UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA MARIA CENTRO DE TECNOLOGIA CURSO DE GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA AEROESPACIAL

Felipe Menezes da Luz

PROJETO DE UM VSB-30 LANÇADOR DE CUBESAT

Santa Maria, RS 2020

Felipe Menezes da Luz

PROJETO DE UM VSB-30 LANÇADOR DE CUBESAT

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Curso de Graduação em Engenharia Aeroespacial da Universidade Federal de Santa Maria (UFSM, RS), como requisito parcial para obtenção do grau de **Engenheiro Aeroespacial**.

ORIENTADOR: Prof. André Luís da Silva

Santa Maria, RS 2020 Felipe Menezes da Luz

PROJETO DE UM VSB-30 LANÇADOR DE CUBESAT

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Curso de Graduação em Engenharia Aeroespacial da Universidade Federal de Santa Maria (UFSM, RS), como requisito parcial para obtenção do grau de **Engenheiro Aeroespacial**.

Aprovado em 25 de setembro de 2020:

André Luís da Silva, Dr. (UFSM) (Presidente/Orientador)

João Felipe de Araújo Martos, Dr. (UFSM)

Marcelo Serrano Zanetti, Dr. (UFSM)

Santa Maria, RS 2020

RESUMO

PROJETO DE UM VSB-30 LANÇADOR DE CUBESAT

AUTOR: Felipe Menezes da Luz ORIENTADOR: André Luís da Silva

Esse trabalho tem o objetivo de estudar o veículo de sondagem brasileiro VSB-30 a fim de modificá-lo para torná-lo capaz de lançar um *CubeSat* em órbita baixa da Terra. Foram pesquisados foguetes de missões similares para fazer uma comparação com duas versões do VSB-30, uma com um estágio adicionado e outra com três estágios otimizados. O foguete encontrado que é mais parecido em termos de tamanho e missão é o SS-520-5, de fabricação japonesa, e o resultado da análise mostrou que a atual configuração dos dois primeiros estágios do VSB-30 não é apropriada para um foguete lançador. Foi realizada uma estimativa de massa de um motor a propelente líquido para substituir o módulo de 400kg de carga útil do VSB-30 original, assim, o ΔV total do foguete pode atingir de 9, 523km/s somente com um terceiro estágio de 584, 3kg. A simulação do voo do VSB-30 modificado foi feita, e a órbita alcançada foi $278km \times 433km$.

Palavras-chave: Foguete. CubeSats. Simulação.

ABSTRACT

DESIGN OF A VSB-30 CUBESAT LAUNCHER

AUTHOR: Felipe Menezes da Luz ADVISOR: André Luís da Silva

This work aims to study the Brazilian sounding rocket VSB-30 in order to modify it to make it capable of launching a CubeSat in low Earth orbit. Rockets from similar missions were sought to make a comparison with two versions of the VSB-30, one with an added stage and the other with three optimized stages. The rocket found that is most similar in terms of size and mission is the SS-520-5, made in Japan, and the result of the analysis showed that the current configuration of the first two stages of the VSB 30 is not suitable for a launch rocket. An estimate of the mass of a liquid propellant engine was performed to replace the 400kg payload module of the original VSB-30, thus the total ΔV of the rocket can reach 9, 523km/s only with a third stage mass of 584, 3kg. The flight simulation of the modified VSB-30 was carried out, and the orbit achieved was $278km \times 433km$.

Keywords: Rocket. CubeSats. Simulation.

LISTA DE FIGURAS

Figura 4.1 – VSB-30	16
Figura 4.2 – Planejamento do voo do SS-520-5.	19
Figura 4.3 – Fases de voo.	20
Figura 4.4 – Coeficiente de arrasto no contínuo.	31
Figura 4.5 – Coeficiente de arrasto em função do número de Mach para o Sonda III	
para duas pressões.	32
Figura 4.6 – Orientação dos eixos do sistema aerodinâmico relativo ao sistema hori-	
zontal local.	33
Figura 4.7 – Referencial fixo na Terra e horizontal local.	34
Figura 4.8 – Empuxo adotado a partir da curva de empuxo real.	39
Figura 5.1 – Apogeu de 267km.	44
Figura 5.2 – Pressão dinâmica para o VSB-30.	44
Figura 5.3 – Primeiros 800 segundos da simulação.	45
Figura 5.4 – Variáveis inerciais para a primeira hora de voo.	45
Figura 5.5 – Pressão dinâmica para o VSB-30-2.	46
Figura 5.6 – Empuxo e massa pelo tempo.	46
Figura 5.7 – Altitude pelo tempo.	47
Figura 5.8 – Massa estrutural de acordo com o empuxo do motor. Essa relação foi ba-	
seada nas equações de estimativa de massa, que (CASTELLINI, 2012)	
apresenta como resultado do processo de regressão linear a partir de	
dados de outros foguetes, é apenas uma aproximação a nível concei-	
tual, pois na realidade empuxo e massa estrutural não tem dependência	
linear.	48
Figura 5.9 – ΔV total do foguete para diferentes valores de massa do terceiro estágio.	
Primeiro calcula-se a massa do terceiro estágio e então ela é dada como	
uma carga útil para o cálculo do ΔV dos dois primeiros estágios	49
Figura 5.10 – Perigeu da órbita em torno de $278km$	51
Figura 5.11 – Variáveis inerciais. Percebe-se o lento aumento da velocidade, entre 84	•
segundos e 415 segundos, devido ao baixo empuxo do terceiro estágio	
o que diminui o tempo de voo balístico	52
Figura 5.12 – Empuxo e a massa do foguete no tempo	53
Figura 5.13 – Pressão dinâmica um pouco menor durante o primeiro estágio mas	00
major no segundo em comparação ao que foi visto do VSB-30 de dois	
estágios	53
Figura 5 14 – Simulação de 1 dia de voo, é possível ver que a órbita se mantém por	00
pouco tempo com as altitudes de perideu e apodeu diminuindo com o	
tempo	54
Figura 5 15 – Trajetória da órbita do <i>CubeSat</i> projetada na Terra	54
ngala ono inajotona da oloita do odoceat projetada na tenar internet internet	U 1

LISTA DE TABELAS

Tabela	4.1 – VSB-30.	17
Tabela	4.2 – SS-520-5	19
Tabela	4.3 – Comparação entre Electron, Vanguard e SS-520-5	21
Tabela	4.4 – Valores de a, b e c para a equação 4.17	23
Tabela	4.5 – Razão de mistura	23
Tabela	4.6 – Densidade de armazenamento para os oxidantes, LOx e N_2O_4 , e com-	
	bustíveis RP1 e MMH	24
Tabela	4.7 – Motores foguetes com N_2O_4 -MMH ou LOx-RP1. Os valores das massas,	
	M, são para os motores vazios, equivalente ao valor de M_{WER} , ou seja,	
	sem considerar tanques, eletrônica, etc	24
Tabela	4.8 – Constantes de Jeffery	26
Tabela	4.9 – Camada da troposfera	27
Tabela	4.10 – Camadas da estratosfera	28
Tabela	4.11 – Camadas da mesosfera	28
Tabela	4.12 – Camadas da termosfera e início da exosfera	29
Tabela	4.13 – Ordem de magnitude do parâmetro de arrasto K e da razão empuxo/peso	
	para alguns foguetes. Sendo inseridos o VSB-30 ($T_0 = 210kN$) e o SS-	
	520-5 ($T_0 = 185kN$), através do uso das equações 4.85 e 4.86 para	
	comparação	40
Tabela	5.1 – Comparação entre os foguetes.	42
labela	5.2 – Valores de entrada para as simulações do VSB-30 atual e o VSB-30-2.	4.0
-	Inicio da ignição do primeiro estágio em $t = 0s$ para ambos	43
labela	5.3 – Dados para a estimativa de massa, utilizou-se valores aproximados para	
-	esse tipo de propulsao.	4/
Tabela	5.4 – Massa estrutural do terceiro estagio do VSB-30-3	50
labela	5.5 – Valores de entrada para a simulação do VSB-30-3 com inicio da ignição	
	do primeiro estágio em $t = 0s$	50

LISTA DE SÍMBOLOS

- A Azimute da velocidade
- $a_{I}\;$ Vetor da aceleração inercial
- $a_S\,$ Velocidade do som
- C_D Coeficiente de arrasto
- C_{Dc} Coeficiente de arrasto no contínuo
- $C_{Dfm}\,$ Coeficiente de arrasto no limite de fluxo molecular livre
- $C_{LH}\,$ Matriz de transformação do sistema fixo na Terra para o sistema horizontal local (SHL)
- C_W Matriz de transformação do SHL para o sistema aerodinâmico
- D Força de arrasto
- e Excentricidade da órbita
- f Vetor empuxo
- FS Fator de Segurança
- f_Y Força lateral
- G Constante gravitacional
- g Gravidade
- H Altitude
- I_{sp} Impulso específico
- I_t Impulso total
- *L* Força de sustentação
- *l*_c Comprimento característico
- K Parâmetro de arrasto
- Kn Número de Knudsen
- $M\,$ Massa da Terra
- m Massa molecular
- $m_{0k}\,$ Massa inicial do foguete no estágio k
- m_{comb} Massa do combustível
- $m_{fk}\,$ Massa final do foguete no estágio k

- m_{oxid} Massa de oxidante
- m_p Massa de propelente
- $m_{PL}\,$ Massa de carga útil
- $M_{press}\,$ Massa do gás de pressurização
- $m_s\,$ Massa estrutural
- M_{wer} Massa do motor (válvulas + tubulação + injetor + ignitor + câmara de empuxo)
- N_a Número de Avogadro
- P_{CC} Pressão na câmara de combustão
- p_{din} Pressão dinâmica
- $p_{press}\,$ Pressão do gás de pressurização

*p*tanque Pressão nos tanques de propelente

- R Constante do gás
- r_a Raio do apogeu
- r_p Raio do perigeu

 $R_{press,tanque}$ Raio do tanque do gás de pressurização

- S Área de referência do foguete
- s razão de velocidade molecular
- $T\,$ Temperatura, período de rotação da Terra, magnitude do empuxo (depende do contexto)
- T_{press} Temperatura do gás de pressurização

 $t_{press,tanque}~$ Espessura do tanque do gás de pressurização

- T_{vac} Magnitude do empuxo no vácuo
- t Tempo
- $t_{qk}\,$ Tempo de queima do estágio k
- V Velocidade relativa
- v Vetor da velocidade relativa
- v_{ek} Velocidade de exaustão do estágio k
- $\mathbf{v}_{I}~$ Vetor da velocidade inercial
- V_p Velocidade no perigeu
- V_{press} Volume do gás pressurizante

 V_{tanque} Volume dos tanques de propelente

 α_p Razão de mistura

 γ razão de calor específico

- ΔV Ganho de velocidade, incremento de velocidade dos motores
- $\Delta V_B\,$ Ganho, incremento ou variação positiva de velocidade total que deve ser fornecido pelos motores
- ΔV_E Ganho, incremento ou variação positiva de velocidade devido a rotação da Terra
- ΔV_D Perda de velocidade ou variação negativa de velocidade devido ao arrasto
- ΔV_G Perda de velocidade ou variação negativa de velocidade devido à gravidade
- ΔV_O Perda de velocidade ou variação negativa de velocidade devido à orientação

 δ Latitude

- λ Longitude, caminho livre médio (depende do contexto)
- λ_k Razão de carga útil do estágio k
- μ Produto entre a constante gravitacional e massa da Terra
- ho Densidade do ar
- ρ_{comb} Densidade do combustível
- ho_{oxid} Densidade do oxidante
- ρ_{Ti} Densidade do titânio
- σ diâmetro de colisão do ar
- σ_k Razão estrutural do estágio k
- $\sigma_{y,Ti}$ Tensão de escoamento do titânio
- ϕ Ângulo de trajetória
- $\psi_0\,$ Razão entre o empuxo inicial e o peso inicial
- Ω Velocidade angular do SHL em relação ao referencial fixo na Terra
- ω Velocidade de rotação da Terra

