

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA MARIA  
CENTRO DE TECNOLOGIA  
CURSO DE ENGENHARIA CIVIL**

**DIMENSIONAMENTO DE PILARES DE CONCRETO ARMADO: ANÁLISE  
COMPARATIVA ENTRE OS MÉTODOS APROXIMADOS ESTABELECIDOS PELA  
NBR 6118:2014**

**ORIENTADO: RENAN SILVEIRA COLLARES THOMPSON FLORES  
ORIENTADOR: PROF. ALMIR BARROS DA SILVA SANTOS NETO**

Santa Maria, RS

2022

**Renan Silveira Collares Thompson Flores**

**DIMENSIONAMENTO DE PILARES DE CONCRETO ARMADO: ANÁLISE  
COMPARATIVA ENTRE OS MÉTODOS APROXIMADOS ESTABELECIDOS PELA  
NBR 6118:2014**

Trabalho de conclusão de curso apresentado ao Curso de Pós-Graduação em Engenharia Civil, da Universidade Federal de Santa Maria (UFSM, RS) como requisito parcial para a obtenção do título de **Bacharel em Engenharia Civil**.

Orientador: Prof<sup>o</sup> Dr. Almir Barros da Silva Santos Neto

Santa Maria, RS

2022

## RESUMO

### **DIMENSIONAMENTO DE PILARES DE CONCRETO ARMADO: ANÁLISE COMPARATIVA ENTRE OS MÉTODOS APROXIMADOS ESTABELECIDOS PELA NBR 6118:2014**

AUTOR: Renan Silveira Collares Thompson Flores

ORIENTADOR: Prof<sup>o</sup> Dr. Almir Barros da Silva Santos Neto

Neste estudo é analisado, comparativamente, o quantitativo de armadura em pilares de concreto, calculados considerando os diferentes métodos aproximados de análise da 2ª ordem local conforme as recomendações da ABNT NBR 6118:2014. Parte do pressuposto que, no Brasil, o material mais empregado na construção civil é o concreto armado e a norma responsável para o dimensionamento de pilares disponibiliza diferentes metodologias de cálculo, estas metodologias são feitas de modo aproximado, podendo gerar diferenças no resultado final. O trabalho inicialmente traz conceitos básicos sobre o tema e uma revisão bibliográfica de estudos antecessores próxima ao assunto. Além disso, com a utilização do aplicativo P-Calc, foram simulados e calculados pilares com índices de esbeltez de 35, 50, 75 e 90, com força adimensional de 0,6, 0,8 e 1,0, resistência característica do concreto de 25, 35 e 45, e momento adimensional nos dois eixos do plano transversal com valores de 0,1, 0,15 e 0,2 pelos diferentes métodos aproximados presentes na ABNT NBR 6118:2014. No final, foi feita uma análise comparativa das solicitações resultantes de aço que cada método exige para cada situação de pilar em que apresentou uma diferença de taxa de armadura exigida de até 1,27%.

**Palavras-chave:** Pilares de Concreto Armado, PCalc, Quantitativo de Aço.

## ABSTRACT

### **DIMENSIONING OF REINFORCED CONCRETE COLLUMNS: COMPARATIVE ANALYSIS BETWEEN THE APPROXIMATE METHODS ESTABLISHED BY NBR 6118:2014**

AUTHOR: Renan Silveira Collares Thompson Flores

ADVISOR: Prof<sup>o</sup> Dr. Almir Barros da Silva Santos Neto

This work presents a comparison on use of steel in columns calculated by different regulated methods of local effects of 2<sup>a</sup> order available at ABNT NBR 6118:2014. In Brazil, the most used method in civil construction is the reinforced concrete and the Norm responsible for dimensioning columns provides several forms of calculation to obtain a safe structure, these methods are approximate which can generate different results. The work initially supply basic concepts on the subject and a bibliographic review of predecessor studies close to the subject. After that, with the use of P-Calc app, was simulated and calculated columns with slenderness index values of 35, 50, 75 and 90, different loads and moments applied, characteristic strength of concrete to compression of 25, 35 and 45 MPa by the different methods presents at ABNT NBR 6118:2014. In the end, was made a comparative analysis of the amount of steel requesting that each method requires for each collumn situation in wich it presented a required reinforcement rate difference of up to 1,27%.

**Keywords:** Reinforced concrete collumns, PCalc, Quantitative os steel.

# SUMÁRIO

<b>LISTA DE FIGURAS .....</b>	<b>6</b>
<b>1 INTRODUÇÃO .....</b>	<b>9</b>
1.1 OBJETIVOS.....	11
1.1.1 OBJETIVO GERAL.....	11
1.1.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS.....	11
1.2 ESTRUTURA DO TRABALHO .....	12
<b>2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA.....</b>	<b>13</b>
2.1 EFEITOS GLOBAIS E LOCAIS DE 2ª ORDEM.....	13
2.2 ANÁLISE DOS EFEITOS LOCAIS DE 2ª ORDEM .....	14
2.3 PARÂMETROS .....	15
2.3.1 COMPRIMENTO EQUIVALENTE.....	15
2.3.2 ÍNDICE DE ESBELTEZ.....	16
2.3.3 MOMENTO MÍNIMO.....	18
2.3.4 ARMADURA .....	19
2.4 DETERMINAÇÃO DOS EFEITOS LOCAIS DE 2ª ORDEM .....	19
2.4.1 MÉTODO DO PILAR-PADRÃO COM CURVATURA APROXIMADA.....	21
2.4.2 MÉTODO DO PILAR-PADRÃO COM RIGIDEZ $k$ APROXIMADA .....	24
2.4.3 MÉTODO DO PILAR-PADRÃO ACOPLADO A DIAGRAMAS $M,N,1/r$ .....	25
<b>3 METODOLOGIA .....</b>	<b>27</b>
3.1 PROPRIEDADE PARA ANÁLISE: ÍNDICE DE ESBELTEZ.....	27
3.2 PROPRIEDADE EM ANÁLISE: FORÇA VERTICAL .....	29
3.3 PROPRIEDADE EM ANÁLISE: RESISTÊNCIA DO CONCRETO À COMPRESSÃO.....	30
3.4 PROPRIEDADE EM ANÁLISE: MOMENTO DE 1ª ORDEM.....	32
3.5 FUNCIONAMENTO DO SOFTWARE P-CALC.....	34
3.5.1 ENTRADA DE DADOS.....	34
3.5.2 EFEITOS LOCAIS DE 2ª ORDEM .....	38
3.5.3 SAÍDA DE RESULTADOS.....	39
3.5.4 DIAGRAMA DE INTERAÇÃO.....	40
3.5.5 GRÁFICOS RESULTANTES DOS MÉTODOS.....	41
3.5.6 DIAGRAMA $N, M, 1/r$ .....	42
3.5.7 RELATÓRIO DE CÁLCULO.....	42
<b>4 ANÁLISE DOS RESULTADOS.....</b>	<b>44</b>
4.1 PRIMEIRA ANÁLISE: ÍNDICE DE ESBELTEZ (35, 50, 75 E 90) .....	44
4.1.1 ANÁLISE COMPARATIVA DOS PILARES $P1, P2, P3$ E $P4$ .....	48
4.2 SEGUNDA ANÁLISE: CARGA VERTICAL ADIMENSIONAL (0,6 0,8 E 1,0) .....	49
4.2.1 ANÁLISE COMPARATIVA DOS PILARES $P5, P6$ E $P7$ .....	52
4.3 TERCEIRA ANÁLISE: RESISTÊNCIA CARACTERÍSTICA DO CONCRETO (25, 35 E 45 MPA).....	54
4.3.1 ANÁLISE COMPARATIVA DOS PILARES $P8, P9$ E $P10$ .....	57
4.4 QUARTA ANÁLISE: MOMENTO ADIMENSIONAL (0,1, 0,15 E 0,2).....	59
4.4.1 ANÁLISE COMPARATIVA DOS PILARES $P11, P12, P13, P14, P15$ E $P16$ .....	65
<b>5 CONCLUSÃO .....</b>	<b>68</b>
<b>6. REFERÊNCIAS.....</b>	<b>69</b>
<b>ANEXO A – MEMÓRIA DE CÁLCULO DO PILAR 16 PELO MÉTODO DO PILAR-PADRÃO COM CURVATURA APROXIMADA .....</b>	<b>70</b>

<b>ANEXO B – MEMÓRIA DE CÁLCULO DO PILAR 16 PELO MÉTODO DO PILAR-PADRÃO COM RIGIDEZ K APROXIMADA .....</b>	<b>71</b>
<b>ANEXO C – MEMÓRIA DE CÁLCULO DO PILAR 16 PELO MÉTODO DO PILAR-PADRÃO ACOPLADO A DIAGRAMAS M, N E 1/R .....</b>	<b>72</b>

## LISTA DE FIGURAS

FIGURA 1 – REPRESENTAÇÃO DOS PARÂMETROS DO COMPRIMENTO EQUIVALENTE .....	16
FIGURA 2- ENVOLTÓRIA MÍNIMA DE 1ª ORDEM .....	18
FIGURA 3 – PILAR-PADRÃO.....	20
FIGURA 4 – LINHA ELÁSTICA .....	20
FIGURA 5 – LINEARIZAÇÃO DO DIAGRAMA DE INTERAÇÃO. ....	22
FIGURA 6 – RELAÇÃO MOMENTO-CURVATURA.....	26
FIGURA 7 – PILAR: ÍNDICE DE ESBELTEZ.....	28
FIGURA 8 – PILAR: FORÇA VERTICAL .....	29
FIGURA 9 – PILAR: RESISTÊNCIA CARACTERÍSTICA DO CONCRETO. ....	31
FIGURA 10 – EIXO DE ATUAÇÃO DOS MOMENTOS. ....	32
FIGURA 11 – PILAR: MOMENTO DE 1ª ORDEM.....	33
FIGURA 12 – ENTRADA DE DADOS: GEOMETRIA .....	35
FIGURA 13 – ENTRADA DE DADOS: MATERIAIS .....	36
FIGURA 14 – ENTRADA DE DADOS: ARMAÇÃO.....	37
FIGURA 15 – ENTRADA DE DADOS: ESFORÇOS .....	38
FIGURA 16 – ABA DE EFEITOS DE 2ª ORDEM LOCAL.....	39
FIGURA 17 – JANELA PRINCIPAL COM OS RESULTADOS.....	40
FIGURA 18 – DIAGRAMA DE INTERAÇÃO .....	41
FIGURA 19 – GRÁFICOS DE FORÇA NORMAL E MOMENTO RESULTANTE.....	41
FIGURA 20 – DIAGRAMA N, M, 1/R.....	42
FIGURA 21 – DISPOSIÇÃO DA ARMADURA PARA O PILAR P1.....	45
FIGURA 22 – DISPOSIÇÃO DA ARMADURA PARA O PILAR P2.....	46
FIGURA 23 – DISPOSIÇÃO DA ARMADURA PARA O PILAR P3.....	47
FIGURA 24 – DISPOSIÇÃO DA ARMADURA PARA O PILAR P4.....	48
FIGURA 25 – DISPOSIÇÃO DA ARMADURA PARA O PILAR P5.....	50
FIGURA 26 – DISPOSIÇÃO DA ARMADURA PARA O PILAR P6.....	51
FIGURA 27 – DISPOSIÇÃO DA ARMADURA PARA O PILAR P7.....	52
FIGURA 28 – DISPOSIÇÃO DA ARMADURA PARA O PILAR P8.....	55
FIGURA 29 – DISPOSIÇÃO DA ARMADURA PARA O PILAR P9.....	56
FIGURA 30 – DISPOSIÇÃO DA ARMADURA PARA O PILAR P10.....	57
FIGURA 31 – DISPOSIÇÃO DA ARMADURA PARA O PILAR P11.....	60
FIGURA 32 – DISPOSIÇÃO DA ARMADURA PARA O PILAR P12.....	61
FIGURA 33 – DISPOSIÇÃO DA ARMADURA PARA O PILAR P13.....	62
FIGURA 34 – DISPOSIÇÃO DA ARMADURA PARA O PILAR P14.....	63

<b>FIGURA 35 – DISPOSIÇÃO DA ARMADURA PARA O PILAR P15.</b> .....	<b>64</b>
<b>FIGURA 36 – DISPOSIÇÃO DA ARMADURA PARA O PILAR P16.</b> .....	<b>65</b>



## SIMBOLOGIA

$A_c$  – área da seção transversal de concreto

$A_s$  – área da seção transversal de aço

$EI$  – rigidez do pilar

$h$  – altura do pilar

$i$  – raio de giração mínimo da seção bruta de concreto

$I_c$  – momento de inércia da seção de concreto

$\kappa$  – rigidez adimensional

$l$  – distância entre centro das lajes/vigas

$l_e$  – comprimento equivalente

$l_o$  – distância entre faces das lajes/vigas

$M$  – momento

$M_d$  – momento fletor

$M_{rd}$  – momento fletor resistente de cálculo

$M_{sd}$  – momento fletor solicitante de cálculo

$M_{sk}$  – momento fletor solicitante

$N_d$  – força normal de cálculo

$N_k$  – força normal solicitante

$\alpha_b$  – parâmetro de instabilidade

$\lambda$  – índice de esbeltez

$\lambda_1$  – índice de esbeltez limite

$\theta_1$  – ângulo de rotação

$\theta_\alpha$  – desaprumo

$\nu$  – coeficiente de Poisson

$\mu$  – momento adimensional

## 1 INTRODUÇÃO

A construção civil evoluiu e vem evoluindo muito com o passar dos anos. Isto acontece através do constante estudo de novos métodos e ferramentas para aplicabilidade, a fim de melhorar a eficiência das construções, reduzindo o custo de execução das obras.

O material mais utilizado neste setor no Brasil é o concreto e a técnica mais difundida nas estruturas é o concreto armado, que é composto por concreto, (compondo maior volume) e aço (responsável por grande parte do custo). Uma parte presente nas estruturas é o pilar, e buscando uma solução mais econômica buscam-se métodos para diminuir o custo destes diminuindo o uso de aço.

Este trabalho tem como objetivo analisar o dimensionamento de pilares pelos diferentes métodos aproximados disponíveis pela ABNT NBR 6118:2014 e comparar a solicitação de armadura por cada método.

Para este dimensionamento é necessário analisar os efeitos de solicitação que estão presentes nos pilares. A norma apresenta estes efeitos e os denomina como efeitos de 1ª ordem e efeitos de 2ª ordem.

Esforços de 1ª ordem respondem as reações que uma estrutura sofre devido a um carregamento sem que este altere sua estrutura inicial, considerando que esta estrutura atue de forma linear elástica, sendo suas reações diretamente proporcionais ao carregamento efetuado. Já os esforços de 2ª ordem correspondem aos esforços internos, gerados por deformações causadas pelas cargas na estrutura. Alguns fatores são preponderantes, tais como: o comportamento não linear das peças, - causado pela composição do material - e, também, o fator não geométrico, devido às deformações de seus nós. Admitindo esta atitude, percebe-se um desempenho não proporcional dos esforços com as deformações e este comportamento é de difícil compreensão e cálculo, necessitando de recursos computacionais.

Para um dimensionamento mais prático desta situação a norma ABNT NBR 6118:2014 disponibiliza métodos aproximados de cálculo para a estrutura e este trabalho procura comparar os diferentes métodos aproximados disponibilizados pela

norma para a consideração dos efeitos locais de 2ª ordem no dimensionamento de pilares de concreto armado, cujo objetivo é avaliar a solicitação de armadura que cada método aproximado exige em pilares.

O estudo deste comportamento e a aplicação dos métodos aproximados de dimensionamento de pilares na norma ABNT NBR 6118/2014, foram calculados através de diferentes situações de pilares para comparação das solicitações exigidas pelos diferentes métodos a fim de descobrir qual exige uma estrutura mais resistente, resultando em uma situação menos econômica. Foi utilizado o software P-Calc, que permitiu o cálculo de forma mais prática.

## **1.1 OBJETIVOS**

### **1.1.1 OBJETIVO GERAL**

A finalidade deste trabalho de conclusão de curso é fazer um estudo sobre os métodos aproximados de cálculo dos efeitos locais de 2ª ordem permitidos pela ABNT NBR 6118:2014, analisando e comparando as solicitações resultantes de cada cálculo.

### **1.1.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS**

- Avaliar o dimensionamento de pilares de concreto armado, considerando os índices de esbeltez de 35, 50, 75 e 90; valores de esforços adimensionais de 0,6, 0,8 e 1,0; resistência característica de concreto de 25, 35 e 45 MPa; e momento adimensional de 0,1, 0,15 e 0,2; utilizando os diferentes métodos aproximados de cálculo dos efeitos locais de 2ª ordem da ABNT NBR 6118:2014;
- Dimensionar pilares calculando os efeitos de 2ª ordem local presentes nos pilares através do método do pilar-padrão com curvatura aproximada;
- Dimensionar pilares calculando os efeitos de 2ª ordem local presentes nos pilares através do método do pilar-padrão com rigidez  $\kappa$  aproximada;
- Dimensionar pilares calculando os efeitos de 2ª ordem local presentes nos pilares através do método do pilar-padrão acoplado a diagramas M, N e  $1/r$ .
- Analisar e comparar os resultados obtidos pelos diferentes métodos aproximados de 2ª ordem local.

## **1.2 ESTRUTURA DO TRABALHO**

Este Trabalho de Conclusão de Curso é composto por seis capítulos com o intuito de apresentar um estudo comparativo entre os diferentes métodos de cálculo presentes na ABNT NBR 6118:2014 para os efeitos locais de segunda ordem.

O primeiro capítulo desenvolve uma breve apresentação sobre o tema e os objetivos do estudo.

O segundo capítulo apresenta uma revisão bibliográfica aprofundada feita com o estudo de trabalhos feitos sobre os efeitos de 2ª ordem no dimensionamento de pilares.

O terceiro capítulo descreve a metodologia utilizada no estudo, os pilares utilizados para análise e o funcionamento do software utilizado nos cálculos.

O quarto capítulo apresenta um conjunto de tabelas com os resultados gerados pelo software com análise e ilustra as seções finais em cada situação.

