

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA MARIA  
CENTRO DE CIÊNCIAS NATURAIS E EXATAS  
MESTRADO PROFISSIONAL EM MATEMÁTICA EM  
REDE NACIONAL – PROFMAT**

**ESTUDO DE ESTATÍSTICA NO ENSINO MÉDIO: UMA  
PROPOSTA DE ENSINO ATRAVÉS DA ANÁLISE DE  
DADOS SOCIAIS E AMBIENTAIS.**

**DISSERTAÇÃO DE MESTRADO**

**Diogo César Fortes**

**Santa Maria, RS, Brasil  
2014**

**ESTUDO DE ESTATÍSTICA NO ENSINO MÉDIO: UMA  
PROPOSTA DE ENSINO ATRAVÉS DA ANÁLISE DE  
DADOS SOCIAIS E AMBIENTAIS.**

**Diogo César Fortes**

Dissertação apresentada ao Curso de Mestrado Profissional em Matemática (PROFMAT), da Universidade Federal de Santa Maria (UFSM, RS), como requisito parcial para obtenção do grau de **Mestre em Matemática.**

**Orientador: Prof. Dr. Pedro Fusieger**

**Santa Maria, RS, Brasil  
2014**

Ficha catalográfica elaborada através do Programa de Geração Automática da Biblioteca Central da UFSM, com os dados fornecidos pelo(a) autor(a).

Fortes, Diogo César  
ESTUDO DE ESTATÍSTICA NO ENSINO MÉDIO: UMA PROPOSTA DE  
ENSINO ATRAVÉS DA ANÁLISE DE DADOS SOCIAIS E AMBIENTAIS.  
/ Diogo César Fortes.-2014.  
90 p.; 30cm

Orientador: Pedro Fusieger  
Dissertação (mestrado) - Universidade Federal de Santa  
Maria, Centro de Ciências Naturais e Exatas, Programa de  
Pós-Graduação em Matemática, RS, 2014

1. Estatística no Ensino Médio 2. Estudo  
Interdisciplinar 3. Planilhas Eletrônicas I. Fusieger,  
Pedro II. Título.

**Universidade Federal de Santa Maria  
Centro de Ciências Naturais e Exatas  
Curso de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional  
PROFMAT**

A Comissão Examinadora, abaixo assinada, aprova a Dissertação de  
Mestrado

**ESTUDO DE ESTATÍSTICA NO ENSINO MÉDIO: UMA PROPOSTA DE  
ENSINO ATRAVÉS DA ANÁLISE DE DADOS SOCIAIS E AMBIENTAIS.**

elaborada por

**Diogo Cesar Fortes**

como requisito parcial para obtenção do grau de

**Mestre em Matemática**

**COMISSÃO EXAMINADORA:**

  
**Pedro Fusieger, Dr.**

(Presidente/Orientador)



**Claudia Candida Pansonato, Dra. (UFSM)**



**Leandro Seben Bellicanta, Dr. (FURG)**

Santa Maria, 22 de Abril de 2014.

## **AGRADECIMENTOS**

A Deus, pois sem sua graça nada seria possível.

Aos meus pais, Erli e Marisa, por me ensinarem o caminho certo a ser seguido.

A minha companheira Maríndia Pinheiro Souza, por todo carinho e por toda dedicação.

Ao Professor Dr. Pedro Fusieger, pelas orientações e experiências transmitidas.

À Professora Dra. Carmen Mathias, pela exemplar dedicação à coordenação do PROFMAT.

A todos os professores do PROFMAT, pelas excelentes aulas e pelos conhecimentos repassados.

Aos colegas do PROFMAT, pela prazerosa companhia e pelos auxílios indispensáveis.

Enfim, agradeço a todos que direta ou indiretamente colaboraram para mais esta conquista.

## EPÍGRAFE

*“O principal objetivo da educação é criar pessoas capazes de fazer coisas novas e não simplesmente repetir o que outras gerações fizeram.”*

*Jean Piaget*

## **RESUMO**

Dissertação de Mestrado  
Mestrado Profissional em Matemática em rede nacional (Profmat)  
Universidade Federal de Santa Maria

### **ESTUDO DE ESTATÍSTICA NO ENSINO MÉDIO: UMA PROPOSTA DE ENSINO ATRAVÉS DA ANÁLISE DE DADOS SOCIAIS E AMBIENTAIS.**

AUTOR: DIOGO CÉSAR FORTES

ORIENTADOR: PEDRO FUSIEGER

Local e Data da Defesa: Santa Maria, 22 de Abril de 2014.

Este trabalho apresenta uma proposta para o ensino de Estatística no Ensino Médio de uma forma interdisciplinar. Analisaremos dados do Índice de Desenvolvimento Humano Municipal de algumas cidades gaúchas e do clima de algumas cidades brasileiras, procurando explorar ao máximo o que há de Estatística nesses assuntos. Buscaremos a compreensão dos tópicos elementares de Estatística previstos no currículo, observando a aplicação dessa parte da Matemática às diversas áreas do conhecimento. Utilizaremos planilhas eletrônicas como ferramenta tecnológica de apoio ao ensino.

**Palavras-chave:** Estatística no Ensino Médio, Estudo Interdisciplinar, Planilhas Eletrônicas.

## **ABSTRACT**

Master's Dissertation

Professional Master's degree in National network Mathematics (Profmat)

Santa Maria Federal University

### **STATISTICAL STUDY IN HIGH SCHOOL: A PROPOSAL FOR TEACHING THROUGH THE ANALYSIS OF SOCIAL AND ENVIRONMENTAL DATA.**

AUTHOR: DIOGO CÉSAR FORTES

ADVISOR: PEDRO FUSIEGER

Place and date of presentation: Santa Maria, 22 of April, 2014.

This work presents a proposal to Statistics teaching for High School in an interdisciplinary way. Analyze data from the Municipal Human Development Index Gaucho some cities and climate in some Brazilian cities, seeking to explore the most of what's statistic in these matters. Seek to understand the basic topics of statistics provided in the curriculum, noting that the application of mathematics to diverse areas of knowledge. We will use spreadsheets as a technological tool to support teaching.

**Key-words:** statistical in high-school, interdisciplinary study, spreadsheets.



## SUMÁRIO

<b>INTRODUÇÃO.....</b>	<b>8</b>
<b>CAPÍTULO 1: SÍNTESE HISTÓRICA DO SURGIMENTO E DESENVOLVIMENTO DA ESTATÍSTICA.....</b>	<b>11</b>
<b>CAPÍTULO 2: TÓPICOS ELEMENTARES DE ESTATÍSTICA.....</b>	<b>14</b>
2.1 Definições.....	14
2.2 Representação Gráfica.....	16
2.3 Medidas de Centralização e Dispersão.....	19
<b>CAPÍTULO 3: UTILIZANDO PLANILHAS ELETRÔNICAS NO ENSINO DE ESTATÍSTICA.....</b>	<b>24</b>
<b>CAPÍTULO 4: ESTUDO DE ESTATÍSTICA ATRAVÉS DE DADOS DO DESENVOLVIMENTO HUMANO MUNICIPAL.....</b>	<b>31</b>
<b>CAPÍTULO 5: ESTUDO DE ESTATÍSTICA ATRAVÉS DE DADOS CLIMÁTICOS.....</b>	<b>53</b>
<b>CAPÍTULO 6: ANÁLISE DE QUESTÕES DO EXAME NACIONAL DO ENSINO MÉDIO.....</b>	<b>71</b>
<b>CONSIDERAÇÕES FINAIS.....</b>	<b>87</b>
<b>REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....</b>	<b>89</b>

# INTRODUÇÃO

A Estatística, parte específica da Matemática que trata principalmente da análise e interpretação de dados, ganhou extrema importância nos últimos anos, pois é através de suas técnicas que conseguimos realizar uma leitura mais eficiente dos acontecimentos que nos rodeiam, permitindo melhores condições de ponderarmos nossas decisões.

Nas provas do Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM) é notória a ênfase que é dada a questões que exigem conhecimentos de Estatística, pois grande parte da prova, tanto de Matemática como de outras áreas do conhecimento, exige que o aluno tenha certo domínio das ferramentas básicas dessa área. Conforme as Matrizes de Referência, a prova do ENEM requer do aluno a capacidade de interpretar informações de natureza científica e social obtidas da leitura de gráficos e tabelas. Entretanto, muitos alunos concluem o ensino médio com notável deficiência relacionada à análise e interpretação de dados estatísticos. Com isso, surge uma necessidade muito grande de repensarmos maneiras mais eficientes para trabalharmos essa área da Matemática com os alunos do ensino básico.

As Orientações Curriculares (BRASIL, 2006) enfatizam que o estudo da Estatística torna viável a aprendizagem da formulação de questionamentos que podem ser respondidos através da coleta de dados, organização e representação. Durante o ensino médio, os alunos devem aprimorar as habilidades adquiridas no ensino fundamental no que se refere à coleta, à organização e à representação de dados. Um trabalho pertinente é a realização de análise de dados enfatizando a construção e a representação por meio de tabelas e gráficos e, sempre que possível, utilizando tecnologias, visando à dinamização das atividades.

A partir dessas reflexões, elaboramos este trabalho, que apresenta uma proposta de metodologia para o ensino de Estatística utilizando dados de grande importância para a formação cultural e intelectual do aluno, visando a desenvolver um aprendizado interdisciplinar.

A proposta de ensino foi baseada nas Orientações Educacionais Complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais, as quais sugerem que a Matemática deve ser ensinada de uma forma contextualizada, integrada e relacionada a outros conhecimentos, proporcionando ao aluno habilidades para compreender e interpretar situações.

A contextualização deve ser vista como um dos instrumentos para a concretização da ideia de interdisciplinaridade e para favorecer a atribuição de significados pelo aluno no processo de ensino e aprendizagem. A articulação da Matemática ensinada no ensino médio com temas atuais da ciência e da tecnologia é possível e necessária. Deve-se observar que as articulações com as práticas sociais não são as únicas maneiras de se favorecer a atribuição de significados a conceitos e a procedimentos matemáticos, pois isso igualmente é possível, em muitos casos, com o estabelecimento de suas conexões com outros conceitos e procedimentos matemáticos importantes. (Brasil, 2006, p. 95)

O objetivo fundamental deste trabalho é que, com essa sequência didática profundamente contextualizada nos acontecimentos do mundo atual, consigamos proporcionar ao aluno a capacidade necessária para:

- a) Identificar as diversas maneiras de descrição e representação de dados estatísticos;
- b) Interpretar dados e informações de natureza estatística apresentados em diferentes representações;
- c) Calcular medidas de centralização e dispersão de um conjunto de dados, bem como compreender o significado desses conceitos.

Como apoio tecnológico, utilizaremos planilhas eletrônicas do LibreOffice Calc, visto que são excelentes ferramentas, principalmente quanto à confecção de tabelas e representação gráfica de dados. Segundo as Orientações Curriculares (Brasil, 2006), embora as planilhas eletrônicas não tenham sido elaboradas para fins educacionais, sua utilização como recurso tecnológico pode ser muito útil para o ensino da Matemática.

No primeiro capítulo, temos uma síntese histórica do surgimento e desenvolvimento da Estatística e sua importância na atualidade; no segundo capítulo, faremos uma revisão dos tópicos elementares de Estatística que são trabalhados no Ensino Médio; no terceiro capítulo, apresentaremos as planilhas eletrônicas como ferramentas tecnológicas para o ensino de Estatística; no quarto e no quinto capítulo, propomos, respectivamente, o ensino de Estatística através da

análise de dados do desenvolvimento humano municipal de alguns municípios gaúchos e de dados relacionados ao clima de cinco capitais brasileiras e, no sexto capítulo, traremos a resolução comentada de questões do Exame Nacional do Ensino Médio.

# CAPÍTULO 1

## SÍNTESE HISTÓRICA DO SURGIMENTO E DESENVOLVIMENTO DA ESTATÍSTICA

A Estatística é uma ciência muito antiga que surgiu da necessidade de se planejar o futuro por meio da coleta, análise e interpretação de dados informativos. Desde seus primórdios, o que se buscava com esses levantamentos era conhecer o mundo, tanto do ponto de vista físico como social. Relatos históricos mencionam levantamentos estatísticos na China há mais de 2000 anos antes da era cristã; pesquisas arqueológicas apontam censos realizados pelos faraós no antigo Egito e também o Imperador Augusto César realizou o censo dos judeus na época do nascimento de Jesus Cristo.

Segundo Memória (2004), a primeira obra de cunho puramente estatístico é a do cientista e demógrafo britânico John Graunt (1620-1674), intitulada “Observações Naturais e Políticas da taxa de mortalidade Londrina”. Nesse trabalho, Graunt estudou a mortalidade na cidade de Londres e as diferentes causas relacionadas a esse fenômeno. Observou que nasciam mais homens do que mulheres, mas a proporção entre os sexos e a população total era equivalente. Esse trabalho garantiu a Graunt um convite do rei Carlos II para tornar-se sócio fundador da Royal Society.

Com Willian Petty (1623-1687), médico que realizou grandes trabalhos estatísticos, Jonh Graunt fundou a Escola dos Aritméticos Políticos, que estudava fenômenos sociais e políticos do ponto de vista numérico. Esses estudos deram origem às Tábuas de Mortalidade utilizadas pelas companhias de seguros.

A escola alemã teve grande destaque, desenvolvendo uma Estatística puramente qualitativa, diferentemente da escola inglesa, que era extremamente voltada para análise numérica, ou seja, quantitativa.

A primeira menção da palavra Estatística foi realizada pelo historiador e jurista alemão Gottfried Achenwall (1719-1772), que para muitos é considerado o pai da palavra Estatística, que tem sua origem relacionada ao vocábulo “STATUS”, exatamente pelo fato de a Estatística, desde suas origens, ser uma ferramenta do Estado para conhecimento de suas posses e populações.

O alto desenvolvimento das ciências propiciou que a Estatística deixasse de ser uma simples ferramenta de coleta e organização de dados pois, com a Teoria de Probabilidades, possibilitou-se o aperfeiçoamento de seu estudo e a possibilidade de previsões de acontecimentos.