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	11
2	OBJETIVOS	12
2.1	OBJETIVO GERAL	12
2.2	OBJETIVOS ESPECÍFICOS	12
3	REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	13
4	METODOLOGIA	14
4.1	EQUAÇÃO DE FOGUETE E NOÇÕES DA OTIMIZAÇÃO	15
4.2	FOGUETES SIMILARES	18
4.3	ESTIMATIVA DE MASSA	22
4.4	MODELO DA GRAVIDADE DA TERRA	26
4.5	MODELO ATMOSFÉRICO	27
4.6	MODELO AERODINÂMICO	29
4.7	EQUAÇÕES DO MOVIMENTO	32
4.7.1	Equações da cinemática	32
4.7.2	Equações da dinâmica	36
4.8	MODELO PROPULSIVO	39
5	RESULTADOS E DISCUSSÃO	41
5.1	DISTRIBUIÇÃO DE MASSA OTIMIZADA	41
5.2	SIMULAÇÃO DO VOO DO VSB-30 OTIMIZADO COM TRÊS ESTÁGIOS	43
5.3	ESTIMATIVA DE MASSA E PROPOSTA DE MODIFICAÇÃO PARA O VSB-30	47
6	CONCLUSÃO	55
6.1	SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS	55
	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	57

1 INTRODUÇÃO

Nos últimos anos, o setor aeroespacial tem mostrado um interesse cada vez maior nos *CubeSats*. Os *CubeSats* possuem unidade cúbica, chamada 1U. Cada unidade possui 10 cm de aresta e cerca de 1kg. Um *CubeSat* pode ser formado por uma única unidade 1U, no entanto, é comum encontrar maiores, tais como 2U, 3U, etc. Com isso, como relatado em (Niederstrasser, Carlos, 2018), empresas estão desenvolvendo lançadores que levam esses satélites como carga secundária, dentre eles, tem-se o *Electron (RocketLab), Firefly Alpha (Firefly Aerospace), LauncherOne (Virgin Orbit), Prime (Orbex)*, entre outros. Alguns foguetes suborbitais têm sido adaptados para serem capazes de colocar pequenos satélites em órbita, como é o caso do bem-sucedido SS-520-5, (Spaceflight101, 2018a). Um outro fator que desperta interesse em CubeSats é que eles são uma carga útil de baixo peso, o que exige foguetes menores, e até mais acessíveis, como por exemplo, a grupos de estudantes de engenharia (TUCKER et al., 2016).

Desse modo, por se tratar de um assunto que tem se tornado de grande relevância, esse trabalho tem o objetivo de modificar o VSB-30, um veículo de sondagem brasileiro, de maneira a torná-lo um veículo lançador de *CubeSats*, algo que já foi proposto pelos professores Oswaldo Loureda e Alon Gany, (LOUREDA; GANY, 2017). Dessa forma, um terceiro estágio deve ser adicionado ao atual VSB-30, que possui dois estágios e um módulo de carga útil. O VSB-30 foi escolhido por ser o primeiro veículo aeroespacial brasileiro a conseguir o certificado para a produção em série e o contrato de transferência de tecnologia para a indústria, (HARADA, 2019).

Tendo em vista o que foi mencionado acima, foi realizada uma pesquisa de foguetes lançadores de nanossatélites, sendo que os veículos que se assemelham ao tipo de missão foram analisados, de modo a verificar a viabilidade de modificação do VSB-30. Para isso, um estudo do VSB-30 com a adição do terceiro estágio foi feito, comparando-o também a um VSB-30 com distribuição de massas otimizada.

Com o resultado da otimização disponível, é possível propor algumas modificações no VSB-30, com o objetivo de melhorar seu desempenho a fim de atingir uma órbita terrestre baixa. Após as modificações, a trajetória do voo do foguete foi simulada.

2 OBJETIVOS

2.1 OBJETIVO GERAL

Propor modificações no VSB-30 a fim de torná-lo capaz de colocar um *CubeSat* em órbita baixa.

2.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS

- Encontrar informações de foguetes, com missões similares a que está sendo proposta, e analisar seus parâmetros.
- Analisar a configuração do VSB-30 com três estágios.
- Definir as equações da cinemática e dinâmica translacional, do modelo atmosférico, aerodinâmico, do sistema propulsivo e da gravidade da Terra a serem utilizadas.
- Obter uma configuração a nível de projeto conceitual do VSB-30 modificado e verificar o desempenho.
- Realizar a simulação do lançamento e possível injeção em órbita do CubeSat.

3 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Para analisar as variáveis envolvidas no desempenho do foguete, os livros *At-mospheric and Space Flight Dynamics* (TEWARI, 2007), *Spaceflight Dynamics* (WIESEL, 2010) e *Orbital Mechanics for Engineering Students* (CURTIS, 2014) foram utilizados, com preferência das notações do primeiro, para a obtenção das equações do movimento. O livro (TEWARI, 2007) foi a referência, e os outros dois sendo utilizados como consulta paralela. São bibliografias voltadas à mecânica do voo espacial e possuem, cada um, um capítulo sobre elementos de propulsão de foguetes e a otimização de estágios, algo que é fundamental nesse trabalho.

Referências que abordam com mais profundidade os elementos de propulsão são *Rocket Propulsion Elements* (SUTTON; BIBLARZ, 2016) e *Elements of Propulsion* (MAT-TINGLY; BOYER, 2016), sendo o (SUTTON; BIBLARZ, 2016) a referência principal nesse assunto. No entanto, detalhes como projeto de dimensionamento de câmara de combustão, tubeira, tanques, válvulas e bombas não são abordados. A massa desses componentes é somente estimada, com base em (CASTELLINI, 2012) e nas outras referências mencionadas a seguir, no intuito de calcular o desempenho do foguete.

A principal fonte para obter os parâmetros do VSB-30 foi um artigo (PALMERIO et al., 2003). Nesse artigo, no qual é tratado o desenvolvimento do VSB-30, há dados da massa de propelente e estrutura de cada estágio, impulsos específicos, dimensões, carga útil, curva do empuxo, etc. Outro artigo, usado em paralelo para complementar as informações, é o (PALMERIO et al., 2005), que se refere ao primeiro voo do VSB-30.

Para obter informações de foguetes com missões parecidas, realizou-se uma busca na internet, alguns dados do *Electron* e do *Vanguard* são mostrados com base em (Rocket Lab, 2019) e (Astronautix, 2019). Como o único foguete parecido encontrado foi o SS-520-5, as seguintes referências foram bastante importantes, sendo elas notícias: (Spaceflight101, 2018a) e (Spaceflight101, 2018b), e também dois artigos, (INATANI, 2018) e (ITO et al., 2020).

4 METODOLOGIA

O trabalho é organizado da seguinte forma:

- Análise das informações encontradas em artigos, notícias e livros de modo a obter conhecimento de foguetes que serão tomados como base para o projeto de modificação do VSB-30.
- Investigação do desempenho de um VSB-30 de três estágios a partir da comparação com foguetes que realizam missões de injeção em órbita baixa.
- Comparação com uma versão otimizada da distribuição de massa do VSB-30.
- Inserção em órbita do CubeSat utilizando a versão otimizada.
- Estudo da viabilidade de alterações do VSB-30 atual.
- Inserção em órbita do CubeSat utilizando uma terceira versão modificada do VSB-30, com as alterações propostas.

Esse trabalho, portanto, envolve três VSB-30 modificados, que são as seguintes versões:

- VSB-30-1: os dois primeiros estágios idênticos aos dois primeiros estágios do VSB-30 original, porém o módulo da carga útil é substituído por um terceiro estágio.
- VSB-30-2: a distribuição de massa dessa versão, o quanto de massa possui cada estágio, é obtida através de uma otimização que maximiza o ganho de velocidade total do foguete.
- VSB-30-3: versão final do trabalho, com alterações capazes de tornar o VSB-30 um veículo lançador de satélite.

Buscou-se informações de diversos lugares como, por exemplo, sites de empresas, de agências, e de notícias do setor aeroespacial. Embora fontes desse tipo apresentem, com alguma frequência, dados conflitantes entre si, elas são importantes para se obter aproximações dos parâmetros e concepção dos foguetes.

No entanto, as referências mencionadas acima devem estar de acordo com o que está nos livros, sendo selecionadas as informações mais congruentes com a realidade, ou simplesmente tomada alguma como hipotése.

4.1 EQUAÇÃO DE FOGUETE E NOÇÕES DA OTIMIZAÇÃO

A principal equação a ser utilizada é a equação de Tsiolkovski ou do motor foguete, equação 4.1 ou 4.2. Para multiestágios, a equação 4.3, ou 4.4, expressa o valor total de ΔV para N estágios. As equações aqui presentes podem ser encontradas em (TEWARI, 2007).

$$\Delta V_k = -v_{ek} ln[\sigma_k + (1 - \sigma_k)\lambda_k]$$
(4.1)

$$\Delta V_k = v_{ek} ln[m0_k/mf_k] \tag{4.2}$$

$$\Delta V total = \sum_{k=1}^{N} -v_{ek} ln[\sigma_k + (1 - \sigma_k)\lambda_k]$$
(4.3)

$$\Delta V total = \sum_{k=1}^{N} v_{ek} ln[m0_k/mf_k]$$
(4.4)

Cada termo da equação 4.3 é definido na sequência. Tem-se que v_{ek} , equação 4.5, é a velocidade de exaustão dos gases pela tubeira do foguete, estando em função do impulso específico I_{sp} , sendo que g é a aceleração da gravidade ao nível do mar.

$$v_{ek} = I_{sp_k}g \tag{4.5}$$

Na equação 4.6, tem-se a definição de σ_k , que é a razão estrutural do estágio k. Esse valor depende das massas de propelente, m_{pk} , e estrutura, m_{sk} .

$$\sigma_k = \frac{m_{sk}}{m_{sk} + m_{pk}} \tag{4.6}$$

Na equação 4.7, λ_k é a razão de carga útil, que é a razão entre a massa do estágio superior, $m_{0(k+1)}$, e a massa do atual estágio, m_{0k} , antes de ocorrer a queima de propelente no respectivo estágio.

$$\lambda_k = \frac{m_{0(k+1)}}{m_{0k}} \tag{4.7}$$

Os dados encontrados nas referências serão empregados nas equações 4.5, 4.6 e 4.7 de modo a obter valores da equação 4.1 para cada estágio. As equações mencionadas também são usadas de modo a maximizar o ΔV_{total} , dado pela equação 4.3, uma vez que deseja-se saber qual é a distribuição de massa otimizada de um foguete lançador de *CubeSat*. Esse problema pode ser resolvido com a ferramenta de otimização *fmincon* do *software MATLAB*, a descrição da otimização é feita abaixo.

Como dito anteriormente, o objetivo é maximizar o ΔV_{total} , desse modo, as variáveis

envolvidas são as razões estruturais, velocidades de exaustão e massa de cada estágio. As razões estruturais, equação 4.6, são variáveis independentes na otimização, dados de entrada, mantidas iguais ao VSB-30 original no primeiro e segundo estágio, assim como a velocidade de exaustão dos gases, equação 4.5, que depende do propelente. A otimização dessas variáveis envolveriam valores fisicamente impossíveis, razão estrutural zero e velocidade de exaustão infinita, sendo assim, no programa de otimização, feito pelo autor, um vetor de limite inferior para o *fmincon* se encarrega de manter as razões estruturais de entrada constantes.

Consequentemente, as variáveis a serem otimizadas são as massas de cada estágio. Porém, para manter a otimização factível, é necessário impor uma restrição à otimização, senão a massa do foguete otimizado será muito maior, já que um foguete maior, com as mesmas razões estruturais, fornece um ΔV superior. Logo, a restrição é que a soma das massas de cada estágio deve ser igual à massa total do foguete original. Na equação do ΔV_{total} , equação 4.3, percebe-se que, como todas as razões estruturais devem ser constantes, o que é alterado é a razão de carga útil de cada estágio. Outras considerações sobre a otimização são apresentadas após a apresentação de foguetes similares.

Com isso sendo feito, uma tabela com os valores atuais do VSB-30, mas considerando um terceiro estágio, e sua versão otimizada pode ser construída. Uma ilustração do VSB 30 é mostrada na figura 4.1. Os dados do mesmo são dispostos na tabela 4.1, obtidos da referência (PALMERIO et al., 2003).



Figura 4.1 - VSB-30.

Fonte: (SILVEIRA; CARRARA, 2015)

Tabela 4.1 – VSB-30.

	Primeiro estánio	Segundo estágio
	T TIMEITO EStagio	Segundo estagio
Massa de propelente (kg)	677	898
Massa estrutural (kg)	284	320
Tempo de queima (s)	12	20
Diâmetro (mm)	557	557
Comprimento (mm)	3214	3294
I_{sp} (s)	261	262
Carga útil (kg)	-	400

Além disso, as equações citadas acima, ou seja, de Tsiolkovski e seus parâmetros, podem ser utilizadas, com os dados encontrados de foguetes similares, para se obter mais informações sobre esses foguetes encontrados. Em algumas referências, é possível que não estejam expressos todos os parâmetros explicitamente, porém, por meio das equações, é possível fazer manipulações. Além dessas, outras ferramentas que podem ser importantes são as equações de ΔV de perdas e ganhos, uma vez que a equação de Tsiolkovski não as envolvem.

