

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA MARIA  
CENTRO DE TECNOLOGIA  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA CIVIL

Leonardo Azevedo Massulo

**ANÁLISE DE DESLOCAMENTOS EM LAJES NERVURADAS**

Santa Maria, RS

2021



**Leonardo Azevedo Massulo**

**ANÁLISE DE DESLOCAMENTOS EM LAJES NERVURADAS**

Dissertação apresentada ao Curso de Mestrado do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, Área de Concentração em Construção Civil e Preservação Ambiental, da Universidade Federal de Santa Maria (UFSM, RS), como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Engenharia Civil.

Orientador: Prof. Dr. Eduardo Rizzatti

Santa Maria, RS, Brasil

2021

Massulo, Leonardo Azevedo  
Análise de deslocamentos em lajes nervuradas / Leonardo  
Azevedo Massulo.- 2021.  
177 p.; 30 cm

Orientador: Eduardo Rizzatti  
Dissertação (mestrado) - Universidade Federal de Santa Maria, Centro de  
Tecnologia, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, RS, 2021

1. Concreto armado 2. Lajes nervuradas 3. Deslocamentos 4.  
Método dos elementos finitos I. ,Eduardo Rizzatti II. Título.

Sistema de geração automática de ficha catalográfica da UFSM. Dados fornecidos pelo autor(a). Sob supervisão da Direção da Divisão de Processos Técnicos da Biblioteca Central. Bibliotecária responsável Paula Schoenfeldt Patta CRB 10/1728.

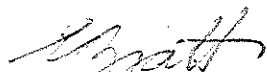
Declaro, LEONARDO AZEVEDO MASSULO, para os devidos fins e sob as penas da lei, que a pesquisa constante neste trabalho de conclusão de curso (Dissertação) foi por mim elaborada e que as informações necessárias objeto de consulta em literatura e outras fontes estão devidamente referenciadas. Declaro, ainda, que este trabalho ou parte dele não foi apresentada anteriormente para obtenção de qualquer outro grau acadêmico, estando ciente de que a inveracidade da presente declaração poderá resultar na anulação da titulação pela Universidade, entre outras consequências legais.

**Leonardo Azevedo Massulo**

**ANÁLISE DE DESLOCAMENTOS EM LAJES NERVURADAS**

Dissertação apresentada ao Curso de Mestrado do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, Área de Concentração em Construção Civil e Preservação Ambiental, da Universidade Federal de Santa Maria (UFSM, RS), como requisito parcial para obtenção do título de **Mestre em Engenharia Civil**.

**Aprovada em 27 de setembro de 2021:**



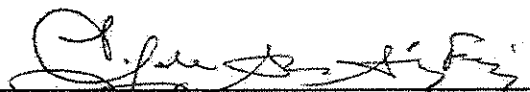
---

**Eduardo Rizzatti, Dr. (UFSM)**  
(Presidente/Orientador)



---

**Christian Donin, Dr. (UNISC)**



---

**Emil de Souza Sánchez Filho, Dr. (UFF)**

Santa Maria, RS, Brasil

2021

Dedico esse trabalho aos meus pais, por sempre acreditarem em mim.

## **AGRADECIMENTOS**

Agradeço em primeiro lugar aos meus pais, Roberto e Maria, pela confiança, apoio e incentivo, bem como pela compreensão nos momentos em que estive ausente.

Agradeço aos meus irmãos e a toda minha família, por todo o apoio, em especial, aos meus sobrinhos e afilhados, Lorenzo, Valentina e Vicente, os quais, sem nem mesmo saber, são os meus maiores incentivadores.

A todos os colegas e professores com quem eu tive contato durante o mestrado, pela troca de conhecimento e pela amizade.

Ao professor Christian Donin, pelo incentivo e pelas contribuições feitas para o trabalho.

Ao professor Emil de Souza Sánchez Filho, por aceitar fazer parte da banca e pelas contribuições realizadas em prol do trabalho.

Em especial, agradeço ao meu orientador, Eduardo Rizzatti, pela confiança em mim depositada ao longo do mestrado.

O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior – Brasil (CAPES) – Código de Financiamento 001.





## RESUMO

### ANÁLISE DE DESLOCAMENTOS EM LAJES NERVURADAS

AUTOR: LEONARDO AZEVEDO MASSULO

ORIENTADOR: EDUARDO RIZZATTI

O presente trabalho visa contribuir para a determinação dos deslocamentos em lajes nervuradas através da comparação de resultados experimentais presentes na bibliografia com métodos simplificados e métodos numéricos. Os métodos simplificados utilizados é o modelo presente na NBR 6118 (2014), o método bilinear do CEB e o método presente no ACI (2019). As análises numéricas, linear e não linear, foram realizadas no programa computacional ANSYS, no qual as estruturas foram discretizadas com o elemento tridimensional SOLID65. No modelo não linear, foi aplicado modelos constitutivos dos materiais presentes na NBR 6118 (2014), além do critério de von Mises para o aço e o critério de Willam e Warnke para o concreto. Os modelos foram empregados em três aplicações de lajes nervuradas, no qual cada uma consiste em ensaios experimentais presentes na literatura. A primeira aplicação analisada foi a laje nervurada bidirecional ensaiada por Bastos (2016), a segunda aplicação foi a laje nervurada bidirecional ensaiada por Cunha (2012), enquanto a última aplicação foram as 5 lajes nervuradas unidirecionais ensaiadas por Silva Filho (2002). A partir dos resultados, observou-se que, o modelo não linear pelo MEF, adotado pelo autor, consegue representar bem o comportamento de lajes nervuradas ao longo do carregamento, mostrando potencial de aplicação, assim como o modelo linear pelo MEF, apesar de não apresentar resultados tão satisfatórios como os resultados do modelo não linear, ainda consegue prever os deslocamentos com maior eficácia que os métodos simplificados. Além disso, o autor propôs um método simplificado, que consistiu em uma mudança no cálculo do momento de fissuração da NBR 6118 (2014), o qual apresentou os melhores resultados dentre os métodos simplificados.

**Palavra-Chave:** Concreto armado. Lajes nervuradas. Deslocamentos. Método dos elementos finitos.



## ABSTRACT

### ANALYSIS OF DISPLACEMENTS IN WAFFLE SLABS

AUTHOR: LEONARDO AZEVEDO MASSULO

ADVISOR: EDUARDO RIZZATTI

This work aims to contribute to the determination of displacements in ribbed slabs by comparing experimental results present in the bibliography with simplified methods and numerical methods. The simplified methods used are the model present in NBR 6118 (2014), the CEB bilinear method and the method present in the ACI (2019). Numerical analyzes, linear and non-linear, were performed using the ANSYS computer program, in which the structures were discretized with the three-dimensional element SOLID65. In the non-linear model, constitutive models of the materials present in NBR 6118 (2014) were provided, in addition to the von Mises criterion for steel and the Willam and Warnke criterion for concrete. The models were used in three applications of ribbed slabs, each consisting of experimental tests present in the literature. The first application analyzed was the waffle slab tested by Bastos (2016), the second application was the waffle slab tested by Cunha (2012), while the last application was the 5 unidirectional ribbed slabs tested by Silva Filho (2002). From the results, it was observed that the non-linear model by MEF, adopted by the author, can well represent the behavior of waffle slabs during loading, showing the application potential, as well as the linear model by MEF, although it does not present results as satisfactory as the results of the nonlinear model, it still manages to predict the displacements with greater efficiency than the simplified methods. In addition, the author proposed a simplified method, which consisted of a change in the calculation of the cracking moment of NBR 6118 (2014), which presented the best results among the simplified methods.

**Keywords:** Reinforced concrete. Waffle slabs. Displacements. Finite element method.



## LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 – Perspectiva de um pavimento com lajes nervuradas.....	32
Figura 2 – Corte transversal de uma laje nervurada normal .....	35
Figura 3 – Corte transversal de uma laje nervurada invertida.....	35
Figura 4 – Corte transversal de uma laje nervurada dupla.....	35
Figura 5 – Outros tipos de lajes nervuradas .....	36
Figura 6 – Elementos pré-fabricados estruturais para lajes .....	38
Figura 7 – Laje nervurada ortotrópica.....	44
Figura 8 – Transformação na laje maciça de espessura equivalente .....	45
Figura 9 – Faixas de lajes para a distribuição das solicitações.....	47
Figura 10 – Comportamento tensão-deformação específica.....	52
Figura 11 – Comportamento plástico.....	53
Figura 12 – Diagrama tensão-deformação idealizado pela NBR 6118:2014 .....	53
Figura 13 – Diagrama tensão-deformação de tração segundo a NBR 6118 (2014)..	54
Figura 14 – Diagrama tensão-deformação específica para o aço.....	55
Figura 15 – Diagrama momento–curvatura de seção submetida à flexão simples....	56
Figura 16 – Características geométrica da seção "T" .....	60
Figura 17 – Critérios de ruptura para o concreto.....	66
Figura 18 – Elipse de von Mises .....	68
Figura 19 – Superfície de ruptura do concreto simples no estado triaxial de tensões .....	68
Figura 20 – Geometria da laje ensaiada por Ajdukiewicz e Kliszczewicz .....	70
Figura 21 – Faixas de carregamento da última etapa dos ensaios.....	71
Figura 22 – Geometria da laje ensaiada por Droppa Jr.....	72
Figura 23 – Seções transversais da laje ensaiada por Droppa Jr.....	72
Figura 24 – Detalhes das lajes ensaiadas por Abdul–Wahab e Khalil (2000) .....	73
Figura 25 – Geometria da laje ensaiada por Klein e Selistre em 1997 .....	74
Figura 26 – Vista em planta da laje (unidades em metros) .....	79
Figura 27 – Seção transversal da laje (unidades em centímetros) .....	80
Figura 28 – Elemento Solid65.....	85
Figura 29 – Orientação da armadura.....	86
Figura 30 – Tipos de discretização das armaduras .....	88
Figura 31 – Solução do Newton–Raphson .....	89

Figura 32 – Geometria em planta da laje ensaiada (cm) .....	90
Figura 33 – Dimensões das nervuras (cm) .....	90
Figura 34 – Diagrama tensão-deformação específica para o concreto da laje .....	91
Figura 35 – Vista em planta em centímetros da geometria da laje de Bastos (2016)	92
Figura 36 – Seção transversal em centímetros da laje de Bastos (2016) .....	92
Figura 37 – Geometria em elementos finitos da laje de bastos (2016).....	94
Figura 38 – Convergência da malha para a laje de Bastos (2016).....	94
Figura 39 – Condições de contorno para a laje de Bastos (2016).....	95
Figura 40 – Carga aplicada na laje.....	96
Figura 41 – Geometria da laje ensaiada por Cunha (2012).....	96
Figura 42 – Diagrama tensão-deformação específica para a aplicação 02.....	97
Figura 43 – Modelagem da aplicação 02 .....	98
Figura 44 – Análise de convergência para a laje de Cunha (2012).....	98
Figura 45 – Condição de apoio para a laje de Cunha (2012) .....	99
Figura 46 – Carga aplicada na laje.....	100
Figura 47 – Esquema das lajes ensaiadas por Cunha.....	101
Figura 48 – Diagrama tensão-deformação específica para a aplicação 03.....	102
Figura 49 – Inércias diferentes em seções T .....	103
Figura 50 – Geometria da laje no Ansys .....	104
Figura 51 – Convergência da aplicação 03 .....	104
Figura 52 – Condição de contorno para a aplicação 03.....	105
Figura 53 – Exemplo de carregamento aplicado nas lajes .....	106
Figura 54 – Posição dos deflectômetros na laje ensaiada por Bastos (2016).....	108
Figura 55 – Deslocamentos obtidos por Bastos (2016) no centro da laje .....	109
Figura 56 – Deslocamentos teóricos para a laje da aplicação 01.....	109
Figura 57 – Deslocamento da laje de Bastos (2016) no modelo linear pelo MEF ...	110
Figura 58 – Deslocamento da laje de Bastos (2016) no modelo não linear pelo MEF .....	110
Figura 59 – Deslocamentos numéricos da aplicação 01.....	111
Figura 60 – Deslocamentos experimentais da laje ensaiada por Cunha (2012) .....	112
Figura 61 – Deslocamentos teóricos para a laje ensaiada por Cunha (2012).....	112
Figura 62 – Deslocamento da laje ensaiada por Cunha no modelo linear pelo MEF .....	113

Figura 63 – Deslocamento no modelo não linear para a laje ensaiada por Cunha (2012)	114
.....	114
Figura 64 – Deslocamento numéricos da aplicação 02	114
Figura 65 – Deslocamentos experimentais obtidos por Silva Filho (2002)	115
Figura 66 – Deslocamentos teóricos para a laje LC3A	116
Figura 67 – Deslocamentos teóricos para a laje LC4A	116
Figura 68 – Deslocamentos teóricos para a laje LC5A	117
Figura 69 – Deslocamentos teóricos para a laje LT5A	117
Figura 70 – Deslocamentos teóricos para a laje LC3B	118
Figura 71 – Deslocamento da laje LC3A no modelo linear	118
Figura 72 – Deslocamento da laje LC3A no modelo não linear	119
Figura 73 – Deslocamentos numéricos para a LC3A	119
Figura 74 – Deslocamentos numéricos para a LC4A	120
Figura 75 – Deslocamentos numéricos para a LC5A	120
Figura 76 – Deslocamentos numéricos para a LT5A	120
Figura 77 – Deslocamentos numéricos para a LC3B	121
Figura 78 – Deslocamentos da aplicação 01	123
Figura 79 – Deslocamentos teóricos e experimentais	124
Figura 80 – Deslocamentos numéricos da aplicação 01	125
Figura 81 – Relação entre os deslocamentos calculados e os experimentais da aplicação 01 no ELS	126
Figura 82 – Relação entre os deslocamentos calculados e os experimentais da aplicação 01 no ELU	127
Figura 83 – Deslocamentos da aplicação 02	128
Figura 84 – Deslocamentos teóricos e experimentais da aplicação 02	128
Figura 85 – Deslocamentos numéricos da aplicação 02	129
Figura 86 – Relação entre os deslocamentos calculados e os experimentais da aplicação 02 no ELS	131
Figura 87 – Relação entre os deslocamentos calculados e os experimentais da aplicação 02 no ELU	131
Figura 88 – Comparação de deslocamentos da laje LC3A	132
Figura 89 – Relação entre os deslocamentos calculados e os experimentais da laje LC3A no ELS	134

Figura 90 – Relação entre os deslocamentos calculados e os experimentais da laje LC3A no ELU .....	134
Figura 91 – Comparação de deslocamentos da laje LC4A.....	135
Figura 92 – Relação entre os deslocamentos calculados e os experimentais da laje LC4A no ELS .....	137
Figura 93 – Comparação de deslocamentos da laje LC5A.....	137
Figura 94 – Relação entre os deslocamentos calculados e os experimentais da laje LC5A no ELS .....	139
Figura 95 – Comparação de deslocamentos da laje LT5A .....	140
Figura 96 – Relação entre os deslocamentos calculados e os experimentais da laje LT5A no ELS.....	141
Figura 97 – Relação entre os deslocamentos calculados e os experimentais da laje LT5A no ELU.....	142
Figura 98 – Comparação de deslocamentos da laje LC3B.....	143
Figura 99 – Relação entre os deslocamentos calculados e os experimentais da laje LC3B no ELS .....	144
Figura 100 – Relação entre os deslocamentos calculados e os experimentais da laje LC3B no ELU .....	145
Figura 101 – Deslocamento da laje LC3B – Linear.....	174
Figura 102 – Deslocamento da laje LC3B – Não linear .....	174
Figura 103 – Deslocamento da laje LC4A – Linear.....	175
Figura 104 – Deslocamento da laje LC4A – não linear.....	175
Figura 105 – Deslocamento da laje LC5A – Linear.....	176
Figura 106 – Deslocamento da laje LC5A – não linear.....	176
Figura 107 – Deslocamento da laje LT5A – Linear .....	177
Figura 108 – Deslocamento da laje LT5A – não linear .....	177



## LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Carregamentos aplicados nas lajes da aplicação 03 .....	105
Tabela 2 – Combinações de ações para o ELU e ELS .....	122
Tabela 3 – Deslocamentos da aplicação 01 no ELS e ELU .....	125
Tabela 4 – Relação de deslocamentos da aplicação 01 no ELS e ELU .....	126
Tabela 5 – Deslocamentos da aplicação 02 no ELS e ELU .....	130
Tabela 6 – Relação entre os deslocamentos calculados e experimentais da aplicação 01 no ELS e ELU.....	130
Tabela 7 – Deslocamentos da laje LC3A no ELS e ELU.....	133
Tabela 8 – Relação entre os deslocamentos calculados e experimentais da laje LC3A no ELS e ELU.....	133
Tabela 9 – Deslocamentos da laje LC4A no ELS.....	136
Tabela 10 – Relação entre os deslocamentos calculados e experimentais da laje LC4A no ELS.....	136
Tabela 11 – Deslocamentos da laje LC5A no ELS.....	138
Tabela 12 – Relação entre os deslocamentos calculados e experimentais da laje LC5A no ELS.....	138
Tabela 13 – Deslocamentos da laje LT5A no ELS e ELU .....	140
Tabela 14 – Relação entre os deslocamentos calculados e experimentais da laje LT5A no ELS e ELU.....	141
Tabela 15 – Deslocamentos da laje LC3B no ELS e ELU.....	143
Tabela 16 – Relação entre os deslocamentos calculados e experimentais da laje LC3B no ELS e ELU.....	144
Tabela 17 – Deslocamentos teóricos da aplicação 01 .....	154
Tabela 18 – Deslocamentos numéricos da aplicação 01 .....	156
Tabela 19 – Deslocamentos teóricos e experimentais da aplicação 02.....	158
Tabela 20 – Deslocamentos numéricos da aplicação 02 .....	158
Tabela 21 – Deslocamentos teóricos e experimentais da LC3A.....	160
Tabela 22 – Deslocamentos numéricos da laje LC3A.....	161
Tabela 23 – Deslocamentos teóricos e experimentais da laje LC4A .....	163
Tabela 24 – Deslocamentos numéricos da laje LC4A.....	163
Tabela 25 – Deslocamentos teóricos e experimentais da laje LC5A .....	165
Tabela 26 – Deslocamentos numéricos da laje LC5A.....	166

Tabela 27 – Deslocamentos teóricos e experimentais da laje LT5A .....	167
Tabela 28 – Deslocamentos numéricos obtidos para a laje LT5A.....	168
Tabela 29 – Deslocamentos teóricos e experimentais da laje LC3B.....	170
Tabela 30 – Deslocamentos numéricos da laje LC3B .....	170

## LISTA DE QUADROS

Quadro 1 – Características das lajes ensaiadas por Abdul–Wahab e Khalil .....	73
Quadro 2 – Características das lajes ensaiadas por Silva Filho (2002).....	76
Quadro 3 – Lajes a serem analisadas .....	84
Quadro 4 – Constantes do material <i>concrete</i> no ANSYS.....	87
Quadro 5 – Características das lajes ensaiados por Silva Filho (2002).....	101
Quadro 6 – Propriedades dos materiais das lajes ensaiadas por Silva Filho (2002) .....	102



## LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

ACI	American Concrete Institute
ELS	Estado-limite de serviço
ELU	Estado-limite último
NBR	Norma brasileira regulamentadora
MEF	Método dos elementos finitos
MPT	Minipainel treliçado
PT	Painel treliçado
VC	Vigota com armadura simples
VP	Vigota com armadura protendida
VT	Vigota com armadura treliçada



## LISTA DE SÍMBOLOS

### Letras romanas minúsculas

$a$ e $b$	dimensões da placa
$b_f$	largura colaborante em seções "T"
$b_x, b_y$	espaçamentos axiais das nervuras, paralelos aos eixos $x$ e $y$
$b_x, b_y, b_z$	espaçamentos axiais das nervuras, paralelos aos eixos $x$ e $y$
$b_w$	largura da nervura
$b_2$	distância entre as nervuras
$b_f, b_{fx}, b_{fy}$	espaçamento entre as nervuras
$c_{nom}$	cobrimento nominal
$d$	altura útil da laje
$f_c$	é a tensão limite uniaxial à compressão
$f_{cb}$	é a tensão limite biaxial à compressão
$f_{ck}$	resistência característica do concreto à compressão
$f_{cm}$	resistência média do concreto à compressão
$f_t$	é a tensão limite à tração
$f_{ct,m}$	resistência média do concreto à tração
$f_{ctk,inf}$	resistência característica inferior do concreto à tração
$f_c'$	resistência do concreto
$f_e$	faixa externa
$f_i$	faixa interna
$f_1$	tensão limite biaxial à compressão no estado de tensões hidrostático
$f_2$	tensão limite uniaxial à compressão no estado de tensões hidrostático
$h$	altura ou espessura da placa ou laje
$h_e$	altura equivalente
$h_{eq}$	altura ou espessura equivalente da placa ou laje
$h_f$	altura da capa de concreto
$k$	número de plasticidade
$m$ e $n$	número de retângulos em que se divide a laje
$m_x, m_y$	momentos fletores
$m_{xy}, m_{yx}$	momentos torçores

$p$	carga distribuída
$p'$	a taxa de armadura comprimida
$p_{mn}$	valor máximo da ação no centro de cada retângulo
$t_x, t_y, t_z$	forças por unidade de área
$w$	flecha da placa em um dado ponto
$w(x,y)$	deslocamentos transversais do plano médio da laje
$x$	coordenada global x
$y$	coordenada global y
$y_t$	distância do centro de gravidade da seção à fibra mais tracionada
$z$	coordenada global z

### **Letras romanas maiúsculas**

$B_x$	rigidez à flexão das nervuras paralelas ao eixo x
$B_y$	rigidez à flexão das nervuras paralelas ao eixo y
$C_x$	é a rigidez à torção das nervuras paralelas ao eixo x;
$C_y$	rigidez à torção das nervuras paralelas ao eixo y.
$D$	rigidez à flexão da placa
$D_1$	rigidez da nervura
$D_2$	rigidez da mesa
$D_e$	rigidez equivalente
$E$	módulo de deformação longitudinal do material
$E_{cs}$	módulo de elasticidade secante
$E_{c1}$	módulo secante da origem até o pico da tensão de compressão
$F$	força máxima obtida no ensaio;
$l_{ef}$	vão efetivo de lajes
$l_0$	vão livre entre os pilares
$I$	momento de inércia
$I_c$	momento de inércia da seção bruta do concreto
$I_e$	inércia equivalente
$I_{II}$	momento de inércia da seção fissurada de concreto no estágio II
$L$	comprimento do corpo de prova
$M_a$	momento fletor na seção crítica do vão considerado



$M_{cr}$	momento de fissuração
$N_x, N_y, N_{xy}$	esforços de membrana
$U$	energia de deformação
$UZ$	deslocamento na direção z, no ansys
$UY$	deslocamento na direção y, no ansys
$UX$	deslocamento na direção x, no ansys

### **Letras gregas minúsculas**

$\alpha$	fator que correlaciona a resistência à tração na flexão com a resistência à tração direta
$\epsilon_{c2}$	deformação específica de encurtamento do concreto no início do patamar plástico
$\epsilon_{cu}$	deformação específica de encurtamento do concreto na ruptura
$\epsilon_{ct}$	deformação de tração
$\sigma_c$	tensão do concreto
$\sigma_{ct}$	tensão de tração no concreto
$\sigma_h^a$	representa o estado de tensões hidrostático
$\nu$	coeficiente de Poisson

### **Letras gregas minúsculas**

$\xi$	coeficiente em função do tempo
$\nabla$	operador laplaciano
$\psi_2$	fator de redução de combinação quase permanente

### **Símbolos especiais**

$\Sigma$	somatório
$\int$	integral
$\partial$	derivada parcial



## SUMÁRIO

<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO</b> .....	<b>30</b>
1.1	ÁREA E LIMITAÇÃO DO TEMA .....	30
1.2	JUSTIFICATIVA .....	30
1.3	OBJETIVO .....	31
<b>1.3.1</b>	<b>Objetivo geral</b> .....	<b>31</b>
<b>1.3.2</b>	<b>Objetivos específicos</b> .....	<b>31</b>
<b>2</b>	<b>REVISÃO BIBLIOGRÁFICA</b> .....	<b>32</b>
2.1	LAJES NERVURADAS .....	32
<b>2.1.1</b>	<b>Definição</b> .....	<b>33</b>
<b>2.1.2</b>	<b>Vantagens e desvantagens</b> .....	<b>33</b>
<b>2.1.3</b>	<b>Lajes moldadas no local</b> .....	<b>34</b>
<b>2.1.4</b>	<b>Lajes com nervuras pré-moldadas</b> .....	<b>37</b>
<b>2.1.5</b>	<b>Recomendações normativas</b> .....	<b>38</b>
2.2	ANÁLISE ESTRUTURAL DE LAJES NERVURADAS .....	39
<b>2.2.1</b>	<b>Teoria das placas</b> .....	<b>40</b>
2.2.1.1	<i>Teoria clássica das placas delgadas</i> .....	40
2.2.1.2	<i>Teoria de placas para lajes nervuradas</i> .....	42
2.2.1.3	<i>Cálculo como laje maciça com espessura equivalente</i> .....	43
<b>2.2.2</b>	<b>Analogia de grelha</b> .....	<b>46</b>
<b>2.2.3</b>	<b>Método dos pórticos equivalentes</b> .....	<b>47</b>
2.3	MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS .....	48
<b>2.3.1</b>	<b>Definição</b> .....	<b>48</b>
<b>2.3.2</b>	<b>Formulação</b> .....	<b>49</b>
<b>2.3.3</b>	<b>Elementos</b> .....	<b>49</b>
<b>2.3.4</b>	<b>Tipos de análise</b> .....	<b>50</b>
2.3.4.1	<i>Análise linear</i> .....	50
2.3.4.2	<i>Análise não linear</i> .....	50
<b>2.3.5</b>	<b>Pós-processamento</b> .....	<b>51</b>
2.4	NÃO LINEARIEDADE FÍSICA.....	52
<b>2.4.1</b>	<b>Elasticidade</b> .....	<b>52</b>
<b>2.4.2</b>	<b>Plasticidade</b> .....	<b>52</b>
<b>2.4.3</b>	<b>Modelos constitutivos da NBR 6118 (2014)</b> .....	<b>53</b>

2.5	VERIFICAÇÃO DO ESTADO LIMITE DE DEFORMAÇÃO EXCESSIVA.....	55
2.5.1	<b>Fissuração .....</b>	<b>56</b>
2.5.2	<b>Momento de Fissuração.....</b>	<b>57</b>
2.5.3	<b>Resistência do concreto à tração .....</b>	<b>57</b>
2.5.4	<b>Módulo de elasticidade do concreto.....</b>	<b>59</b>
2.5.4	<b>Características geométricas .....</b>	<b>59</b>
2.5.4	<b>Modelos simplificados .....</b>	<b>61</b>
2.5.4.1	<i>Método da NBR 6118 (2014).....</i>	<i>61</i>
2.5.4.2	<i>Método bilinear do CEB.....</i>	<i>63</i>
2.5.4.3	<i>Fórmula prática do CEB–FIP (1990) .....</i>	<i>64</i>
2.5.4.3	<i>Método do ACI 318 (2019).....</i>	<i>64</i>
2.5	CRITÉRIOS DE FALHA DOS MATERIAIS .....	65
2.4.5	<b>Critério de von Mises.....</b>	<b>67</b>
2.4.5	<b>Teoria de Willam e Warnke .....</b>	<b>68</b>
2.6	PESQUISAS .....	70
3	<b>METODOLOGIA.....</b>	<b>84</b>
3.1	MODELOS EM ELEMENTOS FINITOS.....	85
3.1.1	<b>Características constitutivas .....</b>	<b>85</b>
3.1.1.1	<i>Concreto.....</i>	<i>86</i>
3.1.1.2	<i>Aço .....</i>	<i>88</i>
3.1.2	CONSIDERAÇÕES REFERENTES AS ANÁLISES NÃO LINEARES.....	89
3.2	– APLICAÇÃO 01 – LAJE NERVURADA ENSAIADA POR BASTOS (2016) .	90
3.2.1	<b>Modelos simplificados .....</b>	<b>93</b>
3.2.1	<b>Geometria em elementos finitos .....</b>	<b>93</b>
3.2.2	<b>Escolha da malha em elementos finitos.....</b>	<b>94</b>
3.2.3	<b>Condições de contorno.....</b>	<b>95</b>
3.2.4	<b>Cargas aplicadas na laje .....</b>	<b>95</b>
3.3	APLICAÇÃO 02 – LAJE NERVURADA ENSAIADA POR CUNHA.....	96
3.3.1	<b>Geometria em elementos finitos .....</b>	<b>97</b>
3.3.2	<b>Escolha da malha em elementos finitos.....</b>	<b>98</b>
3.3.3	<b>Condições de contorno.....</b>	<b>99</b>
3.3.4	<b>Cargas aplicadas na laje .....</b>	<b>99</b>
3.4	APLICAÇÃO 03 – LAJES NERVURADAS UNIDIRECIONAL ENSAIADAS POR SILVA FILHO (2002).....	100

3.4.1	Modelos simplificados.....	103
3.4.2	Geometria em elementos finitos.....	103
3.4.3	Escolha da malha em elementos finitos.....	104
3.4.4	Condições de contorno.....	105
3.4.5	Cargas aplicadas na laje.....	105
3.4	MÉTODO SIMPLIFICADO PROPOSTO.....	106
4	<b>RESULTADOS.....</b>	<b>108</b>
4.3	APLICAÇÃO 01.....	108
4.1.1	Resultados experimentais da aplicação 01.....	108
4.1.2	Resultados teóricos da aplicação 01.....	109
4.1.3	Resultados numéricos da aplicação 01.....	110
4.2	APLICAÇÃO 02.....	111
4.2.1	Resultados experimentais da aplicação 02.....	111
4.2.2	Resultados teóricos da aplicação 02.....	112
4.2.3	Resultados numéricos da aplicação 02.....	113
4.1	APLICAÇÃO 03.....	115
4.3.1	Resultados experimentais da aplicação 03.....	115
4.3.2	Resultados teóricos da aplicação 03.....	116
4.3.2	Resultados numéricos da aplicação 03.....	118
5	<b>ANÁLISE DOS RESULTADOS.....</b>	<b>122</b>
5.1	APLICAÇÃO 01.....	123
5.2	APLICAÇÃO 02.....	127
5.3	APLICAÇÃO 03.....	132
5.3.1	LC3A.....	132
5.3.2	LC4A.....	135
5.3.3	LC5A.....	137
5.3.4	LT5A.....	139
5.3.5	LC3B.....	142
6	<b>CONCLUSÕES.....</b>	<b>146</b>
	<b>REFERÊNCIAS.....</b>	<b>148</b>
	<b>APÊNDICE A – DESLOCAMENTOS DAS LAJES.....</b>	<b>154</b>
	<b>APÊNDICE B – DESLOCAMENTOS NUMÉRICOS DAS LAJES DA</b>	
	<b>APLICAÇÃO 03.....</b>	<b>174</b>



## 1 INTRODUÇÃO

É notório o crescente uso de vãos maiores e muitas vezes sem vigas na concepção arquitetônica de edifícios, proporcionando maior liberdade do espaço interno ao usuário. Diante disso, muitas vezes a solução adotada é o uso de lajes nervuradas, fazendo desse um dos sistemas estruturais mais utilizados atualmente.

Além desse sistema estrutural permitir grandes vãos, o que diminui o número de pilares, ele apresenta a vantagem de possuir maior versatilidade no seu uso em relação ao sistema convencional de lajes maciças.

Contudo, ainda são empregados métodos simplificados na análise desse tipo de laje, os quais muitas vezes não apresentam a precisão necessária, gerando elementos estruturais superdimensionados ou subdimensionados, o que os tornam, respectivamente, economicamente inviáveis ou sujeitos à ruptura inesperada.

Além disso, é imprescindível uma verificação adequada das lajes quanto ao estado limite de serviço, de forma a garantir que a estrutura não apresente patologias oriundas de deformações excessivas.

Logo, esse trabalho visa contribuir para a verificação de métodos aproximados utilizados para a estimativa de deslocamentos em lajes nervuradas e compará-los com procedimentos mais rigorosos, servindo de suporte para os projetistas na escolha do método a ser utilizado em futuros projetos.

### 1.1 ÁREA E LIMITAÇÃO DO TEMA

O presente trabalho foi realizado na área de estruturas, com enfoque na análise teórica e numérica de lajes nervuradas de concreto armado, de forma a contribuir para a análise dos deslocamentos nessas estruturas.

### 1.2 JUSTIFICATIVA

Devido ao crescente uso, as lajes nervuradas tem sido alvo de diversas pesquisas nos últimos anos de forma a melhorar os procedimentos de determinação das solicitações, bem como de previsão de deslocamentos.

Dessa forma, cresce a necessidade de estudar o comportamento desse tipo de estrutura, em especial quanto aos estados-limites de serviço, principalmente em relação as deformações.

Ademais, na prática de projeto, ainda são empregados métodos simplificados, os quais muitas vezes apresentam baixa precisão na determinação dos deslocamentos.

Diante disso, esse trabalho visa contribuir para a previsão dos deslocamentos transversais, tanto em lajes nervuradas unidirecionais, como em lajes nervuradas bidirecionais, através da comparação de deslocamentos teóricos e numéricos, com os deslocamentos obtidos por diversos autores em ensaios experimentais.

### 1.3 OBJETIVO

A seguir é apresentado o objetivo geral, assim como os objetivos específicos.

#### 1.3.1 Objetivo geral

O presente trabalho tem como objetivo geral contribuir para análise estrutural de lajes nervuradas de concreto armado através do método dos elementos finitos e modelos simplificados, comparando os resultados obtidos com resultados experimentais de outras pesquisas.

#### 1.3.2 Objetivos específicos

Este trabalho tem os seguintes objetivos específicos:

- Analisar os deslocamentos de lajes nervuradas através de modelos simplificados;
- Modelar e analisar lajes nervuradas de concreto armado através de modelos lineares e não lineares com a utilização do *software* ANSYS;
- Comparar e analisar os deslocamentos teóricos e numéricos com os resultados experimentais de lajes nervuradas presentes na literatura.



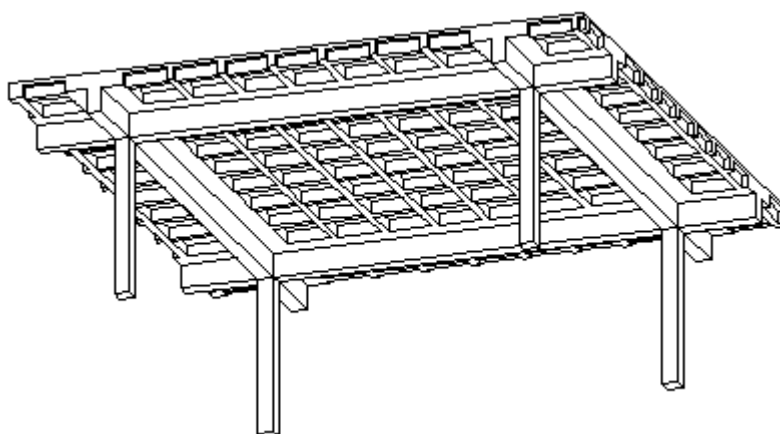
## 2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

### 2.1 LAJES NERVURADAS

As lajes são elementos bidirecionais planos, que tem por função receber e transmitir as cargas de ocupação, assim como contribuir na distribuição das ações horizontais entre os elementos de contraventamento e também funcionar como mesa de compressão em vigas “T”.

Conforme Souza e Cunha (1998), as lajes nervuradas (Figura 1) são caracterizadas por um conjunto de nervuras, onde estão localizadas as barras de tração.

Figura 1 – Perspectiva de um pavimento com lajes nervuradas



Fonte: elaborado pelo autor.

O uso de lajes nervuradas tem por intuito um maior aproveitamento das características dos materiais, eliminando o concreto onde o mesmo não é solicitado, reduzindo-se, portanto, o custo de execução.

Além disso, em grandes vãos a espessura necessária de lajes maciças de forma a atender o estado limite último e ao critério de pequenos deslocamentos transversais será elevada, logo, é interessante adotar um sistema estrutural com comportamento semelhante as placas (maciças), contudo, que apresente maior inércia e menor peso próprio. Diante disso, as lajes nervuradas são uma solução interessante, pois em geral, apresentam essas características (CARVALHO e PINHEIRO, 2013).

Então, as lajes nervuradas constituem a evolução das lajes maciças, pois neste sistema elimina-se a maior parte do concreto na zona tracionada resultando numa diminuição do peso próprio da estrutura e melhor aproveitamento das propriedades de seus materiais (FRANCA e FUSCO, 1997).

### **2.1.1 Definição**

A NBR 6118:2014 define as lajes nervuradas como “lajes moldadas no local ou com nervuras pré-moldadas, cuja zona de tração para momentos positivos esteja localizada nas nervuras entre as quais pode ser colocado material inerte”.

Além disso, segundo Selistre (2000) esse tipo de laje é um conjunto de vigas T, constituída por nervuras ligadas entre si por placas de pequena espessura. Para Leonhardt e Mönning (1977) as lajes nervuradas são uma série de vigas T onde a distância entre as nervuras ( $w$ ) é no máximo igual a 100 cm e a mesa da laje tem espessura maior que  $w/15$  ou 5 cm.

Guerrin e Lavour (2002) consideram que as lajes nervuradas são compostas de lajes finas apoiando-se sobre nervuras, podendo estas serem paralelas, ortogonais ou enviesadas.

Albuquerque (1999) define esse tipo de laje como um conjunto de nervuras solidarizadas por uma mesa de concreto. Além disso, o autor destaca que é possível discretizar a zona tracionada em forma de nervuras pois são as armaduras as responsáveis pelos esforços resistentes de tração, não avariando a zona comprimida, a qual será resistida pela mesa de concreto.

Além disso, as lajes nervuradas podem ser unidirecionais, quando apresentarem nervuras em apenas uma direção, ou bidirecionais, quando apresentarem nervuras nas duas direções, ortogonais entre si.

### **2.1.2 Vantagens e desvantagens**

A principal vantagem das lajes nervuradas é o aumento de inércia e a diminuição do peso próprio da estrutura. Diante disso, esse tipo de laje apresenta uma maior capacidade de carga e o uso dela faz com que haja um alívio de carga nas fundações.

Além disso, esse tipo de laje permite vencer grandes vãos diminuindo a quantidade de pilares, possuem grande versatilidade, apresentam as mesmas técnicas de execução e ainda podem ser utilizadas nos sistemas de lajes sem vigas, necessitando apenas regiões maciças próxima aos pilares (CARVALHO E PINHEIRO, 2013).

Souza e Cunha (1998) também destacam que quando há material de enchimento, este geralmente apresenta melhor desempenho térmico e acústico que o concreto.

Contudo, a utilização das lajes nervuradas dificulta a passagem de tubulações e aumenta a altura de cada pavimento e por consequência a altura da edificação (CARVALHO e PINHEIRO, 2013).

Souza e Cunha (1998) ainda enfatizam que a distribuição de cargas concentradas nas lajes nervuradas não é tão eficiente como nas lajes maciças e certas reservas de segurança existentes nessas, ocorrem com menor intensidade em lajes nervuradas por elas serem menos monolíticas.

Araújo (2014) destaca que, a altura das lajes nervuradas geralmente é cerca de 50% superior as das maciças, contudo, devido ao peso próprio menor, assim como o menor consumo de concreto, logo, segundo o autor, essa tipologia de laje se torna a solução mais econômica em vãos acima de 8 metros.

### **2.1.3 Lajes moldadas no local**

As lajes nervuradas moldadas no local, “in loco”, são as executadas na obra e na posição definitiva, que podem conter nervuras em uma ou duas direções onde estarão as armaduras de tração. Além disso, podem ter mesa superior ou inferior, assim como o uso de ambas simultaneamente. (BOCCHI Jr., 1995; SILVA, 2005)

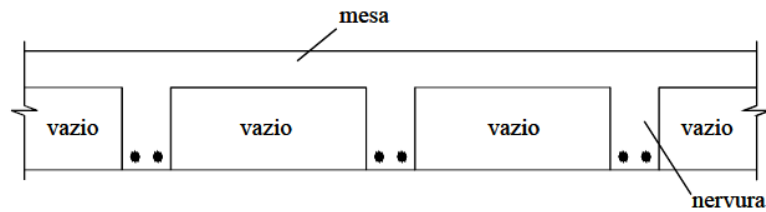
Os espaços entre as nervuras podem ficar vazios ou podem ter elementos inertes, leves e sem funcionamento estrutural que funcionam também como fôrmas para as nervuras laterais e para a mesa superior (SILVA, 2005).

Conforme Silva (2005) e Carvalho e Pinheiro (2013) as lajes nervuradas moldadas no local podem ser classificadas em normal (direta), invertida ou dupla.

As lajes nervuradas do tipo normal, representada na Figura 2, são aquelas em que as nervuras estão na parte inferior e que possui uma mesa superior de concreto, sendo estas bastante eficiente quanto a momentos fletores positivos, contudo,

ineficiente nas zonas de momento fletores negativos (SILVA, 2005; CARVALHO e PINHEIRO, 2013).

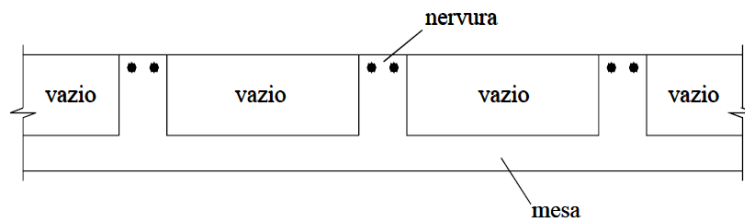
Figura 2 – Corte transversal de uma laje nervurada normal



Fonte: Silva (2005).

As lajes nervuradas do tipo invertida, representada na Figura 3, são aquelas em que as nervuras estão na parte superior e que possui uma mesa inferior de concreto, sendo estas bastante eficiente quanto a momentos fletores negativos, contudo, ineficiente quanto a momento fletores positivos (SILVA, 2005; CARVALHO e PINHEIRO, 2013).

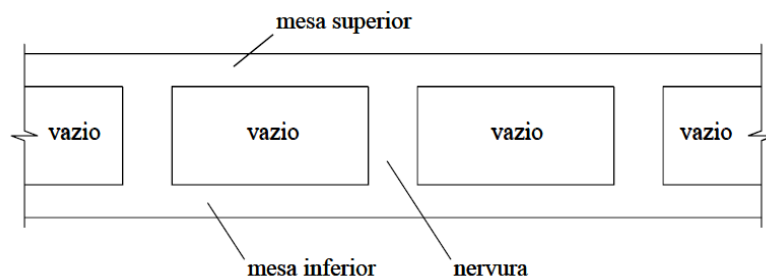
Figura 3 – Corte transversal de uma laje nervurada invertida



Fonte: Silva (2005).

As lajes nervuradas do tipo dupla, representada na Figura 4, são aquelas em que as nervuras estão situadas entre duas mesas de concreto. Entre as nervuras pode ser colocado material de enchimento que servirá de fôrma para as nervuras, assim como para a mesa superior e quando não houver material de enchimento deverá ser usada uma fôrma, a qual será perdida (SILVA, 2005; CARVALHO e PINHEIRO, 2013).

Figura 4 – Corte transversal de uma laje nervurada dupla



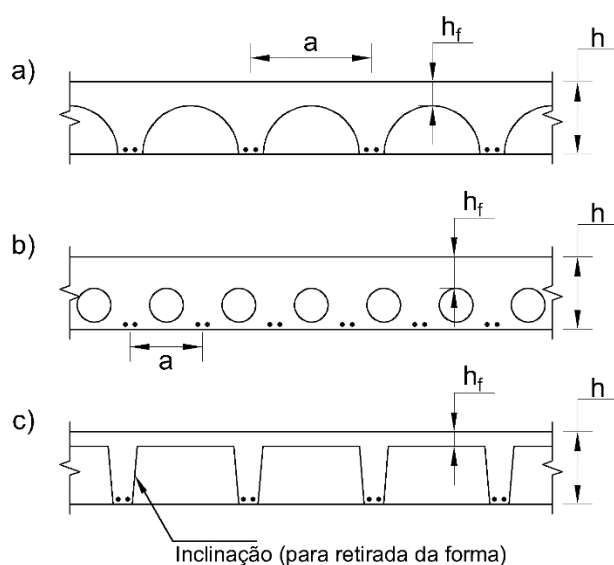
Fonte: Silva (2005).

Além disso, as lajes nervuradas duplas apresentam a grande desvantagem em relação as simples de que a concretagem deve ser feita em duas etapas, ou seja, a laje inferior é concretada e apenas posteriormente é possível concretar as nervuras e a capa superior. (SOUZA e CUNHA, 1998)

Carvalho e Pinheiro (2013) ainda ressaltam que existem outros tipos de lajes nervuradas ou outros métodos de execução, tais como:

- a) laje nervurada meio tubo, na qual o formato dos espaçamentos entre as nervuras é meia circunferência, conforme mostra a Figura 5a;
- b) laje nervurada estrutubo, na qual o formato dos espaçamentos entre as nervuras é uma circunferência, conforme mostra a Figura 5b;
- c) laje nervurada modulada, na qual para facilitar a desforma e reaproveitá-la as nervuras apresentam uma leve inclinação conforme mostra a Figura 5c.

Figura 5 – Outros tipos de lajes nervuradas



Fonte: adaptado pelo autor de Carvalho e Pinheiro (2013).

#### 2.1.4 Lajes com nervuras pré-moldadas

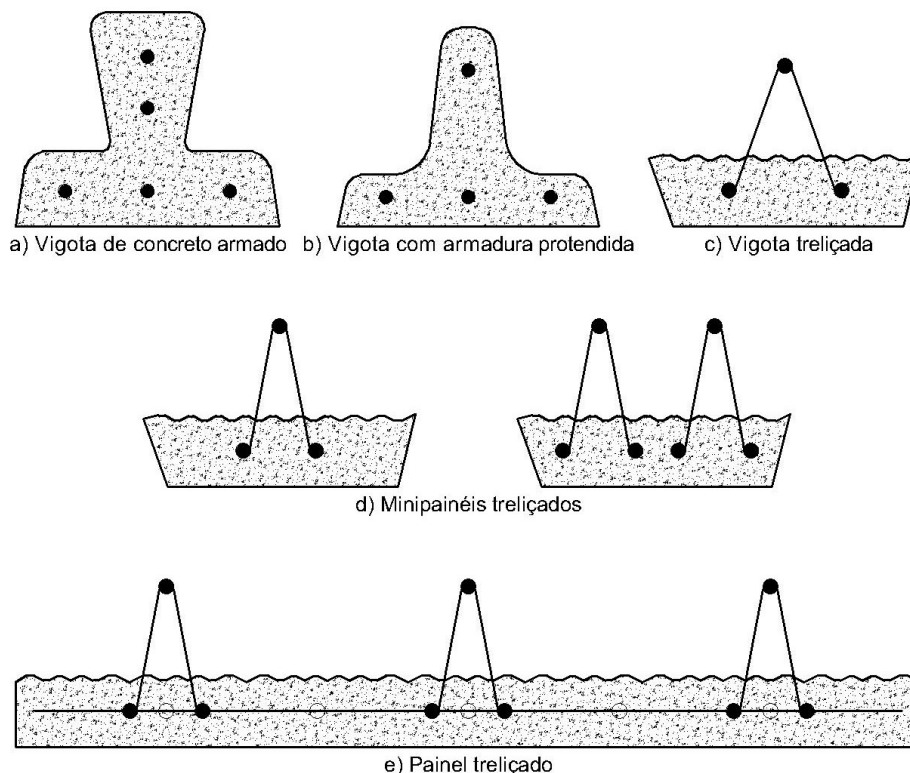
Lajes com nervuras pré-fabricadas ou pré-moldadas são aquelas em que parte das nervuras são construídas fora do local em que serão utilizadas. (BOCCHI Jr., 1995; SILVA, 2005). Além disso, segundo Carvalho e Pinheiro (2013) esse tipo de laje divide-se em lajes nervuradas com vigotas, lajes alveolares ou lajes duplo “T” (ou “π”).

Segundo a NBR 14859-1 (2016) – Lajes pré-fabricadas de concreto – Parte 1: Vigotas, minipainéis e painéis – Requisitos, as lajes pré-fabricadas são elementos estruturais planos capazes de vencer vãos e suportar os carregamentos de projeto, sendo constituído de elementos pré-fabricados, estruturais e inertes de enchimento e/ou de forma permanente, além de complementos de armadura e concreto de obra, podendo ser nervurada unidirecional ou bidirecional com seção “T” ou nervurada unidirecional ou bidirecional com seção duplo “T”.

A seguir são apresentados os tipos de elementos pré-fabricados estruturais segundo a NBR 14859-1 (2016), bem como suas ilustrações, conforme mostra a Figura 6.

- a) vigota com armadura simples ou comum (VC): elemento pré-fabricado estrutural constituído de armadura passiva e concreto estrutural;
- b) vigota com armadura protendida (VP): elemento pré-fabricado estrutural constituído de armadura ativa e concreto estrutural;
- c) vigota com armadura treliçada (VT): elemento pré-fabricado estrutural, constituído de armadura eletrossoldada, concreto estrutural e se necessário, capaz de alojar armadura passiva inferior de tração;
- d) minipainel treliçado (MPT): elemento pré-fabricado estrutural com largura inferior a 400 mm, constituído de armadura eletrossoldada, concreto estrutural e se necessário, capaz de alojar armadura passiva inferior de tração;
- e) painel treliçado (PT): elemento pré-fabricado estrutural com largura inferior a 400 mm, constituído de armadura eletrossoldada, concreto estrutural e se necessário, capaz de alojar armadura passiva inferior de tração;

Figura 6 – Elementos pré-fabricados estruturais para lajes



Fonte: adaptado da NBR 14859-1 (2016) pelo autor.

### 2.1.5 Recomendações normativas

A NBR 6118 (2014) impõe valores mínimos de espessuras a serem considerados em lajes nervuradas, conforme é mostrado a seguir:

A espessura da mesa, quando não existirem tubulações horizontais embutidas, deve ser maior ou igual a  $1/15$  da distância entre as faces das nervuras ( $l_0$ ) e não menor que 4 cm.

O valor mínimo absoluto da espessura da mesa deve ser 5 cm, quando existirem tubulações embutidas de diâmetro menor ou igual a 10 mm. Para tubulações com diâmetro  $\Phi$  maior que 10 mm, mesa deve ter a espessura mínima de  $4 \text{ cm} + \Phi$ , ou  $4 \text{ cm} + 2\Phi$  no caso de haver cruzamento destas tubulações.

A espessura das nervuras não pode ser inferior a 5 cm.

Nervuras com espessura menor que 8 cm não podem conter armadura de compressão.

Além disso, a mesma norma prevê as seguintes condições para o projeto de lajes nervuradas:

- a) para lajes com espaçamento entre eixos de nervuras menor ou igual a 65 cm, pode ser dispensada a verificação da flexão da mesa, e para a verificação do cisalhamento da região das nervuras, permite-se a consideração dos critérios de laje;
- b) para lajes com espaçamento entre eixos de nervuras entre 65 cm e 110 cm, exige-se a verificação da flexão da mesa, e as nervuras devem ser verificadas ao cisalhamento como vigas; permite-se essa verificação como lajes se o espaçamento entre eixos de nervuras for até 90 cm e a largura média das nervuras for maior que 12 cm;
- c) para lajes nervuradas com espaçamento entre eixos de nervuras maior que 110 cm, a mesa deve ser projetada como laje maciça, apoiada na grelha de vigas, respeitando-se os seus limites mínimos de espessura.

