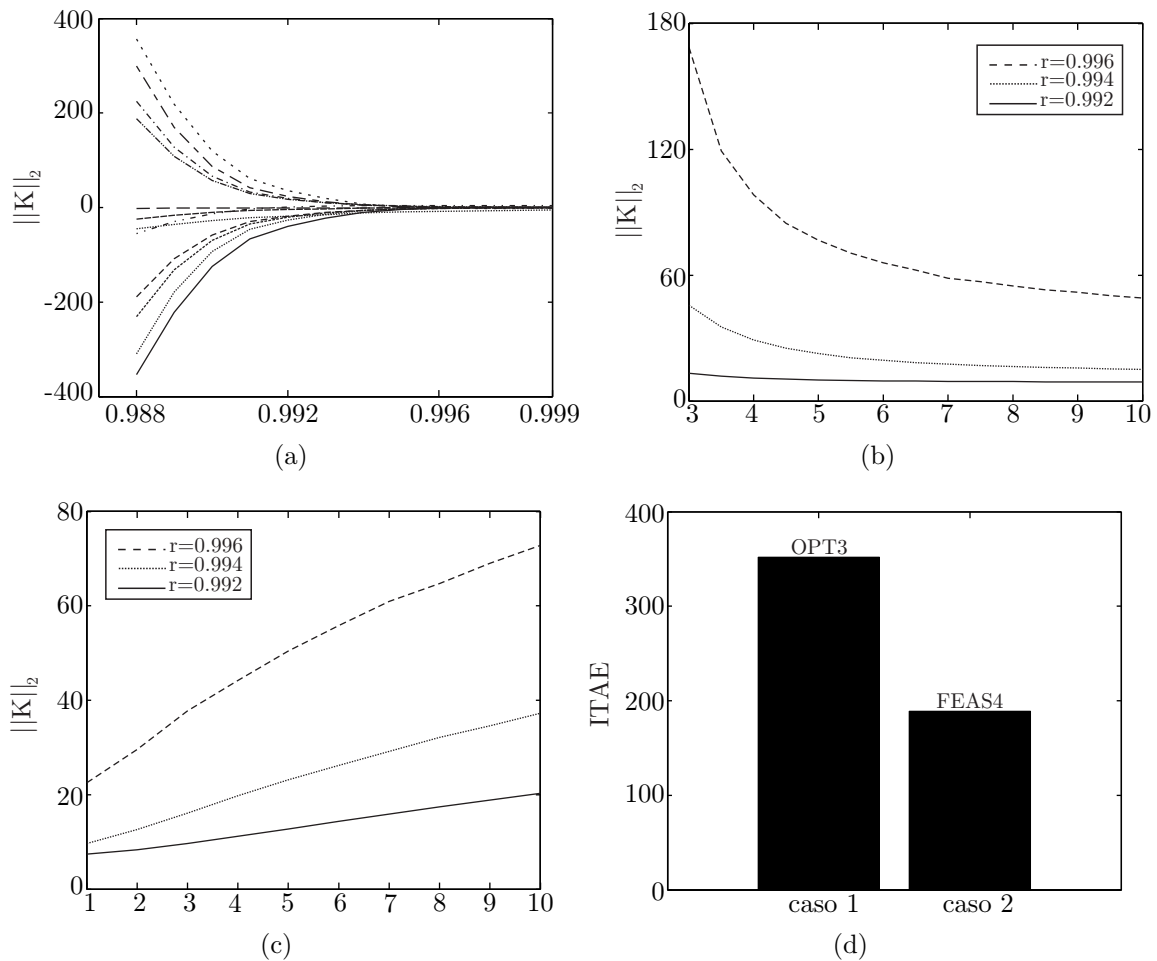
Figura 3.4 – Resultados de simulação no PSIM para sistema em malha fechada: (a) OPT3 (com $\gamma = 5$ e $r = 0,999$, otimizando β e μ_0) e (b) OPT3 (com $\gamma = 5$ e $r = 0,997$, otimizando β e μ_0). Gráfico superior: corrente da rede e referência. Gráfico inferior: sinal de controle em pu.



Fonte: Autor.

Como a condição OPT3 provê melhor desempenho nas simulações, conforme Tabela 3.2 e Figura 3.4, um estudo mais detalhado sobre o papel dos parâmetros r , γ , β

Figura 3.5 – Resultados com OPT3: (a) norma-2 dos ganhos de controle em relação ao raio de alocação de polos, fixando $\gamma = 5$ e otimizando β e μ_0 , (b) norma-2 dos ganhos do controlador em relação a valores de γ , para três diferentes casos de r e otimizando β e μ_0 . (c) norma-2 dos ganhos do controlador em relação a valores de β , para três diferentes casos de r , fixando $\gamma = 5$ e otimizando μ_0 (d) Critério ITAE: caso 1, definido por $r = 0,994$, $\gamma = 5$ e otimizando β e μ_0 (caso ótimo, com $\beta = 0,3772$ e $\mu_0 = 3,710^{-9}$); caso 2, definido por $r = 0,994$, $\gamma = 5$, e escolhendo $\beta = 5,5$ e $\mu_0 = 0,00013$ (subótimo).



Fonte: Autor.

e μ_0 nos ganhos de controle e no desempenho é feito na Figura 3.5, em que se utiliza o critério ITAE² para analisar a qualidade das respostas.

A Figura 3.5(a) mostra que o decréscimo de r implica um rápido aumento dos valores dos elementos do ganho dos controladores. Figura 3.5(b) mostra que, para um valor fixo de r , o decréscimo de γ implica o aumento na norma dos ganhos de controle. Valores mais baixos de γ e de r levam a ganhos de controle com valores numéricos elevados, de difícil implementação. Conclui-se que r e γ devem ser escolhidos suficientemente pequenos para garantir boa resposta dinâmica, sem demandar altos ganhos. Ganhos de controle

²ITAE: *Integral of time absolute error*, computado na janela de tempo (1) da Figura 3.6.

com grande norma-2 geram sinais de controle não realizáveis por meio de inversor PWM (devido à limitação em amplitude e frequência do sinal PWM).

A Figura 3.5(c) mostra que, para um valor fixo de r , o decréscimo de β implica a redução no valor da norma dos ganhos de controle. A Figura 3.5(d) mostra que um controlador subótimo (FEAS4) pode produzir ainda uma melhora de desempenho dinâmico, com base no critério ITAE, em relação ao controle ótimo OPT3, que minimiza norma do ganho do controlador, e que não atua diretamente sobre o critério ITAE, como será comprovado na prática na Seção 3.3. Os ganhos para estes controladores podem ser vistos na Tabela 3.5.

Tabela 3.5 – Ganhos para OPT3, utilizando $r = 0,994$, $\gamma = 5$ e minimizando $\beta - \mu_0$, e para FEAS4, utilizando $r = 0,994$, $\gamma = 5$, $\beta = 5,5$ e $\mu_0 = 0,00013$.

$K' - \text{OPT3}$	$K' - \text{FEAS4}$
-11,59068	-14,18024
-1,33608	-3,22487
3,79079	-1,57480
-0,53930	-0,63686
5,68994	23,51271
-5,75295	-23,59941
5,23803	23,74547
-5,79832	-24,48677
5,00315	25,26009
-6,51197	-27,15794
7,64653	30,93408
-10,28821	-33,57415
$\ \mathbf{K}\ _2 = 22,5$	$\ \mathbf{K}\ _2 = 77,1$

É importante mencionar que, assumindo a operação na região linear, sem saturação no sinal de controle e qualquer outra não linearidade, o modelo linear (2.29) é uma representação adequada do sistema. Neste caso, se houver uma solução teórica para LMI de projeto de controlador \mathcal{H}_∞ (por exemplo, FEAS4), os ganhos de controle asseguram a estabilidade robusta à incerteza na rede. Este é o caso dos resultados na próxima seção. Além disso, quando o sistema está operando na região linear, as respostas das simulações do modelo (2.29) e do PSIM têm uma correspondência satisfatória, como será confirmado na sequência.

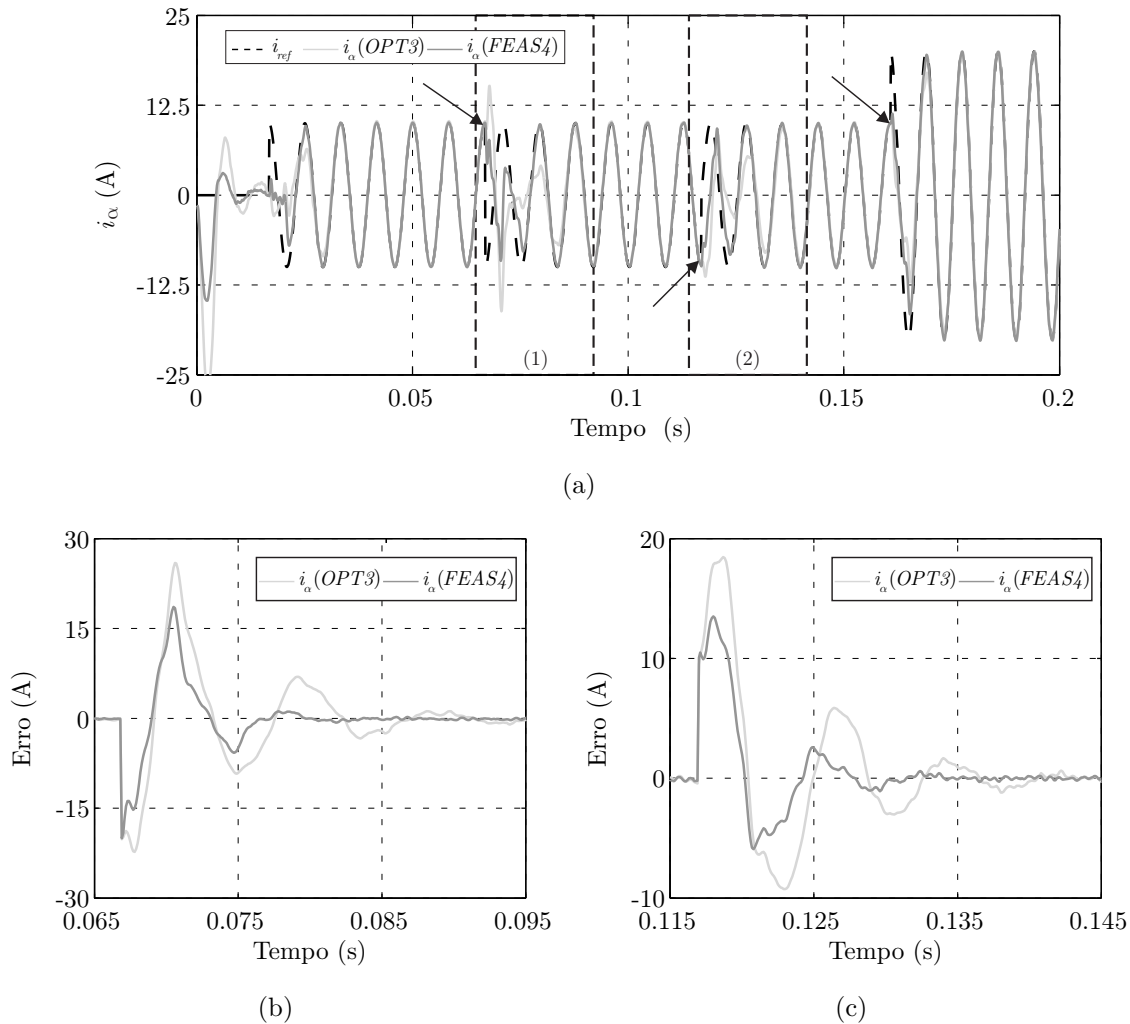
Para evitar conclusões errôneas baseadas em modelo linear, utilizam-se simulações realistas do sistema de malha fechada no software PSIM para identificar e evitar a implementação de controladores operando com saturação da lei de controle, como o da Figura 3.3(b).

3.3 RESULTADOS EXPERIMENTAIS E COMPARAÇÕES

O objetivo desta seção é comprovar a viabilidade prática do controlador \mathcal{H}_∞ projetado com as condições propostas, e também fazer comparação com outros controladores \mathcal{H}_∞ por realimentação de estados baseados em LMIs, da literatura.

Para implementar experimentalmente os controladores, foi utilizado o protótipo detalhado no Apêndice C. Com o sistema em malha fechada operando contra a rede de distribuição, foi feito um ensaio de rastreamento de uma referência para a corrente i_α , com forma de onda senoidal, com variações de fase e amplitude. Os resultados são mostrados na Figura 3.6, em que as formas de onda são obtidas a partir dos dados do DSP. Como previsto nas simulações das figuras 3.3, 3.4 e 3.5, confirmam-se os melhores resultados com o controlador subótimo obtido de FEAS4. Isto é evidenciado nos resultados em termos de erro de rastreamento, nas figuras 3.6(b) e 3.6(c). O controlador subótimo, identificado como FEAS4, com os ganhos dados na Tabela 3.5, será utilizado para todos os demais ensaios mostrados nesta seção.

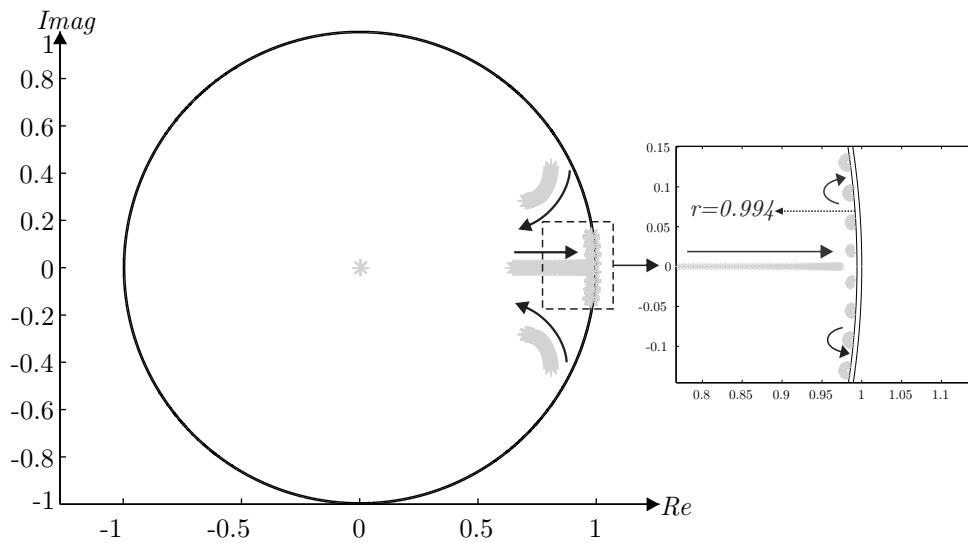
Figura 3.6 – Resultados experimentais para i_α e sua referência: (a) resultados para controladores obtidos usando OPT3 e FEAS4, mostrados na Tabela 3.5. (b) Erro de rastreamento referente ao intervalo marcado com (1) na Figura 3.6(a). (c) Erro de rastreamento referente ao intervalo marcado com (2) na Figura 3.6(a).



Fonte: Autor.

Para testar a estabilidade e o desempenho robusto do controlador subótimo (FEAS4, na Tabela 3.5), foi feita a nuvem dos autovalores de malha fechada, dada na Figura 3.7, indicando estabilidade para toda a faixa de L_{g2} dada na Tabela C.1, do Apêndice C, respeitando ainda o raio de alocação de polos de 0,994.

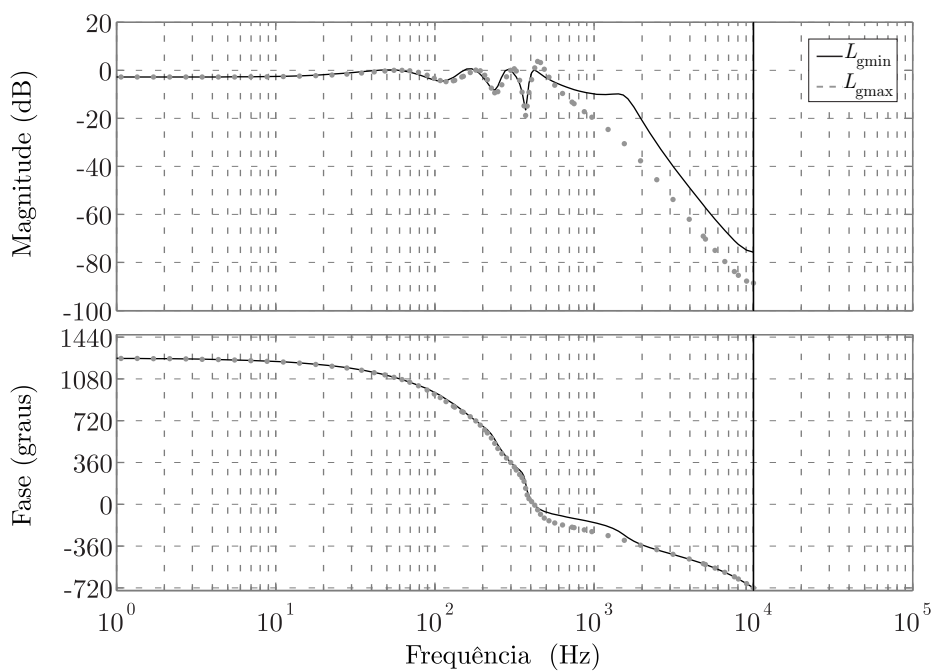
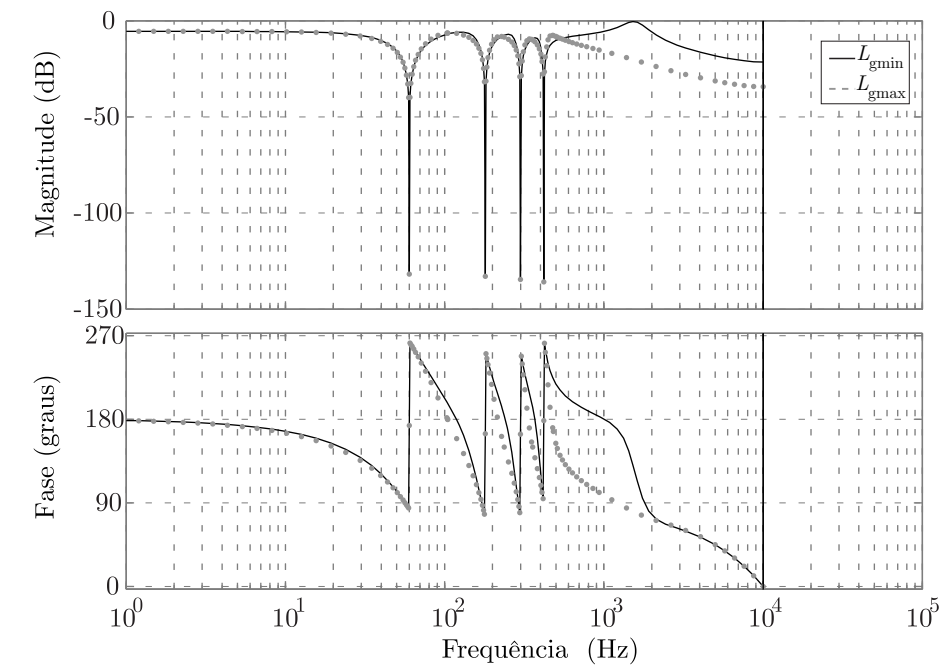
Figura 3.7 – (a) Autovalores do sistema em malha fechada para o controlador FEAS4, na Tabela 3.5, para $L_g \in [L_{g \min}, L_{g \max}]$.



Fonte: Autor.

A capacidade de rejeição de distúrbios harmônicos provenientes da tensão da rede é ilustrada na Figura 3.8(a). Nota-se que o pico do diagrama de Bode da Figura 3.8(a) respeita o limitante $\gamma = 5$ (isto é, 6,9897 dB) e tem grande atenuação nas frequências dos ressonantes, indicando boa rejeição das harmônicas na tensão de rede. A Figura 3.8(b) mostra que o sistema em malha fechada tem ganho 0 dB e fase equivalente a 0 graus na frequência 60 Hz, confirmando também a capacidade de rastrear referências senoidais nesta frequência, em regime permanente.

Figura 3.8 – Diagramas de Bode do sistema em malha fechada para o controlador FEAS4 na Tabela 3.5, para: (a) entrada v_g e saída i_g e (b) entrada i_{ref} e saída i_g .



Fonte: Autor.

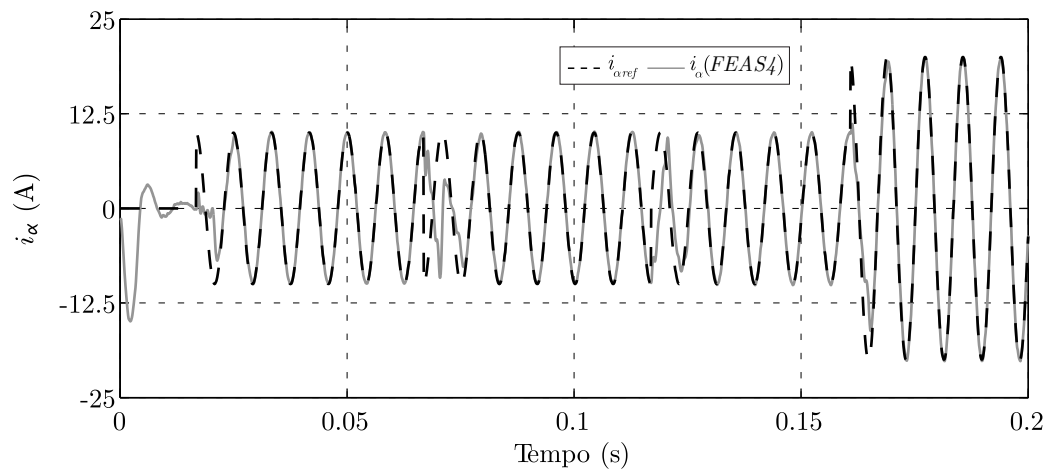
As figuras 3.9 e 3.10, no domínio do tempo, comprovam a capacidade de rastreamento de referências senoidais, para eixos α e β . A acomodação das respostas transitórias ocorre dentro de 2 ciclos da rede, o que confirma o limite do decaimento para as respos-

tas transitórias, dado por r^k , que, para $r = 0,994$, exige $k = 650$ amostras para que $0,994^k \leq 0,02$. Portanto, estima-se acomodação das respostas transitórias, no máximo, em

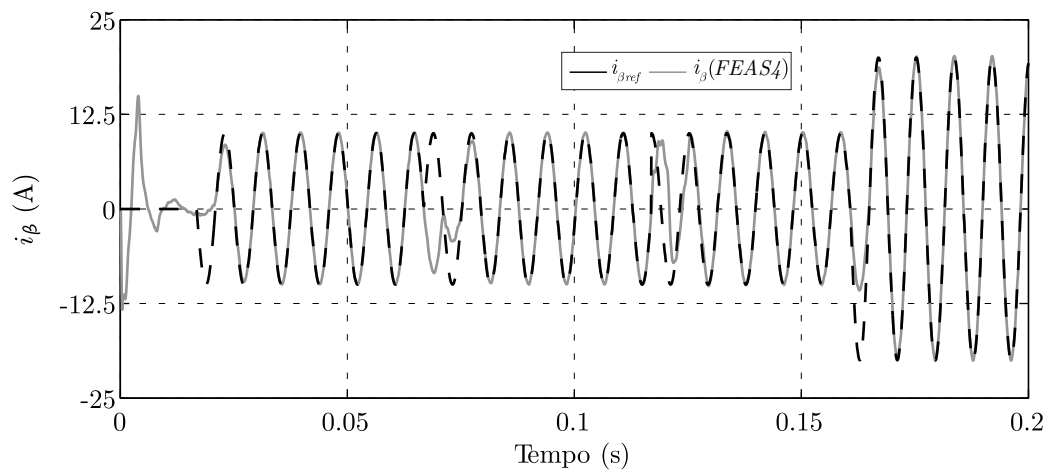
$$\frac{650}{T_s} = 32,4 \text{ ms} \quad (3.8)$$

para um erro de regime permanente menor que 2%. A Figura 3.10 confirma a rápida acomodação das respostas transitórias.

Figura 3.9 – Resultado experimental para mudança de fase e amplitude da referência para o sistema em malha fechada com controlador FEAS4 na Tabela 3.5 (a) corrente i_α . (b) corrente i_β .



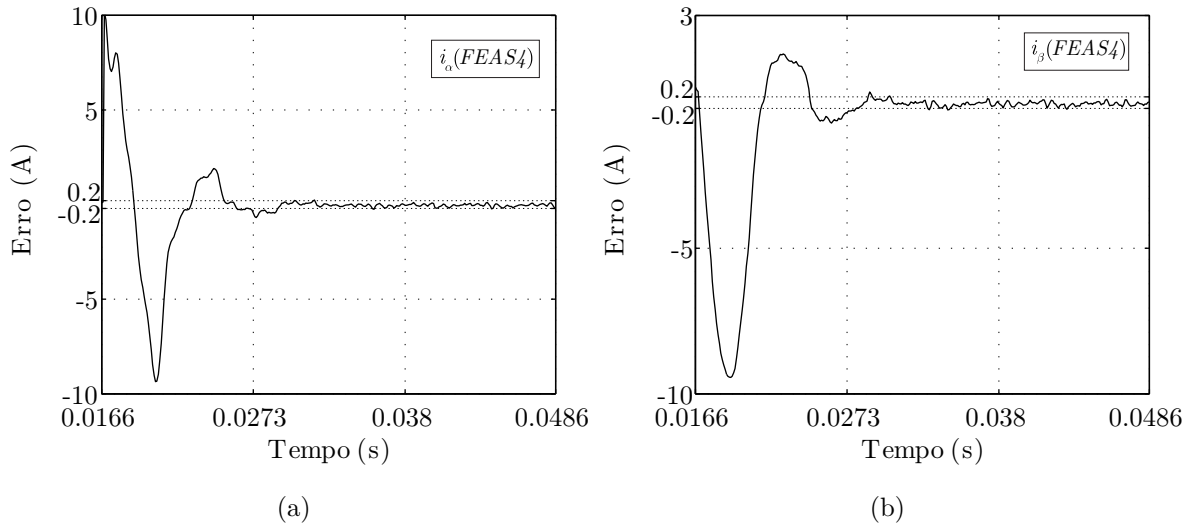
(a)



(b)

Fonte: Autor.

Figura 3.10 – Erro de rastreamento da referência de corrente, relativo à primeira variação da referência na Figura 3.9. (a) Detalhe da Figura 3.9(a). (b) Detalhe da Figura 3.9(b), ambos para um intervalo de tempo de 2 ciclos de rede.

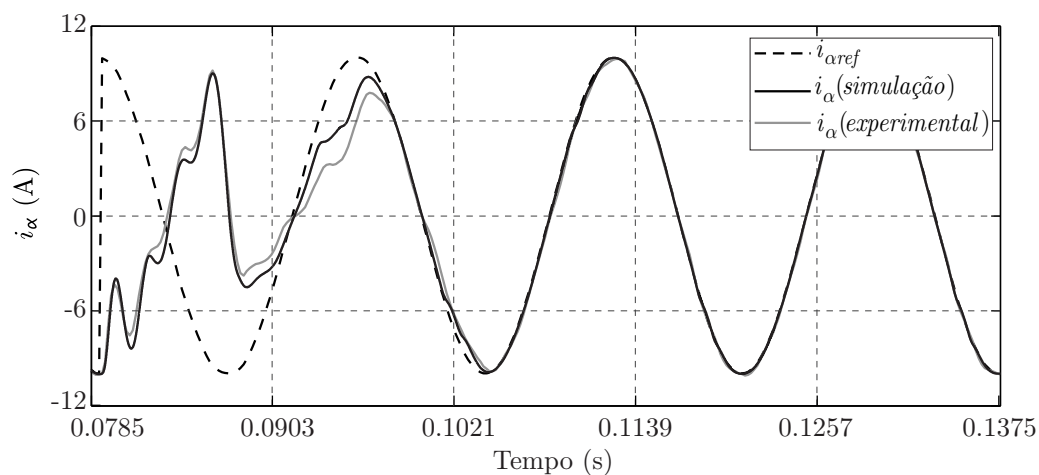


Fonte: Autor.

A Figura 3.11 confirma a boa correspondência entre os resultados de simulação e os resultados experimentais, indicando que os modelos e as LMIs utilizados para projeto de controladores são satisfatórios, e que as simulações realizadas no PSIM são suficientemente precisas para as conclusões sobre o comportamento real do sistema.

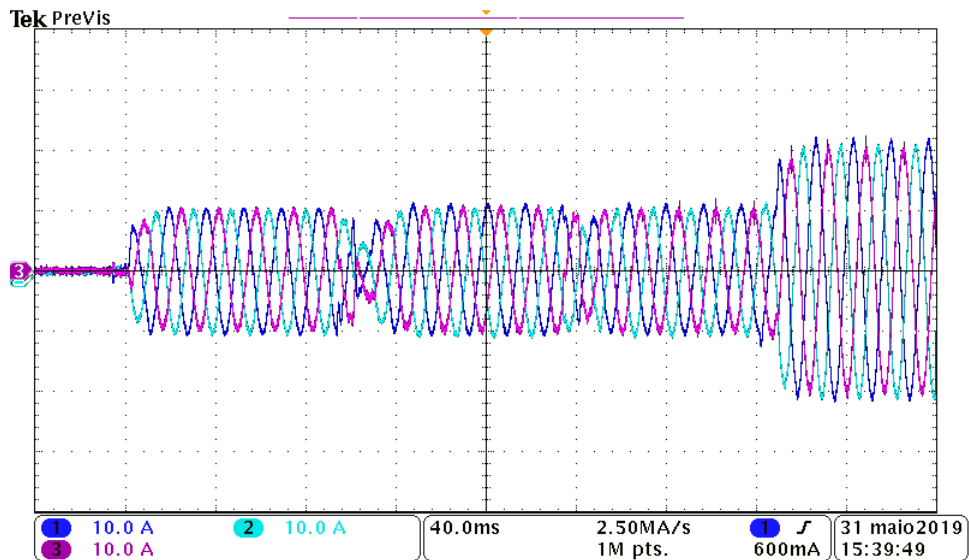
A Figura 3.12 mostra as correntes trifásicas correspondentes às correntes em α e β injetadas pelo conversor na rede, dadas no ensaio mostrado da Figura 3.9, corroborando

Figura 3.11 – Comparativo dos resultados para rastreamento da corrente de referência no eixo α , com controlador FEAS4 da Tabela 3.5: resultados de simulação no PSIM (para L_{gmax}) e resultados experimentais, obtidos com base em dados do DSP.

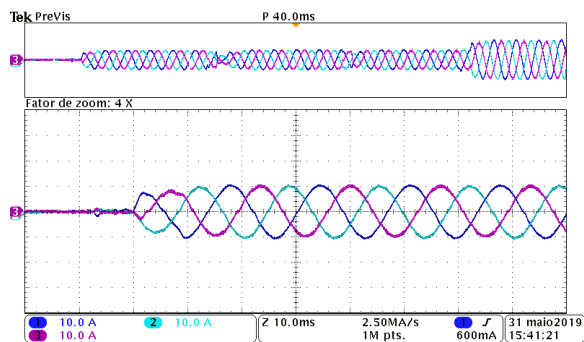


Fonte: Autor.

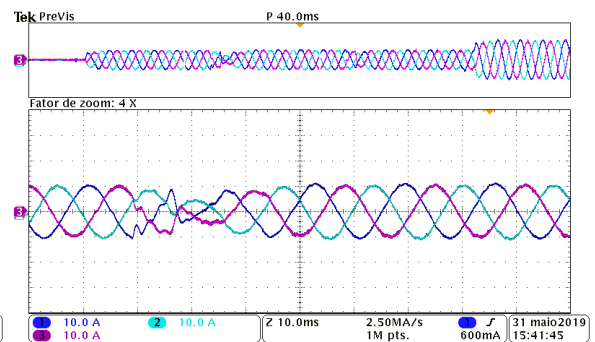
Figura 3.12 – Resultado experimental para o sistema em malha fechada com controlador FEAS4 na Tabela 3.5: (a) correntes trifásicas injetadas na rede. (b), (c), (d) e (e) detalhamento do transitório na Figura 3.12(a).



