

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA MARIA
CENTRO DE TECNOLOGIA
CURSO DE GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA CIVIL

Nícolas Kothe Lauschner

**APLICAÇÃO DO MÉTODO DE FAUCHART PARA OBTENÇÃO DOS
CARREGAMENTOS EM LONGARINAS DE PONTES DE MÚLTIPLAS
VIGAS**

Santa Maria, RS
2019

Nícolás Kothe Lauschner

**APLICAÇÃO DO MÉTODO DE FAUCHART PARA OBTENÇÃO DOS
CARREGAMENTOS EM LONGARINAS DE PONTES DE MÚLTIPLAS VIGAS**

Trabalho de Conclusão de Curso de Engenharia Civil, da Universidade Federal de Santa Maria (UFSM, RS), como requisito parcial para obtenção do título de **Bacharel em Engenharia Civil**.

Orientador: Prof. Dr. André Lübeck

Santa Maria, RS
2019

Nícolas Kothe Lauschner

**APLICAÇÃO DO MÉTODO DE FAUCHART PARA OBTENÇÃO DOS
CARREGAMENTOS EM LONGARINAS DE PONTES DE MÚLTIPLAS VIGAS**

Trabalho de Conclusão de Curso de Engenharia Civil, da Universidade Federal de Santa Maria (UFSM, RS), como requisito parcial para obtenção do título de **Bacharel em Engenharia Civil**.

Aprovado em 18 de dezembro de 2019:

Prof. Dr. André Lübeck (UFSM)
(Presidente/Orientador)

Prof. Dr. Almir Barros da Silva Santos Neto (UFSM)

Prof. Dr. Alisson Milani (UNIPAMPA)

Santa Maria, RS
2019

RESUMO

APLICAÇÃO DO MÉTODO DE FAUCHART PARA OBTENÇÃO DOS CARREGAMENTOS EM LONGARINAS DE PONTES DE MÚLTIPLAS VIGAS

AUTOR: Nicolás Kothe Lauschner
ORIENTADOR: André Lübeck

No Brasil é comum o uso de tabuleiros de vigas múltiplas de concreto protendido em elevados, viadutos e pontes. Para analisar a superestrutura de múltiplo vigamento de concreto é criado um modelo estrutural em grelha. Diferentes métodos foram propostos para analisar a distribuição transversal de carregamentos em um tabuleiro, entre eles, o método de Fauchart (1972) o qual é de simples aplicação. O presente trabalho busca aplica-lo em um tabuleiro de ponte, com o auxílio do *software* Ftool, e comparar seus resultados com o *software* comercial LIP TQS. O tabuleiro de ponte que serviu de estudo para esse trabalho é formado por uma laje de 20 centímetros, um vão transversal de 16,20 metros, um vão longitudinal de 40 metros, sete vigas longarinas com altura de 2,00 metros e duas vigas transversinas. Inicialmente foram calculadas as propriedades do concreto e as propriedades geométricas de cada viga longarina. Assim, foi aplicado o método de Fauchart (1972) com o auxílio do *software* Ftool, para determinar as linhas de influência de cada viga. Com as linhas de influência, foi aplicado o trem-tipo determinado de acordo com a norma ABNT NBR 7188 (2013). Com isso, foram determinados os máximos momentos fletores e esforços cortantes de cada viga longarina no ELU e os resultados foram comparados com o *software* LIP TQS obtendo boa concordância.

Palavras-chave: Método de Fauchart; Tabuleiro de Ponte; Linha de Influência.

ABSTRACT

APPLICATION OF THE FAUCHART METHOD TO OBTAIN THE LOADS FOR THE LONGARINES OF MULTI-BEAM BRIDGES

AUTHOR: Nicolas Kothe Lauschner
ADVISOR: André Lübeck

In Brazil, it is common practice to use prestressed concrete multi-beam trays in elevated highways, viaducts and bridges. To analyse the multiple concrete beams superstructure, a grid-based structural model is created. Different methods were proposed to analyse the transversal loads distribution in a tray, such as the Fauchart method (1972), which is of simple application. This work aims to apply this method in a bridge tray, using the Ftool software, and to compare its results with the LIP TQS commercial software. The bridge tray studied in this work is composed of a 20 centimeters slab, a 16.20 meter transverse span, a 40 meter longitudinal span, seven 2 meter high longitudinal girders and two transverse girders. Initially, the concrete and the geometric properties of each longitudinal girders were calculated. The Fauchart method (1972) was applied using the Ftool software to determine the influence lines of each girder. With the influence lines the was train type was applied as determined by the ABNT NBR 7188 (2013). This way, the maximum shear force and shear strength of each longitudinal girder were determined in the ULS and the results were compared with the LIP TQS software, obtaining good accordance.

Keywords: Fauchart method; Bridge Tray; Influence line.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Ponte com transversinas intermediárias.	11
Figura 2 – Ponte sem transversinas intermediárias.	12
Figura 3 – Deformações na seção transversal de uma ponte com três longarinas e uma transversina intermediária.	15
Figura 4 – Seção transversal de um tabuleiro com três longarinas.	16
Figura 5 – Reações da linha de influência para um tabuleiro com três longarinas considerando diferentes valores de grau de rigidez.	17
Figura 6 – Aplicação de força na transversina intermediária de uma ponte com quatro longarinas.	19
Figura 7 - Equilíbrio da Viga i.	21
Figura 8 – Faixa unitária da laje.	23
Figura 9 – esquema estrutural de faixa unitária com apoios elásticos.	24
Figura 10 - Geometria do trem tipo TB 450.	24
Figura 11 – Seção transversal do tabuleiro da ponte exemplo.	29
Figura 12 – Seção longitudinal do tabuleiro da ponte exemplo.	29
Figura 13 - Seção transversal das vigas externas (unidades em centímetros).	31
Figura 14 – Seção transversal das vigas internas (unidades em centímetros).	31
Figura 15 – Separação de cada área das vigas internas (unidades em centímetros).	32
Figura 16 – Separação de cada área das vigas externas (unidades em centímetros).	33
Figura 17 – Aplicação do apoio elástico nas vigas	36
Figura 18 – Propriedades da seção aplicada no Ftool.	37
Figura 19 – Propriedades do concreto aplicada no Ftool.	38
Figura 20 – Aplicação de carga vertical para a linha de influência da viga 1.	39
Figura 21 – Deformada da laje com a aplicação da carga vertical na viga 1.	39
Figura 22 – Linha de influência para a viga 1.	40
Figura 23 - Aplicação de carga vertical para a linha de influência da viga 2.	40
Figura 24 - Deformada da laje com a aplicação da carga vertical na viga 2.	41
Figura 25 – Linha de influência para a viga 2.	41
Figura 26 - Aplicação de carga vertical para a linha de influência da viga 3.	42
Figura 27 - Deformada da laje com a aplicação da carga vertical na viga 3.	42
Figura 28 – Linha de influência para a viga 3.	43
Figura 29 - Aplicação de carga vertical para a linha de influência da viga 4.	43
Figura 30 - Deformada da laje com a aplicação da carga vertical na viga 4.	44
Figura 31 – Linha de influência para a viga 4.	44
Figura 32 – Posição do trem tipo e influências para as longarinas 1 e 7 (unidades em m).	45
Figura 33 – Trem tipo aplicado no sentido longitudinal para as longarinas 1 e 7.	47
Figura 34 – Envoltória de esforço cortante das longarinas 1 e 7.	47
Figura 35 – Envoltória de momento fletor das longarinas 1 e 7.	47
Figura 36 - Posição do trem tipo e influências para as longarinas 2 e 6 (unidades em m).	48

Figura 37 - Trem tipo aplicado no sentido longitudinal para as longarinas 2 e 6.....	49
Figura 38 – Envoltória de esforço cortante das longarinas 2 e 6.....	50
Figura 39 – Envoltória de momento fletor das longarinas 2 e 6.	50
Figura 40 - Posição do trem tipo e influências para as longarinas 2 e 5 (unidades em m).	51
Figura 41 - Trem tipo aplicado no sentido longitudinal para as longarinas 3 e 5.....	52
Figura 42 – Envoltória de esforço cortante das longarinas 3 e 5.....	52
Figura 43 – Envoltória de momento fletor das longarinas 3 e 5.	53
Figura 44 - Posição do trem tipo e influências para a longarina 4 (unidades em m).	53
Figura 45 - Trem tipo aplicado no sentido longitudinal para a longarina 4.	54
Figura 46 – Envoltória de esforço cortante da longarina.	55
Figura 47 – Envoltória de momento fletor da longarina 4.....	55
Figura 48 – Cargas permanentes atuantes nas longarinas 1 e 7.....	58
Figura 49 – Diagrama de esforço cortante para as cargas permanentes atuantes nas longarinas 1 e 7.....	59
Figura 50 - Diagrama de momento fletor para as cargas permanentes atuantes nas longarinas 1 e 7.....	59
Figura 51 – Cargas permanentes atuantes nas longarinas 2 e 6.....	60
Figura 52 – Diagrama de esforço cortante para as cargas permanentes atuantes nas longarinas 2 e 6.....	60
Figura 53 - Diagrama de momento fletor para as cargas permanentes atuantes nas longarinas 2 e 6.....	60
Figura 54 – Cargas permanentes atuantes nas longarinas 3 e 5.....	61
Figura 55 – Diagrama de esforço cortante para as cargas permanentes atuantes nas longarinas 3 e 5.....	61
Figura 56 - Diagrama de momento fletor para as cargas permanentes atuantes nas longarinas 3 e 5.....	62
Figura 57 – Cargas permanentes atuantes na longarina 4.	62
Figura 58 – Diagrama de esforço cortante para as cargas permanentes atuantes na longarina 4.....	63
Figura 59 - Diagrama de momento fletor para as cargas permanentes atuantes na longarina 4.....	63
Figura 60 – Propriedades do concreto e dimensões do tabuleiro moldado no LIP TQS.	67
Figura 61 – Seção transversal do tabuleiro moldado no LIP TQS.....	67
Figura 62 – Constantes de mola da modelagem no LIP TQS.	68
Figura 63 – Linha de influência para reação vertical e aplicação do trem-tipo para flexão máxima da viga 1 no LIP TQS.	69
Figura 64 – Linha de influência para reação vertical e aplicação do trem-tipo para flexão máxima da viga 2 no LIP TQS.	69
Figura 65 - Linha de influência para reação vertical e aplicação do trem-tipo para flexão máxima da viga 3 no LIP TQS.....	70
Figura 66 - Linha de influência para reação vertical e aplicação do trem-tipo para flexão máxima da viga 4 no LIP TQS.....	70
Figura 67 - Linha de influência para momento torçor e aplicação do trem-tipo para torção máxima da viga 1 no LIP TQS.....	71

Figura 68 - Linha de influência para momento torçor e aplicação do trem-tipo para torção máxima da viga 2 no LIP TQS.....	71
Figura 69 - Linha de influência para momento torçor e aplicação do trem-tipo para torção máxima da viga 3 no LIP TQS.....	72
Figura 70 - Linha de influência para momento torçor e aplicação do trem-tipo para torção máxima da viga 4 no LIP TQS.....	72
Figura 71 – Envoltória de momento fletor da combinação do ELU para a viga 1 pelo LIP TQS.....	73
Figura 72 - Envoltória de momento fletor da combinação do ELU para a viga 2 pelo LIP TQS.....	73
Figura 73 - Envoltória de momento fletor da combinação do ELU para a viga 3 pelo LIP TQS.....	74
Figura 74 - Envoltória de momento fletor da combinação do ELU para a viga 4 pelo LIP TQS.....	74
Figura 75 - Envoltória de esforço cortante da combinação do ELU para a viga 1 pelo LIP TQS.....	75
Figura 76 - Envoltória de esforço cortante da combinação do ELU para a viga 2 pelo LIP TQS.....	75
Figura 77– Envoltória de esforço cortante da combinação do ELU para a viga 3 pelo LIP TQS.....	76
Figura 78 - Envoltória de esforço cortante da combinação do ELU para a viga 4 pelo LIP TQS.....	76

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	11
1.1	JUSTIFICATIVA	13
1.2	OBJETIVOS	13
1.2.1	Objetivo geral	13
1.2.2	Objetivos específicos	13
2	REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	14
2.1.1	Metodologia para o Método de Leonhardt (1940)	14
2.2	MÉTODO DE ENGESSER-COURBON (1940)	18
2.2.1	Metodologia para o Método de Engesser-Courbon	19
2.3	MÉTODO DE FAUCHART (1972)	20
2.3.1	Metodologia para o Método de Fauchart (1972)	20
2.4	TREM TIPO	24
2.4.1	Coeficiente de Impacto Vertical	26
2.4.2	Coeficiente de Número de Faixas	26
2.4.3	Coeficiente de Impacto Vertical	26
2.1	CARREGAMENTOS EM LONGARINAS	27
2.5.1	Estado limite último (ELU)	27
2.1.1	Estado limite de serviço (ELS)	Erro! Indicador não definido.
3	METODOLOGIA	29
3.1	OBJETO DE ESTUDO	29
3.1.1	Propriedades do concreto	30
3.1.2	Propriedades geométricas das vigas	30
3.2	MODELAGEM NO FTOOL	36
3.2.1	Linhas de influência	38
3.3	CARGAS MÓVEIS NAS LONGARINAS	44
3.3.1	Carga móvel nas longarinas 1 e 7	45
3.3.2	Carga móvel nas longarinas 2 e 6	48
3.3.3	Carga móvel nas longarinas 3 e 5	50
3.3.4	Carga móvel na longarina 4	53
3.4	CARGA PERMANENTE NAS LONGARINAS	55
3.4.1	Cargas permanentes na seção transversal nas longarinas 1 e 7	56
3.4.2	Cargas permanentes na seção transversal nas longarinas 2, 3, 4, 5 e 6	

3.4.3	Carga permanente nas longarinas 1 e 7	58
3.4.4	Carga permanente nas longarinas 2 e 6	59
3.4.5	Carga permanente nas longarinas 3 e 5	61
3.4.6	Carga permanente na longarina 4	62
3.5	ESTADOS LIMITES	63
3.5.1	Estado limite último (ELU)	63
3.5.1.1	<i>Estado limite último para as longarinas 1 e 7</i>	64
3.5.1.2	<i>Estado limite último para as longarinas 2 e 6</i>	64
3.5.1.3	<i>Estado limite último para as longarinas 3 e 5</i>	65
3.5.1.4	<i>Estado limite último para a longarina 4</i>	66
3.6	MODELAGEM NO LIP TQS	66
3.7	COMPARAÇÃO ENTRE RESULTADOS	77
4	CONCLUSÕES	79
4.1	SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS	80
5	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	81

1 INTRODUÇÃO

No Brasil é comum o uso de tabuleiros de vigas múltiplas de concreto protendido em elevados, viadutos e pontes, pelas vantagens econômicas e construtivas em vãos moderados (ALVES et al., 2004).

Para que seja possível analisar a superestrutura de múltiplo vigaamento de concreto é criado um modelo estrutural em grelha, que pode ser representado de maneira aproximada por grelhas interligadas (ALVES et al., 2004). Uma estrutura de uma ponte em grelha é formada por uma laje flexível e um sistema de vigas longitudinais, chamadas longarinas, e transversais, chamadas transversinas (OLIVEIRA et al., 2018). Originalmente essas pontes em vigas múltiplas eram constituídas de diversas transversinas rígidas (Figura 1), porém com o passar do tempo foi verificado que as lajes apresentavam rigidez suficiente, criando o caso em que essas transversinas podem ser flexíveis ou inexistentes (Figura 2). A segunda situação vem sendo bastante usada em casos de vigas de concreto protendido pré-moldado, porém, para isso, é necessário reforçar a armadura da laje já que esta passa a ser responsável por solidarizar as longarinas (STUCCHI, 2006).

Figura 1 – Ponte com transversinas intermediárias.



Fonte: Fares & Associados, Acesso em:

<http://www.fareseassociados.com.br/index.php/projetos/item/352>

Figura 2 – Ponte sem transversinas intermediárias.



Fonte: SECOM – BA (2014) Acesso em:

<http://www.secom.ba.gov.br/galeria/9235/92073/Instalacao-de-vigas-no-viaduto-da-avenida-Orlando-Gomes.html>

Com carregamentos móveis, a solidarização proporcionada pela grelha da superestrutura faz com que a posição do veículo de projeto na norma ABNT NBR 7188 (2013) deva variar a fim de provocar a situação mais desfavorável para cada elemento durante o dimensionamento. Ao aplicar cargas verticais na superestrutura, a grelha faz com que os esforços sejam transmitidos para cada elemento através das interseções entre as vigas constituintes. Com isso, torna-se possível analisar a linha de influência transversal (OLIVEIRA et al., 2018). Diferentes métodos foram propostos para analisar a distribuição dos carregamentos transversalmente em um tabuleiro, entre eles, o método de Fauchart (1972) apresenta e é de uma simples aplicação (STUCCHI, 2006).

Apesar de simples, a aplicação do método de Fauchart (1972) depende de métodos numéricos de solução, contudo, algumas ferramentas computacionais educacionais, podem auxiliar na superação dessas dificuldades.

1.1 JUSTIFICATIVA

A escolha pelo tema justifica-se se pela grande quantidade de pontes e viadutos de longarinas pré-fabricadas executados no país, sem transversinas, sendo necessário o conhecimento de métodos que permitam definir a distribuição dos carregamentos transversalmente entre as longarinas. O emprego do método de Fauchart (1972) com auxílio de softwares educacionais como o Ftool pode ser uma ferramenta importante de aprendizado para estudantes de engenharia civil.

1.2 OBJETIVOS

1.2.1 Objetivo geral

O objetivo geral deste trabalho consiste em exemplificar a aplicação do método de Fauchart (1972), com o auxílio do *software Ftool*, para determinar a distribuição dos carregamentos transversalmente entre longarinas de um tabuleiro de ponte.

1.2.2 Objetivos específicos

- Apresentar os principais métodos para determinação da distribuição dos carregamentos transversalmente entre longarinas;
- Utilizar o método de Fauchart para determinar as linhas de influência para o carregamento sobre cada uma das vigas de um tabuleiro de ponte;
- A partir das linhas de influência obtidas, determinar as ações permanentes e móveis sobre cada uma das longarinas e determinar os diagramas de momentos fletores e esforços cortantes;
- Comparar os resultados encontrados com o software comercial LIP-TQS.

2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Para a determinação do carregamento transversal em pontes de várias vigas há diferentes métodos propostos na literatura (STUCCHI, 2006). Neste trabalho serão apresentados três métodos: método de Leonhardt (1940), método de Engesse-Courbon (1940) e método de Fauchart (1972).

2.1 MÉTODO DE LEONHARDT (1940)

Sabe-se que um estudo completo de um tabuleiro de ponte implica em um conjunto complexo de fenômenos físicos e mecânicos que necessitam de um tratamento matemático para a solução, que considera o tabuleiro como estático. O método de Leonhardt (1940, apud San Martin, 1981) se mostra um dos métodos mais simples para o estudo de grelhas. Para sua aplicação são feitas as seguintes hipóteses, além das básicas da Teoria das Estruturas: (ALVES et al., 2004):

- Todas as transversinas do tabuleiro são representadas por uma única transversina fictícia, apoiada no meio do vão das diversas longarinas;
- Esta transversina fictícia é considerada como simplesmente apoiada nas longarinas;
- Desprezam-se os efeitos de torção.

2.1.1 Metodologia para o Método de Leonhardt (1940)

San Martin (1981) demonstra que inicialmente é necessário determinar o grau de rigidez da estrutura (ζ) através da Equação 1.

$$\zeta = \frac{\eta}{2\lambda} = \frac{I_t/I}{(2e/L)^3} = \frac{I_t}{I} \left(\frac{L}{2e}\right)^3 \quad (1)$$

Onde:

- I_t : inércia das vigas transversais (transversinas);
- I : inércia das vigas principais (longarinas);
- η : relação entre as inércias das vigas transversais e das vigas principais;

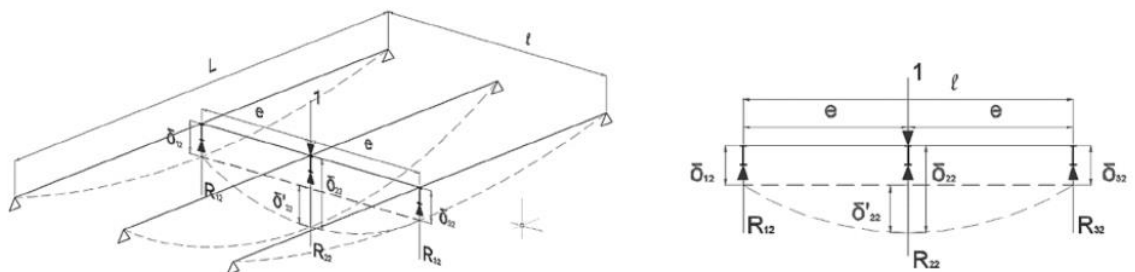
- e : afastamento entre as vigas principais;
- L : vão das longarinas;
- λ : relação entre o afastamento recíproco das vigas principais e o vão correspondente;

Para que a Equação 1 possa ser aplicada são consideradas as seguintes condições:

- Vigas principais com momento de inércia constante;
- Vigas principais simplesmente apoiadas;
- Viga transversal atuando nos pontos médios das vigas principais.

O método de Leonhardt (1940) define que sob a ação de uma carga P_k unitária, ocorrem deformações que geram reações r_{ik} denominadas coeficientes de repartição transversal sendo r_{ik} a reação correspondente à longarina “i” com a carga P_k aplicada em “k” (ALVES et al., 2004). Na Figura 3 apresentam-se deformações de uma configuração de tabuleiro formado por três longarinas com espaçamentos iguais entre elas, com uma transversina livremente apoiada no meio do vão das longarinas, e uma carga unitária sendo aplicada na interseção entre a longarina e a transversina central (OLIVEIRA et al., 2017).

Figura 3 – Deformações na seção transversal de uma ponte com três longarinas e uma transversina intermediária.

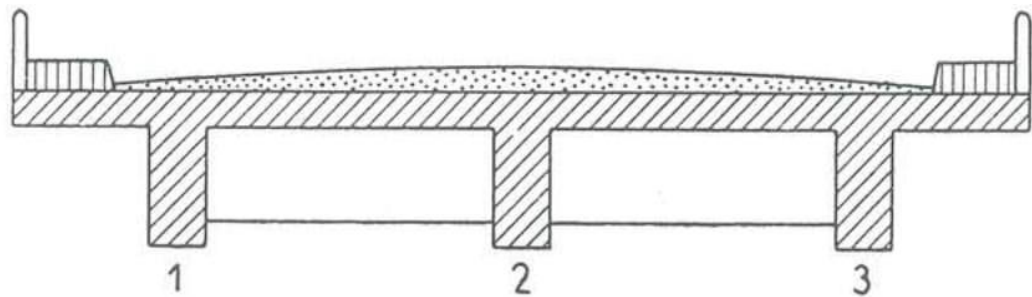


Fonte: Oliveira et al. (2017)

San Martín (1981) apresenta tabelas para os valores de r_{ik} para os casos de tabuleiros com 3, 4, 5, 6, 7 e 8 vigas principais, em função de diversos valores do grau de rigidez.

Para um exemplo do caso de três longarinas (Figura 4), tem-se na tabela encontrada na Figura 5 os resultados para as reações da linha de influência considerando casos de diferentes graus de rigidez.

Figura 4 – Seção transversal de um tabuleiro com três longarinas.



Fonte: San Martín (1981)

Assim, a partir da rigidez relativa encontrada para a transversina hipotética no meio do vão, entra-se na tabela da Figura 5 e retira-se o coeficiente de repartição para cada uma das vigas. Caso mude-se a configuração de transversinas, muda a rigidez relativa e muda a repartição de carga entre as vigas.

Figura 5 – Reações da linha de influência para um tabuleiro com três longarinas considerando diferentes valores de grau de rigidez.