O quinto capítulo trata das conclusões analisadas no estudo com o intuito da percepção mais econômica para cada pilar.

O sexto e último capítulo disponibiliza apenas as referências que foram usadas para o estudo do tema.

## **2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA**

Na engenharia civil, o dimensionamento das peças deve respeitar o estado-limite último e para atender a estas solicitações são feitas simulações das possíveis ações em que cada fragmento da estrutura se expõe.

O item 14.2.1 da ABNT NBR 6118:2014 determina que, “A análise estrutural permite estabelecer as distribuições de esforços internos, tensões, deformações e deslocamentos, em uma parte ou em toda estrutura”.

O objetivo de análise neste trabalho é o pilar e os esforços causados por possíveis deformações neste, também chamados de efeitos de 2ª ordem local.

A norma ABNT NBR 6118:2014 caracteriza pilar como um elemento de eixo reto, usualmente disposto na vertical, em que as forças normais de compressão são preponderantes.

O estudo destes esforços presentes na estrutura é chamado de Análise Estrutural e possui como objetivo assegurar que todo o sistema não sofra instabilidade. Para os efeitos de 2ª ordem presentes nos pilares, a análise deve ser feita para que as combinações mais desfavoráveis de ações presente na edificação não cause perda de estabilidade nem esgotamento da capacidade de resistência da peça.

### **2.1 EFEITOS GLOBAIS E LOCAIS DE 2ª ORDEM**

Segundo o item 15.2 da ABNT NBR 6118:2014, efeitos de 2ª ordem são aqueles que se somam aos obtidos em uma análise de primeira ordem (em que o equilíbrio da estrutura é estudado na configuração geométrica inicial), quando a análise do equilíbrio passa a ser efetuada considerando a configuração deformada.

Estes efeitos podem ser divididos em efeitos de 2ª ordem global e os efeitos de 2ª ordem local. Os efeitos de 2ª ordem global são consequências de ações verticais e horizontais que deslocam os nós da estrutura horizontalmente e os efeitos locais de 2ª ordem são os efeitos que surgem em cada barra na estrutura, fazendo

com que o eixo das barras não permaneça retilíneo e influenciando nos esforços solicitantes ao longo das barras.

Classifica-se uma estrutura conforme a influência dos efeitos de 2ª ordem em estrutura de nós fixos ou estrutura de nós móveis. Estruturas de nós fixos são aquelas que possuem baixos deslocamentos dos seus nós e que os esforços globais de 2ª ordem são inferiores a 10% dos esforços de 1ª ordem e conseqüentemente os efeitos globais de 2ª ordem podem ser desprezados, considerando apenas os efeitos locais de 2ª ordem. Conseqüentemente, as estruturas de nós móveis são aquelas que não possuem pequenos deslocamentos, onde os efeitos de 2ª ordem são superiores a 10% dos efeitos de 1ª ordem, sendo obrigatória a consideração dos efeitos globais de 2ª ordem, assim como os locais.

A estrutura sob a ação de forças horizontais é sempre calculada como deslocável. O fato de a estrutura ser classificada como sendo de nós fixos dispensa apenas a consideração dos esforços globais de 2ª ordem.

Nas estruturas de nós fixos, o cálculo pode ser realizado considerando cada elemento comprimido isoladamente, como barra vinculada nas extremidades aos demais elementos estruturais que ali concorrem, onde se aplicam os esforços obtidos pela análise da estrutura efetuada segundo a teoria de 1ª ordem.

A ABNT NBR 6118:2014 considera como elementos isolados os seguintes:

- a) os elementos estruturais isostáticos;
- b) os elementos contraventados;
- c) os elementos das estruturas de contraventamento de nós fixos;
- d) os elementos das subestruturas de contraventamento de nós móveis, desde que, aos esforços nas extremidades, obtidos em uma análise de 1ª ordem, sejam acrescentados os determinados por análise global de 2ª ordem.

## **2.2 ANÁLISE DOS EFEITOS LOCAIS DE 2ª ORDEM**

Para a análise dos efeitos locais de 2ª ordem devem-se isolar os elementos da estrutura e aplicar em suas extremidades os esforços resultantes da análise de 1ª

ordem somados com as ações cauculadas pelos efeitos globais de 2ª ordem (quando levados em consideração). Isto tem como objetivo analisar a barra sob efeito da excentricidade de 2ª ordem, que é a excentricidade provocada pela deformação da barra que está sob influência de uma força normal na excentricidade de 1ª ordem (excentricidade inicial).

Estes efeitos causam aumento nos esforços solicitantes ao longo do eixo da barra exigindo uma análise de estabilidade para que esse aumento não ultrapasse os esforços resistentes.

A ABNT NBR 6118:2014 admite e disponibiliza alguns métodos de cálculo dos esforços solicitantes considerando os efeitos locais de 2ª ordem, entre eles estão os três métodos analisados neste trabalho: Método do pilar-padrão com curvatura aproximada, Método do pilar-padrão com rigidez  $\kappa$  aproximada e o Método do pilar-padrão acoplado a diagramas M, N,  $1/r$ .

Antes de apresentar os métodos de cálculo serão exibidos alguns parâmetros de cálculo necessários para entendimento dos métodos.

## 2.3 PARÂMETROS

### 2.3.1 COMPRIMENTO EQUIVALENTE

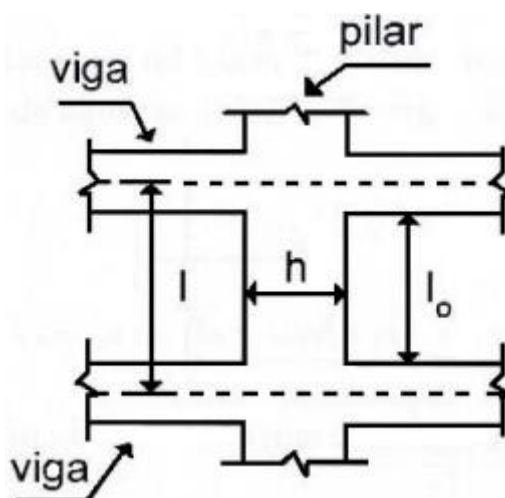
O comprimento da barra isolada e birrotulada é chamado de comprimento equivalente ( $l_e$ ) e segundo a ABNT NBR 6118:2014 deve ser o menor entre os valores da equação 1:

$$l_e \leq \begin{cases} l_o + h \\ l \end{cases} \quad (1)$$

Onde os dados estão representados na Figura 1:



Figura 1 – Representação dos parâmetros do comprimento equivalente



Fonte: Silva e Santos (2016)

Percebe-se pela Figura 1 que um dos parâmetros é a altura da seção transversal do pilar, sendo assim, para pilares retangulares podem surgir dois valores de comprimento equivalente, um para cada eixo do plano.

### 2.3.2 ÍNDICE DE ESBELTEZ

O índice de esbeltez é um critério para saber o quão influenciado o pilar é pelos efeitos locais de 2ª ordem. No item 15.8.2 da ABNT NBR 6118:2014 é descrita a equação de determinação do valor como a razão entre o comprimento equivalente e o raio de giração da seção transversal, considerando a direção definida. Conforme mostra a equação 2.

$$\lambda = \frac{l_e}{i} \quad (2)$$

O raio de giração da seção geométrica é calculado através da equação 3.

$$i = \sqrt{\frac{I_c}{A_c}} \quad (3)$$

Os efeitos locais de 2ª ordem podem ser desconsiderados quando o índice de esbeltez ( $\lambda$ ) for menor que um valor limite ( $\lambda_1$ ) estabelecido por norma. A equação para obtenção do valor limite está descrita na equação 4.

$$\lambda_1 = \frac{25 + 12,5 e_1/h}{\alpha_b} \quad (4)$$

O valor do parâmetro  $\alpha_b$  para pilares biapoiados sem carga transversal, pilares avaliados neste trabalho, é calculado pela equação 5.

$$\alpha_b = 0,6 + 0,4 \frac{M_B}{M_A} \quad (5)$$

$$1,0 \geq \alpha_b \geq 0,4$$

Onde, os valores de  $M_A$  e  $M_B$  são correspondentes aos valores no extremo do pilar, obtidos pela análise de 1ª ordem em estruturas de nós fixos, e os momentos totais (1ª ordem + 2ª ordem global) em estruturas de nós móveis. O valor de  $M_A$  é sempre o maior valor absoluto entre os dois.

A norma descreve como chegar ao valor do índice de esbeltez para pilares em balanço ou biapoiados com carga transversal, porém não convêm neste trabalho estas equações.

O valor limite para a dispensa de consideração dos efeitos locais de 2ª ordem deve estar entre 35 e 90. Conforme a equação 6.

$$35 \leq \lambda_1 \leq 90 \quad (6)$$

Os métodos analisados neste artigo são excepcionais para pilares com índices de esbeltez menores que 140 e 90.

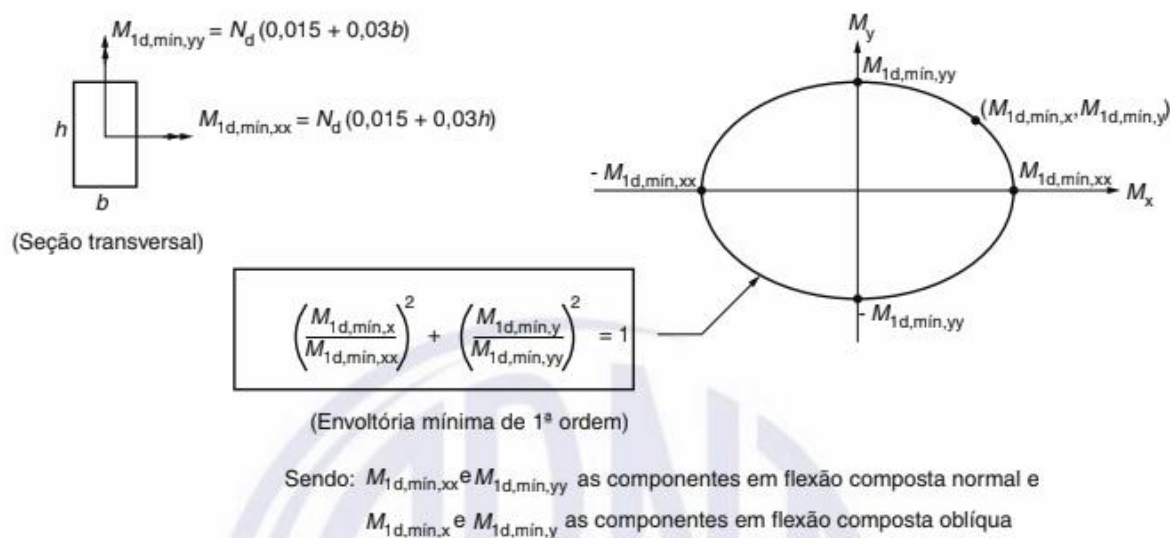
O valor obtido para o índice de esbeltez é limitado como no máximo 200, sendo possível valor maior que este apenas para elementos pouco comprimidos com força normal máxima determinada em norma, que não é o objetivo deste trabalho.

### 2.3.3 MOMENTO MÍNIMO

Na análise dos momentos resistentes dos pilares, o dimensionamento deve gerar uma envoltória de momentos resistentes através dos métodos de cálculo disponíveis na norma. Esta envoltória deve englobar uma envoltória que possua os momentos mínimos de 1ª ordem.

A envoltória mínima criada pelos momentos de 1ª ordem está representada na Figura 2:

Figura 2- Envoltória mínima de 1ª ordem



Fonte: ABNT NBR 6118:2014

Quando solicitado à consideração dos efeitos locais de 2ª ordem, este deve somar-se com os momentos de 1ª ordem e a envoltória mínima ser composta pelos momentos somados de 1ª e 2ª ordem local.

### 2.3.4 ARMADURA

O item 17.3.5.3 da ABNT NBR 6118:2014, determina os valores-limites de armadura longitudinal em pilares. O valor de armadura em pilares deve estar entre os valores resultantes das equações 9 e 10:

Armadura Mínima

$$A_{s,min} = (0,15N_d / f_{yd}) \geq 0,004A_c \quad (9)$$

Armadura Máxima

$$A_{s,máx} = 0,08A_c \quad (10)$$

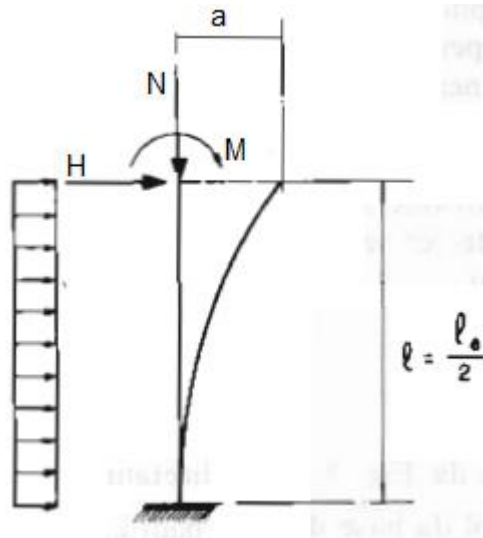
“A máxima armadura permitida em pilares deve considerar inclusive a sobreposição de armadura existente em regiões de emenda...”

### 2.4 DETERMINAÇÃO DOS EFEITOS LOCAIS DE 2ª ORDEM

De acordo com o item 15.8.3.1 da norma ABNT NBR 6118:2014, o cálculo para barras submetidas à flexo-compressão normal pode ser feito pelo método geral ou por métodos aproximados.

Os métodos aproximados são o foco no trabalho e estes são processos que possuem uma formulação direta, possibilitando que as situações sejam resolvidas através de cálculos manuais. Todos estes métodos tratam a não-linearidade geométrica dos pilares da mesma maneira, através do Pilar-Padrão. Este conceito é aplicável à pilares com seção e armadura constante, ao longo de todo o seu comprimento. O Pilar-Padrão segundo Fusco (1981) é um pilar em balanço com uma distribuição de curvaturas que provoque na sua extremidade uma flecha  $a$ , conforme a Figura 3.

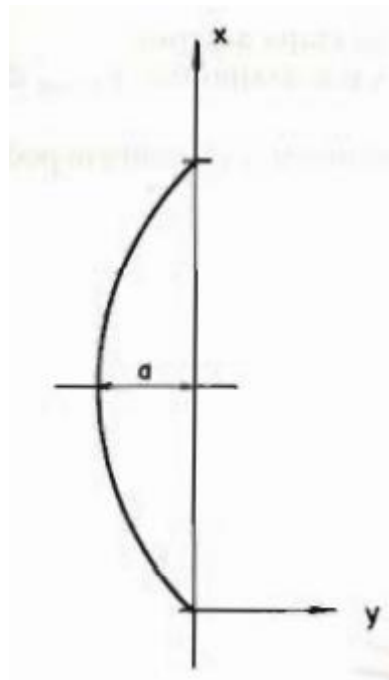
Figura 3 – Pilar-Padrão



Fonte: Fusco (1981)

A linha elástica deste pilar resulta na Figura 4.

Figura 4 – Linha elástica



Fonte: Fusco (1981)

O valor de  $a$ , na Figura 3 e 4, representa a flecha na seção intermediária do pilar e a equação 11 mostra a obtenção deste valor.

$$a = \frac{l_e^2}{10} \left( \frac{1}{r} \right)_{base} \quad (11)$$

Por outro lado, os métodos consideram a não-linearidade física através de modos diferente e estão descritos nos subcapítulos seguintes.

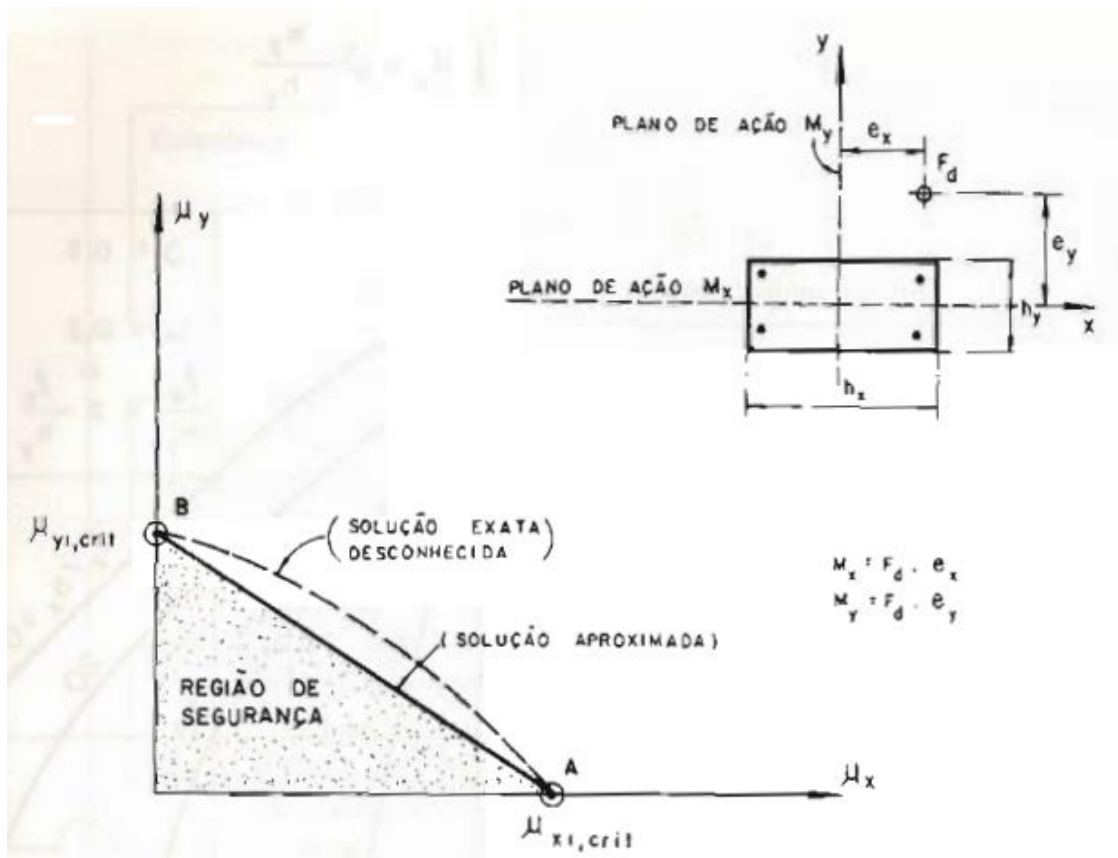
#### **2.4.1 MÉTODO DO PILAR-PADRÃO COM CURVATURA APROXIMADA**

O item 15.8.3.3.2 da ABNT NBR 6118:2014 especifica este método para pilares com seção constante e armadura simétrica e contínua ao longo de seu eixo, determina também que o índice de esbeltez máximo para a utilização deste método deve ser 90.

