

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA MARIA
CENTRO DE CÊNCIAS NATURAIS E EXATAS
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA
E ENSINO DE FÍSICA**

Guédulla de Senna Dias

**ÁLGEBRA E FORMAÇÃO DOCENTE: UMA ANÁLISE DOS
PROJETOS PEDAGÓGICOS DE CURSO DE LICENCIATURA EM
MATEMÁTICA DO RS**

**Santa Maria, RS
2022**

Guédulla de Senna Dias

**ÁLGEBRA E FORMAÇÃO DOCENTE: UMA ANÁLISE DOS
PROJETOS PEDAGÓGICOS DE CURSO DE LICENCIATURA EM
MATEMÁTICA DO RS**

Dissertação apresentada ao curso de Pós-Graduação em Educação Matemática e Ensino de Física, da Universidade Federal de Santa Maria (UFSM, RS), como requisito parcial para a obtenção do título de **Mestre em Educação Matemática**.

Orientadora: Prof^ª Dr^ª Fabiane Cristina Höpner Noguti

Santa Maria, RS
2022

Dias, Guédulla de Senna
ÁLGEBRA E FORMAÇÃO DOCENTE: UMA ANÁLISE DOS PROJETOS
PEDAGÓGICOS DE CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA DO RS
/ Guédulla de Senna Dias.- 2022.
167 p.; 30 cm

Orientadora: Fabiane Cristina Höpner Noguti
Dissertação (mestrado) - Universidade Federal de Santa
Maria, Centro de Ciências Naturais e Exatas, Programa de
Pós-Graduação em Educação Matemática e Ensino de Física, RS,
2022

1. Álgebra escolar 2. Álgebra acadêmica 3.
Licenciatura em Matemática 4. Pensamento algébrico 5.
Projeto Pedagógico de Curso I. Höpner Noguti, Fabiane
Cristina II. Título.

Sistema de geração automática de ficha catalográfica da UFSM. Dados fornecidos pelo autor(a). Sob supervisão da Direção da Divisão de Processos Técnicos da Biblioteca Central. Bibliotecária responsável Paula Schoenfeldt Patta CRB 10/1728.

Declaro, GUÉDULLA DE SENNA DIAS, para os devidos fins e sob as penas da lei, que a pesquisa constante neste trabalho de conclusão de curso (Dissertação) foi por mim elaborada e que as informações necessárias objeto de consulta em literatura e outras fontes estão devidamente referenciadas. Declaro, ainda, que este trabalho ou parte dele não foi apresentado anteriormente para obtenção de qualquer outro grau acadêmico, estando ciente de que a inveracidade da presente declaração poderá resultar na anulação da titulação pela Universidade, entre outras consequências legais.

Guédulla de Senna Dias

**ÁLGEBRA E FORMAÇÃO DOCENTE: UMA ANÁLISE DOS PROJETOS
PEDAGÓGICOS DE CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA DO RS**

Dissertação apresentada ao Curso de Pós-Graduação em Educação Matemática e Ensino de Física, da Universidade Federal de Santa Maria (UFSM, RS), como requisito parcial para obtenção do título de **Mestre em Educação Matemática.**

Aprovado em 22 de setembro de 2022:

Fabiane Cristina Höpner Noguti, Dra. (UFSM)
(Presidente/Orientadora)

Maria Arlita da Silveira Soares, Dra. (Unipampa – Caçapava do Sul)

Rita de Cássia Pistóia Mariani, Dra. (UFSM)

Anemari Roesler Luersen Vieira Lopes, Dra (UFSM)

Santa Maria, RS

2022

Agradecimentos

Agradeço primeiramente à Deus por ter me dado força e sabedoria para concluir esta etapa da minha formação acadêmica.

Agradeço à minha família pelo apoio.

Agradeço à minha orientadora, professora Dra. Fabiane Höpner Noguti, pela compreensão, paciência e ensinamentos durante a realização desta pesquisa.

Agradeço ao Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática e Ensino de Física (PPGEMEF) da Universidade Federal de Santa Maria (UFSM) pela oportunidade de cursar o mestrado e a todos os professores pelos conhecimentos compartilhados comigo ao longo desta trajetória.

Agradeço às professoras Dra. Anemari Roesler Luersen Vieira Lopes, Dra. Maria Arlita da Silveira Soares e Dra. Rita de Cássia Pistóia Mariani, por terem aceitado fazerem parte da banca de qualificação do mestrado e por todas as contribuições dadas a este trabalho.

Agradeço à professora Dra. Maria Arlita da Silveira Soares por todos os ensinamentos no período da graduação e por me incentivar a ingressar no mestrado.

Agradeço à minha prima Marcelia Donicht pelo apoio, incentivo e amizade.

Agradeço ao meu namorado Rudimar Rasador pelo incentivo, apoio e compreensão.

Agradeço à minha amiga Mayara Fagundes Sena da Silva pelo apoio e amizade.

Agradeço também a todos que fizeram desta trajetória. Muito obrigada!

RESUMO

ÁLGEBRA E FORMAÇÃO DOCENTE: UMA ANÁLISE DOS PROJETOS PEDAGÓGICOS DE CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA DO RS

AUTORA: Guédulla de Senna Dias

ORIENTADORA: Fabiane Cristina Höpner Noguti

Esta pesquisa, de cunho qualitativo e de procedimento bibliográfico, teve por objetivo analisar os Projetos Pedagógicos de Curso (PPC) de seis Universidades Federais (UF) do estado do Rio Grande do Sul (RS), buscando indícios de como se dá a formação inicial de professores de Matemática no que se refere aos conhecimentos da Álgebra e as relações com a Álgebra escolar e com o pensamento algébrico. Para tanto, na análise documental dos PPC de seis UF do RS emergiram duas categorias de análise, a saber: Conhecimentos de Álgebra tratados/enfatizados no PPC de cada instituição pesquisada; na qual se buscou identificar ainda aproximações e distanciamentos entre a Álgebra acadêmica e a Álgebra escolar; e, Aspectos/Conhecimentos da Álgebra Escolar e do Pensamento Algébrico enfatizados em outras disciplinas do curso. Em relação a primeira categoria destaca-se que do total de 34 disciplinas obrigatórias relacionadas a Álgebra acadêmica há indícios de que em 31 delas o foco está no estudo e domínio de conceitos específicos vinculados à Matemática acadêmica. Já nas outras três há evidências de que sejam buscadas algumas relações entre os conceitos estudados e o ensino da Educação Básica. Foram identificadas, nos PPC, 10 disciplinas optativas sendo Álgebra Linear II comum a todos eles. Com base na análise dos seis cursos infere-se que o processo de formação valoriza o estudo/aquisição de conhecimentos algébricos que levam a construção de uma concepção avançada da Matemática escolar, em especial, da Álgebra escolar. Em relação às aproximações e distanciamentos, constatou-se que em todos os cursos as disciplinas apresentam certa similaridade nos conhecimentos de Álgebra e/ou referências indicados, bem como que, parte destes conhecimentos se aproximam de conceitos algébricos tratados na Educação Básica. No entanto, a maior parte das disciplinas (31) parecem priorizar aspectos da Álgebra acadêmica distanciando-se de abordagens da Álgebra escolar. Em relação a segunda categoria constatou-se que, conhecimentos relacionados a Álgebra escolar e/ou pensamento algébrico são propiciados principalmente em disciplinas para os quais estão definidas horas de Prática como Componente Curricular (PCC). Diante disso, sinaliza-se a importância de os cursos pesquisados valorizarem uma relação mais problematizadora entre a Álgebra acadêmica e a Álgebra escolar, tendo como referência o ensino da Álgebra na Educação Básica, de modo a viabilizar a preparação do professor para o trabalho com as especificidades relativas ao ensino e aprendizagem deste campo da Matemática escolar.

Palavras-chave: Álgebra Escolar; Pensamento Algébrico; Álgebra Acadêmica.

ABSTRACT

ALGEBRA AND TEACHER EDUCATION; AN ANALYSIS OF THE PEDAGOGICAL PROJECT OF MATHEMATICS TEACHING DEGREES IN RS

AUTHOR: Guédulla de Senna Dias

ADVISOR: Fabiane Cristina Höpner Noguti

This qualitative bibliographical research aimed to analyze the Course Pedagogical Process (CPP) of six Federal Universities (FU) in the state of Rio Grande do Sul (RS), Brazil, focusing on the pre-service education of Mathematic teachers regarding Algebra knowledge and the relations with school Algebra and Algebraic thinking. During the documental analysis of the CPP of the six FUs in RS, two analytical categories emerged: Algebra Knowledge treated/emphasized in the CPP of the researched institution, in which we tried to identify approximations and distances between academic Algebra and school Algebra; Aspects/Content of school Algebra and Algebraic thinking emphasized in other subjects of the degree. Regarding the first category, we highlight that, out of the 34 required subjects related to Academic Algebra, in 31 the focus is on studying and mastering specific concepts connected to academic Algebra. On the other three, we found evidence of some relation between the concepts studied and K-12 teaching. We identified in the CPP 10 optional subjects, amongst which Linear Algebra II was common to all. Based on the analysis of the six undergraduate courses, we can infer that the teacher education process values the study/acquisition of algebraic knowledge that constructs an advanced concept of school Mathematics, mainly school Algebra. Concerning the approximations and distances, we have perceived that the subjects in all degrees have certain similarities in Algebra knowledge and/or indicated references, and part of this knowledge is closer to the algebraic concepts used in K-12 education. However, most subjects (31) seem to prioritize academic Algebra aspects, distancing themselves from school Algebra. As for the second category, the knowledge related to school Algebra and/or Algebraic thinking are mainly proposed in subjects where some hours are allocated to Practice as a Curriculum Component (PCC). Therefore, we point out the need for the analyzed degrees to value a more questioning relationship between academic and school Algebra, guided by Algebra teaching in K-12 education, to enable teachers' training to work with the specificities of teaching and learning in this field of school Mathematics.

Keywords: School Algebra; Algebraic Thinking; Academic Algebra.

LISTA DE FIGURAS

FIGURA 1 – Vertentes fundamentais do pensamento algébrico.....	31
FIGURA 2 – Esquema das características do pensamento algébrico.....	32
FIGURA 3 – Resposta de um estudante a um problema de partilha.....	33
FIGURA 4 – Diferentes concepções da Álgebra escolar.....	38

LISTA DE QUADROS

QUADRO 1 – Levantamento das pesquisas sobre Álgebra na formação inicial de professores de Matemática concluídas entre os anos de 2012 e 2019 junto aos programas de pós-graduação no Brasil.....	10
QUADRO 2 – Concepções de Álgebra e Educação Algébrica.....	23
QUADRO 3 – Concepções de Álgebra e os usos das letras.....	26
QUADRO 4 – Concepções de Educação Algébrica.....	28
QUADRO 5 – Sítios de acesso aos PPC.....	62
QUADRO 6 – Disciplinas selecionadas nos seis cursos de LM analisados.....	64
QUADRO 7 – Descrição das disciplinas selecionadas na UFRGS.....	68
QUADRO 8 – Descrição das disciplinas selecionadas na FURG.....	72
QUADRO 9 – Descrição das disciplinas selecionadas na UFPEL.....	78
QUADRO 10 – Descrição das disciplinas selecionadas na UNIPAMPA campus Bagé.....	86
QUADRO 11 – Descrição das disciplinas selecionadas na UNIPAMPA campus Itaquí.....	91
QUADRO 12 – Descrição das disciplinas selecionadas na UFSM.....	96
QUADRO 13 – Conhecimentos de Álgebra nas disciplinas que contemplam o estudo de funções, equações, etc.....	102
QUADRO 14 – Conhecimentos de Álgebra nas disciplinas relacionadas a Aritmética.....	105
QUADRO 15 – Conhecimentos de Álgebra nas disciplinas relacionadas a Lógica.....	107
QUADRO 16 – Conhecimentos de Álgebra nas disciplinas de Álgebra Linear.....	109
QUADRO 17 – Conhecimentos de Álgebra nas disciplinas de Álgebra Abstrata.....	110
QUADRO 18 – Disciplinas que contemplam aspectos da Álgebra escolar nos cursos pesquisados.....	115
QUADRO 19 – Referências indicadas para Laboratório de Prática de Ensino-Aprendizagem em Matemática III.....	118
QUADRO 20 – Referências indicadas para Laboratório de Educação Matemática III.....	120
QUADRO 21 – Referências indicadas para Softwares na Aprendizagem da Matemática.....	121
QUADRO 22 – Referências indicadas para Laboratório de Ensino de Matemática I.....	123
QUADRO 23 – Referências indicadas para Laboratório de Ensino de Matemática III.....	126
QUADRO 24 – Referências indicadas para Educação Matemática A.....	128
QUADRO 25 – Referências indicadas para Educação Matemática B.....	129
QUADRO 26 – Referências indicadas para Resolução de Problemas A.....	130

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	7
2	ENTENDIMENTOS ACERCA DA ÁLGEBRA E PENSAMENTO ALGÉBRICO	17
2.1	ALGUNS ENTENDIMENTOS DE ÁLGEBRA SOB A ÓTICA DE PESQUISADORES DA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA.....	17
2.1.1	Concepções de Álgebra e Educação Algébrica, segundo Fiorentini, Miorim e Miguel (1993) e Fiorentini, Fernandes e Cristovão (2005).....	17
2.1.2	Concepções de Álgebra, segundo Usiskin (1995).....	24
2.1.3	Concepções de Educação Algébrica, segundo Lins e Gimenez (1997).....	26
2.2	PENSAMENTO ALGÉBRICO: ALGUMAS CONSIDERAÇÕES	29
2.3	O ESTUDO DA ÁLGEBRA ESCOLAR, SEGUNDO PROPOSTAS CURRICULARES DA EDUCAÇÃO BÁSICA.....	36
2.3.1	Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Fundamental	37
2.3.2	Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Médio.....	39
2.3.3	Orientações Curriculares Nacionais para o Ensino Médio	41
2.3.4	Base Nacional Comum Curricular	42
3	FORMAÇÃO INICIAL DE PROFESSORES DE MATEMÁTICA	49
3.1	BREVE DISCUSSÃO SOBRE FORMAÇÃO DE PROFESSORES.....	49
3.2	ALGUMAS LEGISLAÇÕES QUE ORIENTAM A FORMAÇÃO DE PROFESSORES.....	58
3.2.1	Diretrizes Curriculares Nacionais para a Formação de Professores da Educação Básica	58
3.2.2	Diretrizes Curriculares Nacionais para a Formação Inicial em Nível Superior	59
4	PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS	62
5	ANÁLISE E DISCUSSÕES	66
5.1	CONHECIMENTOS DE ÁLGEBRA TRATADOS/ENFATIZADOS NOS PPC	66
5.1.1	Universidade Federal do Rio Grande do Sul – UFRGS	66
5.1.2	Universidade Federal do Rio Grande – FURG	71
5.1.3	Universidade Federal de Pelotas – UFPEL	77
5.1.4	Universidade Federal do Pampa – UNIPAMPA, Campus Bagé.....	85
5.1.5	Universidade Federal do Pampa – UNIPAMPA, Campus Itaqui.....	90
5.1.6	Universidade Federal de Santa Maria – UFSM	95
5.1.7	Algumas aproximações e distanciamentos entre a Álgebra acadêmica e a Álgebra escolar ..	101
5.2	ASPECTOS/CONHECIMENTOS DA ÁLGEBRA ESCOLAR E DO PENSAMENTO ALGÉBRICO ENFATIZADOS EM OUTRAS DISCIPLINAS DOS CURSOS	115
6	CONSIDERAÇÕES FINAIS	135
	REFERÊNCIAS	142

APÊNDICE 1	145
APÊNDICE 2	148
APÊNDICE 3	150
APÊNDICE 4	153
APÊNDICE 5	155
APÊNDICE 6	158
APÊNDICE 7	160

1 INTRODUÇÃO

O interesse em pesquisar sobre Álgebra e o desenvolvimento do pensamento algébrico emerge de experiências vivenciadas no período da graduação no Curso de Ciências Exatas – Licenciatura, realizado na UNIPAMPA, *campus* Caçapava do Sul/RS, em particular, durante a participação no Programa Institucional de Bolsas de Iniciação à Docência (PIBID) – Subprojeto de Física, nos componentes de Estágio Supervisionado e da realização do Trabalho de Conclusão de Curso (TCC). Destaca-se que, o respectivo curso possibilita a escolha por diferentes percursos formativos nas áreas de Matemática, Física, Química ou Ciências da Natureza, a qual escolhi¹ a área da Matemática.

Durante a atuação nos Estágios Supervisionados de Monitoria e Regência I, em turmas do 8º Ano do Ensino Fundamental, identificou-se dificuldades dos estudantes no desenvolvimento de atividades envolvendo conceitos algébricos. No estágio de Regência II e em atividades realizadas no contexto do PIBID, ambos em turmas do 1º ano do Ensino Médio, também se percebeu dificuldades dos estudantes na resolução de situações envolvendo conceitos algébricos, em especial, funções.

Verifica-se que as dificuldades apresentadas por estudantes podem estar relacionadas à forma como o ensino da Álgebra é realizado ao longo da Educação Básica, na qual, muitas vezes, prioriza-se o estudo dos procedimentos e técnicas (algoritmos) de forma mecânica em detrimento da compreensão dos conceitos, não valorizando atividades que favoreçam o desenvolvimento do pensamento algébrico. (BRASIL, 1998).

Nesta direção, é importante destacar que os resultados das avaliações externas, por exemplo, Sistema de Avaliação da Educação Básica - SAEB e, também, pesquisas realizadas no âmbito da Educação Matemática, têm apontado que os estudantes apresentam dificuldades e falta de domínio no trabalho com conceitos algébricos. Conforme Sessa (2009 apud Pereira, 2017), as dificuldades apresentadas pelos estudantes estão relacionadas a forma como a Álgebra é introduzida na escola, e isso ocorre de várias maneiras, caracterizando o trabalho com Álgebra muitas vezes como uma ferramenta mecânica em detrimento da compreensão dos estudantes.

Santos (2010, p. 4) aponta que, a ideia de Álgebra vinculada à sua linguagem é condizente ao trabalho algébrico realizado nas salas de aula, na qual, “[...] o ensino tem sua ênfase totalmente baseada na exploração da manipulação simbólica padronizada, criando, no

¹ Por se tratar de uma justificativa pessoal será usada a primeira pessoa do singular. No entanto, ao longo do texto será usada a primeira pessoa do plural.

aluno, a concepção que álgebra é “brincar com letras”, seguindo regras bem definidas e imutáveis”.

Araujo (2008, p. 337) também considera que, o ensino da Álgebra atrelado apenas a manipulação simbólica além de não contribuir para a aprendizagem dos estudantes pode trazer dificuldades, destacando que:

[...] se a aprendizagem da álgebra for centrada na manipulação de expressões simbólicas a partir de regras que se referem a objetos abstratos, muito cedo os alunos encontrarão dificuldades nos cálculos algébricos e passarão a apresentar uma atitude negativa em relação à aprendizagem matemática, que para muitos fica desprovida de significação.

Diante do exposto, evidencia-se que muitos desafios permeiam o ensino da Álgebra escolar e, neste sentido, é fundamental que o professor compreenda aspectos relacionados ao seu ensino e aprendizagem e, também, acerca das características do pensamento algébrico. Desta forma, poderá propor situações que contribuam para o desenvolvimento do pensamento algébrico dos estudantes ao longo da Educação Básica.

Sublinha-se que as experiências, já mencionadas, contribuíram para a escolha da temática do meu Trabalho de Conclusão de Curso (TCC). Pois, acredito que é imprescindível a realização de mais estudos que problematizem o ensino da Álgebra na Educação Básica, em particular, os desafios do ensino e aprendizagem do conceito de função, nos Anos Finais do Ensino Fundamental. Para tanto, no referido estudo realizou-se uma análise documental acerca da abordagem do conceito de função em uma coleção de livros didáticos dos Anos Finais do Ensino Fundamental, o que exigiu a compreensão de aspectos associados ao ensino e aprendizagem da Álgebra escolar, em particular, de questões ligadas ao desenvolvimento do pensamento algébrico.

Destaco que as experiências vivenciadas no período da graduação contribuíram para ter um olhar mais crítico e reflexivo em relação a minha prática docente e perceber a importância de o professor buscar o aperfeiçoamento profissional, uma vez que a atuação docente requer uma formação contínua, além de configurar-se como um dos fatores que podem interferir na qualidade da Educação Básica. Assim, ao concluir o Curso de Ciências Exatas – Licenciatura, no 1º semestre de 2019, decidi buscar a Pós-Graduação. No 2º semestre de 2019 realizei a elaboração de um pré-projeto de pesquisa e a seleção para ingresso no Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática e Ensino de Física (PPGEMEF) da Universidade Federal de Santa Maria (UFSM), localizada no município de Santa Maria - RS.

Em março de 2020, ingressei no mestrado. Em função da Pandemia da Covid-19, as

disciplinas cursadas no 1º e 2º semestres de 2020 ocorreram na modalidade de ensino em REDE (Regime de Exercícios Domiciliares Especiais²), através de aulas síncronas e assíncronas. Apesar das aulas não terem sido realizadas presencialmente, ressalto que todas as disciplinas estudadas ao longo desses dois semestres contribuíram muito para a minha formação como pesquisadora da área da Educação Matemática.

Contudo, diante do contexto vivenciado em função da Pandemia de Covid-19, a proposta inicial de trabalho que seria realizada presencialmente em uma escola da rede pública de ensino precisou ser alterada. Desta forma, decidiu-se continuar pesquisando sobre Álgebra e buscar um novo foco para direcionar a investigação. Assim, a partir da delimitação dos temas “Álgebra” e “Formação Inicial de Professores de Matemática” buscou-se por trabalhos defendidos em Programas de Pós-Graduação do Brasil, em particular, no Catálogo de Teses e Dissertações da Capes³ e relacionados a esta temática. As buscas foram realizadas com base nas combinações entre o descritor “álgebra” e cada um dos seguintes descritores: “formação do professor”, “formação de professores”, “formação docente”, “formação inicial”, “formação inicial de professores”, “licenciandos em matemática”, “futuros professores”, “formação” e “professor”.

Após a identificação dos trabalhos no Catálogo de Teses e Dissertações da Capes, realizou-se a leitura dos títulos, resumos e palavras-chave a fim de selecionar aqueles que focalizam/discutem a Álgebra na formação inicial de professores de Matemática. A partir das diferentes buscas verificou-se que muitas pesquisas eram comuns, bem como grande parte não tinha relação direta com a temática já mencionada. Neste sentido, visando focalizar os trabalhos que discutem a Álgebra na formação inicial do professor de Matemática, definiu-se como critério a identificação das palavras “álgebra” e “formação inicial de professores” ou futuros professores, ou ainda, licenciandos em Matemática no título ou nos objetivos dos trabalhos. Considerou-se, também, a identificação de conceitos do campo algébrico e licenciatura em Matemática no título ou nos objetivos das pesquisas.

No Quadro 1 apresenta-se a seleção das pesquisas sobre Álgebra na formação inicial de professores de 2012 a 2019, publicadas no Brasil. Destaca-se que esse período não foi delimitado, ou seja, nas diferentes buscas foram identificados trabalhos que se encontravam no período acima descrito.

²Instituída pela Resolução 024 de 11 de agosto de 2020. Disponível em: <https://portal.ufsm.br/documentos/download.html?action=arquivoIndexado&download=false&id=265269>. Acesso em: 24 de ago. de 2021.

³ Disponível em: <https://catalogodeteses.capes.gov.br/catalogo-teses/>. Acesso em: 10 de 07 de 2021.

Quadro 1: Levantamento das pesquisas sobre Álgebra na formação inicial de professores de Matemática concluídas entre os anos de 2012 e 2019 junto aos programas de pós-graduação no Brasil.

(continua)

Dissertação (D)/Tese (T)/ Ano/ Instituição/ Programa de Pós-Graduação	Autor/ Orientador/Título	Objetivos/Questões
D/2012/UFSCar/Educação	Flávio de Souza Pires/ Maria do Carmo de Sousa/ Álgebra e formação docente: O que dizem os futuros professores de Matemática	Analisar as falas de um grupo de futuros professores de Matemática da cidade de São Carlos, Estado de São Paulo, em relação ao ensino da linguagem algébrica na Educação Básica.
D/2013/ UFMS Educação Matemática	Juliana Alves de Souza/ Patrícia Sandalo Pereira/ Equações e expressões algébricas para o ensino fundamental: Um olhar sobre alguns cursos de licenciatura em Matemática	Investigar o tratamento dado por alguns cursos de licenciatura em Matemática aos conteúdos equações e expressões algébricas diante das orientações dos Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Fundamental (PCNEF), tendo em vista a prática profissional do futuro professor de Matemática nos anos finais do Ensino Fundamental, isto é, busca-se analisar se há vínculos entre o tratamento dados a estes conteúdos matemáticos na formação inicial do professor , com base nos PCNEF, haja vista sua atuação docente na escola básica.
D/2015/ UFOP Educação Matemática	Juliano Pereira da Silva/ Plínio Cavalcanti Moreira/ Álgebra na escola básica versus Álgebra na licenciatura : Onde se encontra o X da questão	Questão 1: Quais são os conhecimentos matemáticos sobre álgebra trabalhados nas disciplinas obrigatórias do currículo do curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Federal de Minas Gerais? Questão 2: Como esses conhecimentos (identificados na Questão 1) se relacionam com as demandas de conhecimento da prática docente em matemática na Educação Básica?
T/2016/ PUC-SP/ Educação Matemática	Eneias de Almeida Prado/ Barbara Lutaif Bianchini/ Álgebra Linear na Licenciatura em Matemática : contribuições para a formação do profissional da Educação Básica	Compreender a Álgebra Linear ensinada para a Licenciatura em Matemática como um saber voltado para a formação do professor de Matemática que atuará na Educação Básica e buscar elementos e possibilidades para ressignificar a Álgebra Linear nessa formação, concebendo um conjunto de conhecimentos em Álgebra Linear, necessário para fundamentar a Álgebra a ser ensinada, na Educação Básica.
T/2016/ Unesp-PP Educação	Daniela Miranda Fernandes Santos/ Maria Raquel Miotto Morelatti/ A relação entre a álgebra acadêmica e a álgebra escolar em um curso de licenciatura em matemática : concepções de alunos e professores	Investigar a relação entre a álgebra acadêmica e a álgebra escolar expressa nas concepções de álgebra e do seu ensino entre professores e licenciandos matriculados no curso de licenciatura em matemática da FCT – Unesp de Presidente Prudente, tendo em vista subsidiar reflexões sobre a formação inicial de professores de matemática .
T/2016/ PUC-SP Educação	MarciaStochi Veiga/ Maria Cristina Souza Albuquerque Maranhão/ Concepções de Álgebra em	Realizar um estudo sobre teses brasileiras em busca de concepções de álgebra e de sua relação com a prática docente, em cursos de Licenciatura em Matemática , por meio de uma revisão sistemática,

Matemática	teses sobre cursos de Licenciatura em Matemática no Brasil	com o intuito de produzir novos resultados.
T/2017/ Unesp-RC Educação Matemática	Nilton Cezar Ferreira/ Lourdes de la Rosa Onuchic/ Uma proposta de ensino de Álgebra Abstrata Moderna , com a utilização da Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas, e suas contribuições para a Formação Inicial de Professores de Matemática	Investigar as contribuições que a Álgebra Abstrata Moderna (onde se trabalham as teorias de Grupos, Anéis e Corpos, dentre outras), ministrada como uma disciplina em cursos de Licenciatura em Matemática no Brasil , poderia dar à Formação Inicial de Professores de Matemática .
T/2019/ PUC-SP Educação Matemática	Natália Coelho Soares/ Barbara Lutaif Bianchini/ O ensino de teoria de grupos nos cursos de Licenciatura em Matemática	Investigar quais conteúdos da teoria de grupos devem ser tratados em cursos de Licenciatura em Matemática .

(conclusão)

Fonte: Elaborado pela autora com informações obtidas no Catálogo de Teses e Dissertações do Portal da CAPES. Grifo nosso.

A partir da revisão de literatura realizada verifica-se que pesquisas que discutem a Álgebra na formação inicial de professores de Matemática, estão presentes em oito trabalhos identificados, os quais passamos a descrever.

Pires (2012) constatou que os futuros professores de Matemática investigados apresentam dificuldades com a aprendizagem de Álgebra desde a Educação Básica e que estas, quando não sanadas, podem ser reforçadas ao longo do curso de licenciatura. Além disso, destaca que os sujeitos investigados comparam a Álgebra escolar e a Álgebra acadêmica no âmbito da sua própria aprendizagem, indicando a dissociação entre elas. Ou seja, não percebendo nenhuma relação entre ambas.

Nesta direção, Pires (2012) sugere a realização de pesquisas que estudem a relação das disciplinas acadêmicas e escolares na formação dos professores a fim de que não sejam priorizados conhecimentos específicos de alguma área. Bem como sinaliza a importância de se repensar as disciplinas acadêmicas da licenciatura em Matemática, tendo em vista os conhecimentos prévios dos licenciandos, e o ensino da Matemática escolar, em especial, da Álgebra escolar.

Cabe esclarecer que a Matemática escolar é inerente a Matemática trabalhada na Educação Básica considerando os diversos aspectos e conhecimentos relativos ao seu ensino e aprendizagem em cada etapa escolar, incluindo saberes produzidos e mobilizados por professores de Matemática em sua atuação docente e os resultados de pesquisas da Educação

Matemática. E a Matemática acadêmica refere-se à Matemática como um corpo de conhecimentos científicos produzidos pela comunidade de matemáticos profissionais. (MOREIRA; DAVID, 2018). Deste modo, concebe-se a Álgebra escolar como a Álgebra trabalhada na Educação Básica, integrando além dos conceitos algébricos, aspectos do seu ensino e aprendizagem, saberes produzidos e mobilizados na atuação de professores de Matemática e resultados de pesquisas acerca do seu processo de ensino e aprendizagem, e, a Álgebra acadêmica como parte da Matemática acadêmica, vinculada a Álgebra estudada nos cursos de Ensino Superior.

Souza (2013) verificou que nem todos os professores pesquisados realizam o trabalho voltado a didática dos conteúdos. Contudo, a autora pontua que dentre os quatro professores formadores participantes da pesquisa um deles externaliza este fato e, neste caso, a sua prática pedagógica, possivelmente está relacionada com a visão que ele tem acerca do que vem a ser a Matemática e a atividade matemática. Além disso, aponta que três deles indicaram atentar-se às orientações dos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) para o Ensino Fundamental na respectiva disciplina ministrada, porém, não foi possível perceber como este trabalho é desenvolvido, pois apenas dois deles buscam realizar análise de livros didáticos em suas aulas.

Silva (2015) evidenciou um distanciamento relativo entre os saberes da formação e os saberes da prática docente, na medida em que a formação inicial do professor de Matemática valoriza basicamente a construção de uma visão acadêmica da Matemática escolar, enquanto que as questões que o professor vivencia na prática do trabalho com a Álgebra na Educação Básica requerem conhecimentos que vão muito além dessa visão acadêmica da Álgebra.

Prado (2016) sinaliza que a Álgebra Linear presente nos documentos institucionais pesquisados mostra ser planejada de forma independente das disciplinas que se referem ao ensino e à aprendizagem em Matemática. Porém, destaca que foi possível evidenciar elementos que podem contribuir com a formação profissional do licenciando. Dentre eles, o pesquisador aponta a percepção de que os conceitos estudados não são conceitos isolados, sendo possível vivenciar diversas formas de validar conjecturas, abordar noções de Matemática da Educação Básica a luz do Pensamento Matemático Avançado, entre outros aspectos.

Santos (2016) constatou que as concepções dos licenciandos encontram-se em consonância com a Álgebra escolar, com algumas marcas da Álgebra acadêmica, sendo representada pela concepção estrutural. Além disso, pontua que as concepções de Álgebra dos professores formadores se aproximaram à concepção estrutural, os quais explicitaram que, para ser um bom professor de Matemática basta ter domínio sólido de conteúdo e saber ensinar, evidenciando, assim, a supervalorização das disciplinas específicas em detrimento das

disciplinas pedagógicas, com ênfase para a Álgebra acadêmica, sem levar em conta que forma professores para atuarem na Educação Básica. Destaca-se que, a concepção de Álgebra estrutural refere-se a uma das concepções de Álgebra indicadas por Usiskin (1995) e será explicitada no próximo capítulo.

Com base em seu estudo, a autora concluiu que a relação entre a Álgebra acadêmica e a Álgebra escolar, na formação do licenciando, não é significativa a ponto de ressignificar os conhecimentos sobre o ensino de Álgebra do futuro professor.

Veiga (2016) verificou que a maioria das teses analisadas admite a influência das concepções docentes nas práticas profissionais e, também, que estas podem ser modificadas, no entanto, indica que tais mudanças são difíceis de ocorrerem. Além disso, aponta que a concepção de Álgebra mais frequente nas teses analisadas foi a linguístico-estilística. E outra concepção que também foi marcante foi a linguístico-pragmática. A pesquisadora salienta, ainda, que as pesquisas indicam a influência da concepção linguístico-pragmática na preparação e organização das aulas de Matemática, tanto na licenciatura em Matemática quanto na Educação Básica. Ressalta-se que as concepções linguístico-estilística, linguístico-pragmática são concepções de Álgebra caracterizadas por Fiorentini et al. (1993) e serão abordadas no próximo capítulo.

Ferreira (2017) elaborou e implementou um projeto de ensino com o propósito de levar graduandos do 5º semestre da licenciatura em Matemática a construir um conhecimento satisfatório de Álgebra Abstrata Moderna e mostrar a relação de seus conteúdos com os da Educação Básica. Para a construção desse conhecimento, utilizou-se a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas. De acordo com o autor, esse estudo revelou que a Álgebra Abstrata, se trabalhada de forma adequada, poderá trazer contribuições significativas à formação de professores de Matemática.

Soares (2019) concluiu que os tópicos essenciais a serem estudados na disciplina de teoria de grupos em cursos de licenciatura em Matemática são: definição e exemplos de grupo; subgrupos; subgrupos normais; grupos cíclicos; homomorfismo e isomorfismo de grupos; grupo de permutações; grupo de transformações no plano e no espaço; grupos de simetria; grupos quociente; e demonstração de teoremas (de Cayley, de Lagrange e/ou de Sylow). E, que todos os entrevistados (docentes e pesquisadores que lecionam teoria de grupos e/ou pesquisam nessa área) se mostram preocupados com a formação dos professores.

Contudo, a autora chama atenção para o fato de que embora as instituições pesquisadas preparem professores de Matemática para o exercício da docência na Educação Básica e os entrevistados considerem que a teoria de grupos deve fazer parte dos currículos dos cursos de

licenciatura em Matemática, nenhum dos planos de ensino das disciplinas que tratam de teoria de grupos explicita qualquer relação entre a disciplina da licenciatura e a prática do futuro professor de Matemática na Educação Básica. Ademais, afirma, dentro dos limites do que foi realizado, que a referida disciplina não tem um papel bem definido na formação do futuro professor de Matemática.

A partir do que apontam os estudos de Souza (2013), Silva (2015), Prado (2016), Santos (2016) e Soares (2019) percebe-se que as instituições pesquisadas e/ou professores de Cursos de Licenciatura em Matemática priorizam um enfoque mais acadêmico da Matemática, em especial, da Álgebra não considerando aspectos da Álgebra escolar, os quais também são importantes para os professores que irão atuar nos Anos Finais do Ensino Fundamental e Ensino Médio.

Neste sentido, visando contribuir para uma melhor atuação do professor de Matemática é imprescindível que os cursos de licenciatura em Matemática no Brasil, bem como os professores desses cursos busquem, sempre que possível, estabelecer relações entre as disciplinas acadêmicas da licenciatura e a prática do futuro professor na Educação Básica. Entende-se que a articulação entre teoria e prática pode trazer contribuições significativas tanto para a formação inicial do professor de Matemática quanto para sua futura prática profissional.

Com base na revisão realizada percebe-se a relevância de mais pesquisas que problematizem o papel das disciplinas acadêmicas, em particular, da Álgebra na formação inicial do professor de Matemática. Ou seja, pesquisas que enfoquem as relações e/ou conexões entre disciplinas acadêmicas estudadas na licenciatura e o ensino da Matemática escolar de modo a identificar possibilidades de ressignificar conhecimentos matemáticos relativos a diferentes campos da Matemática, em especial, da Álgebra na formação inicial do professor de Matemática, uma vez que seu campo de atuação é a Educação Básica.

Para tanto, com este estudo busca-se responder a seguinte questão: *Quais são os conhecimentos sobre Álgebra enfatizados/tratados nos Projetos Pedagógicos de Curso das Licenciaturas em Matemática das Universidades Federais do estado do Rio Grande do Sul? Como esses conhecimentos se relacionam com a Álgebra escolar e o pensamento algébrico?*

Para responder a tal questão de pesquisa estabeleceu-se como objetivo geral, seguido dos objetivos específicos, a saber:

Objetivo Geral:

Analisar os Projetos Pedagógicos de Curso de seis Universidades Federais do estado do

Rio Grande do Sul, buscando indícios de como se dá a formação inicial de professores de Matemática no que se refere aos conhecimentos da Álgebra e as relações com a Álgebra escolar e com o pensamento algébrico.

Objetivos específicos:

i) Identificar quais Universidades Federais do RS ofertam o curso de Licenciatura em Matemática na modalidade presencial e analisar suas propostas curriculares (ementas, objetivos e bibliografias) em relação às disciplinas (obrigatórias e optativas) diretamente relacionadas à Álgebra acadêmica;

ii) Verificar quais conhecimentos de Álgebra são tratados/enfatizados em cada curso e buscar indícios de conexões com a Álgebra escolar e o pensamento algébrico;

iii) Buscar indícios de possíveis aproximações e distanciamentos entre a Álgebra acadêmica e a Álgebra escolar;

iii) Identificar se e em qual(is) outra(s) disciplina(s) do curso aborda(m)-se aspectos voltados ao ensino da Álgebra escolar e/ou pensamento algébrico;

iv) Analisar as ementas, os objetivos, bibliografias das disciplinas identificadas em iii) e averiguar quais aspectos são tratados.

Quanto à sequência desta dissertação, destaca-se que este trabalho está dividido em seis capítulos, do seguinte modo: Nesta parte, Capítulo 1 – Introdução, em que são apresentadas a trajetória acadêmica e as motivações para o estudo, seguida de uma revisão bibliográfica acerca de pesquisas sobre Álgebra e Formação Inicial de Professores, e da apresentação do problema de pesquisa, dos objetivos desta investigação.

O Capítulo 2 – Trata da fundamentação teórica da pesquisa. Para tanto, apresenta-se estudos e discussões acerca das concepções de Álgebra e de Educação algébrica e de aspectos relativos ao ensino e aprendizagem da Álgebra e desenvolvimento do pensamento algébrico segundo pesquisadores da Educação Matemática. E, também, as principais recomendações para o trabalho com a Álgebra escolar na Educação Básica conforme as propostas curriculares nacionais.

O Capítulo 3 – Trata da fundamentação teórica da pesquisa. Apresenta-se discussões pertinentes à formação inicial de professores de Matemática, como questões inerentes a formação na licenciatura, o papel dos conhecimentos da Matemática acadêmica e da Matemática escolar, em especial, da Álgebra escolar para a atuação do futuro professor. E,

explicita-se algumas leis que orientam a formação de professores da Educação Básica no Brasil.

O Capítulo 4 – Procedimentos Metodológicos, explicita as opções metodológicas que orientaram o desenvolvimento dessa pesquisa.

O Capítulo 5 – Análise e Discussões, apresenta a análise detalhada do PPC de cada uma das instituições pesquisadas no que tange aos conhecimentos de Álgebra tratados nos documentos, em especial, nas disciplinas inerentes a Álgebra acadêmica e as possíveis relações entre esses conhecimentos e a Álgebra escolar e o pensamento algébrico; além da análise de outras disciplinas dos cursos que explicitam aspectos da Álgebra escolar considerando o referencial teórico exposto e as categorias de pesquisa elencadas.

O Capítulo 6 – Considerações Finais, aborda os principais resultados da pesquisa e reflexões.

2 ENTENDIMENTOS ACERCA DA ÁLGEBRA E PENSAMENTO ALGÉBRICO

Neste capítulo, apresenta-se as fundamentações teóricas que baseiam o estudo. Para tanto, aborda-se estudos e discussões acerca das concepções de Álgebra e de Educação algébrica no campo da Educação Matemática. Bem como, discussões a partir de aspectos e conhecimentos relativos ao ensino e aprendizagem da Álgebra e desenvolvimento do pensamento algébrico, segundo pesquisadores da Educação Matemática e, também, as principais orientações para o trabalho com a Álgebra escolar na Educação Básica conforme os Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Fundamental, os Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Médio, as Orientações Curriculares Nacionais e a Base Nacional Comum Curricular.

Considera-se importante que durante o processo de formação inicial na licenciatura em Matemática sejam discutidas as diferentes concepções de Álgebra e de Educação algébrica, uma vez que elas tiveram ou tem influência no ensino da Álgebra no Brasil. Tais discussões, possibilitam ao futuro professor refletir sobre essas concepções de Álgebra e as influências que podem trazer as práticas pedagógicas na Educação Básica.

Neste sentido, sublinha-se que, também, é imprescindível o (futuro) professor adquirir conhecimentos sobre as orientações didáticas propostas para Álgebra escolar que priorizam o desenvolvimento do pensamento algébrico ao longo da Educação Básica e se apropriar de resultados de pesquisas da Educação Matemática que discutam tais aspectos.

2.1 ALGUNS ENTENDIMENTOS DE ÁLGEBRA SOB A ÓTICA DE PESQUISADORES DA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

Dentre os pesquisadores que realizaram estudos acerca das concepções de Álgebra e/ou Educação algébrica no campo da Educação Matemática destacam-se Fiorentini, Miorim e Miguel (1993), Fiorentini, Fernandes e Cristovão (2005), Usiskin (1995) e Lins e Gimenez (1997), os quais são comentados a seguir.

2.1.1 Concepções de Álgebra e Educação Algébrica, segundo Fiorentini, Miorim e Miguel (1993) e Fiorentini, Fernandes e Cristovão (2005)

O estudo de Fiorentini, Miorim e Miguel (1993) teve o propósito de apresentar alguns elementos que possibilitem repensar a educação algébrica no Brasil. Assim, os pesquisadores

supracitados realizaram leituras a respeito do desenvolvimento histórico da Álgebra, explicitando uma análise comparativa entre as concepções de Educação Algébrica que se evidenciaram ao longo da história do ensino da Matemática e as concepções de Álgebra subjacentes ao desenvolvimento histórico desse campo da Matemática.

Neste estudo, aponta-se quatro concepções de Álgebra, a saber: concepção processológica; concepção linguístico-estilista; concepção linguístico-sintático-semântica e concepção linguístico-postulacional.

1. Concepção processológica: concebe a Álgebra como um conjunto de procedimentos (técnicas, artifícios, processos e métodos) necessários à resolução de problemas. Nesta perspectiva, os procedimentos, configuram-se como técnicas algorítmicas úteis a resolução de problemas matemáticos. Sublinha-se que a utilização de tais técnicas requer a adoção de uma sequência padronizada de etapas.

2. Concepção linguístico-estilista: considera a Álgebra como uma linguagem, mais precisamente, como uma linguagem específica, criada artificialmente com o objetivo de expressar de forma mais sintética procedimentos e técnicas relativos à resolução de problemas. Nessa concepção, há uma ênfase ao aspecto estilístico relativo ao trabalho com simbolismo algébrico e uma desvalorização do aspecto linguístico.

3. Concepção linguístico-sintático-semântica: assim como a concepção linguístico-estilista, também, concebe a Álgebra como uma linguagem específica e concisa. No entanto, difere desta concepção por seu aspecto criativo e instrumental não se limitando ao seu domínio estilístico, mas sim, enfatizando a sua dimensão sintático-semântica. Em outros termos, considera a necessidade de uma linguagem mais específica (simbólica) que possibilite operar com diferentes situações matemáticas e expressá-las utilizando símbolos específicos para tais situações.

4. Concepção linguístico-postulacional: assim como a concepção linguístico-sintático-semântica concebe a Álgebra como uma linguagem simbólica. Porém, nessa concepção há uma ampliação da linguagem algébrica em relação a concepção anterior. Assim, ao considerar o grau de abstração e generalidade inerentes a linguagem algébrica, amplia o domínio da Álgebra a todos os campos da Matemática.

Além dessas quatro concepções de Álgebra, os autores apontam a existência de três concepções de Educação Algébrica, que, historicamente, vem influenciando o ensino da Matemática, a saber: Linguístico-pragmática; Fundamentalista-estrutural e Fundamentalista-analógica. Bem como, sinaliza que as concepções de Álgebra apresentadas, anteriormente, se relacionam de algum modo a estas concepções de Educação Algébrica.

1. *Linguístico-pragmática*: essa concepção de Educação Algébrica predominou durante todo o século XIX até a metade do século XX, tanto no Brasil como em outros países, estando vinculada à concepção linguístico-sintático-semântica da Álgebra. Para tanto, considera que a o trabalho com as técnicas exigidas pelo “transformismo algébrico” seria necessário e adequado para que o estudante adquirisse a capacidade de resolver problemas.

Sublinha-se que o termo “transformismo algébrico” é abordado no texto para designar o processo de obtenção de expressões algébricas equivalentes baseado na utilização de regras e propriedades válidas.

Nesta direção, percebe-se que essa concepção de Educação Algébrica prioriza a aquisição mecânica das técnicas exigidas pelo transformismo algébrico, considerando tal perspectiva adequada para desenvolver a habilidade de resolver problemas.

2. *Fundamentalista-estrutural*: essa concepção de Educação Algébrica vigorou no período conhecido como Movimento da Matemática Moderna e se baseia na concepção linguístico-postulacional da Álgebra. Tal concepção, acredita que o papel pedagógico da Álgebra é o de ser uma referência para os vários campos da Matemática escolar.

3. *Fundamentalista-analógica*: essa concepção de Educação Algébrica se vincula à concepção linguístico-sintático-semântica da Álgebra e, neste sentido, volta a considerar o papel pedagógico da Álgebra como instrumento para resolução de problemas.

Além disso, essa concepção objetiva realizar uma síntese entre as duas concepções de Educação Algébrica anteriores dando ênfase ao caráter fundamentalista, porém, sob uma nova perspectiva, ou seja, justificando as passagens presentes no transformismo algébrico, na maior parte das vezes, baseada em recursos analógicos geométricos. (FIORENTINI et al., 1993).

Cabe ressaltar, ainda, que essa concepção de Educação Algébrica valoriza o uso de figuras geométricas, materiais concretos como balanças, gangorras, etc., pois considera que o uso desses materiais possibilita a visualização ou justificação inerentes as passagens do transformismo algébrico.

Ao analisar e comparar tais concepções de Educação Algébrica, Fiorentini et al. (1993) defendem que todas elas têm em comum e didaticamente negativo a redução do pensamento algébrico ao trabalho com a linguagem algébrica.

Diante disso, evidencia-se que todas essas concepções de Educação Algébrica priorizam como ponto de partida a existência de uma Álgebra simbólica já consolidada/formalizada e, assim, no ensino de conceitos algébricos enfatizam a manipulação simbólica, mesmo que de forma mecânica, por conceber que é através dela que o pensamento algébrico se desenvolve.

Além do exposto, o estudo indica que assim como as quatro concepções de Álgebra,

predominantes ao longo do desenvolvimento histórico desse campo da Matemática, buscaram priorizar a linguagem em detrimento do pensamento, as três concepções de Educação Algébrica, dominantes ao longo da história do ensino da Matemática, também, priorizaram o ensino de uma linguagem algébrica já constituída, em detrimento do desenvolvimento da linguagem e pensamento algébricos, o que, evidencia certa consonância entre elas.

No entanto, Fiorentini et al. (1993, p. 8) afirmam que:

[...] essa relação de subordinação do pensamento algébrico à linguagem desconsidera o fato de que, tanto no plano histórico quanto no pedagógico, a linguagem é, pelo menos a princípio, a expressão de um pensamento. **Acreditamos subsistir entre pensamento algébrico e linguagem não uma relação de subordinação, mas uma relação de natureza dialética**, o que nos obriga, para melhor entendê-la, colocar a questão de quais seriam os elementos caracterizadores de um tipo de pensamento que poderia ser qualificado como algébrico. (grifos nossos).

Tendo em vista essa constatação, o estudo aponta a necessidade de repensar a Educação Algébrica, sinalizando que para isso é essencial considerar a relação dialética que se estabelece entre pensamento e linguagem priorizando no estudo da Álgebra situações que contribuam para os estudantes mobilizar os elementos caracterizadores do pensamento algébrico.

Fiorentini et al. (1993, p. 87) indicam como elementos caracterizadores do pensamento algébrico a “[...] percepção de regularidades, percepção de aspectos invariantes em contraste com outros que variam, tentativas de expressar ou explicitar a estrutura de uma situação-problema e a presença do processo de generalização”.

Concorda-se com Fiorentini et al. (1993) que, o pensamento algébrico é um tipo especial de pensamento, que pode se manifestar de diferentes formas como, por exemplo, através da: linguagem natural; linguagem aritmética; linguagem geométrica, sendo, portanto, a linguagem algébrica uma das formas de expressá-lo. Assim, evidencia-se que este pensamento também, manifesta-se no trabalho com outros campos da Matemática como a Aritmética e a Geometria. Além disso, ao assumir o pressuposto de que pensamento algébrico pode se manifestar de diferentes formas, os autores defendem novas perspectivas para o trabalho com a Álgebra na Educação Básica. Dentre essas perspectivas, destaca-se:

i) o trabalho com situações voltadas ao desenvolvimento do pensamento algébrico dos estudantes desde os Anos Iniciais do Ensino Fundamental, visto que, este pensamento se potencializa, progressivamente, ou seja, aos poucos na medida em que os estudantes vão desenvolvendo uma linguagem mais apropriada para expressá-lo;

ii) a partir de certo momento, a linguagem simbólico-formal (algébrica) é imprescindível tendo um papel fundamental no desenvolvimento do pensamento algébrico dos

estudantes;

iii) o desenvolvimento do pensamento algébrico não se realiza de forma isolada, mas em articulação com os demais campos da Matemática e áreas do conhecimento, uma vez que, este tipo de pensamento está na base da construção e da compreensão do universo conceitual e temático subjacente à ciência contemporânea;

iv) a primeira etapa da Educação Algébrica deve ser o trabalho com situações-problemas que explorem os elementos caracterizadores do pensamento algébrico (identificação de regularidades, tentativas de expressar uma situação-problema, processo de generalização, etc.) de forma a viabilizar o desenvolvimento de uma linguagem simbólica que seja significativa para o estudante.

Fiorentini, Fernandes e Cristovão (2005, p. 4) buscam ampliar as reflexões acerca da relação que se estabelece entre pensamento e linguagem, buscando apoio teórico em Vygotsky (1993), o qual afirma que “[...] pensamento e linguagem são interdependentes, um promovendo o desenvolvimento do outro e vice-versa”.

Além disso, os autores supracitados, consideram que, “[...] no processo de ensino-aprendizagem, a linguagem não antecede necessariamente o pensamento, embora a apropriação da linguagem possa potencializar e promover o desenvolvimento do pensamento algébrico”. A partir dessa premissa, enfatiza-se a relevância de se considerar a relação que se estabelece entre pensamento algébrico e linguagem algébrica, em especial, o papel de cada um no processo de ensino e aprendizagem. Bem como, destaca-se a importância do professor de Matemática compreender quais elementos podem ser considerados caracterizadores do pensamento algébrico, a fim de priorizá-los no ensino da Álgebra escolar.

Na transcrição a seguir apresenta-se aspectos do pensamento algébrico, conforme Fiorentini et al. (2005, p. 5).

[...] **relações/comparações** entre expressões numéricas ou padrões geométricos[...]; **percebe e tenta expressar as estruturas aritméticas de uma situação-problema;** **produz mais de um modelo aritmético para uma mesma situação-problema;** ou, reciprocamente, produz vários significados para uma mesma expressão numérica; **interpreta uma igualdade como equivalência entre duas grandezas** ou entre duas expressões numéricas; transforma uma expressão aritmética em outra mais simples; **desenvolve algum tipo de processo de generalização;** percebe e **tenta expressar regularidades** ou invariâncias; **desenvolve/cria uma linguagem mais concisa** ou sincopada ao **expressar-se matematicamente...** (grifos nossos).

Ressalta-se que para investigar a evolução do pensamento algébrico, considerando os seus elementos caracterizadores, Fiorentini et al. (2005) realizaram a análise de produções de

estudantes do 7º Ano do Ensino Fundamental, identificando três fases, a saber: fase pré-algébrica; fase de transição; e pensamento algébrico mais desenvolvido.

A fase pré-algébrica é evidenciada quando o estudante utiliza algum elemento considerado algébrico, como, por exemplo, a letra. Porém, ainda, não consegue compreendê-lo como número generalizado qualquer ou como variável.

Já a fase de transição, a qual ocorre do aritmético para o algébrico, é considerada quando o estudante compreende e concebe a existência de um número qualquer, bem como estabelece alguns processos e generalização, podendo utilizar a linguagem simbólica/algébrica ou não.

O pensamento algébrico mais desenvolvido é evidenciado quando o estudante tem a capacidade de pensar e se expressar genericamente (por escrito), bem como a habilidade de operar com a linguagem simbólica.

É importante destacar a possibilidade de o estudante atingir o pensamento algébrico mais desenvolvido, sem necessariamente utilizar uma linguagem estritamente simbólica para expressar uma dada situação. Mas, esse pensamento se potencializa à medida que, gradativamente, o estudante consegue desenvolver uma linguagem mais apropriada para expressá-lo. (FIORENTINI et al., 2005).

Diante dessas reflexões Fiorentini et al. (2005) propõem uma quarta concepção de Educação Algébrica, a qual caracteriza-se por enfatizar o ensino da Álgebra por meio da exploração de situações-problema relativamente abertas, designadas como tarefas exploratório-investigativas ou a partir da problematização de conceitos aritméticos ou geométricos que exijam a construção de generalizações, etc. E, indica que a partir de tarefas exploratórias ou investigativas cuidadosamente planejadas pelo professor é possível fazer com que os estudantes mobilizem e desenvolvam os aspectos caracterizadores do pensamento algébrico, já mencionados.

Verifica-se que, no desenvolvimento de tais tarefas devem ser consideradas três etapas, a saber: a primeira realiza-se a partir da exploração de situações-problema abertas; já a segunda requer a realização do percurso inverso, ou seja, partindo de uma expressão algébrica, o estudante tentaria atribuir múltiplos sentidos ou significações a ela; e, na terceira, a ênfase estaria no modo como as expressões algébricas podem ser transformadas em outras equivalentes e nos procedimentos que verificam tais transformações. Sublinha-se que é somente nessa etapa que o cálculo algébrico poderia ser enfatizado na prática pedagógica e, também, que essas três etapas não acontecem necessariamente na ordem, já explicitada anteriormente.