ζ	$r_{11}=r_{33}$	$r_{12}=r_{32}$	$r_{13}=r_{31}$	r_{22}	ζ
0,1	0,978	0,044	-0,022	0,913	0,1
0,2	0,962	0,077	-0,039	0,846	0,2
0,3	0,948	0,104	-0,052	0,793	0,3
0,4	0,938	0,125	-0,063	0,750	0,4
0,5	0,929	0,143	-0,071	0,714	0,5
0,6	0,921	0,158	-0,079	0,684	0,6
0,7	0,915	0,170	-0,085	0,660	0,7
0,8	0,909	0,182	-0,091	0,636	0,8
0,9	0,905	0,191	-0,095	0,618	0,9
1,0	0,900	0,200	-0,100	0,600	1,0
1,5	0,885	0,231	-0,115	0,539	1,5
2,0	0,875	0,250	-0,125	0,500	2,0
2,5	0,868	0,263	-0,132	0,474	2,5
3,0	0,864	0,273	-0,136	0,455	3,0
3,5	0,860	0,280	-0,140	0,440	3,5
4,0	0,857	0,286	-0,143	0,429	4,0
4,5	0,855	0,290	-0,145	0,419	4,5
5,0	0,853	0,294	-0,147	0,412	5,0
5,5	0,851	0,297	-0,149	0,405	5,5
6,0	0,850	0,300	-0,150	0,400	6,0
7,0	0,848	0,304	-0,152	0,392	7,0
8,0	0,846	0,308	-0,154	0,385	8,0
9,0	0,845	0,310	-0,155	0,379	9,0
10,0	0,844	0,313	-0,156	0,375	10,0
12,0	0,842	0,316	-0,158	0,368	12,0
14,0	0,841	0,318	-0,159	0,364	14,0
16,0	0,840	0,320	-0,160	0,360	16,0
18,0	0,839	0,321	-0,161	0,357	18,0
20,0	0,839	0,323	-0,161	0,355	20,0
25,0	0,838	0,325	-0,162	0,351	25,0
30,0	0,837	0,326	-0,163	0,348	30,0
35,0	0,836	0,327	-0,164	0,346	35,0
40,0	0,836	0,328	-0,164	0,344	40,0
50,0	0,836	0,329	-0,165	0,342	50,0
60,0	0,835	0,330	-0,165	0,341	60,0
80,0	0,835	0,331	-0,165	0,339	80,0
100,0	0,834	0,331	-0,166	0,338	100,0
∞	0,833	0,333	-0,167	0,333	∞

Fonte: San Martin (1981)

2.2 MÉTODO DE ENGESSER-COURBON (1940)

Para que o método de Engesser-Courbon (1940) seja aplicado é necessário que a grelha que forma o tabuleiro tenha uma largura de obra menor que a metade de seu vão, a altura das transversinas seja próxima da altura das longarinas e que as longarinas e as lajes tenham pequena espessura (STUCCHI, 2006). Com essas condições é possível considerar que:

- Transversinas são infinitamente rígidas;
- A torção uniforme e o trabalho longitudinal das lajes são desprezíveis;
- Longarinas são barras com largura e altura muito menores que o comprimento;
- O material é homogêneo e isótropo;
- São válidas a Lei de Hooke e a hipótese de Navier;
- Os deslocamentos são pequenos.

San Martin (1981) apresenta um coeficiente λ o qual deve ser menor que 0,3 para que o método seja válido (Equação 2).

$$\lambda = \frac{l}{2L} \cdot \sqrt[4]{\frac{L \cdot E \cdot \sum I_i}{l \cdot E \cdot \sum I_{t_i}}} \quad (2)$$

Sendo:

- l : largura da ponte;
- L : comprimento da ponte;
- E : módulo de elasticidade longitudinal
- I : momento de inércia da longarina;
- I_t : constante torcional da seção transversal da longarina.

2.2.1 Metodologia para o Método de Engesser-Courbon

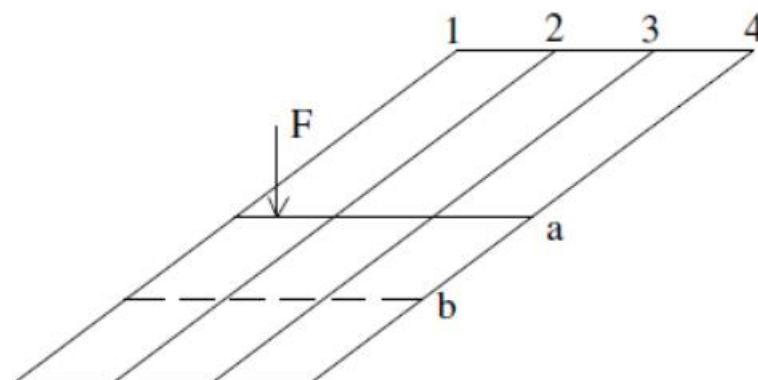
Para o caso de carga nas transversinas, calcula-se uma reação em cada longarina representada por um apoio elástico. Essa reação R_i pode ser calculada pela Equação 3 (SAN MARTIN ,1981). A Figura 6 apresenta o caso em que uma carga permanente é aplicada em uma transversina intermediária de uma ponte com quatro longarinas.

$$R_i = \frac{P}{n} \cdot \left[1 + 6 \cdot \frac{2i - (n + 1) \cdot e}{n^2 - 1} \cdot \frac{1}{\varepsilon} \right] \quad (3)$$

Sendo:

- P: resultante das cargas atuantes;
- n: número de longarinas;
- e: excentricidade da posição de aplicação de P (valor positivo para a direita);
- ε : espaçamento entre as longarinas.

Figura 6 – Aplicação de força na transversina intermediária de uma ponte com quatro longarinas.



Fonte: Stucchi (2006)

Para construir a linha de influência da transversina, considera-se $P=1$ na Equação 4, resultando em uma equação que informa os valores r_i .

$$r_i = \frac{1}{n} \cdot \left[1 + 6 \cdot \frac{2i - (n + 1)}{n^2 - 1} \cdot \frac{e}{\varepsilon} \right] \quad (4)$$

2.3 MÉTODO DE FAUCHART (1972)

Stucchi (2006) afirma que através do método de Fauchart (1972) pode-se transformar o problema bidimensional de grelhas em uma série de problemas unidimensionais. Para isso é necessário que a ponte não tenha transversinas intermediárias e que sejam adotadas as seguintes hipóteses:

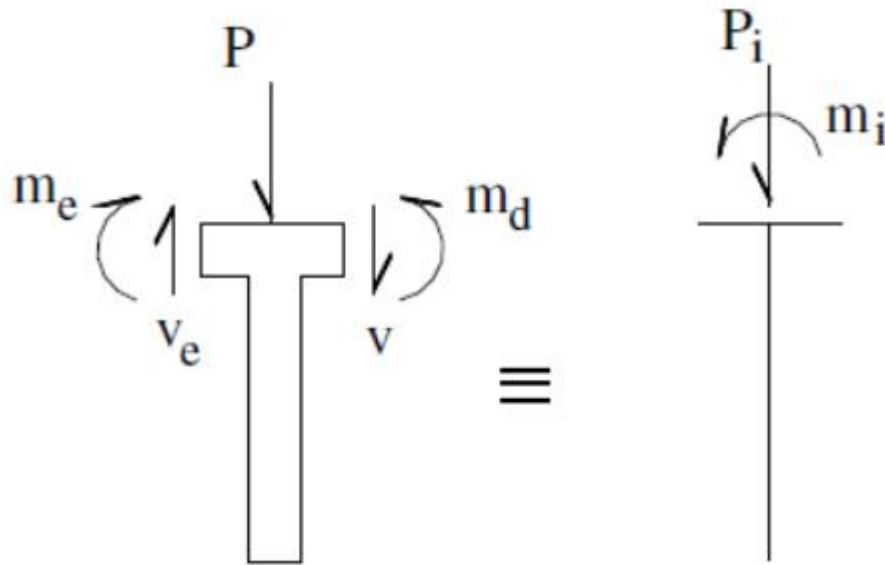
- As longarinas trabalham conforme a Resistência dos Materiais, são bi apoiadas e apresentam inércia constante;
- A influência longitudinal das lajes é desprezada.

O método de Fauchart (1972) faz com que seja possível avaliar as rigidezes de cada viga longitudinal fazendo o uso de molas (FANTI, 2007), o que permite a aplicação de métodos computacionais de solução.

2.3.1 Metodologia para o Método de Fauchart (1972)

Ao se isolar uma das vigas longarinas, tem-se o equilíbrio representado na Figura 7.

Figura 7 - Equilíbrio da Viga i.



Fonte: Stucchi (2006)

O equilíbrio da viga i deve respeitar as Equações 5 e 6, que representam o conjunto de cargas e reações atuantes para o esforço cortante e momento:

$$P_i = P + v - v_e \quad (5)$$

$$m_i = m_d - m_e \quad (6)$$

E através da Resistência dos Materiais tem-se as Equações 7 a 10:

$$\frac{d^2y}{dx^2} = -\frac{M}{EI} \quad (7)$$

$$P = -\frac{d^2M}{dx^2} \quad (8)$$

$$\frac{d\theta}{dx} = \frac{T}{GI_t} \quad (9)$$

$$m = \frac{dT}{dx} \quad (10)$$

Que resultam em:

$$\frac{d^4y}{dx^4} = \frac{P}{EI} \quad (11)$$

$$\frac{d^2\theta}{dx^2} = -\frac{m}{GI_t} \quad (12)$$

$$\frac{d^4y_i}{dx^4} = \frac{P_i}{EI_t} \quad (13)$$

$$\frac{d^2\theta_i}{dx^2} = -\frac{m_i}{GI_{ti}} \quad (14)$$

Sendo:

- y : flecha da viga em cada ponto;
- M : momento fletor;
- E : módulo de elasticidade longitudinal;
- I : momento de inércia da longarina;
- P : carga distribuída;
- θ : ângulo de torção;
- G : módulo de elasticidade transversal;
- I_t : constante torcional da seção transversal da longarina;
- m : momento torçor distribuído ao longo do eixo da viga.

Desenvolvendo em séries de Fourier consegue-se transformar essas equações diferenciais em equações simplificadas, transformando o problema bidimensional em unidimensional. Pelo fato de as vigas serem bi apoiadas e engastadas à torção nos apoios a série escolhida deve ser de senos, assim:

$$p_i = \sum_j p_{ij} \text{sen} \frac{j\pi x}{l} \quad (15)$$

$$m_i = \sum_j m_{ij} \text{sen} \frac{j\pi x}{l} \quad (16)$$

$$y_i = \sum_j y_{ij} \text{sen} \frac{j\pi x}{l} \quad (17)$$

$$\theta_i = \sum_j \theta_{ij} \text{sen} \frac{j\pi x}{l} \quad (18)$$

Ao introduzir essas séries nas Equações 13 e 14, tem-se para cada termo j :

$$p_{ij} \text{sen} \frac{j\pi x}{l} = y_{ij} \text{sen} \frac{j\pi x}{l} \left(\frac{j\pi}{l} \right) \cdot EI \quad (19)$$

$$m_{ij} \text{sen} \frac{j\pi x}{l} = \theta_{ij} \text{sen} \frac{j\pi x}{l} \left(\frac{j\pi}{l} \right) \cdot GI_t \quad (20)$$

O que resulta em:

$$p_{ij} = k_{vij} \cdot y_{ij} \quad (21)$$

$$m_{ij} = k_{tij} \cdot \theta_{ij} \quad (22)$$

$$k_{vij} = \left(\frac{j\pi}{l} \right)^4 EI_i \quad (23)$$

$$k_{tij} = \left(\frac{j\pi}{l} \right)^2 GI_{ti} \quad (24)$$

Sendo k_{vij} e k_{tij} , respectivamente, a constante de mola para o deslocamento vertical e a constante de mola para a rotação de cada viga i para cada termo j da série. Usualmente este problema pode ser resolvido apenas com o primeiro termo da série de Fourier com $j=1$ e tem-se o problema de distribuição transversal reduzido a calcular a faixa unitária esquematizada nas Figuras 8 e 9.

Figura 8 – Faixa unitária da laje.

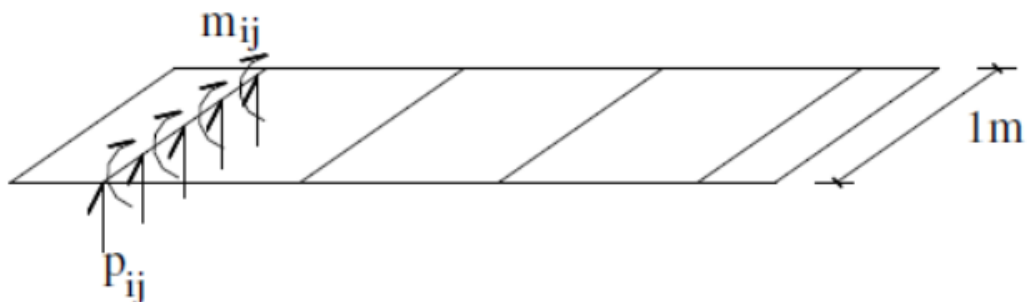
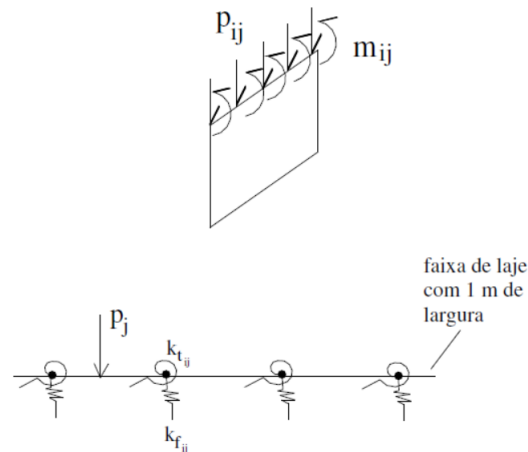


Figura 9 – esquema estrutural de faixa unitária com apoios elásticos.



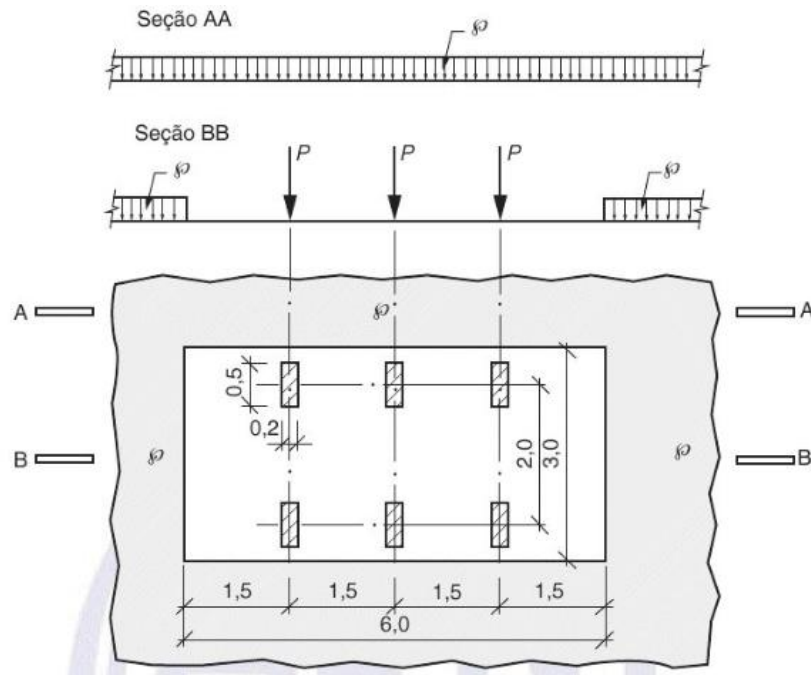
Fonte: Stucchi (2006)

Para obter a linha de influência (LI) que definem as cargas nas vigas (p_i – flexão da viga e m_i – torção da viga) bem como as solicitações mais importantes na laje de ligação, basta resolver a viga sobre apoios elásticos em algum *software* conveniente. Para a LI de reações verticais é aplicada uma carga em cada viga correspondente ao seu k_{v_i} e é observada sua deformada. Para a LI do momento torçor é aplicado um momento em cada viga correspondente ao seu k_{t_i} e é observada sua deformada.

2.4 TREM TIPO

A norma ABNT NBR 7188 (2013) define as cargas móveis por meio de dois trens tipo: TB-450 e TB-240. Para obras em estradas vicinais municipais de uma faixa e para obras particulares pode-se usar o menor trem tipo, TB-240. Para as demais situações é usado o TB-450, sendo que em obras em anéis rodoviários e obras com distância inferior a 100 km em rodovias de acesso a terminais portuários, a carga móvel característica deve ser majorada em 10%. Na Figura 10 mostra-se a disposição das cargas estáticas e no Quadro 1 mostram-se as características de cada trem tipo.

Figura 10 - Geometria do trem tipo TB 450.



Fonte: ABNT NBR 7188 (2013)

A carga P é a carga concentrada aplicada no nível do pavimento e a carga p é a carga uniformemente distribuída aplicada no nível do pavimento, em valores característicos.

Quadro 1 – Resumo das cargas de cada trem tipo.

Trem Tipo	P (kN)	p (kN/m ²)
450	75	5
240	40	4

Fonte: NBR 7188:2013 (adaptada)

A carga Q é a carga concentrada móvel aplicada no nível pavimento e a carga q é a carga móvel distribuída aplicada no nível do pavimento, com valores de cálculo. Ambas devem ser ponderadas pelo coeficiente de impacto vertical (CIV), coeficiente do número de faixas (CNF) e pelo coeficiente de impacto adicional (CIA), quando for o caso. O cálculo para a carga Q está representado na Equação 25 e para a carga q está representado na Equação 26, ambos definidos na ABNT NBR 7188 (2013).

$$Q = P \cdot CIV \cdot CNF \cdot CIA \quad (25)$$

$$q = p \cdot CIV \cdot CNF \cdot CIA \quad (26)$$

2.4.1 Coeficiente de Impacto Vertical

A ABNT NBR 7188 (2013) define que o coeficiente de impacto vertical deve ser calculado por diferentes equações a depender do comprimento do vão.

$CIV = 1,35$ para estruturas com vão menor do que 10,0 m;

$CIV = 1 + 1,06 \cdot \left(\frac{20}{L_{IV} + 50} \right)$, para estruturas com vão entre 10,0 m e 200,0m.

Sendo:

- Liv: média aritmética dos vãos nos casos de vãos contínuos, expresso em metros (m);
- Liv: comprimento do próprio balanço para estruturas em balanço, expresso em metros (m);
- Liv: próprio vão em vigas bi apoiadas, expresso em metros (m).

Para estruturas com vãos maiores que 200,0 m deve ser realizado um estudo específico.

2.4.2 Coeficiente de Número de Faixas

A ABNT NBR 7188 (2013) define que o coeficiente do número de faixas deve ser calculado pela Equação 27.

$$CNF = 1 - 0,05 \cdot (n - 2) > 0,9 \quad (27)$$

Sendo n o número de faixas tráfego rodoviário a serem carregadas. Acostamentos e faixas de segurança não são considerados faixas de tráfego.

2.4.3 Coeficiente de Impacto Vertical

A NBR 7188:2013 define que os esforços das cargas móveis devem ser majorados pelo CIA desde que estejam a uma distância horizontal normal à junta, inferior a 5,0 m para cada lado de junta ou descontinuidade estrutural. O CIA pode ter dois valores a depender da obra.

- CIA = 1,25, para obras em concreto ou mistas;
- CIA = 1,15, para obras em aço.

2.1 CARREGAMENTOS EM LONGARINAS

As cargas para as longarinas podem ser divididas em permanentes e móveis. Exemplos de cargas permanentes são (SPERNAU, 2012):

- Concentradas atuando no balanço: alas, cortina, viga de reforço da cortina e aterro incidindo sobre a viga de reforço na cortina;
- Concentradas sobre os apoios: peso próprio da transversina de apoio e alargamento da longarina sobre o apoio;
- Distribuídas ao longo da ponte: cargas correntes da superestrutura, cargas diluídas ao longo do vão correspondente às transversinas.

A carga móvel é definida pela ABNT NBR 7188 (2013), o qual deve inicialmente ser analisado transversalmente na situação que gere a maior solicitação possível. Assim, consegue-se através das reações nos apoios as cargas a serem aplicadas nas longarinas, a fim de provocar as maiores solicitações.

2.5.1 Estado limite último (ELU)

A norma ABNT NBR 8681 (2003) define que para as longarinas de pontes, as cargas permanentes devem ser majoradas por 1,35 quando desfavoráveis ou devem manter seu valor característico quando favoráveis. Já as cargas acidentais são multiplicadas por 1,5 quando desfavoráveis ou desconsideradas quando favoráveis. A Equação 27 representa as cargas para o ELU considerando as cargas permanentes como desfavoráveis e a Equação 28 representa as cargas para o caso em que elas sejam consideradas como favoráveis.

$$F_d = 1,35 \times Q_p + 1,5 \times Q_v \quad (27)$$

$$F_d = Q_p + 1,5 \times Q_v \quad (28)$$

Sendo:

- Q_p : somatório de cargas permanentes;
- Q_v : cargas móveis.

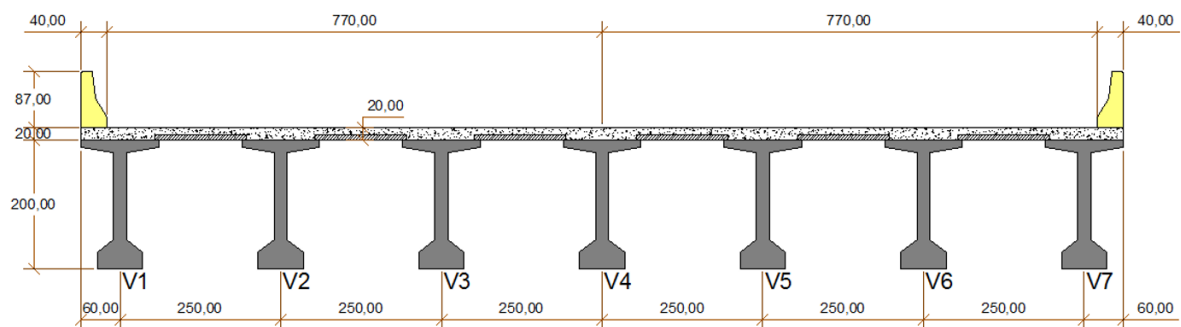
3 METODOLOGIA

Este trabalho busca exemplificar a solução da distribuição dos carregamentos entre as vigas de uma ponte utilizando o método de Fauchart (1972) com o auxílio do software *Ftool*.

3.1 OBJETO DE ESTUDO

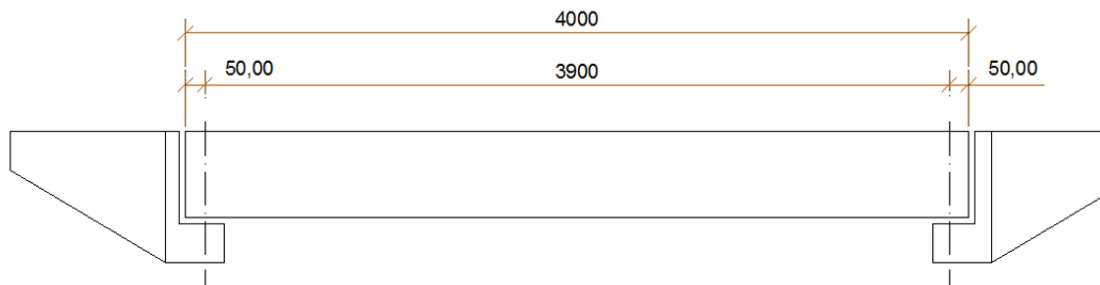
Para o estudo será usado o tabuleiro da ponte detalhado transversalmente na Figura 11 e de sua seção longitudinal na Figura 12.

Figura 11 – Seção transversal do tabuleiro da ponte exemplo.



Fonte: Moura et al. (2016)

Figura 12 – Seção longitudinal do tabuleiro da ponte exemplo.



Fonte: Moura et al. (2016)

O projeto possui um comprimento de vão entre apoios de 39 metros (eixo a eixo), com seção transversal formada por sete longarinas espaçadas de 2,50 m com

altura de 2,00 m. O projeto do tabuleiro possui uma laje com espessura de 20cm. Toda a seção transversal é feita com concreto de resistência característica à compressão do concreto (f_{ck}) de 35 MPa.