A não linearidade física é considerada através de uma expressão aproximada da curvatura na seção crítica. Tendo em vista que pilares estão sujeitos a flexão composta oblíqua, há valores de momentos críticos para cada eixo das faces do pilar, momentos máximos que cargas sujeitas a excentricidade podem causar sem que haja instabilidade.

A solução exata do diagrama de momento em cada eixo é complexa e para que fosse possível obter um resultado de forma manual foi estudado um modo aproximado para que fosse possível simplificar o cálculo. A Figura 5 apresenta a simplificação do diagrama de interação.

Figura 5 – Linearização do diagrama de interação.



Fonte: Fusco (1981)

Onde  $\mu_{x1,crit}$  e  $\mu_{y1,crit}$  são os momentos adimensionais críticos em cada eixo e a obtenção destes momentos depende diretamente da força adimensional, do comprimento equivalente e do raio de curvatura e está representada na equação 12.

$$\mu = v \frac{l_e^2}{10r} \quad (12)$$

Os valores do comprimento equivalente e do raio de curvatura utilizado para o momento crítico no eixo x são respectivos ao eixo x e para o momento crítico no eixo y são utilizados os valores do eixo y.

O raio de curvatura na seção crítica em cada eixo é calculado através da equação aproximada 13, que é inversamente proporcional a força adimensional e da altura da seção transversal em relação ao eixo em questão, como mostrado na Figura 5.

$$\frac{1}{r} = \frac{0,005}{h(v + 0,5)} \leq \frac{0,005}{h} \quad (13)$$

A força normal adimensional ( $v$ ) é o resultado da equação 14.

$$v = \frac{N_d}{A_c f_{cd}} \quad (14)$$

Para chegar a um valor nominal de momento de 2ª ordem deve-se substituir a força adimensional pelo valor de força nominal na equação 12, como mostrado na equação 15.

$$M = N \frac{l_e^2}{10} \frac{1}{r} \quad (15)$$

A partir destas considerações, o momento total resultante no pilar é calculado pela soma do momento na seção intermediária (multiplicação do momento de 1ª ordem pelo fator  $\alpha_b$ ) somado ao momento de 2ª ordem local, conforme a equação 16.

$$M_{d,tot} = \alpha_b M_{1d,A} + N_d \frac{l_e^2}{10} \frac{1}{r} \geq M_{1d,A} \quad (16)$$

Onde o fator  $\alpha_b$  é um parâmetro regulado pela norma de valor entre 0,4 e 1,0 que depende dos apoios nas extremidades do pilar, se há carga transversal e dos momentos de 1ª ordem nas extremidades. Como o intuito deste trabalho é a análise dos efeitos de 2ª ordem local para diferentes pilares, apresentados no capítulo a seguir, o valor de  $\alpha_b$  atribuído no dimensionamento dos pilares neste trabalho é igual a 1,0, considerando a situação descrita pela ABNT NBR 6118:2014 “para pilares biapoiados ou em balanço com momentos menores que o momento mínimo”.

Neste método aproximado de cálculo, percebe-se que os parâmetros influentes no valor de solicitação do momento para cada eixo da seção transversal são: o parâmetro  $\alpha_b$ , o momento na seção intermediária do pilar, a carga vertical



aplicada, o comprimento equivalente para o lado da seção referente ao eixo, do comprimento da face do pilar referente ao eixo e da força normal adimensional.

#### 2.4.2 MÉTODO DO PILAR-PADRÃO COM RIGIDEZ $k$ APROXIMADA

Assim como o método anterior, este procedimento é específico para pilares com índice de esbelteza menor ou igual a 90. A seção deve ser retangular, com armadura simétrica e constante ao longo do eixo.

Neste método, a não linearidade física é considerada por uma expressão aproximada da rigidez, representada na equação 17.

$$\kappa_{aprox} = 32\left(1 + 5 \frac{M_{Rd,tot}}{hN_d}\right)\nu \quad (17)$$

Observa-se que o valor da rigidez aproximada depende da largura do lado do pilar (existindo um valor de rigidez aproximada para cada lado do pilar), da relação de momento/carga e da força normal adimensional.

Calculada a rigidez  $k$  aproximada, o momento solicitante considerando os efeitos de 2ª ordem é calculado pela majoração do momento de 1ª ordem na seção intermediária através da equação 18:

$$M_{Sd,tot} = \frac{\alpha_b M_{1d,A}}{1 - \frac{\lambda^2}{120\kappa/\nu}} \geq M_{1d,A} \quad (18)$$

Para um dimensionamento onde a armadura é conhecida  $M_{Rd,tot} = M_{Sd,tot}$  e na determinação dos esforços solicitante considerando os esforços de 2ª ordem recai em uma função implícita, visto que ao substituir o valor de rigidez pela equação 15 na equação 16 faria os momento solicitante total depender do momento resistente total. Esta situação pode ser resolvida por um processo iterativo e a norma ABNT NBR6118:2014 orienta que o processo pode ser efetuado por duas ou três iterações.

A norma também define que para um dimensionamento o processo aproximado representado pelas equações 17 e 18 resulta na formulação direta descrita na equação 19 e 20 evitando o trabalho de iteração.

$$A.M_{Sd,tot}^2 + BM_{Sd,tot} + C = 0, onde \begin{cases} A = 5h \\ B = h^2 N_d - \frac{N_d l_e^2}{320} - 5h \alpha_b M_{1d,A} \\ C = -N_d h^2 \alpha_b M_{1d,A} \end{cases} \quad (19)$$

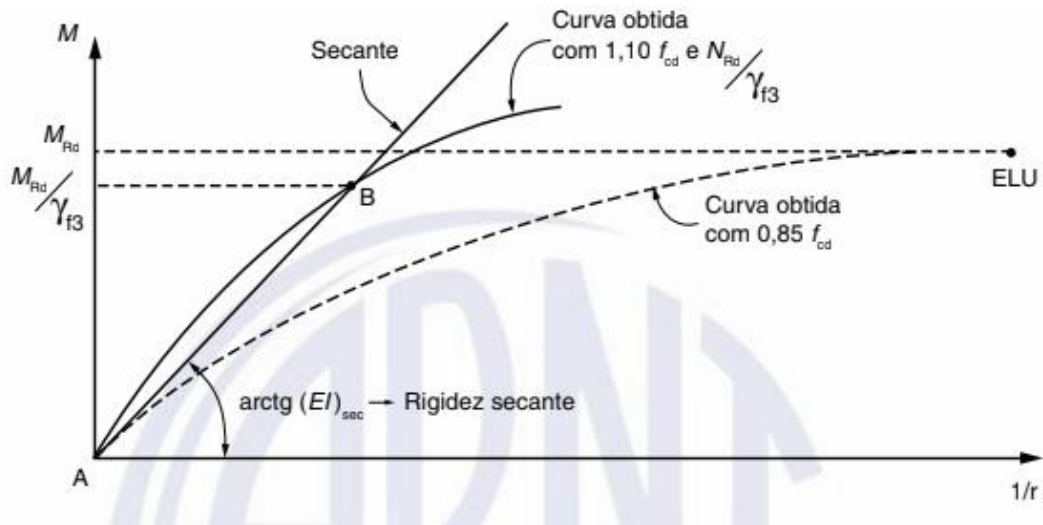
$$M_{Sd,tot} = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \quad (20)$$

### 2.4.3 MÉTODO DO PILAR-PADRÃO ACOPLADO A DIAGRAMAS M,N,1/r

Outro método de análise dos efeitos locais de 2ª ordem em pilares é o método do pilar-padrão melhorado, diferente dos outros modos de cálculo este permite que pilares com índice de esbeltez até 140 possam ser calculados, porém para pilares com índice de esbeltez maior que 90 é obrigatória a consideração da fluência (não abordado neste trabalho).

Diferente dos métodos anteriores que simplificam parâmetros importantes na análise dos pilares, este método busca obter a rigidez do pilar através de um diagrama. O diagrama possui como variantes o momento, carga normal e curvatura, e para a obtenção da rigidez o gráfico é específico para cada situação de pilar e deve ser analisado para cada direção do pilar. A Figura 6 apresenta um exemplo de diagrama M, N, 1/r de um pilar.

Figura 6 – Relação momento-curvatura



Fonte: ABNT NBR 6118:2014

A imagem representada na ABNT NBR 6118:2014 demonstra a relação momento-curvatura, onde a curva cheia  $AB$  é obtida considerando o valor de força normal igual a  $N_{RD}/\gamma_{f3}$ , que a favor da segurança pode ser linearizada pela reta  $AB$ .

A curva tracejada, obtida com os valores de cálculo das resistências do concreto e do aço, é utilizada somente para definir o esforço resistente  $M_{RD}$  correspondente a  $N_{RD}$ .

A reta  $AB$  é caracterizada pela rigidez secante  $(EI)_{SEC}$ , que pode ser utilizada em processos aproximados para flexão composta normal ou oblíqua.

Através da análise do gráfico obtém-se a rigidez secante podendo assim calcular o valor da rigidez secante adimensional, como mostra a equação 21.

$$\kappa_{SEC} = \frac{(EI)_{SEC}}{A_c h^2 f_{cd}} \quad (21)$$

Conhecendo o valor da rigidez secante adimensional calcula-se o valor do momento total máximo através da equação 18, substituindo o valor de  $\kappa$  por  $\kappa_{SEC}$ .

### **3 METODOLOGIA**

A metodologia presente neste trabalho consiste no dimensionamento de lances de pilares através dos diferentes métodos de cálculo dos efeitos locais de 2ª ordem e comparar as diferentes solicitações de armadura por cada método em cada situação.

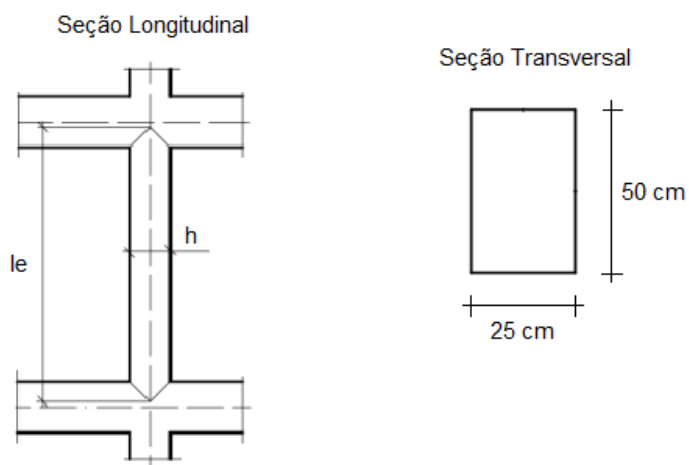
Para esta análise foram simulados pilares que tiveram suas propriedades alteradas, resultando em uma investigação da influência destas características quando dimensionado por diferentes meios disponíveis por norma. Estas propriedades observadas foram: índice de esbeltez, força vertical, resistência característica à compressão do concreto, e momento de primeira ordem.

Os cálculos das solicitações foram feitos com a ajuda do software P-Calc e os métodos de determinação dos efeitos locais de 2ª ordem utilizados presentes na norma ABNT NBR 6118:2014 são: Método do Pilar-Padrão com Curvatura Aproximada, Método do Pilar-Padrão com Rigidez  $k$  Aproximada e Método do Pilar-Padrão Acoplado a Diagramas M, N e  $1/r$ .

#### **3.1 PROPRIEDADE PARA ANÁLISE: ÍNDICE DE ESBELTEZ**

Para a investigação desta característica e sua influência no dimensionamento por cada método mencionado foram escolhidos quatro valores de índice de esbeltez para um pilar de mesma seção, por não ser o objetivo o estudo a influência da seção transversal foi estipulado pelo autor uma seção transversal do pilar de 25 x 50 cm para estes pilares. Entre os de índice de esbeltez estão os valores extremos: 35 e 90, onde 35 é valor de esbeltez mínimo para um pilar e 90 é o valor máximo de esbeltez que a norma ABNT NBR 6118:2014 permite para dois dos três métodos, e dois valores intermediários: 50 e 75. A Figura 7 visualiza a seção transversal dos pilares.

Figura 7 – Pilar: Índice de esbeltez.



Fonte: Autor

Onde os valores do comprimento equivalente ( $l_e$ ) para cada índice de esbeltez estipulado e a nomenclatura dos pilares estão representados na Tabela 1:

Tabela 1 – Nomenclatura e comprimento equivalente dos pilares.

<b>Pilar</b>	<b>Índice de esbeltez (<math>\lambda</math>)</b>	<b>Comprimento equivalente (cm)</b>
<b>P1</b>	35	288,7
<b>P2</b>	50	360,8
<b>P3</b>	75	541,3
<b>P4</b>	90	649,5

Fonte: Autor

As propriedades características dos materiais presentes nos pilares são:

- Resistência do concreto C25 ( $f_{ck}$ ): 25 MPa
- Resistência do aço CA50 ( $f_{yk}$ ): 500 MPa
- Módulo de elasticidade do aço (E): 210 GPa

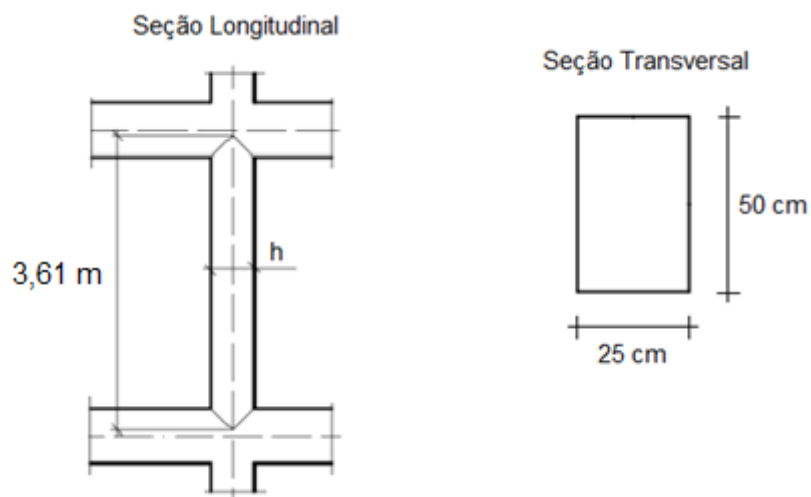
Para o dimensionamento, os pilares foram expostos a uma mesma carga adimensional ( $v$ ) determinada pelo autor com valor igual a 0,8, resultando em um valor nominal de 1275,5 kN para os pilares descritos.

### 3.2 PROPRIEDADE EM ANÁLISE: FORÇA VERTICAL

A carga vertical solicitada influencia diretamente no dimensionamento de um pilar, o objetivo de análise nesta subseção é entender em qual método isto é mais impactante e para isso foi determinado uma seção transversal de 25 x 50 cm e uma altura de 3,61m para três pilares expostos por diferentes valores de força normal adimensional. Os valores determinados foram de situações em que a seção plana do pilar está majoritariamente sujeita a compressão, e foram escolhidos pelo autor como: 0,6, 0,8 e 1,0.

A Figura 8 apresenta as dimensões dos pilares P5, P6 e P7.

Figura 8 – Pilar: Força vertical



Fonte: Autor

As nomenclaturas utilizadas para estes pilares e o valor nominal das forças aplicadas estão presentes na Tabela 2.

Tabela 2 – Nomenclatura e força nominal aplicada aos pilares.

Pilar	Força adimensional	Força nominal
P5	0,6	956,6 kN
P6	0,8	1275,5 kN
P7	1,0	1594,4 kN

Fonte: Autor

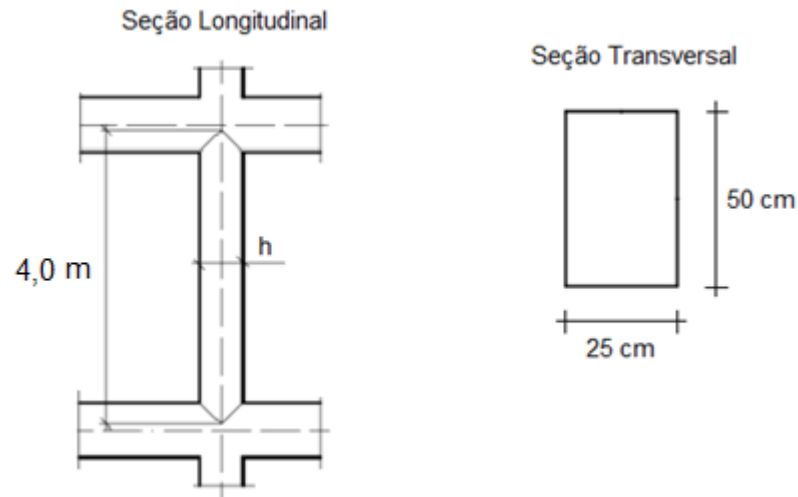
As propriedades características dos materiais presentes nos pilares estão descritas abaixo:

- Resistência do concreto C25 ( $f_{ck}$ ): 25 MPa
- Resistência do aço CA50 ( $f_{yk}$ ): 500 MPa
- Módulo de elasticidade do aço (E): 210 GPa

### 3.3 PROPRIEDADE EM ANÁLISE: RESISTÊNCIA DO CONCRETO À COMPRESSÃO

Sabe-se que a resistência atribuída há um pilar é influenciada pela resistência característica do concreto e nesta análise observamos pilares diferenciados por isto. Foram dimensionados pilares de altura e seção transversal constante expostos a mesma força adimensional que se diferenciavam por três valores de  $f_{ck}$  atribuídos, os valores determinados pelo autor foram valores mais comuns iguais a 25, 35 e 45 MPa. As dimensões dos pilares foram determinadas pelo autor e podem ser visualizadas na Figura 9.