No Quadro 2 apresenta-se um resumo a respeito das concepções de Álgebra e Educação Algébrica e da quarta concepção de Educação Algébrica com base nas considerações dos

autores, já mencionados.

Quadro 2: Concepções de Álgebra e Educação Algébrica

Concepção de Álgebra	Concepção de Educação Algébrica	Ênfase no ensino	Ênfase quanto à relação entre linguagem e pensamento algébricos
Linguístico-sintático-semântica	Linguístico-pragmática	Estudo das expressões algébricas priorizando a aquisição mecânica de técnicas/procedimentos pelos estudantes; Enfatiza o transformismo algébrico e considera tal perspectiva adequada para desenvolver no estudante a habilidade de resolver problemas.	Na linguagem algébrica em detrimento do pensamento algébrico.
Linguístico-postulacional	Fundamenta lista-estrutural	Estudo de conceitos algébricos, enfatizando a sua fundamentação lógica, de forma a justificar o transformismo algébrico. Prioriza o estudo sequencial de tópicos fundamentais como conjuntos numéricos, propriedades estruturais, estudo dos quantificadores, sentenças abertas e fechadas, conjunto universo e conjunto verdade, equações e inequações de 1º grau, seguidos de expressões algébricas, valores numéricos, operações, fatoração e, estes, sucedidos pelo estudo de funções polinomiais de 1º e 2º graus etc. Considera que essa abordagem desenvolveria no estudante a capacidade de identificar e trabalhar com as propriedades estruturais nos diferentes contextos em que estivessem subjacentes.	
Linguístico-sintático-semântica	Fundamenta lista-analógica	Objetiva realizar uma síntese das duas concepções anteriores, dando ênfase ao caráter fundamentalista, porém sob um novo enfoque, ou seja, justificando na maior parte das vezes, as passagens relativas ao transformismo algébrico, a partir da utilização de recursos analógicos geométricos. Enfatiza o uso de materiais concretos como balanças e gangorras e recursos analógicos geométricos por considerar que tais recursos possibilitam visualizar ou justificar as passagens inerentes ao transformismo algébrico.	
Não denominada pelos autores	Não denominada pelos autores	O ensino da Álgebra deve ter início com a exploração de tarefas exploratório-investigativas; Tais tarefas têm o potencial de favorecer, gradativamente o desenvolvimento do pensamento algébrico dos estudantes.	Na relação dialética, ou seja, na inter-relação entre pensamento algébrico e linguagem algébrica.

Fonte: Elaborado pela autora com base em Fiorentini et al. (1993) e Fiorentini et al. (2005).

Considera-se que o trabalho com atividades exploratório-investigativas se configura como um dos caminhos com potencialidade para o desenvolvimento inter-relacionado do pensamento e da linguagem algébrica dos estudantes.

Neste sentido, sinaliza-se que para o pensamento algébrico se desenvolver de forma gradual e satisfatória é fundamental que o professor compreenda quais são os elementos caracterizadores deste tipo de pensamento, a saber: a capacidade de o estudante estabelecer relações entre números e operações, identificar e analisar padrões; expressar de alguma forma generalizações; compreender uma igualdade como uma relação de equivalência entre duas expressões ou grandezas, por exemplo; e, utilizar gradativamente uma linguagem mais concisa para representar relações, generalizações, entre outros aspectos. E, desta forma, busque no ensino da Álgebra explorar situações que possibilitem aos estudantes mobilizar e articular os elementos do pensamento algébrico, já mencionados.

2.1.2 Concepções de Álgebra, segundo Usiskin (1995)

Usiskin (1995) pesquisou sobre a Álgebra da escola média americana (corresponde ao Ensino Fundamental II no Brasil), enfocando questões associadas às finalidades e as diferentes concepções da Álgebra, bem como os diversos usos das letras no que se refere ao seu ensino nesta etapa. Além disso, considera que a Álgebra ensinada em cursos superiores de Matemática tem uma conotação muito diferente daquela ensinada na escola média, destacando que esta última se relaciona a compreensão do significado das letras e das operações com elas.

De acordo com Usiskin (1995), muitos estudantes e até mesmo professores acreditam que uma variável é sempre uma letra. Bem como, muitos estudantes acham que as variáveis sempre são letras que representam números. No entanto, o autor chama atenção para o fato de que os valores assumidos por uma variável nem sempre são números, salientando que, as letras podem representar pontos na Geometria; proposições na Lógica; uma função na Análise; uma matriz ou um vetor na Álgebra Linear ou uma operação na Álgebra Superior.

Usiskin (1995) considera que, as finalidades do ensino da Álgebra, as concepções que se tem desse campo e a utilização das letras estão intrinsecamente vinculadas. Para tanto, aponta quatro concepções de Álgebra descritas a seguir.

**Concepção 1: A Álgebra como Aritmética generalizada*

Nesta concepção, as letras são consideradas como generalizadoras de modelos e as instruções-chave para o estudante dentro dessa concepção são traduzir e generalizar. Tais

instruções configuram-se como técnicas importantes tanto para a Álgebra quanto para a Aritmética, uma vez que Usiskin e Max Bell (1984), num compêndio de aplicações da aritmética, concluem e apontam a impossibilidade de estudar aritmética adequadamente sem trabalhar implícita ou explicitamente com letras.

** Conceção 2: A Álgebra como um estudo de procedimentos para resolver certos tipos de problemas*

Nesta concepção, as letras são entendidas como incógnitas ou constantes e as instruções-chave para o estudante são simplificar e resolver. A fim de exemplificá-la, Usiskin (1995, p. 14) apresenta o seguinte problema: “Adicionando 3 ao quádruplo de um certo número, a soma é 40. Achar o número”. A partir disso, aborda todas as etapas de resolução do problema, destacando que em um primeiro momento faz-se necessário expressá-lo, utilizando para isso a linguagem algébrica: $5x + 3 = 40$. No entanto, afirma que se considerarmos até aqui a concepção 1, o problema já terminou, visto que, já encontramos o modelo geral.

Assim sendo, o autor ressalta que é a partir da obtenção da equação correspondente a representação do problema em linguagem algébrica, que se tem início a concepção da Álgebra como estudo de procedimentos para resolver certos tipos de problemas.

Portanto, primeiramente resolve-se a equação com um procedimento, somando-se, por exemplo, -3 a ambos os membros, ou seja, $5x + 3 + (-3) = 40 + (-3)$. Posteriormente, ocorre a simplificação da equação, ou seja, $5x = 37$. Em seguida, resolve-se a equação de alguma maneira, em particular, usando o princípio multiplicativo, ou seja, dividindo-se ambos os lados por 5, obtendo $x = 7,4$. Assim, o “certo número” é 7,4 e pode ser facilmente verificado. Cabe destacar, ainda, que o número de passos necessários na resolução desses problemas depende do nível do estudante e da escolha do professor. (USISKIN, 1995).

Com base nessas considerações, percebe-se que a Álgebra como um estudo de procedimentos para resolver certos tipos de problemas se baseia na manipulação do simbolismo algébrico para simplificar expressões de modo a resolver uma equação.

**Concepção 3: A Álgebra como estudo de relações entre grandezas*

Esta concepção se diferencia das demais (concepções 1 e 2) por se tratar de um modelo fundamentalmente algébrico. Ou seja, nesta concepção, as letras não são incógnitas nem letras utilizadas para generalizar modelos numéricos, sendo, portanto utilizadas como um argumento (representa os valores do domínio de uma função) ou como um parâmetro (representa um número do qual dependem outros números). E, desta forma, a letra assume a função de

argumento como variável independente e variável dependente. (USISKIN, 1995).

**Concepção 4: A Álgebra como estudo das estruturas*

Esta concepção “[...] não se trata de nenhuma função ou relação; a variável não é um argumento. Não há equação alguma a ser resolvida, de modo que a letra não atua como uma incógnita. Também não há nenhum modelo a ser generalizado” (USISKIN, 1995, p. 18).

Nessa concepção, a letra caracteriza-se como um objeto/símbolo arbitrário de uma estrutura estabelecida por certas propriedades, sendo esta a concepção da letra na Álgebra Abstrata. Ou seja, nesta concepção, as letras são vistas como objetos/símbolos abstratos. Por exemplo, $3x^2 + 4ax - 132a^2$. (USISKIN, 1995).

No Quadro 3 apresenta-se um resumo a respeito das concepções de Álgebra e os diferentes usos das letras.

Quadro 3: Concepções de Álgebra e os usos das letras

Concepção de Álgebra	Uso das letras
Aritmética generalizada	Generalizadoras de modelos (para expressar, generalizar situações)
Meio de resolver certos problemas	Incógnitas, constantes (para resolver equações e/ou problemas bem como simplificar expressões)
Estudo de relações	Argumentos, parâmetros (para estabelecer relações, funções)
Estrutura	Sinais arbitrários no papel (para manipular, justificar)

Fonte: Elaborado pela autora com base em Usiskin (1995).

Ao categorizar as quatro concepções de Álgebra, Usiskin (1995) aborda exemplos de atividades associadas a cada uma delas, não explicitando aspectos inerentes ao desenvolvimento do pensamento algébrico. Portanto, nesta questão difere de Fiorentini et al. (1993, 2005), que explicitam a importância de o ensino da Álgebra priorizar o desenvolvimento do pensamento algébrico dos estudantes ao longo de todas as etapas escolares.

2.1.3 Concepções de Educação Algébrica, segundo Lins e Gimenez (1997)

Na obra intitulada “Perspectivas em Aritmética e Álgebra para o século XXI”, de autoria de Romulo Campos Lins e Joaquim Gimenez, são discutidos alguns aspectos referentes ao processo de produção de significados para a Álgebra e para a Aritmética.

Lins e Gimenez (1997) chamam atenção para algumas concepções inadequadas acerca

da Álgebra escolar e/ou Aritmética como: a Álgebra escolar ser concebida apenas como uma generalização da aritmética; de existir uma “passagem” do pensamento aritmético para o algébrico e, também, da Aritmética ser concebida como “concreto” e, portanto, mais fácil; e, a Álgebra, “abstrato” e, desta forma, mais difícil. Nesta direção, é importante ressaltar que o pensamento aritmético e o pensamento algébrico desenvolvem-se juntos no processo de escolarização e considerar a coexistência da Aritmética e da Álgebra possibilitaria que:

i) a álgebra fosse vista como falando de afirmações que envolvem - assim como a aritmética - números, operações aritméticas e igualdades (desigualdades); e ii) que a aritmética fosse vista - assim como a álgebra - como uma ferramenta que toma parte do processo de organização da atividade humana. (LINS; GIMENEZ, 1997, p. 28-29).

Além disso, ao longo da obra são abordados diferentes aspectos associados a produção de significados para a Álgebra e para a Aritmética. Para a Aritmética indica-se o desenvolvimento de um senso numérico. Já para a Álgebra aponta-se dentre os distintos modos de produzir significado para ela o pensamento algébrico, o qual apresenta três características fundamentais, a saber:

1) produzir significados apenas em relação a números e operações aritméticas (chamamos a isso aritmeticismo); 2) considerar números e operações apenas segundo suas propriedades, e não “modelando” números em outros objetos, por exemplo, objetos “físicos” ou geométricos (chamamos a isso internalismo); e, 3) operar sobre números não conhecidos como se fossem conhecidos (chamamos a isso analiticidade). Pensar algebricamente é pensar dessa forma; é produzir significado para situações em termos de números e operações aritméticas (e igualdades ou desigualdades), e com base nisso transformar as expressões obtidas operando sempre de acordo com (1), (2) e (3). (LINS; GIMENEZ, 1997, p. 77).

Com base nessas considerações, percebe-se que o pensar algebricamente está relacionado a produção de significados para situações em termos de números e operações aritméticas, além de igualdades ou desigualdades, e que a partir disso, as expressões obtidas podem ser transformadas, operando-se sempre de acordo com as três características, já mencionadas, na transcrição acima.

A partir do estudo realizado pelos pesquisadores supracitados, são descritas três concepções de Educação Algébrica, a saber: Letrista; Letrista-facilitadora; e Modelagem Matemática.

* *Concepção letrista*

Esta concepção acredita que as atividades algébricas se resumem ao cálculo com letras,

bem como se baseia na perspectiva do ensino de técnicas/algoritmos, seguidos da prática/exercícios.

Segundo Lins e Gimenez (1997), essa visão está presente na maioria dos livros didáticos brasileiros e a sua predominância nas práticas docentes pode estar relacionada tanto ao fato de muitos professores não estarem “preparados” e/ou não conhecerem outras perspectivas e, desta forma, se basearem apenas no que esses recursos contemplam; quanto a uma certa concepção da atividade algébrica (cálculo algébrico).

**Concepção letrista-facilitadora*

Também caracterizada numa perspectiva letrista, esta concepção considera outros elementos na atividade algébrica, como a valorização do “concreto”, visando a aprendizagem do “abstrato”. Ou seja, as propostas baseadas, nesta concepção, acreditam que “[...] a capacidade para lidar com as expressões literais vem por “abstração”, por meio do trabalho com situações “concretas” (LINS; GIMENEZ, 1997, p. 107). Contudo, essa abordagem se mostra insuficiente.

**Concepções de modelagem matemática*

Também adota como ponto de partida uma situação concreta, porém, difere da concepção letrista-facilitadora por considerar o “concreto”, como uma situação real, na qual as atividades propostas trabalham na perspectiva de investigar situações reais. Dentro dessa concepção, se situam as propostas baseadas em modelagem matemática. E tal concepção se apoia na Teoria dos Campos Semânticos, a qual foi desenvolvida por um dos autores.

Lins e Gimenez (1997, p. 109) destacam que, nesta concepção, “[...] a educação algébrica se dá na medida em que a produção de conhecimento algébrico serve ao propósito de iluminar ou organizar uma situação, como ferramenta e não como objeto de estudo”.

No Quadro 4 apresenta-se uma síntese a respeito das concepções de Educação Algébrica, já mencionadas, e sua ênfase no ensino.

Quadro 4: Concepções de Educação Algébrica

(continua)

Concepções de Educação Algébrica	Ênfase no ensino
Letrista	Atividades resumem-se ao cálculo com letras; Baseia-se na perspectiva do ensino de técnicas (algoritmos) seguidas da prática (resolução de exercícios).
Letrista-facilitadora	Supervaloriza o uso de recursos “concretos” visando a aprendizagem do “abstrato”; por exemplo, uso da balança de dois pratos para o ensino de equações.
Modelagem matemática	As atividades algébricas partem de situações concretas

	consideradas reais; O ensino nessa perspectiva considera a investigação de situações reais e viabiliza o desenvolvimento de habilidades que contribuem para produzir significados aos conceitos algébricos.
--	--

(conclusão)

Fonte: Elaborado pela autora com base em Lins e Gimenez (1997).

Lins e Gimenez (1997) apontavam naquela época que concepção dominante no Brasil era a letrista, muito presente nos livros didáticos e nas práticas pedagógicas, e, também que a Modelagem Matemática encontrava forte resistência. Cabe destacar que, atualmente, a concepção letrista continua tendo influência nas práticas pedagógicas que, muitas vezes, priorizam o trabalho com conceitos algébricos valorizando, sobretudo, a capacidade de manipulação simbólica, memorização de procedimentos e técnicas de resolução.

Assim sendo, considera-se importante que durante o processo de formação inicial na licenciatura em Matemática sejam discutidas as diferentes concepções de Álgebra e de Educação algébrica. Pois, o ensino da Álgebra escolar vinculado apenas a concepção letrista que prioriza o cálculo algébrico, dando ênfase para o trabalho com a linguagem algébrica, muitas vezes, de forma mecânica e sem significado para os estudantes, faz com que os mesmos tenham dificuldades no aprendizado da Álgebra escolar e isso acaba não favorecendo o desenvolvimento do pensamento algébrico.

2. 2 PENSAMENTO ALGÉBRICO: ALGUMAS CONSIDERAÇÕES

Walle (2009, p. 287) considera que, “O foco atual do ensino de álgebra está no tipo de pensamento e raciocínio que prepara os alunos a pensar matematicamente em todas as áreas da Matemática”. Neste sentido, destaca-se que o ensino da Álgebra deve ter como objetivo o desenvolvimento do pensamento algébrico dos estudantes, além de considerar que este tipo de pensamento se relaciona a outros campos da Matemática e outras áreas do conhecimento no processo de escolarização. Cabe destacar, ainda, que pensamento algébrico e raciocínio algébrico são tratados como sinônimos por Walle (2009).

Em relação ao pensamento algébrico Walle (2009, p. 287) destaca que este:

[...] **envolve formar generalizações** a partir de experiências com números e operações, **formalizar essas ideias** com o uso de um sistema de símbolos significativo e **explorar os conceitos de padrão e de função**. Longe de ser um tópico de pouco uso no mundo real, o pensamento algébrico penetra toda a matemática e é essencial para torná-la útil na vida cotidiana. (grifos nossos).

Além do exposto, Walle (2009) considera que, apesar de muitos autores e pesquisadores escrevam a respeito do pensamento algébrico, a descrição de Kaput é a mais completa, pois contempla as ideias de outros pesquisadores, ou seja, aponta cinco formas diferentes de raciocínio algébrico, a saber:

1. **Generalização** da aritmética e de padrões em toda a matemática; 2. **Uso significativo de simbolismo**; 3. Estudo da estrutura no sistema de numeração; 4. Estudo de **padrões e funções**; 5. Processo de **modelagem matemática**, que integra as quatro anteriores. (WALLE, 2009, p. 288, grifos nossos).

Percebe-se que, o pensamento algébrico manifesta-se: no trabalho com situações que envolvem a investigação, análise e generalização de padrões; na resolução de situações que exploram intuitivamente o conceito de função, e, após os diferentes tipos de funções; ao identificar e generalizar propriedades, fórmulas, etc. relativas a diferentes conceitos da Matemática; e, também, no trabalho com a modelagem matemática.

Ponte, Branco e Matos (2009) afirmam que, o grande propósito do estudo da Álgebra nos ensinos básico e superior é desenvolver o pensamento algébrico dos estudantes. Para os autores, esse pensamento não está associado apenas à Álgebra, ou seja, está relacionado a outros campos da Matemática como a Aritmética, a Geometria, etc. e, também, a outras áreas do conhecimento, caracterizando-o como:

[...] a capacidade de lidar com expressões algébricas, equações, inequações, sistemas de equações e de inequações e funções. Inclui, igualmente, a capacidade de lidar com outras relações e estruturas matemáticas e usá-las na interpretação e resolução de problemas matemáticos ou de outros domínios. **A capacidade de manipulação de símbolos é um dos elementos do pensamento algébrico**, mas também o é o “sentido de símbolo” (symbolsense), como diz Abraham Arcavi, que inclui a capacidade de interpretar e usar de forma criativa os símbolos matemáticos, na descrição de situações e na resolução de problemas. (PONTE; BRANCO; MATOS, 2009, p. 10, grifos nossos).

A partir do exposto enfatiza-se que o estudo da Álgebra deve estar direcionado ao desenvolvimento do pensamento algébrico dos estudantes, e, neste sentido, deve ir muito além da capacidade de manipulação simbólica.

De acordo com Ponte et al. (2009), outro elemento igualmente importante e essencial do pensamento algébrico é a ideia da generalização, a qual pode ser explorada em diferentes situações matemáticas, por exemplo: no trabalho com padrões, sequências e regularidades, relações entre números e operações, funções, etc.

Ponte et al. (2009) enfatiza que, apesar das expressões algébricas, equações, sistemas,

inequações, funções e os símbolos algébricos terem um papel central no currículo da Álgebra escolar, não surgem necessariamente do mesmo modo do que no passado. Pois, atualmente, entende-se que para o ensino da Álgebra ser de fato significativo, o professor precisa considerar uma maior ênfase na noção de função, no estudo de sequências e as atividades de modelação, visando, sobretudo, a compreensão dos conceitos algébricos estudados e apropriação da linguagem simbólica de forma gradual pelos estudantes.

Assim sendo, desde os Anos Iniciais do Ensino Fundamental é viável e importante o trabalho com a identificação de regularidades e padrões, sequências, estabelecimento de relações entre números e operações, entre outros aspectos que contribuam para a iniciação ao pensamento algébrico e para aprendizagens posteriores nas demais etapas escolares.

Diante dessas considerações, reitera-se que o estudo deste campo da Matemática não deve se reduzir a manipulação simbólica, mas sim, deve estar voltado ao desenvolvimento de capacidades fundamentais como abstração e a generalização. Em outras palavras, no ensino da Álgebra escolar, inicialmente, o foco não deve ser, no uso das letras, ou seja, no trabalho com a linguagem algébrica, mas sim, na compreensão das relações existentes entre os conceitos matemáticos estudados. Uma vez que, “[...] aprender Álgebra implica ser capaz de pensar algebricamente numa diversidade de situações, envolvendo relações, regularidades, variação e modelação” (PONTE et al., 2009, p. 10). Além disso, destaca-se que o pensamento algébrico inclui três vertentes: representar, raciocinar e resolver problemas, as quais estão explicitados na (Figura 1).

Figura 1: Vertentes fundamentais do pensamento algébrico

Representar	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Ler, compreender, escrever e operar com símbolos usando as convenções algébricas usuais; ▪ Traduzir informação representada simbolicamente para outras formas de representação (por objectos, verbal, numérica, tabelas, gráficos) e vice-versa; ▪ Evidenciar sentido de símbolo, nomeadamente interpretando os diferentes sentidos no mesmo símbolo em diferentes contextos.
Raciocinar	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Relacionar (em particular, analisar propriedades); ▪ Generalizar e agir sobre essas generalizações revelando compreensão das regras; ▪ Deduzir.
Resolver problemas e modelar situações	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Usar expressões algébricas, equações, inequações, sistemas (de equações e de inequações), funções e gráficos na interpretação e resolução de problemas matemáticos e de outros domínios (modelação).

Outros pesquisadores da Educação Matemática como Vale e Pimentel (2005) e Borralho e Barbosa (2009) também enfatizam a relevância do trabalho com atividades que explorem a análise e generalização de padrões matemáticos a fim de favorecer o desenvolvimento do pensamento algébrico.

Borralho e Barbosa (2009) destacam que, a Álgebra deve ser considerada uma forma de pensamento matemático desde o 1º ciclo do ensino básico, (correspondente na educação brasileira do 1º Ano ao 4º Ano do Ensino Fundamental) enfatizando que a exploração de padrões pode ser um ótimo caminho para uma abordagem poderosa da Álgebra, principalmente, nos primeiros anos, como suporte no pensamento pré-algébrico.

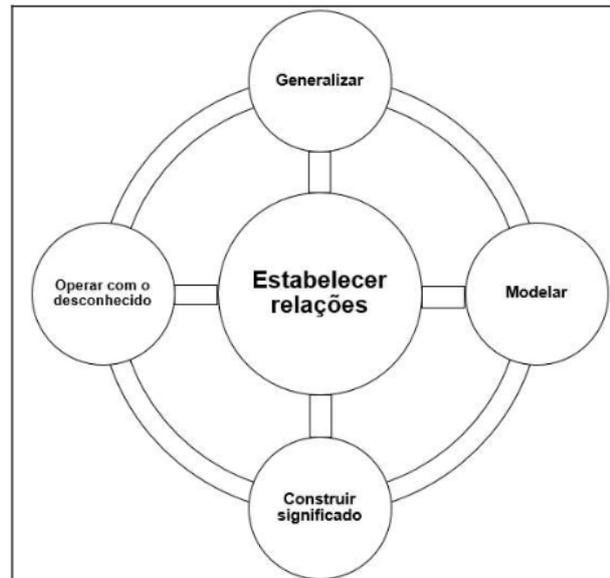
Almeida e Santos (2017, p. 34) destacam que, embora exista um consenso entre os pesquisadores da Educação Matemática acerca da importância do desenvolvimento do pensamento algébrico, “[...] esse consenso não existe quando nos referimos ao conceito de pensamento algébrico”. Ou seja, não existe uma categorização/definição única e comum entre os pesquisadores a respeito deste tipo de pensamento.

Assim, com o objetivo de construir uma caracterização para o pensamento algébrico que possa auxiliar tanto professores da Educação Básica como pesquisadores da Educação Matemática, Almeida e Santos (2017) realizaram um estudo teórico baseando-se, principalmente, nos trabalhos de Rômulo Lins (1992; 1994a; 1994b), James Kaput (1999; 2008) e Luis Radford (2006; 2009; 2011b). Com esse estudo puderam concluir que:

[...] pensar algebricamente é revelado por meio de cinco características, a saber: **“estabelecer relações”**; **“generalizar”**; **“modelar”**; **“operar com o desconhecido”**; e **“construir significado”**. Além disso, sustentamos que no centro dessas características está a capacidade de estabelecer relações, e, subjacentes a ela, porém, não menos importantes, estão as outras. Portanto, defendemos que a **primeira característica do pensamento algébrico** desenvolvida e revelada por um sujeito é a **capacidade de estabelecer relações**, seguida pelas demais. (ALMEIDA; SANTOS, 2017, p. 53, grifos nossos).

Na Figura 2 é apresentado um esquema, elaborado por Almeida e Santos (2017), que indica como as cinco características do pensamento algébrico se comunicam e inter-relacionam.

Figura 2: Esquema das características do pensamento algébrico



Fonte: (ALMEIDA; SANTOS, 2017, p. 54).

Com o objetivo de exemplificar esta caracterização do pensamento algébrico, Santos e Almeida (2017, p. 54) abordam o seguinte problema: “Joana, Paulo e Roberto vão repartir 37 balas de modo que Paulo receba 5 balas a mais que Joana e Roberto receba 2 balas a mais que Joana. Quantas balas receberá cada um?”, e explicita as etapas de resolução do problema elaboradas pelo estudante, como pode-se observar na Figura 3.

Figura 3: Resposta de um estudante a um problema de partilha

A imagem mostra a resposta manuscrita de um estudante a um problema de partilha. O trabalho está dividido em três etapas principais, indicadas por setas vermelhas:

- 1ª etapa:** O estudante escreve a equação $J + P + R = 37$. Abaixo dela, indica as relações de mais/menos: $+5$ (para Paulo) e $+2$ (para Roberto).
- 2ª etapa:** O estudante substitui as variáveis para obter uma equação em uma única incógnita: $x + x + 5 + x + 2 = 37$. Em seguida, simplifica para $3x + 7 = 37$, depois $3x = 30$, e finalmente $x = 10$.
- 3ª etapa:** O estudante apresenta o resultado final: \therefore Joana = 10, Paulo = 15, Roberto = 12.

Fonte: (ALMEIDA, 2016 apud ALMEIDA; SANTOS, 2017, p. 54).

De acordo com Almeida e Santos (2017), na primeira etapa (Figura 3) o estudante inicia a resolução do problema mobilizando a característica central do pensamento algébrico, ou seja, a capacidade de estabelecer relações. Para tanto, estabelece relações entre as partes e o todo, seguida/concomitante da elaboração de um modelo matemático, utilizando, para isso, as iniciais dos nomes dos personagens e indicando que a soma das quantidades de balas recebidas por cada

um é igual ao total de balas. Ainda, nesta etapa inicial, o estudante começa a revelar outra característica do pensamento algébrico, a capacidade de modelar.

Em relação à segunda etapa, Santos e Almeida (2017) consideram que, em um momento inicial, o estudante demonstra que a sua capacidade de modelar, está bem desenvolvida, visto que, converte o problema em uma equação polinomial do 1º grau. Bem como, que concomitante a esse processo de modelar, surge outra característica do pensamento algébrico, a capacidade de generalizar. Além disso, ainda, nesta etapa, é revelada a quarta característica do pensar algebricamente, ou seja, a capacidade de operar com o desconhecido.

Constata-se que, é na terceira etapa de resolução do problema, que a quinta característica do pensamento algébrico é revelada pelo estudante como pode-se verificar na citação a seguir.

A construção de significado da linguagem algébrica pelo aluno é revelada, por exemplo, ao final da resolução do problema, **na 3ª etapa**, quando ele indica que o “X” representa a quantidade de balas que Joana irá receber, por isso “Joana = 10”, que “X + 5” indica a quantidade de balas de Paulo, daí “Paulo = 15” (10 + 5), e que o “X + 2” é a quantidade de balas de Roberto, levando a “Roberto = 12” (10 + 2). (ALMEIDA; SANTOS, 2017, p. 57-58, grifos nossos).

Almeida e Santos (2017) afirmam que, o fato de apresentar em uma ordem as quatro características do pensamento algébrico subjacentes à central, não significa que elas sejam reveladas pelo sujeito nessa ordem, enfatizando que elas surgem e se desenvolvem ao mesmo tempo, em outros termos, o desenvolvimento de uma característica leva ao desenvolvimento das outras.

A partir dessas considerações, concorda-se com Almeida e Santos (2017, p. 58) ao afirmarem que o pensamento algébrico requer a mobilização das cinco características, já explicitadas, e a característica central, estabelecer relações, é imprescindível, uma vez que “[...] um sujeito só está pensando algebricamente se conseguir estabelecer relações, enquanto que as demais vão surgindo com o tempo”.

E, nesta direção, aponta-se a relevância do professor de Matemática compreender as características do pensamento algébrico, de forma a identificar como elas são mobilizadas/reveladas pelos estudantes no trabalho com conceitos matemáticos em diferentes etapas escolares. No entanto, entende-se que para o professor estar capacitado a desenvolver o ensino da Álgebra escolar de forma significativa é fundamental que se aproprie de aspectos relacionados ao seu ensino e aprendizagem, principalmente, durante o seu processo de formação inicial.

Almeida e Bernardino (2021, p. 98-99) apontam que, a Álgebra escolar se caracteriza pela Álgebra trabalhada na Educação Básica e defendem que: “[...] a álgebra se revela muito

mais na maneira do sujeito pensar, em detrimento da linguagem utilizada para expressar esse pensamento”. Para exemplificar esta concepção/perspectiva de Álgebra, os pesquisadores abordam o seguinte exemplo:

A expressão “ $7 + 5 = 12$ ”, é álgebra ou aritmética? [...] Se ele entende o sinal de igual como uma simples ação para se chegar ao valor da adição $7 + 5$, isto é, o sinal de igualdade apresenta um significado operacional (KIERAN, 1981) correspondendo a uma ação a ser realizada, essa expressão estaria no **campo da aritmética. Porém, se o sujeito consegue **perceber que o sinal de igual significa que existe uma equivalência** entre o termo antes da igualdade e o termo depois da igualdade, se ele entender que “ $7 + 5$ ” **equivale a 12**, ou seja, é igual a 12, essa expressão deixa de ser pensada pelo sujeito como uma **expressão aritmética** e passa a ser pensada como **algébrica**. (ALMEIDA; BERNARDINO, 2021, p. 99, grifos nossos).**

A partir do exposto, evidencia-se que não é a maneira da expressão ser apresentada, ou seja, a sua forma em si, que a vincula ao domínio da Álgebra ou da Aritmética, mas sim, o que o sujeito pensa sobre ela e o significado que atribui a expressão. Portanto, nesta perspectiva, dizer se uma dada expressão se relaciona à Aritmética ou Álgebra depende de como o sujeito a compreende. E, além disso, concorda-se com Almeida e Bernardino (2021, p. 100) ao afirmarem que:

Entender a álgebra como uma maneira especial de pensar, na qual os objetos algébricos – por exemplo, uma equação – estão muito mais no pensamento do sujeito, e não apenas na representação no papel, **não significa menosprezar a linguagem simbólica algébrica**, pois temos plena convicção de que a álgebra, e a matemática como um todo, teve um avanço considerável a partir do momento que o homem conseguiu dominar e entender essa linguagem como a conhecemos hoje. (grifos nossos).

Nesta direção, destaca-se a importância dos (futuros) professores de Matemática da Educação Básica conceberem a Álgebra como uma maneira especial de pensar, a fim de que seu ensino em todas as etapas escolares priorize o desenvolvimento do pensamento algébrico dos estudantes. Porém, isto requer que vários aspectos e abordagens didáticas adequadas da Álgebra escolar e desta forma de pensar matematicamente sejam trabalhadas nos cursos de formação de professores, em especial, na licenciatura em Matemática. Pois, Almeida e Bernardino (2021, p. 106-107), ao analisar as ideias de Álgebra escolar de licenciandos em Matemática, constataram que eles:

[...] **compreendem a álgebra** como: um campo da matemática, manipulação de expressões e resolução de equações, aritmética generalizada e uso de variáveis, se **aproximando de certa forma as concepções propostas por Usiskin (1995)**, porém, não se limitando a elas. Verificamos também que apesar dos sujeitos da pesquisa considerarem importante o ensino de álgebra na educação básica, eles **não conseguem indicar relações do ensino com o desenvolvimento do pensamento algébrico** e

perceber que o caminho para isso deve se dar por meio do trabalho com as noções algébricas desde os primeiros anos escolares, com atividades que envolvam sequências para generalização e identificação de padrões, da noção de equivalência e da ideia intuitiva de função, visto que nenhum dos sujeitos da pesquisa indicaram essas ideias como caminho para iniciar o ensino de álgebra. (grifos nossos).

A partir dessas constatações, Almeida e Bernardino (2021, p. 107) enfatizam a necessidade de:

[...] atentar ao que é proposto aos nossos licenciandos em Matemática e pensar em **ações formativas que rompam com a ideia de álgebra atrelada exclusivamente à linguagem simbólica** e ao trabalho de iniciação apenas com expressões e equações. Afinal, quais as modificações sobre o modo de pensar a educação algébrica queremos adotar? (grifos nossos).

Assim sendo, ressalta-se a importância dos cursos de formação inicial de professores, em particular, a licenciatura em Matemática, trabalhar perspectivas atuais acerca da Álgebra escolar visando contribuir para a atuação/preparação dos futuros professores no tange ao trabalho com a Álgebra na Educação Básica. Destaca-se que as perspectivas atuais acerca do ensino da Álgebra têm como foco o desenvolvimento do pensamento algébrico dos estudantes. Dentre elas, aponta-se as que consideram no trabalho com conceitos algébricos os elementos caracterizadores do pensamento algébrico, como, por exemplo, os indicados por pesquisadores da Educação Matemática como Fiorentini et al. (1993), Fiorentini et al. (2005), Lins e Gimenez (1997), Ponte et al. (2009), Walle (2009), Almeida e Santos (2017), os quais já foram explicitados ao longo deste capítulo.

2.3 O ESTUDO DA ÁLGEBRA ESCOLAR, SEGUNDO PROPOSTAS CURRICULARES DA EDUCAÇÃO BÁSICA

Nesta seção, aborda-se as principais orientações propostas nos documentos curriculares nacionais (Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Fundamental, Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Médio, Orientações Curriculares para o Ensino Médio e Base Nacional Comum Curricular) quanto ao ensino e aprendizagem da Álgebra escolar na Educação Básica. Considera-se essencial o (futuro) professor de Matemática compreender as orientações didáticas para o ensino da Matemática escolar, em especial, acerca da Álgebra escolar e do pensamento algébrico na Educação Básica, além de buscar por estudos da Educação Matemática que enfoquem tais aspectos, pois, desta forma, será possível desenvolver um trabalho que de fato vise ao desenvolvimento do pensamento algébrico dos estudantes.

2.3.1 Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Fundamental

A Álgebra é um campo da Matemática que permite aos estudantes desenvolverem capacidades fundamentais como a abstração e generalização, as quais são imprescindíveis para a resolução de problemas em diferentes campos da Matemática e áreas do conhecimento (BRASIL, 1998).

Os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) apontam a relevância de um trabalho envolvendo noções algébricas, desde os Anos Iniciais. Destaca-se que tais noções podem ser exploradas a partir de um trabalho articulado à Aritmética, contribuindo para que os estudantes desenvolvam gradativamente o pensamento algébrico. (BRASIL, 1998).

Nos PCN elaborados para o 1º e 2º ciclos do Ensino Fundamental, ou seja, do 1º Ano ao 4º Ano, apesar da Álgebra não ser considerada um tema independente, são propostos vários aspectos de caráter algébrico, a saber: a exploração de sequências; o estabelecimento de relações entre números e entre números e operações; e o estudo de propriedades geométricas, o que contribui para o início do desenvolvimento do pensamento algébrico dos estudantes desde esta etapa.

Neste sentido, reitera-se que o pensamento algébrico deve ser desenvolvido desde os Anos Iniciais, de forma a viabilizar que os conceitos já trabalhados sejam retomados nos Anos Finais, principalmente no 6º Ano, para que noções e conceitos algébricos possam ser ampliados e aprofundados ao longo do Ensino Fundamental. (BRASIL, 1998).

Nos PCN propostos para os Anos Finais, a Álgebra está inserida no bloco de conteúdos denominado *Números e Operações* e ganha destaque no item *Orientações didáticas* para o terceiro e o quarto ciclos. Esse documento aponta que o propósito principal do ensino desse campo da Matemática está no desenvolvimento do pensamento algébrico dos estudantes, pois dentre os objetivos de Matemática propostos para o terceiro ciclo (6º Ano e 7º Ano), tem-se que:

[...] o ensino de Matemática deve visar ao desenvolvimento [...] **do pensamento algébrico**, por meio da exploração de situações de aprendizagem que levem o aluno a: **reconhecer que representações algébricas permitem expressar generalizações sobre propriedades das operações aritméticas**; traduzir situações-problema e favorecer as possíveis soluções; traduzir informações contidas em tabelas e gráficos em linguagem algébrica e vice-versa, **generalizando regularidades e identificar o significado das letras**; utilizar os conhecimentos sobre as operações numéricas e suas propriedades para construir estratégias de cálculo algébrico. (BRASIL, 1998, p. 64, grifos nossos).

Além disso, os PCN indicam que no 3º ciclo, durante o trabalho com números, é fundamental o estudo de algumas relações funcionais a partir da exploração de sequências

numéricas com o objetivo de que os estudantes percebam e expressem generalizações.

No tocante ao quarto ciclo do Ensino Fundamental (8º Ano e 9º Ano), o documento orienta que o ensino da Matemática deve visar, dentre outros aspectos, o desenvolvimento do pensamento algébrico dos estudantes, como se pode observar na citação a seguir:

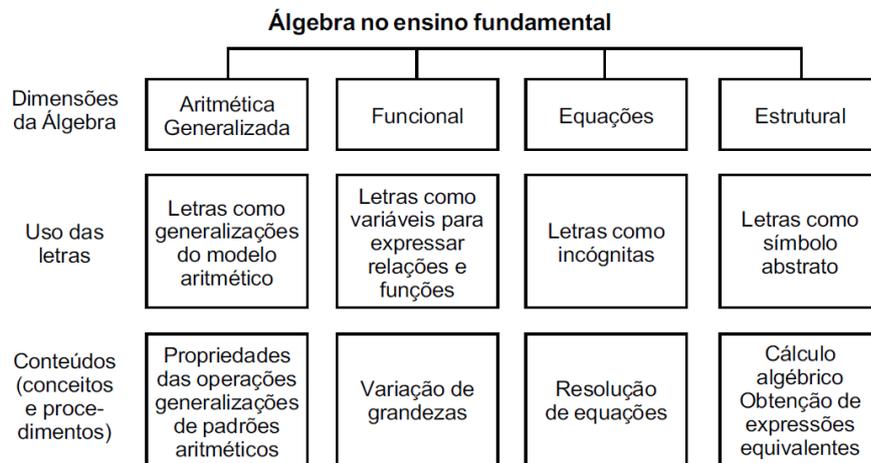
[...] do pensamento algébrico, por meio da exploração de situações de aprendizagem que levem o aluno a: **produzir e interpretar diferentes escritas algébricas** - expressões, igualdades e desigualdades -, identificando as equações, inequações e sistemas; resolver situações-problema por meio de equações e inequações do primeiro grau, **compreendendo os procedimentos envolvidos; observar regularidades e estabelecer leis matemáticas que expressem a relação de dependência entre variáveis.** (BRASIL, 1998, p. 81, grifos nossos).

Percebe-se que, para o quarto ciclo, propõe-se o trabalho com situações-problema envolvendo os conceitos algébricos de forma a explorar a produção de diferentes escritas algébricas pelos estudantes, favorecendo a sua capacidade de ir se expressando algebricamente, bem como a sua compreensão em relação aos conceitos e procedimentos adotados em diferentes situações. Salienta-se que essa prática pode contribuir para que os estudantes desenvolvam gradativamente o pensamento algébrico.

A partir das orientações curriculares propostas pelos PCN tanto para o terceiro como para o quarto ciclo, sublinha-se que o ensino da Álgebra no Ensino Fundamental tem o propósito de desenvolver o pensamento algébrico dos estudantes.

Além de todas as considerações, já mencionadas, os PCN apresentam diferentes concepções para a Álgebra escolar (Figura 4), na qual as letras assumem diferentes usos e significados. Segundo esse documento, para a compreensão de conceitos e procedimentos algébricos e para garantir o desenvolvimento do pensamento algébrico é recomendável que sejam propostas atividades aos estudantes que possibilitem inter-relacionar as diferentes concepções da Álgebra ao longo dos terceiro e quarto ciclos.

Figura 4: Diferentes concepções da Álgebra escolar



Fonte: (BRASIL, 1998, p. 116).

Diante dessas orientações verifica-se que, as concepções propostas pelos PCN (BRASIL, 1998) são muito similares as classificadas por Usiskin (1995), apresentadas no Capítulo 2. Porém, nos PCN enfatiza-se que o trabalho articulado com as quatro dimensões da Álgebra (Figura 4), ao longo dos Anos Finais do Ensino Fundamental, é recomendável para que os estudantes desenvolvam o pensamento algébrico.

2.3.2 Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Médio

Para a área de Matemática, os Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Médio (PCN+) indicam três temas estruturadores: Álgebra: números e funções; Geometria e medidas e Análise de dados, que estão divididos em unidades temáticas e devem ser desenvolvidos de forma concomitante nos três anos do Ensino Médio. Para o desenvolvimento de “Álgebra: números e funções” são propostas duas unidades temáticas: variação de grandezas e trigonometria, as quais contemplam os conteúdos a serem estudados e as habilidades a serem desenvolvidas pelos estudantes.

Na unidade “Variação de grandezas” são propostos como conteúdos a noção de função, funções, sequências numéricas: progressões e a noção de infinito; e taxa de variação de grandezas. E, no trabalho com tais conceitos espera-se que os estudantes desenvolvam as seguintes habilidades:

- [...] • Reconhecer e utilizar a linguagem algébrica nas ciências, necessária para **expressar a relação entre grandezas e modelar situações-problema**, construindo modelos descritivos de fenômenos e fazendo conexões dentro e fora da Matemática.
- **Compreender o conceito de função**, associando-o a exemplos da vida cotidiana.

•Associar diferentes funções a seus gráficos correspondentes.• Ler e interpretar diferentes linguagens e representações envolvendo variações de grandezas. • **Identificar regularidades** em expressões matemáticas e **estabelecer relações entre variáveis**. (BRASIL, 2002, grifos nossos).

Percebe-se que tais habilidades se aproximam aos aspectos caracterizadores do pensamento algébrico como estabelecer relações, expressar a relação entre grandezas, modelar situações-problema, identificar regularidades (FIORENTINI et al. 1993; FIORENTINI et al. 2005; PONTE et al. 2009; WALLE, 2009; ALMEIDA; SANTOS, 2017). Desta forma, evidencia-se que o estudo da unidade “Álgebra: números e funções” visa que, os estudantes compreendam os diferentes tipos de funções e suas representações e desenvolvam o seu pensamento algébrico.

Quanto a unidade temática “Trigonometria” verificou-se a descrição dos conceitos de trigonometria: do triângulo retângulo; do triângulo qualquer; da trigonometria da primeira volta e, das seguintes habilidades:

[...] • **Utilizar e interpretar modelos para resolução de situações-problema** que envolvam medições, em especial o cálculo de distâncias inacessíveis, e para **construir modelos que correspondem a fenômenos periódicos**. • Compreender o conhecimento científico e tecnológico como resultado de uma construção humana em um processo histórico e social, reconhecendo o uso de **relações trigonométricas** em diferentes épocas e contextos sociais. (BRASIL, 2002, grifos nossos).

Verifica-se que, nesta unidade também devem ser trabalhadas as funções trigonométricas seno, cosseno e tangente, e, as suas relações aos fenômenos que apresentam comportamento periódico, pois tais funções podem ser modelos matemáticos de vários fenômenos periódicos.

Sublinha-se que o documento aponta a importância do estudo das funções para a aprendizagem da Matemática e de outras áreas do conhecimento, como pode-se verificar na transcrição a seguir.

O estudo de funções permite ao aluno adquirir a linguagem algébrica como a linguagem das ciências, necessária para expressar a relação entre grandezas e modelar situações-problema, construindo modelos descritivos de fenômenos e permitindo várias conexões dentro e fora da própria matemática. (BRASIL, 2002, p.121, grifos nossos).

Os PCN+ (BRASIL, 2002) afirmam que, embora tradicionalmente o ensino de funções imponha como pré-requisito o estudo dos números reais e de conjuntos e suas operações, seguido da definição de relações, para só após abordar as funções como casos específicos de

relações, essa abordagem não é a mais adequada indicando que o estudo de funções pode ter início com situações contextualizadas que envolvam a variação entre duas grandezas.

Além disso, é importante destacar que: “toda linguagem excessivamente formal que cerca esse tema deve ser relativizada e em parte deixada de lado, juntamente com os estudos sobre funções injetoras, sobrejetoras, compostas e modulares.” (BRASIL, 2002, p. 121).

Considera-se, portanto que, abordar funções, inicialmente, o mais adequado é explorá-la de modo intuitivo, ou seja, através de situações que possibilitem aos estudantes investigar e analisar a variação em diferentes contextos, identificar regularidades, estabelecer relações, evidenciar as variáveis dependente e independente e expressar algebricamente uma generalização da lei que expressa essa relação, para só após serem definidos tipos específicos de funções, uma vez, que tais aspectos contribuem para a compreensão desse conceito e para desenvolver seu pensamento algébrico.

Além da relevância do estudo de funções são enfatizados no tema estruturador “Álgebra: números e funções”, o trabalho com sequências de modo conectado à ideia de função; a abordagem da trigonometria de modo articulado as suas aplicações e aos aspectos importantes das funções trigonométricas e seus gráficos; o aprofundamento de conceitos de números e operações de forma relacionada a outros conceitos; e, o estudo de equações polinomiais e de sistemas lineares 3 por 3 deve ser realizado considerando os conhecimentos que os estudantes já possuem sobre equações e sistemas 2 por 2 na perspectiva de aplicá-los à resolução de problemas simples de outras áreas do conhecimento. (BRASIL, 2002).

2.3.3 Orientações Curriculares Nacionais para o Ensino Médio

As Orientações Curriculares Nacionais para o Ensino Médio (OCNEM) foram instituídas no ano de 2006 na intenção de contribuir para o diálogo entre professor e escola sobre a prática docente e efetivar a reforma do Ensino Médio. Para tanto, orientam que o processo de ensino e aprendizagem deve visar ao desenvolvimento de habilidades que caracterizem o pensamento matemático na qual, é fundamental priorizar a qualidade do processo de ensino e aprendizagem em detrimento à quantidade de conteúdos a serem trabalhados.

Destaca-se que, os conteúdos matemáticos apresentados neste documento, estão organizados em quatro blocos, a saber: Números e operações; Funções; Geometria; Análise de dados e probabilidade, e devem ser trabalhados na perspectiva de buscar conexões entre eles e com outras áreas do conhecimento. No que se refere ao bloco “Funções” indica-se que seu

estudo pode ter início com a exploração qualitativa das relações entre duas grandezas através de diferentes situações como, por exemplo, idade e altura; tempo e distância percorrida; tempo e crescimento populacional, área do círculo, entre outras relações funcionais. (BRASIL, 2006).

Entende-se que tais situações possibilitam aos estudantes investigar a variação entre duas grandezas, contribuindo para que os mesmos identifiquem a relação de dependência entre elas, compreendam o conceito de variável dependente e independente, e estabeleçam a lei matemática que expressa essa relação, o que favorece a aprendizagem de funções e desenvolvimento do pensamento algébrico.

De acordo com as OCNEM após o trabalho com as situações, já explicitadas, o estudo de funções pode ser desenvolvido com exploração de situações que envolvam diferentes modelos matemáticos como linear, quadrático, exponencial e periódico sendo:

[...] **recomendável que o aluno seja apresentado a diferentes modelos, tomados em diferentes áreas do conhecimento** (queda livre de um corpo, movimento uniforme e uniformemente acelerado, crescimento de uma colônia de bactérias, quantidade de medicamento na corrente sanguínea, rendimentos financeiros, consumo doméstico de energia elétrica, etc.). (BRASIL, 2006, 72, grifos nosso).

Percebe-se que, a exploração de situações que envolvem funções em diferentes contextos é o caminho mais indicado para o trabalho com tipos específicos de funções no Ensino Médio. Concorda-se com essa abordagem, pois ela tem o potencial de contribuir para que os mesmos manifestem/mobilizem os aspectos caracterizadores deste tipo de pensamento como, investigar e estabelecer relações, abstrair, modelar e expressar na representação algébrica relações funcionais em diferentes contextos.

Outro aspecto a ser mencionado é que as progressões aritméticas e geométricas não devem ser abordadas como tópicos independentes, em que os estudantes não as associam/identificam como funções, já estudadas. Mas sim, de modo articulado a funções podendo ser definidas como funções afim e exponencial, nessa ordem. (BRASIL, 2006).

2.3.4 Base Nacional Comum Curricular

A Base Nacional Comum Curricular (BNCC) é o documento que contém as orientações curriculares nacionais mais recentes, tendo um caráter normativo, que indica o conjunto de conhecimentos, habilidades e competências essenciais que todos os estudantes devem desenvolver ao longo de todas as etapas e modalidades da Educação Básica, visando assegurar

os direitos de aprendizagem e desenvolvimento em consonância com o que estabelece o Plano Nacional de Educação. (BRASIL, 2018).

No que tange a área da Matemática, o documento aponta a importância do letramento matemático dos estudantes, como pode-se observar na transcrição a seguir.

O Ensino Fundamental deve ter compromisso com o desenvolvimento do **letramento matemático, definido como as competências e habilidades de raciocinar, representar, comunicar e argumentar matematicamente**, de modo a favorecer o estabelecimento de conjecturas, a formulação e a resolução de problemas em uma variedade de contextos, utilizando conceitos, procedimentos, fatos e ferramentas matemáticas. (BRASIL, 2018, p. 266, grifos nossos).

A partir dessas considerações sublinha-se a necessidade e relevância do Ensino Fundamental propiciar o desenvolvimento do letramento matemático dos estudantes, assegurando aos mesmos desenvolver além de competências e habilidades matemáticas fundamentais, o raciocínio lógico e crítico.

Contudo, isso requer que o trabalho pedagógico priorize e esteja articulado a processos matemáticos como a resolução e elaboração de problemas, investigações matemáticas, desenvolvimento de projetos e modelagem matemática, uma vez que, tais perspectivas se configuram como formas privilegiadas da atividade matemática, devendo ser concebidas pelos professores tanto como objeto quanto estratégia para a aprendizagem ao longo da Educação Básica. (BRASIL, 2018). Vale ressaltar, também, que:

Esses processos de aprendizagem são potencialmente ricos para o desenvolvimento de competências fundamentais para o letramento matemático (raciocínio, representação, comunicação e argumentação) e para o desenvolvimento do pensamento computacional. (BRASIL, 2018, p. 266).

Além disso, a BNCC considera que os diferentes campos que compõem a Matemática constituem um conjunto de ideias fundamentais, que promovem conexões entre eles, a saber: equivalência, ordem, proporcionalidade, interdependência, representação, variação e aproximação. Bem como, aponta que tais ideias são importantes para o desenvolvimento do pensamento matemático dos estudantes e, portanto, devem se converter, na escola, em objetos de conhecimento, ou seja, nos conceitos estudados.

Nesta direção, a BNCC propõe cinco unidades temáticas, a saber: Números, Álgebra, Geometria, Grandezas e medidas e Probabilidade e estatística. Destaca-se que a partir dessas unidades são estruturados os conteúdos, estando designados, neste documento, como objetos de conhecimento, e, também, as habilidades que devem ser desenvolvidas de acordo com os

objetos de conhecimento indicados para cada ano.

Salienta-se que, as cinco unidades temáticas, já mencionadas, estão presentes em todos os Anos do Ensino Fundamental, ou seja, do 1º Ano ao 9º Ano, sendo que cada uma delas pode ter ênfase diferente, dependendo do ano escolar. Além disso, “Em todas as unidades temáticas, a delimitação dos objetos de conhecimento e das habilidades considera que as noções matemáticas são retomadas, ampliadas e aprofundadas ano a ano.” (BRASIL, 2018, p. 276).

Assim sendo, destaca-se a importância do professor de Matemática compreender como as unidades temáticas, objetos de conhecimento e habilidades são apresentados na BNCC, além de como se relacionam e podem ser explorados e/ou trabalhados em cada ano escolar. Pois, os campos da Matemática mantêm articulações/conexões entre si e com outras áreas do conhecimento e, assim, não devem ser abordados de forma isolada e fragmentada. (BRASIL, 2018).

Verifica-se que a Álgebra ganha destaque na BNCC sendo uma das unidades temáticas que contempla todos os Anos do Ensino Fundamental e as ideias fundamentais relacionadas a esta unidade são: equivalência, variação, interdependência e proporcionalidade. (BRASIL, 2018).

Quanto às orientações desta unidade temática referente aos Anos Iniciais indica-se o trabalho com situações que explorem as ideias de regularidade, generalização de padrões e propriedades da igualdade, sem a utilização de letras para expressar regularidades, nesse momento. Além disso, a noção intuitiva de função, também pode ser explorada, como pode-se verificar na descrição a seguir.

[...] por meio da resolução de problemas envolvendo a variação proporcional direta entre duas grandezas (sem utilizar a regra de três), como: “Se com duas medidas de suco concentrado eu obtenho três litros de refresco, quantas medidas desse suco concentrado eu preciso para ter doze litros de refresco?” (BRASIL, 2018, p. 270).

Além disso, o documento orienta que os professores realizem um trabalho articulado à unidade temática Números, principalmente, no estudo de sequências numéricas e proponham situações envolvendo a variação proporcional direta entre duas grandezas, na perspectiva de o desenvolvimento do pensamento algébrico dos estudantes tenha início nesta etapa. (BRASIL, 2018).