Estudos sobre probabilidade haviam sido realizados pelo matemático Girolano Cardano (1501-1576), mas estavam mais voltados a jogos de azar e a resolução de alguns problemas concretos. Foi com Jakob Bernoulli (1654-1705), Blaise Pascal (1623-1662) e Pierre de Fermat (1601-1665) que os estudos probabilísticos atingiram um elevado nível intelectual, principalmente após a formulação da lei dos grandes números, também conhecida por Teorema de Bernoulli, o qual afirma que a frequência de um evento, num grande número de experiências, se aproxima, cada vez mais, da sua probabilidade.

No século XVIII, outro grande matemático daria sua contribuição ao estudo das probabilidades; Pierre Simon Laplace (1749-1827) definiu probabilidade como o número de vezes que um evento ocorre dividido pelo número total de eventos que podem ocorrer, levando-se em consideração que os eventos mencionados são equiprováveis. Estava assim, sendo constituída a grande ponte entre a Estatística e o cálculo de probabilidades dando origem à Inferência Estatística.

A partir da segunda metade do século XVIII, iniciou-se o desenvolvimento da Estatística Moderna, da qual os principais colaboradores foram Francis Galton (1822-1911), com o conceito de correlação, que se refere à medida da relação entre duas variáveis; Karl Pearson (1857-1936), considerado o criador da Estatística Aplicada, trabalhou a correlação aplicada aos problemas da hereditariedade; William Sealey Gosset “Student” (1876-1937), que trabalhava como químico na Cervejaria Guinness, onde aplicou métodos estatísticos para controlar a qualidade da cerveja; Ronald Aymer Fisher (1890-1962), que é considerado o pai da Estatística Moderna, a maioria dos seus trabalhos foram experiências realizadas na Estação Agrícola Experimental de Rothamsted, tais como a análise da variância, os testes de hipótese e o planejamento de experiências.

Já em meados do século XX, temos as contribuições do matemático Andrei Nicolaevitch Kolmogorov (1903-1987) com sua obra “Fundamentos de Teoria das Probabilidades”, lançando as bases axiomáticas das probabilidades, o que propiciou grandes avanços na área.

No final do século XX, com o desenvolvimento da tecnologia, representado principalmente pela invenção do computador e da internet, o trabalho relacionado à coleta e análise de dados ficou mais rápido e eficiente. Na atualidade, a Estatística não se reduz apenas a levantamentos demográficos, pois extrapola a simples coleta de dados, permitindo através da análise e do cálculo de probabilidades que sejam realizadas inferências a partir dos dados coletados. Foi nesse contexto que os conhecimentos de Estatística tornaram-se extremamente importantes, pois através deles temos a possibilidade de analisar as diversas modificações do mundo atual e principalmente ponderar diversas tomadas de decisões de forma mais precisa.

# CAPÍTULO 2

## TÓPICOS ELEMENTARES DE ESTATÍSTICA

Neste capítulo iremos analisar os conteúdos previstos no currículo de Matemática do Ensino Médio.

### 2.1 Definições

#### Variáveis Estatísticas

Variáveis Estatísticas são aspectos dos elementos de uma população ou amostra possíveis de serem estudados. As variáveis estatísticas podem ser qualitativas ou quantitativas.

#### Variáveis Qualitativas

São classificadas como qualitativas, as variáveis que não podem ser medidas; são expressas por meio de palavras que designam qualidades. Essas palavras recebem o nome de modalidades e relacionam situações como cor dos olhos, marca de automóvel, preferência musical, entre outras.

#### Variáveis Quantitativas

São classificadas como quantitativas, as variáveis que podem ser medidas e são expressas numericamente. Esses números recebem o nome de dados.

As variáveis quantitativas são de dois tipos: discretas ou contínuas. As discretas estão relacionadas a situações limitadas, por exemplo: número de revistas vendidas, quantidade de consultas médicas, número de filhos de um casal. No caso



das contínuas, a abrangência pertence a um intervalo. Por exemplo: o peso de um produto, altura dos alunos de uma escola, velocidade de objetos, entre outras situações.

## Frequência

Denomina-se frequência o quanto uma determinada variável figura em um conjunto. Podendo ser absoluta ou relativa.

A frequência absoluta é o número de vezes em que uma determinada variável assume um valor. Por exemplo: numa pesquisa com 10 alunos para identificar se os mesmos preferem estudar Português ou Matemática, 6 responderam Matemática e 4, Português; logo, a frequência absoluta para a variável matemática é 6.

A frequência relativa é o quociente entre a frequência absoluta e o número total de dados. Quando a multiplicamos por 100 obtemos a porcentagem de representação da variável. No exemplo mencionado acima, a frequência relativa da variável matemática é de  $6/10$ , ou seja, de 60%.

## Tabela de Frequência

A tabela de frequência destina-se a representar as variáveis em estudo. Na tabela 2.1 a seguir, representamos os dados do exemplo mencionado acima:

Tabela 2.1 – Tabela de frequências

Preferência	Frequência Absoluta	Frequência Relativa
Português	4	40%
Matemática	6	60%

## 2.2 Representação Gráfica

Os gráficos constituem importantes instrumentos de análise e interpretação de um conjunto de dados. A importância dos gráficos está diretamente relacionada à facilidade na absorção e interpretação das informações e também às inúmeras possibilidades de ilustração e resumo dos dados apresentados. Passaremos agora a analisar alguns tipos de gráficos.

### Gráfico de Setores

O gráfico de setores, também conhecido como pizza, tem forma de círculo, onde os dados são representados proporcionalmente ao ângulo central correspondente. Observe os gráficos de setores a seguir:

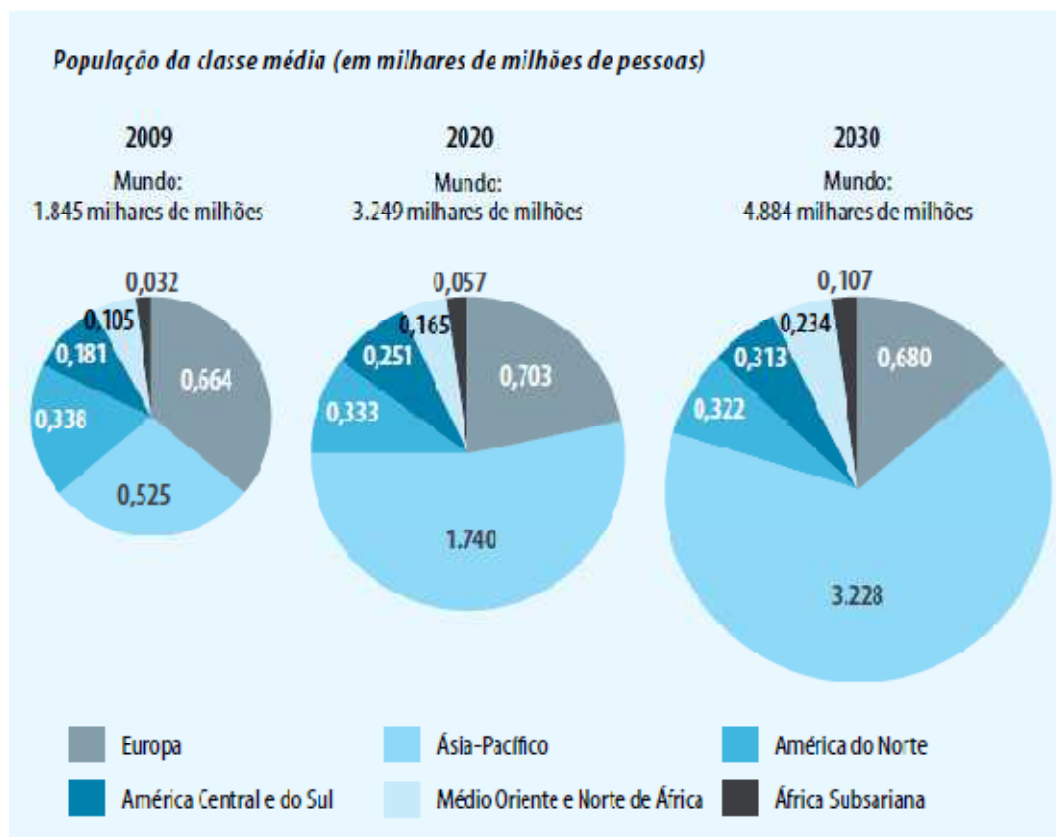


Gráfico 2.1 – Distribuição da classe média. Fonte: RDH, 2013

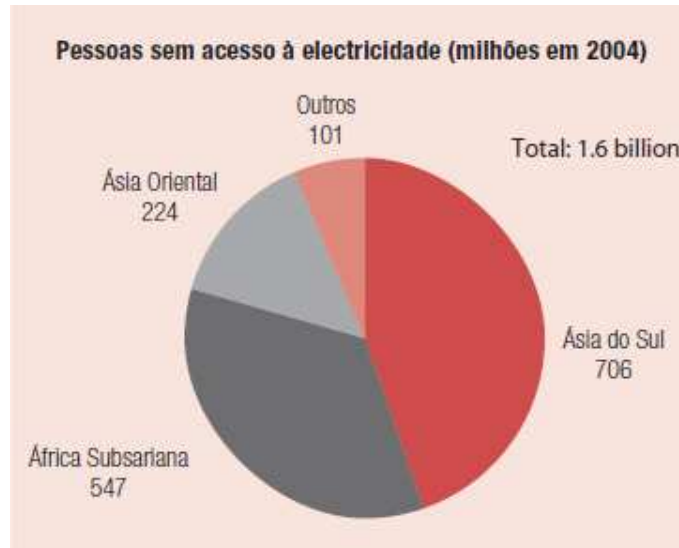


Gráfico 2.2 – Acesso à eletricidade nas regiões mais pobres. Fonte: RDH 2008

### Gráfico de Linhas

O gráfico de linhas exibe uma série de dados como um conjunto de pontos conectados por uma linha. É muito usado para representar uma variável cujos valores diminuem ou aumentam no decorrer do tempo de maneira contínua. Observe o gráfico de linhas a seguir:

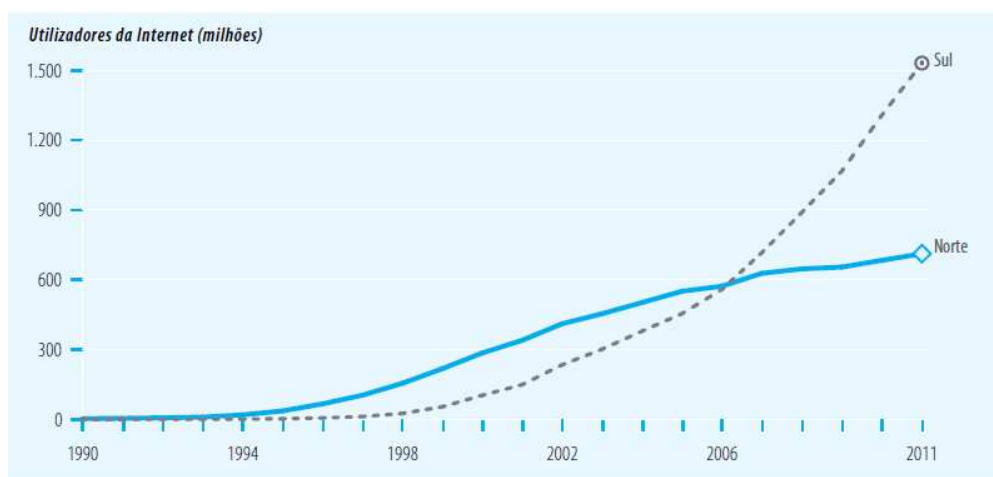


Gráfico 2.3 – Utilizadores da Internet nos hemisférios norte e sul. Fonte: RDH, 2013

## Gráfico de Barras

O gráfico de barras pode ser horizontal ou vertical. Nesse tipo de gráfico, o comprimento da barra representa a frequência da variável em estudo. O gráfico de barras vertical também é conhecido por gráfico de colunas. Observe os gráficos de barras a seguir:

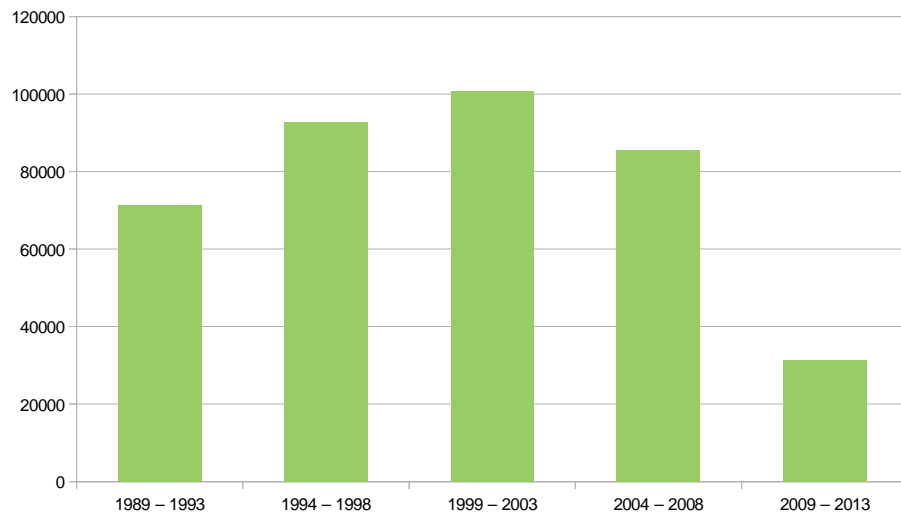


Gráfico 2.4 – Taxa de Desmatamento da Amazônia Legal (Km<sup>2</sup>/ano). Fonte: INPE

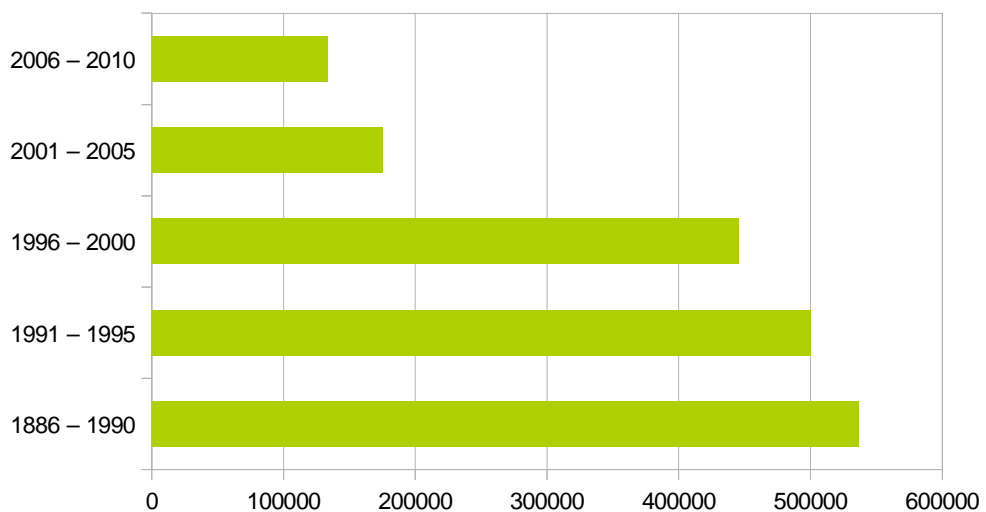


Gráfico 2.5 – Desmatamento da Mata Atlântica (em ha). Fonte: INPE

### 2.3 Medidas de Centralização e Dispersão

Na tabela 2.2 a seguir, apresentamos algumas características das cinco regiões brasileiras referentes ao ano de 2010, segundo o Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE). Faremos alguns exemplos dos conceitos a partir dos dados dessa tabela.