Figura 9 – Pilar: Resistência característica do concreto.



Fonte: Autor

Para estes pilares foi exercido um mesmo valor de força vertical adimensional, determinado pelo autor, de 0,8, porém os valores de  $f_{ck}$  foram diferentes, conseqüentemente, os valores nominais das cargas foram diferentes também. A nomenclatura e a carga nominal aplicada aos pilares estão representadas segundo a Tabela 3.

Tabela 3 – Nomenclatura e resistência do concreto de cada pilar.

Pilar	$f_{ck}$	Força nominal
<b>P8</b>	25 MPa	1275,5 kN
<b>P9</b>	35 MPa	1785,7 kN
<b>P10</b>	45 MPa	2295,9 kN

Fonte: Autor

Para o dimensionamento destes pilares foram determinados fatores característicos do aço, estes estão listados abaixo:

- Aço CA50 ( $f_s$ ): 500 MPa
- Módulo de elasticidade (E): 210 GPa

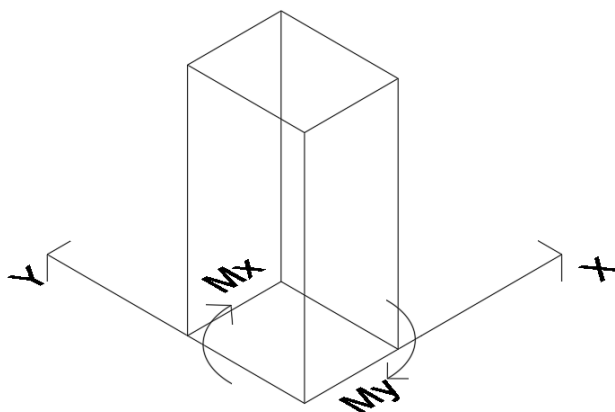


### 3.4 PROPRIEDADE EM ANÁLISE: MOMENTO DE 1ª ORDEM

Como visto no capítulo 2.1, os efeitos de 2ª ordem são somados aos efeitos de 1ª ordem e com o objetivo de ver a influência final que os esforços de 1ª ordem causam, seis pilares foram dimensionados aplicando momento de 1ª ordem em suas extremidades, e para isto foram determinados três valores agindo em cada eixo. Três destes agindo sob o eixo da menor dimensão da seção transversal ( $M_y$ ) e três sob o eixo da maior dimensão da seção transversal ( $M_x$ ), os valores foram escolhidos pelo autor e tiveram seus valores iguais a: 0,15, 0,25 e 0,25.

Para melhor entendimento a Figura 10 apresenta como funcionam os momentos e seus eixos.

Figura 10 – Eixo de atuação dos momentos.

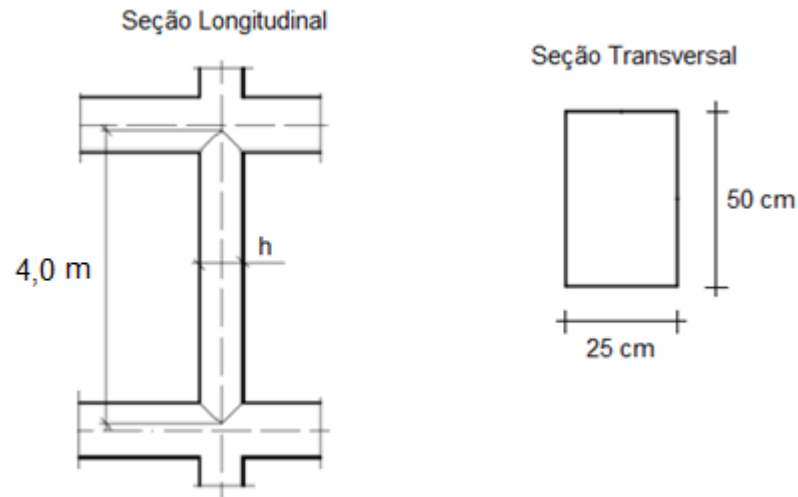


Fonte: Autor

Como normalmente pilares estão sujeitos a cargas verticais, além do momento adimensional aplicado nas extremidades do pilar foi aplicada uma carga vertical adimensional determinada pelo autor como o valor de 0,8. O valor nominal da carga para esta seção foi equivalente a 1275,5 kN.

A Figura 11 representa os pilares com as alturas e a seção transversal deles.

Figura 11 – Pilar: Momento de 1ª ordem.



Fonte: Autor

A Tabela 4 apresenta a nomenclatura utilizada para cada um destes pilares.

Tabela 4 – Nomenclatura e momento adimensional dos pilares.

<b>Pilar</b>	$\mu_x$	$\mu_y$
<b>P11</b>	0	0,10
<b>P12</b>	0	0,15
<b>P13</b>	0	0,20
<b>P14</b>	0,10	0
<b>P15</b>	0,15	0
<b>P16</b>	0,20	0

Fonte: Autor

As propriedades iniciais para o cálculo estão listadas abaixo.

- Resistência do concreto C25 ( $f_{ck}$ ): 25 MPa

- Resistência do aço CA50 ( $f_{yk}$ ): 500 MPa
- Módulo de elasticidade do aço (E): 210 GPa

### **3.5 FUNCIONAMENTO DO SOFTWARE P-CALC**

Segundo Cardoso Júnior e Kimura (2013), o programa, implementado na linguagem Java®, foi desenvolvido para análise de pilares submetidos à flexão composta oblíqua com a consideração da não linearidade física e geométrica. O usuário pode escolher entre os quatro métodos propostos pela ABNT NBR 6118:2014 para consideração destes efeitos locais de 2ª ordem.

Entre os métodos disponíveis pelo software se encontram os simplificados e o método geral. Os métodos simplificados presentes são os: pilar-padrão com curvatura aproximada, pilar-padrão com rigidez  $\kappa$  aproximada e o pilar-padrão acoplado a diagramas M, N e  $1/r$ .

O programa dispõe de uma interface organizada e de fácil entendimento para o usuário. Possui acesso rápido e prático a todas as entradas de dados, saída de resultados e escolha de métodos de cálculo. Para demonstrar o funcionamento do programa será representado todo o processo feito para um dos pilares estudados, podendo assim, ter conhecimento de como foram feitos todos os outros pilares e assim expor os resultados obtidos por todos, sem que repita a demonstração dos processos, visto que o processo de é o mesmo, diferenciados pela entrada de dados.

#### **3.5.1 ENTRADA DE DADOS**

Inicialmente, o programa solicita os dados em relação à forma da seção transversal do pilar, disponibilizando quatro diferentes seções, entre elas a retangular, utilizada em todos os pilares em análise. Também é solicitada a informação dos vínculos nas extremidades do pilar, na qual é utilizado o pilar biapoiado em todos os pilares estudados também. A Figura 12 ilustra a aba de solicitação preenchida com os valores do pilar 16.

Figura 12 – Entrada de dados: Geometria

Entrada de dados: Geometria

Seção  
Tipo: Retangular

Geometria  
Tipo: Pilar Biapoiado

Dimensões:  
hx = 25 cm hy = 50 cm

Comprimento:  
L = 400 cm

Ok Cancelar

Fonte: Software P-Calc

O próximo passo é a inserção dos dados relacionados às propriedades dos materiais. No que se refere ao concreto, é solicitada a resistência à compressão do concreto e o fator de segurança utilizado para a minoração dos esforços resistentes, e, no que diz respeito ao aço, é exigido o preenchimento da resistência característica do aço, seu módulo de elasticidade e o fator de segurança para minoração dos efeitos resistentes, demonstrados na Figura 13, demonstrado com o preenchimento do pilar 16.

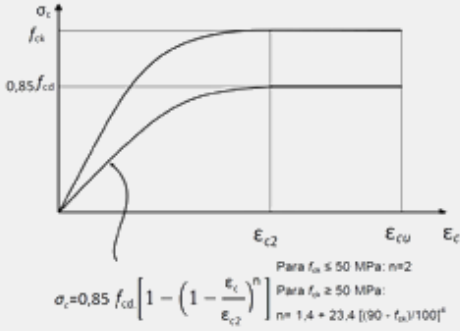
Figura 13 – Entrada de dados: Materiais

Entrada de dados: Materiais ×

---

**Concreto**  
 Diagrama tensão-deformação NBR6118 (2013):

fck =  MPa  
 $\gamma_c =$



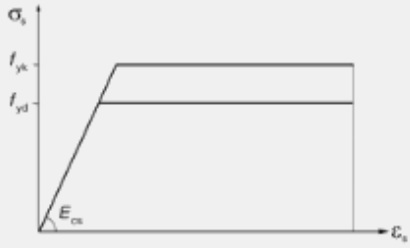
$$\sigma_c = 0,85 f_{cd} \left[ 1 - \left( 1 - \frac{\epsilon_c}{\epsilon_{c2}} \right)^n \right]$$

Para  $f_{ck} \leq 50$  MPa:  $n=2$   
 Para  $f_{ck} \geq 50$  MPa:  $n = 1,4 + 23,4 [(90 \cdot f_{ck})/100]^4$

---

**Aço**  
 Diagrama tensão-deformação NBR6118 (2013):

fyk =  MPa  
 Es =  GPa  
 $\gamma_s =$



Ok

Fonte: P-Calc

Em seguida, os dados relacionados à armadura utilizada para o pilar são solicitados. O software dispõe ao usuário uma colocação de armadura manual, onde as barras são inseridas manualmente por coordenadas, ou de maneira mais simples, onde é preenchida uma linha de armadura, informando a quantidade de barras e o cobrimento nas extremidades das faces. O programa também proporciona o uso de barras com diâmetros usualmente comerciais, como mostra a Figura 14.

Figura 14 – Entrada de dados: Armação

Entrada de dados: Armação

Diâmetro das barras (mm): 20.0

$n_x = 3$     $n_y = 5$     $d' = 4$  cm

Ok   Cancelar

Fonte: P-Calc

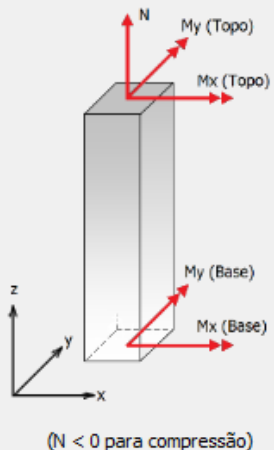
Para finalizar a entrada de dados, a última aba exigida é a dos esforços solicitantes, onde é preenchido o número de combinações de ações a que o pilar será exposto, podendo simular várias situações de esforços solicitantes em que o pilar poderá sofrer, e o coeficiente de majoração destes esforços para a questão de segurança. Segue a Figura 15 como exemplo com os dados das ações aplicadas ao pilar 16.

Figura 15 – Entrada de dados: Esforços

Entrada de dados: Esforços ×

Coefficiente de ponderação:  
 $\gamma_f =$

Unidades: [kN, kN.m]



Combinação	Nsk	Msk,x (Topo)	Msk,x (Base)	Msk,y (Topo)	Msk,y (Base)
1	-1275.5	159.4	-159.4	0	0

(N < 0 para compressão)

Fonte: P-Calc

### 3.5.2 EFEITOS LOCAIS DE 2ª ORDEM

São disponibilizados cinco métodos de cálculo permitidos pela ABNT NBR 6118:2014, onde três destes são os métodos aproximados mencionados no trabalho que são possíveis solucionar sem recurso computacional e os outros dois são métodos mais complexos que necessitam destes recursos para sua resolução, conforme a Figura 16.

Figura 16 – Aba de efeitos de 2ª ordem local

2ª Ordem local

Consideração dos efeitos locais de 2ª ordem:

- Sempre calcular os efeitos locais de 2ª Ordem
- Calcular efeitos locais de 2ª Ordem somente se o índice de esbeltez for maior que o valor limite  $\lambda_1$
- Não calcular os efeitos locais de 2ª Ordem

Método de cálculo para 2ª Ordem

- Pilar-Padrão com curvatura aproximada
- Pilar-Padrão com rigidez  $\kappa$  aproximada
- Pilar-Padrão acoplado com diagrama N, M,  $1/r$
- Método Geral acoplado com diagrama N, M,  $1/r$
- Método Geral acoplado com diagrama N, Mx, My,  $1/r$  (considera as direções acopladas)

Para pilares biapoiados, limitar o menor valor absoluto entre os momentos no topo e nabase em menos a metade do maior valor ( $M_b \leq -0.5M_a$ )

Parcela de  $\gamma_f$  que considera as aproximações de projeto:  $\gamma_{f3} =$

Ok Cancelar

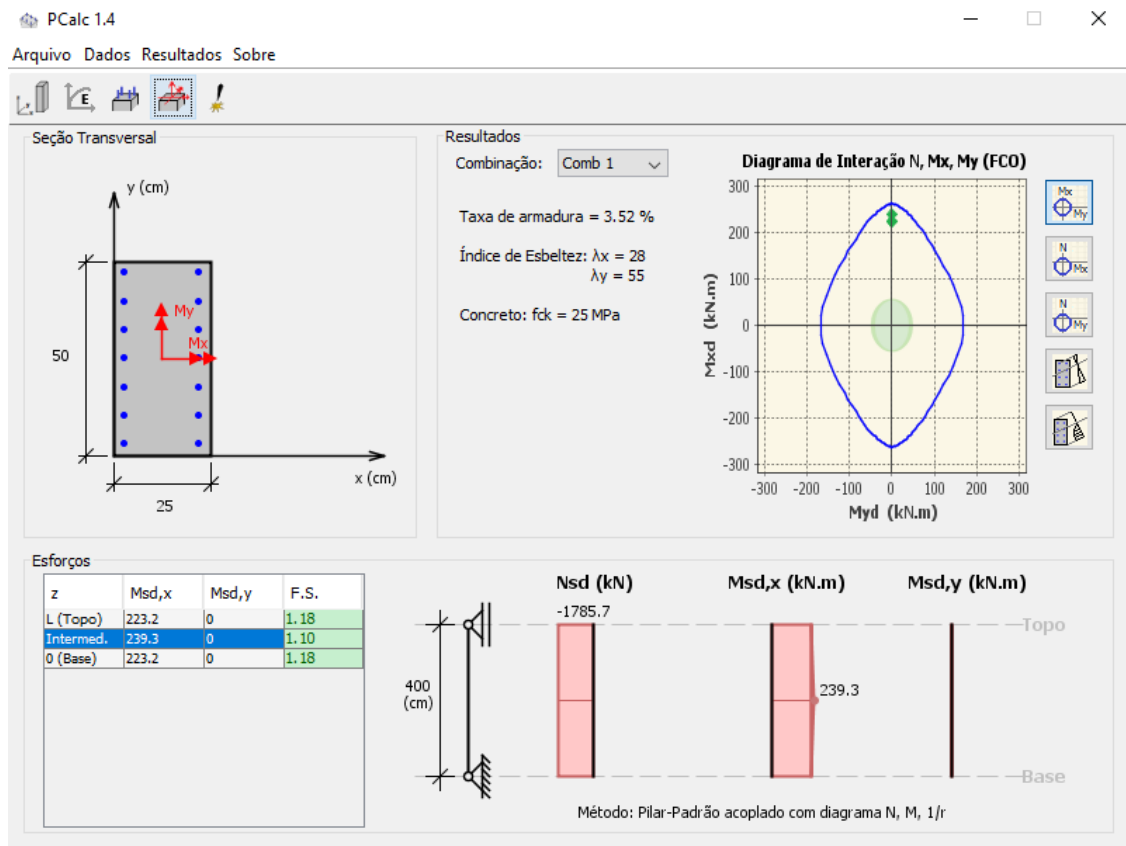
Fonte: P-Calc

### 3.5.3 SAÍDA DE RESULTADOS

Após o preenchimento dos parâmetros, os resultados podem ser vistos na janela principal, representado na Figura 17.



Figura 17 – Janela principal com os resultados



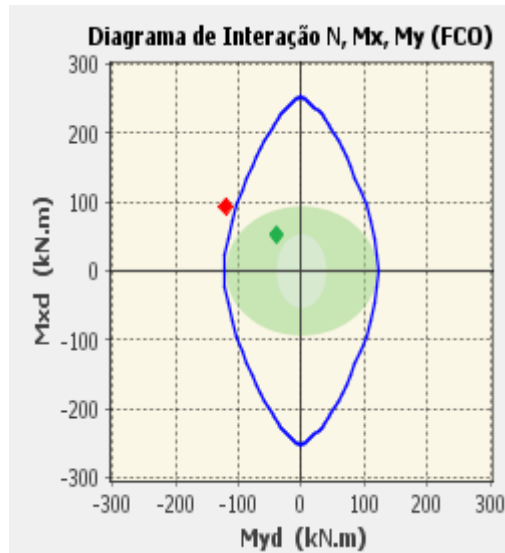
Fonte: P-Calc

### 3.5.4 DIAGRAMA DE INTERAÇÃO

Cardoso Júnior e Kimura (2013) explicam que os diagramas de interação são curvas envoltórias resistentes (representadas na Figura 18 em linhas azuis). Se um ponto, representado pelos pares de momentos solicitantes de cálculo, cair dentro do diagrama, a segurança estará garantida, pois os esforços solicitantes são inferiores aos esforços resistentes. Analogamente, se o ponto cair fora do diagrama à segurança não estará garantido.

O diagrama gerado pelo software também gera uma área (representada em verde) que representa os momentos mínimos causados pela excentricidade mínima. Se a área dos momentos mínimos estiver fora da curva envoltória resistente em qualquer ponto significa que a configuração do pilar não suporta a solicitação mínima causada pelos esforços de segunda ordem.