2.1.1 Propriedades do concreto

Para que sejam calculados os coeficientes de mola, antes foram calculados os módulos de elasticidade secante (E_{cs}) e o módulo de elasticidade transversal (G) do concreto de acordo com a norma ABNT NBR 6118 (2014). Para E_{cs} foi utilizada a Equação 32 e para G a Equação 33.

$$E_{cs} = (\alpha_E \cdot 5600 \cdot \sqrt{f_{ck}}) \cdot \alpha_i \quad (32)$$

$$G = \frac{E_{cs}}{2,4} \quad (33)$$

Sendo α_E o parâmetro em função da natureza do agregado, que nesse caso foi usado granito, tendo um valor de 1,0. O módulo de deformação secante (α_i) é calculado pela Equação 34.

$$\alpha_i = 0,8 + 0,2 \cdot \frac{f_{ck}}{80} \leq 1,0 \quad (34)$$

Para o f_{ck} 35 MPa, os valores calculados foram:

$$\alpha_i = 0,8 + 0,2 \cdot \frac{35}{80} = 0,8875$$

$$E_{cs} = (1,0 \cdot 5600 \cdot \sqrt{35}) \cdot 0,8875 = 29402,9165 \text{ MPa}$$

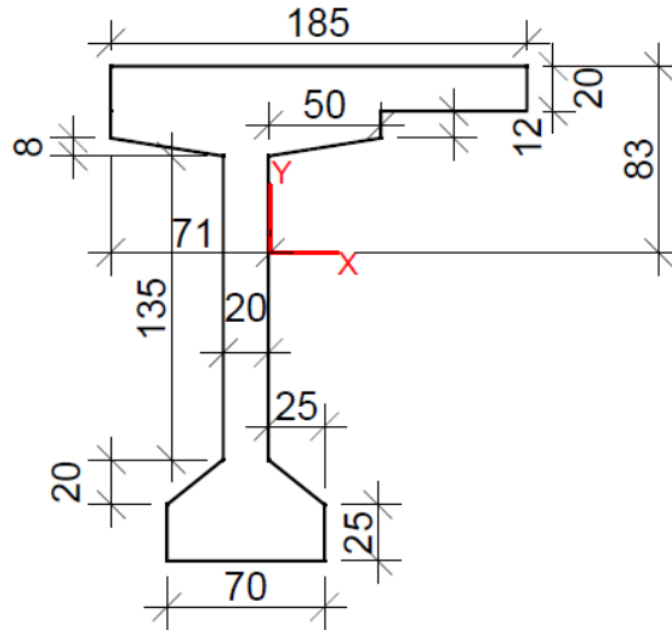
$$G = \frac{29402,9165}{2,4} = 12251,215 \text{ MPa}$$

3.1.2 Propriedades geométricas das vigas

Para o cálculo dos coeficientes de mola referente à cada viga e sua seção de laje contribuinte foi necessário calcular suas propriedades geométricas. As vigas

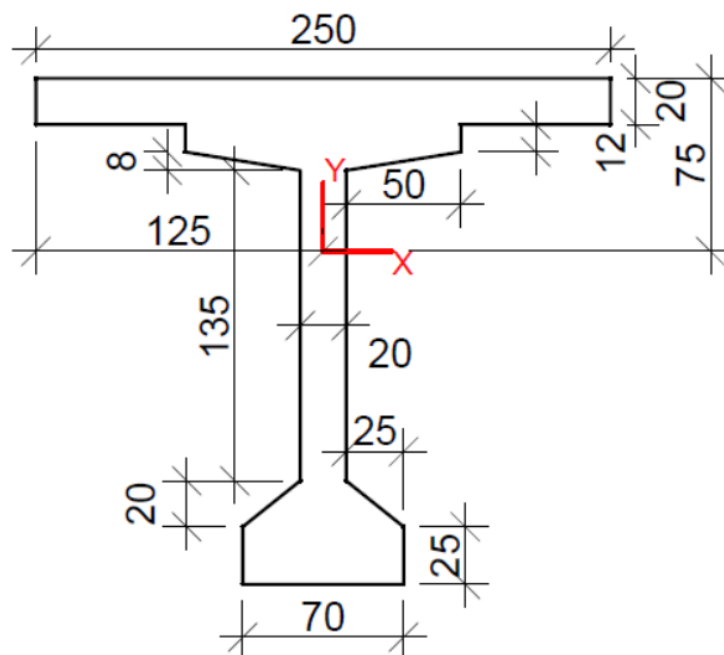
externas (vigas 1 e 7) e as vigas internas (vigas 2, 3, 4, 5 e 6) estão respectivamente representados nas Figuras 13 e 14.

Figura 13 - Seção transversal das vigas externas (unidades em centímetros).



Fonte: Autoria Própria

Figura 14 – Seção transversal das vigas internas (unidades em centímetros).

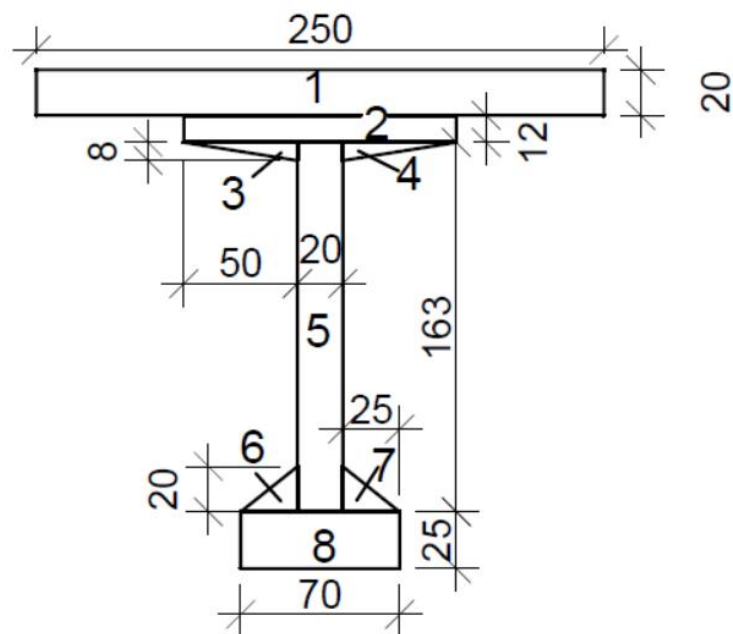


Fonte: Autoria Própria

A inércia à flexão em relação ao eixo x que passa pelo centro de gravidade da seção das vigas internas é de $I_i=0,74716032 \text{ m}^4$ e para as externas é de $I_e=0,69927426 \text{ m}^4$.

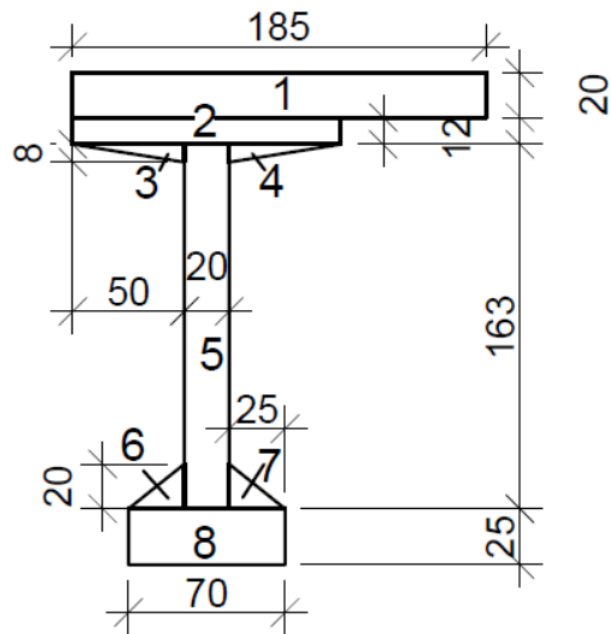
Para calcular a constante torcional de cada viga, elas foram separadas em retângulos e triângulos conforme as Figuras 15 e 16.

Figura 15 – Separação de cada área das vigas internas (unidades em centímetros).



Fonte: Autoria própria

Figura 16 – Separação de cada área das vigas externas (unidades em centímetros).



Fonte: Autoria própria

A constante torcional foi calculada utilizando as Equações 35 e 36, respectivamente para triângulos e retângulos. A variável a representa o maior lado e b o menor lado.

$$I_t = \frac{\sqrt{3} \cdot a \cdot b^3}{80} \quad (35)$$

$$I_t = \frac{a \cdot b^3}{3} \quad (36)$$

Os resultados nos Quadros 2 e 3 mostram que para as vigas internas a constante torcional (I_{ti}) é $0,01545 \text{ m}^4$ e para as vigas externas (I_{te}) é $0,01371 \text{ m}^4$.

Quadro 2 – Cálculo da constante torcional das vigas internas.

Seção	a (m)	b (m)	Equação	I_t (m ⁴)
1	2,50	0,20	$I_t = \frac{2,50 \cdot 0,20^3}{3}$	0,00667
2	1,20	0,12	$I_t = \frac{1,20 \cdot 0,12^3}{3}$	0,00069
3	0,50	0,08	$I_t = \frac{\sqrt{3} \cdot 0,50 \cdot 0,08^3}{80}$	0,00001
4	0,50	0,08	$I_t = \frac{\sqrt{3} \cdot 0,50 \cdot 0,08^3}{80}$	0,00001
5	1,63	0,20	$I_t = \frac{1,63 \cdot 0,20^3}{3}$	0,00435
6	0,25	0,20	$I_t = \frac{\sqrt{3} \cdot 0,25 \cdot 0,20^3}{80}$	0,00009
7	0,25	0,20	$I_t = \frac{\sqrt{3} \cdot 0,25 \cdot 0,20^3}{80}$	0,00009
8	0,70	0,25	$I_t = \frac{0,70 \cdot 0,25^3}{3}$	0,00365
Somatório Final (m ⁴)				0,01545

Fonte: Autoria Própria

Quadro 3 – Cálculo da constante torcional das vigas externas.

Seção	b (m)	h (m)	Equação	I_t (m ⁴)
1	1,85	0,20	$I_t = \frac{1,85 \cdot 0,20^3}{3}$	0,00493
2	1,20	0,12	$I_t = \frac{1,20 \cdot 0,12^3}{3}$	0,00069
3	0,50	0,08	$I_t = \frac{\sqrt{3} \cdot 0,50 \cdot 0,08^3}{80}$	0,00001
4	0,50	0,08	$I_t = \frac{\sqrt{3} \cdot 0,50 \cdot 0,08^3}{80}$	0,00001
5	1,63	0,20	$I_t = \frac{1,63 \cdot 0,20^3}{3}$	0,00435
6	0,25	0,20	$I_t = \frac{\sqrt{3} \cdot 0,25 \cdot 0,20^3}{80}$	0,00009
7	0,25	0,20	$I_t = \frac{\sqrt{3} \cdot 0,25 \cdot 0,20^3}{80}$	0,00009
8	0,70	0,25	$I_t = \frac{0,70 \cdot 0,25^3}{3}$	0,00365
Somatório Final (m ⁴)				0,01371

Fonte: Autoria Própria

Após encontrar todas as informações geométricas e físicas de cada viga, foi possível calcular os coeficientes de mola para cada viga utilizando as Equações 23 e 24 para os coeficientes vertical (k_{v_i}) e transversal (k_{t_i}), respectivamente. O comprimento do vão entre apoios (l) está em metros, o módulo de elasticidade secante (E_{cs}) e o módulo de elasticidade transversal (G) estão em kN/m², a inércia (I) e a inércia polar (I_t) estão em m⁴, o coeficiente vertical k_{v_i} está em kN/m e o coeficiente transversal k_{t_i} está em kN.m/rad. Para as vigas externas (vigas 1 e 7) os resultados encontrados são:

$$k_{v_{1e7}} = \left(\frac{\pi}{39}\right)^4 \cdot (2,94029165E + 07) \cdot 0,69927 = 865,723$$

$$k_{t_{1e7}} = \left(\frac{\pi}{39}\right)^2 \cdot (1,2251215E + 07) \cdot 0,01371 = 1090,277$$

Para as vigas internas (vigas 2, 3, 4, 5 e 6) tem-se:

$$k_{v_{2-6}} = \left(\frac{\pi}{39}\right)^4 \cdot (2,94029165E + 07) \cdot 0,74716 = 925,008$$

$$k_{t_{2-6}} = \left(\frac{\pi}{39}\right)^2 \cdot (1,2251215E + 07) \cdot 0,01545 = 1228,071$$

Com todos os dados calculados, o Quadro 4 foi montado com as informações necessárias para cada viga.

Quadro 4 – Resumo das informações das vigas internas e externas.

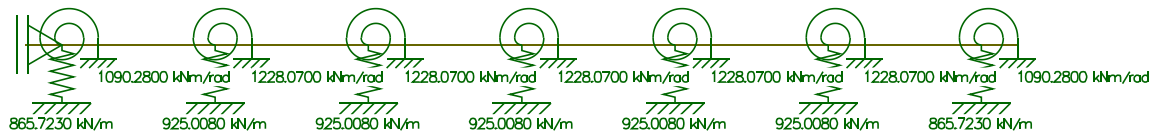
Vigas	I (m ⁴)	I _t (m ⁴)	k _{v_i} (kN/m)	k _{t_i} (kN.m/rad)
1 e 7	0,69927426	0,01371	865,723	1090,277
2 a 6	0,74716032	0,01545	925,008	1228,071

Fonte: Autoria própria

3.2 MODELAGEM NO FTOOL

Com todos os dados calculados foi modelado com o *software Ftool* o esquema transversal do tabuleiro da ponte de maneira que a partir dos coeficientes de mola fosse obtida a linha de influência das reações de apoio sobre as vigas. O tabuleiro lançado no *Ftool* é indicado na Figura 17.

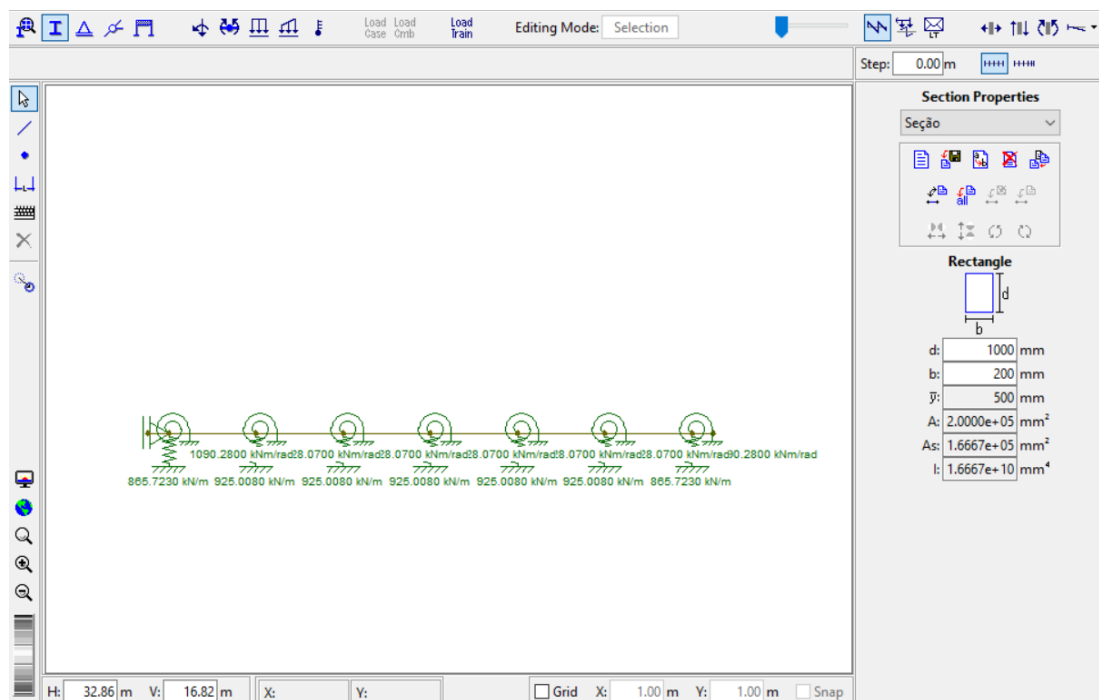
Figura 17 – Aplicação do apoio elástico nas vigas .



Fonte: Autoria própria

Com os apoios elásticos aplicados, foram definidas as propriedades da seção da laje (Figura 18) com o comando *section properties*, criando uma seção de altura 20 cm e largura 100 cm.

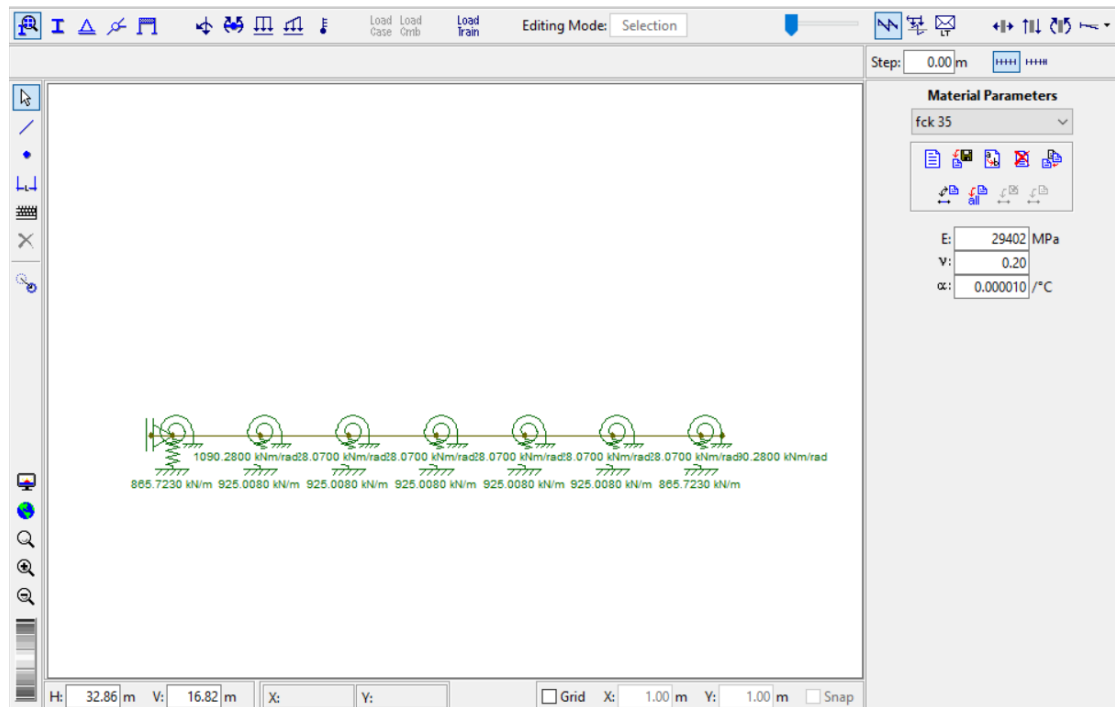
Figura 18 – Propriedades da seção aplicada no Ftool.



Fonte: Autoria própria

Por fim, foram aplicadas as propriedades do concreto com f_{ck} 35 MPa, e E_{cs} de 29402 MPa (Figura 19).

Figura 19 – Propriedades do concreto aplicada no Ftool.



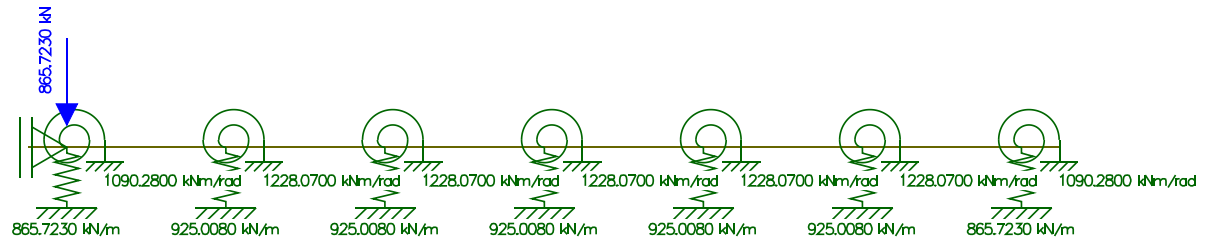
Fonte: Autoria própria

3.2.1 Linhas de influência

A linha de influência das reações de apoio sobre cada viga serve para indicar as regiões desfavoráveis e favoráveis quanto a aplicação do carregamento para a obtenção do máximo quinhão de carregamento da viga considerada. De acordo com o teorema de Müller-Breslau, a linha de influência foi construída aplicando cargas em cada viga iguais ao seu coeficiente de mola de maneira que a deformada no ponto fosse unitária, assim a deformada obtida é LI. Utilizando o comando *nodal forces* foi aplicada a carga para a linha de influência relacionada ao cortante. A linha de influência do torçor é a mesma do cortante.

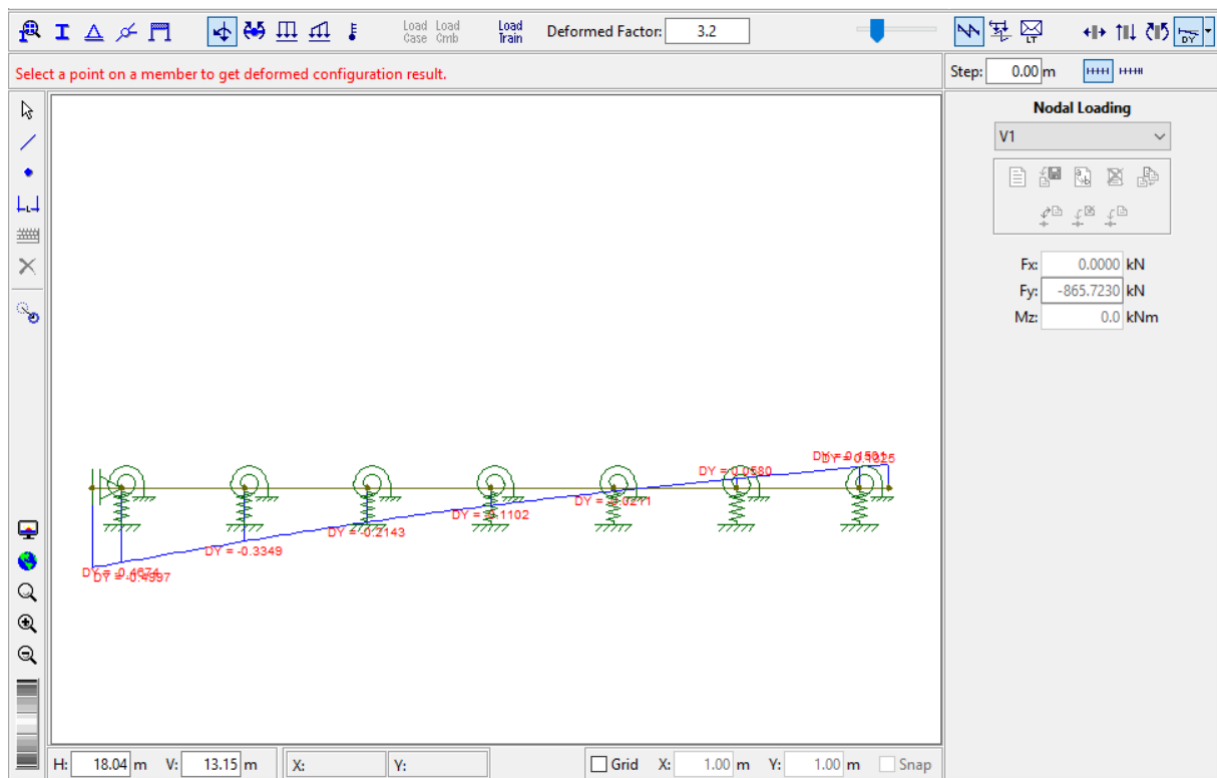
Para a viga 1, foi aplicada uma carga de 865,7 kN (Figura 20) e observada sua deformada com os comandos *diagram results* e *deformed configuration* com a opção *vertical displacement values* ativada (Figura 21).

Figura 20 – Aplicação de carga vertical para a linha de influência da viga 1.