Essas equações são mostradas a seguir. A equação 4.8, é o ganho de velocidade devido a rotação da Terra, sendo T e r o período da rotação da Terra e a distância radial ao centro da Terra, respectivamente, com δ sendo a latitude.

$$\Delta V_E = \frac{2\pi}{T} r \, \cos\delta \tag{4.8}$$

As equações 4.9 e 4.12, retiradas de (CURTIS, 2014), se referem a perdas pelo arrasto e pela aceleração gravitacional, respectivamente. As variáveis m, D e g são a massa, força de arrasto e aceleração gravitacional, respectivamente, no instante de tempo t. A força de arrasto, D, é dada pela equação 4.10, onde ρ é a densidade do ar e V, S e C_D são a velocidade, área de referência e coeficiente de arrasto do foguete, respectivamente. Com V e ρ , pode-se definir a pressão dinâmica, equação 4.11. Já ϕ é o ângulo da direção do foguete medido a partir do horizonte local, perpendicular a g, cuja magnitude é dada na equação 4.13, onde o produto da constante gravitacional G e a massa da Terra Mé aproximadamente $398600.4km^3/s^2$. No entanto, ainda não foi definido o sistema de referências.

$$\Delta V_D = \int_{t_0}^{t_f} \frac{D}{m} dt \tag{4.9}$$

$$D = -\frac{1}{2}\rho V^2 S C_D \tag{4.10}$$

$$p_{din} = \frac{1}{2}\rho V^2 \tag{4.11}$$

$$\Delta V_G = \int_{t_0}^{t_f} g \, sen\phi dt \tag{4.12}$$

$$g = -\frac{GM}{r^2} \tag{4.13}$$

A equação 4.14 representa a velocidade no perigeu, que é a velocidade na qual o satélite deve ter ao ser injetado na órbita supondo ângulo de trajetória nulo neste instante. O parâmetro e é a excentricidade orbital, expressa na equação 4.15, sendo r_a e r_p as distâncias radiais no apogeu e perigeu respectivamente.

$$V_p = \sqrt{\frac{\mu}{r_p}(1+e)} \tag{4.14}$$

$$e = \frac{r_a - r_p}{r_a + r_p} \tag{4.15}$$

Após essas definições, convém introduzir o termo ΔV_B , conhecido como ΔV_{Budget} . Na equação 4.16, ele é expresso como a soma das perdas e ganhos no ΔV do foguete. É inserido nessa soma o ΔV_O , devido a perdas na orientação. Caso não houvesse perdas e ganhos, o ΔV_{Budget} seria igual ao V_p , ou seja, a velocidade da órbita no perigeu. Nessa equação 4.16, ΔV_D , ΔV_G e ΔV_O são valores considerados negativos e, conforme a equação 4.8, o ΔV_E é um valor positivo, ele atua diminuindo o ΔV_B necessário.

$$\Delta V_B = V_p - (\Delta V_E + \Delta V_D + \Delta V_G + \Delta V_O)$$
(4.16)

4.2 FOGUETES SIMILARES

Na busca por foguetes parecidos, dentre os que foram encontrados, o único que possui tanto tamanho quanto missão similares é o SS-520-5. O SS-520-5 é resultado de uma modificação no foguete de sondagem SS-520, que possui dois estágios a propelente sólido, onde foi acrescentado um pequeno terceiro estágio sólido. É relatado mais sobre esse foguete na sequência.

A adaptação que deu origem ao SS-520-5 acabou por exigir um sistema minimizado, como por exemplo, no caso do sistema de orientação segundo (INATANI, 2018). O controle de orientação, para se ter a correta direção da injeção em órbita do satélite, é feito somente no segundo estágio, logo após a separação do primeiro. O funcionamento desse sistema é verificado durante o voo, e então é decidido em solo se ocorrerá a queima do segundo estágio.

Ainda, o projeto de adaptação do SS-520-5 envolveu otimizações entre o segundo e terceiro estágio (INATANI, 2018). O terceiro estágio apresentando melhor desempenho com uma alta eficiência estrutural, devido as melhorias apresentadas em (INATANI, 2018), em comparação ao segundo estágio. As características desse foguete são mostradas na tabela 4.2 abaixo, esses valores são retirados de (ITO et al., 2020).

Estágio	Propelente (kg)	I_{sp} (s)	$\Delta V(km/s)$	Diâmetro (mm)
Primeiro	1587	265	2,497	520
Segundo	324,9	278	2,672	520
Terceiro	79,2	283	4,669	520

Tabela 4.2 – SS-520-5.

Fonte: (ITO et al., 2020)

O lançamento bem-sucedido do SS-520-5 ocorreu no dia 3 de fevereiro de 2018, o planejamento da missão é mostrado na figura 4.2, a velocidade inicial 0, 4km/s devido à velocidade de rotação da Terra. A velocidade alcançada pelo primeiro estágio é de 2km/s e, então, mantém a subida até atingir um apogeu próximo de 180 quilômetros. No entanto, logo após passar 80 quilômetros de altitude, o cone de proteção do terceiro estágio é ejetado, uma vez que cumpriu sua função. A descrição da missão está nas referências (Spaceflight101, 2018b) e (Spaceflight101, 2018a). Conforme (ITO et al., 2020), o ângulo de elevação inicial provavelmente foi entre 60 e 80 graus.

Figura 4.2 - Planejamento do voo do SS-520-5.

Time	Event	Alt. (km)	Vel. (km/s)	Dist. (km)
T+00:00.0	Ignition & Liftoff	0	0.4	0
T+00:31.7	Stage 1 Burnout	26	2.0	9
T+01:07	Payload Fairing Separation	81	1.7	28
T+01:08	First Stage Separation	83	1.7	29
T+01:10.5	Stage 2 Re-Orientation (Pitch-Down)	86	1.7	30
T+01:57.6	Ram Line Control End	140	1.3	56
T+02:37	Stage 2 Ignition Time Calculation	169	1.1	77
T+02:44	Stage 2 Ignition Permission from Ground	173	1.1	81
T+03:00	Stage 2 Ignition	179	1.0	89
T+03:24.4	Stage 2 Burnout	186	3.6	134
T+03:55	Stage 2 Separation	188	3.6	227
T+03:58	Stage 3 Ignition	188	3.6	236
T+04:23.6	Stage 3 Burnout, Orbit Injection	186	8.1	355
T+07:30	TRICOM-1R Separation	205	8.1	1,751

Fonte: (Spaceflight101, 2018b)

Depois que o primeiro estágio se separa do veículo, o segundo estágio entra numa manobra de reorientação, diminuindo sua inclinação, que seria o *pitch-down*, para que o terceiro estágio fique com a função de atingir alta velocidade, lançado quase que horizon-talmente. Essa manobra de reorientação utilizou quatro propulsores alimentados por um tanque de nitrogênio de 5,7 litros e 23MPa.

Após 2 minutos e 37 segundos de voo, o segundo estágio verifica sua velocidade, posição, taxa de rotação para calcular o tempo otimizado de modo que o terceiro estágio consiga alcançar a órbita. Ao ser constatada a possibilidade da órbita, a ignição do segundo estágio é autorizada. Importante observar que 1km/s de ΔV é perdido desde o instante que terminou a queima do primeiro estágio até o começo da queima do segundo estágio. Após a queima, ocorre um intervalo de tempo até a separação do segundo estágio e então a ignição do terceiro estágio. Aos 7 minutos e 30 segundos, ocorre a separação da carga útil TRICOM-1R, cuja massa é em torno de 3, 2kg. A órbita de projeto tem como altitude 180km no perigeu e 1500km no apogeu, ou seja, $r_p = 6551km$ e $r_a = 7871km$; consequentemente, conforme a equação 4.15 e 4.14, e = 0,0951 e $V_p = 8,15km/s$. A figura 4.3 mostra as fases de voo.



Figura 4.3 – Fases de voo.

Fonte: (INATANI, 2018)

Outros foguetes pesquisados que podem ser citados são: *Electron, Vanguard*, Vector-R e *Blue Whale 1*.Esse último, até a data deste trabalho, está em desenvolvimento, possui uma massa de apenas 1790kg, com dois estágios a propelente líquido, e pretende lançar 50kg de carga útil em uma órbita baixa (Spacenews, 2019).

Embora não sejam do mesmo porte do VSB-30, o *Electron* e o *Vanguard*, um recente e outro um dos mais antigos lançadores de satélites, com base nos dados encontrados do (Astronautix, 2019) e (Rocket Lab, 2019), possuem as características mostradas na tabela 4.3, onde o SS-520-5 é mostrado também, com os valores nominais retirados de (ITO et al., 2020). Outros foguetes, aparentemente, como o *Vector-R*, também apresentam esse tipo de distribuição, mas seus dados não foram encontrados.

	Electron	Vanguard	SS-520-5
m_{01} (kg)	12725	10500	2575,1
$m_{02}~({ m kg})$	2750	2346	546,5
$m_{03}~({ m kg})$	-	210	97,3
$m_{S1}~({ m kg})$	950	811	441,63
m_{S2} (kg)	250	694	119,49
$m_{S3}~({ m kg})$	-	31	14,1
m_{P1} (kg)	9250	6850	1587
m_{P2} (kg)	2050	1470	329,7
m_{P3} (kg)	-	179	79,2
m_{PL} (kg)	225	9	4
λ_1	0,2161	0,2234	0,2122
λ_2	0,0818	0,0895	0,1780
λ_3	-	0,043	0,0411
I_{sp1} (s)	303	248	265
I_{sp2} (s)	333	271	278
I_{sp3} (s)	-	230	283
ΔV	9,25	9,28	9,678

Tabela 4.3 – Comparação entre Electron, Vanguard e SS-520-5

Em comparação também com o SS-520-5, tem-se em comum a proporção na distribuição de massa. A massa consideravelmente maior no primeiro estágio e menor em estágios superiores. Isso se torna mais compreensível ao se analisar um foguete de apenas um estágio. A equação do foguete, 4.1, diz que valores baixos para a razão estrutural e razão de carga útil aumentam o ΔV , assim, um foguete de um estágio apresenta, como grande parte da sua massa total, bastante massa de propelente e pouca de estrutura e carga útil.

Com a configuração nominal do foguete SS-520-5 encontrada em (ITO et al., 2020) sendo referência para a modificação do VSB-30, parte-se para o cálculo das configurações do VSB-30-1 e VSB-30-2. Porém, é fundamental ressaltar as considerações para os cálculos:

- Terceiro estágio a propelente líquido. Embora seja mais complexo, o motor a propelente líquido possui impulso específico maior, o que aumenta a capacidade de carga útil ou o ΔV (SUTTON; BIBLARZ, 2016).
- A massa da carga útil do VSB-30 original, 400kg, sendo tomada como a massa do novo terceiro estágio, a fim de manter a mesma massa total de 2579kg;
- Razão estrutural do terceiro estágio do VSB-30-1 e do VSB-30-2 igual a 0, 15. Como

não foi encontrado nenhum estágio de foguete com motor a propelente líquido em torno de 400kg, a razão estrutural foi considerada próxima ao do SS-520-5;

- Impulso específico do terceiro estágio do VSB-30 igual a 317s, um valor congruente com os valores de impulso específico para propelente líquido (CASTELLINI, 2012).
- Razões estruturais do primeiro e segundo estágio do VSB-30-1 e do VSB-30-2 mantidas iguais ao do VSB-30 original;
- Carga útil de 4kg, baseado na carga útil do SS-520-5.

4.3 ESTIMATIVA DE MASSA

Além da versão VSB-30-1, em que a carga útil é simplesmente trocada por um estágio a propelente líquido, e da versão VSB-30-2, com distribução de massa otimizada para maximizar o ΔV , uma terceira versão, o VSB-30-3, pode ser criada a partir de uma estimativa de massa. A estimativa também é para um motor a propelente líquido.