Figura 18 – Diagrama de interação

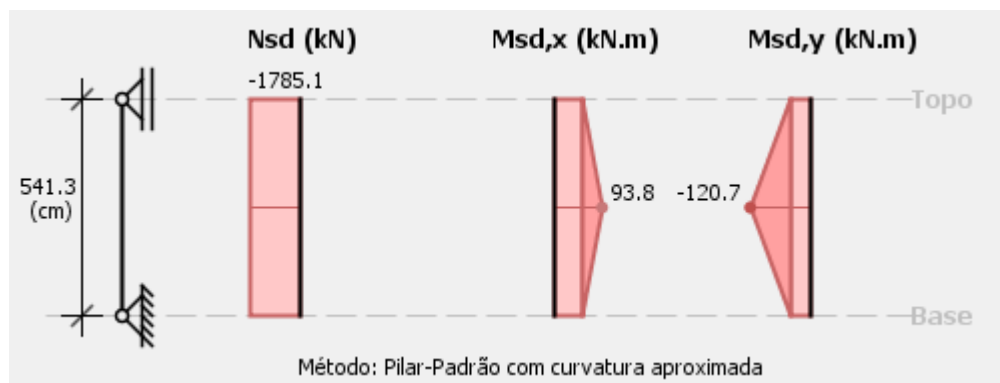


Fonte: P-Calc

### 3.5.5 GRÁFICOS RESULTANTES DOS MÉTODOS

Também são mostrados os gráficos resultantes do cálculo pelo método escolhido na aba de 2ª ordem local, conforme mostra a Figura 19.

Figura 19 – Gráficos de força normal e momento resultante.



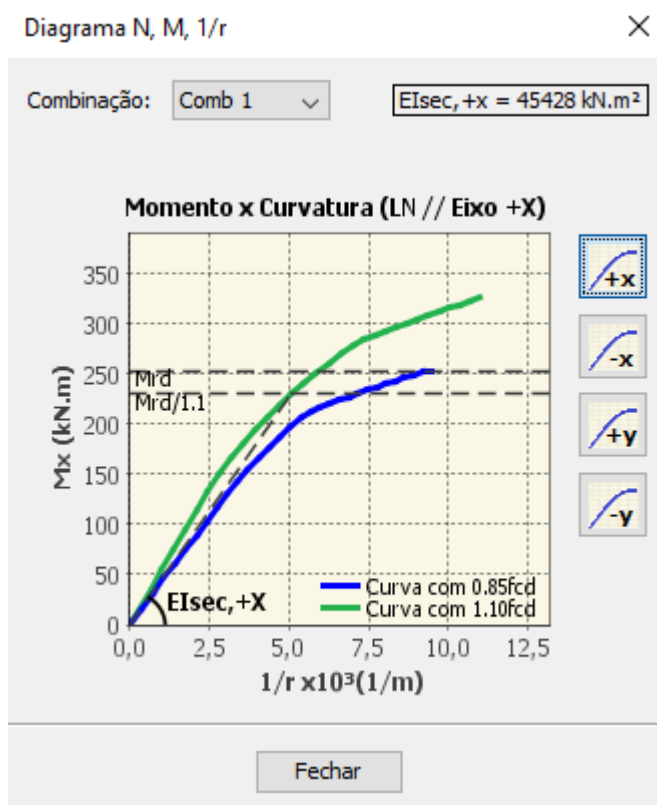
Fonte: P-Calc

Para a melhor análise, o software também permite gerar um arquivo onde o cálculo do momento total causado pelos efeitos de 2ª ordem local é demonstrado, possibilitando assim verificação dos resultados.

### 3.5.6 DIAGRAMA N, M, 1/r

O programa também constrói o diagrama N, M, 1/r, determinando a rigidez do pilar ( $EI_{SEC}$ ) no próprio gráfico, quando o método escolhido para cálculo for o método pilar-padrão acoplado ao diagrama N, M, 1/r. Conforme demonstra a Figura 20.

Figura 20 – Diagrama N, M, 1/r.



Fonte: P-Calc

### 3.5.7 RELATÓRIO DE CÁLCULO

O programa disponibiliza um arquivo com o relatório de cálculo do momento, o diagrama de interação e os gráficos de esforços. No Anexo A está o relatório de cálculo pelo método do pilar-padrão com curvatura aproximada do pilar 16, no Anexo

B está o relatório de cálculo do pilar 16 pelo método do pilar-padrão com rigidez  $k$  aproximada e no Anexo C se encontra a memória de cálculo do pilar 16 pelo método do pilar-padrão acoplado a diagramas M, N e  $1/r$ .

Os anexos presentes são referentes ao pilar 16, pois este possui momento aplicado nas extremidades e a apresentação do arquivo é mais completa.

## 4 ANÁLISE DOS RESULTADOS

O dimensionamento de cada pilar foi feito buscando a configuração que resistia às solicitações com a menor área de aço na seção transversal, respeitando todas as exigências da norma ABNT NBR 6118/2014.

Primeiramente, será demonstrada a configuração resultante de cada pilar calculado por cada método e o diagrama de interação gerado através do software P- Calc, depois será comparado através de gráficos as diferenças de aço solicitado pelos diferentes métodos em cada situação.

### 4.1 PRIMEIRA ANÁLISE: ÍNDICE DE ESBELTEZ (35, 50, 75 E 90)

Como mostrado no Capítulo 3, foram quatro pilares dimensionados com índices de esbeltez diferentes para a comparação das composições de armadura desses pilares, abaixo se encontram as Tabelas 5 à 8 com os resultados de cada pilar, acompanhadas das ilustrações da seção transversal dos pilares com a disposição da armadura para cada método de cálculo utilizado. O dimensionamento foi sempre feito buscando a menor taxa de armadura na seção transversal.

#### a) P1

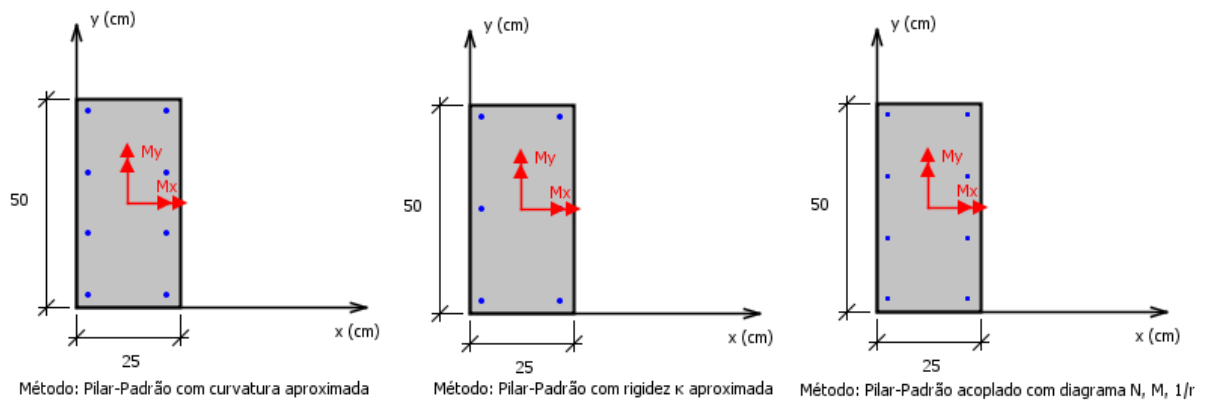
A Tabela 5 e a Figura 21 representam, respectivamente, a armadura utilizada e a disposição desta armadura na seção transversal no pilar P1.

Tabela 5 – Armadura do Pilar P1.

<b>Método Aproximado</b>	<b>Armadura</b>	<b>Taxa de armadura</b>
<b>Curvatura aproximada</b>	8 $\phi$ 16 mm	1,29%
<b>Rigidez <math>\kappa</math> aproximada</b>	6 $\phi$ 16 mm	0,97%
<b>Acoplado a diagrama M, N, 1/r</b>	8 $\phi$ 12,5 mm	0,79%

Fonte: Autor

Figura 21 – Disposição da armadura para o pilar P1.



Fonte: P-Calc

b) P2

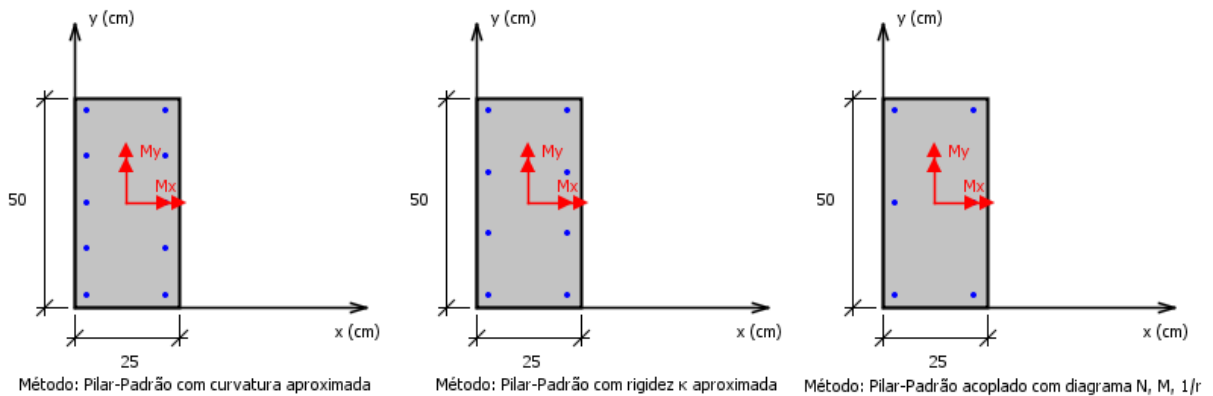
A Tabela 6 e a Figura 22 representam, respectivamente, a armadura utilizada e a disposição desta armadura na seção transversal no pilar P2.

Tabela 6 – Armadura do Pilar P2.

Método Aproximado	Armadura	Taxa de armadura
Curvatura aproximada	10 $\phi$ 16 mm	1,61%
Rigidez $\kappa$ aproximada	8 $\phi$ 16 mm	1,29%
Acoplado a diagrama M, N, 1/r	6 $\phi$ 16 mm	0,97%

Fonte: Autor

Figura 22 – Disposição da armadura para o pilar P2.



Fonte: P-Calc

c) P3

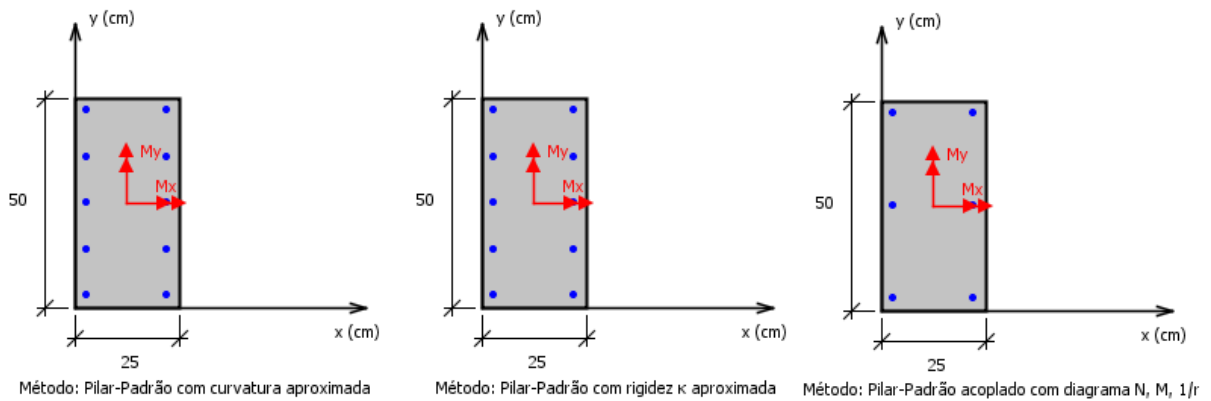
A Tabela 7 e a Figura 23 representam, respectivamente, a armadura utilizada e a disposição desta armadura na seção transversal no pilar P3.

Tabela 7 – Armadura do Pilar P3.

Método Aproximado	Armadura	Taxa de armadura
Curvatura aproximada	10 $\phi$ 20 mm	2,51%
Rigidez $\kappa$ aproximada	10 $\phi$ 20 mm	2,51%
Acoplado a diagrama M, N, $1/r$	6 $\phi$ 20 mm	1,51%

Fonte: Autor

Figura 23 – Disposição da armadura para o pilar P3.



Fonte: P-Calc

d) P4

A Tabela 8 e a Figura 24 representam, respectivamente, a armadura utilizada e a disposição desta armadura na seção transversal no pilar P4.

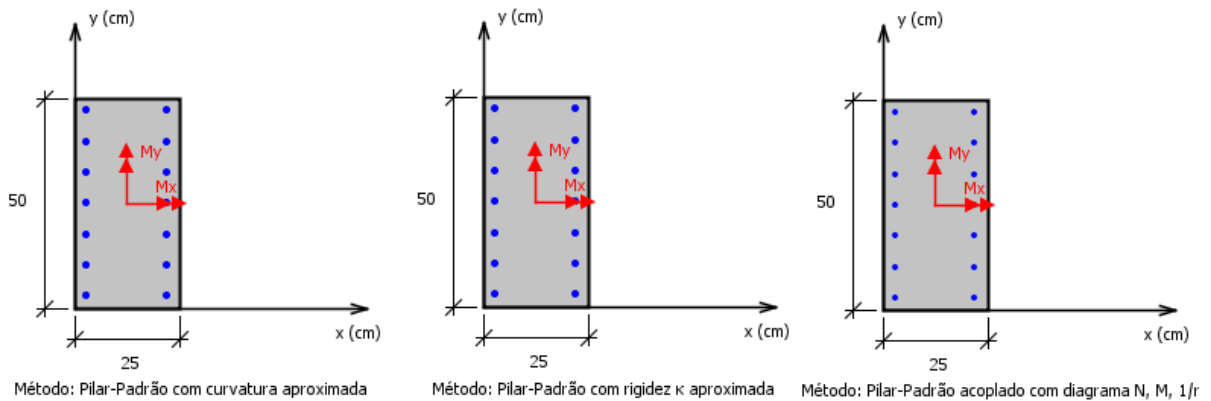
Tabela 8 – Armadura do Pilar P4.

Método Aproximado	Armadura	Taxa de armadura
Curvatura aproximada	14 $\phi$ 20 mm	3,52%
Rigidez $\kappa$ aproximada	14 $\phi$ 20 mm	3,52%
Acoplado a diagrama M, N, $1/r$	14 $\phi$ 16 mm	2,25%

Fonte: Autor



Figura 24 – Disposição da armadura para o pilar P4.



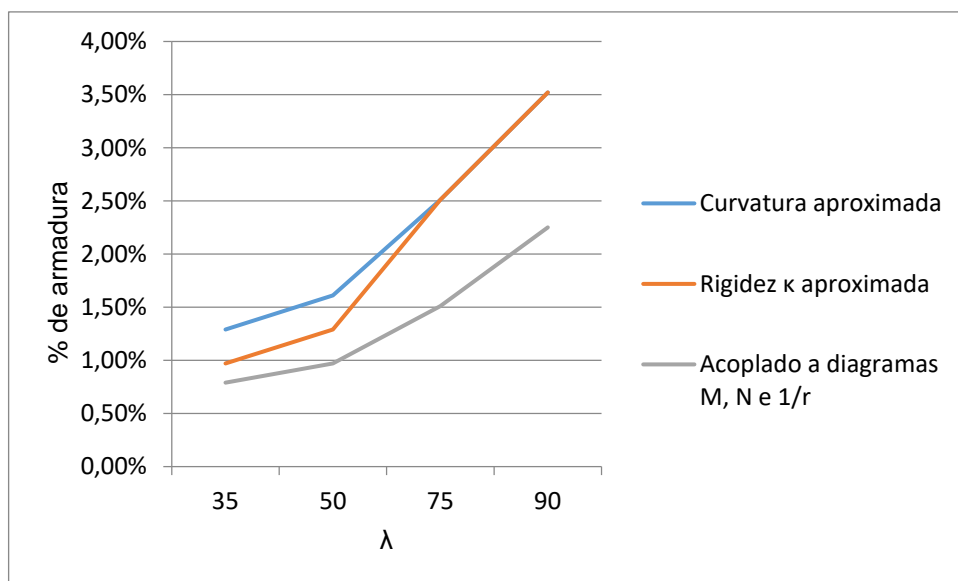
Fonte: P-Calc

As armaduras utilizadas para os dimensionamentos foram armaduras de diâmetros usualmente comerciais.

#### 4.1.1 ANÁLISE COMPARATIVA DOS PILARES P1, P2, P3 E P4

Para uma análise mais clara da taxa de armadura solicitada, os dados obtidos através do dimensionamento dos pilares P1 ao P4 foram colocados no Gráfico 1.

Gráfico 1 – Gráfico taxa de armadura x esbeltez



Fonte: Autor

Como apresentado no capítulo 2, as equações são originadas de aproximações na consideração da não-linearidade física e este gráfico busca apresentar o comportamento dos métodos quando o índice de esbeltez for alterado. Observando o Gráfico 1 percebe-se que o método do pilar-padrão com curvatura aproximada é o método mais conservador e a medida que o índice de esbeltez do pilar aumentou, o método do pilar-padrão com rigidez aproximada solicitou a mesma quantidade de aço.

Quando analisado as equações dos métodos, o comprimento equivalente aumenta o momento solicitante pelo método do pilar-padrão com curvatura aproximada de forma quadrática, como visto na equação 16. Já pelo método do pilar-padrão com rigidez aproximada, o índice de esbeltez não influencia na equação aproximada da rigidez, e sim na equação do momento solicitante total, como mostra a equação 18, quanto maior o índice de esbeltez menor é o valor do denominador da equação, aumenta o valor total.

O método do pilar padrão acoplado a diagramas M, N e  $1/r$  possui um comportamento de aumento de armadura solicitante de forma aproximada, visto que a equação da rigidez indefere do comprimento equivalente e a equação de momento total é a mesma, porém com valor de rigidez mais próximo da real.

#### **4.2 SEGUNDA ANÁLISE: CARGA VERTICAL ADIMENSIONAL (0,6 0,8 E 1,0)**

Para esta propriedade, foram estudados três pilares dimensionados com cargas verticais diferentes e as composições de armadura destes pilares, abaixo se encontram as tabelas 9 à 11 com os resultados de cada pilar em conjunto de uma ilustração da seção transversal dos pilares com o arranjo da armadura para cada método de cálculo utilizado.