Fonte: Autoria própria

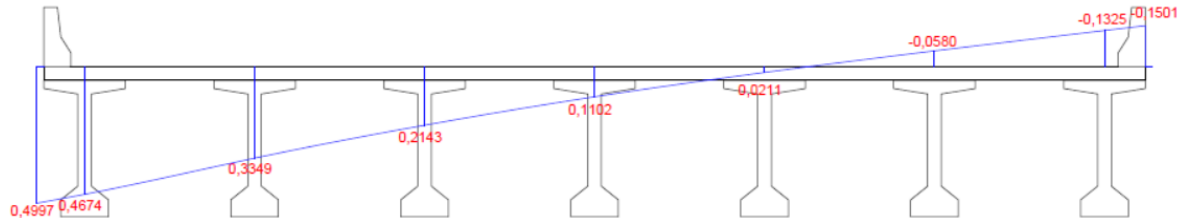
Figura 21 – Deformada da laje com a aplicação da carga vertical na viga 1.



Fonte: Autoria própria

Para facilitar a visualização foi criado o modelo representado na Figura 22.

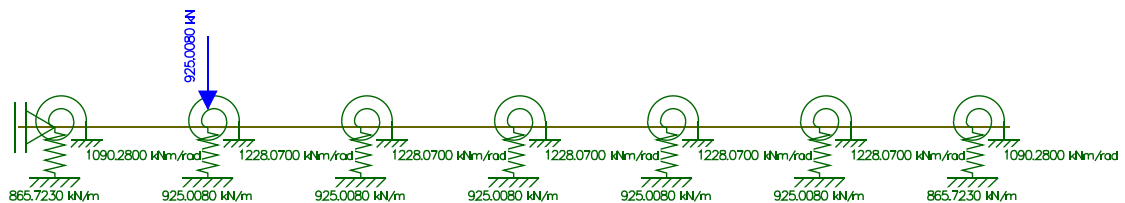
Figura 22 – Linha de influência para a viga 1.



Fonte: Autoria própria

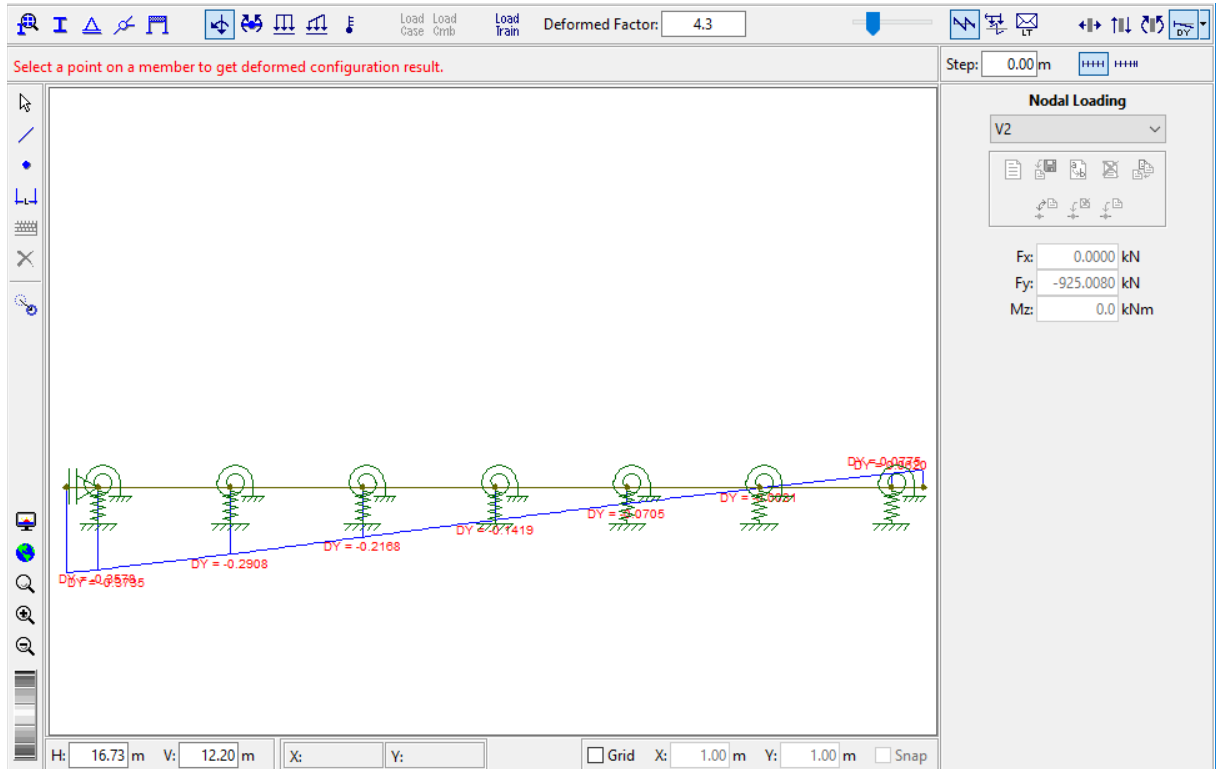
Para a viga 2, a carga aplicada foi de 925,0 kN repetindo os procedimentos da viga 1, e os resultados encontrados são mostrados nas Figuras 23 e 24 e podem ser mais facilmente visualizados na Figura 25.

Figura 23 - Aplicação de carga vertical para a linha de influência da viga 2.



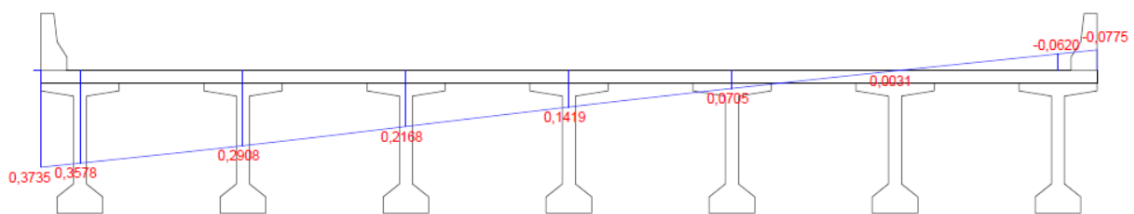
Fonte: Autoria própria

Figura 24 - Deformada da laje com a aplicação da carga vertical na viga 2.



Fonte: Autoria própria

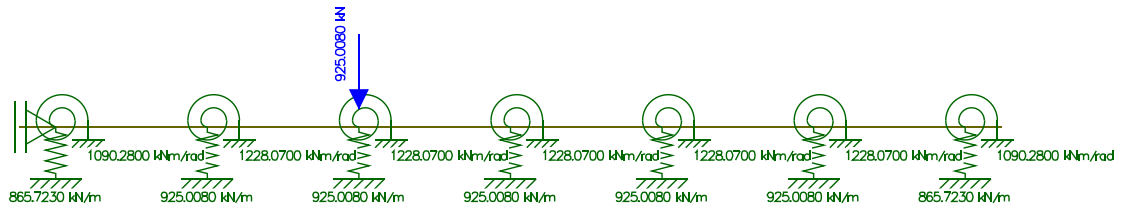
Figura 25 – Linha de influência para a viga 2.



Fonte: Autoria própria

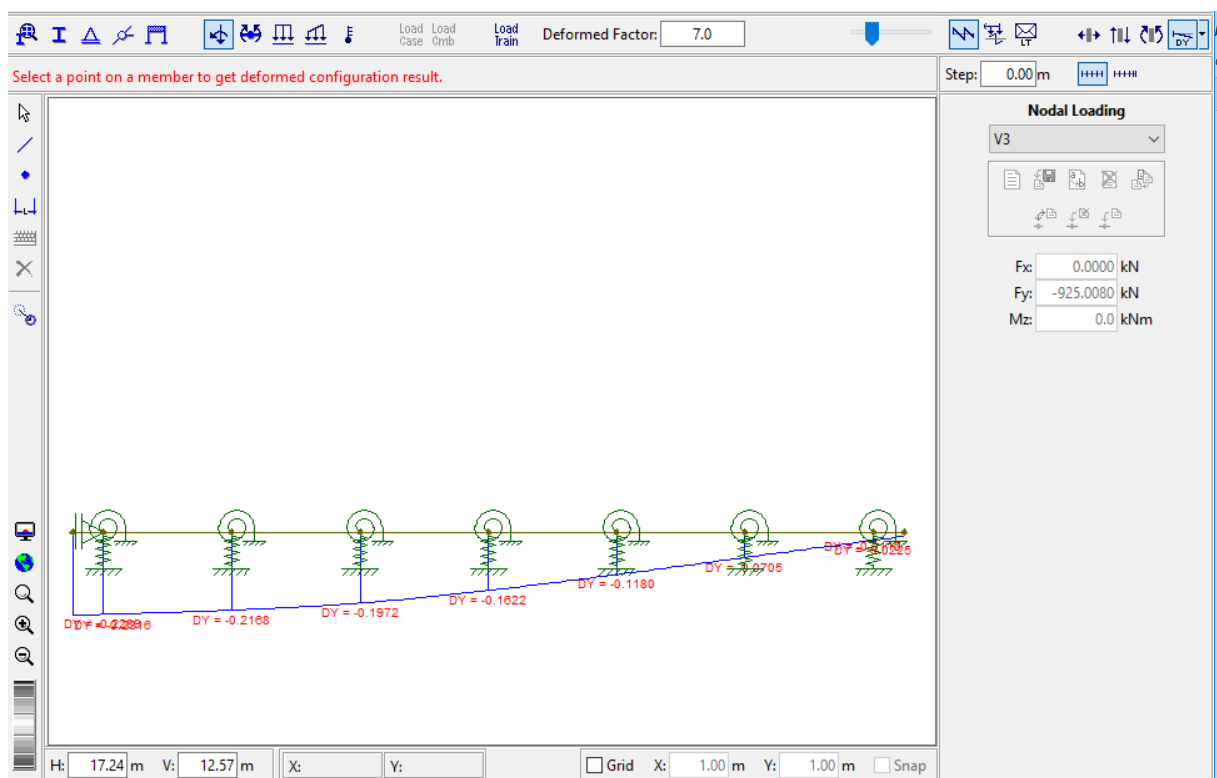
Assim como para a viga 2, para a viga 3, a carga aplicada foi de 925,0 kN, e os resultados se encontram nas Figuras 26 e 28.

Figura 26 - Aplicação de carga vertical para a linha de influência da viga 3.



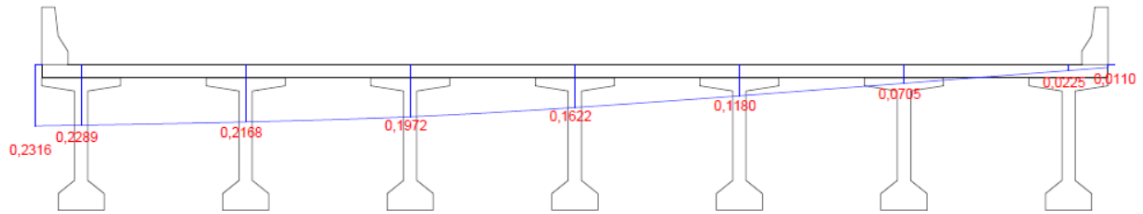
Fonte: Autoria própria

Figura 27 - Deformada da laje com a aplicação da carga vertical na viga 3.



Fonte: Autoria própria

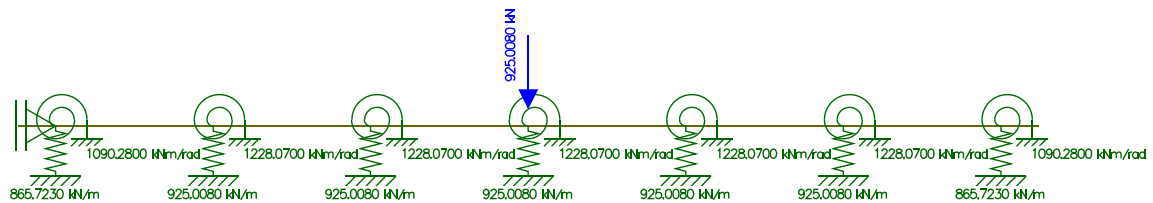
Figura 28 – Linha de influência para a viga 3.



Fonte: Autoria própria

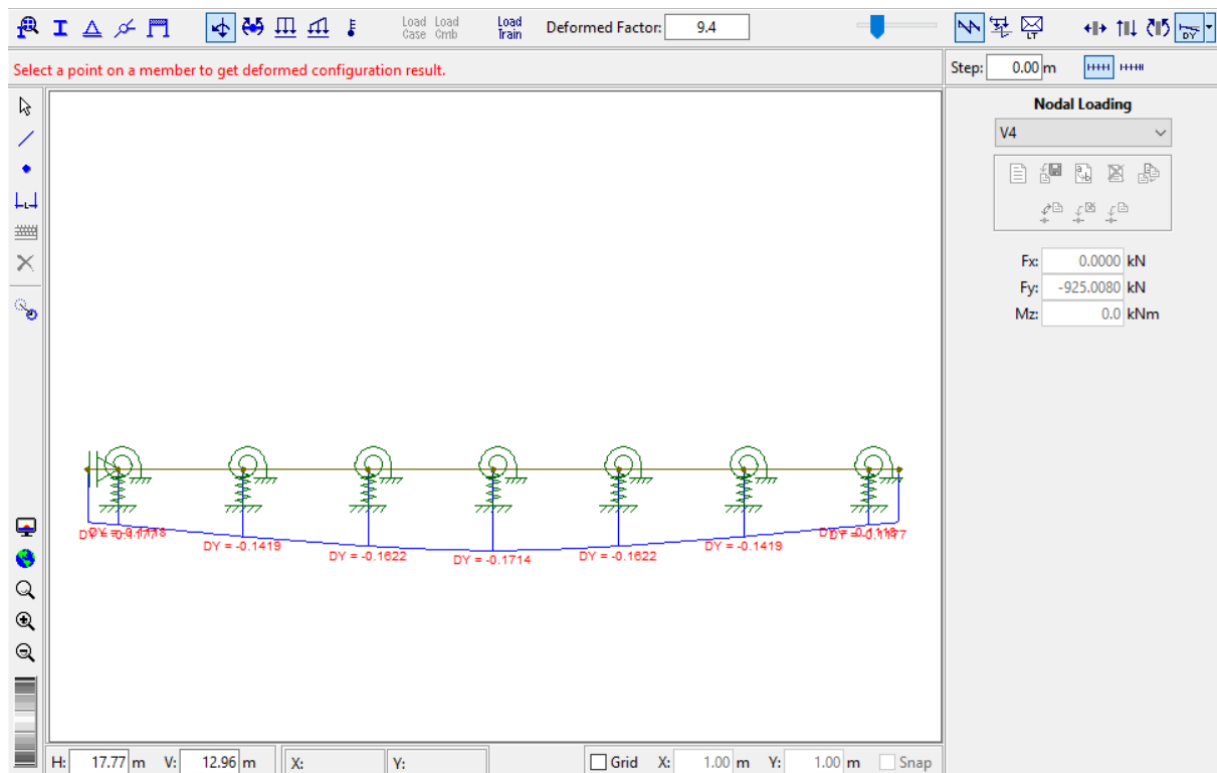
Assim como para a viga 2, para a viga 4, a carga aplicada foi de 925,0 kN e os resultados se encontram nas Figuras 29 e 31.

Figura 29 - Aplicação de carga vertical para a linha de influência da viga 4.



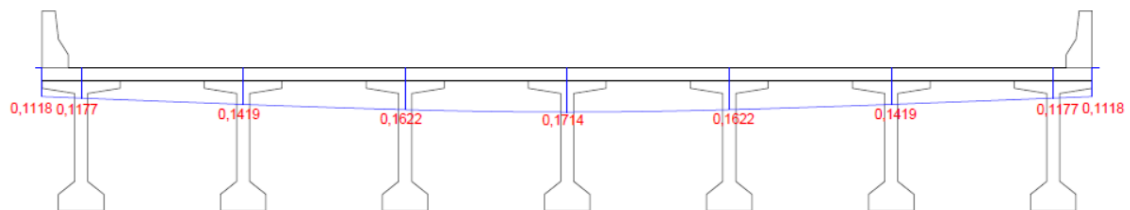
Fonte: Autoria própria

Figura 30 - Deformada da laje com a aplicação da carga vertical na viga 4.



Fonte: Autoria própria

Figura 31 – Linha de influência para a viga 4.



Fonte: Autoria própria

3.3 CARGAS MÓVEIS NAS LONGARINAS

Com as linhas de influência de carregamentos é aplicado o trem tipo TB 450 para cada longarina, posicionando onde provoque as maiores ações para cada uma das vigas. Conforme a Seção 2.4, o trem tipo envolve cargas concentradas equivalentes as rodas de um veículo e cargas distribuídas. Para facilitar o cálculo, o trem tipo foi considerado homogeneizado e a carga de multidão foi também

considerada na área de 18 m² ocupada pelo veículo, sendo essa carga diminuída das cargas concentradas. A carga de multidão tem valor p igual a 5 kN/m² e as cargas concentradas P iguais a 75 kN. A homogeneização do trem tipo resulta em um alívio nas cargas concentradas de 15 kN - 5 kN/m² multiplicados pelos 18m² dividido entre 6 rodas. Assim, as cargas são:

$$P = 60 \text{ kN}$$

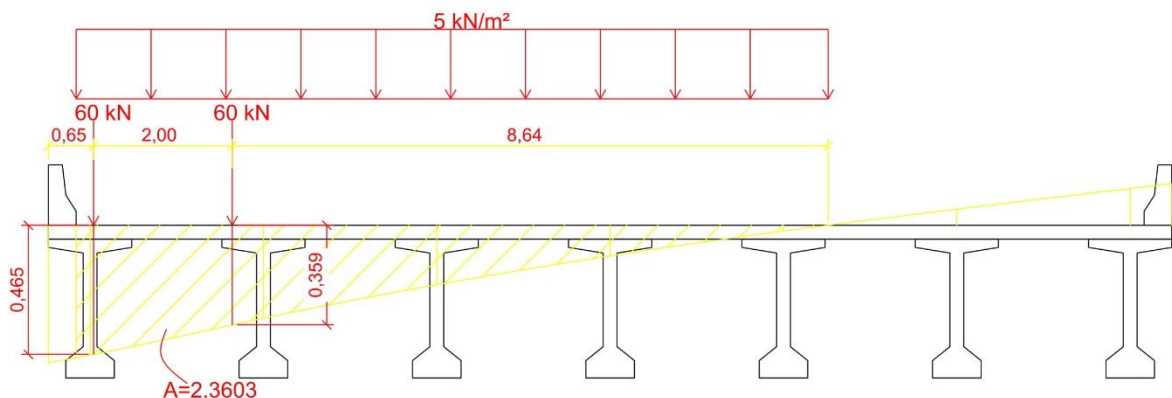
$$p = 5 \text{ kN/m}^2$$

Para encontrar os carregamentos longitudinais nas longarinas, deve-se multiplicar as cargas transversais pelas suas respectivas ordenadas na linha de influência e as cargas distribuídas serão multiplicadas pela área da linha de influência.

3.3.1 Carga móvel nas longarinas 1 e 7

Para os momentos positivos das longarinas 1 e 7 considerando a situação mais desfavorável, o trem tipo foi posicionado conforme a Figura 32. A primeira carga concentrada está 0,25 m distante da barreira já que a roda do trem tipo TB 450 tem largura de 0,5 m. As ordenadas para as cargas concentradas foram de 0,465 e 0,359, e área para a carga distribuída foi de 2,3603.

Figura 32 – Posição do trem tipo e influências para as longarinas 1 e 7 (unidades em m).



Fonte: Autoria própria

Multiplicando as cargas de 60 kN por suas ordenadas e as somando, tem-se a reação devido às cargas concentradas:

$$Q = 60 \cdot (0,465 + 0,359) = 49,44 \text{ kN}$$

Ao multiplicar a carga de 5 kN/m² pela sua área resulta na reação para as cargas distribuídas:

$$q = 5 \times 2,3603 = 11,80 \text{ kN/m}$$

Essas cargas vão ser transmitidas para a longarina no sentido longitudinal como cargas móveis, ou seja, serão o trem tipo longitudinal a ser aplicado nessas vigas. O modelo foi resolvido no *Ftool* para uma barra bi-apoiada com um vão de 39 metros. As cargas foram multiplicadas pelo coeficiente de impacto vertical e pelo coeficiente do número de faixas (considerando quatro faixas), de acordo com a norma ABNT NBR 7188 (2013).

$$CIV = 1 + 1,06 \cdot \left(\frac{20}{39 + 50} \right) = 1,238$$

$$CNF = 1 - 0,05 \cdot (4 - 2) = 0,9 \geq 0,9$$

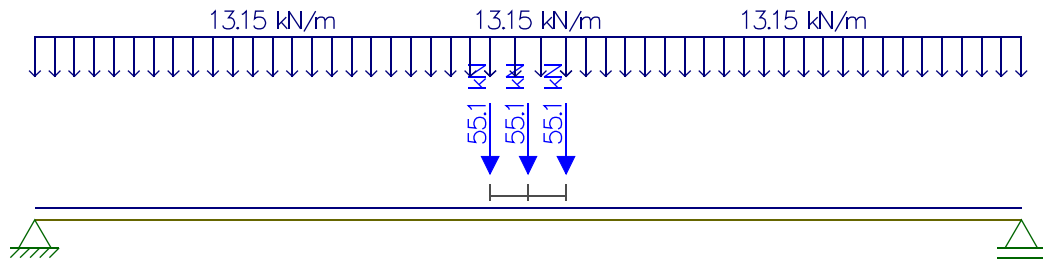
Multiplicando as cargas Q e q pelos dois coeficientes, tem-se:

$$Q = 49,44 \times 1,238 \times 0,9 = 55,09 \text{ kN}$$

$$q = 11,80 \times 1,238 \times 0,9 = 13,15 \text{ kN/m}$$

Essas cargas compuseram o trem tipo aplicado no *Ftool* nas longarinas 1 e 7 a fim de encontrar a envoltória de esforços (Figura 33).

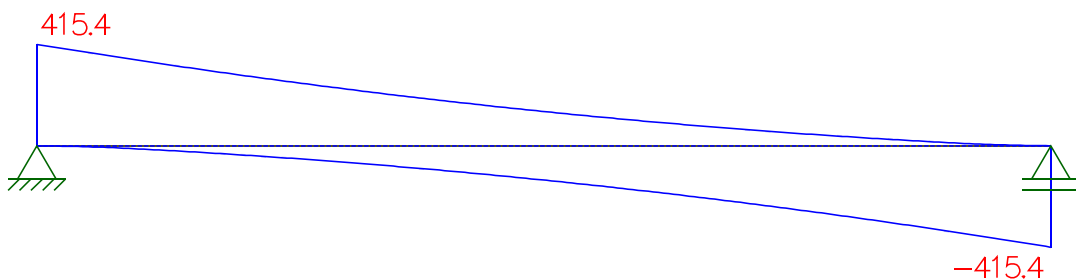
Figura 33 – Trem tipo aplicado no sentido longitudinal para as longarinas 1 e 7.



Fonte: Autoria própria

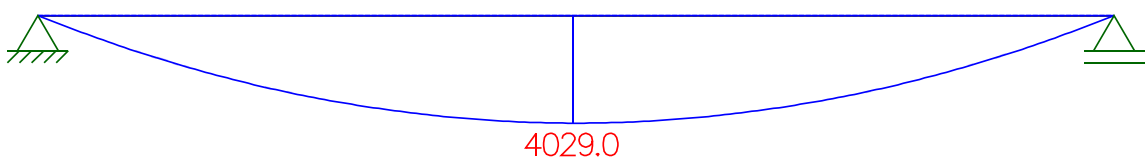
A envoltória de esforços cortantes é apresentada na Figura 34 e a de momentos fletores na Figura 35.

Figura 34 – Envoltória de esforço cortante das longarinas 1 e 7.



Fonte: Autoria própria

Figura 35 – Envoltória de momento fletor das longarinas 1 e 7.