Para estimativa de massa de um estágio a propelente líquido, o cálculo será iniciado a partir da estimativa do motor. Os componentes de um motor dependem da forma de alimentação do mesmo e do tipo de propelente a ser empregado. Segundo (SUTTON; BIBLARZ, 2016), os sistemas de alimentação de propelente têm duas funções principais: aumentar a pressão dos propelentes e fornecê-los nas taxas de fluxo de massa projetadas para uma ou mais câmaras de empuxo. Eles podem ser classificados em dois grupos: alimentação a gás pressurizado ou por turbobombas. Ainda conforme (SUTTON; BIBLARZ, 2016), há a preferência de gás pressurizado para pequenos motores, com baixo empuxo e impulso total, como os que são utilizados em estágios superiores. Desse modo, os cálculos nesse trabalho serão feitos para esse tipo de sistema de alimentação, a nível conceitual, em grande parte com base em (CASTELLINI, 2012).

Quanto ao tipo de propelente para gás pressurizado, (CASTELLINI, 2012) apresenta a equação 4.17 para estimativas de massa, de motores do tipo semicriogênicos e os que são armazenados a temperatura ambiente, também chamados de par hipergólicos.

$$M_{WER} = a(T_{vac})^2 + bT_{vac} + c$$
(4.17)

Os valores de *a*, *b* e *c* são mostrados na tabela 4.4. A variável T_{vac} é o empuxo no vácuo, e só é válida para valores de empuxo entre 0 e 400kN para o semicriogênico e 0 e 150kN para o hipergólico.

Tabela 4.4 – Valores de a, b e c para a equação 4.17.

	Semicriogênico	Par hipergólico
а	-2,13325e-9	-3,36532e-8
b	1,7087e-3	4,74402e-3
С	6,38629e0	-1,9392e1

A massa estimada para o gás que é usado no sistema de pressurização pode ser calculado pela equação 4.18, com 10% a mais. V_{tanque} é a soma dos volumes dos tanques de combustível e oxidante. O gás hélio é usado nesse sistema, então a constante do gás e a razão de calor específico são, respectivamente, R = 2077 J/(KgK) e $\gamma = 1,667$. Ainda, no tanque do gás de pressurização, a pressão e temperatura têm valores iniciais típicos de $p_{press} = 28,6MPa$ e $T_{press} = 293K$. A pressão no tanque é para uma pressurização a gás entre 1,3MPa e 30MPa, já na câmara de combustão a pressão é entre 0,6MPa e 15MPa.

$$M_{press} = 1.1 \frac{p_{tanque} V_{tanque}}{RT_{press}} \frac{\gamma}{1 - p_{tanque}/p_{press}}$$
(4.18)

O volume no tanque pode ser encontrado pela equação 4.21, onde m_{comb} e m_{oxid} são as massas de combustível e oxidante, respectivamente, pelas equações 4.19 e 4.20. α_p é a razão de mistura entre oxidante e combustível e m_P é a massa de propelente total, a soma das massas de oxidante e combustível. Na tabela 4.5, os valores de razão de mistura são mostrados para dois tipos de propelentes: o semicriogênico LOx - RP1 (oxigênio líquido e querosene refinada 1) e o par hipergólico N_2O_4 -MMH (tetróxido de nitrogênio e metil-hidrazina); a massa específica de cada um é mostrada na tabela 4.6.

$$m_{comb} = \frac{m_P}{\alpha_p + 1} \tag{4.19}$$

$$m_{oxid} = m_P \frac{\alpha_p}{\alpha_p + 1} \tag{4.20}$$

$$V_{tanque} = \frac{m_{comb}}{\rho_{comb}} + \frac{m_{oxid}}{\rho_{oxid}}$$
(4.21)

Tabela 4.5 – Razão de mistura.

	Limite inferior	Limite superior
LOx-RP1	1,35	2,99
$N_2O_4 - MMH$	1,49	2,94

	Densidade (kg/m 3)
LOx	1140
RP1	807
N_2O_4	1447
MMH	878,8

Tabela 4.6 – Densidade de armazenamento para os oxidantes, LOx e N_2O_4 , e combustíveis RP1 e MMH.

A referência (CASTELLINI, 2012) apresenta alguns motores com esses propelentes e também com pressurização a gás, tabela 4.7.

Tabela 4.7 – Motores foguetes com N_2O_4 -MMH ou LOx-RP1. Os valores das massas, M, são para os motores vazios, equivalente ao valor de M_{WER} , ou seja, sem considerar tanques, eletrônica, etc.

Motor	Propelente	P_{CC} (MPa)	α_p	$T_{vac}(\mathbf{kN})$	I_{sp} (s)	M(kg)
Kestrel (Falcon 1)	LOx-RP1	1,03	2,17	27,8	325	52
Aestus (Ariane 5)	N_2O_4 -MMH	1,10	2,05	29,4	324	111
AJ10-118-K (Delta II)	N_2O_4 -MMH	0,90	1,80	43,7	319,2	127,4
AJ10-190 (Shuttle OMS)	N_2O_4 -MMH	0,86	1,65	26,7	316	118

Após obter o valor da massa do gás que é utilizado para a pressurização, é necessário calcular a massa do tanque desse gás. Assume-se um tanque esférico de liga de titânio 6Al4V, ainda conforme (CASTELLINI, 2012). A espessura é dada pela equação 4.22, com um fator de segurança de 2, onde $R_{press,tanque}$ é o raio interno do tanque e $\sigma_{y,Ti} = 830MPa$ é a tensão de escoamento do material. Portanto, a massa do tanque de Hélio é calculada pela equação 4.23, onde $\rho_{Ti} = 4510kg/m^3$ é massa específica da liga de titânio considerada.

$$t_{press,tanque} = \frac{2P_{press}R_{press,tanque}}{2\sigma_{y,Ti}}$$
(4.22)

$$M_{press,tanque} = 4\pi R_{press,tanque}^2 t_{press,tanque} \rho_{Ti}$$
(4.23)

O valor de $R_{press,tanque}$ pode ser calculado a partir da equação 4.24 e do volume da esfera 4.25:

$$V_{press} = V_{tanque} \frac{P_{tanque}}{P_{press}};$$
(4.24)

$$R_{press,tanque} = \left(\frac{3V_{press}}{4\pi}\right)^{1/3}$$
(4.25)

Além disso, devido às perdas, 0,32% da massa de propelente não é transformada em empuxo, ou seja, é calculada como massa estrutural também, equação 4.26. A massa de propelente será considerada uma entrada no cálculo de toda essa estimativa estrutural.

$$M_{perdas} = 0,0032m_P \tag{4.26}$$

Para a massa dos tanques de propelente, conforme (MOTA, 2015), utilizam-se as equações 4.27, 4.28 e 4.29 para calcular o raio, a área de superfície e a espessura do tanque esférico, sendo FS o fator de segurança, respectivamente. Para tanques cilíndricos, utilizam-se a área de superfície e espessura expressas pelas equações 4.30 e 4.31, onde o comprimento do tanque é l_{tp} . Essas equações serão utilizadas para o oxidante e para o combustível separadamente, o indice tp quer dizer o tipo de propelente que está sendo considerado. Dessa forma, as massas dos tanques de oxidante e combustível, m_{oxid} e m_{comb} , vazios, serão encontradas pela equação 4.32.

$$R_{tp} = \left(\frac{3V_{tp}}{4\pi}\right)^{(1/3)};$$
 (4.27)

$$S_{tp} = 4\pi R_{tp}^2 \tag{4.28}$$

$$e_{tp} = FS \frac{R_{tp}}{2\sigma_{y,tp}} \tag{4.29}$$

$$S_{tpc} = 2\pi l_{tp} R_{tp} \tag{4.30}$$

$$e_{tpc} = FS \frac{R_{tp}}{\sigma_{y,tp}} \tag{4.31}$$

$$M_{tp} = \rho_{al} S_{tp} e_{tp}; \tag{4.32}$$

A massa do sistema de controle do vetor empuxo depende do tipo do atuador, se é hidraúlico ou eletromecânico. Para motores pequenos, a preferência é do atuador hidráulico, e a massa para esse sistema, representada por M_{TVC} , pode ser calculada através da aproximação expressa pela equação 4.33, onde T_{nom} é o empuxo nominal em kN.

$$M_{TVC} = 0,1078T_{nom} + 20,922 \tag{4.33}$$

O adaptador da carga útil pode ser estimado conforme a equação 4.34, onde a1 =

4,77536e - 2 e b1 = 1,01317.

$$M_{PLA} = a1(m_{PL})^{b1} \tag{4.34}$$

A referência (MOTA, 2015) menciona que para uma análise preliminar, a massa de todas as montagens estruturais e hardware associado pode ser assumida como sendo 10% da massa inerte, que é definido como massa do estágio menos propelente e pressurizante. Isso é considerado neste trabalho como o restante da estrutura não calculada até aqui, como aviônica, suporte do carga útil, etc. Equação 4.35.

$$M_{restante} = 0.1(M_{WER} + M_{Press,tanque} + M_{TVC} + m_{comb} + m_{oxid} + M_{PLA})$$
(4.35)

Desse modo, a massa estrutural a ser considerada nesse trabalho é calculada pela equação 4.36. Como já mencionado, a massa de propelente será dada como entrada para o cálculo da estrutura, assim a razão estrutural pode ser obtida.

$$M_{estrutural} = M_{WER} + M_{Press} + M_{press,tanque} + M_{TVC} + m_{comb} + m_{oxid} + M_{perdas} + M_{PLA} + M_{restante}$$

$$(4.36)$$

4.4 MODELO DA GRAVIDADE DA TERRA

A Terra não é perfeitamente esférica, ela é achatada nos polos e tem a linha do Equador como o maior círculo sobre a superfície. Conforme (TEWARI, 2007), de modo a modelar essas diferenças, utilizam-se as constantes de Jeffery, tabela 4.8, onde cada um é responsável por dar um formato. Esse modelo é válido para corpo axissimétrico.

Tabela 4.8 – Constantes de Jeffery

Constante	Valor
J_2	1.08263e-3
J_3	2.532153e-7
J_4	1.6109876e-7

Fonte: (TEWARI, 2007).

As equações da aceleração gravitacional são apresentadas abaixo, 4.37 e 4.38. As direções se referem a direção radial e sul do sistema horizontal local, que será definido quando forem apresentadas as equações do movimento. ϕ é ângulo de trajetória e Re é o raio da Terra.

$$g_c = \frac{\mu}{r^2} (1 - 1, 5J_2 (3\cos^2\phi - 1)(Re/r)^2 - 2J_3 \cos\phi (5\cos^2\phi - 3)(Re/r)^3 - (5/8)J_4 (35\cos^4\phi - 30\cos^2\phi + 3)(Re/r)^4)$$
(4.37)

$$g_n = -3\mu \sin\phi \cos\phi (Re/r)^2 (J_2 + 0, 5J_3(5\cos^2\phi - 1)(Re/r)(1/\cos\phi) + (5/6)J_4(7\cos^2\phi - 1)(Re/r)^2)$$
(4.38)

4.5 MODELO ATMOSFÉRICO

A atmosfera pode ser dividida em troposfera, estratosfera, mesosfera, termosfera e exosfera, que podem ser subdivididas em outras camadas. Para algumas camadas da atmosfera, é conveniente partir do pressuposto que a temperatura varia linearmente conforme a equação 4.39, em que o índice *i* se refere ao início da camada que se deseja obter a variação da temperatura, *h* se refere à altitude e *a* é a taxa de lapso térmico.

$$T = T_i + a(h - h_i)$$
(4.39)

O modelo a ser adotado considera a atmosfera em repouso, com variações das propriedades termodinâmicas apenas na direção vertical. Para as altitudes mais baixas, não são consideradas influências de ventos, vapor de água, distúrbios eletromagnéticos e reações químicas. Além disso, diz-se que a atmosfera nessas altitudes está em equilíbrio térmico, porque se despreza transferências de calor entre a atmosfera e qualquer outro corpo. Como consequência, a constante do ar pode ser mantida constante pelo menos dentro de cada subcamada.

Sendo assim, a referência (TEWARI, 2007) apresenta um modelo de atmosfera padrão que a subdivide nas seguintes camadas, com suas respectivas características e subcamadas, totalizando 21 camadas a serem utilizadas:

• Troposfera (0 - 11 km): decrescimento linear da temperatura com a altitude.

Tabela 4.9 – Camada da troposfera

i	h_i (Km)	$T_i(K)$	R (J/Kg.K)	a (K/km)
1	0	288,15	287,0	-6,5

 Estratosfera (11 - 47 km): três camadas com três taxas de variação linear com a temperatura.

i	h_i (Km)	$T_i(K)$	R (J/Kg.K)	a (K/km)
2	11,0191	216,65	287,0	0,0
3	20,0631	216,65	287,0	1,0
4	32,1619	228,65	287,0	2,8

Tabela 4.10 – Camadas da estratosfera

 Mesosfera (47 - 86 km): uma camada isotérmica e duas camadas de decrescimento linear da temperatura, é a última com equilíbrio térmico.