##### **a) P5**

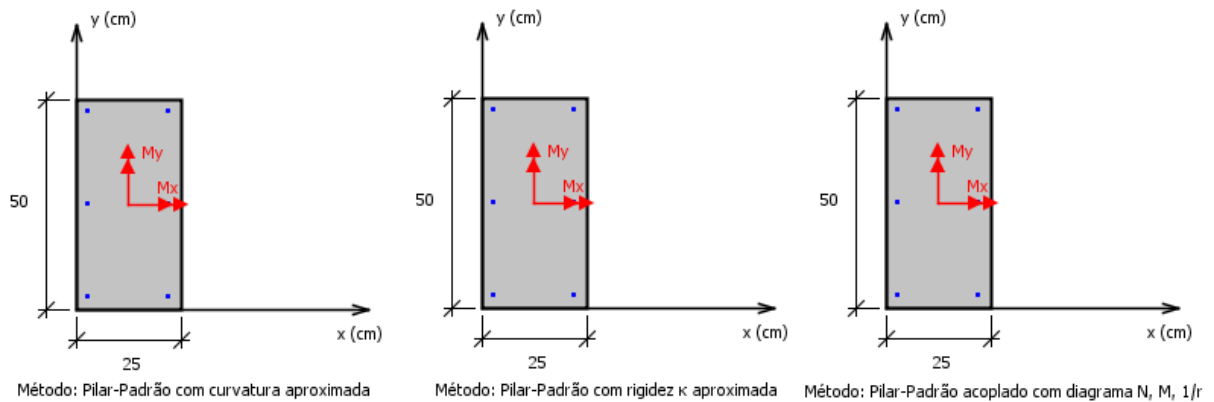
A Tabela 9 e a Figura 25 representam, respectivamente, a armadura utilizada e a disposição desta armadura na seção transversal no pilar P5.

Tabela 9 – Armadura do Pilar P5.

Método Aproximado	Armadura	Taxa de armadura
Curvatura aproximada	6 $\phi$ 12,5 mm	0,59%
Rigidez $\kappa$ aproximada	6 $\phi$ 12,5 mm	0,59%
Acoplado a diagrama M, N, 1/r	6 $\phi$ 12,5 mm	0,59%

Fonte: Autor

Figura 25 – Disposição da armadura para o pilar P5.



Fonte: P-Calc

b) P6

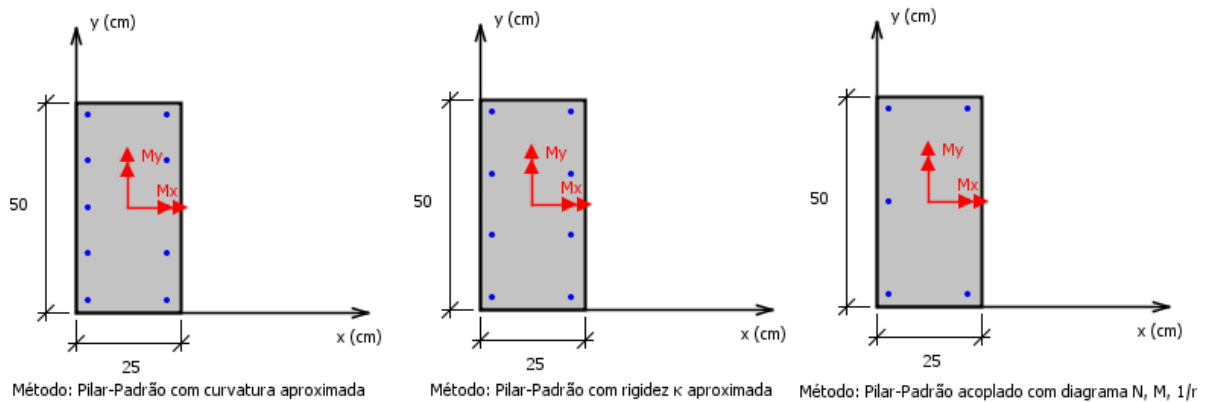
A Tabela 10 e a Figura 26 representam, respectivamente, a armadura utilizada e a disposição desta armadura na seção transversal no pilar P6.

Tabela 10 – Armadura do Pilar P6.

Método Aproximado	Armadura	Taxa de armadura
Curvatura aproximada	10 $\phi$ 16 mm	1,61%
Rigidez $\kappa$ aproximada	8 $\phi$ 16 mm	1,29%
Acoplado a diagrama M, N, 1/r	6 $\phi$ 16 mm	0,97%

Fonte: Autor

Figura 26 – Disposição da armadura para o pilar P6.



Fonte: P-Calc

### c) P7

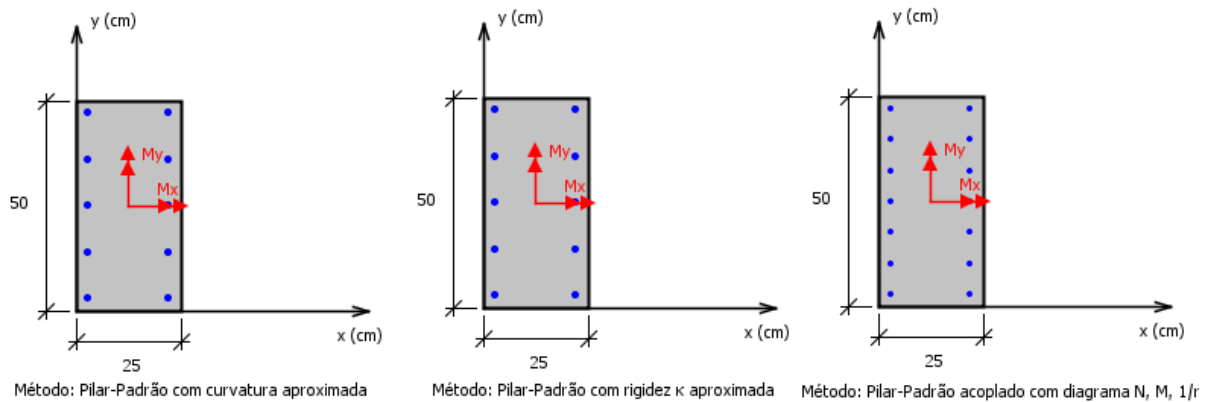
A Tabela 11 e a Figura 27 representam, respectivamente, a armadura utilizada e a disposição desta armadura na seção transversal no pilar P7.

Tabela 11 – Armadura do Pilar P7.

Método Aproximado	Armadura	Taxa de armadura
<b>Curvatura aproximada</b>	10 $\phi$ 20 mm	2,51%
<b>Rigidez <math>\kappa</math> aproximada</b>	10 $\phi$ 20 mm	2,51%
<b>Acoplado a diagrama M, N, 1/r</b>	14 $\phi$ 16 mm	2,25%

Fonte: Autor

Figura 27 – Disposição da armadura para o pilar P7.



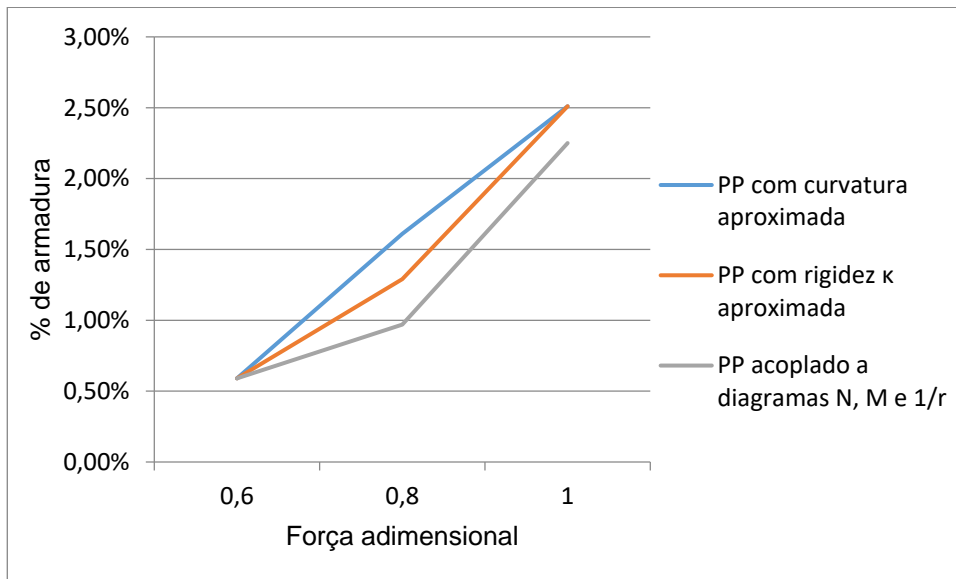
Fonte: P-Calc

As armaduras utilizadas para dimensionamento foram armaduras de diâmetros usualmente comerciais.

#### 4.2.1 ANÁLISE COMPARATIVA DOS PILARES P5, P6 E P7

Os resultados obtidos no dimensionamento dos pilares 5, 6 e 7 foram colocados no Gráfico 2, com o intuito de uma melhor análise comparativa.

Gráfico 2 – Gráfico taxa de armadura x força adimensional



Fonte: Autor

Observando o Gráfico 2, todos os métodos exigem a mesma taxa de armadura, isto acontece devido a exigência de armadura mínima no pilar, uma barra de aço em cada canto da seção transversal.

O comportamento dos métodos do pilar-padrão com curvatura aproximada e do pilar-padrão com rigidez  $\kappa$  aproximada possuem dois pontos iguais e no médio há uma diferença de 0,32%, isso pode ser causado por uma diferença de momento solicitante pequena, porém este momento a mais exige que seja utilizada uma barra de aço a mais em cada face da seção transversal.

Quando comparado a influência do valor da carga vertical nas equações utilizadas pelos métodos, o valor da carga adimensional influencia no valor do raio de curvatura (equação 13) calculado para o método do pilar-padrão com curvatura aproximada e o valor nominal da carga também influencia diretamente na determinação do momento de 2ª ordem local (equação 15). Já no método de pilar-padrão com rigidez  $\kappa$  aproximada o valor nominal da carga vertical determina a relação do momento com a carga (equação 17) e seu valor adimensional não interfere no valor do momento visto que ele é um valor multiplicador para a obtenção da rigidez  $\kappa$  aproximada e que quando calculado o momento solicitante a rigidez  $\kappa$  aproximada é dividida pelo mesmo valor (equação 18).

Já o método do pilar-padrão acoplado a diagramas M, N e 1/r possui um comportamento parecido com o pilar-padrão com rigidez  $\kappa$  aproximada, visto que utilizam da mesma equação no cálculo do momento solicitante, porém o valor da rigidez utilizada pelo método do pilar padrão acoplado a diagramas M, N e 1/r é obtido pelo gráfico momento-curvatura (Figura 6) e pode ser calculado sem a utilização do valor de carga, porém o valor da carga adimensional influencia na obtenção do momento solicitante como um divisor da rigidez (equação 18).

A diferença do valor de armadura para resistir ao momento total solicitado calculado pelos métodos aproximados quando modificada a força vertical aplicada ao pilar chegou a 0,64% de taxa de armadura (aproximadamente 8 cm<sup>2</sup>).

#### **4.3 TERCEIRA ANÁLISE: RESISTÊNCIA CARACTERÍSTICA DO CONCRETO (25, 35 E 45 MPa)**

Seguindo o dimensionamento conforme o capítulo 3, para esta característica três pilares foram avaliados com valores de resistência do concreto diferentes. Abaixo se encontram as Tabelas 12 a 14 com os resultados de cada pilar com as figuras representantes de cada disposição da armadura na seção transversal dos pilares para cada método de cálculo utilizado.

##### a) P8

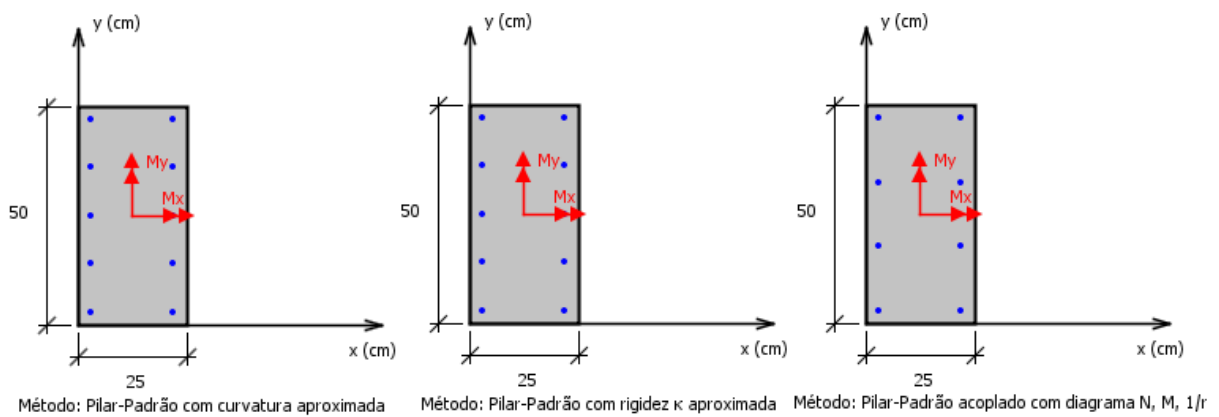
A Tabela 12 e a Figura 28 representam, respectivamente, a armadura utilizada e a disposição desta armadura na seção transversal no pilar P8.

Tabela 12 – Armadura do Pilar P8.

Método Aproximado	Armadura	Taxa de armadura
Curvatura aproximada	10 $\phi$ 16 mm	1,61%
Rigidez $\kappa$ aproximada	10 $\phi$ 16 mm	1,61%
Acochado a diagrama M, N, 1/r	8 $\phi$ 16 mm	1,29%

Fonte: Autor

Figura 28 – Disposição da armadura para o pilar P8.



Fonte: P-Calc

b) P9

A Tabela 13 e a Figura 29 representam, respectivamente, a armadura utilizada e a disposição desta armadura na seção transversal no pilar P9.

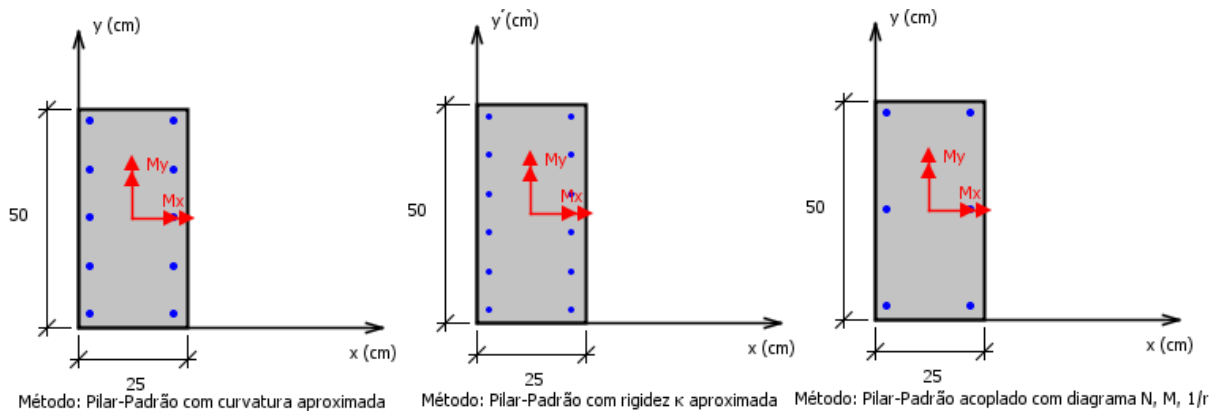


Tabela 13 – Armadura do Pilar P9.

Método Aproximado	Armadura	Taxa de armadura
Curvatura aproximada	10 $\phi$ 20 mm	2,51%
Rigidez $\kappa$ aproximada	12 $\phi$ 16 mm	1,93%
Acochado a diagrama M, N, 1/r	6 $\phi$ 20 mm	1,51%

Fonte: Autor

Figura 29 – Disposição da armadura para o pilar P9.



Fonte: P-Calc

c) P10

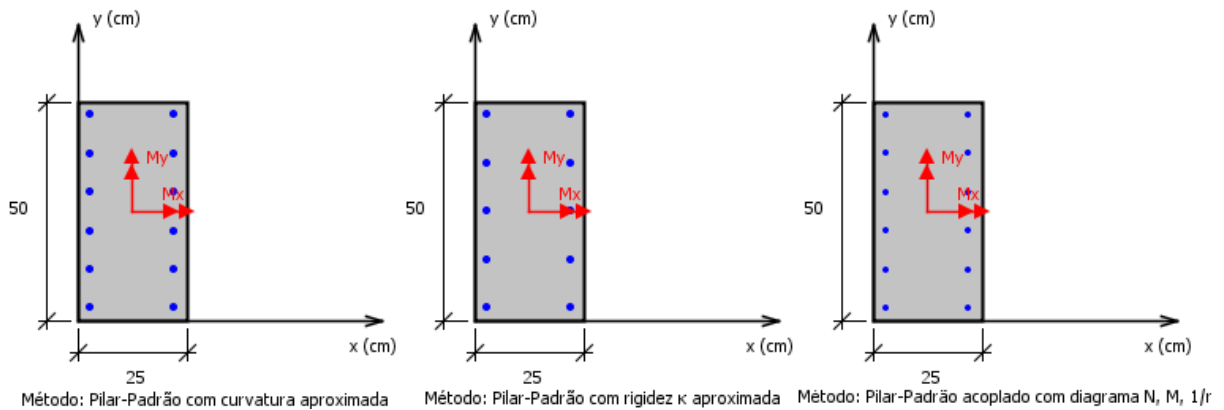
A Tabela 14 e a Figura 30 representam, respectivamente, a armadura utilizada e a disposição desta armadura na seção transversal no pilar P10.

Tabela 14 – Armadura do Pilar P10.