Tabela 2.2 – Características das regiões brasileiras

Região	Nº de Estados	População (milhões)	Área (Km <sup>2</sup> )	PIB (R\$ trilhões)
Norte	7	15,8	3.849.127	0,195
Nordeste	9	53,1	1.549.870	0,496
Centro-Oeste	3	14,1	1.609.480	0,342
Sudeste	4	80,3	928.219	2,036
Sul	3	27,5	579.072	0,606

#### Medidas de Centralização

São parâmetros estatísticos obtidos a partir de um conjunto de dados que refletem a tendência de concentração ao redor de certos valores. As principais medidas de centralização são: média aritmética, mediana e moda.

#### Média Aritmética

A média aritmética, ou simplesmente média, é a medida de centralização mais comum, geralmente denotada por  $\bar{x}$ . Para calculá-la, divide-se a soma de todos os valores da variável pelo número total de valores. Sendo  $x_1, x_2, \dots, x_{n-1}, x_n$  os valores das variáveis e  $n$  o número de valores, a média aritmética é calculada através da seguinte fórmula:

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_{n-1} + x_n}{n}$$

Calcularemos as médias aritméticas das variáveis apresentadas na Tabela 2.2.

Quanto à variável número de estados, temos que

$$\bar{x} = \frac{7 + 9 + 3 + 4 + 3}{5} = \frac{26}{5} = 5,2$$

ou seja, a média é de aproximadamente 5 estados por região.

Quanto à variável população, temos que

$$\bar{x} = \frac{15,8 + 53,1 + 14,1 + 80,3 + 27,5}{5} = \frac{190,8}{5} = 38,16$$

ou seja, a população média das regiões brasileiras é de 38.160.000 habitantes.

Quanto à variável área, temos que

$$\bar{x} = \frac{3.849.127 + 1.549.870 + 1.609.480 + 928.219 + 579.072}{5} = \frac{8.515.768}{5} = 1.703.153,6$$

ou seja, a área média das regiões brasileiras é de 1.703.153,6 Km<sup>2</sup>.

Quanto à variável PIB, temos que

$$\bar{x} = \frac{0,195 + 0,496 + 0,342 + 2,036 + 0,606}{5} = \frac{3,675}{5} = 0,735$$

ou seja, a média do PIB das regiões brasileiras é de 735 bilhões de reais.

## Mediana

Em um conjunto de dados, a mediana é um valor tal que, ordenados os dados de forma crescente, 50% dos dados são iguais ou inferiores a ele e 50% são iguais ou superiores. Geralmente denotada por  $Me$ . Para calcular a mediana, colocamos os valores em ordem crescente; se o número de valores for ímpar, a mediana é o termo central, se for par, é a média aritmética dos dois valores centrais.

Calcularemos as medianas das variáveis população e área fornecidas na Tabela 2.2.

Variável população:

Colocando os valores em ordem crescente, temos:

		valor central		
14,1	15,8	27,5	53,1	80,3

Conclusão: A mediana da variável população é 27.500.000 habitantes.

Variável área:

Colocando os valores em ordem crescente, temos:

		valor central		
579.072	928.219	1.549.870	1.609.480	3.849.127

Conclusão: A mediana da variável área é 1.549.870Km<sup>2</sup>.

## Moda

A moda é o valor da variável com maior frequência absoluta. Geralmente é representada por  $Mo$ . As variáveis podem ter mais de uma moda. Se a variável tem apenas uma moda, denomina-se unimodal; se tem duas modas, bimodal e se tem três modas, trimodal. Na tabela 2.2, temos a variável que representa o número de estados por região. Observe que duas regiões possuem 3 estados, uma possui 4, uma possui 7 e outra possui 9. Logo, a moda para a variável número de estados é 3, pois há mais regiões com 3 estados.

## Medidas de Dispersão

São parâmetros estatísticos que indicam o maior ou menor grau de agrupamento dos valores que formam o conjunto de dados. Quanto maiores são as medidas de dispersão, menos agrupados estão os dados da variável. Os principais parâmetros de dispersão são amplitude, variância e desvio padrão.

### Amplitude

A amplitude é a medida de dispersão mais simples. Seu valor é a diferença entre o maior e o menor valor da variável estatística. Na tabela 2.3 a seguir, temos os cálculos das amplitudes das variáveis da tabela 2.2.

Tabela 2.3 – Cálculo das amplitudes das variáveis da tabela 2.2

Variável	Maior valor	Menor valor	Amplitude
Nº de estados	9	3	6
População	80,3	14,1	66,2
Área	3.849.127	579.072	3.270.055
PIB	2,036	0,195	1,841

### Variância

A variância é a média dos quadrados dos desvios dos valores em relação à média. Representamos por  $\sigma^2$  e calculamos usando a seguinte fórmula:

$$\sigma^2 = \frac{(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \dots + (x_{n-1} - \bar{x})^2 + (x_n - \bar{x})^2}{n}$$



## Desvio Padrão

O desvio padrão é a raiz quadrada da variância. É representado por  $\sigma$  e é calculado utilizando a seguinte fórmula:

$$\sigma = \sqrt{\frac{(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \dots + (x_{n-1} - \bar{x})^2 + (x_n - \bar{x})^2}{n}}$$

A variância é suficiente para diferenciar a dispersão dos grupos, mas não é possível expressar na mesma unidade dos valores da variável, uma vez que os desvios são elevados ao quadrado. Como o desvio padrão é a raiz quadrada da variância, ele facilita a interpretação dos dados, pois é expresso na mesma unidade dos valores observados.

A seguir, calcularemos a variância ( $\sigma^2$ ) e o desvio padrão ( $\sigma$ ) da variável número de estados fornecida na tabela 2.2.

Como

$$\bar{x} = 5,2; x_1 = 7; x_2 = 9; x_3 = 3; x_4 = 4; x_5 = 3$$

então

$$\sigma^2 = \frac{(7 - 5,2)^2 + (9 - 5,2)^2 + (3 - 5,2)^2 + (4 - 5,2)^2 + (3 - 5,2)^2}{5}$$

$$\sigma^2 = \frac{(1,8)^2 + (3,8)^2 + (-2,2)^2 + (-1,2)^2 + (-2,2)^2}{5}$$

$$\sigma^2 = \frac{3,24 + 14,44 + 4,84 + 1,44 + 4,84}{5} = \frac{28,8}{5} = 5,76$$

$$\sigma = \sqrt{5,76} = 2,4$$

Logo, concluímos que a variância é igual a 5,76; e o desvio padrão é igual a 2,4.

No capítulo 5, trabalharemos com um exemplo para entender o significado das medidas de dispersão, principalmente da variância e do desvio padrão.

# CAPÍTULO 3

## UTILIZANDO PLANILHAS ELETRÔNICAS NO ENSINO DE ESTATÍSTICA

O LibreOffice Calc, programa livre que pode ser obtido gratuitamente em <http://pt-br.libreoffice.org/baixe-ja/>, é uma excelente ferramenta para ser utilizada no ensino de Estatística. Com as planilhas eletrônicas desse software fica fácil organizar os dados, trabalhar com medidas de centralização e dispersão, bem como fazer representações gráficas. Este programa possui uma série de fórmulas matemáticas que visam a facilitar a manipulação dos dados. Relacionadas à Estatística, encontramos fórmulas para obter a média aritmética, a mediana, a variância, o desvio padrão, e muitas outras.

Vamos explorar, através de exemplos, algumas potencialidades deste software, relacionadas ao estudo da Estatística.

### Criando uma planilha de dados

Uma planilha do Calc, assim como uma tabela qualquer, é composta de linhas e colunas. As linhas são identificadas através de números e as colunas através de letras. O encontro de uma linha com uma coluna origina uma célula, que possui como coordenada a letra que identifica a coluna seguida do número que identifica a linha. Para preencher uma planilha, basta digitar os dados nas células desejadas.

Para trabalharmos com os exemplos a seguir, utilizaremos dados de população das 26 Unidades de Federação do Brasil, em 2010, segundo o IBGE.

Exemplo 1: Ordenando os dados por meio da ferramenta “classificação” do LibreOffice Calc

Uma ferramenta interessante da planilha é a classificação dos dados. Através dela, podemos colocar os dados em ordem crescente ou decrescente. Observe na figura 3.1 a seguir, onde os dados foram classificados em ordem crescente:

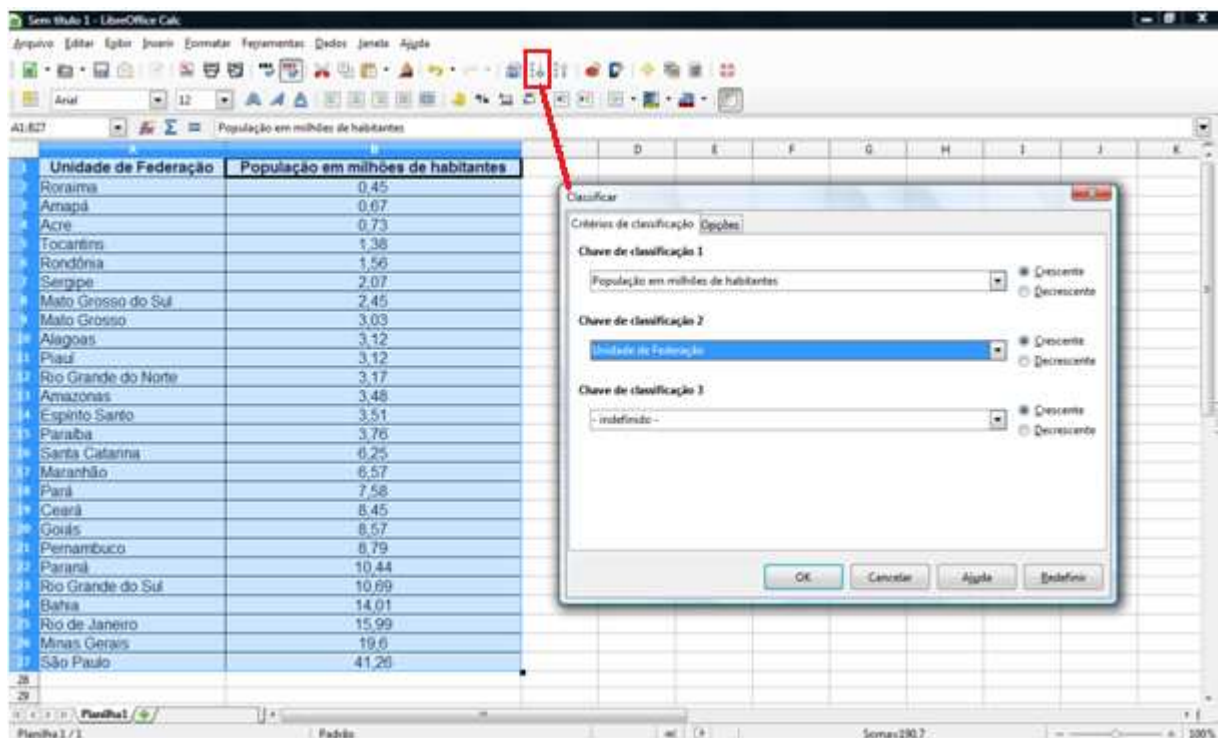


Figura 3.1 – Classificando dados em ordem crescente

Ao classificarmos os dados de forma crescente ou decrescente torna-se mais fácil a identificação de termos de valores mínimos, máximos ou médios.

Na planilha de figura acima, por exemplo, se queremos identificar o estado com menor número de habitantes, sabemos de imediato que se trata do primeiro da lista, pois os dados foram classificados em ordem crescente.

## Exemplo 2: Obtendo a média aritmética com auxílio do LibreOffice Calc

Para obtermos a média aritmética, basta selecionarmos a célula na qual queremos que a média fique registrada. Após isso, no assistente de funções, damos um clique duplo na função “MÉDIA” e selecionamos os dados dos quais queremos calcular a média.

Na célula E1 da planilha da figura 3.2 a seguir, temos a soma dos dados e, na célula E2 essa soma dividida por 26, ou seja, é exatamente o processo algébrico para obtermos a média aritmética.

Na célula E3, temos a média aritmética calculada diretamente pela fórmula do LibreOffice Calc.