Tabela 4.11 – Camadas da mesosfera

i	h_i (Km)	$T_i(K)$	R (J/Kg.K)	a (K/km)
5	47,3501	270,65	287,0	0,0
6	51,4125	270,65	287,0	-2,8
7	71,8020	214,65	287,02	-2,0

 Termosfera (86 - 500 km): Diminuição não linear no peso molecular com a altitude devido ao desequilíbrio térmico associado às reações químicas. As propriedades termodinâmicas na termosfera dependem consideravelmente da radiação solar. No entanto, o modelo ainda é linear, porque (TEWARI, 2007) alega que mesmo os modelos não lineares possuem grandes incertezas.

i	h_i (Km)	$T_i(K)$	R (J/Kg.K)	a (K/km)
8	86	186,946	287,02	1,693
9	100	210,02	287,84	5,0
10	110	257,0	291,06	10,0
11	120	349,49	308,79	20,0
12	150	892,79	311,80	15,0
13	160	1022,2	313,69	10,0
14	170	1103,4	321,57	7,0
15	190	1205,4	336,68	5,0
16	230	1322,3	366,84	4,0
17	300	1432,1	416,88	3,3
18	400	1487,4	463,36	2,6
19	500	1506,1	493,63	1,7
20	600	1506,1	514,08	1,1
21	700	1507,6	514,08	0,0

Tabela 4.12 – Camadas da termosfera e início da exosfera.

A partir dos dados iniciais de temperatura e altitude, $T_i e h_i$, da constante do gás Re da taxa de lapso térmico a para cada camada, calcula-se a pressão e densidade, pela aproximação de gás ideal de acordo com as equações 4.40 e 4.42. Em casos de camada isotérmica, a = 0 e $T = T_i$, tem-se a expressão 4.41 para a pressão. Por definição, $\beta r_0 = 2$, onde r_0 é o raio da Terra. g_0 é a aceleração gravitacional ao nível do mar.

$$p = p_i \left[1 + \frac{a(h-h_i)}{T_i} \right]^{-\frac{g_0}{aR} \left[1 + \beta \left(\frac{T_i}{a} - h_i \right) \right]} e^{\frac{\beta g_0}{aR} (h-h_i)}$$
(4.40)

$$p = p_i e^{-\left[\frac{g_0(h-h_i)}{RT_i}\right] \left[1 - \frac{\beta(h-h_i)}{2}\right]}$$
(4.41)

$$\rho = \frac{p}{RT} \tag{4.42}$$

4.6 MODELO AERODINÂMICO

Nesse trabalho, apenas o coeficiente de arrasto é estimado, e está em função dos números de Mach, Knudsen e Reynolds. O número de Mach depende da velocidade do som que, por sua vez, se dá pela equação 4.43. As variáveis γ , R e T são razão de calor específico, constante do gás e temperatura, respectivamente. Consequentemente, o

número de Mach pode ser calculado pela equação 4.44, onde V é a velocidade do veículo com relação à atmosfera.

$$a_s = \sqrt{\gamma RT} \tag{4.43}$$

$$Mach = \frac{V}{a_S} \tag{4.44}$$

O número de Knudsen, Kn, indica se o regime de escoamento que o foguete se encontra é o molecular livre (Kn > 10), transição rarefeita (0,1 < Kn < 10) ou contínuo (Kn < 0.1). Para o cálculo do número de Knudsen, equação 4.45, é preciso definir o caminho livre médio, λ , equação 4.46. Além disso, tem-se l_c , que é o comprimento característico, como o diâmetro do foguete.

$$Kn = \frac{\lambda}{l_c} \tag{4.45}$$

$$\lambda = \frac{m}{\sqrt{2}\pi\sigma^2 \rho N_a} \tag{4.46}$$

Na equação 4.46 acima, tem-se que:

- N_a é o número de Avogadro, $6,0220978 \times 10^{23}$;
- σ é o diâmetro de colisão do ar, $3,65 \times 10^{-10}m$;
- ρ é a massa específica do ar (kg/m^3) ;
- m é a massa molecular (kg/mol).

Assim, (TEWARI, 2007) apresenta as equações 4.47, 4.48 e 4.51 para o coeficiente de arrasto, C_D , para três intervalos de Kn. O termo C_{Dc} é o coeficiente de arrasto para o regime de escoamento no contínuo. Na equação 4.48, o termo C_{Dfm} , equação 4.49, é o coeficiente de arrasto no limite de fluxo molecular livre com aproximação de parede fria, onde s é a razão de velocidade molecular, equação 4.50.

$$C_D = C_{Dc} \left(Kn < 0,0146 \right) \tag{4.47}$$

$$C_D = C_{Dfm} \ (Kn > 14, 5) \tag{4.48}$$

$$C_{Dfm} = 1,75 + \frac{\sqrt{\pi}}{2s}$$
(4.49)

$$s = \frac{V}{\sqrt{2RT}} \tag{4.50}$$

$$C_D = C_{Dc} + (C_{Dfm} - C_{Dc}) \left(\frac{1}{3}\log_{10}\frac{Kn}{sen(30^\circ)} + 0,5113\right) (0,0146 < Kn < 14,5)$$
(4.51)

A fim de calcular o arrasto, é necessário ter um valor para o coeficiente de arrasto C_{Dc} . Porém, para o VSB-30, esse valor não foi encontrado. No entanto, conforme (REIS et al., 2009), o coeficiente de arrasto para o Sonda III é próximo de 0, 6, para ângulo de ataque nulo e baixo número de Mach, já em (REIS; FALCãO; JR., 2011), que apresenta a figura 4.5, o coeficiente é em torno de 0, 4. O Sonda III é um foguete de sondagem brasileiro, com dois estágios, sendo o primeiro estágio o motor S-30, ou seja, o mesmo do segundo estágio do VSB-30. Embora seja menor que o VSB-30, o seu coeficiente de arrasto para a hipótese do contínuo será usado nesse trabalho para valores de Mach menores que 0, 85 e maiores que 1, 15, sendo, portanto, o intervalo entre 0, 85 e 1, 15 o regime transônico considerado. Dentro desse regime transônico, ocorre o aumento do coeficiente de arrasto, conforme (TEWARI, 2007). A figura 4.4 ilustra um exemplo de variação do coeficiente de arrasto, node, nesse caso, se trata de uma cápsula. Já a figura 4.5 mostra a variação para o Sonda III. Com isso, é considerado $C_{Dc} = 0, 9$ nesse regime transônico, uma simplificação baseada na típica variação que ocorre no coeficiente de arrasto.





Fonte: Adaptada de (TEWARI, 2007).

Figura 4.5 – Coeficiente de arrasto em função do número de Mach para o Sonda III para duas pressões.



Fonte: Adaptada de (REIS; FALCãO; JR., 2011).

4.7 EQUAÇÕES DO MOVIMENTO

4.7.1 Equações da cinemática

Boa parte do voo do foguete acontece dentro da atmosfera terrestre, ocorrendo, portanto, forças aerodinâmicas. Desse modo, conforme (TEWARI, 2007), é conveniente um sistema de referências, fixo no corpo do foguete, orientado em relação à atmosfera, chamado de sistema aerodinâmico. A figura 4.6 mostra os eixos do sistema aeronâmico, ox_v , oy_v e oz_v com relação ao sistema de eixos horizontal local, que será comentado posteriormente.



Figura 4.6 – Orientação dos eixos do sistema aerodinâmico relativo ao sistema horizontal local.

Fonte: Adaptado de (TEWARI, 2007).

Uma vez que a atmosfera gira junto ao planeta, utiliza-se um outro referencial, solidário ao planeta, logo, girante, com a origem no centro deste, (*Earth-fixed*), com os eixos ortogonais representados por I, J, K. Além disso, a velocidade do foguete, o vetor v, pode ser medida em um outro sistema de coordenadas, o horizontal local, SHL, mencionado anteriormente, com origem no centro de massa do veículo, que se move, consequentemente, junto com a rotação da Terra e movimento relativo do veículo. Essa velocidade relativa pode ser expressa em termos de coordenadas esféricas, v, $A e \phi$: magnitude da velocidade relativa, azimute de velocidade e ângulo de trajetória, respectivamente. O sistema horizontal local, (oxyz), tem os eixos ox (i), oy (j) e oz (k). O azimute é o ângulo formado a partir do norte (k) do SHL até onde é feita a projeção de v no plano zy. O ângulo de trajetória, ou elevação, é medido a partir da projeção de v no plano zy até o próprio vetor v. Assim, tem-se a equação 4.52, retirada de (TEWARI, 2007), que é o vetor v do sistema aerodinâmico com relação ao SHL e escrito no SHL.

$$\mathbf{v} = v(\sin\phi \mathbf{i} + \cos\phi\sin A\mathbf{j} + \cos\phi\cos A\mathbf{k}) \tag{4.52}$$

Por sua vez, o foguete é localizado com relação ao sistema fixado na Terra mediante os ângulos de longitude λ , tomado a partir do eixo SX do sistema fixo na Terra, e latitude δ , tomado a partir do plano equatorial, figura 4.7.

Com isso, tem-se os seguintes sistemas mostrados na figura 4.7:

Figura 4.7 – Referencial fixo na Terra e horizontal local.



Fonte: Adaptado de (TEWARI, 2007).

A velocidade inercial v_I é dada pela equação 4.53, onde $\omega = \omega K$ é a velocidade de rotação da Terra e r = ri a distância radial a partir do centro da Terra.

$$\mathbf{v}_{\mathbf{I}} = \mathbf{v} + \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r} = \mathbf{v} + \omega r \mathbf{K} \times \mathbf{i}. \tag{4.53}$$

O objetivo é relacionar o movimento do foguete à Terra girante. Dessa forma, num primeiro momento, utiliza-se a matriz de transformação 4.54, que relaciona o sistema fixado na Terra e o sistema horizontal local. Com uma matriz de transformação, é possível medir um mesmo vetor em outros eixos de referência. Nesse caso, o vetor que estava no sistema fixo no planeta Terra será medido no SHL. Essa transformação é feita através das rotações mostradas em 4.56.

$$C_{LH} = \begin{pmatrix} \cos \delta \cos \lambda & \cos \delta \sin \lambda & \sin \delta \\ -\sin \lambda & \cos \lambda & 0 \\ -\sin \delta \cos \lambda & -\sin \delta \sin \lambda & \cos \delta \end{pmatrix}$$
(4.54)

$$\begin{cases} \mathbf{i} \\ \mathbf{j} \\ \mathbf{k} \end{cases} = C_{LH} \begin{cases} \mathbf{I} \\ \mathbf{J} \\ \mathbf{K} \end{cases}$$
 (4.55)

$$C_{LH} = C_2 \left(-\frac{\pi}{2}\right) C_2 \left(\frac{\pi}{2} - \delta\right) C_3(\lambda)$$
(4.56)

Desse modo, a equação da velocidade inercial 4.53 pode ser medida no SHL e derivada com relação ao tempo para se obter a aceleração inercial 4.57.

$$\mathbf{a}_{\mathbf{I}} = \frac{\mathrm{d}\mathbf{v}_{\mathbf{I}}}{\mathrm{d}t} = \dot{\mathbf{v}} + \omega(\dot{r}\cos\delta - r\dot{\delta}\sin\delta)\mathbf{j} + \omega r\cos\delta(\omega\mathbf{K}\times\mathbf{j})$$
(4.57)

A velocidade relativa, equação 4.58, leva em consideração a velocidade angular, Ω , equação 4.59, em relação ao referencial fixo na Terra.

$$\mathbf{v} = \dot{r}\mathbf{i} + \mathbf{\Omega} \times (r\mathbf{i}) \tag{4.58}$$

$$\mathbf{\Omega} = \Omega_x \mathbf{i} + \Omega_y \mathbf{j} + \Omega_z \mathbf{k} \tag{4.59}$$

Substituindo a equação 4.59 na equação 4.58 e fazendo o produto vetorial, obtémse a equação 4.60.

$$\mathbf{v} = \dot{r}\mathbf{i} + r\Omega_z\mathbf{j} - r\Omega_y\mathbf{k} \tag{4.60}$$

Igualando as equações 4.53 e 4.60, uma vez que estão medidas no mesmo referencial, tem-se as seguintes equações 4.61, 4.62 e 4.63:

$$\dot{r} = v \sin \phi \tag{4.61}$$

$$\Omega_y = -\frac{v}{r}\cos\phi\cos A \tag{4.62}$$

$$\Omega_z = \frac{v}{r} \cos \phi \sin A \tag{4.63}$$

As rotações de λ e δ são no sentido K e $-\mathbf{j}$, respectivamente. Utilizando a matriz de rotação C_{LH} , tem-se a equação 4.64 e, consequentemente a expressão 4.65.

$$\dot{\lambda}K = \dot{\lambda}\sin\delta\mathbf{i} + \dot{\lambda}\cos\delta\mathbf{k}$$
(4.64)

$$\mathbf{\Omega} = \dot{\lambda}\mathbf{K} - \dot{\delta}\mathbf{j} = \dot{\lambda}\sin\delta\mathbf{i} - \dot{\delta}\mathbf{j} + \dot{\lambda}\cos\delta\mathbf{K}$$
(4.65)

Comparando as componentes das equações 4.62 e 4.63 com 4.64 e 4.65, tem-se as expressões da variação da latitude e longitude no tempo, 4.66 e 4.67:

$$\dot{\delta} = \frac{v}{r} \cos \phi \cos A \tag{4.66}$$

$$\dot{\lambda} = \frac{v\cos\phi\sin A}{r\cos\delta} \tag{4.67}$$

As equações 4.61, 4.66 e 4.67 são as equações cinemáticas do movimento relativo ao planeta girante.