De acordo com NBR 6118 (2014), se essas hipóteses não forem atendidas, a laje nervurada deve ser analisada como uma laje maciça apoiada em uma grelha de vigas. Além disso, quando houver necessidade de estribos em lajes nervuradas, esses não podem ter espaçamento superior à 20 cm.

Ademais, a NBR 6118 (2014) exige que o cálculo de lajes nervuradas unidirecionais deve ser feito na direção das nervuras desprezando-se a rigidez à torção e rigidez transversal. Já nos casos de lajes nervuradas bidirecionais, os esforços podem ser obtidos como lajes maciças.

## 2.2 ANÁLISE ESTRUTURAL DE LAJES NERVURADAS

De acordo com a NBR 6118 (2014) se as prescrições contidas nesta forem atendidas, pode-se calcular os esforços em lajes nervuradas como se a laje fosse maciça.

De acordo com Donin (2007), há diversos métodos de cálculo que podem ser utilizados na solução das lajes nervuradas e lajes cogumelo-nervuradas, tais como a teoria clássica de placas, o método da analogia por grelhas, o método dos pórticos equivalentes e o método dos elementos finitos.

Segundo Dias (2003), os esforços nas lajes nervuradas podem ser obtidos através de métodos simplificados, tais como a analogia de placa ou teoria da placa ortótropa equivalente, analogia de grelha, processo dos pórticos múltiplos proposto pela NB1 (1978) e o processo dos pórticos equivalentes.



## 2.2.1 Teoria das placas

Conforme Timoshenko e Woinoswsky–Krieger (1959), as propriedades de flexão de uma placa têm grande influência da sua espessura e da grandeza dos deslocamentos. Dessa forma, o estudo de placas segundo a teoria de placas pode ser realizado de acordo com três tipos de placas:

- a) finas sujeitas a pequenos deslocamentos;
- b) finas sujeitas a grandes deslocamentos;
- c) espessas

Os dois últimos casos não são abordados neste trabalho, contudo, pode ser visto em Timoshenko e Woinoswsky–Krieger (1959). Diante disso, a seguir é apresentado a teoria clássica de placas delgadas

### 2.2.1.1 Teoria clássica das placas delgadas

De acordo com Timoshenko e Woinowsky–Krieger (1959), quando as deflexões transversais de uma placa são pequenas em comparação com sua espessura a teoria das placas pode ser desenvolvida levando-se em conta as seguintes hipóteses:

- a) Não há deformações no plano médio da placa. Esse plano se mantém neutro durante a curvatura;
- b) Não se leva em conta as forças cortantes para a determinação das deflexões das placas;
- c) Não são consideradas esforços normais na direção transversal da placa.

Diante disso, segundo Silva (2005) e Donin (2007) a equação diferencial geral de placas é expressa pela Equação 1.

$$\frac{\partial^2 m_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 m_y}{\partial y^2} - 2 \frac{\partial^2 m_{xy}}{\partial x \partial y} = -p(x, y) \quad (1)$$

Conforme Silva (2005) essa equação é obtida através do equilíbrio de forças verticais e momentos fletores em um elemento infinitesimal de placas e tal equação independe da placa estar em regime elástico ou plástico, bem como do coeficiente de Poisson, ou de ser isotrópica ou ortótropa.

Também é possível relacionar as solicitações com os deslocamentos através das expressões que relacionam as curvaturas das placas com os esforços solicitantes, expressos nas equações 2, 3 e 3. (SILVA, 2005; DONIN, 2007)

$$m_x = D \left( \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \nu \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right) \quad (2)$$

$$m_y = D \left( \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \nu \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right) \quad (3)$$

$$m_{xy} = D(1 - \nu) \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \quad (4)$$

onde  $w$  é a flecha em um ponto qualquer da placa e  $D$  é a rigidez à flexão da placa é dada pela Equação 5.

$$D = \frac{Eh^3}{12(1 - \nu^2)} \quad (5)$$

em que

$E$  é o módulo de deformação longitudinal do material;

$h$  é a espessura da placa;

$\nu$  é o coeficiente de Poisson.

As expressões 6 e 7 relacionam as curvaturas das placas com os esforços cortantes.

$$q_x = D \left( \frac{\partial^3 w}{\partial x^3} + \nu \frac{\partial^3 w}{\partial x \partial y^2} \right) \quad (6)$$

$$q_y = D \left( \frac{\partial^3 w}{\partial y^3} + \nu \frac{\partial^3 w}{\partial x^2 \partial y} \right) \quad (7)$$

Substituindo-se as equações 2, 3 e 4 na Equação 8 tem-se:

$$\frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} + 2 \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} = \frac{-p(x, y)}{D} \quad (8)$$

A Equação 8 corresponde então a equação diferencial de placas, conhecida como equação de Lagrange, que pode ser descrita segundo Donin (2007) como:

$$\nabla^4 w = \frac{p}{D} \quad (9)$$

Sendo  $\nabla^2$  o operador laplaciano dado por

$$\nabla^2 = \left( \frac{\partial}{\partial x^2} + \frac{\partial}{\partial y^2} \right) \quad (10)$$

### 2.2.1.2 Teoria de placas para lajes nervuradas

Donin (2007) levando em conta o modelo de laje ortótropa, no qual pode ser empregado modelos elásticos e rígidos-plásticos aproximados ou exatos, mostrou que a solução da equação de Lagrange para lajes nervuradas é:

$$D_x \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + D_y \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} + 2H_1 \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} = p \quad (11)$$

onde:

$$E_x = E_y = E \quad (12)$$

$$V_x = V_y = E \quad (13)$$

$$G_{xy} = E \quad (14)$$

$$D_x = D_y = D \quad (15)$$

$$H_1 = \left( E \frac{\nu}{1 - \nu^2} + 2G \right) \frac{h^3}{12} = \frac{Eh^3}{12(1 - \nu^2)} \quad (16)$$

Ainda segundo Donin (2007), pode se adaptar a solução considerando-se na expressão 11 os seguintes fatores:

$$D_x = \frac{B_x}{B_y} \quad (17)$$

$$D_y = \frac{B_y}{B_x} \quad (18)$$

$$D_1 = \nu \sqrt{D_x D_y} \cong 0 \quad (19)$$

$$D_{xy} = \frac{1}{2} \left( \frac{C_x}{b_y} + \frac{C_y}{b_x} \right) \quad (20)$$

onde:

$B_x$  é a rigidez à flexão das nervuras paralelas ao eixo x;

$B_y$  é a rigidez à flexão das nervuras paralelas ao eixo y;

$b_x, b_y$  são os espaçamentos axiais das nervuras paralelas aos eixos x e y;

$C_x$  é a rigidez à torção das nervuras paralelas ao eixo x;

$C_y$  é a rigidez à torção das nervuras paralelas ao eixo y.

dos quais se obtém a equação para lajes nervuradas:

$$\frac{B_x}{B_y} \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + \frac{B_y}{B_x} \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} + 2 \left( \frac{C_x}{b_y} + \frac{C_y}{b_x} \right) \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} \quad (21)$$

### 2.2.1.3 Cálculo como laje maciça com espessura equivalente

Conforme Donin (2007), de modo a simplificar a análise estrutural de lajes nervuradas utiliza-se uma seção maciça de espessura equivalente à seção da laje nervurada, e então calcula-se os esforços através da teoria de placas.

Araújo (2006) destaca que o procedimento correto para a determinação da espessura equivalente é através da equivalência da energia de deformação. Segundo o autor, os principais esforços que contribuem para a energia de deformação de uma laje são os momentos fletores  $M_x$  e  $M_y$ , e o momento torçor  $M_{xy}$ . Além disso, a laje também estará sujeita aos esforços de membrana  $N_x$ ,  $N_y$  e  $N_{xy}$ , os quais serão nulos se a laje estiver livre para se deslocar no plano horizontal, logo esses esforços são desconsiderados no cálculo da energia de deformação.

As curvaturas são definidas como:

$$k_x = -\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}; \quad k_y = -\frac{\partial^2 w}{\partial y^2}; \quad k_{xy} = -\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \quad (22)$$

Onde  $w = w(x,y)$  são os deslocamentos transversais do plano médio da laje.

Os momentos são relacionados com as curvaturas na forma, conforme mostra as equações 23, 24 e 25.

$$M_x = -D(x,y)(k_x + \nu k_y) \quad (23)$$

$$M_y = -D(x,y)(k_y + \nu k_x) \quad (24)$$

$$M_{xy} = -D(x,y)(1 - \nu)k_{xy} \quad (25)$$

Sendo  $D(x,y)$  a rigidez da laje em um ponto qualquer de coordenadas  $(x,y)$  e  $\nu$  é o coeficiente de Poisson

A energia de deformação ( $U$ ) é dada pela Equação 26.

$$U = \frac{1}{2} \int_0^{l_x} \int_0^{l_y} D(x,y) \psi(x,y) dx dy \quad (26)$$

onde:

$$\psi(x,y) = k_x^2 + k_y^2 + 2\nu k_x k_y + 2(1 - \nu)k_{xy}^2 \quad (27)$$

Como a laje maciça equivalente possui rigidez constante  $D_e$ , e sua energia de deformação é.

$$U = \frac{1}{2} D_e \int_0^{l_x} \int_0^{l_y} \psi(x, y) dx dy \quad (28)$$

Logo, quando se iguala as equações anteriores, obtém-se a seguinte expressão para a rigidez equivalente da laje nervurada:

$$D_e = \frac{\int_0^{l_x} \int_0^{l_y} D(x, y) \psi(x, y) dx dy}{\int_0^{l_x} \int_0^{l_y} \psi(x, y) dx dy} \quad (29)$$

A rigidez equivalente pode ser escrita na forma da Equação 30.

$$D_e = E_{cs} I_e \quad (30)$$

Onde?

$E_{cs}$  é o módulo secante do concreto;

$I_e$  é a inércia equivalente, em que  $I_e = D_e$  quando  $E_{cs} = 1$ .

Logo, em termos de espessura equivalente ( $h_{e,cal}$ ) têm-se:

$$D_e = \frac{E_{cs} h_{e,cal}^3}{12(1 - \nu^2)} \quad (31)$$

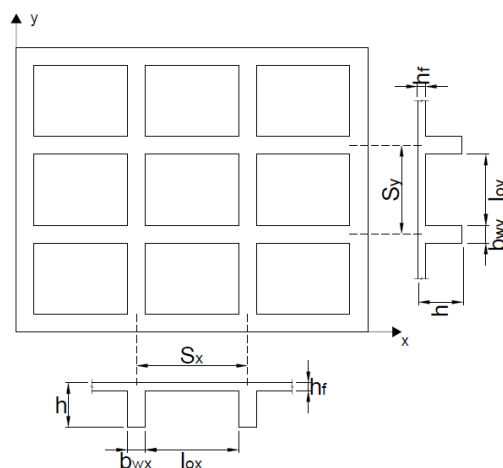
então

$$h_{e,cal} = [12(1 - \nu) I_e]^{1/3} \quad (32)$$

Contudo, devido a esse método apresentar um procedimento rigoroso, o qual exige a utilização de um método numérico, pode-se determinar a espessura equivalente por dois processos simplificados, o da rigidez média e o da igualdade do momento de inércia das seções T (ARAÚJO, 2014).

A seguir é apresentado o processo simplificado da rigidez média conforme Araújo (2014), para uma laje ortotrópica como a demonstrada na Figura 7.

Figura 7 – Laje nervurada ortotrópica



Fonte: adaptado pelo autor de Araújo (2014).

A rigidez das nervuras,  $D_1$ , pode ser obtida pela Equação 33. Assim como a rigidez da mesa,  $D_2$ , pode ser obtida pela Equação 34.

$$D_1 = \frac{E_{CS} h^3}{12(1 - \nu^2)} \quad (33)$$

$$D_2 = \frac{E_{CS} h_f^3}{12(1 - \nu^2)} \quad (34)$$

Onde  $h$  é a espessura total da laje e  $h_f$  é a espessura da mesa. Além disso, o  $\nu$  é o coeficiente de Poisson do concreto, que conforme a NBR 6118:2014 pode ser adotado com 0,2.

A rigidez equivalente ( $D_e$ ) da laje nervurada é dada por

$$D_e = (1 - \xi)D_1 + D_2 \quad (35)$$

onde

$$\xi = \frac{l_{ox} l_{oy}}{S_x S_y} \quad (36)$$

Logo, a rigidez equivalente pode também ser escrita conforme a expressão a seguir.

$$D_e = \frac{E_{CS} h_e^3}{12(1 - \nu^2)} \quad (37)$$

Sendo  $h_e$  a espessura equivalente da laje nervurada, o qual é expressa pela Equação 38.

$$h_e = [(1 - \xi)h^3 + \xi h_f^3]^{\frac{1}{3}} \quad (38)$$

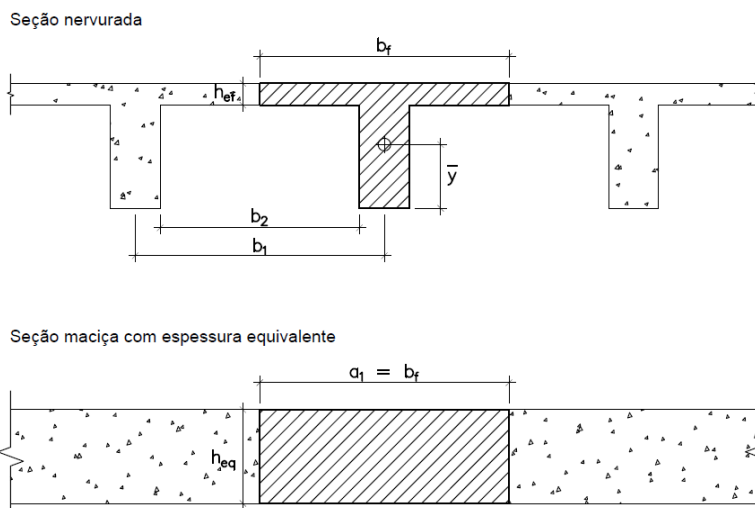
Já o outro procedimento simplificado consiste em calcular uma seção retangular com momento de inércia igual a seção "T" formada pelas nervuras e pela mesa, conforme é exemplificado na figura 18 e a espessura equivalente é calculada conforme a Equação 39 (ABDUL-WAHAB e KHALIL, 2000).

$$h_{eq} = \left( \frac{12I}{b_f} \right)^{1/3} \quad (39)$$

onde

$I$  – é o momento de inércia em relação ao centroide da seção "T" de cada nervura conforme a Figura 8.

Figura 8 – Transformação na laje maciça de espessura equivalente



Fonte: elaborado pelo autor.

## 2.2.2 Analogia de grelha

Segundo Timoshenko (1959), a analogia de grelha foi utilizada inicialmente por Marcus em 1932 para a resolução de placas com bordas indeslocáveis verticalmente.

Atualmente, com a evolução da informática, tornou-se comum a utilização desse método para a determinação dos esforços solicitantes e deslocamentos em lajes. Além disso, diversos programas comerciais utilizam esse método para a análise estrutural de estruturas, tanto para lajes, como para outros tipos de elementos estruturais.

Conforme Figueiredo Filho (1989), o processo da analogia de grelha consiste em substituir uma placa por uma malha de vigas equivalente, onde as cargas distribuídas se dividem entre as vigas de acordo com a área de influência de cada uma. Além disso, as cargas concentradas devem ser aplicadas nos nós da malha, de tal forma que se a posição não coincidir com um nó, a carga considerada deve ser aplicada nos nós próximos com um valor equivalente (FIGUEIREDO FILHO, 1989; CARVALHO, 1994).

Em lajes nervuradas para a aplicação do processo de grelha equivalente as nervuras e as vigas são substituídas por elementos estruturais de barras exatamente nos seus eixos, obtendo-se assim uma grelha equivalente, nas quais adota-se a seção em formas de “T” para o elemento que representa as nervuras e retangular para àquele que representa as vigas do pavimento (SILVA, 2005).

Além disso, a rigidez à flexão e à torção deve ser tal que quando a estrutura real for carregada se obtenha o mesmo estado de deformação e as mesmas solicitações que a grelha equivalente sujeita ao carregamento (DONIN, 2007).

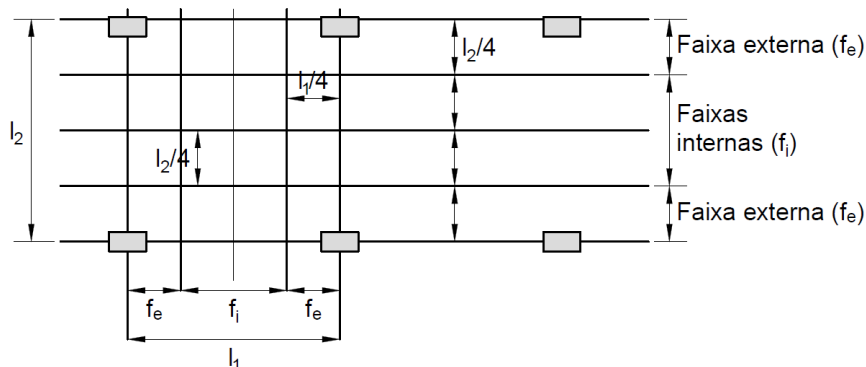
Ademais, Donin (2007) destaca que a determinação das solicitações e deslocamentos através da analogia de grelha pode ser realizado do método dos elementos finitos ou por meio de formulação matricial.

### 2.2.3 Método dos pórticos equivalentes

Em lajes nervuradas apoiadas diretamente em pilares, a NBR 6118 (2014) recomenda que a análise estrutural desse tipo de estrutura seja realizada através de métodos numéricos, tais como o método dos elementos finitos.

Contudo, a norma permite para os casos em que os pilares dispostos em filas ortogonais de maneira regular e com vãos pouco diferentes o uso do método dos pórticos equivalentes. Logo, é considerado que cada laje esteja dividida em duas séries ortogonais de vigas, considerando para o cálculo das inércias as larguras das faixas limitada pela metade da distância entre duas linhas de pilares, conforme mostra a Figura 9.

Figura 9 – Faixas de lajes para a distribuição das solicitações



Fonte: Adaptado da NBR 6118:2014 pelo autor.

Segundo a NBR 6118:2014, a distribuição dos momentos fletores nas faixas da laje é feita da seguinte maneira:

- 45 % dos momentos positivos para as duas faixas internas;
- 27,5 % dos momentos positivos para cada uma das faixas externas;
- 25 % dos momentos negativos para as duas faixas internas;



- d) 37,5 % dos momentos negativos para cada uma das faixas externas.

## 2.3 MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS

Conforme Logan (2007), esse método nasceu a partir de vários trabalhos ao longo dos anos, começando por McHenry e Hrennikoff na década de 40 que substituíram sólidos contínuos por barras.

Já nos anos 50 quando Anrgyris e Kesley determinaram a analisaram fuselagens e asas de aviões utilizando a formulação matricial do método de Rayleigh–Rite, que leva em consideração que os esforços internos obtidos através do estudo das tensões precisam estar em equilíbrio com as ações externas (ASSAN, 2003).

Mas foi apenas em 1956 com o trabalho publicado por Turner, Clough, Martin e Topp que a formulação dos métodos dos elementos finitos como é utilizado até hoje foi utilizada pela primeira vez (ASSAN, 2003).

Além disso, em 1960, Clough analisou as tensões planas usando elementos triangulares e quadrados e utilizou pela primeira vez até então o termo elementos finitos (LOGAN, 2007).

### 2.3.1 Definição

O método dos elementos finitos (MEF) é um método aproximado no qual o elemento estrutural a ser analisado é dividido em elementos de dimensões finitas denominado elementos finitos, os quais estão conectados através de nós (SORIANO, 2003).

Segundo Logan (2007), no método dos elementos finitos a solução de uma estrutura é feita através das soluções e combinação das equações para cada um dos elementos finitos, os quais a estrutura é dividida.

Conforme Alves Filho (2003), a análise de qualquer estrutura pelo MEF é dividida em três grandes etapas:

a) Pré-processamento: consiste no estudo do problema estrutural a ser analisado, ou seja, monta-se o modelo discretizado da estrutura e aplica-se as condições de contorno neste. Nesta etapa define-se cargas e os pontos de vinculação, bem como a malha de elementos finitos a ser utilizada, além de

estabelecer a relação entre o comportamento físico real e os elementos para reproduzir este comportamento;

b) Processamento: consiste nos cálculos matriciais para a determinação dos deslocamentos, reações de apoio e forças internas dos elementos;

c) Pós-processamento: consiste na interpretação dos resultados numérico e sua coerência com o problema físico.

### **2.3.2 Formulação**

Segundo Logan (2007), nos problemas estruturais mecânicos há duas abordagens tradicionais associadas com o método dos elementos finitos. A primeira é a da força ou método da flexibilidade, onde primeiramente é utilizado as equações de equilíbrio para obter-se as equações governamentais, então, o resultado é uma série de equações de forma a determinar as forças desconhecidas, as quais são as incógnitas dessa abordagem.

Já o segundo método, chamado de deslocamento ou método da rigidez, as incógnitas do problema a ser analisado são os deslocamentos e a solução se dá primeiramente garantindo que depois dos deslocamentos os elementos conectados num mesmo nó, numa mesma borda ou superfície mantem-se conectados, então, usando equações de equilíbrio e uma lei de relação de forças com deslocamentos, nesse caso, as equações governamentais são expressas nos termos dos deslocamentos (LOGAN, 2007).

Conforme Logan (2007), as duas abordagens resultam em diferentes matrizes associadas com as suas formulações em diferentes incógnitas da análise. Além disso, segundo o autor e Araújo (2014), o método da rigidez tem se mostrado melhor para a aplicação computacional pois tal a formulação desse método é mais simples para a maioria dos problemas de análise estrutural.

### **2.3.3 Elementos**

A escolha certa do tipo de elemento é fundamental, pois no MEF o equilíbrio de cada elemento finito isoladamente será a substituição ao equilíbrio infinitesimal do modelo matemático de meio contínuo (SORIANO, 2003).

Conforme Alves Filho (2003), são três as categorias de elementos:

- a) Elementos de “geometria” unidimensional: são os elementos de eixo retos tais como as vigas e treliças;
- b) Elementos de “geometria” bidimensional: tais como as chapas, placas e membranas;
- c) Elementos de “geometria” tridimensional: apresentam lados retos ou curvos, são os chamados sólidos.

Conforme Soriano (2003), é fundamental analisar o campo de deslocamento adotado no tipo de elemento escolhido, de forma a verificar se o resultado tende a convergir para a solução exata à medida que a malha é refinada.

### **2.3.4 Tipos de análise**

As estruturas estão em geral submetidas a ações dinâmicas, onde devem ser consideradas as forças de inércia associadas às acelerações. No entanto, é razoável considerar que as ações aplicadas nas estruturas ocorrem de um modo suficientemente lento, o que torna desprezíveis as forças de inércia. Quando se considera essa simplificação, a análise é designada como estática (AZEVEDO, 2003).

Este trabalho tem por objetivo a análise estática, diante disso, não será abordado tópicos sobre a dinâmica em estruturas. Dentro da estática, existe dois tipos de análises possíveis de se realizar, as quais são apresentadas a seguir:

#### *2.3.4.1 Análise linear*

Na análise linear considera-se que os deslocamentos sejam diretamente proporcionais à tensão aplicada, logo, pode-se utilizar o princípio da superposição dos efeitos. Além disso, segundo Azevedo (2003), nestas circunstâncias, considera-se que o elemento estrutural após o carregamento se mantém inderformado, isso é, com a mesma geometria que antes da aplicação de carga.

#### *2.3.4.2 Análise não linear*

São dois os fatores que resultam no comportamento não linear de uma estrutura à medida que é aplicado um carregamento: a alteração das propriedades dos materiais e a alteração da geometria da estrutura, designadas respectivamente de não linearidade física e não linearidade geométrica (SCHWETZ, 2011).

Dessa forma, segundo Schwetz (2011), a não linearidade geométrica ocorre, pois, a deformação da estrutura altera as condições do carregamento, logo, os esforços são amplificados à medida que a estrutura se deforma.

Já o outro caso de não linearidade, a física, ocorre pela perda de rigidez dos elementos durante o carregamento da estrutura. Nas estruturas de concreto armado esse efeito se deve a não linearidade constitutiva dos materiais assim como os efeitos de fissuração do concreto (RECALDE, 2014).

Diante disso, Stramandioli (2007) destaca que para realizar uma análise realista do comportamento de estruturas de concreto é preciso levar em conta a não linearidade das relações tensão/deformação. Logo, para uma análise não linear é necessário conhecer o comportamento dos materiais de forma a definir um modelo que possa ser utilizado na análise computacional.

Segundo Stramandioli (2007), o modelo mais simples e utilizado na análise de estruturas é o modelo elástico, no qual a tensão é proporcional a deformação. Outro modelo utilizado é o modelo plástico, no qual há o aparecimento de deformações residuais quando ocorre o descarregamento aplicado. Além disso, os dois modelos anteriores podem ser combinados, surgindo modelos elasto-plásticos, assim como pode se utilizar modelos que utilizam a mecânica da fratura e do dano para tentar reproduzir o mecanismo interno de microfissuras que surgem em materiais frágeis, tal como o concreto.

### **2.3.5 Pós-processamento**

Conforme Alves Filho (2003), a solução obtida pelo MEF é sempre uma aproximação, dessa forma deve-se avaliar a convergência dos resultados, a qual está diretamente associada com a função de interpolação escolhida.

Soriano (2003) diz que o campo de deslocamentos de determinado elemento conduz a malhas de elementos, as quais convergem para a solução exata, à medida que se refina essas malhas. Essa convergência pode ser estabelecida pelo refinamento através da redução do tamanho dos elementos ou pelo aumento da ordem do campo de deslocamentos dos elementos.

## 2.4 NÃO LINEARIEDADE FÍSICA

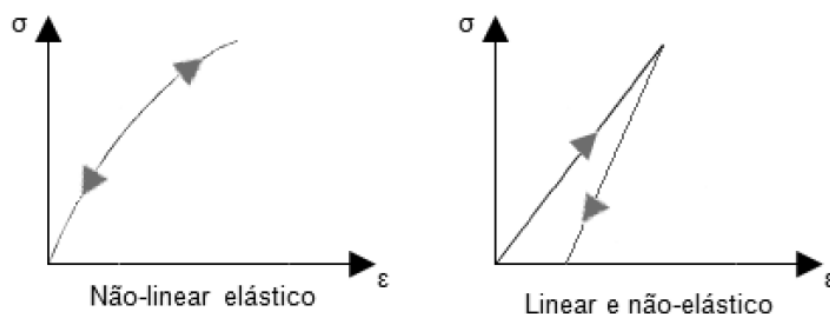
Em estruturas de concreto armado a não linearidade física é devido a sua perda de rigidez decorrente do processo de fissuração do concreto, deslizamento da armadura, plastificação dos materiais e fluência do concreto.

### 2.4.1 Elasticidade

Entende-se por comportamento elástico, quando, no descarregamento, o material retorna à posição inicial, ou seja, não há deformação residual após a retirada da tensão aplicada.

As relações tensão-deformação específicas podem ser lineares ou não, caracterizando-se assim a elasticidade linear e a elasticidade não linear, conforme mostra a Figura 10.

Figura 10 – Comportamento tensão-deformação específica

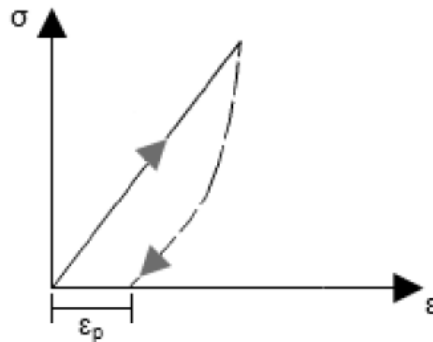


Fonte: Elaborado pelo autor

### 2.4.2 Plasticidade

Em contrapartida do que ocorre no comportamento elástico, na plasticidade, após a remoção da tensão atuante no corpo, o mesmo não retorna a sua forma original, apresentada antes do carregamento. Dessa forma, uma parcela da deformação é permanente, chamada de parcela plástica, ou residual, enquanto a parcela da deformação recuperada é a deformação elástica. Logo as relações entre tensões e deformações, no carregamento e descarregamento não são iguais como mostra a Figura 11.

Figura 11 – Comportamento plástico



Fonte: Elaborado pelo autor

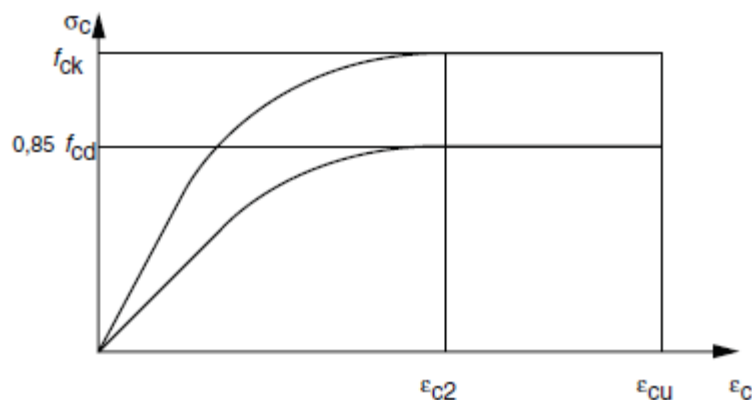
Quando um corpo apresenta um comportamento elástico até um determinado nível e sollicitações e um comportamento plástico para níveis mais elevados, chama-se esse comportamento de comportamento elasto-plástico.

Ademais, se o valor da parcela da deformação elástica for muito baixa em relação a deformação total, a mesma pode ser desprezada, e considerar um material com comportamento rígido plástico.

### 2.4.3 Modelos constitutivos da NBR 6118 (2014)

A NBR 6118 (2014) apresenta um diagrama tensão-deformação específica idealizado para o concreto, conforme a Figura 12 e Equação 40, para análises no estado-limite último.

Figura 12 – Diagrama tensão-deformação idealizado pela NBR 6118:2014



Fonte: adaptado da NBR 6118 (2014) pelo autor.

$$\sigma_c = 0,85 f_{cd} \left[ 1 - \left( 1 - \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{c2}} \right)^n \right] \quad (40)$$

onde

$n = 2$  para concretos com  $f_{ck} \leq 50$  MPa

e para concretos com  $f_{ck} > 50$  MPa o coeficiente  $n$  é calculado pela expressão abaixo:

$$n = 1,4 + 23,4[(90 - f_{ck})/100]^4 \quad (41)$$

Sendo os parâmetros de deformação específica de encurtamento do concreto no início do patamar plástico ( $\varepsilon_{c2}$ ) e de deformação específica de encurtamento do concreto na ruptura ( $\varepsilon_{cu}$ ) definidos da seguinte forma:

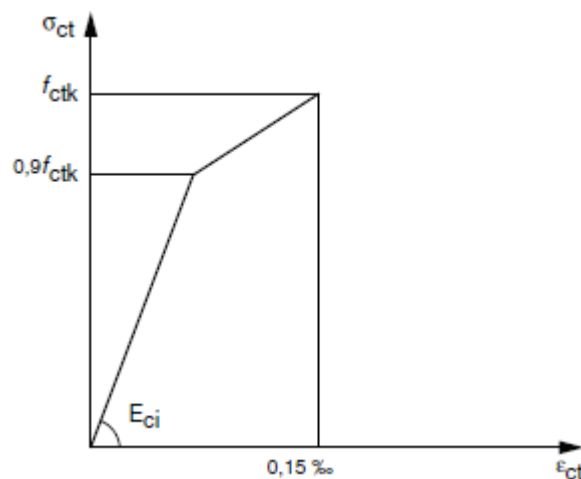
$\varepsilon_{c2} = 2 \text{ ‰}$  e  $\varepsilon_{cu} = 3,5 \text{ ‰}$  para concretos até C50 e calculados pelas equações 42 e 43 para concretos de classes C55 até C90.

$$\varepsilon_{c2} = 2,0 \text{ ‰} + 0,085 \text{ ‰} (f_{ck} - 50)^{0,53} \quad (42)$$

$$\varepsilon_{cu} = 2,6 \text{ ‰} + 35 \text{ ‰} [(90 - f_{ck})/100]^4 \quad (43)$$

A NBR 6118 (2014) também apresenta um diagrama tensão-deformação bilinear de tração para o concreto não fissurado, conforme mostra a Figura 13.

Figura 13 – Diagrama tensão-deformação de tração segundo a NBR 6118 (2014)

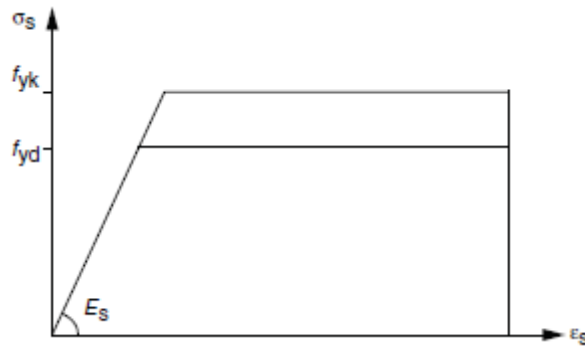


Fonte: adaptado da NBR 6118 (2014) pelo autor.

Além dos parâmetros do concreto, a NBR 6118 (2014) também faz recomendações quanto as propriedades do aço de armaduras passivas. A norma

brasileira admite adotar na falta de ensaios ou dados fornecidos pelo fabricante o módulo de elasticidade do aço igual à 210 GPa e também apresenta um diagrama tensão-deformação específica idealizado, conforme mostra a Figura 14.

Figura 14 – Diagrama tensão-deformação específica para o aço



Fonte: adaptado da NBR 6118 (2014) pelo autor.

## 2.5 VERIFICAÇÃO DO ESTADO LIMITE DE DEFORMAÇÃO EXCESSIVA

Os estados-limite de serviço (ELS) são conceituados pela NBR 6118 (2014) como aqueles que provem aos usuários o conforto, assim como durabilidade, aparência e boa utilização aos usuários ou aos equipamentos aos quais são suportados pela estrutura.

Para lajes, em geral, o ELS determinante no dimensionamento é o estado-limite de deformações excessivas (ELS-DEF), no qual as deformações atingem aos limites impostos para a utilização.

Segundo Leonhardt e Mönning (1979), a determinação dos limites de serviço era realizada antigamente considerando toda a carga permanente e 70% da carga acidental, contudo, o autor destaca que em relação aos estados-limite de serviço o bom desempenho da estrutura deve-se a toda a carga permanente e a parcela da carga acidental que atua por um longo período ou com frequência, a qual é muito aquém de 70%.

Atualmente no Brasil, utiliza-se 30% ou 40% da carga acidental em edifícios residenciais para a verificação dos estados-limite de serviço de acordo com a NBR 8681 (2003) e a NBR 6118 (2014).

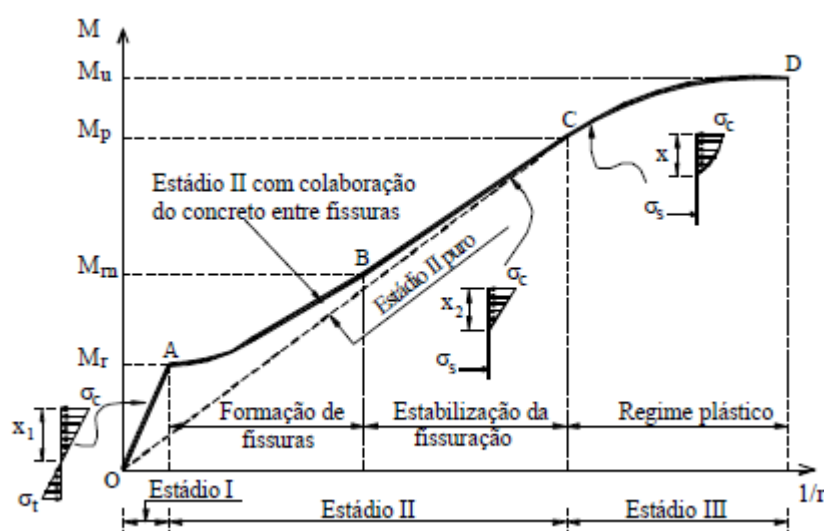


## 2.5.1 Fissuração

Em lajes, assim como em outros elementos fletidos, os deslocamentos são inversamente proporcionais a rigidez à flexão. Conforme Guarda (2005), a rigidez depende do estágio de fissuração da peça de concreto armado.

A Figura 15 caracteriza os três estágios básicos para a representação de um elemento de concreto armado submetido a flexão.

Figura 15 – Diagrama momento–curvatura de seção submetida à flexão simples



Fonte: Guarda (2005)

Dessa forma, no Estádio I, a seção trabalha em regime elástico linear, não havendo ocorrência de fissuras visíveis.

No Estádio II puro, chamado de seção fissurada, considera-se que a aço resiste aos esforços solicitantes de tração e a tensão de compressão é admitida, simplificadamente, como linear ao longo da altura da seção. Esse estágio é caracterizado pela formação e estabilização das fissuras.

No Estádio III (regime de ruptura), não há proporcionalidade de tensões e deformações, a ruína nesse caso ocorre por esmagamento do concreto, havendo, portanto, a plastificação do concreto.

### 2.5.2 Momento de Fissuração

Nos estados–limites de serviços as estruturas trabalham em parte no estágio I e em parte no estágio II, onde a separação entre esses dois comportamentos é delimitado pelo momento de fissuração ( $M_r$ ).

No caso de elementos fletidos, tais como laje e vigas de concreto armado, para o estudo das deformações, é razoável considerar o caso de flexão pura reta, na qual a tensão em um ponto é calculada conforme a Equação 44.

$$\sigma_y = \frac{M_x y}{I_x} \quad (44)$$

onde:

$\sigma_y$  é a tensão normal;

$M_x$  é o momento fletor atuante na seção transversal;

$I_x$  é o momento de inércia seção em relação ao eixo x;

$y$  é a ordenada genérica da fibra considerada.

Isolando o momento, e sabendo que a tensão máxima para a fissuração vai ser a resistência do concreto à tração na flexão, chega–se à equação do momento de fissuração:

$$M_r = \frac{f_{ct,f} I_c}{y_t} \quad (45)$$

$y_t$  é a distância do centro de gravidade da seção à fibra mais tracionada;

$f_{ct,f}$  é a resistência à tração na flexão do concreto;

$I_c$  é o momento de inércia da seção bruta do concreto;

### 2.5.3 Resistência do concreto à tração

Para se determinar a resistência do concreto à tração, pode–se empregar três tipos de ensaio: tração direta, tração indireta e tração na flexão.

O ensaio de tração direta, pela sua dificuldade de realização com concreto, usualmente não é empregado. Dessa forma, surgiu os ensaios de tração indireta e tração na flexão.

Desenvolvido por F. L. Lobo Carneiro, o ensaio de compressão diametral, também conhecido por *Brazilian test*, consiste em comprimir longitudinalmente um corpo de prova cilíndrico de 15 x 30 cm segundo a direção do seu diâmetro. O ensaio

da a resistência à tração indireta ( $f_{ct,sp}$ ) é normalizado no Brasil pela NBR 7222 (2011), e o resultado pode ser obtido pela Equação 46.

$$f_{ct,sp} = \frac{2 \cdot F}{\pi \cdot d \cdot l} \quad (46)$$

onde:

F é a força máxima obtida no ensaio;

D é o diâmetro do corpo de prova;

L é o comprimento do corpo de prova.

A NBR 6118 (2014), permite a partir da resistência à tração indireta estimar a resistência à tração direta ( $f_{ct}$ ), através da Equação 47.

$$f_{ct} = 0,90 f_{ct,sp} \quad (47)$$

Enquanto que a resistência à tração na flexão ( $f_{ct,f}$ ), é obtida a partir do ensaio de quatro pontos de uma viga de concreto simples. No Brasil, o procedimento do ensaio é descrito pela NBR 12142 (2010), no qual a viga de dimensões padrões é submetida a duas forças concentradas iguais, aplicadas nos terços do vão. A resistência à tração na flexão é obtida pela Equação 48.

$$f_{ct,f} = \frac{P \cdot l}{b \cdot h^2} \quad (48)$$

Além disso, na ACI 318 (2019), a resistência à tração máxima na flexão é também chamada de módulo de ruptura.

Pela NBR 6118 (2014), é possível a partir da resistência à tração na flexão estimar a resistência a tração direta, por meio da Equação 49.

$$f_{ct} = 0,7 f_{ct,f} \quad (49)$$

Ademais, a normalização brasileira permite na falta de ensaios, avaliar a resistência média à tração direta a partir da resistência característica do concreto à compressão, por meio das Equações 50 a 52, para concretos de classes até C50.

$$f_{ct,m} = 0,3 f_{ck}^{2/3} \quad (50)$$

$$f_{ctk,inf} = 0,7 f_{ct,m} \quad (51)$$

$$f_{ctk,sup} = 1,3 f_{ct,m} \quad (52)$$

Onde o  $f_{ck}$ , assim como o  $f_{ct,m}$  e o  $f_{ctk,inf}$  são expressões em megapascal (MPa).

### 2.5.4 Módulo de elasticidade do concreto

De acordo com a NBR 6118 (2014), quando não forem realizados ensaios, o valor do módulo de elasticidade inicial pode ser estimado pela Equação 53 para concretos até 50 MPa e a Equação 54 para concreto com resistências superiores.

$$E_{ci} = \alpha_E 5600 \sqrt{f_{ck}} \quad (53)$$

$$E_{ci} = 21500 \alpha_E \left( \frac{f_{ck}}{10} + 1,25 \right)^{1/3} \quad (54)$$

sendo:

$\alpha_E = 1,2$  para basalto e diabásio;

$\alpha_E = 1,0$  para granito e gnaisse;

$\alpha_E = 0,9$  para calcário;

$\alpha_E = 0,7$  para arenito.

onde:

$E_{ci}$  e  $f_{ck}$  são dados em megapascal.

A partir do módulo de elasticidade inicial, é possível também estimar o valor do módulo de elasticidade secante, conforme a Equação 55.

$$E_{cs} = \alpha_i E_{ci} \quad (55)$$

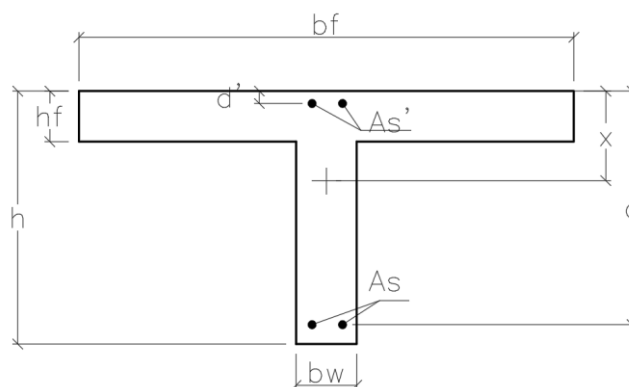
sendo

$$\alpha_i = 0,8 + 0,2 \frac{f_{ck}}{80} \leq 1,0 \quad (56)$$

### 2.5.4 Características geométricas

Em uma seção “T”, para determinar as características geométrica no estádio I, sem considerar a presença da armadura ( $A_s$ ), usa-se as equações 57 e 58, levando em conta as características desse tipo de seção, mostrada na Figura 16.

Figura 16 – Características geométrica da seção "T"



Fonte: do autor.

$$Y_{cg} = \frac{(b_f - b_w) \cdot \left(\frac{h_f^2}{2}\right) + b_w \cdot \frac{h^2}{2}}{A_g} \quad (57)$$

$$I_{Ig} = \frac{(b_f - b_w) \cdot h_f^3}{12} + \frac{b_w \cdot h^3}{12} + (b_f - b_w) \cdot h_f \cdot \left(y_{cg} - \frac{h_f}{2}\right)^2 + b_w \cdot h \cdot \left(y_{cg} - \frac{h}{2}\right)^2 \quad (58)$$

No Estádio II é desprezada a região comprometida e para determinar o momento de inércia no estágio II puro, calcula-se a posição da linha neutra (LN), igualando o momento estático da seção já homogeneizada igual à zero.

Para homogeneizar a seção, considera-se no lugar do aço uma área de concreto equivalente, multiplicando a área de aço existente pela relação entre os módulos de deformação longitudinal do aço e concreto, conforme a Equação 59:

$$\alpha_e = \frac{E_s}{E_c} \quad (59)$$

Logo, em seções "T", a posição da LN é determinada pela Equação 60:

$$x_{II} = \frac{-a_2 + \sqrt{a_2^2 - 4a_1a_3}}{2 \cdot a_1} \quad (60)$$

Nesse tipo de seção, primeiro calcula-se a linha neutra considerando a seção como seção retangular de base  $b_f$ . Se a linha neutra estiver na altura da capa de concreto ( $h_f$ ), segue o cálculo como seção retangular, caso contrário deve ser calculado a LN e o momento de inércia como seção "T".

Os coeficientes para a determinação da linha neutra são obtidos através das Equações 61, 62 e 63.

$$a_1 = \frac{b_w}{2} \quad (61)$$

$$a_2 = h_f \cdot (b_f - b_w) + (\alpha_e - 1) \cdot A'_s + \alpha_e \cdot A_s \quad (62)$$

$$a_3 = -d' \cdot (\alpha_e - 1) \cdot A'_s - d \cdot \alpha_e \cdot A_s - \frac{h_f^2}{2} (b_f - b_w) \quad (63)$$

Obtida a LN da seção, calcula-se o momento de inércia da seção no estágio II para o caso de seção retangular (Equação 64) ou para a seção “T” (Equação 65).

$$I_{II,q} = \frac{b_f \cdot x_{II}^3}{3} + \alpha_e \cdot A_s \cdot (x_{II} - d)^2 + (\alpha_e - 1) \cdot A'_s \cdot (x_{II} - d')^2 \quad (64)$$

$$I_{II,t} = \frac{(b_f - b_w) \cdot h_f^3}{12} + \frac{b_w \cdot x_{II}^3}{3} + (b_f - b_w) \cdot \left(x_{II} - \frac{h_f}{2}\right)^2 + \alpha_e \cdot A_s \cdot (x_{II} - d)^2 + (\alpha_e - 1) \cdot A'_s \cdot (x_{II} - d')^2 \quad (65)$$

## 2.5.4 Modelos simplificados

Em estruturas de concreto armado, para se calcular com precisão as deformações, deve-se levar em conta a não-linearidade física do concreto e do aço, além disso, os efeitos decorrentes da fluência e retração do concreto são importantes e não devem ser desconsiderados.

Diante disso, alguns modelos simplificados tem sido desenvolvidos para se levar em conta essas considerações, os quais são abordados a seguir.

### 2.5.4.1 Método da NBR 6118 (2014)

O método simplificado para o cálculo de flechas instantâneas presente na NBR 6118 (2014) é baseado no modelo proposto por Branson (1963).

Nesse modelo, é definido um momento de inércia, que representa as seções fissuradas e não fissuradas. Dessa forma, determina-se uma inércia efetiva, considerando um valor proporcional entre a inércia entre o estágio I e o estágio II puro:

$$(EI)_{eq,t0} = E_{cs} \left\{ \left( \frac{M_r}{M_a} \right)^m I_c + \left[ 1 - \left( \frac{M_r}{M_a} \right)^m \right] I_{II} \right\} \leq E_{cs} I_c \quad (66)$$

onde:

$I_c$  é o momento de inércia no estágio I;

$M_a$  é o momento atuante de serviço na seção mais solicitada.

O índice (m) está em função do tipo de análise a ser realizada na peça:

$m = 4$  quando é analisado uma seção da peça;

$m = 3$  quando a análise é realizada ao longo de todo comprimento da peça.

A normalização brasileira permite a determinação da flecha imediata admitindo o concreto e aço como materiais de comportamento elástico e linear, utilizando o módulo de elasticidade secante ( $E_{cs}$ ) e considerando o efeito da fluência.

Toda via, quando os esforços superarem aqueles que dão início à fissuração, ou seja, quando o momento atuante ( $M_a$ ) for superior ao momento de fissuração ( $M_r$ ), pode ser utilizada a Equação 67 para a determinação da rigidez equivalente segundo a NBR 6118 (2014).

$$(EI)_{eq,t0} = E_{cs} \left\{ \left( \frac{M_r}{M_a} \right)^3 I_c + \left[ 1 - \left( \frac{M_r}{M_a} \right)^3 \right] I_{II} \right\} \leq E_{cs} I_c \quad (67)$$

onde:

$I_{II}$  é o momento de inércia da seção fissurada de concreto no estágio II, calculado com  $\alpha_e = E_s/E_{cs}$ .

$$M_r = \frac{\alpha f_{ct} I_c}{y_t} \quad (68)$$

sendo:

$\alpha = 1,2$  para seções T ou duplo T;

$\alpha = 1,3$  para seções I ou T invertido;

$\alpha = 1,5$  para seções retangulares;

onde:

$\alpha$  é o fator que correlaciona de forma aproximada a resistência à tração na flexão com a resistência à tração direta;

$y_t$  é a distância do centro de gravidade da seção à fibra mais tracionada;

$f_{ct}$  é a resistência do concreto à tração direta, sendo que deve ser usado no estado-limite de formação de fissuras o  $f_{ctk,inf}$ , e no estado-limite de deformação excessiva o  $f_{ct,m}$ .

Caso o momento resistente calculado seja maior que o momento atuante pode-se admitir o concreto e o aço como materiais de comportamento elástico e linear.

Conforme a NBR 6118 (2014), a flecha adicional devido a fluência pode ser calculada de forma aproximada pela multiplicação da flecha imediata pelo fator  $\alpha_f$  dado pela seguinte expressão:

$$\alpha_f = \frac{\Delta\xi}{1 + 50p'} \quad (69)$$

onde:

$p'$  é a taxa de armadura comprimida;

$\xi$  é um coeficiente em função do tempo calculado pelas seguintes expressões:

$$\Delta\xi = \xi(t) - \xi(t_0) \quad (70)$$

$$\xi(t) = 0,68 (0,996^t)t^{0,32} \text{ para } t \leq 70 \text{ meses} \quad (71)$$

$$\xi(t) = 2 \text{ para } t > 70 \text{ meses} \quad (72)$$

#### 2.5.4.2 Método bilinear do CEB

O método bilinear do CEB é baseado no modelo de Ghali e Favre (1986) e consiste na obtenção de uma curvatura média, cujo valor é uma ponderação entre as curvaturas dos Estádios I e II puro. Dessa forma, a flecha estimada é um valor intermediário entre a flecha no estágio I ( $W_1$ ) e o estágio II ( $W_2$ ), ponderado por um coeficiente de distribuição ( $\zeta$ ) que considera a colaboração do concreto entre as fissuras:

$$W = (1 - \zeta)W_1 + \zeta.W_2 \quad (73)$$

Quando o momento atuante é menor que o momento de fissuração, o coeficiente de distribuição ( $\zeta$ ) é considerado igual a 0, caso contrário deve ser calculado conforme a Equação 74.

$$\zeta = 1 - \beta_1\beta_2 \frac{M_r}{M_a} \quad (74)$$

Onde o  $M_r$  é calculado conforme a Equação 75:

$$M_r = \frac{f_{ct}I_c}{y_t} \quad (75)$$

$\beta_1$  é o coeficiente que caracteriza a qualidade de aderência das barras de aço, calculado conforme a Equação 72.



$\beta_2$  é o coeficiente que representa a influência da duração da aplicação ou da repetição dos carregamentos, sendo 1 para o primeiro carregamento e 0,5 para cargas de longa duração.

$$\beta_1 = \frac{1}{2,5k_1} \quad (76)$$

Onde  $k_1$  é adotado como 0,4 para barras de alta aderência ou 0,8 para barras lisas.