Método Aproximado	Armadura	Taxa de armadura
Curvatura aproximada	12 $\phi$ 20 mm	3,02%
Rigidez $\kappa$ aproximada	10 $\phi$ 20 mm	2,51%
Acoplado a diagrama M, N, 1/r	12 $\phi$ 16 mm	1,93%

Fonte: Autor

Figura 30 – Disposição da armadura para o pilar P10.

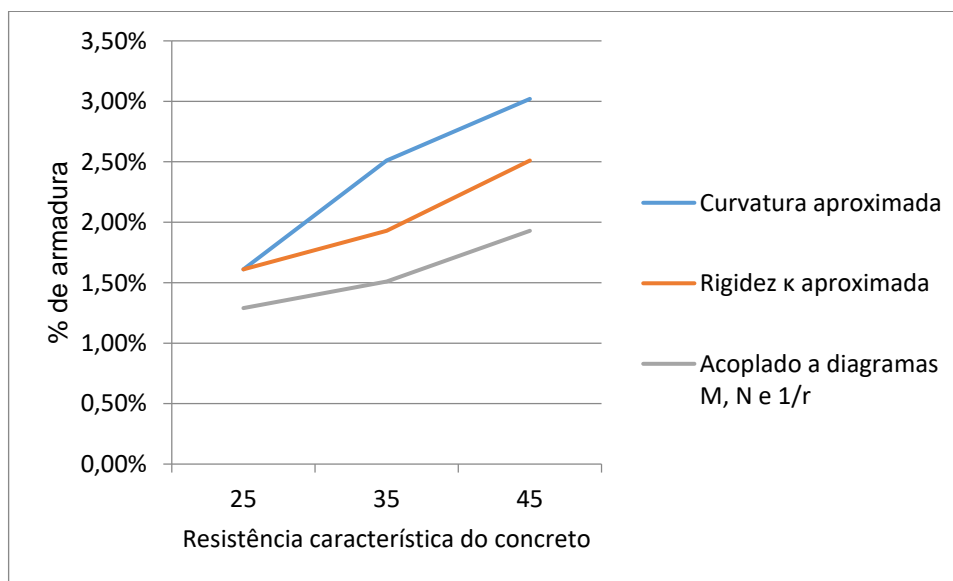


Fonte: P-Calc

#### 4.3.1 ANÁLISE COMPARATIVA DOS PILARES P8, P9 E P10

O Gráfico 3 apresenta as taxas de armaduras utilizadas para o dimensionamento dos pilares 8, 9 e 10, que tiveram suas resistências característica de compressão do concreto alteradas.

Gráfico 3 – Gráfico taxa de armadura x resistência característica do concreto



Fonte: Autor

Para este gráfico, percebe-se novamente o método do pilar-padrão com curvatura aproximada exigindo maior taxa de armadura que os outros dois métodos. O único ponto em que isto não acontece é para o pilar com  $f_{ck}$  25, em que a o método do pilar-padrão com rigidez  $k$  aproximada exige a mesma quantidade, isto acontece devido à diferença de momento solicitante devido aos efeitos de 2ª ordem local entre os dois métodos não é grande o suficiente para que seja adicionada uma barra de aço de 16 mm de diâmetro em cada uma das duas faces do pilar.

Lembrando que a força adimensional aplicada nos três pilares foi de 0,8, e este valor é influenciado pelo  $f_{ck}$ , que ao aumentar o valor de  $f_{ck}$  foi necessário aumentar o valor nominal da carga aplicada. Quando analisadas as equações referente aos dois métodos percebe-se que o método do pilar-padrão com curvatura aproximada foi influenciado diretamente na obtenção do momento de 2ª ordem local (equação 15), pelo valor de nominal da carga. Já o método do pilar-padrão com rigidez  $k$  aproximada foi influenciado apenas na relação  $M/N$ , na obtenção da rigidez  $k$  aproximada.

O método do pilar-padrão acoplado a diagramas  $M$ ,  $N$  e  $1/r$  novamente demonstra um comportamento semelhante ao método da rigidez  $k$  aproximada visto que, o cálculo de obtenção do valor do momento solicitante é o mesmo, com

exceção do valor de rigidez utilizada. Na equação 21, observou-se que o valor da rigidez  $k$  depende da resistência característica do concreto em seu divisor.

Segundo o Gráfico 3, a taxa de armadura entre os pilares 8, 9 e 10, com resistência característica de compressão do concreto diferentes, chegou a uma diferença de 1,05%, referente a diminuição de diâmetro das barras de 20 mm para 16 mm.

#### 4.4 QUARTA ANÁLISE: MOMENTO ADIMENSIONAL (0,1, 0,15 E 0,2)

Observando a influência dos momentos adimensionais agindo sobre o eixo  $y$  ( $M_x$ ) da seção transversal do pilar resultou nas seguintes taxas de armadura.

a) P11

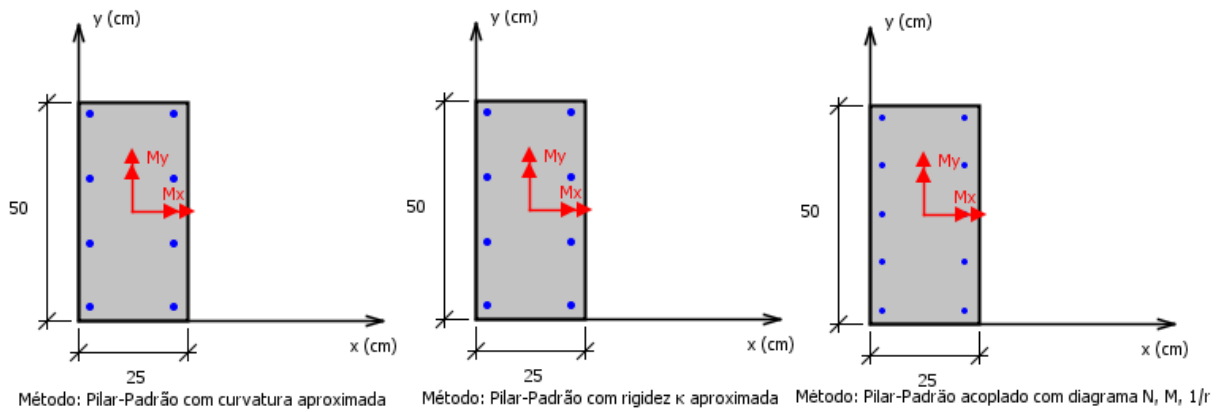
A Tabela 15 e a Figura 31 representam, respectivamente, a armadura utilizada e a disposição desta armadura na seção transversal no pilar P11.

Tabela 15 – Armadura do Pilar P11.

<b>Método Aproximado</b>	<b>Armadura</b>	<b>Taxa de armadura</b>
<b>Curvatura aproximada</b>	8 $\phi$ 20 mm	2,01%
<b>Rigidez <math>\kappa</math> aproximada</b>	8 $\phi$ 20 mm	2,01%
<b>Acoplado a diagrama M, N, 1/r</b>	10 $\phi$ 16 mm	1,61%

Fonte: Autor

Figura 31 – Disposição da armadura para o pilar P11.



Fonte: P-Calc

b) P12

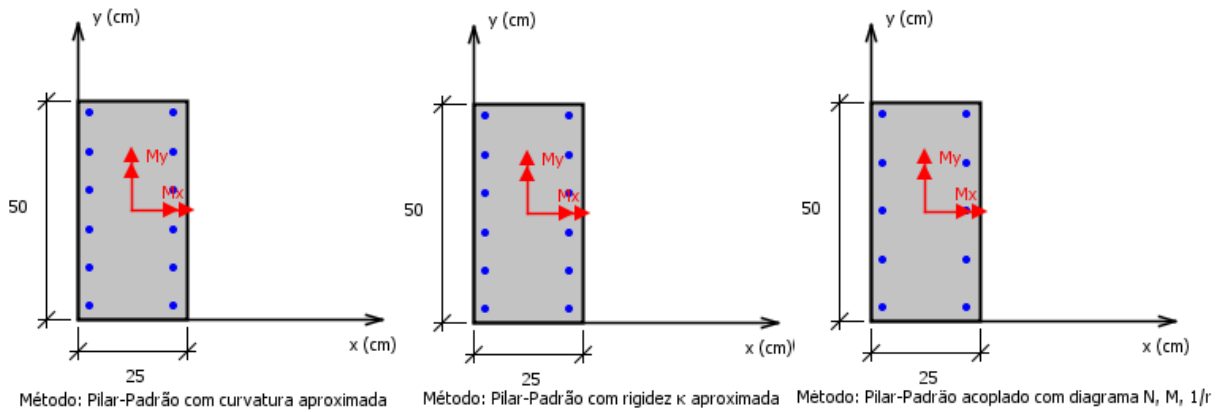
A Tabela 16 e a Figura 32 representam, respectivamente, a armadura utilizada e a disposição desta armadura na seção transversal no pilar P12.

Tabela 16 – Armadura do Pilar P12.

Método Aproximado	Armadura	Taxa de armadura
Curvatura aproximada	12 $\phi$ 20 mm	3,02%
Rigidez $\kappa$ aproximada	12 $\phi$ 20 mm	3,02%
Acoplado a diagrama M, N, $1/r$	10 $\phi$ 20 mm	2,51%

Fonte: Autor

Figura 32 – Disposição da armadura para o pilar P12.



Fonte: P-Calc

c) P13

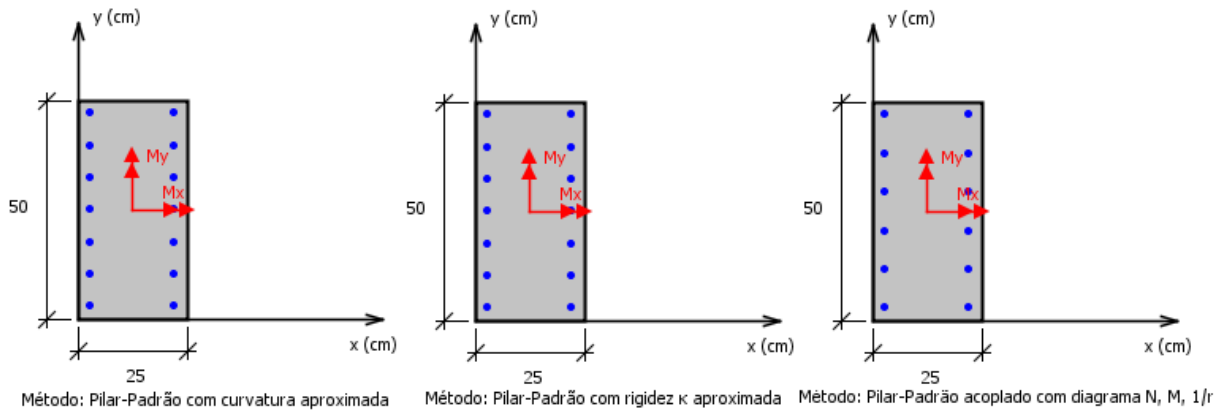
A Tabela 17 e a Figura 33 representam, respectivamente, a armadura utilizada e a disposição desta armadura na seção transversal no pilar P13.

Tabela 17 – Armadura do Pilar 13

Método Aproximado	Armadura	Taxa de armadura
Curvatura aproximada	14 $\phi$ 20 mm	3,52%
Rigidez $\kappa$ aproximada	14 $\phi$ 20 mm	3,52%
Acoplado a diagrama M, N, $1/r$	12 $\phi$ 20 mm	3,02%

Fonte: Autor

Figura 33 – Disposição da armadura para o pilar P13.



Fonte: P-Calc

E observando a influência destes momentos sob o eixo x ( $M_y$ ) da seção transversal do pilar temos como resultado as seguintes situações.

a) P14

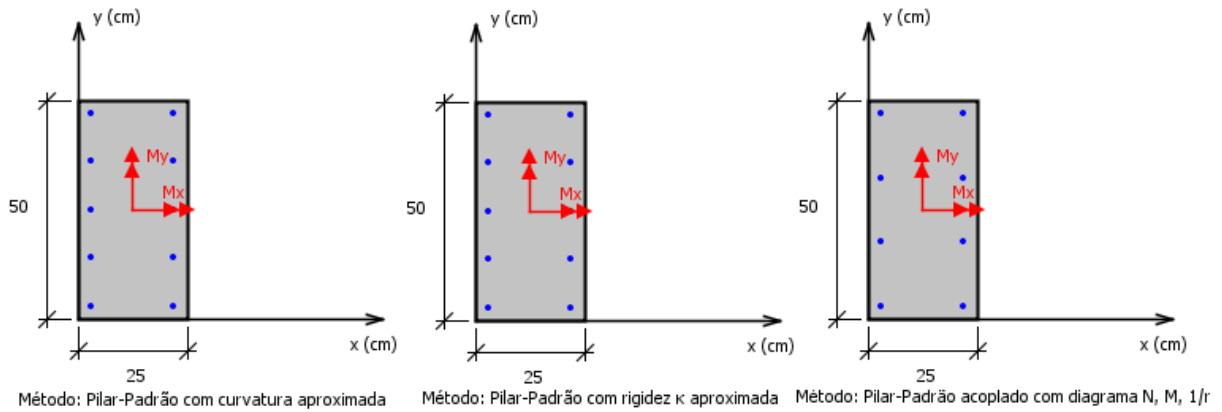
A Tabela 18 e a Figura 34 representam, respectivamente, a armadura utilizada e a disposição desta armadura na seção transversal no pilar P14.

Tabela 18 – Armadura do Pilar P14.

Método Aproximado	Armadura	Taxa de armadura
Curvatura aproximada	10 $\phi$ 16 mm	1,61%
Rigidez $\kappa$ aproximada	10 $\phi$ 16 mm	1,61%
Acoplado a diagrama M, N, $1/r$	8 $\phi$ 16 mm	1,29%

Fonte: Autor

Figura 34 – Disposição da armadura para o pilar P14.



Fonte: P-Calc

b) P15

A Tabela 19 e a Figura 35 representam, respectivamente, a armadura utilizada e a disposição desta armadura na seção transversal no pilar P15.

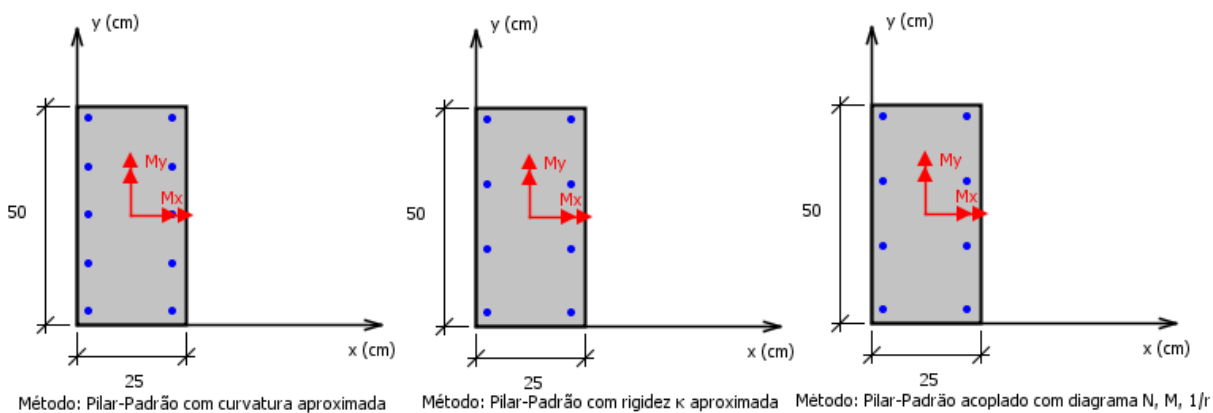
Tabela 19 – Armadura do Pilar P15.

Método Aproximado	Armadura	Taxa de armadura
Curvatura aproximada	10 $\phi$ 20 mm	2,51%
Rigidez $\kappa$ aproximada	8 $\phi$ 20 mm	2,01%
Acoplado a diagrama M, N, $1/r$	8 $\phi$ 20 mm	2,01%

Fonte: Autor



Figura 35 – Disposição da armadura para o pilar P15.



Fonte: P-Calc

c) 16

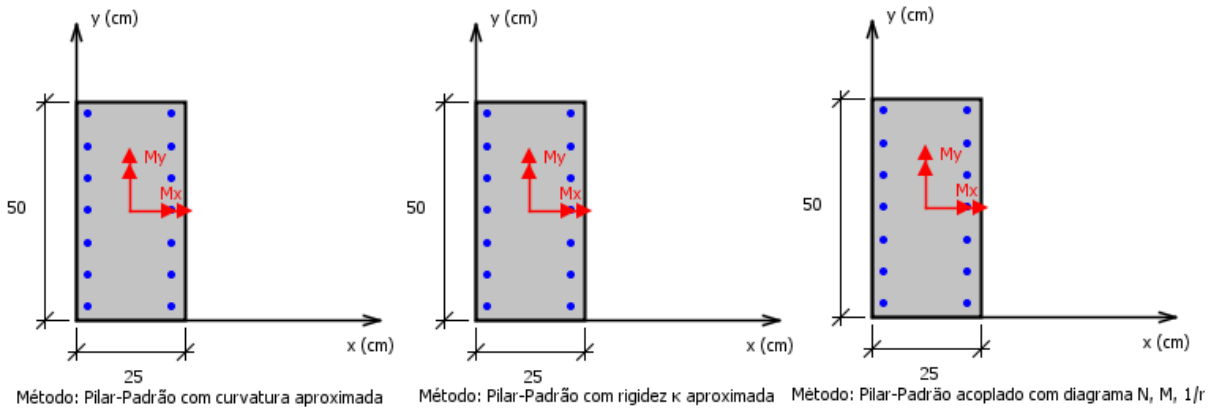
A Tabela 20 e a Figura 36 representam, respectivamente, a armadura utilizada e a disposição desta armadura na seção transversal no pilar P16.

Tabela 20 – Armadura do Pilar P16.

Método Aproximado	Armadura	Taxa de armadura
Curvatura aproximada	14 $\phi$ 20 mm	3,52%
Rigidez $\kappa$ aproximada	14 $\phi$ 20 mm	3,52%
Acoplado a diagrama M, N, $1/r$	14 $\phi$ 20 mm	3,52%

Fonte: Autor

Figura 36 – Disposição da armadura para o pilar P16.