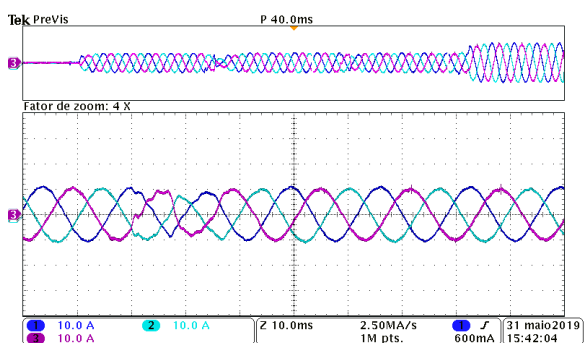
(a)



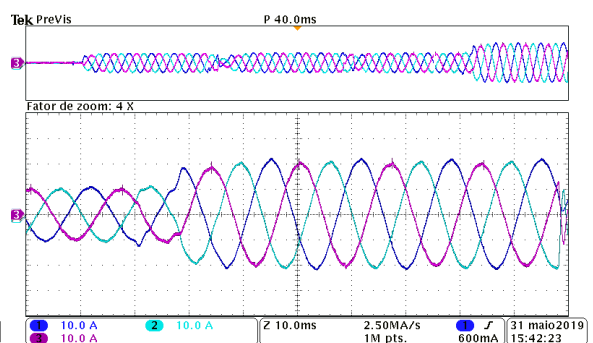
(b)



(c)



(d)



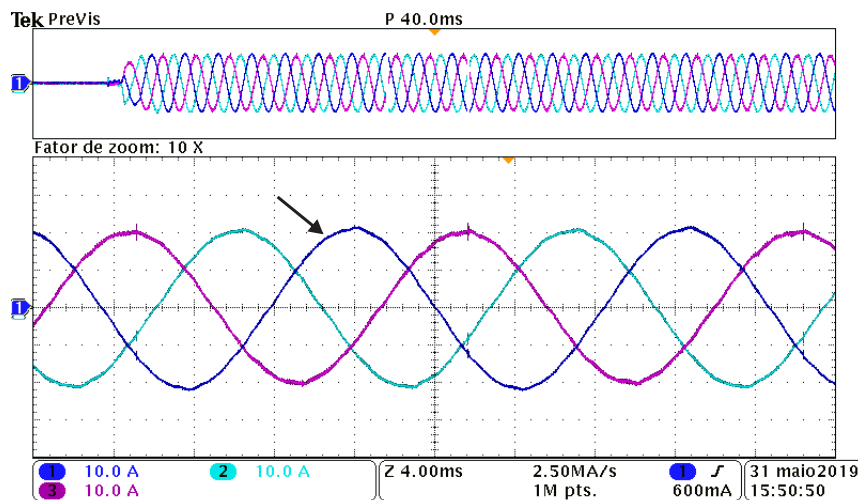
(e)

Fonte: Autor.

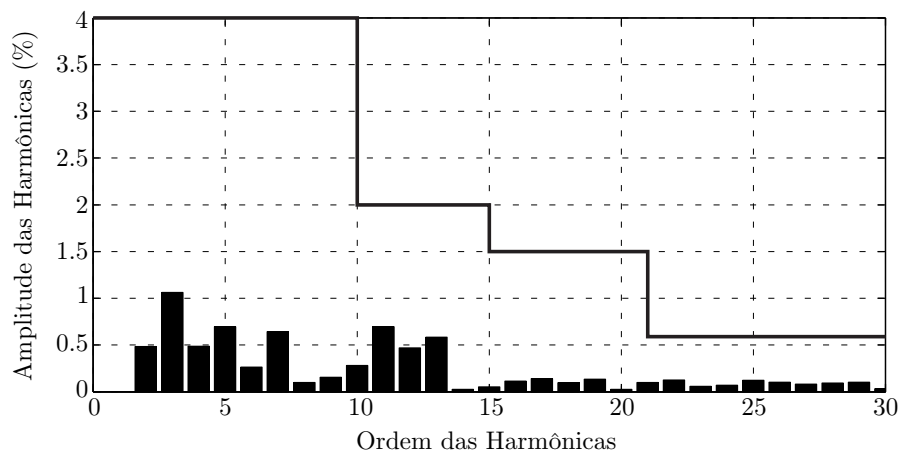
os bons desempenhos transitório e em regime permanente.

A fim de medir a qualidade das formas de onda senoidais das correntes injetadas na

Figura 3.13 – Resultado experimental para o sistema em malha fechada com controlador FEAS4 na Tabela 3.5: (a) correntes da rede em regime permanente, (b) harmônicas presentes na forma de onda da Figura 3.13a e limites das harmônicas de corrente, em conformidade com a norma IEEE 1547.



(a)



(b)

Fonte: Autor.

rede, um detalhamento destas é mostrado na Figura 3.13(a). A análise harmônica, para a corrente indicada pela seta na Figura 3.13(a), é mostrada na Figura 3.13(b), resultando em uma THD=2,61% (<5%) e harmônicas individuais também em conformidade com os limites da norma IEEE 1547.

Para uma comparação, outros dois controladores \mathcal{H}_∞ por realimentação de estados da literatura são mostrados aqui. O controlador \mathcal{H}_∞ dado por (WILLMANN et al., 2007), computado com $r = 0,994$, $\gamma = 100$, e o controlador \mathcal{H}_∞ , de (MACCARI JR. et al., 2012), computado para $r = 0,49$ e $\gamma = 4$. Este último controlador foi utilizado apenas com um controlador ressonante na fundamental de 60 Hz, conforme proposto na referência

bibliográfica em questão. Os ganhos de controle são dados na Tabela 3.6, nas colunas WCPL e MMSRPMO, respectivamente.

Tabela 3.6 – Ganhos para WCPL com $r = 0,994$, $\gamma = 100$ e MMSRPMO, para $r = 0,49$ e $\gamma = 4$.

$\mathbf{K}' - \text{WCPL}$	$\mathbf{K}' - \text{MMSRPMO}$
-17,04962	-28,20625
-5,25334	-10,03786
-5,10383	-3,92883
-0,74158	-1,16810
34,69897	153,98627
-34,81736	-152,82993
35,47659	–
-36,45172	–
38,41247	–
-40,87876	–
46,78583	–
-49,97846	–
$\ \mathbf{K}\ _2 = 114,8$	$\ \mathbf{K}\ _2 = 219,1$

Testes de variação da indutância de rede são mostrados nas figuras 3.14 e 3.15. O sistema inicia operando com $L_{g2} = L_{g2min}$ e, no ponto indicado pela seta, L_{g2} é comutado com o auxílio de um interruptor auxiliar, de L_{g2min} para L_{g2max} . Este ensaio é efetuado com $v_g = 0$ (i.e. ensaio com rede em curto circuito). Pode-se observar o bom desempenho com controladores \mathcal{H}_∞ proposto (FEAS4, Tabela 3.5), e um desempenho deteriorado para os controladores \mathcal{H}_∞ de (WILLMANN et al., 2007) e de (MACCARI JR. et al., 2012), dados na Tabela 3.6.

É importante mencionar que os controladores \mathcal{H}_∞ de (WILLMANN et al., 2007) e de (MACCARI JR. et al., 2012) não se mostraram funcionais quando conectados à rede, devido à limitação do sinal de controle, o que novamente evidencia a superioridade do controlador robusto \mathcal{H}_∞ de FEAS4 (Tabela 3.5) capaz de garantir na prática resultados em conformidade com a norma IEEE 1547, para o conversor conectado à rede.

Figura 3.14 – Resultados experimentais para ensaio com rede em curto circuito, para comutação da indutância de saída de L_{gmin} para L_{gmax} : (a) controlador robusto proposto (FEAS4, na Tabela 3.5), (b) controlador WCPL, na Tabela 3.6, (c) controlador MMSRPMO na Tabela 3.6.

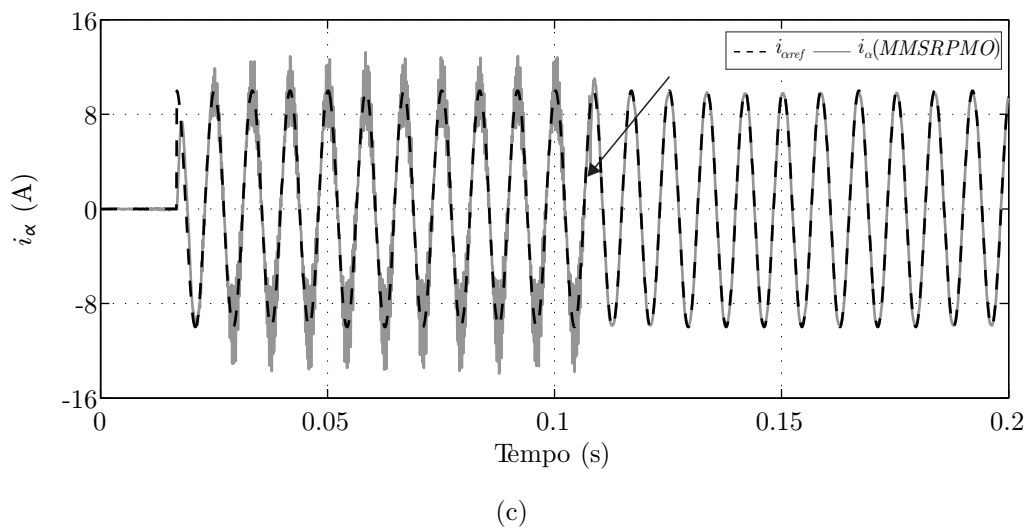
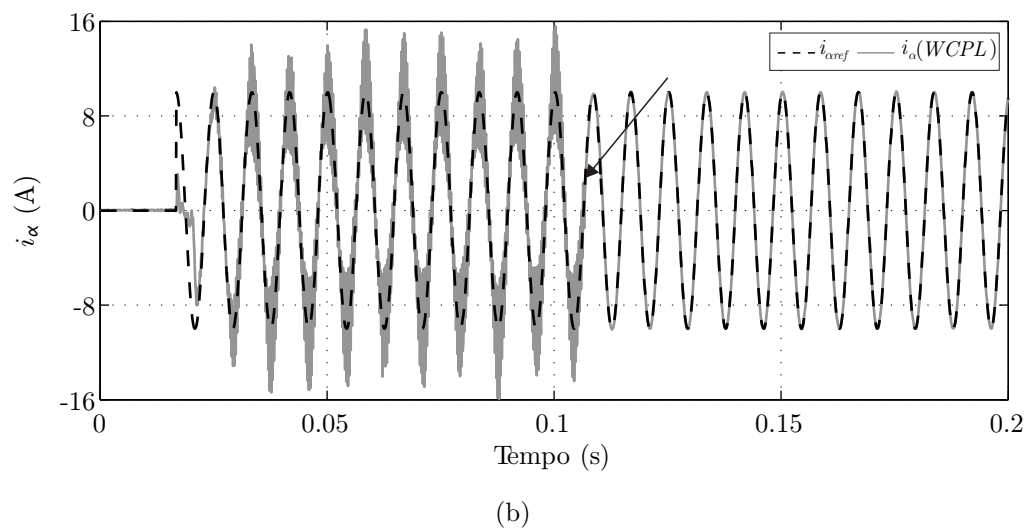
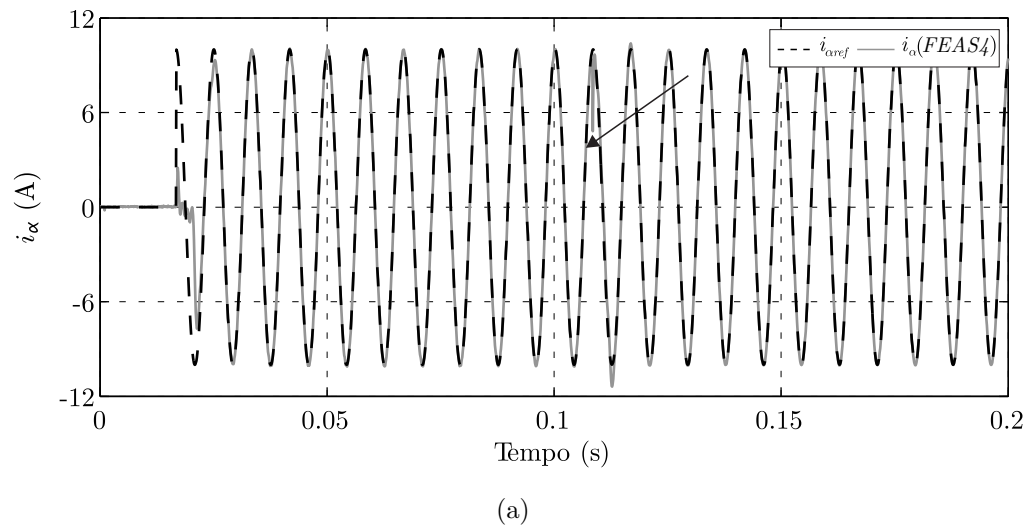
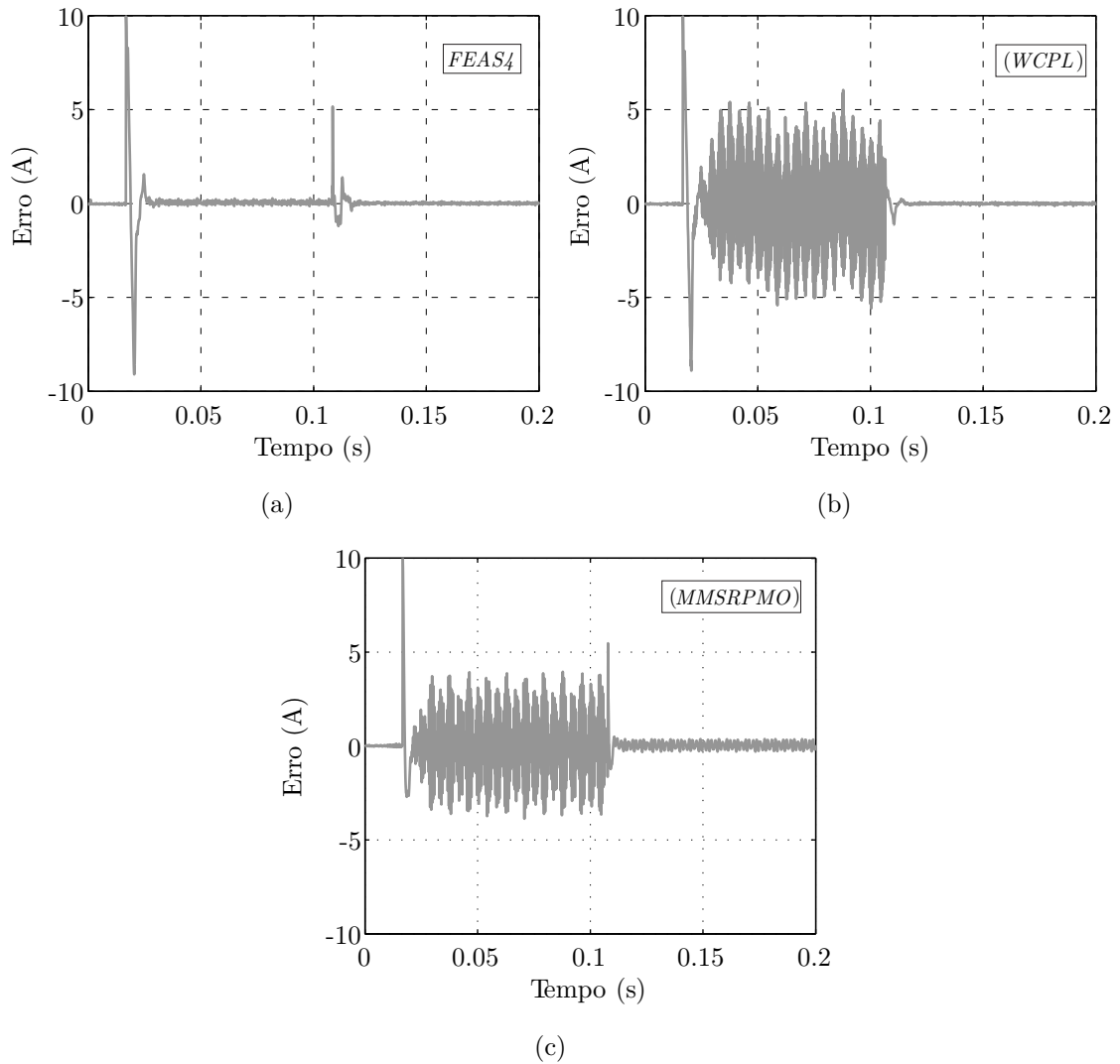


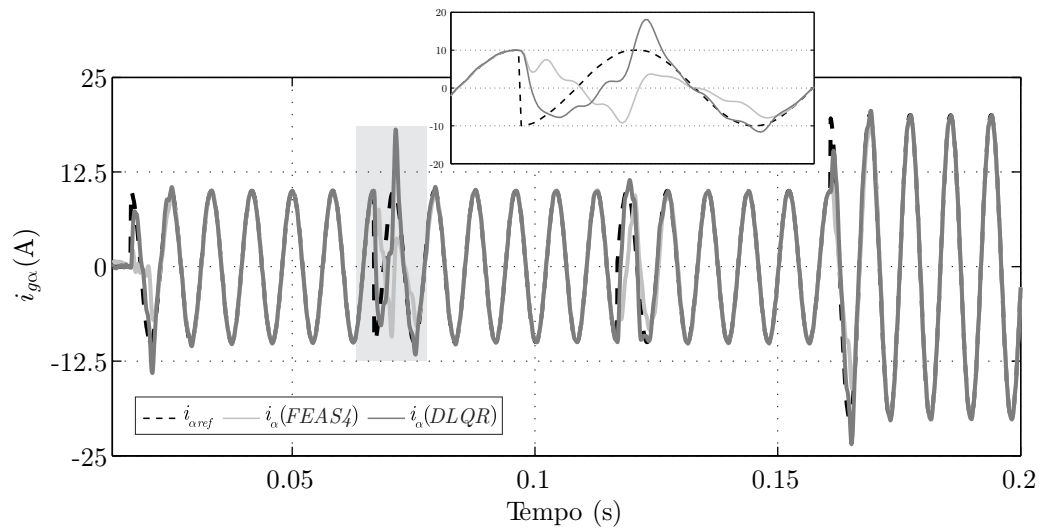
Figura 3.15 – Erros de rastreamento referentes aos resultados na: (a) Figura 3.14a. (b) Figura 3.14b. (c) Figura 3.14c.



Fonte: Autor.

Finalmente, uma comparação do controlador proposto com um outro controlador robusto ótimo da literatura, o DLQR robusto de (MACCARI JR. et al., 2015), é mostrada na Figura 3.16. Pode-se verificar pelos resultados experimentais deste teste que ambos os controladores têm desempenhos similares em regime permanente e respostas transitórias com tempos de acomodação comparáveis, com vantagem para o controlador \mathcal{H}_∞ em termos do número menor de parâmetros de projeto (4 para o controlador \mathcal{H}_∞ e 13 para o controlador DLQR).

Figura 3.16 – Resultado experimental de malha fechada, para o sistema operando contra a rede, para variações de referência de fase e amplitude para os controladores FEAS4 e MSPOM, na Tabela 3.6.



Fonte: Autor.

3.4 CONCLUSÕES DO CAPÍTULO

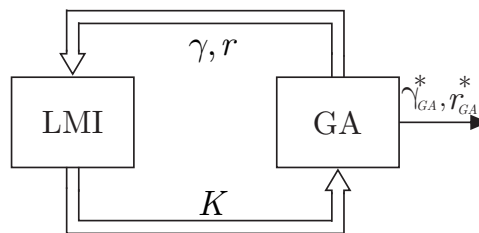
Este capítulo apresentou quatro condições baseadas em LMIs para a síntese de ganhos de controle \mathcal{H}_∞ por realimentação de estados que contemplam as propriedades (2.33) e (2.34) do Problema 1, no Capítulo 2. Todas as condições apresentadas são computacionalmente eficientes, devido à formulação em termos de LMIs. As análises efetuadas apontaram que a condição FEAS4 apresenta as melhores avaliações. Esta condição apresenta uma contribuição teórica, fornecendo um limitante para o ganho de controle (obtido por meio de variáveis de folga \mathcal{G}) em termos dos dois escalares μ_0 e β , que não impõem limites às matrizes de Lyapunov. Resultados experimentais mostram-se em conformidade com a norma IEEE 1547, com respeito à THD e a harmônicas individuais. As análises no domínio da frequência confirmam a capacidade de o sistema em malha fechada rastrear referências senoidais e rejeitar distúrbios harmônicos. Os resultados experimentais mostram boa correspondência com os resultados de simulação e também confirmam o bom desempenho transitório e em regime permanente. Por fim, para uma análise de variação da indutância L_{g2} , comprovou-se a capacidade de o controlador robusto proposto manter a estabilidade diante de comutações entre os valores máximos e mínimos de L_{g2} . Para um comparativo, controladores \mathcal{H}_∞ da literatura foram submetidos ao mesmo teste de comutação da indutância, apresentando desempenho não satisfatório, o que confirma a superioridade do controle projetado por meio do procedimento proposto.

4 SINTONIA DOS PARÂMETROS DAS LMIs DE UM CONTROLADOR \mathcal{H}_∞ POR MEIO DE ALGORITMO GENÉTICO

No Capítulo 3, as LMIs de FEAS3 apresentam dois escalares reais, $0 < r \leq 1$ e $\gamma > 0$, que devem ser escolhidos pelo projetista. O papel de r é de um limitante para a taxa de decaimento das respostas transitórias. O objetivo de γ é assegurar um limite de atenuação para os distúrbios provenientes da tensão de rede para todas as condições de parâmetros de rede. No entanto, esses valores não tratam diretamente outros importantes critérios de desempenho para aplicação em GCC, como, por exemplo, o erro de rastreamento de referências senoidais. Além disso, dado r , minimizar γ sob as LMIs (3.4) (problema de otimização convexa) em geral tende a produzir altos ganhos de controle, que acabam sendo inviáveis na prática devido à limitação do sinal de controle, conforme mostrado no Capítulo 3. Portanto, uma ferramenta de busca heurística pode auxiliar na sintonia dos parâmetros r e γ , e o algoritmo genético é uma boa alternativa neste sentido. GAs são técnicas de busca e otimização baseadas no princípio da seleção natural, sendo ferramentas de projeto particularmente úteis quando o objetivo é otimizar índices de desempenho que são obtidos por meio de simulações de um sistema de controle em malha fechada (RUSSELL; NORVIG, 2016), (HAUPT; HAUPT, 1998).

Neste capítulo da tese, o GA será utilizado para sintonizar os parâmetros de entrada das condições da LMI, como mostrado na Figura 4.1. Isto permite assegurar desempenho não apenas em termos da norma \mathcal{H}_∞ e raio de alocação de polos, mas também em termos de otimização de uma função objetivo de caráter prático para conversores conectados à rede, capaz de assegurar um bom compromisso entre erro de rastreamento da referência de corrente e a norma do vetor de ganhos de controle. A vantagem do procedimento proposto é combinar a garantia de estabilidade robusta e alta eficiência computacional das LMIs, com a capacidade do GA de buscar indivíduos que satisfaçam os requisitos de desempenho em termos de uma função objetivo realista para o problema.

Figura 4.1 – Integração de LMI com GA.



Fonte: Autor.

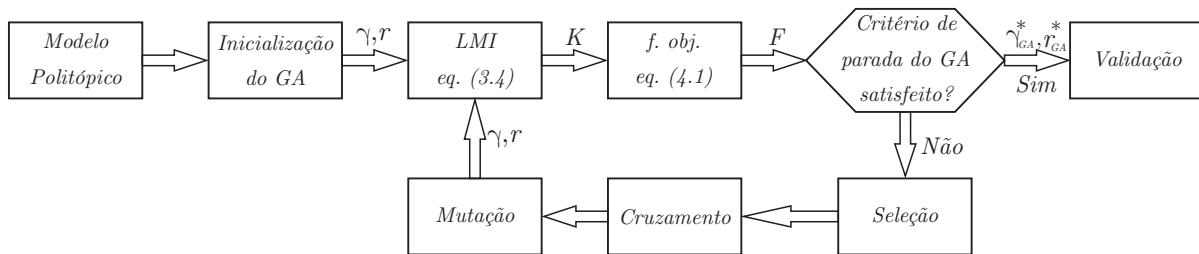
Diferentemente do procedimento de projeto no Capítulo 3, aqui não é necessária nenhuma restrição LMI adicional para limitar os ganhos de controle, para obter resultados

experimentais viáveis. Como consequência, menos parâmetros de projeto são necessários, o que é uma característica desejável na síntese de controladores. Resultados de simulação e experimentais demonstram a viabilidade e o desempenho superior dos controladores \mathcal{H}_∞ baseados em LMIs com parâmetros sintonizados por meio de GA em relação a uma técnica de alocação robusta de polos da literatura, também baseada em LMIs.

4.1 PROCEDIMENTO DE PROJETO PROPOSTO

O procedimento de projeto proposto é detalhado na Figura 4.2.

Figura 4.2 – Fluxograma do procedimento de projeto.



Fonte: Autor.

O procedimento começa com a definição dos parâmetros do sistema, levando ao modelo politópico por meio de (2.29). Então, os parâmetros de configuração do GA são escolhidos, e a população inicial é criada, em que cada indivíduo é representado pelo par de genes (γ, r) , gerados aleatoriamente, respeitando limites pré-definidos pelo projetista¹. Na sequência, para cada par (γ, r) , a condição de síntese (3.4) é resolvida, sem interferência do GA no método de solução da LMI. Um programa específico resolvidor de LMIs (neste trabalho é utilizado o LMI Control Toolbox) fornece, para cada indivíduo (γ, r) , um ganho de realimentação de estados \mathbf{K} . A função objetivo (detalhada na subseção 4.1.1), é então calculada, para cada indivíduo, e é verificado se um critério de parada (por exemplo, estagnação ou número de gerações) é cumprido. Se sim, o indivíduo associado ao menor valor da função objetivo, identificado por γ_{GA}^* e r_{GA}^* , produz, a partir da LMI (3.4), o ganho do controlador, para uma validação final. Se não, aplicam-se, sucessivamente, os operadores de seleção, cruzamento e mutação, para gerar a próxima população de indivíduos (γ, r) , repetindo a execução, até o critério de parada ser satisfeito.

Após o critério de parada ser alcançado, a validação é feita com os ganhos de controle \mathbf{K}_{GA}^* , associado aos valores de γ_{GA}^* e r_{GA}^* , verificando-se o desempenho do sistema de malha fechada com este ganho em uma situação realista (por exemplo, simulação no PSIM ou resultado experimental, com controle executado pelo DSP).

¹Mais detalhes sobre GA e seus operadores são apresentados no Apêndice E.

Note que, do ponto de vista teórico, \mathbf{K}_{GA}^* garante que o sistema de malha fechada (2.29) é robustamente estável, isto é, estável para qualquer variação em L_g pertencente a $[L_{gmin}, L_{gmax}]$. A principal vantagem deste procedimento de projeto é combinar o benefício das condições LMIs (i. e., garantia de estabilidade robusta e alta eficiência computacional), com a capacidade do GA de buscar valores de γ e r que satisfaçam os requisitos de desempenho em termos de uma função objetivo apropriada.

4.1.1 Função objetivo

A função objetivo proposta neste trabalho, a ser minimizada pelo GA, é dada por

$$F(\gamma, r) = ISE + \delta \|\mathbf{K}\|_2 \quad (4.1)$$

permitindo estabelecer um compromisso entre um critério baseado na integral do quadrado do erro de rastreamento (ISE) e a norma-2 do ganho de controle, $\|\mathbf{K}\|_2$. O parâmetro δ é um escalar positivo, escolhido pelo projetista para compatibilizar a ordem de grandeza das parcelas da função objetivo.

O ISE é calculado como

$$ISE = \max_{\theta \in \Theta} \left(\sum_{k=N_1}^{N_2} (i_{ref}(k) - y(k))^2 \right) \quad (4.2)$$

sendo $i_{ref}(k)$ referência senoidal para a corrente da rede i_g , e a saída $y(k)$ dada por (2.29), da amostra N_1 até a amostra N_2 , para um dado ganho \mathbf{K} .

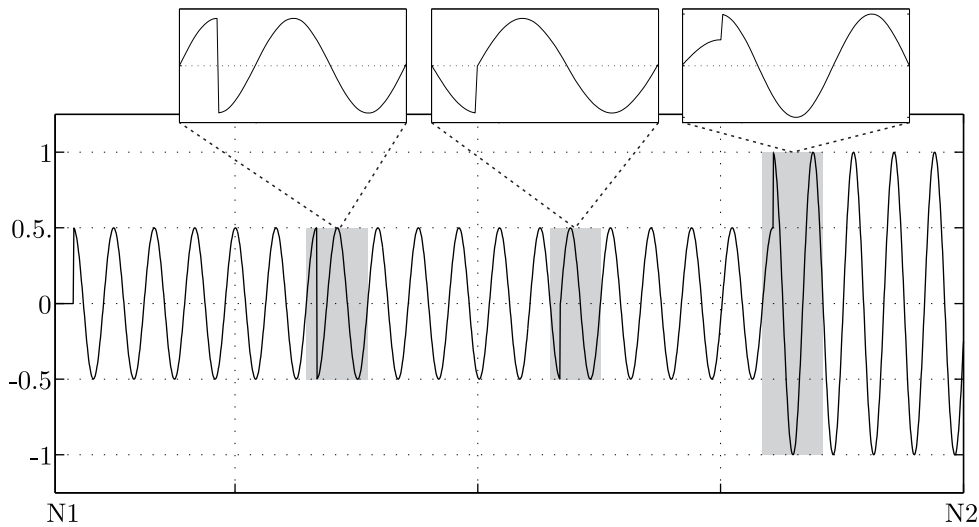
O padrão de referência i_{ref} utilizado no cômputo da função objetivo é dado na Figura 4.3. O conversor inicia a operação com uma referência de corrente relacionada à injeção de potência reativa de 0,5 pu na rede. O primeiro transitório detalhado representa uma variação da injeção de potência reativa indutiva para capacitiva. Depois, é mostrada uma variação de potência reativa capacitiva para potência ativa. Finalmente, a referência de corrente é alterada para representar uma variação na potência ativa de 0,5 para 1 pu. Este é um teste rigoroso e permite verificar vários transitórios importantes e também o desempenho em regime permanente para esta aplicação.

Neste capítulo é utilizado o critério de erro de rastreamento ISE em vez do ITSE, para penalizar igualmente a todos as respostas transitórias decorrentes das mudanças de referência citadas acima. ITSE ou ITAE penalizariam mais os erros que ocorrem em tempos maiores.

A norma-2 do vetor dos ganhos de controle \mathbf{K} , usada em (4.1), é dada por

$$\|\mathbf{K}\|_2 = \sqrt{\sum_{i=1}^{12} k_i^2}, \quad (4.3)$$

Figura 4.3 – Padrão de referência de corrente, para testar a operação com injeção de potências reativa e ativa na rede.



Fonte: Autor.

sendo k_i os elementos do vetor de ganhos. A norma-2 é uma medida do tamanho deste vetor, e é usada na função objetivo para evitar grandes ganhos de controle, como os mostrados na Tabela 3.4, que tendem a ser inviáveis na prática por produzirem sinais de controle não implementáveis pelo inversor.

A função objetivo (4.1) pode ser interpretada como uma combinação da energia do sinal de erro para a referência na Figura 4.3 com o tamanho dos ganhos do controlador.

Visando encontrar ganhos de controle implementáveis, o procedimento de projeto proposto combina LMIs (3.4) e GA, para procurar os parâmetros γ e r que minimizam a função objetivo (4.1). Para verificar a eficiência da proposta, o estudo de caso abordado no Capítulo 3 é tratado na sequência, para ilustrar a viabilidade do GA para sintonia de LMIs para esta aplicação.

4.2 APLICAÇÃO DO PROCEDIMENTO PROPOSTO

Considere os parâmetros na Tabela C.1, e o modelo politópico dado em (2.29). A função `ga`, do MATLAB, é utilizada para executar o algoritmo genético e o *LMI Control Toolbox* é utilizado para executar as LMIs. A população inicial é definida, após testes para diferentes números de indivíduos e analisando a convergência da função objetivo, com 50 indivíduos, com genes limitados em $0,5503 < \gamma \leq 10$ e $0,981 \leq r < 1$, sendo os limites inferiores os limites de factibilidade das LMIs. O número de gerações é escolhido como 50, e é usado como o critério de parada. Para gerar os descendentes, são usados os métodos de seleção de torneio, crossover *scattered* e mutação adaptável, com as outras

configurações do GA resumidas na Tabela 4.1 (HAUPT; HAUPT, 2004).

Tabela 4.1 – Configurações do GA.