#### 2.5.4.3 Fórmula prática do CEB–FIP (1990)

O CEB–FIP (1990) recomenda a utilização de uma fórmula prática para o cálculo de flechas de elementos fletidos sob cargas de serviços. Primeiramente, calcula-se a flecha elástica ( $W_0$ ), considerando a rigidez  $E_{cs}I_c$  da seção de concreto simples.

Logo, a flecha  $W$ , incluindo efeitos da fluência e da fissuração do concreto é obtida através da Equação 77.

$$W = \left(\frac{h}{d}\right)^3 \eta(1 - 20\rho_{cm})W_0 \quad (77)$$

onde:

$h$  é a altura da seção transversal da peça;

$d$  é a altura útil da seção;

$\rho_{cm}$  é a taxa média de armadura comprimida.

#### 2.5.4.3 Método do ACI 318 (2019)

Na última atualização da norma americana para projeto de estruturas de concreto, foi introduzido o método de Bishoff (2005) para os deslocamentos, em substituição ao método do Branson. O método consiste em calcular um momento de inércia efetivo ( $I_e$ ). Além disso, o momento de fissuração ( $M_{cr}$ ), é multiplicado por dois terços de forma a considerar uma redução no momento de fissuração para considerar a redução na resistência à tração do concreto durante a construção.

Logo, quando o  $M_a \leq 2/3 M_{cr}$ , a  $I_e$  é igual a inércia bruta ( $I_c$ ).

No entanto, quando o  $M_a > 2/3 M_{cr}$ , a  $I_e$  é calculada pela Equação 78.

$$I_e = \frac{I_{II}}{1 - \left( \frac{\left( \frac{2}{3} \right) M_{cr}}{M_a} \right) \left( 1 - \frac{I_{II}}{I_g} \right)} \quad (78)$$

Onde, pela ACI 318 (2019), o  $M_{cr}$  é calculado conforme a Equação 79:

$$M_{cr} = \frac{f_r I_g}{y_t} \quad (79)$$

Sendo  $F_r$ , o módulo de ruptura do concreto, o qual é calculado pela Equação 80.

$$f_r = 0,62 \sqrt{f'_c} \quad (80)$$

onde o  $f'_c$  é expresso em MPa, e a equação é válida para concretos de densidade normal.

Cabe salientar que o momento de fissuração mais baixo de 2/3, leva em conta as tensões de tração que se desenvolvem no concreto da restrição à retração, dessa forma.

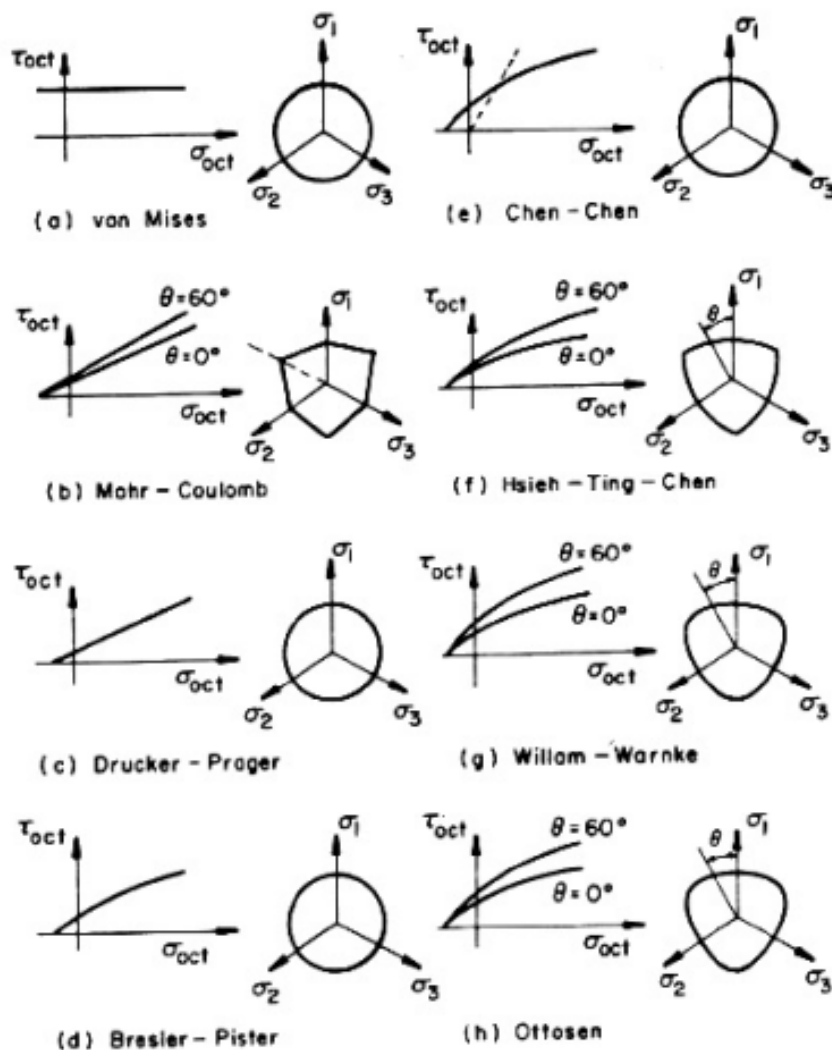
## 2.5 CRITÉRIOS DE FALHA DOS MATERIAIS

Em relação a estruturas, a falha de um material pode ser considerada o momento no qual a estrutura é incapaz de funcionar da maneira a qual foi projetada. Usualmente os materiais dúcteis chegam à falha quando ocorre o escoamento do material, enquanto os materiais frágeis atingem a falha quando há a ruptura.

Para os materiais dúcteis, tal como o aço, os critérios mais utilizados são o critério de Tresca e o critério de von Mises.

Enquanto que para o concreto, diversos critérios de ruptura têm sido propostos ao longo dos anos. Chen e Han (1988) apresentam alguns desses critérios de acordo com o número de constantes do material. A Figura 17 mostra alguns dos principais modelos existentes.

Figura 17 – Critérios de ruptura para o concreto



Fonte: Chen e Han (1988)

De acordo com Chen e Han (1988), os modelos de quatro parâmetros de Ottosen e Hsieh-Ting-Chen, assim como o modelo de cinco parâmetros de Willam-Warnke, são os modelos mais refinados para simular o comportamento do concreto, visto que eles reproduzem as características importantes da superfície triaxial de ruptura do concreto.

### 2.4.5 Critério de von Mises

O critério de von Mises, também chamado de critério da máxima energia de distorção, consiste na determinação da energia de distorção de um material relacionado as variações na sua forma.

Usando esse critério, um elemento estrutural está em segurança desde que a energia de distorção por unidade de volume ( $u_d$ ) no material seja menor que a energia de distorção por unidade de volume para provocar o escoamento ( $u_{d,y}$ ) em um corpo de prova submetido a um ensaio de tração (BEER *et al.*, 2011). Segundo Hibbeler (2010), a energia de distorção por unidade de volume de um material, é dada por:

$$u_d = \frac{1 + \nu}{6E} [(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2] \quad (81)$$

Para um corpo de prova que escoar em um ensaio de tração, as tensões principais são:  $\sigma_1 = \sigma_y$ ;  $\sigma_2 = \sigma_3 = 0$ . Logo, a energia de distorção por unidade de volume de um material que escoar ( $u_d$ )<sub>y</sub> é dada pela Equação xx.

$$(u_d)_y = \frac{1 + \nu}{3E} \sigma_y^2 \quad (82)$$

Para que um elemento estrutural esteja em segurança,  $u_d$  deve ser menor que ( $u_d$ )<sub>y</sub>. Logo:

$$\frac{1 + \nu}{6E} [(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2] < \frac{1 + \nu}{3E} \sigma_y^2 \quad (83)$$

Simplificado fica:

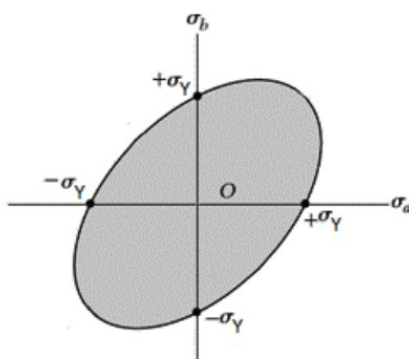
$$[(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2] < 2\sigma_y^2 \quad (84)$$

Como no estado plano de tensões, uma tensão principal é nula. Assumindo  $\sigma_a$  e  $\sigma_b$  as tensões principais não nulas, chega-se à Equação 85

$$(\sigma_a^2 - \sigma_a\sigma_b + \sigma_b^2) < \sigma_y^2 \quad (85)$$

Essa representa uma curva elíptica (Figura 18), na qual os pontos situados dentro da área da elipse indicam que o componente estrutural está em segurança e os pontos situados fora indicam que o componente poderá falhar.

Figura 18 – Elipse de von Mises

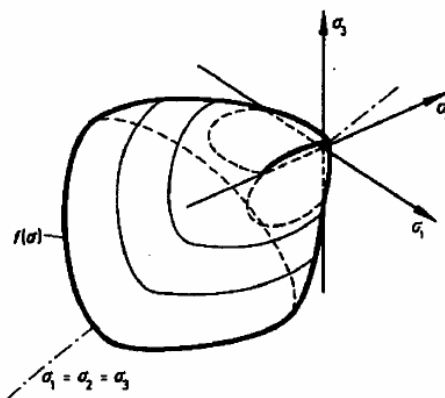


Fonte: adaptado de Beer et al. (2011)

### 2.4.5 Teoria de Willam e Warnke

Willam e Warnke (1974) desenvolveram um critério de ruptura do concreto no estado multiaxial de tensões. A superfície de ruptura no espaço de tensões principais por ser visualizada na Figura 19, onde os componentes de tensão, representam as tensões principais.

Figura 19 – Superfície de ruptura do concreto simples no estado triaxial de tensões



Fonte: Willam e Warnke (1974).

O critério de ruptura do concreto no estado multiaxial de tensões proposto por Willam e Warnke (1974) é expresso pela Equação 86. Se essa expressão for satisfeita, ocorrerá esmagamento ou fissura do concreto.

$$\frac{F}{f_c} - S \geq 0 \quad (86)$$

onde:

F é a função do estado de tensões principais;

S é a superfície de ruptura expressa nos termos das tensões principais e dos cinco parâmetros e o estado de tensões hidrostático.

Contudo, quando a condição expressa na Equação 86 for atendida, o material vai trincar se qualquer tensão principal atuar sob tração, enquanto que o esmagamento ocorre se todas as tensões principais forem de compressão.

Para definir a superfície de falha, são necessários cinco parâmetros, assim como o estado de tensão no ambiente hidrostático:

$f_t$  é a tensão limite à tração;

$f_c$  é a tensão limite uniaxial à compressão;

$f_{cb}$  é a tensão limite biaxial à compressão;

$\sigma_h^a$  representa o estado de tensões hidrostático;

$f_1$  é a tensão limite biaxial à compressão no estado de tensões hidrostático ( $f_1$ );

$f_2$  é a tensão limite uniaxial à compressão no estado de tensões hidrostático ( $f_2$ ).

Porém, a falha pode ser obtida com apenas dois parâmetros,  $f_t$  e  $f_c$ , sendo as outras três calculadas conforme Willam e Warnke (1974) através das equações 87, 88 e 89.

$$f_{cb} = 1,2f_c \quad (87)$$

$$f_1 = 1,45f_c \quad (88)$$

$$f_2 = 1,725f_c \quad (89)$$

Porém, esses valores são válidos quando:

$$|\sigma_h| \leq \sqrt{3} f_c \quad (90)$$

Onde:

$$\sigma_h = \frac{1}{3}(\sigma_{xp} + \sigma_{yp} + \sigma_{zp}) \quad (91)$$

Quando a condição da Equação 90 não é satisfeita, isso é, há uma componente de tensão hidrostática grande, os cinco parâmetros devem ser especificados. Assim como a função F, a superfície de falha S são expressas em termos as tensões principais denotadas como  $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$  onde:

$$\sigma_1 = \max(\sigma_{xp} + \sigma_{yp} + \sigma_{zp}) \quad (92)$$

$$\sigma_3 = \min(\sigma_{xp} + \sigma_{yp} + \sigma_{zp}) \quad (93)$$

e  $\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \sigma_3$

A fratura do concreto é classificada em quatro domínios.

$0 \geq \sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \sigma_3$  (compressão – compressão – compressão)

$\sigma_1 \geq 0 \geq \sigma_2 \geq \sigma_3$  (tração – compressão – compressão)

$\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq 0 \geq \sigma_3$  (tração – tração – compressão)

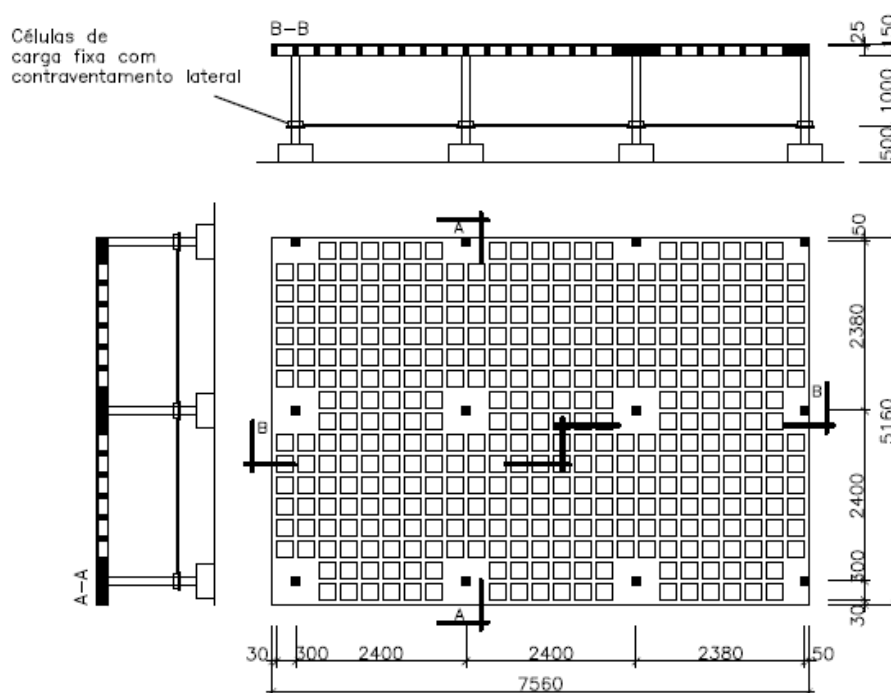
$\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \sigma_3 \geq 0$  (tração – tração – tração)

## 2.6 PESQUISAS

A seguir, são apresentados diversos estudos numéricos, assim como experimentais do comportamento à flexão de lajes nervuradas de concreto armado, através dos quais serão escolhidos alguns para a realização das análises teóricas e numéricas.

Ajdukiewicz e Kliszczewicz (1986) apresentaram um estudo experimental em modelo reduzido de uma laje nervurada apoiada em doze colunas com ábacos conforme mostra a Figura 20.

Figura 20 – Geometria da laje ensaiada por Ajdukiewicz e Kliszczewicz



Fonte: adaptado de Ajdukiewicz e Kliszczewicz (1986) pelo autor.

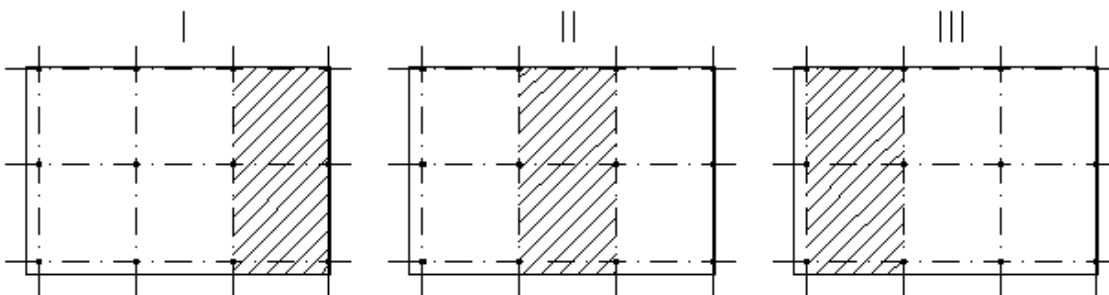
O teste realizado pelos autores foi dividido em três etapas, sendo a primeira na fase elástica, na qual o modelo foi carregado várias vezes da seguinte forma:

- Carregamento uniformemente distribuído sobre toda a superfície;

- b) Carregamento uniformemente distribuído em faixas;
- c) Carregamento linear sobre as bordas;
- d) Deslocamento vertical dos apoios, de forma sucessiva.

Na segunda etapa investigou-se através do carregamento de quatro painéis adjacentes o nível de carga no qual apresentou-se o início de fissuras nos vãos e próximo aos apoios. Na última etapa investigou-se o modelo de fissuras para determinar o mecanismo de falha da estrutura. O carregamento foi realizado em três faixas separadamente, em sucessão, conforme é mostrado na Figura 21.

Figura 21 – Faixas de carregamento da última etapa dos ensaios



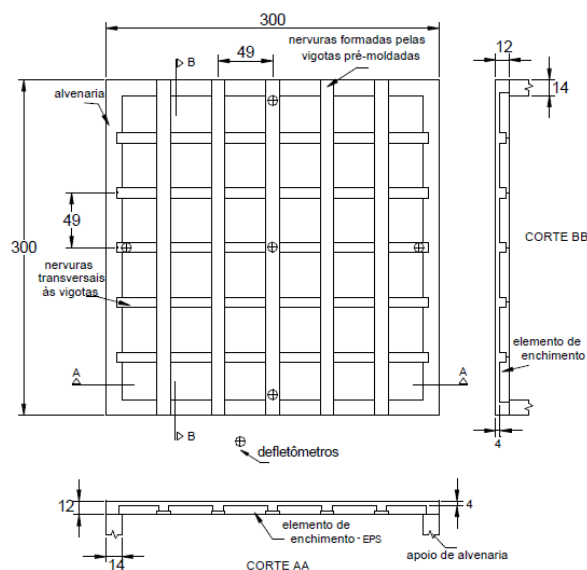
Fonte: adaptado de Ajdukiewicz e Kliszczewicz (1986) pelo autor.

Segundo Ajdukiewicz e Kliszczewicz (1986), o experimento ressaltou as vantagens no uso desse sistema, tais quais a distribuição de momentos, assim como o padrão de fissuração e deformação quando a laje é sobrecarregada. Além disso, também se verificou que a teoria das linhas de ruptura não é um método adequado para este tipo de estrutura pois superestima a resistência última da mesma.

Droppa Jr. (1999) ensaiou uma laje bidirecional formada por vigotas treliçadas com peso próprio igual a  $1,60 \text{ kN/m}^2$ , com as dimensões mostradas nas Figuras 22 e 23. O ensaio consistiu na leitura de deflectômetros a cada  $0,5 \text{ kN/m}^2$  de carregamento e foi realizado em duas etapas, sendo que na primeira a laje foi carregada até a sobrecarga de projeto de  $3 \text{ kN/m}^2$  e mantida por 24 horas com este carregamento e depois foi realizado o descarregamento. Na segunda etapa a laje foi carregada até  $6 \text{ kN/m}^2$  com leituras durante o carregamento e descarregamento.

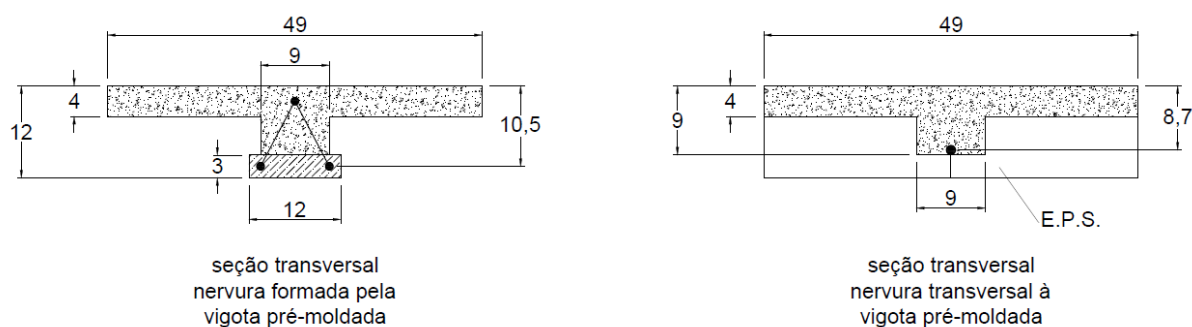


Figura 22 – Geometria da laje ensaiada por Droppa Jr.



Fonte: Droppa Jr. (1999).

Figura 23 – Seções transversais da laje ensaiada por Droppa Jr.

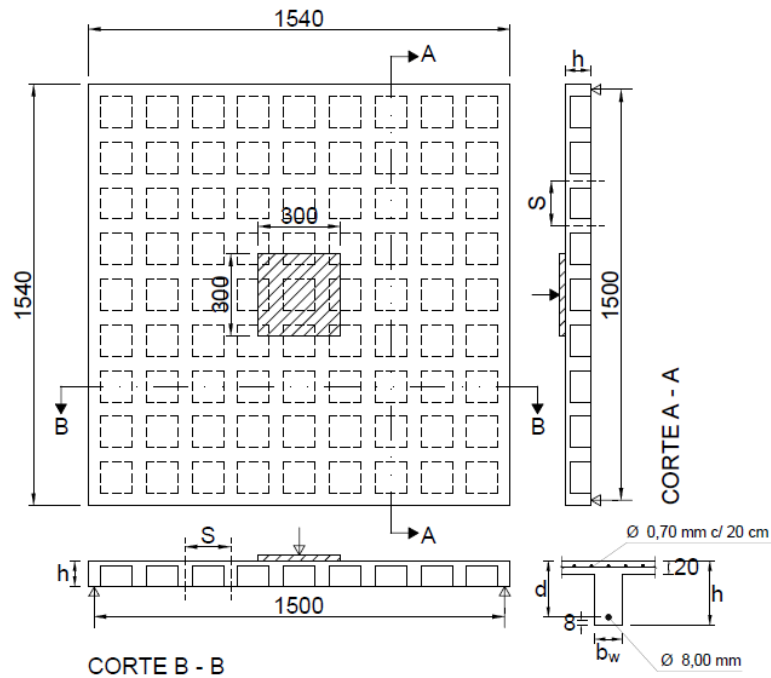


Fonte: adaptado de Droppa Jr. (1999) pelo autor.

Droppa Jr. (1999) concluiu que há grande influência da rigidez à torção nos valores de deslocamentos e que a não consideração dessa característica subestima a capacidade resistente da laje, tanto em relação aos deslocamentos quanto aos esforços solicitantes.

Abdul-Wahab e Khalil (2000) ensaiaram oito lajes quadradas em escala 1:4, com 1540 mm de lado, alturas variáveis e submetidas a um carregamento centrado numa placa quadrada de 30 cm de lado, conforme é mostrado na Figura 24.

Figura 24 – Detalhes das lajes ensaiadas por Abdul-Wahab e Khalil (2000)



Fonte: Adaptado de Abdul-Wahab e Khalil (2000) pelo autor.

Além disso, das oito lajes ensaiadas, seis eram nervuradas, de S1 a S6, e duas maciças, S7 e S8. A principal laje do estudo foi a S2, sendo que nas outras lajes nervuradas variou-se o espaçamento entre as nervuras, a larguras dessas, bem como a altura das lajes. A laje maciça S7 possui altura equivalente a S2 enquanto a S8 possui altura igual a S2. As características das lajes são mostradas na Quadro 1.

Laje	Vazios	S (mm)	Mesa (mm)	$b_w$ (mm)	h (mm)
S1	11 x 11	136	20	52	95
S2	9 x 9	167	20	52	95
S3	7 x 7	214	20	52	95
S4	5 x 5	300	20	52	95
S5	9 x 9	167	20	52	125
S6	9 x 9	167	20	57	65
S7	Maciça	—	—	—	75
S8	Maciça	—	—	—	95

Quadro 1 – Características das lajes ensaiadas por Abdul-Wahab e Khalil

Fonte: adaptado de Abdul-Wahab e Khalil (2000) pelo autor.

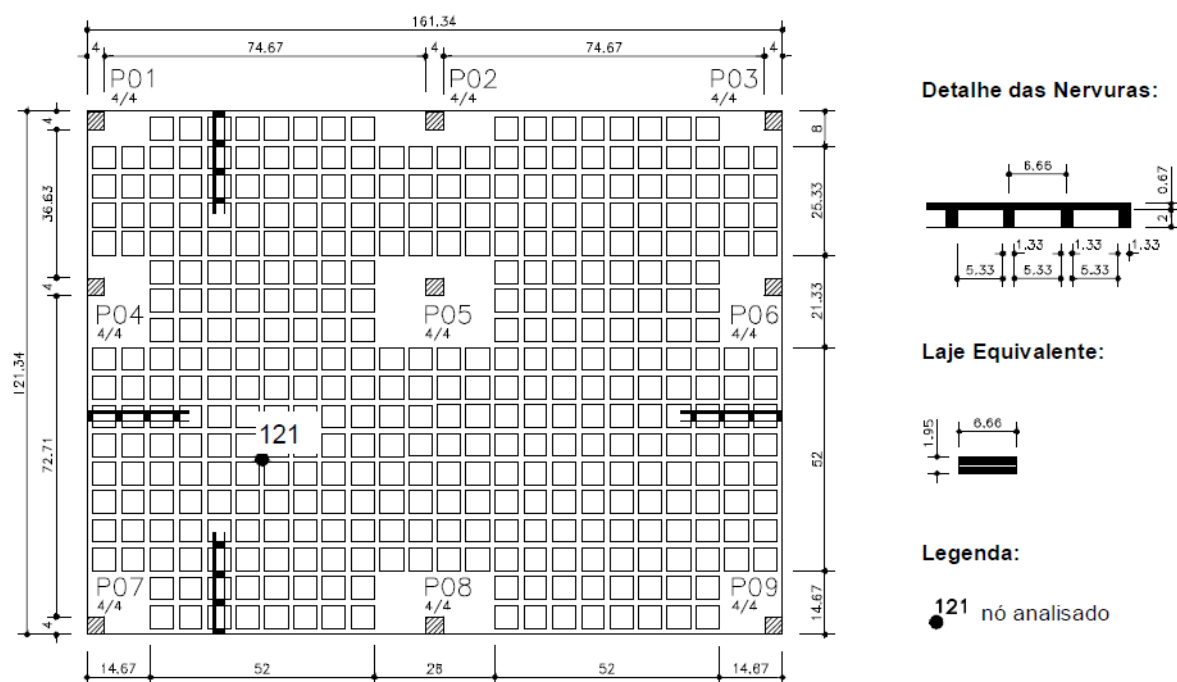
Além do estudo experimental, os autores apresentam um estudo teórico, por analogia de placa, no qual a rigidez muda do concreto não fissurado para o fissurado, e compararam os resultados experimentais com o método da espessura equivalente, o método do módulo de elasticidade efetivo e com o método exato, no qual é considerado a rigidez à torção.

Segundo os autores, os métodos para o cálculo da exata rigidez à torção, apesar de serem complicados, proporcionam boas predições do comportamento em relação aos testes. Contudo, não considerar a rigidez à torção tanto em lajes nervuradas como em lajes maciças subestimam a capacidade dessas, proporcionando resultados conservadores, assim como considerar toda a rigidez em lajes nervuradas superestima a rigidez dessas na fase elástica.

Ademais, segundo Abdul-Wahab e Khalil (2000), o método da espessura equivalente superestima a rigidez à torção na fase elástica não fissurada e principalmente na fase elástica fissurada. Os autores recomendam utilizar na fase elástica fissurada uma redução de 25 % da rigidez na fase elástica.

Oliveira et al (2000) realizaram uma análise elástica linear (em modelos de grelha e de laje equivalente) e não linear de uma laje nervurada em escala 1:1,75 ensaiada por Klein e Selistre em 1997, cuja geometria é mostrada na Figura 25.

Figura 25 – Geometria da laje ensaiada por Klein e Selistre em 1997



Fonte: Oliveira et al (2000).

O pavimento em laje nervurada foi submetido a um carregamento uniformemente distribuído de até  $7,5 \text{ kN/m}^2$  (incluindo o peso próprio) aplicado em 5 incrementos, sendo o primeiro correspondente a  $1/3$  da carga total e os demais de  $1/6$  cada um. Ademais, todas as análises realizadas por Oliveira et al (2000) foram no nó 121 do pavimento.

Na análise linear através do modelo de grelha, as nervuras foram substituídas por elementos de barra e os capiteis por elementos de placa, além disso, também foram consideradas duas hipóteses para a rigidez à torção: considerando toda a rigidez à torção dos elementos estruturais calculada no Estádio I; considerando apenas 1% da rigidez à torção calculada no Estádio I. Na análise linear através da laje equivalente, os autores determinaram a espessura do elemento de placa através da equivalência de rigidez à flexão das nervuras. Além disso, foi considerada duas hipóteses para a rigidez à torção, da mesma forma que o modelo de grelha.

Nas análises não lineares do pavimento foram utilizados os seguintes modelos:

a) modelo pela formulação empírica proposta por Branson: considera-se uma redução progressiva do momento de inércia médio de acordo com o valor do momento fletor atuante. Esse modelo é implementado na teoria de grelhas, onde o momento fletor atuante nos dois nós de cada elemento de barra é comparado ao respectivo momento de fissuração, o qual quando superado, impõe uma correção ao momento de inércia do elemento;

b) modelo não linear simplificado: proposto por Oliveira em 1997, no qual adota-se uma relação constitutiva entre o momento fletor e a curvatura trilinear para o concreto através dos limites dos Estádios I, II e III para a caracterização dos patamares de rigidez e parâmetros de encruamento da seção transversal do concreto armado. Na laje adota-se o critério de escoamento de von Mises bidimensional e um critério uniaxial para os elementos de barra. Os autores consideraram as nervuras e a largura colaborante da mesa como elementos de barra e os capiteis como elemento de placa.

Oliveira et al (2000) concluíram que os deslocamentos obtidos através dos modelos não lineares ficaram mais próximos dos resultados do ensaio do que os obtidos pelos modelos lineares. Além disso, apesar dos modelos não lineares utilizados apresentarem resultados suficientemente precisos em condições de serviço, os mesmos não são capazes de exprimir com fidelidade o comportamento do pavimento próximo à ruptura.

Selistre (2000) realizou um estudo teórico experimental de um pavimento com lajes nervuradas bidirecionais, em modelo reduzido, na escala 1:7,5, construída em microconcreto armado. O pavimento foi apoiado em seis pilares metálicos e o carregamento aplicado (de até 8,00 kN/m<sup>2</sup>) foi de curta duração na primeira etapa e de longa duração na segunda. A análise numérica realizada pelo autor constitui em um modelo em elementos finitos de placas com seção retangular de inércia equivalente a nervurada através do software SAP90 e através do modelo de uma grelha de vigas “T” através do *software* GRELHA–TQS.

Através dos resultados, Selistre (2000) concluiu que o método de cálculo que melhor simulou o comportamento da estrutura na fase elástica–linear foi o de elementos finitos de placas e à medida que houve a evolução das fissuras da laje o comportamento se aproximou do modelo de grelha, contudo, nos últimos estágios de carga nenhum dos dois métodos numéricos conseguiu reproduzir o comportamento da estrutura.

Silva Filho (2002) ensaiou cinco lajes nervuradas unidirecionais compostas de vigotas de concreto armado e tabelas cerâmicas solidarizadas por uma capa de concreto submetidas a um carregamento distribuído. As características das lajes são mostradas no Quadro 2.

Laje	LC3A	LC4A	LC5A	LT5A	LC3B
Vão livre (m)	2,80	3,80	4,80	4,80	2,80
Largura (cm)	2,06	1,83	1,92	1,88	2,07
b <sub>f</sub> (cm)	33	34	36	44	33
b <sub>w</sub> (cm)	4	5	7	9	4
h (cm)	12	12	12	16	12
h <sub>f</sub> (cm)	4	4	4	4	4
A <sub>s</sub>	2 Φ 5 mm	2 Φ 6 mm	3 Φ 6 mm	2 Φ 5 mm + 2 Φ 6 mm	2 Φ 5 mm
A <sub>s, dist</sub>	Φ 4,2 c/ 20	Φ 4,2 c/ 20	Φ 4,2 c/ 20	Φ 4,2 c/ 20	Φ 4,2 c/ 20

Quadro 2 – Características das lajes ensaiadas por Silva Filho (2002)

Fonte: Silva Filho et al (2002).

Silva Filho (2002) observou que houve uma grande diferença na comparação dos resultados experimentais em relação aos obtidos teoricamente pelo modelo de cálculo da normalização brasileira.

O autor também realizou análise numéricas através de modelos não lineares, contudo, segundo o autor, os resultados obtidos não foram os esperados, visto que, em geral, houve diferenças entre o comportamento numérico e experimental.

Araújo (2003) apresentou um modelo não-linear para a análise de lajes de concreto armado considerando a não-linearidade física do concreto, assim como a colaboração do concreto tracionado entre fissuras e comparou a utilização desse método com ensaios de seis lajes maciças e as seis lajes nervuradas ensaiadas por Abdul-Wahab e Khalil (2000). O autor utilizou o método laminar, o qual divide a laje em diversas camadas de pequena espessura, para a análise das lajes nervuradas utilizando-se de propriedades equivalentes do concreto de forma a considerar o vazio entre as nervuras ou a contribuição do material de enchimento. A análise estrutural foi realizada utilizando-se o método dos elementos finitos e um algoritmo iterativo foi empregado para a solução do sistema de equações. Os resultados mostraram uma boa concordância entre as respostas teóricas e os resultados experimentais.

Dias (2003), através do software ANSYS 5.5, estudou a excentricidade entre os eixos das nervuras e o plano médio da capa em lajes nervuradas, bem como os efeitos nas solicitações dos enrijecedores. O autor aplicou na sua pesquisa os seguintes modelos:

a) Modelo 01: as nervuras são discretizadas com seção retangular concretica ao plano médio da placa, utilizando-se o elemento BEAM4, o qual possui seis graus de liberdade por nó. A laje é discretizada pelo elemento de casca SHELL63, o qual possui quatro nós, sendo seis graus de liberdade por nó;

b) Modelo 02: as nervuras são discretizadas com seção retangular concretica ao plano médio da placa, utilizando-se o elemento BEAM4, o qual possui seis graus de liberdade por nó, contudo, nesse modelo supõe a excentricidade existente entre a nervura e o plano médio da placa através da consideração da altura da viga até a face superior da placa. A laje é discretizada pelo elemento de casca SHELL63, o qual possui quatro nós, sendo seis graus de liberdade por nó;

c) Modelo 03: as nervuras são discretizadas com seção retangular concretica ao plano médio da placa, utilizando-se o elemento BEAM4, o qual possui seis graus de liberdade por nó, contudo, nesse modelo supõe a excentricidade existente entre a

nervura e o plano médio da placa através da consideração da altura da viga até a face inferior da placa. A laje é discretizada pelo elemento de casca SHELL63, o qual possui quatro nós, sendo seis graus de liberdade por nó;

d) Modelo 04: as nervuras, bem como as lajes são discretizadas pelo elemento de casca SHELL63, o qual possui quatro nós, sendo seis graus de liberdade por nó;

e) Modelo 05: as nervuras são discretizadas com o elemento BEAM4 com seção transversal tipo “T”, considerando-se a colaboração da laje na rigidez das vigas, aplicado de forma concentrica ao plano médio da placa. A laje é discretizada pelo elemento de casca SHELL63, o qual possui quatro nós, sendo seis graus de liberdade por nó;

f) Modelo 06: modelo onde a laje nervurada é representado pela grelha de nervuras discretizadas pelo elemento BEAM4 com seção transversal “T”, considerando-se a colaboração da laje na rigidez das vigas;

g) Modelo 07: a laje nervurada é transformada em uma laje maciça com espessura equivalente em inércia à flexão. A laje é discretizada pelo elemento de casca SHELL63, o qual possui quatro nós, sendo seis graus de liberdade por nó;

h) Modelo 08: a laje nervurada é transformada em uma laje maciça com espessura equivalente em inércia à flexão, a qual tem sua espessura diminuída em 20%, conforme proposta de Abdul-Wahab e Khalil (2000). A laje é discretizada pelo elemento de casca SHELL63, o qual possui quatro nós, sendo seis graus de liberdade por nó.

Dias (2003) concluiu que sempre é necessário ao modelar lajes nervuradas considerar a exentricidade, seja por modelos realistas ou por modelos simplificados. Além disso, segundo o autor, quando se trabalha com modelos tridimensionais deve-se verificar as peças quanto aos esforços de flexo compressão ou flexo-tração.

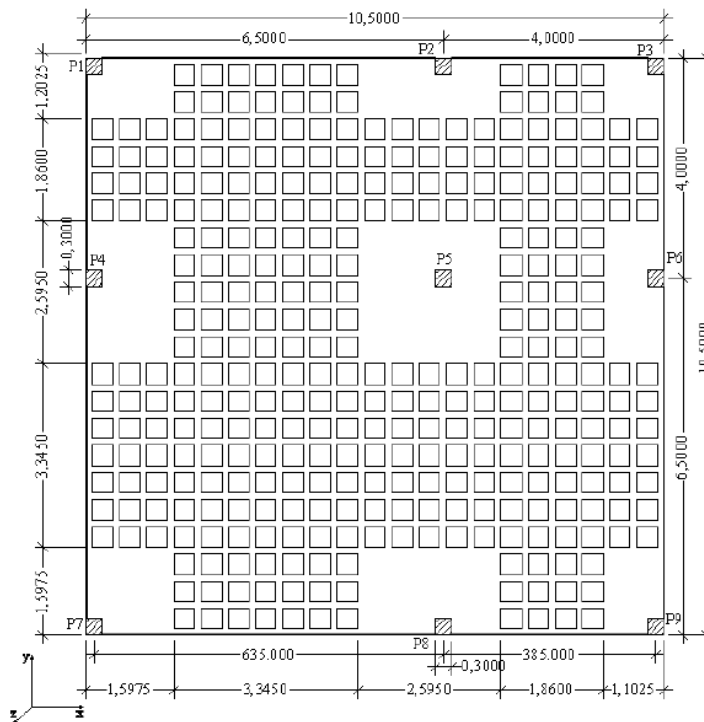
Borowski (2005) realizou análises dos deslocamentos verticais de uma das lajes nervuradas ensaiada por Silva Filho (2002) e a laje ensaiada por Selistre (2000). O autor concluiu que a simplificação de lajes nervuradas em lajes maciças não é adequada para simulações numéricas plásticas e que as recomendações da normalização brasileira para as características do concreto e do aço apresentam valores conservadores.

Dutra (2005) confeccionou três modelos iguais de lajes cogumelo nervuradas, em escala reduzida, com geometria conforme mostra as Figuras 26 e 27, no intuito de

coletar deformações e flechas até a carga de  $5 \text{ kN/m}^2$  à qual a laje foi projetada. No entanto, as lajes 01 e 02 foram submetidas até um carga de  $11 \text{ kN/m}^2$  e a laje 3 até  $13 \text{ kN/m}^2$ , sendo que com estes carregamentos, nenhuma laje chegou à ruptura.

Dessa forma, o autor realizou um ensaio complementar, levando a laje 02 ao carregamento de  $22 \text{ kN/m}^2$ , onde verificou-se o aparecimento de fissuras que indicavam o rompimento à flexão no vão maior da estrutura. O autor também realizou a análise numérica através do método dos pórticos equivalentes, pelo software CYPECAD e por meio do método dos elementos finitos utilizando dois modelos através do software ANSYS. O primeiro modelo considerou os pilares através do deslocamento impedido na direção “z” ( $U_z$ ) na região dos mesmos, enquanto no segundo os pilares foram discretizados utilizando o elemento tridimensional SOLID45. Em ambos os modelos foi utilizado o elemento SHELL63, sendo utilizado nas áreas das nervuras a espessura equivalente calculada pela equivalência de momento de inércia.

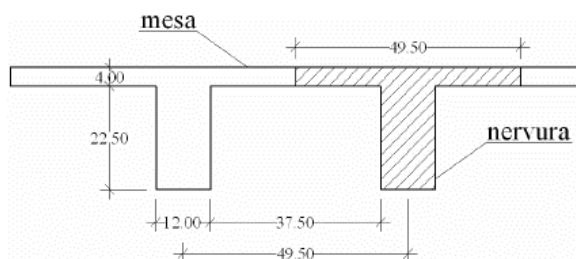
Figura 26 – Vista em planta da laje (unidades em metros)



Fonte: Dutra (2005).



Figura 27 – Seção transversal da laje (unidades em centímetros)



Fonte: Dutra (2005).

Dutra (2005) concluiu que o método dos pórticos equivalentes apresentou muitas discrepâncias para o caso analisado, bem como o uso do método dos elementos finitos pelo CYPECAD e ANSYS não conseguiram satisfazer satisfatoriamente os resultados reais da estrutura. O autor ainda ressalta que o método de cálculo que mais se aproximou dos resultados reais foi o modelo 02, simulado pelo método dos elementos finitos com o software ANSYS, onde considerou-se os pilares e a estrutura como um conjunto.

Schwetz (2005) apresenta um modelo reduzido de laje nervurada construído em escala 1:7,5, utilizando microconcreto e arame galvanizado, submetida a carregamentos lineares e uniformemente distribuído. A autora confrontou os resultados experimentais com a análise matricial de grelhas através do Sistema Computacional TQS e concluiu que o modelo experimental apresentou um comportamento mais rígido que o teórico.

Donin (2007) simulou quatro lajes nervuradas (S1 a S4) ensaiadas por Abdul-Wahab e Khalil (2000) por um modelo tridimensional empregando o elemento SOLID45, o qual possui oito nós, com três graus de liberdade em cada nó e translações nodais nas direções x, y e z, bem como dois modelos bidimensionais com o elemento de casca SHELL63, considerando o método de cálculo da altura equivalente em função da equivalência de momento de inércia no primeiro modelo e considerando o método de cálculo da altura equivalente em função da rigidez média da laje no segundo modelo. O autor concluiu que a utilização de elementos finitos tridimensionais apresenta resultados mais confiáveis no cálculo de lajes nervuradas do que os métodos de modelagem por meio de seção equivalente e por elementos de placa.

Além disso, Donin (2007) também simulou as lajes cogumelo nervuradas experimentadas por Dutra (2005), utilizando três modelos em elementos finitos

bidimensionais (MEF-01, MEF-02 e MEF-03) e dois tridimensionais (MEF-04 e MEF-05). Nos modelos bidimensionais os pilares foram discretizados com o elemento SOLID45 e a laje com o elemento de casca SHELL63, onde a altura nas regiões das nervuras foram calculadas através do método da equivalência de momento de inércia nos dois primeiros modelos enquanto no terceiro foi calculada pelo método da rigidez média. Nos modelos tridimensionais tanto a laje bem como os pilares foram discretizados com o elemento SOLID45. A principal diferença dos modelos encontra-se no módulo de deformação longitudinal secante, o qual foi utilizado o obtido nos ensaios do microconcreto para os modelos MEF-01 e MEF-04 enquanto nos modelos MEF-02, MEF-03 e MEF-05 foi utilizado o calculado de acordo com CEB-FIP 90.

Através da análise dos resultados, Donin (2007) concluiu que os modelos em elementos finitos tridimensionais propostos apresentam ganhos pouco significativos na determinação dos deslocamentos, contudo, em relação aos momentos fletores, esses modelos mostraram-se muito superiores aos modelos bidimensionais e de pórticos equivalentes. Além disso, o método da rigidez média não apresenta melhora significativa no cálculo de deslocamentos das lajes cogumelo nervuradas em relação ao método da equivalência de momento de inércia.

Schwetz (2011) instrumentou três lajes nervuradas em escala natural e um modelo reduzido de microconcreto armado na escala 1:7,5. Além disso, a autora realizou análises lineares e não lineares através do Sistema Computacional TQS e o software SAP2000 concluindo que o comportamento numérico foi semelhante ao experimental.

Cunha (2012) realizou um estudo teórico-experimental, no qual ensaiou uma laje nervurada quadrada de três metros de lado e sua laje maciça equivalente. Além disso, o autor comparou os resultados experimentais com resultados os teóricos e concluiu que os processos simplificados podem ser aplicados na análise de lajes nervuradas.

Recalde (2014) realizou a análise numérica à flexão das lajes S2, S5 e S6 ensaiadas por Abdul-Wahab e Khalil (2000), da laje ensaiada por Borges, em 2009, bem como as lajes nervuradas em escala real instrumentadas por Schwetz (2011). O autor considerou a não linearidade através do uso de propriedades mecânicas do aço e do concreto em compressão com o uso de modelos constitutivos realísticos e um modelo constitutivo de fissuração distribuída proposto por D'Avilla (2003) para o concreto em tração.

Recalde (2014) concluiu que o modelo numérico proposto possui um bom desempenho, além de ter a vantagem de permitir o uso de diferentes parâmetros para cada elemento de concreto, onde há diferenças na seção ou na taxa de armadura.

Bastos (2016), realizou um estudo teórico e experimental no seu trabalho de conclusão de curso, no qual ensaiou uma laje nervurada bidirecional em escala real toda apoiada sobre vigas de concreto armado. A laje de vão teórico de 1,99 metros, foi submetida a um carregamento distribuído e o autor controlou ao longo do carregamento os deslocamentos.

Bastos (2016) comparou os resultados experimentais com os resultados teóricos calculados pela NBR 6118 (2014) e concluiu que o processo de cálculo presente na norma é bastante conservador e a favor da segurança, o que segundo o autor, demonstra a necessidade de cálculos mais eficientes.

Massulo (2017) analisou os deslocamentos pelo método dos elementos finitos obtidos em quatro lajes nervuradas ensaiadas por Abdul-Wahab e Khalil (2000) e os obtidos na laje nervurada ensaiada por Bastos (2016). O autor realizou análises do tipo não linear, considerando a não linearidade dos materiais concreto e aço, associando ao aço o critério de Von Mises e ao concreto o critério de Willam e Warnke.

O modelo proposto por Massulo (2017) apresentou um comportamento similar ao experimental, além de mostrar ganhos significativos na determinação dos deslocamentos em relação ao método presente na NBR 6118 (2014).



### 3 METODOLOGIA

Foram realizadas análises teóricas e numéricas de lajes nervuradas de concreto armado de forma a comparar os resultados experimentais com os resultados obtidos com modelos teóricos e com os resultados numéricos.

As lajes escolhidas para as análises estão apresentadas no Quadro 3.

<b>Aplicação</b>	<b>Lajes</b>	<b>Tipo de laje</b>	<b>Tipo de carregamento</b>
Aplicação 01	Laje ensaiada por Bastos (2016)	Bidirecional	Distribuído
Aplicação 02	Laje ensaiada por Cunha (2012)	Bidirecional	Distribuído
Aplicação 03	5 lajes ensaiadas por Silva Filho (2002)	Unidirecional com elementos pré-moldados	Distribuído

Quadro 3 – Lajes a serem analisadas

Fonte: do autor.

Nas lajes apresentadas na tabela acima foram realizadas análise pelos seguintes modelos:

- Método simplificado da NBR 6118 (2014);
- Método bilinear do CEB;
- Método da ACI 318 (2019);
- Modelo linear pelo método dos elementos finitos (NBR 6118:2014);
- Modelo não linear pelo método dos elementos finitos.

O Método da fórmula prática do CEB–FIP (1990), não foi estudado nesse trabalho por incorporar em sua fórmula o efeito da fluência e retração, pois o objetivo desse estudo é somente a parcela de flecha imediata.

Além disso, no modelo do ACI 318 (2019), não foi considerado a redução na resistência à tração do concreto durante a construção, pois nas aplicações houve apenas a concretagem das lajes e não de todo o sistema estrutural

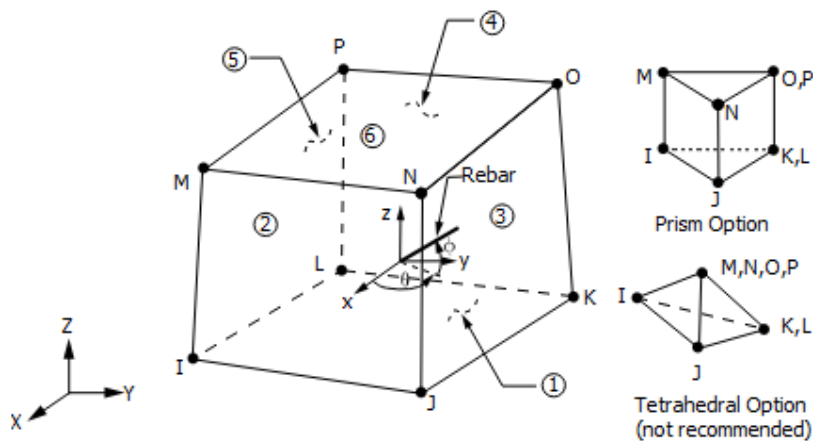
### 3.1 MODELOS EM ELEMENTOS FINITOS

As análises numéricas deste trabalho foram realizadas através do *software* ANSYS Academic R2021.1 por meio da interface gráfica do usuário ou GUI (*Graphical User Interface*). As análises pelo modelo linear utilizaram o módulo de elasticidade calculado conforme a NBR 6118 (2014) e o coeficiente de Poisson igual a 0,2. Enquanto no modelo não linear foi considerado a presença do aço, assim como a não linearidade do concreto. Em ambas as análises, foi utilizado o mesmo elemento.

#### 3.1.1 Características constitutivas

O elemento escolhido para a simulação das lajes foi o SOLID65, o qual possui oito nós liberdade, cada qual com 3 graus de liberdade: translação em x, y e z. Esse elemento é capaz de representar fissuras (em três direções), esmagamento do concreto, bem como deformação plástica e fluência. Os nós e a geometria são mostrados na Figura 28.

Figura 28 – Elemento Solid65



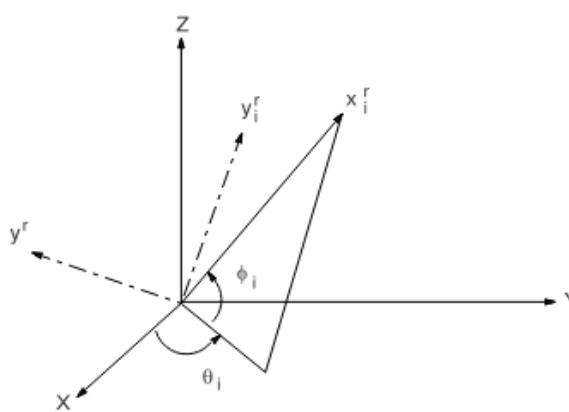
Fonte: ANSYS 16.1 *Reference Manual* (2015).

Quando o concreto fissura, a matriz de rigidez do elemento na direção normal à face da fissura é modificada. Além disso, um coeficiente de transmissão de força cortante é introduzido, o qual representa um fator de diminuição da resistência ao cisalhamento.

Contudo, se essa fissura fechar, então toda a tensão de compressão na face da mesma é transmitida através fissura e somente um coeficiente de diminuição da resistência ao cisalhamento de fissura fechada é introduzido.

Ademais, o SOLID65 permite a incorporação de barras de reforço de forma distribuída, orientadas pelos ângulos  $\theta$  e  $\phi$  (Figura 29), definidas pelo usuário, com capacidade de resistir apenas a esforços axiais e incorporar deformações plásticas e lentas.

Figura 29 – Orientação da armadura



Fonte: ANSYS 16.1 *Reference Manual* (2015).