4.7.2 Equações da dinâmica

Para encontrar as equações da dinâmica, utiliza-se a segunda lei de Newton, equação 4.68.

$$\mathbf{f} = m\mathbf{a}_{\mathbf{I}} = m\frac{\mathrm{d}\mathbf{v}_{\mathbf{I}}}{\mathrm{d}t}$$
(4.68)

A aceleração inercial já foi mostrada na equação 4.57. No entanto, é conveniente resolver as forças que agem sobre o foguete, como o empuxo, no sistema aerodinâmico. Dessa forma, a aceleração inercial deve ser resolvida no sistema aerodinâmico. Como dito anteriormente, a matriz de transformação tem a função de escrever um vetor de um sistema de eixos em outro. Dessa vez, a transformação é do sistema horizontal local para o aerodinâmico, relacionados por 4.69, onde C_W é a matriz de transformação 4.70 que representa as rotações 4.71.

$$\begin{cases} \mathbf{i}_{\mathbf{v}} \\ \mathbf{j}_{\mathbf{v}} \\ \mathbf{k}_{\mathbf{v}} \end{cases} = C_W \begin{cases} \mathbf{i} \\ \mathbf{j} \\ \mathbf{k} \end{cases}$$
(4.69)

$$C_W = \begin{pmatrix} \sin\phi & \cos\phi\sin A & \cos\phi\cos A \\ 0 & \cos A & -\sin A \\ -\cos\phi & \sin\phi\sin A & \sin\phi\cos A \end{pmatrix}$$
(4.70)

$$C_W = C_1 \left(-\frac{\pi}{2}\right) C_3 \left(\frac{\pi}{2} - \phi\right) C_1 \left(\frac{\pi}{2} - A\right)$$
(4.71)

Com isso, a aceleração inercial deve ser escrita com suas componentes em i, j e k para haver a transformação. A referência (TEWARI, 2007) resolve esse problema termo a termo, a partir da equação 4.57, iniciando pela velocidade relativa 4.72.

$$\dot{\mathbf{v}} = \ddot{r}\mathbf{i} + \dot{r}(\Omega_z\mathbf{j} - \Omega\mathbf{k}) + r(\dot{\Omega}_z\mathbf{j} - \dot{\Omega}_y\mathbf{k}) + \dot{r}(\mathbf{\Omega} + \boldsymbol{\omega}) \times \mathbf{i} + r\Omega_z(\mathbf{\Omega} + \boldsymbol{\omega}) \times \mathbf{j} - r\Omega_y(\mathbf{\Omega} + \boldsymbol{\omega}) \times \mathbf{k}$$
(4.72)

 $\Omega + \omega$ é a velocidade angular total do sistema horizontal local, Ω da rotação do SHL em relação a Terra girante e ω da rotação da Terra. A velocidade angular total pode ser escrita em termos de seus componentes no SHL, equação 4.73.

$$\mathbf{\Omega} + \boldsymbol{\omega} = (\dot{\lambda} + \omega) \sin \lambda \mathbf{i} - \dot{\lambda} \mathbf{j} + (\dot{\lambda} + \omega) \cos \delta \mathbf{k}$$
(4.73)

O produto vetorial da velocidade angular total com cada direção que aparece na equação 4.72 resulta na equação 4.74.

$$(\mathbf{\Omega} + \boldsymbol{\omega}) \times \mathbf{i} = \dot{\delta} \mathbf{k} + (\dot{\delta} + \omega) \cos \delta \mathbf{j}$$

$$(\mathbf{\Omega} + \boldsymbol{\omega}) \times \mathbf{j} = (\dot{\delta} + \omega) \sin \delta \mathbf{k} - (\dot{\delta} + \omega) \cos \delta \mathbf{i}$$
 (4.74)

$$(\mathbf{\Omega} + \boldsymbol{\omega}) \times \mathbf{k} = -\dot{\delta}\mathbf{i} - (\dot{\delta} + \omega)\sin\delta\mathbf{j}$$

O último termo da equação 4.57 também pode ser expressa no SHL, equação 4.75.

$$\omega r \cos \delta(\omega \mathbf{K} \times \mathbf{j}) = \omega r (\dot{\lambda} + \omega) \cos \delta(\sin \delta \mathbf{k} - \cos \delta \mathbf{i})$$
(4.75)

Os termos agora podem ser substituídos e organizados na equação 4.57, resultando na equação 4.76.

$$\mathbf{a_{I}} = [\ddot{r} - r\dot{\delta}^{2} - r(\dot{\lambda} + \omega)^{2}\cos^{2}\delta]\mathbf{i} + [r\ddot{\lambda}\cos\delta + 2\dot{r}(\dot{\lambda} + \omega)\cos\delta - 2r\dot{\delta}(\dot{\lambda} + \omega)\sin\delta]\mathbf{j} + [r\ddot{\delta} + 2\dot{r}\dot{\delta} + r(\dot{\lambda} + \omega)^{2}\sin\delta\cos\delta]\mathbf{k} \quad (4.76)$$

Antes de realizar a transformação de coordenadas, é mais útil expressar a equação 4.76 em termos dos componentes da velocidade relativa, substituindo as equações de cinemática 4.61, 4.66 e 4.67 na 4.76. Dessa maneira, usando a matriz de rotação 4.70, obtém-se as componentes da aceleração inercial no sistema aerodinâmico, equações 4.77, 4.78 e 4.79.

$$a_{xv} = \dot{v} + \omega^2 r \cos \delta (\cos \phi \cos A \sin \delta - \sin \phi \cos \delta)$$
(4.77)

$$a_{yv} = \cos\phi \dot{A} - \frac{v^2}{r}\cos^2\phi\sin A\tan\delta - \omega^2 r\sin A\sin\delta\cos\delta + 2\omega v(\sin\phi\cos A\cos\delta - \cos\phi\sin\delta)$$
(4.78)

$$a_{zv} = -v\dot{\phi} + \frac{v^2}{r}\cos\phi + 2\omega v\sin A\cos\delta + \omega^2 r\cos\delta(\sin\phi\cos A\sin\delta + \cos\phi\cos\delta) \quad (4.79)$$

Para obter as equações de dinâmica, é preciso definir o vetor de forças que agem sobre o foguete. As forças aerodinâmicas, gravitacionais e de empuxo estão representadas no vetor 4.80, as variáveis μ e ϵ representam a orientação do vetor empuxo em relação ao sistema aerodinâmico. As magnitudes da força propulsiva, arrasto, sustentação e força lateral são representadas, respectivamente, por T, D, L e f_Y .

$$\mathbf{f} = \begin{pmatrix} T\cos\epsilon\cos\mu - D - mg_c\sin\phi + mg_\delta\cos\phi\cos A\\ T\sin\mu + f_Y - mg_\delta\sin A\\ -T\sin\epsilon\cos\mu - L + mg_c\cos\phi + mg_\delta\sin\phi\cos A \end{pmatrix}$$
(4.80)

Abaixo são mostradas as equações da dinâmica do movimento.

$$\dot{V} = \frac{1}{m} (T\cos\epsilon\cos\mu - D - mg_c\sin\phi + mg_d\cos\phi\cos A - m\omega^2 r\cos\delta(\cos\phi\cos A\sin\delta - \sin\phi\cos\delta)$$
(4.81)

$$A = \frac{1}{mV\cos\phi} \left(m\frac{V^2}{r}\cos\phi^2\sin A\tan\delta + T\sin\mu + F_y - mg_d + m\omega^2r\sin A\sin\delta\cos\delta - V(1-2)\right) + \frac{1}{mV\cos\phi} \left(m\frac{V^2}{r}\cos\phi^2\sin A\tan\delta + T\sin\mu + F_y - mg_d + m\omega^2r\sin A\sin\delta\cos\delta - V(1-2)\right)$$

$$2m\omega V(\sin\phi\cos A\cos\delta - \cos\phi\sin\delta)$$
 (4.82)

$$\dot{\phi} = (\frac{1}{mV})(m\frac{V^2}{r}\cos\phi + T\sin\epsilon\cos\mu + L - mg_c\cos\phi - mg_d\sin\phi\cos A + m\omega^2 r\cos\delta(\sin\phi\cos A\sin\delta + \cos\delta) + 2m\omega V\sin A\cos\delta)$$
(4.83)

Entretanto, equações da dinâmica serão simplificadas para a simulação. É conveniente manter o vetor f na mesma direção da velocidade a fim de não gerar sustentação ou força lateral no foguete, ou seja, o vetor f também é utilizado para manter o controle do foguete de modo a evitar essas forças indesejadas. A trajetória que utiliza o empuxo na direção da velocidade apenas, sem realizar manobras, se chama gravity turn, na qual a gravidade se encarrega de mudar a direção da velocidade do foguete

Através do *gravity turn*, o ângulo de trajetória tenderá a zero com o foguete possuindo alguma velocidade horizontal. Essa velocidade horizontal é importante para a inserção em órbita. Sendo assim, para a simulação do voo do foguete, $\mu e \epsilon$ serão mantidos nulos, e a ignição do terceiro estágio será dada no instante que resultará na máxima velocidade horizontal do foguete no momento do desligamento do terceiro estágio resultando no ângulo de trajetória, ou elevação, próximo de 0 grau, preferencialmente entre -0, 1 e0, 1. Algumas simulações serão necessárias para acertar, por tentativa e erro, o tempo de disparo do motor do terceiro estágio. Essas simulações serão feitas considerando o lançamento a partir do Centro de Lançamento de Alcântara, que possui latitude e longitude de -2, 397 e -44, 405 graus, respectivamente.

4.8 MODELO PROPULSIVO

O empuxo do VSB-30 é mostrado na figura 4.8 juntamente ao que será considerado nesse trabalho. Preservando-se o impulso total, equação 4.84, que é a área abaixo da curva, o empuxo será constante para cada estágio.

$$I_t = \int T \mathrm{d}t \tag{4.84}$$

Figura 4.8 - Empuxo adotado a partir da curva de empuxo real.



Fonte: Empuxo real retirado de (PALMERIO et al., 2003).

O primeiro motor tem a curva de empuxo dessa forma a fim de ganhar velocidade rapidamente e não ter uma pressão dinâmica muito elevada. O que causa uma queima desse tipo é o formato do grão propelente que, segundo (PALMERIO et al., 2003), é o *wagon wheel*, ou multialetas, para o motor S31.

Conforme (CORNELISSE; SCHöYER; WAKKER, 1979), foguetes de sondagem ou pequenos lançadores possuem a razão entre empuxo e peso inicial alta, equação 4.85, em comparação a grandes veículos lançadores. Além disso, eles também possuem maiores parâmetros de arrasto, equação 4.86, que é área de referência sobre peso inicial. Na tabela 4.13, esses valores são mostrados para alguns veículos lançadores e de sondagem.

$$\psi_0 = \frac{T_0}{m_{01}g} \tag{4.85}$$

$$K = \frac{S}{m_{01}g} \tag{4.86}$$

Tabela 4.13 – Ordem de magnitude do parâmetro de arrasto K e da razão empuxo/peso para alguns foguetes. Sendo inseridos o VSB-30 ($T_0 = 210kN$) e o SS-520-5 ($T_0 = 185kN$), através do uso das equações 4.85 e 4.86 para comparação.