No que se refere ao Ensino Fundamental – Anos Finais, conforme a BNCC, o estudo de conceitos algébricos deve retomar, aprofundar e ampliar o que foi trabalhado no Ensino Fundamental – Anos Iniciais, como pode-se observar na descrição a seguir:

Nessa fase, os alunos devem **compreender os diferentes significados das variáveis numéricas em uma expressão, estabelecer uma generalização de uma propriedade, investigar a regularidade de uma sequência numérica**, indicar um valor desconhecido em uma sentença algébrica e estabelecer a variação entre duas grandezas. É necessário, portanto, que os alunos **estabeleçam conexões entre variável e função e entre incógnita e equação**. As técnicas de resolução de equações e inequações, inclusive no plano cartesiano, devem ser desenvolvidas como uma maneira de representar e resolver determinados tipos de problema, e não como objetos de estudo em si mesmos. (BRASIL, 2015, p. 270 e 271, grifos nossos).

Constata-se que, o trabalho com conceitos algébricos deve estar voltado ao desenvolvimento do pensamento algébrico. E, neste sentido, sublinha-se a importância de o professor explorar situações-problema que possibilitem aos estudantes mobilizar os elementos caracterizadores do pensamento algébrico, supracitados.

Para o Ensino Médio, a organização curricular da área da Matemática e suas tecnologias está organizada de modo diferente, ou seja, a partir de cinco competências específicas e habilidades, as quais conforme o documento são bem amplas. A competência específica um propõe:

Utilizar estratégias, conceitos e procedimentos matemáticos para interpretar situações em diversos contextos, sejam atividades cotidianas, sejam fatos das Ciências da Natureza e Humanas, das questões socioeconômicas ou tecnológicas, divulgados por diferentes meios, de modo a contribuir para a formação geral. (BRASIL, 2018, grifos nossos).

Verificou-se que são definidas seis habilidades para esta competência e elas estão relacionadas a diferentes campos da Matemática escolar. A habilidade relacionada a Álgebra escolar visa que os estudantes desenvolvam a capacidade de interpretar criticamente situações relacionadas a Ciências da Natureza que envolvam a variação de grandezas, a partir da análise dos gráficos das funções e das taxas de variação, utilizando tecnologias digitais ou não. (BRASIL, 2018).

Como a competência dois indica três habilidades que estão associadas principalmente à Geometria, Estatística e Matemática Financeira não será discutida aqui. Já em relação a competência três identificou-se um total de dezesseis habilidades, na qual cinco estão associadas a Álgebra escolar. Esta competência é designada no documento como:

Utilizar estratégias, conceitos, definições e procedimentos matemáticos para **interpretar, construir modelos e resolver problemas em diversos contextos**, analisando a plausibilidade dos resultados e a adequação das soluções propostas, de modo a construir argumentação consistente. (BRASIL, 2018, p. 535, grifos nossos).

A partir da análise das cinco habilidades vinculadas à Álgebra escolar constatou-se que,

devem ser desenvolvidas a partir do trabalho com os diferentes tipos de funções, a saber: funções polinomiais de primeiro e segundo graus; funções exponenciais e logarítmicas; funções trigonométricas; e, também com equações lineares simultâneas.

Destaca-se que, tais conceitos devem ser abordados a partir de problemas com a utilização de tecnologias digitais ou não, de forma a oportunizar aos estudantes o desenvolvimento das habilidades de resolver e elaborar problemas que requerem a compreender e interpretar as grandezas envolvidas em diferentes contextos, construir modelos empregando as funções afins e quadráticas. (BRASIL, 2018).

No que tange a competência quatro identificou-se que ela explicita o seguinte: “Compreender e utilizar, com flexibilidade e precisão, diferentes registros de representação matemáticos (algébrico, geométrico, estatístico, computacional etc.), na busca de solução e comunicação de resultados de problemas.” (BRASIL, 2018).

Para atender a esta competência são estabelecidas um total de sete habilidades sendo quatro relativas a Álgebra escolar, as quais podem ser sintetizadas do seguinte modo: a capacidade de realizar conversões entre as diferentes representações de uma mesma função, por exemplo, entre as representações algébricas de funções afins, quadráticas, exponenciais e logarítmicas e suas respectivas representações gráficas com uso ou não de tecnologias; identificar as características fundamentais de uma função (domínio, contradomínio, imagem, crescimento e decrescimento); além de diferenciar os casos no qual o comportamento é proporcional. (BRASIL, 2018).

Quanto a competência cinco, são definidas um total de onze habilidades sendo seis associadas ao trabalho com a Álgebra escolar. Tal competência considera que os estudantes devem ser capazes de:

Investigar e estabelecer conjecturas a respeito de diferentes conceitos e propriedades matemáticas, empregando estratégias e recursos, como **observação de padrões**, experimentações e diferentes tecnologias, **identificando a necessidade, ou não, de uma demonstração** cada vez mais formal na validação das referidas conjecturas. (BRASIL, 2018, p. 540, grifos nossos).

Percebe-se que, a investigação e o estabelecimento de conjecturas no trabalho com diferentes conceitos matemáticos e o desenvolvimento de demonstrações para validá-las é possível e/ou viável no Ensino Médio, pois contribuem para que os estudantes mobilizem aspectos importantes para o desenvolvimento do seu pensamento algébrico como observar padrões, investigar e estabelecer conjecturas, abstrair, evidenciar a necessidade ou não de uma demonstração de modo mais “formal” expressa na linguagem algébrica para validar tais

conjecturas.

Além disso, cabe destacar que, a formulação de conjecturas requer que os estudantes busquem por contraexemplos para refutá-las ou utilizem argumentos mais “formais”, como a demonstração de algumas propriedades para validá-las, quando for o caso. (BRASIL,2018).

Quanto as seis habilidades vinculadas à Álgebra escolar verificou-se que serão desenvolvidas no trabalho com os seguintes conceitos: padrões, funções afim, quadrática, exponenciais, progressões aritméticas e progressões geométricas e dizem respeito a:

Investigar relações entre números expressos em tabelas para representá-los no plano cartesiano, **identificando padrões e criando conjecturas para generalizar e expressar algebricamente essa generalização**, reconhecendo quando essa representação é de **função polinomial de primeiro grau**. Investigar relações entre números expressos em tabelas para representa-los no plano cartesiano, identificando padrões e criando conjecturas para generalizar e expressar algebricamente essa generalização, reconhecendo quando essa representação é de **função polinomial de segundo grau** do tipo $y = ax^2$. Investigar pontos de máximo ou de mínimo de funções quadráticas em contextos envolvendo superfícies, Matemática Financeira ou Cinemática, entre outros, com apoio de tecnologias digitais. [...] Representar graficamente a variação da área e do perímetro de um polígono regular quando os comprimentos de seus lados variam, analisando e classificando as funções envolvidas. Identificar e **associar progressões aritméticas (PA) a funções afins** de domínios discretos, para análise de propriedades, dedução de algumas fórmulas e resolução de problemas, Identificar e **associar progressões geométricas (PG) a funções exponenciais** de domínios discretos, para **análise de propriedades, dedução de algumas fórmulas e resolução de problemas**. (BRASIL, 2018, p. 541).

Diante dessas considerações, evidencia-se que no estudo dos diferentes tipos de funções devem ser propostas situações que tenham por objetivo o desenvolvimento do pensamento algébrico dos estudantes, pois aspectos como: estabelecer relações, identificar padrões, criar conjecturas, explicita-las de modo generalizado na representação algébrica e identificar o tipo de relação funcional, estabelecer relações entre progressões e funções, deduzir fórmulas e resolver problemas são indicados por pesquisadores da Educação Matemática e favoreçam o desenvolvimento gradual deste tipo de pensamento.

Com base na análise dos documentos curriculares da Educação Básica (BRASIL, 1998; BRASIL, 2002; BRASIL, 2006; BRASIL, 2018) evidencia-se que o propósito do ensino da Álgebra escolar tanto no Ensino Fundamental quanto no Ensino Médio é desenvolver o pensamento algébrico dos estudantes. Destaca-se que, são vários conceitos algébricos a serem trabalhados na Educação Básica e um dos conceitos centrais da Álgebra escolar e importante para o desenvolvimento do pensamento algébrico é conceito de função, o qual recebe ênfase diferente a depender da etapa escolar que será tratado. Nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental este conceito pode ser explorado intuitivamente a partir do trabalho com

sequências numéricas, por exemplo. Nos Anos Finais, pode ser abordado através da exploração de problemas que envolvem relações funcionais e requerem identificar e analisar essa relação entre variáveis, além da generalização da lei matemática que expressa essa relação de dependência.

No Ensino Médio, o estudo de funções deve ser realizado a partir da resolução e elaboração de problemas que envolvem funções afins, quadráticas, exponenciais, logarítmicas e periódicas aplicadas a diferentes contextos valorizando-se aspectos essenciais para o desenvolvimento do pensamento algébrico como: estabelecer relações, identificar padrões, construir modelos matemáticos empregando funções, abstrair e generalizar.

Concorda-se com Ponte et al. (2009) de o estudo de função é um dos aspectos do pensamento algébrico que deve ser desenvolvido e, neste sentido, sublinha-se a importância de os professores de Matemática entenderem como este conceito deve ser trabalhado em cada ano escolar e busquem aborda-lo a partir de problemas que levem os estudantes a manifestar os elementos caracterizadores do pensamento algébrico e, desta forma, desenvolvê-lo gradativamente ao longo de cada etapa escolar da Educação Básica.

Contudo, para que, estas orientações sejam implementadas nas salas de aulas é fundamental que os (futuros) professores compreendam os diferentes aspectos da Álgebra escolar e do pensamento algébrico. Para tanto, é importante que ao longo do curso de licenciatura em Matemática busque-se oportunizar aos futuros professores estudos e análises dos documentos curriculares oficiais e das pesquisas em Educação Matemática, e, a partir disso, possam discutir e refletir acerca de abordagens didáticas mais adequadas, bem como acerca de suas concepções relativas a Matemática e seu ensino, em especial, da Álgebra e seu ensino.

3 FORMAÇÃO INICIAL DE PROFESSORES DE MATEMÁTICA

Neste capítulo, aborda-se as fundamentações teóricas que baseiam o estudo, contemplando discussões pertinentes à formação inicial de professores de Matemática, a saber: questões associadas a formação na licenciatura, o papel dos conhecimentos inerentes à Matemática Acadêmica e a Matemática Escolar, em especial, à Álgebra escolar para a atuação do futuro professor. E, explicita-se algumas leis que orientam a formação de professores da Educação Básica no Brasil.

3.1 BREVE DISCUSSÃO SOBRE FORMAÇÃO DE PROFESSORES

Na obra intitulada “A Formação Matemática do Professor: Licenciatura e Prática Docente Escolar” de Moreira e David (2018) são apresentadas importantes reflexões acerca da Matemática escolar e da Matemática acadêmica, abordando questões fundamentais para a formação do professor de Matemática.

Na referida obra, destaca-se que, a partir dos anos de 1990, foram desenvolvidas várias pesquisas sobre a licenciatura em Matemática, em particular, dissertações e teses, no entanto, tais trabalhos raramente focalizavam de modo específico as relações entre os conhecimentos matemáticos relativos ao processo de formação e os conhecimentos matemáticos associados à prática docente escolar.

Para tanto, Moreira e David (2018) abordam suas compreensões a respeito da Matemática acadêmica e da Matemática escolar a partir da análise e discussão acerca da teoria de transposição didática, desenvolvida por Chevallard (1991), e da teoria das disciplinas escolares, proposta por Chervel (1990).

A partir da análise dessas perspectivas, os autores consideram que nenhuma delas se mostra satisfatória. Pois, no contexto da transposição didática a noção da Matemática escolar se limita a uma adaptação/didatização da Matemática acadêmica, desconsiderando condicionantes da prática docente e da cultura escolar. Entretanto, apesar de Chervel abrir caminho para se conceber a Matemática escolar como uma construção associada à instituição escolar, ele considera apenas as práticas que se desenvolvem no interior da escola, deixando de lado os múltiplos mecanismos e processos que condicionam essa construção a partir do exterior desse ambiente.

Assim sendo, os pesquisadores assumem uma nova perspectiva acerca da Matemática escolar e da Matemática acadêmica, destacando suas concepções acerca delas. Tal perspectiva

pode ser identificada na citação a seguir.

Usaremos as expressões **Matemática Científica e Matemática Acadêmica como sinônimos que se referem à Matemática como um corpo científico de conhecimentos, segundo a produzem e a percebem os matemáticos profissionais.** E a Matemática Escolar refere-se ao conjunto dos saberes “validados”, associados especificamente ao desenvolvimento do processo de educação escolar básica em Matemática. Com essa formulação, a **Matemática Escolar inclui tanto saberes produzidos e mobilizados pelos professores de Matemática em sua ação pedagógica na sala de aula, quanto resultados de pesquisas que se referem à aprendizagem e ao ensino escolar de conceitos matemáticos, técnicas, processos, etc.** (MOREIRA; DAVID, 2018, p. 20, grifos nossos).

Diante do exposto, evidencia-se que esta concepção de Matemática escolar se diferencia da teoria da transposição didática e também, da teoria das disciplinas escolares. Ou seja, ela vai muito além de uma disciplina vinculada ao ensino de conceitos matemáticos, devendo ser considerada, como um conjunto de todos os saberes (conhecimentos) inerentes ao exercício da profissão docente.

Com apoio teórico em Moreira e David (2018) concebe-se a Álgebra acadêmica como parte integrante da Matemática acadêmica e a Álgebra escolar inerente a Matemática escolar. Nesta direção, é pertinente apresentar alguns aspectos que distinguem a Álgebra acadêmica e a Álgebra escolar.

Moreira e David (2018) considera que no âmbito da Matemática acadêmica se realiza a prática do Matemático, a qual se caracteriza pela produção de resultados originais de fronteira do conhecimento. Nesse contexto, os tipos de conceitos com os quais se trabalha, os níveis de abstração e generalização inerentes a Matemática acadêmica, em particular, da Álgebra acadêmica fazem com que a ênfase nas estruturas abstratas, o processo rigoroso lógico dedutivo e a extrema precisão de linguagem, sejam princípios essenciais relacionados à visão que o matemático constrói do conhecimento matemático, em especial, algébrico.

Concorda-se com Moreira e David (2018) de que como a prática do professor de Matemática da Educação Básica realiza-se num contexto educativo, é necessária uma visão muito diferente da Matemática acadêmica. Bem como de que, no contexto da Matemática escolar, em especial, da Álgebra escolar se faz necessário a valorização de definições mais descritivas, formas alternativas para demonstrações, argumentações ou apresentação de conceitos e resultados, de maneira mais acessível ao estudante em cada etapa escolar.

Além disso, ao afirmarem que, “Uma das distinções importantes entre a Matemática acadêmica e a Matemática escolar é a que se refere ao papel e aos significados das definições e das demonstrações em cada um desses campos do conhecimento matemático.” (MOREIRA;

DAVID, 2018, p. 22), evidencia-se que, a distinção entre a Álgebra acadêmica e a Álgebra escolar situa-se no papel e nos significados das definições e demonstrações em cada um desses campos do conhecimento algébrico.

No tocante ao papel e significados das definições e demonstrações relativas à Matemática acadêmica, apontam que, devido a sua estruturação axiomática, todas as provas se desenvolvem apoiadas em definições, teoremas já estabelecidos, bem como em postulados e conceitos primitivos, o que requer uma formulação precisa para as definições, visto que ambiguidades na caracterização de um objeto matemático podem gerar contradições na teoria.

Verifica-se que, as definições formais e as demonstrações rigorosas são elementos importantes na Matemática acadêmica, em especial, na Álgebra acadêmica tanto durante o processo de constituição da teoria quanto no processo de apresentação sistematizada da teoria já elaborada. (MOREIRA; DAVID, 2018).

Sublinha-se que, na Matemática escolar estão constantemente em cena dois elementos essenciais que modificam significativamente o papel das definições e das provas, como pode-se verificar na citação a seguir.

O primeiro se refere ao fato de que a “validade” dos resultados matemáticos a serem discutidos no processo de escolarização básica não está posta em dúvida; ao contrário, já está garantida, a priori, pela própria Matemática Acadêmica. [...] o segundo elemento, sempre presente no cenário educativo – refere-se à aprendizagem, portanto ao desenvolvimento de uma prática pedagógica visando à compreensão do fato, à construção de justificativas que permitam ao aluno utilizá-lo de maneira coerente e conveniente na sua vida escolar e extra escolar. (MOREIRA; DAVID, 2018, p. 23-24, grifos nossos).

Além desses aspectos, uma diferença significativa entre a Matemática acadêmica e a Matemática escolar situa-se:

[...] entre alinhar argumentos logicamente irrefutáveis que garantam a validade de um resultado a partir de postulados, definições, conceitos primitivos de uma teoria e, no contexto educativo escolar, promover o desenvolvimento de uma convicção profunda a respeito da validade desse resultado. (MOREIRA; DAVID, 2018, p. 24).

Para Moreira e David (2018), na Matemática acadêmica a demonstração faz sentido e é necessária para que o futuro matemático em processo de formação desenvolva uma organização lógica relativa à validade de resultados inerentes a esse campo do conhecimento enquanto que na Educação Matemática escolar tanto o julgamento da validade quanto a elaboração de argumentações inserem-se no desenvolvimento de formas de convencimento próprias do contexto educacional, valorizando-se considerações de natureza didático-pedagógica.

Diante dessas considerações, reitera-se que na Matemática escolar, em especial, na Álgebra escolar as demonstrações desempenham papéis e significados essencialmente pedagógicos. Nesse contexto, as relações com os conceitos primitivos, com as definições, com os axiomas, com a própria linguagem, com o simbolismo algébrico e com o rigor são mais flexíveis e, tais aspectos devem ser considerados pelo professor no processo de ensino e aprendizagem. (MOREIRA; DAVID, 2018).

Em relação ao papel das definições no âmbito da Matemática escolar é importante considerar que:

Além do fato de que os **alunos devem entender a definição**, há que se considerar também a necessidade e a conveniência, no contexto escolar, de se apresentar uma definição formal para os objetos matemáticos em estudo. Enquanto na Matemática Científica a caracterização através da definição formal é central para o desenvolvimento rigoroso da teoria, **na Matemática Escolar, muitas vezes, não é adequado utilizar esse tipo de identificação do objeto**. A tendência predominante na Matemática Científica, desde o século XIX, é a de se caracterizar os objetos matemáticos abstraindo-se sua natureza e enfatizando-se suas estruturas. (grifos nossos). (MOREIRA; DAVID, 2018, p. 29).

Portanto, considera-se que as definições assumem papéis diferentes no contexto da Álgebra acadêmica e da Álgebra escolar. Ou seja, enquanto a definição formal dos conceitos da Álgebra é primordial para o desenvolvimento da teoria na Álgebra acadêmica, no contexto da Álgebra escolar, além de se considerar que os estudantes devem entender a definição, é necessário e conveniente apresentar uma definição formal dos conceitos algébricos. Contudo, muitas vezes, não é recomendado utilizar esse tipo de identificação (definição formal) dos conceitos algébricos.

Moreira e David (2018) apontam que não é adequado transferir para a Matemática escolar (didatizando-os ou não) os valores da Matemática acadêmica, em especial, a definição formal de vários conceitos matemáticos, como o conjunto dos números naturais, o conjunto dos números reais, a representação decimal dos números, a ordem no conjunto dos reais, os poliedros, as noções de área, volume, comprimento etc., não são objetos definidos formalmente no contexto da Educação Básica.

Assim sendo, compreende-se que as definições, assim como as demonstrações, tendem a favorecer um modo mais flexível de caracterização dos objetos matemáticos associados a diferentes campos da Matemática escolar como a Aritmética, a Álgebra, a Geometria etc. Tal caracterização dos conceitos matemáticos, muitas vezes, realiza-se através de referências descritivas ou de imagens intuitivas, no lugar de definições formais, uma vez que as definições e demonstrações têm papéis inerentes à educação matemática escolar. (MOREIRA; DAVID,

2018).

Para tanto, a distinção entre a Matemática acadêmica e a Matemática escolar “[...] não institui uma oposição sistemática entre o saber matemático visto como objeto de construção científico-acadêmica, e a Matemática escolar, entendida como uma amálgama de conhecimentos associados à educação básica.” (MOREIRA; DAVID, 2018, p. 18).

Concorda-se com os autores quando afirmam que, ao reconhecer as especificidades de cada uma dessas faces do conhecimento matemático um conjunto de importantes questões que interessam diretamente à formação do professor perde o caráter de pressuposto natural e emerge a necessidade de colocá-las em discussão na condição de objeto ou problema de investigação teórica e de pesquisas empíricas.

Ao assumir a perspectiva de que o conhecimento trabalhado em qualquer processo de ensino é, em si mesmo, educativo e formativo, Moreira e David (2018, p. 45) consideram que:

Isso parece óbvio, mas a aceitação dessa tese implica a necessidade de uma **análise cuidadosa das relações entre o tipo de conhecimento que se trabalha no processo de formação do professor da escola e o modo como ele vai “absorver as lições” da prática profissional**, ou seja, as formas de inserção no processo de produção de saber e os valores que orientam sua percepção das questões que se colocam na prática. É então que faz toda a diferença optar entre as formas de se conceber a Matemática Escolar. (grifos nossos).

Além do exposto, os autores afirmam que conceber a Matemática escolar como uma construção histórica que reflete múltiplos condicionantes, externos e internos à instituição escolar faz com que a prática profissional dos professores assuma um papel central no processo de formação na licenciatura.

Concorda-se com Moreira e David (2018, p. 102-103) de que:

A hipervalorização da Matemática Acadêmica no processo de formação estimula o desenvolvimento de **concepções e valores distanciados da prática e da cultura escolar**, podendo dificultar a comunicação do professor com os alunos e a própria gestão da matéria em sala de aula. (grifos nossos).

Percebe-se que a hipervalorização da Matemática acadêmica em detrimento dos diversos conhecimentos fundamentais ao exercício da profissão docente influencia as concepções dos futuros professores em relação ao ensino da Matemática escolar, em especial, da Álgebra escolar as quais, muitas vezes, acabam trazendo implicações negativas tanto para a prática pedagógica quanto para a aprendizagem dos estudantes, justamente por estarem distanciadas da realidade escolar.

Vale destacar, ainda, que para Moreira e David (2018, p. 103),

[...] entre as várias formas de **desconexão do processo de formação em relação à prática**, uma específica refere-se ao **distanciamento existente entre os conhecimentos matemáticos trabalhados na licenciatura e as questões que se apresentam ao professor na sua ação pedagógica**. A explicitação da característica geral dessa forma específica de (des)articulação formação-prática constitui a principal tese do livro: a formação matemática na licenciatura, ao adotar a perspectiva e os valores da Matemática Acadêmica, desconsidera importantes questões da prática docente escolar que não se ajustam a essa perspectiva e a esses valores. As formas do conhecimento matemático associado ao tratamento escolar dessas questões não se identificam – algumas vezes chegam a se opor – à forma com que se estrutura o conhecimento matemático no processo de formação. Diante disso, coloca-se claramente a **necessidade de um redimensionamento da formação matemática na licenciatura**, de modo a equacionar melhor os papéis da Matemática Científica e da Matemática Escolar nesse processo. (grifos nossos).

Com base nas considerações tratadas até aqui, sublinha-se a importância dos cursos de licenciatura em Matemática problematizar os papéis da Matemática acadêmica e da Matemática escolar, em particular, da Álgebra acadêmica e da Álgebra escolar no processo de formação do futuro professor, de forma que suas propostas curriculares não priorizem uma delas em detrimento da outra, pois ambas são essenciais para a atuação do professor da Educação Básica.

Dentre outros estudos que abordam aspectos relacionados à formação inicial do professor de Matemática, destacam-se os trabalhos de Araujo (2008) e Fiorentini e Oliveira (2013), os quais passamos a explicitar.

Araujo (2008) discute em seu estudo alguns aspectos pertinentes ao ensino de Álgebra e a formação de professores, destacando que, em 2008, o cenário do ensino da Álgebra no Brasil refletia as várias fases do desenvolvimento histórico desse campo da Matemática.

De acordo com Araujo (2008), nos cursos de licenciatura em Matemática, em particular, nas disciplinas de Álgebra, tem predominado o estudo da Álgebra das estruturas em detrimento de estudos sobre o ensino da Álgebra na Educação Básica. Neste sentido, concorda-se com a pesquisadora de que “O ensino da Álgebra nas escolas da educação básica deve ser uma das preocupações dos cursos de licenciatura em Matemática na busca de uma melhor formação aos professores”. (ARAUJO, 2008, p. 342).

Florentini e Oliveira (2013) problematizam e discutem o lugar da Matemática na formação do futuro professor, em cursos de licenciatura em Matemática, apontando que os cursos de licenciatura em geral têm sido alvo de inúmeras críticas por parte de diferentes membros da comunidade acadêmica, ou seja, pesquisadores, professores formadores, egressos e licenciandos.

A respeito de tais críticas afirma-se que elas estão relacionadas:

[...] aos currículos, sobretudo às disciplinas específicas, às metodologias de ensino das aulas, ao **distanciamento ou desconexão entre as práticas de formação e as práticas de ensinar e aprender na escola básica**, à falta de diálogo ou interrelação entre as disciplinas específicas e as de formação didático-pedagógica, ao isolamento do estágio, entre outras. (FIORENTINI; OLIVEIRA, 2013, p. 919, grifos nossos).

Com base nessa consideração reitera-se que várias questões precisam ser levadas em conta e enfrentadas no processo de formação dos futuros professores, em particular, de Matemática, visando à preparação dos mesmos para o trabalho na Educação Básica.

A fim de discutir as múltiplas interpretações e concepções associadas à prática do educador matemático, Fiorentini e Oliveira (2013, p. 920) destaca três perspectivas. Em relação à primeira perspectiva aponta que ela:

[...] **parte do princípio que a prática do professor de matemática pode ser vista como essencialmente prática**, bastando a ele apenas o domínio do conhecimento matemático que é o objeto de ensino e aprendizagem. Entende que a arte de ensinar se aprende ensinando, isto é, na prática, não havendo necessidade de uma formação formal ou teórica acerca das relações entre matemática, aluno e professor. [...] **O lugar da matemática, nessa concepção de prática de formação docente, é central e majoritário**, porém mais voltado ao conhecimento matemático clássico – em sua tradição platônica e euclidiana e, às vezes, formalista estrutural, conforme Fiorentini (1994) – do que um saber problematizado e vetorizado (isto é voltado e direcionado) à formação matemática e didático-pedagógica do professor da escola básica. Além disso, **as disciplinas didático-pedagógicas ocupam um lugar secundário**, pois priorizam aspectos genéricos das ciências da educação (psicologia da educação, Filosofia e história da educação, sociologia da educação, estrutura e funcionamento do ensino etc), **não situando-as ou focalizando-as nas práticas de ensinar e aprender a matemática da escola básica**. (grifos nossos).

A partir do exposto percebe-se que a primeira perspectiva considera que o processo de ensinar se aprende na prática, priorizando o domínio do conhecimento matemático em detrimento de conhecimentos didático-pedagógicos, entendidos, nesta pesquisa, como essenciais e relevantes para o exercício da profissão docente.

No tocante a segunda perspectiva sinaliza-se que esta concebe a prática pedagógica do educador matemático como campo de aplicação de conhecimentos produzidos, de forma sistemática, pela pesquisa acadêmica. Além disso, os cursos de licenciatura em Matemática, no Brasil, durante muito tempo, estruturaram suas propostas curriculares considerando essa perspectiva, conhecida como modelo 3+1, na qual se prioriza uma sólida formação teórica tanto em termos dos conhecimentos matemáticos quanto das ciências educativas e metodologias de ensino da matemática, e, no último ano ocorre à “aplicação” ou à “prática” do que foi aprendido nos anos anteriores. (FIORENTINI; OLIVEIRA, 2013).

De acordo com os autores, essa concepção de prática do educador matemático considera apenas a Matemática, inerente aos matemáticos profissionais, acreditando que para o ensino e

aprendizagem dela basta, apenas, o professor saber adaptá-la ao contexto escolar. Evidencia-se que, nessa concepção, a Matemática tem um papel principal no processo de formação inicial, desconsiderando-se os diferentes conhecimentos e saberes necessários a atuação do professor de Matemática.

No que diz respeito à terceira perspectiva Fiorentini e Oliveira (2013, p. 921) mencionam que:

[...] **a prática pedagógica da matemática é vista como prática social, sendo constituída de saberes e relações complexas** que necessitam ser estudadas, analisadas, problematizadas, compreendidas e continuamente transformadas. Isso requer uma **prática formativa que tenha como eixo principal de estudo e problematização as múltiplas atividades profissionais do educador matemático**. Ele pode atuar como professor de matemática na escola básica ou no ensino superior. Pode atuar como formador de professores que ensinam matemática, tanto na formação inicial como na continuada. [...] Pode ser monitor ou tutor de ensino à distância, envolvendo atividades de aprendizagem matemática. Pode atuar como professor particular de matemática, dando suporte aos alunos com dificuldades de aprendizagem matemática nas escolas. (grifos nossos).

Diante dessas considerações, reitera-se a importância de os cursos de licenciatura em Matemática conceberem a prática do educador matemático como prática social, priorizando como foco de estudo e problematização as múltiplas atividades profissionais do educador matemático. Nessa direção, Fiorentini e Oliveira (2013, p. 933), apoiando-se no estudo de Moreira (2004), destacam uma problemática que está associada ao processo de formação do professor de Matemática, ou seja, a existência de uma quase tricotomia entre:

[...] (1) **a formação matemática** voltada quase exclusivamente à matemática acadêmica, sem estabelecer relações e problematizações com a matemática escolar e com a perspectiva didático-pedagógica; (2) **a formação didático-pedagógica**, geralmente dissociada da matemática acadêmica e das práticas reais (vigentes ou inovadoras) de sala de aula nas escolas atuais; e (3) **a prática profissional**, que trabalha uma matemática mais alinhada a uma tradição escolar e distante da matemática que a licenciatura privilegia e, de outro lado, que possui/desenvolve uma prática didático-pedagógica construída, tendo por base uma tradição pedagógica e/ou o enfrentamento consciente dos problemas e desafios das diferentes realidades complexas da escola brasileira. (grifos nossos).

Além do exposto, Fiorentini e Oliveira (2013) ressaltam que tal problemática os desafia, enquanto formadores de professores de Matemática e considerá-la requer tanto a busca por novos aportes teóricos, que contribuam para compreender e problematizar questões inerentes a ela, quanto à criação e o desenvolvimento de estratégias e práticas capazes de romper com a tricotomia entre a formação matemática, a formação didático-pedagógica e a prática profissional no processo de formação inicial do professor de Matemática.

Nesse sentido, dentre os possíveis encaminhamentos para uma perspectiva de mudança

nos processos de formação do professor de Matemática, para Fiorentini e Oliveira (2013) é considerar que o formador tem um papel muito importante nesse processo. Essa convicção apoia-se em Fiorentini (2004, p. 934), na qual entende que “[...] os formadores-pesquisadores deveriam constituir a base de um curso de licenciatura, podendo alimentar suas práticas a partir das pesquisas que realizam.”

Cabe destacar, ainda, que tais pesquisas devem estar direcionadas tanto para a própria prática dos formadores quanto para a formação que devem realizar de forma articulada com a prática dos futuros professores da Matemática no contexto da Educação Básica, contemplando os Anos Finais do Ensino Fundamental e o Ensino Médio. (FIORENTINI; OLIVEIRA, 2013).

No entanto, os autores consideram que a mudança de perspectiva, anteriormente mencionada, não se restringe apenas a mudar ementas de disciplinas acadêmicas ou reestruturar grades curriculares, uma vez que:

São importantes os conteúdos da matemática superior que compõem as disciplinas de formação matemática da licenciatura, pois amplia-se, assim, a visão dos futuros professores acerca da matemática como campo de conhecimento. **Mas, é necessário adotarmos posturas que apontem para uma visão mais integradora do curso**, sem deixar de aprofundar, numa perspectiva multirrelacional, epistemológica e histórico-cultural, o conteúdo específico. (FIORENTINI; OLIVEIRA, 2013, p. 935, grifos nossos).

Além de considerar esses aspectos, Fiorentini e Oliveira (2013) concordam com Moreira (2004, p. 935) ao mencionarem que, “[...] é fundamental um redimensionamento da formação matemática na licenciatura, de modo a equacionar melhor os papéis da matemática científica e da matemática escolar nesse processo.”

Para tanto, de acordo com Fiorentini e Oliveira (2013), é necessário se considerar no processo de formação inicial de professores de Matemática práticas colaborativas e investigativas entre os formadores de professores, os professores da Educação Básica e os futuros professores com um enfoque para análises sistemáticas de problemas e para questões inerentes as práticas de ensinar e aprender Matemática no contexto da Educação Básica.

Concorda-se com os autores quando afirmam que, essa prática oportuniza aprendizagens tanto para os professores da Educação Básica quanto para os professores formadores que têm a possibilidade de aprender sobre a complexidade da atuação docente em diferentes contextos e, também, sobre outras perspectivas e dinâmicas viáveis no processo de formação inicial do professor de Matemática.

3.2 ALGUMAS LEGISLAÇÕES QUE ORIENTAM A FORMAÇÃO DE PROFESSORES

3.2.1 Diretrizes Curriculares Nacionais para a Formação de Professores da Educação Básica

As Diretrizes Curriculares Nacionais para a Formação de Professores da Educação Básica (DCNFPEB), em nível superior foram estabelecidas a partir do Parecer nº 9 de maio de 2001 do Conselho Nacional de Educação (CNE). Esse documento apresenta as orientações nacionais para a formação docente, além de indicar algumas questões a serem enfrentadas na formação de professores.

De acordo com Brasil (2001), as questões a serem enfrentadas na formação do professor são históricas. No tocante a formação nos cursos de licenciatura, estruturados nos moldes tradicionais, este documento aponta que:

[...] a ênfase está contida na formação nos conteúdos da área, onde o bacharelado surge como a opção natural que possibilitaria, como apêndice, também, o diploma de licenciado. Neste sentido, nos cursos existentes, é a atuação do físico, do historiador, do biólogo, por exemplo, que ganha importância, sendo que a atuação destes como “licenciados” torna-se residual e é vista, dentro dos muros da universidade, como “inferior”, em meio à complexidade dos conteúdos da “área”, passando muito mais como atividade “vocacional” ou que permitiria grande dose de improviso e autoformulação do “jeito de dar aula”. Além do mais, as deficiências da estrutura curricular e, inclusive, a abreviação indevida dos cursos, na forma de licenciaturas curtas e de complementação pedagógica, freqüentemente simplificaram tanto o domínio do conteúdo quanto a qualificação profissional do futuro professor. (BRASIL, 2001, p. 16-17, grifos nossos).

Diante dessas considerações, identifica-se que a supervalorização de cursos de bacharelado em detrimento dos cursos de licenciatura contribui para que surjam algumas noções equivocadas a respeito da profissão docente, como, por exemplo, dela ser vista como uma atividade vocacional; ou de que somente os conhecimentos veiculados no curso de bacharelado fossem necessários e bastassem para o exercício da profissão docente. Entretanto, entende-se que a atuação do bacharel e do licenciado tem objetivos próprios e áreas de atuação diferentes, e, neste sentido, a formação deve ter enfoques diferentes.

Além disso, dentre as questões a serem enfrentadas na formação de professores abordadas nas DCNFPEB destaca-se duas relativas ao campo curricular:

1. Desconsideração do repertório de conhecimentos dos professores em formação: essa questão aponta que nem sempre os conhecimentos prévios dos professores em formação são levados em conta no planejamento das ações pedagógicas. Nesse sentido, é importante

destacar que segundo o documento:

Estudos mostram que os ingressantes nos cursos superiores, em geral, e nos cursos de formação de professores, em particular, têm, muitas vezes, formação insuficiente, em decorrência da baixa qualidade dos cursos da educação básica que lhes foram oferecidos. Essas condições reais, nem sempre são levadas em conta pelos formadores, ou seja, raramente são considerados os pontos de partida e as necessidades de aprendizagem desses alunos. (BRASIL, 2001, p. 20)

2. *Tratamento inadequado dos conteúdos:* essa questão indica que “[...] nem sempre há clareza sobre quais são os conteúdos que o professor em formação deve aprender, em razão de precisar saber mais do que vai ensinar, e quais os conteúdos que serão objeto de sua atividade de ensino.” (BRASIL, 2001, p. 20).

Além disso, aponta que nos cursos de licenciatura que formam especialistas por área de conhecimento é comum priorizar os conteúdos específicos das áreas em detrimento dos diferentes conhecimentos que o futuro professor necessita para atuar na Educação Básica. (BRASIL, 2001).

Apesar das DCNFPEB tratarem da formação do professor da Educação Básica nas diferentes áreas do conhecimento, considera-se que as questões, já mencionadas, são importantes no campo da formação de professores de Matemática, tendo em vista que muitas vezes há uma supervalorização das disciplinas específicas veiculadas na licenciatura em detrimento de diferentes aspectos e conhecimentos que precisam ser considerados no processo de formação docente, como os conhecimentos prévios dos egressos, relações entre as disciplinas específicas, disciplinas didático-pedagógicas e a prática do futuro professor, os diferentes conhecimentos associados ao ensino da Matemática escolar no contexto dos Anos Finais do Ensino Fundamental e Ensino Médio, etc.

3.2.2 Diretrizes Curriculares Nacionais para a Formação Inicial em Nível Superior

As Diretrizes Curriculares Nacionais para a Formação Inicial em Nível Superior (DCNFINS) foram instituídas a partir da Resolução nº 2 de julho de 2015 do Conselho Nacional de Educação (CNE). Esse documento apresenta diretrizes nacionais para a formação inicial em nível superior abrangendo cursos de licenciatura, cursos de formação pedagógica para graduados e cursos de segunda licenciatura, além da formação continuada de professores, e, assim, contempla a definição de:

[...] princípios, fundamentos, dinâmica formativa e procedimentos a serem observados nas políticas, na gestão e nos programas e cursos de formação, bem como no planejamento, nos processos de avaliação e de regulação das instituições de educação

que as ofertam. (BRASIL, 2015, p. 2-3).

Destaca-se que as DCNFINS se aplicam à formação de professores para o exercício da docência nas diferentes áreas, etapas e modalidades da Educação Básica, e, neste sentido, o documento aponta a complexidade da formação inicial e continuada de professores como se pode verificar na consideração a seguir.

A formação docente inicial e continuada para a educação básica constitui processo dinâmico e complexo, direcionado à melhoria permanente da qualidade social da educação e à valorização profissional, devendo ser assumida em regime de colaboração pelos entes federados nos respectivos sistemas de ensino e desenvolvida pelas instituições de educação credenciadas. (BRASIL, 2015, p. 4, grifos nossos).

Dentre os princípios da formação de profissionais do magistério da Educação Básica indicados no documento ressalta-se:

V – a articulação entre a teoria e a prática no processo de formação docente, fundada no domínio dos conhecimentos científicos e didáticos, contemplando a indissociabilidade entre ensino, pesquisa e extensão; **VI – o reconhecimento das instituições de educação básica como espaços necessários à formação dos profissionais do magistério**; **VII – um projeto formativo nas instituições de educação sob uma sólida base teórica e interdisciplinar que reflita a especificidade da formação docente**, assegurando organicidade ao trabalho das diferentes unidades que concorrem para essa formação; (BRASIL, 2015, p. 4, grifos nossos).

A partir desses princípios sublinha-se a importância da articulação entre teoria e prática ao longo do processo de formação do professor da Educação Básica, em particular, de Matemática. Neste sentido, a legislação orienta a inserção de horas de Prática como Componente Curricular (PCC) que devem auxiliar na formação do futuro professor ao longo do curso em disciplinas pré-definidas pelos Núcleos Docentes Estruturantes (NDE) de cada curso. Além da valorização das instituições escolares como espaços que possibilitam a articulação entre teoria e prática, a troca de saberes e experiências, podendo constituir-se como um espaço de pesquisa e reflexão, os quais contribuem de forma positiva para o desenvolvimento de conhecimentos e habilidades essenciais para a atuação do futuro professor.

A Resolução nº 02/2015 do CNE também determina que os cursos de Licenciatura tenham, no mínimo, 3.200 (três mil e duzentas) horas de efetivo trabalho acadêmico, em cursos com duração de, no mínimo, oito semestres ou quatro anos. Para tanto, em seu artigo 13, parágrafo primeiro, orienta que a distribuição da carga horária nesses cursos deve ser feita do seguinte modo:

I - 400 (quatrocentas) horas de prática como componente curricular, distribuídas ao longo do processo formativo; II - 400 (quatrocentas) horas dedicadas ao

estágio supervisionado, na área de formação e atuação na educação básica, contemplando também outras áreas específicas, se for o caso, conforme o projeto de curso da instituição; **III - pelo menos 2.200 (duas mil e duzentas) horas dedicadas às atividades formativas estruturadas** pelos núcleos definidos nos incisos I e II do artigo 12 desta Resolução, conforme o **projeto de curso da instituição**; **IV - 200 (duzentas) horas de atividades teórico-práticas** de aprofundamento em áreas específicas de interesse dos estudantes, conforme núcleo definido no inciso III do artigo 12 desta Resolução, por meio da iniciação científica, da iniciação à docência, da extensão e da monitoria, entre outras, consoante o projeto de curso da instituição. (BRASIL, 2015, p. 11, grifos nossos).

Destaca-se, ainda, no artigo 13, parágrafo terceiro, que “Deverá ser garantida, ao longo do processo, efetiva e concomitante relação entre teoria e prática, ambas fornecendo elementos básicos para o desenvolvimento dos conhecimentos e habilidades necessários à docência.” (BRASIL, 2015, p. 11).

Além dessas diretrizes, destaca-se a resolução nº 2 de 20 de dezembro de 2019, a qual define as Diretrizes Curriculares Nacionais para a Formação Inicial de Professores para a Educação Básica (DCNFIPEB) e institui a Base Nacional Comum para a Formação Inicial de Professores da Educação Básica (BNC-Formação). Esse documento tem como referência a implantação da Base Nacional Comum Curricular (BNCC) e indica que a organização curricular dos cursos destinados à Formação Inicial de Professores para a Educação Básica nas diferentes áreas do conhecimento deve estar em consonância com as aprendizagens prescritas na BNCC da Educação Básica, e basear-se em alguns princípios e fundamentos orientadores, etc.

Cabe ressaltar que, estas diretrizes são recentes e sua implementação ainda está sendo organizada pelas Universidades, no processo de reestruturação das propostas curriculares dos cursos destinados a formação de professores da Educação Básica, em particular, da licenciatura em Matemática. Assim, neste trabalho, optou-se, por não aprofundar e discutir as orientações apresentadas nesse documento.

4 PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

Neste capítulo, explicita-se os procedimentos metodológicos adotados neste estudo. A presente pesquisa segue pressupostos de uma abordagem qualitativa. Há diferentes formas para realizar uma pesquisa qualitativa. Assim, considerando que este estudo tem como objetivo geral “Analisar os Projetos Pedagógicos de Curso de seis Universidades Federais do estado do Rio Grande do Sul, buscando indícios de como se dá a formação inicial de professores de Matemática no que se refere aos conhecimentos da Álgebra e as relações com a Álgebra escolar e com o pensamento algébrico”, e, também, os procedimentos que foram utilizados, esta pesquisa pode ser caracterizada como bibliográfica.

Destaca-se que, este estudo teve início com a revisão bibliográfica sobre Álgebra e formação inicial de professores de Matemática, seguida, do estudo sobre: as concepções de Álgebra, Educação algébrica e pensamento algébrico conforme pesquisadores da Educação Matemática; o ensino da Álgebra escolar segundo os documentos curriculares da Educação Básica; aspectos da Matemática acadêmica (Álgebra acadêmica) e da Matemática escolar (Álgebra escolar); e as leis que orientam a formação de professores da Educação Básica.

Em uma segunda etapa, buscou-se identificar as Universidades Federais (UF) do estado do Rio Grande do Sul (RS) que ofertam o curso de licenciatura em Matemática, na modalidade de ensino presencial. Para tanto, foi feito um levantamento nos portais digitais de todas elas verificando-se que o respectivo curso é ofertado em seis UF do RS (UFRGS, FURG, UFPEL, UNIPAMPA campus Bagé, UNIPAMPA campus Itaqui e UFSM). Posteriormente, visando verificar como a Álgebra e o seu ensino são tratados nos cursos de licenciatura em Matemática das instituições pesquisadas realizou-se a análise documental do Projeto Pedagógico de Curso (PPC) de cada uma delas. Os links de acesso a cada um dos documentos analisados são descritos no Quadro a seguir:

Quadro 5: Sítios de acesso aos PPC

(continua)

UFRGS	https://www.ufrgs.br/ime/wp-content/uploads/2019/01/2018_PPC_LIC_MATEMATICA-1.pdf
FURG	https://imef.furg.br/images/stories/documentos/PPC/PPCLic2019.pdf

UFPEL	https://wp.ufpel.edu.br/matematicadiurno/files/2020/02/PPC-2019-Matem%C3%A1tica-3800.pdf
UNIPAMPA-Bagé	https://dspace.unipampa.edu.br/bitstream/riu/89/6/PPC%20Matem%C3%A1tica_Bag%C3%A9.pdf
UNIPAMPA-Itaqui	https://cursos.unipampa.edu.br/cursos/licenciaturaemmatematicaitaqui/files/2021/01/ppc_-matematica_-itaqui.pdf
UFSM	https://www.ufsm.br/cursos/graduacao/santa-maria/matematica/projeto-pedagogico

(conclusão)

Fonte: Organizado pela autora

O PPC é um documento elaborado/organizado pelas instituições de ensino superior considerando a legislação nacional indicada para o respectivo curso acadêmico. No que tange a licenciatura em Matemática, este documento contempla, os conhecimentos concebidos como essenciais na formação inicial do licenciando e preparação para a atuação docente, entre outros aspectos. E, considerando que os programas e/ou ementas das disciplinas acadêmicas orientam as ações pedagógicas dos professores formadores, considera-se esses documentos uma fonte de dados relevante para a discussão a ser desenvolvida nesta pesquisa.

Assim sendo, os PPC das cinco UF, já mencionadas, constituíram a fonte de produção de dados neste estudo. Ressalta-se que a análise documental é relevante na medida em que “[...] os documentos constituem uma fonte poderosa de onde podem ser retiradas evidências que fundamentam afirmações e declarações do pesquisador [...]” (LUDKE; ANDRÉ, 1986, p. 39).

Sublinha-se que a análise dos PPC ocorreu da seguinte forma: leitura e estudo dos documentos, em particular, das matrizes curriculares e a análise das ementas e/ou objetivos, além das referências bibliográficas de acordo com os aspectos especificados em cada uma das instituições. Destaca-se que, para a análise das referências realizou-se a leitura da apresentação dos livros e/ou resumos dos mesmos e/ou dos tópicos tratados em cada capítulo. Para tanto, a partir da análise detalhada dos componentes curriculares que compõem o currículo dos seis cursos analisados, foram selecionadas as disciplinas diretamente relacionadas à Matemática acadêmica (Álgebra acadêmica), que descrevem horas de Prática como Componente Curricular (PCC) ou não; e, as disciplinas associadas ao ensino da Álgebra escolar (que descrevem horas de PCC ou não). As disciplinas selecionadas são apresentadas no Quadro 6.

Quadro 6: Disciplinas selecionadas nos seis cursos de LM analisados

Instituição /Disciplinas relacionadas a Álgebra acadêmica (obrigatórias/obrigatórias com horas de PCC*/optativas**)	Disciplinas relacionadas a Álgebra escolar (obrigatória(s)/optativa*)
UFRGS/Introdução às Funções Algébricas; Fundamentos de Aritmética; Álgebra I; Álgebra Linear I – A; Introdução às Funções Transcendentes; Álgebra II; Álgebra III – A**; Álgebra Linear II**.	Laboratório de Prática de Ensino-Aprendizagem em Matemática III (CHT: 120h descrita como PCC)
FURG /Números e Funções; Fundamentos de Matemática; Aritmética*; Álgebra Linear I; Álgebra Abstrata; Álgebra Linear II**; Introdução à Teoria de Galois**	Nenhuma
UFPEL/Matemática Elementar: Funções; Estruturas Lógico-Dedutivas; Aritmética; Álgebra Linear I; Álgebra A; Álgebra B; Álgebra Linear II**; Introdução à Teoria de Galois**	Laboratório de Educação Matemática III (CHT: 120h descrita como PCC)
UNIPAMPA-BAGÉ /Teoria Elementar das Funções*; Fundamentos de Matemática Elementar; Álgebra I; Álgebra Linear I; Álgebra II; Álgebra Linear II**	Softwares na Aprendizagem da Matemática* (CHT: 60h descrita como teórica)
UNIPAMPA-ITAQUI/Introdução à Lógica Matemática; Teoria Elementar das Funções; Teoria Elementar dos Números; Introdução à Álgebra Linear; Álgebra Linear I; Introdução à Álgebra; Álgebra I; Álgebra Linear II**	Laboratório de Ensino de Matemática I (CHT: 60h sendo 15h teórica e 45h PCC); Laboratório de Ensino de Matemática III (CHT: 60h sendo 15h teórica e 45h PCC)
UFSM/Introdução à Lógica Matemática; Matemática Elementar; Álgebra Linear I; Aritmética; Anéis e Grupos; Álgebra Linear II**; Introdução à Teoria de Galois**	Educação Matemática A (CHT: 90h sendo 45h teórica e 45h PCC); Educação Matemática B (CHT: 90h sendo 45h teórica e 45h PCC); Resolução de Problemas A (CHT: 60h sendo 30h teórica e 30h PCC)

Elaborado pela autora com informações dos PCC (UFRGS, 2018; FURG, 2018; UFPEL, 2019; UNIPAMPA, 2017; UNIPAMPA, 2019; UFSM, 2019).

De posse do Quadro 6 destaca-se que, foram analisadas nos seis cursos pesquisados um total de quarenta e quatro disciplinas relacionadas à Matemática acadêmica (Álgebra acadêmica) sendo trinta e quatro obrigatórias e dez optativas e um total de oito componentes curriculares que contemplam aspectos da Álgebra escolar sendo sete obrigatórias e uma optativa. Com a análise detalhada das ementas, dos objetivos e das referências bibliográficas indicados nas disciplinas expostas no Quadro 6, emergiram duas categorias de análise de forma a responder as inquietações iniciais da pesquisa e os objetivos a que ela se propõe, como segue.

1. Conhecimentos de Álgebra tratados/enfatizados no PPC de cada instituição pesquisada;
 - 1.1 Algumas aproximações e distanciamentos entre a Álgebra acadêmica e a Álgebra escolar;

2. Aspectos/Conhecimentos da Álgebra escolar e do Pensamento Algébrico enfatizados em outras disciplinas do curso.

Com base nas categorias de análise, são apresentados no próximo capítulo os resultados encontrados e discussões relativas a esta pesquisa.

5 ANÁLISE E DISCUSSÕES

Neste capítulo, apresenta-se a análise detalhada do PPC de cada uma das instituições pesquisadas no que tange aos conhecimentos de Álgebra tratados nos documentos, em especial, nas disciplinas inerentes a Álgebra acadêmica e as possíveis relações entre esses conhecimentos e a Álgebra escolar e o pensamento algébrico; além da análise de outras disciplinas dos cursos que contemplam aspectos da Álgebra escolar considerando o referencial teórico exposto e as categorias de pesquisa elencadas.

5.1 CONHECIMENTOS DE ÁLGEBRA TRATADOS/ENFATIZADOS NOS PPC

Nesta categoria, são apresentados os principais resultados e discussões relativos aos conhecimentos de Álgebra tratados/enfatizados em cada um dos seis cursos mapeados e suas possíveis relações com a Álgebra escolar e com o pensamento algébrico.

5.1.1 Universidade Federal do Rio Grande do Sul – UFRGS

Na UFRGS o curso pesquisado é ofertado em duas modalidades, Licenciatura em Matemática (turno integral) e Licenciatura em Matemática Noturno (turno noturno), os quais apresentam a mesma matriz curricular, diferenciando-se apenas no semestre em que as componentes curriculares são ofertadas e na duração dos cursos, sendo de quatro anos e cinco anos, respectivamente. Além da Licenciatura em Matemática, a UFRGS oferta o curso de Bacharelado em Matemática – Ênfase Matemática Pura e Bacharelado em Matemática – Ênfase Matemática Aplicada Computacional, os quais possuem Projetos Pedagógicos de Curso (PPC) distintos.

No que tange a matriz curricular dos cursos de Licenciatura em Matemática, destaca-se que estão organizados de acordo com os seguintes aspectos: etapa (semestre), código, disciplina, súmula (corresponde a ementa), caráter (obrigatória ou optativa), créditos e carga horária, não explicitando objetivos e referências bibliográficas no PPC.

Com a análise do PPC (UFRGS, 2018) verificou-se que, os currículos dos cursos de Licenciatura em Matemática estão em consonância com as Diretrizes Curriculares Nacionais para a Formação Inicial em Nível Superior, estabelecidas pela Resolução 02/2015 do Conselho Nacional de Educação (CNE).

Nesta direção, os cursos exigem uma carga horária de 3.330 horas de efetivo trabalho acadêmico, distribuídas do seguinte modo: 480 horas de Prática como Componente Curricular (PCC); 420 horas de Estágio Curricular Supervisionado; 2.220 horas dedicadas às atividades formativas constituídas pelo núcleo de estudos de formação geral, das áreas específicas e interdisciplinares, do campo educacional, seus fundamentos e metodologias, etc. e, pelo núcleo de aprofundamento e diversificação de estudos das áreas de atuação profissional; e, 210 horas de atividades complementares de graduação.

Quanto ao perfil profissional que se pretende formar no respectivo curso o documento indica que:

Frente às necessidades de formação do professor de Matemática para o Século XXI, o profissional que se pretende formar é **um professor com sólido conhecimento matemático; professor prático-reflexivo, aquele que produz conhecimento pedagógico dos conteúdos**; professor para o futuro, com domínio das tecnologias digitais; professor-pesquisador em sala de aula; professor agente transformador da realidade da escola e corresponsável pela qualidade do ensino. Esse perfil orienta as diferentes estratégias de formação que vão perpassar o trabalho docente e o próprio currículo. (UFRGS, 2019, p. 35, grifos nossos).