The screenshot shows the LibreOffice Calc interface. The spreadsheet has the following data:

Unidade de Federação	População em milhões de habitantes
Roraima	0,45
Amapá	0,67
Acre	0,73
Tocantins	1,38
Rondônia	1,56
Sergipe	2,07
Mato Grosso do Sul	2,45
Mato Grosso	3,03
Alagoas	3,12
Piauí	3,12
Rio Grande do Norte	3,17
Amazonas	3,48
Espírito Santo	3,51
Paraíba	3,76
Santa Catarina	6,25
Maranhão	6,57
Pará	7,58
Ceará	8,45
Goiás	8,57
Pernambuco	8,79
Paraná	10,44
Rio Grande do Sul	10,69
Bahia	14,01
Rio de Janeiro	15,99
Minas Gerais	19,6
São Paulo	41,26

Summary statistics in column E:

Soma	190,7
Soma / 26	7,3346153846
Média	7,3346153846

The 'Assistente de funções' dialog box is open, showing the 'MÉDIA' function selected. The 'Fórmula' field contains '=MÉDIA(B2:B27)' and the 'Resultado da função' is 7,3346153846.

Figura 3.2 – Obtendo a média aritmética

### Exemplo 3: Obtendo a mediana com auxílio do LibreOffice Calc

Para obtermos a mediana, basta selecionarmos a célula na qual queremos que a mediana fique registrada. Após isso, no assistente de funções, damos um clique duplo na função “MED” e selecionamos os dados dos quais queremos calcular a mediana.

Na célula E2 e E3 da planilha da figura 3.3 a seguir, temos os valores centrais da nossa série de dados; como são vinte e seis dados, número par, os dados centrais são os 13º e 14º.

Na célula E4 temos a soma dos dados centrais dividida por dois, ou seja, é exatamente o processo algébrico para obtermos a mediana.

Na célula E5, temos a mediana calculada diretamente pela fórmula do LibreOffice Calc.

The screenshot shows the LibreOffice Calc interface. The spreadsheet has the following data:

Unidade de Federação	População em milhões de habitantes			
Roraima	0,45	13º	3,51	
Amapá	0,67	14º	3,76	
Acre	0,73	(13º+14º)/2	3,635	
Tocantins	1,38	Mediana	3,635	
Rondônia	1,56			
Sergipe	2,07			
Mato Grosso do Sul	2,45			
Mato Grosso	3,03			
Alagoas	3,12			
Piauí	3,12			
Rio Grande do Norte	3,17			
Amazonas	3,48			
Espírito Santo	3,51			
Paraíba	3,76			
Santa Catarina	6,25			
Maranhão	6,57			
Pará	7,58			
Ceará	8,45			
Goiás	8,57			
Pernambuco	8,79			
Paraná	10,44			
Rio Grande do Sul	10,69			
Bahia	14,01			
Rio de Janeiro	15,99			
Minas Gerais	19,6			
São Paulo	41,26			

The 'Assistente de funções' dialog box is open, showing the 'MED' function. The 'Fórmula' field contains '=MED(B2:B27)' and the 'Resultado da função' is 3,635. The 'número 1' field is set to 'B2:B27'.

Figura 3.3 – Obtendo a mediana

Exemplo 4: Obtendo a variância e o desvio padrão com auxílio do LibreOffice Calc

Para obtermos a variância, basta selecionarmos a célula na qual queremos que a variância fique registrada. Após isso, no assistente de funções, damos um clique duplo na função “VARPA” e selecionamos os dados dos quais queremos calcular a variância.

Na célula E2 da planilha da figura 3.4 a seguir, temos a variância calculada diretamente pela fórmula do LibreOffice Calc.

Para obtermos o desvio padrão, basta selecionarmos a célula na qual queremos que o desvio padrão fique registrado. Após isso, no assistente de funções, damos um clique duplo na função “DESVPADPA” e selecionamos os dados dos quais queremos calcular o desvio padrão.

Na célula E4 da planilha da figura 3.4 a seguir, temos o desvio padrão calculado diretamente pela fórmula do LibreOffice Calc.

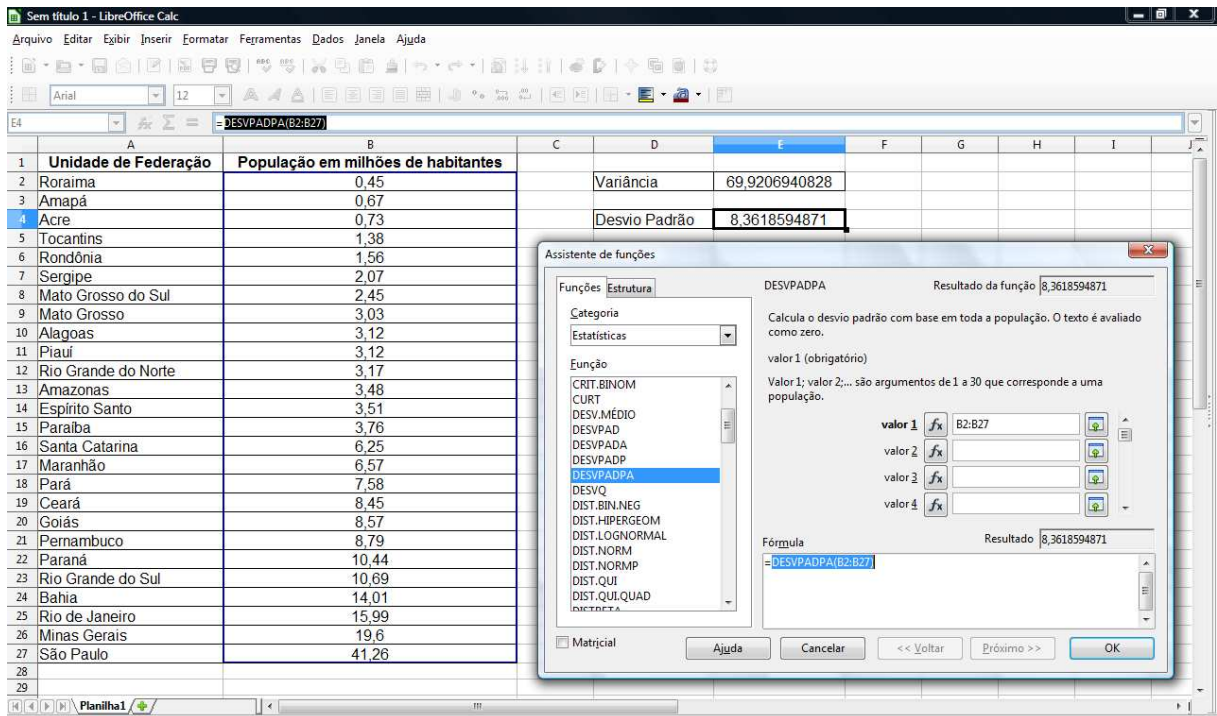


Figura 3.4 – Obtendo a variância e o desvio padrão

### Exemplo 5: Expressando dados por meio de gráficos com auxílio do LibreOffice Calc

A criação de gráficos é uma funcionalidade das planilhas eletrônicas do LibreOffice Calc que possui grande relevância aos objetivos desse trabalho, pois permite ao aluno obter gráficos de maneira rápida e eficiente, sem necessidade de desenhá-los, o que proporciona grande economia de tempo.

Para criar gráficos no LibreOffice Calc, basta selecionar os dados que se deseja representar, clicar em inserir gráfico, e escolher o tipo de gráfico. Após o gráfico ser criado, é possível alterar a formatação dos eixos, títulos, cores, e até mesmo mudar o tipo de gráfico sem ter que criá-lo novamente.

Observe a seguir, nas figuras 3.5, 3.6 e 3.7, a realização das operações necessárias à obtenção de gráficos:

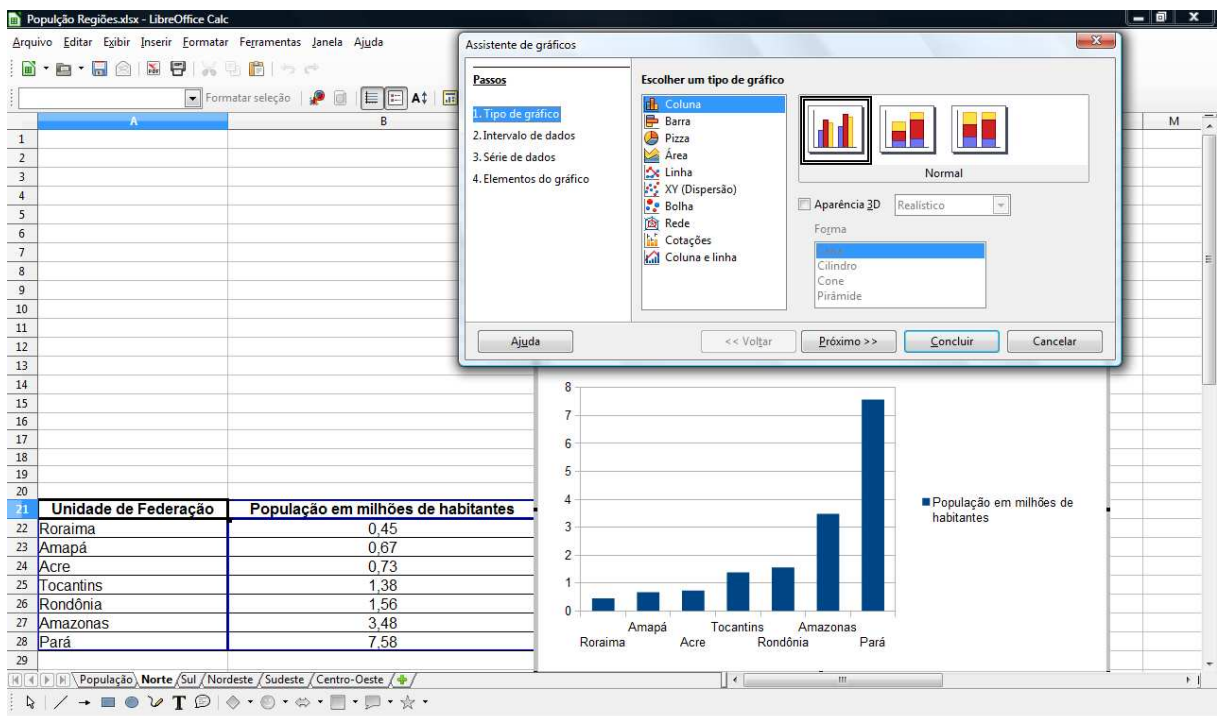


Figura 3.5 – Obtendo o gráfico de colunas da população dos Estados da Região Norte



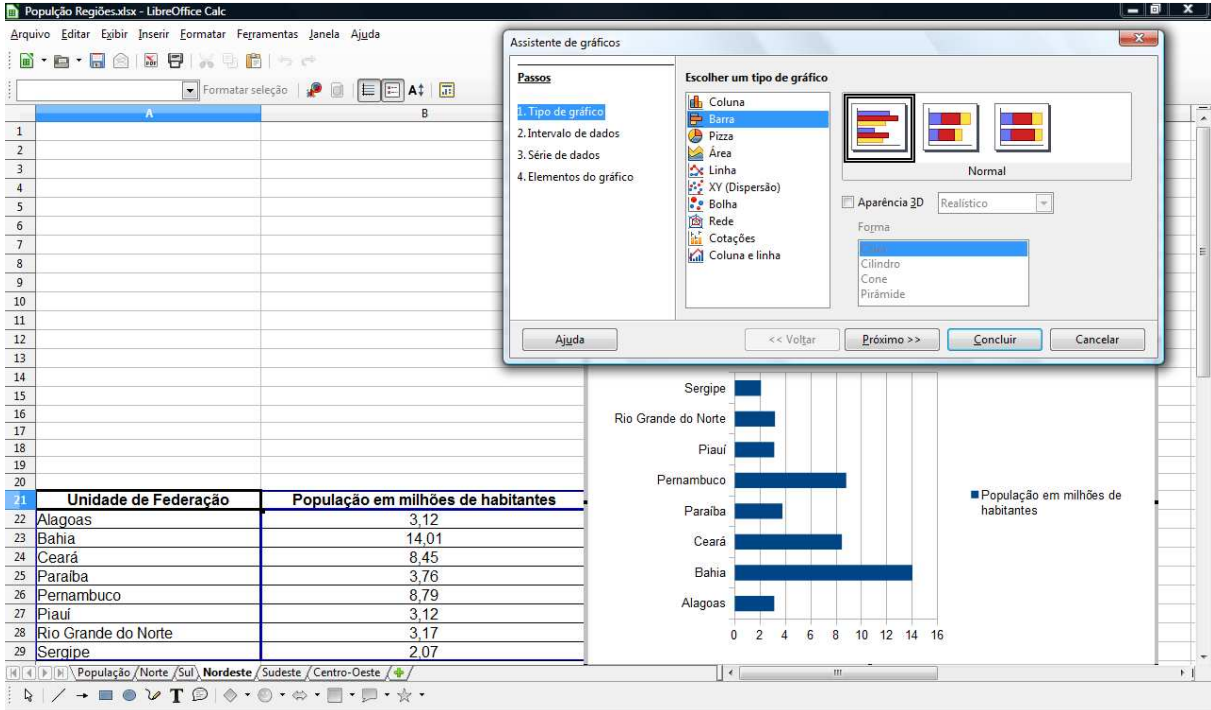


Figura 3.6 – Obtendo o gráfico de barras da população dos Estados da Região Nordeste