	K (m $^2/MN)$	ψ_0
Veículos lançadores:		
Saturno V	0.3	1.2
Delta	4	1.5
Scout D	5	2.5
L III S	6	1.2
SS-520-5	8.4	7.3
Veículos de sondagem :		
VSB-30	8.4	8.3
Astrobee	10	5
Black Brant 5A	13	13

Fonte: Adaptado de (CORNELISSE; SCHöYER; WAKKER, 1979).

Desse modo, embora fosse desejável manter a curva de empuxo do primeiro estágio no mesmo formato, não está no escopo do trabalho otimizar essa curva para possíveis modificações, mas a simplificação a ser adotada pode trazer consequências na pressão dinâmica e, consequentemente, para o arrasto.

Para simulações de voo, é assumida taxa de queima constante. A variação de massa de propelente de cada motor do foguete é dada pela equação 4.87, sendo t_{qk} o tempo de queima do estágio k.

$$\dot{m_k} = -\frac{m_{Pk}}{t_{qk}} \tag{4.87}$$

5 RESULTADOS E DISCUSSÃO

A distribuição de massa otimizada é o primeiro resultado a ser apresentado, e uma comparação com o VSB-30-1, em que também foi feito o cálculo de ΔV , é mostrada, com os dados de massa e ΔV de ambos. Com esse resultado disponível, foi possível realizar a simulação de voo do VSB-30-2, que é a versão otimizada. Já o VSB-30-1 apresentou ΔV muito baixo e a simulação não foi feita.

A partir da metologia descrita em (CASTELLINI, 2012), com algumas considerações de (MOTA, 2015), pode-se calcular a estimativa de massa para um motor foguete a propelente líquido. A estimativa de massa é feita, primeiramente, considerando uma massa de propelente de 360kg, que é um dado de entrada, para se ter uma noção da razão estrutural. Como a metodologia utilizada apontou para uma menor razão estrutural com o aumento do propelente, para um mesmo empuxo, decidiu-se aumentar a massa de propelente até resultar em um ΔV maior que 9, 5km/s, uma vez que para baixas altitudes a velocidade de perigeu é em torno de 7, 8km/s.

5.1 DISTRIBUIÇÃO DE MASSA OTIMIZADA

O foguete resultante da otimização da distribuição de massa é chamado nesse trabalho de VSB-30-2. O VSB-30-2 é um foguete teórico para fins de comparação com o foguete apenas acrescido de um terceiro estágio, o VSB-30-1, e também com o SS-520-5. Isso é mostrado na tabela 5.1. Percebe-se que, como a razão estrutural considerada foi 0, 15, para o VSB-30-1 se obteve a massa estrutural do terceiro estágio, m_{S3} , igual a 59, 4kg e a massa de propelente, m_{P3} , igual a 336, 6kg.

	VSB-30-1	VSB-30-2	SS-520-5
I_{sp1} (s)	261	261	265
I_{sp2} (s)	262	262	278
I_{sp3} (s)	317	317	283
$m_{01}~({ m kg})$	2579	2579	2575,1
$m_{02}~({ m kg})$	1618	460,6	546,5
$m_{03}~({ m kg})$	400	69,5	97,3
m_{S1} (kg)	284	625,99	441,63
m_{S2} (kg)	320	102,74	119,49
m_{S3} (kg)	59,4	9,83	14,1
$m_{P1}~({ m kg})$	677	1492,41	1587
$m_{P2}~({ m kg})$	898	288,36	329,7
$m_{P3}~({ m kg})$	336,6	55,67	79,2
m_{PL} (kg)	4	4	4
λ_1	0,6274	0,1786	0,2122
λ_2	0,2472	0,1509	0,1780
λ_3	0,01	0,0576	0,0411
σ_1	0,2955	0,2955	0,2177
σ_2	0,2627	0,2627	0,2660
σ_3	0,15	0,15	0,1511
ΔV (Km/s)	8,58	9,76	9,678

Tabela 5.1 – Comparação entre os foguetes.

A partir dos valores da tabela 5.1, pode-se observar que o ΔV do VSB-30-1 é muito inferior ao valor do VSB-30-2. Percebe-se que as massas iniciais de cada estágio, m_{01} , m_{02} e m_{03} , do VSB-30-2 e do foguete SS-520-5 são próximas entre si, enquanto que o VSB-30-1 não possui a mesma proporção. Como resultado, eles também têm os valores de ΔV , 9,76km/s e 9,67km/s, próximos entre si, enquanto que o VSB-30-1 fica com 8,58km/s. Consequentemente esse valor impede que alguma órbita seja alcançada.

O foguete de três estágios otimizado, VSB-30-2, assim como o SS-520-5 e os foguetes já mencionados, *Electron* e *Vanguard*, possui grande parte de sua massa inicial total constituída de propelente do primeiro estágio, e grande parte da massa inicial do segundo estágio de propelente do segundo estágio, o que já era esperado.

5.2 SIMULAÇÃO DO VOO DO VSB-30 OTIMIZADO COM TRÊS ESTÁGIOS

O resultado da simulação do voo do VSB-30 atual, com 2 estágios, é mostrado a seguir de modo a verificar a modelagem matemática. As condições de entrada para as simulações do VSB-30 atual e do VSB-30-2, que é o otimizado, são mostradas na tabela 5.2, onde t_{i2} e t_{i3} , tempos para ignição, para o VSB-30-2 foram obtidos por tentativa e erro. Para o VSB-30-1, o voo não foi simulado, pois seu ΔV foi baixo. Já para o VSB-30 atual foi feita a simulação a fim de verificar se o código no *MATLAB* foi feito corretamente. Além disso, os tempos de queima t_{q1} e t_{q2} foram calculados de maneira a fornecer as mesmas magnitudes de empuxo do primeiro e segundo estágio do VSB-30, respectivamente.

Variáveis iniciais	VSB-30	VSB-30-2
$A_0(^\circ)$	65	65
$\phi_0(^\circ)$	84	74
$t_{q1}(s)$	12,66	27,54
$t_{s1}(s)$	1	1
$t_{i2}(s)$	2	95,4
$t_{q2}(s)$	21,3	6,82
$t_{s2}(s)$	1	2
$t_{i3}(s)$	-	222
$t_{q3}(s)$	-	30
$t_{sc}(s)$	1	2

Tabela 5.2 – Valores de entrada para as simulações do VSB-30 atual e o VSB-30-2. Início da ignição do primeiro estágio em t = 0s para ambos.

Onde:

- A_0 : Azimute da velocidade relativa em t = 0s.
- ϕ_0 : Elevação da velocidade relativa em t = 0s.
- t_{qk} : tempo de queima do estágio k.
- t_{sk} : tempo entre o final da queima do estágio k e sua separação.
- t_{ik} : tempo para a ignição do estágio k após a separação do estágio anterior.
- *t_{sc}*: tempo entre o final da queima do último estágio e separação da carga útil.

O VSB-30 tem 282km de apogeu nominal segundo (PALMERIO et al., 2003). Em (GARCIA et al., 2011), conforme dados de voos, o apogeu variou de 254km a 272km, porém, para diferentes valores de carga útil, ângulo inicial de elevação, etc. Na figura 5.1, a simulação obteve 267km. A pressão dinâmica foi elevada, figura 5.2, em comparação

aos dados do VSB-30, que tinha $123kN/m^2$ como valor nominal máximo em (PALMERIO et al., 2003) e abaixo de $120kN/m^2$ para o primeiro estágio segundo (PALMERIO et al., 2005).



Figura 5.1 – Apogeu de 267km.

Fonte: Autor.

Figura 5.2 – Pressão dinâmica para o VSB-30.



Fonte: Autor.

O resultado da simulação de altitude do VSB-30-2 é mostrado na figura 5.3. Analisando essa figura juntamente à figura das variáveis inerciais, figura 5.4, é possível deduzir que foi necessário uma pequena fase balística após a queima do primeiro estágio a fim de obter um ângulo de trajetória, ϕ_i , próximo a zero na inserção em órbita, além de outro voo balístico após a queima do segundo estágio. Embora o ΔV dos motores do VSB-30-2 fosse 9, 76km/s, a velocidade alcançada após o final da queima do terceiro estágio foi de 7,88 km/s, uma diferença de 1,88 km/s. A pressão dinâmica, que atingiu valores mais altos que para o VSB-30, é mostrada na figura 5.5.



Figura 5.3 – Primeiros 800 segundos da simulação.

Fonte: Autor.

Figura 5.4 – Variáveis inerciais para a primeira hora de voo.



Fonte: Autor.

Figura 5.5 – Pressão dinâmica para o VSB-30-2.



Fonte: Autor.

As fases balísticas podem ser percebidas nos intervalos entre os empuxos do VSB-30-2 e também na variação da massa, figura 5.6. Na variação de massa, é possível notar com clareza a separação do primeiro estágio devido a queda na massa do foguete.

Figura 5.6 – Empuxo e massa pelo tempo.



A mesma simulação da figura 5.3, mas para um tempo de simulação de 1 dia, figura 5.7, revela que o VSB-30-2, otimizado, poderia atingir uma altitude de perigeu um pouco maior desde que tivesse uma excentricidade menor, já que atingiu uma órbita 326km x 955km, ou seja, excentricidade igual a 0,04485.



Figura 5.7 – Altitude pelo tempo.

Fonte: Autor.

5.3 ESTIMATIVA DE MASSA E PROPOSTA DE MODIFICAÇÃO PARA O VSB-30

Tirar a carga útil de 400kg do VSB-30 atual e acrescentar um terceiro estágio a propelente líquido, com razão estrutural de 0, 15 e uma massa total de 400kg, não foi o suficiente, pois o ΔV foi de apenas 8, 56km/s. No entanto, 0, 15 foi um valor arbitrário, apenas para verificar o impacto da distribuição de massa no desempenho. O resultado da estimativa de massa, com base nas equações já apresentadas, e nos dados de entrada da tabela 5.3, são mostrados a seguir, na figura 5.8, para o propelente LOx-RP1 e N_2O_4 -MMH, para diferentes empuxos, considerando 360kg de massa de propelente.

Tabela 5.3 – Dados para a estimativa de massa, utilizou-se valores aproximados para esse tipo de propulsão.

	LOx-RP1	N_2O_4 -MMH
$P_{tanque}(MPa)$	2,2	2,2
$P_{cc}(MPa)$	1,12	1,12
$lpha_p$	2,45	2
FS	1,5	1,5
$R_{tp}(m)$	0,2	0,2

A estimativa teve que considerar os tanques cilíndricos, com as bases esféricas, isso porque o tanque esférico teria um raio maior que o raio do corpo do foguete. Considerouse, portanto, o raio igual a 0,2 metros.

Figura 5.8 – Massa estrutural de acordo com o empuxo do motor. Essa relação foi baseada nas equações de estimativa de massa, que (CASTELLINI, 2012) apresenta como resultado do processo de regressão linear a partir de dados de outros foguetes, é apenas uma aproximação a nível conceitual, pois na realidade empuxo e massa estrutural não tem dependência linear.



Fonte: Autor.

O propelente N_2O_4 -MMH apresentou menor massa estrutural para pequenos empuxos para uma mesma massa de propelente. Para o caso de 5000N de empuxo, a massa estrutural foi de 50, 146kg, resultando em uma razão estrutural de 0, 1223 e uma massa do terceiro estágio de 414, 146kg (propelente, massa estrutural e carga útil somados). O ΔV total para essa configuração é de 9, 15km/s, para $I_{sp3} = 317s$, ou 9, 31km/s para um $I_{sp3} = 325s$. Embora o terceiro estágio fique mais pesado, e isso diminua o desempenho dos dois primeiros estágios, é possível que o ganho do terceiro estágio recompense essa diminuição.

A metodologia em (CASTELLINI, 2012) mostrou uma relação entre o empuxo e a massa estrutural em que motores mais leves estão relacionados a empuxos menores. Sendo assim, se o VSB-30 for adaptado para um terceiro estágio mais pesado que 400kg, sem alterar a massa e a razão estrutural dos dois primeiros estágios e considerando um empuxo pequeno, mantendo-se 5000N para o terceiro estágio, pode-se inserir diferentes valores de massa de propelente para as equações de estimativa de massa e analisar como varia o ΔV total do foguete, figura 5.9, uma vez que a massa estrutural e de propelente de cada estágio é conhecida. Fixar o empuxo em 5000N e aumentar a quantidade de propelente pode ser vantajoso para diminuir a razão estrutural porque a estimativa da massa do motor e da massa do controle do vetor empuxo não se alteram, pois dependem do empuxo, equações 4.17 e 4.33.