Nesta direção, os objetivos específicos deste curso estão associados a realização de ações que contribuam para desenvolver:

a) **conhecimento dos conteúdos da Matemática básica, com qualificado nível de abstração, estabelecendo relações dos conteúdos entre si** dos conteúdos com as outras áreas da ciência e do cotidiano; b) **conhecimento de teorias de aprendizagem e de cognição, sabendo adequá-las ao conteúdo específico**; c) competência no uso das tecnologias digitais de informação e comunicação para ensino e aprendizagem de Matemática; d) competências para desenvolver pesquisa na sala de aula, tomando o aluno como sujeito da aprendizagem, buscando entender as diferentes estratégias desenvolvidas no processo de aprendizagem e buscando identificar as diferentes variáveis didáticas envolvidas no processo; e) competência para se tornar agente de transformação dentro de sua escola, questionando os programas e as propostas de ensino vigentes e multiplicando a formação recebida; f) **competência para buscar a atualização permanente nas áreas de Ensino de Matemática e Educação Matemática**, estando em contato com pesquisas e experiências novas para realimentar permanentemente a dinâmica do ensinar e do aprender. (UFRGS, 2018, p. 36, grifos nossos).

Tendo em vista que, na matriz curricular do PCC (UFRGS, 2018) não estão descritos os objetivos e referências bibliográficas, destaca-se que inicialmente apenas as informações apresentadas na súmula foram analisadas. Assim sendo, observou-se, neste item, a descrição dos conteúdos específicos a serem estudados e/ou práticas a serem desenvolvidas em cada componente.

Com base nesta análise, selecionou-se oito disciplinas diretamente relacionadas à Álgebra acadêmica sendo seis obrigatórias e duas optativas e uma disciplina denominada “Laboratório de Prática de Ensino-Aprendizagem em Matemática III”, na qual verificou-se a

descrição de práticas voltadas ao ensino de alguns conceitos matemáticos, em especial, conceitos algébricos e será explicitada na categoria 5.2. No Quadro 7 apresenta-se a descrição das disciplinas vinculadas a Álgebra acadêmica e dos conceitos explicitados na ementa.

Quadro 7: Descrição das disciplinas selecionadas no curso de Licenciatura (integral) da UFRGS

Disciplinas obrigatórias/alternativas*/ Semestre/ Carga horária/ Pré-requisito (PR)	Súmula (Ementa)
Introdução às Funções Algébricas/1º/ 60h	Conceito de função, função injetora, sobrejetora, função inversa, gráficos. Funções lineares e afins. Funções polinomiais. Funções potências racionais. Funções racionais, homográficas e a hipérbole. Funções algébricas.
Fundamentos de Aritmética/2º/75h	Indução; Números Inteiros; Congruências.
Álgebra I/3º/60h/Fundamentos de Aritmética/Introdução aos Números Racionais/Introdução aos Números Reais e Complexos	Teoria de conjuntos. Relações. O corpo dos números complexos. Equações de grau 2, 3 e 4. Teorema Fundamental da Álgebra. Fatoração de polinômios em $R[X]$.
Álgebra Linear I – A/3º/60h/Vetores e Geometria Analítica	Sistema de equações lineares. Matrizes. Fatoração LU. Vetores. Espaços vetoriais. Ortogonalidade. Valores próprios. Aplicações.
Introdução às Funções Transcendentes/3º/75h/Introdução às Funções Algébricas	Funções exponenciais e logarítmicas. Funções trigonométricas e trigonométricas inversas. Funções trigonométricas inversas. Funções trigonométricas hiperbólicas.
Álgebra II/ 5º/60h/Álgebra I	Anéis de polinômios em $K[X]$. Algoritmo da divisão. Irreducibilidade. Decomposição em fatores irreducíveis. Extensões de corpos. Números algébricos e transcendentos. Construções com régua e compasso. Números construtíveis.
Álgebra III - A*/Sem etapa definida/60h/Álgebra II	Grupos. Subgrupos normais. Grupos quociente. Homomorfismos de grupos. Grupos de permutações. Teoremas de Cauchy e de Sylow.
Álgebra Linear II*/Sem etapa definida/60h/Álgebra Linear I – A	Determinantes. Operadores diagonalizáveis. Teorema espectral. Forma canônica de Jordan. Espaços com produto interno. Formas bilineares.

Fonte: Elaborado pela autora com informações do PPC (UFRGS, 2018).

Considerando que no PPC (UFRGS, 2018) analisado não são abordados alguns aspectos dos componentes curriculares, como objetivos e referências bibliográficas, solicitou-se à coordenação do Curso de Licenciatura em Matemática, por e-mail, os planos de ensino das disciplinas obrigatórias descritas no (Quadro 7), a fim de ter acesso a aspectos não detalhados neste documento, em particular, as referências indicadas para cada disciplina. Destaca-se que os objetivos e outros aspectos apresentados nos planos de ensino, não foram analisados, uma vez que não foram analisados planos de ensino de disciplinas dos demais cursos, por conterem referências bibliográficas nas ementas/programas de disciplinas. As referências bibliográficas indicadas em cada uma das disciplinas analisadas são expostas no Apêndice 1.

Com a análise da componente curricular “Introdução às Funções Algébricas” verificou-

se que, na súmula são especificados os conceitos a serem estudados, em particular, funções. E, com base na análise das cinco referências indicadas (Apêndice 1) há indícios de que o estudo de funções, neste momento, busque de um modo geral revisar/aprofundar este conceito com os futuros professores, pois das cinco obras uma é direcionada ao Ensino Médio e as outras quatro ao Ensino Superior contemplando especificamente o conceito de funções. Além disso, embora ela não tenha pré-requisito é condição para as disciplinas “Cálculo A” e “Introdução as Funções Transcendentes”.

Na disciplina “Fundamentos de Aritmética” observa-se na súmula a descrição de três tópicos a serem estudados. E, a partir da análise das nove referências recomendadas (Apêndice 1) verificou-se que, as obras abordam os conceitos aritméticos e algébricos enfatizando o trabalho com os axiomas, postulados, teoremas, provas e demonstrações na perspectiva da Matemática acadêmica, ou seja, valorizando o trabalho com a linguagem algébrica formal. Ademais, verificou-se que ela é pré-requisito para outras disciplinas do curso, a saber: Álgebra I, Combinatória I e Laboratório de Prática de Ensino-Aprendizagem em Matemática I, a qual considera práticas voltadas ao ensino de números naturais, inteiros e irracionais.

No que tange a “Álgebra I”, identificou-se que tem como pré-requisito três disciplinas, sendo elas: Fundamentos de Aritmética, Introdução aos Números Racionais e Introdução aos Números Reais e Complexos e, na súmula a descrição dos conceitos específicos a serem estudados. Tendo em vista, a análise das onze referências (Apêndice 1) constata-se que, todas as obras abordam os conceitos de modo formal com enfoque para as demonstrações e provas condizentes com os valores da Matemática acadêmica, em especial, da Álgebra acadêmica na perspectiva de aprofundar conhecimentos matemáticos priorizando o trabalho com o rigor e a linguagem simbólico algébrica. (MOREIRA; DAVID, 2018).

Em relação à “Álgebra Linear I - A”, observou-se que descreve como pré-requisito a disciplina “Vetores e Geometria Analítica” e, na súmula são indicados os conceitos a serem estudados. Com a análise das sete referências (Apêndice 1), constatou-se que, todas enfocam os conceitos específicos inerentes a Álgebra Linear e suas aplicações. Desta forma, há evidências de que, no contexto desta disciplina busca-se aprofundar o estudo de conceitos, como, por exemplo, de sistemas de equações lineares e matrizes, talvez, não se priorizando relações entre tais conceitos e aspectos relativos ao seu ensino na Educação Básica.

Quanto a componente “Introdução às Funções Transcendentes”, observou-se que tem como pré-requisito a disciplina “Introdução às Funções Algébricas” e, é pré-requisito para “Laboratório de Prática de Ensino-Aprendizagem em Matemática III”, a qual busca desenvolver práticas voltadas ao ensino da Álgebra e será explicitada com mais detalhes na categoria 5.2.

Ao analisar a súmula da disciplina “Introdução às Funções Transcendentes”, se identificou a descrição de conceitos que serão estudados, a saber: funções exponenciais, funções logarítmicas e funções trigonométricas. E, com a análise das seis referências indicadas (Apêndice 1) constatou-se que três são direcionadas ao Ensino Superior e contemplam especificamente conceitos a serem estudados como funções; uma obra é direcionada ao Ensino Médio e aborda conceitos matemáticos tratados nesta etapa, em particular, funções; uma obra apresenta os conceitos de trigonometria e números complexos direcionada ao Ensino Superior e indicada para aperfeiçoamento de professores de Matemática do Ensino Médio.

E, a última obra “Logaritmos” de autoria de Lima (2009) contempla além de conceitos específicos, como logaritmos, funções logarítmicas, funções exponenciais, algumas aplicações dos logaritmos no ensino da Matemática e sugestão de temas para discussão, em especial, a proposição de questões, as quais buscam explorar definições, propriedades, provas e demonstrações relativas a funções exponenciais e logarítmicas no Ensino Médio e no Ensino Superior.

Verificou-se que, a disciplina “Álgebra II” tem como pré-requisito “Álgebra I”, indicando que busca aprofundar os conceitos algébricos, já estudados anteriormente. Ademais, há indícios de que prioriza uma ênfase no trabalho com as estruturas algébricas, já explicitadas, na súmula (Quadro 7), visto que das nove obras recomendadas (Apêndice 1), uma é direcionada ao Ensino Médio contemplando tópicos matemáticos desta etapa e oito são direcionadas ao Ensino Superior e abordam os conceitos específicos valorizando aspectos inerentes a Álgebra acadêmica.

Ao analisar as ementas das disciplinas optativas “Álgebra III - A” e “Álgebra Linear II” percebeu-se que não é descrito o semestre em que podem ser cursadas. No entanto, exigem como pré-requisito os componentes “Álgebra II” e “Álgebra Linear I”, respectivamente. Assim sendo, evidencia-se que tais componentes visam, sobretudo, aprofundar o estudo de conceitos específicos, já tratados anteriormente.

Tendo por base as análises das súmulas das oito disciplinas diretamente relacionadas à Álgebra acadêmica (Quadro 7) e das referências bibliográficas recomendadas nas seis disciplinas obrigatórias (Apêndice 1), tem-se indícios de que, nelas, o foco está principalmente no aprofundamento de conteúdos específicos vinculados a Álgebra acadêmica, não valorizando, neste momento, discussões e práticas que possibilitem aos licenciandos estabelecer relações entre parte dos conceitos estudados e o ensino de conceitos da Álgebra escolar nos Anos Finais (6º, 7º, 8º e 9º) do Ensino Fundamental e no Ensino Médio. Pois, das 47 obras recomendadas nas seis disciplinas obrigatórias, já explicitadas, apenas uma contempla alguns aspectos

relacionados a abordagem de funções exponenciais e logarítmicas no Ensino Médio.

Neste sentido, aponta-se que, o conhecimento de aspectos do ensino da Álgebra escolar e do pensamento algébrico também são imprescindíveis para a atuação do futuro professor de Matemática no trabalho com diferentes conceitos matemáticos ao longo dos Anos Finais do Ensino Fundamental e Ensino Médio. Por isso, devem ser tratados ao longo do processo de formação inicial da licenciatura em Matemática. Em particular, destaca-se aspectos ligados ao ensino e aprendizagem de funções, conceito que está presente em grande parte do currículo da Educação Básica, é abordado de diferentes formas em cada ano escolar e importante para o desenvolvimento gradual do pensamento algébrico dos estudantes.

5.1.2 Universidade Federal do Rio Grande – FURG

O curso de Licenciatura em Matemática da FURG é ofertado no período noturno com duração de quatro anos e meio e tem por objetivo a formação de professores de Matemática para o Ensino Fundamental e Ensino Médio. Além desse curso, a FURG também oferta o Bacharelado em Matemática Aplicada.

Destaca-se que, o curso de Licenciatura em Matemática “Contempla uma formação geral em Matemática, aliada a uma formação indissociável com estudos e práticas das áreas de atuação profissional educacional, além do estágio.” (FURG, 2018, p. 7).

Referente ao perfil do egresso o documento aponta os seguintes aspectos:

Espera-se que o **egresso do curso de Licenciatura em Matemática** seja um profissional apto a atuar na área da Educação, como **professor** e coordenador de Matemática **do Ensino Básico**. Também **pode exercer outras atividades que exijam raciocínio lógico-matemático**, funções para as quais existe demanda no mercado, a exemplo de **repartições públicas e bancárias**. Há possibilidades de atuação também na informática, na indústria e em órgãos de pesquisa. **Pode dar prosseguimento aos seus estudos de Pós-Graduação na área de Educação, Educação e Ensino de Matemática**, Educação em Ciências, Matemática, Computação, Engenharias, **entre outras áreas, e atuar na pesquisa e no Ensino Superior**. (FURG, 2018, p. 8, grifos nossos).

A partir da análise do PPC (FURG, 2018) identificou-se que o curso está em conformidade com a Resolução nº 02/2015 do Conselho Nacional de Educação (CNE) e sua estrutura curricular contempla uma carga horária total de 3.290 horas divididas do seguinte modo: 405 horas de Prática como Componente Curricular (PCC); 480 horas de Estágio Curricular Supervisionado; 2.205 horas relativas às atividades formativas estruturadas pelos

núcleos de estudos de formação geral, de aprofundamento e diversificação de estudos das áreas de atuação profissional, etc., e 200 horas de atividades teórico-práticas.

Em relação à organização da matriz curricular do curso verificou-se que contempla como principais aspectos: a descrição das disciplinas, indicando semestre, carga horária total (explicitada como teórica e/ou PCC), ementa, bibliografia básica e bibliografia complementar, não explicitando os objetivos das componentes curriculares. E, a partir da análise curricular identificou-se sete disciplinas diretamente relacionadas à Álgebra acadêmica entre as obrigatórias e optativas (Quadro 8).

Quadro 8: Descrição das disciplinas selecionadas na FURG

Disciplinas obrigatórias/obrigatória com PCC*/optativa**/ Semestre/Carga horária/Pré-requisito (PR)	Ementa
Números e funções/1º/60h	Conjuntos Numéricos (naturais, inteiros, racionais, irracionais, reais e complexos). Relações e funções entre conjuntos. Funções injetoras, sobrejetoras, bijetoras. Funções crescentes e decrescentes. Operações com funções. Composição de funções. Função inversa. Função par e função ímpar. Equações e inequações lineares. Funções polinomiais. Função afim. Funções quadráticas. Funções racionais. Equações modulares. Função modular. Equações e inequações exponenciais e logarítmicas. Funções exponenciais. Funções logarítmicas. Funções trigonométricas. Funções trigonométricas inversas.
Fundamentos de Matemática/1º/ 60h	Lógica. Teoria de Conjuntos. Indução Matemática.
Aritmética*/5º/60h sendo 15h de PCC	Números Naturais. Números Inteiros. Algoritmo da divisão. Numeração. Máximo Divisor Comum. Mínimo Múltiplo Comum. Teorema fundamental da aritmética. Congruência. Equações Diofantinas. Inteiros Módulo n .
Álgebra Linear I/5º/60h	Sistemas lineares. Forma de Gauss. Forma de Gauss-Jordan. Espaços vetoriais. Transformações lineares. Diagonalização de operadores. Teorema espectral. Classificação de cônicas e quádricas.
Álgebra Abstrata/6º/60h/Álgebra Linear I	Noções gerais de estruturas algébricas: Grupos, Anéis e Corpos.
Álgebra Linear II**/9º/60h/Álgebra Linear I	Operadores Ortogonais. Operadores Auto-Adjuntos. Operadores Unitários. Operadores Hermitianos. Forma de Jordan. Fatorações matriciais: LU, QR, SVD. Método dos mínimos quadrados. Pseudo-inversa.
Introdução à Teoria de Galois**/9º/60h	Anel de polinômios: algoritmo da divisão, fatoração única, critérios de irreduzibilidade, polinômios irreduzíveis e ideais maximais. Elementos algébricos e elementos transcendentos. Extensões algébricas dos racionais. A correspondência de Galois. Solubilidade por meio de radicais.

Fonte: Elaborado pela autora com informações do PPC (FURG, 2018).

A disciplina “Números e funções” explicita em sua ementa a descrição dos conceitos a serem estudados. Além disso, ela é descrita no documento como pré-requisito para as componentes curriculares “Cálculo I” e “Laboratório de Prática de Ensino-Aprendizagem em

Matemática I”. Destaca-se que, a última disciplina mencionada explicita que serão selecionados conteúdos matemáticos do Ensino Fundamental para o desenvolvimento de práticas docentes.

Na bibliografia básica (Apêndice 2) da componente “Números e funções” são indicados três livros, sendo dois designados como “Pré-cálculo” e um como “Teoria e problemas de Pré-cálculo”. Já na bibliografia complementar tem-se a indicação de três obras que contemplam conteúdos do 1º, 2º e 3º Anos do Ensino Médio, respectivamente; um livro de Pré-cálculo; um livro de Cálculo e da obra intitulada “A Matemática do Ensino Médio”, a qual é composta por três volumes, um para cada Ano do Ensino Médio.

Considerando o que expõe a ementa, a bibliografia e que, para esta disciplina não estão indicadas horas de PCC há indícios de que vise de certa forma a uma revisão/aprofundamento de conceitos aritméticos e algébricos do Ensino Médio.

No tocante à disciplina “Fundamentos de Matemática” destaca-se que, é pré-requisito para a componente “Técnicas de contagem” e, descreve em sua ementa três conceitos específicos a serem estudados. Com a análise da bibliografia básica (Apêndice 2) verificou-se a indicação de três obras. A primeira aborda conceitos e questões de lógica matemática; a segunda contempla tópicos associados a noções fundamentais de conjuntos numéricos, operações com conjuntos e relações binárias; e, a terceira trata dos conceitos de conjuntos e funções no Ensino Médio.

Em relação a bibliografia complementar tem-se a indicação de cinco livros. Destes, tivemos acesso e analisamos “Álgebra Moderna”, a qual trata de tópicos como conjuntos e demonstrações; aritmética dos inteiros; relações, aplicações e funções; grupos, anéis e corpos, etc.

Assim sendo, há evidências de que esta componente curricular priorize o estudo de conceitos de iniciação à lógica, conjuntos, funções, etc. enfatizando o trabalho com as provas, demonstrações, teoremas, etc. Pois, não explicita na ementa nenhuma conexão entre os tópicos tratados e o ensino da Álgebra bem como nas obras analisadas a abordagem das definições, provas e demonstrações de conceitos valorizam aspectos da Matemática acadêmica, distanciando-se da abordagem de definições e demonstrações condizentes com o ensino da Matemática escolar, em especial, da Álgebra escolar. (MOREIRA, DAVID, 2018).

Em relação à componente curricular “Aritmética” destaca-se que da carga horária de 60 horas, 15 horas são explícitas como PCC. No entanto, sua ementa descreve especificamente os conceitos a serem estudados. Quanto as referências descritas como básicas identificou-se três obras (Apêndice 2), “Álgebra Moderna”, contempla tópicos como conjuntos e demonstrações; aritmética dos inteiros; relações, aplicações e funções; grupos, anéis e corpos, etc. (esta obra

também é indicada em “Fundamentos de Matemática”); “Números: Uma Introdução à Matemática”, aborda conceitos como: números inteiros; divisibilidade; congruências; números racionais; etc. enfatizando-se o estudo dos postulados, axiomas, teoremas e o trabalho com as provas e demonstrações associadas a tais conceitos. Segundo Milies e Coelho (2003, p. 9), autores da última obra, já mencionada, o conteúdo apresentado na mesma contém “[...] um grande número de demonstrações características do método axiomático, familiarizando gradualmente o estudante com o formalismo que irá encontrar à medida que progride em seus estudos”.

E, a terceira obra é denominada “Elementos de Aritmética” que enfoca o estudo das propriedades dos números naturais (adição, multiplicação e subtração); do axioma da Indução e aplicações da Indução; divisão dos números naturais dando ênfase a questões relacionadas com a divisibilidade; algoritmo de Euclides (máximo divisor comum, propriedades e mínimo múltiplo comum); números primos; números especiais; congruências; enfatizado o estudo dos teoremas e o trabalho com as demonstrações. É importante ressaltar que de acordo com Hefez (1993, p. 4) “Elementos de Aritmética” é: “[...] um primeiro curso de Aritmética e destina-se à formação básica dos alunos de graduação em Matemática, e, à formação complementar daqueles que estão no exercício da docência no ensino fundamental e médio”.

No que diz respeito a bibliografia complementar observou-se a descrição de cinco livros. Destas, tivemos acesso e analisamos três, sendo eles: “Aritmética” apresenta conceitos como: números inteiros; aplicações de Indução; números primos; divisão nos inteiros e sua representação, Algoritmo de Euclides, Teoremas de Euler e Wilson, Congruências e dos números especiais; “Curso de Álgebra” engloba o estudo dos números inteiros, números complexos, números racionais e números reais enfatizando à suas estruturas de anel e corpo bem como explorando a relação entre Álgebra e Aritmética. E, “Introdução à Teoria dos Números” aborda tópicos como Divisibilidade; Congruência; Teoria Combinatória dos Números; Funções Aritméticas; Resíduos Quadráticos; Raízes Primitivas; etc.

A partir do que expõe a ementa e a análise da bibliografia percebe-se um enfoque maior para o estudo de conceitos de Aritmética e de Álgebra vinculados a Matemática acadêmica. No entanto, há indícios de que nas 15 horas indicadas como PCC sejam desenvolvidas atividades que envolvam o ensino de conceitos aritméticos e algébricos, possibilitando aos futuros professores estabelecer algumas relações entre os conceitos específicos estudados e a sua abordagem nos Anos Finais do Ensino Fundamental e Ensino Médio. Bem como refletir acerca da abordagem de definições e possíveis demonstrações adequadas ao ensino escolar.

A componente curricular “Álgebra Linear I” apresenta em sua ementa os tópicos a serem

estudados. No que tange a sua bibliografia básica destaca-se a recomendação de três obras (Apêndice 2): “Álgebra Linear e suas aplicações”; “Álgebra Linear”; e “Álgebra Linear”, as quais contemplam conceitos diretamente relacionados à Álgebra Linear, e/ou suas aplicações em diferentes áreas do conhecimento como Engenharia, Ciência da computação, Matemática, Física, etc.

Referente a bibliografia complementar verificou-se um total de 5 livros. “Álgebra Linear com Aplicações” aborda tópicos fundamentais da Álgebra Linear e suas aplicações em diferentes áreas como: Administração, Economia, Física, etc.; “Álgebra Linear” contempla vários conceitos inerentes a Álgebra Linear como Matrizes, Sistemas de Equações Lineares, Determinante, Espaço vetorial, Transformações lineares, Autovalores e autovetores, etc.; “Álgebra Linear” apresenta conceitos e as noções básicas sobre o espaço vetorial e a partir da perspectiva da análise matemática são introduzidos os temas básicos da Álgebra Linear; “Um curso de Álgebra Linear” contém tópicos como Matrizes, Sistemas Lineares, Espaços Vetoriais, Transformações Lineares, etc. e seu objetivo é o de trabalhar os tópicos fundamentais da Álgebra Linear, visando sua posterior utilização em outras áreas; E, “Geometria Analítica e Álgebra Linear” aborda conceitos de Geometria Analítica estabelecendo conexões com conceitos da Álgebra Linear.

A análise da ementa e das referências básicas e complementares leva a inferir que nesta disciplina enfatiza-se o estudo de conceitos relativos a Álgebra Linear considerando suas aplicações em outras áreas, visando principalmente o domínio de tais conceitos pelo licenciando. Além disso, como ela é pré-requisito para a componente curricular “Álgebra Abstrata”, percebe-se que os conceitos estudados, serão enfatizados na perspectiva de aprofundar conhecimentos ditos específicos que serão relevantes no contexto da disciplina de “Álgebra Abstrata” não considerando, neste momento, relações com o ensino de Matrizes, Determinantes e Sistemas Lineares na Educação Básica.

A disciplina “Álgebra Abstrata” tem como pré-requisito “Álgebra Linear I” e aponta em sua ementa os tópicos específicos a serem estudados. Ao analisar a bibliografia básica indicada verificou-se a descrição de três livros (Apêndice 2) a saber: “Álgebra Moderna” e “Curso de Álgebra” também, são recomendados na disciplina “Aritmética”, e já foram mencionados, e “Introdução à Álgebra” que aborda noções de conjuntos, de funções, etc. números inteiros, anéis, ideias e homomorfismos, polinômios em uma variável, grupos, entre outros.

Ressalta-se que, na bibliografia complementar são sugeridos cinco livros, os quais contemplam as estruturas algébricas indicadas na ementa. Assim sendo, evidencia-se que, nesta disciplina prioriza-se o conhecimento das estruturas algébricas.

Destaca-se que, a Álgebra Abstrata caracteriza-se pelo estudo das estruturas algébricas tanto nos cursos de Licenciatura e Bacharelado em Matemática quanto na Pós-Graduação em Matemática, além de ter aplicações em outras áreas do conhecimento. Contudo, é importante que nos cursos de Licenciatura em Matemática sejam buscadas algumas relações com conteúdos da Educação Básica, visando contribuir com a futura atuação do professor de Matemática. Mas isso, irá depender do encaminhamento dado pelos professores formadores que atuam nesses cursos.

No que se refere às disciplinas optativas “Álgebra Linear II” e “Introdução à Teoria de Galois” evidencia-se que buscam aprofundar os estudos de conteúdos específicos tratados nas componentes “Álgebra Linear I” e “Álgebra Abstrata”, respectivamente.

A partir das análises das sete disciplinas (Quadro 8), relacionadas a Álgebra, tem-se indícios de que na maior parte delas (seis), talvez, não sejam tratados aspectos e conhecimentos que visam preparar o futuro professor para o ensino da Álgebra. Pois, na ementa de cada uma dessas disciplinas não é descrita nenhuma relação entre os conceitos estudados e o ensino da Álgebra escolar, bem como não são indicadas horas de PCC.

A única exceção é a componente “Aritmética” em que são explicitadas quinze horas destinadas a atividades de PCC e faz parte do grupo de disciplinas do curso para os quais estão definidas horas de PCC. No entanto, não recomendada nenhuma referência que discuta aspectos relativos ao ensino de conceitos aritméticos e algébricos na Educação Básica. Além disso, as 35 obras recomendadas nas cinco disciplinas obrigatórias contemplam particularmente os conceitos a serem estudados. Diante dessas evidências, vale destacar o que afirmava Lins (2005, p. 119 e 120)

[...] o tempo gasto com “Matemática superior” – Análise, Estruturas Algébricas, Álgebra Linear – é grande, e é provável que siga em vista das recentes, e conservadoras, diretrizes curriculares para Licenciaturas em Matemática. Mas com que justificativas? Não seria melhor, insisto, ensinar bem aos professores o que eles têm que ensinar [...].

Nesta direção, sinaliza-se que quando a ênfase está no estudo e domínio de conhecimentos algébricos contemplando, sobretudo, o trabalho com as definições, demonstrações e provas característicos da Matemática acadêmica estimula o desenvolvimento de concepções distanciadas da prática escolar, podendo trazer dificuldades ao bom desempenho do futuro professor no ensino da Álgebra. (MOREIRA; DAVID, 2018).

Desta forma, é fundamental que nos cursos de Licenciatura em Matemática sejam priorizadas o desenvolvimento de atividades que enfatizem a relação entre teoria e prática ao

longo do processo de formação do licenciando, e, não apenas em algumas componentes curriculares. Entende-se que isso oportuniza ao mesmo compreender os conceitos algébricos relativos a Álgebra acadêmica e, também as especificidades que devem ser consideradas no ensino da Álgebra para o desenvolvimento do pensamento algébrico de estudantes da Educação Básica.

5.1.3 Universidade Federal de Pelotas – UFPEL

Na UFPEL o curso de Licenciatura em Matemática é ofertado em dois períodos, diurno e noturno, e, esta instituição não tem curso de Bacharelado em Matemática. Destaca-se que, os cursos diurno e noturno têm Projetos Pedagógicos de Curso (PPC) distintos, porém apresentam os mesmos objetivos e matriz curricular, diferenciando-se no semestre em que as disciplinas são ofertadas, duração dos mesmos, sendo de 4 anos e 5 anos, respectivamente, e, em outros aspectos gerais de cada curso. Assim, analisou-se somente o PPC do curso diurno.

O PPC analisado está em consonância com a Resolução nº 2/2015 - Diretrizes Curriculares Nacionais para a Formação Inicial em Nível Superior (DCNFINS). Assim sendo, contempla uma carga horária total de 3.225 horas divididas do seguinte modo: 2.115 horas para estudos de formação geral e de aprofundamento e diversificação das áreas específicas e interdisciplinares; 90 horas para o Trabalho de Conclusão de Curso (TCC); 405 horas de Prática como Componente Curricular (PCC); 405 horas de Estágio Supervisionado; e 210 horas de Formação Complementar.

No que tange ao objetivo geral do curso o documento explicita que é:

[...] **formar professores de Matemática** com conhecimentos, habilidades e atitudes condizentes com um profissional **capacitado para atuar nos Anos Finais do Ensino Fundamental e no Ensino Médio e preparado para continuidade de estudos em nível de Pós-graduação**. (UFPEL, 2019, p. 29, grifos nossos).

Além disso, é importante destacar que dentre as competências e habilidades a serem desenvolvidas pelo futuro professor o documento aponta entre outras habilidades, o domínio do raciocínio algébrico como pode-se verificar na transcrição a seguir.

a) Pensamento heurístico competente: **capacidade de encaminhar solução de problemas e explorar situações, fazer relações, conjecturar, argumentar e avaliar. Capacidade de formular problemas.** b) **Domínio dos raciocínios algébrico, geométrico e combinatório** de modo a poder argumentar com clareza e

objetividade dentro destes contextos cognitivos, ou seja, desenvolvimento da capacidade dedutiva com sistemas axiomáticos, percepção geométrico-espacial, capacidade de empregar -ensaio e erro como procedimento com segurança, da busca de soluções e segurança na abordagem de problemas de contagem [...] (UFPEL, 2019, p. 32, grifos nossos).

A partir do exposto sinaliza-se que estabelecer relações, conjecturar, argumentar, avaliar, resolver e formular problemas são aspectos importantes para o desenvolvimento do pensamento algébrico dos futuros professores, pois favorecem o desenvolvimento desta forma de pensamento matemático, conforme apontam pesquisadores da Educação Matemática.

Com a análise do PPC verificou-se que as disciplinas que compõem o currículo do curso são organizadas, principalmente, de acordo com os seguintes itens: disciplina, carga horária, semestre, objetivo geral, objetivos específicos, ementa, bibliografia básica e bibliografia complementar. E, a partir da análise detalhada dos componentes curriculares selecionou-se oito disciplinas diretamente relacionadas a Álgebra acadêmica, sendo seis obrigatórias e duas optativas (Quadro 9), e, também uma disciplina denominada “Laboratório de Educação Matemática III”, que descreve aspectos da Álgebra escolar e do pensamento algébrico e será explicitada na categoria 5.2.

Quadro 9: Descrição das disciplinas selecionadas na UFPEL

(continua)

Disciplinas obrigatórias/ optativas*/ Semestre/Carga horária/Pré-requisito (PR)/Ementa	Objetivo(s) geral(is)/objetivos específicos
Matemática Elementar: Funções/1º/60h/ Conjuntos numéricos. Equações e inequações. Sistema de coordenadas cartesianas. Conceitos gerais de funções: definições básicas; funções par, ímpar e periódica; monotonia e extremos; concavidade e inflexão; injetividade, sobrejetividade e bijetividade de funções, composição de funções, função inversa; gráficos. Classes especiais de funções algébricas: polinomiais, racionais, raízes, modulares. Números complexos.	Rever conteúdos básicos de Matemática de modo sistemático, a fim de sedimentar o conhecimento necessário ao desenvolvimento de disciplinas que envolvam cálculos e equacionamentos matemáticos./ – Propiciar a compreensão de métodos básicos e necessários a resolução de alguns problemas envolvendo conjuntos numéricos e funções; – Desenvolver habilidades aritméticas e algébricas; – Compreender os conceitos, procedimentos e estratégias dos conteúdos que permitam avançar em estudos posteriores; – Desenvolver e consolidar atitudes de participação, comprometimento, organização, flexibilidade, crítica e autocrítica no decorrer do processo de ensino-aprendizagem.
Estruturas Lógico – Dedutivas/2º/60h/ Introdução ao Pensamento Matemático. Cálculo Proposicional: Definição e Método Dedutivo. Cálculo de Predicados: Definição e Método Dedutivo. Teoria Elementar dos Conjuntos: definição, propriedades e operações. Relações: definição; relação de equivalência; relações binárias; relações de ordem e funções.	Apresentar as principais características da ciência matemática , como ciência dedutiva, que estuda padrões, que possui natureza abstrata e cuja validade ocorre por meio de uma linguagem formal e do rigor lógico de provas (demonstrações); Introduzir conceitos de lógica matemática de maneira prática, de forma a auxiliar no desenvolvimento da capacidade de raciocínio lógico, organizado e dedutivo; Desenvolver conteúdos de Introdução à Álgebra

	<p>utilizando a Lógica Matemática na resolução de problemas e na demonstração de propriedades./</p> <ul style="list-style-type: none"> – Desenvolver as primeiras noções do Cálculo Proposicional e de Predicados, iniciando o aluno na linguagem matemática e no pensamento abstrato dedutivo; – Desenvolver a Teoria Elementar dos Conjuntos, Relações e Funções, exercitando o raciocínio lógico e a linguagem matemática para demonstração de propriedades; – Propiciar a assimilação da linguagem da matemática contemporânea, através dos estudos das operações lógicas e das ideias fundamentais dos conjuntos; – Estabelecer paralelos entre a álgebra de conjuntos e o cálculo proposicional; – Inter-relacionar os conteúdos da disciplina de modo que possam ser visualizadas suas características fundamentais e algumas de suas utilizações em outras disciplinas do curso.
<p>Aritmética/3º/60h/ Estruturas Lógico-dedutivas e Laboratório de Educação Matemática I/ Números Inteiros. Algoritmo da divisão. Numeração. Máximo Divisor Comum. Mínimo Múltiplo Comum. Teorema fundamental da aritmética. Congruência. Equações Diofantinas. Inteiros Módulo n.</p>	<p>Prover o aluno dos conceitos básicos da teoria dos números, estimulando-o a construir provas formais que utilizem tais conceitos./</p> <ul style="list-style-type: none"> – Apresentar a construção axiomática do Conjunto dos Números Inteiros, notadamente o princípio de indução; – Estudar a relação de divisibilidade; – Estudar o teorema fundamental da Aritmética; – Estudar as equações de congruência.
<p>Álgebra Linear I/ 3º/60h/Geometria Analítica/ Solução de sistemas lineares. Matrizes e Determinantes. Espaços vetoriais. Transformações lineares. Matriz de uma transformação. Autovalores e autovetores.</p>	<p>Desenvolver os conceitos fundamentais da Álgebra Linear, explorando o ganho de maturidade matemática e aplicabilidade que eles propiciam. Habilitar o estudante para a compreensão e utilização de métodos básicos necessários à resolução de problemas, que podem ser modelados matematicamente. /</p> <ul style="list-style-type: none"> – Solucionar e analisar sistemas de equações lineares; – Aprender técnicas de cálculo de determinantes; – Compreender o conceito de espaços vetoriais Euclidianos e arbitrários; – Calcular autovalores e autovetores; – Estudar espaços com produto interno, diagonalização e formas quadráticas; – Entender transformações lineares.
<p>Álgebra A/5º/60h/ Aritmética e Laboratório de Educação Matemática III/ Estruturas Algébricas: Estrutura de Grupo. Grupo de rotações, grupos diedrais, grupo das raízes n-ésimas da unidade, grupos de permutações, grupos das classes de congruência módulo n. Subgrupos: subgrupo gerado por um conjunto, grupo dos comutadores e o derivado de um grupo. Teorema de Lagrange. Subgrupos normais e grupo quociente. Homomorfismos de grupos. Teoremas de isomorfismos de grupos.</p>	<p>Iniciar o aluno no estudo das estruturas algébricas, estudando neste curso a Estrutura de Grupo. Desenvolver as noções elementares da Teoria de Grupos. Estudar os grupos aditivos e multiplicativos clássicos. Estudar os Teoremas de Isomorfismos de Grupos. /</p> <ul style="list-style-type: none"> – Identificar, compreender e utilizar os conceitos e propriedades da estrutura algébrica de grupos; – Desenvolver a capacidade de raciocínio lógico, organizado e dedutivo, objetivo este, já trabalhado na disciplina de Estruturas Lógico Dedutivas, que é pré-requisito; – Desenvolver a capacidade de formulação, interpretação e resolução de problemas.
<p>Álgebra B/6º/60h/Álgebra A/ Estruturas de Anéis: O anel dos inteiros como um domínio euclidiano. O domínio euclidiano dos inteiros como um domínio de fatoração única. Domínios de fatoração única.</p>	<p>Apresentar ao aluno as noções elementares da Teoria de Anéis, bem como da Teoria de Corpos. Dar continuidade ao estudo das estruturas algébricas,</p>

<p>Máximo divisor comum. Anéis de divisão e corpos. Anéis de polinômios sobre corpos, como um domínio de fatoração única.</p>	<p>ênfatizando as principais propriedades em cada estrutura./</p> <ul style="list-style-type: none"> – Identificar, compreender e utilizar os conceitos e propriedades das estruturas algébricas: anéis e corpos; – Desenvolver a capacidade de raciocínio lógico, organizado e dedutivo; – Desenvolver a capacidade de formulação, interpretação e resolução de problemas.
<p>Álgebra Linear II*/ 60h/não consta semestre/Álgebra Linear I/ Espaços com Produto Interno. Transformação autoadjunta. Transformações unitárias. Formas Canônicas. Formas bilineares e quadráticas. Identificação de cônicas e quádricas.</p>	<p>Desenvolver o hábito do uso de aplicações lineares de espaços vetoriais de dimensão finita no tratamento de fatos matemáticos de índole linear. Adquirir desembaraço no tratamento de problemas que envolvam os conceitos fundamentais de Álgebra Linear. /</p> <p>Oferecer aos alunos noções de Espaço com Produto Interno, Transformações Unitárias, Formas Canônicas, bilineares e quadráticas.</p>
<p>Introdução à Teoria de Galois*/nã consta semestre/60h/ Álgebra B/ Grupos de permutações e subgrupo das permutações pares. Grupos Solúveis. Não solubilidade de S_n. Extensões Algébricas dos Racionais. Extensões Galoisianas e Extensões Normais. Correspondência de Galois. Solubilidade por meio de radicais.</p>	<p>Prover ao aluno conhecimentos mais específicos na área da Álgebra Abstrata; Apresentar ao aluno a importância histórica de encontrar resoluções de equações por meio de radicais. /</p> <ul style="list-style-type: none"> – Identificar, compreender e utilizar os conceitos de grupos de permutação, grupos solúveis e extensão de corpos; – Trabalhar especificamente no caso particular de extensões do corpo dos racionais; – Compreender a correspondência de Galois no caso particular de extensões do corpo dos racionais; – Compreender e empregar métodos para identificar quando determinados polinômios de grau maior ou igual a 5 são solúveis por meio de radicais; – Desenvolver a capacidade de raciocínio lógico, organizado e dedutivo; – Desenvolver a capacidade de formulação, interpretação e resolução de problemas.

(conclusão)

Fonte: Elaborado pela autora com informações do PPC (UFPEL, 2019).

Reitera-se que foram analisadas um total de oito disciplinas relacionadas a Álgebra acadêmica sendo seis obrigatórias e duas optativas. A componente curricular “Matemática Elementar: Funções” contempla em sua ementa o estudo de vários conceitos algébricos e objetiva além da revisão de conteúdos básicos de Matemática desenvolver habilidades aritméticas e algébricas, além da compreensão dos conceitos, procedimentos e estratégias dos conteúdos que permitam avançar em estudos posteriores.

A bibliografia recomendada está indicada como básica e complementar (Apêndice 3). Na bibliografia básica são indicados três livros. Sendo que, dois deles podem ser caracterizados como Pré-Cálculo, pois, normalmente, são utilizados com o objetivo de auxiliar/preparar os acadêmicos para a disciplina de Cálculo I; e, o outro aborda conceitos matemáticos da Educação Básica. Já na bibliografia complementar são recomendados quatro livros sendo três propostos

para o Ensino Médio e contemplam conceitos algébricos como conjuntos, funções, equações, polinômios, etc.; e, o outro que aborda conjuntos e funções e é indicado para graduandos em Matemática.

A partir da análise dos objetivos, da ementa e da bibliografia tem-se indícios de que esta disciplina visa a revisão/o aprofundamento de conteúdos algébricos, valorizando a compreensão de métodos básicos e necessários a resolução de alguns problemas envolvendo conjuntos numéricos e funções e, o desenvolvimento de habilidades aritméticas e algébricas pelos futuros professores, etc. viabilizando a aquisição de conhecimentos e habilidades que serão importantes para sua formação docente e auxiliarão em estudos posteriores.

A disciplina “Estruturas Lógico-Dedutivas” objetiva dentre outros aspectos desenvolver os conceitos expostos no Quadro (9), valorizando o desenvolvimento da capacidade de raciocínio lógico, organizado e dedutivo, iniciando o aluno na linguagem matemática e no pensamento abstrato dedutivo. Além disso, identificou-se que está disciplina não tem pré-requisito, mas é para outras disciplinas do curso, a saber: Aritmética e Análise Real I.

Quanto as referências identificou-se na bibliografia básica (Apêndice 3) a descrição de três obras: “Álgebra Moderna” contempla conceitos como: conjuntos e demonstrações; aritmética dos inteiros; relações, aplicações e funções; grupos, anéis e corpos, etc.; “Lógica e Linguagem Cotidiana: verdade, coerência, comunicação, argumentação”, apresenta noções fundamentais de lógica abordando discussões acerca das relações entre lógica, língua e matemática; da associação entre lógica e matemática em detrimento da língua; da importância da exploração de linhas de raciocínio abertas pelo uso competente da língua, pois é isso que possibilita o tratamento de um tema na perspectiva do desenvolvimento do raciocínio lógico; e algumas noções de lógica formal.

E, a última obra “Estruturas Algébricas para Licenciatura”, aborda fundamentos básicos de Matemática, explicitando a teoria dos conjuntos e as principais estruturas algébricas. Conforme Silva (2017), autor da referida obra, já mencionada, ela visa auxiliar professores e alunos no ensino e aprendizagem dos tópicos tratados apresentando as demonstrações com clareza e os exemplos e exercícios de modo a facilitar o entendimento.

Quanto às bibliografias complementares (Apêndice 3) verificou-se que: “Iniciação à Lógica Matemática” trata de conceitos diretamente relacionados à Lógica Matemática; “Introdução à Lógica Matemática” apresenta conceitos de Lógica e suas aplicações; “Introdução à Álgebra” contempla noções de conjuntos, de funções, números inteiros, anéis, ideias e homomorfismos, polinômios em uma variável, grupos, etc.; “Matemática Discreta para Computação e Informática” contempla os principais conceitos e resultados de Matemática

Discreta; e, “Introdução à Álgebra” apresenta noções de Álgebra Abstrata.

A partir da análise da ementa, dos objetivos e da bibliografia indicada há indícios de que essa disciplina desenvolva os conceitos, definições, provas e demonstrações valorizando a iniciação do licenciando no trabalho com a linguagem matemática e no desenvolvimento do pensamento abstrato dedutivo. Cabe destacar, que nela, são indicadas as obras “Estruturas Algébricas para Licenciatura” e “Lógica e Linguagem Cotidiana: verdade, coerência, comunicação, argumentação”, já explicitadas. Porém, não se identificou na ementa e nem nos objetivos nenhum aspecto relacionado ao trabalho com as demonstrações na Educação Básica.

A componente “Aritmética” contempla o estudo de conceitos aritméticos e algébricos da teoria dos números e dentre os objetivos busca-se estimular a construção de provas formais para tais conceitos. Na bibliografia básica (Apêndice 3) são descritas três obras: “Teoria Elementar dos Números”, a qual apresenta conceitos e demonstrações relativas aos números inteiros; divisibilidade; congruências; números de Bernoulli, etc.; “Álgebra Moderna”, também indicada na disciplina “Estruturas Lógico-Dedutivas”; e “Números: Uma Introdução à Matemática” contempla os seguintes tópicos: números inteiros; divisibilidade; congruências; números racionais; etc. bem como postulados, axiomas, teoremas, provas e demonstrações relacionadas a esses conceitos. E, na bibliografia complementar é indicada uma obra que contempla aspectos históricos dos primeiros números à teoria do caos.

Percebe-se que, as obras recomendadas na bibliografia básica contemplam tópicos da Teoria dos Números dando ênfase para a construção de provas e demonstrações formais relativas a Matemática acadêmica e, assim, estão em consonância com os objetivos e ementa indicados.

Cabe dizer, ainda, que “Aritmética” é uma disciplina que tem como pré-requisito que os licenciandos já tenham cursado as disciplinas “Estruturas Lógico-Dedutivas”, já explicitada, e “Laboratório de Educação Matemática I”, a qual busca desenvolver práticas voltadas ao ensino da aritmética. Tendo em vista a análise da ementa, dos objetivos e referências recomendadas em “Aritmética”, percebe-se que o foco está mais voltado para a construção de provas formais pelos futuros professores.

No tocante a disciplina “Álgebra Linear I” verificou-se que indica três livros na bibliografia básica (Apêndice 3), os quais contemplam conceitos específicos de Álgebra Linear. E, os cinco livros sugeridos na bibliografia complementar também apresentam conceitos de Álgebra Linear, explicitando suas aplicações em diversas áreas do conhecimento. E, considerando também o que é descrito nos objetivos e na ementa infere-se que, nesta componente, são priorizados o estudo de tópicos específicos inerentes à Álgebra Linear,

evidenciando um enfoque mais acadêmico.

A partir da análise da bibliografia básica (Apêndice 3) para “Álgebra A”, verifica-se que as três obras contemplam as estruturas algébricas indicadas na ementa e, tais obras também são recomendadas na componente “Estruturas Lógico-Dedutivas”, e, já foram explicitadas. E, na bibliografia complementar é indicada a obra “Estruturas Algébricas para Licenciatura”, também recomendada na disciplina “Estruturas Lógico-Dedutivas”.

Dentre os objetivos dessa disciplina sublinha-se iniciar o licenciando no estudo das estruturas algébricas, em particular, a estrutura de Grupo; identificar, compreender e utilizar conceitos e propriedades da estrutura algébrica de grupos considerando desenvolver ainda mais a capacidade de raciocínio lógico, organizado e dedutivo, já trabalhado na disciplina “Estruturas Lógico-Dedutivas”. E, também, desenvolver a capacidade de formulação, interpretação e resolução de problemas.

Ademais, verificou-se que “Álgebra A” é uma disciplina que tem como pré-requisito que os licenciandos já tenham cursado as disciplinas “Aritmética”, já descrita, e “Laboratório de Educação Matemática III”, a qual busca desenvolver práticas voltadas ao ensino da Álgebra e será tratada detalhadamente na categoria 5.2. Diante da análise da ementa, dos objetivos e referências recomendadas em “Álgebra A”, percebe-se que o foco está principalmente no estudo da estrutura algébrica de grupos e desenvolvimento de capacidades de raciocínio lógico, organizado e dedutivo pelo futuro professor.

No que tange a componente “Álgebra B” considerando o que é explicitado nos objetivos, ementa e referências (Apêndice 3), as quais são as mesmas de “Álgebra A”, infere-se que ela busca dar continuidade e aprofundar o estudo das estruturas algébricas, visando que o futuro professor desenvolva o seu raciocínio lógico, organizado e dedutivo, e habilidades voltadas ao trabalho com problemas matemáticos.

Em relação às disciplinas optativas, “Álgebra Linear II” e “Introdução à Teoria de Galois”, constatou-se que estas buscam aprofundar conteúdos já estudados em outros componentes curriculares, em particular, “Álgebra Linear I” e “Álgebra B”, nessa ordem.

Com base nas análises das seis disciplinas obrigatórias, já explicitadas, têm-se evidências de que, em cinco delas, talvez, não sejam considerados aspectos relacionados ao ensino e aprendizagem de conceitos algébricos. Pois, na caracterização, dessas componentes, não é explicitada nenhuma relação entre parte dos conceitos estudados e o ensino de conceitos algébricos tratados na Educação Básica e, também, nas 35 referências analisadas, não foram indicadas obras que discutam esses aspectos.

Contudo, na disciplina “Matemática Elementar Funções” busca-se revisar/aprofundar

conjuntos e funções e o trabalho com problemas considerando o desenvolvimento de habilidades aritméticas e algébricas e a compreensão dos conceitos, procedimentos e estratégias dos conteúdos pelo licenciando em Matemática, o que é relevante para sua futura atuação profissional, em especial, para o trabalho com a Álgebra na Educação Básica.

Salienta-se que das trinta e cinco obras analisadas, identificou-se dois livros de Matemática do Ensino Médio, indicados na componente “Matemática Elementar: Funções”; da obra intitulada Estruturas Algébricas para Licenciatura, recomendada nas disciplinas Estruturas Lógico-Dedutivas, Álgebra A e Álgebra B; e, da obra denominada Lógica e Linguagem Cotidiana; verdade, coerência, comunicação, argumentação, também descrita em “Estruturas Lógico-Dedutivas”, todas, já explicitadas. Nesta direção, aponta-se que as demais obras apresentam os conceitos de modo mais formal dando ênfase para as definições formais e para o trabalho com as demonstrações e provas na perspectiva da Matemática acadêmica. (MOREIRA; DAVID, 2018).

Outro aspecto a ser mencionado é o fato de que todas as disciplinas analisadas consideram o estudo de conceitos algébricos articulado ao desenvolvimento de habilidades por parte dos futuros professores. Dentre elas destaca-se que na disciplina “Matemática Elementar: Funções” explicita-se habilidades aritméticas e algébricas, as quais contribuem para o desenvolvimento do pensamento algébrico dos licenciandos. Referente as disciplinas “Estruturas Lógico-Dedutivas”, “Álgebra A”, “Álgebra B” e “Introdução à Teoria de Galois” busca-se desenvolver a capacidade do raciocínio lógico, organizado e dedutivo, sendo que nas três últimas busca-se também a capacidade de formulação, interpretação e resolução de problemas. E, na componente Aritmética busca-se estimular os licenciandos a construir provas formais.

No que tange as habilidades indicadas em “Álgebra Linear I” e “Álgebra Linear II” destaca-se: a compreensão e utilização de métodos básicos necessários a resolução de problemas, que podem ser modelados matematicamente; e, adquirir desembaraço no tratamento de problemas ligados a conceitos fundamentais de Álgebra Linear, respectivamente.

Percebe-se que tais habilidades contribuem para a formação matemática dos licenciandos. Para Fiorentini e Oliveira (2013) é necessário o futuro professor experimentar o processo de exploração e investigação relativos a demonstrações e provas matemáticas nas disciplinas matemáticas na licenciatura tais como Álgebra, Análise, Teoria dos Números, Geometria, etc. E, não apenas conhece-las teoricamente ou a partir da didática da Matemática.

Ainda de acordo com os autores, é também essencial o (futuro) professor compreender que uma demonstração não deve ser, sempre formal e fazer parte de um sistema axiomático.

Pois, há diferentes formas de construir provas ou justificativas para as conjecturas. Alunos do Ensino Fundamental, por exemplo, podem desenvolver pequenas demonstrações, as quais podem ser consideradas válidas no contexto da Matemática escolar.

Desta forma, torna-se importante que as demonstrações matemáticas sejam construídas pelos futuros professores nas disciplinas de Álgebra e, também se busque explorá-las no contexto da Educação Básica. Entende-se que embora o domínio dos conceitos específicos e habilidades, já mencionados, sejam necessários para a formação matemática dos professores, não são suficientes. Pois, para o trabalho com a Álgebra escolar, também são necessários conhecimentos relativos ao seu ensino e aprendizagem. Portanto, ambos precisam receber a devida atenção no processo de formação inicial na licenciatura em Matemática, de modo a contribuir com a prática docente.

5.1.4 Universidade Federal do Pampa – UNIPAMPA, Campus Bagé

Destaca-se que, a UNIPAMPA é uma universidade multicampi localizada em dez cidades do estado do Rio Grande do Sul, a saber: Alegrete, Bagé, Caçapava do Sul, Dom Pedrito, Itaqui, Jaguarão, Santana do Livramento, São Borja, São Gabriel e Uruguaiana. Bem como, oferta o curso de Licenciatura em Matemática no campus de Bagé e Itaqui, os quais apresentam Projetos Pedagógico de Curso (PPC) distintos e, por isso, ambos os documentos foram analisados. Sublinha-se que, a referida instituição não oferta o curso de Bacharelado em Matemática.

O curso de Matemática - Licenciatura da UNIPAMPA, campus Bagé é ofertado no período noturno, tem duração de quatro anos e meio e está em conformidade com a Resolução nº 02/2015 do Conselho Nacional de Educação (CNE), indicando uma carga horária total de 3.215 horas de efetivo trabalho acadêmico, distribuídas do seguinte modo: 405 horas de Prática como Componente Curricular (PPC) ao longo do curso; 405 horas de Estágio Curricular Supervisionado; 1785 horas de Componentes Curriculares Obrigatórios de natureza técnico-científico e cultural; 210 para Componentes Curriculares Complementares de Graduação; 210 horas para desenvolvimento do Trabalho de Conclusão de Curso; e, 200 horas em Atividades Complementares de Graduação. E, apresenta como objetivo geral:

[...] **formar professores de Matemática para a Educação Básica**, ou seja, com conhecimentos, habilidades e atitudes para atuar anos finais do Ensino Fundamental e no Ensino Médio, conscientes de seu papel de educador, comprometidos com a

difusão do saber matemático e **preparados para continuar os estudos em nível de Pós-Graduação**. (UNIPAMPA, 2017, p. 25, grifos nossos).

Além disso, dentre os objetivos específicos do curso destaca-se: a compreensão dos conceitos matemáticos com o desenvolvimento de habilidades de calcular, generalizar, analisar, induzir, deduzir, usar a linguagem matemática, etc. (UNIPAMPA, 2017). Considera-se que tais habilidades são importantes para favorecer o desenvolvimento do pensamento algébrico dos futuros professores. Pois, de acordo Ponte et al. (2009) o pensamento algébrico inclui três vertentes: representar; raciocinar; e, resolver problemas e modelar situações. E, dentro da vertente raciocinar os pesquisadores, já mencionados, consideram três aspectos: relacionar, generalizar e deduzir, os quais contribuem para desenvolvimento deste tipo de pensamento.

No que remete ao ementário curricular, verificou-se que este apresenta a descrição dos componentes curriculares, organizados de acordo com os seguintes itens: disciplina, carga horária (explicitada como teórica e/ou PCC), ementa, objetivos, bibliografia básica e bibliografia complementar. A partir da análise curricular, selecionou-se seis disciplinas (Quadro 10), diretamente associadas a Álgebra acadêmica sendo cinco obrigatórias e uma optativa, e, a disciplina “Softwares na Aprendizagem da Matemática”, que explicita relações com outras componentes e o ensino de conceitos algébricos. Esta, última disciplina será abordada na categoria 5.2.