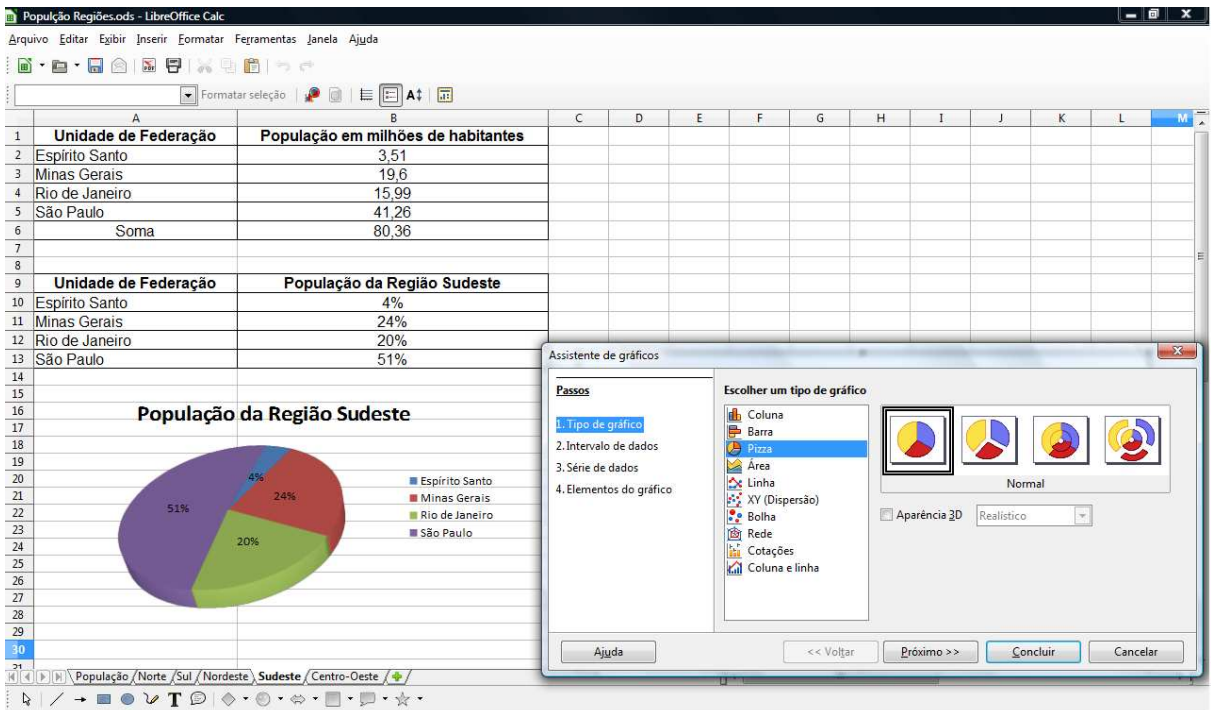


Figura 3.7 – Obtendo o gráfico de setores (pizza) da população dos Estados da Região Sudeste



# CAPÍTULO 4

## ESTUDO DE ESTATÍSTICA ATRAVÉS DE DADOS DO DESENVOLVIMENTO HUMANO MUNICIPAL

Neste capítulo, traremos uma proposta de abordagem para o ensino de Estatística no Ensino Médio de uma forma interdisciplinar, utilizando dados do Índice de Desenvolvimento Humano Municipal (IDHM) de alguns municípios do Rio Grande do Sul. Verificaremos a composição e o processo de cálculo do IDHM e analisaremos tabelas e gráficos, bem como realizaremos o cálculo de médias.

Todos os dados mencionados neste capítulo têm como fonte o Atlas do Desenvolvimento Humano no Brasil 2013, que traz um panorama social com mais de 180 indicadores de população, educação, habitação, saúde, trabalho, renda e vulnerabilidade, de 5565 municípios brasileiros existentes em 2010. A confecção do Atlas foi baseada nos censos realizados pelo Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE). A elaboração do Atlas é uma realização do Programa das Nações Unidas para o Desenvolvimento (Pnud), estando o mesmo disponível em [http://www.pnud.org.br/IDH/Atlas2013.aspx?indiceAccordion=1&li=li\\_Atlas2013](http://www.pnud.org.br/IDH/Atlas2013.aspx?indiceAccordion=1&li=li_Atlas2013).

### Índice de Desenvolvimento Humano (IDH)

O Índice de Desenvolvimento Humano (IDH) é uma medida resumida do desenvolvimento sócio-econômico. Criado pelo economista paquistanês Mahbub UI Haq em colaboração com o economista indiano Amartya Sen, publicado pela primeira vez em 1990, o IDH é expresso através de uma nota que varia de zero a um, na qual figura a avaliação de três áreas: saúde, educação e renda. Quanto mais o índice se aproxima de um, melhor o desenvolvimento humano do país.

## Índice de Desenvolvimento Humano Municipal (IDHM)

A fim de proporcionar uma avaliação mais próxima do cotidiano dos brasileiros, foi criado o Índice de Desenvolvimento Humano Municipal (IDHM), que tem como objetivo realizar a avaliação dos municípios em relação a saúde, educação e renda. O IDHM é uma aplicação do IDH a unidades administrativas menores, com algumas adaptações para se adequar à realidade brasileira, possibilitando a realização de comparação entre os diversos municípios do país.

O IDHM é calculado por meio da média geométrica de três dimensões: Índice de Desenvolvimento Humano Municipal de Longevidade (IDHML); Índice de Desenvolvimento Humano Municipal de Educação (IDHME); Índice de Desenvolvimento Humano Municipal de Renda (IDHMR). O IDHM é calculado através da fórmula:

$$IDHM = \sqrt[3]{IDHML \cdot IDHME \cdot IDHMR}$$

O IDHML é obtido a partir do indicador Esperança de Vida ao Nascer, que é determinado pelo número médio de anos que as pessoas deverão viver a partir do nascimento, se permanecerem constantes ao longo da vida o nível e o padrão de mortalidade por idade prevalentes no ano do Censo. O IDHML é calculado através da fórmula:

$$IDHML = \frac{[(Valor\ Observado\ do\ Indicador) - (Valor\ Mínimo)]}{[(Valor\ Máximo) - (Valor\ Mínimo)]}$$

Os valores máximos e mínimos da fórmula acima, para o ano de 2010, foram iguais a 85 e 25 anos, respectivamente.

O IDHME é obtido através da média geométrica do subíndice de frequência escolar da população jovem (FEPJ), com peso de 2/3, e do subíndice de escolaridade da população adulta (EPA), com peso de 1/3.

O subíndice de frequência escolar da população jovem (FEPJ) é obtido através da média aritmética simples de 4 indicadores: crianças de 5 a 6 anos na escola, dada pela razão entre a população de 5 a 6 anos de idade que frequenta a

escola em qualquer nível ou série e a população total nesta faixa etária; crianças de 11 a 13 anos no 2º ciclo do fundamental, dada pela razão entre a população de 11 a 13 anos de idade que frequenta os quatro anos finais do fundamental ou que já concluiu o fundamental e a população total nesta faixa etária; jovens de 15 a 17 anos com o fundamental completo, dada pela razão entre a população de 15 a 17 anos de idade que concluiu o ensino fundamental e o total de pessoas nesta faixa etária; e jovens de 18 a 20 anos com o ensino médio completo, dada pela razão entre a população de 18 a 20 anos de idade que já concluiu o ensino médio e o total de pessoas nesta faixa etária.

O subíndice de escolaridade da população adulta (EPA) é obtido através da razão entre a população com idade maior ou igual a 18 anos com ensino fundamental completo e a população total nesta faixa etária.

O IDHME é calculado através da fórmula:

$$IDHME = \sqrt[3]{FEPJ \cdot FEPJ \cdot EPA}$$

O IDHMR é obtido a partir do indicador Renda per capita, dado pela razão entre o somatório da renda de todos os indivíduos residentes em domicílios particulares permanentes e o número total desses indivíduos. Valores em reais de 01 de agosto de 2010. O IDHMR é calculado através da fórmula:

$$IDHMR = \frac{[\ln(\text{Valor Observado do Indicador}) - \ln(\text{Valor Mínimo})]}{[\ln(\text{Valor Máximo}) - \ln(\text{Valor Mínimo})]}$$

Onde  $\ln$  significa o logaritmo natural.

O valor máximo e o valor mínimo, da fórmula acima, para o ano de 2010, foram iguais a R\$ 4.033,00 e R\$ 8,00, respectivamente.

Observe a seguir as figuras 4.1 e 4.2, retiradas do Atlas do Desenvolvimento Humano no Brasil. Nelas há um resumo das dimensões e do cálculo do IDHM, respectivamente.

LONGEVIDADE	EDUCAÇÃO		RENDA
	POPULAÇÃO ADULTA	POPULAÇÃO JOVEM	
ESPERANÇA DE VIDA AO NASCER	18 ANOS OU MAIS COM ENSINO FUNDAMENTAL COMPLETO	%5-6 NA ESCOLA %11-13 NOS 4 ANOS FINAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL %15-17 COM ENSINO FUNDAMENTAL COMPLETO %18-20 COM ENSINO MÉDIO COMPLETO	RENDA MENSAL PER CAPITA

Figura 4.1 – Dimensões do IDHM

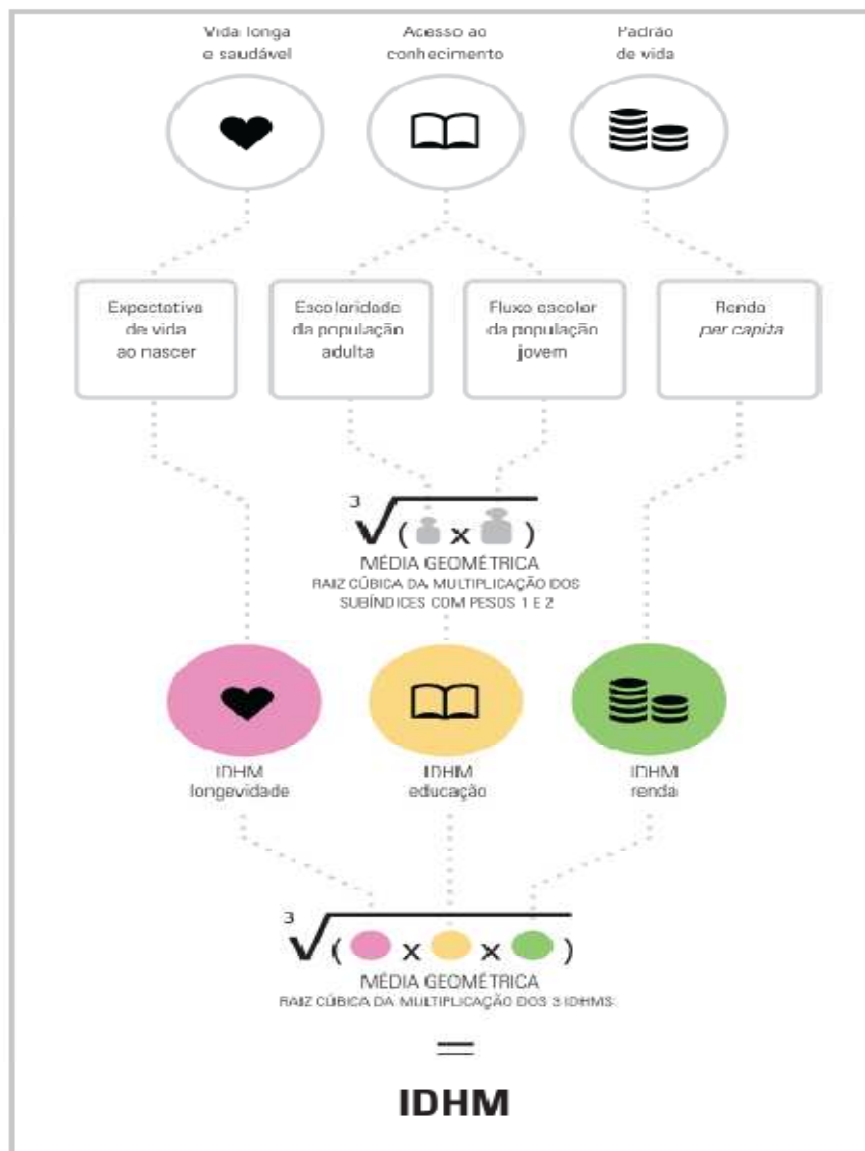


Figura 4.2 – Cálculo do IDHM

Como exemplo, vamos calcular o IDHM – 2010 da cidade de Porto Alegre, a partir dos dados do Atlas do Desenvolvimento Humano no Brasil

Cálculo do Índice de Desenvolvimento Humano Municipal de Longevidade (IDHML)

Esperança de Vida ao Nascer: 76,42 anos

Fórmula para cálculo do IDHML

$$IDHML = \frac{[(Valor\ Observado\ do\ Indicador) - (Valor\ Mínimo)]}{[(Valor\ Máximo) - (Valor\ Mínimo)]}$$

Valor Máximo = 85 anos

Valor Mínimo = 25 anos

$$IDHML = \frac{[(76,42) - (25)]}{[(85) - (25)]} = \frac{51,42}{60} = 0,857$$

Cálculo do Índice de Desenvolvimento Humano Municipal de Educação (IDHME)

Frequência escolar da população jovem (FEPJ)

a) Crianças de 5 a 6 anos na escola

$$77,71\% \cong 0,777$$

b) Crianças de 11 a 13 anos no 2º ciclo do fundamental

$$86,84\% \cong 0,868$$

c) Jovens de 15 a 17 anos com o fundamental completo

$$59,30\% = 0,593$$

d) Jovens de 18 a 20 anos com o médio completo

$$48,18\% \cong 0,482$$

Fórmula para Cálculo de FEPJ

$$FEPJ = \frac{a + b + c + d}{4}$$

$$FEPJ = \frac{0,777 + 0,868 + 0,593 + 0,482}{4} = \frac{2,720}{4} = 0,680$$

Escolaridade da população adulta (EPA)

Jovens e adultos com 18 anos ou mais com o fundamental completo

$$74,78\% \cong 0,748$$

Fórmula para Cálculo do IDHME

$$IDHME = \sqrt[3]{FEPJ \cdot FEPJ \cdot EPA}$$

$$IDHME = \sqrt[3]{0,680 \cdot 0,680 \cdot 0,748} \cong \sqrt[3]{0,346} \cong 0,702$$

Cálculo do Índice de Desenvolvimento Humano Municipal de Renda (IDHMR)

Renda per capita: R\$ 1758,27

Fórmula para Cálculo do IDHMR

$$IDHMR = \frac{[\ln(\text{Valor Observado do Indicador}) - \ln(\text{Valor Mínimo})]}{[\ln(\text{Valor Máximo}) - \ln(\text{Valor Mínimo})]}$$

Valor Máximo = R\$ 4.033,00

Valor Mínimo = R\$ 8,00

$$IDHMR = \frac{[\ln(1758,27) - \ln(8)]}{[\ln(4033) - \ln(8)]} = \frac{[(7,472) - (2,079)]}{[(8,302) - (2,079)]} = \frac{5,393}{6,223} \cong 0,867$$



## Análise do Índice de Desenvolvimento Humano de algumas cidades gaúchas

Segundo o Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE), o estado do Rio Grande do Sul é composto por 497 municípios. Para facilitar nosso trabalho, fizemos a seleção de 12 municípios para análise de dados relacionados ao Índice de Desenvolvimento Humano Municipal (IDHM), são eles: Bagé, Cachoeira do Sul, Canoas, Caxias do Sul, Cruz Alta, Erechim, Passo Fundo, Pelotas, Rio Grande, Santa Cruz do Sul, Santa Maria e Santa Rosa. Observe, na figura 4.4 a seguir, a posição geográfica dos municípios selecionados.