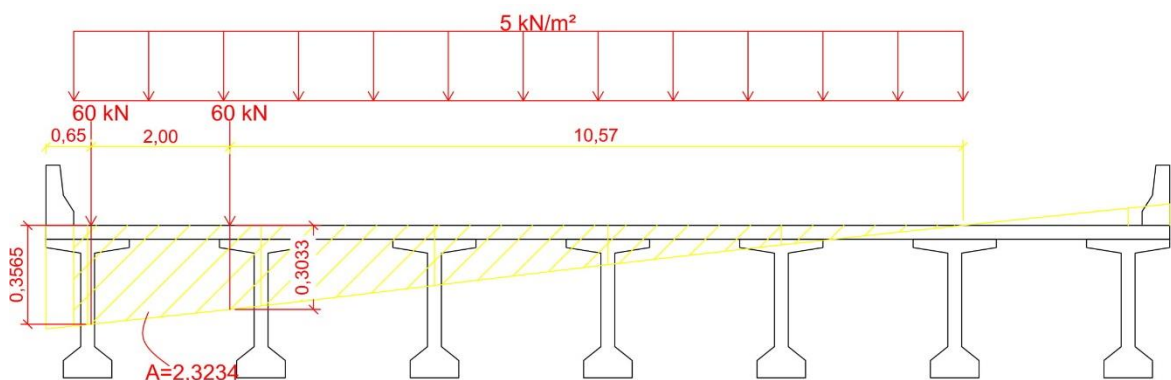
Fonte: Autoria própria

O máximo cortante encontrado foi de 415,4 kN e o máximo momento fletor foi de 4029 kN.m, considerando apenas a carga móvel.

3.3.2 Carga móvel nas longarinas 2 e 6

Para os momentos positivos das longarinas 2 e 6 considerando a situação mais desfavorável, o trem tipo foi posicionado conforme a Figura 36. As ordenadas para as cargas concentradas foram de 0,3565 e 0,3033, e para a área da carga distribuída foi de 2,3234.

Figura 36 - Posição do trem tipo e influências para as longarinas 2 e 6 (unidades em m).



Fonte: Autoria própria

Multiplicando as cargas de 60 kN por suas ordenadas e as somando, tem-se a reação para as concentradas:

$$Q = 60 \cdot (0,3565 + 0,3033) = 39,59 \text{ kN}$$

Ao multiplicar a carga de 5 kN/m² pela sua área determinada pela LI, resulta na reação das cargas distribuídas:

$$q = 5 \times 2,3234 = 11,62 \text{ kN/m}$$

Os coeficientes de impactos da norma ABNT NBR 7188 (2013) são os mesmos que foram aplicados para as cargas nas longarinas 1 e 7, sendo assim:

$$CIV = 1 + 1,06 \cdot \left(\frac{20}{39 + 50} \right) = 1,238$$

$$CNF = 1 - 0,05 \cdot (4 - 2) = 0,9 \geq 0,9$$

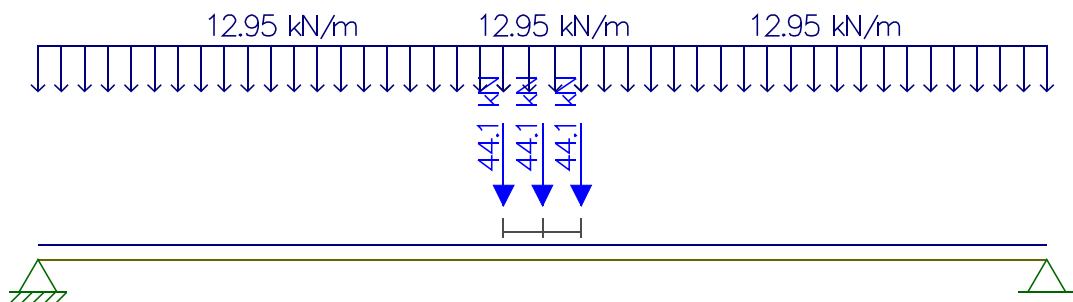
Multiplicando as cargas Q e q pelos dois coeficientes, tem-se:

$$Q = 39,59 \times 1,238 \times 0,9 = 44,11 \text{ kN}$$

$$q = 11,62 \times 1,238 \times 0,9 = 12,95 \text{ kN/m}$$

Essas cargas compõe o trem tipo aplicado no Ftool (Figura 37).

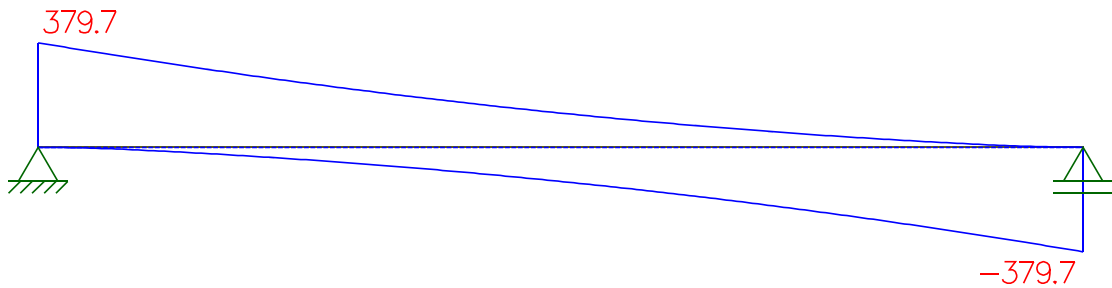
Figura 37 - Trem tipo aplicado no sentido longitudinal para as longarinas 2 e 6.



Fonte: Autoria própria

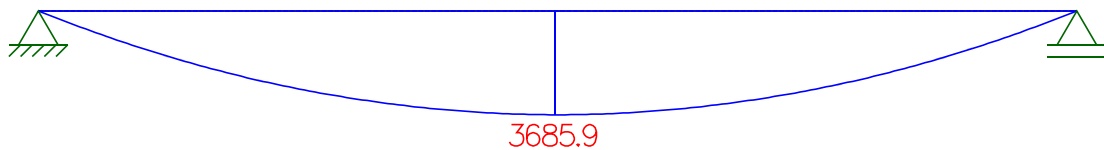
Com o trem tipo aplicado, é possível encontrar a envoltória de esforços cortantes (Figura 38) e de momentos fletores (Figura 39).

Figura 38 – Envoltória de esforço cortante das longarinas 2 e 6.



Fonte: Autoria própria

Figura 39 – Envoltória de momento fletor das longarinas 2 e 6.



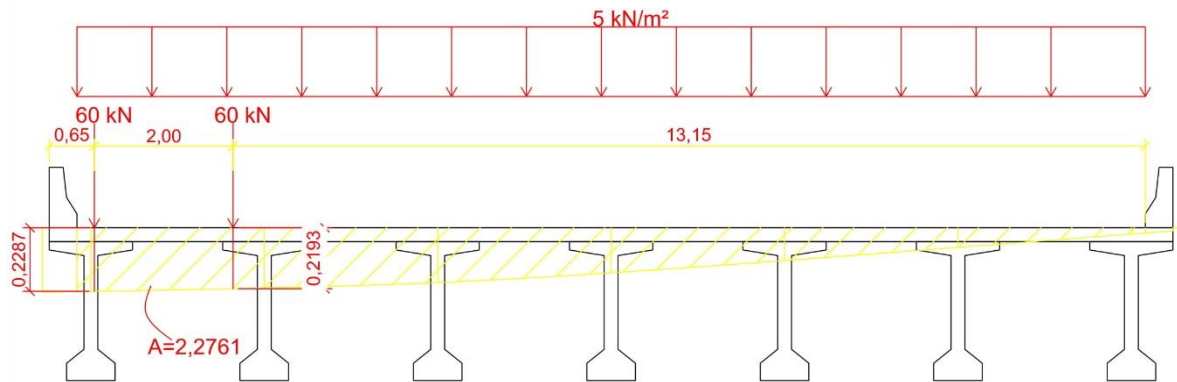
Fonte: Autoria própria

O máximo cortante encontrado foi de 379,7 kN e o máximo momento fletor foi de 3685,9 kN.m, considerando apenas a carga móvel.

3.3.3 Carga móvel nas longarinas 3 e 5

Repetindo os procedimentos para as longarinas 3 e 5, o trem tipo foi posicionado conforme a Figura 40. As ordenadas para as cargas concentradas foram de 0,2287 e 0,2193, e para a distribuída foi de 2,2761.

Figura 40 - Posição do trem tipo e influências para as longarinas 2 e 5 (unidades em m).



Fonte: Autoria própria

Multiplicando as cargas de 60 kN por suas ordenadas e as somando, tem-se a reação para as concentradas:

$$Q = 60 \cdot (0,2287 + 0,2193) = 26,88 \text{ kN}$$

Ao multiplicar a carga de 5 kN/m² pela sua área determinada pela LI, resulta na reação para as cargas distribuídas:

$$q = 5 \times 2,2761 = 11,38 \text{ kN/m}$$

Os coeficientes de majoração da norma ABNT NBR 7188 (2013) são os mesmos que foram aplicados para as cargas nas longarinas 1 e 7, sendo assim:

$$CIV = 1 + 1,06 \cdot \left(\frac{20}{39 + 50} \right) = 1,238$$

$$CNF = 1 - 0,05 \cdot (4 - 2) = 0,9 \geq 0,9$$

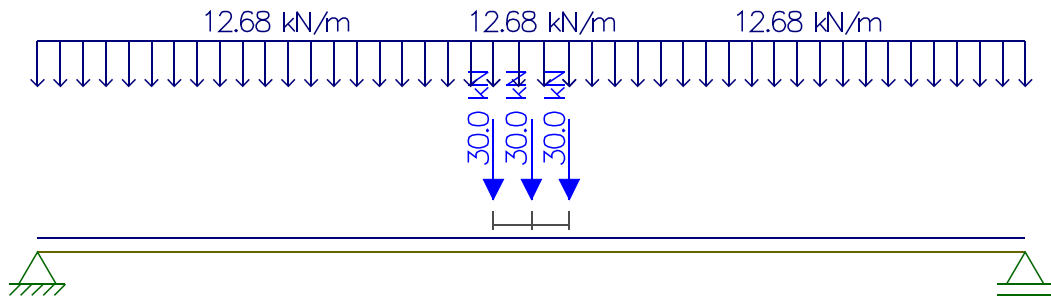
Multiplicando as cargas Q e q pelos dois coeficientes, tem-se:

$$Q = 26,88 \times 1,238 \times 0,9 = 29,95 \text{ kN}$$

$$q = 11,38 \times 1,238 \times 0,9 = 12,68 \text{ kN/m}$$

Essas cargas compõe o trem tipo a ser aplicado nas longarinas 3 e 5 no Ftool (Figura 41).

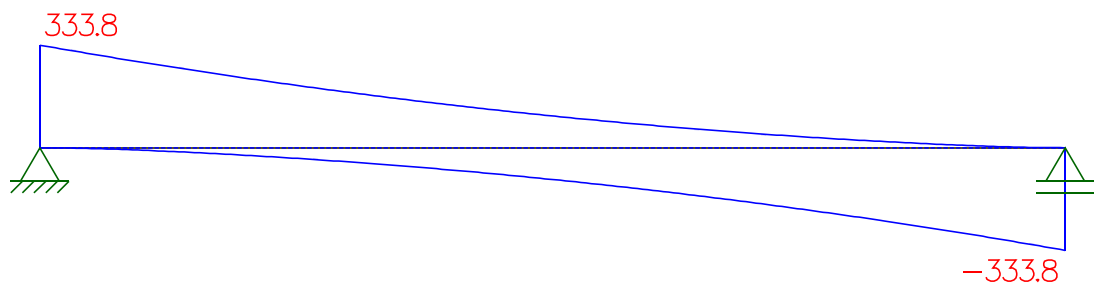
Figura 41 - Trem tipo aplicado no sentido longitudinal para as longarinas 3 e 5.



Fonte: Autoria própria

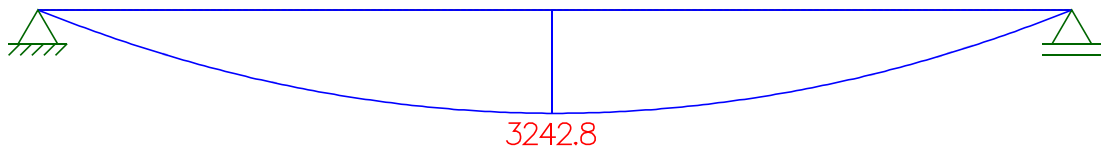
Com o trem tipo aplicado, é possível encontrar a envoltória de esforços cortantes (Figura 42) e de momentos fletores (Figura 43).

Figura 42 – Envoltória de esforço cortante das longarinas 3 e 5.



Fonte: Autoria própria

Figura 43 – Envoltória de momento fletor das longarinas 3 e 5.



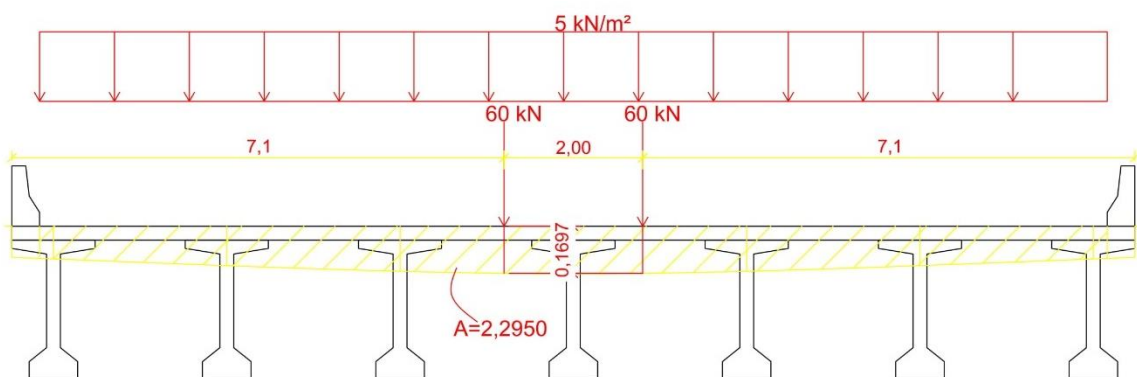
Fonte: Autoria própria

O máximo cortante encontrado foi de 333,8 kN e o máximo momento fletor foi de 3242,8 kN.m, considerando apenas a carga móvel.

3.3.4 Carga móvel na longarina 4

Para os carregamentos móveis da longarina 4 c o trem tipo foi posicionado conforme a Figura 44. A ordenada para as cargas concentradas foi de 0,1697, e para a distribuída foi de 2,2950.

Figura 44 - Posição do trem tipo e influências para a longarina 4 (unidades em m).



Fonte: Autoria própria

Multiplicando as cargas de 60 kN por suas ordenadas e as somando, tem-se a reação para as concentradas:

$$Q = 60. (0,1697 + 0,1697) = 20,36 \text{ kN}$$

Ao multiplicar a carga de 5 kN/m² pela sua área sob a curva, resulta na reação para as cargas distribuídas:

$$q = 5 \times 2,2950 = 11,48 \text{ kN/m}$$

Os coeficientes de majoração da norma ABNT NBR 7188 (2013) são os mesmos que foram aplicados para as cargas nas longarinas 1 e 7, sendo assim:

$$CIV = 1 + 1,06 \cdot \left(\frac{20}{39 + 50} \right) = 1,238$$

$$CNF = 1 - 0,05 \cdot (4 - 2) = 0,9 \geq 0,9$$

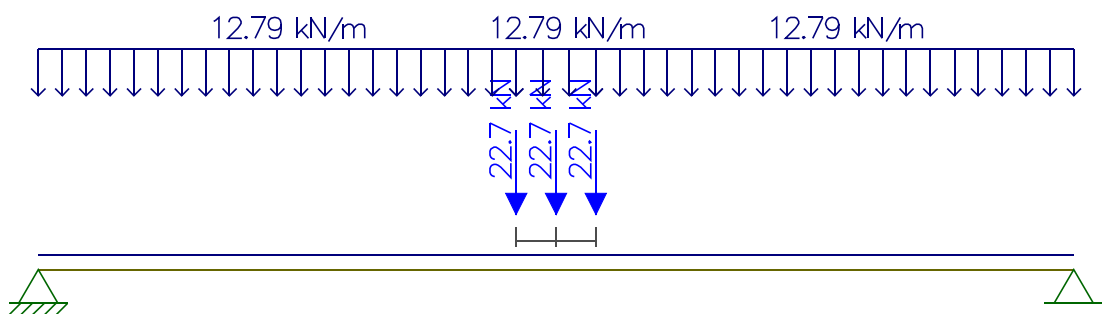
Multiplicando as cargas Q e q pelos dois coeficientes, tem-se:

$$Q = 20,36 \times 1,238 \times 0,9 = 22,69 \text{ kN}$$

$$q = 11,48 \times 1,238 \times 0,9 = 12,79 \text{ kN/m}$$

Essas cargas compõe o trem tipo a ser aplicado no Ftool na longarina 4 (Figura 45).

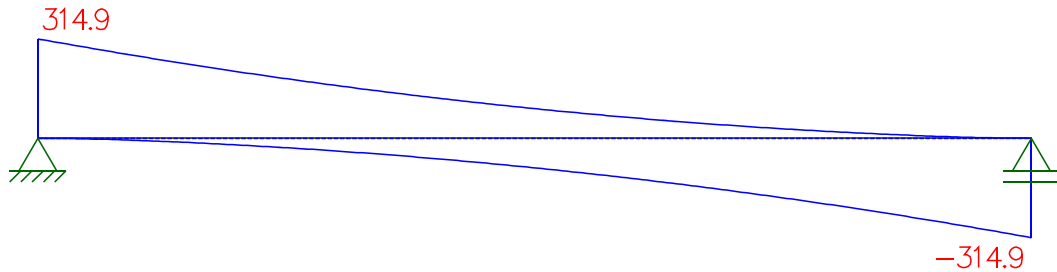
Figura 45 - Trem tipo aplicado no sentido longitudinal para a longarina 4.



Fonte: Autoria própria

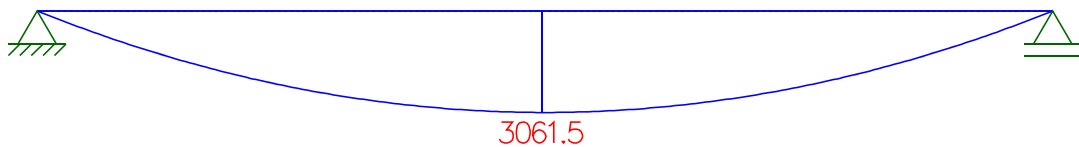
Com o trem tipo aplicado, é possível encontrar a envoltória de esforços cortantes (Figura 46) e de momentos fletores (Figura 47).

Figura 46 – Envoltória de esforço cortante da longarina.



Fonte: Autoria própria

Figura 47 – Envoltória de momento fletor da longarina 4.



Fonte: Autoria própria

O máximo cortante encontrado foi de 314,9 kN e o máximo momento fletor foi de 3061,5 kN.m, considerando apenas a carga móvel.

3.4 CARGA PERMANENTE NAS LONGARINAS

Para o cálculo das cargas permanentes nas longarinas é utilizado as ordenadas das linhas de influência de cada viga. O Quadro 5 apresenta os coeficientes de repartição transversal obtidos através das ordenadas da linha de influência para cada viga em cada apoio, conforme a denotação r_{ij} , sendo r reação na viga i para uma carga unitária aplicada em j .

Quadro 5 – Coeficientes de repartição transversal.

<i>i/j</i>	1	2	3	4	5	6	7
1	0,4674	0,3578	0,2289	0,1177	0,0225	-0,062	-0,1325
2	0,3349	0,2908	0,2168	0,1419	0,0705	0,0031	-0,058
3	0,2143	0,2168	0,1972	0,1622	0,118	0,0705	0,0211
4	0,1102	0,1419	0,1622	0,1714	0,1622	0,1419	0,1102
5	0,0211	0,0705	0,118	0,1622	0,1972	0,2168	0,2143
6	-0,058	0,0031	0,0705	0,1419	0,2168	0,2908	0,3349
7	-0,1325	-0,062	0,0225	0,1177	0,2289	0,3578	0,4674

Fonte: Autoria própria

3.4.1 Cargas permanentes na seção transversal nas longarinas 1 e 7

As cargas permanentes nas longarinas 1 e 7 são:

- Peso própria da viga;
- Barreira;
- Laje do tabuleiro;
- Pavimentação com espessura de 10 centímetros.

A massa específica do concreto para a viga, barreira e laje do tabuleiro é de 25 kN/m³. A massa específica da pavimentação foi adotada igual a 24 kN/m³.

A área da barreira, representada na Figura 10, é de 0,254 m², a área da seção transversal da viga é de 0,735 m², a laje do tabuleiro, considerando uma largura de 1,85 metros, possui uma área de 0,37 m² e a pavimentação, considerando uma largura de 1,45 metros, possui uma área de 0,145 m². Para o recapeamento é considerada a mesma largura da pavimentação, 1,45 metros, assim o valor de 2 kN/m² é multiplicado por essa largura, resultando em uma carga de 2,9 kN/m. O Quadro 6 apresenta as cargas permanentes distribuídas ao longo das longarinas 1 e 7.

Quadro 6 – Cargas permanentes distribuídas ao longo das longarinas 1 e 7.

Elemento	Área (m ²)	Equação	Carga (kN/m)
Viga principal	0,735	$p = 0,735 \times 25$	18,38
Barreira	0,254	$p = 0,254 \times 25$	6,35
Laje do tabuleiro	0,37	$p = 0,37 \times 25$	9,25
Pavimentação	0,145	$p = 0,145 \times 24$	3,48
Total			37,46

Fonte: Autoria própria

A carga resultante de 37,46 kN/m é somada com a carga de recapeamento de 2,9 kN/m, resultando em uma carga total de 40,36 kN/m.

3.4.2 Cargas permanentes na seção transversal nas longarinas 2, 3, 4, 5 e 6

As cargas permanentes são iguais nas longarinas 2, 3, 4, 5 e 6 e são provocadas pelos seguintes elementos:

- Peso própria da viga;
- Laje do tabuleiro;
- Pavimentação com espessura de 10 centímetros.

A massa específica do concreto para a viga e laje do tabuleiro é de 25 kN/m³. A massa específica da pavimentação foi adotada igual a 24 kN/m³.

A área da seção transversal da viga é de 0,75 m², a laje do tabuleiro, considerando uma largura de 2,5 metros, possui uma área de 0,50 m² e a pavimentação, considerando uma largura de 2,5 metros, possui uma área de 0,25 m². Para o recapeamento é considerada a mesma largura da pavimentação, 2,5 metros, assim o valor de 2 kN/m² é multiplicado por essa largura, resultando em uma carga de 5 kN/m. O Quadro 7 apresenta as cargas permanentes distribuídas ao longo das longarinas 2, 3, 4, 5 e 6.

Quadro 7 – Cargas permanentes distribuídas ao longo das longarinas 2, 3, 4, 5 e 6.

Elemento	Área (m ²)	Equação	Carga (kN/m ²)
Viga principal	0,735	$p = 0,735 \times 25$	18,38
Laje do tabuleiro	0,50	$p = 0,50 \times 25$	12,5
Pavimentação	0,25	$p = 0,25 \times 24$	6
Total			36,88

Fonte: Autoria própria

A carga resultante de 36,88 kN/m é somada com a carga de recapeamento de 5 kN/m, resultando em uma carga total de 41,88 kN/m.