Quadro 10: Descrição das disciplinas selecionadas na UNIPAMPA campus Bagé

(continua)

Disciplinas obrigatórias/ complementares*/PR/Ementa	Objetivo geral e/ou Objetivos específicos
Teoria Elementar das Funções/1º T:45h/ PCC:15h/ Conjuntos e suas operações. A reta real. Intervalos. Funções: definição, domínio, imagem e gráfico. Tecnologias aplicadas ao ensino e aprendizagem de funções. Funções de 1º grau. Funções constantes. Funções Quadráticas. Inequações. Funções definidas por várias sentenças. Módulo e suas propriedades. Funções Modulares. Funções pares e ímpares. Funções polinomiais. Composição de funções. Funções injetoras, sobrejetoras e bijetoras. Funções Inversas. Funções exponenciais. Funções logarítmicas. Funções trigonométricas. Funções trigonométricas inversas. Funções hiperbólicas. Aplicações de funções. Análise de bases curriculares oficiais e ou livros didáticos. Elaboração de planos de aula e ou objetos de aprendizagem.	Aprofundar o estudo de conjuntos e funções./ Realizar operações com conjuntos. Representar funções algebricamente e graficamente. Reconhecer o domínio e a imagem de uma função. Resolver problemas envolvendo funções. Utilizar softwares para o estudo e representação de funções. Resolver inequações. Analisar bases curriculares oficiais e ou livros didáticos a fim de perceber e avaliar as formas como são executadas as aulas relacionadas ao ensino de funções na Educação Básica. Elaborar planos de aula e ou objetos de aprendizagem sobre temas estudados em teoria elementar das funções.
Fundamentos de Matemática Elementar/1º 60h/ Potências e Raízes. Equações Exponenciais e Inequações Exponenciais. Logaritmos. Trigonometria. Números complexos. Polinômios.	Compreender conceitos e resolver problemas associados à exponenciais, logaritmos, trigonometria, números complexos, polinômios e progressões.

Progressões aritméticas e geométricas.	
Álgebra I/4º/ 60h/ Fundamentos de Lógica e Contagem/ Números naturais. Números inteiros. Divisibilidade. Números primos. Máximo divisor comum. Mínimo múltiplo comum. Congruência. Números racionais. História da matemática pertinente.	Identificar os axiomas e usá-los nas demonstrações de propriedades dos números naturais, inteiros e racionais.
Álgebra Linear I/4º/ 60h/Cálculo I e Geometria Analítica/ Matrizes e Determinante. Sistemas de equações lineares. Espaços vetoriais. Transformações lineares. Autovalores e autovetores. Aplicações.	Identificar a estrutura da Álgebra Linear em seu caráter geral de resultados e de sua aplicabilidade em diferentes áreas da Matemática.
Álgebra II/5º/ 60h/Álgebra I/ Grupos. Anéis. Anéis de polinômios. Domínios.	Estudar as estruturas algébricas de grupos e anéis, identificando suas propriedades e relações.
Álgebra Linear II*/não consta o semestre/60h/ Funcionais lineares. Formas canônicas. Espaços com produtos internos. Adjuntos. Formas bilineares.	Assimilar os conceitos de Álgebra Linear, por meio de um tratamento conceitual moderno que enfatiza a interação das influências geométricas e algébricas. Decompor um operador linear em uma soma de operadores lineares canônicos elementares. Compreender e manipular informações algébricas associadas a classes especiais de operadores lineares definidos em espaços vetoriais reais ou complexos munidos de produto interno.

(conclusão)

Fonte: Elaborado pela autora com informações do PPC (UNIPAMPA, 2017).

A disciplina “Teoria Elementar das Funções” tem uma carga horária de 60 horas, distribuída em 45 horas de atividades teóricas e 15 horas relativas às atividades de PCC. Cabe destacar, que ela faz parte do conjunto de disciplinas do curso, para os quais estão definidas horas de PCC.

Tanto na ementa quanto nos objetivos desta disciplina, estão descritos além do estudo de conjuntos e de diferentes tipos de funções várias práticas voltadas ao ensino deste conceito na Educação Básica. Dentre elas, destacam-se a utilização de tecnologias para o ensino e aprendizagem de funções, a resolução de problemas envolvendo funções, o uso de softwares para o estudo e representação de funções, a análise de documentos curriculares e livros didáticos e a elaboração de planos de aula considerando o ensino de funções na referida etapa escolar.

Compreende-se que o desenvolvimento de tais atividades é importante para a prática do futuro professor. Isso porque, conhecer como o conceito de função deve e/ou pode ser trabalhado na escola em diferentes etapas escolares considerando aspectos do pensamento algébrico contribui para que o licenciando tenha um olhar mais crítico e reflexivo em relação a como ensinar este conceito e quanto a sua abordagem em livros didáticos da Educação Básica.

A análise de livros didáticos é relevante pois, muitas vezes, a abordagem de conceitos matemáticos nesses materiais enfatiza o trabalho com as técnicas, procedimentos, regras e com a manipulação da linguagem algébrica em detrimento da exploração de situações que viabilizem

aos estudantes desenvolver o pensamento algébrico. (LINS; GIMENEZ, 1997).

Quanto às referências bibliográficas (Apêndice 4), contatou-se que das quatro obras indicadas na bibliografia básica três delas, a saber: “Fundamentos de Matemática Elementar: trigonometria”; Fundamentos de Matemática Elementar: logaritmos”; e, “Fundamentos de Matemática Elementar: conjuntos, funções”; abordam os conceitos algébricos do Ensino Médio, expostos na ementa, e a obra “Teoria Elementar das Funções” contempla conceitos como teoria dos conjuntos, teoria de corpos e funções vinculados à aspectos da Matemática acadêmica.

No que diz respeito a bibliografia complementar (Apêndice 4), verificou-se a indicação de cinco obras. Os livros “Cálculo um novo horizonte”; “Cálculo A: funções, limite, derivação, integração”; e, “Cálculo e aplicações” podem ser caracterizados como livros de Cálculo, pois abordam conceitos de limites, derivada, integral de funções, etc.; o livro “A Matemática do Ensino Médio” é uma obra composta por três volumes, na qual cada um deles aborda os conceitos matemáticos no contexto do 1º, 2º e 3º Anos do Ensino Médio. Já o livro “Atividades para o estudo de funções em ambiente computacional” apresenta atividades organizadas com base na Engenharia Didática, para explorar aspectos importantes das funções afins, quadráticas, trigonométricas, etc., estando voltada ao ensino e aprendizagem de funções.

Com a análise desta componente curricular contatou-se que, são explicitadas várias práticas voltadas ao ensino de Funções na Educação Básica, o que é relevante para a atuação docente do futuro professor, em especial, para o trabalho com funções. Porém, identificou-se a recomendação de apenas uma obra que contempla aspectos do ensino e aprendizagem de funções.

A componente curricular “Fundamentos de Matemática Elementar” tem uma carga horária de 60 horas (teórica) e explicita na ementa os conceitos algébricos a serem estudados tais como: equações exponenciais, polinômios, progressões aritméticas e geométricas e visa a compreensão e resolução de problemas associados aos mesmos. No que se refere a bibliografia constatou-se que as quatro obras sugeridas no item básica (Apêndice 4) são livros de Matemática do Ensino Médio e abordam os conteúdos estudados nesta disciplina. Já, no item complementar são indicados três livros de Matemática do Ensino Médio e dois direcionados ao Ensino Superior, a saber: “Complex Variables and Applications” e “Trigonometria e Números Complexos”.

Com a análise da ementa, dos objetivos e das referências bibliográficas verifica-se que essa disciplina parece ser trabalhada na perspectiva de uma revisão/retomada de conteúdos da Educação Básica, o que também é relevante para a formação do professor, pois, entende-se que

a partir desta revisão também podem suscitar discussões acerca de como os conceitos estudados são tratados na Educação Básica. No entanto, isto depende do encaminhamento dado pelo professor formador na abordagem de tais conceitos.

No que diz respeito a disciplina “Álgebra I” destaca-se que tem uma carga horária de 60 horas (teórica), sua ementa aborda tópicos como números naturais, números inteiros, divisibilidade, números primos, etc. e visa identificar os axiomas e usá-los nas demonstrações envolvendo os conceitos estudados. Ao analisar a bibliografia recomendada (Apêndice 4), constatou-se que as obras estão em conformidade ao que é proposto na ementa e objetivos desta disciplina, uma vez que, os três livros indicados no item básica e os cinco livros no item complementar abordam especificamente conceitos descritos na ementa, contemplando o trabalho com as definições, provas e demonstrações formais.

Assim sendo, percebe-se que na disciplina “Álgebra I” a ênfase é para o trabalho com os axiomas, definições, demonstrações e provas inerentes a Álgebra acadêmica, distanciando-se da forma como os conceitos de números naturais, inteiros, primos, divisibilidade, máximo divisor comum, etc. são tratados na Educação Básica.

Com a análise da ementa, dos objetivos e das oito referências (Apêndice 4) da disciplina “Álgebra Linear I” identifica-se um enfoque para o estudo de conceitos associados a Álgebra Linear e suas aplicações. Visto que, as três obras descritas no item básica “Álgebra Linear com Aplicações”; “Álgebra linear”; “Um curso de álgebra linear”; e, as cinco obras indicadas no item complementar a saber: “Álgebra linear e suas aplicações”; “Álgebra linear”; “Geometria analítica e álgebra linear”; “Álgebra linear”; e, “Álgebra linear” contemplam tópicos da Álgebra Linear e suas aplicações, caracterizando um enfoque mais acadêmico.

Em relação a disciplina “Álgebra II”, verifica-se que sua carga horária é de 60 horas, (teórica) e a ementa apresenta as estruturas algébricas a serem abordadas de modo que o objetivo estabelecido é estudá-las identificando suas propriedades e relações. Destaca-se que sua bibliografia (Apêndice 4) está em conformidade ao que é delimitado na ementa e objetivos, pois os três livros indicados no item Básica “Álgebra moderna”; “Elementos de álgebra”; “Introdução à álgebra” e os cinco livros descritos no item complementar (Apêndice 4) abordam especificamente as estruturas algébricas, caracterizando-se como obras que enfatizam aspectos e valores considerados importantes no contexto da Matemática acadêmica.

Sublinha-se que, das cinco disciplinas obrigatórias (Quadro 10), uma delas “Teoria Elementar das Funções” busca explicitamente além de aprofundar o estudo de conjuntos e funções a realização de práticas voltadas ao ensino de funções na Educação Básica. Nas outras quatro disciplinas analisadas têm-se evidências de que o foco está no estudo de conceitos

específicos, sem considerar, neste momento, possíveis articulações com o ensino da Álgebra. Visto que, não indicam horas de PCC e não recomendam obras voltados ao ensino e aprendizagem de conceitos algébricos. Ressalta-se que das 42 obras recomendadas nas cinco disciplinas obrigatórias, já explicitadas, somente na disciplina “Matemática Elementar: Funções” é indicada uma obra que contempla aspectos referente ao ensino e aprendizagem de funções.

Em contrapartida, no contexto da Matemática escolar, em especial, na Álgebra escolar as relações com os conceitos primitivos, definições, axiomas, linguagem algébrica, e demonstrações devem se realizar de modo diferente, ou seja, de modo mais flexível de acordo com cada etapa escolar. Por exemplo, as definições, muitas vezes são realizadas através de referências descritivas ou imagens intuitivas no lugar de definições formais. E, as provas e demonstrações devem assumir papéis essencialmente pedagógicos. (MOREIRA, DAVID, 2018).

Além disso, é válido ressaltar que conforme Fiorentini (2005, p. 110 e 111)

[...] a maioria dos professores de Cálculo, Álgebra, de Análise de Topologia etc. acredita que ensina apenas conceitos e procedimentos matemáticos. [...] provavelmente em maior número – não percebem que, além da Matemática, ensinam também um jeito de ser pessoa e professor, isto é, um modo de conceber e estabelecer relação com o mundo e com a Matemática e seu ensino. [...] O futuro professor não aprende dele apenas uma Matemática, internaliza também um modo de concebê-la e de tratá-la e avaliar sua aprendizagem.

Diante do exposto, evidencia-se que os professores formadores desempenham um papel importante no processo de formação inicial dos futuros professores, e, por isso é preciso que compreendam que ensinam muito mais do que conteúdos e, sobretudo, um modo de ser professor, influenciando de certa maneira na forma como o futuro professor irá conceber a Matemática e seu ensino, em especial, a Álgebra e seu o ensino. E, também nas relações que o mesmo será capaz de estabelecer ou não com outros conteúdos da mesma disciplina ou com outras áreas de conhecimento, e, principalmente, com os conteúdos matemáticos a serem ensinados na Educação Básica.

5.1.5 Universidade Federal do Pampa – UNIPAMPA, Campus Itaqui

O curso de Matemática - Licenciatura da UNIPAMPA, campus Itaqui é ofertado no período noturno com duração de quatro anos e meio e apresenta como objetivo geral:

[...] **formar profissionais para exercer a docência na Educação Básica**, anos finais do Ensino Fundamental e Ensino Médio, **com sólida formação nas áreas de Educação, Educação Matemática e Matemática**, assumindo uma postura investigativa e comprometida com a qualidade do ensino e da aprendizagem matemática. (UNIPAMPA, 2019, p. 32, grifos nossos).

O referido curso está em consonância com a Resolução nº 02/2015 do Conselho Nacional de Educação (CNE), estabelecendo uma carga horária total de 3.200 horas, sendo: 510 horas, no mínimo, destinadas à Prática como Componente Curricular (PCC), distribuídas ao longo de componentes curriculares obrigatórios; 420 horas de Estágio Curricular Supervisionado; 1.950 horas, no mínimo, para os conteúdos curriculares de natureza científico-cultural na modalidade presencial; 60 horas para conteúdos curriculares de natureza científico-cultural na modalidade semi-presencial, distribuídos entre os componentes curriculares obrigatórios “Informática na Educação Matemática” e “Algoritmos e Programação”; 200 horas para Atividades Complementares de Graduação (ACG); e 60 horas para Componentes Curriculares Complementares de Graduação (CCCG).

Destaca-se que o ementário dos componentes curriculares deste curso contém como principais aspectos: nome da disciplina; carga horária (explicitada como teórica e/ou PCC); ementa; objetivos; referências bibliográficas básicas e complementares.

A partir da análise da matriz curricular identificou-se oito disciplinas diretamente relacionadas à Álgebra acadêmica, sendo sete obrigatórias e uma optativa, bem como duas componentes relacionadas ao ensino da Álgebra escolar, a saber: Laboratório de Ensino de Matemática I; e Laboratório de Ensino de Matemática III, que serão tratadas na categoria 5.2. A descrição das disciplinas selecionadas é apresentada no Quadro 11.

Quadro 11: Descrição das disciplinas selecionadas na UNIPAMPA campus Itaquí

(continua)

Disciplinas obrigatórias/ complementares*/Semestre/CH/PR/ Ementa	Objetivos
Introdução à Lógica Matemática/1º/60h(teórica) explicita PCC (0h)/ Lógica formal. Lógica proposicional. Quantificadores e conectivos lógicos. Lógica matemática. Hipótese e tese. Demonstrações formais e técnicas de argumentação. Lógica e o processo de ensino e aprendizagem.	Apresentar a lógica como sendo a ciência da argumentação. Compreender o discurso argumentativo dedutivo e indutivo. Compreender o papel da argumentação/demonstração/prova na Matemática e na Educação Matemática. Desenvolver as capacidades de conjecturar, generalizar, testar e validar. Explorar demonstrações matemáticas condizentes com o ensino na escola a partir de técnicas de argumentações.
Teoria Elementar das Funções/1º/60h (teórica) explicita PCC (0h)/ Conceitos e propriedades	Apresentar o conceito de função de uma variável real.

<p>fundamentais de funções: domínio, imagem, raízes, crescimento, bijeção, paridade, extremos relativos, concavidade, assíntotas e deslocamento de gráficos.</p> <p>Funções polinomiais, funções trigonométricas, funções logarítmicas, funções exponenciais, funções modulares, funções definidas por partes e funções inversas. Aplicações do conceito de função dentro da própria matemática e em outras áreas do conhecimento.</p>	<p>Analisar o comportamento das diferentes funções por meio das várias representações.</p> <p>Explorar graficamente as funções enfatizando conceitos e propriedades fundamentais.</p>
<p>Teoria Elementar dos Números/2º/ 60h (teórica) explícita PCC (0h)/ Evolução da noção de número.</p> <p>Conjuntos numéricos: natural, inteiro, racional, irracional, real e complexo.</p>	<p>Retomar e ampliar, do ponto de vista histórico, noções de conjuntos numéricos.</p> <p>Explorar noções de número real e de número complexo, a partir das propriedades dos números e das insuficiências geométricas, aritméticas e algébricas.</p>
<p>Introdução à Álgebra Linear/3º/ 60h(teórica) explícita PCC (0h)/ Matrizes: Operações e Propriedades. Determinantes. Sistemas de Equações Lineares. Aplicações.</p>	<p>Introduzir os principais conceitos relacionados à Álgebra Linear, por meio de resultados e de sua aplicabilidade nas diversas áreas do conhecimento.</p>
<p>Álgebra Linear I/4º/ 60h/ (teórica) explícita PCC (0h)/</p> <p>Geometria Analítica e</p> <p>Introdução à Álgebra Linear/ Espaços vetoriais. Transformações lineares. Autovalores e Autovetores. Aplicações.</p>	<p>Compreender e aprofundar os principais conceitos relacionados à Álgebra Linear, por meio de resultados e de sua aplicabilidade nas diversas áreas do conhecimento.</p>
<p>Introdução à Álgebra/5º/ 60h/(teórica) explícita PCC (0h)/</p> <p>Teoria Elementar dos Números/ Relações. Números Naturais. Números inteiros. Axiomática. Divisibilidade. Números primos. Máximo divisor comum. Mínimo múltiplo comum. Congruência. O Anel dos Números Inteiros.</p>	<p>Compreender a linguagem básica de conjuntos e utilizá-la nas demonstrações de resultados.</p> <p>Perceber a importância do processo axiomático na construção dos números naturais e dos números inteiros.</p>
<p>Álgebra I/6º/ 60h/ (teórica) explícita PCC (0h)/</p> <p>Introdução à Álgebra/ Grupos. Anéis. Anéis de polinômios. Domínios.</p>	<p>Reconhecer a estrutura algébrica de grupos, anéis e domínios, identificando suas propriedades.</p>
<p>Álgebra Linear II*/não consta o semestre/ 60h (teórica) explícita PCC (0h)/Álgebra Linear I/</p> <p>Funcionais Lineares. Espaço Dual. Espaço Bidual. Formas canônicas. Operadores diagonalizáveis. Teorema de Cayley-Hamilton. Operadores Nilpotentes. Formas de Jordan. Espaços com Produto Interno. Subespaço Ortogonal. Transformações que preservam produto interno. Funcionais Lineares e Adjuntos. Autoadjuntos. Operadores Unitários. Operadores Normais. Formas Bilineares.</p>	<p>Reconhecer conceitos associados às transformações lineares, relacionando aspectos algébricos com sua interpretação geométrica.</p>

(conclusão)

Fonte: Elaborado pela autora com informações do PPC (UNIPAMPA, 2019).

A disciplina “Introdução à Lógica Matemática” considera o estudo de conceitos de lógica matemática vinculado ao desenvolvimento das capacidades de conjecturar, generalizar, testar e validar bem como na perspectiva de explorar as demonstrações matemáticas condizentes com o ensino escolar, o contribui para a prática docente na Educação Básica.

Na bibliografia básica (Apêndice 5) são indicados três livros, na qual “Introdução à Lógica Matemática” e “Iniciação à Lógica Matemática” abordam conceitos fundamentais de

Lógica (Matemática) e suas aplicações e o livro “Lógica e linguagem cotidiana: verdade, coerência, comunicação, argumentação”, contempla noções fundamentais de lógica, além de discussões sobre as relações entre lógica, língua e matemática; e acerca da associação entre lógica e matemática em detrimento da língua, etc.

Referente a bibliografia complementar são descritos seis livros (Apêndice 5) sendo três relacionados a Lógica Matemática a saber: “Introdução à lógica”, “Raciocínio lógico matemático” e “Raciocínio Lógico: Lógico matemático, lógico crítico”; um livro intitulado “Introdução às Técnicas de Demonstração na Matemática”, o qual aborda técnicas de demonstração no contexto da Matemática; e, dois livros associados ao ensino da Matemática, a saber: “Argumentações e provas no ensino da matemática” (o qual não tivemos acesso) e “Ensinar e Aprender Matemática”, que aborda a relação entre o saber matemático e os desafios do ensino e aprendizagem da Matemática escolar.

Diante da análise da ementa, dos objetivos e das referências, infere-se que essa disciplina visa o estudo das provas, das argumentações e da lógica Matemática, valorizando a aquisição de capacidades pelos futuros professores, como conjecturar, generalizar, testar e validar, as quais favorecem o desenvolvimento do pensamento algébrico dos mesmos. Além disso, espera-se que os mesmos compreendam o papel das demonstrações na Matemática e na Educação Matemática o que é imprescindível, pois conforme Moreira e David (2018) as demonstrações desempenham papéis diferentes nestes dois campos do conhecimento matemático.

Entende-se que, a exploração de provas e demonstrações matemáticas, condizentes com o ensino da Matemática, contribui para que os futuros professores tenham um olhar mais crítico e reflexivo em relação a abordagem delas no contexto escolar. E, também para que compreendam/saibam como abordá-las e explorá-las na Educação Básica.

No tocante a componente curricular “Teoria Elementar das Funções”, identificou-se na ementa a descrição de conceitos e propriedades fundamentais de funções além de diferentes tipos de funções e suas aplicações na Matemática e em outras áreas. Quanto à análise das referências, verifica-se na descrição da bibliografia básica (Apêndice 5) a indicação de quatro obras, sendo: um livro que aborda funções, equações e inequações; um livro de Cálculo; um livro do Ensino Médio; e, um livro que aborda funções. E, na bibliografia complementar são descritas cinco obras sendo um livro que aborda situações-problema envolvendo funções, dois livros de Pré-Cálculo e dois livros de Matemática do Ensino Médio. A análise da ementa, dos objetivos e das referências, leva a inferir que, nesta disciplina, busca-se, sobretudo, retomar e aprofundar conceitos de funções com os licenciandos.

Em relação a disciplina “Teoria Elementar dos Números”, verificou-se na análise das referências básicas (Apêndice 5) a descrição de três livros, a saber: o primeiro é um livro de Matemática do Ensino Médio; o segundo contempla os conjuntos numéricos (naturais, inteiros, racionais, reais, complexos), teoremas e demonstrações relativas a tais conceitos; e, o terceiro aborda os números inteiros, enfatizando os princípios de indução finita e suas aplicações, divisibilidade, fatoração de inteiros em fatores primos, algoritmo euclidiano, máximo divisor comum, equações diofantinas lineares, etc.

No que diz respeito as referências complementares, identificou-se a descrição de seis livros sendo: um livro de Matemática do Ensino Médio e cinco livros do Ensino Superior que tratam de conceitos, teoremas, demonstrações, etc. associados a Teoria dos Números.

A partir da análise desta componente curricular percebe-se indícios de uma possível ênfase para estudo dos conceitos específicos e o trabalho com as provas e demonstrações, condizentes com aspectos da Matemática acadêmica.

“Introdução à Álgebra Linear” explicita em sua ementa os tópicos vinculados à Álgebra Linear que serão estudados e visa abordar conceitos introdutórios associados a ela. Considerando o exposto na ementa, nos objetivos e análise das oito referências recomendadas (Apêndice 5), evidencia-se um enfoque para o estudo de conceitos mais introdutórios de Álgebra Linear e suas aplicações em outras áreas do conhecimento.

“Álgebra Linear I” visa aprofundar os principais conceitos relacionados à Álgebra Linear e suas aplicações. Em articulação ao que é proposto na ementa e nos objetivos estão recomendadas oito obras (Apêndice 5) que apresentam conceitos e aspectos diretamente relacionados à Álgebra Linear e suas aplicações em várias áreas do conhecimento, evidenciando, desta forma, o aprofundamento teórico deste campo da Álgebra acadêmica.

No que se refere a disciplina “Introdução à Álgebra” constatou-se que as três bibliográficas básicas e cinco complementares (Apêndice 5), estão em conformidade ao que é mencionado na ementa e objetivos, uma vez que, tratam especificamente dos conceitos indicados na ementa. Tendo em vista, a análise da ementa, dos objetivos e das referências, se tem evidências de que nesta componente valoriza-se o estudo e domínio dos conceitos específicos pelo licenciando, priorizando um enfoque acadêmico.

A “Álgebra I” explicita na ementa as estruturas algébricas a serem estudadas. Com a análise das oito referências indicadas (Apêndice 5), identificou-se que todas as obras abordam as estruturas algébricas, explicitadas na ementa (Quadro 11), dando ênfase às suas demonstrações formais.

No que tange à disciplina optativa “Álgebra Linear II”, com base na análise da ementa

e dos objetivos evidencia-se que busca aprofundar conceitos, já tratados em Álgebra Linear I.

Diante destas análises destaca-se que, das sete disciplinas obrigatórias relacionadas à Álgebra acadêmica (Quadro 11), na disciplina “Introdução à Lógica Matemática” há indícios de que se busca desenvolver os conceitos de lógica enfatizando as provas e demonstrações no contexto da Matemática e da Educação Matemática. Isso, é relevante para que o licenciando em Matemática perceba distinções entre as demonstrações nesses dois contextos como propõe Moreira e David (2018) bem como compreenda possibilidades de trabalhá-las no contexto escolar.

Entretanto, nas demais disciplinas (seis) há indícios de que o foco está principalmente no estudo e domínio de conceitos específicos desconsiderando-se, neste momento, práticas que possibilitem aos licenciandos estabelecer relações entre parte dos conceitos estudados e seu ensino na Educação Básica. Pois, nelas, as obras recomendadas contemplam, sobretudo, os conceitos específicos a serem estudados. Além disso, na ementa e nos objetivos não foram identificados aspectos relacionados ao ensino da Álgebra.

Cabe destacar, ainda, que do total de 59 obras indicadas nas sete componentes curriculares obrigatórias, apenas na disciplina “Introdução à Lógica Matemática” são recomendados livros que tratam tanto de conceitos de lógica matemática quanto obras que contemplam aspectos importantes para o trabalho com as demonstrações e provas na Educação Básica.

5.1.6 Universidade Federal de Santa Maria – UFSM

O curso de Licenciatura em Matemática da UFSM é ofertado em duas modalidades, diurno e noturno, contendo a mesma estrutura curricular e diferenciando-se apenas no semestre em que as componentes curriculares são ofertadas e duração dos cursos. Assim, o objetivo geral de ambos é:

Formar profissionais críticos, criativos, éticos, participativos, com postura investigativa e competência **para o exercício da docência em Matemática na Educação Básica e para o desenvolvimento de pesquisas na área da Educação Matemática.** (UFSM, 2019, grifos nossos).

Para isso, estabelece os objetivos específicos descritos a seguir.

Formar profissionais que concebam a Matemática como um corpo de conhecimento rigoroso-formal e dedutivo e, também, como resultado da atividade humana; - oferecer condições para que o licenciando tenha ampla e diversificada compreensão dos fundamentos da Matemática, relacionando-a a outras áreas do conhecimento

humano; - criar ambientes de aprendizagem que favoreçam o **desenvolvimento do raciocínio lógico-dedutivo e das capacidades de interpretar, comparar, analisar e generalizar**; - estimular o desenvolvimento de habilidades e competências para a criação de atividades com o uso de tecnologias no processo de ensino e aprendizagem da Matemática; - conhecer, avaliar, criar e usar textos, materiais didáticos, procedimentos e processos de ensino e aprendizagem que contemplem a Matemática inserida na diversidade social e cultural da sociedade brasileira; - **analisar e elaborar propostas curriculares de Matemática para a Educação Básica**; - contribuir para a realização de projetos coletivos que atendam as necessidades da comunidade escolar; - **desenvolver estratégias de ensino que favoreçam a criatividade, a autonomia e a flexibilidade do pensamento matemático dos educandos, objetivando trabalhar com mais ênfase os conceitos do que as técnicas, fórmulas e algoritmos**; - conceber a prática docente de Matemática enquanto processo dinâmico, carregado de incertezas e conflitos, e como um espaço de criação e reflexão, onde são gerados e modificados continuamente novos conhecimentos. (UFSM, 2019, grifos nossos).

Com a análise do PPC (UFSM, 2019), verificou-se que o curso está em conformidade com a Resolução nº 2/2015, contando com uma carga horária total de 3.215 horas, distribuídas do seguinte modo: 3.015 horas relativas às disciplinas obrigatórias, sendo 450 horas destinadas a Prática como Componente Curricular (PCC); 60 horas de disciplinas complementares de graduação; e, 140 horas para Atividades Complementares de Graduação. Ainda é ofertado o curso de Matemática Bacharelado no turno integral.

Constatou-se que a estrutura curricular dos dois cursos apresenta como principais aspectos: descrição da disciplina, carga horária (explicitada como teórica e/ou PCC), objetivos, conteúdo programático (organizado em unidades e os seus respectivos conceitos a serem estudados), bibliografia básica e complementar. Com a análise da matriz curricular identificou-se sete disciplinas diretamente relacionadas a Álgebra acadêmica sendo cinco obrigatórias e duas optativas (Quadro 12) bem como três componentes que contemplam aspectos da Álgebra escolar, a saber: Educação Matemática A, Educação Matemática B e Resolução de Problemas A, que serão discutidas na categoria 5.2.

Quadro 12: Descrição das disciplinas selecionadas na UFSM

(continua)

Disciplinas obrigatórias/ optativas*/ Semestre/Carga horária/Pré-requisito (PR)/ Objetivo(s)	Conteúdo Programático (Ementa)
<p>Introdução à Lógica Matemática/1º (60h teórica)/ Identificar e utilizar conceitos básicos da teoria dos conjuntos. Relacionar as propriedades de lógica e aplicá-las nas demonstrações de teoremas. Appreciar a utilidade da lógica na argumentação, também como uma ferramenta ligada às definições</p>	<p>UNIDADE 1 – Noções Elementares de Lógica Matemática 1.1 - Proposições e exemplos.1.2 - Conectivos lógicos.1.3 - Quantificadores.1.4 - Sentenças.1.5 - Tabela verdade.1.6 - Tautologia, contra-tautologia.1.7 - Implicação e equivalência.1.8 - Teoremas e método dedutivo. UNIDADE 2 - Noções Elementares de Teoria dos Conjuntos 2.1 - Conjuntos e axiomas da teoria dos conjuntos. 2.2 - Operações fundamentais: uniões, interseções, subtração, complementar. 2.3 - Pares ordenados, relações, funções. 2.4 - Relações de ordem: elementos máximo, maximal, supremo/mínimo, minimal, ínfimo.2.5 - Indução matemática. UNIDADE 3 –Aplicações de Lógica Matemática</p>

<p>específicas em cada exposição axiomática. Saber redigir claramente e matematicamente a parte lógica de proposições simples, de modo a satisfatoriamente transmitir as ideias.</p>	<p>3.1 - Rigor matemático por meio de demonstrações de proposições envolvendo conceitos desenvolvidos no Ensino Médio. 3.1.1 - Em geometria. 3.1.2 - Em análise combinatória. 3.1.3 - Em teoria de conjuntos. 3.1.4 - Outros resultados relacionados.</p>
<p>Matemática Elementar/1º (60h teórica)/ Compreender os conceitos básicos relacionados as funções visando a construção de uma base de conhecimentos que venham a auxiliar na compreensão das demais disciplinas que compõem o currículo do curso. Além disso, aplicar estes conceitos na solução de problemas práticos e construir habilidades e competências necessárias para a prática docente dos futuros licenciados e bacharéis.</p>	<p>UNIDADE 1 – Conjuntos Numéricos 1.1 - Introdução aos conjuntos dos números naturais, inteiros e racionais. 1.2 - O conjunto dos números reais. 1.2.1 - Axiomas e consequências dos axiomas. 1.2.2 - Segmentos comensuráveis e incomensuráveis: a reta real. 1.2.3 - Axioma de ordem, desigualdades e intervalos. 1.3 - Valor Absoluto: definição e desigualdades. 1.4 - Potências com expoentes fracionários: existência e propriedades. UNIDADE 2 – Conceitos Básicos de Funções 2.1 - Definição, domínio, conjunto imagem e gráfico. 2.2 - Operações com funções (adição, multiplicação, divisão e composição). 2.3 - Translações, reflexão e dilatações/contrações. 2.4 - Funções pares, ímpares, crescentes, decrescentes e periódicas. 2.5 - Função injetora, sobrejetora e inversa. UNIDADE 3 – Funções Polinomiais 3.1 - Funções Afins. 3.1.1 - Definição, raiz e gráfico. 3.1.2 - Caracterização. 3.1.3 - Função módulo. 3.1.4 - Inequações. 3.2 - Funções Quadráticas. 2.1 - Definição, raízes e gráfico. 3.2.2 - Caracterização. 3.2.3 - Forma canônica do trinômio. 3.2.4 - Inequações. 3.3 - Funções Polinomiais de Grau Superior. 3.3.1 - Definição e raízes. 3.3.2 - Gráficos de casos especiais usando translações, reflexão e dilatações/contrações. 3.3.3 - Divisão polinomial, Dispositivo de Briot-Ruffini e fatoração. UNIDADE 4 – Funções Racionais 4.1 - Definição. 4.2 - Gráficos de casos especiais usando translações, reflexão e dilatações/contrações. UNIDADE 5 – Função Exponencial 5.1 - Definição, domínio, conjunto imagem e gráfico. 5.2 - Caracterização. 5.3 - Equações exponenciais. UNIDADE 6 – Função Logarítmica 6.1 - Definição, domínio, conjunto imagem e gráfico. 6.2 - Caracterização. 6.3 - Logaritmo natural. 6.4 - O número e.</p>
<p>Álgebra Linear I/ 2º (90h teórica)/ Identificar a estrutura da Álgebra Linear em seu caráter geral de resultados e de sua aplicabilidade em diferentes áreas da Matemática.</p>	<p>UNIDADE 1 – Sistemas de Equações Lineares 1.1 - Sistemas e matrizes. 1.2 - Operações elementares sobre linhas. 1.3 - Forma escada. 1.4 - Solução de sistemas lineares. 1.5 - Procedimento para inversão de matrizes. UNIDADE 2 – Espaços Vetoriais 2.1 - Definição e exemplos. 2.2 - Subespaços. 2.3 - Combinação linear. 2.4 - Dependência e independência linear. 2.5 - Bases. 2.6 - Mudança de base. UNIDADE 3 – Espaços com Produto Interno 3.1 - Conceito. 3.2 - Produto escalar. 3.3 - Norma de um vetor, versor de um vetor, propriedades. 3.4 - Bases ortogonais e ortonormais. 3.5 - Processo de ortogonalização de Gram-Schmidt. UNIDADE 4 – Transformações Lineares 4.1 - Definição e exemplos. 4.2 - Transformações injetora, sobrejetora e bijetora. 4.3 - Núcleo e imagem. 4.4 - Matriz associada a uma transformação linear. 4.5 - Transformação linear invertível. UNIDADE 5 - Autovalores e Autovetores 5.1 - Definição e exemplos. 5.2 - Auto-espaço. 5.3 - Polinômio característico. 5.4 - Diagonalização de operadores. 5.5 - Base de autovetores. 5.6 - Matrizes simétricas reais. 5.7 - Classificação das cônicas e quádras por meio de autovalores e autovetores.</p>
<p>Aritmética/2º (60h teórica) PR: Introdução à Lógica Matemática/ Refinar conhecimentos fundamentais da aritmética básica.</p>	<p>UNIDADE 1 – Relações 1.1 - Relações entre conjuntos. 1.2 - Relações de equivalências. 1.3 - Partições e classes de equivalências. 1.4 - Relações de ordem. UNIDADE 2 – Números Naturais e Inteiros 2.1 - Os axiomas de Peano. 2.2 - Operações elementares nos naturais. 2.3 - Princípio da boa ordenação. 2.4 - A construção dos inteiros via classes de equivalências. 2.5 - Primeiro e segundo princípio de indução. UNIDADE 3 – Divisibilidade 3.1 - Algoritmo da Divisão. 3.2 - Máximos divisores comuns e mínimos múltiplos comuns entre inteiros. 3.3 - Números primos e compostos. 3.4 - Teorema Fundamental da Aritmética. UNIDADE 4 – Aplicações 4.1 - Congruências e critérios de divisibilidade. 4.2 - Pequeno Teorema de Fermat. 4.3 - Equações</p>

	Diofantinas Lineares. 4.4 - Teorema Chinês do Resto. 4.5 - Noções de Criptografia RSA
Anéis e Grupos/4º (90h teórica)/PR: Aritmética/ Reconhecer as estruturas algébricas , identificar suas propriedades e relacionar suas diferenças.	UNIDADE 1 – Anéis 1.1 - Definição e exemplos. Subanéis.1.2 - Homomorfismos. 1.3 - Ideais. Classes laterais. 1.4 - Anéis quocientes. Teorema do homomorfismo. 1.5 - Domínios e corpos. Corpo de frações de um domínio. UNIDADE 2 – Anéis de Polinômios 2.1 - Definição e exemplos. 2.2 - Divisibilidade em $A[x]$.2.3 - Raízes de polinômios.2.4 - Critérios de irredutibilidade sobre os racionais. UNIDADE 3 – Grupos 3.1 - Definição e exemplos. Subgrupos. 3.2 - Subgrupos normais, classes laterais e grupo quociente. 3.3 - Homomorfismos e isomorfismos. 3.4 - Teorema do homomorfismo. 3.5 - Teorema de Lagrange.
Álgebra Linear II*(60h)/ Estudar operadores lineares em espaços vetoriais de dimensão finita e com produto interno. Descrever operadores lineares em termos de subespaços invariantes. Relacionar espaços vetoriais e espaços duais.	UNIDADE 1 - Funcionais Lineares 1.1 - Definição e exemplos. 1.2 - Espaço dual e base dual. 1.3 - Espaço bidual. UNIDADE 2 - Formas Bilineares, Quadráticas e Hermitianas 2.1 - Formas bilineares. 2.2 - Matriz de uma forma bilinear. 2.3 - Mudança de base. 2.4 - Formas bilineares simétricas e anti-simétricas. 2.5 - Formas quadráticas. 2.6 - Formas hermitianas. UNIDADE 3 – Decomposição em Somas Diretas Invariantes 3.1 - Soma direta de subespaços. 3.2 - Invariância. 3.3 - Projeções. 3.4 - Teorema da decomposição primária. 3.5 - Forma canônica de Jordan. UNIDADE 4 - Espaços Vetoriais com Produto Interno 4.1 - Produto interno, norma. 4.2 - Conjuntos ortogonais e ortonormais. 4.3 - Processo de ortogonalização de Gram-Schmidt. 4.4 - Funcionais lineares e operadores adjuntos. 4.5 - Operadores auto-adjuntos, unitários e normais. 4.6 - Teorema espectral para operadores normais. 4.7 - Operadores positivos.
Introdução à Teoria de Galois* (60h)/ Reconhecer as estruturas algébricas dos grupos . Aplicar os conhecimentos da teoria de grupos para identificar as equações algébricas que são resolúveis por radicais.	UNIDADE 1 – Introdução 1.1 - Revisão de grupos, conceitos fundamentais, teorema do homomorfismo.1.2 - Grupos simétricos e alternados.1.3 - Grupo solúvel e nilpotente. UNIDADE 2 – Teoria de Galois 2.1 - Polinômios irredutíveis sobre um corpo.2.2 - Extensões de corpos: algébricos e transcendentos.2.3 - Grau de uma extensão.2.4 - Grupos do automorfismo de uma extensão algébrica.2.5 - Correspondência de Galois.2.6 - Teorema Fundamental da Teoria de Galois.2.7 - Solubilidade por radicais.2.8 - Equações de grau 5 não resolúveis por radicais.

(conclusão)

Fonte: Elaborado pela autora com informações do PPC (UFSM, 2019).

De posse das informações do Quadro 12, reitera-se que foram analisadas sete disciplinas diretamente relacionadas à Álgebra acadêmica sendo cinco obrigatórias e duas optativas, todas desenvolvidas com turmas comuns de bacharéis e licenciados, pois a instituição, também, oferta o curso de Bacharelado em Matemática.

A disciplina “Introdução à Lógica Matemática” propõe o estudo de vários conceitos relativos a Lógica Matemática e seus objetivos estão direcionados para o trabalho com os diferentes tipos de demonstrações valorizando-se aspectos da Álgebra acadêmica. Quanto as referências bibliográficas (Apêndice 6), identificou-se a descrição de três obras básicas na qual duas contemplam conceitos de Lógica Matemática e, a outra Teoria dos Conjuntos. E, na bibliografia complementar, dois livros de Lógica Matemática, dois livros que tratam Teoria dos Conjuntos e um livro de Matemática do Ensino Médio.

A componente “Matemática Elementar” contempla o estudo de conjuntos numéricos e

de diferentes tipos de funções visando a compreensão de conceitos básicos associados as funções, que venham a auxiliar em estudos nas demais disciplinas do curso e no desenvolvimento de habilidades necessárias para a futura atuação profissional de licenciandos e bacharéis.

Com a análise das referências básicas (Apêndice 6), identificou-se a recomendação de três livros: o primeiro contempla os diferentes tipos de funções e, geralmente, é usado para uma preparação para o Cálculo; o segundo é um livro de Matemática do Ensino Médio; e, o terceiro aborda além de funções logarítmicas, logaritmo e funções exponenciais, algumas aplicações dos logaritmos no ensino da Matemática e sugestão de temas para discussão, em particular, a proposição de questões que buscam explorar definições, propriedades, provas e demonstrações dos conceitos, já mencionados, no contexto do Ensino Médio e Ensino Superior.

Na bibliografia complementar, verificou-se a indicação de cinco livros sendo dois de Pré-Cálculo, dois que abordam funções e um livro de Matemática do Ensino Médio.

A partir da ementa, dos objetivos e das referências indicadas, percebe-se que durante essa disciplina os licenciandos terão a oportunidade de revisar e aprofundar seus conhecimentos sobre funções, o que é importante pois contribui para sua formação matemática e estudos de outras disciplinas do curso, como, por exemplo, Cálculo I. Entretanto, tendo em vista que é uma disciplina comum aos cursos de licenciatura e bacharelado em Matemática, talvez, não sejam buscadas relações com o ensino de funções na Educação Básica.

Referente a disciplina “Álgebra Linear I” verificou-se que as referências indicadas (Apêndice 6) estão em conformidade ao que é explicitado no conteúdo programático e objetivos, pois os nove livros abordam conceitos inerentes à Álgebra Linear e/ou suas aplicações em outras áreas. Desta forma, infere-se que esta componente visa o domínio de tais conceitos pelo licenciando, priorizando um enfoque mais acadêmico.

No que se refere a componente curricular “Aritmética” verificou-se que, tem como pré-requisito a disciplina “Introdução à Lógica Matemática” e visa aprofundar conceitos fundamentais da aritmética básica. Pois, as dez referências recomendadas (Apêndice 6) contemplam especificamente os tópicos a serem estudados, enfatizando suas definições formais, axiomas, teoremas, provas e demonstrações características da Matemática acadêmica.

Quanto à componente curricular “Anéis e Grupos”, constatou-se que tem como pré-requisito a disciplina “Aritmética”. E, também, que as referências descritas (Apêndice 6) estão em conformidade ao que é delimitado como conteúdo programático e objetivos, visto que os nove livros indicados tratam das estruturas algébricas, já mencionadas, com enfoque para aspectos da Álgebra acadêmica.

Em relação a análise das componentes curriculares optativas, “Álgebra Linear II” e “Introdução a Teoria de Galois”, constatou-se que visam aprofundar o estudo de conceitos algébricos, já tratados, em outros componentes curriculares do curso.

A partir da análise dos conteúdos programáticos, dos objetivos e das referências bibliográficas das cinco disciplinas obrigatórias diretamente associadas a Álgebra acadêmica, (Quadro 12), há indícios de que, nesse momento, o estudo teórico dos conceitos específicos seja realizado sem buscar relações com a prática do futuro professor, uma vez que no respectivo curso tais disciplinas são comuns aos cursos de Bacharelado em Matemática e Licenciatura em Matemática. E, também pelo fato de que das 44 obras recomendadas apenas uma delas trata de alguns aspectos relacionados ao ensino de funções logarítmicas e exponenciais.

Com base na análise do PPC de cada uma das seis instituições pesquisadas, aponta-se que, todos os cursos estão em consonância com a legislação vigente, em particular, com a Resolução nº 2/2015 do Conselho Nacional de Educação, tendo uma carga horária de no mínimo 3200 horas e, deste total, 400 horas ou mais são destinadas a disciplinas que contemplam horas de Prática como Componente Curricular (PCC).

De modo geral, todos os cursos têm como objetivo a formação de professores de Matemática para atuar na Educação Básica. Na FURG considera-se que os egressos podem exercer outras atividades que exijam raciocínio lógico-matemático, por exemplo: repartições públicas e bancárias, além de atuar na pesquisa e no Ensino Superior.

Na FURG considera-se, ainda que os egressos poderão dar prosseguimento aos seus estudos de Pós-Graduação na área de Educação, Educação e Ensino de Matemática, Matemática, entre outras áreas. Já nos cursos de Licenciatura em Matemática da UFPEL e da UNIPAMPA campus Bagé indica-se nos objetivos a preparação dos futuros professores para dar continuidade em estudos de pós-graduação.

Nos objetivos do curso da UNIPAMPA campus Itaquí sinaliza-se a sólida formação nas áreas de Educação, Educação Matemática e Matemática. Já na UFRGS indica-se professor com sólido conhecimento matemático; professor prático-reflexivo, aquele que produz conhecimento pedagógico dos conteúdos, etc.

Além disso, dentre os seis cursos pesquisados três apontam dentre os objetivos aspectos importantes para o desenvolvimento pensamento algébrico dos licenciandos. Na UFPEL dentre as competências e habilidades a serem desenvolvidas pelos futuros professores estão: fazer relações, conjecturar, argumentar e avaliar, além da capacidade de formular problemas e domínio do raciocínio algébrico, etc.

Na UNIPAMPA campus Bagé dentre os objetivos específicos considera-se que os

licenciandos desenvolvam a habilidade de calcular, generalizar, analisar, induzir, deduzir, sistematizar, esboçar gráficos e usar a linguagem matemática, além da habilidade de empregar o pensamento lógico. E, na UFSM explicita-se a valorização de ambientes de aprendizagem que favoreçam o desenvolvimento do raciocínio lógico-dedutivo e das capacidades de interpretar, comparar, analisar e generalizar.

Cabe destacar, que na UFRGS não se identificou aspectos específicos do pensamento algébrico, mas explicita-se o conhecimento dos conteúdos da Matemática básica com qualificado nível de abstração.

No que tange aos objetivos dos componentes curriculares para a formação do professor de Matemática destaca-se que, nos cursos de Licenciatura em Matemática da FURG e da UFRGS eles não são explicitados. Com a análise dos objetivos das disciplinas nos demais cursos verificou-se que duas delas indicam a aquisição de capacidades importantes para o desenvolvimento do pensamento algébrico dos futuros professores.

A disciplina Matemática Elementar: Funções – UFPEL, ofertada no 1º semestre do curso, indica dentre outros aspectos: desenvolver habilidades aritméticas e algébricas; e, compreender os conceitos, procedimentos e estratégias dos conteúdos que permitam avançar em estudos posteriores. E, a disciplina Introdução à Lógica Matemática – UNIPAMPA campus Itaquí, ofertada no 1º semestre do curso, explicita os seguintes aspectos: desenvolver as capacidades de conjecturar, generalizar, testar e validar.

Considera-se que o desenvolvimento de tais habilidades por parte dos futuros professores é importante, também, para que os mesmos adquiram uma compreensão pessoal acerca do que é o pensamento algébrico e, da relevância de no trabalho com conceitos algébricos incentivar/priorizar o desenvolvimento desta forma de pensamento matemático pelos estudantes da Educação Básica. Além disso, é fundamental que sejam discutidos aspectos referentes ao desenvolvimento de tais habilidades por parte de estudantes da Educação Básica. Porém, na disciplina Matemática Elementar: Funções – UFPEL não há a indicação de obras no que tange a desenvolver estas capacidades na escola.

5.1.7 Algumas aproximações e distanciamentos entre a Álgebra acadêmica e a Álgebra escolar

Nesta subcategoria aborda-se alguns resultados e discussões acerca das possíveis aproximações e distanciamentos evidenciados entre a Álgebra acadêmica e a Álgebra escolar tendo por base a análise de um total de trinta e quatro disciplinas obrigatórias diretamente

relacionadas a Álgebra acadêmica nas seis instituições pesquisadas. Com esta análise identificou-se algumas similaridades entre elas e, assim, foi possível categorizá-las de acordo com os conhecimentos de Álgebra explicitados em cada uma.

No Quadro 13 apresenta-se a descrição das oito disciplinas que tratam principalmente de conjuntos numéricos, funções e equações nos seis cursos, explicitando-se a carga horária teórica e/ou de Prática como Componente Curricular (PCC) além dos conhecimentos da Álgebra acadêmica indicados em todos os cursos.

Quadro 13: Conhecimentos de Álgebra nas disciplinas que contemplam o estudo de funções, equações, etc.

(continua)

Disciplinas/ Instituições/ CH (T e/ou PCC)	Conhecimentos da Álgebra acadêmica tratados em todos os cursos
Introdução às Funções Algébricas/ UFRGS/ T:60h	Conceito de função, função injetora, sobrejetora , função inversa, gráficos. Funções lineares e afins. Funções polinomiais . Funções potências racionais, homográficas e a hipérbole. Funções algébricas.
Introdução às Funções Transcendentes/ UFRGS/ T:75h	Funções exponenciais e logarítmicas. Funções trigonométricas e trigonométricas inversas. Funções trigonométricas inversas. Funções trigonométricas hiperbólicas.
Números e Funções/ FURG/ T:60h	Conjuntos Numéricos (naturais, inteiros, racionais, irracionais, reais e complexos). Relações e funções entre conjuntos. Funções injetoras, sobrejetoras, bijetoras . Funções crescentes e decrescentes. Operações com funções. Composição de funções. Função inversa. Função par e função ímpar. Equações e inequações lineares. Funções polinomiais. Função afim. Funções quadráticas . Funções racionais. Equações modulares. Função modular. Equações e inequações exponenciais e logarítmicas. Funções exponenciais. Funções logarítmicas. Funções trigonométricas. Funções trigonométricas inversas.
Matemática Elementar: Funções/ UFPEL/ T:60h	Conjuntos numéricos. Equações e inequações. Sistema de coordenadas cartesianas. Conceitos gerais de funções: definições básicas; funções par, ímpar e periódica; monotonia e extremos; concavidade e inflexão; injetividade, sobrejetividade e bijetividade de funções, composição de funções, função inversa; gráficos. Classes especiais de funções algébricas: polinomiais, racionais, raízes, modulares. Números complexos.
Teoria Elementar das Funções/ UNIPAMPA – Bagé/ T:45h/ PCC:15h	Conjuntos e suas operações. A reta real. Intervalos. Funções: definição, domínio, imagem e gráfico. Tecnologias aplicadas ao ensino e aprendizagem de funções. Funções de 1º grau. Funções constantes. Funções Quadráticas. Inequações. Funções definidas por várias sentenças. Módulo e suas propriedades. Funções Modulares. Funções pares e ímpares. Funções polinomiais. Composição de funções. Funções injetoras, sobrejetoras e bijetoras. Funções Inversas. Funções exponenciais. Funções logarítmicas. Funções trigonométricas. Funções trigonométricas inversas. Funções hiperbólicas. Aplicações de funções.
Fundamentos de Matemática Elementar/ UNIPAMPA – Bagé/ T:60h	Potências e Raízes. Equações Exponenciais e Inequações Exponenciais. Logaritmos. Trigonometria. Números complexos. Polinômios. Progressões aritméticas e geométricas
Teoria Elementar das Funções/ UNIPAMPA –	Conceitos e propriedades fundamentais de funções: domínio, imagem, raízes, crescimento, bijeção, paridade, extremos relativos, concavidade, assíntotas e deslocamento de gráficos. Funções polinomiais, funções trigonométricas,

Itaqui/ T:60h	funções logarítmicas, funções exponenciais , funções modulares, funções definidas por partes e funções inversas. Aplicações do conceito de função dentro da própria matemática e em outras áreas do conhecimento.
Matemática Elementar/ UFSM/ T: 60h	Conjuntos numéricos . Conceitos básicos de funções. Funções Polinomiais. Inequações . Funções Racionais. Função Exponencial. Equações Exponenciais. Função Logarítmica

(conclusão)

Fonte: Elaborado pela autora com informações do PPC (UFRGS, 2018; FURG, 2018; UFPEL, 2019; UNIPAMPA, 2017, UNIPAMPA, 2019, UFSM, 2019).

A partir da análise das oito disciplinas expostas no Quadro 13 constatou-se que, duas componentes têm a mesma denominação, a saber: “Teoria Elementar das Funções” na UNIPAMPA campus Bagé e Itaqui bem como que todas elas envolvem vários conceitos semelhantes e visam de um modo geral revisar e aprofundar o estudo dos diferentes tipos de funções e suas propriedades, além de outros conceitos como conjuntos numéricos, equações e inequações, etc.

Porém, duas delas diferenciam-se das demais por explicitar, o estudo de funções vinculado a outros aspectos. A disciplina “Matemática Elementar: Funções” da UFPEL busca/explicita para além do estudo de funções, que os futuros professores desenvolvam habilidades algébricas e aritméticas, as quais são importantes para o futuro professor pois promovem o desenvolvimento do seu pensamento algébrico.

Já, a disciplina “Teoria Elementar das Funções” da UNIPAMPA campus Bagé, diferencia-se das demais que tratam de funções por contar com um total de 15 horas relativas às atividades de PCC e, além disso, explicitar a proposição de práticas voltadas ao ensino de funções na Educação Básica, como análise dos documentos curriculares e de livros didáticos, e, também a elaboração de planos de aula. No entanto, nas referências recomenda uma única obra que aborda aspectos do ensino e aprendizagem de funções, a saber: “Atividades para o estudo de funções em ambiente computacional” (Apêndice 4).

O trabalho com conjuntos numéricos, funções, equações, inequações, etc. permeia grande parte dos currículos da Educação Básica, mas com suas especificidades em cada ano escolar e, nesse sentido, compreende-se que, aspectos do seu ensino e aprendizagem podem ser também tratados nas disciplinas expostas no Quadro 13, pois isso possibilita a articulação entre teoria e prática, o que é muito importante para a atuação do futuro professor no que tange ao trabalho com a Álgebra escolar.