### 3.1.1.1 Concreto

Para a modelagem no programa ANSYS foram associados o material do tipo isotrópico linear, no qual são definidos o coeficiente de Poisson, adotado como 0,2, bem como o módulo de elasticidade inicial.

Além disso, foi adicionado o modelo multilinear elástico (MELAS), no qual a informação de entrada é a curva de tensão, a qual será calculada conforme a NBR 6118 (2014) a cada 0,25%o acréscimo de deformação, sem o uso dos coeficientes de minoração de resistência do concreto.

Além disso, adicionará também o material *concrete* disponível no ANSYS, o qual é um modelo constitutivo para o concreto, proposto por Willam e Warnke (1974), o qual necessita para implementação no software a adição de nove constantes, conforme mostra a Quadro 4.

Constantes		Valor adotado
1	Coeficiente de transmissão de força cortante para fissuras abertas;	0,4
2	Coeficiente de transmissão de força cortante para fissuras fechadas;	1,0
3	Tensão limite à tração ( $f_t$ );	$f_{ct}$
4	Tensão limite uniaxial à compressão ( $f_c$ );	$f_{cm}$
5	Tensão limite biaxial à compressão ( $f_{cb}$ );	Equação 46
6	Estado de tensões hidrostático ( $\sigma_h^a$ );	Equação 49
7	Tensão limite biaxial à compressão no estado de tensões hidrostático ( $f_1$ );	Equação 47
8	Tensão limite uniaxial à compressão no estado de tensões hidrostático ( $f_2$ );	Equação 48
9	Perda de rigidez após a fissuração.	Desconsiderado

Quadro 4 – Constantes do material *concrete* no ANSYS

Fonte: do autor.

Os coeficientes de transmissão de força cortante para fissuras abertas e fissuras fechadas adotados, foram respectivamente de 0,4 e 1,0. Tais valores, se devem aos processos de transferência de força cortante existentes mesmo quando há fissuras, tais como o efeito de pino e o engrenamento dos agregados. Além disso, vai de encontro aos resultados encontrados por Luo (2008).

A tensão limite à tração adotada foi a resistência à tração direta, a qual será calculada para cada caso, conforme a NBR 6118 (2014), enquanto a tensão limite uniaxial à compressão foi utilizado a resistência média obtida nos ensaios dos corpos de prova de cada uma das aplicações. Quanto as outras constantes, foram calculadas automaticamente pelo software pelas equações expostas no capítulo 2.4.5.

Além disso, foi deixado em branco o coeficiente de perda de rigidez após a fissuração pois não será utilizada na programação do elemento SOLID65 essa simplificação, o qual tem função de ajudar na convergência.



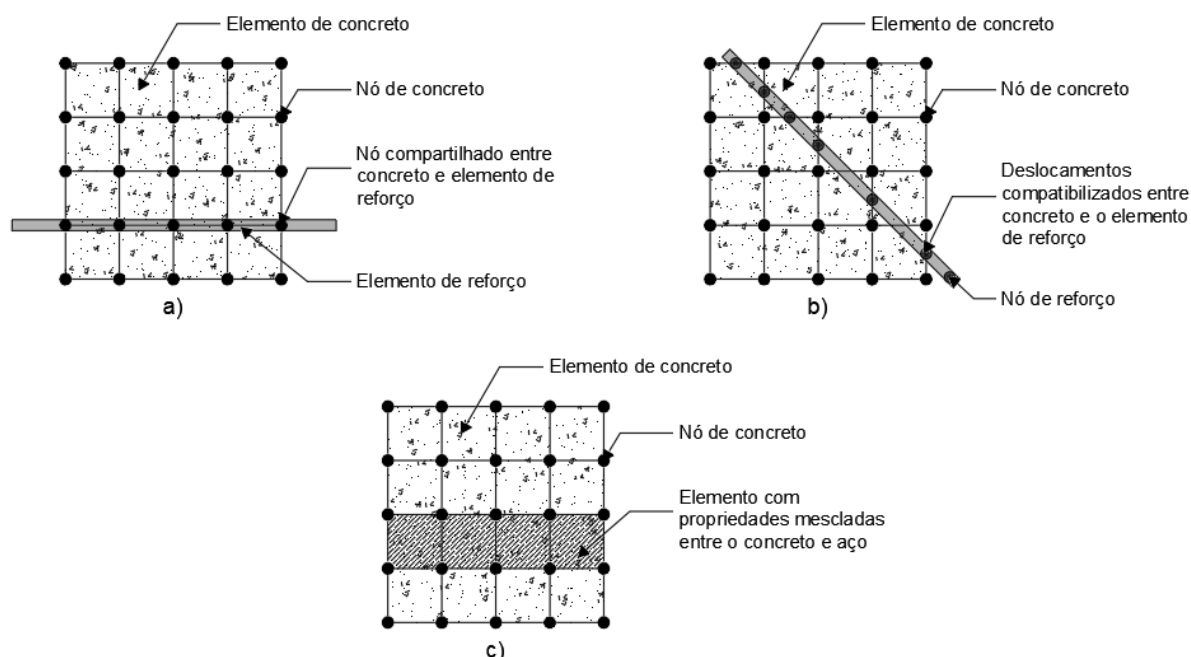
### 3.1.1.2 Aço

Para a modelagem do aço no programa ANSYS foram associados o material do tipo isotrópico linear, no qual é definido o coeficiente de Poisson, adotado como 0,3, e o módulo de elasticidade do aço, adotado como 210 GPa, conforme a NBR 6118 (2014). Também foi adicionado para o aço um material elastoplástico bilinear, o qual usa o critério de escoamento de von Mises. Nesse modelo de material, foi adicionado a tensão do escoamento do aço utilizado nos ensaios experimentais e adotado a tangente igual à 1.

Além disso, a modelagem do aço pode ser realizada das seguintes formas:

- Armadura discreta (Figura 30a): a armadura usa elementos de barra que compartilham os mesmos nós do concreto, ficando o reforço condicionado à malha dos elementos de concreto;
- Armadura incorporado (Figura 30b): as barras são posicionadas em qualquer local e é realizado uma compatibilização entre os deslocamentos entre o concreto e o reforço. Esse modelo é o mais realista, porém é o mais complicado de aplicar;
- Armadura distribuída (Figura 30c): cada elemento finito é armado uniformemente. É o modelo mais fácil de ser incorporado, contudo apresenta a menor precisão.

Figura 30 – Tipos de discretização das armaduras



Fonte: elaborado pelo autor.

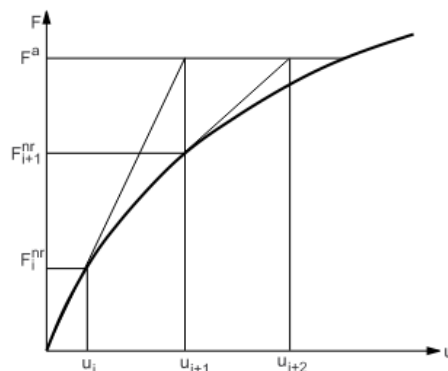
Neste trabalho as armaduras foram discretizadas de forma distribuída, pois esse tipo de discretização apresenta simplicidade na sua aplicação, apesar de não apresentar tanta precisão quanto a armadura discreta e principalmente quanto à armadura incorporada. De forma a melhorar a precisão dos resultados, na modelagem da geometria foram criados volumes com mesma área das barras de aço utilizado nos ensaios experimentais.

### 3.1.2 CONSIDERAÇÕES REFERENTES AS ANÁLISES NÃO LINEARES

A consideração de não linearidades dos materiais numa aplicação do método dos elementos finitos na análise de estruturas resulta em um sistema de equações não lineares de equilíbrio, o qual necessita para a resolução a utilização de um método numérico.

Dentre os métodos disponíveis no ANSYS, o escolhido pelo autor foi o de Newton–Raphson completo, o qual é caracterizado pela atualização da matriz de rigidez a cada iteração. Neste método o problema não linear é compreendido como uma serie de aproximações lineares através de incrementos iterativos. Para cada uma dessas iterações é calculado incrementos de deslocamentos até o ponto onde os vetores de forças residuais sejam menores que o critério de convergência, conforme mostra a Figura 31.

Figura 31 – Solução do Newton–Raphson



Fonte: ANSYS 16.1 *Reference Manual* (2015).

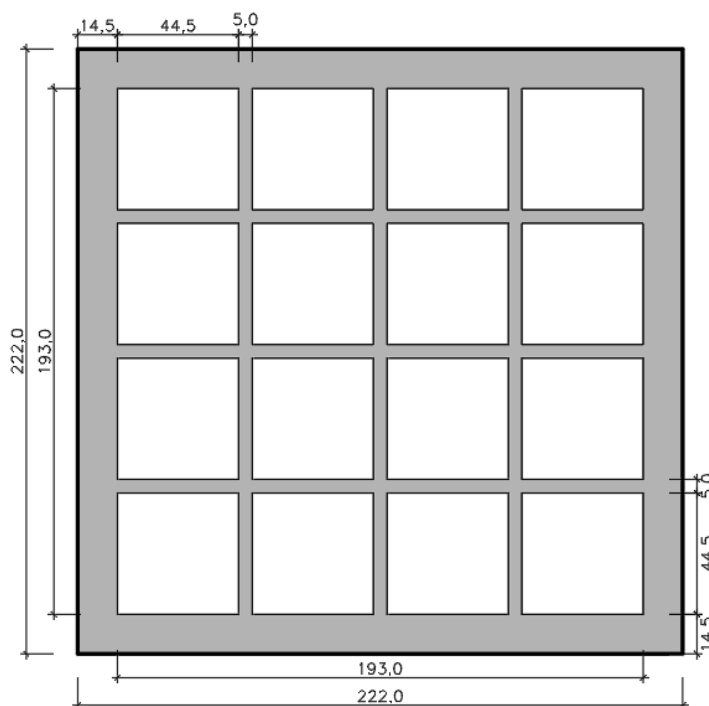
O critério de convergência adotado pelo autor foi o critério de deslocamentos na ordem de 0,05.

Além disso, em todas as análises adotou-se o número mínimo de 100 subpassos, com no máximo 200 passos de carga, com um número máximo de 100 iterações por passo de carga.

### 3.2 APLICAÇÃO 01 – LAJE NERVURADA ENSAIADA POR BASTOS (2016)

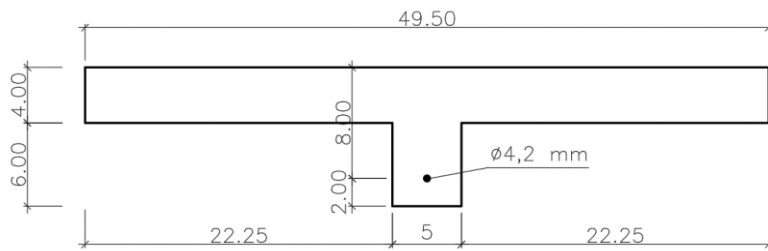
Bastos (2016) ensaiou uma laje nervurada bidirecional submetida a um carregamento uniformemente distribuído, a qual foi objeto de estudo deste trabalho. A geometria da laje pode ser visualizada nas Figuras 32 e 33.

Figura 32 – Geometria em planta da laje ensaiada (cm)



Fonte: adaptado de Bastos (2016) pelo autor.

Figura 33 – Dimensões das nervuras (cm)

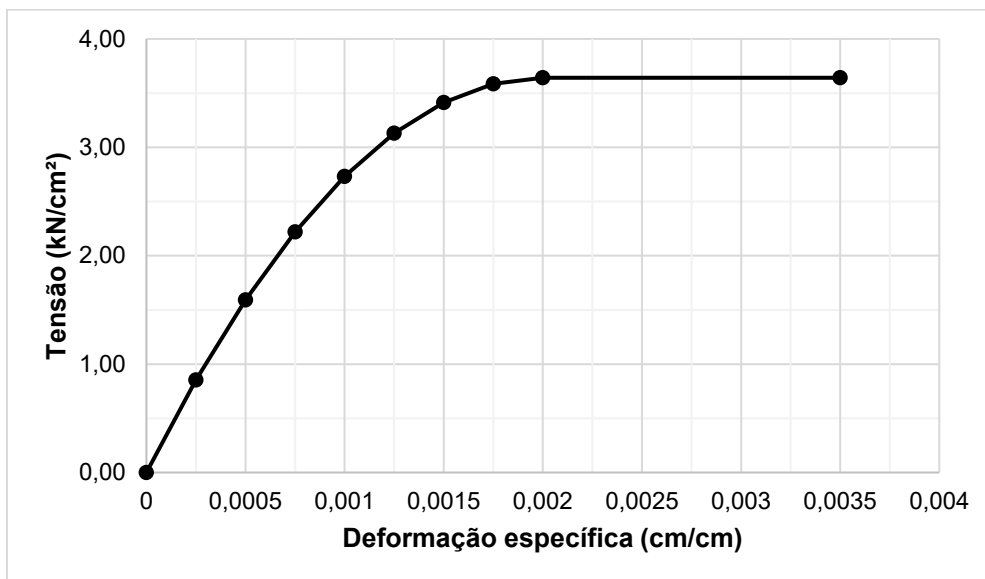


Fonte: adaptado de Bastos (2016) pelo autor.

A laje foi ensaiada aos 28 dias, bem como os corpos de provas cilíndricos, obtendo uma resistência média à compressão de 36,42 MPa e uma tensão limite de tração de 0,231 kN/cm<sup>2</sup>. Além disso, o aço utilizado nas lajes também foi ensaiado, obtendo uma resistência média de 734,33 MPa.

A partir da resistência média à compressão obteve-se o  $E_{cs}$  e foi gerado um diagrama tensão-deformação específica idealizado para o concreto da laje ensaiada, conforme mostra a Figura 34.

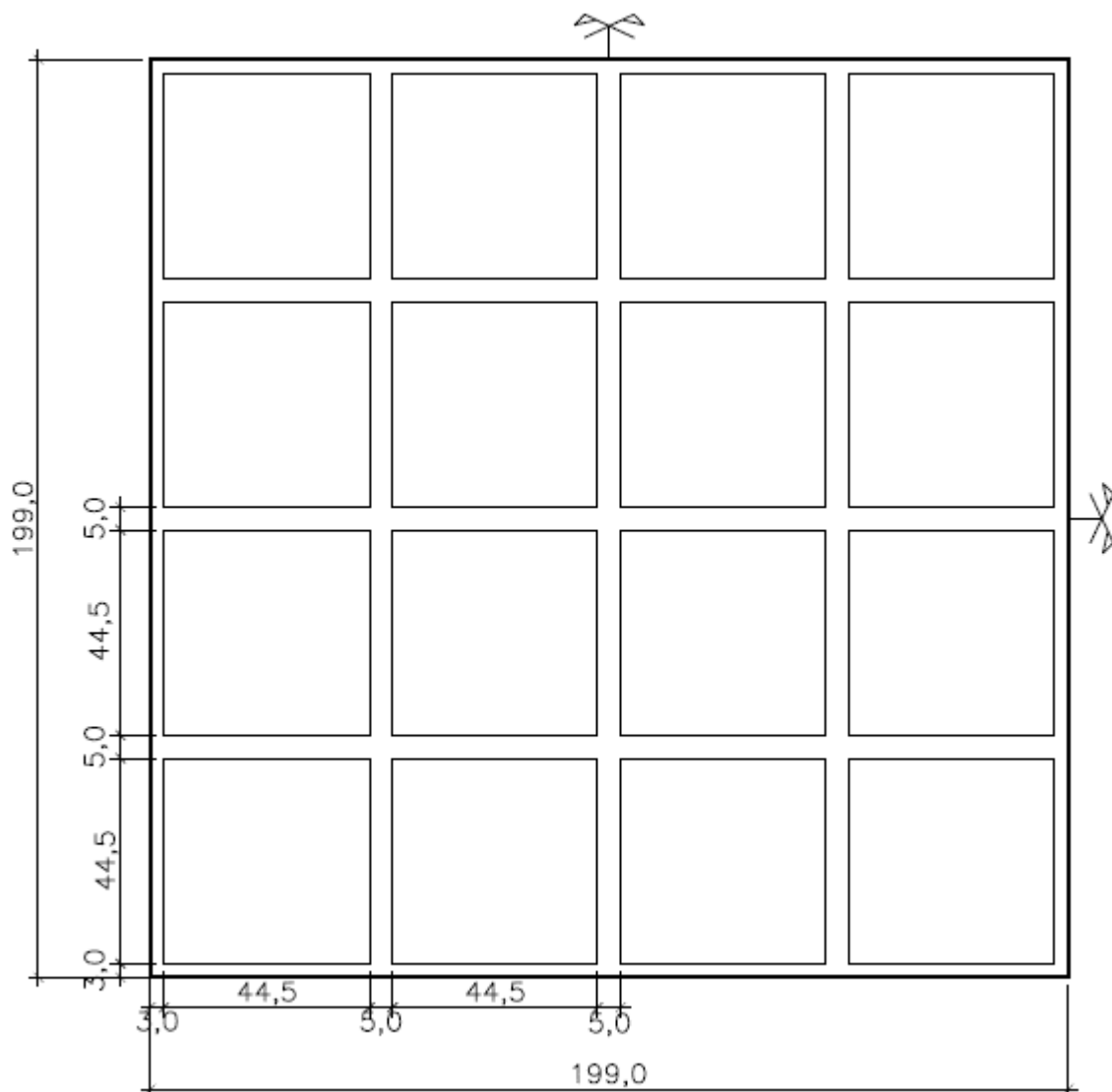
Figura 34 – Diagrama tensão-deformação específica para o concreto da laje



Fonte: elaborado pelo autor

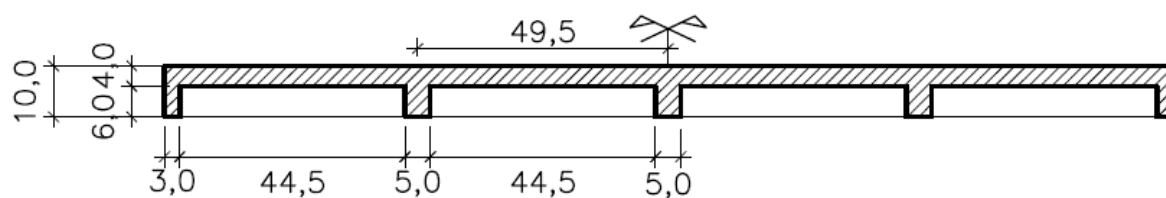
A geometria adotada para a laje ensaiada por Bastos (2016) pode ser vista nas Figuras 35 e 36, na qual foi adotado mesmo vão livre teórico adotado pelo autor.

Figura 35 – Vista em planta em centímetros da geometria da laje de Bastos (2016)



Fonte: do autor

Figura 36 – Seção transversal em centímetros da laje de Bastos (2016)



Fonte: do autor

### 3.2.1 Modelos simplificados

Para o cálculo das flechas dos modelos simplificados para a aplicação 01 e 02, foi utilizado a teoria das placas com o uso das tabelas de Bares.

A equação geral para a flecha em lajes com carregamento distribuído é a seguinte:

$$a_i = \alpha \frac{p l x^4}{100 E h^3} \quad (94)$$

onde:

$\alpha$  é o fator que correlaciona os tamanhos dos vãos;

$p$  é a carga distribuída;

$l_x$  é menor vão;

Adaptando a equação para a laje nervurada pela equivalência de inércia:

$$a_i = \alpha \cdot \frac{p l x^4}{100 E \left(\frac{12I}{bf}\right)} \quad (95)$$

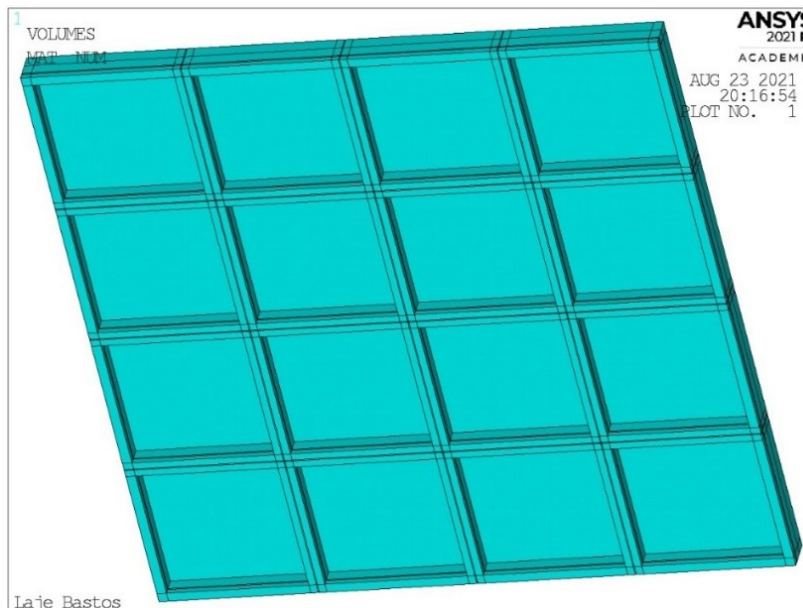
Simplificando a fórmula:

$$a_i = \alpha \cdot \frac{p l x^4 b_f}{1200 EI} \quad (96)$$

### 3.2.1 Geometria em elementos finitos

A geometria da laje foi realizada no próprio ANSYS, apesar do programa permitir a importação de outros programas. Na Figura 37 é possível visualizar a geometria da laje modelada no programa.

Figura 37 – Geometria em elementos finitos da laje de bastos (2016)

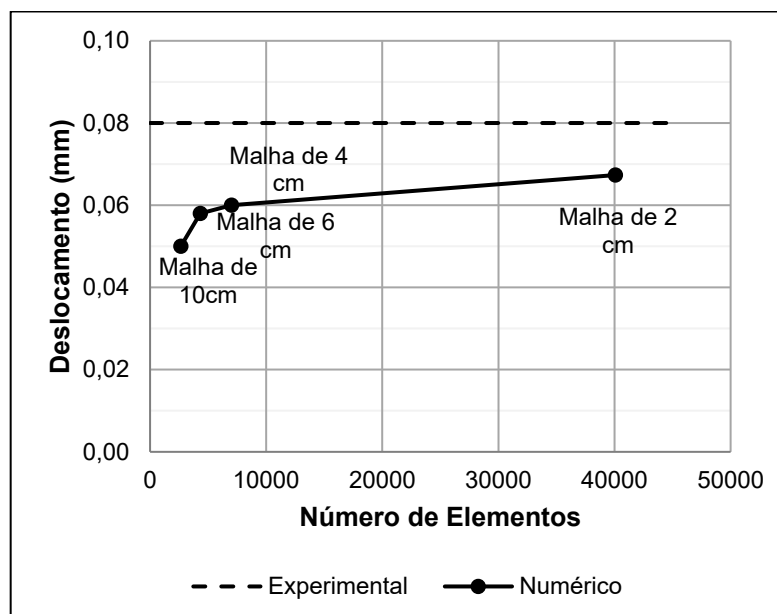


Fonte: extraído do Ansys pelo autor.

### 3.2.2 Escolha da malha em elementos finitos

Para a escolha da malha em elementos finitos realizou-se um estudo de convergência em função dos deslocamentos obtidos no centro da laje para o carregamento correspondente ao peso próprio da laje ( $1,2877 \text{ kN/m}^2$ ) no modelo linear, o estudo é apresentado na Figura 38.

Figura 38 – Convergência da malha para a laje de Bastos (2016)



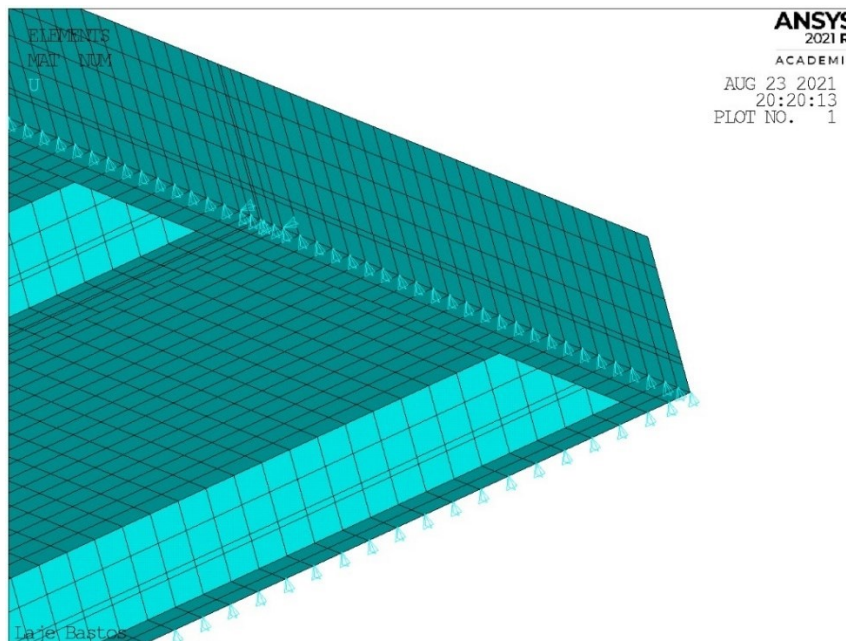
Fonte: do autor.

Verificou-se que a malha de 2,0 cm tende a se aproximar dos resultados experimentais e a ser estabilizar, além de já ter um número grandes de elementos, diante disso, optou-se por essa malha na análise da laje da aplicação 01.

### 3.2.3 Condições de contorno

A laje assim como no ensaio foi considerada simplesmente apoiada, as condições de contorno adotadas podem ser visualizadas na Figura 39.

Figura 39 – Condições de contorno para a laje de Bastos (2016)



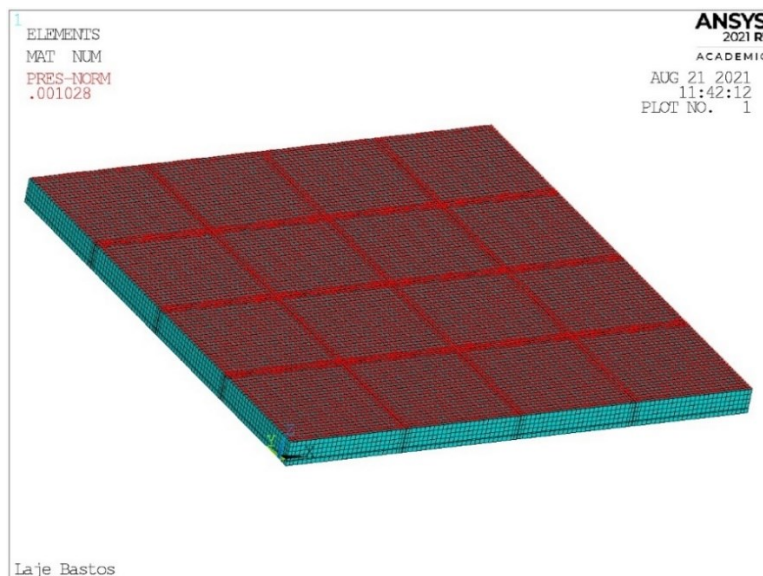
Fonte: extraído do Ansys pelo autor.

### 3.2.4 Cargas aplicadas na laje

O carregamento aplicado por Bastos (2016) foi através de água, de forma a obter um carregamento uniformemente distribuído na laje, chegando a um carregamento máximo de 0,001028 kN/cm<sup>2</sup>, no qual a laje apresentava poucas fissuras e poucos sinais de ruptura próxima. Dessa forma, aplicou-se o carregamento máximo utilizado no ensaio em toda a laje, conforme mostra a Figura 40.



Figura 40 – Carga aplicada na laje



Fonte: extraído do Ansys pelo autor.

### 3.3 APLICAÇÃO 02 – LAJE NERVURADA ENSAIADA POR CUNHA

Cunha (2012) ensaiou uma laje nervurada e uma laje maciça de altura equivalente, as quais foram submetidas a um carregamento uniformemente distribuído. A laje nervurada ensaiada pelo autor foi objeto de estudo deste trabalho.

A laje nervurada ensaiada pelo autor, foi executada com espessura total de 9 centímetros, sendo 3 centímetros de capa de concreto.

A geometria da laje pode ser visualizada na Figura 41.

Figura 41 – Geometria da laje ensaiada por Cunha (2012)

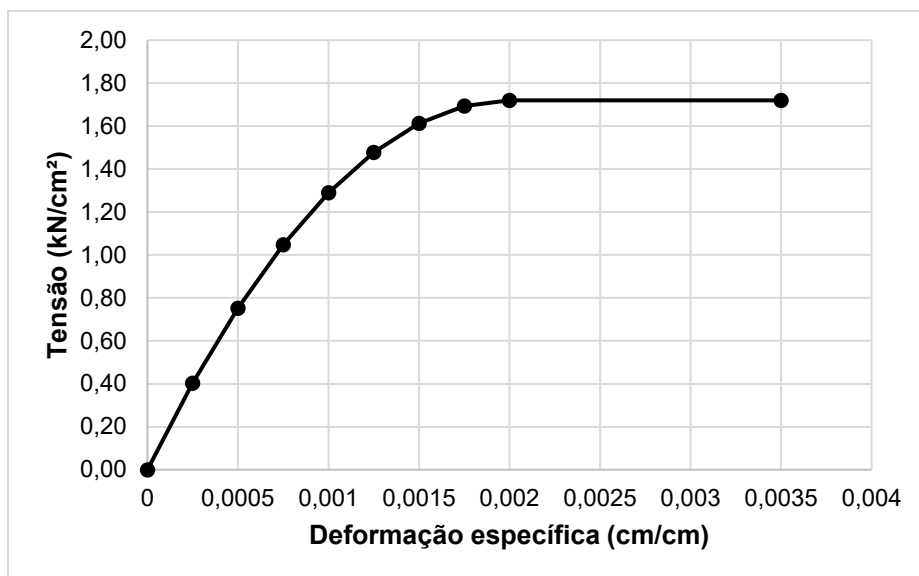


Fonte: Cunha (2012).

O ensaio da laje foi feito aos 29 dias, enquanto que os corpos de prova para ensaio do concreto foram rompidos 28 dias após a concretagem. Através dos ensaios dos corpos de prova, obteve-se uma resistência média à compressão do concreto de 17,20 MPa e uma resistência à tração direta de 2,13 MPa.

A partir da resistência média à compressão foi gerado um diagrama tensão-deformação específica idealizado para o concreto da laje ensaiada, conforme mostra a Figura 42.

Figura 42 – Diagrama tensão-deformação específica para a aplicação 02



Fonte: do autor.

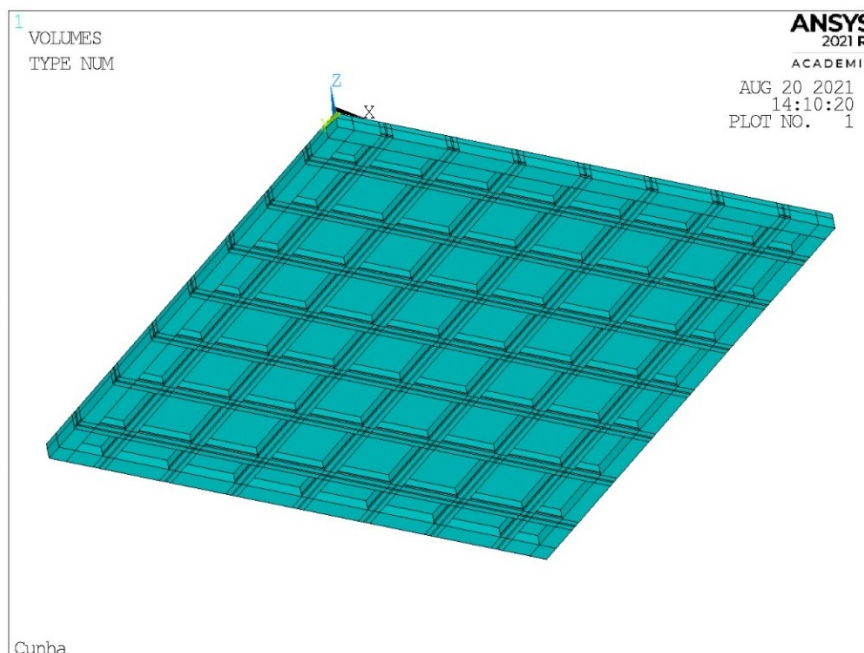
Através da Equação 55, utilizando a resistência a compressão, obteve-se o módulo de elasticidade de 19.579 MPa, o qual foi utilizado na análise linear.

Nessa aplicação, no modelo não linear, para a constante 3 do material *concrete* foi utilizado a resistência à tração direta obtida a partir da resistência à tração indireta obtida por Cunha (2012) no ensaio de compressão diametral.

### 3.3.1 Geometria em elementos finitos

A modelagem da geometria da laje foi realizada no ANSYS. Na Figura 43 é possível visualizar a geometria da laje modelada no programa.

Figura 43 – Modelagem da aplicação 02

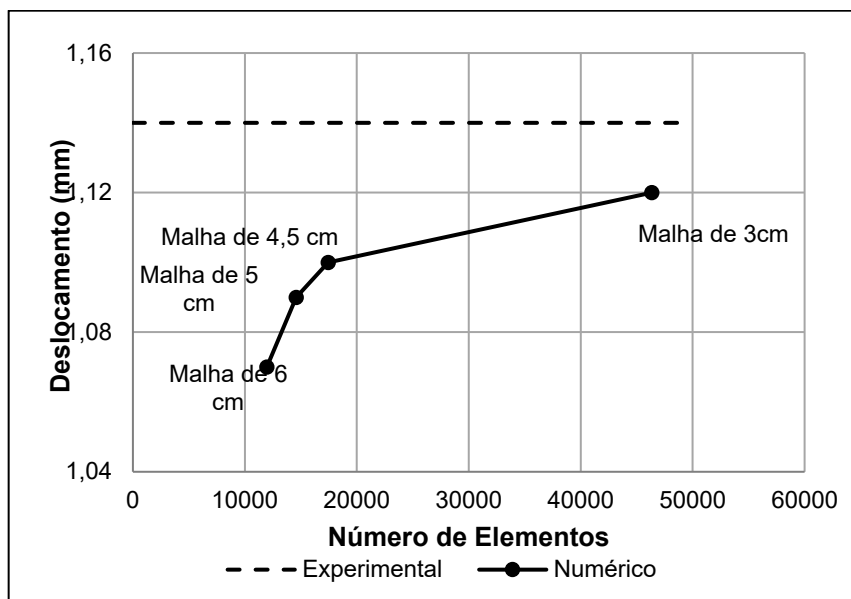


Fonte: extraído do Ansys pelo autor.

### 3.3.2 Escolha da malha em elementos finitos

Para a escolha da malha em elementos finitos realizou-se um estudo de convergência em função dos deslocamentos obtidos no centro da laje para o carregamento correspondente ao peso próprio da laje ( $1,25 \text{ kN/m}^2$ ) no modelo linear, o estudo é apresentado na Figura 44.

Figura 44 – Análise de convergência para a laje de Cunha (2012)



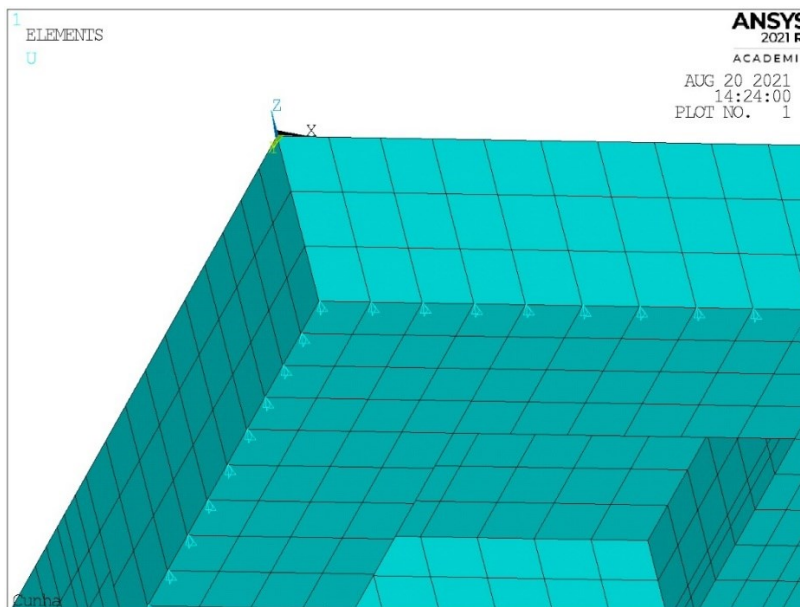
Fonte: do autor.

Verificou-se que a malha de 3,0 cm tende a se aproximar dos resultados experimentais e a ser estabilizar, além de já ter um número grandes de elementos, o que não permitiu nesse caso diminuir a malha para 2 cm devido à versão do *software*, diante disso, optou-se por malha de 3 cm na análise da laje da aplicação 02.

### 3.3.3 Condições de contorno

A laje assim como no ensaio foi considerada simplesmente apoiada, as condições de contorno adotadas podem ser visualizadas na Figura 45

Figura 45 – Condição de apoio para a laje de Cunha (2012)

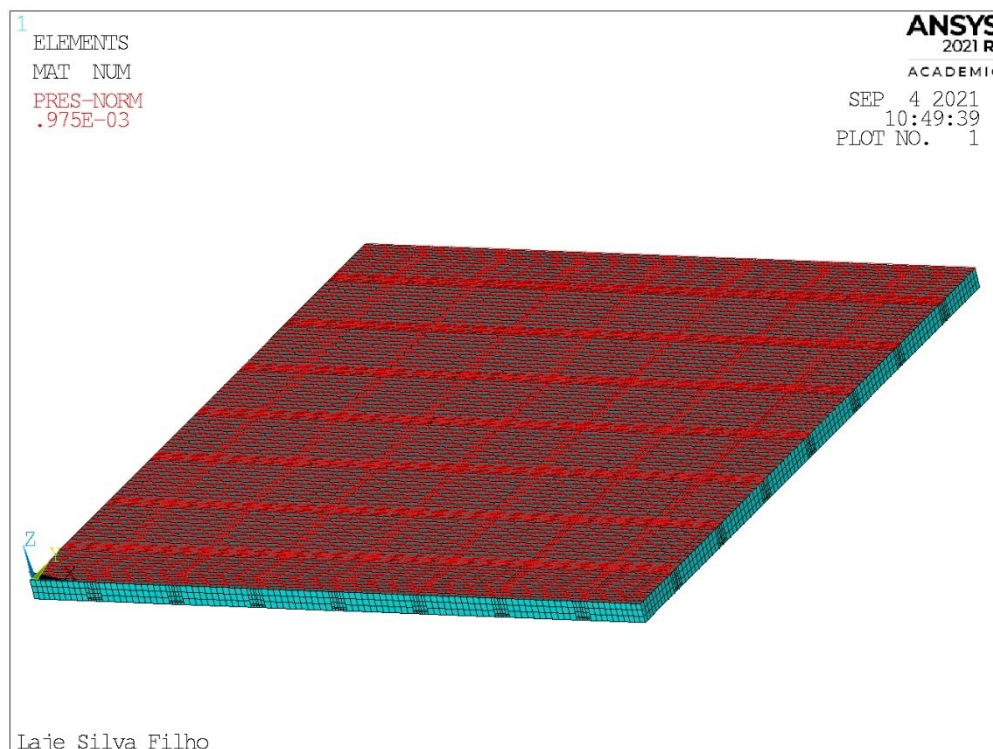


Fonte: extraído do Ansys pelo autor.

### 3.3.4 Cargas aplicadas na laje

O carregamento aplicado por Cunha (2012) foi através de blocos sextavados, chegando a um carregamento máximo de 0,00975 kN/cm<sup>2</sup>, no qual a laje não chegou a ruptura. Dessa forma, aplicou-se o carregamento máximo utilizado no ensaio em toda a laje, conforme mostra a Figura 46.

Figura 46 – Carga aplicada na laje



Fonte: extraído do Ansys pelo autor.

### 3.4 APLICAÇÃO 03 – LAJES NERVURADAS UNIDIRECIONAL ENSAIADAS POR SILVA FILHO (2002)

Silva Filho (2002), ensaiou cinco lajes nervuradas unidirecionais compostas de vigotas de concreto armado e tabelas cerâmicas solidarizadas por uma capa de concreto submetidas a um carregamento distribuído. Todas as lajes ensaiadas pelo autor foram objeto de estudo desse trabalho.

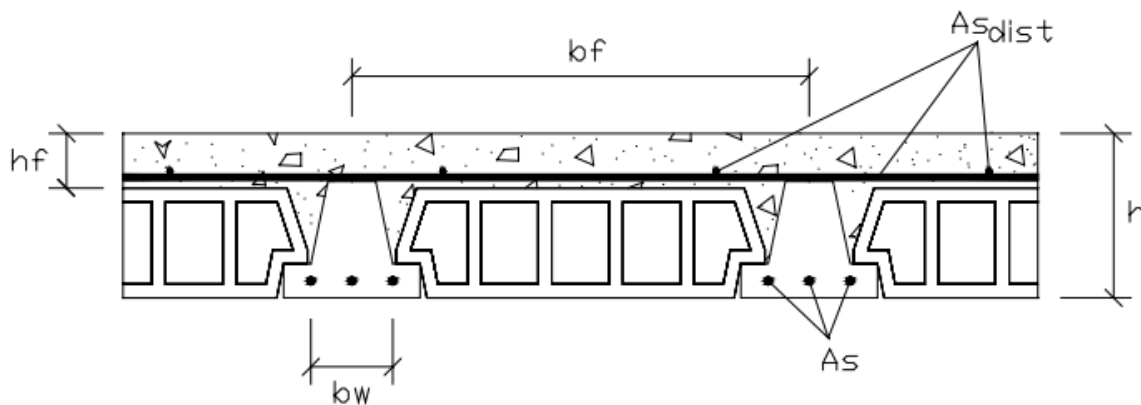
O autor identificou cada uma das lajes através de um código que relaciona o tipo de laje, o vão e o fabricante. Os códigos adotados por ele são os seguintes:

- LC3A – Laje pré-moldada convencional de 3 metros, fornecida pelo Fabricante A.
- LC4A – Laje pré-moldada convencional de 4 metros, fornecida pelo Fabricante A.
- LC5A – Laje pré-moldada convencional de 5 metros, fornecida pelo Fabricante A.
- LT5A – Laje pré-moldada convencional de 3 metros, fornecida pelo Fabricante A.

- LC3B – Laje pré-moldada convencional de 3 metros, fornecida pelo Fabricante B.

A Figura 47 mostra esquematicamente as lajes nervuradas, enquanto a Quadro 5 mostra as características das lajes.

Figura 47 – Esquema das lajes ensaiadas por Cunha



Fonte: adaptado pelo autor de Silva Filho (2002).

Laje	LC3A	LC4A	LC5A	LT5A	LC3B
Vão livre (m)	2,80	3,80	4,80	4,80	2,80
Largura (cm)	2,06	1,83	1,92	1,88	2,07
$b_f$ (cm)	33	34	36	44	33
$b_w$ (cm)	4	5	7	9	4
$h$ (cm)	12	12	12	16	12
$h_f$ (cm)	4	4	4	4	4
$A_s$	2 $\Phi$ 5 mm	2 $\Phi$ 6 mm	3 $\Phi$ 6 mm	2 $\Phi$ 5 mm + 2 $\Phi$ 6 mm	2 $\Phi$ 5 mm
$A_{s, dist}$	$\Phi$ 4,2 c/ 20	$\Phi$ 4,2 c/ 20	$\Phi$ 4,2 c/ 20	$\Phi$ 4,2 c/ 20	$\Phi$ 4,2 c/ 20

Quadro 5 – Características das lajes ensaiados por Silva Filho (2002)

Fonte: Silva Filho (2002)

Silva Filho (2002), realizou ensaios de controle tecnológico do concreto das vigotas e capa de concreto de forma separada, onde determinou o módulo de

elasticidade inicial e a resistência à compressão, os quais podem ser vistos no Quadro 6.

LAJE	ELEMENTO	RESISTÊNCIA À COMPRESSÃO (MPa)	MÓDULO DE ELASTICIDADE (GPa)	MÓDULO DE ELASTICIDADE SECANTE – ECS (GPa)	RESISTÊNCIA À TRAÇÃO (MPa)
LC3A	VIGOTA	42,42	36	32,6178	3,6490
	CAPA	37,57	33,3	29,7677	3,3652
LC4A	VIGOTA	42,42	36	32,6178	3,6490
	CAPA	10,34	21,2	17,5080	1,4239
LC5A	VIGOTA	42,42	36	32,6178	3,6490
	CAPA	8,14	14,8	12,1412	1,2139
LCTA	VIGOTA	31,87	30,6	26,9181	3,0156
	CAPA	37,57	33,3	29,7677	3,3652
LC3B	VIGOTA	23,35	31,7	27,2105	2,4508
	CAPA	37,57	33,3	29,7677	3,3652

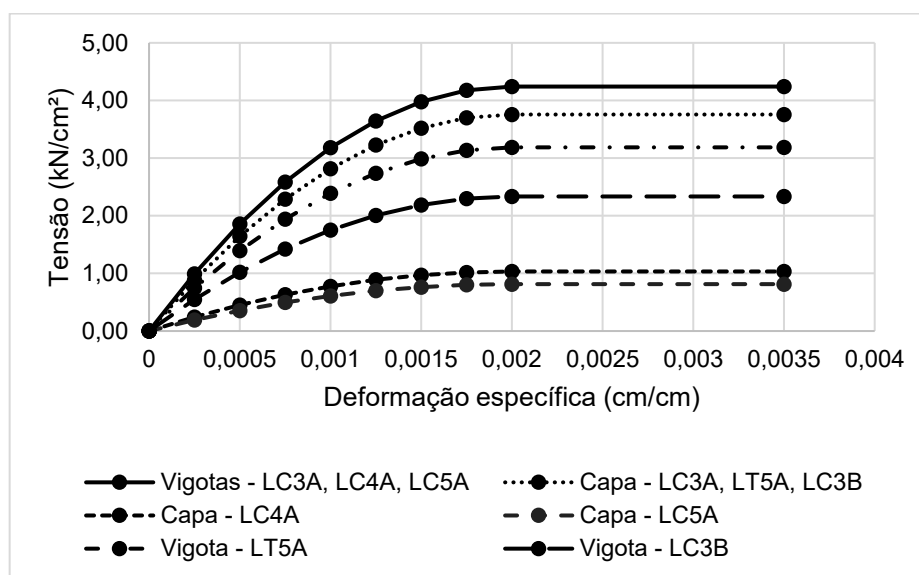
Quadro 6 – Propriedades dos materiais das lajes ensaiadas por Silva Filho (2002)

Fonte: do autor.

No Quadro 6 também é possível visualizar o módulo de elasticidade secante e a resistência característica inferior à tração, os quais foram calculados conforme o NBR 6118 (2014), e posteriormente utilizados nas análises pelo método dos elementos finitos.

A partir da resistência média à compressão foi gerado diagramas tensão-deformação idealizados para os concretos das lajes ensaiadas, conforme mostra a Figura 48.

Figura 48 – Diagrama tensão-deformação específica para a aplicação 03



Fonte: do autor.

### 3.4.1 Modelos simplificados

O cálculo de lajes nervuradas unidirecionais é feito considerando uma faixa da laje correspondente a largura colaborante. Dessa forma, o cálculo da flecha é feito como uma viga biapoiada, nesse caso, submetida a uma carga distribuída. A equação 97, mostra o cálculo da flecha para essa situação.

$$a = \frac{5 \cdot p \cdot l^4}{384 \cdot E \cdot I} \quad (97)$$

Além disso, no caso dessa aplicação 03, foi utilizado vigotas pré-moldadas, logo, a capa de concreto e as vigotas apresentam módulo de elasticidade diferente, conforme mostra a Figura 49.

Figura 49 – Inércias diferentes em seções T



Fonte: do autor.

Então, é preciso calcular um módulo de elasticidade equivalente (Equação 98) para determinar os deslocamentos pelos métodos simplificados:

$$E_{cs,equivalente} = \frac{I_{capa} \cdot E_{cs,capa} + I_{vigota} \cdot E_{cs,vigota}}{I_{capa} + I_{vigota}} \quad (98)$$

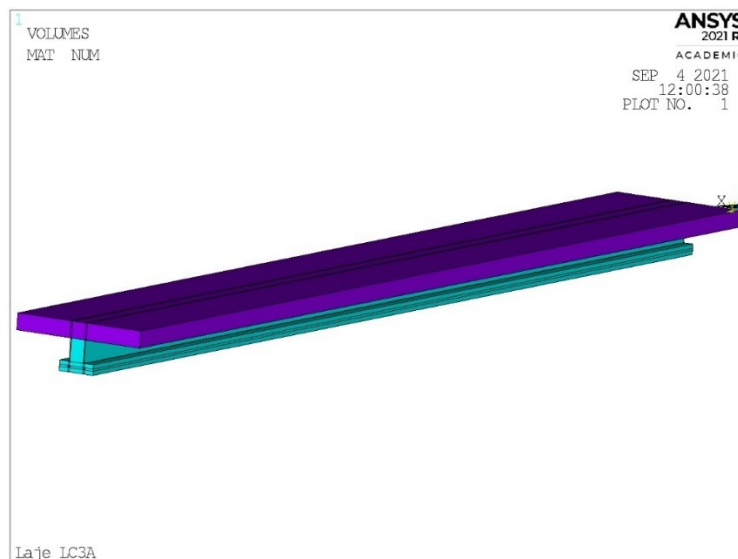
Ademais, para o cálculo do momento de fissuração foi utilizado a resistência à tração da vigota, visto que, essa é a parte tracionada da seção.

### 3.4.2 Geometria em elementos finitos

A modelagem da geometria da laje foi realizada no ANSYS, optou-se por modelar uma faixa de vigota de cada laje pré-moldada. Na Figura 50 é possível visualizar a geometria de uma das lajes modelada no programa.



Figura 50 – Geometria da laje no Ansys



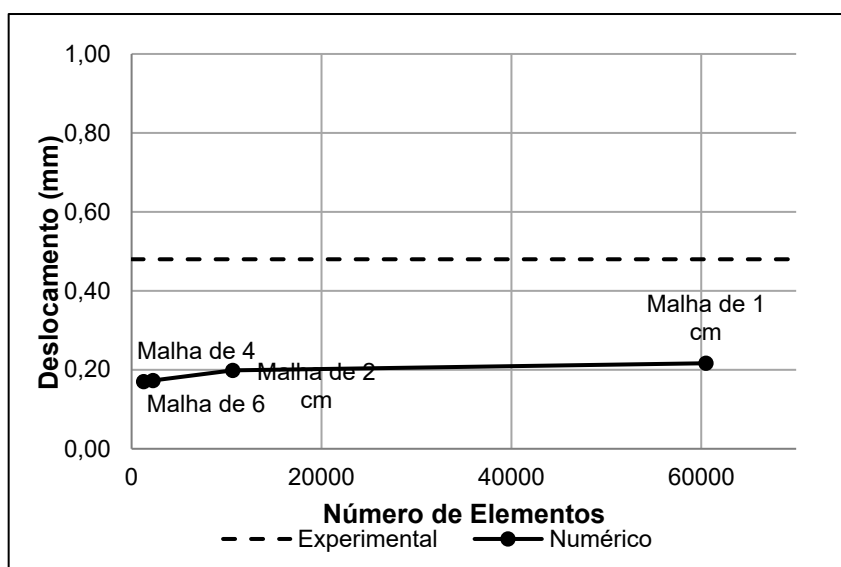
Fonte: extraído do Ansys pelo autor.

Além disso, foi modelado materiais diferentes para a capa e para a vigota de cada uma das lajes, de forma a representar de forma mais fiel a estrutura.