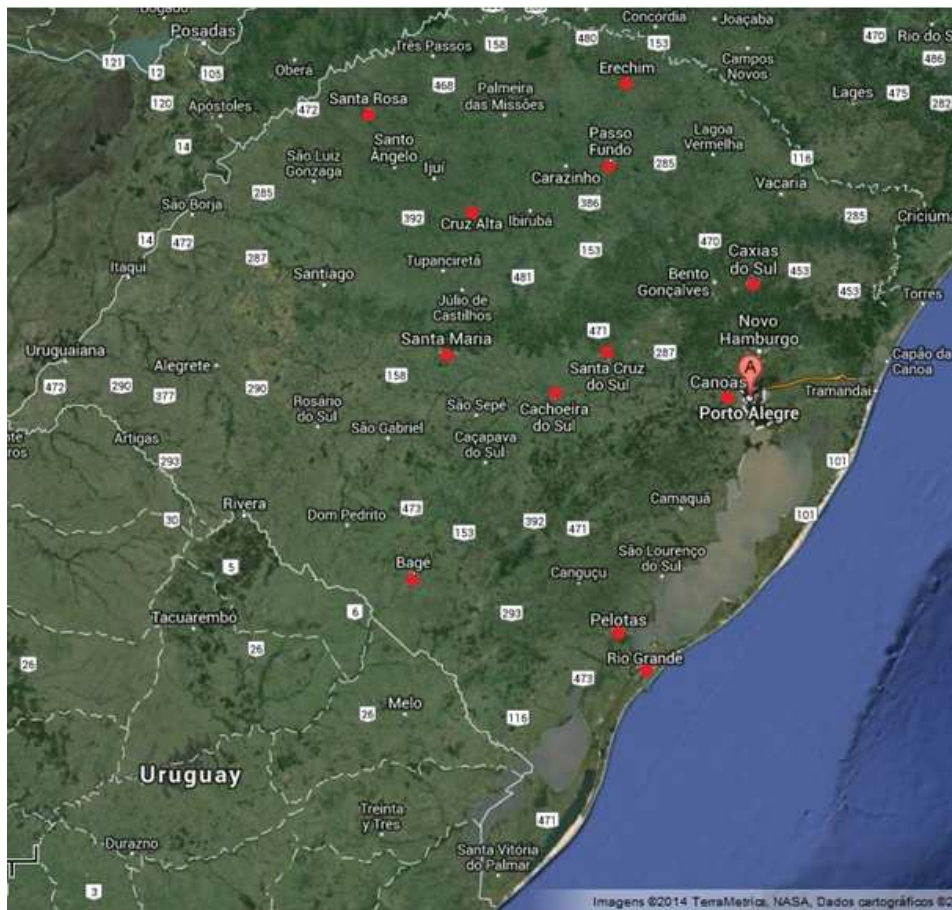


Figura 4.4 – Mapa do Estado do Rio Grande do Sul



Na tabela 4.1 a seguir, apresentamos a população total dos municípios selecionados, segundo o censo do IBGE, 2010.

Tabela 4.1 – População (número de habitantes)

Município	População
Cruz Alta	62821
Santa Rosa	68587
Cachoeira do Sul	83827
Erechim	96087
Bagé	116794
Santa Cruz do Sul	118374
Passo Fundo	184826
Rio Grande	197228
Santa Maria	261031
Canoas	323827
Pelotas	328275
Caxias do Sul	435564

Cálculo da Média ( $\bar{x}$ ) da população dos municípios

$$\bar{x} = \frac{62821 + 68587 + 83827 + 96087 + 116794 + 118374 + 184826 + 197228 + 261031 + 323827 + 328275 + 435564}{12}$$

$$\bar{x} = \frac{2277241}{12} \cong 189.770$$

A média de população dos municípios analisados é de aproximadamente 189.770 habitantes.

Através da observação dos dados, podemos concluir que:

Sete dos municípios possuem número de habitantes abaixo da média, são eles: Cruz Alta, Santa Rosa, Cachoeira do Sul, Erechim, Bagé, Santa Cruz do Sul e Passo Fundo;

Cinco municípios possuem valores acima da média, são eles: Rio Grande, Santa Maria, Canoas, Pelotas e Caxias do Sul.

No gráfico 4.1 a seguir, representamos o número de habitantes dos municípios analisados.

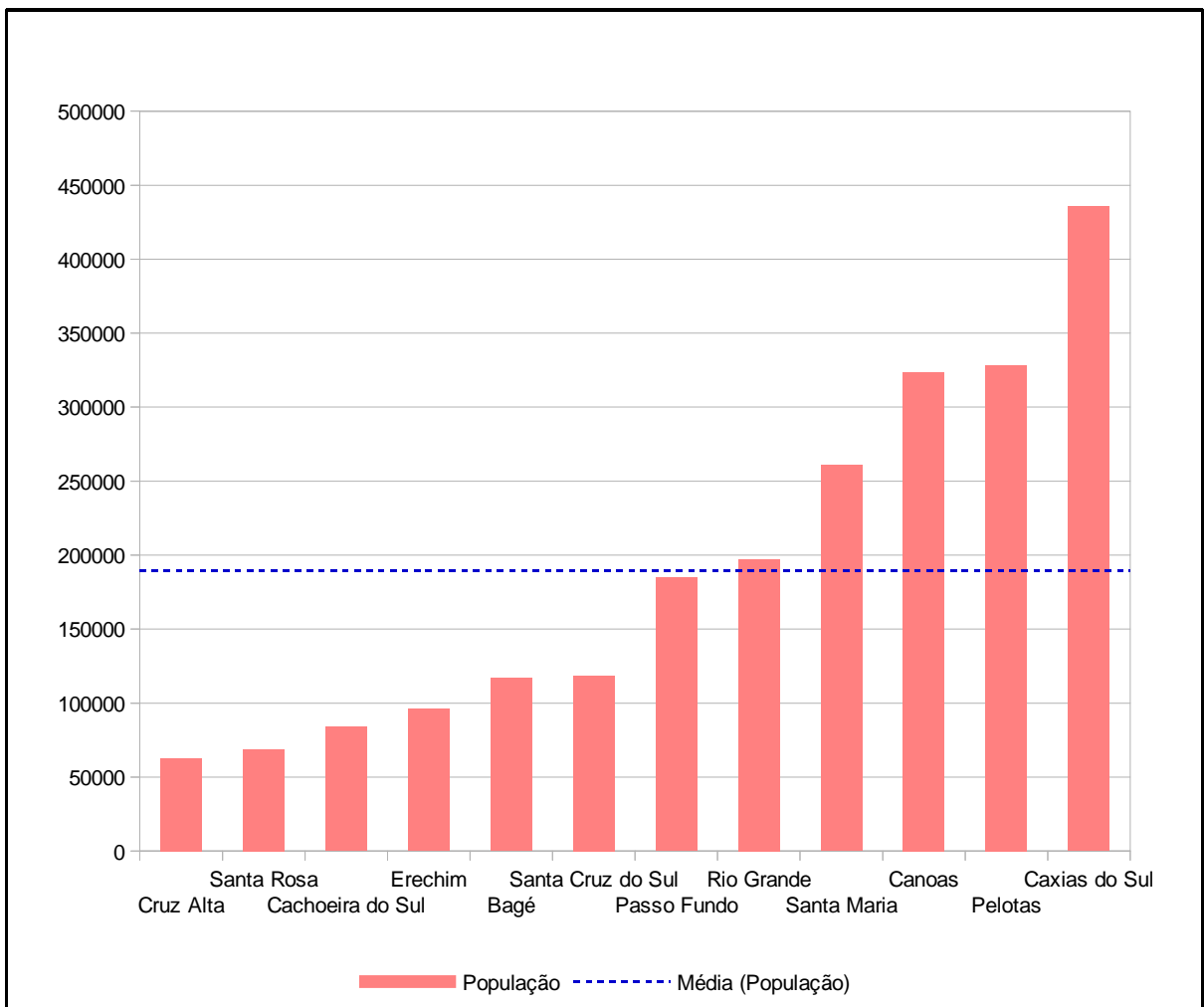


Gráfico 4.1 – População (número de habitantes)

Análise comparativa do Índice de Desenvolvimento Humano – Dimensão Longevidade (IDHML) dos municípios em estudo.

Na tabela 4.2 a seguir, apresentamos o Índice de Desenvolvimento Humano Municipal de Longevidade (IDHML) e seus componentes, dos municípios em estudo.

Tabela 4.2 – Esperança de vida ao nascer e Índice de Desenvolvimento Humano Municipal de Longevidade (IDHML)

Município	Esperança de vida ao nascer	IDHML
Bagé	75,86	0,848
Cachoeira do Sul	76,22	0,854
Canoas	76,83	0,864
Caxias do Sul	76,58	0,860
Cruz Alta	76,49	0,858
Erechim	74,95	0,833
Passo Fundo	75,95	0,849
Pelotas	75,64	0,844
Rio Grande	76,66	0,861
Santa Cruz do Sul	76,10	0,852
Santa Maria	75,89	0,848
Santa Rosa	77,25	0,871

## Cálculo da Média ( $\bar{x}$ ) da Esperança de vida ao nascer e do IDHML

### Esperança de vida ao nascer

$$\bar{x} = \frac{75,86 + 76,22 + 76,83 + 76,58 + 76,49 + 74,95 + 75,95 + 75,64 + 76,66 + 76,1 + 75,89 + 77,25}{12}$$

$$\bar{x} = \frac{914,42}{12} \cong 76,2$$

### Conclusões:

A esperança de vida média do grupo de municípios em estudo é de aproximadamente 76,2 anos;

Há seis municípios com esperança de vida acima da média, são eles: Cachoeira do Sul, Canoas, Caxias do Sul, Cruz Alta, Rio Grande e Santa Rosa;

Há seis municípios com esperança de vida abaixo da média, são eles: Bagé, Erechim, Passo Fundo, Pelotas, Santa Cruz do Sul e Santa Maria.

### IDHML

$$\bar{x} = \frac{0,848 + 0,854 + 0,864 + 0,860 + 0,858 + 0,833 + 0,849 + 0,844 + 0,861 + 0,852 + 0,848 + 0,871}{12}$$

$$\bar{x} = \frac{10,242}{12} \cong 0,854$$

### Conclusões:

A média do IDHML do grupo de municípios em estudo é aproximadamente igual a 0,854;

Há seis municípios com IDHML acima da média, são eles: Cachoeira do Sul, Canoas, Caxias do Sul, Cruz Alta, Rio Grande e Santa Rosa;

Há seis municípios com IDHML abaixo da média, são eles: Bagé, Erechim, Passo Fundo, Pelotas, Santa Cruz do Sul e Santa Maria.

Nos gráficos 4.2 e 4.3 a seguir, apresentamos, respectivamente, a Esperança de vida ao nascer e o Índice de Desenvolvimento Humano Municipal de Longevidade dos municípios em estudo.