Entende-se que, para o (futuro) professor realizar o ensino da Álgebra visando o desenvolvimento do pensamento algébrico dos estudantes da Educação Básica é fundamental que conheça e compreenda abordagens didáticas adequadas, ou seja, aquelas que priorizam o

desenvolvimento deste tipo de pensamento em detrimento daquelas que enfatizam somente o trabalho com a manipulação da linguagem algébrica, muitas vezes, sem significado para os estudantes e sem considerar que pensamento algébrico e linguagem desenvolvem-se juntos e são interdependentes. (FIORENTINI et al., 2005).

Desde os Anos Iniciais do Ensino Fundamental a noção de função pode ser explorada intuitivamente através da resolução de problemas envolvendo a variação proporcional direta entre duas grandezas, por exemplo. Já, nos Anos Finais, o conceito de função pode ser trabalhado através da exploração de situações que envolvam a variação entre duas grandezas e que exigem dos estudantes estabelecer relações, identificar padrões, sentir a necessidade de explicitar a relação de dependência entre variáveis e generalizar na representação algébrica essa relação. (BRASIL, 2018).

Além disso, de acordo com a Base Nacional Comum Curricular (BRASIL, 2018) nos Anos Finais do Ensino Fundamental o estudo de equações e funções pode ser desenvolvido a partir problemas que levem os estudantes a mobilizar os aspectos caracterizadores do pensamento algébrico como investigar regularidades em sequências numéricas, estabelecer relações entre incógnita e equação e entre variável e função e desenvolver generalizações.

No Ensino Médio embora sejam abordadas de modo explícito e mais formal os diferentes tipos de funções como Função Polinomial do 1º Grau, Função Polinomial do 2º Grau, Função Exponencial, Função Logarítmica e Funções Trigonométricas, não é recomendado que o professor inicie a abordagem desse conceito pela sua definição. Ou seja, orienta-se que o trabalho com tais conceitos deve partir da resolução de problemas que envolvem funções aplicadas a diferentes contextos, priorizando-se, nesse processo, o desenvolvimento do pensamento algébrico dos estudantes. Para tanto, os problemas propostos devem viabilizar aos estudantes mobilizar elementos caracterizadores do pensamento algébrico, tais como: o estabelecimento de relações, a análise e identificação de padrões, a construção de modelos matemáticos empregando funções, a abstração e o processo de generalização. (BRASIL, 2002; BRASIL, 2006, BRASIL, 2018).

Sublinha-se que, no trabalho com conceitos algébricos, é importante dar uma maior ênfase na noção de função, no estudo de sequências e nas atividades de modelação, com o objetivo de que os estudantes se apropriem da linguagem simbólica de forma gradual e desenvolvam o pensamento algébrico. (PONTE et al., 2009).

Além disso, aponta-se que aspectos ligados ao ensino e aprendizagem dos diferentes tipos de funções, equações, inequações, etc. na Educação Básica são vários e merecem atenção no processo de formação inicial do professor de Matemática. Uma vez que, tais conceitos

devem ser abordados/explorados de modo diferente a depender do ano escolar em que os estudantes estão, ou seja, é necessário considerar as especificidades de cada etapa dos Anos Finais do Ensino Fundamental e do Ensino Médio.

No entanto, reitera-se que apenas um dos cursos pesquisados oferta a disciplina “Teoria Elementar das Funções” – UNIPAMPA campus Bagé, a qual explicita para além do estudo de conceitos algébricos práticas voltadas ao ensino de tais conceitos na Educação Básica. Nos demais cursos as disciplinas que tratam de funções, equações, etc. dão indícios de serem trabalhadas mais na perspectiva de uma revisão/aprofundamento de conteúdos da Educação Básica não considerando, neste momento, aspectos ligados ao ensino de conceitos que farão parte do trabalho do futuro professor.

No Quadro 14 apresenta-se a descrição das sete disciplinas relacionadas a Aritmética nos seis cursos, explicitando-se a carga horária teórica e/ou de Prática como Componente Curricular além dos conhecimentos da Álgebra acadêmica tratados em todos os cursos.

Quadro 14: Conhecimentos de Álgebra nas disciplinas relacionadas a Aritmética

Disciplinas/ Instituições/ CH: (T e/ou PCC)	Conhecimentos da Álgebra acadêmica tratados em todos os cursos
Fundamentos de Aritmética/ UFRGS/ T:75h	Indução. Números Inteiros. Congruências
Aritmética/ FURG/ T:45h PCC: 15h	Números naturais. Números inteiros. Algoritmo da divisão. Numeração. Máximo Divisor Comum. Mínimo Múltiplo Comum. Teorema fundamental da aritmética. Congruências. Equações Diofantinas. Inteiros Módulo n.
Aritmética/ UFPEL/ T:60h	Números inteiros. Algoritmo da divisão. Numeração. Máximo Divisor Comum. Mínimo Múltiplo Comum. Teorema fundamental da aritmética. Congruência. Equações Diofantinas. Inteiros Módulo n.
Álgebra I/ UNIPAMPA – Bagé/ T:60h	Números naturais. Números inteiros. Divisibilidade. Números primos. Máximo Divisor Comum. Mínimo Múltiplo Comum. Congruência. Números racionais. História da Matemática pertinente.
Teoria Elementar dos Números/ UNIPAMPA – Itaquí/ T:60h	Evolução da noção de número. Conjuntos numéricos: natural, inteiro, racional, irracional, real e complexo.
Introdução à Álgebra/ UNIPAMPA – Itaquí/ T:60h	Relações. Números naturais. Números inteiros. Axiomática. Divisibilidade. Números primos. Máximo Divisor Comum. Mínimo Múltiplo Comum. Congruência. O Anel dos números inteiros.
Aritmética/ UFSM/ T: 60h	Relações. Números naturais e inteiros. Axiomas de Peano. Divisibilidade. Máximo Divisor Comum. Mínimo Múltiplo Comum. Aplicações. Congruências e critérios de divisibilidade.

Fonte: Elaborado pela autora com informações do PPC (UFRGS, 2018; FURG, 2018; UFPEL, 2019;

UNIPAMPA, 2017; UNIPAMPA, 2019; UFSM, 2019).

Diante das informações expostas no Quadro 14 verifica-se que, na FURG, na UFPEL e na UFSM a disciplina tem o mesmo nome “Aritmética” e nos demais cursos são designadas de modo diferente. A partir da análise das sete disciplinas constatou-se que, todas elas envolvem conceitos semelhantes e visam de um modo geral aprofundar o estudo de vários conceitos aritméticos e algébricos (Quadro 14) dando ênfase para as definições formais, axiomas, postulados, teoremas, provas e demonstrações na perspectiva da Matemática acadêmica. (MOREIRA; DAVID, 2018).

Destaca-se que, com a análise da ementa e das referências bibliográficas indicadas na disciplina de “Aritmética”, ofertada no curso da FURG, verificou-se indícios de um enfoque maior para o estudo de conceitos específicos, pois os livros abordam especificamente os tópicos a serem estudados. Contudo, ela se diferencia das demais por explicitar 15 horas de atividades relativas a PCC e fazer parte do conjunto de disciplinas do curso no qual estão definidas horas de PPC (Apêndice 7). Deste modo, infere-se que, além do estudo de conceitos específicos também sejam propostas atividades e/ou discussões acerca do ensino de conceitos aritméticos e algébricos na Educação Básica.

Percebeu-se que, embora vários conceitos estudados nas sete disciplinas se aproximam de conceitos aritméticos e algébricos presentes nos currículos da Educação Básica, tais como números naturais, números inteiros, divisibilidade, mínimo múltiplo comum, máximo divisor comum, etc. apenas a disciplina “Aritmética” da FURG explicita 15 horas relativas a atividades de PCC, o que indica priorizar conexões com a prática pedagógica.

Neste sentido, é fundamental que durante o estudo de conhecimentos específicos da Aritmética sejam valorizadas discussões acerca das definições, abordagens e demonstrações de conceitos aritméticos e algébricos na Educação Básica. (MOREIRA, DAVID, 2018). Pois, dependendo do encaminhamento dado pelo professor formador os conceitos aritméticos e algébricos distanciam-se da forma como o futuro professor irá ensiná-los na Educação Básica e a abordagem de tais conceitos apresenta suas particularidades em cada etapa escolar.

Conforme Fiorentini e Oliveira (2013) a exigência de rigor formal no trabalho com as demonstrações pode impedir o futuro professor de fruir, explorar e experienciar o processo de criação matemática e, até mesmo de compreender que uma demonstração não deve ser sempre formal e fazer parte de um sistema axiomático.

Além disso, a BNCC (BRASIL, 2018) recomenda que devem ser exploradas diferentes demonstrações de conceitos aritméticos, algébricos, geométricos, etc. ao longo da Educação

Básica visando o desenvolvimento de habilidades pelos estudantes, tais como: investigar, analisar, relacionar, conjecturar, argumentar, abstrair e generalizar, as quais são importantes para o desenvolvimento do pensamento aritmético e algébrico dos mesmos e contribuem para a aprendizagem da Matemática.

Desta forma, considera-se pertinente que durante as disciplinas relacionadas a Aritmética sejam exploradas definições e demonstrações de conceitos aritméticos e algébricos condizentes com o ensino escolar, a fim de contribuir com a futura atuação profissional do licenciando.

Ademais, é importante o (futuro) professor compreender que, desde os Anos Iniciais do Ensino Fundamental os pensamentos aritmético e algébrico desenvolvem-se juntos assim como durante todo o processo de escolarização. (FIORENTINI et al., 1993; FIORENTINI et al., 2005; LINZ; GIMENEZ, 1997; PONTE et al., 2009; WALLE, 2009; BRASIL, 1998; BRASIL, 2018). Pois, assim poderá propor situações que viabilizem aos estudantes estabelecer relações entre números e operações; estabelecer uma generalização de uma propriedade; generalizar padrões aritméticos, de modo a favorecer o desenvolvimento gradual do pensamento aritmético e algébrico dos mesmos ao longo da Educação Básica. (BRASIL, 1998; BRASIL, 2018).

No Quadro 15 apresenta-se as quatro disciplinas relacionadas a Lógica em quatro cursos, explicitando-se a carga horária teórica e/ou de Prática como Componente Curricular além dos conhecimentos da Álgebra acadêmica indicados em cada curso.

Quadro 15: Conhecimentos de Álgebra nas disciplinas relacionadas a Lógica
(continua)

Disciplinas/ Instituições/ CH (T e/ou PCC)	Conhecimentos da Álgebra acadêmica tratados em todos os cursos
Fundamentos de Matemática/ FURG/ T: 60h	Lógica. Teoria de Conjuntos. Indução Matemática
Estruturas Lógico - Dedutivas/ UFPEL/T:60h	Introdução ao Pensamento Matemático. Cálculo Proposicional: Definição e Método Dedutivo. Cálculo de Predicados: Definição e Método Dedutivo. Teoria Elementar dos Conjuntos: definição, propriedades e operações. Relações: definição; relação de equivalência; relações binárias; relações de ordem e funções.
Introdução à Lógica Matemática/ UNIPAMPA – Itaqui/ T:60h	Lógica formal. Lógica proposicional. Quantificadores e conectivos lógicos. Lógica matemática. Hipótese e tese. Demonstrações formais e técnicas de argumentação.
Introdução à Lógica	

Matemática/ UFSM/T:60h	Noções elementares de Lógica Matemática. Noções elementares de teoria dos conjuntos. Aplicações de Lógica Matemática.
---------------------------	--

(conclusão)

Fonte: Elaborado pela autora com informações do PPC (FURG, 2018; UFPEL, 2019; UNIPAMPA, 2019; UFSM, 2019).

Com a análise das quatro disciplinas apresentadas no Quadro 15 constatou-se que, na UNIPAMPA campus Itaqui e na UFSM a disciplina tem o mesmo nome “Introdução à Lógica Matemática” e nos outros dois cursos são denominados de modo diferente e, todas elas envolvem conceitos de Lógica e/ou Teoria dos conjuntos. Bem como verificou-se indícios que nas disciplinas “Fundamentos de Matemática” da FURG, “Estruturas Lógico-Dedutivas” da UFPEL e “Introdução à Lógica Matemática” da UFSM a ênfase está no trabalho com as provas, demonstrações e teoremas na perspectiva da Matemática acadêmica, considerando-se principalmente o trabalho com a linguagem algébrica formal, e não se estabelecendo relações com as demonstrações e provas de conceitos matemáticos no contexto da Educação Básica.

Porém, em “Estruturas Lógico-Dedutivas” se busca desenvolver os conceitos expostos no Quadro (15), de modo a auxiliar no desenvolvimento de algumas capacidades pelos futuros professores, tais como: raciocínio lógico, organizado e dedutivo. Além disso, no estudo das Primeiras Noções de Cálculo Proposicional e de Predicados, tem-se a preocupação de iniciar o licenciando na linguagem matemática e no pensamento abstrato dedutivo, o que é importante para a sua formação matemática. Porém, não se identificou na ementa e nem nos objetivos nenhum aspecto relacionado ao trabalho com as demonstrações na Educação Básica bem como nenhuma obra que discuta tais aspectos.

No que tange a disciplina “Introdução à Lógica Matemática” da UNIPAMPA campus Itaqui constatou-se que se diferencia das demais componentes, já explicitadas. Uma vez que, aborda de modo explícito nos objetivos a descrição de habilidades a serem desenvolvidas pelo futuro professor como conjecturar, generalizar, testar e validar, as quais são importantes para o desenvolvimento do pensamento algébrico dos mesmos.

Além disso, embora essa disciplina tenha 60 horas de carga horária indicada como teórica objetiva que compreendam o papel da argumentação, demonstração e prova na Matemática e na Educação Matemática, e explorem demonstrações no contexto da Matemática escolar. Percebe-se que, essa disciplina oportuniza aos licenciandos a articulação entre teoria e prática, contribuindo para sua futura atuação profissional. Sublinha-se também que, nas referências são indicadas além de obras de lógica matemática, dois livros voltados ao ensino da Matemática escolar, a saber: “Argumentações e Provas no ensino da Matemática” e “Ensinar e

Aprender Matemática” (Apêndice 5).

Cabe enfatizar que, conhecimentos e discussões a respeito de como as provas e demonstrações são tratadas na Matemática acadêmica e como podem ser abordadas e/ou exploradas na Matemática escolar, são imprescindíveis pois conforme Moreira (2018) as definições, demonstrações e provas tem papéis diferentes nesses dois contextos. E, para que o (futuro) professor saiba como trabalha-las de modo adequado na Educação Básica é necessário que essas ideias sejam discutidas durante os componentes curriculares dos cursos de Licenciatura em Matemática.

Além disso, a BNCC (BRASIL, 2018) orienta que durante o Ensino Médio devem ser exploradas situações que oportunizem aos estudantes investigar e estabelecer conjecturas envolvendo diferentes conceitos e propriedades matemáticas bem como identificar e perceber quando é necessário ou não desenvolver uma demonstração de modo cada vez mais “formal” para validar tais conjecturas. Portanto, é fundamental que o licenciando em Matemática compreenda diferentes aspectos acerca de como podem abordadas e/ou exploradas as demonstrações na Educação Matemática.

No Quadro 16 apresenta-se alguns aspectos das sete disciplinas de Álgebra Linear nos seis cursos, descrevendo-se a carga horária teórica além dos conhecimentos da Álgebra acadêmica explicitados em todos os cursos.

Quadro 16: Conhecimentos de Álgebra nas disciplinas de Álgebra Linear

(continua)

Disciplinas/ Instituições/ CH (T e/ou PCC)	Conhecimentos da Álgebra acadêmica tratados em todos os cursos
Álgebra Linear I/ UFRGS/T:60h	Sistema de equações lineares. Matrizes. Fatoração LU. Vetores. Espaços vetoriais. Ortogonalidade. Valores próprios. Aplicações.
Álgebra Linear I/ FURG/T:60h	Sistemas lineares. Forma de Gauss. Forma de Gauss-Jordan. Espaços vetoriais. Transformações lineares. Diagonalização de operadores. Teorema espectral. Classificação de cônicas e quádras.
Álgebra Linear I/ UFPEL/T:60h	Solução de sistemas lineares. Matrizes e Determinantes. Espaços vetoriais. Transformações lineares. Matriz de uma transformação. Autovalores e autovetores.
Álgebra Linear I/ UNIPAMPA – Bagé/T:60h	Matrizes e Determinante. Sistemas de equações lineares. Espaços vetoriais. Transformações lineares. Autovalores e autovetores. Aplicações.
Introdução à Álgebra Linear/ UNIPAMPA – Itaqui/T: 60h	Matrizes: Operações e Propriedades. Determinantes. Sistemas de Equações Lineares. Aplicações.
Álgebra Linear I/	

UNIPAMPA – Itaqui/T: 60h	Espaços vetoriais. Transformações lineares. Autovalores e Autovetores. Aplicações.
Álgebra Linear I/ UFSM/T:60h	Sistemas de Equações Lineares. Espaços vetoriais. Espaços com produto interno. Transformações lineares. Autovetores. Autovalores

(conclusão)

Fonte: Elaborado pela autora com informações do PPC (UFRGS, 2018; FURG, 2018; UFPEL, 2019, UNIPAMPA, 2017, UNIPAMPA, 2019; UFSM, 2019).

Destaca-se que Álgebra Linear I é uma disciplina comum aos seis cursos pesquisados e todas elas envolvem conceitos com certa similaridade (Quadro 16). Além disso, tendo em vista a análise desta disciplina nos seis cursos há indícios de que o foco, nesse momento, é o estudo teórico dos conceitos específicos e suas aplicações a outras áreas do conhecimento não se buscando relações com o ensino da Álgebra escolar.

Identificou-se que a disciplina “Introdução à Álgebra Linear” se diferencia das demais em alguns aspectos, ou seja, descreve conceitos mais introdutórios ao estudo de Álgebra Linear. No entanto, também, não explicita nenhuma prática voltada ao ensino de conceitos algébricos na Educação Básica.

Percebe-se que alguns conceitos das sete disciplinas se aproximam de conceitos algébricos ensinados na Educação Básica. No entanto, quando somente os conceitos específicos inerentes a Álgebra Linear são priorizados, sem considerar relações com o ensino na Educação Básica, acabam se distanciando da abordagem de matrizes, determinantes e sistemas de equações lineares no Ensino Médio, por exemplo.

Entende-se que os conhecimentos específicos de Álgebra Linear I são importantes para a formação matemática do professor, mas conhecimentos acerca de como os conceitos inerentes a ela como matrizes, determinantes e sistemas lineares devem ser ensinados, ou seja, condizentes com suas definições, abordagens e/ou demonstrações na Educação Básica também são essenciais e merecem atenção no processo de formação inicial do professor de Matemática. (MOREIRA, DAVID, 2018).

No Quadro 17 expõem-se a descrição das sete disciplinas que tratam de Álgebra Abstrata nos seis cursos, explicitando-se a carga horária teórica além dos conhecimentos tratados nessas disciplinas.

Quadro 17: Conhecimentos de Álgebra nas disciplinas de Álgebra Abstrata

(continua)

Disciplinas/ Instituições/ CH (T e/ou PCC)	Conhecimentos da Álgebra acadêmica tratados em todos os cursos
---	---

Álgebra II/ UFRGS/T:60h	Anéis de polinômios em $K[X]$. Algoritmo da divisão. Irredutibilidade. Decomposição em fatores irredutíveis. Extensões de corpos. Números algébricos e transcendentos. Construções com régua e compasso. Números construtíveis.
Álgebra Abstrata/ FURG/T:60h	Noções gerais de estruturas algébricas: Grupos, Anéis e Corpos
Álgebra A/ UFPEL/T:60h	Estruturas Algébricas: Estrutura de Grupo . Grupo de rotações, grupos diedrais, grupo das raízes n -ésimas da unidade, grupos de permutações, grupos das classes de congruência módulo n . Subgrupos: subgrupo gerado por um conjunto, grupo dos comutadores e o derivado de um grupo. Teorema de Lagrange. Subgrupos normais e grupo quociente. Homomorfismos de grupos. Teoremas de isomorfismos de grupos.
Álgebra B/ UFPEL/T:60h	Estruturas de Anéis: O anel dos inteiros como um domínio euclidiano. O domínio euclidiano dos inteiros como um domínio de fatoração única. Domínios de fatoração única. Máximo divisor comum. Anéis de divisão e corpos. Anéis de polinômios sobre corpos, como um domínio de fatoração única.
Álgebra II/ UNIPAMPA – Bagé/T:60h	Grupos. Anéis. Anéis de polinômios. Domínios.
Álgebra I/ UNIPAMPA – Itaqui/T:60h	Grupos. Anéis. Anéis de polinômios. Domínios.
Anéis e Grupos/ UFSM/T:60h	Anéis. Anéis de Polinômios. Grupos.

(conclusão)

Fonte: Elaborado pela autora com informações do PPC (UFRGS, 2018; FURG, 2018; UFPEL, 2019; UNIPAMPA, 2017; UNIPAMPA, 2019; UFSM, 2019).

Com a análise das sete disciplinas (Quadro 17) constatou-se que, duas componentes têm a mesma denominação, a saber: “Álgebra II” na UFRGS e na UNIPAMPA campus Bagé e todas elas envolvem o estudo de conceitos específicos bem similares. Bem como que, o objetivo é aprofundar o estudo das estruturas algébricas explicitadas no Quadro 17. Constata-se que, os conhecimentos trabalhados nessas disciplinas distanciam-se dos conceitos que o professor irá ensinar na Educação Básica, como polinômios, por exemplo. No entanto, aponta-se a possibilidade de serem buscadas e enfatizadas pelos professores formadores algumas relações entre a Álgebra Abstrata e conceitos matemáticos da Educação Básica, de modo a ressignificar conhecimentos na formação inicial do futuro professor de Matemática bem como contribuir de modo mais significativo à sua prática pedagógica.

O estudo de Ferreira (2017), por exemplo, implementou um projeto de ensino com o propósito de levar futuros professores de Matemática a construir um conhecimento satisfatório de Álgebra Abstrata Moderna e mostrar a relação de seus conceitos com os da Educação Básica. Para isso, o pesquisador utilizou a Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas. Dentre os resultados desse estudo aponta-se que a Álgebra Abstrata, se trabalhada de forma adequada, poderá trazer contribuições

significativas à formação de professores de Matemática.

É relevante destacar que nos seis cursos pesquisados foram analisadas um total de 44 disciplinas diretamente relacionadas a Álgebra acadêmica sendo 34 obrigatórias e 10 optativas. Quanto a análise das 34 disciplinas obrigatórias, já explicitadas, percebeu-se indícios de que em 31 delas o foco está no estudo de conceitos específicos associados à Matemática acadêmica, não considerando, neste momento, conhecimentos voltados ao ensino e aprendizagem da Álgebra na Educação Básica. Visto que, na ementa e/ou objetivos de tais disciplinas não estão indicadas horas de PCC e não é explicitada nenhuma relação entre tópicos estudados e seu ensino da Educação Básica bem como que, nelas, quase não há recomendação de obras que discutam o ensino de conceitos na Educação Básica.

Sublinha-se que nas 34 disciplinas analisadas são raras as indicações de referências bibliográficas que contemplam aspectos voltados ao ensino da Álgebra e/ou tem uma preocupação maior com abordagem dos conceitos no contexto da licenciatura em Matemática. Na UFRGS e na UFSM é indicada uma única obra, intitulada “Logaritmos”, nas disciplinas Introdução às Funções Transcendentes e Matemática Elementar, nessa ordem. Na FURG, não se recomenda nenhuma obra. Na UFPEL indica-se as obras “Estruturas Algébricas para Licenciatura”, nas disciplinas Estruturas Lógico-dedutivas, Álgebra A e Álgebra B. E, também a obra “Lógica e Linguagem Cotidiana: verdade, coerência, comunicação, argumentação”, na disciplina de Estruturas Lógico-dedutivas.

Na UNIPAMPA campus Bagé é indicada apenas a obra “Atividades para o estudo de funções em ambiente computacional”. E, na UNIPAMPA campus Itaqui são indicadas: “Lógica e Linguagem Cotidiana: verdade, coerência, comunicação, argumentação” (também recomendada na disciplina de Estruturas Lógico-dedutivas da UFPEL), “Argumentações e Provas no Ensino de Matemática” e “Ensinar e Aprender Matemática”, na disciplina Introdução à Lógica Matemática.

Diante do exposto, reitera-se que apesar de algumas disciplinas de Álgebra, analisadas, indicarem poucas referências que tratam de aspectos voltados ao ensino de conceitos matemáticos, em especial, algébricos, constatou-se que nenhuma delas, recomenda obras que abordem os diferentes aspectos que devem ser considerados pelo professor no desenvolvimento do pensamento algébrico de estudantes na Educação Básica.

Destaca-se, ainda, que das 262 obras analisadas que constavam nas referências bibliográficas das disciplinas, trinta são livros didáticos de Matemática do Ensino Médio; três obras, a saber: Atividades para o estudo de funções em ambiente computacional; Argumentações e Provas no Ensino de Matemática; e, Ensinar e Aprender Matemática,

contemplam alguns aspectos voltados ao ensino de funções, argumentações e provas no ensino de Matemática, ensino e aprendizagem da Matemática, respectivamente.

E, no que tange a maior parte das obras (229) identificou-se que são direcionadas ao Ensino Superior, as quais contemplam os conceitos específicos a serem tratados. Contudo, três delas, a saber: Estruturas Algébricas para Licenciatura; Logaritmos; e, Lógica e Linguagem Cotidiana: verdade, coerência, comunicação, argumentação; apresentam a abordagem de conceitos, demonstrações de modo a contribuir com a prática docente na licenciatura em Matemática.

Ademais, a maior parte das obras (226) abordam as definições formais, demonstrações rigorosas e abordagem axiomática, sobretudo, com demonstrações apoiadas em definições e provas já estabelecidas enfatizando-se o trabalho com a linguagem algébrica formal, ou seja, valorizando aspectos da Matemática acadêmica. Concorde-se com Moreira e David (2018) de que tais aspectos são importantes para que o futuro matemático em processo de formação desenvolva uma organização lógica em relação à validade de resultados associados a esse campo do conhecimento matemático. E, também de que, para o futuro professor é essencial uma visão muito diferente da Matemática acadêmica, em particular, da Álgebra acadêmica.

No que remete as outras três disciplinas obrigatórias associadas a Álgebra acadêmica, a saber: Aritmética – FURG, Teoria Elementar das Funções – UNIPAMPA campus Bagé, e Introdução à Lógica Matemática – UNIPAMPA campus Itaqui, já explicitadas, há evidências de que sejam buscadas algumas relações entre os conceitos estudados e seu ensino na Educação Básica.

É importante dizer que das trinta e quatro disciplinas analisadas apenas “Aritmética” e “Teoria Elementar das Funções” explicitam horas relativas a atividades de PCC e fazem parte do conjunto de disciplinas para os quais estão definidas horas de PCC (Apêndice 7) nos cursos de licenciatura em Matemática da FURG e da UNIPAMPA campus Bagé, respectivamente. Tais resultados corroboram com Araujo (2008) ao afirmar que nos cursos de licenciatura em Matemática, em particular, nas disciplinas de Álgebra a ênfase curricular tem recaído em conceitos específicos da Álgebra das estruturas.

Referente às dez disciplinas optativas identificou-se que, Álgebra Linear II é comum a todos os cursos, ou seja, é ofertada em todos eles e busca aprofundar conhecimentos algébricos, já estudados, em Álgebra Linear I.

Diante dessas análises, percebe-se indícios de que nas disciplinas inerentes à Álgebra acadêmica são raros os momentos de discussão/problematização acerca de aspectos da Álgebra escolar e do pensamento algébrico. Sinaliza-se que a ênfase no estudo de conhecimentos da

Álgebra acadêmica em detrimento dos diversos conhecimentos relacionados a Álgebra escolar, influencia as concepções dos futuros professores em relação ao ensino da Álgebra na Educação Básica e, desta forma pode trazer implicações negativas à sua prática pedagógica. (MOREIRA; DAVID, 2018).

Fiorentini e Oliveira (2013) também consideram que a supervalorização do saber acadêmico na sua forma abstrata em detrimento da forma com que o conhecimento matemático é trabalhado na Educação Básica, traz obstáculos ao bom desempenho do professor na prática escolar.

Almeida e Bernardino (2021) apontam a necessidade de os cursos de licenciatura em Matemática buscar por ações formativas que rompam com a ideia da Álgebra vinculada exclusivamente a linguagem simbólica, pois ao analisar as ideias de Álgebra escolar de futuros professores de Matemática concluíram que apesar dos mesmos considerassem importante o ensino de Álgebra na Educação Básica, não conseguiam indicar relações do ensino com o desenvolvimento do pensamento algébrico.

Portanto, concorda-se com Araujo (2008, p. 338-339) de que o ensino da Álgebra na Educação Básica deve ser um dos aspectos a serem considerados nos cursos de licenciatura em Matemática visando uma melhor atuação dos futuros professores no que tange ao trabalho com a Álgebra. Visto que, “O pensar algébrico ainda não faz parte de muitos processos de aprendizagem que ocorrem na escola [...]”.

Nesta direção, sinaliza-se a importância de mais articulações entre a Álgebra acadêmica e a prática docente a fim de que os futuros professores compreendam os conceitos algébricos estudados nas disciplinas inerentes a Álgebra e suas aproximações, distanciamentos e relações com as definições, abordagens e possíveis demonstrações de conceitos (aritméticos, algébricos e geométricos) que podem ser exploradas nos Anos Finais (6º, 7º, 8º e 9º) do Ensino Fundamental e Ensino Médio.

Entende-se que o estudo de conceitos específicos inerentes a Matemática acadêmica, em particular, a Álgebra acadêmica são importantes pois amplia-se a concepção dos futuros professores acerca da Matemática como campo de conhecimento. (FIORENTINI; OLIVEIRA, 2013). Mas, para além disso é imprescindível que os mesmos compreendam as relações entre os conceitos específicos e sua abordagem na Educação Básica. Uma vez que,

[...] em qualquer formação matemática que aconteça os cursos de Cálculo, Análise ou **Álgebra, o futuro professor** não aprende uma certa matemática, como é esperado pelo formador, mas aprende, também, um modo de estabelecer relação com o conhecimento; **internaliza, igualmente, um modo de concebê-lo, de tratá-lo e de avaliá-lo no processo de ensino e aprendizagem.** (FIORENTINI; OLIVEIRA, 2013,

p. 926).

Considera-se que a distinção entre a Matemática acadêmica e Matemática escolar, em especial, entre a Álgebra acadêmica e a Álgebra escolar não institui uma oposição sistemática entre ambas, mas está principalmente no papel e nos significados das definições e demonstrações em cada uma dessas faces do conhecimento algébrico. (MOREIRA; DAVID, 2018). Ou seja, os conceitos específicos não são conceitos isolados e, as discussões acerca da abordagem de definições e demonstrações de conteúdos matemáticos da Educação Básica, em particular, algébricos podem ser buscadas/enfatizadas nas disciplinas específicas relativas a Álgebra, de modo a subsidiar a futura atuação docente no que tange ao trabalho com a Álgebra escolar.

5.2 ASPECTOS/CONHECIMENTOS DA ÁLGEBRA ESCOLAR E DO PENSAMENTO ALGÉBRICO ENFATIZADOS EM OUTRAS DISCIPLINAS DOS CURSOS

Nesta categoria expõe-se os resultados e discussões acerca dos principais aspectos da Álgebra escolar e/ou pensamento algébrico enfatizados em oito disciplinas, ofertadas em cinco dos seis cursos pesquisados, as quais foram analisadas por contemplar tais aspectos na descrição da ementa e/ou objetivos.

Quadro 18: Disciplinas que contemplam aspectos da Álgebra escolar nos cursos pesquisados

(continua)

Instituição/ Disciplinas relacionadas a Álgebra Escolar (obrigatória(s)/optativa*)/Ementa	Objetivos
UFRGS/ Laboratório de Prática de Ensino-Aprendizagem em Matemática III (CHT: 120h descrita como PCC) / Números reais e complexos. Funções algébricas elementares. Funções trigonométricas. Funções exponenciais e logarítmicas. Sequências numéricas e progressões. Análise Combinatória e Probabilidade. Preparação, execução e avaliação de experiências de prática de ensino nesses conteúdos especificados.	---
UFPEL/ Laboratório de Educação Matemática III (CHT: 60h descrita como PCC)/ Laboratório de ensino e aprendizagem de matemática. Construção e análise de materiais didáticos , com a elaboração de roteiros visando a aplicação na educação básica , envolvendo diferentes metodologias da educação matemática para o ensino de álgebra. Desenvolvimento do pensamento algébrico. Proposição de metodologias para o ensino das equações e inequações, dos polinômios, das funções, das	Manusear, criar, elaborar, analisar e avaliar diferentes materiais e métodos utilizados no ensino da matemática. Realizar pesquisa bibliográfica referente a métodos didáticos que envolvem a construção do conhecimento matemático. – Retomar os principais conceitos matemáticos necessários para o desenvolvimento das atividades; – Elaborar materiais didáticos que contribuam com a construção dos conceitos trabalhados; – Produzir textos reflexivos sobre as atividades

<p>matrizes, determinantes e sistemas lineares e das seqüências.</p>	<p>realizadas.</p>
<p>UNIPAMPA-BAGÉ/ Softwares na Aprendizagem da Matemática* (CHT: 60h descrita como teórica)/ Estudo e discussão de tópicos dos componentes curriculares Teoria Elementar das Funções, Geometria Quantitativa I e Fundamentos de Matemática Elementar, com a utilização de softwares destinados ao ensino e aprendizagem de Matemática.</p>	<p>Oportunizar aos discentes a experiência de revisar e/ou reforçar conceitos e conteúdo dos componentes curriculares citados, através de seqüências didáticas a serem aplicadas com a utilização de softwares específicos. Conhecer e manusear softwares destinados ao ensino e aprendizagem de Matemática. Elaborar seqüências didáticas de conteúdos de matemática, utilizando softwares como recurso.</p>
<p>UNIPAMPA-ITAQUI/ Laboratório de Ensino de Matemática I (CHT: 60h sendo 15h teórica e 45h PCC)/ Conceitos fundamentais e aspectos da aprendizagem para o desenvolvimento do pensamento aritmético e algébrico no Ensino Fundamental. Preparação, execução e avaliação de Sequências de Ensino para alunos dos Anos Finais do Ensino Fundamental (Análise de livros didáticos, pesquisa, criação, produção e adaptação de alternativas para promover o ensino e a aprendizagem de conceitos relativos a Números e Álgebra; Apropriação de recursos tecnológicos computacionais e materiais manipuláveis para a aprendizagem de conceitos relativos a Números e Álgebra).</p>	<p>Explorar, numa perspectiva didático-pedagógica, conceitos de número natural, inteiro, racional, irracional, das operações com números e suas propriedades, bem como, o conceito de proporcionalidade.</p> <p>Analisar propostas curriculares apresentadas por documentos oficiais e pesquisas na área da Educação Matemática para o ensino de números e proporcionalidade.</p> <p>Analisar criticamente livros didáticos, metodologias, materiais didáticos e tecnológicos, em relação ao ensino dos números e proporcionalidade.</p> <p>Conhecer Sequências de Ensino, elaboradas por pesquisadores na área da Educação Matemática, para o ensino e da aprendizagem dos números e proporcionalidade.</p> <p>Preparar, executar e avaliar Sequências de Ensino abordando os conceitos relacionados aos números naturais, inteiros, racionais, irracionais e proporcionalidade.</p> <p>Explorar, numa perspectiva didático-pedagógica, os conceitos relacionados ao desenvolvimento do pensamento algébrico.</p> <p>Analisar propostas curriculares, livros didáticos, recursos didáticos e tecnológicos, seqüências de ensino e diferentes metodologias, para o ensino da Álgebra.</p> <p>Planejar, executar e avaliar Sequências de Ensino envolvendo conceitos algébricos.</p>
<p>UNIPAMPA-ITAQUI/ Laboratório de Ensino de Matemática III (CHT: 60h sendo 15h teórica e 45h PCC)/ Conceitos fundamentais e aspectos da aprendizagem para o desenvolvimento do pensamento aritmético e algébrico no Ensino Médio. Preparação, execução e avaliação de Sequências de Ensino para alunos do Ensino Médio (Análise de livros didáticos, pesquisa, criação, produção e adaptação de alternativas para promover o ensino e a aprendizagem de conceitos relativos à: Aritmética e Álgebra; Apropriação de recursos tecnológicos computacionais e materiais manipuláveis para a aprendizagem de conceitos relativos à: Aritmética e Álgebra).</p>	<p>Explorar, numa perspectiva didático-pedagógica, conceitos de números reais e complexos e proporcionalidade. Analisar propostas curriculares apresentadas por documentos oficiais e pesquisas na área da Educação Matemática para o ensino dos conceitos aritméticos no Ensino Médio.</p> <p>Realizar análise crítica de livros didáticos, metodologias, materiais didáticos e tecnológicos, em relação ao ensino de números reais e complexos e proporcionalidade. Conhecer Sequências de Ensino, elaboradas por pesquisadores na área da Educação Matemática, para o ensino e aprendizagem dos conceitos aritméticos. Preparar, executar e avaliar Sequências de Ensino abordando conceitos aritméticos. Explorar, numa perspectiva didático-pedagógica, os conceitos relacionados ao desenvolvimento do pensamento algébrico.</p> <p>Analisar propostas curriculares, livros didáticos, recursos didáticos e tecnológicos, seqüências de ensino e diferentes metodologias, para o ensino dos</p>

	<p>conceitos algébricos no Ensino Médio. Planejar, executar e avaliar Sequências de Ensino envolvendo conceitos de funções, sequências e progressões, sistemas lineares, determinantes, matrizes e polinômios.</p>
<p>UFSM/ Educação Matemática A (CHT: 90h sendo 45h teórica e 45h PCC);/ UNIDADE 1 – Propostas Curriculares para Aprendizagem de Matemática do 6º ao 9º Ano do Ensino Fundamental 1.1 - Parâmetros Curriculares Nacionais (3º e 4º ciclos).1.2 - Diretrizes Curriculares para o Ensino Fundamental.1.3 - Base Nacional Comum Curricular (BNCC).UNIDADE 2 – Educação Matemática em Anos Finais do Ensino Fundamental 2.1 - Elementos da estrutura curricular de Matemática.2.1.1 - Análise de Livros Didáticos.2.2 - Blocos de Conteúdo: 6º, 7º,8º e 9º anos.2.2.1 - Números e operações.2.2.2 - Espaço e forma.2.2.3 - Grandezas e medidas.2.2.4 - Álgebra.2.2.5 - Tratamento de dados e probabilidade.</p>	<p>Identificar diferentes formas de organização e apresentação curricular de conteúdos de Matemática em anos finais do Ensino Fundamental. Analisar livros didáticos de Matemática objetivando a elaboração e a execução de planos de ensino de conteúdos dos anos finais do Ensino Fundamental. Discutir ideias essenciais da Matemática importantes para a formação do professor que irá atuar nos anos finais do Ensino Fundamental.</p>
<p>UFSM/Educação Matemática B (CHT: 90h sendo 45h teórica e 45h PCC);/ UNIDADE 1 – Propostas Curriculares para a Aprendizagem da Matemática do 1º ao 3º Ano do Ensino Médio .1 - Parâmetros Curriculares Nacionais: ciências da natureza, matemática e suas tecnologias.1.2 - Diretrizes Curriculares para o Ensino Médio.1.3 - Base Nacional Comum Curricular (BNCC).UNIDADE 2 - Educação Matemática no Ensino Médio 2.1 - Elementos da estrutura curricular de matemática.2.1.1 - Análise de livros didáticos.2.2 - Blocos de conteúdo: 1º, 2º e 3º anos.2.2.1 - Números e operações.2.2.2 - Espaço e forma.2.2.3 - Grandezas e medidas.2.2.4 - Álgebra.2.2.5 - Tratamento de dados e probabilidade.</p>	<p>Identificar diferentes formas de organização e apresentação curricular de conteúdos de Matemática no Ensino Médio. Analisar livros didáticos de Matemática objetivando a elaboração e a execução de planos de ensino de conteúdos do Ensino Médio. Discutir ideias essenciais da Matemática importantes para a formação do professor que irá atuar no Ensino Médio.</p>
<p>UFSM/Resolução de Problemas A (CHT: 60h sendo 30h teórica e 30h PCC)/ UNIDADE 1 – Entendimentos de Resolução de Problemas1.1 - Aspectos históricos e características de diferentes entendimentos sobre resolução de problemas.1.2 - A Resolução de Problemas como uma metodologia de ensino-aprendizagem-avaliação de matemática.1.3 - Analisar propostas de ensino que utilizam a Resolução de Problemas como metodologia de ensino em dissertações, teses e artigos. UNIDADE 2 - A Pesquisa em Resolução de Problemas 2.1 - Perspectivas de pesquisa em resolução de problemas.2.2 - Estudo de artigos, dissertações e teses desenvolvidos na perspectiva da pesquisa em Resolução de Problemas. UNIDADE 3 – Estratégias para Resolução de Problemas 3.1 - Análise de casos iniciais e de versões simplificadas de problemas e formulação de conjecturas. UNIDADE 4 – Resolução de Problemas 4.1 - Problemas de números e operações4.2 - Problemas de geometria.4.3 - Problemas de álgebra.4.4 -</p>	<p>Compreender as diferentes concepções de Resolução de Problemas reconhecendo-a como uma metodologia de ensino e discutir suas possibilidades de pesquisa em sala de aula. Apresentar e resolver problemas que requerem conceitos de diferentes áreas da Matemática.</p>

Problemas combinando diversos assuntos.	
---	--

(conclusão)

Elaborado pela autora com informações dos PCCs (UFRGS, 2018; UFPEL, 2019; UNIPAMPA, 2017; UNIPAMPA, 2019; UFSM, 2019).

No que diz respeito à análise da componente “Laboratório de Prática de Ensino-Aprendizagem em Matemática III”, destaca-se que é ofertada no 5º semestre do curso de Licenciatura em Matemática da UFRGS, tem uma carga horária de 120 horas, sendo uma das disciplinas do currículo que compõem o grupo de disciplinas que tem Prática como Componente Curricular (PCC), (Apêndice 7). Com a análise da ementa verificou-se a descrição de conteúdos que serão retomados/revisados, em especial, funções, sequências numéricas e progressões, visando ao que, parece subsidiar práticas voltadas ao ensino de tais conceitos na Educação Básica, pelos futuros professores. As referências recomendadas nesta disciplina podem ser observadas no (Quadro 19).

Quadro 19: Referências indicadas para Laboratório de Prática de Ensino-Aprendizagem em Matemática III

Básica essencial	DOERING, Claus Ivo; NÁCUL, Liana Beatriz Costi; DOERING, Luisa Rodríguez (org). Pré-Cálculo. Porto Alegre: UFRGS, 2010.
	LIMA, Elon Lages, 1929-. A matemática do ensino médio. Rio de Janeiro: SBM, c1996-2005. ISBN 8585818107 (v. 1); 8585818115 (v. 2); 8585818123 (v.3).
Básica	BRASIL. Orientações curriculares para o ensino médio. Brasília: MEC, 2006. ISBN 8598171425 (v.1); 8598171433 (v.2); 8598171441 (v.3).
	LIMA, Elon Lages, 1929-. A matemática do ensino médio. Rio de Janeiro: SBM, c1996-2005. ISBN 8585818107 (v. 1); 8585818115 (v. 2); 8585818123 (v.3).
Complementar	Graficas, relaciones y funciones. Mexico: Centro Regional de Ayuda Tecnica, [c1970].
	CARNEIRO, Vera Clotilde Garcia. Funções elementares: (100 situações-problema de matemática). Porto Alegre: Ed. da UFRGS, 1993.
	TALL, David. The Transition to Advanced Mathematical Thinking. New York: Macmillan, 1992. ISBN 0-02-922381-4. Disponível em: Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning
	BARBOSA, Jonei Cerqueira. Modelagem na Educação Matemática: Contribuições para o Debate Teórico. Rio de Janeiro, 2001.
	LIMA, Elon Lages, 1929-. Temas e problemas. Rio de Janeiro: SBM, 2003.
	SKOVSMOSE, Ole. Cenários para Investigação. Rio Claro/SP, 2000.
	POLYA, George. A arte de resolver problemas: um novo aspecto do método matemático. Rio de Janeiro: Interciência, 1995.

Fonte: Elaborado pela autora com informações do PPC (UFRGS, 2018).

De posse do Quadro 19, ressalta-se que no item “básica essencial” tem-se a descrição de duas obras. A primeira delas intitulada “Pré-Cálculo” é dividida em três capítulos, a saber: Geometria Analítica e Funções Reais; Polinômios; e Trigonometria e, tem como objetivo principal propiciar experiências que contribuam para a transição da Matemática do Ensino

Médio para a Matemática do Ensino Superior (DOERING et al., 2009). Já, a segunda obra intitulada “A Matemática do Ensino Médio” é composta por três volumes, um para cada Ano do Ensino Médio e segundo Lima et al. (2005) visa dar apoio bibliográfico ao professor de Matemática que atua nesta etapa.

Quanto a bibliografia básica identificou-se a descrição de duas obras. A primeira delas intitulada “Orientações Curriculares para o Ensino Médio”, a qual é um documento que apresenta Orientações Curriculares Nacionais (BRASIL, 2006) acerca do ensino e aprendizagem da Matemática no Ensino Médio. E a segunda obra é a mesma indicada na bibliografia básica essencial, a saber: A Matemática do Ensino Médio de autoria de Lima et al. (2005).

No que remete a bibliografia complementar verificou-se a descrição de sete obras. Destas, tivemos acesso e analisamos quatro referências, a saber:

i) O artigo de Barbosa (2001) aborda vários aspectos sobre a Modelagem Matemática, explicitando sua articulação com o currículo escolar; suas contribuições para o aprendizado da Matemática, etc.

ii) O livro de Lima et al. (2003) contempla conceitos algébricos como proporcionalidade, equação polinomial do 1º grau; equação polinomial do 2º grau; entre outros tópicos matemáticos, como geometria, probabilidade, noções estatísticas, etc. Com a análise do livro percebeu-se que ele apresenta os conceitos, já mencionados, de modo mais formal além de exemplos e problemas acerca dos conteúdos abordados.

iii) O artigo de Ole Skovsmose (2000) aborda considerações acerca da perspectiva cenário para investigação, a qual diferencia-se da matemática tradicional, inserida no paradigma do exercício, ou seja, em práticas baseadas na resolução de exercícios. Segundo o pesquisador, tal perspectiva, possibilita aos estudantes se envolverem em processos de exploração e argumentação justificada, oportunizando aos mesmos ter uma participação ativa e reflexiva no seu processo de aprendizagem.

iv) O livro de Polya (1995) intitulado “A arte de resolver problemas” aborda aspectos relativos à resolução de problemas no ensino da Matemática.

Destaca-se que, embora sejam indicados dois artigos e um livro, os quais tratam de perspectivas importantes para o ensino da Matemática, a saber: Modelagem Matemática; Cenário para Investigação; e, Resolução de Problemas, nessa ordem, não se identificou nenhuma obra que contemple, exclusivamente, aspectos relativos ao ensino de funções, sequências e progressões na Educação Básica.

Das oito obras analisadas apenas o documento intitulado “Orientações Curriculares para

o Ensino Médio” contempla orientações e sugestões para o trabalho com números reais e complexos, diferentes tipos de funções, sequências numéricas, progressões aritméticas e geométricas, análise combinatória e probabilidade no Ensino Médio, além de apresentar orientações direcionadas ao ensino e aprendizagem de outros conceitos matemáticos ao longo desta etapa. Outro aspecto a ser mencionado é que, não se observou a recomendação de nenhuma obra que aborde aspectos da Álgebra escolar e pensamento algébrico no contexto dos Anos Finais (6º, 7º, 8º e 9º) do Ensino Fundamental.

No que diz respeito à disciplina “Laboratório de Educação Matemática III”, ofertada no 4º semestre do curso de Licenciatura em Matemática (diurno) da UFPEL, identificou-se que tem uma carga horária de 60 horas, sendo uma das disciplinas do currículo que estão no grupo de componentes que tem Prática como Componente Curricular (PCC), (Apêndice 7). A partir de sua análise constatou-se que busca desenvolver várias atividades associados ao ensino da Álgebra e pensamento algébrico na Educação Básica, retomando-se o estudo de conceitos necessários para a realização de tais atividades, visto que as três obras descritas na bibliografia básica (Quadro 20) envolvem conceitos algébricos e são indicadas ao Ensino Médio.

Quadro 20: Referências indicadas para Laboratório de Educação Matemática III

Básica	IEZZI, G. Fundamentos de Matemática Elementar 6: complexos, polinômios, equações. São Paulo: Atual. ISBN 9788535717525
	IEZZI, G.; HAZZAN, S. Fundamentos de Matemática Elementar 4: sequências, matrizes, determinantes, sistemas. São Paulo: Atual. ISBN 9788535717488
	IEZZI, G.; MURAKAMI, C. Fundamentos de Matemática Elementar 1: conjuntos, funções. São Paulo: Atual. ISBN 9788535704556
Complementar	RIBEIRO, A. J.; CURY, H. N. Álgebra para a Formação do Professor. São Paulo: Autêntica. ISBN 9788582176214 [Livro eletrônico]
	CURY, H. N. Análise de Erros. São Paulo: Autêntica. ISBN 9788582170809 [Livro eletrônico]
	SMOLE, K.S. Cadernos do Mathema Ensino Fundamental: jogos de matemática de 1º a 5º ano. Porto Alegre: ArtMed. ISBN 9788536310626 [Livro eletrônico]
	SMOLE, K.S. Cadernos do Mathema Ensino Fundamental: jogos de matemática de 6º a 9º ano, v.2. Porto Alegre: ArtMed. ISBN 9788536311487 [Livro eletrônico]
	SMOLE, K.S. Cadernos do Mathema Ensino Médio: jogos de matemática de 1º a 3º ano. Porto Alegre: ArtMed. ISBN 9788536317281 [Livro eletrônico]

Fonte: Elaborado pela autora com informações do PPC (UFPEL, 2019).

Na bibliografia complementar são descritas cinco obras. O livro “Álgebra para a formação do professor” contempla vários aspectos pertinentes a formação de professores de Matemática, a saber: ensino e aprendizagem da Álgebra; pensamento algébrico; epistemologia dos conceitos de equação e função; dificuldades encontradas na aprendizagem de equações e funções; além de discussões sobre a abordagem de tais conceitos nos Anos Finais do Ensino

Fundamental e Ensino Médio.

O livro “Análise de Erros” aborda uma visão geral sobre pesquisas acerca da perspectiva análise de erros, desenvolvidas no Brasil e no exterior. E, em relação as outras três obras apresentadas na bibliografia complementar contatou-se que contemplam jogos matemáticos, embasados em uma perspectiva de resolução de problemas, e direcionados aos Anos Iniciais (1º ao 5º Ano), Anos Finais (6º ao 9º Ano) do Ensino Fundamental e ao Ensino Médio (1º ao 3º Ano), nessa ordem.

Referente a “Softwares na Aprendizagem de Matemática”, verificou-se que, tem 60 horas de carga horária indicada como teórica e, é uma disciplina optativa ofertada pelo curso de Matemática – Licenciatura da UNIPAMPA campus Bagé. Ela foi analisada porque sua ementa explicita o estudo e discussão de tópicos associados a outros componentes curriculares como Teoria Elementar das Funções e Fundamentos da Matemática Elementar, articulados ao uso de softwares para o ensino e aprendizagem da Matemática. Esta disciplina, também indica conexões com a disciplina Geometria Quantitativa I.

Ao analisar as referências recomendadas para esta componente, identificou-se na bibliografia básica a descrição de quatro livros que abordam atividades vinculadas ao ensino de Matemática e uso de softwares; de um livro que aborda questões relacionadas a utilização da Informática no contexto da Educação Matemática; e três dissertações de mestrado, que contemplam sequências didáticas envolvendo o ensino de função quadrática no Ensino Fundamental, função logarítmica e funções trigonométricas no Ensino Médio, respectivamente, articulado a utilização de softwares matemáticos, como pode-se observar no (Quadro 21).

Quadro 21: Referências indicadas para Softwares na Aprendizagem da Matemática

(continua)

Básica	ARAUJO, L. C. L. de; NÓBRIGA, J. C. C. Aprendendo matemática com o Geogebra. São Paulo: Exato, 2010.
	BALDIN, Y. Y.; VILLAGRA, G. A. L. Atividades com Cabri-Géomètre II. São Carlos: EDUFSCAR, 2002.
	BORBA, M. C.; PENTEADO, M. G. Informática e Educação Matemática. Belo Horizonte: Autêntica, 2001.
	MAIA, D. Função quadrática: um estudo didático de uma abordagem computacional. 2007. 189 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2007. Disponível em: < http://www.pucsp.br/pos/edmat/ma/dissertacao/diana_maia.pdf >. Acesso em: 20 ago. 2022.
	ROLKOUSKI, E. Tecnologias no ensino de matemática. Curitiba: IBPEX, 2011.
	SANTOS, A. T. C. Ensino de função logarítmica: uma sequência didática explorando suas representações utilizando o software GeoGebra. 2010. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2010. Disponível em: < http://www.pucsp.br/pos/edmat/ma/dissertacao/adriana_tiago_castro_santos.pdf >.

	Acesso em: 20 ago. 2022.
	SILVA, B. A. et al. Atividades para o estudo de funções em ambiente computacional. São Paulo: Iglu Editora, 2002.
	SOUZA, E. P. A função seno e cosseno: uma sequência didática envolvendo atividades com o Graphmath. 2010. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2010.
Complementar	BORBA, M. C. et al. A informática em ação: formação de professores, pesquisa e extensão. São Paulo: Olho d'Água, 2000.
	HENRIQUES, A. Papel e lápis x Cabri-Géomètre II. Educação Matemática em Revista. São Paulo, SBEM, ano 7, n.8, p. 62-67, jun. 2000.
	NÓBRIGA, J. C. C. Aprendendo matemática com o Cabri-Géomètre II. 2. ed. Brasília: ABC-BSB, 2003. V. 1.
	NÓBRIGA, J. C. C. Aprendendo matemática com o Cabri-Géomètre II. 2. ed. Brasília: ABC-BSB, 2003. V. 2.
	RODRIGUES, C. I.; REZENDE, E. Q. F. Cabri-Géomètre e a geometria plana. Campinas: Editora da UNICAMP, 1999.

(conclusão)

Fonte: Elaborado pela autora com informações do PCC. (UNIPAMPA, 2017).