### 3.4.3 Escolha da malha em elementos finitos

Para a escolha da malha em elementos finitos realizou-se um estudo de convergência em função dos deslocamentos obtidos no centro da laje para a carga relativa à carga inicial da laje, e utilizando o modelo linear.

Figura 51 – Convergência da aplicação 03



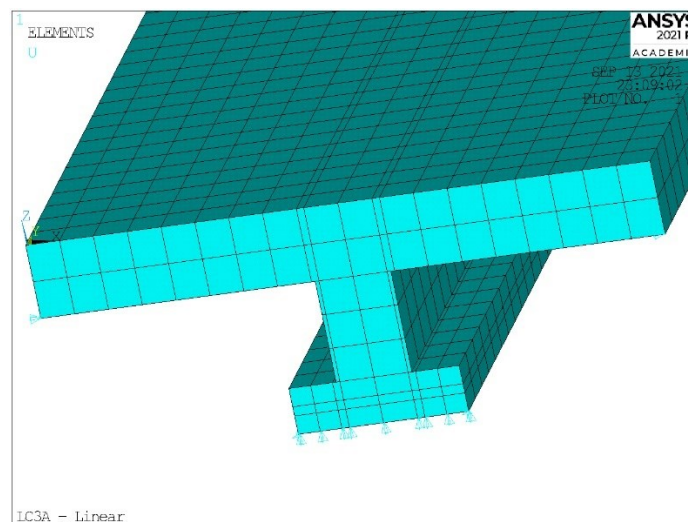
Fonte: do autor.

Observou-se que entre 2 e 1 centímetros, o modelo já começou a convergir, contudo, para algumas das lajes a malha de 1 cm ultrapassaria o limite da versão do *software*. Dessa forma, nessa aplicação, a malha de 1 cm foi utilizada para todas as análises pelo método dos elementos finitos.

### 3.4.4 Condições de contorno

A laje assim como no ensaio foi considerada simplesmente apoiada, as condições de contorno adotadas podem ser visualizadas na Figura 52.

Figura 52 – Condição de contorno para a aplicação 03



Fonte: extraído do Ansys pelo autor.

### 3.4.5 Cargas aplicadas na laje

O carregamento aplicado por Silva Filho (2002) foi através de água, de forma a obter um carregamento uniformemente distribuído na laje.

Para cada uma das lajes aplicou o carregamento correspondente ao carregamento máximo do ensaio, conforme mostra a Tabela 1.

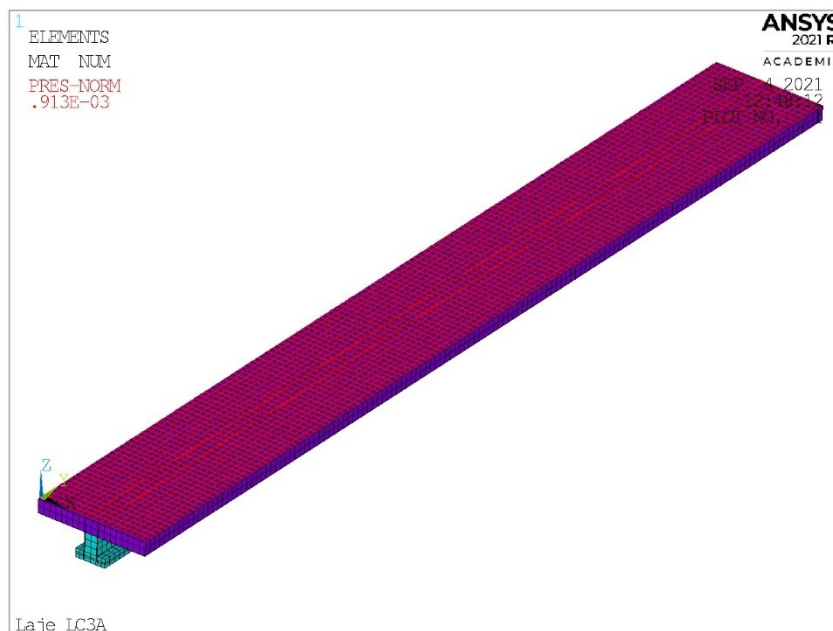
Tabela 1 – Carregamentos aplicados nas lajes da aplicação 03

Laje	LC3A	LC4A	LC5A	LT5A	LC3B
<b>Carregamento máximo (kN/m<sup>2</sup>)</b>	9,13	5,57	4,90	8,96	9,13

Fonte: adaptado de Silva Filho (2002).

Dessa forma, aplicou-se o carregamento máximo utilizado no ensaio em todas as lajes, conforme mostra a Figura 53, o carregamento na laje LC3A.

Figura 53 – Exemplo de carregamento aplicado nas lajes



Fonte: extraído do Ansys pelo autor.

### 3.4 MÉTODO SIMPLIFICADO PROPOSTO

O autor recomenda um ajuste no momento de fissuração para calcular os deslocamentos usando o método do NBR 6118 (2014).

O ajuste consiste em usar ao invés do  $\alpha$ , uma constante de 1,43, visto que a relação entre a resistência a tração direta é estimada pela norma brasileira em 70% da resistência à tração na flexão.

Logo, para o cálculo pela NBR 6118 (2014), a equação do momento de fissuração fica a seguinte:

$$M_r = \frac{1,43 f_{ct} I_c}{y_t} \quad (99)$$



## 4 RESULTADOS

A seguir são apresentados os resultados teóricos e numéricos obtidos para as aplicações estudadas, bem como os resultados experimentais, os quais serviram para comparação em outro capítulo.

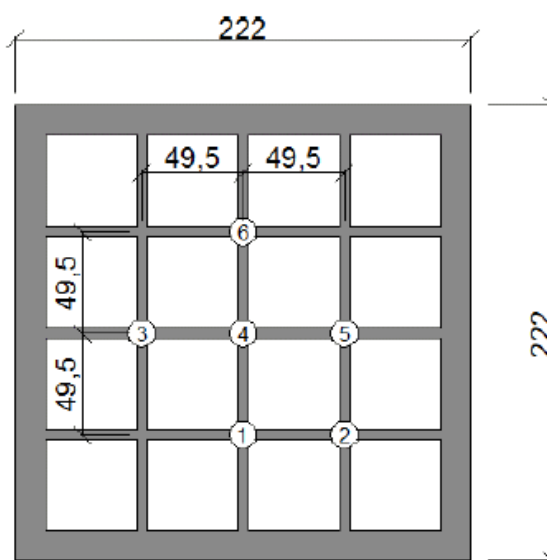
### 4.3 APLICAÇÃO 01

Conforme a metodologia apresentada, a aplicação 01 consiste na análise numérica da laje nervurada bidirecional ensaiada por Bastos (2016), a qual era uma laje em escala real.

#### 4.1.1 Resultados experimentais da aplicação 01

Bastos (2016) mediu os deslocamentos em seis pontos da laje durante o ensaio com o uso de deflectômetros, conforme mostra a Figura 54.

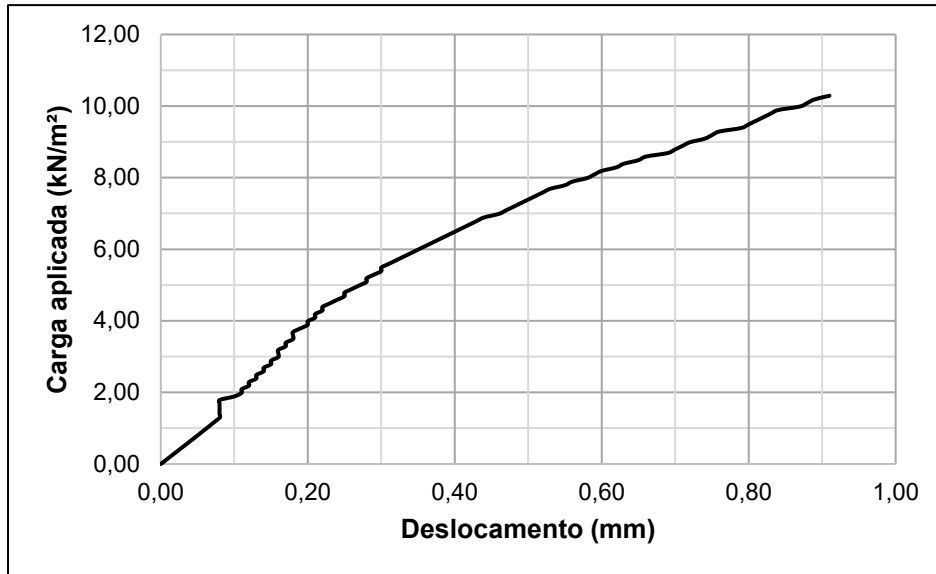
Figura 54 – Posição dos deflectômetros na laje ensaiada por Bastos (2016)



Fonte: Bastos (2016)

Contudo, como critério de comparação, escolheu-se analisar apenas os deslocamentos referentes ao ponto 4, o qual estava localizado no centro da laje e no qual se obteve os maiores deslocamentos durante o ensaio. Na Figura 55 é possível visualizar os deslocamentos obtidos para o centro da laje durante o ensaio.

Figura 55 – Deslocamentos obtidos por Bastos (2016) no centro da laje

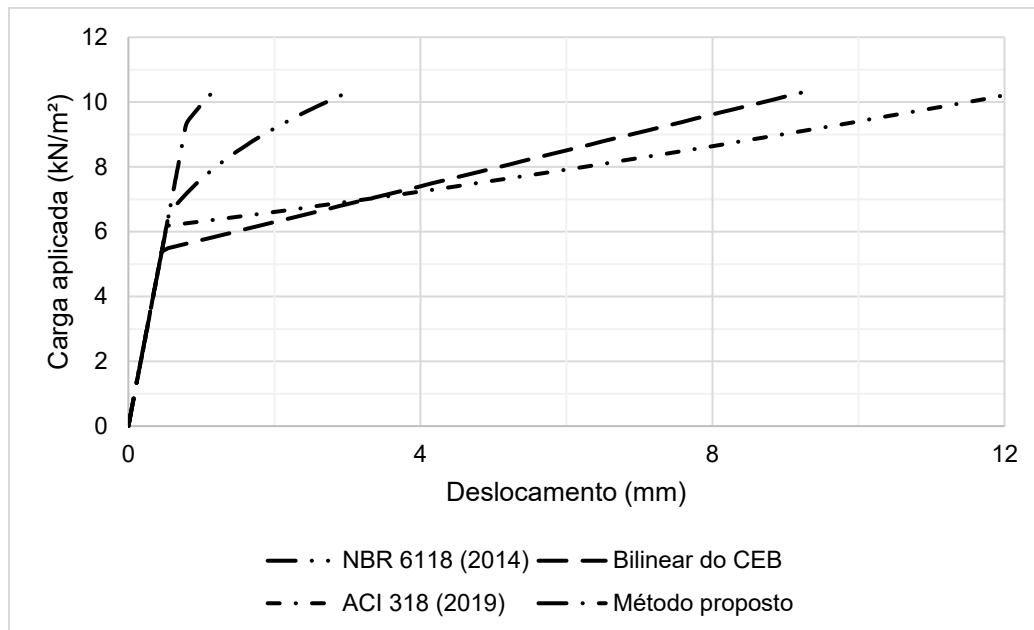


Fonte: adaptado de Bastos (2016) pelo autor.

#### 4.1.2 Resultados teóricos da aplicação 01

Na Figura 56 é possível visualizar os deslocamentos calculados pelos métodos simplificados. Os deslocamentos de cada um dos métodos e para cada carga aplicada encontra-se no Apêndice A.

Figura 56 – Deslocamentos teóricos para a laje da aplicação 01

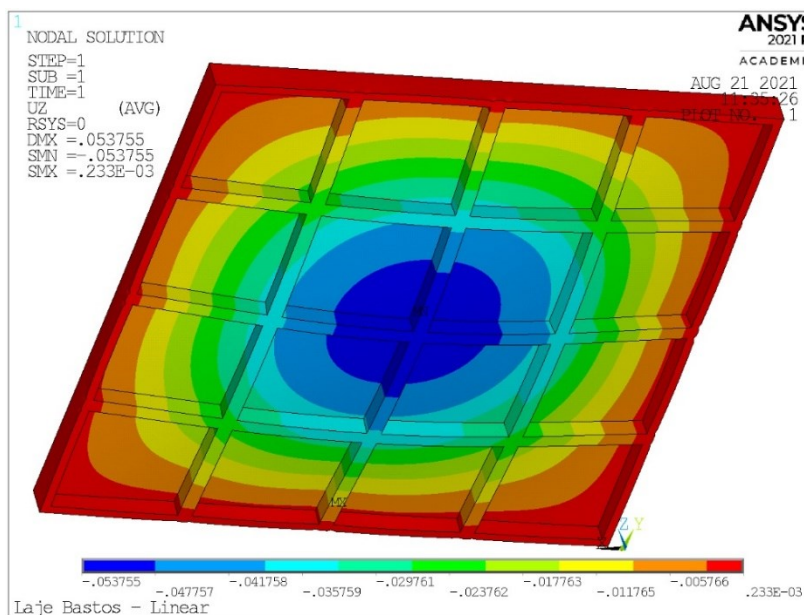


Fonte: do autor.

#### 4.1.3 Resultados numéricos da aplicação 01

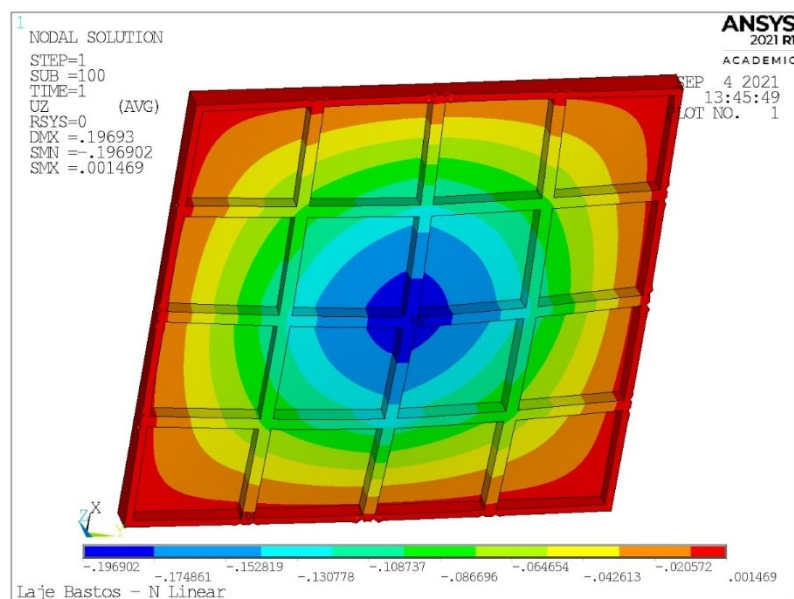
Na Figura 57 é possível visualizar o deslocamento em centímetros do modelo linear, enquanto que na Figura 58, observa-se o resultado para o último passo de carga da laje no modelo não linear.

Figura 57 – Deslocamento da laje de Bastos (2016) no modelo linear pelo MEF



Fonte: extraído do Ansys pelo autor.

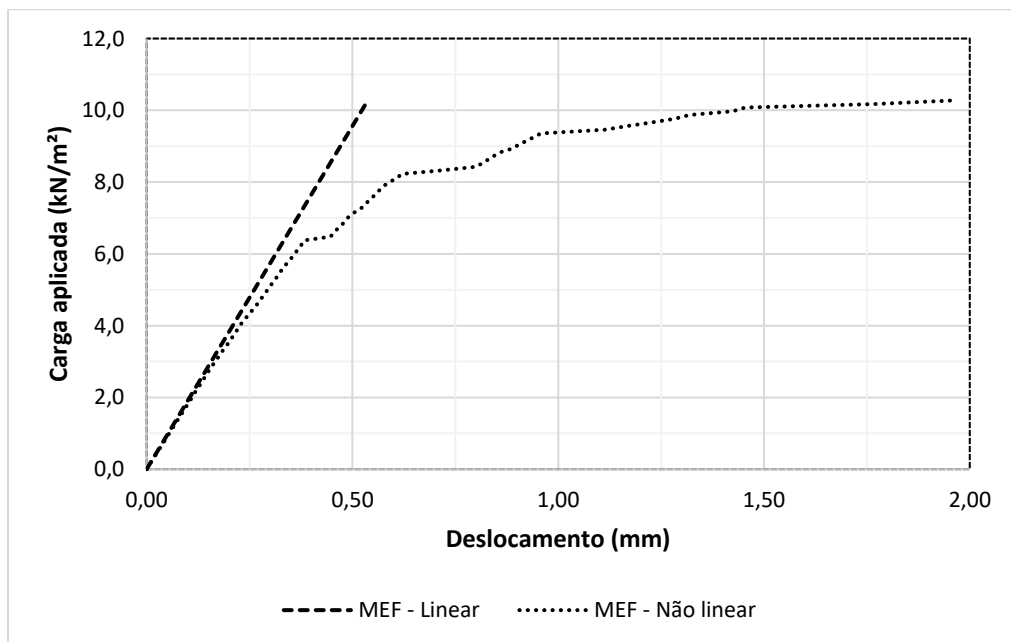
Figura 58 – Deslocamento da laje de Bastos (2016) no modelo não linear pelo MEF



Fonte: extraído do Ansys pelo autor.

A partir dos deslocamentos obtidos ao longo do carregamento da estrutura, criou-se para a laje uma curva de deslocamento em relação a carga aplicada para o modelo não linear e uma reta para o modelo linear, as quais é possível visualizar na Figura 59.

Figura 59 – Deslocamentos numéricos da aplicação 01



Fonte: do autor.

## 4.2 APLICAÇÃO 02

Conforme a metodologia apresentada, a aplicação 02 consiste na análise numérica da laje nervurada bidirecional ensaiada por Cunha (2012), a qual era uma laje em escala real.

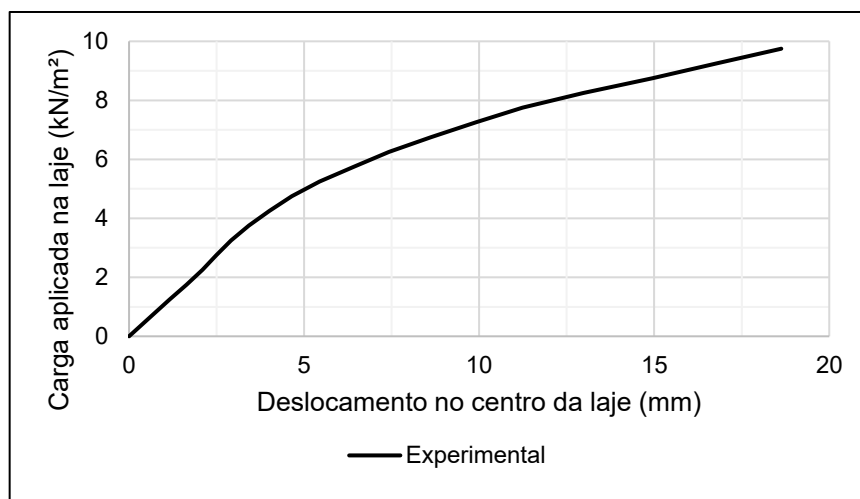
### 4.2.1 Resultados experimentais da aplicação 02

Cunha (2012), durante o ensaio, controlou os deslocamentos verticais, através do uso de relógios comparadores, de precisão de 0,01 milímetros no centro da laje e nas vigas de apoio.



Como critério de comparação, foram comparados os deslocamentos referentes ao centro da laje. Na Figura 60 é possível visualizar os deslocamentos obtidos para o centro da laje durante o ensaio.

Figura 60 – Deslocamentos experimentais da laje ensaiada por Cunha (2012)

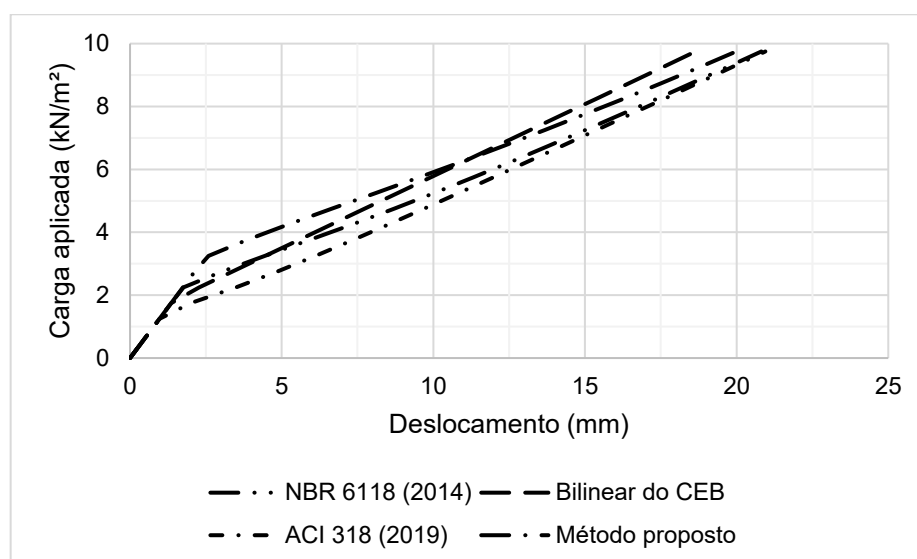


Fonte: adaptado pelo autor de Cunha (2012).

#### 4.2.2 Resultados teóricos da aplicação 02

Na Figura 61 é possível visualizar os deslocamentos calculados pelos métodos simplificados. Os deslocamentos de cada um dos métodos e para cada carga aplicada encontra-se no Apêndice A.

Figura 61 – Deslocamentos teóricos para a laje ensaiada por Cunha (2012)

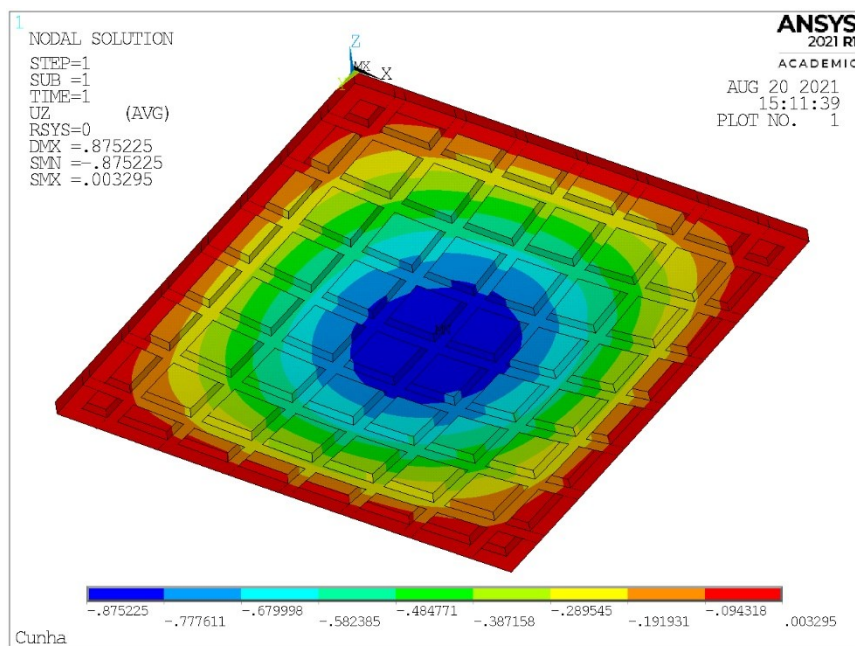


Fonte: do autor.

### 4.2.3 Resultados numéricos da aplicação 02

Na Figura 62 é possível visualizar o deslocamento em centímetros do modelo linear.

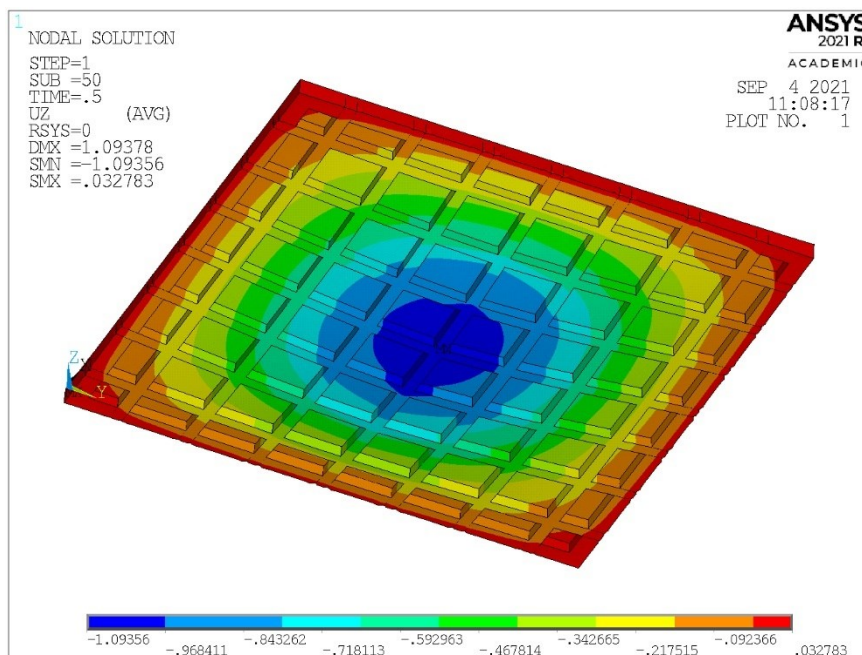
Figura 62 – Deslocamento da laje ensaiada por Cunha no modelo linear pelo MEF



Fonte: extraído do Ansys pelo autor.

Na análise do modelo não linear, observou-se que os resultados a partir de certo ponto não condiziam com o comportamento real, isso se deve, provavelmente a um estado de tensão hidrostático grande, no qual, conforme o próprio manual do Ansys, a resistência do concreto pode ser incorretamente avaliada. Nesses casos, é recomendada que não use as equações para o cálculo das constantes do material concrete, mas sim que todas as constantes sejam especificadas. Dessa forma, considerou-se apenas os resultados até 60% da carga aplicada. O deslocamento, em centímetros, no passo de carga número 50 é mostrado na Figura 63.

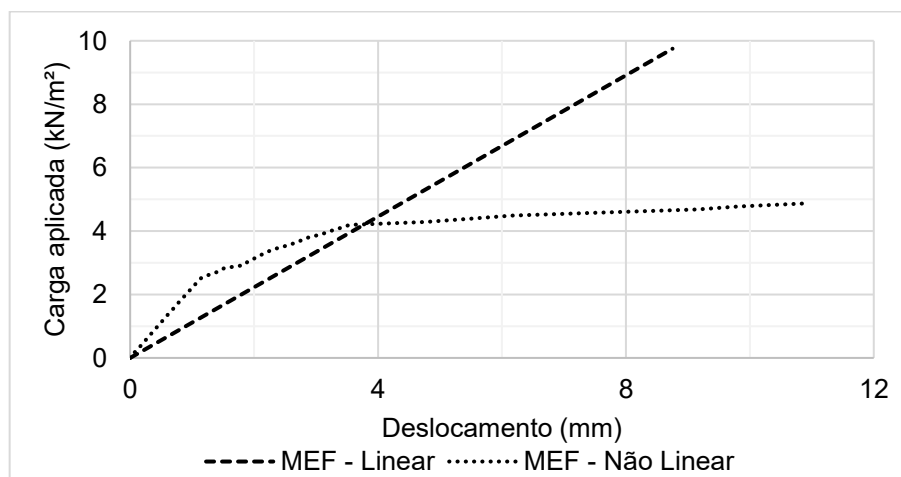
Figura 63 – Deslocamento no modelo não linear para a laje ensaiada por Cunha (2012)



Fonte: extraído do Ansys pelo autor.

A partir dos deslocamentos obtidos ao longo do carregamento da estrutura, criou-se para a laje uma curva de deslocamento em relação a carga aplicada para o modelo não linear e uma reta para o modelo linear, as quais é possível visualizar na Figura 63.

Figura 64 – Deslocamento numéricos da aplicação 02



Fonte: do autor.

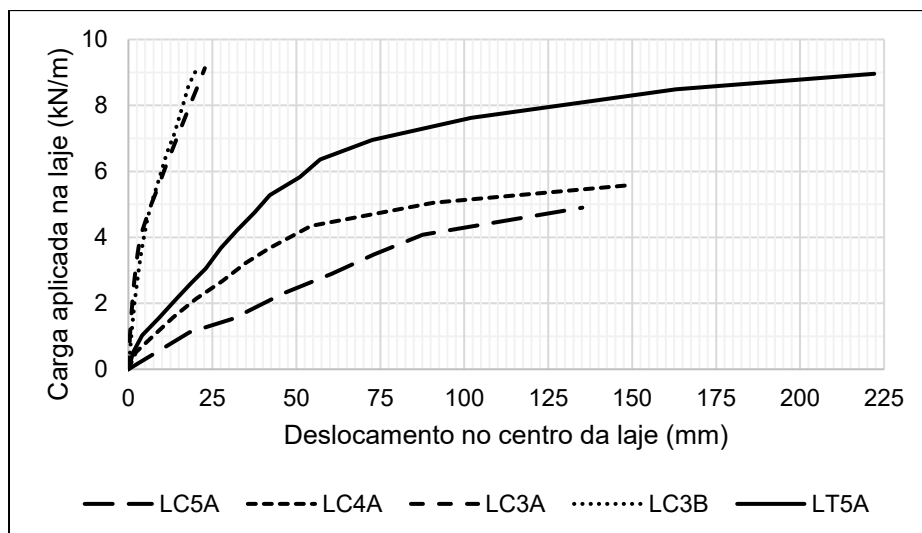
#### 4.1 APLICAÇÃO 03

De acordo com a metodologia, a aplicação 03 consiste na análise teórica e numérica das 5 lajes nervuradas unidirecionais ensaiadas por Silva Filho (2002).

##### 4.3.1 Resultados experimentais da aplicação 03

A partir dos deslocamentos obtidos por Silva Filho (2002) no centro das lajes, plotou-se os resultados, em um gráfico de carga x deslocamento para todas as lajes ensaiadas pelo autor.

Figura 65 – Deslocamentos experimentais obtidos por Silva Filho (2002)

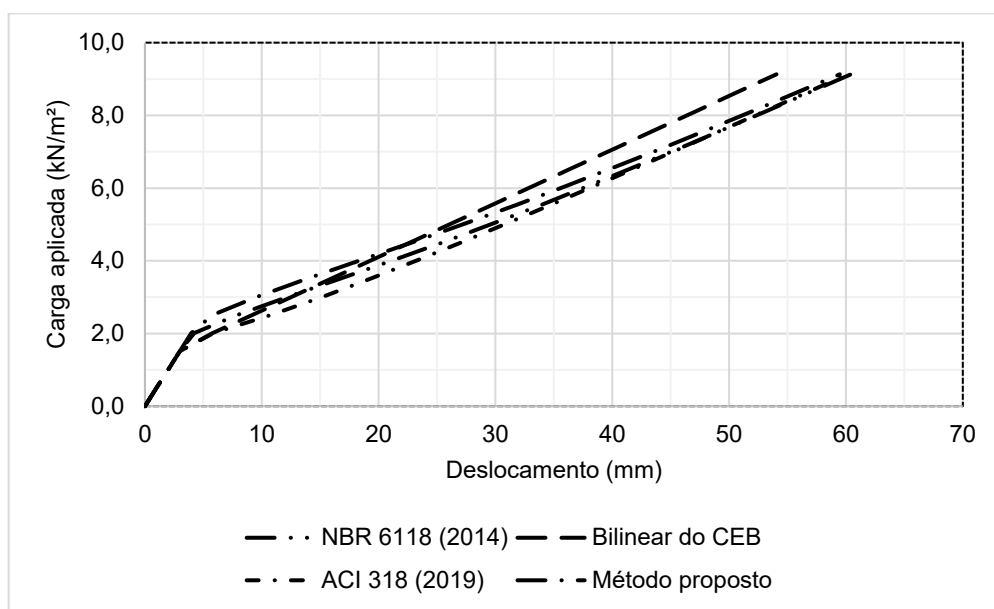


Fonte: adaptado de Silva Filho (2002).

### 4.3.2 Resultados teóricos da aplicação 03

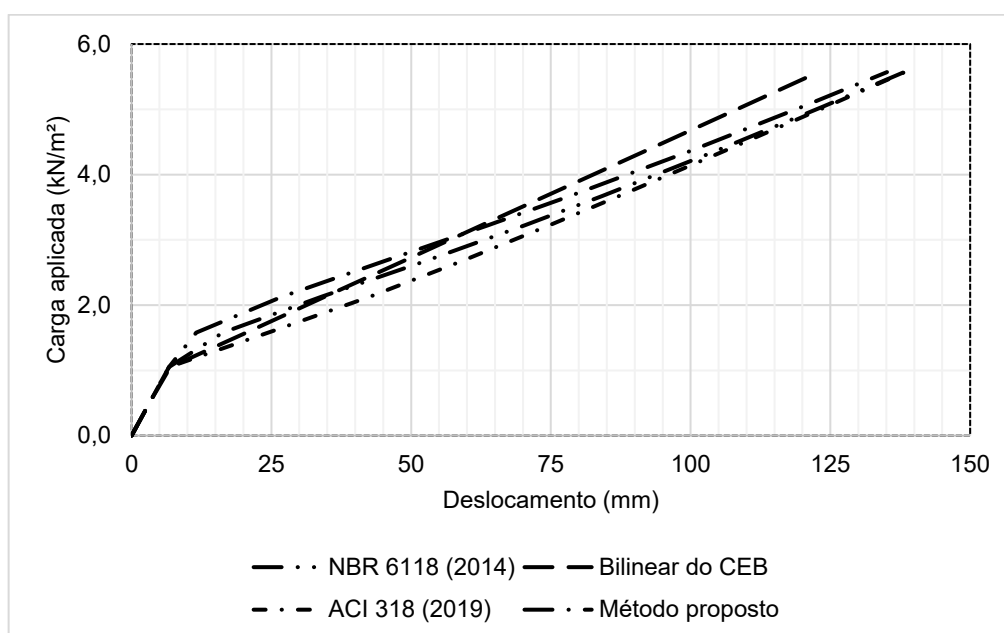
A seguir são apresentados os resultados teóricos para cada uma das lajes ensaiadas por Silva Filho (2002)

Figura 66 – Deslocamentos teóricos para a laje LC3A



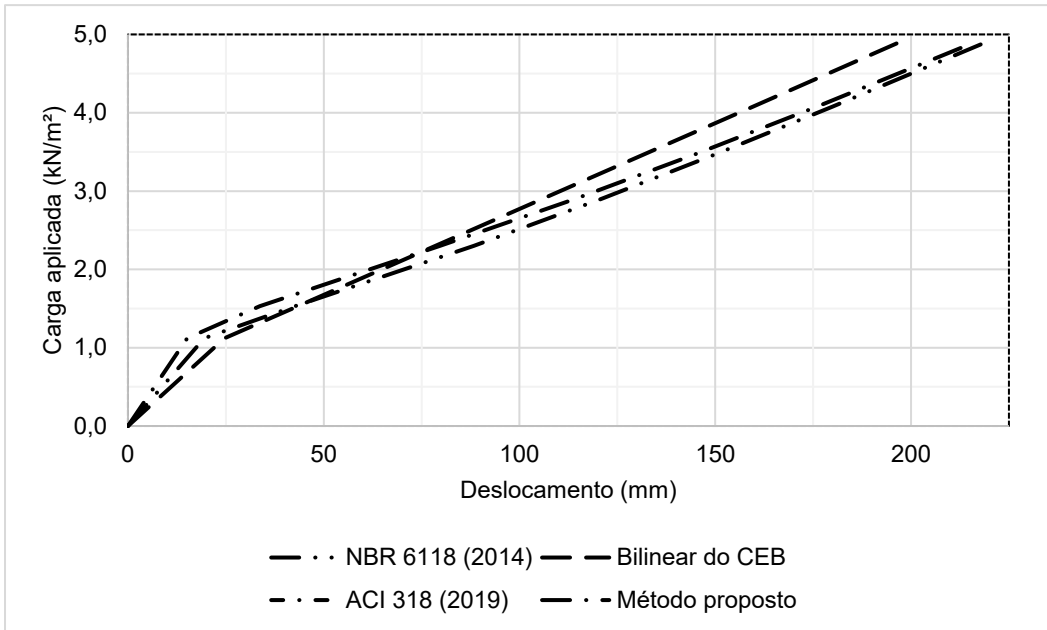
Fonte: do autor.

Figura 67 – Deslocamentos teóricos para a laje LC4A



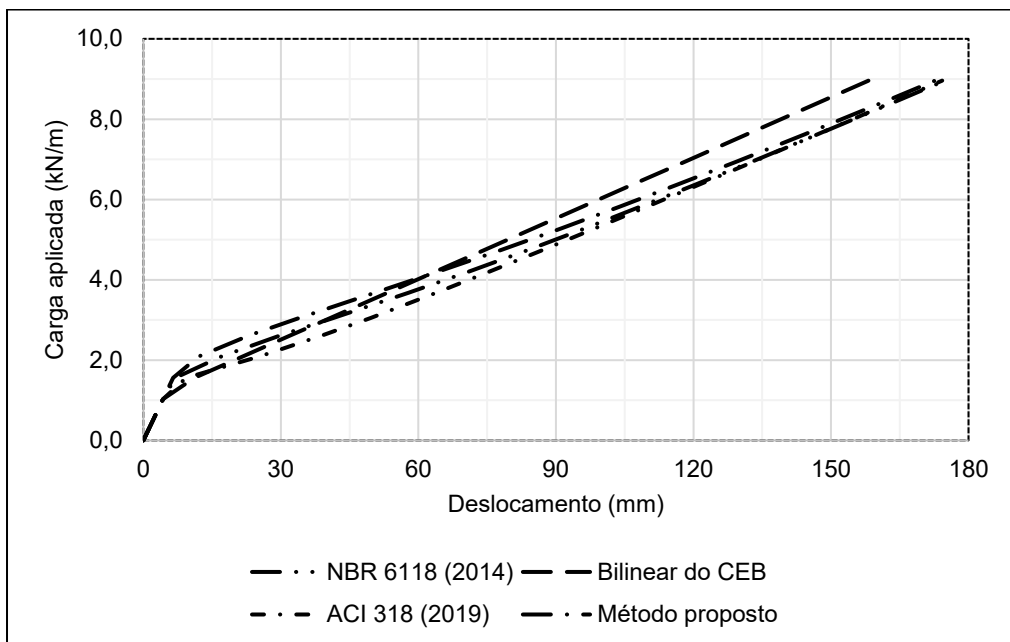
Fonte: do autor.

Figura 68 – Deslocamentos teóricos para a laje LC5A



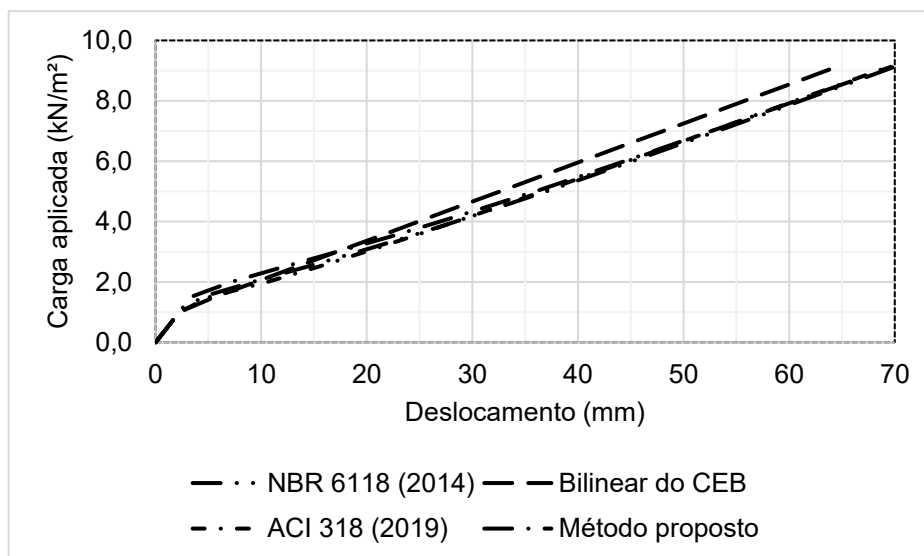
Fonte: do autor.

Figura 69 – Deslocamentos teóricos para a laje LT5A



Fonte: do autor.

Figura 70 – Deslocamentos teóricos para a laje LC3B



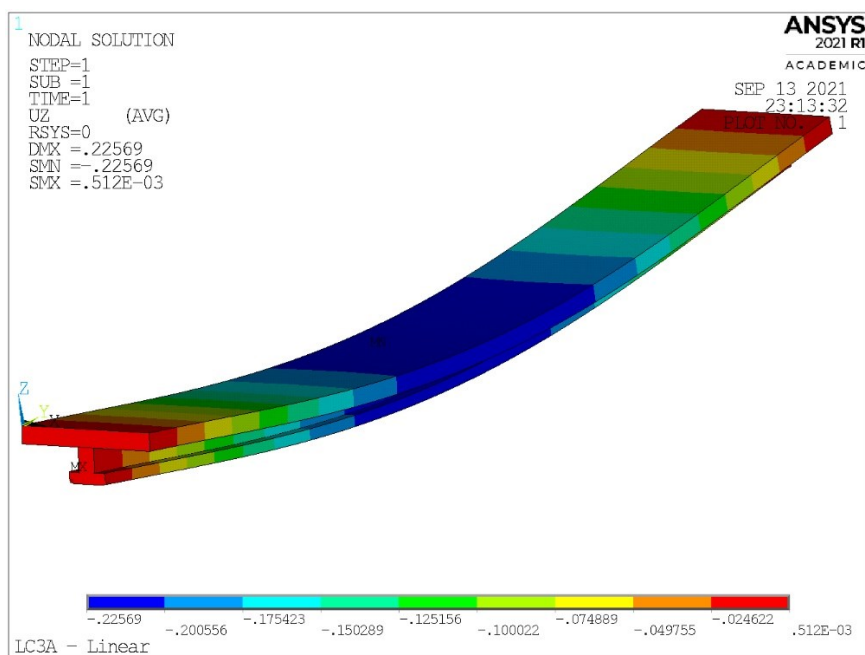
Fonte: do autor.

Observa-se a partir das figuras acima que os resultados dos modelos teóricos em todas as lajes foram muito próximos uns dos outros.

#### 4.3.2 Resultados numéricos da aplicação 03

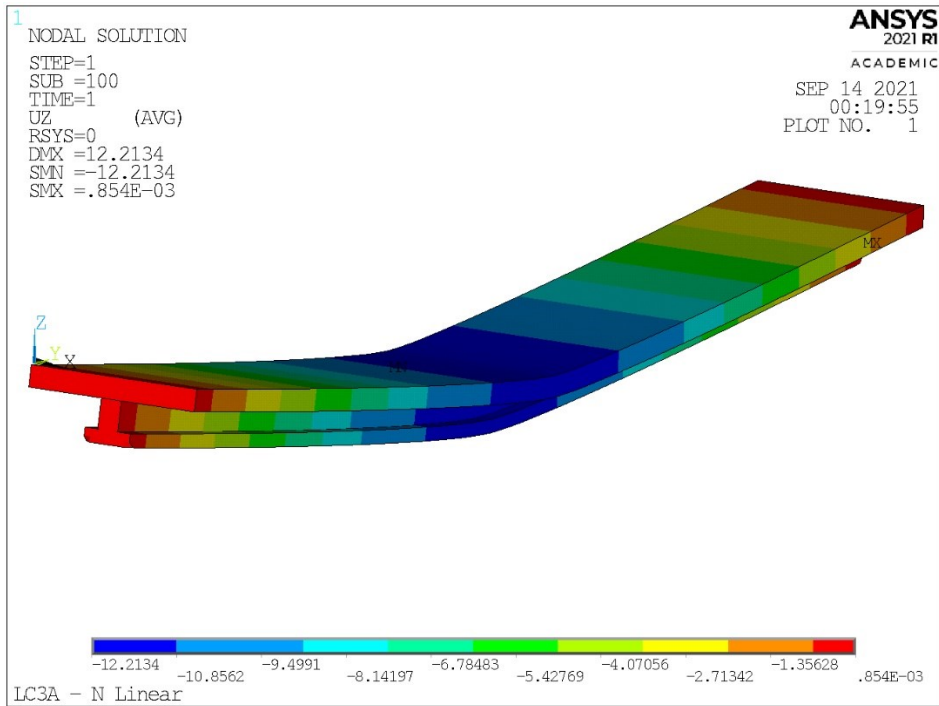
Na Figura 71 é possível visualizar o deslocamento em centímetros do modelo linear da laje LC3A, enquanto na Figura 72 o deslocamento do modelo não linear.

Figura 71 – Deslocamento da laje LC3A no modelo linear



Fonte: extraída do Ansys pelo autor.

Figura 72 – Deslocamento da laje LC3A no modelo não linear

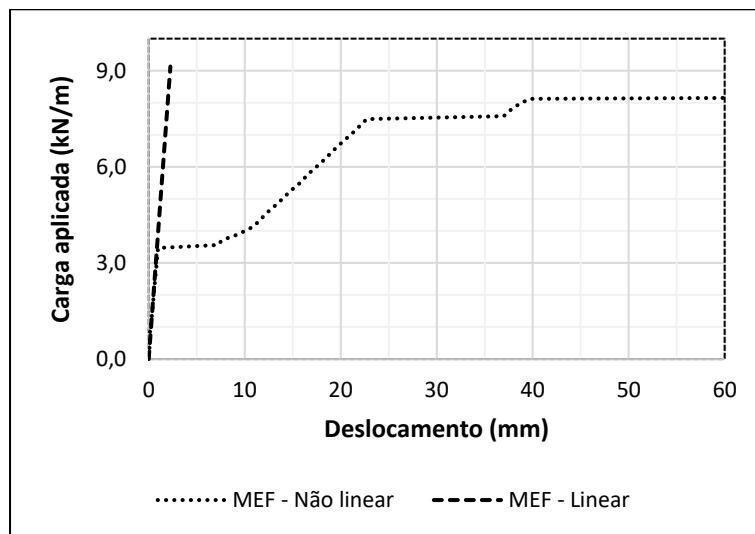


Fonte: extraída do Ansys pelo autor.

No Apêndice B é possível visualizar as imagens extraídas do Ansys, das lajes restantes ensaiadas por Silva Filho (2002).

A partir dos resultados obtidos, criou-se os diagramas carga x deslocamentos para cada uma das lajes (Figura 73 a Figura 77).

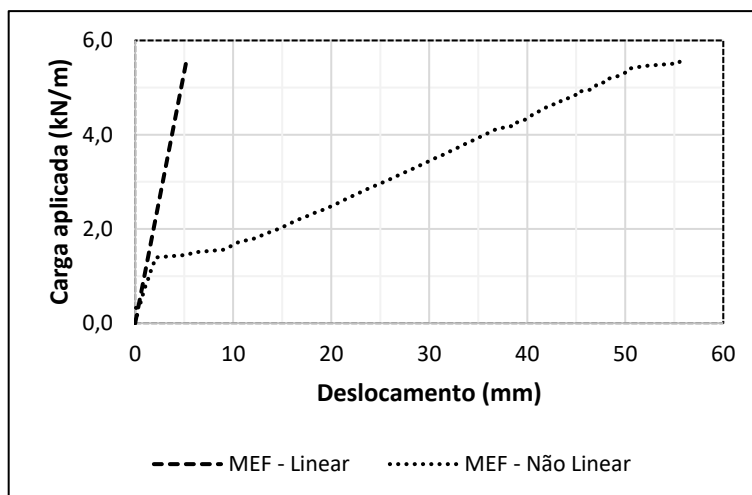
Figura 73 – Deslocamentos numéricos para a LC3A



Fonte: do autor.

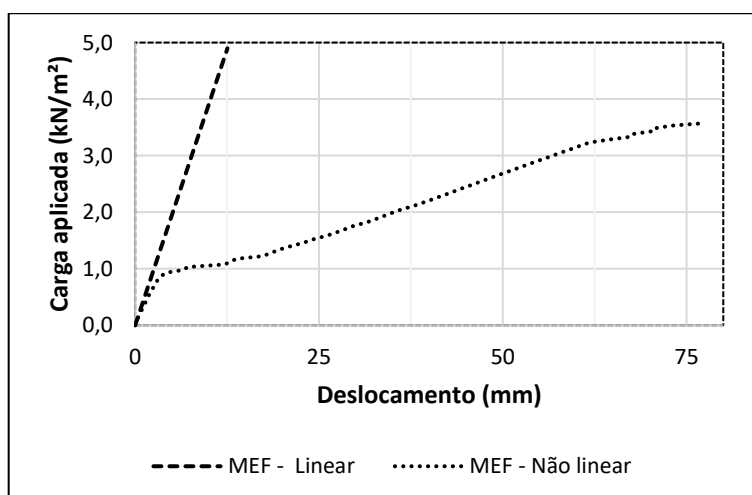


Figura 74 – Deslocamentos numéricos para a LC4A



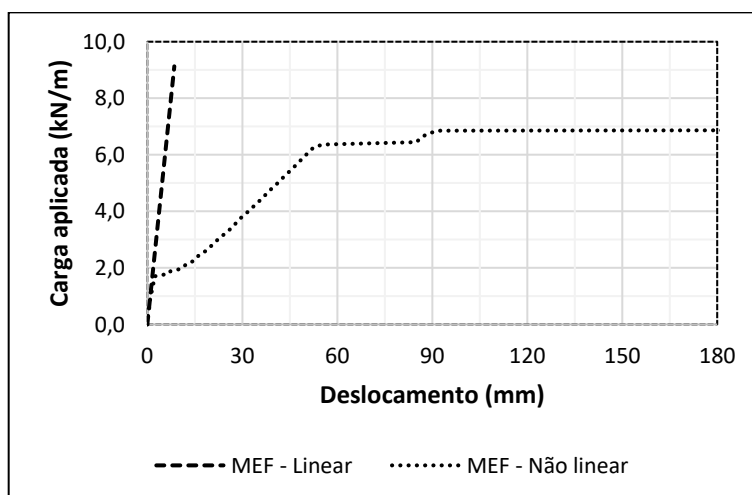
Fonte: do autor.

Figura 75 – Deslocamentos numéricos para a LC5A



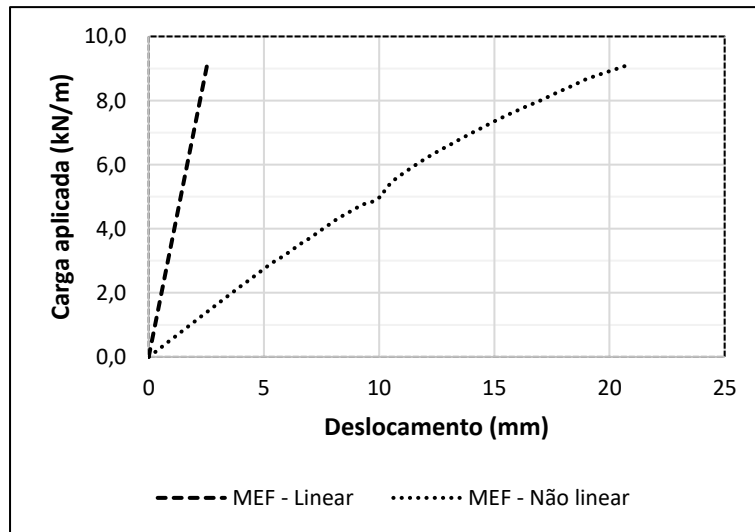
Fonte: do autor.

Figura 76 – Deslocamentos numéricos para a LT5A



Fonte: do autor.