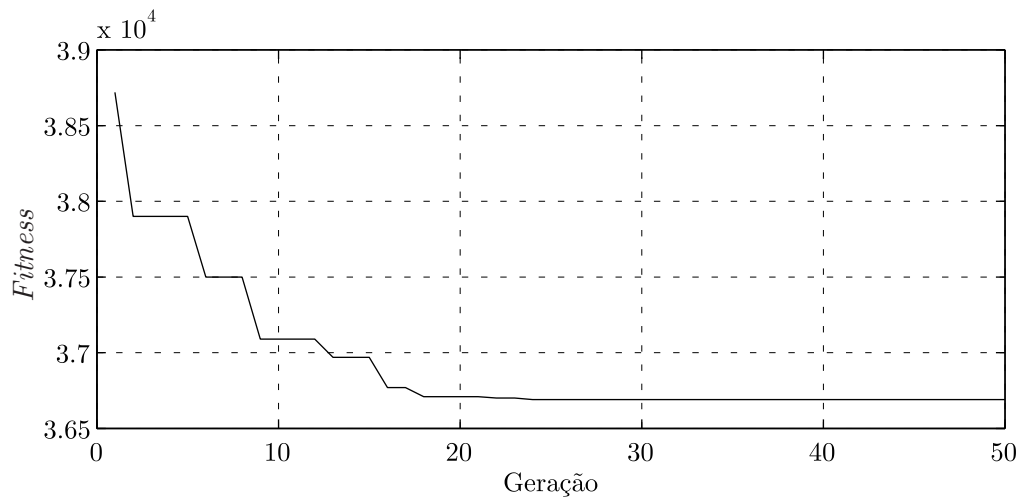
Tamanho da população	50
Gerações	50
Taxa de cruzamento	50 %
Método de seleção	torneio
Elitismo	sim
Método de cruzamento	<i>scattered</i>
Método de mutação	adaptável
Critério de parada	50 gerações

Executando o procedimento da Figura 4.2 para os parâmetros das tabelas C.1 e 4.1, tem-se o resultado na Figura 4.4, mostrando a convergência da função objetivo, encontrando, ao final da otimização, o indivíduo²

$$\gamma_{GA}^* = 8,7492, r_{GA}^* = 0,9990 \quad (4.4)$$

confirmando que 50 gerações são suficientes para obter uma solução ótima neste estudo de caso.

Figura 4.4 – Evolução da função objetivo no decorrer das gerações.

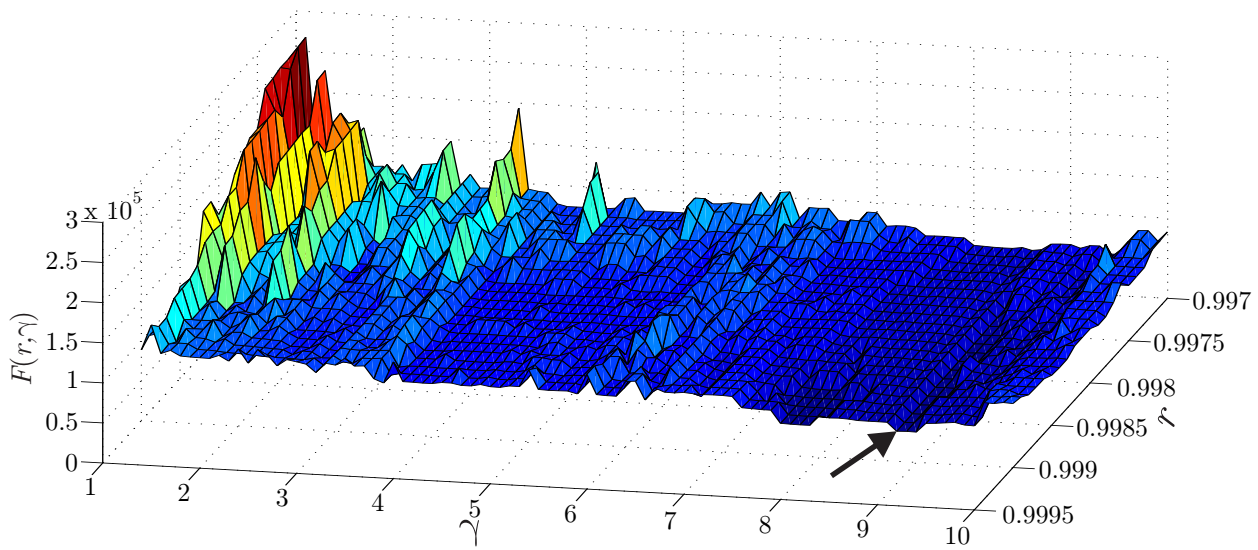


Fonte: Autor.

Para testar a repetibilidade dos resultados, o procedimento proposto foi executado 5 vezes, e foi capaz de encontrar, em todas as execuções, o ponto de mínimo da função objetivo no espaço de busca estabelecido, mostrado na Figura 4.5. Este ponto de mínimo pode ser confirmado na Figura 4.5 (por meio de uma discretização exaustiva no espaço

²O parâmetro δ na função objetivo foi escolhido como 100 para compatibilizar a ordem de grandeza do ISE com a da norma do ganho de controle.

Figura 4.5 – Função objetivo $F(r, \gamma) = ISE + \delta\|K\|_2$, para uma discretização com passo de 10^{-3} no espaço de busca $1 \leq \gamma \leq 10$ e $0,997 \leq r \leq 0,999$.

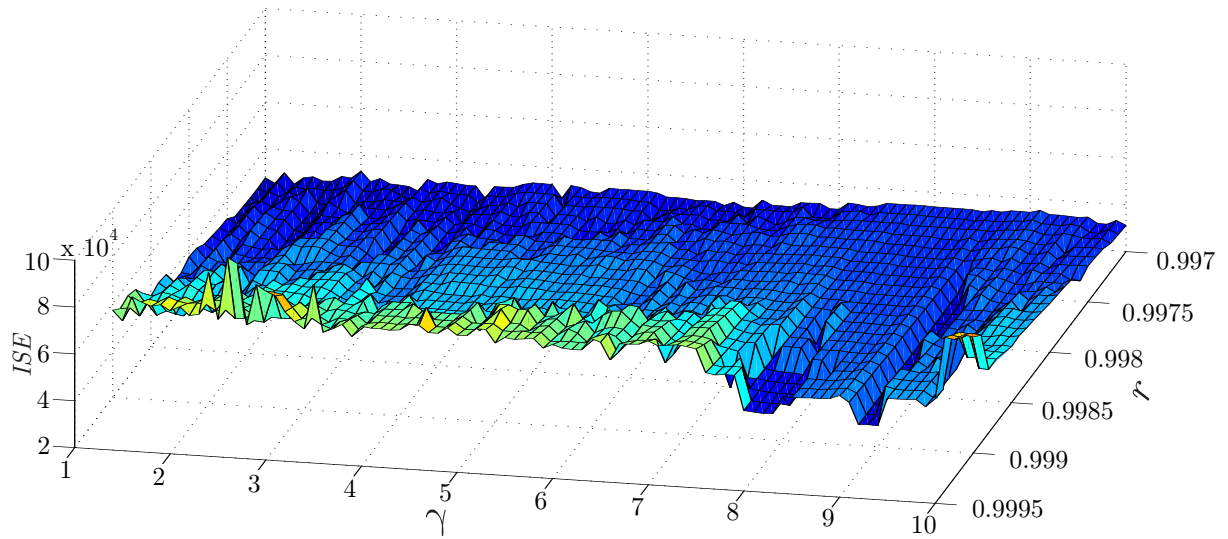


Fonte: Autor.

(γ, r)), que mostra o perfil da função objetivo, com o ponto de mínimo indicado com uma seta.

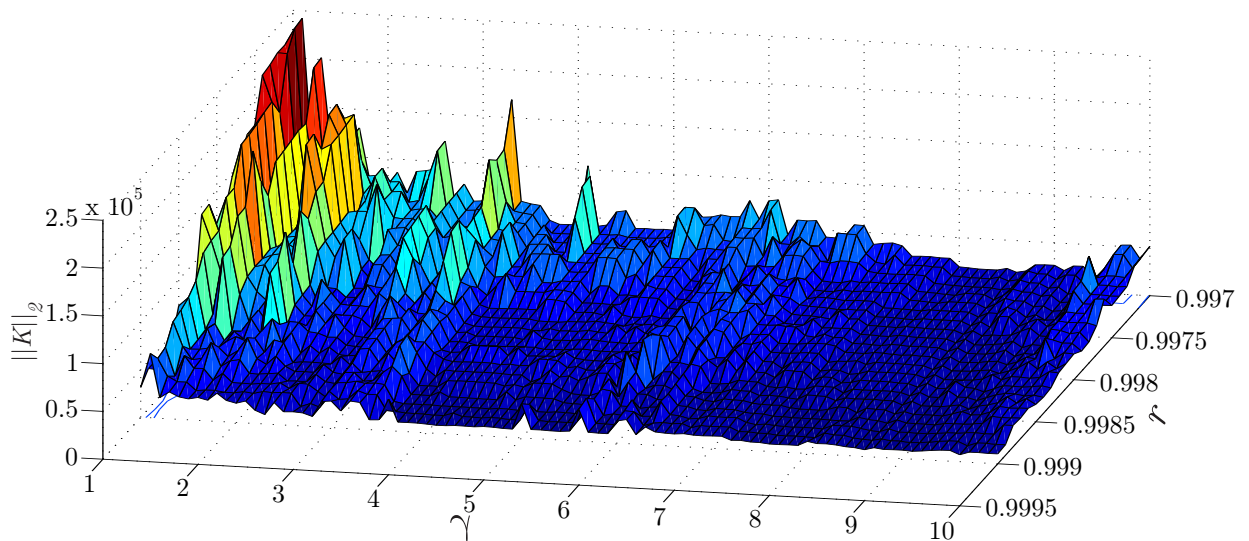
As figuras 4.6 e 4.7 mostram o perfil de cada termo da função objetivo (4.1) para o espaço de busca investigado na Figura 4.5. Percebe-se na Figura 4.5 que, na região de valores de γ entre 1 e 3 e de r entre 0.997 e 0.999, há grandes valores da função objetivo, que geram controladores inviáveis nesta aplicação, devido à limitação no sinal de controle. A região de γ entre 3 e 7 e r entre 0,997 e 0,999, já apresenta uma redução em termos de $\|K\|_2$, mas ainda valores de ISE elevados, não sendo um região favorável para a escolha dos parâmetros. Para a região de γ entre 7 e 10 e r entre 0,997 e 0,999, tem-se baixos valores de ISE e de $\|K\|_2$, inclusive com a presença de vales, onde encontra-se o ponto de mínimo global desta região, marcado na Figura 4.5, e utilizado no projeto. A soma, ponto a ponto, dos gráficos das Figuras 4.6 e 4.7 gera a resposta mostrada na Figura 4.5, e mostra que em regiões deste espaço de busca o alto valor de $\|K\|_2$ e o alto valor de ISE evitam a seleção do indivíduo (γ, r) como ótimo, e a região com baixos valores de $\|K\|_2$ é onde o melhor indivíduo foi selecionado pelo GA.

Figura 4.6 – Termo ISE, relativo à função objetivo mostrada na Figura 4.5.



Fonte: Autor.

Figura 4.7 – Termo $\|K\|_2$, relativo à função objetivo mostrada na Figura 4.5.



Fonte: Autor.

Com respeito a tempos computacionais, é interessante mencionar que a discretização da região $0,981 \leq r < 1$ e $0 < \gamma \leq 10$ com um passo de 10^{-3} em cada um dos parâmetros demanda 200000 execuções da LMI (3.4), que permite encontrar, por meio de busca exaustiva, o mínimo da função objetivo, na Figura 4.5, em um tempo de aproximadamente 21 horas, para completar esta avaliação³. Por outro lado, com o procedimento

³Considerando o tempo de uma execução da LMI FEAS3 mostrada na Figura 3.1(b).

proposto neste capítulo, chega-se ao mesmo mínimo em um tempo significativamente menor, de 15 minutos, o que representa grande vantagem em termos de eficiência computacional. Também é importante enfatizar que este tempo computacional é demandado *offline*, sem necessidade de nenhuma interação homem máquina, após a confirmação dos parâmetros do GA.

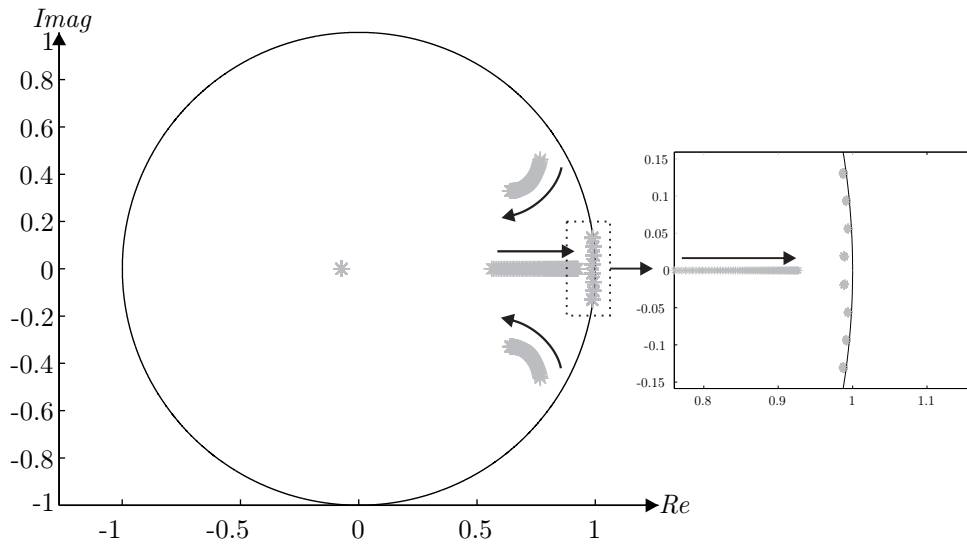
O ganho de controle fornecido pelas LMIs em (3.4) para os parâmetros em (4.4) encontrados pelo GA, no procedimento proposto são dados em (4.5), com $\|\mathbf{K}\|_2 = 80, 1$.

$$\mathbf{K}^{*l} = \begin{bmatrix} -18,545585218783426 \\ -5,521822809396563 \\ -3,631711746976587 \\ -0,843840574825029 \\ 45,853437902878341 \\ -45,820265432459408 \\ 19,537837069909383 \\ -19,716598606520211 \\ 16,367437404551659 \\ -17,218869618752450 \\ 14,619360053857083 \\ -16,331414415616536 \end{bmatrix}. \quad (4.5)$$

Nota-se que os ganhos de controle (4.5) e os obtidos com a condição FEAS4, na Tabela 3.5, apresentam ordem de grandeza similar, tanto para os estados do filtro (3 primeiros elementos), como para os ressonantes. A diferença está na forma de sintonia dos parâmetros das LMIs, sendo feita por tentativas do projetista, em FEAS4, e de forma automática, com o auxílio do GA, para os ganhos (4.5).

A Figura 4.8 mostra os autovalores do sistema em malha fechada, para uma varredura de 100 pontos, igualmente espaçados, entre L_{g2min} e L_{g2max} , confirmando a estabilidade robusta contra a incerteza no parâmetro L_g . O limite r_{GA}^* em (4.4), para os autovalores do sistema em malha fechada, também foi verificado na avaliação desta figura.

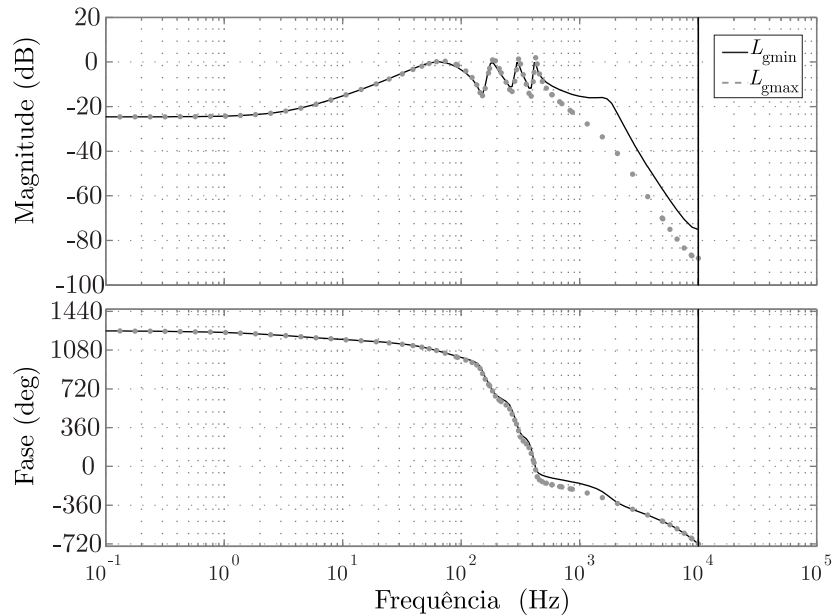
Figura 4.8 – Autovalores do sistema em malha fechada, para o controlador \mathcal{H}_∞ (4.5), sintonizado com auxílio do GA, para $L_{g2} \in [L_{g2min}, L_{g2max}]$.



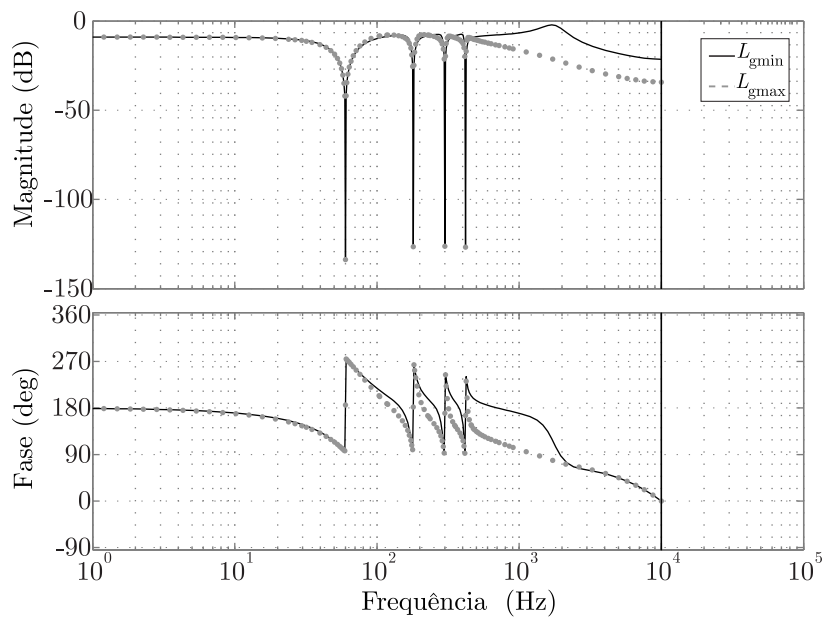
Fonte: Autor.

As figuras 4.9 (a) e (b) confirmam, respectivamente, a capacidade de o sistema em malha fechada, com o controlador (4.5), sintonizado com auxílio do GA, rastrear referências senoidais e rejeitar harmônicas da tensão da rede, para as indutâncias de rede L_{g2min} e L_{g2max} . A Figura 4.9(a) apresenta as respostas em frequência do sistema em malha fechada, da referência i_{ref} para a saída i_g , e pode-se notar que o ganho é igual a 0 dB e a fase corresponde a 0 graus, para a frequência de 60 Hz, confirmando a capacidade de rastreamento das referências senoidais em regime permanente. A Figura 4.9(b), apresenta as respostas em frequência do sistema de malha fechada do distúrbio da rede v_g para a saída i_g , e pode-se observar a boa atenuação nas frequências das harmônicas incluídas nos controladores ressonantes.

Figura 4.9 – Diagramas de Bode do sistema em malha fechada para o controlador \mathcal{H}_∞ sintonizado por meio do GA (4.5): (a) da entrada i_{ref} para a saída i_g ; (b) da entrada v_g para a saída i_g .



(a)



(b)

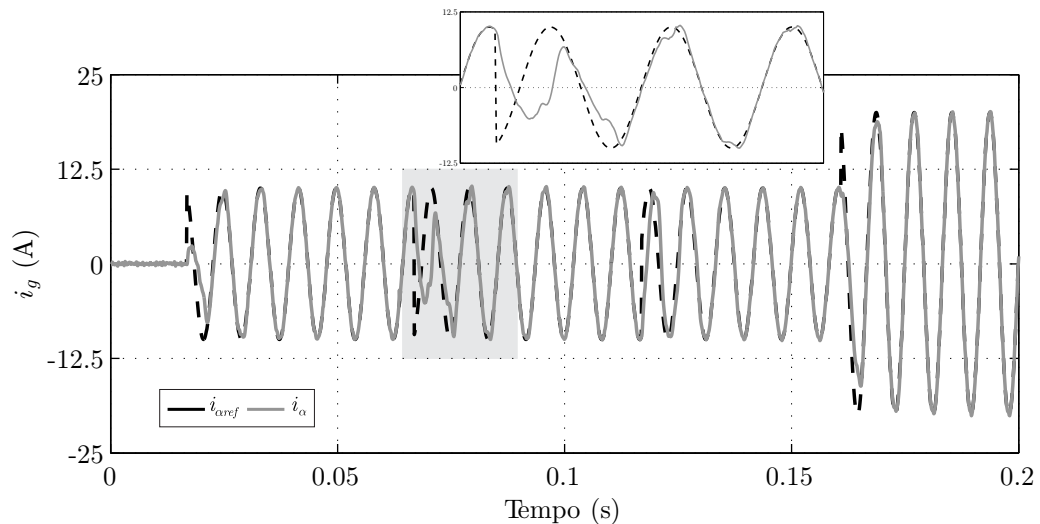
Fonte: Autor.

Na sequência, será apresentada a validação experimental do controlador (4.5), detalhando a compatibilidade dos resultados com as exigências da norma IEEE 1547, e a superioridade de desempenho em relação a técnica similar de controle robusto por meio de LMIs disponível na literatura, dada por uma alocação robusta de polos.

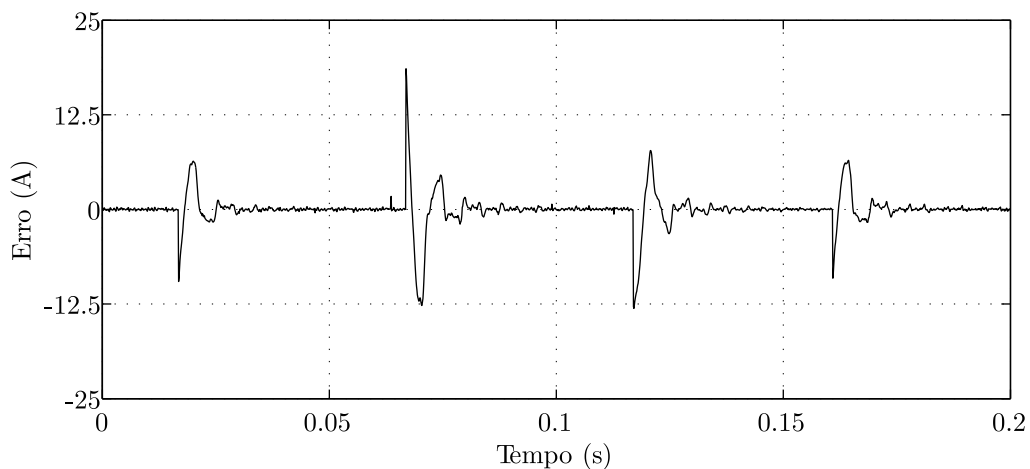
4.3 RESULTADOS EXPERIMENTAIS E COMPARAÇÕES

Utilizando o mesmo protótipo detalhado no Apêndice C e o padrão de referência de correntes mostrado na Figura 4.3, o resultado experimental do sistema de malha fechada com ganho (4.5) é mostrado na Figura 4.10, para o eixo α . Pode-se confirmar a viabilidade deste resultado experimental, obtidos dos dados do DSP, com desempenhos satisfatórios nos transitórios e também bom desempenho em regime permanente. O bom desempenho é corroborado pelo erro de rastreamento, mostrado na Figura 4.10(b), que converge para valores desprezíveis, após cada um dos transitórios.

Figura 4.10 – Resultado experimental: rastreamento de referência senoidal, com mudança de fase e amplitude, utilizada no procedimento de projeto baseado no GA: (a) corrente de referência do eixo α e saída e (b) erro de rastreamento.



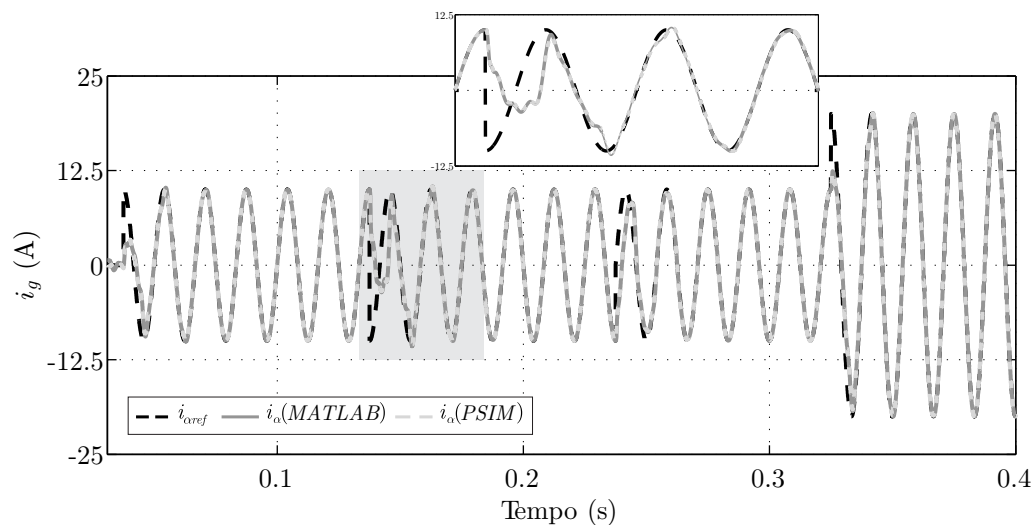
(a)



(b)

A Figura 4.11 mostra a simulação do PSIM e as respostas do modelo (2.29) no MATLAB, para a mesma situação na Figura 4.10(a). É possível confirmar a boa correspondência destes resultados com a prática, indicando a adequação do modelo politópico (2.29) para o projeto de controle baseado no procedimento proposto baseado no GA e em LMIs, e também a adequação da validação do controlador com simulações no PSIM, como descrito neste trabalho.

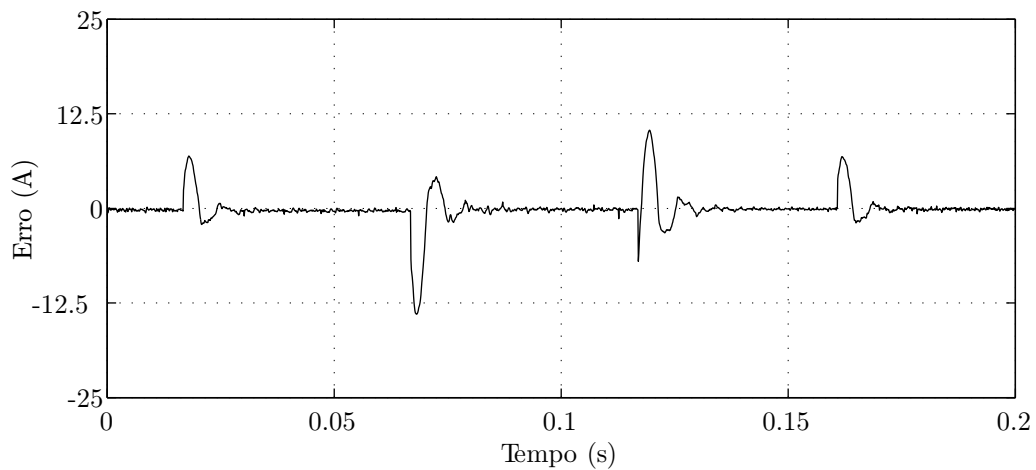
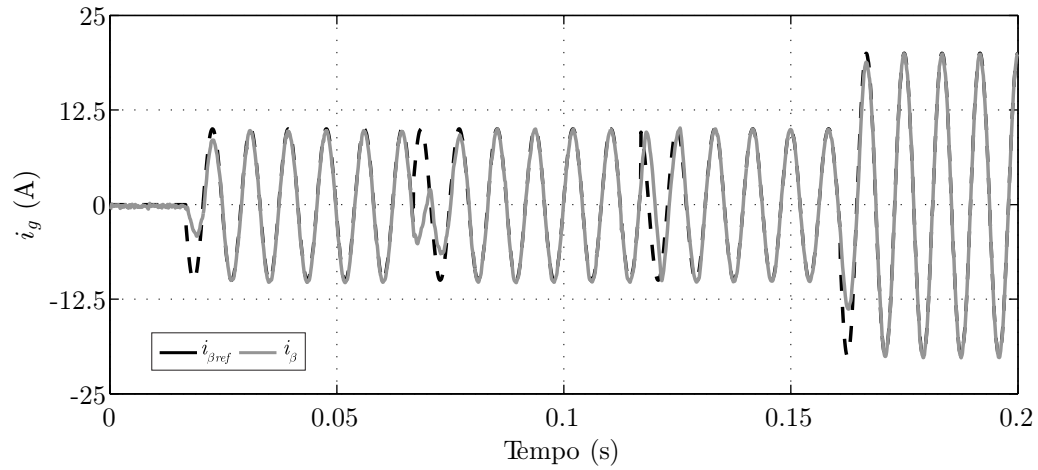
Figura 4.11 – Comparativo de respostas nos *softwares* MATLAB e PSIM, para rastreamento de referência senoidal com mudança de fase e amplitude.



Fonte: Autor.

A Figura 4.12 mostra o resultado experimental para eixo β , para o qual a referência foi devidamente deslocada em relação à do eixo α . Os resultados novamente mostram boa qualidade, com convergência a valores suficientemente pequenos do erro de rastreamento.

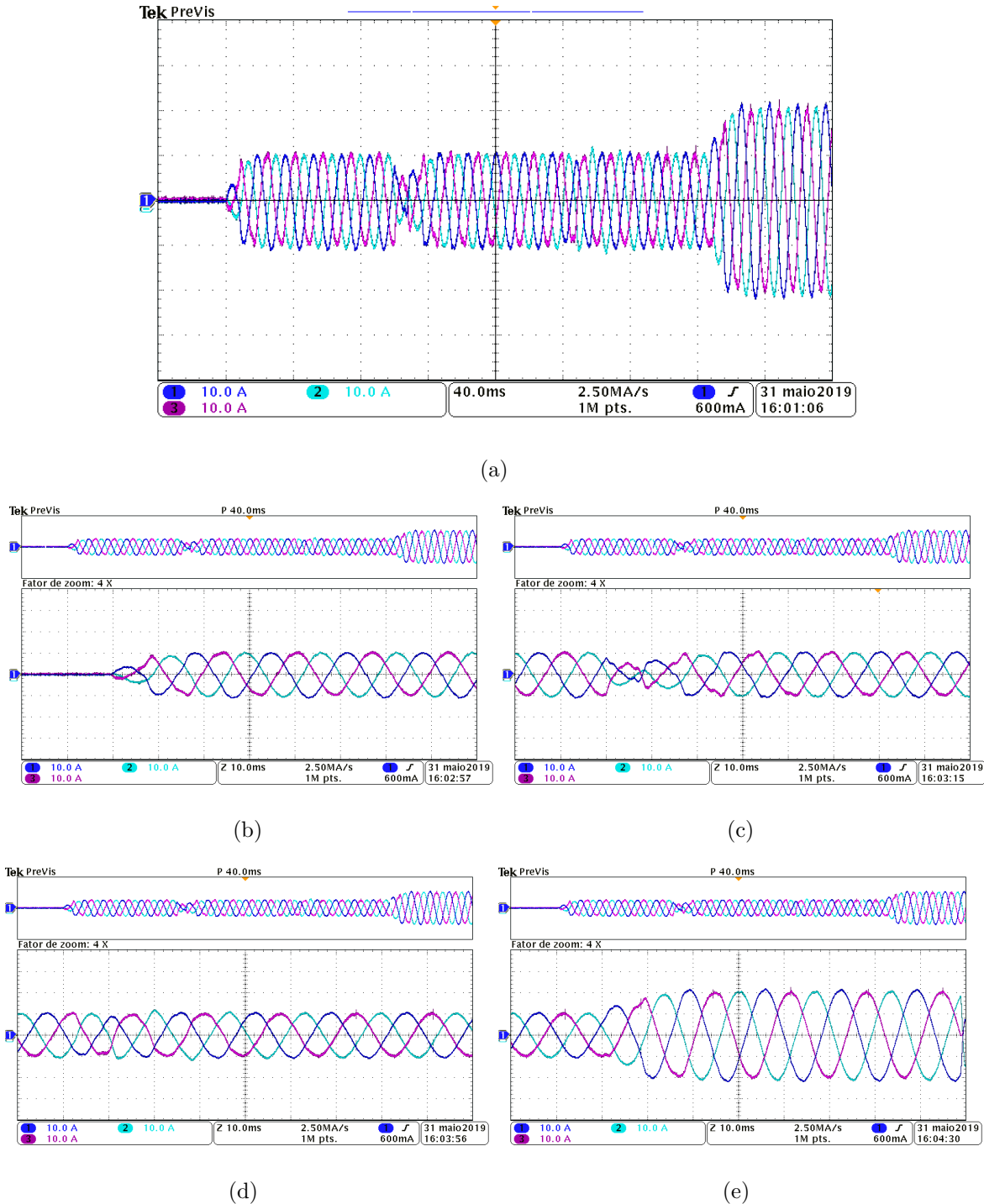
Figura 4.12 – Resultado experimental: rastreamento de referência senoidal com mudança de fase e amplitude utilizados no procedimento baseado no GA: (a) corrente de referência do eixo β e saída e (b) erro de rastreamento.