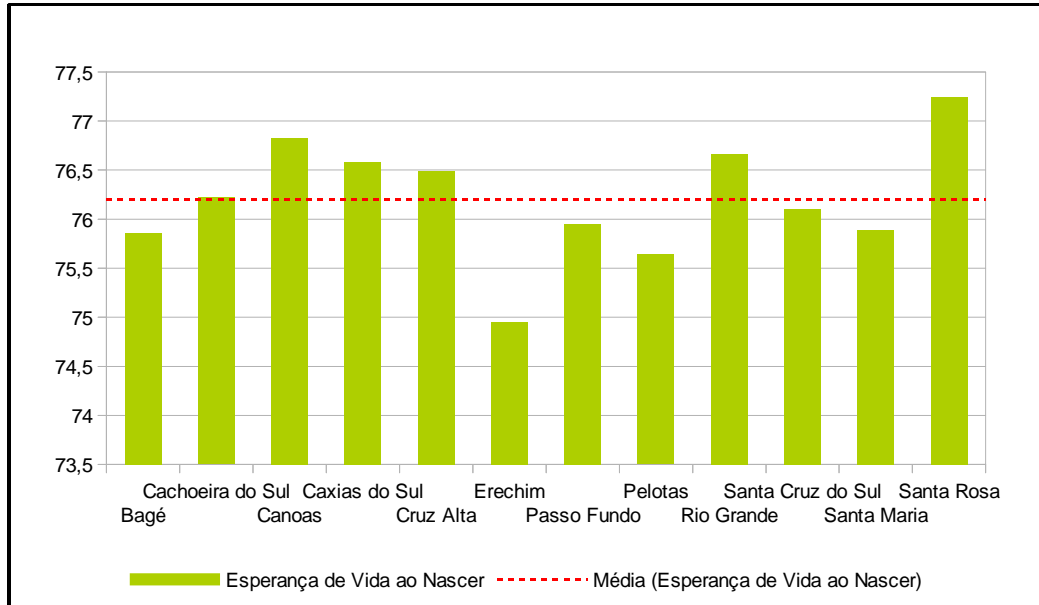


Gráfico 4.2 – Esperança de vida ao nascer

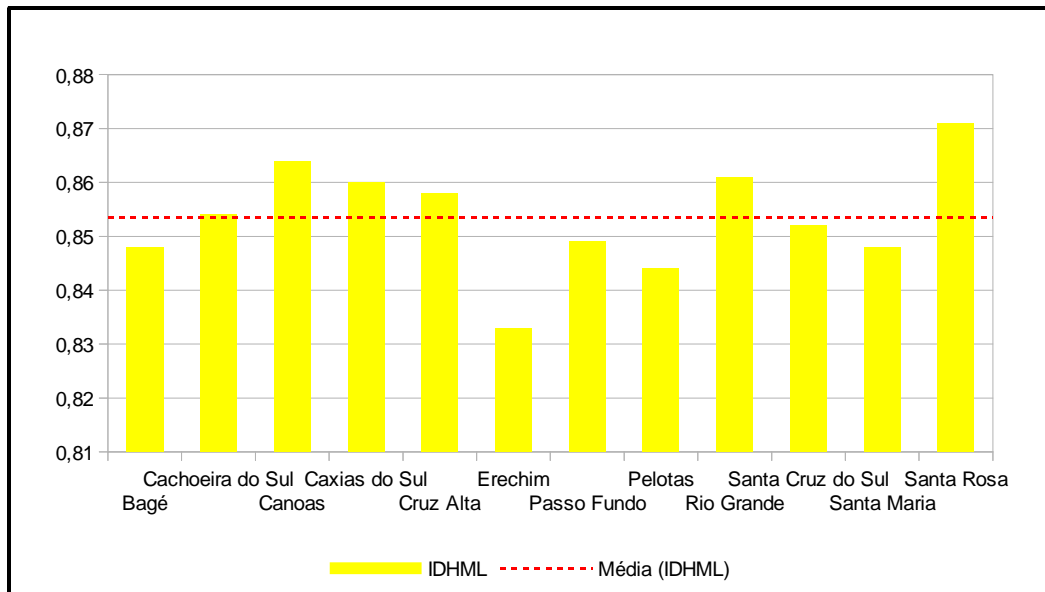


Gráfico 4.3 – Índice de Desenvolvimento Humano Municipal de Longevidade

Análise comparativa do Índice de Desenvolvimento Humano – Dimensão Educação (IDHME) dos municípios em estudo.

Na tabela 4.3 a seguir, apresentamos o Índice de Desenvolvimento Humano Municipal de Educação (IDHME) e seus principais componentes, dos municípios em estudo.

Tabela 4.3 – Subíndices de frequência escolar e alfabetização da população adulta, e Índice de Desenvolvimento Humano Municipal de Educação (IDHME)

Município	Subíndice de frequência escolar	Subíndice de alfabetização da população adulta	IDHME
Bagé	0,680	0,585	0,647
Cachoeira do Sul	0,710	0,539	0,648
Canoas	0,630	0,646	0,636
Caxias do Sul	0,690	0,668	0,686
Cruz Alta	0,680	0,591	0,653
Erechim	0,760	0,629	0,716
Passo Fundo	0,710	0,663	0,699
Pelotas	0,650	0,580	0,632
Rio Grande	0,660	0,584	0,637
Santa Cruz do Sul	0,730	0,619	0,693
Santa Maria	0,730	0,683	0,715
Santa Rosa	0,740	0,596	0,693

Cálculo da Média ( $\bar{x}$ ) do Subíndice de frequência escolar, do Subíndice de alfabetização de população adulta e do IDHME

Subíndice de frequência escolar

$$\bar{x} = \frac{0,680 + 0,710 + 0,630 + 0,690 + 0,680 + 0,760 + 0,710 + 0,650 + 0,660 + 0,730 + 0,730 + 0,740}{12}$$

$$\bar{x} = \frac{8,370}{12} \cong 0,698$$

Conclusões:

O Subíndice de frequência escolar do grupo de municípios em estudo apresenta média aproximadamente igual a 0,698;

Há seis municípios com o Subíndice de frequência escolar acima da média, são eles: Cachoeira do Sul, Erechim, Passo Fundo, Santa Cruz do Sul, Santa Maria e Santa Rosa;

Há seis municípios com o Subíndice de frequência escolar abaixo da média, são eles: Bagé, Canoas, Caxias do Sul, Cruz Alta, Pelotas e Rio Grande.

Subíndice de alfabetização da população adulta

$$\bar{x} = \frac{0,585 + 0,539 + 0,646 + 0,668 + 0,591 + 0,629 + 0,663 + 0,580 + 0,584 + 0,619 + 0,683 + 0,596}{12}$$

$$\bar{x} = \frac{7,383}{12} \cong 0,615$$

Conclusões:

O Subíndice de alfabetização da população adulta do grupo de municípios em estudo apresenta média aproximadamente igual a 0,615;

Há seis municípios com o Subíndice de alfabetização da população adulta acima da média, são eles: Canoas, Caxias do Sul, Erechim, Passo Fundo, Santa Cruz do Sul e Santa Maria;

Há seis municípios com o Subíndice de alfabetização da população adulta abaixo da média, são eles: Bagé, Cachoeira do Sul, Cruz Alta, Pelotas, Rio Grande e Santa Rosa.

## IDHME

$$\bar{x} = \frac{0,647 + 0,648 + 0,636 + 0,686 + 0,653 + 0,716 + 0,699 + 0,632 + 0,637 + 0,693 + 0,715 + 0,693}{12}$$

$$\bar{x} = \frac{8,055}{12} \cong 0,671$$

## Conclusões:

O IDHME do grupo de municípios em estudo possui média aproximadamente igual a 0,671;

Há seis municípios com IDHME acima da média, são eles: Caxias do Sul, Erechim, Passo Fundo, Santa Cruz do Sul, Santa Maria e Santa Rosa;

Há seis municípios com IDHME abaixo da média, são eles: Bagé, Cachoeira do Sul, Canoas, Cruz Alta, Pelotas e Rio Grande.

Os gráficos 4.4, 4.5 e 4.6 a seguir fazem, respectivamente, a representação dos Subíndices frequência escolar e alfabetização da população adulta, e do Índice de Desenvolvimento Humano Municipal de Educação, dos municípios em estudo.

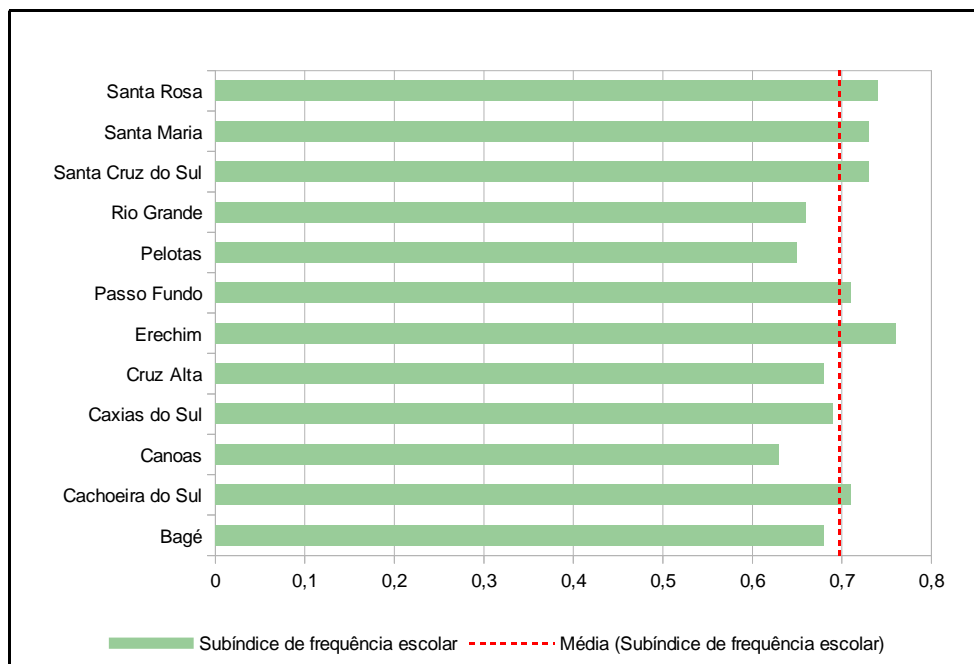


Gráfico 4.4 – Subíndice de frequência escolar



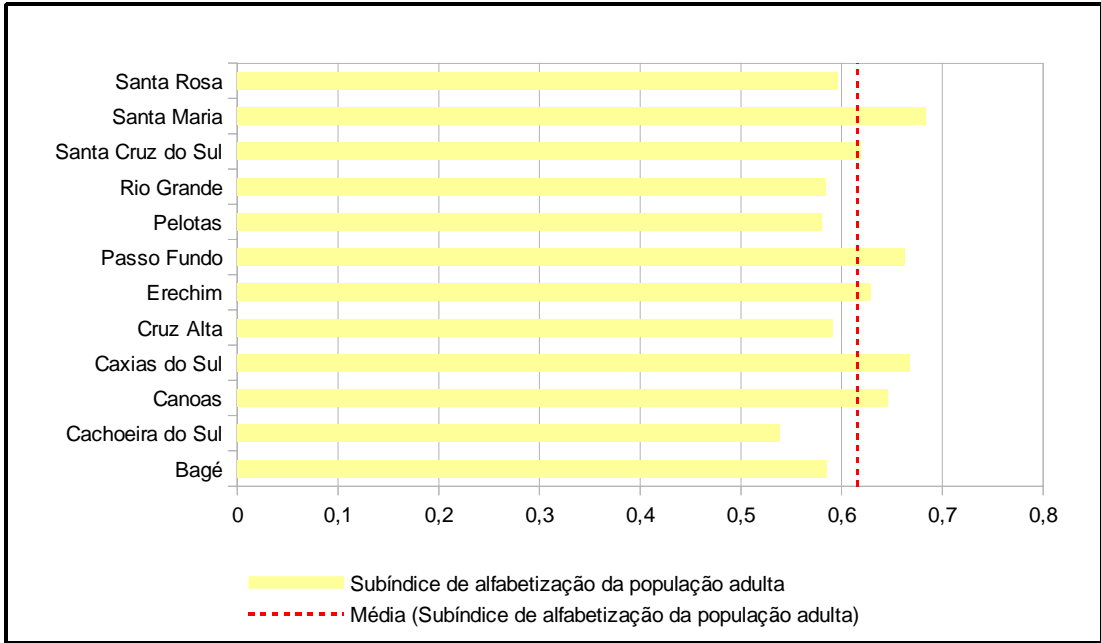


Gráfico 4.5 – Subíndice de alfabetização de população adulta

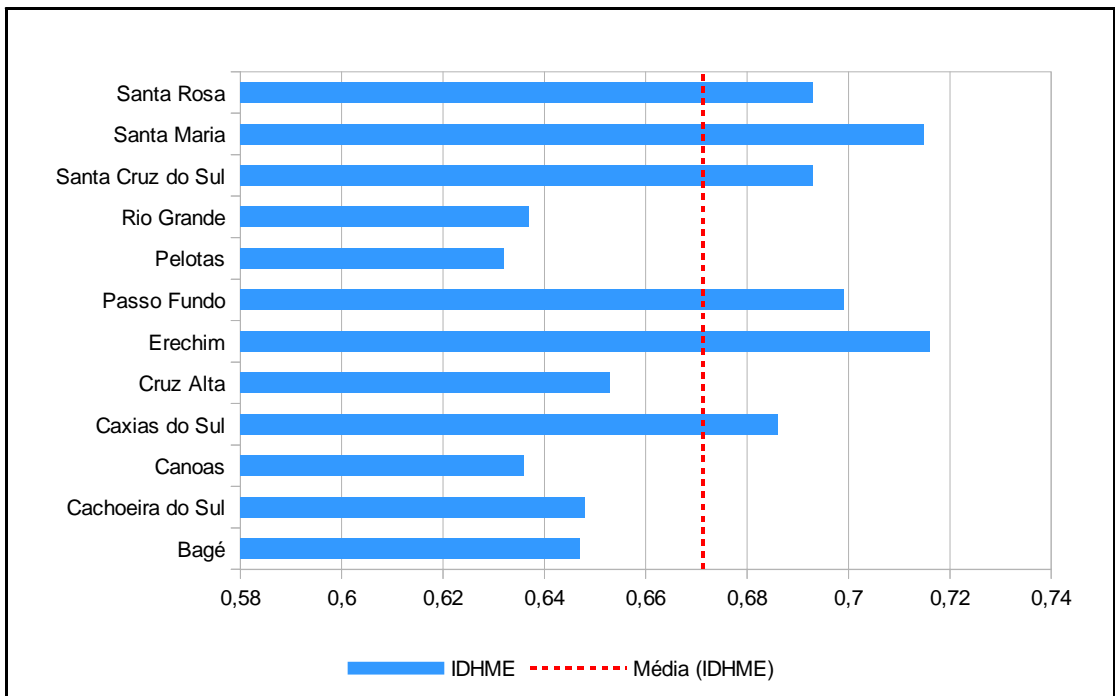


Gráfico 4.6 – Índice de Desenvolvimento Humano Municipal de Educação

Análise comparativa do Índice de Desenvolvimento Humano – Dimensão Renda (IDHMR) dos municípios em estudo.

Na tabela 4.4 a seguir, apresentamos o Índice de Desenvolvimento Humano Municipal de Renda (IDHMR) e seus componentes, dos municípios em estudo.