Optou-se por alterar somente o terceiro estágio porque o resultado da otimização mostrou uma configuração, ou seja, uma distribuição de massa entre os estágios, muito diferente do VSB-30, o que descaracterizaria o VSB-30 nas modificações. Para deixar na proporção do VSB-30-2, deveria ser aumentado o primeiro estágio, mas, conforme (TEWARI, 2007), alterações no último estágio têm maior influência no ΔV .

Figura 5.9 – ΔV total do foguete para diferentes valores de massa do terceiro estágio. Primeiro calcula-se a massa do terceiro estágio e, então, ela é dada como uma carga útil para o cálculo do ΔV dos dois primeiros estágios.



Fonte: Autor.

Na figura 5.9, é possível ver que o ΔV do primeiro e segundo estágio somados diminuem com o aumento da massa do terceiro estágio, o que é o esperado. Porém, o ΔV do terceiro estágio aumenta devido a diminuição da razão estrutural. Com isso, o ΔV total alcança 9,523 km/s para 584,3kg de massa do terceiro estágio, o que é um ΔV favorável a inserção em órbita. O cálculo de cada componente estrutural para essa massa é mostrado na tabela 5.4.

Componente	massa (kg)
M_{WER}	3,4868
M press	3,1483
m_{comb}	4,3207
m_{oxid}	5,2841
M_{perdas}	1,664
$M_{press,tanque}$	15,7219
M_{TVC}	21,461
M_{PLA}	0,1945
$M_{restante}$	5,0469
Total	60,3282

Tabela 5.4 – Massa estrutural do terceiro estágio do VSB-30-3.

A simulação do voo dessa configuração é feita com os dados de entrada da tabela 5.5.

Tabela 5.5 – Valores de entrada para a simulação do VSB-30-3 com início da ignição do primeiro estágio em t = 0s.

$A_0(^\circ)$	65
$\phi_0(^\circ)$	73
$t_{q1}(s)$	12,66
$t_{s1}(s)$	0
$t_{i2}(s)$	2
$t_{q2}(s)$	21,3
$t_{s2}(s)$	0
$t_{i3}(s)$	48
$t_{q3}(s)$	331,48
$t_{sc}(s)$	0
σ_1	0,2955
σ_2	0,2627
σ_3	0,1040
$m_{01}(kg)$	2763,3
$m_{02}(kg)$	1802,3
$m_{03}(kg)$	584,3
$I_{sp1}(s)$	261
$I_{sp2}(s)$	262
$I_{sp3}(s)$	325

Os gráficos resultantes da simulação são mostrados nas figuras abaixo. Na figura 5.11, tem-se que a velocidade inercial ao final da queima do terceiro estágio é de 7,787 km/s.



Figura 5.10 – Perigeu da órbita em torno de 278km.

Fonte: Autor.

Figura 5.11 – Variáveis inerciais. Percebe-se o lento aumento da velocidade, entre 84 segundos e 415 segundos, devido ao baixo empuxo do terceiro estágio, o que diminui o tempo de voo balístico.



Fonte: Autor.





Fonte: Autor.

Figura 5.13 – Pressão dinâmica um pouco menor durante o primeiro estágio, mas maior no segundo em comparação ao que foi visto do VSB-30 de dois estágios.



Fonte: Autor.

Figura 5.14 – Simulação de 1 dia de voo, é possível ver que a órbita se mantém por pouco tempo, com as altitudes de perigeu e apogeu diminuindo com o tempo.



Fonte: Autor.

Figura 5.15 – Trajetória da órbita do *CubeSat* projetada na Terra.



Fonte: Autor.

6 CONCLUSÃO

O trabalho teve como objetivo acrescentar um terceiro estágio ao atual VSB-30 para torná-lo um lançador de *CubeSat*. Foram pesquisados alguns foguetes que se assemelhassem ao futuro VSB-30 lançador, ou seja, com massa e missão similares, porque em um primeiro momento, seria mantida a massa inicial do VSB-30 original, que é de 2579kg. No entanto, o único foguete encontrado que se assemelhou, tanto em massa total quanto missão, ao futuro VSB-30, foi o SS-520-5. Comparando os valores de distribuição de massa do SS-520-5 com duas versões de VSB-30 de três estágios, uma apenas substituindo o módulo de carga útil de 400kg por um estágio de 400kg, chamada de VSB-30-1 e outra com distribuição de massa otimizada, chamada VSB-30-2, foi possível concluir que o VSB-30-1 não é adequado para uma missão de injetar um *CubeSat* em uma órbita da Terra por possuir um ΔV baixo, de 8,58km/s. Foram considerados motores a propelente líquido para os terceiros estágios dos VSB-30 modificados devido ao maior impulso específico desse tipo de motor. A razão estrutural e o impulso específico considerados para esses terceiros estágios foram 0, 15 e 317s, respectivamente.

O VSB-30-2 foi utilizado em uma simulação de inserção de um *CubeSat* de 4kg em uma órbita na qual o perigeu foi um pouco acima de 300km. Essa simulação mostrou que o VSB-30-2, uma configuração de ΔV otimizado, é capaz de atingir uma órbita 326km x 955km.

A estimativa de massa de um terceiro estágio a propelente líquido, com pressurização a gás, foi realizada. Utilizou-se o propelente N_2O_4 -MMH, um par hipergólico, porque apresentou menor massa estrutural para baixos empuxos em comparação ao propelente LOx-RP1. Mas de qualquer maneira, não foi viável em um terceiro estágio de 400kg. Aumentou-se para 584.3kg a massa do terceiro estágio de modo a obter uma razão estrutural menor, considerando um empuxo de 5kN.

A partir da massa estrutural estimada, realizou-se a simulação de voo para essa nova configuração de 2763, 3kg de massa inicial, que atingiu uma órbita de 278, 2km de perigeu e 433, 3km de apogeu. Assim como possivelmente o SS-520-5 e a versão otimizada, a elevação inicial teve de ser menor que 75 graus. Foi possível perceber a diminuição do apogeu e perigeu dentro de 1 dia.

6.1 SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

 Utilizar outras tecnologias e/ou outro propelente de modo a obter melhor desempenho para o terceiro estágio.

- Assim como o foguete japonês SS-520-5, sugere-se propor configurações utilizando um terceiro estágio sólido.
- Propor mudanças estruturais nos dois primeiros estágios de modo a diminuir a razão estrutural, assim como propor propelentes sólidos com maior impulso específico de maneira a aumentar significativamente o desempenho ou tornar viável até mesmo um terceiro estágio sólido.
- Melhorar o algoritmo para simulação, para não ser algo baseado em tentativa e erro.
- Realizar a modelagem matemática de equações de cinemática e dinâmica de rotação para um VSB-30 acrescido de um terceiro estágio.
- Realizar simulações de voo de configurações promissoras.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Astronautix. **Vanguard**. 2019. Acesso em 03 dez. 2019. Disponível em: http://www.astronautix.com/v/vanguard.html.

CASTELLINI, F. Multidisciplinary Design Optimization For Expendable Launch Vehicles. 2012. 148 f. Tese (Doutorado em Engenharia Aeroespacial) — Politecnico di Milano, Milão, 2012.

CORNELISSE, J. W.; SCHöYER, H.; WAKKER, K. F. **Rocket Propulsion and Spaceflight Dynamics**. London: Pitman, 1979.

CURTIS, H. D. Orbital Mechanics for Engineering Students. 3. ed. USA: Elsevier, 2014.

GARCIA, A. et al. Vsb-30 sounding rocket: history of flight performance. **Journal of Aeros**pace Technology and Management, v. 3, n. 3, p. 325–330, 2011.

HARADA, M. A. Análise do Impacto da Certificação no Processo de Transferência de Tecnologia: Estudo de Caso da Certificação no Veículo Suborbital VSB-30 para o Programa Espacial Brasileiro. 2019. 46 f. Monografia (Trabalho de Conclusão de Curso) — Curso de Especialização em Gestão de Políticas de Ciência, Tecnologia e Inovação, Escola Nacional de Administração Pública, Brasília, 2019.

INATANI, Y. Ss-520 nano satellite launcher and its flight result. In: ANNUAL CONFERENCE ON SMALL SATELLITES, 32., 2018, USA. **Anais eletrônicos...** Utah: AIAA/USU, 2018. Acesso em: 03/12/2019. Disponível em: https://digitalcommons.usu.edu/cgi/viewcontent.cgi?article=4120&context=smallsat>.

ITO, T. et al. Sounding rocket ss-520 as a cubesat launch vehicle. Acta Astronautica, v. 170, p. 206–223, 2020.

LOUREDA, O. B.; GANY, A. Disruptive architecture applied to commercially viable dedicated cubesat launcher. In: IAA LATIN AMERICAN SYMPOSIUM ON SMALL SATELLITES, 1., 2017, Argentina. **Anais eletrônicos...** AIAA/USU, 2017. Acesso em: 28/08/2020. Disponível em: http://www.unsam.edu.ar/institutos/Colomb/pdf/session13_E.pdf>.

MATTINGLY, J. D.; BOYER, K. M. Elements of Propulsion. 2. ed. USA: AIAA Education Series, 2016.

MOTA, F. A. da S. **Modeling and Simulation of Launch Vehicles Using Object-Oriented Programming**. 2015. 149 f. Tese (Doctorate in Space Engineering and Technology/Space Mechanics and Control Division) — Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais, São José dos Campos, 2015.

Niederstrasser, Carlos. **Small Launch Vehicles – A 2018 State of the Industry Survey**. 2018. Acesso em 03 dez. 2019. Disponível em: https://digitalcommons.usu.edu/cgi/viewcontent.cgi?article=4118&context=smallsat>.

PALMERIO, A. F. et al. Results from the first flight of the vsb-30 sounding rocket. **European Rocket and Balloon Programmes and Related Research**, p. 345–349, 2005.

. The development of the vsb-30 sounding rocket vehicle. **European Rocket and Bal-Ioon Programmes and Related Research**, p. 137–140, 2003. REIS, M. L.; FALCãO, J. B.; JR., A. M. Experimental results from the sounding vehicle sonda iii test campaign in the pilot transonic wind tunnel. **Journal of Aerospace Techno-logy and Management**, v. 3, n. 3, p. 311–324, 2011.

REIS, M. L. et al. Aerodynamic loads measurement of a sounding rocket vehicle tested in wind tunnel. In: IMEKO WORLD CONGRESS FUNDAMENTAL AND APPLIED ME-TROLOGY, XIX., 2009, Portugal. **Anais eletrônicos...** Lisboa: AIAA/USU, 2009. Acesso em: 03/10/2020. Disponível em: http://citeseerx.ist.psu.edu/viewdoc/download?doi=10.1. 1.416.376&rep=rep1&type=pdf>.

Rocket Lab. **Rocket Lab Electron**. 2019. Acesso em 03 dez. 2019. Disponível em: https://www.spacelaunchreport.com/electron.html.

SILVEIRA, G. da; CARRARA, V. A six degrees-of-freedom flight dynamics simulation tool of launch vehicles. Journal of Aerospace Technology and Management, v. 7, n. 2, 2015.

Spaceflight101. Japan's SS-520 CubeSat Launch Vehicle Achieves Success on Second Try. 2018. Acesso em 03 dez. 2019. Disponível em: http://spaceflight101.com/japan-ss-520-5-launch-success/.

. World's Smallest Launch Vehicle Ready for Second Attempt at Reaching Orbit. 2018. Acesso em 03 dez. 2019. Disponível em: http://spaceflight101.com/ss-520-5-launch-preview/.

Spacenews. **Backed by Samsung, South Korean startup Perigee aims for 2020 maiden launch**. 2019. Acesso em 03 set. 2020. Disponível em: https://spacenews.com/backed-by-samsung-south-korean-startup-perigee-aims-for-2020-maiden-launch/.

SUTTON, G. P.; BIBLARZ, O. Rocket Propulsion Elements. 9. ed. USA: Wiley, 2016.

TEWARI, A. Atmospheric and Space Flight Dynamics. Kanpur, India: Birkhäuser, 2007.

TUCKER, J. et al. Development of a small bipropellant rocket engine utilizing additive manufacturing processes. In: AIAA SPACE, 2016, Long Beach, California. **Anais eletrônicos...** AIAA, 2016. Acesso em: 03/09/2020. Disponível em: https://arc.aiaa.org/doi/10.2514/6. 2016-5405>.

WIESEL, W. E. Spaceflight Dynamics. Beavercreek, USA: Aphelion Press, 2010.