Fonte: Autor.

As correntes trifásicas injetadas na rede, correspondentes às correntes em α e β , mostradas nas Figuras 4.10(a) e 4.12(a), podem ser vistas na Figura 4.13, com detalhamento de cada um dos transitórios. A estabilidade é confirmada, bem como a rápida recuperação nos transitórios e a boa qualidade das formas de onda das correntes injetadas na rede pelo sistema em malha fechada.

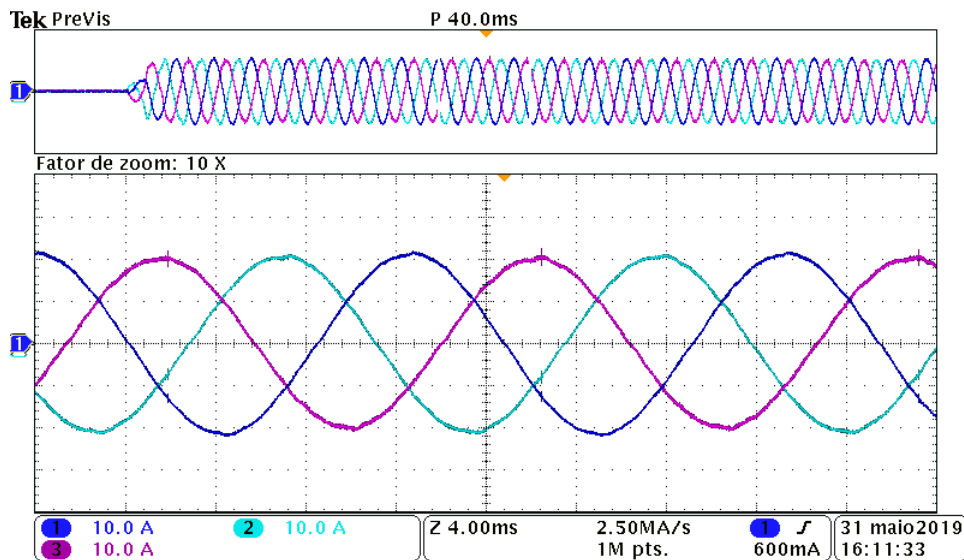
Figura 4.13 – Resultados experimentais com o controlador \mathcal{H}_∞ projetado por meio do GA: correntes trifásicas da rede para o sistema em malha fechada com ganhos (4.5): (a) ensaio completo e (b), (c), (d) e (e) detalhamento nos transitórios.



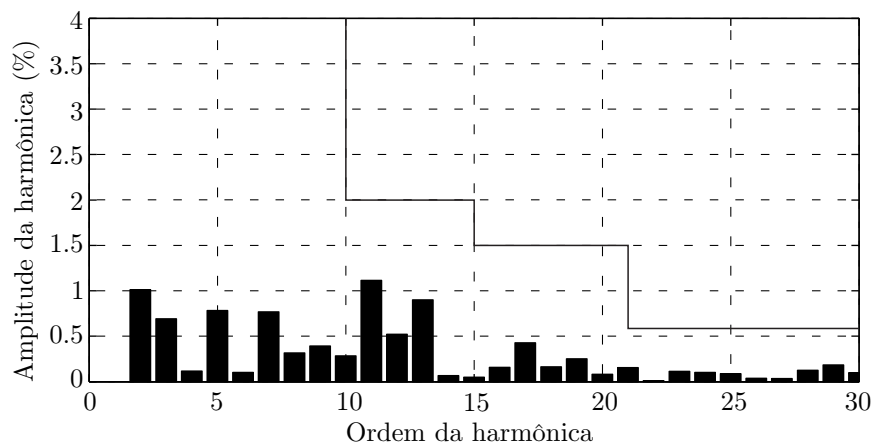
Fonte: Autor.

Para confirmar a boa qualidade das correntes injetadas na rede, um teste de conformidade com conteúdo harmônico dado pela norma IEEE 1547 é realizado. A Figura 4.14(a) mostra as correntes trifásicas da rede em regime permanente, nos canais 1,

Figura 4.14 – Resultado experimental para o controlador (4.5): (a) correntes de rede trifásicas em regime permanente, para o sistema de malha fechada, (b) conteúdo harmônico da forma de onda do canal 1, respeitando os limites da norma IEEE 1547, com THD = 2,9%.



(a)



(b)

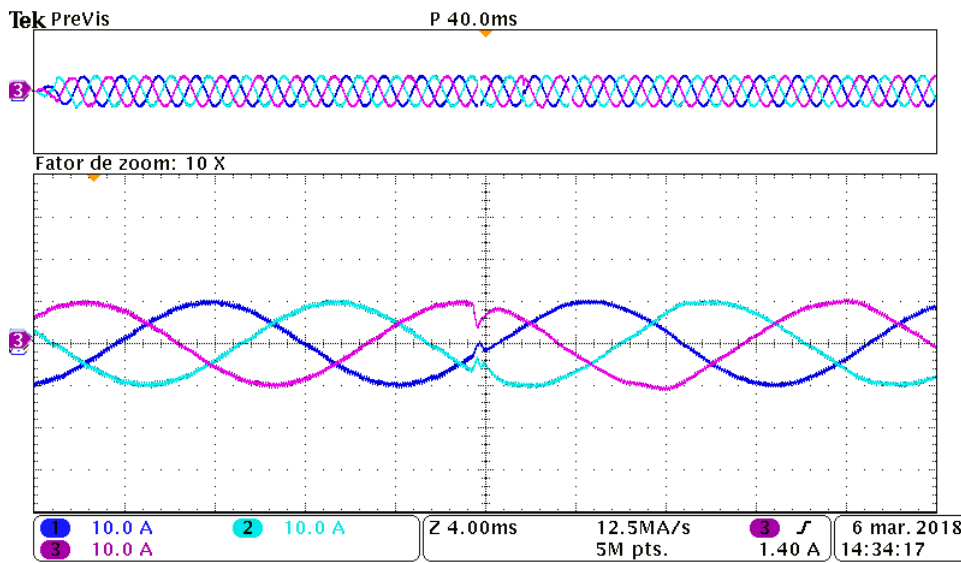
Fonte: Autor.

2 e 3. A Figura 4.14(b) mostra a conformidade das harmônicas individuais, para a forma de onda do canal 1, com os limites prescritos pela norma. Além disso, a THD da forma de onda do canal 1 é de 2,9%, também respeitando o limite de 5%, da norma IEEE 1547. A conformidade com a norma também foi verificada para as correntes dos canais 2 e 3.

Para ilustrar a robustez do sistema em malha fechada em relação a variações da indutância de rede, um teste experimental em curto circuito (i.e., $v_g = 0$) para uma variação abrupta do parâmetro (L_g) é apresentado na Figura 4.15. Neste teste, o sistema começa a operar com uma indutância de saída igual a L_{g2min} e, após atingir o regime

permanente, uma variação para a indutância L_{g2max} é realizada. Pode-se notar que o sistema em malha fechada com o controlador robusto \mathcal{H}_∞ projetado com auxílio do GA, dado em (4.5), é estável, permitindo rápidos transitórios e bom comportamento em regime permanente. A estabilidade robusta neste teste é assegurada pela condição LMI em (3.4), que é válida para o caso de parâmetros variantes no tempo, como mostrado na prova apresentada no Apêndice B.

Figura 4.15 – Resultado experimental para o controlador (4.5), para uma variação abrupta da indutância de saída, de L_{g2min} para L_{g2max}



Fonte: Autor.

4.3.1 Comparação com outros controladores robustos

Na sequência, é ilustrada uma comparação do controlador robusto \mathcal{H}_∞ sintonizado com o auxílio do GA, com o controlador \mathcal{H}_∞ FEAS4, e com um controlador robusto por alocação de polos (denominado aqui de PLOC). O controlador PLOC demanda apenas a escolha de um parâmetro de projeto, sendo utilizado nesta comparação por apresentar grande simplicidade de projeto.

As LMIs de alocação robusta de polos de (MACCARI et al., 2017) foram utilizadas,

com o raio dado em (4.4), levando aos ganhos de controle com $\|\mathbf{K}\|_2 = 69,1$

$$\mathbf{K}' = \begin{bmatrix} -9,353059688467148 \\ -1,589579889308414 \\ -0,015777875878186 \\ -0,433935528613953 \\ 44,811849480795786 \\ -44,223293722177687 \\ 15,748311863986800 \\ -15,389121741872287 \\ 9,140634611305302 \\ -9,334709657823282 \\ 5,046535668505868 \\ -5,662158724612993 \end{bmatrix} \quad (4.6)$$

A Figura 4.16 mostra a comparação experimental dos controladores robustos \mathcal{H}_∞ projetado com auxílio do GA, dado em (4.5), com o controlador PLOC, com ganhos em (4.6). Os sistemas foram testados para as mesmas variações da referência e os resultados são mostrados para o eixo α . Pode-se observar, por meio destes resultados experimentais, que ambos os controladores possuem desempenhos similares em regime permanente, com superioridade nas respostas transitórias do controlador projetado pelo procedimento proposto neste capítulo, o que indica uma vantagem do mesmo.

Por fim, a Figura 4.17 compara as respostas do controlador \mathcal{H}_∞ com ganhos em

Figura 4.16 – Resultado experimental para referência de corrente com variações de fase e amplitude (eixo α) para o controlador robusto \mathcal{H}_∞ (4.5) e para o controlador por alocação de polos robusta (4.6).

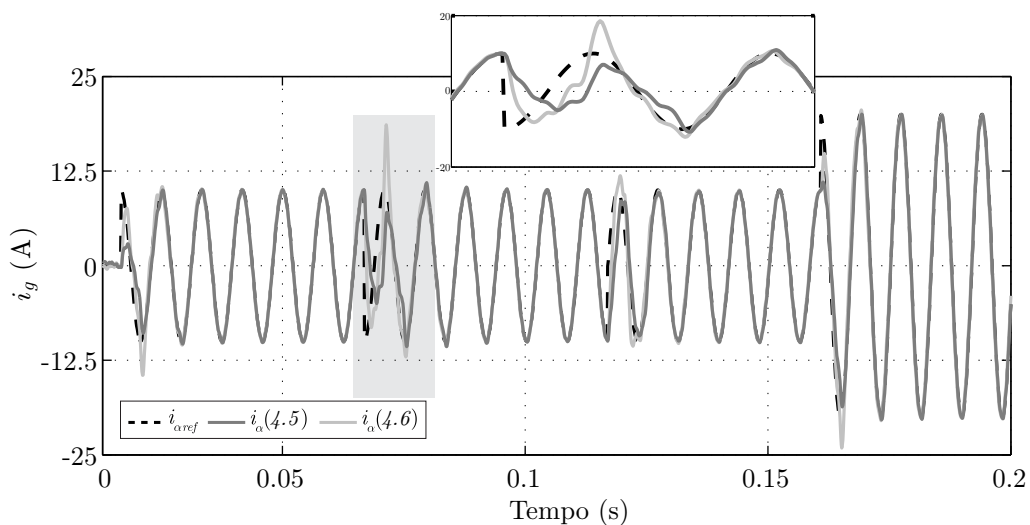
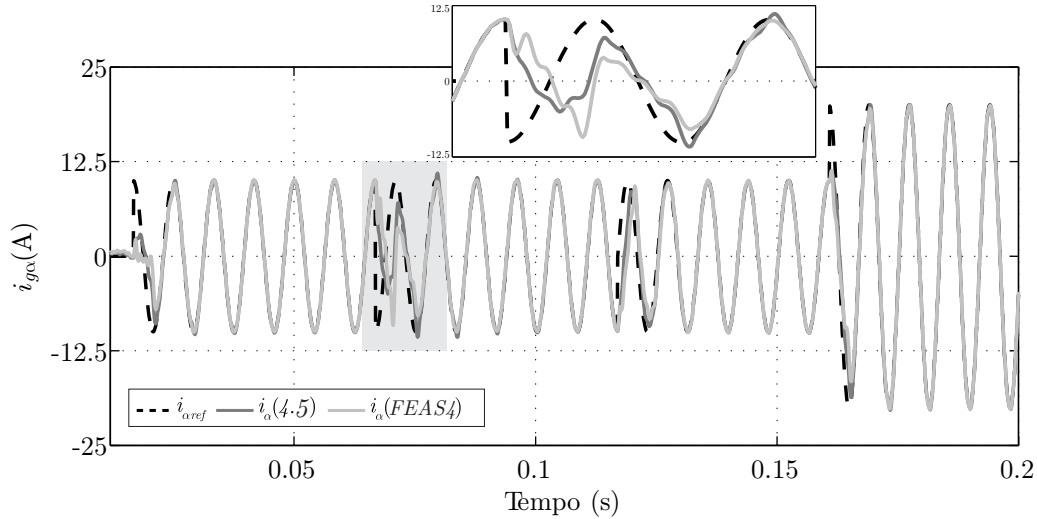


Figura 4.17 – Resultado experimental para referência de corrente com variações de fase e amplitude (eixo α) para o controlador robusto \mathcal{H}_∞ FEAS4 (Tabela 3.5) e para o controlador robusto \mathcal{H}_∞ sintonizado por meio do GA, dado por (4.5).



Fonte: Autor.

(4.5) com o melhor controlador \mathcal{H}_∞ do Capítulo 3 (FEAS4, Tabela 3.5).

Os resultados da Figura 4.17 mostram desempenho satisfatório para ambos os controladores \mathcal{H}_∞ , com boa capacidade de rastreamento referências senoidais e bom desempenho em transitórios e em regime permanente, levando a respostas similares.

É importante mencionar que todos os controladores (PLOC, \mathcal{H}_∞ de FEAS4 e \mathcal{H}_∞ deste capítulo) possuem garantia teórica de robustez para um intervalo de incertezas na indutância da rede, dada pela formulação LMI para os projetos. Então, a principal diferença entre os controladores se dá no método de escolha dos parâmetros das LMIs. O controlador \mathcal{H}_∞ de FEAS4 e o controlador PLOC dependem de escolha heurística dos parâmetros, feita pelo projetista. Isso representa um projeto mais dependente da expertise do projetista e, em geral, que demanda mais tempo de iteração homem máquina. Já o controlador \mathcal{H}_∞ sintonizado com auxílio do GA, é projetado de forma automática, sem depender de nenhuma interação homem máquina após a configuração dos parâmetros do GA. Assim, FEAS4 e o procedimento deste capítulo são alternativas viáveis para obter controladores \mathcal{H}_∞ funcionais na prática, por métodos diferentes de sintonia dos parâmetros das LMIs.

4.4 CONCLUSÕES DO CAPÍTULO

Este capítulo apresentou uma combinação de algoritmo genético com LMIs para projeto de controladores \mathcal{H}_∞ por realimentação de estados para conversores conectados à rede. O GA é usado para sintonizar os parâmetros de entrada das condições LMI,

otimizando o desempenho não em termos de minimização de norma \mathcal{H}_∞ , o que pode levar a controladores inviáveis na prática para esta aplicação, como mostrado no capítulo anterior, mas em termos de uma função objetivo adequada. Esta função tem interesse prático para conversores conectados à rede, permitindo encontrar bom compromisso entre erro de rastreamento (em testes abrangentes de injeção de potência ativa e reativa na rede) e a norma-2 do vetor de ganhos de controle. Como consequência, levam-se em consideração respostas temporais no problema de otimização, que não podem ser incluídas de maneira convexa nos problemas de projeto de controle com as LMI existentes. Assim, o GA é utilizado para encontrar os parâmetros de entrada das LMIs, que fornecem ganhos de controladores \mathcal{H}_∞ por realimentação de estados que garantem robustez contra incerteza paramétrica e correntes de rede em conformidade com a norma IEEE 1547 para esta aplicação.

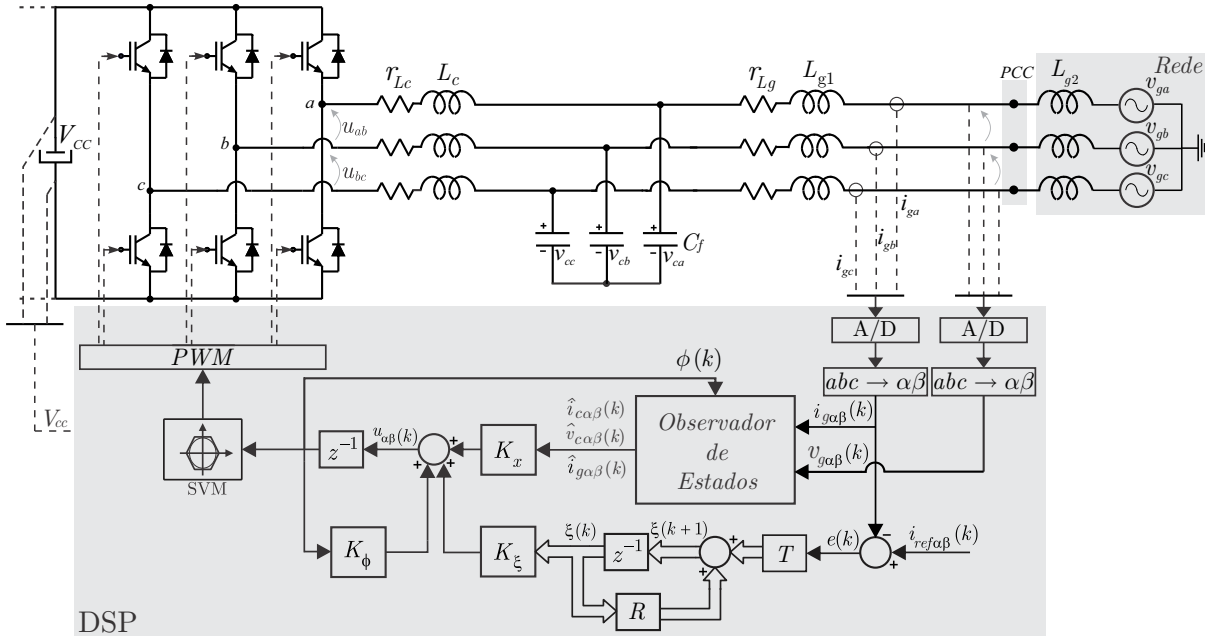
5 OBSERVADOR DE ESTADOS ROBUSTO

A proposta deste capítulo é fornecer um procedimento de projeto dos ganhos de um observador de estados de um filtro LCL, para ser utilizado no controle de corrente de um conversor conectado à rede, assegurando robustez à incerteza paramétrica na indutância de rede. O observador proposto é formulado no domínio de tempo discreto e leva em conta o atraso na implementação do sinal de controle digital. Além disso, garantem-se rastreamento de referências senoidais para as correntes de rede e rejeição de distúrbios com harmônicas na tensão de rede para o sistema em malha fechada com realimentação dos estados observados. Resultados no domínio da frequência e no domínio do tempo confirmam bom desempenho com um controlador baseado na realimentação dos estados observados, e resultados experimentais comprovam a eficiência do procedimento proposto para o projeto de observadores robustos a incertezas, viabilizando a implementação prática de controladores por realimentação de estados com número reduzido de sensores nesta aplicação.

5.1 DESCRIÇÃO DO PROBLEMA

Considere o conversor conectado à rede, com o sistema de controle e observador de estados, dados na Figura 5.1. Da mesma forma que nos capítulos anteriores, neste capítulo a indutância da rede também será tratada como um parâmetro incerto, pertencente a um intervalo real cujos valores máximos e mínimos são dados na Tabela C.1. A modelagem do observador é desenvolvida em coordenadas α e β , da mesma forma que o controle apresentado no Capítulo 2, resultando em duas malhas idênticas, com referências defasadas de 90° . Cabe também mencionar que, em comparação com a configuração mostrada na Figura 2.1, aqui apenas as correntes de saída do filtro (correntes de rede) são medidas, reduzindo significativamente o número de sensores necessário para a implementação da lei de controle.

Figura 5.1 – Inversor trifásico conectado à rede por meio de um filtro LCL e sistema de controle com observador de estados.



Fonte: Autor.

No caso de sistemas sem incertezas paramétricas é possível projetar os ganhos de realimentação de estados, $[K_x K_\phi K_\xi]$, por meio de técnicas não robustas como, por exemplo, alocação de polos ou controle ótimo (projetados, por exemplo, com comandos *place* e *dlqr*, no MATLAB). No caso de sistemas incertos como (2.28), é possível utilizar, por exemplo, as condições dos capítulos 3 e 4 do presente trabalho para o projeto de controladores robustos.

Aqui, o principal problema a ser resolvido é o projeto dos ganhos de um observador de estados robusto à incerteza paramétrica em L_g , para o controle de corrente de conversores conectados à rede, utilizando a realimentação dos estados observados. Um procedimento sistemático para a solução deste problema é dado a seguir.

5.2 MODELAGEM E PROCEDIMENTO DE PROJETO DO OBSERVADOR

Suponha o modelo de observador dos estados da planta

$$\hat{\mathbf{x}}(k+1) = \mathbf{A}_{do}\hat{\mathbf{x}}(k) + \mathbf{B}_{udo}\phi(k) + \mathbf{B}_{ddo}v_g(k) + \Gamma(\mathbf{C}_o\mathbf{x}(k) - \mathbf{C}_o\hat{\mathbf{x}}(k)) \quad (5.1)$$

com $\hat{\mathbf{x}}$ sendo o vetor de estados observados e Γ sendo o vetor de ganhos do observador de estados. Note que este observador é sujeito ao sinal de controle atrasado, ϕ , e a um distúrbio externo, v_g .

Nesta representação, as matrizes do observador, \mathbf{A}_{do} , \mathbf{B}_{udo} e \mathbf{B}_{ddo} , são fixas, escolhidas pelo projetista, dentro dos conjuntos $\mathbf{A}_d(\boldsymbol{\theta})$, $\mathbf{B}_{ud}(\boldsymbol{\theta})$ e $\mathbf{B}_{dd}(\boldsymbol{\theta})$. Portanto, as matrizes do observador serão escolhidas *a priori* e o vetor de ganhos do observador, $\boldsymbol{\Gamma}$, será calculado *offline*, conforme descrito a seguir. Como não haverá nenhuma atualização em tempo real das matrizes e do ganho do observador, este terá uma implementação simples, mas deverá ser robusto frente às incertezas paramétricas da planta.

A descrição (5.1) pode ser expressa como

$$\hat{\mathbf{x}}(k+1) = (\mathbf{A}_{do} - \boldsymbol{\Gamma}\mathbf{C}_o)\hat{\mathbf{x}}(k) + \mathbf{B}_{udo}\phi(k) + \mathbf{B}_{ddo}v_g(k) + \boldsymbol{\Gamma}\mathbf{C}_o\mathbf{x}(k) \quad (5.2)$$

O sistema aumentado (2.28), incluindo o observador (5.2), é dado por

$$\begin{bmatrix} \mathbf{x}(k+1) \\ \phi(k+1) \\ \boldsymbol{\xi}(k+1) \\ \hat{\mathbf{x}}(k+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_d(\boldsymbol{\theta}) & \mathbf{B}_{ud}(\boldsymbol{\theta}) & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & 0 & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ -\mathbf{T}\mathbf{C}_o & \mathbf{0} & \mathbf{R} & \mathbf{0} \\ \boldsymbol{\Gamma}\mathbf{C}_o & \mathbf{B}_{udo} & \mathbf{0} & \mathbf{A}_{do} - \boldsymbol{\Gamma}\mathbf{C}_o \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{x}(k) \\ \phi(k) \\ \boldsymbol{\xi}(k) \\ \hat{\mathbf{x}}(k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ 1 \\ \mathbf{0} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} u(k) + \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ 0 \\ \mathbf{T} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} i_{ref}(k) + \begin{bmatrix} \mathbf{B}_{dd}(\boldsymbol{\theta}) \\ 0 \\ \mathbf{0} \\ \mathbf{B}_{ddo} \end{bmatrix} v_g(k) \quad (5.3)$$

Para a implementação da lei de controle por realimentação dos estados observados, em vez da utilização dos estados reais, pode-se se empregar a expressão

$$u(k) = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & K_\phi & \mathbf{K}_\xi & \mathbf{K}_x \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{x}(k) \\ \phi(k) \\ \boldsymbol{\xi}(k) \\ \hat{\mathbf{x}}(k) \end{bmatrix} \quad (5.4)$$

Note que na lei de controle em (5.4) os ganhos relativos a $\mathbf{x}(k)$ foram zerados e que os ganhos relativos aos estados observados $\hat{\mathbf{x}}(k)$ são os ganhos anteriormente calculados para os estados reais (i.e, ganhos \mathbf{K}_x).

Substituindo (5.4) em (5.3), pode-se escrever

$$\begin{bmatrix} \mathbf{x}(k+1) \\ \phi(k+1) \\ \boldsymbol{\xi}(k+1) \\ \hat{\mathbf{x}}(k+1) \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} \mathbf{A}_d(\boldsymbol{\theta}) & \mathbf{B}_{ud}(\boldsymbol{\theta}) & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & K_\phi & \mathbf{K}_\xi & \mathbf{K}_x \\ -\mathbf{T}\mathbf{C} & \mathbf{0} & \mathbf{R} & \mathbf{0} \\ \boldsymbol{\Gamma}\mathbf{C}_o & \mathbf{B}_{udo} & \mathbf{0} & \mathbf{A}_{do} - \boldsymbol{\Gamma}\mathbf{C}_o \end{bmatrix}}_{\mathbf{A}_{ci}(\boldsymbol{\theta})} \begin{bmatrix} \mathbf{x}(k) \\ \phi(k) \\ \boldsymbol{\xi}(k) \\ \hat{\mathbf{x}}(k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ 0 \\ \mathbf{T} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} i_{ref}(k) + \begin{bmatrix} \mathbf{B}_{dd}(\boldsymbol{\theta}) \\ 0 \\ \mathbf{0} \\ \mathbf{B}_{ddo} \end{bmatrix} v_g(k) \quad (5.5)$$

Para o projeto dos ganhos do observador robusto, com os quais a estabilidade em malha fechada deve ser garantida, propõe-se o seguinte procedimento:

- i. obter ganhos \mathbf{K}_x , K_ϕ e \mathbf{K}_ξ de um controlador robusto, utilizando, por exemplo, as LMIs do Capítulo 3;

- ii. computar os ganhos $\mathbf{\Gamma}$ do observador robusto, resolvendo, para as variáveis matriciais \mathbf{W} e \mathbf{Z} , a LMI

$$\begin{bmatrix} \mathbf{W} & r^{-1}(\mathbf{W}\mathbf{G}_i + \mathbf{Z}'\mathbf{C}_i) \\ \star & \mathbf{W} \end{bmatrix} > \mathbf{0}; i = 1, 2; \mathbf{\Gamma}' = \mathbf{Z}\mathbf{W}^{-1} \quad (5.6)$$

para os vértices \mathbf{G}_i e $\mathbf{C}_i = \mathbf{C}$, dados em (2.29), e para um valor de r escolhido pelo projetista no intervalo $0 < r \leq 1$;

- iii. testar a estabilidade robusta de $\mathbf{A}_{cl}(\boldsymbol{\theta})$ em (5.5), utilizando as LMIs

$$\mathbf{A}'_i \mathbf{P}_i \mathbf{A}_i - \mathbf{P}_i < -\mathbf{I}, \quad i = 1, 2, \quad (5.7)$$

$$\mathbf{A}'_i \mathbf{P}_i \mathbf{A}_j + \mathbf{A}'_j \mathbf{P}_i \mathbf{A}_i + \mathbf{A}'_i \mathbf{P}_j \mathbf{A}_i - 2\mathbf{P}_i - \mathbf{P}_j < \mathbf{I}, \quad i = 1, 2, \quad j = 1, 2, \quad j \neq i \quad (5.8)$$

- iv. testar o desempenho do sistema em malha fechada e, caso necessário, retornar ao passo ii, escolhendo um novo valor de r .

Note que a LMI (5.6) é obtida por meio da expressão (A.18), utilizando dualidade, isto é, substituindo \mathbf{A}' por \mathbf{G}_i e \mathbf{B}' por \mathbf{C}_i , e as LMIs da etapa *iii.* são obtidas a partir do Lema 1 de (RAMOS; PERES, 2001) para $N=2$ vértices, sendo LMIs menos conservadoras para a avaliação da estabilidade robusta a incerteza paramétrica.

É importante destacar que a incerteza paramétrica na planta dificulta o projeto do observador, não sendo aplicável o princípio da separação, como pode ser visto pela estrutura da matriz $\mathbf{A}_{cl}(\boldsymbol{\theta})$ em (5.5) (CHEN, 1999). Neste caso torna-se útil o procedimento proposto acima.

5.3 VALIDAÇÃO DO PROCEDIMENTO PROPOSTO

Considere os parâmetros da planta dados na Tabela C.1, no Apêndice C, com indutância da rede expressa em um intervalo de incerteza.

Primeiramente, observe que a formulação na Seção 5.2 supõe i_g como variável medida. Neste caso, a matriz de observabilidade da planta para os parâmetros da Tabela C.1 mostra posto completo de colunas para todos os valores de L_{g2} na Tabela C.1, do Apêndice C, indicando observabilidade.

Para os controladores ressonantes, foram escolhidas novamente as frequências da fundamental (60 Hz), terceira, quinta e sétima harmônicas. Para contemplar o passo i do procedimento de projeto da Seção 5.2, utilizam-se os ganhos de um controlador robusto, escolhendo-se aqui os ganhos de FEAS4, obtidos no Capítulo 3, com $\|\mathbf{K}\|_2 = 77, 1$, dados

por

$$\mathbf{K}' = \begin{bmatrix} -14,180247277834162 \\ -3,224870507476705 \\ -1,574803210541191 \\ -0,636865357646280 \\ 23,512712141873578 \\ -23,599412367255240 \\ 23,745476500114592 \\ -24,486774674302922 \\ 25,260093149822524 \\ -27,157940717229565 \\ 30,934085033476606 \\ -33,574155312844596 \end{bmatrix} \quad (5.9)$$

Para o passo *ii*, foi foram feitas escolhas de valores de r decrescentes, a partir de $r = 1$, e o valor de $r = 0,83$ foi suficiente pequeno para boa resposta dinâmica do observador.

Resolvendo-se as LMIs (5.6), para $r = 0,83$, são obtidos os ganhos do observador robusto, dados por

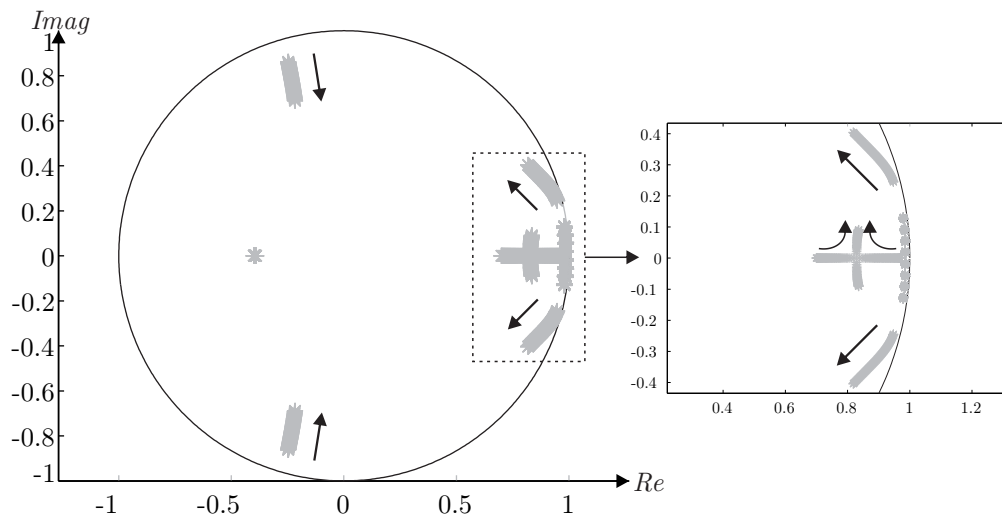
$$\mathbf{\Gamma}' = [1,513276229306577 \quad 9,768598859297070 \quad 1,991665135874590] \quad (5.10)$$

Para o passo *iii* do procedimento da Seção 5.2, primeiramente são computados os vértices \mathbf{A}_{cli} de (5.5). As matrizes do observador, \mathbf{A}_{do} e \mathbf{B}_{udo} , foram escolhidas, neste exemplo, para a condição $L_g = L_{gmax}$. As LMIs (5.7)–(5.8) são factíveis para os vértices \mathbf{A}_{cli} , confirmando a estabilidade robusta do sistema em malha fechada com realimentação dos estados do observador robusto.