Figura 77 – Deslocamentos numéricos para a LC3B



Fonte: do autor.

Cabe destacar que, as lajes LC3A e LT5A, na análise não linear, apresentou no final do carregamento deslocamentos excessivos para pequenos passos de carga, devido à laje estar próxima da ruptura.

Além disso, no mesmo tipo de análise, a laje LC5A, não conseguiu convergir a partir 73º passo de carga.

## 5 ANÁLISE DOS RESULTADOS

Neste capítulo será apresentado comparações entre as análises teóricas e numéricas realizadas neste trabalho e as experimentais.

Para realizar a comparação dos resultados numéricos e teóricos com os experimentais, foi feita a composição de cargas para o ELU e para o ELS, de acordo com as Equações 100 e 101, utilizando para o ELS a combinação quase permanente, a qual é utilizada para a verificação das deformações em serviços.

$$F_{d(ELU)} = 1,40 \cdot F_k \quad (100)$$

$$F_{d(ELS)} = \sum F_{g,k} + \sum \Psi_{2j} F_{q,k} \quad (101)$$

onde

$F_{d,(ELU)}$  – valor de cálculo das ações para a combinação de ruptura;

$F_{d,(ELS)}$  – valor de cálculo das ações para a combinação de serviço;

$F_{q1k}$  – valor característico das ações variáveis principais diretas;

$\Psi_2$  – fator de redução quase permanente para ELS.

Sendo que o fator de redução de combinação quase permanente ( $\psi_2$ ) adotado foi de 0,30.

A composição do carregamento é mostrado na Tabela 2.

Tabela 2 – Combinações de ações para o ELU e ELS

Laje	Peso próprio (kN/m <sup>2</sup> )	Carga Permanente (kN/m <sup>2</sup> )	Carga variável (kN/m <sup>2</sup> )	Carregamento no ELS (kN/m <sup>2</sup> )	Carregamento no ELU (kN/m <sup>2</sup> )
<b>Aplicação 01</b>	1,28	1,40	1,50	3,13	5,86
<b>Aplicação 02</b>	1,25	1,40	1,50	3,10	5,81
<b>LC3A</b>	1,24	1,40	1,50	3,09	5,80
<b>LC4A</b>	1,29	1,40	1,50	3,14	5,87
<b>LC5A</b>	1,39	1,40	1,50	3,19	6,01
<b>LT5A</b>	1,61	1,40	1,50	3,46	6,31
<b>LC3B</b>	1,24	1,40	1,50	3,09	5,80

Fonte: do autor.

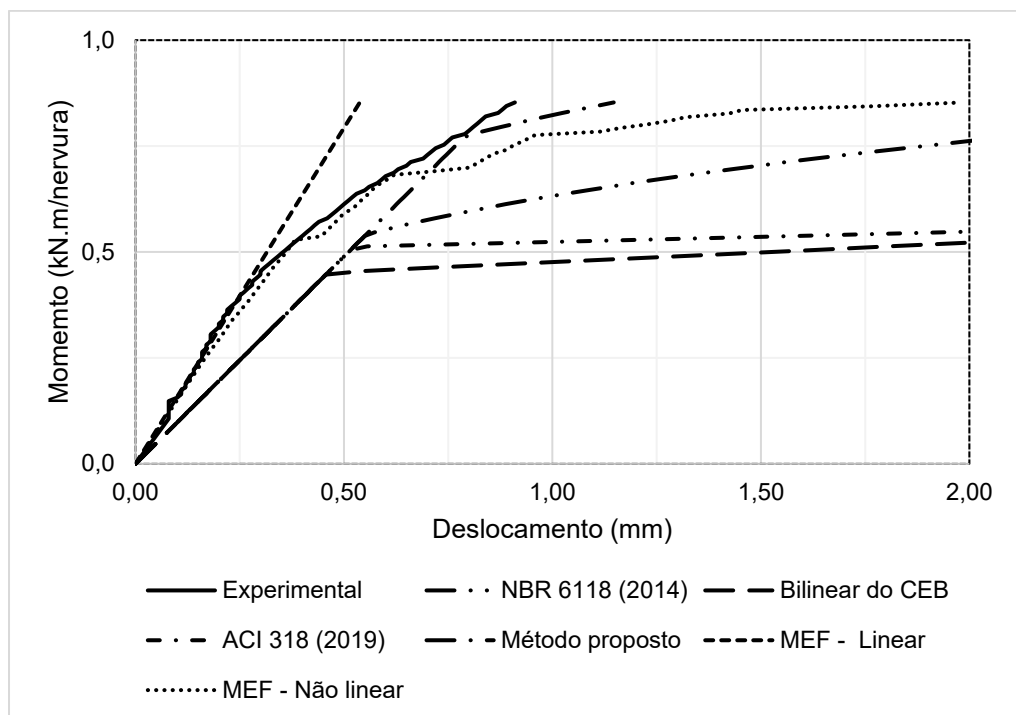
Em relação as cargas consideradas, o peso próprio de cada uma das lajes nervuradas foi calculado para cada caso, além disso, adotou-se uma carga variável igual a  $1,5 \text{ kN/m}^2$ , referente a uma laje de dormitório ou sala, e uma carga permanente de  $1,4 \text{ kN/m}^2$  referente ao revestimento de pisos residências e comerciais de 7 cm de espessura, ambas com base na NBR 6120 (2019).

Cabe salientar, que não é usual em projetos de estruturas, verificar os deslocamentos para os estados limites últimos, mas apenas para os estados limites de serviço, contudo, comparou-se nesse trabalho, pois o intervalo de momento atuante entre o ELS e o ELU, é o qual a estrutura atuará durante a sua vida útil.

### 5.1 APLICAÇÃO 01

Ao analisar os deslocamentos obtidos pelo método dos elementos finitos e pelos métodos simplificados, em relação aos deslocamentos experimentais, é possível observar através da Figura 78, que os resultados obtidos pelo MEF, foram mais próximos ao experimento do que os modelos teóricos.

Figura 78 – Deslocamentos da aplicação 01

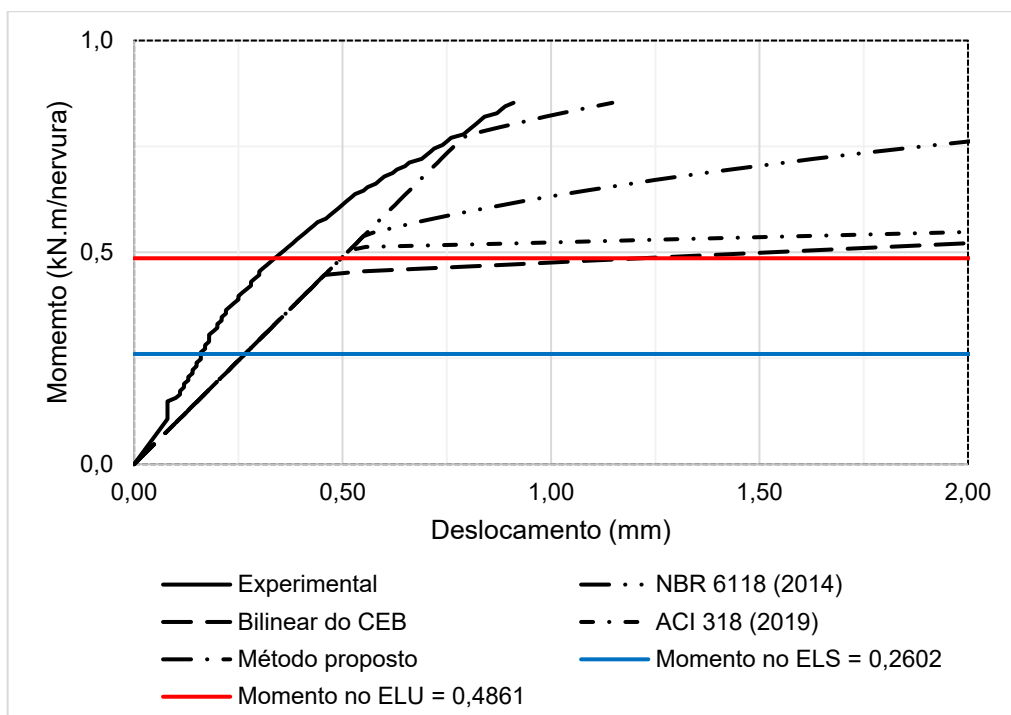


Fonte: do autor.

Frente aos resultados, pode-se verificar que todos os métodos na parte elástica do carregamento apresentam resultados próximos ao experimento, contudo, quando há a fissuração do concreto, os modelos numéricos apresentam maior precisão.

Na Figura 79 é possível visualizar os deslocamentos teóricos e experimentais.

Figura 79 – Deslocamentos teóricos e experimentais

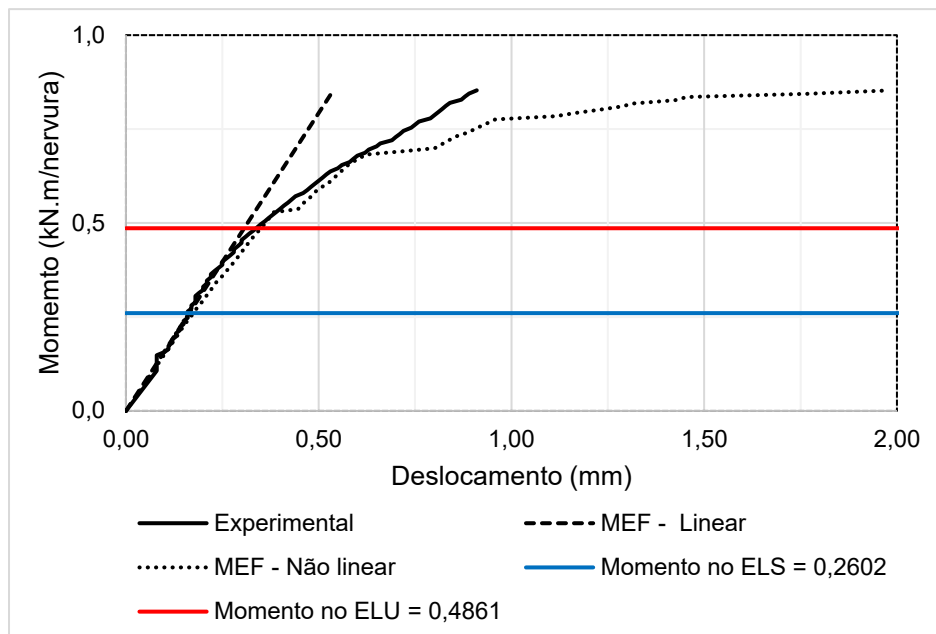


Fonte: do autor.

Nota-se pela Figura 79, que até o momento de fissuração, os modelos simplificados apresentam um comportamento similar ao do ensaio da laje, contudo, após a fissuração, os métodos se mostraram bem conservadores em relação a esse caso estudado, isso deve-se ao fato que a laje no ensaio experimental não apresentou fissuras significativas.

Na Figura 80 é possível comparar apenas os deslocamentos numéricos com os experimentais.

Figura 80 – Deslocamentos numéricos da aplicação 01



Fonte: do autor.

Diante da Figura 80, confirma-se o exposto por Bastos (2016), que a laje apresentou poucas fissuras e que se comportou na maior parte do carregamento de forma linear. Logo, tanto o modelo não linear como o modelo linear apresentaram comportamento próximos ao real. Nota-se também que próximo a carga final aplicada na laje, o modelo não linear perdeu parte de sua rigidez o que resultou em maiores deslocamentos.

Os resultados dos deslocamentos no ELU e ELS obtidos pelos modelos de cálculo e o ensaio, são apresentados na Tabela 3.

Tabela 3 – Deslocamentos da aplicação 01 no ELS e ELU

Modelo de Cálculo	ELS (mm)	ELU (mm)
<b>Experimental</b>	0,1600	0,3375
<b>MEF – Linear</b>	0,1640	0,3066
<b>MEF – Não linear</b>	0,1746	0,3502
<b>NBR 6118 (2014)</b>	0,2660	0,4969
<b>Bilinear do CEB</b>	0,2660	1,2181
<b>ACI 318 (2019)</b>	0,2660	0,4969
<b>Método proposto</b>	0,2660	0,4969

Fonte: do autor.

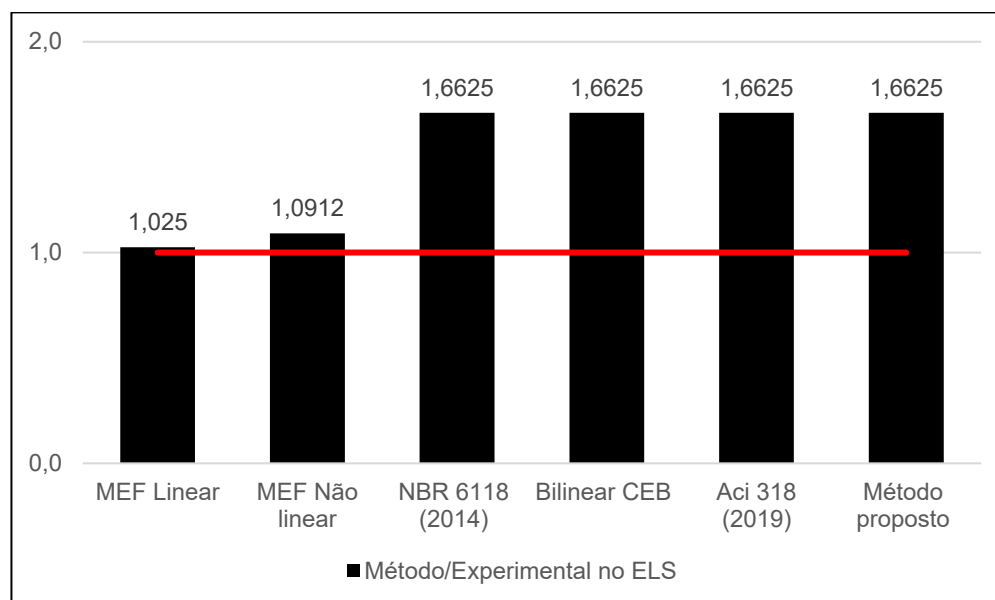
De forma a analisar o desempenho dos modelos estudados, a Tabela 4 e as Figuras 81 e 82, apresentam a relação entre os deslocamentos calculados e os experimentais, ou seja, o quão próximo o modelo de cálculo é do experimental.

Tabela 4 – Relação de deslocamentos da aplicação 01 no ELS e ELU

Relação	ELS	ELU
<b>Experimental / Experimental</b>	1	1
<b>MEF – Linear / Experimental</b>	1,0250	0,9084
<b>MEF – Não linear / Experimental</b>	1,0912	1,0376
<b>NBR 6118 (2014) / Experimental</b>	1,6625	1,4723
<b>Bilinear do CEB / Experimental</b>	1,6625	3,6092
<b>ACI 318 (2019) / Experimental</b>	1,6625	1,4723
<b>Método proposto / Experimental</b>	1,6625	1,4723

Fonte: do autor.

Figura 81 – Relação entre os deslocamentos calculados e os experimentais da aplicação 01 no ELS

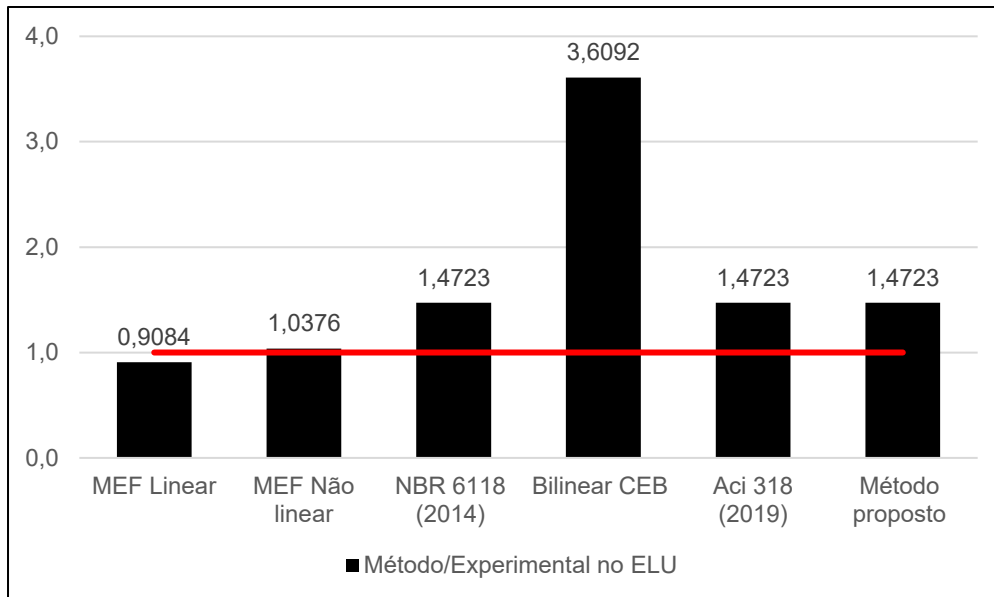


Fonte: do autor.

A partir dos resultados é possível verificar que, as análises pelo MEF apresentaram resultados precisos quanto à previsão de deslocamentos no ELS. Em relação aos modelos simplificados, todos apresentaram o mesmo deslocamento, isso

se deve, pois, a carga estimada para o ELS, não provocou momentos maiores que o de fissuração.

Figura 82 – Relação entre os deslocamentos calculados e os experimentais da aplicação 01 no ELU



Fonte: do autor.

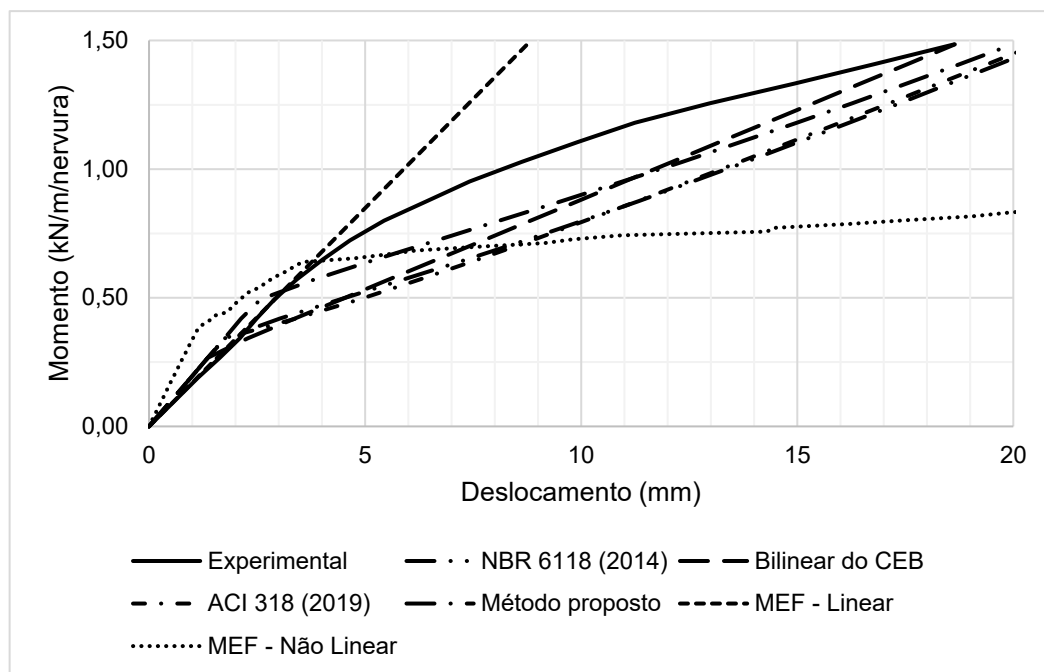
Com base na Figura 82, verifica-se que, as análises pelo MEF apresentaram bons resultados na previsão de deslocamentos no ELU, em especial o modelo não linear. Em relação aos modelos simplificados, com exceção do Bilinear do CEB, todos os outros apresentaram resultados próximos ao experimento, provavelmente devido ao fato de que carga para o ELU não atingiu o momento de fissuração.

## 5.2 APLICAÇÃO 02

Ao analisar os deslocamentos obtidos pelo método dos elementos finitos e pelos métodos simplificados, em relação aos deslocamentos experimentais, é possível observar através da Figura 83, que os resultados obtidos pelo MEF, foram mais próximos ao experimento que os modelos teóricos até 60% da carga máxima aplicada, contudo mais para o final do carregamento, os modelos simplificados apresentaram melhores resultados.



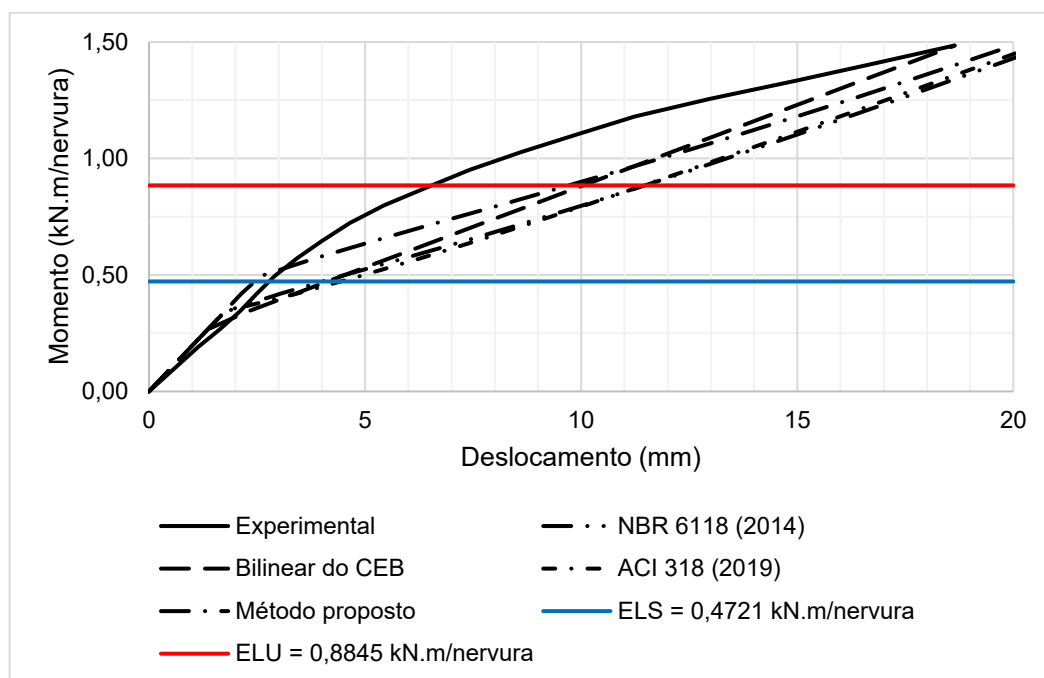
Figura 83 – Deslocamentos da aplicação 02



Fonte: do autor.

Na Figura 84 é possível visualizar os deslocamentos teóricos e experimentais.

Figura 84 – Deslocamentos teóricos e experimentais da aplicação 02

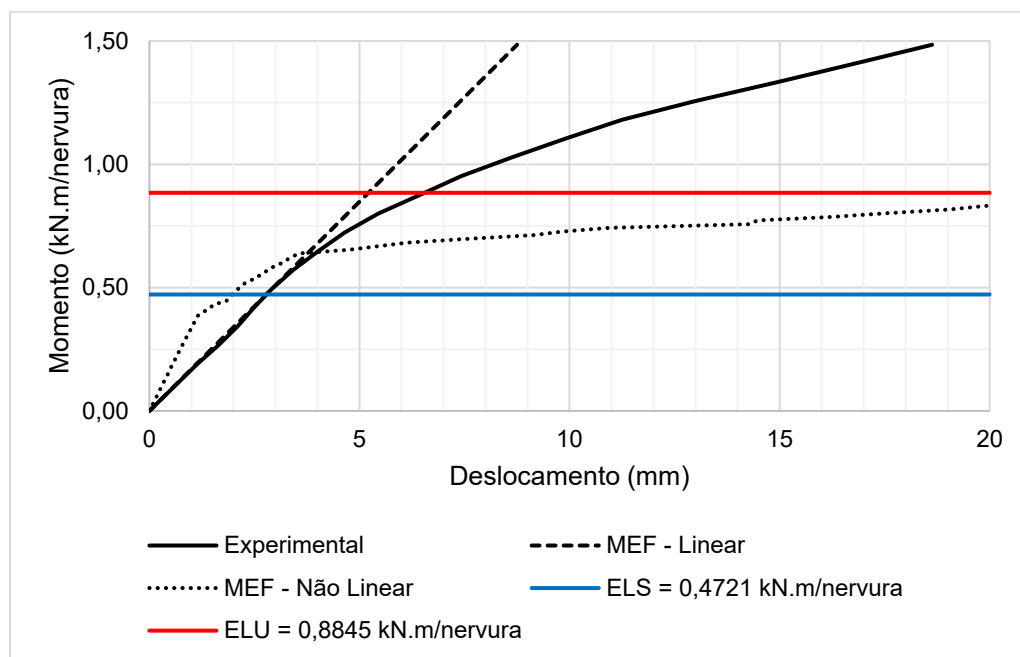


Fonte: do autor.

Nota-se pela Figura 84 que até o momento de fissuração, os modelos simplificados resultaram muito próximos do comportamento real da laje, contudo, após a fissuração, os métodos se mostraram mais conservadores na estimativa de deslocamentos.

Na Figura 85, é possível comparar apenas os deslocamentos numéricos com os experimentais.

Figura 85 – Deslocamentos numéricos da aplicação 02



Fonte: do autor.

Diante da Figura 85, observa-se que os modelos numéricos, representaram bem o comportamento da laje no começo do carregamento, principalmente o modelo linear. Observa-se no modelo não linear que, a partir de 60% da carga aplicada, houve grandes deslocamentos para pequenos passos de carga.

Os resultados dos deslocamentos para o ELS e ELU pelos modelos de cálculo e o ensaio, são apresentados na Tabela 5.

Tabela 5 – Deslocamentos da aplicação 02 no ELS e ELU

<b>Modelo de Cálculo</b>	<b>ELS (mm)</b>	<b>ELU (mm)</b>
<b>Experimental</b>	2,7842	6,5456
<b>MEF – Linear</b>	2,7231	5,1055
<b>MEF – Não linear</b>	1,9663	24,2572
<b>NBR 6118 (2014)</b>	4,0129	11,4830
<b>Bilinear do CEB</b>	4,1371	10,0514
<b>ACI 318 (2019)</b>	4,4437	11,4415
<b>Método proposto</b>	2,4054	9,7194

Fonte: do autor.

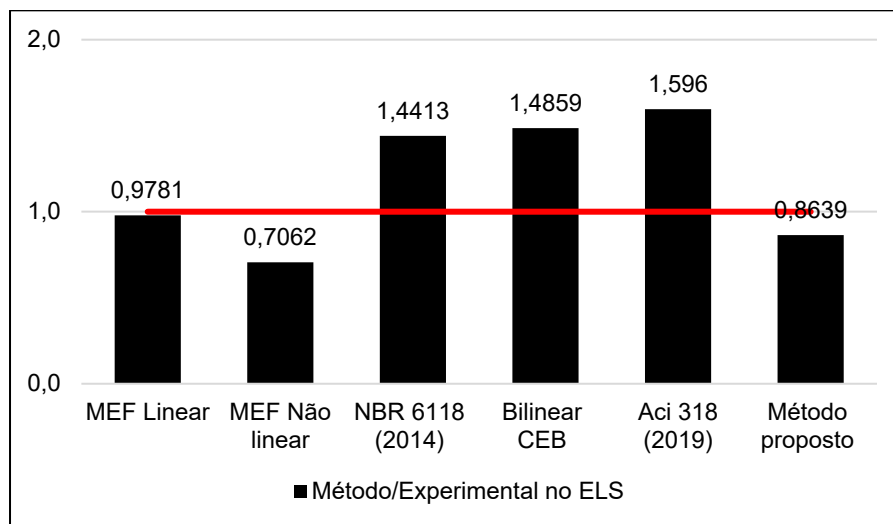
A Tabela 6 e as Figuras 86 e 87 apresentam a relação entre os deslocamentos calculados e os experimentais, ou seja, o quão próximo o modelo de cálculo é do experimental.

Tabela 6 – Relação entre os deslocamentos calculados e experimentais da aplicação 01 no ELS e ELU

<b>Relação</b>	<b>ELS</b>	<b>ELU</b>
<b>Experimental / Experimental</b>	1	1
<b>MEF – Linear / Experimental</b>	0,9781	0,8000
<b>MEF – Não linear / Experimental</b>	0,7062	3,7059
<b>NBR 6118 (2014) / Experimental</b>	1,4413	1,7543
<b>Bilinear do CEB / Experimental</b>	1,4859	1,5356
<b>ACI 318 (2019) / Experimental</b>	1,5960	1,7480
<b>Método proposto / Experimental</b>	0,8639	1,4849

Fonte: do autor.

Figura 86 – Relação entre os deslocamentos calculados e os experimentais da aplicação 02 no ELS

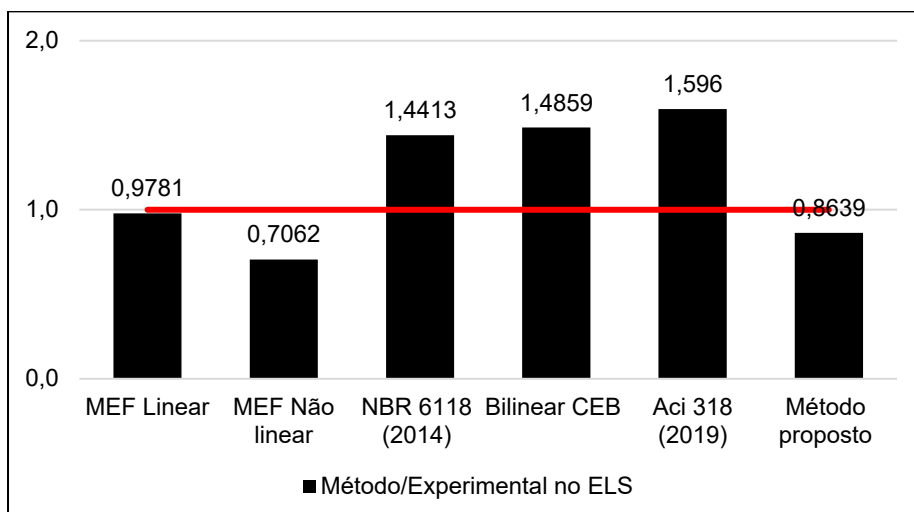


Fonte: do autor.

A partir dos resultados é possível verificar que, as análises pelo MEF apresentaram resultados precisos quanto à previsão de deslocamentos no ELS, principalmente o modelo linear. Em relação aos modelos simplificados, destaca-se o resultado obtido pelo método proposto pelo autor, que obteve os resultados mais próximos do experimental dentre os métodos simplificados.

Além disso, o modelo da NBR 6118 (2014) e o bilinear do CEB apresentaram resultados adequados, sendo um pouco mais conservadores, bem como o modelo do ACI 318 (2014).

Figura 87 – Relação entre os deslocamentos calculados e os experimentais da aplicação 02 no ELU



Fonte: do autor.

Com base nos resultados mostrados na Figura 87, observa-se que, para o ELU, o resultado mais próximo do experimental obtido, foi através do modelo linear por meio do MEF. Ademais, os modelos teóricos, mostraram mais conservadores, assim como o modelo não linear do MEF.

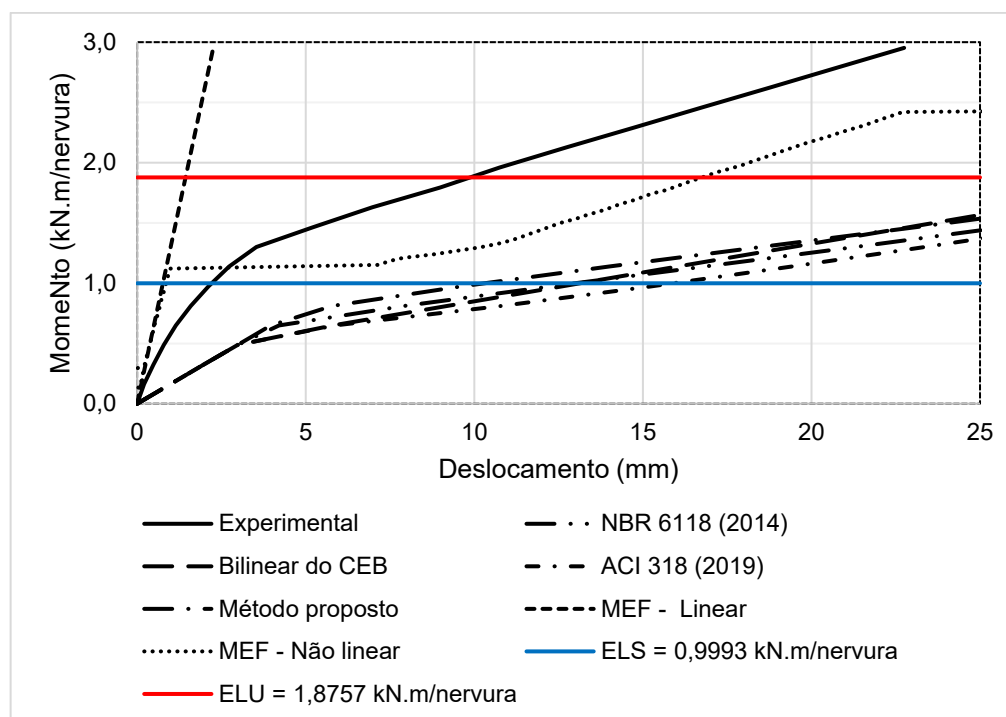
### 5.3 APLICAÇÃO 03

A seguir são apresentados a comparação dos resultados para cada uma das lajes da aplicação 03.

#### 5.3.1 LC3A

Ao analisar os deslocamentos obtidos pelo método dos elementos finitos e pelos métodos simplificados, em relação aos deslocamentos experimentais, é possível observar através da Figura 88, que os resultados obtidos pelo MEF, foram mais próximos ao experimento do que os modelos teóricos.

Figura 88 – Comparação de deslocamentos da laje LC3A



Fonte: do autor.

Diante aos resultados, pode-se verificar que os métodos simplificados apresentam deslocamentos bem superiores ao comportamento real da laje. Na Tabela 7, são mostrados os deslocamentos da laje no ELS e ELU.

Tabela 7 – Deslocamentos da laje LC3A no ELS e ELU

<b>Modelo de Cálculo</b>	<b>ELS (mm)</b>	<b>ELU (mm)</b>
<b>Experimental</b>	2,1330	9,8527
<b>MEF – Linear</b>	0,7638	1,4337
<b>MEF – Não linear</b>	0,8590	16,7320
<b>NBR 6118 (2014)</b>	12,9693	35,9624
<b>Bilinear do CEB</b>	13,1222	31,5868
<b>ACI 318 (2019)</b>	11,4937	36,6112
<b>Método proposto</b>	10,2646	33,9633

Fonte: do autor.

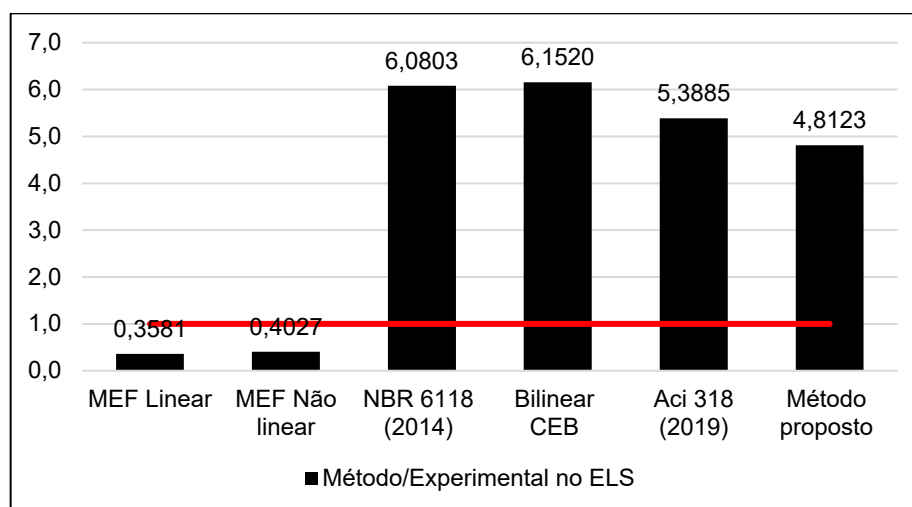
Percebe-se que os deslocamentos teóricos foram significativamente maiores que os reais. Para comparar, a Tabela 8, e as Figuras 89 e 90 mostram a relação entre os deslocamentos calculados com os experimentais

Tabela 8 – Relação entre os deslocamentos calculados e experimentais da laje LC3A no ELS e ELU

<b>Relação</b>	<b>ELS</b>	<b>ELU</b>
<b>Experimental / Experimental</b>	1	1
<b>MEF – Linear / Experimental</b>	0,3581	0,1455
<b>MEF – Não linear / Experimental</b>	0,4027	1,6982
<b>NBR 6118 (2014) / Experimental</b>	6,0803	3,6500
<b>Bilinear do CEB / Experimental</b>	6,1520	3,2059
<b>ACI 318 (2019) / Experimental</b>	5,3885	3,7158
<b>Método proposto / Experimental</b>	4,8123	3,4471

Fonte: do autor.

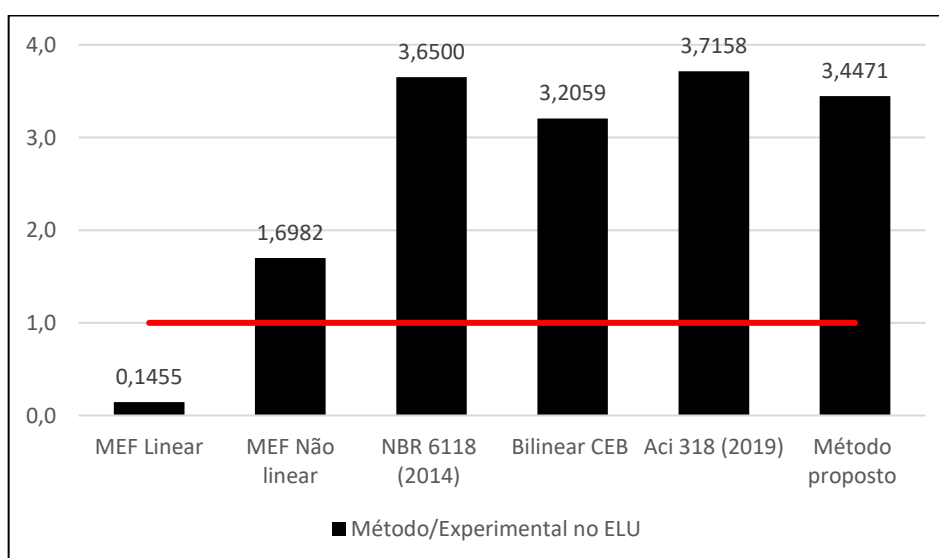
Figura 89 – Relação entre os deslocamentos calculados e os experimentais da laje LC3A no ELS



Fonte: do autor.

A partir dos resultados expostos na Figura 89, observa-se que os modelos pelo MEF apresentaram os resultados mais próximos ao real, enquanto os deslocamentos teóricos destoaram do resultado real, no ELS.

Figura 90 – Relação entre os deslocamentos calculados e os experimentais da laje LC3A no ELU



Fonte: do autor.

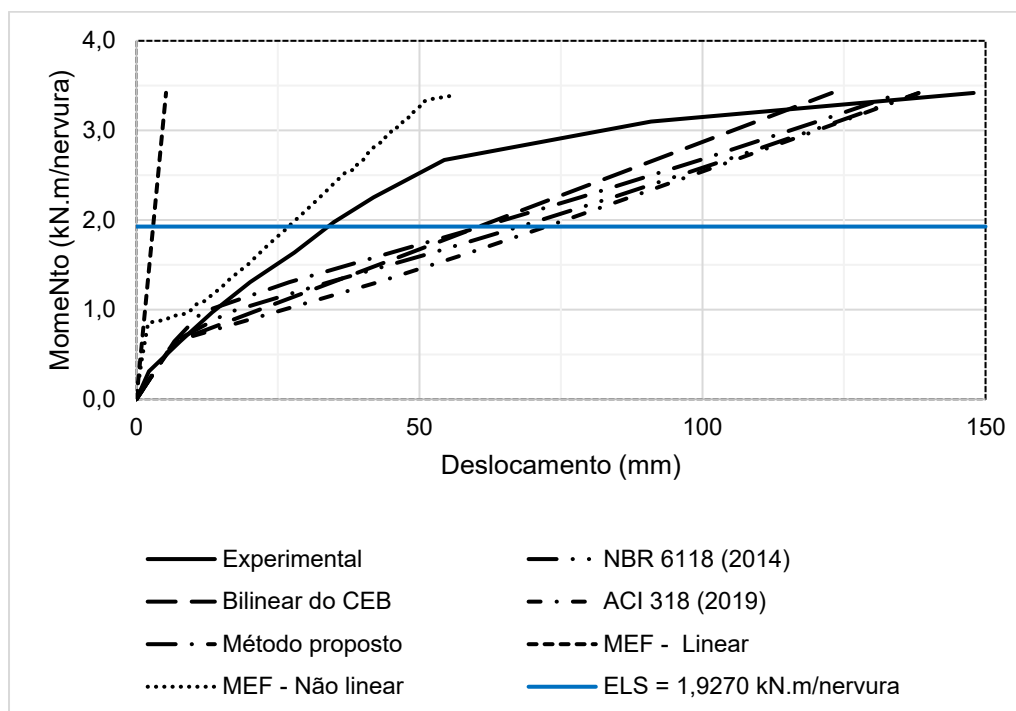
No ELU (Figura 90), observa-se novamente uma previsão mais acurada dos deslocamentos através do MEF, principalmente com o uso do modelo não linear.

### 5.3.2 LC4A

Ao analisar os deslocamentos obtidos, é possível observar através da Figura 88, que os resultados obtidos pelo MEF utilizando o modelo não linear foram bem próximos aos deslocamentos experimentais, enquanto o modelo linear não apresentou comportamento similar ao experimento.

Em relação aos modelos teóricos, percebe-se que até o momento de fissuração calculado, os modelos apresentaram comportamento bem próximo ao real.

Figura 91 – Comparação de deslocamentos da laje LC4A



Fonte: do autor.

Apenas deslocamentos no ELS são mostrados na Tabela 9, visto que o carregamento estimado para o ELU foi maior que o aplicado na laje durante o ensaio.



Tabela 9 – Deslocamentos da laje LC4A no ELS

<b>Modelo de Cálculo</b>	<b>ELS (mm)</b>
<b>Experimental</b>	33,8818
<b>MEF – Linear</b>	2,9489
<b>MEF – Não linear</b>	26,8841
<b>NBR 6118 (2014)</b>	67,7435
<b>Bilinear do CEB</b>	60,5281
<b>ACI 318 (2019)</b>	72,4016
<b>Método proposto</b>	61,0326

Fonte: do autor.

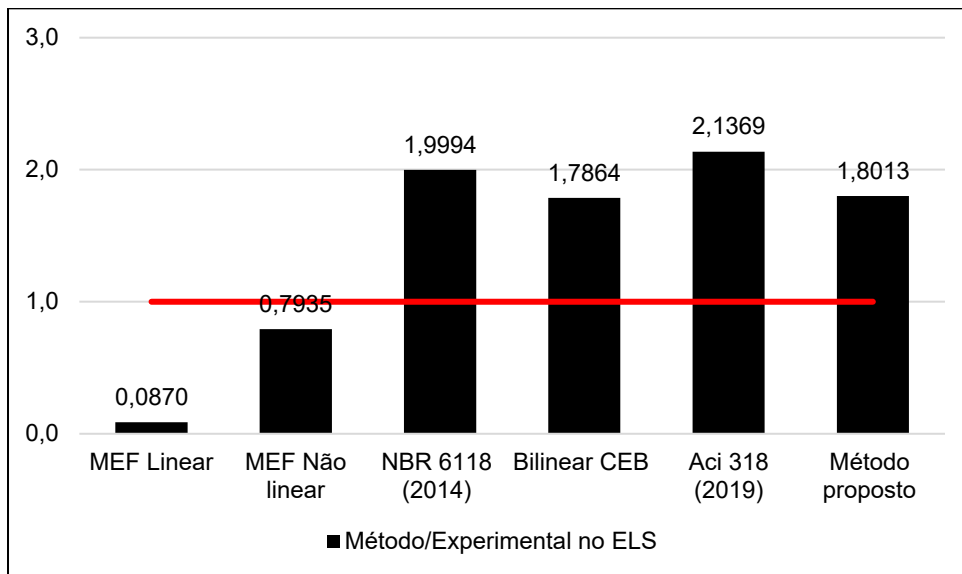
Como a carga estimada para o ELU dessa laje não foi alcançado pelo ensaio, foram comparados os resultados apenas pelo ELS, conforme mostra a Tabela 10 e a Figura 92.

Tabela 10 – Relação entre os deslocamentos calculados e experimentais da laje LC4A no ELS

<b>Relação</b>	<b>ELS</b>
<b>Experimental / Experimental</b>	1
<b>MEF – Linear / Experimental</b>	0,0870
<b>MEF – Não linear / Experimental</b>	0,7935
<b>NBR 6118 (2014) / Experimental</b>	1,9994
<b>Bilinear do CEB / Experimental</b>	1,7864
<b>ACI 318 (2019) / Experimental</b>	2,1369
<b>Método proposto / Experimental</b>	1,8013

Fonte: do autor.

Figura 92 – Relação entre os deslocamentos calculados e os experimentais da laje LC4A no ELS

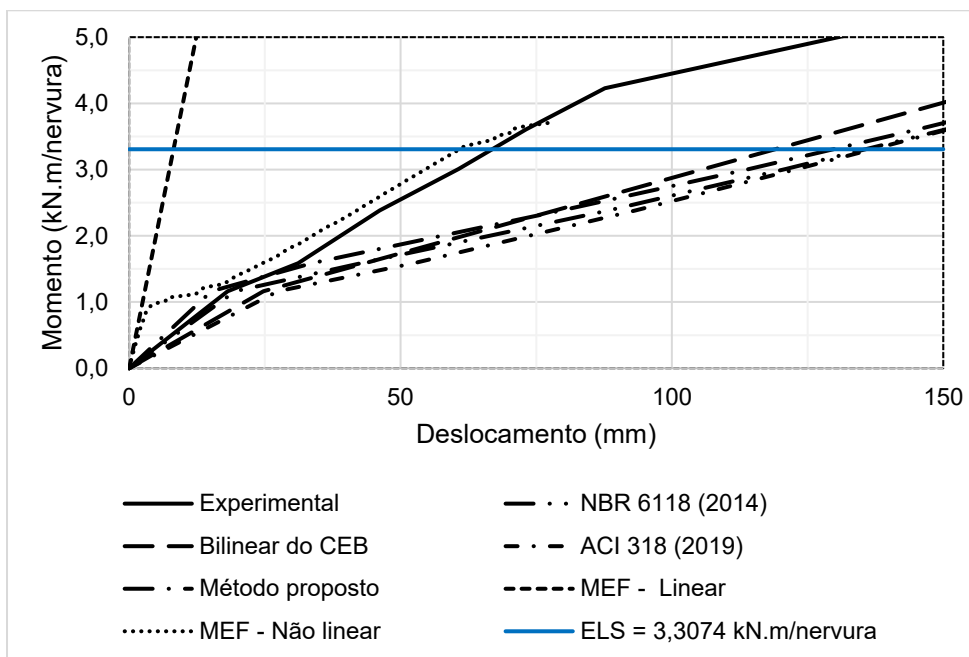


Fonte: do autor.

### 5.3.3 LC5A

Na Figura 93, observa-se os deslocamentos para a laje LC5A.

Figura 93 – Comparação de deslocamentos da laje LC5A



Fonte: do autor.

Através da Figura 93, verifica-se que os resultados obtidos pelo MEF utilizando o modelo não linear foram bem próximos aos deslocamentos experimentais, enquanto o modelo linear não apresentou comportamento similar ao experimento.

Além disso, em relação aos modelos teóricos, percebe-se que até o momento de fissuração calculado, os modelos apresentaram comportamento bem próximo ao real, principalmente o modelo da NBR 6118 (2014) e o modelo proposto.

A Tabela 11 mostra os deslocamentos para o carregamento no ELS.

Tabela 11 – Deslocamentos da laje LC5A no ELS

<b>Modelo de Cálculo</b>	<b>ELS (mm)</b>
<b>Experimental</b>	66,9000
<b>MEF – Linear</b>	8,1756
<b>MEF – Não linear</b>	60,8628
<b>NBR 6118 (2014)</b>	135,8870
<b>Bilinear do CEB</b>	119,0597
<b>ACI 318 (2019)</b>	137,0164
<b>Método proposto</b>	130,0045

Fonte: do autor.

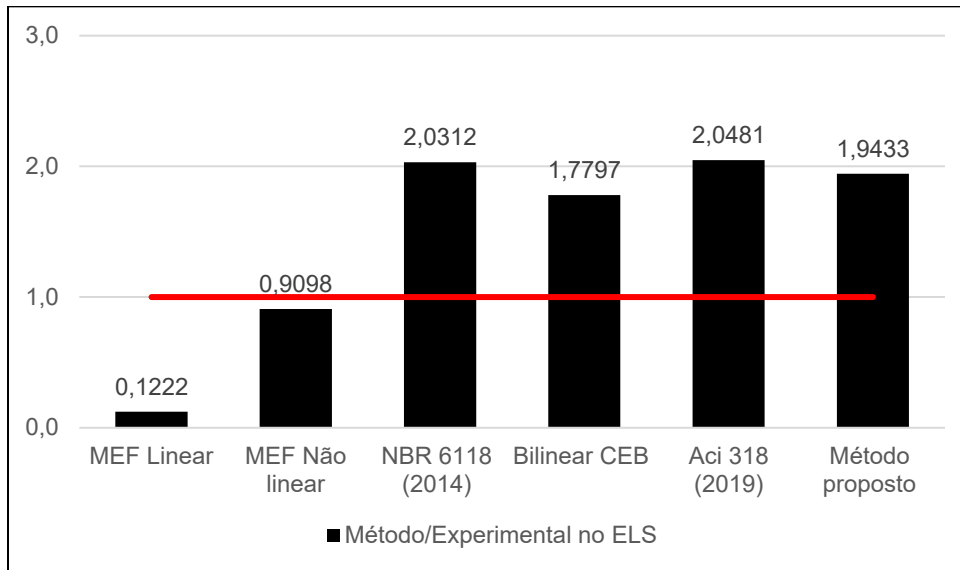
Como a carga estimada para o ELU dessa laje não foi alcançado pelo ensaio, far-se-á a comparação dos resultados apenas para o ELS, conforme mostra a Tabela 12 e a Figura 94.

Tabela 12 – Relação entre os deslocamentos calculados e experimentais da laje LC5A no ELS

<b>Relação</b>	<b>ELS</b>
<b>Experimental / Experimental</b>	1
<b>MEF – Linear / Experimental</b>	0,1222
<b>MEF – Não linear / Experimental</b>	0,9098
<b>NBR 6118 (2014) / Experimental</b>	2,0312
<b>Bilinear do CEB / Experimental</b>	1,7797
<b>ACI 318 (2019) / Experimental</b>	2,0481
<b>Método proposto / Experimental</b>	1,9433

Fonte: do autor.