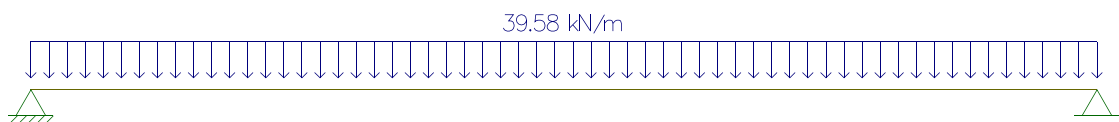
3.4.3 Carga permanente nas longarinas 1 e 7

Para calcular os carregamentos permanentes nas longarinas 1 e 7 são utilizadas as cargas dos Quadros 6 e 7, juntamente com os coeficientes de repartição para a viga 1 contidos no Quadro 5. Assim, as cargas permanentes $Q_{1,7}$ que atuam no sentido longitudinal das longarinas 1 e 7 são:

$$\begin{aligned}
 Q_{1,7} &= p_1 \cdot r_{1,1} + p_2 \cdot r_{2,1} + p_3 \cdot r_{3,1} + p_4 \cdot r_{4,1} + p_5 \cdot r_{5,1} + p_6 \cdot r_{6,1} + p_7 \cdot r_{7,1} \\
 Q_{1,7} &= 40,36 \times 0,4674 + 41,88 \times 0,3349 + 41,88 \times 0,2143 + 41,88 \times 0,1102 \\
 &\quad + 41,88 \times 0,0211 + 41,88 \times (-0,058) + 40,36 \times (-0,1325) \\
 Q_{1,7} &= 39,59 \text{ kN/m}
 \end{aligned}$$

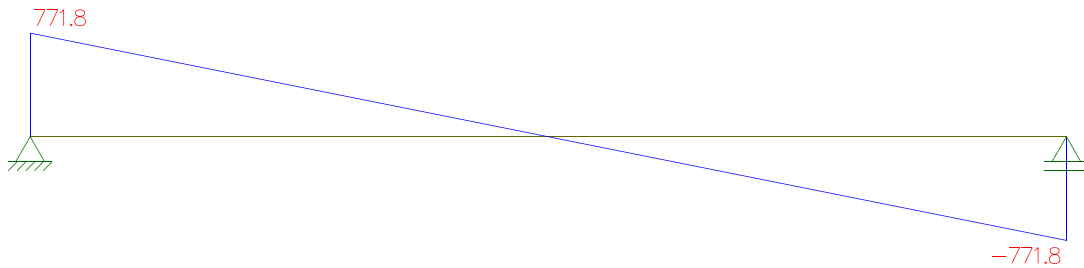
Aplicando essa carga em um modelo no *Ftool* (Figura 48) consegue-se o diagrama de esforço cortante (Figura 49) e o diagrama de momento fletor (Figura 50).

Figura 48 – Cargas permanentes atuantes nas longarinas 1 e 7.



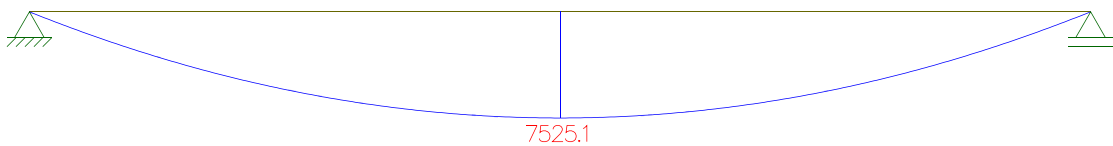
Fonte: Autoria própria

Figura 49 – Diagrama de esforço cortante para as cargas permanentes atuantes nas longarinas 1 e 7.



Fonte: Autoria própria

Figura 50 - Diagrama de momento fletor para as cargas permanentes atuantes nas longarinas 1 e 7.



Fonte: Autoria própria

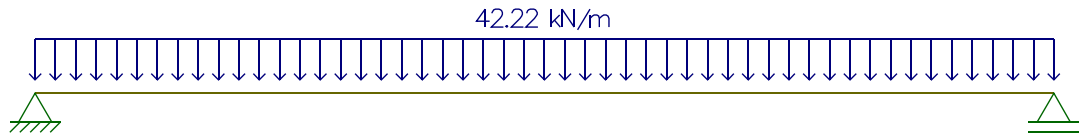
3.4.4 Carga permanente nas longarinas 2 e 6

Para calcular os carregamentos permanentes nas longarinas 3 e 6 são utilizadas as cargas dos Quadros 6 e 7, juntamente com os coeficientes de repartição para a viga 2 contidos no Quadro 5. Assim, as cargas permanentes $Q_{2,6}$ que atuam no sentido longitudinal das longarinas 2 e 6 são:

$$\begin{aligned}
 Q_{2,6} &= p_1 \cdot r_{1,2} + p_2 \cdot r_{2,2} + p_3 \cdot r_{3,2} + p_4 \cdot r_{4,2} + p_5 \cdot r_{5,2} + p_6 \cdot r_{6,2} + p_7 \cdot r_{7,2} \\
 Q_{2,6} &= 40,36 \times 0,3578 + 41,88 \times 0,2908 + 41,88 \times 0,2168 + 41,88 \times 0,1419 \\
 &\quad + 41,88 \times 0,0705 + 41,88 \times 0,0031 + 40,36 \times (-0,062) \\
 Q_{2,6} &= 42,22 \text{ kN/m}
 \end{aligned}$$

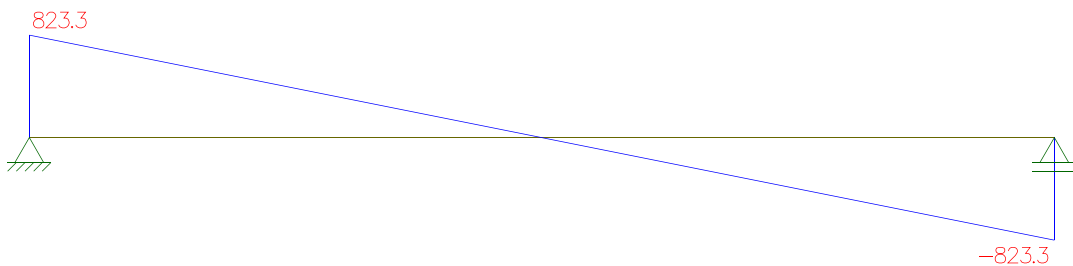
Aplicando essa carga em um modelo no *Ftool* (Figura 51) consegue-se o diagrama de esforço cortante (Figura 52) e o diagrama de momento fletor (Figura 53).

Figura 51 – Cargas permanentes atuantes nas longarinas 2 e 6.



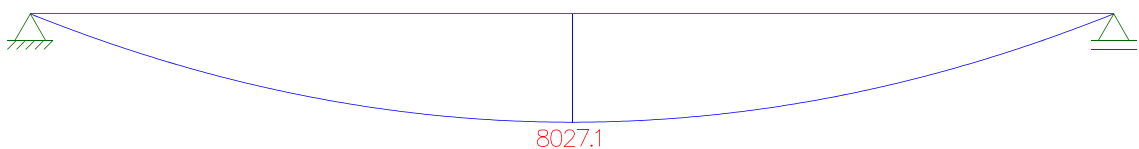
Fonte: Autoria própria

Figura 52 – Diagrama de esforço cortante para as cargas permanentes atuantes nas longarinas 2 e 6.



Fonte: Autoria própria

Figura 53 - Diagrama de momento fletor para as cargas permanentes atuantes nas longarinas 2 e 6.



Fonte: Autoria própria

3.4.5 Carga permanente nas longarinas 3 e 5

Para calcular os carregamentos permanentes nas longarinas 3 e 5 são utilizadas as cargas dos Quadros 6 e 7, juntamente com os coeficientes de repartição para a viga 3 contidos no Quadro 5. Assim, as cargas permanentes $Q_{3,5}$ que atuam no sentido longitudinal das longarinas 3 e 5 são:

$$Q_{3,5} = p_1 \cdot r_{1,3} + p_2 \cdot r_{2,3} + p_3 \cdot r_{3,3} + p_4 \cdot r_{4,3} + p_5 \cdot r_{5,3} + p_6 \cdot r_{6,3} + p_7 \cdot r_{7,3}$$

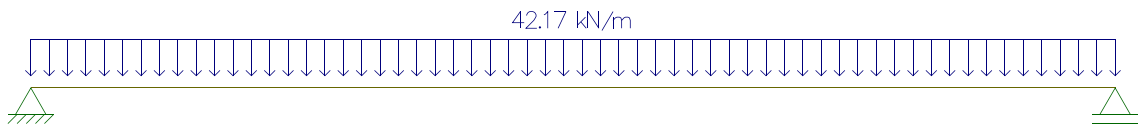
$$Q_{3,5} = 40,36 \times 0,2289 + 41,88 \times 0,2168 + 41,88 \times 0,1972 + 41,88 \times 0,1622$$

$$+ 41,88 \times 0,118 + 41,88 \times 0,0705 + 40,36 \times 0,0225$$

$$Q_{3,5} = 42,17 \text{ kN/m}$$

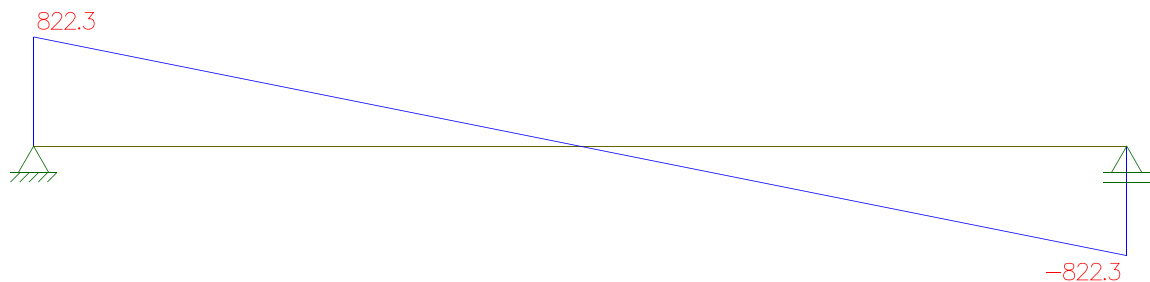
Aplicando essa carga em um modelo no *Ftool* (Figura 54) consegue-se o diagrama de esforço cortante (Figura 55) e o diagrama de momento fletor (Figura 56).

Figura 54 – Cargas permanentes atuantes nas longarinas 3 e 5.



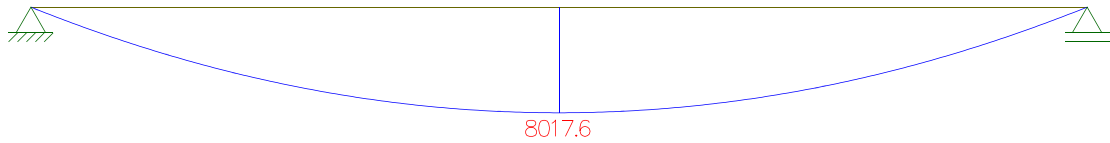
Fonte: Autoria própria

Figura 55 – Diagrama de esforço cortante para as cargas permanentes atuantes nas longarinas 3 e 5.



Fonte: Autoria própria

Figura 56 - Diagrama de momento fletor para as cargas permanentes atuantes nas longarinas 3 e 5.



Fonte: Autoria própria

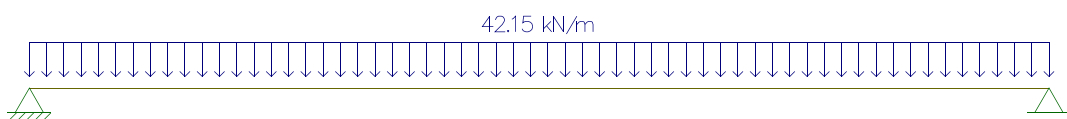
3.4.6 Carga permanente na longarina 4

Para calcular os carregamentos permanentes na longarina 4 são utilizadas as cargas dos Quadros 6 e 7, juntamente com os coeficientes de repartição para a viga 4 contidos no Quadro 5. Assim, as cargas permanentes Q_4 que atuam no sentido longitudinal da longarina 4 são:

$$\begin{aligned}
 Q_4 &= p_1 \cdot r_{1,4} + p_2 \cdot r_{2,4} + p_3 \cdot r_{3,4} + p_4 \cdot r_{4,4} + p_5 \cdot r_{5,4} + p_6 \cdot r_{6,4} + p_7 \cdot r_{7,4} \\
 Q_4 &= 40,36 \times 0,1177 + 41,88 \times 0,1419 + 41,88 \times 0,1622 + 41,88 \times 0,1714 \\
 &\quad + 41,88 \times 0,1622 + 41,88 \times 0,1419 + 40,36 \times 0,1177 \\
 Q_4 &= 42,15 \text{ kN/m}
 \end{aligned}$$

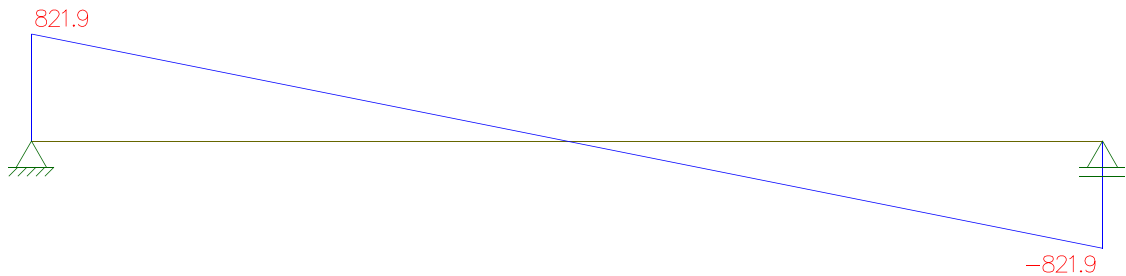
Aplicando essa carga em um modelo no *Ftool* (Figura 57) consegue-se o diagrama de esforço cortante (Figura 58) e o diagrama de momento fletor (Figura 59).

Figura 57 – Cargas permanentes atuantes na longarina 4.



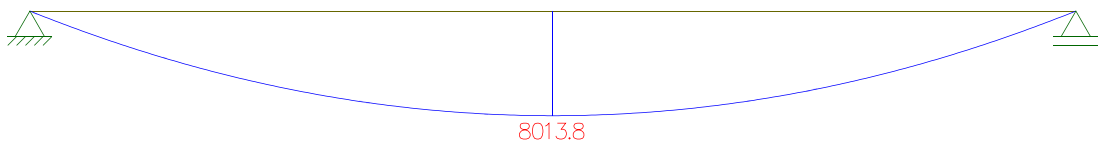
Fonte: Autoria própria

Figura 58 – Diagrama de esforço cortante para as cargas permanentes atuantes na longarina 4.



Fonte: Autoria própria

Figura 59 - Diagrama de momento fletor para as cargas permanentes atuantes na longarina 4.



Fonte: Autoria própria

3.5 ESTADOS LIMITES

Com as cargas permanentes e as cargas móveis, é necessário verificar os esforços para o estado limite último e para os estados limites de serviço.

3.5.1 Estado limite último (ELU)

A partir da distribuição (repartição) dos carregamentos permanentes, foram montadas as combinações de ações para obtenção dos esforços máximos como descrito a seguir.

3.5.1.1 Estado limite último para as longarinas 1 e 7

Para as longarinas externas (vigas 1 e 7), utilizando a Equação 27, encontra-se o esforço cortante máximo e o momento fletor máximo:

$$\begin{aligned}V_{cd_p} &= 772 \times 1,35 = 1042,2 \text{ kN} \\V_{cd_m} &= 415,4 \times 1,5 = 623,1 \text{ kN} \\V_{cd} &= 1042,2 + 623,1 = 1665,3 \text{ kN}\end{aligned}$$

Da mesma forma, para o momento fletor, tem-se:

$$\begin{aligned}M_{d_p} &= 7527 \times 1,35 = 10161,45 \text{ kN.m} \\M_{d_m} &= 4029 \times 1,5 = 6043,5 \text{ kN.m} \\M_d &= 10161,45 + 6043,5 = 16204,95 \text{ kN.m}\end{aligned}$$

Assim, no estado limite último, o máximo esforço cortante e o máximo momento fletor são:

$$\begin{aligned}V_{cd} &= 1042,2 + 623,1 = 1665,3 \text{ kN} \\M_d &= 10161,45 + 6043,5 = 16204,95 \text{ kN.m}\end{aligned}$$

3.5.1.2 Estado limite último para as longarinas 2 e 6

Para as longarinas 2 e 6, utilizando a Equação 27, encontra-se o esforço cortante máximo e o momento fletor máximo:

$$\begin{aligned}V_{cd_p} &= 823,3 \times 1,35 = 1111,45 \text{ kN} \\V_{cd_m} &= 379,7 \times 1,5 = 569,55 \text{ kN} \\V_{cd} &= 1111,45 + 569,55 = 1681 \text{ kN}\end{aligned}$$

Da mesma forma, para o momento fletor, tem-se:

$$M_{d_p} = 8027,1 \times 1,35 = 10836,58 \text{ kN.m}$$

$$M_{d_m} = 3685,9 \times 1,5 = 5528,85 \text{ kN.m}$$

$$M_d = 10836,58 + 5528,85 = 16365,43 \text{ kN.m}$$

Assim, no estado limite último, o máximo esforço cortante e o máximo momento fletor são:

$$V_{cd} = 1111,45 + 569,55 = 1681 \text{ kN}$$

$$M_d = 10836,58 + 5528,85 = 16365,43 \text{ kN.m}$$

3.5.1.3 Estado limite último para as longarinas 3 e 5

Para as longarinas 3 e 5, utilizando a Equação 27, encontra-se o esforço cortante máximo e o momento fletor máximo:

$$V_{cd_p} = 822,3 \times 1,35 = 1110,10 \text{ kN}$$

$$V_{cd_m} = 333,8 \times 1,5 = 500,7 \text{ kN}$$

$$V_{cd} = 1110,10 + 500,7 = 1610,8 \text{ kN}$$

Da mesma forma, para o momento fletor, tem-se:

$$M_{d_p} = 8017,6 \times 1,35 = 10823,76 \text{ kN.m}$$

$$M_{d_m} = 3242,8 \times 1,5 = 4864,2 \text{ kN.m}$$

$$M_d = 10823,76 + 4864,2 = 15687,96 \text{ kN.m}$$

Assim, no estado limite último, o máximo esforço cortante e o máximo momento fletor são:

$$V_{cd} = 1110,10 + 500,7 = 1610,8 \text{ kN}$$

$$M_d = 10823,76 + 4864,2 = 15687,96 \text{ kN.m}$$

3.5.1.4 Estado limite último para a longarina 4

Para a longarina 4, utilizando a Equação 27, encontra-se o esforço cortante máximo e o momento fletor máximo:

$$V_{cd_p} = 821,9 \times 1,35 = 1109,56 \text{ kN}$$

$$V_{cd_m} = 314,9 \times 1,5 = 472,35 \text{ kN}$$

$$V_{cd} = 1109,56 + 472,35 = 1581,91 \text{ kN}$$

Da mesma forma, para o momento fletor, tem-se:

$$M_{d_p} = 8013,8 \times 1,35 = 10818,63 \text{ kN.m}$$

$$M_{d_m} = 3061,5 \times 1,5 = 4592,25 \text{ kN.m}$$

$$M_d = 10818,63 + 4592,25 = 15410,88 \text{ kN.m}$$

Assim, no estado limite último, o máximo esforço cortante e o máximo momento fletor são:

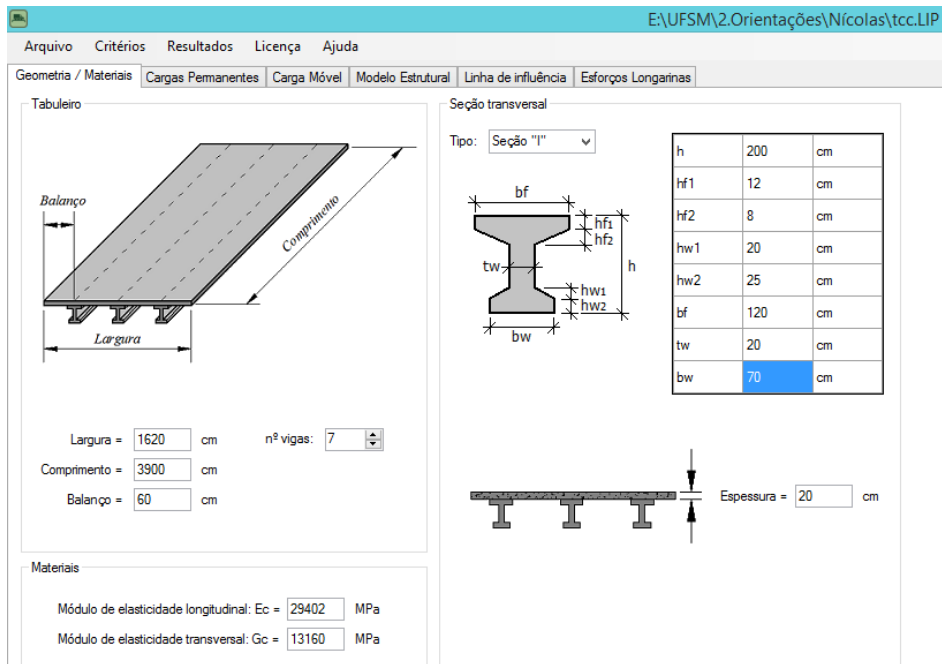
$$V_{cd} = 1109,56 + 472,35 = 1581,91 \text{ kN}$$

$$M_d = 10818,63 + 4592,25 = 15410,88 \text{ kN.m}$$

3.6 MODELAGEM NO LIP TQS

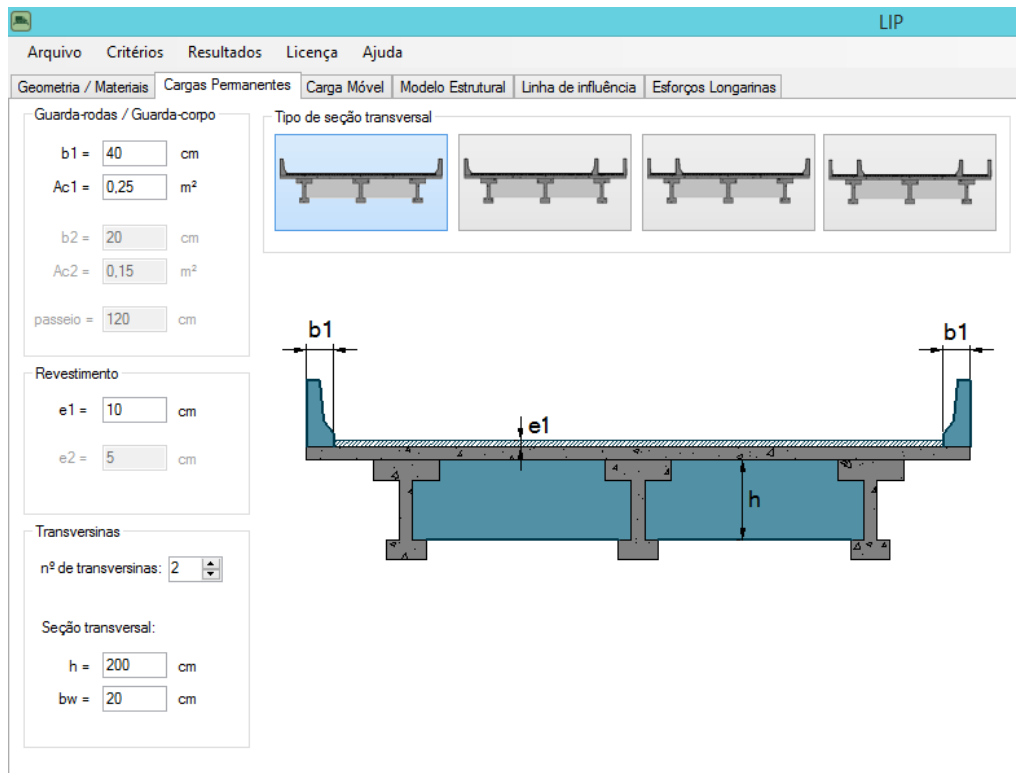
Com a finalidade de comparar os resultados utilizando o método de Fauchart (1972) com auxílio do *software Ftool*, o tabuleiro de ponte detalhado nas Figuras 11 e 12 foi moldado no LIP TQS e está representado com suas propriedades de material e dimensões nas Figuras 60 e 61.

Figura 60 – Propriedades do concreto e dimensões do tabuleiro moldado no LIP TQS.