Para o passo *iv*, as figuras 5.2 a 5.7, detalhadas a seguir, confirmam o bom desempenho, nos domínios da frequência e do tempo, do sistema com observador robusto proposto.

A Figura 5.2 mostra os autovalores do sistema em malha fechada com realimentação dos estados observados, com ganho do controlador e do observador dados, respectivamente, em (5.9) e (5.10), para uma varredura em L_{g2} de $[0, 1]$ mH . Nota-se que todos os autovalores estão dentro do círculo de raio unitário, indicando estabilidade robusta à incerteza paramétrica, conforme previsto pela factibilidade das LMIs (5.7)–(5.8). As setas indicam a direção dos autovalores para operação desde L_{g2min} até L_{g2max} .

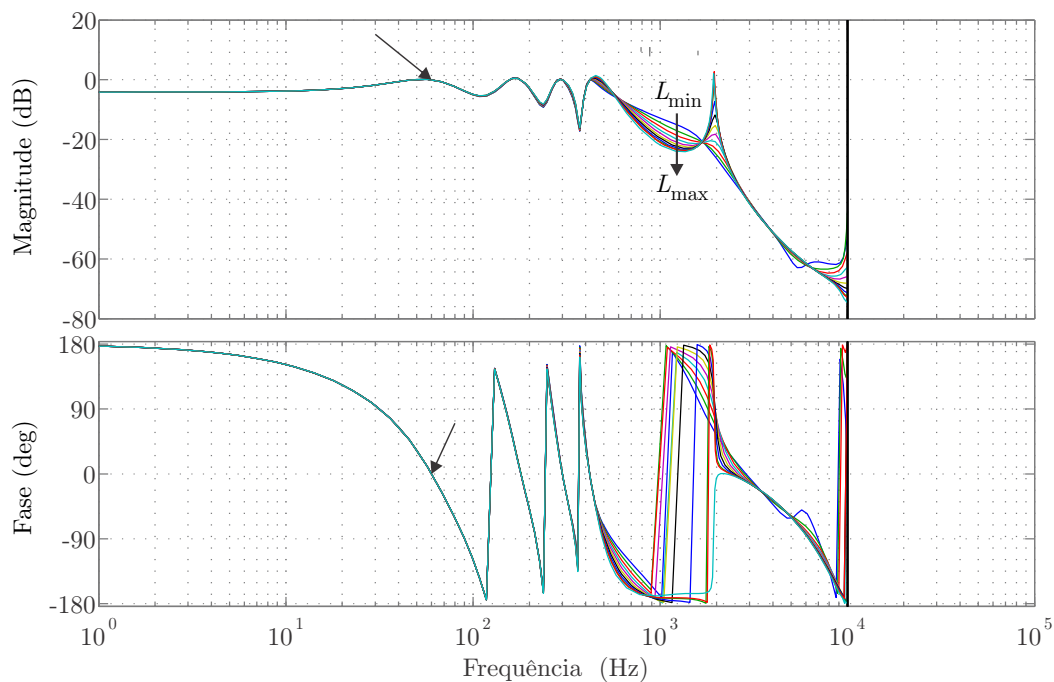
Figura 5.2 – Autovalores do sistema em malha fechada com observador robusto, com ganhos de controle dados em (5.9) e ganhos do observador dados em (5.10).



Fonte: Autor.

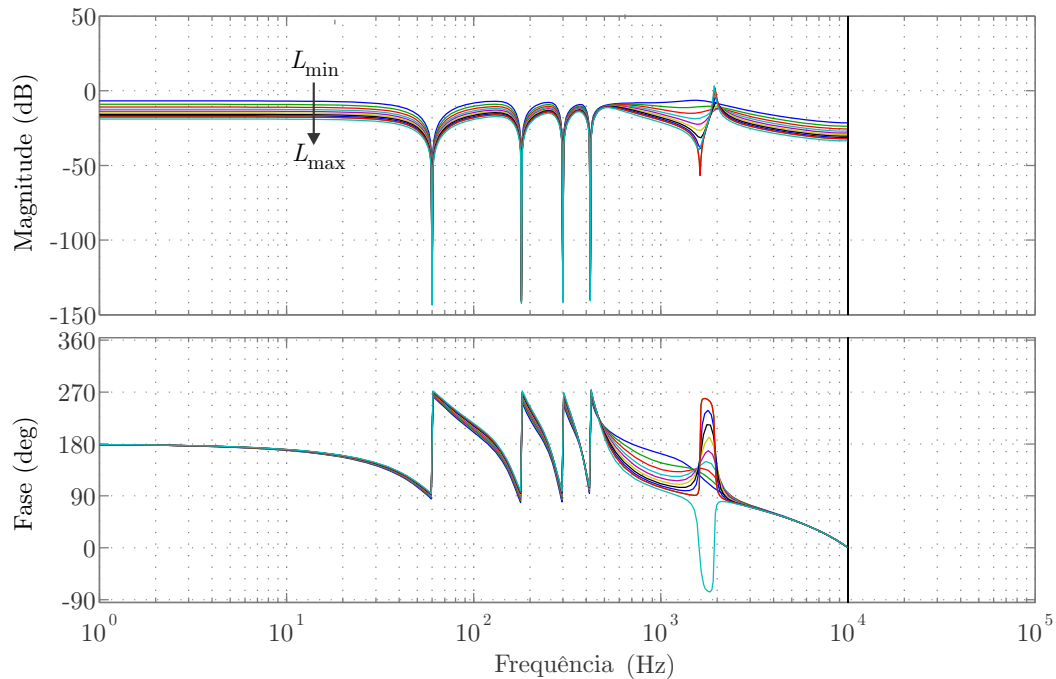
As figuras 5.3 e 5.4 ilustram, respectivamente, a capacidade de o sistema em malha fechada com observador, descritos por (5.5), com ganhos (5.9) e (5.10), rastrear referências senoidais em 60 Hz e rejeitar harmônicas ímpares na tensão de rede, tanto para operação com indutância mínima quanto para operação com indutância máxima de rede.

Figura 5.3 – Diagramas de Bode da referência para a saída do sistema em malha fechada com realimentação dos estados observados, mostrando ganho 0 dB e fase de 0° na frequência de 60 Hz, indicando rastreamento de referências senoidais.



Fonte: Autor.

Figura 5.4 – Diagramas de Bode do distúrbio da tensão de rede para a saída do sistema em malha fechada com realimentação dos estados observados, mostrando grandes atenuações nas frequências dos ressonantes, indicando rejeição de harmônicas na tensão da rede.



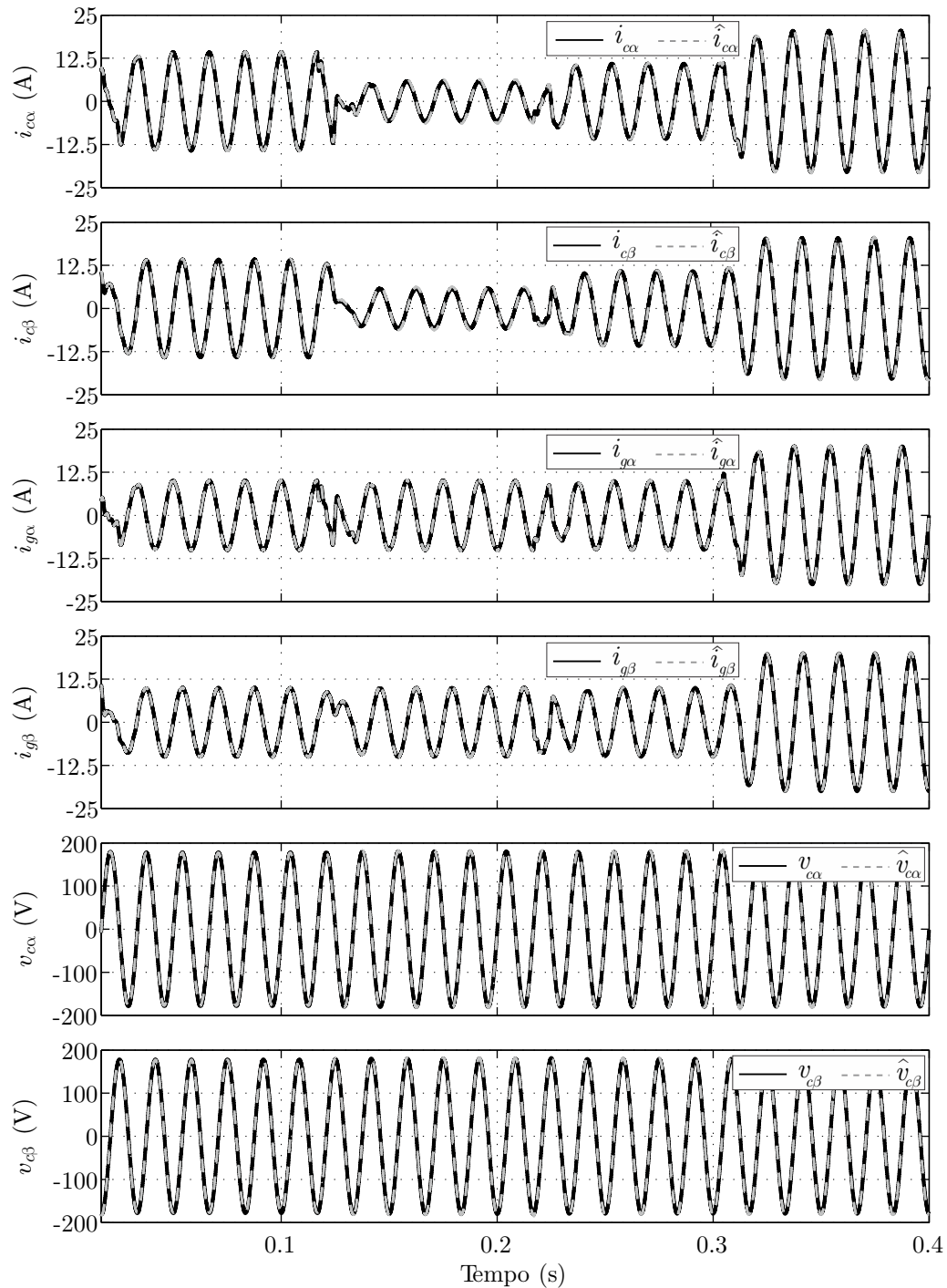
Fonte: Autor.

5.4 RESULTADOS DE SIMULAÇÃO

As figuras 5.5 e 5.6 mostram resultados de simulação no PSIM¹, para o sistema operando em malha fechada com o controlador robusto com ganhos dados por (5.9), e realimentação dos estados observados, com os ganhos do observador robusto dados em (5.10). Os resultados mostrados são os estados reais (i_c , i_g e v_c), juntamente com os respectivos estados observados (\hat{i}_c , \hat{i}_g e \hat{v}_c), para os eixos α e β , para um ensaio de variações de amplitude e fase da referência. Em todo o intervalo de tempo desta simulação, nota-se a boa correspondência das variáveis reais (medidas) com as respectivas variáveis observadas, para os dois casos extremos de indutância de rede.

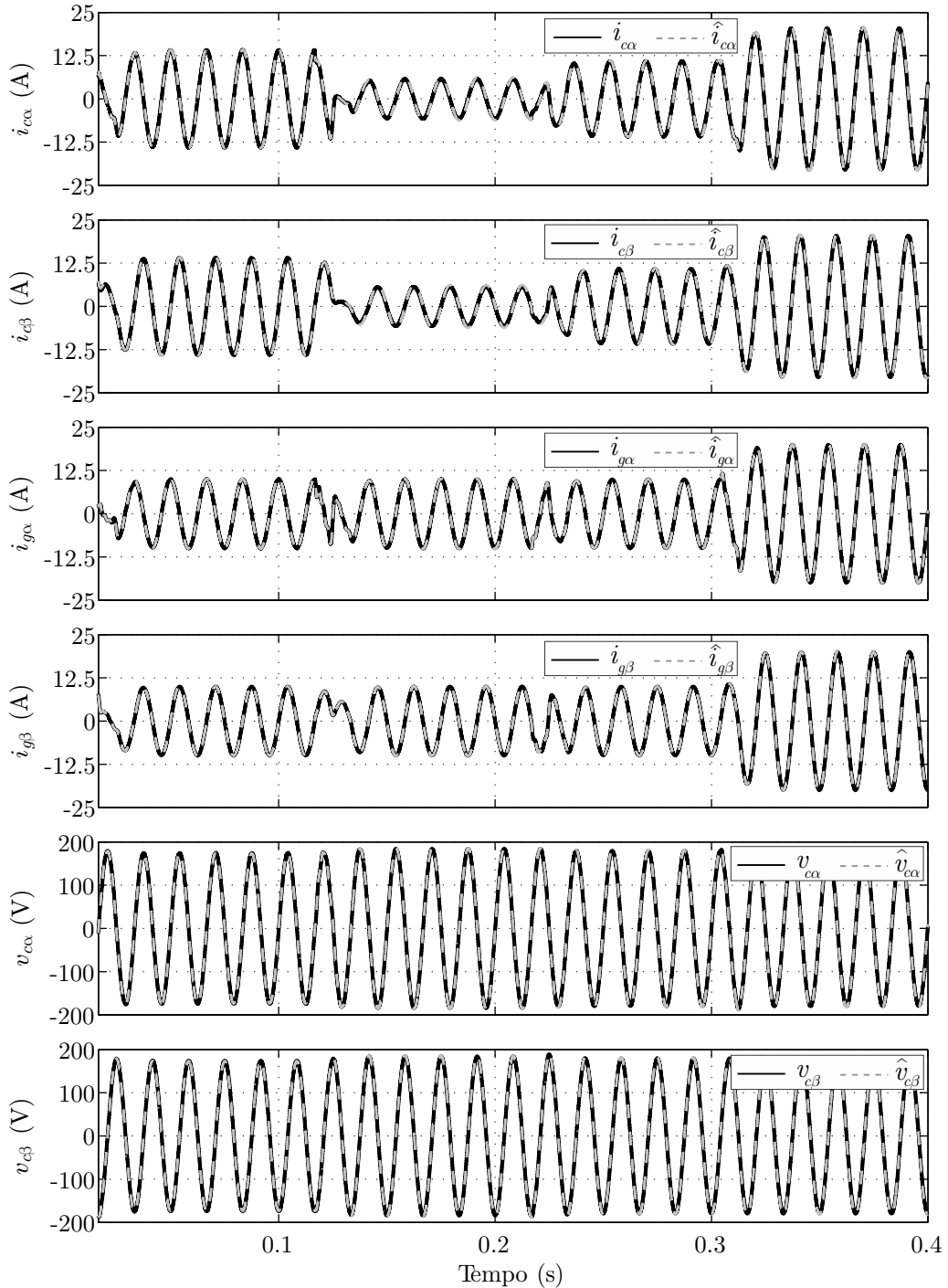
¹Para mais detalhes da simulação no PSIM, veja Seção 3.2.

Figura 5.5 – Resultados de simulação no PSIM comparando estados reais e estados observados para a condição de indutância da rede dada por L_{g2min} , para um ensaio de variação de potência injetada na rede: estados reais ($i_{c\alpha\beta}$, $i_{g\alpha\beta}$ e $v_{c\alpha\beta}$) e respectivos estados observados ($\hat{i}_{c\alpha\beta}$, $\hat{i}_{g\alpha\beta}$ e $\hat{v}_{c\alpha\beta}$).



Fonte: Autor.

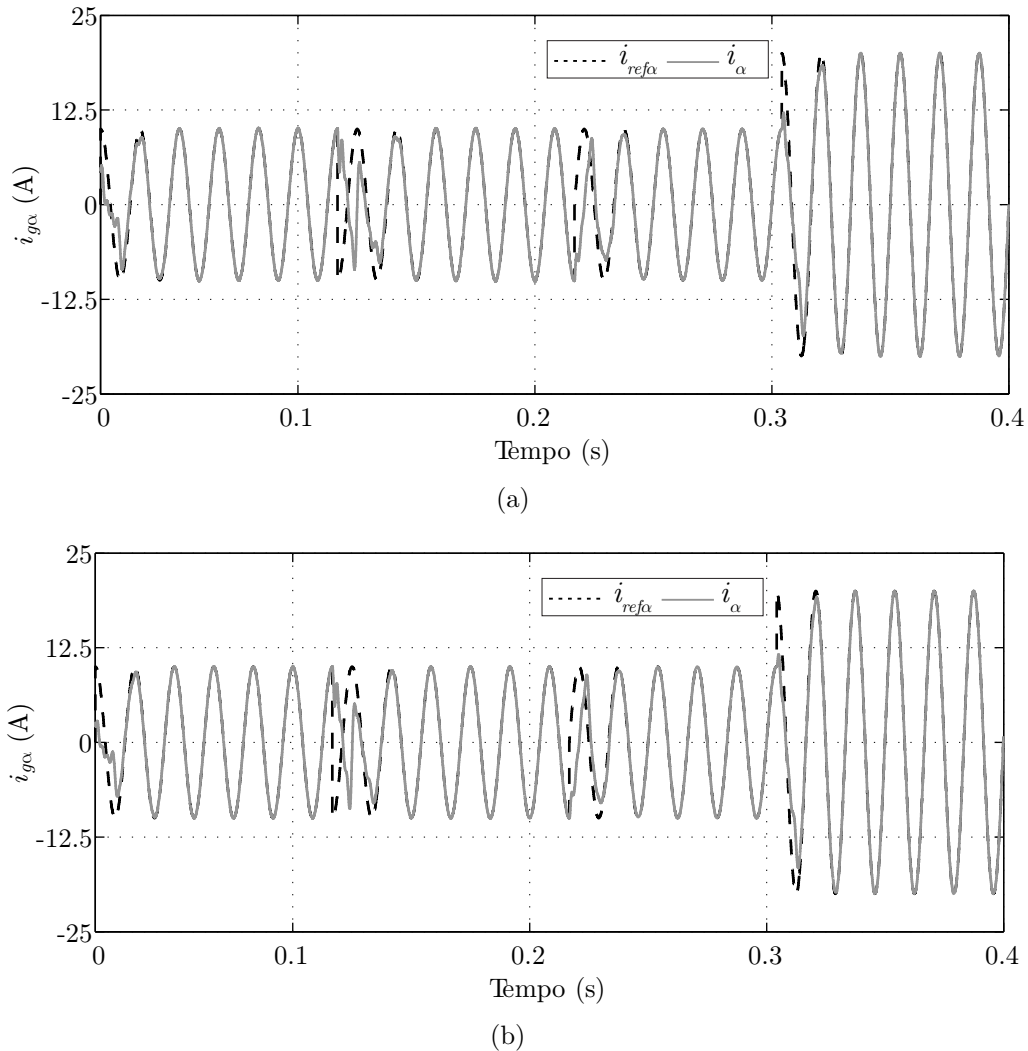
Figura 5.6 – Resultados de simulação no PSIM comparando estados reais e estados observados para a condição de indutância da rede dada por L_{g2max} , para um ensaio de variação de potência injetada na rede: estados reais ($i_{c\alpha\beta}$, $i_{g\alpha\beta}$ e $v_{c\alpha\beta}$) e respectivos estados observados ($\hat{i}_{c\alpha\beta}$, $\hat{i}_{g\alpha\beta}$ e $\hat{v}_{c\alpha\beta}$).



Fonte: Autor.

A Figura 5.7 ilustra bons desempenhos transitórios e em regime permanente no rastreamento de referência, com variações de fase e amplitude, para o sistema em malha fechada operando com realimentação dos estados observados, para testes nos dois casos

Figura 5.7 – Resultados de simulação: sinais de referência e de saída para o sistema em malha fechada com observador robusto para operação com: (a) indutância mínima de rede, (b) indutância máxima de rede.



Fonte: Autor.

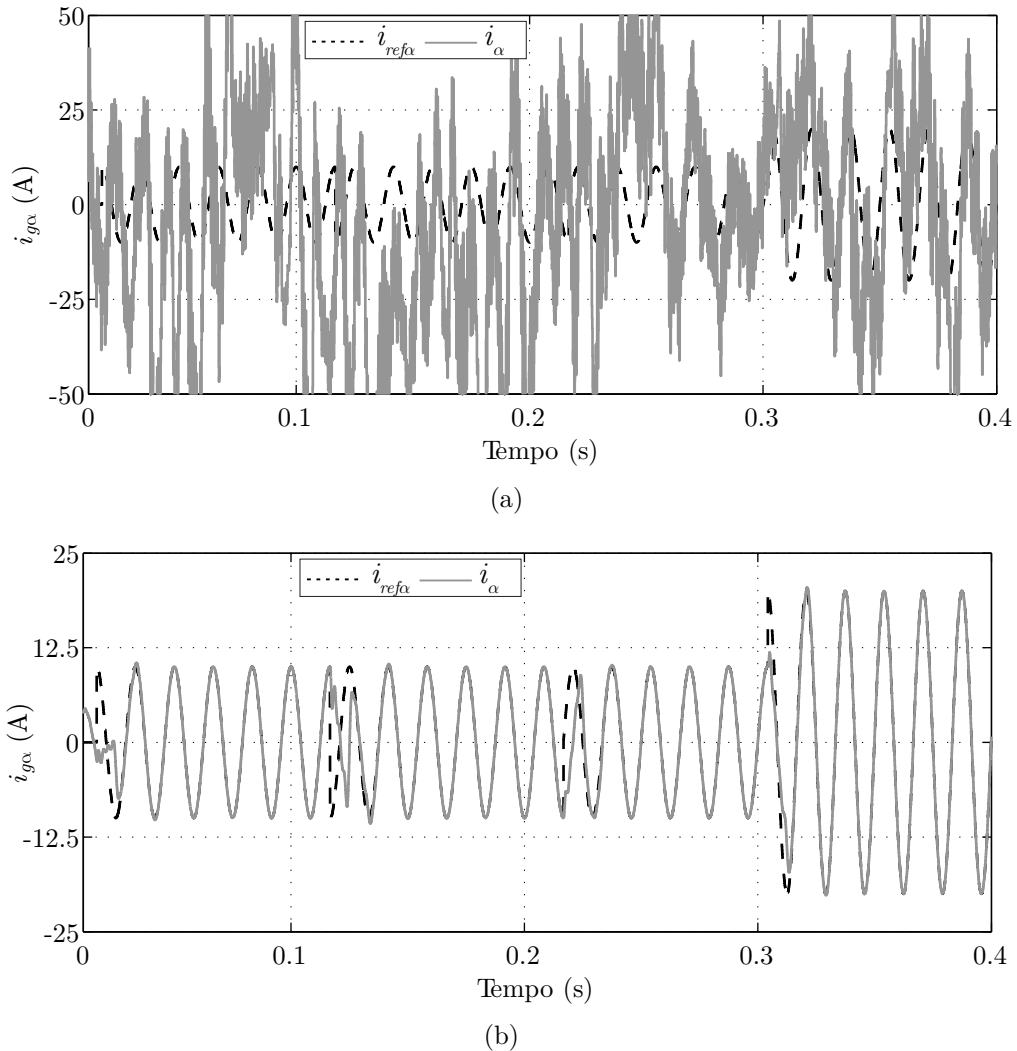
extremos de indutância de rede.

5.4.1 Comparação com observador não robusto

Para uma análise comparativa de resultados, suponha agora o projeto de um observador convencional (não robusto). Escolhendo como condição nominal o caso de indutância máxima de rede e alocando os autovalores da matriz dinâmica do observador não robusto, em (5.2), nas posições 0,1, 0,3 e 0,5, o comando *place* do MATLAB permite obter os ganhos

$$\Gamma' = [7,618679537139544 \quad 29,795351545924731 \quad 2,029364300034916] \quad (5.11)$$

Figura 5.8 – Resultados de simulação: referência e saída para o sistema em malha fechada com observador não robusto com ganhos (5.11) para: (a) indutância mínima de rede, (b) indutância máxima de rede.



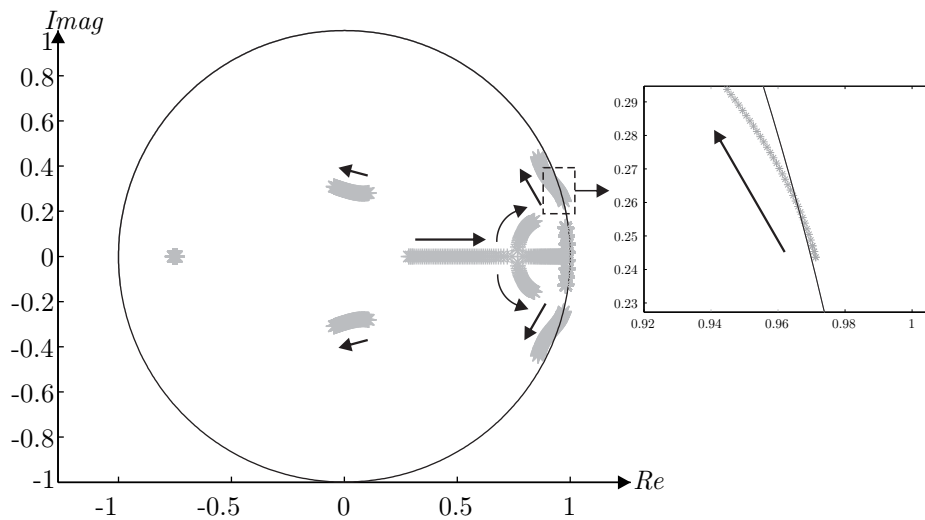
Fonte: Autor.

para este projeto de observador.

O mesmo ensaio mostrado na Figura 5.7, para o observador robusto, é ilustrado na Figura 5.8 para o observador não robusto. Nota-se claramente a instabilidade para o caso de operação com indutância mínima de rede.

A Figura 5.9 explica o comportamento instável com o observador não robusto, devido aos autovalores fora do círculo de raio unitário para valores de indutância de rede no intervalo de $[0, 1]$ mH, confirmando a vantagem de utilizar observadores robustos para esta aplicação. É importante mencionar que é possível melhorar a qualidade dos resultados com um observador convencional, porém é difícil sintonizar o observador por tentativa e erro, para um único vértice, e manter a garantia de estabilidade e desempenho para todo o conjunto de incerteza paramétrica na rede, indicando novamente a importância de um

Figura 5.9 – Autovalores do sistema em malha fechada com observador não robusto, com ganhos do observador dados em (5.11).



Fonte: Autor.

procedimento sistemático de projeto de observador robusto para esta aplicação.

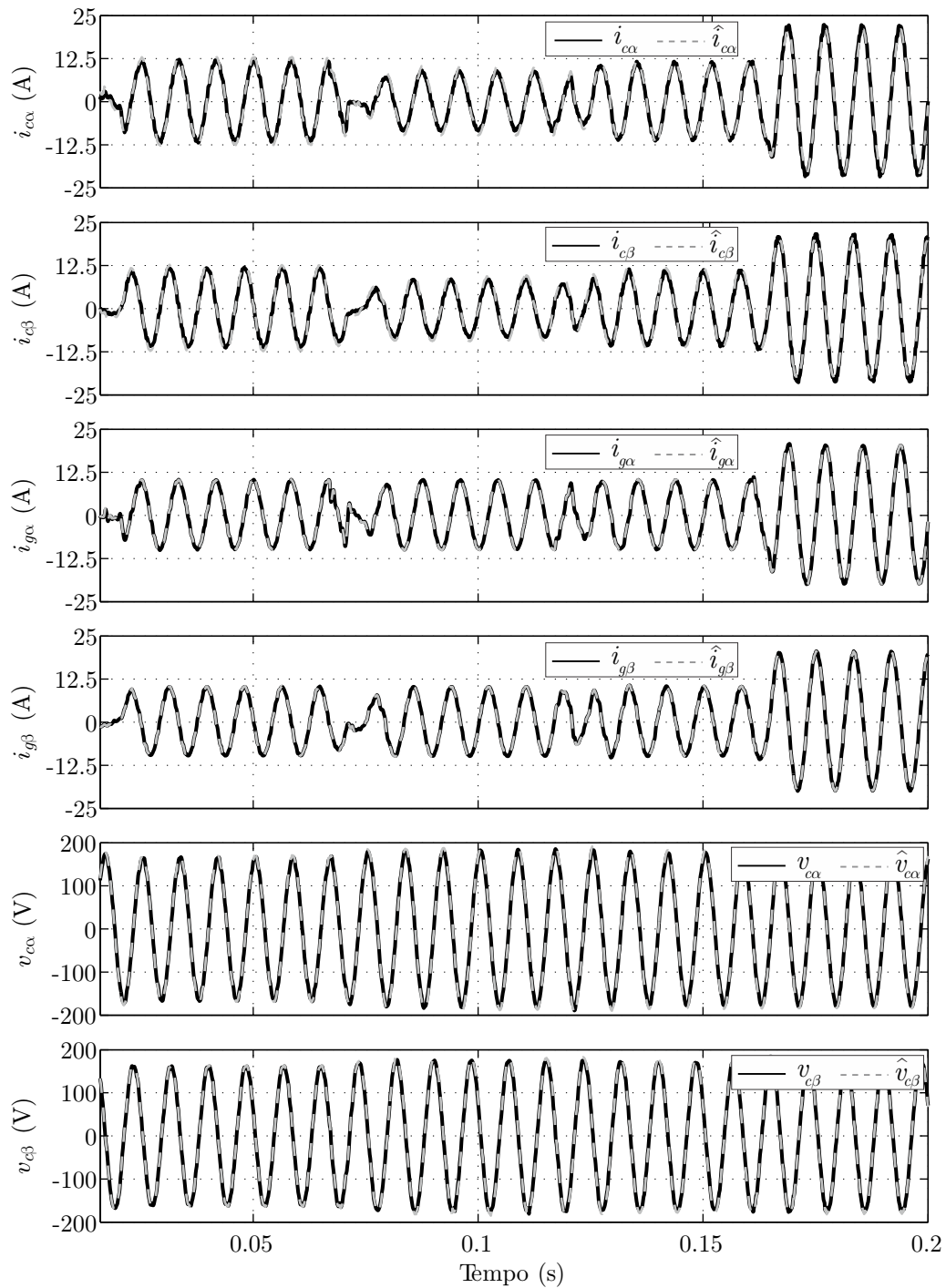
5.5 RESULTADOS EXPERIMENTAIS

Usando o mesmo protótipo detalhado no Apêndice C, considerando agora resistências parasitas no filtro, e o padrão de referência de corrente de rede utilizado nas simulações, são mostrados nas figuras 5.10 a 5.13 os resultados experimentais do sistema em malha fechada com controlador com ganhos dados por (5.9), e realimentação dos estados observados, com ganhos do observador dados em (5.10) e estados iniciais do observador zerados. Estes resultados confirmam a viabilidade prática da implementação do controle com realimentação dos estados observados, com bom rastreamento de referências senoidais e baixo conteúdo harmônico das correntes trifásicas injetadas na rede.

Cabe mencionar que a estabilidade do sistema em malha fechada independe do vértice escolhido como matriz \mathbf{A}_{do} na implementação da equação do observador. Entretanto, a qualidade dos resultados com o observador de estados depende da escolha da matriz \mathbf{A}_{do} em (5.5) pertencente a $\mathbf{A}(\boldsymbol{\theta})$. No estudo de caso em questão, representar as matrizes do observador para a condição de rede L_{g2max} fornece os melhores resultados, ou seja, a rede real apresenta uma característica mais próxima de rede fraca.

A Figura 5.10 atesta a boa qualidade dos resultados com o observador robusto proposto, com boa correspondência das variáveis reais com as observadas, para os eixos α e β . Nota-se que o observador não tem garantia de erro nulo de observação, mas tem garantia de erro desprezível no rastreamento de referência, como pode ser confirmado nas figuras 5.3 e 5.11.