Figura 94 – Relação entre os deslocamentos calculados e os experimentais da laje LC5A no ELS



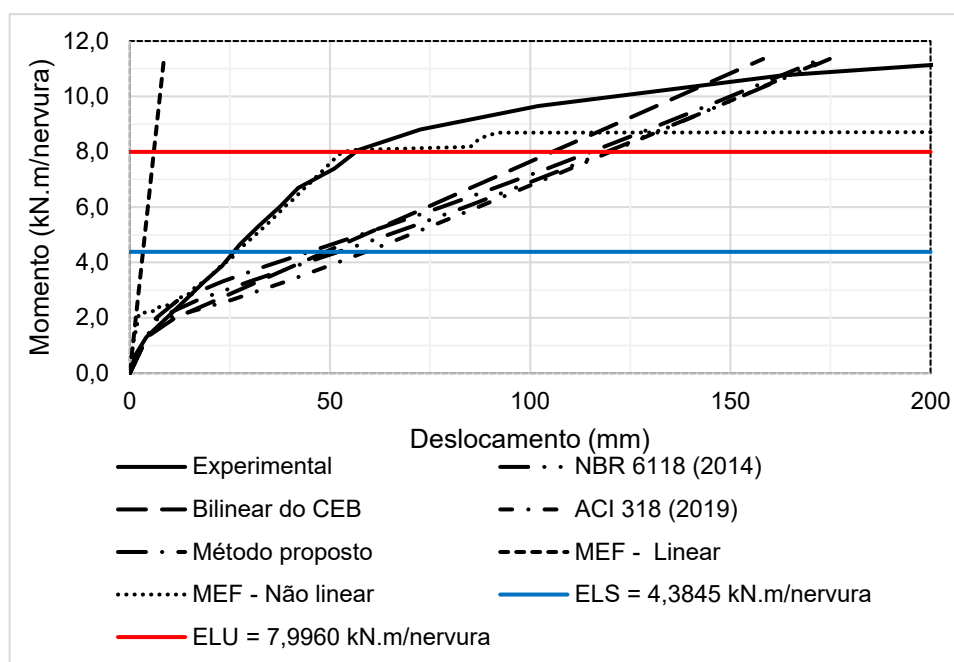
Fonte: do autor.

Conforme pode ser visto na Figura 94, o modelo não linear pelo MEF apresentou o resultado mais próximo para a carga referente ao ELS. Ademais, apesar dos modelos teóricos apresentarem resultados próximos ao real, o modelo que mais se aproximou do deslocamento real foi o Bilinear do CEB.

### 5.3.4 LT5A

Os deslocamentos para a laje treliçada ensaiada podem ser visualizados na Figura 95.

Figura 95 – Comparação de deslocamentos da laje LT5A



Fonte: do autor.

Com base na Figura 95, destaca-se que o modelo não linear pelo MEF apresentou durante quase todo o carregamento comportamento bem similar ao experimental, enquanto o modelo linear não representou bem o comportamento.

Além disso, os modelos teóricos até o momento de fissuração calculado de cada um dos modelos, apresentaram resultados similares ao experimental.

Para comparar, a Tabela 15 mostra os deslocamentos no ELS e no ELU.

Tabela 13 Deslocamentos da laje LT5A no ELS e ELU

Modelo de Cálculo	ELS (mm)	ELU (mm)
<b>Experimental</b>	25,9641	56,4940
<b>MEF – Linear</b>	3,2926	6,0046
<b>MEF – Não linear</b>	27,0301	53,7880
<b>NBR 6118 (2014)</b>	52,1969	119,1479
<b>Bilinear do CEB</b>	48,9131	105,5415
<b>ACI 318 (2019)</b>	58,9182	120,0257
<b>Método proposto</b>	44,7403	115,1863

Fonte: do autor.

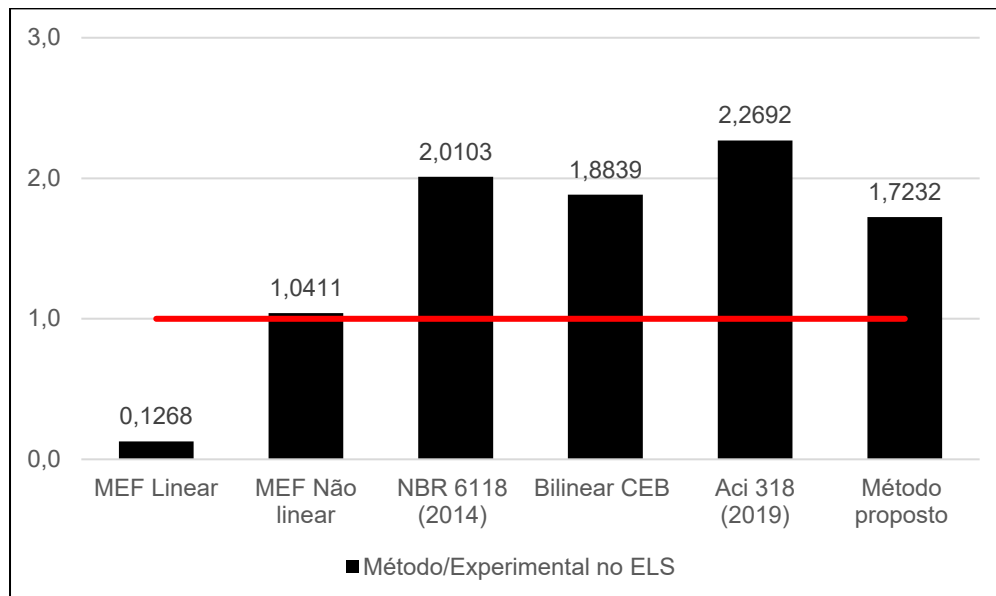
De forma a comparar, a Tabela 14 e as Figuras 96 e 97, apresentem as relações entre os deslocamentos calculados e experimentais.

Tabela 14 – Relação entre os deslocamentos calculados e experimentais da laje LT5A no ELS e ELU

<b>Relação</b>	<b>ELS</b>	<b>ELU</b>
<b>Experimental / Experimental</b>	1	1
<b>MEF – Linear / Experimental</b>	0,1268	0,1063
<b>MEF – Não linear / Experimental</b>	1,0411	0,9521
<b>NBR 6118 (2014) / Experimental</b>	2,0103	2,1090
<b>Bilinear do CEB / Experimental</b>	1,8839	1,8682
<b>ACI 318 (2019) / Experimental</b>	2,2692	2,1246
<b>Método proposto / Experimental</b>	1,7232	2,0389

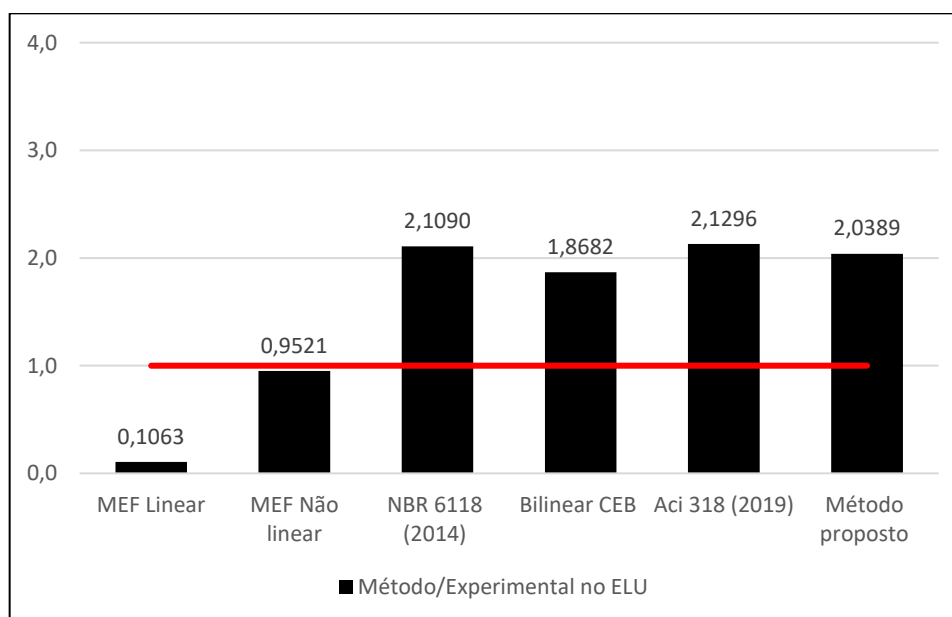
Fonte: do autor.

Figura 96 – Relação entre os deslocamentos calculados e os experimentais da laje LT5A no ELS



Fonte: do autor.

Figura 97 – Relação entre os deslocamentos calculados e os experimentais da laje LT5A no ELU



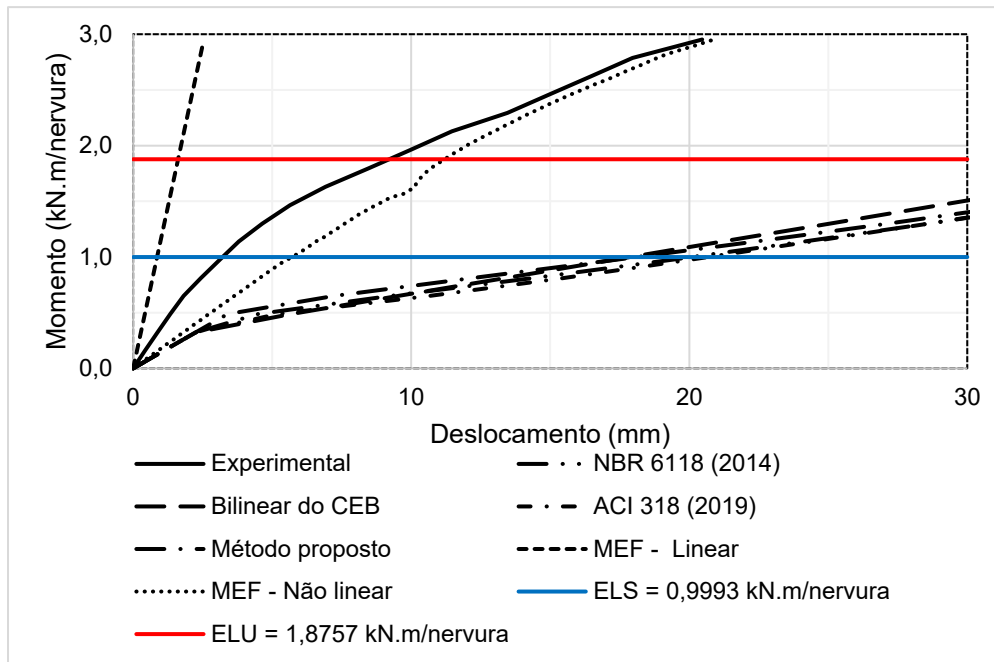
Fonte: do autor.

Com base no exposto, confirma-se o verificado no gráfico momento x deslocamento de que o modelo não linear pelo MEF representou com boa precisão o comportamento da laje, tanto no ELS como no ELU. Além disso, dentre os modelos teóricos estudados, o bilinear do CEB e o método proposto apresentaram os melhores resultados para a laje LT5A.

### 5.3.5 LC3B

Quanto os resultados da laje LC3B, verifica-se através da Figura 98, o comportamento já identificado nas outras lajes, no qual o modelo não linear pelo MEF apresentou resultados bem próximos ao real durante o carregamento da laje. Além disso, os modelos teóricos não conseguiram apresentar comportamento próximo ao obtido no ensaio experimental.

Figura 98 – Comparação de deslocamentos da laje LC3B



Fonte: do autor.

Os deslocamentos para o momento no ELS e no ELU, podem ser observados na Tabela 15.

Tabela 15 – Deslocamentos da laje LC3B no ELS e ELU

Modelo de Cálculo	ELS (mm)	ELU (mm)
<b>Experimental</b>	3,2140	9,2003
<b>MEF – Linear</b>	0,8594	1,6133
<b>MEF – Não linear</b>	5,7050	11,1856
<b>NBR 6118 (2014)</b>	20,1136	43,5573
<b>Bilinear do CEB</b>	17,8763	38,8011
<b>ACI 318 (2019)</b>	20,6857	43,0944
<b>Método proposto</b>	18,1422	42,7469

Fonte: do autor.

Observa-se que os modelos teóricos apresentaram grande disparidade na previsão dos deslocamentos em relação ao comportamento real, logo, observa-se na Tabela 16, Figura 99 e Figura 100, a relação entre os modelos estudados e os resultados experimentais.

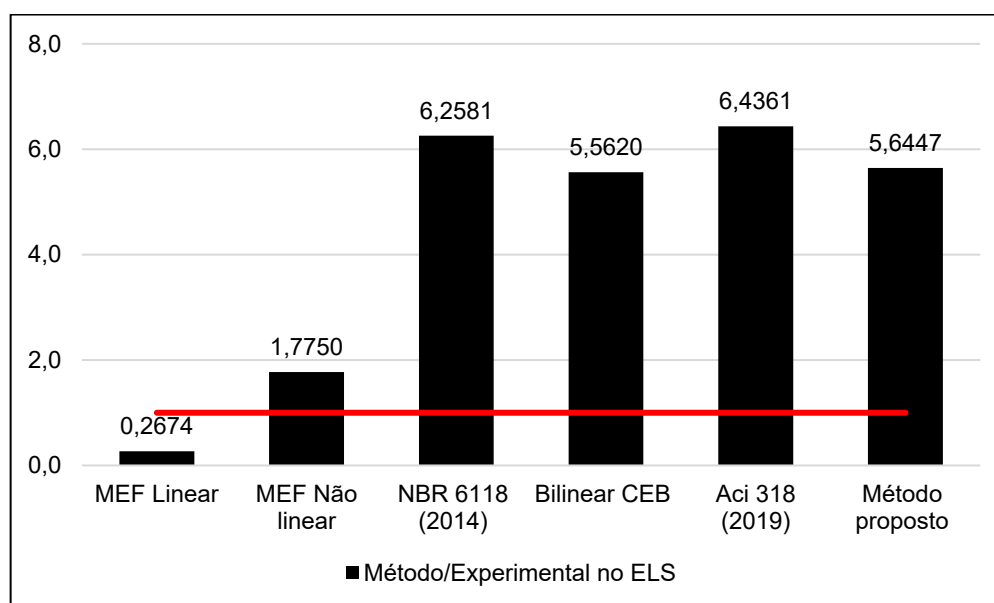


Tabela 16 – Relação entre os deslocamentos calculados e experimentais da laje LC3B no ELS e ELU

Relação	ELS	ELU
<b>Experimental / Experimental</b>	1	1
<b>MEF – Linear / Experimental</b>	0,2674	0,1754
<b>MEF – Não linear / Experimental</b>	1,7750	1,2158
<b>NBR 6118 (2014) / Experimental</b>	6,2581	4,7343
<b>Bilinear do CEB / Experimental</b>	5,5620	4,2174
<b>ACI 318 (2019) / Experimental</b>	6,4361	4,6840
<b>Método proposto / Experimental</b>	5,6447	4,6463

Fonte: do autor.

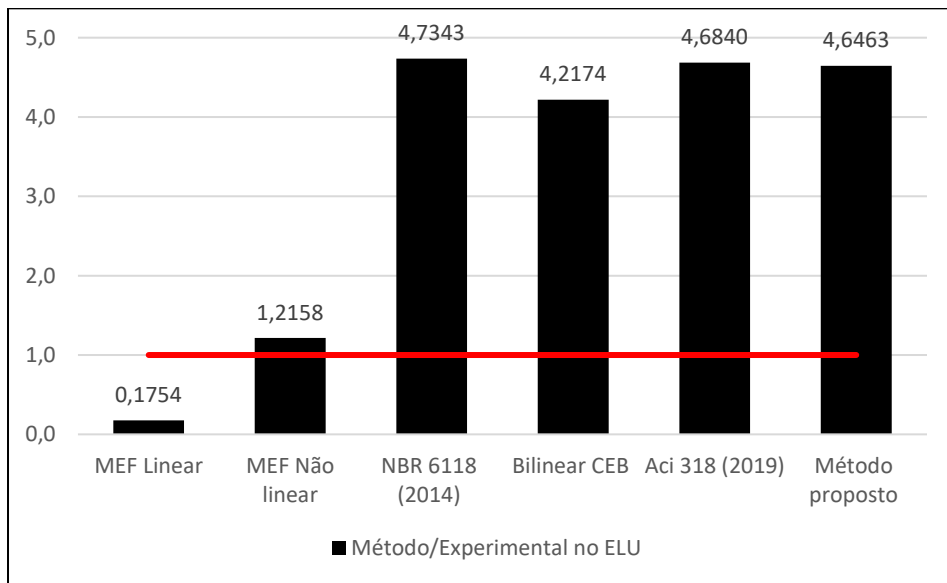
Figura 99 – Relação entre os deslocamentos calculados e os experimentais da laje LC3B no ELS



Fonte: do autor.

Com base no exposto acima, observa-se que apenas os modelos pelo MEF apresentaram resultados próximos ao ensaio da laje, pois os modelos teóricos apresentaram diferenças de mais de 400% na previsão de deslocamentos no ELS.

Figura 100 – Relação entre os deslocamentos calculados e os experimentais da laje LC3B no ELU



Fonte: do autor.

No ELU, os resultados mostram o que já foi verificado no ELS, de que os modelos pelo MEF apresentam resultados próximos ao real, principalmente o modelo não linear, e que os modelos teóricos não conseguiram nesse caso, representar bem o comportamento da laje.

## 6 CONCLUSÕES

O presente trabalho analisou através de modelos simplificados e modelos em elementos finitos, os deslocamentos na laje nervurada bidirecional ensaiada por Bastos (2016), na laje nervurada bidirecional ensaiada por Cunha (2012), assim como nas lajes unidirecionais formadas por elementos pré-moldados ensaiadas por Silva Filho (2002). Os métodos simplificados estudados pelo autor foram o método presente na NBR 6118 (2014), o método Bilinear do CEB, o método do ACI 318–19, assim como um método proposto, no qual foi feito um ajuste no cálculo do momento de fissuração do modelo presente na norma brasileira. Além disso, as mesmas lajes foram analisadas por um modelo linear e um modelo não linear pelo MEF, sendo que, nesse último, foi considerado a não linearidade dos materiais concreto e aço, associando este ao critério de von Mises e o concreto ao critério de Willam e Warnke.

Na aplicação 01, ambos os modelos pelo MEF, mostraram representar bem o comportamento similar ao experimental durante o carregamento. Ademais os modelos numéricos apresentaram para esse caso estudado, ganhos significativos na determinação dos deslocamentos tanto em relação ao ELU como em relação ao ELS, em relação aos métodos simplificados.

Em relação aos métodos simplificados, os mesmos conseguiram representar bem o comportamento da laje até o momento de fissuração calculado, contudo, após esse ponto, os modelos superestimam os deslocamentos, isso deve-se ao fato que laje ensaiada apresentou ao longo do carregamento poucas fissuras, ou seja, ainda estava passando do estágio I para o estágio II de cálculo. Cabe destacar os resultados obtidos pelo modelo proposto, o qual apresentou, dentre os modelos simplificados, os melhores resultados, devido ao ajuste no momento de fissuração.

Na aplicação 02, ambos os modelos pelo MEF, mostraram representar o comportamento similar ao experimental até cerca de 50% do carregamento, a partir desse ponto, os modelos não apresentaram resultados satisfatórios. Nesse caso, os resultados obtidos com os modelos simplificados tiveram, em geral, resultados melhores que os numéricos., principalmente o modelo proposto pelo autor.

Em relação a aplicação 03, em todas as lajes, o modelo não linear apresentou os melhores resultados, mostrando a eficácia do método estudado. O modelo linear pelo MEF apresentou resultados satisfatórios na previsão de deslocamentos,

geralmente superiores aos modelos simplificados, principalmente quando as lajes estavam submetidas a cargas mais baixas.

Dentre os modelos simplificados, percebe-se que nas lajes nervuradas unidirecionais, o modelo bilinear do CEB e o método proposto apresentam melhores resultados frente a previsão de deslocamentos.

Cabe destacar, que em nenhuma das aplicações, houve a realização de ensaios de mais amostras da mesma laje, com as mesmas características e com materiais com as mesmas propriedades, o que diminui a confiabilidade dos ensaios.

Diante do exposto, destaca-se que o modelo não linear pelo MEF adotado pelo autor, consegue representar bem o comportamento de uma laje nervurada ao longo do carregamento, mostrando potencial de aplicação. Enquanto isso, o modelo linear pelo MEF, apesar de não apresentar resultados tão satisfatórios como os resultados do modelo não linear, ainda consegue prever bem os deslocamentos em lajes nervuradas.

Ademais, observou-se que o modelo simplificado proposto pelo autor, em geral, apresentou dentre os modelos simplificados, os melhores resultados. Desse modo, quando da impossibilidade de utilizar uma ferramenta computacional para o cálculo de deslocamentos pelo MEF, o autor recomenda que seja usado o método proposto, o qual consiste em um ajuste no modelo de fissuração presente na NBR 6118 (2014) e o cálculo da flecha através de Branson.

Para trabalhos futuros, recomenda-se a aplicação dos modelos aqui estudados, em lajes de maiores dimensões e em lajes nervuradas apoiadas diretamente sobre pilares. Outra sugestão de estudo dos modelos aqui estudados, é realizar além das análises teóricas e numéricas, ensaios experimentais de lajes nervuradas. Além disso, pode-se utilizar os modelos em outros tipos de elementos estruturais.

## REFERÊNCIAS

ABDUL-WAHAB, H.M.S.; KHALIL, M. H. Rigidity and strength of orthotropic reinforced concrete waffle slabs. **Journal of Structural Engineering**, v. 126, n. 2, Feb., p. 219–227, 2000.

AJDUKIEWICZ, A.; KLISZCZEWIECZ, A. Experimental analysis of limit in a six-panel waffle flat-slab structure. **ACI Journal**, v.83, n. 6, p. 909–915, nov. 1986.

ALBUQUERQUE, A.T. **Análise de alternativas estruturais para edifícios em concreto armado**.1999. 97f. Dissertação (Mestrado em Engenharia) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, 1999.

ALVES FILHO, A. **Elementos Finitos: A base da tecnologia CAE**. 2. ed. São Paulo: Érica, 2003.

AMERICAN CONCRETE INSTITUTE. **ACI 318: Building Code Requirement for structural concrete**. EUA: ACI, 2019.

ANSYS 16.1 **Reference Manual**. Swanson Analysis Systems, Inc., 2015.

ARAÚJO, J. M. A rigidez equivalente das lajes nervuradas de concreto armado. **Teoria e Prática na Engenharia Civil**, n.8, p. 1–9, abr. 2006.

\_\_\_\_\_. Análise não-linear de lajes maciças e lajes nervuradas de concreto armado. **Revista Portuguesa de Engenharia de Estruturas**, n.52,p. 43–52, set. 2003.

\_\_\_\_\_. **Curso de Concreto Armado**. Rio Grande: Dunas, v. 1–4, 2014.

ASSAN, A. E. **Método dos elementos finitos: primeiros passos**. 2. ed. Campinas, SP: Editora da Unicamp, 2003.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 6118 – Projeto de estruturas de concreto – Procedimento**. Rio de Janeiro, 2014.

\_\_\_\_\_. **NBR 6120 – Ações para o cálculo de estruturas de edificações**. Rio de Janeiro, 2019.

\_\_\_\_\_. **NBR 7222** – Concreto e argamassa — Determinação da resistência à tração por compressão diametral de corpos de prova cilíndricos. Rio de Janeiro, 2011.

\_\_\_\_\_. **NBR 8681** – Ações e segurança nas estruturas – Procedimento. Rio de Janeiro, 2003.

\_\_\_\_\_. **NBR 12142** – Concreto – Determinação da resistência à tração na flexão de corpos de prova prismáticos. Rio de Janeiro, 2010.

\_\_\_\_\_. **NBR 14859-1** – Lajes pré-fabricadas de concreto – Parte 1: Vigotas, minipainéis e painéis – Requisitos. Rio de Janeiro, 2016.

AZEVEDO, A. F. M. **Método dos Elementos Finitos**. 1. Ed. Porto, PT: Universidade de Porto, 2003.

BASTOS, H. B. **Análise teórica e experimental de lajes nervuradas bidirecionais**. Trabalho de Conclusão de Curso. Universidade de Santa Cruz do Sul, 2016.

BEER, F. P.; JOHNSTON JR., E. R.; DEWOLF, J. T.; MAZUREK, D. F. **Mecânica dos Materiais**. 5ª. ed. Porto Alegre: AMGH Editora Ltda, 2011.

BISCHOFF, P. Reevaluation of Deflection Prediction for Concrete Beams Reinforced with Steel and Fiber-Reinforced Polymer Bars. **Journal of Structural Engineering**, v. 131, n. 5, 05/2005, p, 752-767.

BOCCHI JÚNIOR, C. F. **Lajes nervuradas de concreto armado: projeto e execução**. Dissertação de Mestrado. Escola de Engenharia de São Carlos. Universidade de São Carlos, 1995.

BOROWSKI, G. C. **Cálculo de deslocamentos em lajes nervuradas**. 2005. 112 p. Dissertação (Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil) – Universidade Federal de Santa Maria, Santa Maria, 2005.

CARVALHO, R. C. **Análise não-linear de pavimento de edifícios de concreto através da analogia de grelha**. Tese de Doutorado. Escola de Engenharia de São Carlos. Universidade de São Paulo. São Carlos, 1994.

CARVALHO, R. C.; FIGUEIREDO FILHO, J. R. **Cálculo e detalhamento de estruturas usuais de concreto armado**. 4. ed. São Carlos: EdUFSCar, 2014.

CARVALHO, R. C.; PINHEIRO, L. M. **Cálculo e detalhamento de estruturas usuais de concreto armado**. 2. ed. São Carlos: EdUFSCar, v. 2, 2013.

COMITÉ EURO-INTERNATIONAL DU BÉTON. **CEB-FIP Model Code 1990**. London, Thomas Telford, 1993.

CUNHA, J. C. José Carlos Aparecido de Carvalho; **Análise de lajes nervuradas bidirecionais através de modelos simplificados**. 2012. 97f. Dissertação (Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil) – Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia, 2012.

DROPPA JÚNIOR, A. **Análise estrutural de lajes formadas por elementos pré-moldados tipo vigota com armação treliçada**. 1999. 177f. Dissertação (Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Estruturas) – Universidade de São Paulo, São Carlos, 2003.

D'AVILA, V. M. R. **Estudo sobre modelos de fissuração de peças de concreto armado via método dos elementos finitos**. 2003. 259f. Tese (Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil) – Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2003.

DIAS, R. H.. **Análise numérica de pavimentos de edifícios em lajes nervuradas**. Dissertação (Mestrado) – Escola de Engenharia de São Carlos – Universidade de São Paulo, São Carlos, 2003.

DONIN, C. **Análise numérica de lajes nervuradas por meio do método dos elementos finitos**. 2007. 138f. Dissertação (Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil) – Universidade Federal de Santa Maria, Santa Maria. 2007.

DUTRA, C. **Análise teórica e experimental de lajes cogumelo nervuradas em escala reduzida**. 2005. 194f. Dissertação (Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil) – Universidade Federal de Santa Maria, Santa Maria. 2005.

FRANCA, A.B.M.; FUSCO, P.B. **As lajes nervuradas na moderna construção de edifícios**. São Paulo, AFALA & ABRAPEX, 1997.

FIGUEIREDO FILHO, J. R. de. **Sistemas estruturais de lajes sem vigas: subsídios para o projeto e execução**. 1989. 262f. Tese (Doutorado) – Escola de Engenharia de São Carlos – Universidade de São Paulo, São Carlos, 1989.

GUARDA, M. C. C. da. **Cálculo de deslocamentos em pavimentos de edifícios de concreto armado**. 2005. 266f. Tese (Doutorado em Engenharia de Estruturas) – Escola de Engenharia de São Carlos da Universidade de São Paulo, São Carlos, 2005.

GUERRIN, A.; LAVAU, R. C. **Tratado de concreto armado**. São Paulo: Hemus, v. 3, 2002.

HIBBELER, R. C. **Resistência dos Materiais**. 7<sup>a</sup>. ed. São Paulo: Pearson Prentice Hall, 2010.

LEONHARDT, F.; MÖNNIG, E. **Construções de concreto**. 1. ed. Rio de Janeiro: Interciência, 1977–1983. 6 v.

LOGAN, D. L. **A first course in the finite element method**. 4. ed. United States: Thomson, 2007.

Luo R. The value of the shear transfer coefficient between the cracks in the concrete element in ANSYS. **Journal of Jiangsu University**, 29 (2):169–172, 2008.

MASSULO, L. A. **Análise dos deslocamentos em lajes nervuradas considerando modelos não lineares por meio do método dos elementos finitos**. 129f. Trabalho de Conclusão de Curso. Universidade de Santa Cruz do Sul, 2017.

OLIVEIRA, R. S.; ARAÚJO, D. L.; RAMALHO, M. A. **Avaliação da deformação de lajes nervuradas considerando a não linearidade física: comparação entre valores teóricos e experimentais**. E–Artigo ABECE. São Paulo, 2000.

RECALDE, B. R. B. **Análise numérica de flexão em lajes nervuradas com a consideração dos efeitos de fissuração no concreto**. 2014. 138f. Dissertação



(Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil) – Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre. 2014.

SCHWETZ, P. F. **Análise teórico-experimental de uma laje nervurada em modelo reduzido sujeita a um carregamento linear**. Dissertação (Mestrado em Engenharia) – Escola de Engenharia, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2005.

SCHWETZ, P. F. **Análise numérico-experimental de lajes nervuradas sujeira a cargas estáticas de serviço**. Tese (Doutorado em Engenharia) – Escola de Engenharia, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2011.

SELISTRE, S. L. C. **Análise teórico-experimental de uma laje nervurada de microconcreto armado submetida a um carregamento uniformemente distribuído**. 2000. 144f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) – Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre. 2000.

SILVA, M. A. F. da. **Projeto e construção de lajes nervuradas de concreto armado**. Dissertação (Mestrado em Construção Civil) – Universidade Federal de São Carlos, 2005.

SILVA FILHO, J. J. H. **Análise experimental e numérica de lajes com vigotas pré-moldadas de concreto armado**. Santa Maria: UFSM, 2002. 119p. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) – Universidade Federal de Santa Maria, 2002.

SORIANO, H. L. **Método de Elementos Finitos em Análise de Estruturas**. São Paulo: Editora da cidade de São Paulo, 2003.

SOUZA, V. C. M.; CUNHA, A. J. P. **Lajes em concreto armado e protendido**. Niterói: EDUFF, 1998.

STRAMANDINOLI, R. S. B. **Modelos de elementos finitos para análise não linear física e geométrica de vigas e pórticos planos de concreto armado**. 2007. 209f. Tese (Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil) – Universidade Federal de Santa Catarina, 2007.

TIMOSHENKO, S. P.; WOINOWSKY–KIEGER, S. **Theory of plates and shells**. New York: McGraw Hill, 1959.

WILLAM, K. J., WARNKE, E. D. Constitutive Model for the Triaxial Behavior of Concrete. Proceedings, International. **Association for Bridge and Structural Engineering**. v. 19, ISMES, Bergamo, Itália, p. 174, 1974.

## APÊNDICE A – DESLOCAMENTOS DAS LAJES

Tabela 17 – Deslocamentos teóricos da aplicação 01

Carga Aplicada (kN/m <sup>2</sup> )	Momento Teórico (kN.m/nervura)	Deslocamento (mm)				
		Experimental	NBR 6118 (2014)	Bilinear CEB	ACI 318–19	Método proposto
0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
1,2877	0,1068	0,0800	0,1091	0,1091	0,1091	0,1091
1,3877	0,1151	0,0800	0,1176	0,1176	0,1176	0,1176
1,4877	0,1234	0,0800	0,1261	0,1261	0,1261	0,1261
1,5877	0,1316	0,0800	0,1346	0,1346	0,1346	0,1346
1,6877	0,1399	0,0800	0,1431	0,1431	0,1431	0,1431
1,7877	0,1482	0,0800	0,1515	0,1515	0,1515	0,1515
1,8877	0,1565	0,1000	0,1600	0,1600	0,1600	0,1600
1,9877	0,1648	0,1100	0,1685	0,1685	0,1685	0,1685
2,0877	0,1731	0,1100	0,1770	0,1770	0,1770	0,1770
2,1877	0,1814	0,1200	0,1854	0,1854	0,1854	0,1854
2,2877	0,1897	0,1200	0,1939	0,1939	0,1939	0,1939
2,3877	0,1980	0,1300	0,2024	0,2024	0,2024	0,2024
2,4877	0,2063	0,1300	0,2109	0,2109	0,2109	0,2109
2,5877	0,2146	0,1400	0,2193	0,2193	0,2193	0,2193
2,6877	0,2229	0,1400	0,2278	0,2278	0,2278	0,2278
2,7877	0,2312	0,1500	0,2363	0,2363	0,2363	0,2363
2,8877	0,2394	0,1500	0,2448	0,2448	0,2448	0,2448
2,9877	0,2477	0,1600	0,2532	0,2532	0,2532	0,2532
3,0877	0,2560	0,1600	0,2617	0,2617	0,2617	0,2617
3,1877	0,2643	0,1600	0,2702	0,2702	0,2702	0,2702
3,2877	0,2726	0,1700	0,2787	0,2787	0,2787	0,2787
3,3877	0,2809	0,1700	0,2871	0,2871	0,2871	0,2871
3,4877	0,2892	0,1800	0,2956	0,2956	0,2956	0,2956
3,5877	0,2975	0,1800	0,3041	0,3041	0,3041	0,3041
3,6877	0,3058	0,1800	0,3126	0,3126	0,3126	0,3126
3,7877	0,3141	0,1900	0,3211	0,3211	0,3211	0,3211
3,8877	0,3224	0,2000	0,3295	0,3295	0,3295	0,3295
3,9877	0,3307	0,2000	0,3380	0,3380	0,3380	0,3380
4,0877	0,3389	0,2100	0,3465	0,3465	0,3465	0,3465
4,1877	0,3472	0,2100	0,3550	0,3550	0,3550	0,3550
4,2877	0,3555	0,2200	0,3634	0,3634	0,3634	0,3634
4,3877	0,3638	0,2200	0,3719	0,3719	0,3719	0,3719
4,4877	0,3721	0,2300	0,3804	0,3804	0,3804	0,3804
4,5877	0,3804	0,2400	0,3889	0,3889	0,3889	0,3889
4,6877	0,3887	0,2500	0,3973	0,3973	0,3973	0,3973
4,7877	0,3970	0,2500	0,4058	0,4058	0,4058	0,4058
4,8877	0,4053	0,2600	0,4143	0,4143	0,4143	0,4143
4,9877	0,4136	0,2700	0,4228	0,4228	0,4228	0,4228
5,0877	0,4219	0,2800	0,4312	0,4312	0,4312	0,4312
5,1877	0,4302	0,2800	0,4397	0,4397	0,4397	0,4397
5,2877	0,4384	0,2900	0,4482	0,4482	0,4482	0,4482
5,3877	0,4467	0,3000	0,4567	0,4567	0,4567	0,4567

<b>5,4877</b>	0,4550	0,3000	0,4651	0,5420	0,4651	0,4651
<b>5,5877</b>	0,4633	0,3100	0,4736	0,7226	0,4736	0,4736
<b>5,6877</b>	0,4716	0,3200	0,4821	0,9033	0,4821	0,4821
<b>5,7877</b>	0,4799	0,3300	0,4906	1,0839	0,4906	0,4906
<b>5,8877</b>	0,4882	0,3400	0,4991	1,2646	0,4991	0,4991
<b>5,9877</b>	0,4965	0,3500	0,5075	1,4452	0,5075	0,5075
<b>6,0877</b>	0,5048	0,3600	0,5160	1,6259	0,5160	0,5160
<b>6,1877</b>	0,5131	0,3700	0,5245	1,8065	0,5557	0,5245
<b>6,2877</b>	0,5214	0,3800	0,5330	1,9872	0,9053	0,5330
<b>6,3877</b>	0,5297	0,3900	0,5414	2,1678	1,2496	0,5414
<b>6,4877</b>	0,5380	0,4000	0,5499	2,3485	1,5888	0,5499
<b>6,5877</b>	0,5462	0,4100	0,5722	2,5291	1,9233	0,5584
<b>6,6877</b>	0,5545	0,4200	0,6064	2,7098	2,2531	0,5669
<b>6,7877</b>	0,5628	0,4300	0,6420	2,8904	2,5786	0,5753
<b>6,8877</b>	0,5711	0,4400	0,6791	3,0711	2,8998	0,5838
<b>6,9877</b>	0,5794	0,4600	0,7176	3,2517	3,2170	0,5923
<b>7,0877</b>	0,5877	0,4700	0,7577	3,4324	3,5304	0,6008
<b>7,1877</b>	0,5960	0,4800	0,7994	3,6130	3,8400	0,6092
<b>7,2877</b>	0,6043	0,4900	0,8426	3,7937	4,1462	0,6177
<b>7,3877</b>	0,6126	0,5000	0,8875	3,9743	4,4489	0,6262
<b>7,4877</b>	0,6209	0,5100	0,9339	4,1550	4,7484	0,6347
<b>7,5877</b>	0,6292	0,5200	0,9821	4,3356	5,0447	0,6431
<b>7,6877</b>	0,6375	0,5300	1,0319	4,5163	5,3380	0,6516
<b>7,7877</b>	0,6457	0,5500	1,0835	4,6969	5,6285	0,6601
<b>7,8877</b>	0,6540	0,5600	1,1368	4,8776	5,9161	0,6686
<b>7,9877</b>	0,6623	0,5800	1,1919	5,0582	6,2011	0,6771
<b>8,0877</b>	0,6706	0,5900	1,2488	5,2388	6,4835	0,6855
<b>8,1877</b>	0,6789	0,6000	1,3075	5,4195	6,7634	0,6940
<b>8,2877</b>	0,6872	0,6200	1,3681	5,6001	7,0409	0,7025
<b>8,3877</b>	0,6955	0,6300	1,4305	5,7808	7,3161	0,7110
<b>8,4877</b>	0,7038	0,6500	1,4949	5,9614	7,5891	0,7194
<b>8,5877</b>	0,7121	0,6600	1,5611	6,1421	7,8599	0,7279
<b>8,6877</b>	0,7204	0,6900	1,6293	6,3227	8,1286	0,7364
<b>8,7877</b>	0,7287	0,7000	1,6995	6,5034	8,3954	0,7449
<b>8,8877</b>	0,7370	0,7100	1,7716	6,6840	8,6602	0,7533
<b>8,9877</b>	0,7452	0,7200	1,8458	6,8647	8,9231	0,7618
<b>9,0877</b>	0,7535	0,7400	1,9219	7,0453	9,1843	0,7703
<b>9,1877</b>	0,7618	0,7500	2,0001	7,2260	9,4436	0,7788
<b>9,2877</b>	0,7701	0,7600	2,0803	7,4066	9,7013	0,7872
<b>9,3877</b>	0,7784	0,7900	2,1626	7,5873	9,9573	0,8073
<b>9,4877</b>	0,7867	0,8000	2,2470	7,7679	10,2118	0,8410
<b>9,5877</b>	0,7950	0,8100	2,3335	7,9486	10,4647	0,8756
<b>9,6877</b>	0,8033	0,8200	2,4220	8,1292	10,7161	0,9113
<b>9,7877</b>	0,8116	0,8300	2,5127	8,3099	10,9661	0,9479
<b>9,8877</b>	0,8199	0,8400	2,6055	8,4905	11,2146	0,9856
<b>9,9877</b>	0,8282	0,8700	2,7005	8,6712	11,4618	1,0244
<b>10,0877</b>	0,8365	0,8800	2,7976	8,8518	11,7077	1,0642
<b>10,1877</b>	0,8447	0,8900	2,8968	9,0325	11,9523	1,1051
<b>10,2877</b>	0,8530	0,9100	2,9982	9,2131	12,1957	1,1471

Fonte: Do autor.

Tabela 18 – Deslocamentos numéricos da aplicação 01

Carga Aplicada (kN/m <sup>2</sup> )	Momento Teórico (kN.m)	Deslocamento (mm)
		Não linear
0,0000	0,0000	0,0000
0,1028	0,0085	0,0057
0,2056	0,0170	0,0113
0,3084	0,0256	0,0170
0,4112	0,0341	0,0226
0,5140	0,0426	0,0283
0,6168	0,0511	0,0339
0,7196	0,0597	0,0396
0,8224	0,0682	0,0452
0,9252	0,0767	0,0509
1,0280	0,0852	0,0565
1,1308	0,0938	0,0622
1,2336	0,1023	0,0678
1,3364	0,1108	0,0735
1,4392	0,1193	0,0791
1,5420	0,1279	0,0848
1,6448	0,1364	0,0904
1,7476	0,1449	0,0961
1,8504	0,1534	0,1017
1,9532	0,1620	0,1074
2,0560	0,1705	0,1130
2,1588	0,1790	0,1187
2,2616	0,1875	0,1244
2,3644	0,1961	0,1300
2,4672	0,2046	0,1359
2,5700	0,2131	0,1416
2,6728	0,2216	0,1473
2,7756	0,2301	0,1530
2,8784	0,2387	0,1587
2,9812	0,2472	0,1657
3,0840	0,2557	0,1715
3,1868	0,2642	0,1773
3,2896	0,2728	0,1838
3,3924	0,2813	0,1901
3,4952	0,2898	0,1975
3,5980	0,2983	0,2036
3,7008	0,3069	0,2095
3,8036	0,3154	0,2154
3,9064	0,3239	0,2214
4,0092	0,3324	0,2273
4,1120	0,3410	0,2333
4,2148	0,3495	0,2403
4,3176	0,3580	0,2494
4,4204	0,3665	0,2559
4,5232	0,3751	0,2629
4,6260	0,3836	0,2706
4,7288	0,3921	0,2767
4,8316	0,4006	0,2834

<b>4,9344</b>	0,4092	0,2900
<b>5,0372</b>	0,4177	0,2962
<b>5,1400</b>	0,4262	0,3027
<b>5,2428</b>	0,4347	0,3093
<b>5,3456</b>	0,4432	0,3154
<b>5,4484</b>	0,4518	0,3219
<b>5,5512</b>	0,4603	0,3282
<b>5,6540</b>	0,4688	0,3346
<b>5,7568</b>	0,4773	0,3427
<b>5,8596</b>	0,4859	0,3500
<b>5,9624</b>	0,4944	0,3575
<b>6,0652</b>	0,5029	0,3638
<b>6,1680</b>	0,5114	0,3702
<b>6,2708</b>	0,5200	0,3769
<b>6,3736</b>	0,5285	0,3833
<b>6,4764</b>	0,5370	0,4466
<b>6,5792</b>	0,5455	0,4541
<b>6,6820</b>	0,5541	0,4620
<b>6,7848</b>	0,5626	0,4728
<b>6,8876</b>	0,5711	0,4804
<b>6,9904</b>	0,5796	0,4877
<b>7,0932</b>	0,5882	0,4970
<b>7,1960</b>	0,5967	0,5099
<b>7,2988</b>	0,6052	0,5245
<b>7,4016</b>	0,6137	0,5327
<b>7,5044</b>	0,6223	0,5420
<b>7,6072</b>	0,6308	0,5518
<b>7,7100</b>	0,6393	0,5600
<b>7,8128</b>	0,6478	0,5690
<b>7,9156</b>	0,6564	0,5786
<b>8,0184</b>	0,6649	0,5928
<b>8,1212</b>	0,6734	0,6085
<b>8,2240</b>	0,6819	0,6201
<b>8,3268</b>	0,6904	0,7138
<b>8,4296</b>	0,6990	0,8010
<b>8,5324</b>	0,7075	0,8158
<b>8,6352</b>	0,7160	0,8307
<b>8,7380</b>	0,7245	0,8452
<b>8,8408</b>	0,7331	0,8626
<b>8,9436</b>	0,7416	0,8901
<b>9,0464</b>	0,7501	0,9039
<b>9,1492</b>	0,7586	0,9227
<b>9,2520</b>	0,7672	0,9407
<b>9,3548</b>	0,7757	0,9582
<b>9,4576</b>	0,7842	1,1141
<b>9,5604</b>	0,7927	1,1648
<b>9,6632</b>	0,8013	1,2270
<b>9,7660</b>	0,8098	1,2831
<b>9,8688</b>	0,8183	1,3185
<b>9,9716</b>	0,8268	1,4241
<b>10,0744</b>	0,8354	1,4548
<b>10,1772</b>	0,8439	1,7676

<b>10,2800</b>	0,8524	1,9690
----------------	--------	--------

Fonte: Do autor.

Tabela 19 – Deslocamentos teóricos e experimentais da aplicação 02

Carga Aplicada (kN/m <sup>2</sup> )	Momento Teórico (kN.m)	Deslocamento (mm)				Método proposto
		Experimental	NBR 6118 (2014)	Bilinear CEB	ACI 318-19	
<b>0,0000</b>	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
<b>1,2500</b>	0,1904	1,1400	0,9699	0,9699	0,9699	0,9699
<b>1,7500</b>	0,2665	1,6400	1,3579	1,3579	1,3579	1,3579
<b>2,2500</b>	0,3426	2,1000	1,7577	2,2824	1,7458	1,7458
<b>2,7500</b>	0,4188	2,4900	3,0273	3,3734	3,3993	2,1338
<b>3,2500</b>	0,4949	2,9100	4,4461	4,4644	4,8905	2,5883
<b>3,7500</b>	0,5711	3,4200	5,8981	5,5554	6,2749	3,8369
<b>4,2500</b>	0,6472	4,0100	7,3247	6,6464	7,5904	5,2156
<b>4,7500</b>	0,7233	4,6500	8,7054	7,7374	8,8585	6,6555
<b>5,2500</b>	0,7995	5,4400	10,0386	8,8284	10,0930	8,1087
<b>5,7500</b>	0,8756	6,4300	11,3293	9,9194	11,3025	9,5471
<b>6,2500</b>	0,9518	7,4200	12,5847	11,0104	12,4930	10,9570
<b>6,7500</b>	1,0279	8,6200	13,8113	12,1014	13,6688	12,3334
<b>7,2500</b>	1,1040	9,9100	15,0148	13,1924	14,8328	13,6761
<b>7,7500</b>	1,1802	11,2400	16,1997	14,2834	15,9875	14,9875
<b>8,2500</b>	1,2563	12,9800	17,3697	15,3744	17,1344	16,2709
<b>8,7500</b>	1,3325	14,9400	18,5276	16,4654	18,2750	17,5297
<b>9,2500</b>	1,4086	16,7900	19,6758	17,5564	19,4102	18,7673
<b>9,7500</b>	1,4847	18,6300	20,8158	18,6474	20,5408	19,9866

Fonte: Do autor.

Tabela 20 – Deslocamentos numéricos da aplicação 02

Carga Aplicada (kN/m <sup>2</sup> )	Momento Teórico (kN.m)	Deslocamento (mm)
		Não linear
<b>0,0000</b>	0,0000	0,0000
<b>0,0975</b>	0,0148	0,0043
<b>0,195</b>	0,0297	0,0867
<b>0,2925</b>	0,0445	0,1301
<b>0,39</b>	0,0594	0,1734
<b>0,4875</b>	0,0742	0,2168
<b>0,585</b>	0,0891	0,2601
<b>0,6825</b>	0,1039	0,3035
<b>0,78</b>	0,1188	0,3469
<b>0,8775</b>	0,1336	0,3904
<b>0,975</b>	0,1485	0,4341
<b>1,0725</b>	0,1633	0,4781
<b>1,17</b>	0,1782	0,5218
<b>1,2675</b>	0,1930	0,5657
<b>1,365</b>	0,2079	0,6099
<b>1,4625</b>	0,2227	0,6546
<b>1,56</b>	0,2376	0,6988

<b>1,6575</b>	0,2524	0,7433
<b>1,755</b>	0,2673	0,7877
<b>1,8525</b>	0,2821	0,8323
<b>1,95</b>	0,2969	0,8771
<b>2,0475</b>	0,3118	0,9223
<b>2,145</b>	0,3266	0,9676
<b>2,2425</b>	0,3415	1,0131
<b>2,34</b>	0,3563	1,0591
<b>2,4375</b>	0,3712	1,1059
<b>2,535</b>	0,3860	1,1557
<b>2,6325</b>	0,4009	1,2834
<b>2,73</b>	0,4157	1,4376
<b>2,8275</b>	0,4306	1,5187
<b>2,925</b>	0,4454	1,8304
<b>3,0225</b>	0,4603	1,8936
<b>3,12</b>	0,4751	1,9848
<b>3,2175</b>	0,4900	2,0791
<b>3,315</b>	0,5048	2,1846
<b>3,4125</b>	0,5197	2,2862
<b>3,51</b>	0,5345	2,4771
<b>3,6075</b>	0,5494	2,6290
<b>3,705</b>	0,5642	2,7636
<b>3,8025</b>	0,5790	2,8761
<b>3,9</b>	0,5939	3,0890
<b>3,9975</b>	0,6087	3,2295
<b>4,095</b>	0,6236	3,3862
<b>4,1925</b>	0,6384	3,5423
<b>4,29</b>	0,6533	4,7617
<b>4,3875</b>	0,6681	5,4773
<b>4,485</b>	0,6830	6,1656
<b>4,5825</b>	0,6978	7,5800
<b>4,68</b>	0,7127	9,1587
<b>4,7775</b>	0,7275	9,8125
<b>4,875</b>	0,7424	10,9321
<b>4,9725</b>	0,7572	14,2989
<b>5,07</b>	0,7721	14,4663
<b>5,1675</b>	0,7869	16,2370
<b>5,265</b>	0,8018	17,5482
<b>5,3625</b>	0,8166	19,0386
<b>5,46</b>	0,8314	19,9474
<b>5,5575</b>	0,8463	21,1383
<b>5,655</b>	0,8611	22,3518
<b>5,7525</b>	0,8760	23,5413
<b>5,85</b>	0,8908	24,7878
<b>5,9475</b>	0,9057	25,8502
<b>6,045</b>	0,9205	26,0155
<b>6,1425</b>	0,9354	27,7364
<b>6,24</b>	0,9502	27,9000
<b>6,3375</b>	0,9651	29,3126
<b>6,435</b>	0,9799	30,9859
<b>6,5325</b>	0,9948	33,1060
<b>6,63</b>	1,0096	35,4106



<b>6,7275</b>	1,0245	37,3112
<b>6,825</b>	1,0393	39,4999
<b>6,9225</b>	1,0542	40,8459
<b>7,02</b>	1,0690	45,3073
<b>7,1175</b>	1,0839	46,7012
<b>7,215</b>	1,0987	47,8673
<b>7,3125</b>	1,1135	50,6143
<b>7,41</b>	1,1284	56,1532
<b>7,5075</b>	1,1432	60,4130
<b>7,605</b>	1,1581	60,6855
<b>7,7025</b>	1,1729	66,9210
<b>7,8</b>	1,1878	71,2638
<b>7,8975</b>	1,2026	71,5560
<b>7,995</b>	1,2175	80,8130
<b>8,0925</b>	1,2323	81,1241
<b>8,19</b>	1,2472	81,5726
<b>8,2875</b>	1,2620	95,7461
<b>8,385</b>	1,2769	96,0755
<b>8,4825</b>	1,2917	96,5731
<b>8,58</b>	1,3066	97,2359
<b>8,6775</b>	1,3214	118,8842
<b>8,775</b>	1,3363	119,3634
<b>8,8725</b>	1,3511	119,9691
<b>8,97</b>	1,3660	120,7472
<b>9,0675</b>	1,3808	121,6494
<b>9,165</b>	1,3956	122,6824
<b>9,21375</b>	1,4031	123,7041
<b>9,2625</b>	1,4105	124,7849
<b>9,75</b>	1,4847	1026,0492

Fonte: Do autor.