Em relação a bibliografia complementar verificou-se a indicação de cinco obras na qual uma delas aborda aspectos relativos a importância da informática na educação e formação contínua de professores, explicitando os resultados de algumas pesquisas; três obras contemplam a descrição de várias atividades de Geometria e Funções (Polinomiais do 1º e 2º Grau, Modular, Exponencial e Logarítmica) com a utilização do software Cabri-Géomètre; e, a última obra enfatiza atividades de Geometria plana com uso do Cabri-Géomètre.

É importante mencionar que embora a disciplina Softwares na Aprendizagem da Matemática – UNIPAMPA campus Bagé busque conexões com conceitos de outros componentes curriculares como Teoria Elementar da Funções, Fundamentos de Matemática Elementar e Geometria Quantitativa I articulados ao uso de softwares matemáticos e indique referências que abordem aspectos relacionados ensino de conceitos algébricos e geométricos vinculados a utilização de softwares na Educação Básica, é uma disciplina optativa e, portanto, talvez nem todos os licenciandos optem em cursá-la.

No tocante à componente “Laboratório de Ensino de Matemática I”, ofertada no 3º semestre do curso de Matemática – Licenciatura da UNIPAMPA campus Itaquí, verificou-se que tem uma carga horária total de 60 horas, sendo 15 horas definida como teórica e 45 horas relativas a atividades de PCC. Cabe destacar que, ela é uma das disciplinas do currículo que compõem o quadro de disciplinas para os quais estão definidas horas de PCC (Apêndice 7). Com a análise de sua ementa constatou-se que, são considerados conceitos fundamentais e aspectos da aprendizagem para o desenvolvimento do pensamento aritmético e algébrico no Ensino Fundamental. Para tanto, nesta disciplina são explicitados vários objetivos visando preparar o futuro professor de Matemática em termos de conhecimentos didático-pedagógicos

relevantes para o ensino da Aritmética e da Álgebra no (6º, 7º, 8º e 9ºAnos) do Ensino Fundamental.

Quanto à bibliografia identificou-se a descrição de três referências básicas (Quadro 22). A primeira é uma dissertação de mestrado que teve por objetivo investigar a concepção dos professores do Ensino Médio em relação ao tema densidade dos números reais.

A segunda obra é um e-book que contempla vários aspectos da Álgebra escolar e do pensamento algébrico. Dentre eles, destacam-se orientações e abordagens didáticas para o ensino de conceitos que envolvem relações (por exemplo, relação de igualdade; diversos significados do sinal de igual; relação de desigualdade; relações entre números, expressões e generalizações, etc.); sequências e regularidades; símbolos e expressões algébricas; equações do 1º grau; funções; sistemas de equações, equações do 2º grau e inequações; etc.

As abordagens da referida obra foram organizadas considerando a perspectiva de que aprender Álgebra requer a capacidade de pensar algebricamente em diversas situações, sendo, portanto, imprescindível que no trabalho com a Álgebra escolar sejam propostas situações envolvendo relações, regularidades, variação e modelação visando o desenvolvimento gradual do pensamento algébrico dos estudantes ao longo do Ensino Fundamental. (PONTE et al., 2009).

É importante destacar que, na referida obra de Ponte et al. (2009) são indicadas três vertentes fundamentais do pensamento algébrico a saber: representar, raciocinar e resolver problemas, já apresentadas, na (Figura 2) e, também, estratégias de resolução e dificuldades dos estudantes vinculadas ao processo de ensino e aprendizagem de conceitos algébricos em diferentes etapas escolares. Sinaliza-se a importância do conhecimento de tais aspectos por parte do futuro professor a fim de que o mesmo compreenda as diferentes formas de expressão/manifestação do pensamento algébrico mobilizados por estudantes da Educação Básica.

E, a terceira referência básica é um documento curricular do estado do Rio Grande do Sul, proposto em 2009, que apresenta orientações norteadoras, relativas ao ensino e aprendizagem da Matemática na Educação Básica, para as escolas gaúchas na elaboração de suas propostas pedagógicas.

Quadro 22: Referências indicadas para Laboratório de Ensino de Matemática I.

(continua)

Básica	PENTEADO, C. B. Concepções do Professor do Ensino Médio relativas à densidade do conjunto dos números reais e suas reações frente a procedimentos para a abordagem desta propriedade. Dissertação de Mestrado. PUC-SP. 2004. Disponível em:
---------------	---

	< http://www.sapientia.pucsp.br/tde_busca/arquivo.php?codArquivo=4687 >. Acesso em: 20 ago. 2022.
	PONTE, J. P.; BRANCO, N.; MATOS, A. Álgebra no ensino básico. Lisboa: DGIDC, 2009. Disponível em: < https://repositorio.ul.pt/handle/10451/7105 >. Acesso em: 20 ago. 2022.
	RIO GRANDE DO SUL. Secretaria de Estado da Educação. Departamento Pedagógico. Referenciais curriculares do estado do Rio Grande do Sul: Matemática e suas tecnologias. (Lições do Rio Grande). Porto Alegre: SE/DP, 2009.
Complementar	COXFORD, A. F. & SHULTE, A. P. (Org.). As ideias da Álgebra. São Paulo: Atual, 1994.
	DAGHLIAN, J. Lógica e álgebra de Boole. 4. ed.- São Paulo: Atlas, 1995.
	HUETE, J. C. S.; BRAVO, J. A. F. B. O ensino da matemática: fundamentos teóricos e bases psicopedagógicas. Porto Alegre: Artmed, 2006.
	MUNIZ, C. A. Brincar e jogar: enlaces teóricos e metodológicos no campo da educação matemática. Belo Horizonte: Autêntica, 2012
	OLIVEIRA, I. Proporcionalidade: estratégias utilizadas na Resolução de Problemas por alunos do Ensino Fundamental no Quebec. Boletim de Educação Matemática (BOLEMA). Rio Claro, Ano 22, Edição n. 34, p. 57 a 80, 2009. Disponível em: < http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=291221876004 >. Acesso em: 20 ago. 2022.
	ONUCHIC, L. R.; ALLEVATO, N. S. G. As diferentes “personalidades” do Número Racional trabalhadas através da Resolução de Problemas. Boletim de Educação Matemática (BOLEMA). Rio Claro, Ano 21, Edição n. 31, p. 79-102, 2008. Disponível em: < http://www2.rc.unesp.br/bolema/?q=node/39 >. Acesso em: 20 ago. 2022.
	PONTE, J. P.; SILVESTRE, A. I.; GARCIA, C.; COSTA, S. O desenvolvimento do conceito de proporcionalidade directa pela exploração de regularidades.
	WALLE, J. A. V. Matemática no ensino fundamental: formação de professores e aplicação em sala de aula. 6. ed. Porto Alegre: Artmed, 2009.

(conclusão)

Fonte: Elaborado pela autora com informações do PPC. (UNIPAMPA, 2019).

Na bibliografia complementar, verificou-se um total de oito referências, sendo cinco livros, dois artigos e um documento curricular. No que se refere aos livros, destaca-se que: “As Ideias da Álgebra” é um livro fruto do segundo anuário do Conselho Nacional de Professores de Matemática (NCTM) dos Estados Unidos, de 1988, e contempla vinte artigos que abordam diferentes aspectos do ensino e aprendizagem da Álgebra, tais como as concepções de Álgebra e os diferentes usos das letras, dificuldades dos estudantes com conceitos algébricos, em especial, funções; resolução de problemas algébricos e uso de tecnologias; e algumas abordagens para o ensino da Álgebra.

“Lógica e Álgebra de Boole” contempla conceitos relacionados à Lógica Matemática e a Álgebra de Boole; “O ensino da matemática: fundamentos teóricos e bases psicopedagógicas” aborda discussões acerca do ensino da Matemática, explicitando aspectos da construção do conhecimento matemático e sobre a resolução de problemas além das bases psicopedagógicas do ensino da Matemática. “Brincar e jogar: enlaces teóricos e metodológicos no campo da educação matemática” apresenta diferentes perspectivas da relação entre jogo e Educação Matemática, enfatizando a complexa relação jogo/brincadeira e a aprendizagem matemática.

“Matemática no ensino fundamental: formação de professores e aplicação em sala de

aula” contempla vários aspectos e orientações acerca do ensino e aprendizagem da Matemática no Ensino Fundamental. Destaca-se que, nos capítulos 15 “Pensamento Algébrico: Generalizações, Padrões e Funções”, 19 “Raciocínio Proporcional” e 24 “Desenvolvimento dos Conceitos de Expoentes, Inteiros e Números Reais” apresentam-se várias orientações e discussões pertinentes acerca do ensino e aprendizagem de conceitos algébricos e aritméticos no contexto do Ensino Fundamental.

No que se refere aos dois artigos verificou-se que: o primeiro apresenta um estudo que teve como objetivo explicitar as estratégias usadas por alunos do Ensino Fundamental antes do ensino do conceito de proporção na escola. Particularmente, buscou-se identificar as estratégias utilizadas pelos alunos para resolver problemas de proporção direta e inversa. Dentre os resultados destaca-se que, os estudantes utilizam diferentes estratégias para resolver problemas e, também, o potencial e a diversidade das estratégias utilizadas antes do ensino formal da proporcionalidade na escola, além das dificuldades; e, o segundo aborda os diferentes significados do número racional e o conceito de proporcionalidade, analisando as possibilidades de utilizar a Metodologia de Ensino-Aprendizagem de Matemática através da Resolução de Problemas.

E, a última referência é um documento elaborado pelo Instituto de Educação da Universidade de Lisboa/Portugal, o qual apresenta um conjunto de atividades indicadas para que os professores do 1º (1º ao 4º Ano) e 2º ciclos (5º ao 6º Ano) do Ensino Fundamental utilizem em suas aulas, visando desenvolver o raciocínio proporcional dos seus alunos.

Diante dessas análises, constata-se que as referências contemplam o que está indicado na ementa e nos objetivos. Nesta direção, enfatiza-se que, o conhecimento de abordagens didáticas adequadas para o ensino de conceitos aritméticos e algébricos, considerando os elementos caracterizadores do pensamento algébrico, as possíveis estratégias de resolução e dificuldades dos estudantes, no contexto do Ensino Fundamental é essencial para que o futuro professor de Matemática esteja capacitado a realizar um ensino que vise a aprendizagem da Álgebra de forma mais significativa.

Ao analisar a disciplina “Laboratório de Ensino de Matemática III” do curso de Matemática - Licenciatura campus Itaquí identificou-se que ela conta com uma carga horária total de 60 horas, na qual 15 horas é descrita como teórica e 45 horas relativa a PCC, fazendo parte do grupo de disciplinas do curso com PCC (Apêndice 7). Bem como que ela considera conceitos fundamentais e aspectos da aprendizagem para o desenvolvimento do pensamento aritmético e algébrico no Ensino Médio e indica vários objetivos com o intuito de preparar o futuro professor de Matemática em termos de conhecimentos didático-pedagógicos relevantes

para o ensino da Aritmética e da Álgebra na referida etapa escolar.

No tocante às referências descritas constatou-se a indicação de cinco obras básicas, sendo três documentos curriculares indicados para a área da Matemática no Ensino Médio, um livro que aborda o ensino e aprendizagem da Matemática por meio da perspectiva da Modelagem Matemática; e outro que contempla importantes reflexões a respeito da Matemática escolar e da Matemática acadêmica, abordando questões fundamentais para a formação inicial do professor de Matemática.

Quadro 23: Referências indicadas para Laboratório de Ensino de Matemática III

Básica	BASSANEZI, R. C. Ensino-aprendizagem com modelagem matemática: uma nova estratégia. 3. ed. São Paulo: Contexto, 2009.
	BRASIL. Secretaria da Educação Básica. Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio: Ciências da Natureza, Matemática e suas tecnologias. Secretaria da Educação Básica – Brasília: MEC, 1999.
	BRASIL. Secretaria da Educação Básica. Orientações Curriculares para o Ensino Médio: Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias. Brasília, MEC, 2006.
	MOREIRA, P. C.; DAVID, M. M. M. S. A formação matemática do professor: licenciatura e prática docente escolar. 1. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2005.
	RIO GRANDE DO SUL. Secretaria de Estado da Educação. Departamento Pedagógico. Referenciais curriculares do estado do Rio Grande do Sul: Matemática e suas tecnologias. (Lições do Rio Grande). Porto Alegre: SE/DP, 2009.
Complementar	ALMOULOUD, S. A. Fundamentos da didática da matemática. Curitiba: Universidade Federal do Paraná – UFPR, 2007.
	COXFORD, A. F. & SHULTE, A. P. (Org.). As ideias da Álgebra. São Paulo: Atual, 1994.
	IEZZI, G. Fundamentos de Matemática Elementar: números complexos, polinômios e equações. v. 6. São Paulo: Atual, 1993.
	IEZZI, G.; HAZZAN, S. Fundamentos de matemática elementar: sequências, matrizes, determinantes, sistemas. v. 4. 6. ed. São Paulo: Atual, 1993.
	LINS, R. C. & GIMENES, J. Perspectivas em aritmética e álgebra para o século XXI. Campinas: Papyrus, 1997.
	LORENZATO, S. (Org.). O laboratório de ensino de matemática na formação de professores. Campinas: Autores Associados, 2010.
	MUNIZ, C. A. Brincar e jogar: enlances teóricos e metodológicos no campo da educação matemática. Belo Horizonte: Autêntica, 2010.
	WALLE, J. A. V. Matemática no ensino fundamental: formação de professores e aplicação em sala de aula. 6. ed. Porto Alegre: Artmed, 2009.

Fonte: Elaborado pela autora com informações do PPC (UNIPAMPA, 2019).

Nas referências complementares, identificou-se um total de oito livros. Desses, dois são livros de Matemática do Ensino Médio e contemplam os conceitos de números complexos, polinômios, equações; e, sequências, matrizes, determinantes e sistemas, respectivamente; três abordam aspectos relacionados ao ensino e aprendizagem da Álgebra, sendo eles: As ideias da Álgebra; Matemática no ensino fundamental: formação de professores e aplicação em sala de aula, (também indicados em Laboratório de Ensino de Matemática I); e, Perspectivas em

aritmética e álgebra para o século XXI, o qual aborda discussões importantes para o trabalho com a Aritmética e Álgebra na Educação Básica e acerca de algumas concepções de Educação algébrica (Letrista; Letrista-facilitadora; e Modelagem Matemática); e, os outros três abordam aspectos inerentes à didática da Matemática; as diferentes concepções de Laboratório de Ensino de Matemática; e as diferentes perspectivas da relação entre jogo e Educação Matemática, nessa ordem.

A partir dessas análises, verifica-se que as referências estão em consonância com o que está explicitado na ementa e nos objetivos, viabilizando ao futuro professor o estudo e a compreensão de aspectos importantes para o trabalho com conceitos aritméticos e algébricos no Ensino Médio.

A disciplina “Educação Matemática A” do curso de Licenciatura em Matemática da UFSM tem uma carga horária total de 90 horas sendo 45 horas explicitada como PCC. Cabe destacar que, esta disciplina compõem o grupo de disciplinas do curso para os quais estão definidas horas de PCC (Apêndice 7). Para tanto, indica na ementa o estudo de propostas curriculares, aspectos da Educação Matemática como estrutura curricular de Matemática, análise de livros didáticos, blocos de conteúdos do 6º ao 9º Ano como Números e operações, Espaço e forma, Grandezas e medidas, Álgebra e Tratamento de dados e probabilidade direcionados a aprendizagem da Matemática nos Anos Finais do Ensino Fundamental. Dentre os objetivos destaca-se discutir ideias essenciais da Matemática importantes para a formação do professor que irá atuar nos Anos Finais do Ensino Fundamental.

Em relação a bibliografia básica (Quadro 24), identificou-se a descrição de dois documentos curriculares nacionais que apresentam orientações para o ensino e aprendizagem da Matemática nos Anos Finais do Ensino Fundamental; do livro Matemática no ensino fundamental: formação de professores e aplicação em sala de aula, o qual apresenta várias orientações acerca do ensino e aprendizagem de conceitos matemáticos no Ensino Fundamental, (também indicado em Laboratório de Ensino de Matemática I e Laboratório de Ensino de Matemática III – UNIPAMPA campus Itaqui).

Já, na bibliografia complementar são indicados cinco livros, na qual dois abordam aspectos da Álgebra escolar sendo eles: As Ideias da Álgebra (também indicado em Laboratório de Ensino de Matemática I e Laboratório de Ensino de Matemática III – UNIPAMPA campus Itaqui); e, Perspectivas em aritmética e álgebra para o século XXI (também recomendado em Laboratório de Ensino de Matemática III – UNIPAMPA campus Itaqui); dois envolvem o ensino da Geometria e um explicita os princípios e as práticas da organização do currículo a partir de projetos.

Quadro 24: Referências indicadas para Educação Matemática A

Básica	BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. Parâmetros curriculares nacionais: terceiro e quarto ciclos do ensino fundamental: Matemática. Brasília: MEC/SEF, 1998.
	BRASIL. Ministério da Educação. Base Nacional Comum Curricular - BNCC. Brasília, DF, 2017.
	WALLE, J. A. V. Matemática no ensino fundamental: formação de professores e aplicação em sala de aula. 6. ed. Porto Alegre: Artmed, 2009.
Complementar	COXFORD, A. F.; SHULTE, A. P. As ideias da Álgebra. São Paulo: Atual, 1995.
	HERNANDEZ, F.; VENTURA, M. A organização do currículo por projetos de trabalho: o conhecimento é um caleidoscópio. 5. ed. Porto Alegre: Artmed, 2009.
	IMENES, L. M. P. Descobrimo o teorema de Pitágoras. 12. ed. São Paulo: Scipione, 1996. (Coleção vivendo a matemática).
	LINS, R. C.; GIMENES, J. Perspectivas em aritmética e álgebra para o século XXI. Campinas: Papirus, 1997.
	MACHADO, N. J. Polígonos, centopéias e outros bichos. 8. ed. São Paulo: Scipione, 1996. (Coleção vivendo a matemática).

Fonte: Elaborado pela autora com informações do PPC (UFSM, 2019).

Tendo em vista a análise da ementa, dos objetivos bem como as referências indicadas na disciplina Educação Matemática A verifica-se que nela serão valorizados aspectos do ensino da Álgebra e/ou pensamento algébrico e, também, que podem receber atenção aspectos ligados ao ensino de outros conceitos da Matemática escolar, em particular, Geometria.

Em relação a componente “Educação Matemática B” do curso de Licenciatura em Matemática da UFSM destaca-se que tem uma carga horária total de 90 horas sendo 45 horas explicitada como PCC, fazendo parte do conjunto de disciplinas para os quais estão indicadas horas de PCC (Apêndice 7). Identificou-se na sua ementa a descrição de propostas curriculares, aspectos da Educação Matemática como estrutura curricular de Matemática, análise de livros didáticos, blocos de conteúdos do 1º ao 3º Ano do Ensino Médio como Números e operações, Espaço e forma, Grandezas e medidas, Álgebra e Tratamento de dados e probabilidade.

Dentre os objetivos destaca-se discutir ideias essenciais da Matemática importantes para a formação do professor que irá atuar no Ensino Médio. Constatou-se que, as referências (Quadro 25) estão alinhadas ao que é explicitado na ementa e nos objetivos, pois na bibliografia básica são recomendados dois documentos que apresentam as propostas curriculares nacionais indicadas para a área da Matemática no Ensino Médio, e um livro que aborda os princípios e as práticas da organização do currículo a partir de projetos, que também, é indicado em Educação Matemática A.

E, na bibliografia complementar, a obra “Conceitos fundamentais de matemática” aborda os conceitos fundamentais como número, funções, limites, séries e continuidade

explicitando os processos históricos que desencadearam a criação de tais conceitos; “As Ideias da Álgebra” aborda aspectos relacionados ao ensino da Álgebra (também, indicado em Educação Matemática A - UFSM, Laboratório de Ensino de Matemática I e Laboratório de Ensino de Matemática III – UNIPAMPA campus Itaqui); “Aprendendo e ensinando geometria” contempla aspectos associados ao ensino e aprendizagem da Geometria e, o último livro aborda a história da Matemática escolar no Brasil no período de 1730 a 1930.

Quadro 25: Referências indicadas para Educação Matemática B

Básica	BRASIL, M. E. C. Secretaria de Educação Média e Tecnológica. Parâmetros curriculares nacionais: ensino médio. Brasília: MEC/SEMF, 1999. 3 v.
	BRASIL, M. E. C. Ministério da Educação. Base Nacional Comum Curricular - BNCC/Ensino Médio. Brasília, 2018.
	HERNÁNDEZ, F.; VENTURA, M. A organização do currículo por projetos de trabalho: o conhecimento é um caleidoscópio. 5. ed. Porto Alegre: Artmed, 2009.
Complementar	CARAÇA, B. J. Conceitos fundamentais de matemática. Lisboa: Sá da Costa, 1984.
	COXFORD, A. F.; SHULTE, A. P. As ideias da Álgebra. São Paulo: Atual, 1995.
	LINDQUIST, M. M.; SHULTE, A. P. Aprendendo e ensinando geometria. São Paulo: Atual, 1996.
	VALENTE, W. R. Uma história da matemática escolar no Brasil (1730-1930). 2. ed. São Paulo: Fapesp, 2007.

Fonte: Elaborado pela autora com informações do PPC (UFSM, 2019).

Com a análise da ementa, dos objetivos e das referências recomendadas na disciplina Educação Matemática B há evidências de que nela seja tratado tanto aspectos do ensino da Álgebra no Ensino Médio quanto aspectos relativos ao trabalho com outros conceitos da Matemática escolar.

No que se refere a componente “Resolução de Problemas A”, observou-se que tem uma carga horária de 60 horas sendo 30 horas explicitada como PCC, e compõem o grupo de disciplinas do curso para os quais são definidas horas de PCC (Apêndice7). Verificou-se que, nesta disciplina são tratados vários aspectos e concepções da Resolução de Problemas, em especial, a Resolução de Problemas como uma metodologia de ensino-aprendizagem-avaliação de matemática e, também é enfatizado o trabalho com problemas de Números e operações, de Álgebra, de Geometria e envolvendo diferentes conceitos.

Em relação a bibliografia básica (Quadro 26), identificou-se a recomendação de três livros: o primeiro apresenta uma coletânea de vinte e dois artigos que fazem parte do quarto anuário do Conselho Nacional de Professores de Matemática (NCTM), nos EUA, os quais abordam vários aspectos da resolução de problemas; o segundo contempla diferentes métodos de resolução de problemas, seguidos de exemplos, além de teoremas e provas matemáticas,

equações de primeiro e segundo grau, inequações, divisibilidade, contagem, princípio da casa dos pombos, indução matemática, desigualdades e polinômios; e, o terceiro aborda a história da resolução de problemas, reflexões sobre Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas além de aspectos práticos referentes a: Números e operações, Espaço e forma, Grandezas e medidas e Tratamento da informação.

No que tange a bibliografia complementar verificou-se a descrição de três livros que contém uma coletânea de provas de edições da Olimpíada Brasileira de Matemática sendo o primeiro da 1ª a 8ª, o segundo da 9ª a 16ª e, o terceiro da 17ª a 24ª; uma obra que aborda diferentes perspectivas acerca da Resolução de Problemas; e, a última obra é um livro que contempla experiências escolares explicitando os diferentes recursos que os estudantes podem utilizar para resolver problemas matemáticos além de como o professor pode atuar como mediador nesse processo com vistas aos estudantes resolverem esses problemas de maneira autônoma e prazerosa.

Quadro 26: Referências indicadas para Resolução de Problemas A

Básica	KRULIK, S.; REYS, R. E. A resolução de problemas na matemática escolar. São Paulo: Atual, 1997.
	OLIVEIRA, K.; FERNANDEZ, A. J. C. Iniciação à matemática: um curso com problemas e soluções. 2. ed. Rio de Janeiro: SBM, 2012. (Coleção olimpíadas de matemática)
	ONUCHIC, L. R.; et al. Resolução de problemas: teoria e prática. Jundiaí: Paco Editorial, 2014.
Complementar	MEGA, E.; Watanabe, R. Olimpíadas Brasileiras de Matemática - 1ª a 8ª: problemas e resoluções. Rio de Janeiro: SBM, 2010. (Coleção olimpíadas de matemática)
	MOREIRA, C. G. T. A. et al. Olimpíadas Brasileiras de Matemática - 9ª a 16ª: problemas e resoluções. 2. ed. Rio de Janeiro: SBM, 2009. (Coleção olimpíadas de matemática)
	MOREIRA, C. G. T. A. et al. Olimpíadas Brasileiras de Matemática - 17ª a 24ª: problemas e resoluções. Rio de Janeiro: SBM, 2015. (Coleção olimpíadas de matemática)
	ONUCHIC, L. R.; LEAL JUNIOR, L. C.; PIRONEL, M. Perspectivas para resolução de problemas. São Paulo: Livraria da Física, 2017.
	SMOLE, K. S.; DINIZ, M. I. Ler, escrever e resolver problemas: habilidades básicas para aprender matemática. Porto Alegre: Artmed, 2001.

Fonte: Elaborado pela autora com informações do PPC (UFSM, 2019).

Reitera-se que, das oito disciplinas analisadas sete delas contam com horas de PCC, a exceção é a componente Softwares na Aprendizagem da Matemática – UNIPAMPA campus Bagé, que é descrita como optativa e teórica. Constatou-se que cada uma delas considera diferentes conceitos algébricos e aspectos voltados ao ensino da Álgebra e/ou pensamento algébrico, e visam de um modo geral preparar o professor de Matemática para sua futura

atuação profissional, em especial, para o trabalho com a Álgebra na Educação Básica. O que é relevante pois a oferta de tais disciplinas em cada um dos cursos contribui com a futura prática docente do mesmo.

Com a análise da disciplina Laboratório de Prática de Ensino-Aprendizagem em Matemática III – UFRGS constatou-se que, talvez, os conceitos (números reais e complexos, funções algébricas elementares, funções trigonométricas, funções exponenciais e funções logarítmicas, sequências numéricas e progressões, análise combinatória e probabilidade) do Ensino Médio serão mais enfatizados no desenvolvimento das atividades. Pois embora sejam recomendadas obras que tratem de perspectivas importantes para o ensino da Matemática, como Resolução de Problemas, Modelagem Matemática e Cenário para Investigação, são indicados livros que tratam de conceitos matemáticos do Ensino Médio e/ou Ensino Superior; não sendo indicada nenhuma obra que aborde aspectos da Álgebra escolar e pensamento algébrico no contexto dos Anos Finais do Ensino Fundamental.

Destaca-se que, no curso de Licenciatura em Matemática da FURG não é ofertada nenhuma disciplina voltada ao ensino da Álgebra na Educação Básica. E, o curso de Matemática – Licenciatura da UNIPAMPA campus Bagé não oferta nenhuma disciplina obrigatória que trate do ensino da Álgebra. Mas, tem-se a componente “Softwares na Aprendizagem da Matemática”, que é optativa.

No que tange ao curso de Licenciatura em Matemática da UFSM destaca-se que apesar de não ter uma disciplina que trate somente do ensino da Álgebra, oferta três disciplinas que contemplam alguns aspectos acerca do seu ensino. As disciplinas Educação Matemática A e Educação Matemática B, descrevem na ementa práticas voltadas ao ensino de conceitos como: Números e operações, Espaço e forma, Grandezas e medidas, Álgebra e Tratamento de dados e probabilidade no Ensino Fundamental e Ensino Médio, respectivamente.

Sinaliza-se que, na disciplina Educação Matemática A é recomendado três obras que contemplam aspectos da Álgebra escolar. Já na disciplina Educação Matemática B é indicada uma obra que contempla tais aspectos.

Referente a disciplina Resolução de Problemas A destaca-se que são tratados vários aspectos e concepções da Resolução de Problemas e, também é descrito o trabalho com problemas de diferentes campos da Matemática escolar, em particular, da Álgebra. Uma das referências indicadas aborda diferentes métodos da resolução de problemas seguidos de teoremas, provas matemáticas, equações de primeiro e segundo grau, inequações, divisibilidade, desigualdades, polinômios, etc.

Ademais, em dois dos seis cursos pesquisados são ofertadas disciplinas que explicitam

o ensino da Álgebra e pensamento algébrico na Educação Básica, priorizando o estudo de tais conhecimentos, sendo elas: Laboratório de Educação Matemática III – UFPEL; Laboratório de Ensino de Matemática I e Laboratório de Ensino de Matemática III – UNIPAMPA campus Itaqui.

Na disciplina Laboratório de Educação Matemática III – UFPEL é descrito: ensino de equações e inequações, dos polinômios, das funções, das matrizes, determinantes e sistemas lineares e das sequências na Educação Básica. E, indica-se obras que tratam de conceitos matemáticos; da perspectiva análise de erros; jogos de matemática e um livro que aborda aspectos pertinentes ao ensino e aprendizagem de Álgebra e pensamento algébrico, principalmente acerca dos conceitos de equação e função na Educação Básica.

Destaca-se que a UNIPAMPA campus Itaqui é o único curso que oferta duas disciplinas que buscam explorar conceitos e aspectos da aprendizagem para o desenvolvimento do pensamento aritmético e algébrico no Ensino Fundamental e Ensino Médio, respectivamente. Entende-se que isso é relevante, pois o futuro professor precisa compreender que essas duas formas de pensamento matemático se desenvolvem juntos ao longo de todo o processo de escolarização. (LINS; GIMENEZ, 1997; BRASIL, 1998; BRASIL, 2018).

Para tanto, em Laboratório de Ensino de Matemática I os conceitos explorados são: número natural, inteiro, racional, irracional, as operações com números e suas propriedades e o conceito de proporcionalidade. Já, em Laboratório de Ensino de Matemática III os conceitos indicados são: funções, sequências e progressões, sistemas lineares, determinantes, matrizes e polinômios.

É importante dizer, ainda, que nos cursos de Licenciatura em Matemática da UFRGS e da UFPEL identificou-se duas disciplinas voltadas ao ensino de conceitos aritméticos na Educação Básica, sendo elas: Laboratório de Prática de Ensino-Aprendizagem em Matemática I e Laboratório de Educação Matemática I, nessa ordem. Nelas, considera-se o desenvolvimento de práticas voltadas ao ensino de conceitos aritméticos sem explicitar relações com o ensino da Álgebra ou entre o pensamento aritmético e algébrico.

Constatou-se que algumas das disciplinas relacionadas a Álgebra escolar indicam referências similares, as quais abordam aspectos relevantes para o ensino e aprendizagem da Álgebra na Educação Básica e, já foram explicitadas, a saber: A obra “Perspectivas em aritmética e álgebra para o século XXI” de Lins e Gimenez (1997) é indicada nas seguintes disciplinas: Laboratório de Ensino de Matemática I e Laboratório de Ensino de Matemática III – UNIPAMPA campus Itaqui; e, Educação Matemática A – UFSM.

“Matemática no ensino fundamental: formação de professores e aplicação em sala de

aula” de Walle (2009) é um livro indicado nas seguintes disciplinas: Laboratório de Ensino de Matemática I e Laboratório de Ensino de Matemática III – UNIPAMPA campus Itaqui; e, Educação Matemática A – UFSM. Já, a obra “As Ideias da Álgebra” é indicada em: Laboratório de Ensino de Matemática I e Laboratório de Ensino de Matemática III – UNIPAMPA campus Itaqui; Educação Matemática A e Educação Matemática B – UFSM.

Também, verificou-se que outras obras são recomendadas apenas em uma disciplina, sendo elas: “Álgebra para a formação do professor” é indicada em Laboratório de Educação Matemática III – UFPEL; A obra de Ponte et al. (2009) é recomendada apenas na disciplina Laboratório de Ensino de Matemática I – UNIPAMPA campus Itaqui. E, a obra de Moreira e David (2005) é indicada somente em Laboratório de Ensino de Matemática III – UNIPAMPA campus Itaqui.

Outro ponto a se destacar é que embora sejam indicadas referências que contemplem aspectos importantes para o ensino da Álgebra na Educação Básica, em particular, acerca do desenvolvimento do pensamento algébrico, não se identificou nas referências de nenhuma dessas oito disciplinas a recomendação de artigos que tratem do pensamento algébrico.

Sublinha-se que na maior parte das disciplinas associadas a Álgebra escolar são recomendados nas referências documentos curriculares da área da Matemática e, também livros e/ou artigos que contemplam metodologias/perspectivas importantes para o ensino da Matemática, em especial, da Álgebra tais como: Resolução de Problemas, Modelagem Matemática, Tecnologias, etc. O que é relevante, pois conforme a BNCC (BRASIL, 2018) tais perspectivas devem ser priorizadas no trabalho pedagógico ao longo da Educação Básica e concebidas pelos professores tanto como objeto quanto estratégia para a aprendizagem da Matemática ao longo da referida etapa escolar.

Diante da análise dos PPC dos seis cursos pesquisados, há indícios de que estudos, discussões e problematizações relacionados a aspectos do ensino e aprendizagem da Álgebra escolar e/ou pensamento algébrico, ocorram, em sua maioria, nas oito disciplinas que não estão relacionadas à Álgebra acadêmica, com uma maior ênfase em Laboratório de Educação Matemática III – UFPEL, Laboratório de Ensino de Matemática I e Laboratório de Ensino de Matemática III – UNIPAMPA campus Itaqui. Uma vez que, das trinta e quatro disciplinas associadas à Álgebra acadêmica, que foram analisadas, apenas três delas, a saber: Aritmética – FURG, Teoria Elementar das Funções – UNIPAMPA campus Bagé e Introdução à Lógica Matemática – UNIPAMPA campus Itaqui dão evidências de valorizar algumas relações com o ensino da Álgebra na Educação Básica.

Sublinha-se, também, que na maior parte das disciplinas relacionadas a Álgebra escolar

são indicados tanto livros que tratam de conceitos matemáticos quanto obras e/o artigos que discutem aspectos referentes ao ensino de tais conceitos na Educação Básica. Enquanto que nas disciplinas de Álgebra são as raras as obras que tratam do ensino de conceitos que farão parte do trabalho do futuro professor. Todavia, “Deverá ser garantida, ao longo do processo, efetiva e concomitante relação entre teoria e prática, ambas fornecendo elementos básicos para o desenvolvimento dos conhecimentos e habilidades necessários à docência”. (BRASIL, 2015, p. 11).

6 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Esta pesquisa teve início com a revisão bibliográfica sobre Álgebra e formação inicial de professores de Matemática, seguida do estudo sobre as concepções de Álgebra e Educação algébrica e, também, acerca do pensamento algébrico segundo pesquisadores da Educação Matemática; o ensino e aprendizagem da Álgebra escolar conforme os documentos curriculares indicados para a Educação Básica; aspectos da Matemática acadêmica e da Matemática escolar; e as leis que orientam a formação de professores da Educação Básica.

Em uma segunda etapa, buscou-se identificar as Universidades Federais (UF) do estado do Rio Grande do Sul (RS) que ofertam o curso de Licenciatura em Matemática, presencial. Posteriormente, buscando indícios de como a Álgebra e seu ensino são tratados nos seis cursos de licenciatura pesquisados realizou-se a análise documental do Projeto Pedagógico de Curso (PPC) de cada uma delas, buscando responder à questão de pesquisa: *quais são os conhecimentos sobre álgebra enfatizados/tratados nos Projetos Pedagógicos de Curso das Licenciaturas em Matemática das Universidades Federais do estado do Rio Grande do Sul? Como esses conhecimentos se relacionam com a Álgebra escolar e o pensamento algébrico?*

Destaca-se que, nos seis cursos pesquisados foram analisadas um total de 44 disciplinas diretamente relacionadas a Álgebra acadêmica sendo 34 obrigatórias e 10 optativas. Com a análise das 34 disciplinas obrigatórias percebeu-se indícios de que em 31 delas o foco está, sobretudo, no estudo e domínio de conceitos específicos vinculados à Matemática acadêmica, sem considerar, neste momento, articulações com a prática docente, ou seja, com aspectos acerca do ensino e aprendizagem da Álgebra na Educação Básica. Pois, na ementa e/ou objetivos de tais disciplinas não estão indicadas horas de Prática como Componente Curricular (PCC) e não é explicitada nenhuma conexão entre tópicos estudados e o ensino de conceitos que farão parte do trabalho do futuro professor. Também, quase não há a recomendação de obras que tratem de aspectos relacionados ao ensino da Álgebra.

Em relação as outras três disciplinas obrigatórias associadas a Álgebra acadêmica a saber: Aritmética – FURG, Teoria Elementar das Funções – UNIPAMPA campus Bagé e Introdução à Lógica Matemática – UNIPAMPA campus Itaqui, há indícios de que sejam buscadas algumas relações entre os conceitos estudados e o seu ensino na Educação Básica. Isso possibilita aos futuros professores a articulação entre teoria e prática, adquirindo conhecimentos que vão além do domínio de conceitos específicos da Matemática, ou seja, conhecimentos condizentes com o ensino escolar, os quais também são fundamentais para sua atuação profissional.

No entanto, apesar da disciplina “Aritmética” explicitar 15 horas de PCC não se identificou na ementa nenhuma relação entre os conceitos estudados e o seu ensino na Educação Básica e, também as oitos referências indicadas tratam particularmente de conceitos específicos da Matemática. Já, “Teoria Elementar das Funções” além de indicar 15 horas de PCC específica, tanto na ementa quanto nos objetivos, o estudo dos diferentes tipos de funções e práticas voltadas ao seu ensino, tais como: análise de documentos curriculares e livros didáticos e, a elaboração de planos de aula. Porém, das nove referências recomendadas, apenas uma delas contempla alguns aspectos do ensino e aprendizagem da Álgebra, em particular, de funções.

No que tange a componente curricular “Introdução à Lógica Matemática” verificou-se que embora seja descrita como teórica tem como objetivo explícito que os futuros professores compreendam o papel da argumentação, demonstração e prova na Matemática e na Educação Matemática, e explorem demonstrações no contexto da Matemática escolar. Também, indica obras que abordam tanto conceitos de Lógica Matemática quanto obras que tratam de aspectos voltados para o ensino da Matemática, em especial, a obra “Argumentações e provas no ensino da Matemática”. Tais aspectos, levam a inferir que apesar desta disciplina não explicitar horas de PCC, prioriza a articulação entre teoria e prática contribuindo de modo positivo com a atuação docente.

Ademais, constatou-se que nas disciplinas analisadas são raras as indicações de referências que tratam de aspectos associados ao ensino da Álgebra e/ou tem uma preocupação maior com a abordagem de conceitos no contexto da licenciatura em Matemática. Nos cursos de Licenciatura em Matemática da UFRGS e da UFSM é indicada uma única obra “Logaritmos”. Na FURG, não se recomenda nenhuma obra. Na UFPEL indica-se duas obras: “Estruturas Algébricas para a Licenciatura” e “Lógica e Linguagem Cotidiana: verdade, coerência, comunicação, argumentação”. Na UNIPAMPA campus Bagé recomenda-se o livro “Atividades para o estudo de funções em ambiente computacional”. E, na UNIPAMPA campus Itaquí indica-se três obras, a saber: “Lógica e Linguagem Cotidiana: verdade, coerência, comunicação, argumentação” (também indicada na UFPEL), “Argumentações e Provas no Ensino de Matemática” e “Ensinar e Aprender Matemática”.

Nesta direção, aponta-se que a maior parte das obras analisadas que constavam nas referências bibliográficas das disciplinas, contemplam as definições formais, demonstrações rigorosas e abordagem axiomática, sobretudo, com demonstrações apoiadas em definições e provas já estabelecidas incentivando o trabalho com a linguagem algébrica formal, ou seja, valorizando aspectos da Matemática acadêmica. Todavia, segundo Moreira e David (2018) tais aspectos são importantes para que o futuro matemático em processo de formação desenvolva

uma organização lógica em relação à validade de resultados associados a essa face do conhecimento matemático. E, para o futuro professor é fundamental uma visão muito diferente da Matemática acadêmica, em especial, da Álgebra acadêmica.

Vale destacar que das trinta e quatro disciplinas obrigatórias diretamente relacionadas a Álgebra acadêmica “Aritmética” e “Teoria Elementar das Funções” são as únicas que explicitam horas destinadas a atividades de PCC e fazem parte do conjunto de disciplinas para os quais estão definidas horas de PCC nos cursos de Licenciatura em Matemática da FURG e da UNIPAMPA campus Bagé, respectivamente.

Quanto às dez disciplinas optativas constatou-se que, Álgebra Linear II é comum a todos os cursos, ou seja, é ofertada em todos eles e visa aprofundar conhecimentos, já tratados, em Álgebra Linear I. E, também que, o Curso Matemática – Licenciatura da UNIPAMPA campus Bagé é o único que oferta além da disciplina optativa, Álgebra Linear II, a componente Softwares na Aprendizagem da Matemática, a qual busca de modo explícito relações com o ensino de tópicos, já estudados, em disciplinas de Álgebra como: Teoria Elementar das Funções e Fundamentos de Matemática Elementar.

Outro aspecto a se destacar é o fato de que em todos os cursos as disciplinas relacionadas a Álgebra acadêmica apresentam certa similaridade tanto nos conhecimentos de Álgebra tratados e/ou referências bibliográficas indicadas. Os conhecimentos de Álgebra priorizados nas trinta e quatro disciplinas obrigatórias podem ser categorizados assim: i) em oito disciplinas que contemplam o estudo de funções, equações, etc. são: conjuntos numéricos, funções, equações e inequações, além de propriedades associadas a tais conceitos; ii) nas sete disciplinas associadas a Aritmética são: números naturais, números inteiros, máximo divisor comum, mínimo múltiplo comum, congruências, axiomas, teoremas e demonstrações relativas a tais conceitos; iii) nas quatro disciplinas de lógica são enfatizados conceitos de lógica matemática e/ou teoria de conjuntos, demonstrações e provas; iv) nas sete disciplinas de Álgebra Linear são tratados: sistemas de equações lineares, matrizes, determinantes, espaços vetoriais, transformações lineares, propriedades, etc.; v) nas sete disciplinas de Álgebra Abstrata são trabalhadas as estruturas algébricas: anéis de polinômios, grupos e anéis, etc.

Embora muitos conceitos tratados nas disciplinas específicas, já mencionadas, se aproximam de conceitos da Álgebra escolar, percebeu-se indícios de que nas três componentes, a saber: “Aritmética” - FURG, “Teoria Elementar das Funções” - UNIPAMPA (Bagé) e “Introdução à Lógica Matemática” - UNIPAMPA (Itaqui) sejam buscadas algumas relações entre os conceitos estudados e o seu ensino. E, na maior parte delas, ou seja, nas trinta e uma, essas relações não são priorizadas. Isso, evidencia que o processo de formação no que tange a

Álgebra valoriza principalmente o estudo/aquisição de conhecimentos algébricos que levam a construção de uma concepção avançada da Álgebra escolar. Tais resultados corroboram com Moreira e David (2018, p. 103), que afirmam que,

[...] entre as várias formas de desconexão do processo de formação em relação à prática, uma específica refere-se ao **distanciamento** existente entre os **conhecimentos matemáticos** trabalhados na licenciatura e as **questões que se apresentam ao professor na sua ação pedagógica**. (grifos nossos).

Verificou-se que as relações com a Álgebra escolar e/ou pensamento algébrico são oportunizadas, em sua maioria, em sete disciplinas que contam com horas de PCC em cada curso, as quais não são concebidas como disciplinas específicas e buscam promover uma aproximação com o ensino da Álgebra na Educação Básica, sendo elas: Laboratório de Prática de Ensino-Aprendizagem em Matemática III (UFRGS), Laboratório de Educação Matemática III (UFPEL), Laboratório de Ensino de Matemática I e Laboratório de Ensino de Matemática III (UNIPAMPA – Itaqui), Educação Matemática A, Educação Matemática B e Resolução de Problemas A (UFSM). E, também na componente Softwares na Aprendizagem da Matemática (UNIPAMPA – Bagé), que, apesar de ser optativa e descrita como teórica explícita o desenvolvimento de várias práticas envolvendo o ensino de conceitos algébricos.

Estas oito disciplinas buscam preparar o professor para sua futura atuação profissional no que diz respeito ao trabalho com a Álgebra na Educação Básica e/ou pensamento algébrico. Para tanto, nelas são tratados diferentes aspectos do seu ensino e aprendizagem, explicitando-se diferentes abordagens, metodologias e/ou perspectivas adequadas indicadas por pesquisadores da Educação Matemática e pelos documentos curriculares oficiais da Educação Básica. O que é relevante em termos de preparação do professor para o trabalho com este campo da Matemática escolar.

Entretanto, em cada uma delas são delimitados alguns dos conceitos algébricos que, farão parte do trabalho do futuro professor e não todos. Bem como são considerados alguns aspectos voltados ao ensino e aprendizagem de tais conceitos na Educação Básica. Desta forma, será que essas disciplinas que contam com horas de PCC e buscam relações com a Álgebra escolar e/ou pensamento algébrico, nos respectivos cursos em que são ofertadas, são suficientes para que os futuros professores de Matemática estejam preparados para o ensino da Álgebra que de fato priorize o desenvolvimento do pensamento algébrico dos estudantes ao longo de diferentes etapas da Educação Básica?

Tal questionamento é pertinente na medida em que há indícios de que na maior parte

das disciplinas de Álgebra ofertadas nos cursos pesquisados, talvez, não sejam priorizadas relações entre os conceitos específicos e a prática docente, em especial, com o ensino da Álgebra e pensamento algébrico na Educação Básica. Assim sendo, infere-se que as relações com a Álgebra escolar sejam buscadas, sobretudo, em algumas disciplinas que contam com horas de PPC e foram organizadas, ao que parece com o propósito de subsidiar a prática docente no que tange ao ensino deste campo da Matemática escolar.

Entende-se que várias demandas, desafios e questões permeiam o ensino da Álgebra escolar. Muitos estudantes apresentam dificuldades no estudo de conceitos algébricos, as quais podem estar relacionadas à forma como o ensino é conduzido na escola, na qual, muitas vezes, prioriza-se o estudo de procedimentos, técnicas e regras enfatizando-se, sobretudo, o trabalho com a linguagem algébrica em detrimento da compreensão dos conceitos matemáticos e desenvolvimento do pensamento algébrico. (BRASIL, 1998; ARAUJO, 2008; SANTOS, 2010; ALMEIDA, 2017).

Isso demanda que o (futuro) professor saiba como desenvolver esta forma de pensamento matemático. Pois, no estudo da Álgebra escolar a ênfase na manipulação da linguagem simbólica algébrica em detrimento do desenvolvimento do pensamento algébrico não é recomendada pelos documentos oficiais da Educação Básica e por pesquisadores da Educação Matemática. Para Ponte et al. (2009, p. 14) o estudo da Álgebra deve visar ao desenvolvimento do pensamento valorizando-se hoje “[...] a linguagem algébrica como meio de representar ideias e não apenas como um conjunto de regras de transformação de expressões simbólicas”. Almeida e Santos (2016) também entendem que a Álgebra se revela muito mais na maneira do estudante pensar do que na linguagem utilizada para expressar esse pensamento.

Destaca-se que o pensamento algébrico é fundamental para o aluno que estuda Matemática pois promove o desenvolvimento de várias habilidades, como as capacidades de representar, raciocinar e resolver problemas e modelar situações, as quais são essenciais para a aprendizagem da Matemática e de outras áreas do conhecimento (PONTE et al., 2009).

Para os pesquisadores supracitados o desenvolvimento do pensamento algébrico dos estudantes deve ter início desde os Anos Iniciais do Ensino Fundamental e ocorrer, de modo gradual, ao longo de cada etapa da Educação Básica. Para tanto, ao longo desse processo o professor deve compreender/reconhecer que o pensamento algébrico se manifesta de diferentes maneiras, a depender dos conceitos matemáticos (aritméticos, algébricos, geométricos) que estão sendo estudados em cada ano escolar.

Ademais, tendo em vista que inúmeros aspectos devem ser levados em consideração no processo de ensinar e aprender a Álgebra na Educação Básica e que eles começam a ser

compreendidos pelos professores ainda em formação é imprescindível que os mesmos sejam devidamente estudados, discutidos e problematizados ao longo do curso de licenciatura em Matemática e, não apenas em alguns componentes curriculares a fim de contribuir para a preparação dos mesmos para lidarem com as demandas e especificidades inerentes ao ensino e aprendizagem deste campo da Matemática escolar.

Portanto, sublinha-se a importância da articulação ente teoria e prática, ao longo das disciplinas ofertadas na licenciatura em Matemática, em particular, de Álgebra, uma vez que o campo de atuação do futuro professor é de modo geral a Educação Básica. Isso possibilita aos mesmos adquirirem conhecimentos e experiências que contribuirão para sua futura atuação profissional, em especial, para o trabalho com a Álgebra.

No entanto, há indícios de que nas disciplinas relacionadas a Álgebra acadêmica dos cursos mapeados, são raros os momentos de discussões e/ou problematizações acerca de aspectos voltados ao ensino da Álgebra e pensamento algébrico no contexto da Educação Básica. Evidenciou-se, também, a falta de diálogo/estabelecimento de relações entre as disciplinas de Álgebra e as disciplinas voltadas para o ensino da Álgebra na Educação Básica, que tem horas de PCC. Com exceção da disciplina “Softwares na Aprendizagem da Matemática” - UNIPAMPA campus Bagé, a qual indica de modo explícito que serão estabelecidas relações com outras disciplinas do curso, em particular, estudo e discussão de tópicos dos componentes curriculares: Teoria Elementar das Funções e Fundamentos de Matemática Elementar.

Além disso, percebeu-se indícios de que os conhecimentos de Álgebra trabalhados nos cursos de licenciatura em Matemática investigados são direcionados à Álgebra acadêmica, em sua maioria, em detrimento de aspectos voltados ao ensino e aprendizagem da Álgebra na Educação Básica. Assim, sinaliza-se a necessidade desses cursos equacionarem os papéis da Álgebra acadêmica e da Álgebra escolar no processo de formação inicial do futuro professor, de forma que suas propostas curriculares não priorizem uma delas em detrimento da outra. (MOREIRA, DAVID, 2018).

Compreende-se que essas duas formas distintas de conhecimento matemático são importantes para a atuação do professor de Matemática na Educação Básica e, portanto, devem ser estruturadas/pensadas nos cursos de licenciatura em Matemática de modo a subsidiar a prática docente na referida etapa escolar e, também trabalhadas de forma mais integrada ao longo do processo formativo.

Também, é importante que nos cursos de licenciatura em Matemática, a formação matemática do futuro professor tenha como referência a prática docente na Educação Básica,

uma vez que, ainda há lacunas no que tange ao desafio de proporcionar uma formação matemática voltada as demandas, questões e desafios que se apresentam à prática docente escolar. (MOREIRA; DAVID, 2018).

Em síntese, sinaliza-se a importância de os cursos pesquisados valorizarem uma relação mais problematizadora entre a Álgebra acadêmica e a Álgebra escolar, tendo como referência o ensino da Álgebra na Educação Básica, de modo a viabilizar a preparação do professor para o trabalho com as especificidades relativas ao ensino e aprendizagem deste campo da Matemática escolar.

Por fim, aponta-se que neste estudo não se buscou apresentar um julgamento dos PPC dos seis cursos pesquisados, e, sim compreender como tem sido proposta a formação inicial de professores de Matemática no que tange a Álgebra e as relações com a Álgebra escolar e o pensamento algébrico. Uma vez que, os PPC têm um caráter norteador e a formação do futuro professor depende, entre outros fatores, do encaminhamento dado pelos docentes que atuam nos cursos de licenciatura em Matemática. Assim, os mesmos podem buscar relações com a Álgebra escolar e/ou com a futura prática docente que, de forma explícita, não estão sendo sinalizadas nos documentos.

Desta forma, esta pesquisa vem colaborar com resultados de outros estudos que indicam um certo distanciamento entre os conhecimentos priorizados no processo de formação inicial do professor de Matemática e as várias demandas e questões que se apresentam à prática profissional, em especial, no ensino da Álgebra escolar. Tem-se a intenção de contribuir para discussões e reflexões acerca dos desafios de proporcionar ao futuro professor para além da formação matemática conhecimentos essenciais à prática docente na Educação Básica.

Como pesquisas futuras sugere-se estudos que busquem investigar as concepções de futuros professores de Matemática acerca da Álgebra e seu ensino na Educação Básica. Também podem ser realizadas pesquisas com docentes que atuam nos cursos de licenciatura em Matemática a fim de investigar quais relações buscam estabelecer/priorizar entre a Matemática acadêmica e a Matemática escolar no processo de formação inicial de professores de Matemática.

REFERÊNCIAS

ALMEIDA, J. R. de. Álgebra Escolar na Contemporaneidade: uma discussão necessária. **Revista de Educação Matemática e Tecnológica Iberoamericana**, v. 8, n. 1, p. 1-18, 2017.

ALMEIDA, J. R. de; SANTOS, M.C. Pensamento algébrico: em busca de uma definição. **Revista Paranaense de Educação Matemática**, v. 6, n.10, pp. 34-60, 2017.

ALMEIDA, J. R. de; BERNARDINO, J.C.S. Ideias de licenciandos em Matemática sobre Álgebra escolar. **Educação Matemática em Revista**, v. 26, n. 73, pp. 95-108, 2021.

ARAUJO, E. A. Ensino de Álgebra e formação de professores. **Educação Matemática Pesquisa**, São Paulo, v. 10, n.2, 2008, pp. 331-346.

BORRALHO, A.; BARBOSA, E. Exploração de padrões e pensamento algébrico. 2009. In I. Vale & A. Barbosa (Org.) **Patterns-Multiple Perspectives and Contexts in Mathematics Education** (pp. 59-68).

BRASIL. Ministério da Educação e do Desporto. **Parâmetros Curriculares Nacionais - Matemática 5ª a 8ª série**. Brasília: SEF, 1998.

BRASIL. Conselho Nacional de Educação. **Diretrizes Curriculares Nacionais para os Cursos de Matemática, Bacharelado e Licenciatura**. Parecer CNE/CP nº 9, de maio de 2001.

BRASIL. Ministério da Educação e Cultura. **PCN+- Ensino Médio. Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias: Orientações Educacionais Complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais**. Brasília: SEMTEC, 2002a.

BRASIL. Ministério da Educação e do Desporto. **Orientações Curriculares Nacionais para o Ensino Médio**. Brasília: SEB, 2006.

BRASIL. Conselho Nacional de Educação. **Diretrizes Curriculares Nacionais para a formação inicial em nível superior (cursos de licenciatura, cursos de formação pedagógica para graduados e cursos de segunda licenciatura) e para a formação continuada**. Resolução CNE/CP nº 2, de 01 de julho de 2015.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Média e Tecnológica. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília: MEC, 2018.