Fonte: Autor

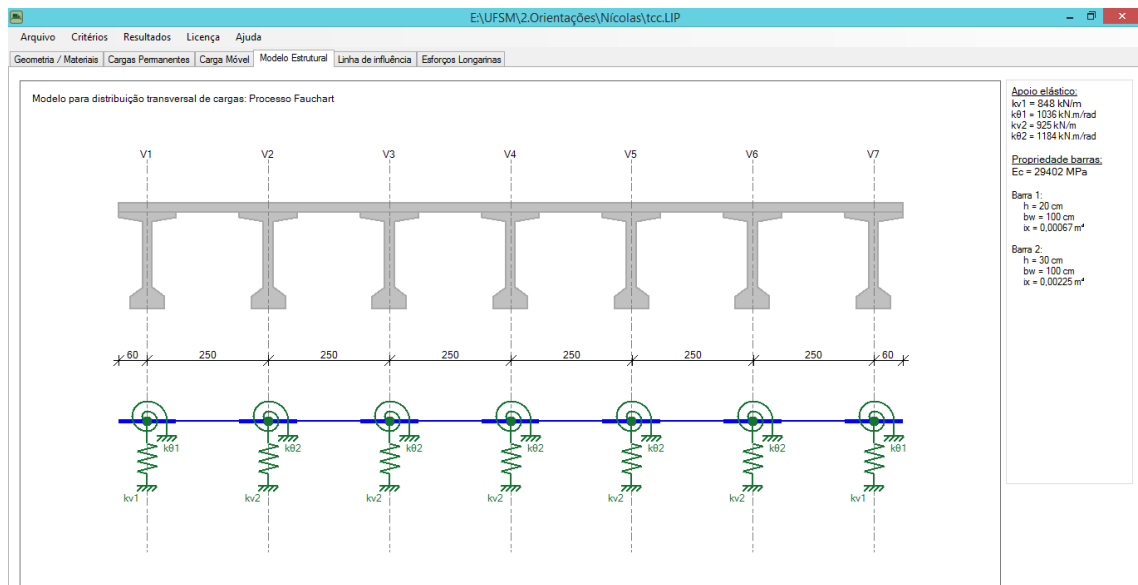
Figura 61 – Seção transversal do tabuleiro moldado no LIP TQS.



Fonte: Autor

Assim, o LIP TQS calcula as constantes de mola para o deslocamento vertical k_{v1} e k_{v2} e as constantes de mola para a rotação k_{t1} e k_{t2} , sendo k_{v1} e k_{t1} as constantes referentes às vigas externas e k_{v2} e k_{t2} as constantes referentes às vigas internas. O resultado está representado na Figura 62. Comparando com os resultados calculados, tem-se que há uma diferença de 17,7 kN/m em relação ao k_{v2} , uma diferença de 44 kN.m/rad em relação ao k_{t1} , uma diferença de 54 kN.m/rad em relação ao k_{t1} e uma igualdade de resultados para o k_{v2} . Para as cargas móveis, o LIP-TQS utiliza o trem-tipo não homogeneizado, enquanto que com o auxílio do Ftool foi utilizado o trem-tipo homogeneizado.

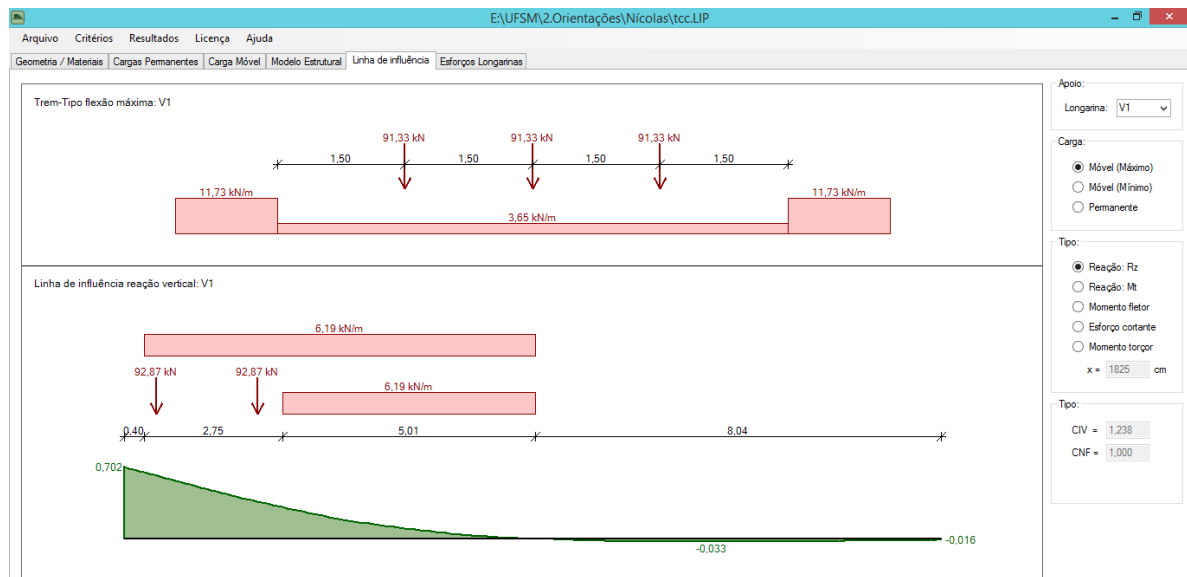
Figura 62 – Constantes de mola da modelagem no LIP TQS.



Fonte: Autor

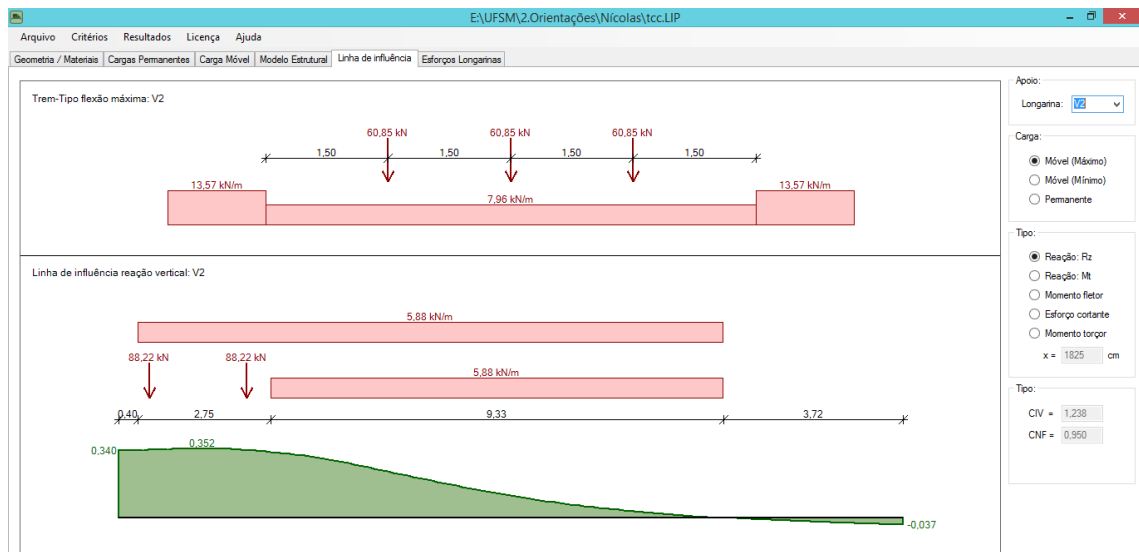
Com os dados, o software calcula a linha de influência e aplica o trem-tipo. Os resultados para a flexão máxima estão representados nas Figuras 63, 64, 65 e 66.

Figura 63 – Linha de influência para reação vertical e aplicação do trem-tipo para flexão máxima da viga 1 no LIP TQS.



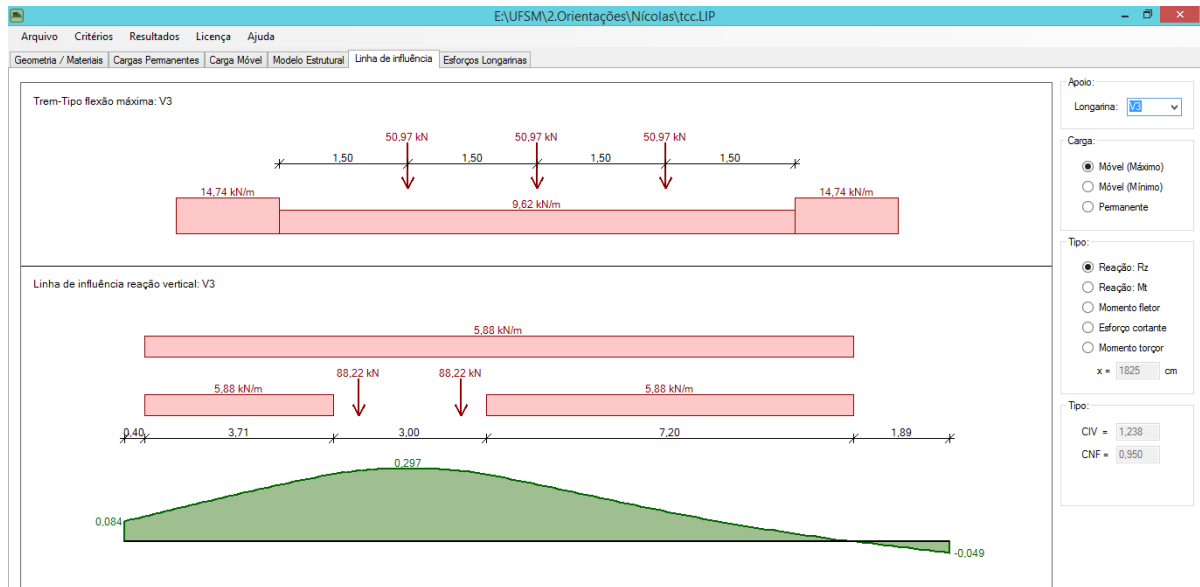
Fonte: Autor

Figura 64 – Linha de influência para reação vertical e aplicação do trem-tipo para flexão máxima da viga 2 no LIP TQS.



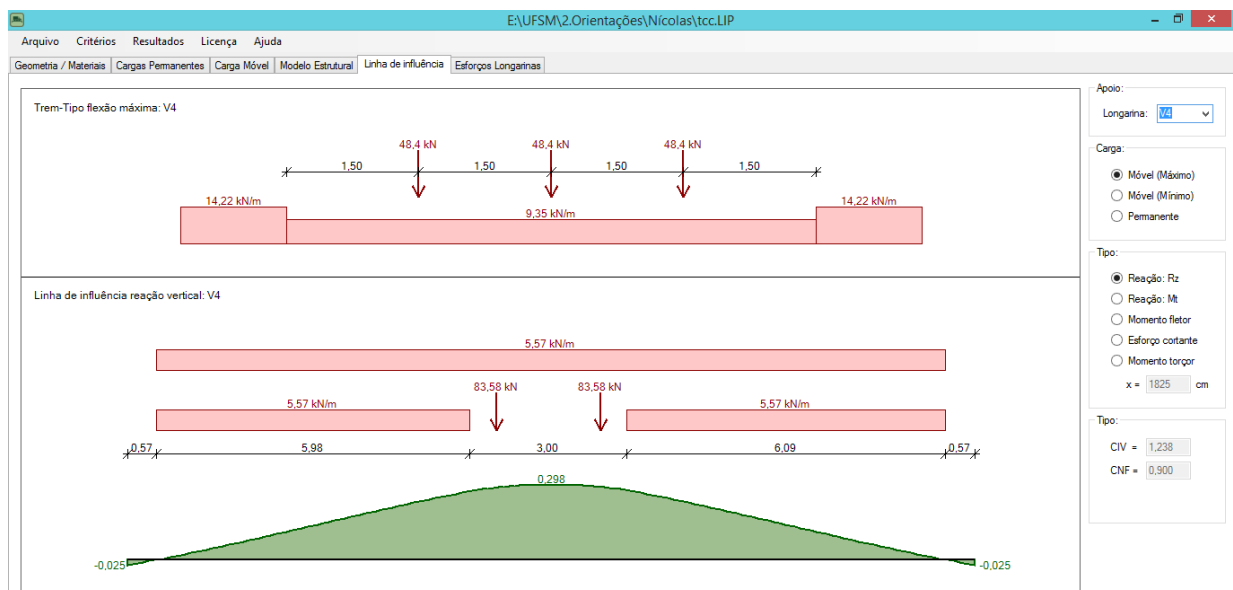
Fonte: Autor

Figura 65 - Linha de influência para reação vertical e aplicação do trem-tipo para flexão máxima da viga 3 no LIP TQS.



Fonte: Autor

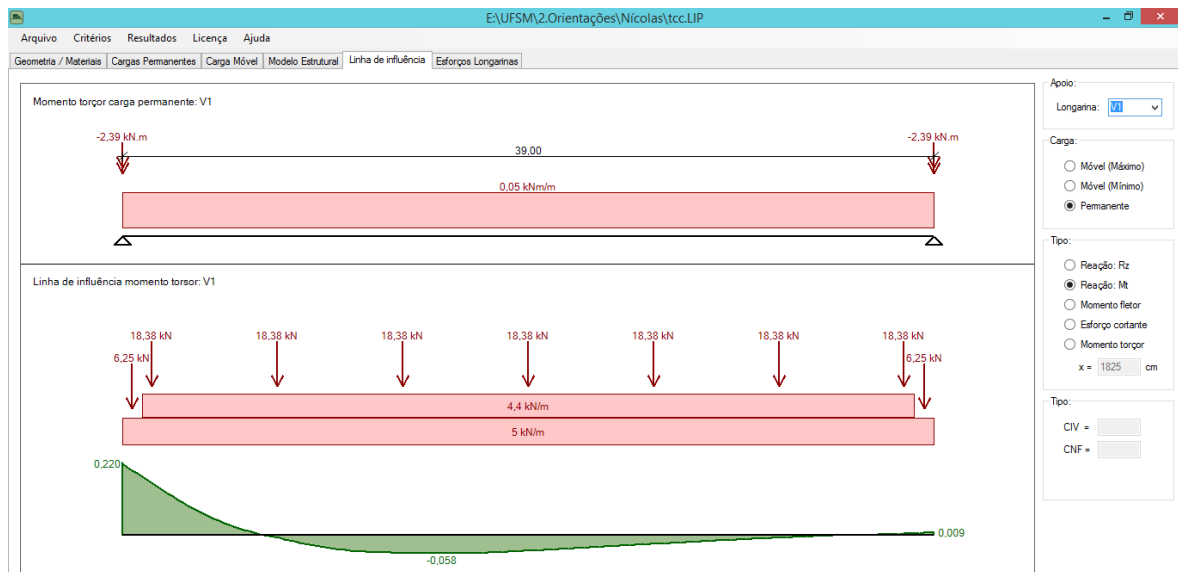
Figura 66 - Linha de influência para reação vertical e aplicação do trem-tipo para flexão máxima da viga 4 no LIP TQS.



Fonte: Autor

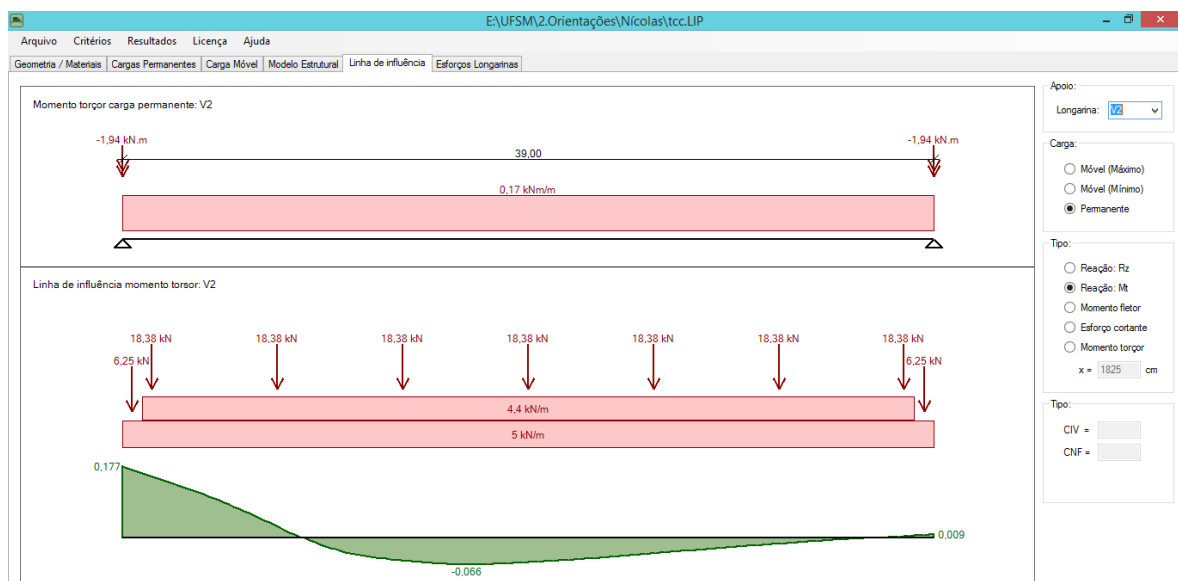
O mesmo procedimento é realizado para calcular a linha de influência e a aplicação das cargas permanentes para a torção máxima e os resultados estão representados nas Figuras 67, 68, 69 e 70.

Figura 67 - Linha de influência para momento torçor e aplicação do trem-tipo para torção máxima da viga 1 no LIP TQS.



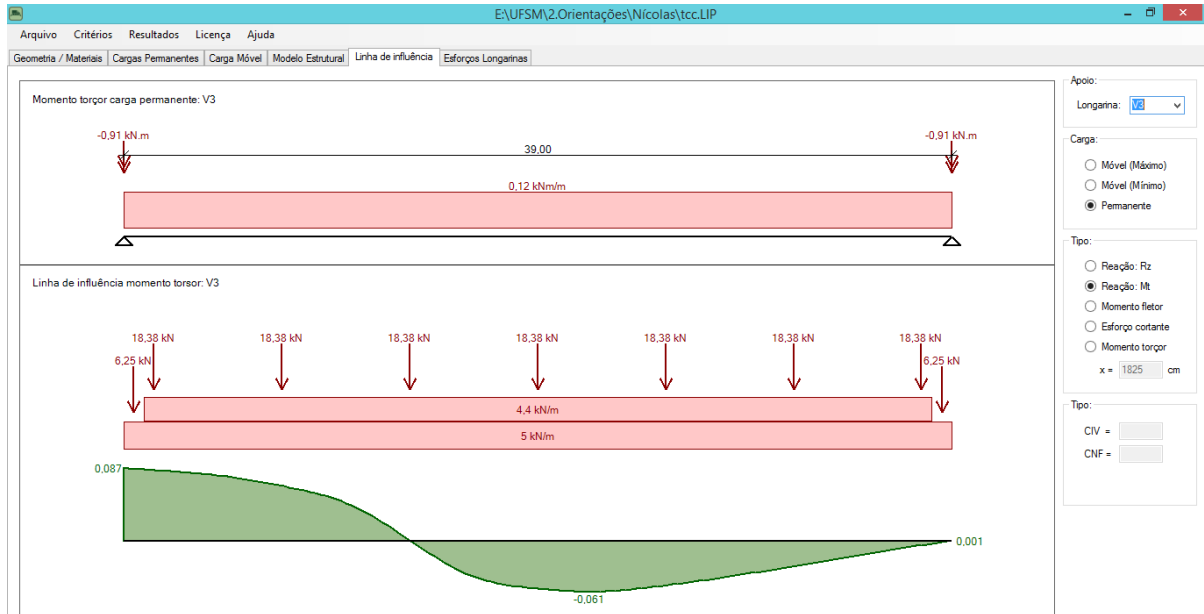
Fonte: Autor

Figura 68 - Linha de influência para momento torçor e aplicação do trem-tipo para torção máxima da viga 2 no LIP TQS.



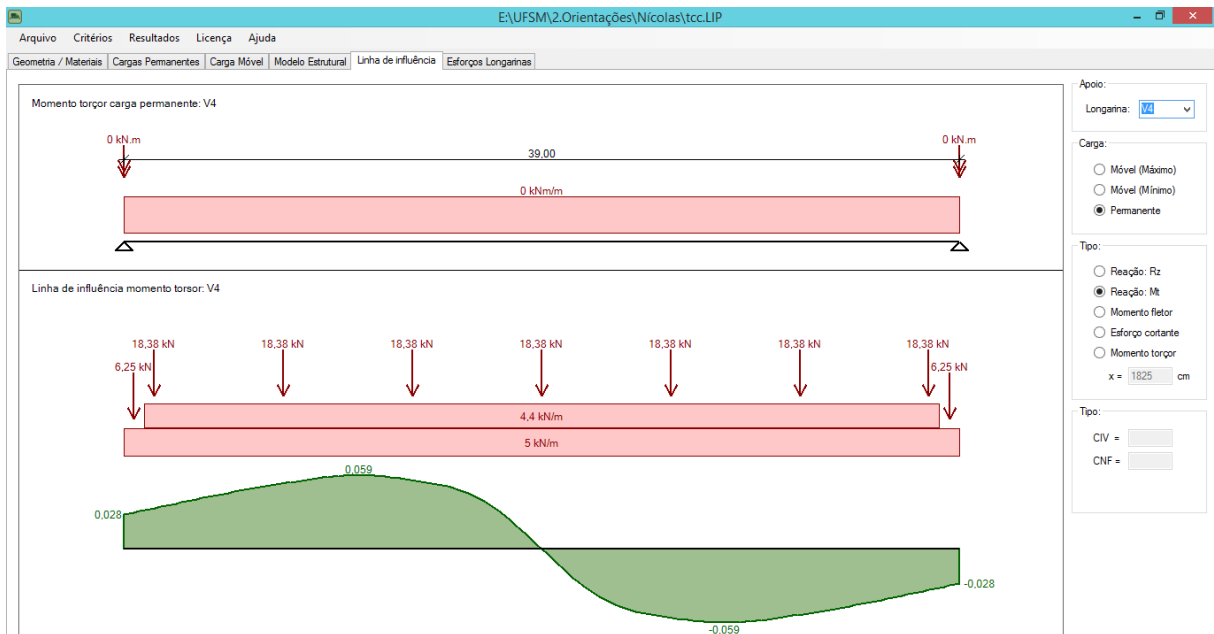
Fonte: Autor

Figura 69 - Linha de influência para momento torção e aplicação do trem-tipo para torção máxima da viga 3 no LIP TQS.



Fonte: Autor

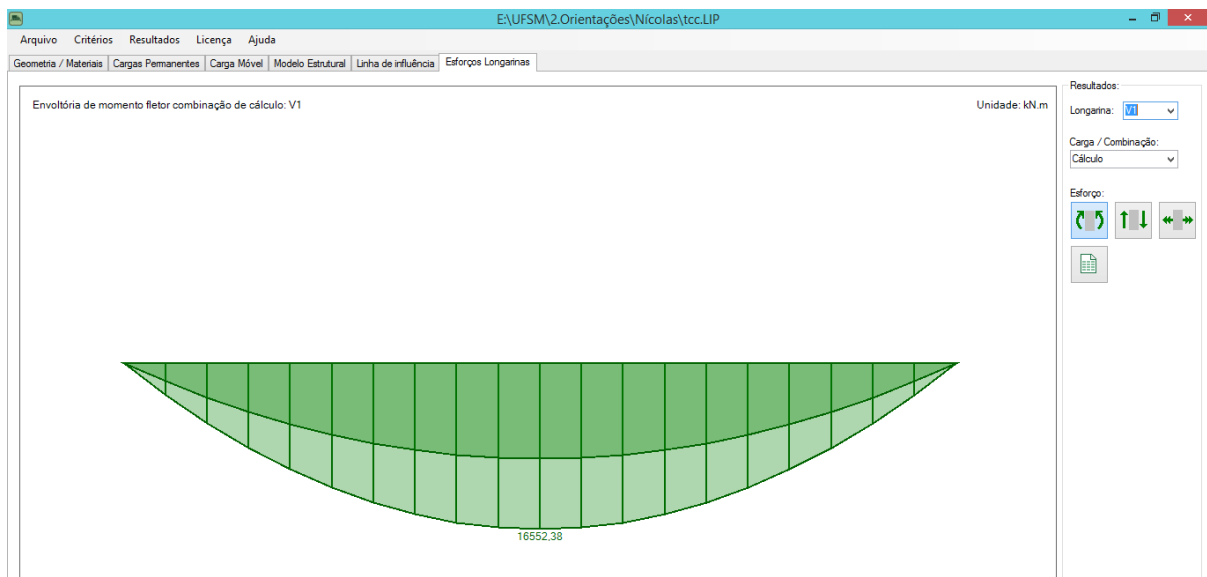
Figura 70 - Linha de influência para momento torção e aplicação do trem-tipo para torção máxima da viga 4 no LIP TQS.