Tabela 21 – Deslocamentos teóricos e experimentais da LC3A

Carga Aplicada (kN/m <sup>2</sup> )	Momento Teórico (kN.m/nervura)	Deslocamento (mm)				
		Experimen tal	NBR 6118 (2014)	Bilinear CEB	ACI 318–19	Método proposto
<b>0,0000</b>	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
<b>0,5</b>	0,1617	0,2100	0,9872	0,9872	0,9872	0,9872
<b>1</b>	0,3234	0,4800	1,9744	1,9744	1,9744	1,9744
<b>1,51</b>	0,4883	0,7900	2,9814	2,9814	2,9814	2,9814
<b>2,01</b>	0,6500	1,1450	4,2134	5,8034	5,8670	3,9686
<b>2,51</b>	0,8117	1,5900	7,9238	9,1917	10,7999	5,7847
<b>3,01</b>	0,9734	2,1100	12,2517	12,5800	15,2197	9,5982
<b>3,52</b>	1,1384	2,7300	16,8490	16,0361	19,4260	14,0026
<b>4,02</b>	1,3001	3,5400	21,2977	19,4244	23,3650	18,5029
<b>4,53</b>	1,4650	5,2150	25,6877	22,8805	27,2575	23,0800
<b>5,04</b>	1,6299	6,9800	29,9170	26,3366	31,0618	27,5510
<b>5,55</b>	1,7949	8,9900	34,0037	29,7926	34,8020	31,8870
<b>6,06</b>	1,9598	10,7500	37,9725	33,2487	38,4944	36,0903
<b>6,58</b>	2,1280	12,7500	41,9220	36,7725	42,2215	40,2546
<b>7,09</b>	2,2929	14,7500	45,7202	40,2286	45,8480	44,2377
<b>7,6</b>	2,4578	16,7500	49,4594	43,6847	49,4515	48,1376

<b>8,11</b>	2,6228	18,7500	53,1516	47,1408	53,0366	51,9689
<b>8,62</b>	2,7877	20,7500	56,8063	50,5968	56,6064	55,7440
<b>9,13</b>	2,9526	22,7500	60,4308	54,0529	60,1634	59,4727

Fonte: Do autor.

Tabela 22 – Deslocamentos numéricos da laje LC3A

<b>Carga Aplicada (kN/m<sup>2</sup>)</b>	<b>Momento Teórico (kN.m/nervura)</b>	<b>Deslocamento (mm)</b>
		<b>Não linear</b>
	0,0000	0,0000
<b>0,0913</b>	0,0295	0,0184
<b>0,1826</b>	0,0591	0,0368
<b>0,2739</b>	0,0886	0,0552
<b>0,3652</b>	0,1181	0,0736
<b>0,4565</b>	0,1476	0,0092
<b>0,5478</b>	0,1772	0,1176
<b>0,6391</b>	0,2067	0,1376
<b>0,7304</b>	0,2362	0,1580
<b>0,8217</b>	0,2657	0,1797
<b>0,9130</b>	0,2953	0,0200
<b>1,0043</b>	0,3248	0,2203
<b>1,0956</b>	0,3543	0,2549
<b>1,1869</b>	0,3838	0,2775
<b>1,2782</b>	0,4134	0,3008
<b>1,3695</b>	0,4429	0,3239
<b>1,4608</b>	0,4724	0,3564
<b>1,5521</b>	0,5019	0,3908
<b>1,6434</b>	0,5315	0,4143
<b>1,7347</b>	0,5610	0,4380
<b>1,8260</b>	0,5905	0,4648
<b>1,9173</b>	0,6201	0,4874
<b>2,0086</b>	0,6496	0,5110
<b>2,0999</b>	0,6791	0,5432
<b>2,1912</b>	0,7086	0,5697
<b>2,2825</b>	0,7382	0,6094
<b>2,3738</b>	0,7677	0,6362
<b>2,4651</b>	0,7972	0,6628
<b>2,5564</b>	0,8267	0,6908
<b>2,6477</b>	0,8563	0,7165
<b>2,7390</b>	0,8858	0,7437
<b>2,8303</b>	0,9153	0,7733
<b>2,9216</b>	0,9448	0,8042
<b>3,0129</b>	0,9744	0,8350
<b>3,1042</b>	1,0039	0,8634
<b>3,1955</b>	1,0334	0,8911
<b>3,2868</b>	1,0630	0,9204
<b>3,3781</b>	1,0925	0,9517
<b>3,4694</b>	1,1220	0,9816
<b>3,5607</b>	1,1515	7,1967
<b>3,6520</b>	1,1811	7,4404

<b>3,7433</b>	1,2106	7,8791
<b>3,8346</b>	1,2401	8,8338
<b>3,9259</b>	1,2696	9,4984
<b>4,0172</b>	1,2992	10,1798
<b>4,1085</b>	1,3287	10,7330
<b>4,1998</b>	1,3582	11,1288
<b>4,2911</b>	1,3877	11,4260
<b>4,3824</b>	1,4173	11,7283
<b>4,4737</b>	1,4468	12,0297
<b>4,5650</b>	1,4763	12,3243
<b>4,6563</b>	1,5058	12,6318
<b>4,7476</b>	1,5354	13,0273
<b>4,8389</b>	1,5649	13,3368
<b>4,9302</b>	1,5944	13,7015
<b>5,0215</b>	1,6240	14,0098
<b>5,1128</b>	1,6535	14,3096
<b>5,2041</b>	1,6830	14,6697
<b>5,2954</b>	1,7125	14,9619
<b>5,3867</b>	1,7421	15,2669
<b>5,4780</b>	1,7716	15,6819
<b>5,5693</b>	1,8011	15,9709
<b>5,6606</b>	1,8306	16,2687
<b>5,7519</b>	1,8602	16,5708
<b>5,8432</b>	1,8897	16,8767
<b>5,9345</b>	1,9192	17,1825
<b>6,0258</b>	1,9487	17,5630
<b>6,1171</b>	1,9783	17,9232
<b>6,2084</b>	2,0078	18,2300
<b>6,2997</b>	2,0373	18,5370
<b>6,3910</b>	2,0668	18,8403
<b>6,4823</b>	2,0964	19,1479
<b>6,5736</b>	2,1259	19,4572
<b>6,6649</b>	2,1554	19,7591
<b>6,7562</b>	2,1850	20,1173
<b>6,8475</b>	2,2145	20,4749
<b>6,9388</b>	2,2440	20,7815
<b>7,0301</b>	2,2735	21,1329
<b>7,1214</b>	2,3031	21,4882
<b>7,2127</b>	2,3326	21,7929
<b>7,3040</b>	2,3621	22,1009
<b>7,3953</b>	2,3916	22,4045
<b>7,4866</b>	2,4212	22,7053
<b>7,5779</b>	2,4507	36,9985
<b>7,6692</b>	2,4802	37,3082
<b>7,7605</b>	2,5097	37,6656
<b>7,8518</b>	2,5393	38,0765
<b>7,9431</b>	2,5688	38,5553
<b>8,0344</b>	2,5983	39,1222
<b>8,1257</b>	2,6279	39,7808
<b>8,2170</b>	2,6574	107,4804
<b>8,3083</b>	2,6869	108,0712
<b>8,3996</b>	2,7164	108,9188

<b>8,4909</b>	2,7460	109,9473
<b>8,5822</b>	2,7755	111,1527
<b>8,6735</b>	2,8050	112,5299
<b>8,7648</b>	2,8345	114,1039
<b>8,8561</b>	2,8641	115,8459
<b>8,9474</b>	2,8936	117,7614
<b>9,0387</b>	2,9231	119,8615
<b>9,1300</b>	2,9526	122,1152

Fonte: Do autor.

Tabela 23 – Deslocamentos teóricos e experimentais da laje LC4A

Carga Aplicada (kN/m <sup>2</sup> )	Momento Teórico (kN.m)	Deslocamento (mm)				
		Experimental	NBR 6118 (2014)	Bilinear CEB	ACI 318 (2019)	Método proposto
<b>0,0000</b>	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
<b>0,51</b>	0,3130	2,2200	3,2483	3,2483	3,2483	3,2483
<b>1,05</b>	0,6444	7,7350	6,6877	6,9231	6,6877	6,6877
<b>1,58</b>	0,9696	13,3700	16,3262	20,5168	24,4304	11,5513
<b>2,13</b>	1,3072	20,1000	34,0387	34,6233	42,6927	26,9949
<b>2,67</b>	1,6386	27,9000	52,3900	48,4734	58,9572	45,0606
<b>3,22</b>	1,9761	34,9000	70,2810	62,5800	74,6905	63,7091
<b>3,67</b>	2,2523	41,9000	84,1741	74,1217	87,2006	78,4319
<b>4,35</b>	2,6696	54,4000	104,1716	91,5626	105,7245	99,5994
<b>5,05</b>	3,0992	90,9000	123,8997	109,5164	124,4886	120,2841
<b>5,57</b>	3,4183	147,9000	138,1863	122,8535	138,2958	135,1253

Fonte: Do autor.

Tabela 24 – Deslocamentos numéricos da laje LC4A

Carga Aplicada (kN/m <sup>2</sup> )	Momento Teórico (kN.m/nervura)	Deslocamento (mm)
		Não linear
<b>0,0000</b>	0,0000	0,0000
<b>0,0557</b>	0,0342	0,0636
<b>0,1114</b>	0,0684	0,1272
<b>0,1671</b>	0,1025	0,1907
<b>0,2228</b>	0,1367	0,2558
<b>0,2785</b>	0,1709	0,3341
<b>0,3342</b>	0,2051	0,0406
<b>0,3899</b>	0,2393	0,4742
<b>0,4456</b>	0,2735	0,5623
<b>0,5013</b>	0,3076	0,6391
<b>0,5570</b>	0,3418	0,7206
<b>0,6127</b>	0,3760	0,7953
<b>0,6684</b>	0,4102	0,8843
<b>0,7241</b>	0,4444	0,9679
<b>0,7798</b>	0,4786	1,0476
<b>0,8355</b>	0,5127	1,1273
<b>0,8912</b>	0,5469	1,2485

<b>0,9469</b>	0,5811	1,3315
<b>1,0026</b>	0,6153	1,4144
<b>1,0583</b>	0,6495	1,5130
<b>1,1140</b>	0,6837	1,6162
<b>1,1697</b>	0,7178	1,7167
<b>1,2254</b>	0,7520	1,8088
<b>1,2811</b>	0,7862	1,8978
<b>1,3368</b>	0,8204	1,9813
<b>1,3925</b>	0,8546	2,0685
<b>1,4482</b>	0,8888	5,3684
<b>1,5039</b>	0,9229	5,9474
<b>1,5596</b>	0,9571	8,9708
<b>1,6153</b>	0,9913	9,5705
<b>1,6710</b>	1,0255	10,1061
<b>1,7267</b>	1,0597	10,6059
<b>1,7824</b>	1,0939	12,0154
<b>1,8381</b>	1,1280	12,5569
<b>1,8938</b>	1,1622	13,2995
<b>1,9495</b>	1,1964	13,9204
<b>2,0052</b>	1,2306	14,7188
<b>2,0609</b>	1,2648	15,2705
<b>2,1166</b>	1,2990	15,8125
<b>2,1723</b>	1,3331	16,3446
<b>2,2280</b>	1,3673	16,9479
<b>2,2837</b>	1,4015	17,6924
<b>2,3394</b>	1,4357	18,2993
<b>2,3951</b>	1,4699	19,0633
<b>2,4508</b>	1,5041	19,6849
<b>2,5065</b>	1,5382	20,2651
<b>2,5622</b>	1,5724	20,7981
<b>2,6179</b>	1,6066	21,3474
<b>2,6736</b>	1,6408	21,9173
<b>2,7293</b>	1,6750	22,4911
<b>2,7850</b>	1,7092	23,0671
<b>2,8407</b>	1,7433	23,6408
<b>2,8964</b>	1,7775	24,2348
<b>2,9521</b>	1,8117	24,8478
<b>3,0078</b>	1,8459	25,5026
<b>3,0635</b>	1,8801	26,0932
<b>3,1192</b>	1,9143	26,6726
<b>3,1749</b>	1,9484	27,2389
<b>3,2306</b>	1,9826	27,8208
<b>3,2863</b>	2,0168	28,4060
<b>3,3420</b>	2,0510	28,9845
<b>3,3977</b>	2,0852	29,5524
<b>3,4534</b>	2,1194	30,1469
<b>3,5091</b>	2,1535	30,7032
<b>3,5648</b>	2,1877	31,2853
<b>3,6205</b>	2,2219	31,8533
<b>3,6762</b>	2,2561	32,4219
<b>3,7319</b>	2,2903	32,9824
<b>3,7876</b>	2,3245	33,5357

<b>3,8433</b>	2,3586	34,0962
<b>3,8990</b>	2,3928	34,6495
<b>3,9547</b>	2,4270	35,2005
<b>4,0104</b>	2,4612	35,7687
<b>4,0661</b>	2,4954	36,3347
<b>4,1218</b>	2,5295	36,8842
<b>4,1775</b>	2,5637	38,3597
<b>4,2332</b>	2,5979	38,4015
<b>4,2889</b>	2,6321	39,4529
<b>4,3446</b>	2,6663	40,0158
<b>4,4003</b>	2,7005	40,4112
<b>4,4560</b>	2,7346	40,6350
<b>4,5117</b>	2,7688	41,4879
<b>4,5674</b>	2,8030	41,8013
<b>4,6231</b>	2,8372	42,2637
<b>4,6788</b>	2,8714	43,3394
<b>4,7345</b>	2,9056	43,4619
<b>4,7902</b>	2,9397	44,4703
<b>4,8459</b>	2,9739	44,9631
<b>4,9016</b>	3,0081	45,0269
<b>4,9573</b>	3,0423	46,4306
<b>5,0130</b>	3,0765	46,9662
<b>5,0687</b>	3,1107	47,0539
<b>5,1244</b>	3,1448	48,0504
<b>5,1801</b>	3,1790	48,1711
<b>5,2358</b>	3,2132	49,1729
<b>5,2915</b>	3,2474	49,7319
<b>5,3472</b>	3,2816	50,2874
<b>5,4029</b>	3,3158	50,4056
<b>5,4586</b>	3,3499	52,0070
<b>5,5143</b>	3,3841	55,4660
<b>5,5700</b>	3,4183	55,6030

Fonte: Do autor.

Tabela 25 – Deslocamentos teóricos e experimentais da laje LC5A

Carga Aplicada (kN/m <sup>2</sup> )	Momento Teórico (kN.m/nervura)	Deslocamento (mm)				
		Experimental	NBR 6118 (2014)	Bilinear CEB	ACI 318–19	Método proposto
<b>0,0000</b>	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
<b>1,12</b>	1,1612	18,1500	19,5137	24,7155	27,3923	15,1507
<b>1,53</b>	1,5863	31,1500	42,6796	43,4020	52,4174	33,6441
<b>2,3</b>	2,3846	46,1500	88,3430	78,4962	93,3085	79,6704
<b>2,9</b>	3,0067	60,6500	120,9175	105,8424	123,0378	114,1862
<b>3,48</b>	3,6081	73,1500	150,5005	132,2770	150,9950	145,3571
<b>4,08</b>	4,2301	87,6500	179,9391	159,6232	179,4606	175,9983
<b>4,9</b>	5,0803	135,1500	219,0990	196,9962	217,9203	216,2648

Fonte: Do autor.

Tabela 26 – Deslocamentos numéricos da laje LC5A

Carga Aplicada (kN/m <sup>2</sup> )	Momento Teórico (kN.m/nervura)	Deslocamento (mm)
		Não linear
0,0000	0,0000	0,0000
0,0490	0,0508	0,1463
0,0980	0,1016	0,2925
0,1470	0,1524	0,4415
0,1960	0,2032	0,6242
0,2450	0,2540	0,7848
0,2940	0,3048	0,9765
0,3430	0,3556	1,1466
0,3920	0,4064	1,3399
0,4410	0,4572	1,5365
0,4900	0,5080	1,7067
0,5390	0,5588	1,8841
0,5880	0,6096	2,0620
0,6370	0,6604	2,3078
0,6860	0,7112	2,5283
0,7350	0,7620	2,7959
0,7840	0,8129	2,9822
0,8330	0,8637	3,1826
0,8820	0,9145	3,6647
0,9310	0,9653	4,2612
0,9800	1,0161	6,6789
1,0290	1,0669	7,0684
1,0780	1,1177	12,2417
1,1270	1,1685	12,9462
1,1760	1,2193	13,7733
1,2250	1,2701	17,3562
1,2740	1,3209	18,3673
1,3230	1,3717	19,2904
1,3720	1,4225	20,4253
1,4210	1,4733	21,8457
1,4700	1,5241	23,0975
1,5190	1,5749	24,2308
1,5680	1,6257	25,5955
1,6170	1,6765	26,8917
1,6660	1,7273	27,8745
1,7150	1,7781	28,8327
1,7640	1,8289	29,8807
1,8130	1,8797	31,3021
1,8620	1,9305	32,3522
1,9110	1,9813	33,3674
1,9600	2,0321	34,3758
2,0090	2,0829	35,3697
2,0580	2,1337	36,4285
2,1070	2,1845	37,7894
2,1560	2,2353	38,8746
2,2050	2,2861	39,9357
2,2540	2,3369	40,9982
2,3030	2,3878	42,0161

<b>2,3520</b>	2,4386	43,0339
<b>2,4010</b>	2,4894	44,0590
<b>2,4500</b>	2,5402	45,0854
<b>2,4990</b>	2,5910	46,0976
<b>2,5480</b>	2,6418	47,1116
<b>2,5970</b>	2,6926	48,1631
<b>2,6460</b>	2,7434	49,2063
<b>2,6950</b>	2,7942	50,2372
<b>2,7440</b>	2,8450	51,2909
<b>2,7930</b>	2,8958	52,3369
<b>2,8420</b>	2,9466	53,3806
<b>2,8910</b>	2,9974	54,4340
<b>2,9400</b>	3,0482	55,4811
<b>2,9890</b>	3,0990	56,5340
<b>3,0380</b>	3,1498	57,5819
<b>3,0870</b>	3,2006	58,6442
<b>3,1360</b>	3,2514	59,6981
<b>3,1850</b>	3,3022	60,7540
<b>3,2340</b>	3,3530	61,8207
<b>3,2830</b>	3,4038	64,4768
<b>3,3320</b>	3,4546	67,2613
<b>3,3810</b>	3,5054	67,4832
<b>3,4300</b>	3,5562	70,2708
<b>3,4790</b>	3,6070	70,4033
<b>3,5280</b>	3,6578	72,9352
<b>3,5770</b>	3,7086	77,5938

Fonte: Do autor.

Tabela 27 – Deslocamentos teóricos e experimentais da laje LT5A

Carga Aplicada (kN/m <sup>2</sup> )	Momento Teórico (kN.m/nervura)	Deslocamento (mm)				
		Experimental	NBR 6118 (2014)	Bilinear CEB	ACI 318-19	Método proposto
<b>0,0000</b>	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
<b>0,51</b>	0,646272	1,38	2,121891	2,121891	2,1219	2,121891
<b>1,03</b>	1,305216	4,14	4,285388	4,285388	4,2854	4,285388
<b>1,56</b>	1,976832	9,11	6,950155	11,16095	9,3678	6,49049
<b>2,09</b>	2,648448	13,9	17,02804	21,69182	25,3835	12,09037
<b>2,62</b>	3,320064	18,71	30,08558	32,2227	39,1801	23,28274
<b>3,05</b>	3,86496	22,99	41,4248	40,76662	49,5397	33,98092
<b>3,68</b>	4,663296	27,56	57,86812	53,28446	63,9514	50,56657
<b>4,21</b>	5,334912	32,34	71,13003	63,81534	75,6365	64,45178
<b>4,75</b>	6,0192	37,56	84,07614	74,54491	87,2772	78,16826
<b>5,28</b>	6,690816	42,06	96,31672	85,07579	98,5211	91,14762
<b>5,83</b>	7,387776	51,06	108,6384	96,00406	110,0522	104,1562
<b>6,36</b>	8,059392	57,06	120,2318	106,5349	121,0654	116,3203
<b>6,95</b>	8,80704	72,56	132,8939	118,258	133,2388	129,5179
<b>7,62</b>	9,656064	102,06	147,041	131,5706	146,9783	144,1638
<b>8,49</b>	10,75853	163,06	165,148	148,8571	164,7186	162,7802
<b>8,96</b>	11,35411	222,06	174,8389	158,1958	174,2657	172,695



Fonte: Do autor.

Tabela 28 – Deslocamentos numéricos obtidos para a laje LT5A

<b>Carga Aplicada (kN/m<sup>2</sup>)</b>	<b>Momento Teórico (kN.m/nervura)</b>	<b>Deslocamento (mm)</b>
		<b>Não linear</b>
<b>0,0000</b>	0,0000	0,0000
<b>0,0896</b>	0,1135	0,0732
<b>0,1792</b>	0,2271	0,1476
<b>0,2688</b>	0,3406	0,2412
<b>0,3584</b>	0,4542	0,3267
<b>0,4480</b>	0,5677	0,4205
<b>0,5376</b>	0,6812	0,5080
<b>0,6272</b>	0,7948	0,6131
<b>0,7168</b>	0,9083	0,7180
<b>0,8064</b>	1,0219	0,8128
<b>0,8960</b>	1,1354	0,9097
<b>0,9856</b>	1,2490	1,0269
<b>1,0752</b>	1,3625	1,1343
<b>1,1648</b>	1,4760	1,3896
<b>1,2544</b>	1,5896	1,4978
<b>1,3440</b>	1,7031	1,7505
<b>1,4336</b>	1,8167	1,8720
<b>1,5232</b>	1,9302	2,0137
<b>1,6128</b>	2,0437	2,1344
<b>1,7024</b>	2,1573	2,2564
<b>1,7920</b>	2,2708	6,8270
<b>1,8816</b>	2,3844	7,3142
<b>1,9712</b>	2,4979	10,9133
<b>2,0608</b>	2,6114	11,6569
<b>2,1504</b>	2,7250	12,3824
<b>2,2400</b>	2,8385	14,5640
<b>2,3296</b>	2,9521	15,3178
<b>2,4192</b>	3,0656	16,0498
<b>2,5088</b>	3,1792	16,8813
<b>2,5984</b>	3,2927	18,5097
<b>2,6880</b>	3,4062	19,3621
<b>2,7776</b>	3,5198	20,1866
<b>2,8672</b>	3,6333	21,0141
<b>2,9568</b>	3,7469	21,8473
<b>3,0464</b>	3,8604	22,6168
<b>3,1360</b>	3,9739	23,6555
<b>3,2256</b>	4,0875	24,7774
<b>3,3152</b>	4,2010	25,6940
<b>3,4048</b>	4,3146	26,5279
<b>3,4944</b>	4,4281	27,3431
<b>3,5840</b>	4,5416	27,9791
<b>3,6736</b>	4,6552	28,7503
<b>3,7632</b>	4,7687	29,5671
<b>3,8528</b>	4,8823	30,5634
<b>3,9424</b>	4,9958	31,3838

<b>4,0320</b>	5,1094	32,2182
<b>4,1216</b>	5,2229	33,0585
<b>4,2112</b>	5,3364	33,8809
<b>4,3008</b>	5,4500	34,8001
<b>4,3904</b>	5,5635	35,5808
<b>4,4800</b>	5,6771	36,3731
<b>4,5696</b>	5,7906	37,1717
<b>4,6592</b>	5,9041	37,9171
<b>4,7488</b>	6,0177	38,7618
<b>4,8384</b>	6,1312	39,5193
<b>4,9280</b>	6,2448	40,5517
<b>5,0176</b>	6,3583	41,3469
<b>5,1072</b>	6,4718	42,1574
<b>5,1968</b>	6,5854	42,9516
<b>5,2864</b>	6,6989	43,7527
<b>5,3760</b>	6,8125	44,5687
<b>5,4656</b>	6,9260	45,3706
<b>5,5552</b>	7,0395	46,1731
<b>5,6448</b>	7,1531	46,9793
<b>5,7344</b>	7,2666	47,7863
<b>5,8240</b>	7,3802	48,5958
<b>5,9136</b>	7,4937	49,3997
<b>6,0032</b>	7,6073	50,2039
<b>6,0928</b>	7,7208	51,0057
<b>6,1824</b>	7,8343	51,8068
<b>6,2720</b>	7,9479	52,6349
<b>6,3616</b>	8,0614	55,3537
<b>6,4512</b>	8,1750	85,0748
<b>6,5408</b>	8,2885	85,7984
<b>6,6304</b>	8,4020	86,8027
<b>6,7200</b>	8,5156	88,0580
<b>6,7648</b>	8,5724	89,2094
<b>6,8096</b>	8,6291	90,4749
<b>6,8544</b>	8,6859	91,8642
<b>6,8992</b>	8,7427	420,4728
<b>6,9440</b>	8,7994	421,0731
<b>7,0081</b>	8,8806	422,4070
<b>7,0977</b>	8,9942	424,5733
<b>7,1873</b>	9,1077	427,2508
<b>7,2769</b>	9,2213	430,3729
<b>7,3665</b>	9,3348	433,9711
<b>7,4561</b>	9,4484	438,0131
<b>7,5457</b>	9,5619	442,4987
<b>7,6353</b>	9,6754	447,7726
<b>7,7249</b>	9,7890	454,0896
<b>7,8145</b>	9,9025	460,3380
<b>7,9041</b>	10,0161	467,0329
<b>7,9937</b>	10,1296	474,4736
<b>8,0833</b>	10,2431	482,5084
<b>8,1729</b>	10,3567	491,5040
<b>8,2625</b>	10,4702	501,2812
<b>8,3521</b>	10,5838	513,8814

<b>8,4417</b>	10,6973	527,0751
<b>8,5313</b>	10,8108	539,3793
<b>8,6209</b>	10,9244	553,1363
<b>8,7105</b>	11,0379	567,9742
<b>8,8001</b>	11,1515	584,2188

Fonte: Do autor.

Tabela 29 – Deslocamentos teóricos e experimentais da laje LC3B

Carga Aplicada (kN/m <sup>2</sup> )	Momento Teórico (kN.m)	Deslocamento (mm)				
		Experimental	NBR 6118 (2014)	Bilinear CEB	ACI 318-19	Método proposto
<b>0,0000</b>	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
<b>0,50</b>	0,1617	0,4350	1,1248	1,1248	1,1248	1,1248
<b>1,01</b>	0,3234	0,8750	2,2497	2,2497	2,2497	2,2497
<b>1,51</b>	0,4883	1,3300	4,4918	5,6765	5,1857	3,3970
<b>2,01</b>	0,6500	1,8100	9,2572	9,5372	10,6567	7,2359
<b>2,52</b>	0,8117	2,4400	14,3835	13,3979	15,4861	12,2050
<b>3,02</b>	0,9734	3,1050	19,3443	17,2585	19,9937	17,3324
<b>3,53</b>	1,1384	3,8000	24,1385	21,1964	24,4021	22,4035
<b>4,03</b>	1,3001	4,6400	28,6196	25,0571	28,6082	27,1539
<b>4,54</b>	1,4650	5,6400	33,0259	28,9950	32,8198	31,7976
<b>5,04</b>	1,6299	6,9200	37,3143	32,9329	36,9761	36,2809
<b>5,55</b>	1,7949	8,4650	41,5192	36,8708	41,0922	40,6432
<b>6,06</b>	1,9598	9,9650	45,6641	40,8086	45,1783	44,9150
<b>6,57</b>	2,1280	11,4650	49,8452	44,8237	49,3209	49,2008
<b>7,08</b>	2,2929	13,4650	53,9133	48,7616	53,3656	53,3526
<b>7,59</b>	2,4578	14,9650	57,9569	52,6995	57,3960	57,4652
<b>8,10</b>	2,6228	16,4650	61,9817	56,6374	61,4148	61,5474
<b>8,61</b>	2,7877	17,9650	65,9919	60,5753	65,4240	65,6057
<b>9,13</b>	2,9526	20,4650	69,9906	64,5132	69,4252	69,6451

Fonte: Do autor.

Tabela 30 – Deslocamentos numéricos da laje LC3B

Carga Aplicada (kN/m <sup>2</sup> )	Momento Teórico (kN.m/nervura)	Deslocamento (mm)
		Não linear
<b>0,0000</b>	0,0000	0,0000
<b>0,0913</b>	0,0295	0,1649
<b>0,1826</b>	0,0591	0,3298
<b>0,2739</b>	0,0886	0,4946
<b>0,3652</b>	0,1181	0,6595
<b>0,4565</b>	0,1476	0,8244
<b>0,5478</b>	0,1772	0,9893
<b>0,6391</b>	0,2067	1,1541
<b>0,7304</b>	0,2362	1,3190
<b>0,8217</b>	0,2657	1,4839
<b>0,9130</b>	0,2953	1,6488

<b>1,0043</b>	0,3248	1,8136
<b>1,0956</b>	0,3543	1,9785
<b>1,1869</b>	0,3838	2,1434
<b>1,2782</b>	0,4134	2,3083
<b>1,3695</b>	0,4429	2,4731
<b>1,4608</b>	0,4724	2,6380
<b>1,5521</b>	0,5019	2,8035
<b>1,6434</b>	0,5315	2,9701
<b>1,7347</b>	0,5610	3,1373
<b>1,8260</b>	0,5905	3,3046
<b>1,9173</b>	0,6201	3,4718
<b>2,0086</b>	0,6496	3,6391
<b>2,0999</b>	0,6791	3,8064
<b>2,1912</b>	0,7086	3,9737
<b>2,2825</b>	0,7382	4,1410
<b>2,3738</b>	0,7677	4,3083
<b>2,4651</b>	0,7972	4,4756
<b>2,5564</b>	0,8267	4,6429
<b>2,6477</b>	0,8563	4,8107
<b>2,7390</b>	0,8858	4,9795
<b>2,8303</b>	0,9153	5,1525
<b>2,9216</b>	0,9448	5,3239
<b>3,0129</b>	0,9744	5,5272
<b>3,1042</b>	1,0039	5,7378
<b>3,1955</b>	1,0334	5,9446
<b>3,2868</b>	1,0630	6,1294
<b>3,3781</b>	1,0925	6,3004
<b>3,4694</b>	1,1220	6,4747
<b>3,5607</b>	1,1515	6,6533
<b>3,6520</b>	1,1811	6,8783
<b>3,7433</b>	1,2106	7,0582
<b>3,8346</b>	1,2401	7,2450
<b>3,9259</b>	1,2696	7,4253
<b>4,0172</b>	1,2992	7,6083
<b>4,1085</b>	1,3287	7,7908
<b>4,1998</b>	1,3582	7,9734
<b>4,2911</b>	1,3877	8,1545
<b>4,3824</b>	1,4173	8,3718
<b>4,4737</b>	1,4468	8,5767
<b>4,5650</b>	1,4763	8,8310
<b>4,6563</b>	1,5058	9,0420
<b>4,7476</b>	1,5354	9,2596
<b>4,8389</b>	1,5649	9,7065
<b>4,9302</b>	1,5944	9,8913
<b>5,0215</b>	1,6240	10,1366
<b>5,1128</b>	1,6535	10,1746
<b>5,2041</b>	1,6830	10,2477
<b>5,2954</b>	1,7125	10,3458
<b>5,3867</b>	1,7421	10,4547
<b>5,4780</b>	1,7716	10,5848
<b>5,5693</b>	1,8011	10,7313
<b>5,6606</b>	1,8306	10,9108

<b>5,7519</b>	1,8602	11,0889
<b>5,8432</b>	1,8897	11,2725
<b>5,9345</b>	1,9192	11,4591
<b>6,0258</b>	1,9487	11,6541
<b>6,1171</b>	1,9783	11,8507
<b>6,2084</b>	2,0078	12,0508
<b>6,2997</b>	2,0373	12,2701
<b>6,3910</b>	2,0668	12,4948
<b>6,4823</b>	2,0964	12,7267
<b>6,5736</b>	2,1259	12,9608
<b>6,6649</b>	2,1554	13,1950
<b>6,7562</b>	2,1850	13,4248
<b>6,8475</b>	2,2145	13,6589
<b>6,9388</b>	2,2440	13,8932
<b>7,0301</b>	2,2735	14,1364
<b>7,1214</b>	2,3031	14,3863
<b>7,2127</b>	2,3326	14,6356
<b>7,3040</b>	2,3621	14,8818
<b>7,3953</b>	2,3916	15,1367
<b>7,4866</b>	2,4212	15,3956
<b>7,5779</b>	2,4507	15,6668
<b>7,6692</b>	2,4802	15,9501
<b>7,7605</b>	2,5097	16,2253
<b>7,8518</b>	2,5393	16,5050
<b>7,9431</b>	2,5688	16,8010
<b>8,0344</b>	2,5983	17,0973
<b>8,1257</b>	2,6279	17,3564
<b>8,2170</b>	2,6574	17,6274
<b>8,3083</b>	2,6869	17,9017
<b>8,3996</b>	2,7164	18,1871
<b>8,4909</b>	2,7460	18,4677
<b>8,5822</b>	2,7755	18,7375
<b>8,6735</b>	2,8050	19,0030
<b>8,7648</b>	2,8345	19,3701
<b>8,8561</b>	2,8641	19,7414
<b>8,9474</b>	2,8936	20,1400
<b>9,0387</b>	2,9231	20,5182
<b>9,1300</b>	2,9526	20,8907

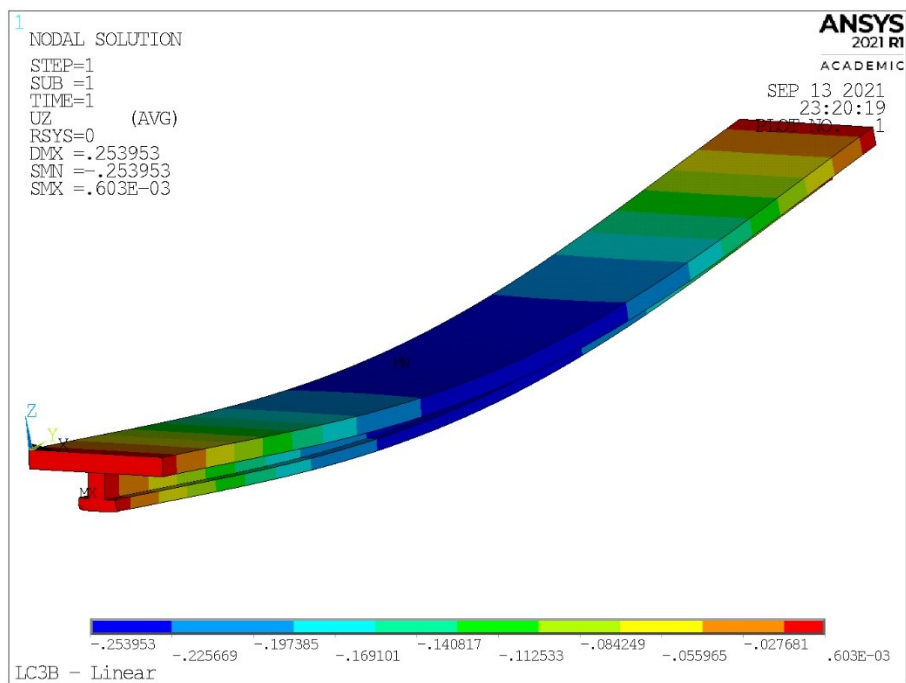
Fonte: Do autor.



## APÊNDICE B – DESLOCAMENTOS NUMÉRICOS DAS LAJES DA APLICAÇÃO

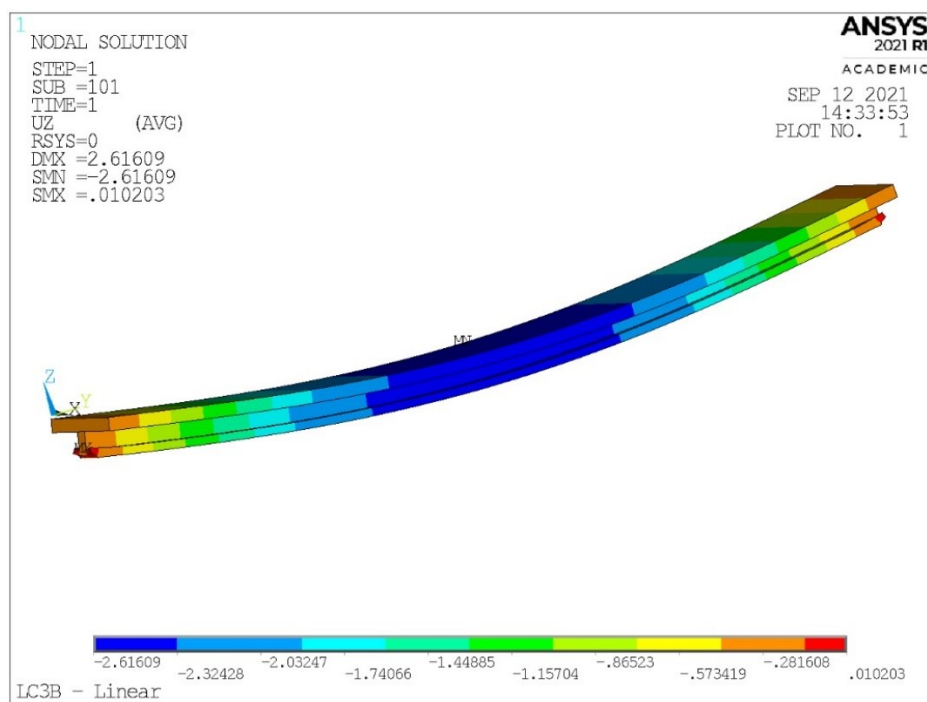
### 03

Figura 101 – Deslocamento da laje LC3B – Linear



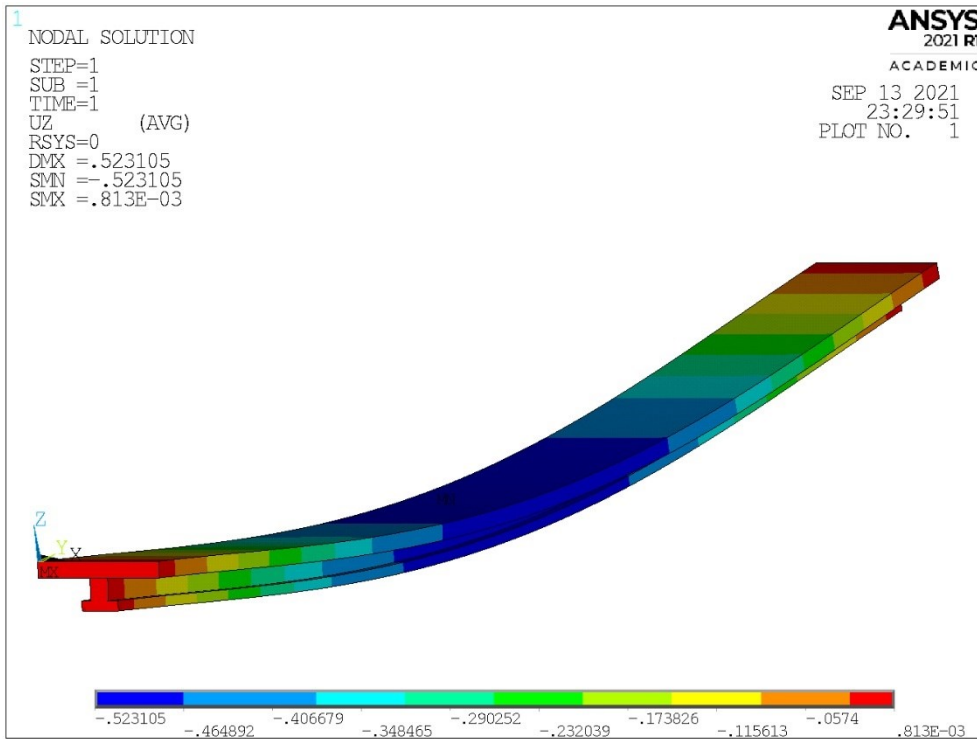
Fonte: Do autor.

Figura 102 – Deslocamento da laje LC3B – Não linear



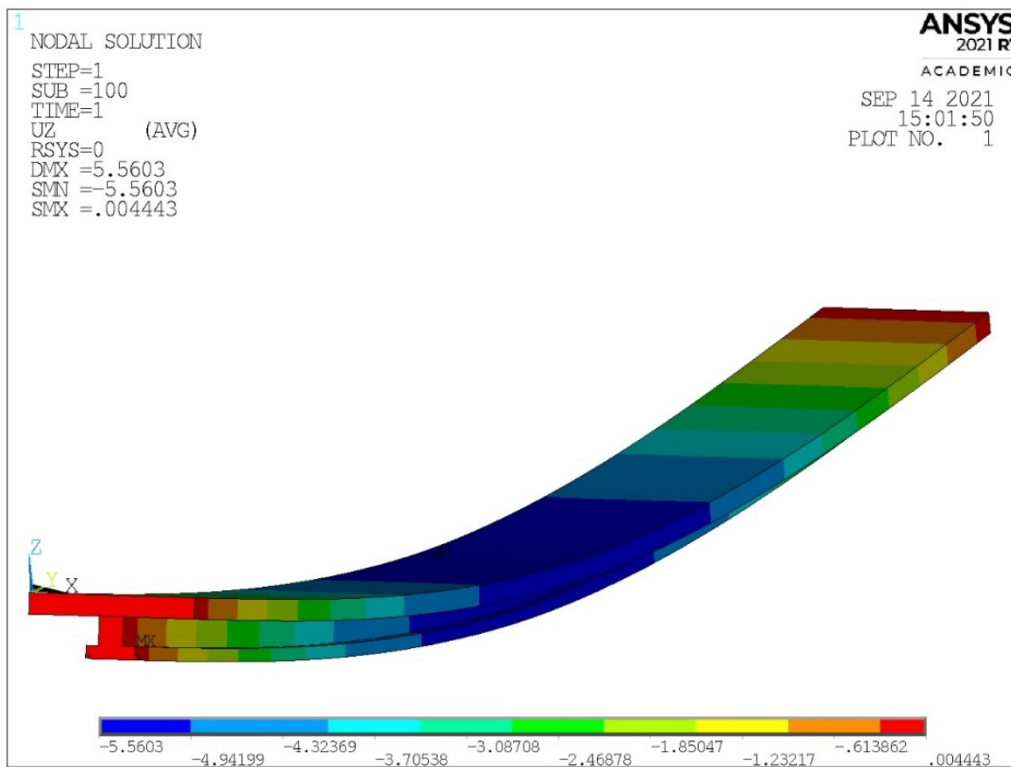
Fonte: Do autor.

Figura 103 – Deslocamento da laje LC4A – Linear



Fonte: Do autor.

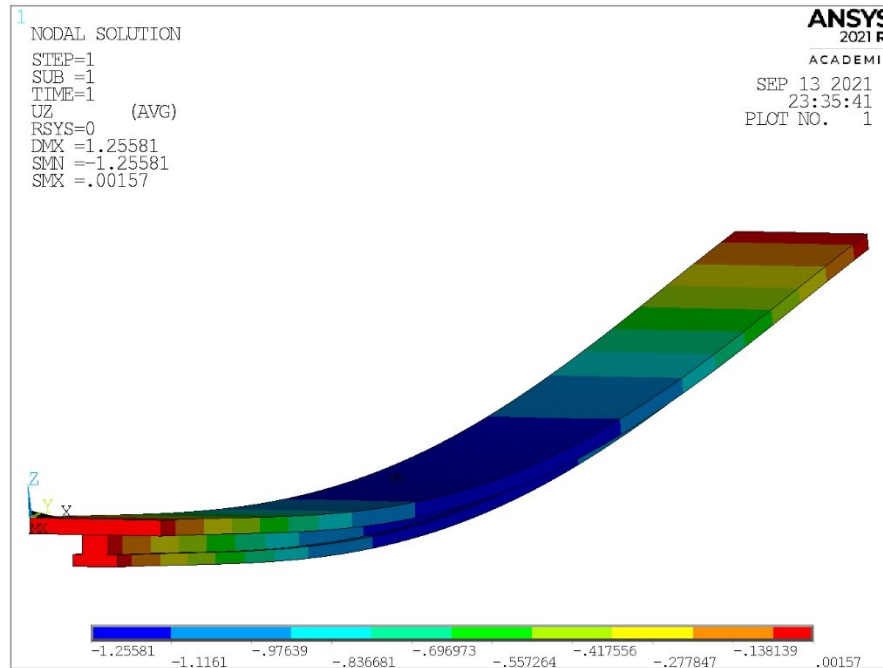
Figura 104 – Deslocamento da laje LC4A – não linear



Fonte: Do autor.

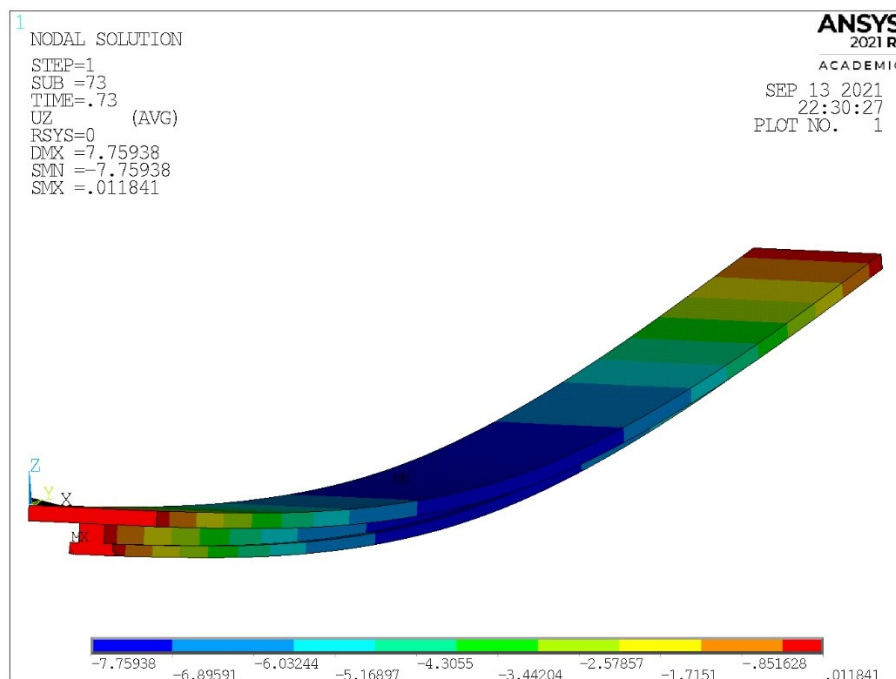


Figura 105 – Deslocamento da laje LC5A – Linear



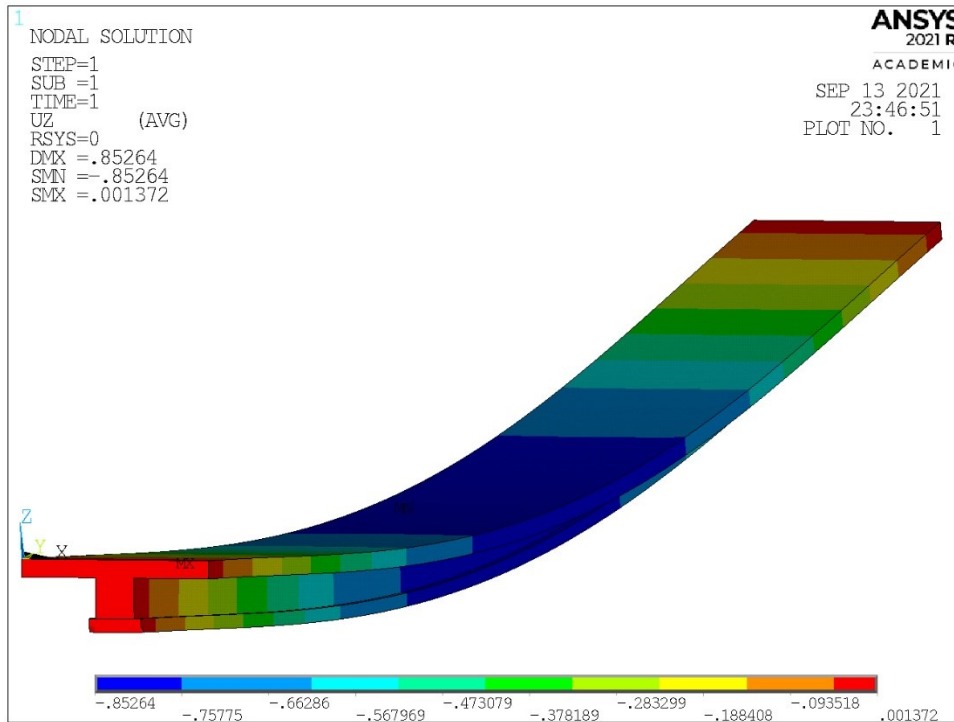
Fonte: Do autor.

Figura 106 – Deslocamento da laje LC5A – não linear



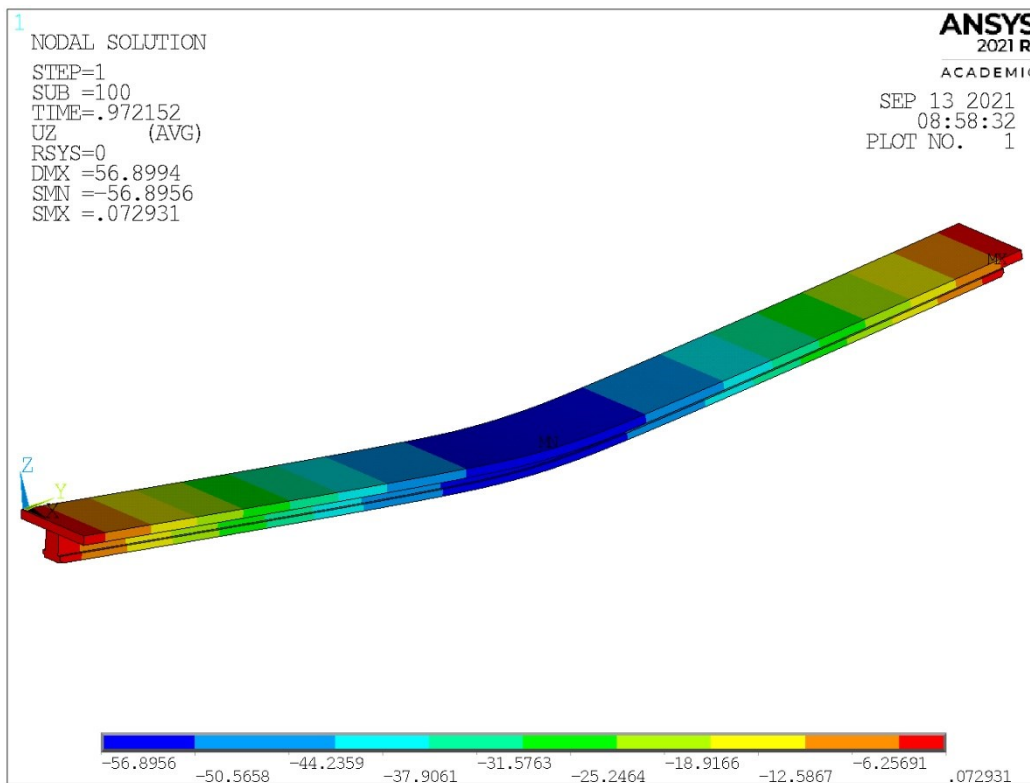
Fonte: Do autor.

Figura 107 – Deslocamento da laje LT5A – Linear



Fonte: Do autor.

Figura 108 – Deslocamento da laje LT5A – não linear



Fonte: Do autor.