BRASIL. Ministério da Educação. **Diretrizes Curriculares Nacionais para a Formação Inicial de Professores para a Educação Básica e Base Nacional Comum para a Formação Inicial de Professores da Educação Básica** (BNC – Formação). Resolução CNE/CP 2/2019. Diário Oficial da União, Brasília, Seção 1, p. 46-49, 15 de abril de 2019. 2019a.

FERREIRA, N. C. **Uma proposta de ensino de álgebra abstrata moderna, com a utilização da Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas, e suas contribuições para a formação inicial de professores de Matemática**. 2017. 281 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) -Universidade

Estadual Paulista, Rio Claro, SP, 2017.

FIORENTINI, D.; MIORIM, M. A; MIGUEL, A. Contribuições para um repensar... a educação algébrica elementar. **Pro-Posições**, v. 4, n. 1, p. 78-91, 1993.

FIORENTINI, D. A Formação Matemática e didático-pedagógica nas disciplinas da licenciatura em Matemática. **Revista de Educação**, n. 18 p. 107- 115, 2005.

FIORENTINI, D.; FERNANDES, F. L. P; CRISTOVÃO, E. M. Um estudo das potencialidades das investigações matemáticas no desenvolvimento do pensamento algébrico. In: **Seminário Luso- Brasileiro de Investigações Matemáticas no Currículo**. 2005, Portugal.

FIORENTINI, D.; OLIVEIRA, A. T. C. C. O lugar das matemáticas na licenciatura em Matemática: que matemáticas e que práticas formativas? **Bolema**, v. 27, p. 917-938, 2013.

LINS, R. C. A formação pedagógica em disciplinas de conteúdo matemático nas licenciaturas em Matemática. **Revista de Educação**, n. 18 p. 117-123, 2005.

LINS, R. C. GIMENEZ, J. **Perspectivas em Aritmética e Álgebra para o século XXI**. 6ª ed., São Paulo, Campinas: Papirus, 1997.

LÜDKE, M.; ANDRÉ, M. E. D. A. **Pesquisa em educação: abordagens qualitativas**. São Paulo, SP: Editora Pedagógica e Universitária, 1986.

MOREIRA, P. C.; DAVID, M. M. M. S. **A formação matemática do professor: licenciatura e prática docente escolar**. 2ª ed., Belo Horizonte: Autêntica, 2018.

PEREIRA, C. A. Dificuldades do ensino da álgebra no ensino fundamental: algumas considerações. **Revista Eletrônica Científica Inovação e Tecnologia**, v .8, n. 15, 2017.

PIRES, F. S. **Álgebra e formação docente: o que dizem os futuros professores de Matemática**. 2012. 138f. Dissertação (Mestrado em Educação) - Universidade Federal de São Carlos, São Paulo, 2012.

PONTE, J. P.; BRANCO, N.; MATOS, A. **Álgebra no Ensino Básico**. Lisboa: Ministério da Educação, DGIDC, 2009.

PRADO, E. A. **Álgebra linear na licenciatura em matemática: contribuições para a formação do profissional da educação básica**. 2016. 252f. Tese (Doutorado em Educação Matemática). Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2016.

SANTOS, M.C. Desenvolvimento do pensamento algébrico: o que estamos fazendo em nossas salas de aula? In: **X Encontro Nacional de Educação Matemática**, 2010, Salvador, Bahia. Disponível em:

<https://atelierdigitas.net/CDS/ENEM10/?info_type=processsel&lang_user=>. Acesso em 20 mar. 2022.

SANTOS, D. M. F. **A relação entre a álgebra acadêmica e a álgebra escolar em um curso de licenciatura em Matemática: concepções de alunos e professores**. 2016. 228f. Tese

(Doutorado em Educação) - Universidade Estadual Paulista, Presidente Prudente, São Paulo, 2016.

SILVA, J. P. **Álgebra na escola básica versus álgebra na licenciatura: onde se encontra o x da questão.** 2015. 107f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - Universidade Federal de Ouro Preto, Ouro Preto, Minas Gerais, 2015.

SOARES, N. C. **O ensino de teoria de grupos nos cursos de licenciatura em matemática.** 2019. 100f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2019.

SOUZA, J. A. **Equações e expressões algébricas para o ensino fundamental: um olhar sobre alguns cursos de licenciatura em matemática.** 2013. 142f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - Universidade Federal de Mato Grosso do Sul, Campo Grande, Mato Grosso do Sul, 2013.

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO SUL. Instituto de Física e Estatística. **Projeto Pedagógico de Curso da Licenciatura em Matemática.** Porto Alegre, RS, 2018.

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE. **Projeto Pedagógico do Curso de Licenciatura em Matemática.** Rio Grande, RS, 2018.

UNIVERSIDADE FEDERAL DE PELOTAS. **Projeto Pedagógico do Curso de Licenciatura em Matemática.** Pelotas, RS, 2019.

UNIVERSIDADE FEDERAL DO PAMPA. **Projeto Pedagógico do Curso de Matemática – Licenciatura.** Bagé, RS, 2017.

UNIVERSIDADE FEDERAL DO PAMPA. **Projeto Pedagógico do Curso de Matemática – Licenciatura.** Itaqui, RS, 2019.

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA MARIA. Centro de Ciências Naturais e Exatas **Projeto Pedagógico do Curso de Matemática – Licenciatura (Diurno).** Santa Maria, 2019.

USISKIN, Z. Concepções sobre a álgebra da escola média e utilizações das variáveis. In: COXFORD, A. F.; SHULTE, A. P. **As idéias da álgebra.** São Paulo: Atual, 1995, p. 09-21.

VALE, I.; PIMENTEL, T. Padrões: um tema transversal do currículo. **Revista Educação e Matemática**, Lisboa, n. 85, p. 14-20, nov.-dez. 2005.

VEIGA, M.S. **Concepções de Álgebra em teses sobre cursos de licenciatura em Matemática no Brasil.** 2016. 199f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2016.

WALLE, J. A. V. de. **Matemática no Ensino Fundamental:** formação de professores e aplicação em sala de aula. 6 ed., Porto Alegre: Artmed, 2009.

APÊNDICE 1

A seguir, apresenta-se os Quadros contendo as referências bibliográficas indicadas nas disciplinas obrigatórias vinculadas a Álgebra acadêmica do curso de Licenciatura em Matemática da UFRGS.

Quadro 1: Referências indicadas para Introdução às Funções algébricas

Básica essencial	DOERING, Claus Ivo; DOERING, Luisa Rodriguez; NÁCUL, Liana Beatriz Costi. Pré-Cálculo. Porto Alegre: Editora da UFRGS, 2009. ISBN 978-85-386-0079-4.
	LIMA, Elon Lages; CARVALHO, Paulo Cesar Pinto; WAGNER, Eduardo; MORGADO, Augusto Cesar. A Matemática do Ensino Médio- Volume 1. Rio de Janeiro: SBM, 1996-2005.
Básica	CARAÇA, Bento de Jesus. Conceitos fundamentais da Matemática. Lisboa: Gradiva, 2003. ISBN 9726626161.
	CONNALLY, Eric; et al. Funções para modelar variações. Rio de Janeiro: LTC, 2009. ISBN 9788521616627.
	REY PASTOR, J. Elementos de Análisis Algebraico. Madrid-Espanha: Martín, 1958.
Complementar	Sem bibliografias acrescentadas

Fonte: Elaborado pela autora com base no PPC (UFRGS, 2018).

Quadro 2: Referências indicadas para Fundamentos de Aritmética

Básica essencial	HEFEZ, Abramo. Elementos de aritmética. Rio de Janeiro: Sociedade Brasileira de Matemática, c2005. ISBN 8585818255.
Básica	ALENCAR FILHO, Edgard de. Teoria elementar dos números. São Paulo: Nobel, 1984. ISBN 8521300409.
	HEFEZ, Abramo. Curso de álgebra. Rio de Janeiro: IMPA, c2002. ISBN 9788524400797.
	MILIES, Francisco C. P.; COELHO, Sônia Pitta. Números: uma introdução à matemática. São Paulo: Editora da Universidade de São Paulo, 2003. ISBN 8531404584.
	PETERSON, John A.; HASHISAKI, Joseph. Theory of arithmetic. New York: John Wiley, c1967.
	VISWANATHAN, Tenkasi Muthukrishna. Introdução a álgebra e aritmética. Rio de Janeiro: Impa, 1979.
	WEIL, André; ROSENBLICHT, Maxwell. Number theory for beginners. New York: Springer Verlag, c1979. ISBN 038790381X.
Complementar	SANTOS, José Plínio de Oliveira. Introdução à Teoria dos Números. Rio de Janeiro: IMPA, 2003. ISBN 85-244-0142-7.
	SHOKRANIAN, Salahoddin; SOARES, Marcus; GODINHO, Hemar. Teoria dos Números. Brasil: UNB, 1999. ISBN 85-230-0368-1.

Fonte: Elaborado pela autora com base no PPC (UFRGS, 2018).

Quadro 3: Referências indicadas para Álgebra I

Básica essencial	CARMO, Manfredo Perdigão do. Trigonometria e números complexos. Rio de Janeiro: Sociedade Brasileira de Matemática, 2001. ISBN 8585818085.
	HEFEZ, Abramo. Curso de álgebra. Rio de Janeiro: IMPA, c2002. ISBN 9788524400797.
	MONTEIRO, Luiz Henrique Jacy. Elementos de álgebra. Rio de Janeiro: Livros Técnicos e Científicos, 1969.
Básica	ABE, Jair Minoro; PAPAVERO, Nelson. Teoria intuitiva dos conjuntos. São Paulo: Makron Books, c1992. ISBN 0074605194.
	ALENCAR FILHO, Edgard de. Teoria elementar dos conjuntos. São Paulo: Nobel, 1980.
	AYRES, Frank Jr. Álgebra moderna. São Paulo: Mcgraw-Hill, c1965.
	ECCLES, Peter J. An introduction to mathematical reasoning: lectures on numbers, sets, and functions. Cambridge: Cambridge University, c1997. ISBN 0521597188.
	KUROSH, A.G. Curso de álgebra superior. Moscou: Mir, 1968.
	LIPSCHUTZ, Seymour. Teoria dos conjuntos. São Paulo: Makron Books, c1972.
Complementar	GERSTEIN, Larry J. Introduction to mathematical structures and proofs. New York: Springer, c1996. ISBN 079370203X; 3540780440.
	HALMOS, Paul R. Teoria ingênua dos conjuntos. Rio de Janeiro: Ciência Moderna, c2001. ISBN 9788573931419.

Fonte: Elaborado pela autora com informações do PPC (UFRGS, 2018).

Quadro 4: Referências indicadas para Álgebra Linear I - A

Básica essencial	LAY, David C. Álgebra Linear e suas aplicações. Rio de Janeiro: LTC, 2018. ISBN 9788521634959.
Básica	ANTON, Howard; RORRES, Chris; DOERING, Claus Ivo. Álgebra linear: com aplicações. Porto Alegre: Bookman, 2001-2002. ISBN 8573078472; 0471170526 (broch.); 9798573078472.
	STRANG, William Gilbert. Introdução à Álgebra Linear. Rio de Janeiro: LTC, 2013. ISBN 9788521623571.
	W. Keith Nicholson. Álgebra Linear. São Paulo: Mcgraw-Hill do Brasil, 2006. ISBN 9788586804922.
Complementar	BOLDRINI, Jose Luiz; Costa, Sueli I. Rodrigues; Figueiredo, Vera Lucia; Wetzler, Henry G. Álgebra linear. São Paulo: Harbra, c1986. ISBN 8529402022; 9788529402024.
	LIMA, Elon Lages. Álgebra linear. Rio de Janeiro: Impa/CNPq, 2006, c2004. ISBN 978-85-244-0089-6.
	LIPSCHUTZ, Seymour. Álgebra linear: teoria e problemas. São Paulo: Makron Books do Brasil, c1994. ISBN 8534601976; 9788534601979.

Fonte: Elaborado pela autora com base no PPC (UFRGS, 2018).

Quadro 5: Referências indicadas para Introdução às Funções Transcendentes

Básica essencial	DOERING, Claus Ivo; DOERING, Luisa Rodriguez. Pré-cálculo. Porto Alegre: Editora da UFRGS, 2008. ISBN 9788570259691.
	LIMA, Elon Lages. A matemática do ensino médio. Rio de Janeiro: SBM, c1996-2005. ISBN 8585818107.
Básica	CARMO, Manfredo Perdigão do. Trigonometria e números complexos. Rio de Janeiro: Sociedade Brasileira de Matemática, 2001. ISBN 8585818085.
	LIMA, Elon Lages. Logaritmos. Rio de Janeiro: Sociedade Brasileira de Matemática, 2009. ISBN 9788585818050.

Complementar	CARAÇA, Bento de Jesus. Conceitos fundamentais da matemática. Lisboa: Gradiva, 2003. ISBN 9726626161.
	CONNALLY, Eric; et al. Funções para modelar variações. Rio de Janeiro: LTC, 2009. ISBN 9788521616627.

Fonte: Elaborado pela autora com base no PPC (UFRGS, 2018).

Quadro 6: Referências indicadas para Álgebra II

Básica essencial	GONÇALVES, Adilson. Introdução à álgebra. Rio de Janeiro: IMPA, 1999. ISBN 978-85-244-0108-4.
Básica	GARCIA, Arnaldo; LEQUAIN, Yves. Algebra: um curso de introdução. Rio de Janeiro: Impa, 2003. ISBN 978-85-244-0190-9.
Complementar	BRISON, Owen J. Teoria de Galois. Lisboa: Universidade de Lisboa, 1997. ISBN 9728394055.
	FIGUEIREDO, Djairo Guedes de. Números irracionais e transcendentos. Rio de Janeiro: Sociedade Brasileira de Matemática, 2002. ISBN 978-85-85818-18-0.
	HEFEZ, Abramo. Curso de álgebra. Rio de Janeiro: IMPA, 2002. ISBN 978-85-244-0079-7.
	KUROSH, A.G. Curso de álgebra superior. Moscou: Mir, 1968.
	LIMA, Elon Lages, 1929-. A matemática do ensino médio. Rio de Janeiro: SBM, c1996-2005. ISBN 8585818107 (v. 1); 8585818115 (v. 2); 8585818123 (v.3).
	STEWART, Ian. Galois theory. New York: CRC Press, 2003. ISBN 9781584883937.
	WAGNER, Eduardo. Construções geométricas. Rio de Janeiro: SBM, 2001. ISBN 85-244-0084-6.

Fonte: Elaborado pela autora com base no PPC (UFRGS, 2018).

APÊNDICE 2

A seguir, apresenta-se os Quadros contendo as referências bibliográficas indicadas nas disciplinas obrigatórias vinculadas a Álgebra acadêmica do curso de Licenciatura em Matemática da FURG.

Quadro 1: Referências indicadas para Números e Funções

Básica	DEMANA, Franklin D. Pré-cálculo. 2 ed. São Paulo: Pearson Addison Wesley, 2013.
	MENEGHETTI, André. et.al. Pré-cálculo. 1 ed. Rio Grande: Editora da FURG, 2013.
	SAFIER, Fred. Teoria e problemas de pré-cálculo. 1 ed. Rio Grande do Sul: Bookman, 2003.
Complementar	FLEMMING, Diva Marília, GONÇALVES, Mírian Buss. Cálculo: Funções, limite, derivação, integração. São Paulo: Pearson Prentice Hall, 2007.
	IEZZI, Gelson, MURAKAMI, Carlos. Fundamentos de matemática elementar. São Paulo: Atual, 2004.
	IEZZI, Gelson. Fundamentos de matemática elementar. São Paulo: Atual, 2005. Vol 3.
	IEZZI, Gelson. Fundamentos de matemática elementar. São Paulo: Atual Editora, 2004. Vol 1.
	MEDEIROS, Valéria Zuma, CALDEIRA, André Machado, SILVA, Luisa Maria Oliveira da. e MACHADO, Maria Augusta Soares. Pré-cálculo. São Paulo: Cengage Learning, 2010.
	LIMA, Elon Lages. A matemática do ensino médio. Rio de Janeiro: Sociedade Brasileira de Matemática, 2006.

Fonte: Elaborado pela autora com base no PPC (FURG, 2018).

Quadro 2: Referências indicadas para Fundamentos de Matemática

Básica	ALENCAR FILHO, Edgard de. Iniciação à lógica matemática. 8 ed. São Paulo: Nobel, 1977.
	ALENCAR FILHO, Edgard de. Teoria elementar dos conjuntos. 20 ed. São Paulo: Nobel, 1985.
	IEZZI, Gelson. Fundamentos de matemática elementar. 6 ed. São Paulo: Atual Editora, 1985. Vol 1.
Complementar	ANTUNES, Ruy Donini. Fundamentos de matemática. São Paulo: Atlas, 1978.
	CASTRUCCI, Benedito. Introdução a lógica matemática. 6 ed. São Paulo: Nobel, 1984.
	GALLINA, Luiz Antonio. Lógica matemática. 2 ed. Caxias do Sul: EDUCS, 1984.
	DOMINGUES, Hygino H. Álgebra moderna. 2 ed. São Paulo: Atual, 1982.
	LIPSCHUTZ, Seymour. Teoria dos conjuntos. São Paulo: McGraw-Hill, 1972.

Fonte: Elaborado pela autora com base no PPC (FURG, 2018).

Quadro 3: Referências indicadas para Aritmética

Básica	DOMINGUES, Hygino H e IEZZI, Gelson. Álgebra moderna. São Paulo: Atual, 1982.
	MILIES, Francisco César Polcino e COELHO, Sônia Pitta. Números: Uma Introdução à Matemática. São Paulo: EDUSP, 2003.
	HEFEZ, Abramo. Elementos de Aritmética. Textos Universitários – IMPA, Rio de

	Janeiro, 2005.
Complementar	HEFEZ, Abramo. Aritmética. Coleção PROFMAT– IMPA, Rio de Janeiro, 2013.
	HEFEZ, Abramo. Curso de álgebra. Matemática Universitária – IMPA, Rio de Janeiro, 1993.
	LIPSCHUTZ, Seymour. Teoria dos Conjuntos. São Paulo: Makron Books do Brasil Editora, 1972.
	LIPSCHUTZ, Seymour. Matemática Finita. São Paulo: McGraw-Hill do Brasil Editora, 1981.
	SANTOS, José Plínio de Oliveira. Introdução a teoria dos números. Rio de Janeiro: Instituto Nacional de Matemática Pura e Aplicada, 2006.

Fonte: Elaborado pela autora com base no PPC (FURG, 2018).

Quadro 4: Referências indicadas para Álgebra Linear I

Básica	LAY, David. Álgebra linear e suas aplicações. 2 ed. Rio de Janeiro: LTC, 1999.
	LIMA, Elon Lages. Álgebra Linear. 7 ed. Rio de Janeiro: IMPA, 2006.
	STEINBRUCH, Alfredo, WINTERLE, Paulo. Álgebra linear. 2 ed. São Paulo: Pearson Makron Books, 1987.
Complementar	ANTON, Howard, RORRES, Chris. Álgebra Linear com aplicações. Porto Alegre: Bookman, 2001.
	BOLDRINI, José Luiz. Álgebra Linear. 3 ed. São Paulo: Harbra, 1986.
	BUENO, Hamilton Padro. Álgebra Linear. Rio de Janeiro: Sociedade Brasileira de Matemática, 2006.
	COELHO, Flavio Ulhoa, LOURENÇO, Mary Lilian. Um curso de álgebra linear. 2 ed. São Paulo: Edusp, 2007.
	LIMA, Elon Lages. Geometria analítica e álgebra linear. 2 ed. Rio de Janeiro: IMPA, 2006.

Fonte: Elaborado pela autora com base no PPC (FURG, 2018).

Quadro 5: Referências indicadas para Álgebra Abstrata

Básica	DOMINGUES, Hygino e IEZZI, Gelson. Álgebra moderna. São Paulo: Atual, 1982.
	GONÇALVEZ, Adilson. Introdução à álgebra. Rio de Janeiro: IMPA, 2012.
	HEFEZ, Abramo. Curso de álgebra. Rio de Janeiro: IMPA, 1993.
Complementar	GARCIA, Arnaldo e LEQUAIN, Yves. Elementos de álgebra. Rio de Janeiro: IMPA, 2003.
	GARCIA, Arnaldo. Álgebra: um curso de introdução. Rio de Janeiro: IMPA, 1988.
	HERSTEIN, J. N. Abstract algebra. New York: John Wiley & Sons, 1999.
	HERSTEIN, J. N. Topics in algebra. New York: John Wiley & Sons, 1975.
	MAIO, Waldemar de. Álgebra: estruturas algébricas básicas e fundamentos da teoria dos números. Rio de Janeiro: LTC, 2007.

Fonte: Elaborado pela autora com base no PPC (FURG, 2018).

APÊNDICE 3

A seguir, apresenta-se os Quadros contendo as referências bibliográficas indicadas nas disciplinas obrigatórias vinculadas a Álgebra acadêmica do curso de Licenciatura em Matemática da UFPEL.

Quadro 1: Bibliografia indicada para Matemática Elementar: Funções

Básica	AXLER, S. Pré-Cálculo uma Preparação para o Cálculo. Rio de Janeiro: LTC. ISBN 9788521632153 [Livro eletrônico].
	KIME, L. A; CLARK, J.; MICHAEL, B.K. Álgebra na Universidade: um curso PréCálculo. Rio de Janeiro LTC. ISBN 9788521625308 [Livro eletrônico]
	MOLTER, A. et al. Tópicos de Matemática Básica. Rio de Janeiro: Ciência Moderna. ISBN 9788539908288.
Complementar	IEZZI, G. Fundamentos de matemática elementar 6: complexos, polinômios, equações. São Paulo: Atual. ISBN 9788535717525.
	IEZZI, G.; MURAKAMI, C. Fundamentos de Matemática Elementar 1: conjuntos, funções. São Paulo: Atual. ISBN 9788535704556.
	YOUNG, C. Y. Álgebra e Trigonometria. v.1. Rio de Janeiro: LCT. ISBN 9788521634041 [Livro eletrônico].
	ZAHN, M. Teoria Elementar das Funções. Rio de Janeiro: Ciência Moderna. ISBN 9788573937817.

Fonte: Elaborado pela autora com informações do PPC (UFPEL, 2019).

Quadro 2: Referências recomendadas para Estruturas Lógico-Dedutivas

Básica	DOMINGUES, H.H. Álgebra Moderna. São Paulo: Saraiva. ISBN 9788547223076 [Livro eletrônico]
	MACHADO, N. J.; CUNHA, M.O. Lógica e Linguagem Cotidiana: verdade, coerência, comunicação, argumentação. Belo Horizonte: Autêntica (Tendências em educação matemática). ISBN 9788582170854 [Livro eletrônico]
	SILVA, J.C. Estruturas Algébricas para Licenciatura. São Paulo: Blucher 2017. ISBN 9788521210719. [Livro eletrônico]
Complementar	ALENCAR FILHO, E. Iniciação a Lógica Matemática. São Paulo: Nobel. ISBN 852130403X
	BISPO, C.A.F. Introdução à Lógica Matemática. São Paulo: Cengage Learning. ISBN 9788522115952 [Livro eletrônico]
	GONÇALVES, A. Introdução à Álgebra. Rio de Janeiro: IMPA (Projeto Euclides). ISBN 9788524401084
	MENEZES, P. B. Matemática Discreta para Computação e Informática, v.16. Porto Alegre: Bookman (Livros didáticos informática UFRGS). ISBN 9788582600252 [Livro eletrônico]
	ZAHN, M. Introdução à Álgebra. Rio de Janeiro: Ciência Moderna. ISBN 9788539902897

Fonte: Elaborado pela autora com informações do PPC (UFPEL, 2019).

Quadro 3: Referências indicadas para Aritmética

Básica	BURTON, David M. Teoria Elementar dos Números. Rio de Janeiro: LTC. ISBN 9788521631026 [Livro eletrônico]
	DOMINGUES, H.H. Álgebra Moderna. São Paulo: Saraiva. ISBN 9788547223076 [Livro eletrônico]
	MILIES, C.P.; COELHO, S.P. Números: uma introdução à matemática. São Paulo: EDUSP. ISBN 9788531404580
Complementar	STEWART, I. Em Busca do Infinito: uma história da matemática dos primeiros números à teoria do caos. Rio de Janeiro: Zahar. ISBN 9788537811931 [Livro eletrônico]

Fonte: Elaborado pela autora com informações do PPC (UFPEL, 2019).

Quadro 4: Referências indicadas para Álgebra Linear I

Básica	BOLDRINI, J. L. et al. Álgebra Linear. São Paulo: Harbra. ISBN 9788529402024
	LAY, D. C. Álgebra Linear e suas aplicações. Rio de Janeiro: LTC. ISBN 9788521623090 [Livro eletrônico]
	LIPSCHUTZ, S. Álgebra Linear. Porto Alegre: Bookman (Schaum). ISBN 9788540700413. [Livro eletrônico]
Complementar	ANTON, H. Álgebra Linear com Aplicações. Porto Alegre: Bookman. ISBN 9788540701700 [Livro eletrônico]
	HOLT, J. Álgebra Linear com Aplicações. São Paulo: LTC. ISBN 9788521631897 [Livro eletrônico]
	KOLMAN, B. Introdução à Álgebra Linear com Aplicações. Rio de Janeiro: LTC. ISBN 9788521624370 [Livro eletrônico]
	LEON, S. J. Álgebra Linear com Aplicações. Rio de Janeiro: LTC. ISBN 9788521635789 [Livro eletrônico]
	SHIFRIN, T. Álgebra Linear: uma abordagem geométrica. Rio de Janeiro: LTC. ISBN 9788521622802 [Livro eletrônico]

Fonte: Elaborado pela autora com informações do PPC (UFPEL, 2019).

Quadro 5: Referências indicadas para Álgebra A

Básica	DOMINGUES, H.H.; IEZZI, G. Álgebra moderna. São Paulo: Saraiva. ISBN 9788547223076 [Livro eletrônico]
	GONÇALVES, A. Introdução à Álgebra. Rio de Janeiro: IMPA (Projeto Euclides). ISBN 9788524401084
	ZAHN, M. Introdução à Álgebra. Rio de Janeiro: Ciência Moderna. ISBN 9788539902897
Complementar	SILVA, J.C. Estruturas Algébricas para Licenciatura. São Paulo: Blucher. ISBN 9788521210719 [Livro eletrônico]

Fonte: Elaborado pela autora com informações do PPC (UFPEL, 2019).

Quadro 6: Referências indicadas para Álgebra B

Básica	DOMINGUES, H.H.; IEZZI, G. Álgebra moderna. São Paulo: Saraiva. ISBN 9788547223076 [Livro eletrônico]
	GONÇALVES, A. Introdução à Álgebra. Rio de Janeiro: IMPA (Projeto Euclides). ISBN 9788524401084
	ZAHN, Maurício. Introdução à Álgebra. Rio de Janeiro: Ciência Moderna. ISBN 9788539902897
Complementar	SILVA, J. C. Estruturas Algébricas para Licenciatura. São Paulo: Blucher. ISBN 9788521210719 [Livro eletrônico]

Fonte: Elaborado pela autora com base no PPC (UFPEL, 2019).

APÊNDICE 4

A seguir, apresenta-se os Quadros contendo as referências bibliográficas indicadas nas disciplinas obrigatórias vinculadas a Álgebra acadêmica do curso de Matemática - Licenciatura da UNIPAMPA campus Bagé.

Quadro 1: Referências indicadas para Teoria Elementar das Funções

Básica	IEZZI, G. Fundamentos de Matemática Elementar: trigonometria. 8. ed. São Paulo: Atual, 2004. V. 3.
	IEZZI, G.; DOLCE, O. MURAKAMI, C. Fundamentos de Matemática Elementar: logaritmos. 9. ed. São Paulo: Atual, 2004. V. 2.
	IEZZI, G.; MURAKAMI, C. Fundamentos de Matemática Elementar: conjuntos, funções. São Paulo: Atual, 2004. V. 1.
	ZAHN, M. Teoria elementar das funções. Rio de Janeiro: Ciência Moderna, 2008.
Complementar	ANTON, H. Cálculo um novo horizonte. 8. ed. Porto Alegre: Bookmann, 2007. Vol.1.
	FLEMMING, D. M.; GONÇALVES, M. B. Cálculo A: funções, limite, derivação, integração. 6. Ed. São Paulo: Pearson, 2007.
	HALLETT-HUGUES, D. et al. Cálculo e aplicações. São Paulo: Edgard Blücher
	LIMA, E. L. et al. A matemática do ensino médio. 3. ed. Rio de Janeiro: SBM, 2001. Vol. 1, 2 e 3. (Coleção do Professor de Matemática).
	SILVA, B. A. et al. Atividades para o estudo de funções em ambiente computacional. São Paulo: Iglu Editora, 2002.

Fonte: Elaborado pela autora com base no PPC (UNIPAMPA, 2017).

Quadro 2: Referências indicadas para Fundamentos de Matemática Elementar

Básica	IEZZI, G. Fundamentos de Matemática Elementar: complexos, polinômios, equações. 7. ed. São Paulo: Atual, 2009. Vol. 6.
	IEZZI, G. Fundamentos de Matemática Elementar: trigonometria. 8. ed. São Paulo: Atual, 2004. V. 3.
	IEZZI, G.; DOLCE, O. MURAKAMI, C. Fundamentos de Matemática Elementar: logaritmos. 9. ed. São Paulo: Atual, 2004. V. 2.
	IEZZI, G.; HAZZAN, S. Fundamentos de Matemática Elementar: sequências, matrizes, determinantes, sistemas. 7. ed. São Paulo: Atual, 2007. V. 4.
Complementar	BIANCHINI, E. Matemática. 5. ed. São Paulo: Moderna, 2002.
	BROWN, J. W.; CHURCHILL, R. V. Complex Variables and Applications. 8. ed. Boston: McGraw-Hill, 2009.
	DO CARMO, M. P. Trigonometria e Números Complexos. 3. ed. Rio de Janeiro: SBM, 2005.
	GIOVANNI, J. R. A Conquista da Matemática. São Paulo: FTD, 2009.
	LIMA, E. L., et.al. A Matemática do Ensino Médio. 3. ed. Rio de Janeiro: SBM, 2000. Vol. 2 e 3. (Coleção Professor de Matemática).

Fonte: Elaborado pela autora com base no PPC (UNIPAMPA, 2017).

Quadro 3: Referências indicadas para Álgebra I

Básica	GONÇALVES, A. Introdução à Álgebra. 5ª ed., Rio de Janeiro: SBM, 2008.
	MILIES, C. P., COELHO, S. P. Números: uma introdução à matemática. 3ª ed., São Paulo: Edusp, 2006.
	SANTOS, J. P. O. Introdução à Teoria dos Números. 3ª ed., Rio de Janeiro: IMPA, 2009.
Complementar	DOMINGUES, H. H. Fundamentos de aritmética. São Paulo: Atual, 1991.
	HEFEZ, A. Elementos de Aritmética. 2ª ed., Rio de Janeiro: SBM, 2006.
	LANDAU, E. Teoria Elementar dos Números. Rio de Janeiro: Ciência Moderna, 2002.
	NIVEN, I. Números: racionais e irracionais. Rio de Janeiro: SBM, 1984.
	RIBENBOIM, P. Números primos: mistérios e recordes. Rio de Janeiro: IMPA, 2001.

Fonte: Elaborado pela autora com base no PPC (UNIPAMPA, 2017).

Quadro 4: Referências indicadas para Álgebra Linear I

Básica	ANTON, H. Álgebra Linear com Aplicações. 8ª ed. Porto Alegre: Bookman, 2001.
	BOLBRINI, J. L. et al. Álgebra linear. 3ª ed. São Paulo: Harbra, 1980.
	COELHO, F. U. Um curso de álgebra linear. 2ª ed. São Paulo: EDUSP, 2007.
Complementar	LAY, D. C. Álgebra linear e suas aplicações. 2ª ed. Rio de Janeiro, Rio de Janeiro: LTC, 1999.
	LIMA, E. L. Álgebra linear. Rio de Janeiro: SBM, Coleção Matemática Universitária, 2006.
	LIMA, E. L. Geometria analítica e álgebra linear. 2ª ed. Rio de Janeiro, Rio de Janeiro: IMPA, 2008.
	LIPSCHUTZ, S. Álgebra linear. 3ª ed. São Paulo: McGraw-Hill, 1994.
	STEIBRUCH, A. Algebra linear. 2ª ed. Sao Paulo, São Paulo: Pearson Makron Books, 1987.

Fonte: Elaborado pela autora com base no PPC (UNIPAMPA, 2017).

Quadro 5: Referências indicadas para Álgebra II

Básica	DOMINGUES, H. H.; IEZZI, G. Álgebra moderna. 5ª ed., São Paulo: Atual, 2003.
	GARCIA, A.; LEQUAIN, Y. Elementos de álgebra. Rio de Janeiro: IMPA, 2008.
	GONÇALVES, A. Introdução à álgebra. 5ª ed., Rio de Janeiro: IMPA, 2008.
Complementar	ALENCAR FILHO, E. Elementos de álgebra abstrata. São Paulo: Nobel, 1980.
	HEFEZ, A. Curso de álgebra. Rio de Janeiro: IMPA, 1993. Vol. 1.
	HEFEZ, A. Curso de álgebra. Rio de Janeiro: IMPA, 1993. Vol. II.
	JACOBSON, N. Basic Algebra. São Francisco: W. H. Freeman, 1985. Vol.1.
	JACOBSON, N. Basic Algebra. São Francisco: W. H. Freeman, 1985. Vol.2.

Fonte: Elaborado pela autora com base no PPC (UNIPAMPA, 2017).

APÊNDICE 5

A seguir, apresenta-se os Quadros contendo as referências bibliográficas indicadas nas disciplinas obrigatórias vinculadas a Álgebra acadêmica do curso de Matemática - Licenciatura da UNIPAMPA campus Itaqui.

Quadro 1: Referências indicadas para Introdução à Lógica Matemática

Básica	BISPO, C. A. F.; CASTANHEIRA, L. B.; FILHO, O. M. S. Introdução à Lógica Matemática. São Paulo: Editora Cengage Learning, 2011.
	FILHO, E. A. Iniciação à Lógica Matemática. São Paulo: Ed. Nobel, 2011.
	MACHADO, N. J.; CUNHA; M. O. da. Lógica e linguagem cotidiana: verdade, coerência, comunicação, argumentação. Belo Horizonte: Autêntica, 2008.
Complementar	NASSER, L.; TINOCO, L. A. A. Argumentações e provas no ensino de matemática. Rio de Janeiro: UFRJ/Projeto Fundão, 2003.
	CURY, M. X. Introdução à lógica. São Paulo: Érica, 1996.
	FOSSA, J. A. Introdução às Técnicas de Demonstração na Matemática. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2009.
	PAIS, L. C. Ensinar e aprender Matemática. Belo Horizonte: Autêntica, 2006.
	QUILELLI, P. Raciocínio lógico matemático. Rio de Janeiro: Ferreira, 2010.
	SERATES, J. Raciocínio Lógico: Lógico matemático, lógico crítico. Brasília: Jonofon Ltda, 2004.

Fonte: Elaborado pela autora com base em (UNIPAMPA, 2019).

Quadro 2: Referências indicadas para Teoria Elementar das Funções

Básica	BARUFI, M. C. B.; LAURO, M. M. Funções elementares, equações e inequações: uma abordagem utilizando microcomputador. São Paulo: CAEM-IME/USP, 2000.
	FLEMMING, D. M.; GONÇALVES, M. B. Cálculo A: Funções, Limite, Derivação e Integração. 6 ed. São Paulo: Pearson, 2007.
	IEZZI, G.; MURAKAMI, C. Fundamentos de matemática elementar. v.1. São Paulo: Atual, 2004.
	KAUFMAN, E. F.; GOTTLIEB, F. C. Guia de estudo de matemática: relações e funções. Rio de Janeiro: Ciência Moderna, 2007.
Complementar	CARNEIRO, V. C. Funções elementares: 100 situações problemas de matemática. Porto Alegre: UFRGS, 1993.
	DEMO, P. Pesquisa princípio Científico e Educativo. São Paulo: Ed. Cortez, 2006.
	DEMANA, F. D. et. al. Pré-cálculo. Tradução Eliana Crepaldi Yazawa e Aldy Fernandes da Silva. São Paulo: Addison Wesley, 2009.
	IEZZI, G.; MURAKAMI, C.; MACHADO, N. J. N. Fundamentos de matemática elementar. v. 8. Atual, 2004.
	GIL, A. C. Como elaborar projetos de pesquisa. 4. ed. São Paulo: Atlas, 2002
	LIMA, E. L. et al. A matemática do ensino médio. Coleção do Professor de Matemática. v. 1. 3. ed. Rio de Janeiro: SBM, 2001.
	SAFIER, F. Pré-cálculo. Tradução Adonai Schlup. 2. ed. Porto Alegre: Bookman, 2011.

Fonte: Elaborado pela autora com base em (UNIPAMPA, 2019).

Quadro 3: Referências indicadas para Teoria Elementar dos Números

Básica	IEZZI, G. Fundamentos de matemática elementar. v. 1. São Paulo: Atual Editora, 2005.
	RIPOLL, J. B; RIPOLL, C. C.; SILVEIRA, J. F. P. da S. Números racionais, reais e complexos. Porto Alegre: Editora UFRGS, 2011.
	SAMPAIO, J. C. V.; CAETANO, P. A. S. Introdução à Teoria dos Números. São Carlos: EdUFSCar, 2008.
Complementar	FIGUEIREDO, D. G. de. Números irracionais e transcendentos. Rio de Janeiro: SBM, 2002.
	HUGUEROS, H. Fundamentos de Aritmética. 1 ed. Florianópolis: EdUFSC, 2009.
	LIMA, E. L. et al. A matemática do ensino médio. Coleção do Professor de Matemática. v. 1. 3. ed. Rio de Janeiro: SBM, 2001.
	NETO, A. C. M. Tópicos de matemática elementar: Números Reais. v. 1. Rio de Janeiro: SBM, 2013.
	SANTOS, J. P. de O. Introdução à Teoria dos Números. 3. ed. Rio de Janeiro: IMPA, 2011.
	SAMPAIO, J. C. V.; CAETANO, P. A. S. Introdução à Teoria dos Números. São Carlos: EdUFSCar, 2008.

Fonte: Elaborado pela autora com base em (UNIPAMPA, 2019).

Quadro 4: Referências indicadas para Introdução à Álgebra Linear

Básica	LAY, D. C. Álgebra Linear e suas Aplicações. 2. ed. Rio de Janeiro: LTC, 2012.
	LEON, S. J. Álgebra Linear com Aplicações. Rio de Janeiro: LTC Editora S.A., 1999.
	TEIXEIRA, M. L. Álgebra Linear I. Pelotas: UFPEL, 2008.
Complementar	BOLDRINI, J. L. et al. Álgebra linear. 3. ed. São Paulo: Harbra, 1986.
	CARLEN, E. A.; CARVALHO, M. C.; Álgebra Linear: desde o início. Rio de Janeiro: LTC, 2009.
	ESPINOSA, I. C. O. N.; BISCOLLA, L. M. C. C. O.; BARBIERRI FILHO, P. Álgebra Linear para Computação. Rio de Janeiro: LTC, 2010.
	LIPSCHUTZ, S; LICSON, M. Álgebra Linear: teoria e problemas. Coleção Schaum. 3. ed. São Paulo: Makron Books, 2004.
	STRANG, G. Álgebra Linear e suas Aplicações. São Paulo: Cengage Learning, 2010.

Fonte: Elaborado pela autora com base em (UNIPAMPA, 2019).

Quadro 5: Referências indicadas para Álgebra Linear I

Básica	CARLEN, E. A.; CARVALHO, M. C.; Álgebra Linear: desde o início. Rio de Janeiro: LTC, 2009.
	LAY, D. C. Álgebra Linear e suas Aplicações. 2. ed. Rio de Janeiro: LTC, 2012.
	LEON, S. J. Álgebra Linear com Aplicações. 8. ed. Rio de Janeiro: LTC, 2011.
Complementar	BOLDRINI, J. L. et al. Álgebra linear. 3. ed. São Paulo: Harbra, 1986.
	ESPINOSA, I. C. O. N.; BISCOLLA, L. M. C. C. O.; BARBIERRI FILHO, P. Álgebra Linear para Computação. Rio de Janeiro: LTC, 2010.
	LACERDA, J. F.; CARVALHO, E. P. Álgebra Linear II. Pelotas: UFPEL, 2008.
	STRANG, G. Álgebra Linear e suas Aplicações. São Paulo: Cengage Learning, 2010.

	TEIXEIRA, M. L. Álgebra Linear I. Pelotas: UFPEL, 2008.
--	---

Fonte: Elaborado pela autora com base em (UNIPAMPA, 2019).

Quadro 6: Referências indicadas para Introdução à Álgebra

Básica	GONÇALVES, A. Introdução à Álgebra. 5. ed. Rio de Janeiro: SBM, 2008.
	HACK, N. F. R. Álgebra: uma introdução. Porto Alegre: EdUPUCRS, 2009.
	HEFEZ, A. Curso de Álgebra. Rio de Janeiro: SBM, 2001.
Complementar	DOMINGUES, H. H.; IEZZI, G. Álgebra Moderna. 4. ed. São Paulo: Atual, 2003.
	LANDAU, E. Teoria Elementar dos Números. Rio de Janeiro: Ciência Moderna, 2002.
	MILIES, C. P.; COELHO, S. Números: uma introdução à matemática. São Paulo: EDUSP, 2006.
	NETO, A. C. M. Tópicos de Matemática Elementar. Teoria dos Números. Coleção do Professor de Matemática. v. 5. Rio de Janeiro: SBM, 2012.
	SANTOS, J. P. O. Introdução à Teoria dos Números. 3. ed. Rio de Janeiro: IMPA, 2009.

Fonte: Elaborado pela autora com base em (UNIPAMPA, 2019).

Quadro 7: Referências indicadas para Álgebra I

Básica	DOMINGUES, H. H.; IEZZI, G. Álgebra moderna. 5. ed., São Paulo: Atual, 2003.
	GONÇALVES, A. Introdução à Álgebra. Projeto Euclides. 5. ed. Rio de Janeiro: SBM, 2008.
	HEFEZ, A. Curso de Álgebra. Rio de Janeiro: SBM, 2001.
Complementar	FILHO, E. A. Elementos de álgebra abstrata. São Paulo: Nobel, 1980.
	GARCIA, A.; LEQUAIN, Y. Álgebra: um curso de introdução. Projeto Euclides. Rio de Janeiro: SBM, 1988.
	GARCIA, A.; LEQUAIN, Y. Elementos de álgebra. Rio de Janeiro: IMPA, 2008.
	HERSTEIN, I. N. Topics in Algebra. 2. ed. John Wiley & Sons Inc., 1975.
	HUNGERFORD, T. W. Abstract algebra: an introduction. 2. ed. Saunders College Publishing, 1997.

Fonte: Elaborado pela autora com base em (UNIPAMPA, 2019).

APÊNDICE 6

A seguir, apresenta-se os Quadros contendo as referências bibliográficas indicadas nas disciplinas obrigatórias vinculadas a Álgebra acadêmica do curso de Licenciatura em Matemática da UFSM.

Quadro 1: Referências indicadas para Introdução à Lógica Matemática

Básica	ALENCAR FILHO, E. Iniciação à lógica matemática. 16. ed. São Paulo: Nobel, 1986.
	ALENCAR FILHO, E. Teoria elementar dos conjuntos. 20. ed. São Paulo: Nobel, 1985.
	CASTRUCCI, B. Introdução à lógica matemática. 2. ed. São Paulo: Nobel, 1975.
Complementar	BISPO, C. A.; CASTANHEIRA, L. B.; FILHO, O. M. S. Introdução à lógica matemática. São Paulo: Cengage, 2012.
	HALMOS, P. R. Teoria ingênua dos conjuntos. Rio de Janeiro: Ciência Moderna, 2001.
	LIMA, E. L. et al. A matemática do ensino médio. 3. ed. Rio de Janeiro: SBM, 2006. 1 v.
	LIPSCHUTZ, S. Teoria dos conjuntos. São Paulo: McGraw-Hill, 1978.
	ZIMBARG, J. Introdução à lógica matemática. Rio de Janeiro: IMPA, 1973.

Fonte: Elaborado pela autora com informações do PCC (UFSM, 2019).

Quadro 2: Referências indicadas para Matemática Elementar

Básica	CONNALLY, E. et al. Funções para modelar variações: uma preparação para o cálculo. 3. ed. Rio de Janeiro: LTC, 2009.
	LIMA, E. L. et al. A matemática do ensino médio. 3. ed. Rio de Janeiro: SBM, 2006. 1 v. (Coleção do professor de matemática).
	LIMA, E. L. Logaritmos. 6. ed. Rio de Janeiro: SBM, 2016. (Coleção do professor de matemática).
Complementar	BOULOS, P. Pré-Cálculo. São Paulo: Pearson Makron Books, 2008.
	CARNEIRO, V. C. Funções elementares: 100 situações-problema. Porto Alegre: UFRGS, 1993.
	DEMANA, F. D. et al. Pré-Cálculo. 2. ed. São Paulo: Pearson, 2013.
	LIMA, E. L. et al. A matemática do ensino médio. 6. ed. Rio de Janeiro: SBM, 2006. 3 v. (Coleção do professor de matemática).
	LIMA, E. L. et al. Temas e problemas. 3. ed. Rio de Janeiro: SBM, 2010. (Coleção do professor de matemática).

Fonte: Elaborado pela autora com informações do PPC (UFSM, 2019).

Quadro 3: Referências indicadas para Álgebra Linear I

Básica	BOLDRINI, J. L. et al. Álgebra linear. 3. ed. São Paulo: Harbra, 1986.
	LIMA, E. L. Álgebra linear. Rio de Janeiro: SBM, 1998. (Coleção matemática universitária).
	POOLE, D. Álgebra linear. São Paulo: Cengage Learning, 2004.
Complementar	LEON, S. J. Álgebra linear com aplicações. 8. ed. Rio de Janeiro: LTC, 2011.
	LIPSCHUTZ, S.; LIPSON, M. Álgebra linear. 4. ed. Porto Alegre: Bookman, 2009.

	(Coleção Schaum).
	NOBLE, B.; DANIEL, J. W. Álgebra linear aplicada. 2. ed. Rio de Janeiro: Prentice - Hall do Brasil, 1986.
	STEINBRUCH, A.; WINTERLE, P. Álgebra linear. São Paulo: Pearson, 2010.
	STRANG, G. Álgebra linear e suas aplicações. 4. ed. São Paulo: Cengage Learning, 2013.
	STRANG, G. Introdução à álgebra linear. 4. ed. Rio de Janeiro: LTC, 2013.

Fonte: Elaborado pela autora com informações do PPC (UFSM, 2019).

Quadro 4: Referências indicadas para Aritmética

Básica	ABRAMO, H. Elementos de aritmética. 2. ed. Rio de Janeiro: SBM, 2006. (Coleção textos universitários).
	COUTINHO, S. C. Números inteiros e criptografia RSA. 2. ed. Rio de Janeiro: IMPA, 2014. (Coleção matemática e aplicações).
	MILLIES, C. P.; COELHO S. P. Números: uma introdução a matemática. 3. ed. São Paulo: Edusp, 2001.
Complementar	ABRAMO, H. Aritmética. 2. ed. Rio de Janeiro: SBM, 2016. (Coleção PROFMAT).
	GONÇALVES, A. Introdução à álgebra. 5. ed. Rio de Janeiro: IMPA, 2015. (Projeto Euclides).
	LIPSCHUTZ, S. Teoria dos conjuntos. São Paulo: McGraw-Hill, 1978.
	LIPSCHUTZ, S.; LIPSON, M. Matemática discreta. 3. ed. Porto Alegre: Bookman, 2013. (Coleção Schaum).
	RIBENBOIM, P. Números primos: mistérios e recordes. Rio de Janeiro: IMPA, 2001. (Coleção matemática universitária).
	SANTOS, J. P. O. Introdução à teoria dos números. 3. ed. Rio de Janeiro: IMPA, 2017.
SHOKRANIAN, S.; SOARES, M.; GODINHO, H. Teoria dos números. 2. ed. Brasília: UnB, 1999.	

Fonte: Elaborado pela autora com informações do PPC (UFSM, 2019).

Quadro 5: Referências indicadas para Anéis e Grupos

Básica	GARCIA, A.; LEQUAIN, Y. Elementos de álgebra. 6. ed. Rio de Janeiro: IMPA, 2013. (Projeto Euclides).
	GONÇALVES, A. Introdução à álgebra. 5. ed. Rio de Janeiro: IMPA, 2015. (Projeto Euclides).
	HEFEZ, A. Curso de álgebra. 5. ed. Rio de Janeiro: IMPA/CNPq, 2014. 1 v. (Coleção matemática universitária).
Complementar	DOMINGUES, H. H.; IEZZI, G. Álgebra moderna. 4. ed. São Paulo: Atual, 2003.
	DUMMIT, D. S.; FOOTE, R. M. Abstract algebra. 3. ed. Hoboken: Wiley, 2003.
	FRALEIGH, J. B.; KATZ, V. A first course in abstract algebra. 7. ed. Boston: Addison Wesley, 2003.
	HERSTEIN, I. N. Abstract algebra. 3. ed. Hoboken: Wiley, 1999.
	HUNGERFORD, T. W. Algebra. New York: Springer, 2003. 73 v. (Graduate texts in mathematics).
LANG, S. Algebra. 3. ed. New York: Springer-Verlag, 2002.	

Fonte: Elaborado pela autora com informações do PPC (UFSM, 2019).

APÊNDICE 7

A seguir, são expostos os Quadros contendo a descrição das disciplinas e distribuição da carga horária (CH) relativas a atividades de Prática como Componente Curricular (PCC) ao longo de cada um dos seis cursos de Licenciatura em Matemática (LM) pesquisados.

Quadro 1: Distribuição da PCC ao longo do curso de LM da UFRGS

Disciplina	Semestre	CH de PCC
Educação Matemática e Docência I	2º	45h
Educação Matemática e Docência II	3º	75h
Laboratório de Prática de ensino-aprendizagem em Matemática I	3º	120h
Laboratório de Prática de ensino-aprendizagem em Matemática II	4º	120h
Laboratório de Prática de ensino-aprendizagem em Matemática III	5º	120h
Total		480h

Fonte: Elaborado pela autora com informações do PPC (UFRGS, 2018).

Quadro 2: Distribuição da PCC ao longo do curso de LM da FURG

Disciplina	Semestre	CH de PCC
Educação Matemática e Docência II	2º	45h
Educação Matemática e Docência III	3º	45h
Ensino de Estatística para Licenciatura	4º	30h
Laboratório de Prática de Ensino-Aprendizagem em Matemática I	4º	60h
Educação Matemática e Tecnologias	4º	30h
Aritmética	5º	15h
História da Matemática I	5º	30h
Laboratório de Prática de Ensino-Aprendizagem em Matemática II	6º	60h
Matemática Financeira	7º	30h
Atividade de Extensão	8º	60h
Total		405h

Fonte: Elaborado pela autora com informações do PPC (FURG, 2018).

Quadro 3: Distribuição da PCC ao longo do curso de LM da UFPEL

Disciplina	Semestre	CH de PCC
Laboratório de Educação Matemática I	1º	45h
Laboratório de Educação Matemática II	2º	60h
Software na Educação Matemática	3º	60h
Laboratório de Educação Matemática III	4º	60h
Currículo e Ensino de Matemática	4º	60h
Laboratório de Educação Matemática IV	5º	60h

Matemática Sociocultural	5º	60h
Total		405h

Fonte: Elaborado pela autora com informações do PPC (UFPEL, 2019).

Quadro 4: Distribuição da PCC ao longo do curso de ML da UNIPAMPA campus Bagé

Disciplina	Semestre	CH de PCC
Teoria Elementar das Funções	1º	15h
Psicologia da Educação	1º	15h
Geometria Plana	2º	15h
Laboratório para o Ensino Fundamental	2º	45h
Educação Inclusiva	2º	15h
Geometria Espacial	3º	15h
Laboratório para o Ensino Médio	3º	45h
Instrumentação para o Ensino Fundamental	4º	45h
Tecnologias Aplicadas ao Ensino da Matemática I	5º	30h
Instrumentação para o Ensino Médio	5º	45h
Metodologias e Avaliação na Educação Básica	5º	30h
Organização do Trabalho Pedagógico na Escola	6º	30h
Tecnologias Aplicadas ao Ensino da Matemática II	7º	45h
Seminários de Matemática	7º	15h
Total		405h

Fonte: Elaborado pela autora com informações do PPC (UNIPAMPA, 2017).

Quadro 5: Distribuição da PCC ao longo do curso de ML da UNIPAMPA campus Itaqui

Disciplina	Semestre	CH de PCC
Trigonometria	1º	15
Didática	2º	15
Metodologia da Pesquisa Científica	2º	30
Laboratório de Ensino de Matemática I	3º	45
Laboratório de Ensino de Matemática II	4º	45
Seminários em Educação Matemática	4º	30
Psicologia da Educação	5º	15
Seminários em Educação Inclusiva	5º	30
Laboratório de Ensino de Matemática III	5º	45
Informática na Educação Matemática	6º	15
Laboratório de Ensino de Matemática IV	6º	45
Estatística e Probabilidade	7º	15
Trabalho de Conclusão de Curso I	8º	60
Física Experimental I	9º	15
Trabalho de Conclusão de Curso II	9º	90
Total		510h

Fonte: Elaborado pela autora com informações do PPC (UNIPAMPA, 2019).

Quadro 6: Distribuição da PCC ao longo do curso de LM da UFSM

Disciplina	Semestre	CH de PCC
Fundamentos Históricos, Filosóficos e Sociológicos	1º	15h

da Educação B		
Tecnologias no ensino de Matemática	1º	30h
Tópicos Transversais para a Formação Docente I	1º	15h
Matemática Financeira A	2º	15h
Psicologia da Educação B	2º	15h
Tópicos Transversais para a Formação Docente II	2º	15h
Políticas Públicas e Gestão na Educação Básica A	3º	15h
Tendências de Pesquisa em Educação Matemática	3º	30h
Didática da Matemática A	4º	15h
Educação Especial: Processos de Inclusão	4º	15h
Educação Matemática A	4º	45h
Didática da Matemática B	5º	15h
Educação Matemática B	5º	45h
Geometria Espacial e Aplicações	5º	30h
História da Matemática	6º	30h
Laboratório de Ensino de Matemática	6º	30h
Metodologia da Pesquisa Científica	6º	15h
Resolução de Problemas A	6º	30h
Modelagem Matemática	7º	30h
Total		450h

Fonte: Elaborado pela autora com informações do PPC (UFSM, 2019).