Fonte: Autor

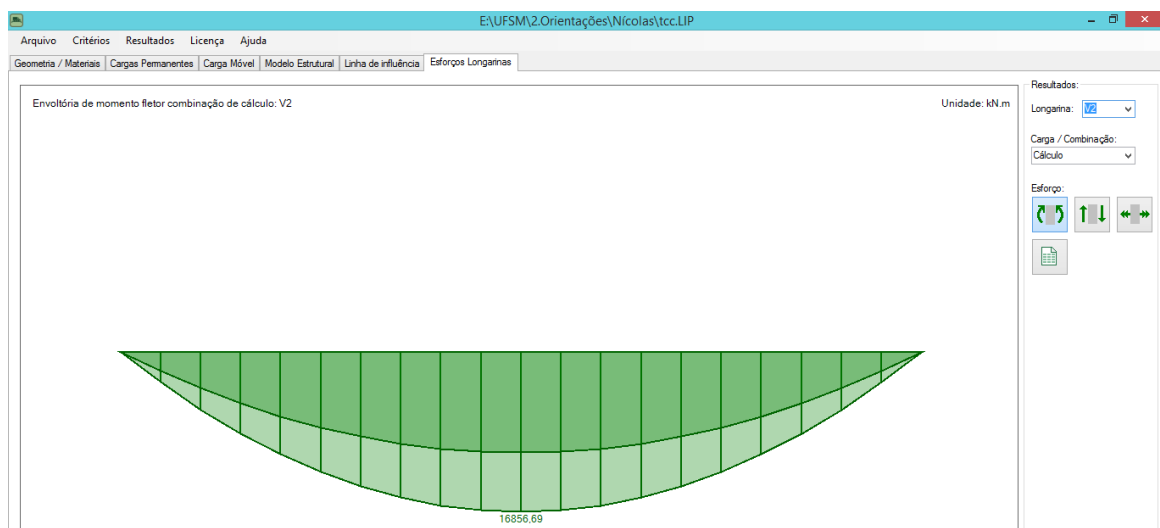
Com as linhas de influência são aplicadas as cargas permanentes e móveis, e é feita a combinação para o ELU. Os resultados da combinação para o momento fletor estão apresentados nas Figuras 71, 72, 73 e 74. E os resultados da combinação para o esforço cortante estão apresentados nas Figuras 75, 76, 77 e 78.

Figura 71 – Envoltória de momento fletor da combinação do ELU para a viga 1 pelo LIP TQS.



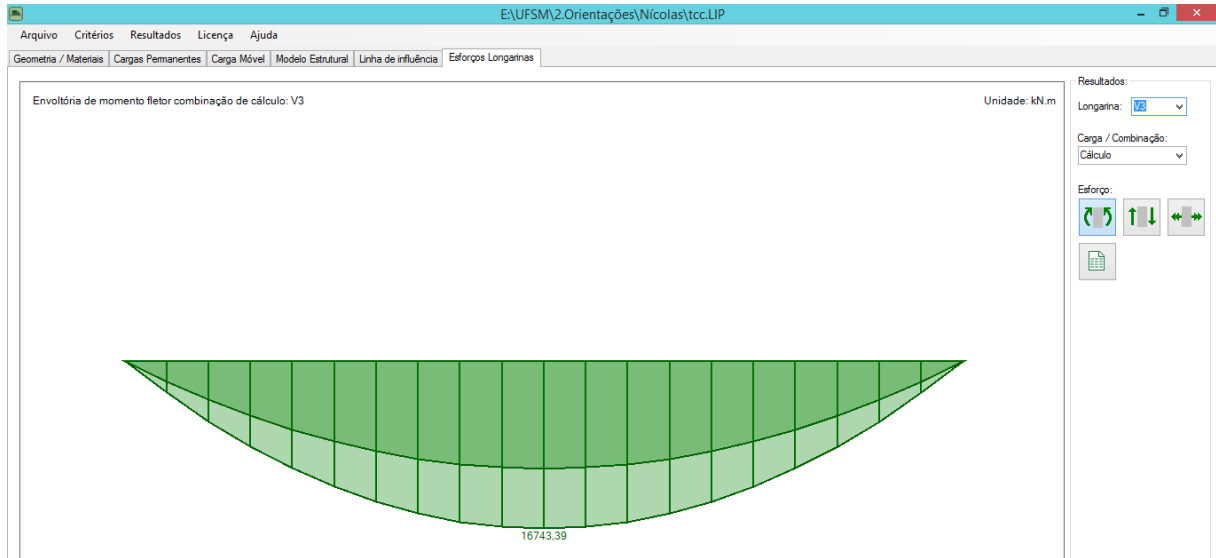
Fonte: Autor

Figura 72 - Envoltória de momento fletor da combinação do ELU para a viga 2 pelo LIP TQS.



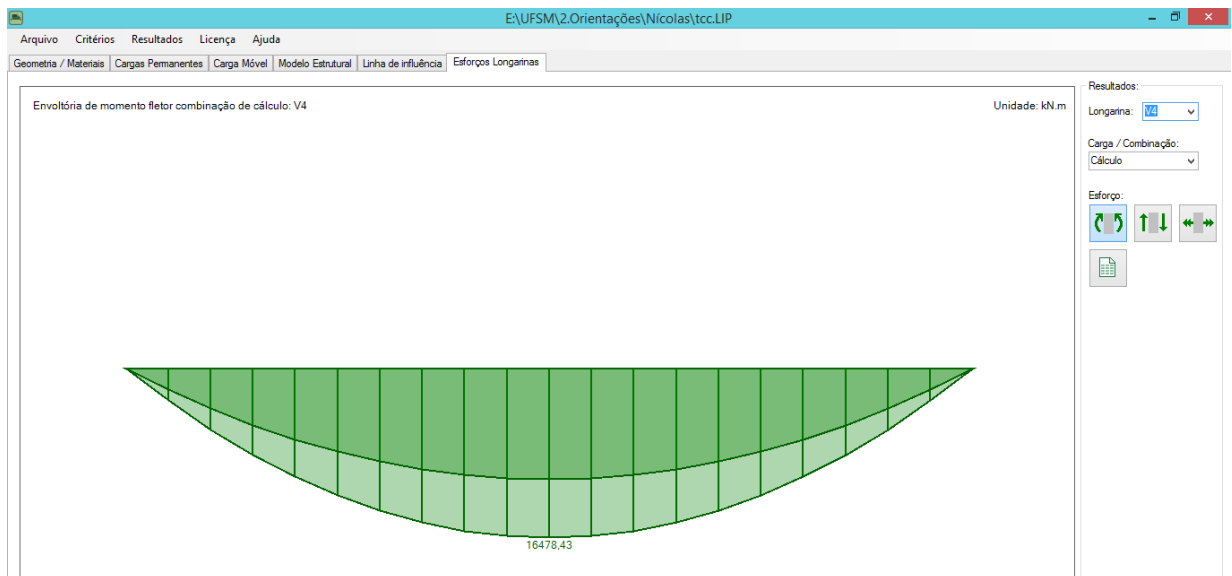
Fonte: Autor

Figura 73 - Envoltória de momento fletor da combinação do ELU para a viga 3 pelo LIP TQS.



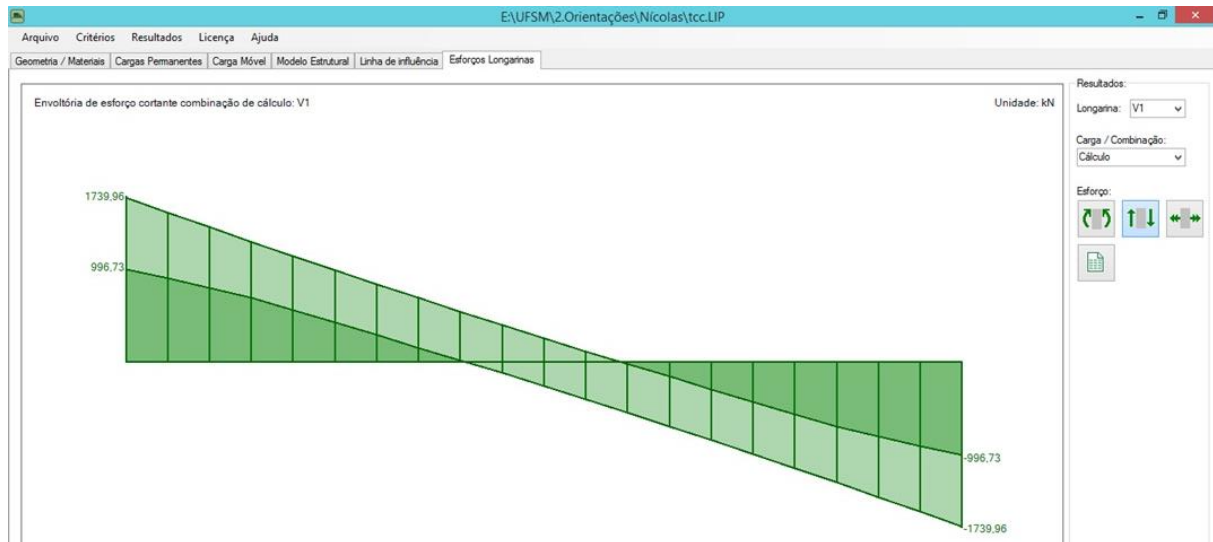
Fonte: Autor

Figura 74 - Envoltória de momento fletor da combinação do ELU para a viga 4 pelo LIP TQS.



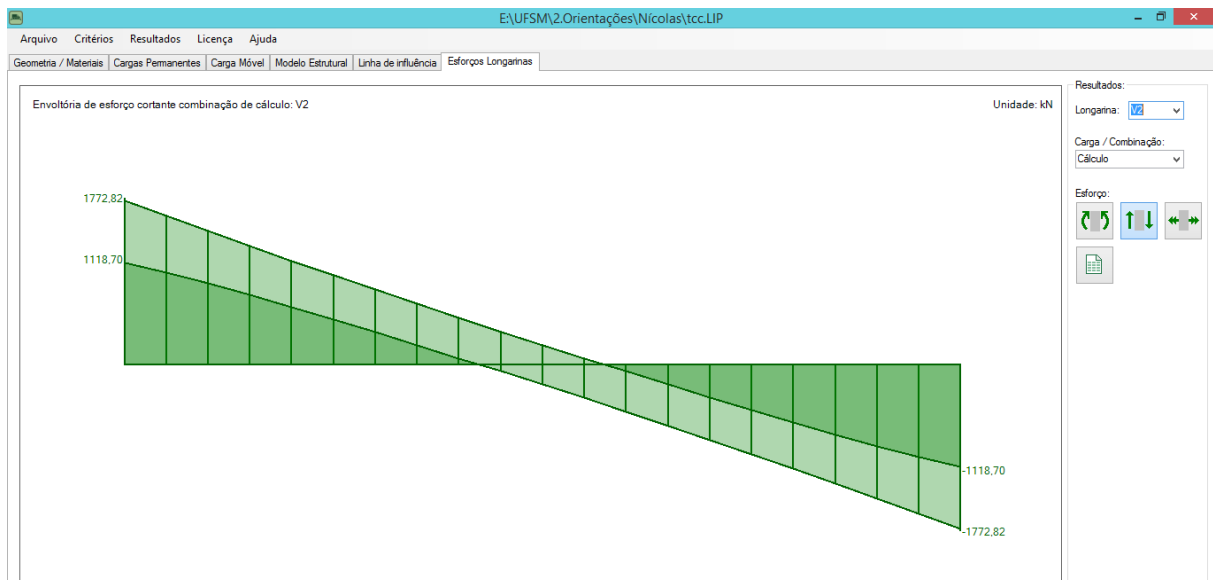
Fonte: Autor

Figura 75 - Envoltória de esforço cortante da combinação do ELU para a viga 1 pelo LIP TQS.



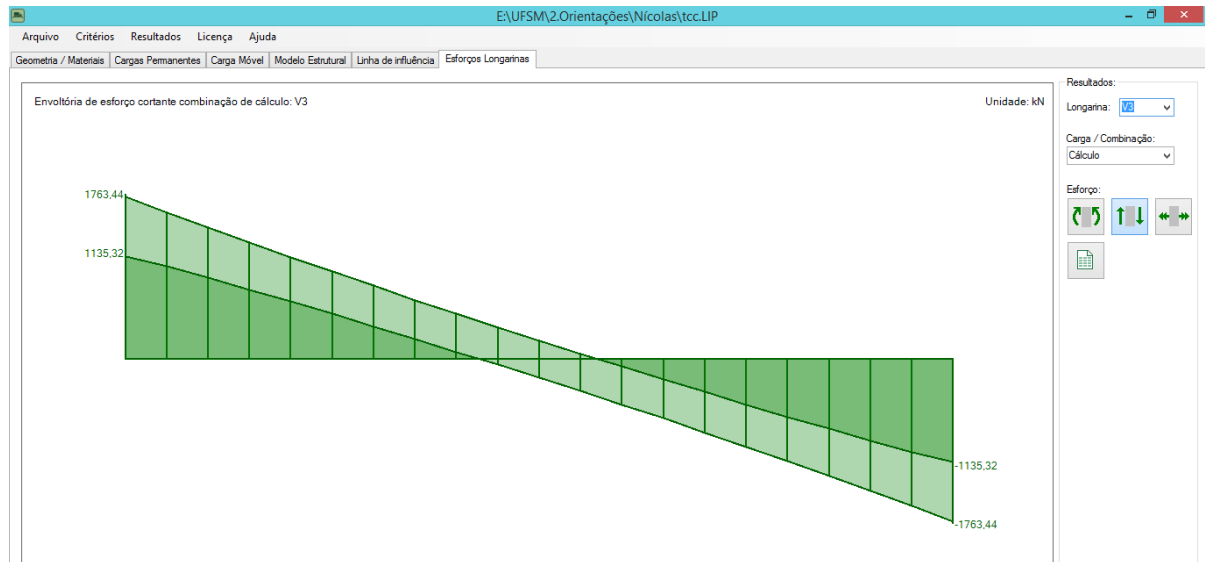
Fonte: Autor

Figura 76 - Envoltória de esforço cortante da combinação do ELU para a viga 2 pelo LIP TQS.



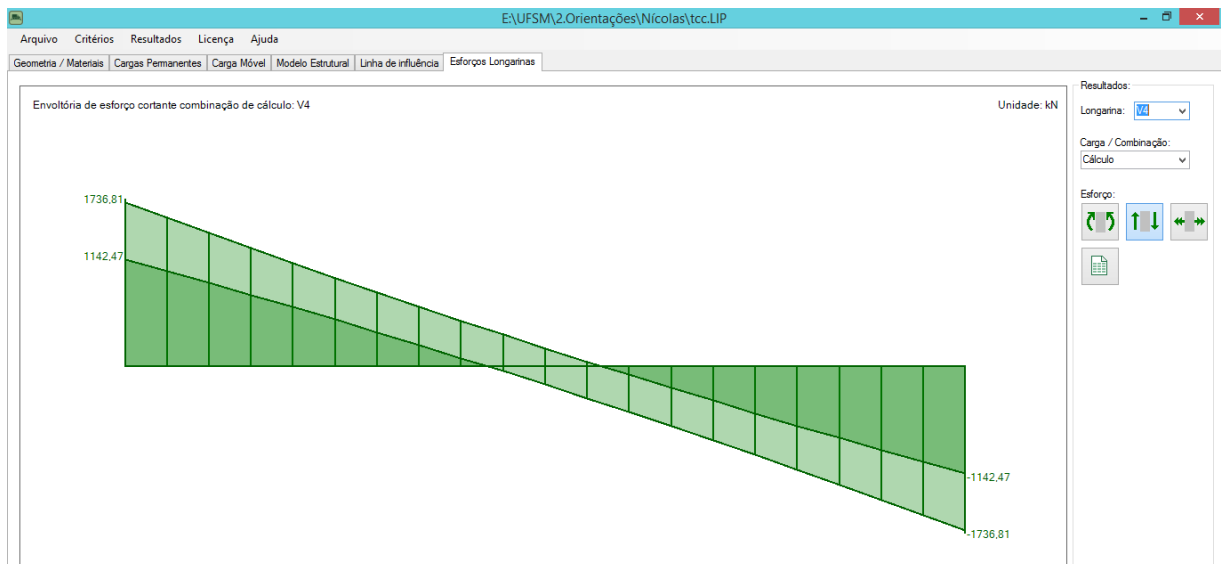
Fonte: Autor

Figura 77– Envoltória de esforço cortante da combinação do ELU para a viga 3 pelo LIP TQS.



Fonte: Autor

Figura 78 - Envoltória de esforço cortante da combinação do ELU para a viga 4 pelo LIP TQS.



Fonte: Autor

3.7 COMPARAÇÃO ENTRE RESULTADOS

Com os resultados obtidos com o auxílio do software Ftool e os do LIP TQS foi realizado um comparativo sobre os máximos momentos fletores e esforços cortantes de cada viga.

O Quadro 8 apresenta os máximos momentos fletores no ELU de cada viga obtido com os dois softwares e a relação entre eles.

Quadro 8 – Comparação entre máximos momentos fletores de cada viga com auxílio dos dois softwares.

Viga	Máximo momento fletor pelo Ftool (kN.m)	Máximo momento fletor pelo LIP TQS (kN.m)	Relação Ftool/LIP TQS
1	16.204,95	16.552,38	0,979
2	16.365,43	16.856,69	0,971
3	15.687,96	16.743,39	0,937
4	15.410,88	16.478,43	0,937

Fonte: Autor

Com os dados do Quadro 8, tem-se que para o máximo momento fletor, em média, o valor obtido pelo Ftool representou 95,55 % do valor obtido pelo LIP TQS.

Da mesma forma, o Quadro 9 apresenta os máximos esforços cortantes pela combinação de ELU.

Quadro 9 – Comparação entre máximos esforços cortantes de cada viga por cada software.

Viga	Máximo esforço cortante pelo Ftool (kN)	Máximo esforço cortante pelo LIP TQS (kN)	Relação Ftool/LIP TQS
1	1.665,3	1739,96	0,957
2	1681,00	1772,82	0,948
3	1610,80	1763,44	0,913
4	1581,90	1738,81	0,910

Fonte: Autor

Com os dados do Quadro 9, tem-se que para o máximo esforço cortante, em média, o valor obtido pelo Ftool representou 93,20 % do valor obtido pelo LIP TQS.

4 CONCLUSÕES

O objetivo inicial do trabalho foi de apresentar métodos para determinar a distribuição de carregamentos transversais entre as longarinas. Percebe-se que cada método deve ser utilizado em uma situação específica e faz-se necessário considerar hipóteses diferentes para cada um. O método de Fauchart, utilizado nesse trabalho com o auxílio do software Ftool é de uma aplicação mais simples, porém só pode ser aplicado em casos específicos.

Para um tabuleiro de ponte foi aplicado o método de Fauchart, calculando coeficientes de mola para cada viga e ao resolver esse tabuleiro em um modelo no Ftool foram encontradas as linhas de influência para cada viga. Ao somar o valor da ordenada em cada apoio em cada linha de influência, percebe-se que o valor total variou entre 0,9998 e 1,0001. Ao comparar cada linha de influência, se observa que quando mais externa fosse a viga, maior seria o valor de sua ordenada máxima.

Com as linhas de influência foram aplicadas as cargas móveis e as cargas permanentes. Em relação às cargas móveis, ao contrapor o momento fletor máximo para cada viga se verifica que o maior valor foi encontrado para as vigas externas 1 e 7, enquanto que o menor foi encontrado para a viga intermediária 4. Ao realizar a mesma comparação para às cargas permanentes, o menor momento fletor máximo encontrado ocorreu para as vigas externas 1 e 7, porém o maior se deu para as vigas 2 e 6, e decrescia conforme fosse analisado em direção às vigas centrais.

Os resultados adquiridos foram comparados com os resultados do software comercial LIP TQS. A comparação mostra que os menores esforços foram determinados com o auxílio do Ftool. O ponto de maior divergência ao longo do processo se deve nas linhas de influência, o qual pode ser facilmente visualizado ao comparar as Figuras 22 e 64, sendo que na Figura 22, a maior ordenada da linha de influência da viga 1 foi de 0,4997, enquanto que na Figura 65, a maior ordenada da linha de influência foi de 0,702. Tal fator tem grande participação nas diferenças encontradas sobre os máximos esforços de cada software.

Ao analisar os Quadros 8 e 9, percebe-se que, para o esforço cortante e para o momento fletor, as diferenças entre os resultados são maiores entre as vigas 3 e 4, quando comparado com as diferenças entre as vigas 1 e 2. Quando considerado apenas as vigas 1 e 2 o máximo momento fletor obtido com auxílio do Ftool representa

97,5% do valor determinado pelo LIP TQS, enquanto que, quando considerado apenas as vigas 3 e 4, essa relação muda para 93,7%.

Quando analisadas as diferenças de resultados para o esforço cortante, a situação mantém-se, sendo que, para as vigas 1 e 2, o valor obtido com auxílio do Ftool representa 95,25% do valor determinado pelo LIP TQS. Da mesma forma, ao se considerar apenas as vigas 3 e 4 a relação muda para 91,15%.

4.1 SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

Considerando-se os resultados obtidos e os fatores que os influenciaram, entende-se que outros estudos podem ser feitos. Assim, sugere-se a elaboração dos seguintes complementos:

- Análise das cargas permanentes considerando alas de contenção, cortina e viga de reforço;
- Análise do tabuleiro através dos outros métodos apresentados;
- Analisar com diferentes valores de f_{ck} e comparar os resultados.

5 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ALVES, Eduardo Valeriano; ALMEIDA; Sérgio Marques Ferreira; JUDICE, Flávia Moll de Souza. Métodos de análise estrutural de tabuleiros de pontes em vigas múltiplas de concreto protendido. Engevista, Rio de Janeiro, v.6, n.2, p.48-58, agosto 2004.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. NBR: 7188: Carga móvel rodoviária e de pedestres em pontes, viadutos, passarelas e outras estruturas. Rio de Janeiro, 2013.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. NBR: 8681: Ações e segurança nas estruturas – Procedimento. Rio de Janeiro, 2003.

FANTI, Fábio Dollinger. Concepção, métodos construtivos e dimensionamento de terminais para contêineres. Tese de mestrado – Engenharia de estruturas – Universidade de São Paulo, 2007.

MOURA, Márcio Wrague; FERREIRA, Matheus Wanglon; REAL, Mauro de Vasconcellos; SANTOS, Gabriela Carré dos. Comparação do Método de Fauchart e do Método dos Elementos Finitos na Avaliação da Distribuição de Esforços Transversais em Pontes Rodoviárias. IX Congresso Brasileiro de Pontes e Estruturas, Rio de Janeiro, 2016.

OLIVEIRA, Charles Jaster de; FIGUEIREDO, Douglas; FRANZKE, Paulo Dieter; OLIVEIRA, Luna Ollin Steffen de. Distribuição de cargas na seção transversal de pontes com vigamento múltiplo. 59ª Edição Congresso Brasileiro de Concreto, Bento Gonçalves, RS, 2017.

OLIVEIRA, Charles Jaster de; FIGUEIREDO, Douglas; FRANZKE, Paulo Dieter; LUGARINI, Thadeu Ribas; OLIVEIRA, Luna Ollin Steffen de. Métodos de Distribuição de Cargas na Seção Transversal de Pontes com Vigamento Múltiplo: Correlação com Resultados Experimentais. X Congresso Brasileiro de Pontes e Estruturas, Rio de Janeiro, 2018.

SAN MARTIN, Francisco José. Cálculo de tabuleiro de pontes. 1981.

SPERNAU, Wilson. Notas de aula, Pontes ECV-5260, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2012.

STUCCHI, Fernando Rebouças. PEF-2404 Pontes e Grandes Estruturas (NOTAS DE AULA). Universidade de São Paulo, 2006.