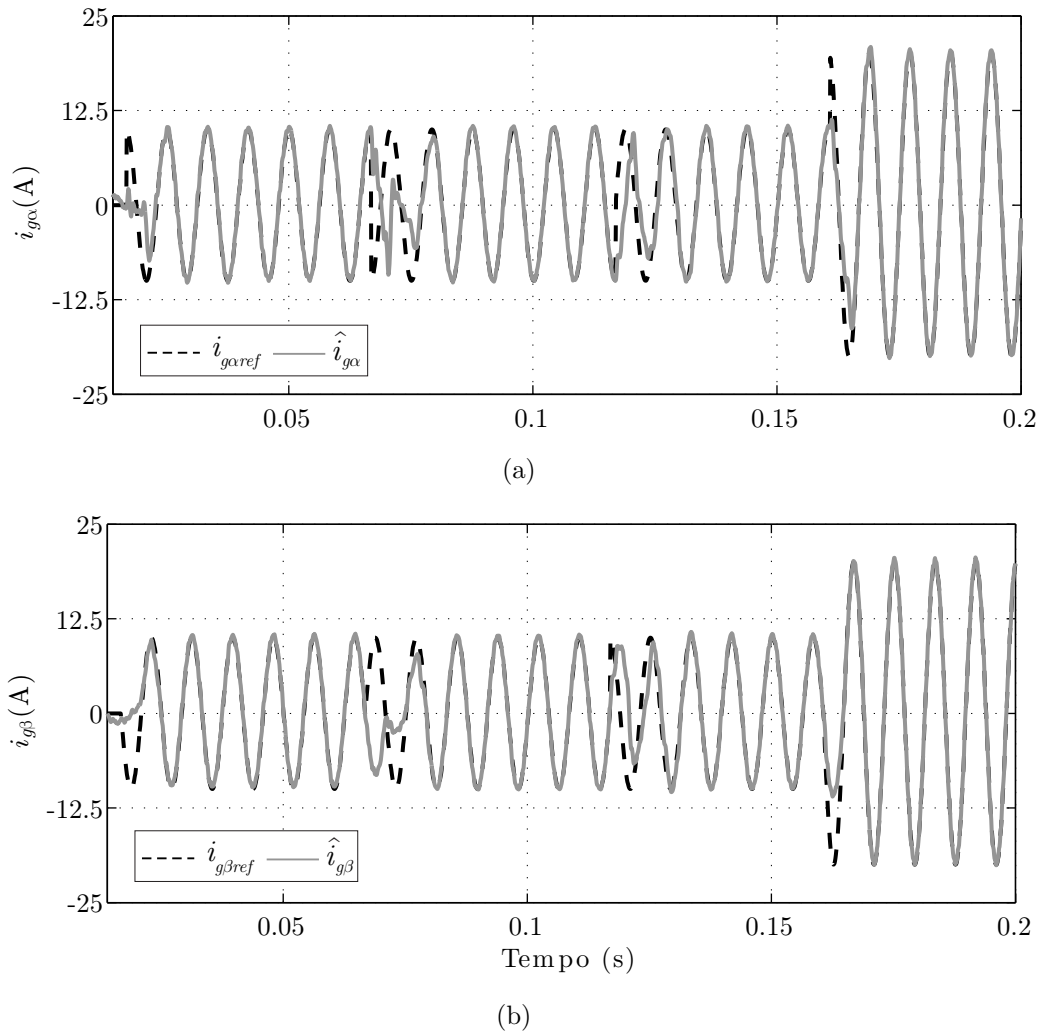
Figura 5.10 – Resultados experimentais para os eixos α e β : estados medidos ($i_{c\alpha\beta}$, $i_{g\alpha\beta}$ e $v_{c\alpha\beta}$) e respectivos estados observados ($\hat{i}_{c\alpha\beta}$, $\hat{i}_{g\alpha\beta}$ e $\hat{v}_{c\alpha\beta}$), obtidos a partir dos dados do DSP.



Fonte: Autor.

A Figura 5.11 mostra os resultados experimentais para rastreamento de referência, para os eixos α e β , com desempenhos satisfatórios nos transitórios, e também bom desempenhos em regime permanente.

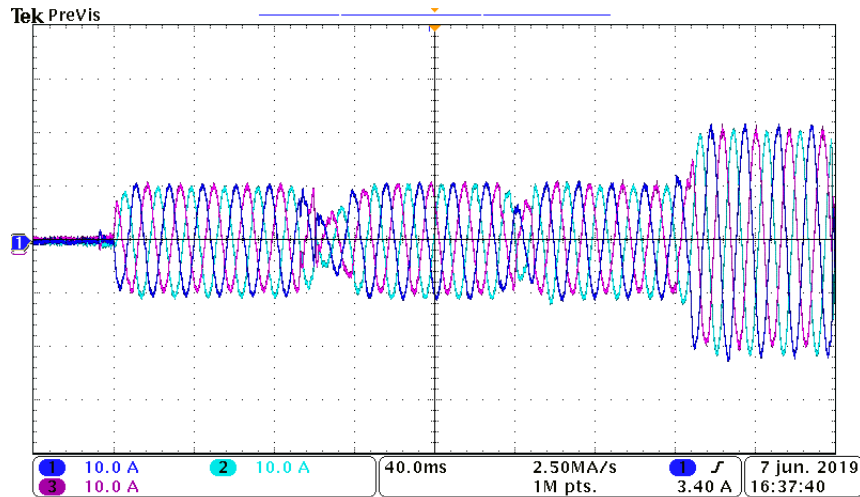
Figura 5.11 – Resultados experimentais: referência e saída para o sistema em malha fechada com controle com ganhos (5.9) e realimentação dos estados observados com ganhos do observador (5.10): (a) resultado para o eixo α e (b) e para o eixo β .



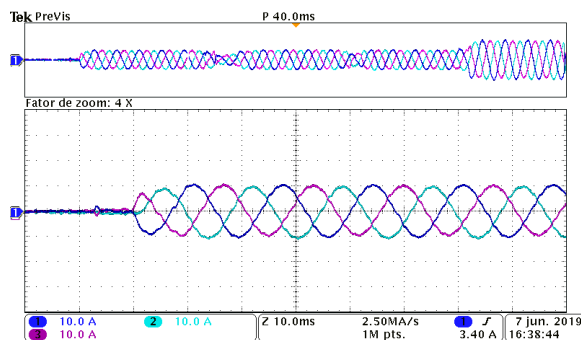
Fonte: Autor.

A Figura 5.12 apresenta as formas de onda experimentais das correntes trifásicas injetadas na rede, com detalhamento nas variações de referência, para os resultados em α e β da Figura 5.11. Pode-se confirmar a rápida recuperação nos transitórios e a boa qualidade das formas de onda das correntes injetadas na rede pelo sistema de controle em malha fechada.

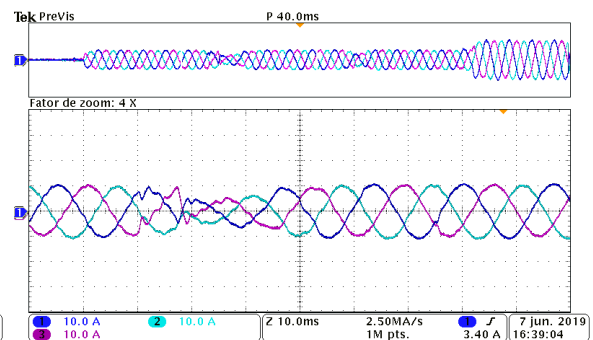
Figura 5.12 – Resultados experimentais com o controlador \mathcal{H}_∞ (5.9) e observador robusto (5.10): correntes trifásicas da rede para o sistema em malha fechada com ganhos: (a) ensaio completo para referência com padrão de potência ativa e reativa e (b), (c), (d) e (e) detalhamento nos transitórios.



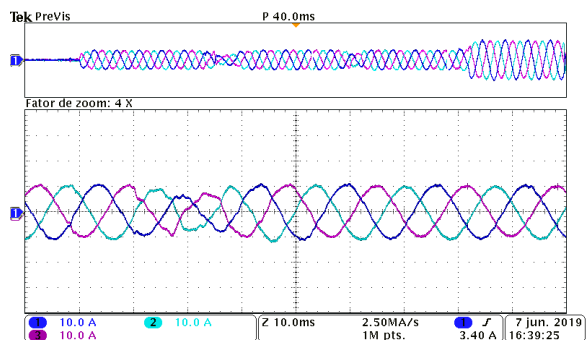
(a)



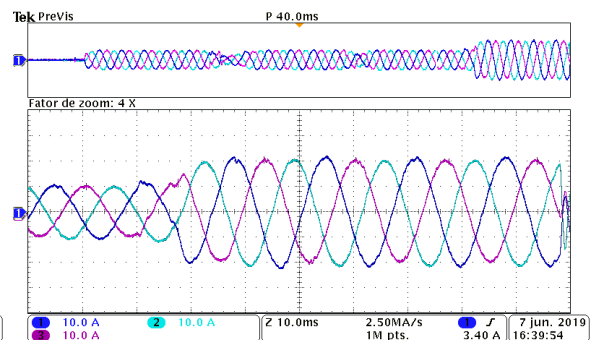
(b)



(c)



(d)



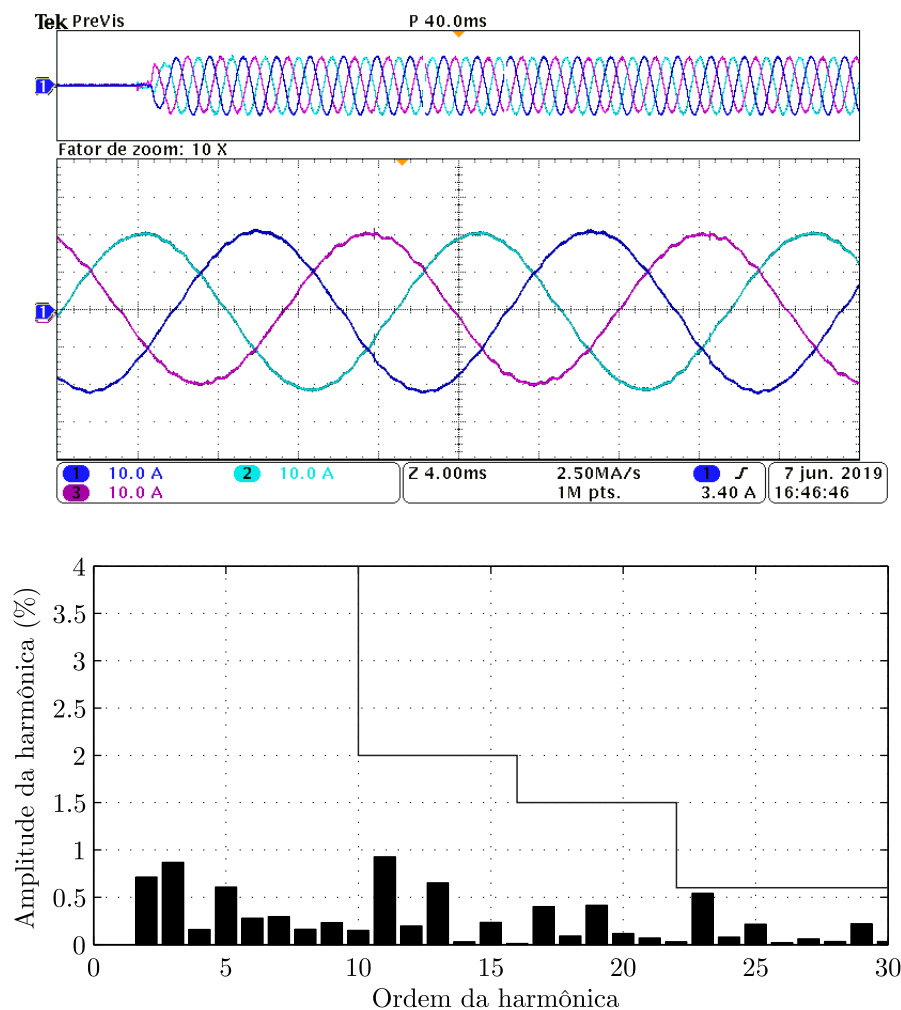
(e)

Fonte: Autor.

A Figura 5.13 mostra resultados em conformidade com requisitos da norma IEEE 1547. A Figura 5.13(a) mostra as correntes trifásicas da rede em regime permanente, para

uma referência senoidal de corrente de 20 A de pico. A Figura 5.13(b) mostra o espectro harmônico, podendo-se observar a conformidade dos resultados (para a forma de onda do canal 1, da Figura 5.13(a)) com os limites prescritos pela norma IEEE 1547. Além disso, THD da forma de onda do canal 1 é de 2,84%, respeitando o limite de 5% da referida norma.

Figura 5.13 – Resultados experimentais com o controlador \mathcal{H}_∞ (5.9) e observador robusto (5.10): (a) correntes de saída trifásicas em regime permanente, para o sistema de malha fechada, (b) conteúdo harmônico da forma de onda do canal 1, respeitando os limites da norma IEEE 1547, com THD = 2,84%.



Fonte: Autor.

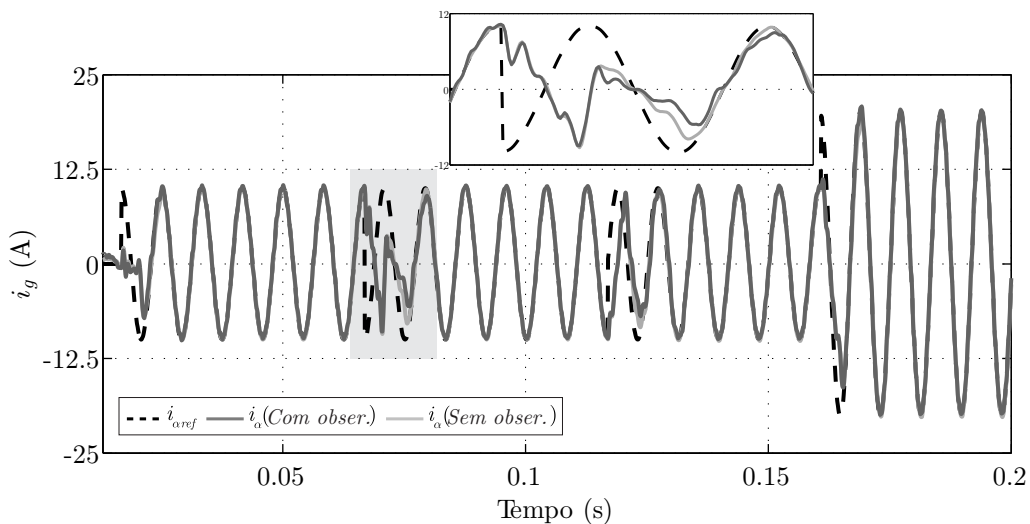
5.5.1 Comparativo de resultados com realimentação dos estados observados e com realimentação dos estados medidos

A fim de verificar o desempenho do sistema em malha fechada com realimentação dos estados observados, a Figura 5.14 mostra a comparação dos resultados experimentais

do controlador robusto \mathcal{H}_∞ , operando com realimentação dos estados observados (i.e. com observador), e do mesmo controlador, operando com realimentação dos estados medidos (i.e., sem observador).

O sistema foi testado para as mesmas variações da referência e os resultados são mostrados para o eixo α . Pode-se concluir, por meio dos resultados experimentais na Figura 5.14, que há boa correspondência dos resultados, confirmando desempenho satisfatório nos transitórios de referência e em regime permanente para o sistema operando com realimentação dos estados observados.

Figura 5.14 – Resultados experimentais: comparativo do sistema em malha fechada com o controlador \mathcal{H}_∞ (5.9) operando com os estados observados (com observador, com ganhos em (5.10)) e com estados reais (i.e. operando com estados medidos, sem observador).



Fonte: Autor.

5.6 CONCLUSÕES DO CAPÍTULO

Este capítulo abordou o projeto de um observador robusto dos estados de um filtro LCL, utilizado com interface entre inversores e a rede elétrica com impedância incerta. A vantagem do uso de observadores é a redução do número de sensores, de 6 sensores de corrente e 3 sensores de tensão (situação sem observador), para apenas 3 sensores de corrente (situação com observador), em uma implementação prática do controle por realimentação de estados para o caso trifásico (ou seja, uma redução de 9 para 3 sensores). O procedimento de projeto proposto garante a estabilidade robusta do sistema em malha fechada frente à incerteza paramétrica na rede, por meio da realimentação dos estados observados. O procedimento é baseado em LMIs, sendo resolvido computacionalmente de forma eficiente, dependendo da escolha de um único parâmetro por parte do projetista

($0 < r \leq 1$). Testes no domínio do tempo e da frequência ilustram o bom desempenho com o observador de estados robusto proposto, com superioridade em relação a um observador convencional (não robusto), que não leva em conta incertezas paramétricas no modelo da planta, confirmando a capacidade de o sistema em malha fechada rastrear referências senoidais e rejeitar distúrbios harmônicos. Resultados experimentais mostram-se em conformidade com a norma IEEE 1547, com respeito à THD e a harmônicas individuais. Finalmente, observa-se boa correspondência entre as respostas experimentais e os resultados de simulação, e dos resultados com realimentação dos estados medidos e com realimentação dos estados observados, confirmando o bom desempenho transitório e em regime permanente, com implementação com um número de sensores significativamente reduzido pelo uso do observador de estados robusto.

6 CONCLUSÕES E PERSPECTIVAS

Este trabalho trouxe as seguintes contribuições ao controle robusto por realimentação de estados aplicado a conversores conectados à rede:

- (i) um procedimento de projeto de controlador \mathcal{H}_∞ por meio do uso de LMIs com variáveis de folga e que permitem limitação nos ganhos do controlador;
- (ii) um procedimento de projeto de controlador \mathcal{H}_∞ por meio do uso de LMIs com variáveis de folga, cujos parâmetros de entrada são sintonizados com auxílio de um algoritmo genético;
- (iii) um procedimento de projeto de um observador robusto de estados baseado em LMIs para conversores conectados à rede por meio de filtro LCL.

O Capítulo 2 da tese mostrou a modelagem de um inversor trifásico conectado à rede por meio de um filtro LCL, considerando incertezas paramétricas na rede. Especificamente, a indutância do lado da rede, L_{g2} , é suposta incerta, pertencente a um intervalo em que apenas os valores extremos são conhecidos, representando a operação desde a condição de rede forte até uma condição mais próxima de rede fraca. Visando à implementação do controle em um processador digital de sinais e para garantir rastreamento de referências senoidais e rejeição de distúrbios com harmônicas, utilizam-se, respectivamente, um atraso na ação de controle e controladores ressonantes de ordem arbitrária, obtendo um modelo politópico discreto de um sistema aumentado, que possibilita o projeto do controlador por realimentação de estados robusto a incerteza na indutância da rede em apenas uma única etapa. Para obter uma lei de controle capaz de sintetizar apropriadamente as tensões de saída do inversor trifásico, de forma que as correntes injetadas na rede sigam padrões senoidais, sob incertezas paramétricas na rede e com tensões da rede possuindo harmônicas, um problema específico de projeto foi descrito, orientando para a obtenção de ganhos de controle que assegurem duas propriedades descritas no Problema 1. A primeira propriedade garante que a resposta em frequência do distúrbio v_g para a saída i_g terá sempre ganhos menores que γ , que é um limite da norma \mathcal{H}_∞ do sistema em malha fechada. Já a segunda propriedade garante uma alocação robusta dos polos do sistema em malha fechada, ou seja, garante que todos os polos de malha fechada estarão localizados em um círculo de raio r , dentro do círculo de raio unitário, para toda a faixa de incerteza da indutância da rede.

O Capítulo 3 apresenta uma das contribuições deste trabalho. Inicialmente, condições baseadas em LMIs para a síntese de ganhos de controle \mathcal{H}_∞ por realimentação de estados que resolvem o Problema 1 são apresentadas. As condições de projeto FEAS1 e FEAS3, que não possuem limitação dos ganhos do controle, apesar de serem computacionalmente factíveis, apresentam ganhos de controle com grande norma-2, inviáveis

para aplicação prática. As condições de projeto FEAS2 e FEAS4, que apresentam limitações nos ganhos de controle, também são computacionalmente eficientes, e apresentam menores ganhos de controle. A condição FEAS4, com variáveis de folga, produz melhor desempenho, o que é confirmado por resultados de simulação no programa PSIM e por resultados experimentais. Os resultados experimentais mostram-se em boa correspondência com os de simulação e em conformidade com a norma IEEE 1547, com respeito à THD e harmônicas individuais da corrente de rede. Ainda, respostas no domínio da frequência confirmam a capacidade de o controlador em malha fechada rastrear referências senoidais e rejeitar distúrbios harmônicos. Os autovalores de malha fechada estão alocados dentro do círculo de raio r , contido no círculo de raio unitário, para toda a faixa de indutância de rede considerada, corroborando a estabilidade robusta do sistema. Os resultados experimentais confirmam também o bom desempenho transitório e em regime permanente. Por fim, para uma análise de variação da indutância L_{g2} , comprovou-se a capacidade de o controlador robusto proposto manter a estabilidade diante de comutações entre os valores máximos e mínimos de L_{g2} . Para um comparativo, controladores \mathcal{H}_∞ similares da literatura foram submetidos ao mesmo teste de comutação da indutância, apresentando instabilidade, confirmando a superioridade do controle projetado com o procedimento proposto (FEAS4).

O Capítulo 4 apresentou outra contribuição deste trabalho, dado pela combinação de um algoritmo genético com LMIs para projeto de controladores \mathcal{H}_∞ por realimentação de estados para conversores conectados à rede. Diferentemente do procedimento de projeto do Capítulo 3, não foi necessária nenhuma restrição LMI adicional para limitar os ganhos de controle, para obter resultados experimentais viáveis. O GA foi usado para sintonizar os parâmetros de entrada das condições LMI, otimizando o desempenho em termos de uma função objetivo proposta para o problema. Esta função tem um interesse prático para conversores conectados à rede, permitindo um bom compromisso entre erro de rastreamento e a norma-2 do vetor de ganhos de controle. Assim, foram levadas em consideração respostas temporais no problema de otimização, que não podem ser incluídas de maneira convexa nos problemas de projeto de controle com LMI existentes na literatura. Resultados de simulação e experimentais demonstraram a viabilidade e o desempenho dos controladores \mathcal{H}_∞ baseados em LMIs, com parâmetros sintonizados por meio de GA, com desempenho similar ao do controlador \mathcal{H}_∞ do Capítulo 3 e com desempenho superior a uma técnica de alocação robusta de polos da literatura. Desta forma, este capítulo forneceu um procedimento automático para encontrar os parâmetros de projeto γ e r , permitindo sintetizar ganhos robustos \mathcal{H}_∞ de realimentação de estados, sem depender de demoradas iterações homem máquina típicas de um projeto não automatizado.

O Capítulo 5 mostrou outra contribuição desta tese, dada pelo projeto de um observador robusto aplicado a um conversor conectado à rede por meio de um filtro LCL.

O procedimento de projeto proposto garante a estabilidade robusta do observador e do sistema em malha fechada com a realimentação dos estados observados. O procedimento foi baseado em LMIs, sendo resolvido computacionalmente de forma eficiente, dependendo da escolha de um único parâmetro por parte do projetista. As matrizes do observador são escolhidas *a priori* e o vetor de ganhos do observador é calculado *offline*, sem a necessidade de atualização em tempo real das equações do observador e do ganho do observador, tornando simples a sua implementação prática. Devido à incerteza paramétrica na planta, o princípio da separação não pode ser aplicado e, desta forma, o procedimento proposto torna-se útil para o projeto de observadores robustos. Resultados experimentais mostram correntes de rede em conformidade com a norma IEEE 1547, demonstrando bom desempenho transitório e em regime permanente. Testes no domínio do tempo e da frequência ilustram a viabilidade do observador proposto e sua superioridade em relação a um observador convencional, que não leva em conta incertezas do modelo da planta.

Quanto a perspectivas de trabalhos futuros, podem-se citar as seguintes:

- i. utilização de novas LMIs para projeto de controlador \mathcal{H}_∞ garantindo propriedade de rejeição de distúrbios em faixas específicas de frequência;
- ii. utilização de LMIs para obter controladores por realimentação dinâmica de saída robustos a incertezas paramétricas e viáveis na prática;
- iii. controle da corrente do lado do conversor e inserção de outras incertezas paramétricas no problema de projeto do controlador;
- iv. inclusão de não linearidades, como, por exemplo, saturação de atuadores, no modelo matemático e obtenção de controladores por meio de LMIs;
- v. controle para diferentes configurações de filtros de saída e para múltiplos conversores em paralelo.

6.1 ARTIGOS PUBLICADOS

6.1.1 Produções diretamente associadas aos conteúdos da tese

1. Robust \mathcal{H}_∞ State Feedback Controllers based on LMIs applied to Grid-Connected Converters. **IEEE TRANSACTIONS ON INDUSTRIAL ELECTRONICS, 2018.**
2. Design Procedure Combining Linear Matrix Inequalities and Genetic Algorithm for Robust Control of Grid-Connected Converters. **IEEE TRANSACTIONS ON INDUSTRY APPLICATIONS, 2020.**

3. Validação Experimental de um Controle por Realimentação de Estados Baseado em Algoritmo Genético para Conversores Conectados à Rede. **Congresso Brasileiro de Automática (CBA)**, 2018.
4. Algoritmo Genético Aplicado a Controladores de Corrente para Inversores Conectados à Rede. **Seminar on Power Electronics and Control (SEPOC)**, 2018.
5. \mathcal{H}_∞ Robust Control with Application for Active Power Filters. **14th edition of Brazilian Power Electronics Conference (COBEP)**, 2017.
6. Experimental evaluation of robust and nonrobust \mathcal{H}_∞ controllers for three-phase grid-connected converters. **14th edition of Brazilian Power Electronics Conference (COBEP)**, 2017.
7. Robust \mathcal{H}_∞ control for rejection of voltage disturbances in grid-connected converters. **12th IEEE International Conference on Industry Applications (INDUSCON)**, 2016.
8. Robust control based on state observer applied to grid-connected converters. **12th IEEE International Conference on Industry Applications (INDUSCON)**, 2016.
9. Feedforward Robust Control Based on LMIs Applied to Grid-Connected Converters. **12th IEEE International Conference on Industry Applications (INDUSCON)**, 2016.

6.1.2 Outras publicações relacionadas ao tema da tese

1. A practical design procedure for robust \mathcal{H}_2 controllers applied to grid-connected inverters. **CONTROL ENGINEERING PRACTICE**, 2019.
2. Robust Current Control of Grid-Tied Inverters Affected by LCL Filter Soft-Saturation. **IEEE TRANSACTIONS ON INDUSTRIAL ELECTRONICS**, 2019.
3. Robust Model Predictive Controller Applied to Three-Phase Grid-Connected LCL Filters. **JOURNAL OF CONTROL, AUTOMATION AND ELECTRICAL SYSTEMS**, 2019.
4. Linear Matrix Inequalities for Digital Redesign Under Delay Suitable for PI Controllers with Application to PMSMs. **JOURNAL OF CONTROL, AUTOMATION AND ELECTRICAL SYSTEMS**, 2019.

5. A Robust Quasi-Deadbeat Controller and Relaxations Applied to Grid-Connected Inverters. **ELETRÔNICA DE POTÊNCIA (IMPRESSO)**, 2018.
6. Otimização Multiobjetivo para Controle Robusto Aplicado a Inversores Conectados à Rede. **ELETRÔNICA DE POTÊNCIA (IMPRESSO)**, 2018.
7. Linear Matrix Inequality Based Synthesis of PI Controllers for PMSM with Uncertain Parameters. **ELETRÔNICA DE POTÊNCIA (IMPRESSO)**, 2018.
8. LQR-based Control For a Battery Charging System With Robust Stability To Parametric Uncertainty. **ELETRÔNICA DE POTÊNCIA (IMPRESSO)**, 2017.
9. Robust Control of Grid-Connected Converters under Wide Grid Impedance Variation. **IEEE PES Innovative Smart Grid Technologies Latin America (ISGT)**, 2019.
10. Particle Swarm Optimization for Robust Control Tuning Applied to Uninterruptible Power Supplies. **IEEE PES Innovative Smart Grid Technologies Latin America (ISGT)**, 2019.
11. Projeto e Implementação Prática de Controladores de Corrente para Inversores Trifásicos Conectados à Rede Utilizando Algoritmo PSO. **Congresso Brasileiro de Automática (CBA)**, 2018.
12. Otimização por Enxame de Partículas Aplicada a Controladores de Corrente para Inversores Conectados à Rede. **Seminar on Power Electronics and Control (SEPOC)**, 2018.
13. Um Controle Robusto Quasi-Deadbeat Projetado por meio de LMIs para Conversores Conectados à Rede. **10th Seminar on Power Electronics and Control (SEPOC)**, 2017.
14. Observador robusto aplicado a filtro passa-baixas de segunda ordem com amortecimento incerto. **10th Seminar on Power Electronics and Control (SEPOC)**, 2017.
15. Comparison of \mathcal{H}_2 controllers based on LMIs for grid-connected converters. **IEEE 8th International Symposium on Power Electronics for Distributed Generation Systems (PEDG)**, 2017.
16. Modeling and stability analysis of current controllers for multi-paralleled grid-connected converters with LCL-filter. **18th IEEE Workshop on Control and Modeling for Power Electronics, (IEEE COMPEL)**, 2017.

17. Design of a Robust PI Controller for a Dual Active Bridge Converter. **12th IEEE International Conference on Industry Applications (INDUSCON)**, 2016.
18. Controle de tensão de UPS com estabilidade robusta à incerteza paramétrica na carga. **XXI Congresso Brasileiro de Automática - CBA** 2016.

REFERÊNCIAS

- ABBOTT, D. Keeping the energy debate clean: How do we supply the world's energy needs. **Proceedings of the IEEE**, v. 98, n. 1, p. 42–66, Jan 2010. ISSN 0018-9219.
- ACKERMANN, J. **Robust Control: Systems with Uncertain Parameters**. London, England: Springer Verlag, 1993.
- Agência Nacional de Energia Elétrica - ANEEL. **Procedimentos de Distribuição de Energia Elétrica no Sistema Elétrico Nacional - PRODIST, Módulo 8 - Qualidade da Energia Elétrica**. 7. ed. [S.l.], 2015.
- ASTROM, K.; HAGGLUND, T. **PID Controllers**. [S.l.]: International Society for Measurement and Control, 1995.
- ASTRÖM, K.; WITTENMARK, B. **Computer-controlled systems: theory and design**. [S.l.]: Prentice Hall, 1997. ISBN 9780133148992.
- BÄCK, T. **Evolutionary Algorithms in Theory and Practice: Evolution Strategies, Evolutionary Programming, Genetic Algorithms**. New York, NY, USA: Oxford University Press, Inc., 1996.
- BENRABAH, A.; XU, D.; GAO, Z. Active disturbance rejection control of LCL-filtered grid-connected inverter using padé approximation. **IEEE Transactions on Industry Applications**, v. 54, n. 6, p. 6179–6189, Nov 2018. ISSN 0093-9994.
- BINA, M. T.; PASHAJAVID, E. An efficient procedure to design passive LCL-filters for active power filters. **Electric Power Systems Research**, v. 79, n. 4, p. 606 – 614, April 2009.
- BLAABJERG, F.; CHEN, Z.; KJAER, S. Power electronics as efficient interface in dispersed power generation systems. **IEEE Transactions on Power Electronics**, v. 19, n. 5, p. 1184–1194, Sept 2004. ISSN 0885-8993.
- BLAABJERG, F.; MA, K. Future on power electronics for wind turbine systems. **IEEE Journal of Emerging and Selected Topics in Power Electronics**, v. 1, n. 3, p. 139–152, Sept 2013. ISSN 2168-6777.
- BLAABJERG, F. et al. Overview of control and grid synchronization for distributed power generation systems. **IEEE Transactions on Industrial Electronics**, v. 53, n. 5, p. 1398 –1409, oct. 2006.
- BOLSENS, B. et al. Model-based generation of low distortion currents in grid-coupled PWM-inverters using an LCL output filter. **IEEE Transactions on Power Electronics**, v. 21, n. 4, p. 1032 – 1040, july 2006. ISSN 0885-8993.

- BORIN, L. C. et al. Algoritmo genético aplicado a controladores de corrente para inversores conectados a rede. In: **11th Seminar on Power Electronics and Control (SEPOC 2018)**. Santa Maria, RS, Brasil: [s.n.], 2018.
- BOTTERON, F. et al. New limiting algorithms for space vector modulated three-phase four-leg voltage source inverters. **IEE Proceedings – Electric Power Applications**, v. 150, n. 6, p. 733–742, Nov 2003. ISSN 1350-2352.
- BOYD, S. et al. **Linear Matrix Inequalities in System and Control Theory**. Philadelphia, PA: SIAM Studies in Applied Mathematics, 1994.
- BRAHIM, M.; BAHRI, I.; BERNARD, Y. Real time implementation of \mathcal{H}_∞ and RST motion control of rotary traveling wave ultrasonic motor. **Mechatronics**, v. 44, p. 14 – 23, 2017. ISSN 0957-4158.
- BUSO, S.; MATTAVELLI, P. **Digital Control in Power Electronics**. [S.l.]: Morgan & Claypool Publishers, 2006.
- CAO, Z.; HOU, X.; ZHAO, W. Adaptive \mathcal{H}_∞ control of polynomial hamiltonian systems via symbolic computation: controller parameterisation. **Journal of Control and Decision**, Taylor & Francis, v. 0, n. 0, p. 1–18, 2018.
- CARDOSO, R. et al. Kalman filter based synchronisation methods. **IET Generation, Transmission Distribution**, v. 2, n. 4, p. 542–555, july 2008.
- CARRASCO, J. et al. Power-electronic systems for the grid integration of renewable energy sources: a survey. **IEEE Transactions on Industrial Electronics**, v. 53, n. 4, p. 1002–1016, June 2006.
- CASTILLA, M. et al. Linear current control scheme with series resonant harmonic compensator for single-phase grid-connected photovoltaic inverters. **IEEE Transactions on Industrial Electronics**, v. 55, n. 7, p. 2724–2733, 2008.
- CHEN, C.-T. **Linear system theory and design**. 3. ed. New York, USA: Oxford University Press, 1999.
- CHILALI, M.; GAHINET, P. \mathcal{H}_∞ design with pole placement constraints: an LMI approach. **IEEE Transactions on Automatic Control**, v. 41, n. 3, p. 358–367, March 1996.
- CHILALI, M.; GAHINET, P.; APKARIAN, P. Robust pole placement in LMI regions. **IEEE Transactions on Automatic Control**, v. 44, n. 12, p. 2257–2270, December 1999.
- COSSOLI, P. et al. Proportional–resonant controller and LCL filter design for single-phase grid-connected PV micro-inverters. In: **2018 IEEE PES Transmission Distribution Conference and Exhibition – Latin America (T D–LA)**. [S.l.: s.n.], 2018. p. 1–5.