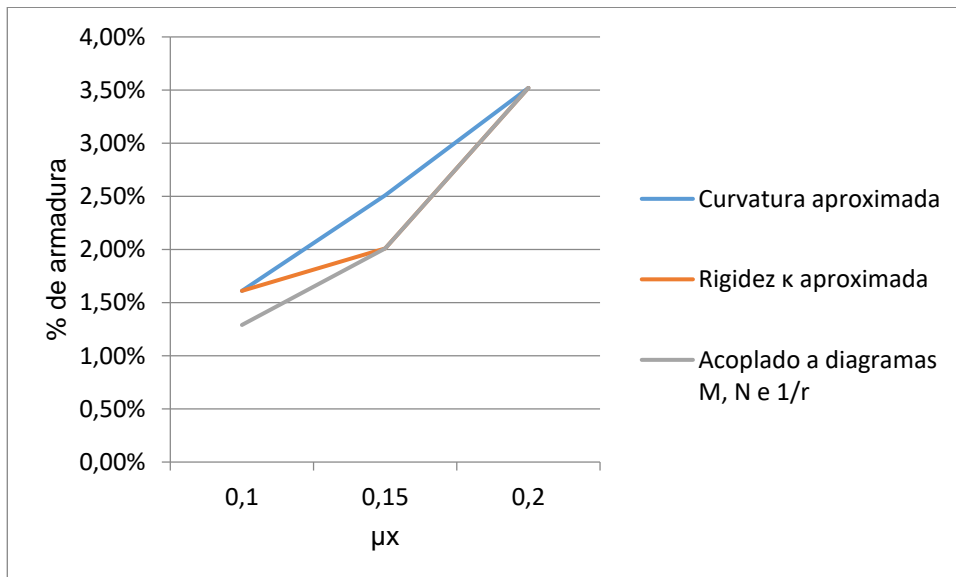


Fonte: P-Calc

#### 4.4.1 ANÁLISE COMPARATIVA DOS PILARES P11, P12, P13, P14, P15 E P16

Para os pilares avaliados conforme o momento aplicado no eixo y foi gerado o Gráfico 4.

Gráfico 4 – Gráfico taxa de armadura  $\times \mu_x$



Fonte: Autor

Para esta situação, em que o parâmetro alterado é o momento de primeira ordem sob o eixo y, o método do pilar-padrão com curvatura aproximada possui um comportamento retilíneo, conforme a equação 16 que o momento de 1ª ordem

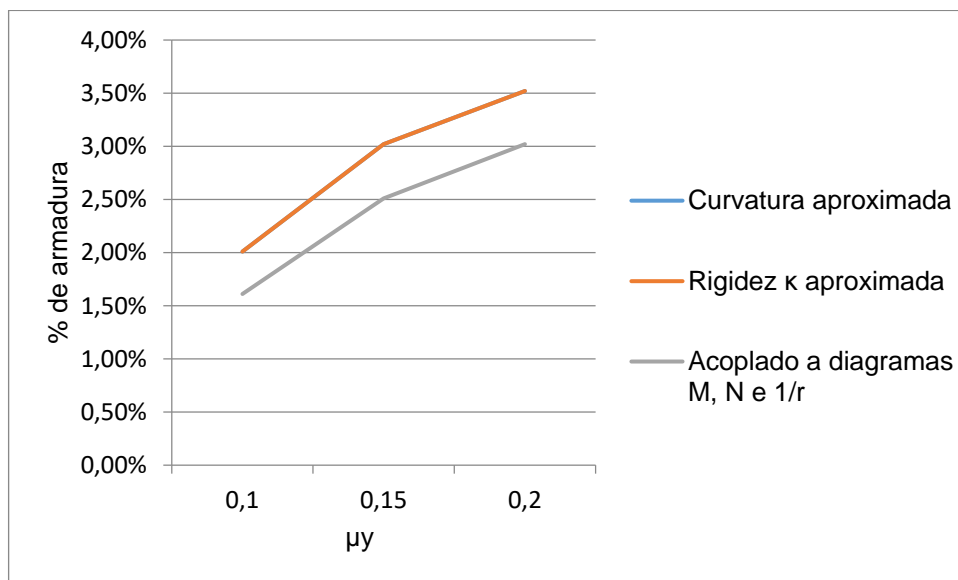
multiplicado pelo fator  $\alpha_b$ , é somado ao momento de 2ª ordem e aumentando o apenas o valor de momento de 1ª ordem deve ser o mesmo acréscimo no momento total solicitante.

Para o método do pilar-padrão com rigidez  $k$  aproximada o momento solicitante é determinado pela majoração do momento de 1ª ordem multiplicado com o fator  $\alpha_b$ , porém esta ação depende do divisor da equação 18, que depende do momento resistente presente na equação 17. Este comportamento da equação aproximada resultou em um momento total solicitante diferente o suficiente para exigir menor taxa de armadura.

O método do pilar-padrão acoplado a diagramas  $M$ ,  $N$  e  $1/r$  possui um comportamento próximo ao método recém mencionado, que difere pelo fator da rigidez e esta diferença torna menos relevante conforme o aumento de momento.

Quando aplicado o momento no eixo  $x$ , com maior inércia, resultou na situação do Gráfico 5.

Gráfico 5 – Gráfico taxa de armadura x  $\mu_y$



Fonte: Autor

Para esta situação nota-se um mesmo comportamento dos métodos do pilar-padrão com curvatura aproximada e com rigidez  $k$  aproximada, isto acontece pois o segundo método mencionado considera a não-linearidade física através de uma

equação aproximada da rigidez, que faz com que distância das faces do eixo em questão influencie inversamente na rigidez  $k$  aproximada, quanto maior a distância menor é a relação  $M/N$ , conseqüentemente mais próximo o momento total fica do momento de primeira ordem vezes o parâmetro  $\alpha_b$ .

Já o método do pilar-padrão acoplado a diagramas  $M$ ,  $N$  e  $1/r$  possui comportamento similar exigindo menor taxa de armadura que o método da rigidez  $k$  aproximada como visto nos dimensionamentos até então.

## 5 CONCLUSÃO

A partir da observação dos resultados obtidos no capítulo 4, constata-se inicialmente que o método do Pilar-Padrão com curvatura aproximada se mostrou o método mais conservador, exigindo a maior, ou igual, taxa de armadura em todas as situações aplicadas durante o trabalho.

Observou-se também que as equações utilizadas pelos métodos comportam-se diferentemente em cada situação, pois como apresentado no capítulo 2 são equações aproximadas com diferentes considerações, e isto implica em parâmetros influenciando de diferentes maneiras e relevâncias. Um exemplo desta situação está na análise dos pilares 8, 9 e 10, diferenciados pelo  $f_{ck}$ , que ao aumentar o valor da resistência a diferença da taxa de armadura cresce, por outro lado quando alterado o momento de 1ª ordem na seção crítica para valores de rigidez mais altos o comportamento é o mesmo.

O método do pilar-padrão com curvatura aproximada se mostrou mais influente pelo parâmetro do índice de esbeltez, enquanto os outros dois métodos demonstram um comportamento similar que se distanciam em situações de maiores exigências da estrutura, como visto no maior índice de esbeltez e aplicação da carga vertical.

Analisando os resultados das taxas de armadura solicitadas nos pilares, percebeu-se que a maior diferença foi no pilar 4, com uma diversidade de 1,27%, correspondente a 15,87 cm<sup>2</sup> da área transversal do pilar.

Conclui-se que o método de dimensionamento utilizado na maior parte das situações pode influenciar na quantidade de aço utilizado de um pilar, e isto aplicado em uma obra pode ser financeiramente bastante relevante, visto que, uma obra pode possuir diversos pilares e, como visto nas situações mostradas no trabalho, pode causar uma diferença de armadura de até 5 barras de 20 mm de diâmetro em cada pilar.

## 6. REFERÊNCIAS

- Araújo, J. M. **Curso de concreto armado**. Rio Grande, RS, v.2, 4.ed. 2014
- Associação Brasileira de Normas Técnicas. **NBR 6118/2014: Projeto de estruturas de concreto: Procedimento**. Rio de Janeiro, RJ: ABNT, 2014.
- Cardoso Júnior, S. D; Kimura, A. E. **Sistema computacional para análise não linear de pilares de concreto armado**. 55º Congresso Brasileiro do Concreto, IBRACON, 2013.
- Dos Santos, E. F. **Análise comparativa de pilares dimensionados pela ABNT NBR 6118/1978 com a ABNT NBR 6118/2014 – Estudo de caso**. Trabalho de conclusão de curso, UNICEUB, Brasília, 2019.
- Fusco, P. B. **Estruturas de concreto. Solicitações normais**. Guanabara dois, 1981.
- Moncayo, W. J. Z. **Análise de segunda ordem global em edifícios com estrutura de concreto armado**. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil: Estruturas), EESC-USP, São Carlos, SP, 2011.
- Pinto, R. S. **Não-linearidade física e geométrica no projeto de edifícios usuais de concreto armado**. Dissertação (Mestrado em engenharia civil), Escola de engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, SP, 1997.
- Regalla, D. A. P. **Análise comparativa entre os diversos métodos de consideração de efeitos locais de segunda ordem**. Projeto de graduação, Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2015.
- Rodrigues, R. O; Venturini, W. S. **Dimensionamento de peãs retangulares de concreto armado solicitadas à flexão reta**. Escola de engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 1987.
- Silva, G. A. F; Santos, G. B. **Análise comparativa dos métodos do pilar-padrão com curvatura aproximada e com rigidez “k” aproximada para o dimensionamento de pilares de concreto armado sob flexão oblíqua**. IX Congresso Brasileiro de Pontes e Estruturas, Rio de Janeiro, RJ, 2016

## ANEXO A – MEMÓRIA DE CÁLCULO DO PILAR 16 PELO MÉTODO DO PILAR-PADRÃO COM CURVATURA APROXIMADA



### PILAR P16: Resultados da combinação n° 1 (F.S. mínimo)

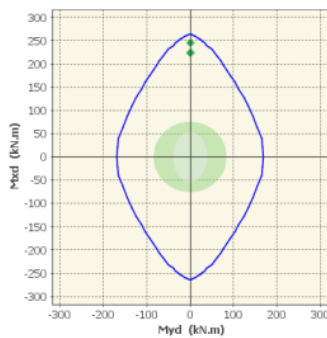


Figura: Diagrama de interação (Comb. 1)

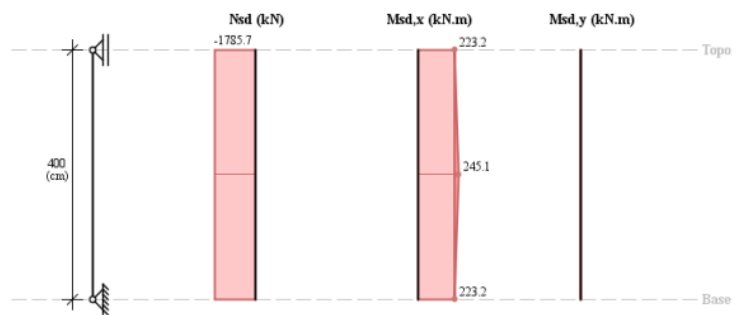


Figura: Esforços solicitantes de cálculo (Comb. 1)

### Determinação dos efeitos locais de 2ª Ordem (Método pilar-padrão com curvatura aproximada)

#### Momentos em torno do eixo x:

O momento total em torno da direção x é calculado pela expressão:

$$M_{d,tot,y} = \alpha_b M_{1d,A} + N_{sd} \frac{\ell_e^2}{10} \frac{1}{r} = 245.1 \text{ kN.m}$$

Com:

$$\alpha_b = 0.60 + 0.40 M_B / M_A = 0.60 + 0.40 (223.2) / 223.2 = 1, \alpha_b \geq 0.40;$$

$$M_{1d,A} = 223.2 \text{ kN.m e } N_{sd} = 1785.7 \text{ kN};$$

$$\ell_e = 4 \text{ m};$$

$$1 / r = 0.005 / [h_y (v + 0.5)] = 0.005 / [0.5 (0.79999 + 0.5)] = 0.00769 \text{ 1/m} \leq 0.005 / h_y = 0.01 \text{ 1/m};$$

$$v = N_{sd} / (A_c f_{cd}) = 1785.7 / (0.125 \times 25000 / 1.4) = 0.79999.$$

## ANEXO B – MEMÓRIA DE CÁLCULO DO PILAR 16 PELO MÉTODO DO PILAR-PADRÃO COM RIGIDEZ $\kappa$ APROXIMADA



### PILAR P16: Resultados da combinação nº 1 (F.S. mínimo)

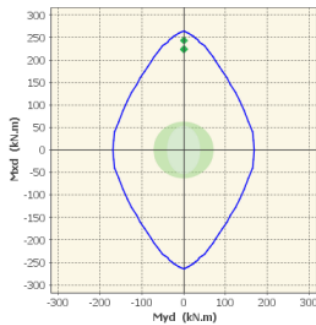


Figura: Diagrama de interação (Comb. 1)

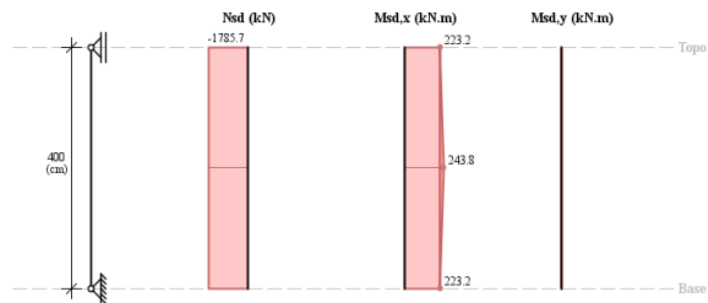


Figura: Esforços solicitantes de cálculo (Comb. 1)

### Determinação dos efeitos locais de 2ª Ordem (Método pilar-padrão com rigidez $\kappa$ aproximada)

#### Momentos em torno do eixo x:

O momento total em torno da direção x é calculado pela expressão:

$$M_{d,tot,x} = \frac{-B + \sqrt{B^2 - 4AC}}{2A} = 243.8 \text{ kN.m}$$

Com:

$$A = 5 h_y = 5 \times 0.5 = 2.5 \text{ m};$$

$$B = I_y^2 N_{sd} - (N_{sd} \ell_c^2) / 320 - 5 I_y \alpha_b M_{d1,A} - 0.5^2 \times 1785.7 - (1785.7 \times 4^2) / 320 - 5 \times 0.5 \times 1 \times 223.2 = -200.76 \text{ kN}^2 \text{ m}^2;$$

$$C = -N_{sd} h_y^2 \alpha_b M_{d1,A} = -1785.7 \times 0.5^2 \times 1 \times 223.2 = 99624.203 \text{ kN}^2 \text{ m}^2;$$

$$\alpha_b = 0.60 + 0.40 M_B / M_A = 0.60 + 0.40 (223.2) / 223.2 = 1, \alpha_b \geq 0.40.$$



## ANEXO C – MEMÓRIA DE CÁLCULO DO PILAR 16 PELO MÉTODO DO PILAR-PADRÃO ACOPLADO A DIAGRAMAS M, N E 1/R

### PILAR P16: Resultados da combinação nº 1 (F.S. mínimo)

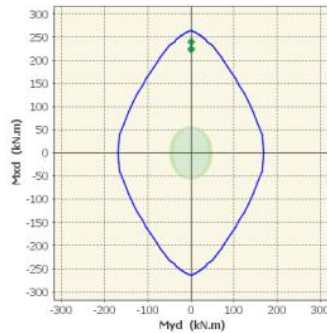


Figura: Diagrama de interação (Comb. 1)

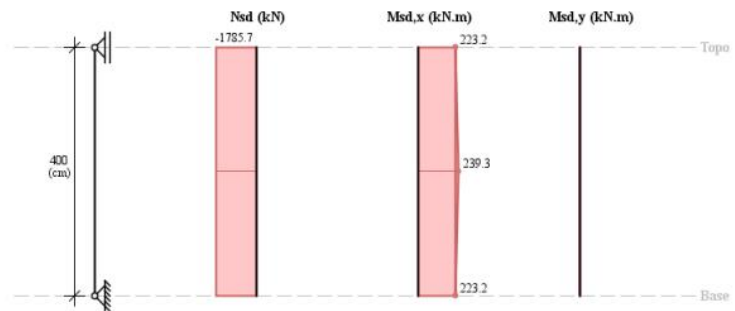


Figura: Esforços solicitantes de cálculo (Comb. 1)

### Determinação dos efeitos locais de 2ª Ordem (Método pilar-padrão acoplado com diagrama N, M, 1/r)

#### Momentos em torno do eixo x:

O momento total em torno da direção x é calculado pela expressão:

$$M_{sd,tot,x} = \frac{\alpha_b M_{id,A}}{1 - \frac{\lambda_x^2}{120 \kappa / v}} = 239.3 \text{ kN.m}$$

Com:

$$\alpha_b = 0.60 + 0.40 M_B / M_A = 0.60 + 0.40 (223.2) / 223.2 = 1 \geq 0.40;$$

$$M_{id,A} = 223.2 \text{ kN.m};$$

$$\lambda_x = 28;$$

$$\kappa = EI_{sec,x} / (A_c h_v^2 f_{cd}) = 43324.24 / (0.125 \times 0.5^2 \times 25000 / 1.4) = 77.63703;$$

$$v = N_{sd} / (A_c f_{cd}) = 1785.7 / (0.125 \times 25000 / 1.4) = 0.79999.$$

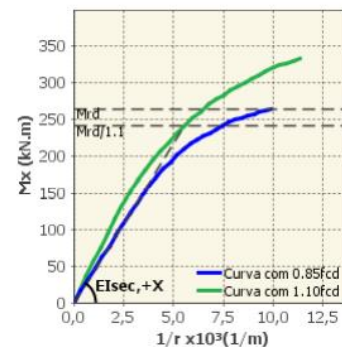


Figura: Diagrama N, Mx, 1/r (Comb. 1)