DAAFOUZ, J.; BERNUSSOU, J. Parameter dependent Lyapunov functions for discrete time systems with time varying parameter uncertainties. **Systems & Control Letters**, v. 43, n. 5, p. 355–359, August 2001.

_____. Poly-quadratic stability and \mathcal{H}_∞ performance for discrete systems with time varying uncertainties. In: **Proceedings of the 40th IEEE Conference on Decision and Control**. [S.l.: s.n.], 2001. v. 1, p. 267–272.

DANNEHL, J.; FUCHS, F.; THØGERSEN, P. PI state space current control of grid-connected PWM converters with LCL filters. **IEEE Transactions on Power Electronics**, v. 25, n. 9, p. 2320–2330, sept. 2010. ISSN 0885-8993.

DANNEHL, J. et al. Investigation of active damping approaches for PI-based current control of grid-connected pulse width modulation converters with LCL filters. **IEEE Transactions on Industry Applications**, v. 46, n. 4, p. 1509–1517, July 2010. ISSN 0093-9994.

DANNEHL, J.; WESSELS, C.; FUCHS, F. Limitations of voltage-oriented PI current control of grid-connected PWM rectifiers with filters. **IEEE Transactions on Industrial Electronics**, v. 56, n. 2, p. 380–388, feb. 2009. ISSN 0278-0046.

DORATO, P.; ABDALLAH, C. T.; CERONE, V. **Linear Quadratic Control: An Introduction**. [S.l.]: Krieger Publishing Company (FL), 1995. ISBN 9781575241562.

DORF, R. C.; BISHOP, R. H. **Modern control systems**. 11. ed. Upper Saddle River, USA: Prentice Hall, 2008.

DUESTERHOEFT, W.; SCHULZ, M. W.; CLARKE, E. Determination of instantaneous currents and voltages by means of alpha, beta, and zero components. **Transactions of the American Institute of Electrical Engineers**, v. 70, n. 2, p. 1248–1255, July 1951. ISSN 0096-3860.

DUPONT, F. H. **Múltiplos Controladores Aplicados ao Convorsor Boost CC–CC Operando com Larga Faixa de Carga: Uma Abordagem Baseada em Algoritmo Genético e Lógica Fuzzy**. Dissertação (Mestrado em Engenharia Elétrica) — Universidade Regional de Blumenau – FURB, 2010.

DUPONT, F. H. et al. Comparison of linear quadratic controllers with stability analysis for DC-DC boost converters under large load range. **Asian Journal of Control**, v. 15, n. 3, p. 861–871, May 2013.

EPE. **Balanco Energético Nacional 2018: Ano base 2017**. [S.l.], 2018.

ERICKSON, R. W. **Fundamentals of Power Electronics**. New York, NY: Chapman & Hall, 1997.

FIGUERES, E. et al. Sensitivity study of the dynamics of three-phase photovoltaic inverters with an LCL grid filter. **IEEE Transactions on Industrial Electronics**, v. 56, n. 3, p. 706–717, march 2009. ISSN 0278-0046.

- FLEMING, P.; PURSHOUSE, R. Evolutionary algorithms in control systems engineering: a survey. **Control Engineering Practice**, v. 10, n. 11, p. 1223 – 1241, 2002. ISSN 0967-0661.
- FRANCÉS, A. et al. Modeling electronic power converters in smart DC microgrids—an overview. **IEEE Transactions on Smart Grid**, v. 9, n. 6, p. 6274–6287, Nov 2018.
- FRANCIS, B. A.; WONHAM, W. M. The internal model principle of control theory. **Automatica**, v. 12, n. 5, p. 457–465, September 1976.
- GABE, I.; MONTAGNER, V. F.; PINHEIRO, H. Design and implementation of a robust current controller for VSI connected to the grid through an LCL filter. **IEEE Transactions on Power Electronics**, v. 24, n. 6, p. 1444–1452, June 2009. ISSN 0885-8993.
- GAHINET, P. et al. **LMI Control Toolbox User’s Guide**. Natick, MA: The Math Works Inc., 1995.
- GARCIA, G.; BERNUSSOU, J. Pole assignment for uncertain systems in a specified disk by state-feedback. **IEEE Transactions on Automatic Control**, v. 40, n. 1, p. 184–190, January 1995.
- GEROMEL, J. C.; PERES, P. L. D.; SOUZA, S. R. \mathcal{H}_∞ guaranteed cost control for uncertain discrete-time linear systems. **IEEE Transactions on Automatic Control**, v. 39, n. 5, p. 1072–1075, May 1994.
- _____. A convex approach to the mixed $\mathcal{H}_2/\mathcal{H}_\infty$ control problem for discrete-time uncertain systems. **SIAM Journal on Control and Optimization**, v. 33, n. 6, p. 1816–1833, November 1995.
- GUAITOLINI, S. V. M. et al. A review of fuel cell and energy cogeneration technologies. In: **2018 9th International Renewable Energy Congress (IREC)**. [S.l.: s.n.], 2018. p. 1–6.
- GUERRERO, J. et al. Advanced control architectures for intelligent microgrids -part i: Decentralized and hierarchical control. **IEEE Transactions on Industrial Electronics**, v. 60, n. 4, p. 1254–1262, April 2013. ISSN 0278-0046.
- HAUPT, R.; HAUPT, S. **Practical Genetic Algorithms**. [S.l.]: John Wiley, 2004. (Wiley-Interscience publication).
- HAUPT, R. L.; HAUPT, S. E. **Practical Genetic Algorithms**. New York, NY, USA: John Wiley & Sons, Inc., 1998. ISBN 047-1188735.
- HAUPT, R. L.; WERNER, D. H. **Genetic Algorithms in Electromagnetics**. [S.l.]: Wiley-IEEE Press, 2007. ISBN 0471488895.
- HOFFMANN, N. et al. Observer-based grid voltage disturbance rejection for grid connected voltage source PWM converters with line side LCL filters. In: **Proceedings of the**

2012 IEEE Energy Conversion Congress and Exposition (ECCE), NC, USA. [S.l.: s.n.], 2012. p. 69–76.

HOLMES, D. G.; LIPO, T. A. **Pulse Width Modulation for Power Converters: Principles and Practice.** Piscataway, NJ, USA: Wiley-IEEE Press, 2003.

HUSEV, O. et al. Optimization and implementation of the proportional–resonant controller for grid–connected inverter with significant computation delay. **IEEE Transactions on Industrial Electronics**, v. 67, n. 2, p. 1201–1211, Feb 2020.

IEEE. IEEE:1547 standard for interconnecting distributed resources with electric power systems. 2011.

JULEAN, A. M. **Active damping of LCL filter resonance in grid connected applications.** Dissertação (Mestrado) — Aalborg Universitet, 2009.

KHELOUFI, H. et al. On LMI conditions to design observer-based controllers for linear systems with parameter uncertainties. **Automatica**, v. 49, n. 12, p. 3700 – 3704, 2013. ISSN 0005-1098.

KJAER, S.; PEDERSEN, J.; BLAABJERG, F. A review of single-phase grid-connected inverters for photovoltaic modules. **IEEE Transactions on Industry Applications**, v. 41, n. 5, p. 1292–1306, Sept 2005. ISSN 0093-9994.

KOCH, G. G. et al. Robust \mathcal{H}_∞ state feedback controllers based on lmis applied to grid-connected converters. **IEEE Transactions on Industrial Electronics**, p. 1–1, 2018. ISSN 0278-0046.

_____. \mathcal{H}_∞ robust control with application for active power filters. In: **2017 Brazilian Power Electronics Conference (COBEP)**. [S.l.: s.n.], 2017. p. 1–6.

KOCH, G. G. et al. Robust \mathcal{H}_∞ control for rejection of voltage disturbances in grid-connected converters. In: **2016 12th IEEE International Conference on Industry Applications (INDUSCON)**. [S.l.: s.n.], 2016. p. 1–6.

_____. Feedforward robust control based on LMIs applied to grid-connected converters. In: **2016 12th IEEE International Conference on Industry Applications (INDUSCON)**. [S.l.: s.n.], 2016. p. 1–6.

KUKKOLA, J.; HINKKANEN, M. Observer-based state-space current control for a three-phase grid-connected converter equipped with an LCL filter. **IEEE Transactions on Industry Applications**, v. 50, n. 4, p. 2700–2709, July 2014. ISSN 0093-9994.

KUKKOLA, J.; HINKKANEN, M. State observer for grid–voltage sensorless control of a converter under unbalanced conditions. **IEEE Transactions on Industry Applications**, v. 54, n. 1, p. 286–297, Jan 2018.

LEE, K. et al. Observer-based control methods for combined source-voltage harmonics and unbalance disturbances in PWM voltage-source converters. **IEEE Transactions on Industry Applications**, v. 45, n. 6, p. 2010–2021, Nov 2009. ISSN 0093-9994.

LEE, T. S.; TZENG, K. S.; CHONG, M. S. Robust controller design for a single-phase UPS inverter using μ -synthesis. **IEE Proceedings - Electric Power Applications**, v. 151, n. 3, p. 334–340, May 2004. ISSN 1350-2352.

LEON-ALDACO, S. E. D.; CALLEJA, H.; ALQUICIRA, J. A. Metaheuristic optimization methods applied to power converters: A review. **IEEE Transactions on Power Electronics**, v. 30, n. 12, p. 6791–6803, Dec 2015. ISSN 0885-8993.

LI, B. et al. A new optimized pole placement strategy of grid-connected inverter with LCL-filter based on state variable feedback and state observer. In: **Proceedings of the 2013 Twenty-Eighth Annual IEEE Applied Power Electronics Conference and Exposition (APEC)**, [S.l.: s.n.], 2013. p. 2900–2906. ISSN 1048-2334.

LIEN, C.-H. Robust observer-based control of systems with state perturbations via LMI approach. **IEEE Transactions on Automatic Control**, v. 49, n. 8, p. 1365–1370, Aug 2004. ISSN 0018-9286.

LISERRE, M.; DELL'AQUILA, A.; BLAABJERG, F. Genetic algorithm-based design of the active damping for an lcl-filter three-phase active rectifier. **IEEE Transactions on Power Electronics**, v. 19, n. 1, p. 76 – 86, jan. 2004. ISSN 0885-8993.

LISERRE, M.; TEODORESCU, R.; BLAABJERG, F. Multiple harmonics control for three-phase grid converter systems with the use of PI-RES current controller in a rotating frame. **IEEE Transactions on Power Electronics**, v. 21, n. 3, p. 836–841, May 2006. ISSN 0885-8993.

_____. Stability of photovoltaic and wind turbine grid-connected inverters for a large set of grid impedance values. **IEEE Transactions on Power Electronics**, v. 21, n. 1, p. 263 – 272, jan. 2006. ISSN 0885-8993.

LIU, Y. et al. Robust mode-dependent control for discrete-time singular markovian jump systems with time-varying delay. **Journal of Control and Decision**, Taylor & Francis, v. 5, n. 3, p. 241–264, 2018.

LUENBERGER, D. G. An introduction to observers. **IEEE Transactions on Automatic Control**, v. 16, n. 6, p. 596–602, Dec 1971. ISSN 0018-9286.

_____. **Introduction to Dynamic Systems. Theory, Models & Applications**. New York, NY, USA: John Wiley & Sons, 1979.

MACCARI JR., L. A. et al. Robust \mathcal{H}_∞ control for grid connected PWM inverters with LCL filters. In: **Proceedings of the 10th IEEE / IAS International Conference on Industry Applications (INDUSCON 2012)**. Fortaleza, CE, Brazil: [s.n.], 2012.

_____. LMI-based control for grid-connected converters with LCL filters under uncertain parameters. **IEEE Transactions on Power Electronics**, v. 29, n. 7, p. 3776–3785, July 2014. ISSN 0885-8993.

MACCARI JR., L. A.; MONTAGNER, V. Projeto de observadores robustos aplicados a filtros LCL. **Congresso Brasileiro de Automatica**, p. 3542–3548, 2014.

MACCARI JR., L. A. et al. Robust \mathcal{H}_2 control applied to boost converters: design, experimental validation and performance analysis. **IET Control Theory & Applications**, v. 6, n. 12, p. 1881–1888, August 2012. ISSN 1751-8644.

_____. Robust optimal current control for grid-connected three-phase pulse-width modulated converters. **IET, Power Electronics**, v. 8, n. 8, p. 1490–1499, 2015. ISSN 1755-4535.

_____. Robust discrete linear quadratic control applied to grid-connected converters with LCL filters. In: **XII Brazilian Power Electronics Conference, Gramado, Brazil**. [S.l.: s.n.], 2013.

_____. Design and experimental implementation of a robust DLQR for three-phase grid-connected converters. In: **2014 11th IEEE/IAS International Conference on Industry Applications**. [S.l.: s.n.], 2014. p. 1–6.

_____. A LQR design with rejection of disturbances and robustness to load variations applied to a buck converter. **Eletrônica de Potência**, v. 21, p. 07–15, 2015.

MACCARI, L. A. et al. Robust pole location with experimental validation for three-phase grid-connected converters. **Control Engineering Practice**, v. 59, p. 16 – 26, 2017. ISSN 0967-0661.

MERAI, M. et al. An adaptive PI controller design for DC-link voltage control of single-phase grid-connected converters. **IEEE Transactions on Industrial Electronics**, v. 66, n. 8, p. 6241–6249, Aug 2019.

MIRANDA, M. F.; TAKAHASHI, R. H. C.; JOTA, F. G. Hierarchical approach for \mathcal{H}_∞ : robust control design: S/KS mixed sensitivity with genetic algorithm. **IET Control Theory Applications**, v. 1, n. 1, p. 18–24, January 2007. ISSN 1751-8644.

MISKOVIC, V. et al. Observer-based active damping of LCL resonance in grid-connected voltage source converters. **IEEE Transactions on Industry Applications**, v. 50, n. 6, p. 3977–3985, Nov 2014. ISSN 0093-9994.

MOHAN, N.; UNDELAND, T. M.; ROBBINS, W. P. **Power Electronics : Converters, Applications, and Design**. 3rd. ed. Hoboken, NJ: John Wiley & Sons, 2003.

MOHANTY, A. et al. Modelling, simulation and optimisation of robust PV based micro grid for mitigation of reactive power and voltage instability. **International Journal of Electrical Power & Energy Systems**, v. 81, p. 444 – 458, 2016. ISSN 0142-0615.

MONTAGNER, V. F.; LEITE, V. J. S.; PERES, P. L. D. Discrete-time switched systems: Pole location and structural constrained control. In: **Proceedings of the 42nd IEEE Conference on Decision and Control**. Maui, HI, USA: [s.n.], 2003. p. 6242–6247.

_____. Design of a switched control with pole location constraints for a UPS system. In: **Proceedings of the 2004 IEEE International Symposium on Industrial Electronics**. Ajaccio, France: [s.n.], 2004. v. 1, p. 441–446.

MONTAGNER, V. F.; RIBAS, S. P. Design of a controller for tracking sinusoidal references with robustness to load disturbances. In: **In proceedings of Congresso Brasileiro de Eletrônica de Potência 2009**. Bonito, Brazil: [s.n.], 2009.

_____. State feedback control for tracking sinusoidal references with rejection of disturbances applied to UPS systems. In: **Industrial Electronics, 2009. IECON '09. 35th Annual Conference of IEEE**. [S.l.: s.n.], 2009. p. 1764–1769. ISSN 1553-572X.

MUKHERJEE, N.; DE, D. Analysis and improvement of performance in LCL filter-based PWM rectifier/inverter application using hybrid damping approach. **IET Power Electronics**, v. 6, n. 2, p. 309–325, Feb 2013. ISSN 1755-4535.

NEJABATKHAH, F.; LI, Y. W.; TIAN, H. Power quality control of smart hybrid AC/DC microgrids: An overview. **IEEE Access**, v. 7, p. 52295–52318, 2019.

OGATA, K. **Modern Control Engineering**. Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall, Inc., 1990.

_____. **Modern control engineering**. 4th. ed. Upper Saddle River, USA: Prentice Hall, 2002.

OLALLA, C. et al. Robust LQR control for PWM converters: An LMI approach. **IEEE Transactions on Industrial Electronics**, v. 56, n. 7, p. 2548–2558, July 2009.

_____. LMI robust control design for boost PWM converters. **IET Power Electronics**, v. 3, n. 1, p. 75–85, january 2010.

OSORIO, C. R. D. et al. Validação experimental de um controle por realimentação de estados baseado em algoritmo genético para conversores conectados a rede. In: **Anais do XXII Congresso Brasileiro de Automática (CBA)**. João Pessoa, PB, Brazil: [s.n.], 2018.

PARK, S. Y. et al. Admittance compensation in current loop control for a grid-tie LCL fuel cell inverter. **IEEE Transactions on Power Electronics**, v. 23, n. 4, p. 1716–1723, july 2008. ISSN 0885-8993.

PEAUCELLE, D.; EBIHARA, Y. LMI results for robust control design of observer-based controllers, the discrete-time case with polytopic uncertainties. In: **Proceedings of the 19th World Congress The International Federation of Automatic Control**. Cape Town, South Africa: [s.n.], 2014. p. 6527 – 6532.

- PEÑA-ALZOLA, R. et al. Analysis of the passive damping losses in LCL-filter-based grid converters. **IEEE Transactions on Power Electronics**, v. 28, n. 6, p. 2642–2646, June 2013. ISSN 0885-8993.
- PENA-ALZOLA, R. et al. Systematic design of the lead-lag network method for active damping in LCL-filter based three phase converters. **IEEE Transactions on Industrial Informatics**, v. 10, n. 1, p. 43–52, Feb 2014. ISSN 1551-3203.
- PEREIRA, L. et al. Multiple resonant controllers for uninterruptible power supplies – a systematic robust control design approach. **IEEE Transactions on Industrial Electronics**, v. 61, n. 3, p. 1528–1538, 2014. ISSN 0278-0046.
- PERES, P. L. D.; GEROMEL, J. C.; SOUZA, S. R. H-Infinity Guaranteed Cost Control for Uncertain Continuous-Time Linear-Systems. **Systems & Control Letters**, v. 20, n. 6, p. 413–418, 1993.
- _____. Optimal \mathcal{H}_∞ state-feedback control for continuous-time linear systems. **Journal of Optimization Theory and Applications**, v. 82, n. 2, p. 343–359, August 1994.
- POONGOTHAI, C.; VASUDEVAN, K. Design of LCL filter for grid-interfaced PV system based on cost minimization. **IEEE Transactions on Industry Applications**, v. 55, n. 1, p. 584–592, Jan 2019. ISSN 0093-9994.
- RAMOS, D. C. W.; PERES, P. L. D. A less conservative LMI condition for the robust stability of discrete-time uncertain systems. **Systems & Control Letters**, v. 43, n. 5, p. 371–378, August 2001.
- RIBAS, S. P. et al. Design and implementation of a discrete-time \mathcal{H}_∞ controller for uninterruptible power supply systems. **IET – Power Electronics**, p. pp. 1–9, 2014.
- RUSSELL, S.; NORVIG, P. **Artificial Intelligence: A Modern Approach**. Malaysia: Pearson Education Limited, 2016.
- SAHA, P.; DEY, S.; KHANRA, M. Modeling and state-of-charge estimation of supercapacitor considering leakage effect. **IEEE Transactions on Industrial Electronics**, v. 67, n. 1, p. 350–357, Jan 2020.
- SANTINI, C. L. do A.; MACCARI, L. A.; MONTAGNER, V. F. Design and analysis of robustness of DLQR controllers applied to grid-connected inverters. In: **2014 11th IEEE/IAS International Conference on Industry Applications**. [S.l.: s.n.], 2014. p. 1–7.
- SCHERER, C. \mathcal{H}_∞ - control by state feedback: An iterative algorithm and characterization of high-gain occurrence. **Systems & Control Letters**, v. 12, n. 5, p. 383 – 391, 1989. ISSN 0167-6911.
- STURM, J. F. Using SeDuMi 1.02, a MATLAB toolbox for optimization over symmetric cones. **Optimization Methods and Software**, v. 11–12, p. 625–653, 1999.

- SU, M. et al. Single-sensor control of LCL-filtered grid-connected inverters. **IEEE Access**, v. 7, p. 38481–38494, 2019.
- TANG, Y. et al. Exploring inherent damping characteristic of LCL-filters for three-phase grid-connected voltage source inverters. **IEEE Transactions on Power Electronics**, v. 27, n. 3, p. 1433–1443, march 2012. ISSN 0885-8993.
- TEODORESCU, R. et al. Proportional-resonant controllers and filters for grid-connected voltage-source converters. **IEE Proceedings Electric Power Applications**, v. 153, n. 5, p. 750–762, September 2006. ISSN 1350-2352.
- TEODORESCU, R.; LISERRE, M.; RODRÍGUEZ, P. **Grid Converters for Photovoltaic and Wind Power Systems**. [S.l.]: John Wiley & Sons, 2011. (Wiley - IEEE).
- THUM, C. et al. A unified control scheme for track seeking and following of a hard disk drive servo system. **IEEE Transactions on Control Systems Technology**, v. 18, n. 2, p. 294–306, March 2010. ISSN 1063-6536.
- TIMBUS, A. et al. Evaluation of current controllers for distributed power generation systems. **IEEE Transactions on Power Electronics**, v. 24, n. 3, p. 654–664, march 2009.
- UNGURESAN, M. et al. Advanced control of a hydroelectric power plant. In: **2017 21st International Conference on System Theory, Control and Computing (ICSTCC)**. [S.l.: s.n.], 2017. p. 358–365.
- VORATAS, K. Comparison of three evolutionary algorithms: GA, PSO, and DE. **Industrial Engineering and Management Systems**, Korean Institute of Industrial Engineers, v. 3, n. 3, 2012.
- WANG, B. et al. Current control of grid-connected inverter with LCL filter based on extended-state observer estimations using single sensor and achieving improved robust observation dynamics. **IEEE Transactions on Industrial Electronics**, v. 64, n. 7, p. 5428–5439, July 2017.
- WILLMANN, G. et al. Multiple-loop \mathcal{H}_∞ control design for uninterruptible power supplies. **IEEE Transactions on Industrial Electronics**, v. 54, n. 3, p. 1591–1602, june 2007. ISSN 0278-0046.
- WINDARKO, N. A. et al. Optimized pi constant for current controller of grid connected inverter with LCL filter using genetic algorithm. In: **2014 Makassar International Conference on Electrical Engineering and Informatics (MICEEI)**. [S.l.: s.n.], 2014. p. 9–13.
- WU, E.; LEHN, P. Digital current control of a voltage source converter with active damping of LCL resonance. **IEEE Transactions on Power Electronics**, v. 21, n. 5, p. 1364–1373, sept. 2006. ISSN 0885-8993.

WU, W. et al. A new design method for the passive damped LCL and LLCL filter-based single-phase grid-tied inverter. **IEEE Transactions on Industrial Electronics**, v. 60, n. 10, p. 4339–4350, Oct 2013. ISSN 0278-0046.

XU, J.; XIE, S.; TANG, T. Active damping-based control for grid-connected LCL -filtered inverter with injected grid current feedback only. **IEEE Transactions on Industrial Electronics**, v. 61, n. 9, p. 4746–4758, Sept 2014. ISSN 0278-0046.

YANG, S. et al. A robust control scheme for grid-connected voltage-source inverters. **IEEE Transactions on Industrial Electronics**, v. 58, n. 1, p. 202–212, Jan 2011. ISSN 0278-0046.

ZHOU, K.; DOYLE, J. C.; GLOVER, K. **Robust and Optimal Control**. Upper Saddle River, NJ, USA: Prentice Hall, 1996.

ZMOOD, D. N.; HOLMES, D. G. Stationary frame current regulation of PWM inverters with zero steady-state error. **IEEE Transactions on Power Electronics**, v. 18, n. 3, p. 814–822, maio 2003. ISSN 0885-8993.

APÊNDICES

Apêndice A – Desigualdades Matriciais Lineares

A.1 ANÁLISE DE ESTABILIDADE

Considere o sistema autônomo

$$\boldsymbol{\rho}(k+1) = \mathbf{A}\boldsymbol{\rho}(k) \quad (\text{A.1})$$

Seja a função

$$v(\boldsymbol{\rho}(k)) = \boldsymbol{\rho}(k)' \mathbf{P} \boldsymbol{\rho}(k) \quad (\text{A.2})$$

Definindo a função diferença

$$\Delta v = v(\boldsymbol{\rho}(k+1)) - v(\boldsymbol{\rho}(k)) \quad (\text{A.3})$$

tem-se

$$\Delta v = \boldsymbol{\rho}(k+1)' \mathbf{P} \boldsymbol{\rho}(k+1) - \boldsymbol{\rho}(k)' \mathbf{P} \boldsymbol{\rho}(k) \quad (\text{A.4})$$

Substituindo (A.1) em (A.4), tem-se

$$\begin{aligned} \Delta v &= \boldsymbol{\rho}(k)' \mathbf{A}' \mathbf{P} \mathbf{A} \boldsymbol{\rho}(k) - \boldsymbol{\rho}(k)' \mathbf{P} \boldsymbol{\rho}(k) \\ &= \boldsymbol{\rho}(k)' (\mathbf{A}' \mathbf{P} \mathbf{A} - \mathbf{P}) \boldsymbol{\rho}(k) \end{aligned} \quad (\text{A.5})$$

Desta forma, se existir $\mathbf{P} = \mathbf{P}' > 0$ tal que

$$\mathbf{A}' \mathbf{P} \mathbf{A} - \mathbf{P} < \mathbf{0} \quad (\text{A.6})$$

então (A.2) é uma função de Lyapunov, garantindo a estabilidade assintótica do sistema (A.1) (CHEN, 1999).

A expressão (A.6) é uma desigualdade matricial linear (LMI) (mais detalhes em (BOYD et al., 1994)). Basicamente, resolver esta LMI consiste em determinar uma matriz \mathbf{P} simétrica, definida positiva, de forma que (A.6) seja uma definida negativa. Há algoritmos muito eficientes para resolver LMIs (veja (STURM, 1999) e (GAHINET et al., 1995), por exemplo). Segundo (BOYD et al., 1994), formular um problema de análise de estabilidade ou de síntese de controladores em termos de LMIs equivale a resolvê-lo.

Utilizando complemento de Schur (BOYD et al., 1994), o problema acima pode ser reformulado como: se existir uma matriz $\mathbf{P} = \mathbf{P}' > 0$ tal que

$$\begin{bmatrix} \mathbf{P} & \mathbf{A}' \mathbf{P} \\ \mathbf{P} \mathbf{A} & \mathbf{P} \end{bmatrix} > \mathbf{0} \quad (\text{A.7})$$

então o sistema (A.1) é assintoticamente estável.

As condições (A.6) e (A.7) são equivalentes, mas a condição (A.7) é conveniente

para a síntese de controladores por realimentação de estados.

A.2 PROJETO DE CONTROLADORES POR REALIMENTAÇÃO DE ESTADOS

Considere o sistema

$$\boldsymbol{\rho}(k+1) = \mathbf{A}\boldsymbol{\rho}(k) + \mathbf{B}u(k) \quad (\text{A.8})$$

em que a lei de controle é dada por uma realimentação de estados descrita como

$$u(k) = \mathbf{K}\boldsymbol{\rho}(k) \quad (\text{A.9})$$

Pode-se reescrever (A.8) como

$$\boldsymbol{\rho}(k+1) = (\mathbf{A} + \mathbf{BK})\boldsymbol{\rho}(k) = \mathbf{A}_{cl}\boldsymbol{\rho}(k) \quad (\text{A.10})$$

Substituindo a expressão (A.10) em (A.7), tem-se que o sistema em malha fechada é estável se existir uma matriz $\mathbf{P} = \mathbf{P}' > 0$:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{P} & \mathbf{A}_{cl}'\mathbf{P} \\ \mathbf{P}\mathbf{A}_{cl} & \mathbf{P} \end{bmatrix} > \mathbf{0} \quad (\text{A.11})$$

A condição $\mathbf{P} = \mathbf{P}' > 0$ não é convexa para o cômputo do controlador \mathbf{K} , uma vez que

$$\begin{bmatrix} \mathbf{P} & (\mathbf{A} + \mathbf{BK})'\mathbf{P} \\ \mathbf{P}(\mathbf{A} + \mathbf{BK}) & \mathbf{P} \end{bmatrix} > \mathbf{0} \quad (\text{A.12})$$

contém produto de variáveis matriciais \mathbf{P} e \mathbf{K} .

Pré e pós-multiplicando $\mathbf{P} = \mathbf{P}' > 0$ e (A.11) por $\begin{bmatrix} \mathbf{P}^{-1} & 0 \\ 0 & \mathbf{P}^{-1} \end{bmatrix}$, tem-se que

$$\mathbf{P}^{-1} = \mathbf{P}^{-1'} > \mathbf{0} \quad (\text{A.13})$$

$$\begin{bmatrix} \mathbf{P}^{-1} & \mathbf{P}^{-1}(\mathbf{A} + \mathbf{BK})' \\ (\mathbf{A} + \mathbf{BK})\mathbf{P}^{-1} & \mathbf{P}^{-1} \end{bmatrix} > \mathbf{0} \quad (\text{A.14})$$

Com a mudança de variável $\mathbf{P}^{-1} = \mathbf{W}$, tem-se que (A.13) e (A.14) são reescritas como (BOYD et al., 1994)

$$\mathbf{W} = \mathbf{W}' > \mathbf{0} \quad (\text{A.15})$$

$$\begin{bmatrix} \mathbf{W} & \mathbf{W}(\mathbf{A} + \mathbf{BK})' \\ (\mathbf{A} + \mathbf{BK})\mathbf{W} & \mathbf{W} \end{bmatrix} > \mathbf{0} \quad (\text{A.16})$$

Com a mudança de variável $\mathbf{Z} = \mathbf{KW}$, o problema expresso em (A.15) e (A.16) pode ser resolvido por LMIs da seguinte forma: se existir uma matriz \mathbf{Z} e uma matriz \mathbf{W} tais que

$$\mathbf{W} = \mathbf{W}' > \mathbf{0} \quad (\text{A.17})$$

$$\begin{bmatrix} \mathbf{W} & \mathbf{WA}' + \mathbf{Z}'\mathbf{B}' \\ \mathbf{AW} + \mathbf{BZ} & \mathbf{W} \end{bmatrix} > \mathbf{0} \quad (\text{A.18})$$

então

$$\mathbf{K} = \mathbf{ZW}^{-1} \quad (\text{A.19})$$

garante a estabilidade assintótica do sistema em malha fechada.

Portanto (A.17) - (A.19) permitem determinar ganhos de realimentação de estados que estabilizam o sistema, a partir da solução de LMIs.

A.3 PROJETO DE CONTROLADORES UTILIZANDO VARIÁVEIS DE FOLGA

Se existirem matrizes \mathbf{G} e \mathbf{R} tais que

$$\mathbf{S} = \mathbf{S}' > \mathbf{0} \quad (\text{A.20})$$

$$\begin{bmatrix} \mathbf{G} + \mathbf{G}' - \mathbf{S} & \mathbf{G}'\mathbf{A}' + \mathbf{R}'\mathbf{B}' \\ \mathbf{AG} + \mathbf{BR} & \mathbf{S} \end{bmatrix} > \mathbf{0} \quad (\text{A.21})$$

então

$$\mathbf{K} = \mathbf{RG}^{-1} \quad (\text{A.22})$$

são ganhos de realimentação de estados que estabilizam o sistema (A.8) (DAAFOUZ; BERNUSSOU, 2001a).

Prova.

Se (A.21) for factível, necessariamente

$$\mathbf{G} + \mathbf{G}' - \mathbf{S} > \mathbf{0} \quad (\text{A.23})$$

Observe também que

$$(\mathbf{S} - \mathbf{G}')\mathbf{S}^{-1}(\mathbf{S} - \mathbf{G}) > \mathbf{0} \quad (\text{A.24})$$

permite escrever

$$\mathbf{G}'\mathbf{S}^{-1}\mathbf{G} > \mathbf{G} + \mathbf{G}' - \mathbf{S} \quad (\text{A.25})$$

De (A.22), tem-se que

$$\mathbf{R} = \mathbf{KG} \quad (\text{A.26})$$

Uma vez que

$$\mathbf{A}_{cl} = \mathbf{A} + \mathbf{BK} \quad (\text{A.27})$$

e levando em conta (A.25), tem-se que (A.21) pode ser reescrito como

$$\begin{bmatrix} \mathbf{G}'\mathbf{S}^{-1}\mathbf{G} & \mathbf{G}'\mathbf{A}_{cl}' \\ \mathbf{A}_{cl}\mathbf{G} & \mathbf{S} \end{bmatrix} > \mathbf{0} \quad (\text{A.28})$$

A expressão (A.28) pode ser reescrita como

$$\begin{bmatrix} \mathbf{G}' & 0 \\ 0 & \mathbf{S} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{S}^{-1} & \mathbf{A}_{cl}'\mathbf{S}^{-1} \\ \mathbf{S}^{-1}\mathbf{A}_{cl} & \mathbf{S}^{-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{G} & 0 \\ 0 & \mathbf{S} \end{bmatrix} > \mathbf{0} \quad (\text{A.29})$$

Finalmente, levando em conta a transformação de variável

$$\mathbf{S}^{-1} = \mathbf{P} \quad (\text{A.30})$$

tem-se que a existência de solução para (A.20) e (A.21) garante que existe $\mathbf{P} = \mathbf{P}' > \mathbf{0}$ tal que

$$\begin{bmatrix} \mathbf{P} & \mathbf{A}_{cl}'\mathbf{P} \\ \mathbf{P}\mathbf{A}_{cl} & \mathbf{P} \end{bmatrix} > \mathbf{0} \quad (\text{A.31})$$

ou seja, que o sistema em malha fechada é assintoticamente estável.

A vantagem do projeto de controle por realimentação por meio de condições com variáveis de folga (A.20) – (A.21) sobre a condição sem variáveis de folga (A.17) – (A.18) ocorre quando se trata de sistema politópicos e quando se incluem restrições de desempenho (como alocação de polos, limitação da norma \mathcal{H}_∞ , por exemplo).

Apêndice B – Provas das LMIs de Projeto do Capítulo 3

FEAS.1: Substituindo $\mathbf{Z} = \mathbf{KW}$ nas LMIs dadas em (3.1), multiplicando cada desigualdade por $\boldsymbol{\theta}_i(k)$ e somando para $i = 1, 2$ tem-se

$$\begin{bmatrix} \mathbf{W} & (\frac{\mathbf{G}(\boldsymbol{\theta}(k))}{r} + \frac{\mathbf{H}_u(\boldsymbol{\theta}(k))}{r}\mathbf{K})\mathbf{W} & 0 & \mathbf{H}_d(\boldsymbol{\theta}(k)) \\ * & \mathbf{W} & \mathbf{WC}' & 0 \\ * & * & \mathbf{I} & 0 \\ * & * & * & \gamma^2\mathbf{I} \end{bmatrix} > \mathbf{0} \quad (\text{B.1})$$

que pode ser reconhecida como o *Bounded Real Lemma* para sistemas discretos no tempo (BOYD et al., 1994), garantindo que γ é um limitante superior para a norma \mathcal{H}_∞ do sistema em malha fechada. Além disso, como a matriz dinâmica em malha fechada $(\frac{\mathbf{G}(\boldsymbol{\theta})}{r} + \frac{\mathbf{H}_u(\boldsymbol{\theta})}{r}\mathbf{K})$ aparece multiplicada por $1/r$, seus autovalores possuem módulo menor do que r , ou seja, estão confinados a um círculo de raio r para qualquer instante de tempo.

Multiplicando (B.1) à esquerda e à direita por \mathbf{T} , com

$$\mathbf{T} = \begin{bmatrix} \mathbf{W}^{-1} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \mathbf{W}^{-1} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \mathbf{I} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \mathbf{I} \end{bmatrix}$$

e substituindo $\mathcal{P} = \mathbf{W}^{-1}$, obtém-se

$$\begin{bmatrix} \mathcal{P} & \mathcal{P}\mathbf{A}_{cl} & 0 & \mathcal{P}\mathbf{H}_d(\boldsymbol{\theta}(k)) \\ \mathbf{A}'_{cl} & \mathcal{P} & \mathbf{C}' & 0 \\ 0 & \mathbf{C} & \mathbf{I} & 0 \\ \mathbf{H}_d(\boldsymbol{\theta}(k))'\mathcal{P} & 0 & 0 & \gamma^2\mathbf{I} \end{bmatrix} > \mathbf{0} \quad (\text{B.2})$$

com $\mathbf{A}_{cl} = (\frac{\mathbf{G}(\boldsymbol{\theta})}{r} + \frac{\mathbf{H}_u(\boldsymbol{\theta})}{r}\mathbf{K})$. Realizando uma transformação de congruência que realiza a permuta entre as linhas e colunas 1 e 2, e na sequência entre as linhas e colunas 3 e 4, tem-se

$$\begin{bmatrix} \mathcal{P} & \mathbf{A}'_{cl}\mathcal{P} & 0 & \mathbf{C}' \\ \mathcal{P}\mathbf{A}_{cl} & \mathcal{P} & \mathcal{P}\mathbf{H}_d(\boldsymbol{\theta}(k)) & 0 \\ 0 & \mathbf{H}_d(\boldsymbol{\theta}(k))\mathcal{P} & \mathbf{I}\gamma^2 & 0 \\ \mathbf{C} & 0 & 0 & \mathbf{I} \end{bmatrix} > \mathbf{0} \quad (\text{B.3})$$

Aplicando dois complementos de Schur em (B.3), tem-se

$$\begin{bmatrix} \mathbf{A}'_{cl}\mathcal{P}\mathbf{A}_{cl} - \mathcal{P} + \mathbf{C}'\mathbf{C} & \mathbf{A}'_{cl}\mathcal{P}\mathbf{H}_d(\boldsymbol{\theta}(k)) \\ 0 & \mathbf{H}_d(\boldsymbol{\theta}(k))'\mathcal{P}\mathbf{H}_d(\boldsymbol{\theta}(k)) - \gamma^2\mathbf{I} \end{bmatrix} < \mathbf{0} \quad (\text{B.4})$$

que, multiplicada à esquerda por $[\mathbf{x}(k)' \ w(k)']$ e a direita pelo transposto, e na sequência

realizando-se as substituições: $\mathbf{x}(k+1) = \mathbf{A}_{cl}\mathbf{x}(k) + \mathbf{H}_d(\boldsymbol{\theta}(k))w(k)$ e $y(k) = \mathbf{C}\mathbf{x}(k)$, fornece

$$\mathbf{x}(k+1)'\mathcal{P}\mathbf{x}(k+1) - \mathbf{x}(k)\mathcal{P}\mathbf{x}(k) + y(k)'y(k) - \gamma^2 w(k)'w(k) < \mathbf{0}$$

Somando a última equação de $k = 0$ até $k = \infty$, tem-se

$$\mathbf{x}(\infty)'\mathcal{P}\mathbf{x}(\infty) - \mathbf{x}(0)\mathcal{P}\mathbf{x}(0) + \sum_{k=0}^{\infty} y(k)'y(k) - \gamma^2 \sum_{k=0}^{\infty} w(k)'w(k)$$

Aplicando a definição de norma-2 de um sinal, tem-se

$$\mathbf{x}(\infty)'\mathcal{P}\mathbf{x}(\infty) - \mathbf{x}(0)\mathcal{P}\mathbf{x}(0) + \|y(k)\|_2^2 - \gamma^2 \|w(k)\|_2^2 < \mathbf{0}$$

Do bloco (1,1) de (B.4) tem-se que a matriz \mathbf{A}_{cl} é estável e, além disso, a fatoraçoão $\mathbf{A}_{cl} = (1/r)(\mathbf{G}(\boldsymbol{\theta}) + \mathbf{H}_u(\boldsymbol{\theta})\mathbf{K})$ também permite concluir que seus autovalores possuem módulo menor do que r , ou seja, estão confinados a um círculo de raio r para qualquer instante de tempo. Dessa forma, temos que $\lim_{k \rightarrow \infty} x(k) = 0$. Finalmente, considerado uma condição inicial nula $x(0) = 0$, temos

$$\|y(k)\|_2 < \gamma \|w(k)\|_2$$

ou seja, γ fornece um nível de atenuação entre a energia da entrada $w(k)$ e a energia saída $y(k)$ para sinais $w(k)$ de energia finita, que pode ser vista como a norma \mathcal{H}_∞ do sistema quando γ for o menor valor possível que atende a desigualdade.

FEAS.2: Aplicando complementos de Schur nas desigualdades dadas em (3.3), tem-se respectivamente

$$\mathcal{W}^{-1} < k_w \mathbf{I}, \quad \mathcal{Z}'\mathcal{Z} < k_z \mathbf{I}$$

Substituindo essas relações em $K'K$, temos

$$(\mathcal{W}^{-1})'(\mathcal{Z}\mathcal{W}^{-1}) = \mathcal{W}^{-1}\mathcal{Z}'\mathcal{Z}\mathcal{W}^{-1} < k_z I \mathcal{W}^{-1} \mathcal{W}^{-1} < k_z k_w^2 I$$

Portanto $K'K < k_z k_w^2 I$.

FEAS.3: Substituindo $\mathcal{F} = \mathbf{K}\mathcal{G}$ nas LMIs dadas em (3.4), multiplicando cada desigualdade por $\boldsymbol{\theta}_j(k)\boldsymbol{\theta}_i(k+1)$ e somando para $j = 1, 2, i = 1, 2$ tem-se

$$\begin{bmatrix} \mathcal{G} + \mathcal{G} - \mathcal{S}(\boldsymbol{\theta}(k)) & 0 & \mathcal{G}'\left(\frac{\mathbf{G}(\boldsymbol{\theta}(k))}{r} + \frac{\mathbf{H}_u(\boldsymbol{\theta}(k))}{r}\mathbf{K}\right) & \mathcal{G}\mathbf{C}' \\ * & \mathbf{I} & \mathbf{H}_d(\boldsymbol{\theta}(k))\mathbf{C}' & 0 \\ * & * & \mathcal{S}(\boldsymbol{\theta}(k+1)) & 0 \\ * & * & * & \gamma^2 \mathbf{I} \end{bmatrix} > \mathbf{0}$$

que pode ser reconhecida como o *Bounded Real Lemma* para sistemas discretos no tempo com variáveis de folga (DAAFOUZ; BERNUSSOU, 2001b), garantindo que γ é um limitante superior para a norma \mathcal{H}_∞ do sistema em malha fechada. Além disso, como a matriz dinâmica em malha fechada $(\frac{\mathbf{G}(\theta)}{r} + \frac{\mathbf{H}_u(\theta)}{r}\mathbf{K})$ aparece multiplicada por $1/r$, seus autovalores possuem módulo menor do que r , ou seja, estão confinados a um círculo de raio r para qualquer instante de tempo.

FEAS.4: Notando que para $\mu_0 > 0$, tem-se $(\mathbf{G} - \mu_0\mathbf{I}_n)'(\mu_0\mathbf{I}_n)^{-1}(\mathbf{G} - \mu_0\mathbf{I}_n) \geq 0$ e portanto $\mathbf{G}'(\mu_0\mathbf{I}_n)^{-1}\mathbf{G} \geq \mathbf{G} + \mathbf{G}' - \mu\mathbf{I}_n$. Aplicando essa majoração em (20), tem-se

$$\begin{bmatrix} \mathbf{G}'(\mu_0\mathbf{I}_n)^{-1}\mathbf{G} & \mathbf{F}' \\ \mathbf{F} & \beta\mathbf{I}_m \end{bmatrix} > \mathbf{0}$$

Aplicando a seguinte transformação de congruência,

$$\begin{bmatrix} \mathbf{G}^{-1'} & 0 \\ 0 & \mathbf{I}_m \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{G}'(\mu_0\mathbf{I}_n)^{-1}\mathbf{G} & \mathbf{F}' \\ \mathbf{F} & \beta\mathbf{I}_m \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{G}^{-1} & 0 \\ 0 & \mathbf{I}_m \end{bmatrix} > \mathbf{0}$$

tem-se

$$\begin{bmatrix} (\mu_0\mathbf{I}_n)^{-1} & \mathbf{G}^{-1'}\mathbf{F}' \\ \mathbf{F}\mathbf{G} & \beta\mathbf{I}_m \end{bmatrix} > \mathbf{0}$$

Aplicando o complemento de Schur, tem-se

$$\beta\mathbf{I}_m > \mathbf{F}\mathbf{G}^{-1}\mu_0\mathbf{I}_n\mathbf{G}^{-1'}\mathbf{F}' \Rightarrow \beta\mu_0^{-1}\mathbf{I}_m > \mathbf{F}\mathbf{G}^{-1}\mathbf{G}^{-1'}\mathbf{F}' \Rightarrow \beta\mu_0^{-1}\mathbf{I}_m > \mathbf{K}\mathbf{K}'$$

Portanto $\mathbf{K}\mathbf{K}' < \beta\mu_0^{-1}\mathbf{I}_m$.

Apêndice C – Descrição e parâmetros do protótipo

O protótipo utilizado na realização dos experimentos é apresentado na Figura C.1 e detalhado na Figura C.2 e Figura C.3, tendo as seguintes características:

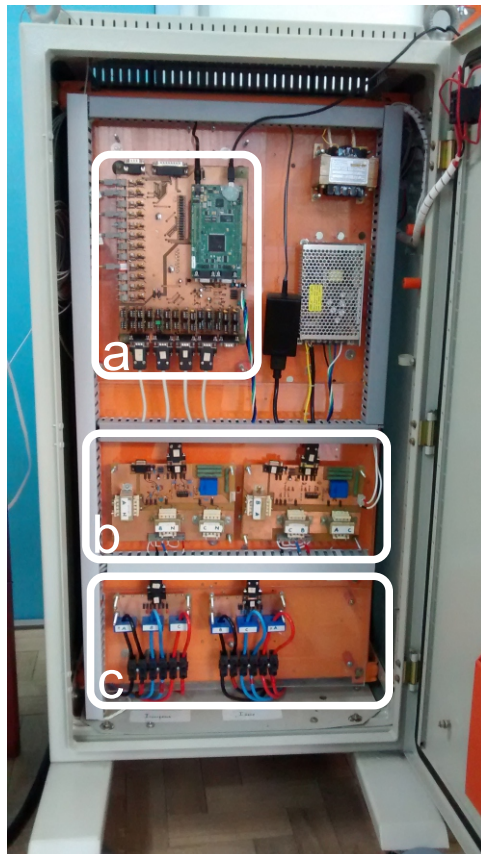
- processador: microcontrolador/DSP Texas Instruments, de ponto flutuante, 32 bits, modelo TMS320F28335, com *clock* de 150 MHz, com 16 conversores A/D e 12 saídas PWM;
- instrumentação: sensores de tensão com transformadores e sensores de corrente da marca LEM, modelo LV 25-P, para medição de tensão, e LA 100-P, para medição de corrente;
- inversor: marca Semikron, com três braços de IGBTs, com tensão das chaves de 1200 V;
- filtro LCL: indutores da marca Magmatec e capacitores da marca Epcos;
- conexão com a rede: transformador variável (VARIAC) da marca E.E.A.T. Ind e Com LTDA, para potência de 39 kVA;
- frequências do sistema: de amostragem, igual a 20040 Hz, e de comutação, igual a 10020 Hz.

Figura C.1 – Visão geral do protótipo: (a) indutores para ensaios de variação paramétrica, (b) inversor e filtro LCL, (c) fonte de alimentação CC e (d) VARIAC para conexão com a rede elétrica.



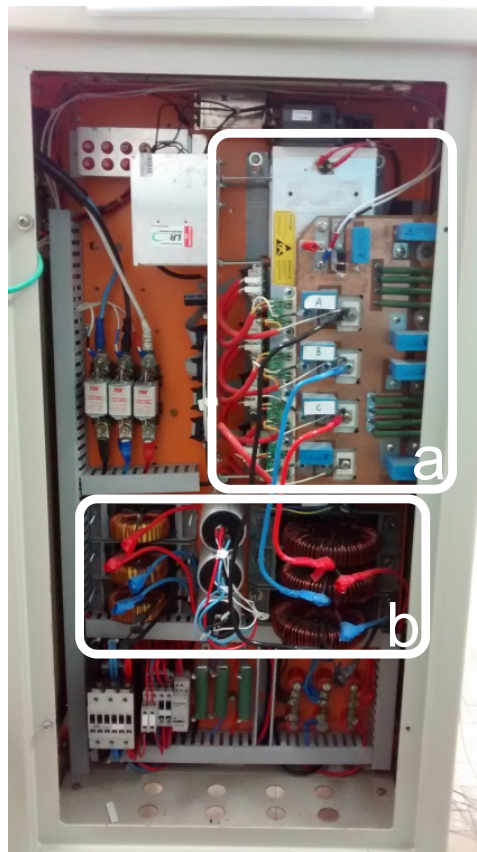
Fonte: Autor.

Figura C.2 – Vista frontal do sistema na Figura C.1(b). (a) microcontrolador/DSP, (b) circuitos para aquisição das medidas de tensão, (c) circuito para aquisição das medidas de corrente.



Fonte: Autor.

Figura C.3 – Vista posterior do sistema na Figura C.1(b). (a) inversor trifásico, (b) filtro LCL.



Fonte: Autor.

Os parâmetros do protótipo são compilados na Tabela C.1.

Tabela C.1 – Parâmetros do protótipo

Potência	5.4 kW
Tensão de linha da rede	220 Vrms
Frequência da rede	60 Hz
Tensão do barramento CC	400 V
Frequência de comutação	10020 Hz
Frequência de amostragem	20040 Hz
Indutância do conversor L_c	1 mH
Indutância do lado da rede L_{g1}	0.3 mH
Capacitor do filtro C_f	62 μ F
Resistência série do indutor do lado do filtro	1 n Ω
Resistência série do indutor do lado da rede	1 n Ω
Máxima indutância da rede L_{g2max}	1 mH
Mínima indutância da rede L_{g2min}	0 mH

Apêndice D – Complexidade numérica da LMIs do Capítulo 3

A complexidade numérica da solução de uma LMI depende de \mathcal{K} (número de variáveis escalares da LMI) e \mathcal{L} (número de linhas da LMI).

O tempo de solução da LMI é proporcional a $\mathcal{K}^3\mathcal{L}$ (BOYD et al., 1994).

Para as LMIs de FEAS1 a FEAS4, tem-se, para n controladores ressonantes:

$$FEAS1 \begin{cases} \mathcal{K}_{ss} = \frac{(4+2n)(4+2n+1)}{2} + (4+2n) \\ \mathcal{L}_{ss} = ((4+2n) + (4+2n) + 1 + 1) \times 2 \end{cases} \quad (D.1)$$

$$FEAS2 \begin{cases} \mathcal{K}_{sc} = \mathcal{K}_{ss} + 2 \\ \mathcal{L}_{sc} = \mathcal{L}_{ss} + (4+2n) + (4+2n) + (4+2n) + 1 \end{cases} \quad (D.2)$$

$$FEAS3 \begin{cases} \mathcal{K}_{cs} = (4+2n)^2 + (4+2n) + (4+2n)(4+2n+1) \\ \mathcal{L}_{cs} = ((4+2n) + 1 + (4+2n) + 1) \times 4 \end{cases} \quad (D.3)$$

$$FEAS4 \begin{cases} \mathcal{K}_{cc} = \mathcal{K}_{cs} + 1 + 1 \\ \mathcal{L}_{cc} = \mathcal{L}_{cs} + (4+2n) + 1 \end{cases} \quad (D.4)$$

Apêndice E – Algoritmo Genético

Algoritmos genéticos são técnicas de busca e otimização que consistem em uma analogia a processos naturais, tendo como base a teoria da adaptação e seleção natural das espécies, desenvolvida por Charles Darwin e pelos trabalhos de Mendel sobre herança genética (RUSSELL; NORVIG, 2016; HAUPT; HAUPT, 1998). De modo geral, o objetivo de um algoritmo genético é minimizar ou maximizar uma função custo. Cada uma das variáveis de entrada para esta função é chamada de gene, sendo que um conjunto de genes recebe o nome de cromossomo ou indivíduo. Por fim, o conjunto de vários indivíduos é chamado de população (DUPONT, 2010).

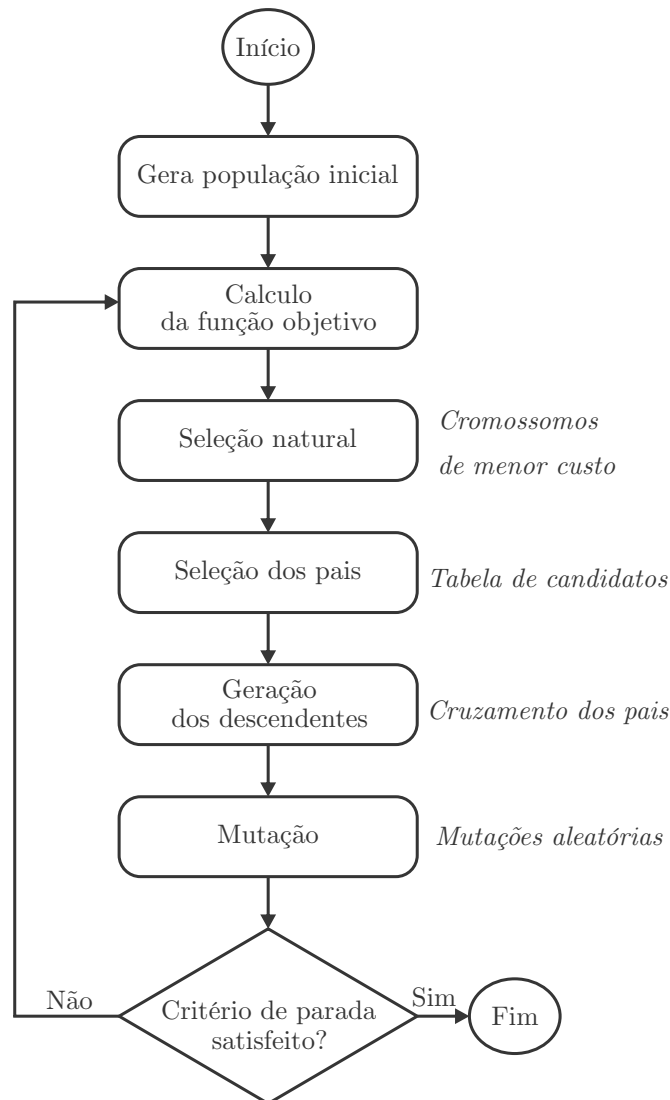
Figura E.1 – Estrutura básica de um algoritmo genético.

$$\text{População} = \underbrace{\begin{bmatrix} \text{cromossomo}_1 \\ \text{cromossomo}_2 \\ \vdots \\ \text{cromossomo}_n \end{bmatrix}}_{\text{Cromossomos}} = \underbrace{\begin{bmatrix} g_{11} & g_{12} & \cdots & g_{1n} \\ g_{21} & g_{22} & \cdots & g_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ g_{m1} & g_{m2} & \cdots & g_{mn} \end{bmatrix}}_{\text{Genes}}$$

Fonte: Autor.

O funcionamento típico de um algoritmo genético segue os passos vistos no fluxograma apresentado pela Figura E.2.

Figura E.2 – Fluxograma de funcionamento de um GA.



Fonte: Adaptado de (VORATAS, 2012).

No algoritmo genético, a solução ótima é obtida a partir de um processo evolutivo, que tem início com uma população formada por indivíduos criados aleatoriamente. Por meio de cruzamentos e mutações entre os indivíduos, os mais fortes (ou seja, as melhores soluções) possuem maior chance de sobrevivência e mantêm-se no processo evolutivo. Assim como as características de cada indivíduo dependem de seus genes, as características de uma determinada solução é função de seus parâmetros (RUSSELL; NORVIG, 2016). Sendo assim, para dar continuidade ao processo evolutivo, um novo conjunto de possíveis soluções, ou seja, uma nova geração, é obtida misturando-se características (genes) dos indivíduos selecionados. Este procedimento se repete até que a solução encontrada seja satisfatória ou até que atinja-se o máximo número de iterações. Para avaliar a qualidade de cada indivíduo, ou seja, de cada possível solução, uma função custo deve ser definida (HAUPT; HAUPT, 1998).

Uma vez que a população é gerada aleatoriamente, o GA é capaz de virtualmente buscar todo o espaço de soluções, provendo buscas em diferentes pontos deste espaço. Uma vez que não é necessário conhecer a derivada da função custo, como em outras técnicas de otimização, o GA tem a capacidade de evoluir mesmo com base em dados experimentais ou de simulação (RUSSELL; NORVIG, 2016).

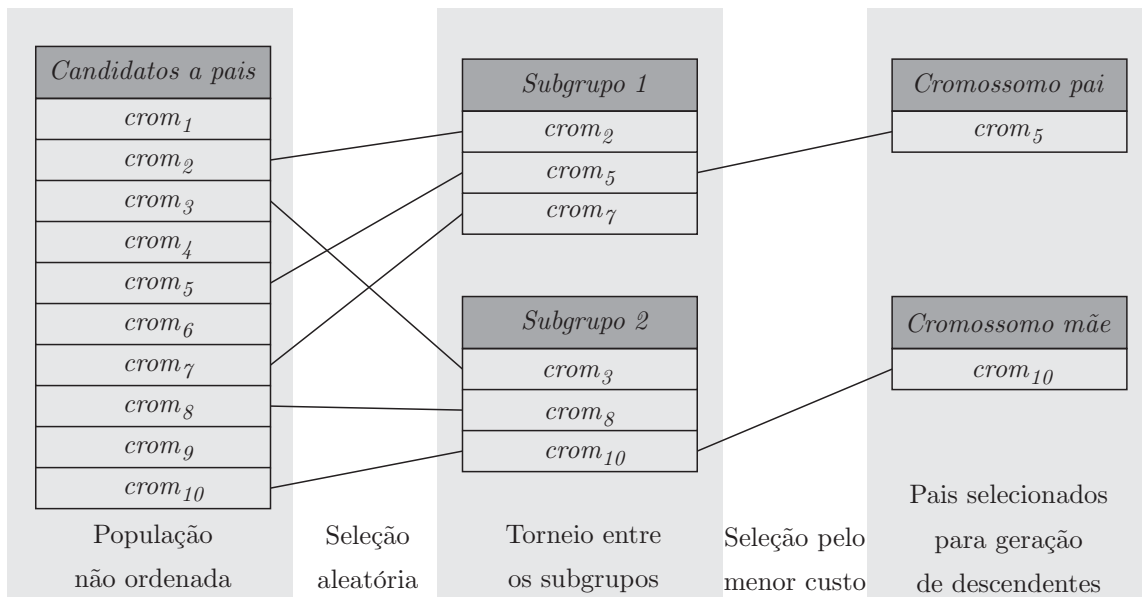
Durante a execução do algoritmo, os indivíduos que possuem o menor custo (*fitness*) geram descendentes (*offspring*) para uma próxima geração, na tentativa de melhorar a média da função custo da população como um todo à medida que esta evolui. Entretanto, devido à quantidade de parâmetros e à natureza estocástica do processo, o algoritmo pode convergir para diferentes resultados em cada execução, ou pode ser confinado em um ponto de mínimo local. Para evitar estes problemas, deve-se ajustar o tamanho da população e as taxas de mutação e cruzamento de modo a garantir uma população com diversidade adequada. Ainda, caso necessário, pode-se utilizar o elitismo para garantir a sobrevivência dos melhores indivíduos para a próxima geração (HAUPT; HAUPT, 1998).

As subseções a seguir apresentam as principais características dos parâmetros utilizados no algoritmo genético aplicado no Capítulo 4 desta Tese.

Seleção dos pais – método do torneio

O método do torneio, ilustrado na Figura E.3, é uma opção típica utilizada na seleção de pais. Este método gera aleatoriamente dois pequenos grupos de indivíduos provenientes da seleção natural, sendo que geralmente estes subgrupos são formados por dois ou três elementos (HAUPT; WERNER, 2007). Os indivíduos que possuírem o menor custo de cada subgrupo serão selecionados para gerar descendentes.

Figura E.3 – Método da seleção por torneio



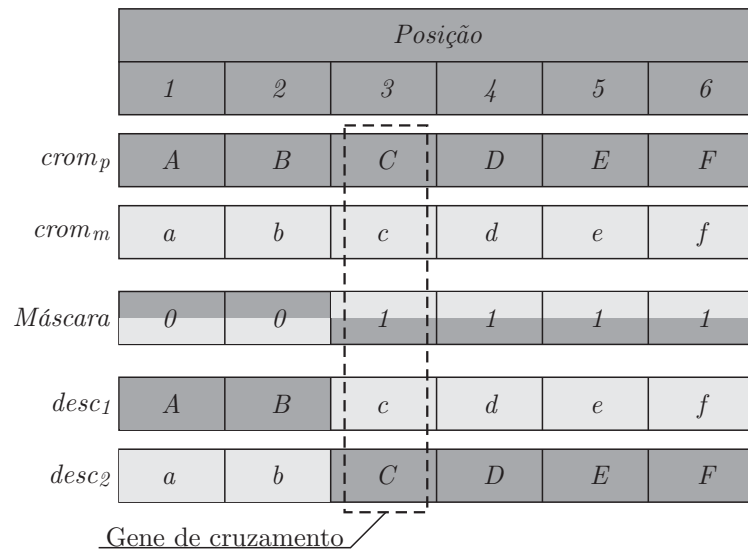
Fonte: Adaptado de (DUPONT, 2010)

Conforme (HAUPT; WERNER, 2007), a seleção por torneio funciona bem com o uso de limiares para gerar a lista de possíveis pais, uma vez que a população nunca necessita de ordenação. Porém, o tempo necessário para que seja realizada a ordenação pode se tornar um impeditivo para populações de grandes tamanhos (DUPONT, 2010).

Cruzamento uniforme de ponto único

O cruzamento uniforme de ponto único é o procedimento mais utilizado para simulações discretas (HAUPT; WERNER, 2007). Para a realização de cruzamentos utilizando o método de ponto único é necessária a geração de um número aleatório que corresponde ao gene no qual o cruzamento será efetuado (DUPONT, 2010), conforme ilustrado pela Figura E.4.

Figura E.4 – Operador de cruzamento.



Fonte: Adaptado de (DUPONT, 2010)

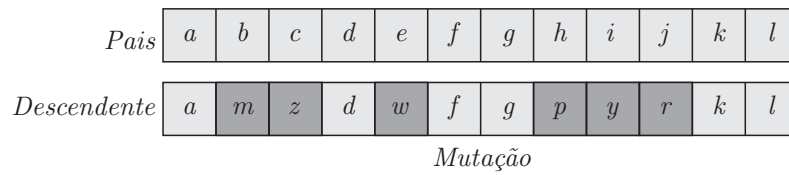
Para tanto, utiliza-se uma máscara de cruzamento, que inicialmente é composta por 0s, representando os genes do pai. A partir deste ponto aleatório em diante, a máscara é preenchida por 1s, que correspondem aos genes da mãe. Desse modo, o primeiro descendente (*desc₁*) segue a sequência genética estabelecida pela máscara, copiando os genes do pai quando o gene da máscara for 0 e da mãe quando na máscara houver 1, já o segundo descendente (*desc₂*) é proveniente do complemento da máscara. Assim, um par de descendentes é gerado para cada par de pais (DUPONT, 2010).

Mutação uniforme

Mutação é o operador genético encarregado de adicionar novos genes na população. Este comportamento é obtido por meio de modificações aleatórias em determinados genes dos indivíduos. A taxa de mutação determina a fração de genes da população que sofrerá alteração, com exceção dos indivíduos preservados pelo elitismo (DUPONT, 2010).

Para simulações com variáveis discretas, a mutação simplesmente inverte o bit selecionado, alterando de zero para um ou vice versa. Quando a simulação ocorre em variáveis contínuas, a mutação pode ser realizada de diversas formas, sendo a troca de um gene por um valor gerado aleatoriamente a mais utilizada, um exemplo de mutação é mostrado na Figura E.5.

Figura E.5 – Operador de mutação.



Fonte: Adaptado de (DUPONT, 2010).

Elitismo

Elitismo, no contexto do GA, significa manter o melhor ou melhores indivíduos intactos para a próxima geração (HAUPT; WERNER, 2007). No entanto, existem várias formas de conceber o elitismo, para este trabalho utilizou-se a seleção em uma população ($\mu + \lambda$) na qual a seleção ocorre em indivíduos da população atual agregados aos melhores indivíduos da população anterior (BÄCK, 1996).