Tabela 4.4 – Renda per capita e Índice de Desenvolvimento Humano Municipal de Renda (IDHMR)

Município	Renda per capita	IDHMR
Bagé	795,56	0,739
Cachoeira do Sul	793,67	0,739
Canoas	952,13	0,768
Caxias do Sul	1253,93	0,812
Cruz Alta	871,81	0,754
Erechim	1038,39	0,782
Passo Fundo	1068,95	0,787
Pelotas	894,35	0,758
Rio Grande	859,20	0,752
Santa Cruz do Sul	1036,87	0,782
Santa Maria	1127,25	0,795
Santa Rosa	863,61	0,752

## Cálculo da Média ( $\bar{x}$ ) da Renda per capita e do IDHMR

### Renda per capita

$$\bar{x} = \frac{795,56 + 793,67 + 952,13 + 1253,93 + 871,81 + 1038,39 + 1068,95 + 894,35 + 859,20 + 1036,87 + 1127,25 + 863,61}{12}$$

$$\bar{x} = \frac{11555,72}{12} \cong 962,98$$

### Conclusões:

A Renda per capita média do grupo de municípios em estudo é de aproximadamente R\$ 962,98;

Há cinco municípios com Renda per capita acima da média, são eles: Caxias do Sul, Erechim, Passo Fundo, Santa Maria e Santa Cruz do Sul;

Há sete municípios com Renda per capita abaixo da média, são eles: Bagé, Cachoeira do Sul, Canoas, Cruz Alta, Pelotas, Rio Grande e Santa Rosa.

### IDHMR

$$\bar{x} = \frac{0,739 + 0,739 + 0,768 + 0,812 + 0,754 + 0,782 + 0,787 + 0,758 + 0,752 + 0,782 + 0,795 + 0,752}{12}$$

$$\bar{x} = \frac{9,22}{12} \cong 0,768$$

### Conclusões:

A média do IDHMR do grupo de municípios em estudo é aproximadamente igual a 0,768;

Há cinco municípios com IDHMR acima da média, são eles: Caxias do Sul, Erechim, Passo Fundo, Santa Cruz do Sul e Santa Maria;

Há seis municípios com IDHMR abaixo da média, são eles: Bagé, Cachoeira do Sul, Cruz Alta, Pelotas, Rio Grande e Santa Rosa;

O município de Canoas possui IDHMR igual à média.

Nos gráficos 4.7 e 4.8 a seguir, apresentamos, respectivamente, a Renda per capita e o Índice de Desenvolvimento Humano Municipal de Renda, dos municípios em estudo.

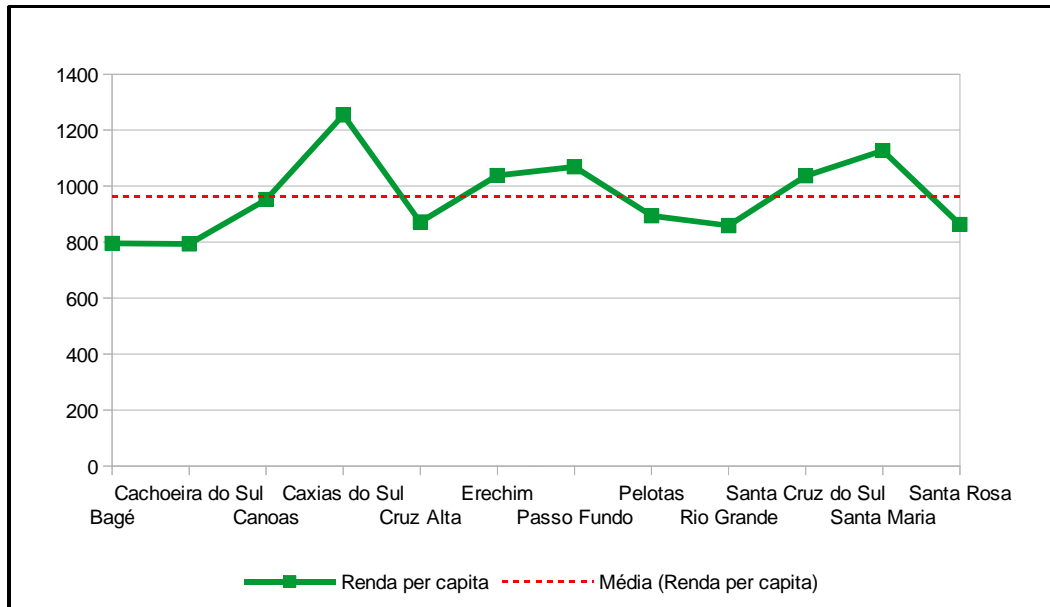


Gráfico 4.7 – Renda per capita

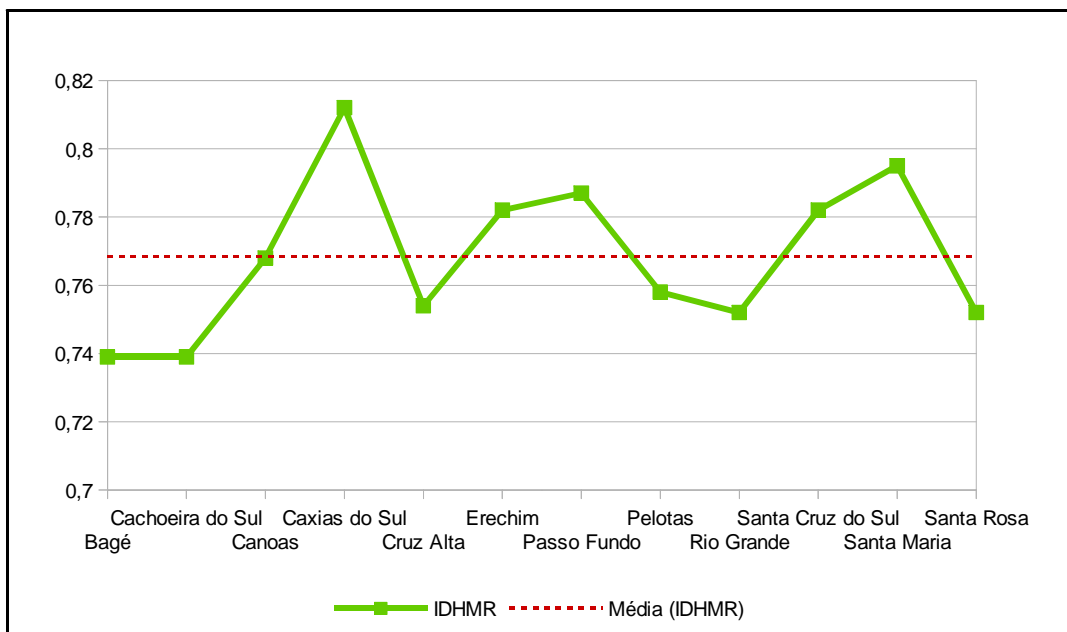


Gráfico 4.8 – Índice de Desenvolvimento Humano Municipal de Renda

Análise comparativa do Índice de Desenvolvimento Humano Municipal (IDHM) dos municípios em estudo.

Na tabela 4.5 a seguir, apresentamos o Índice de Desenvolvimento Humano Municipal (IDHM) dos municípios em estudo.

Tabela 4.5 – Índice de Desenvolvimento Humano Municipal (IDHM)

Município	IDHM
Bagé	0,740
Cachoeira do Sul	0,742
Canoas	0,750
Caxias do Sul	0,782
Cruz Alta	0,750
Erechim	0,776
Passo Fundo	0,776
Pelotas	0,739
Rio Grande	0,744
Santa Cruz do Sul	0,773
Santa Maria	0,784
Santa Rosa	0,769

Cálculo da Média ( $\bar{x}$ ) do IDHM

$$\bar{x} = \frac{0,740 + 0,742 + 0,750 + 0,782 + 0,750 + 0,776 + 0,776 + 0,739 + 0,744 + 0,773 + 0,784 + 0,769}{12}$$

$$\bar{x} = \frac{9,125}{12} \cong 0,760$$

### Conclusões:

A média do IDHM do grupo de municípios em estudo é aproximadamente igual a 0,760;

Há seis municípios com IDHM acima da média, são eles: Caxias do Sul, Erechim, Passo Fundo, Santa Cruz do Sul e Santa Maria e Santa Rosa;

Há seis municípios com IDHM abaixo da média, são eles: Bagé, Cachoeira do Sul, Canoas, Cruz Alta, Pelotas e Rio Grande.

O gráfico 4.9 abaixo faz a representação do Índice de Desenvolvimento Humano Municipal (IDHM) dos municípios em estudo.

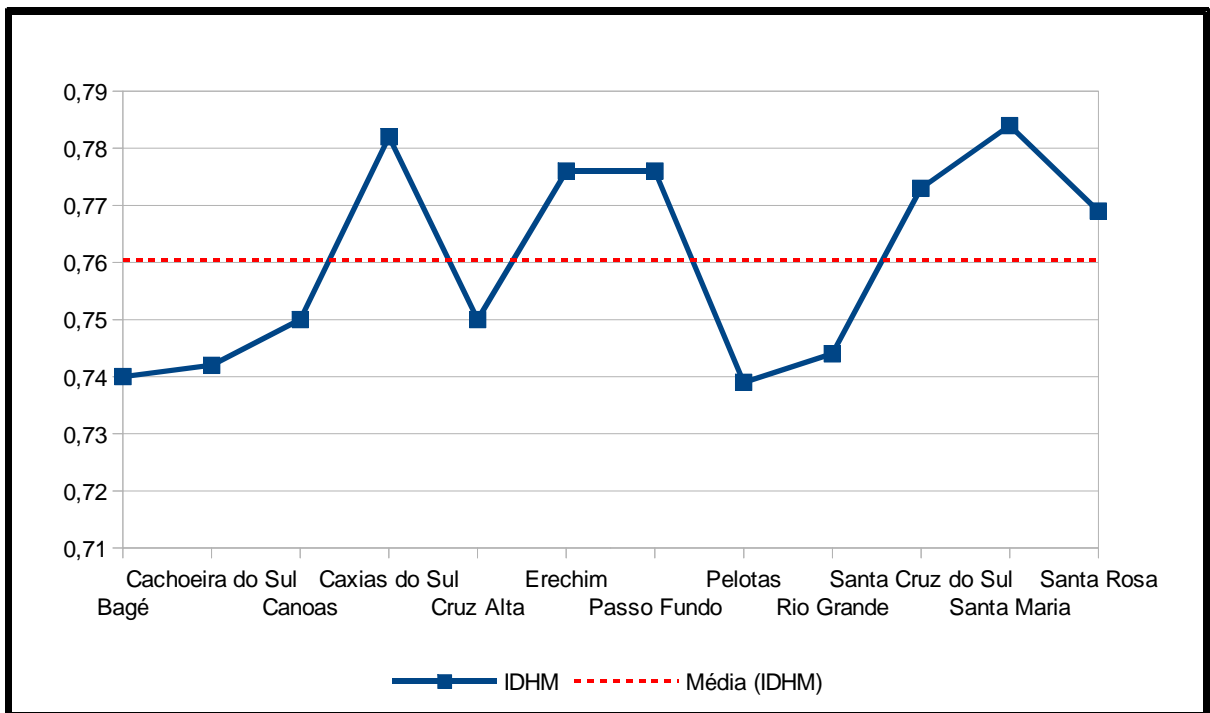


Gráfico 4.9 – Índice de Desenvolvimento Humano Municipal (IDHM)

# CAPÍTULO 5

## ESTUDO DE ESTATÍSTICA ATRAVÉS DE DADOS CLIMÁTICOS

Este capítulo destina-se a apresentação de uma proposta para o estudo de Estatística no Ensino Médio através da análise de dados climáticos. Observaremos dados de temperatura e precipitação e analisaremos suas representações gráficas por meio de climogramas, que são gráficos que contemplam essas duas variáveis ao mesmo tempo, possibilitando a ponderação ao longo de um ano dos valores médios de precipitação e temperatura. Para realizarmos as análises, selecionamos cinco capitais, uma por região do país, sendo elas:

- Cidade de Boa Vista, capital do estado de Roraima, localizada na região Norte;
- Cidade de Campo Grande, capital do estado do Mato Grosso do Sul, localizada na região Centro-Oeste;
- Cidade de Belo Horizonte, capital do estado de Minas Gerais, localizada na região Sudeste;
- Cidade de Curitiba, capital do estado do Paraná, localizada na região Sul;
- Cidade de Natal, capital do estado do Rio Grande do Norte, localizada na região Nordeste.

Os dados climáticos que serão trabalhados neste capítulo, bem como as figuras de climogramas, são do departamento de climatologia do Climatempo, disponível em <http://www.climatempo.com.br/climatologia>.

A seguir, temos os quadros e os climogramas com os dados de temperatura mínima, temperatura máxima e precipitação das cidades mencionadas. Também temos nesses quadros, as medidas de centralização e dispersão dos dados, obtidas com o auxílio do LibreOffice Calc, e na sequência temos os comentários sobre a obtenção de tais medidas.

## Boa Vista – Roraima – Região Norte

No quadro 5.1 a seguir, apresentamos dados relativos ao clima da cidade de Boa Vista, bem como as medidas de centralização e dispersão, obtidas com o auxílio do LibreOffice Calc.

Mês	Temperatura		Precipitação (mm)
	Mínima (°C)	Máxima (°C)	
Janeiro	23	33	25
Fevereiro	23	33	18
Março	24	34	31
Abril	24	33	89
Maio	23	31	213
Junho	22	30	321
Julho	22	30	268
Agosto	23	32	188
Setembro	23	33	99
Outubro	24	34	64
Novembro	24	33	61
Dezembro	23	33	44
Medidas de Centralização e Dispersão			
Medida	Temperatura		Precipitação (mm)
	Mínima (°C)	Máxima (°C)	
Amplitude	2	4	303
Moda	23	33	Inexistente
Mediana	23	33	76,5
Média	23	32	118
Variância	0,47	1,74	9724,41
Desvio Padrão	0,69	1,32	98,61

Quadro 5.1 – Dados climáticos de Boa Vista/RR



Na figura 5.1 a seguir, temos a representação gráfica do clima da cidade de Boa Vista através do climograma.

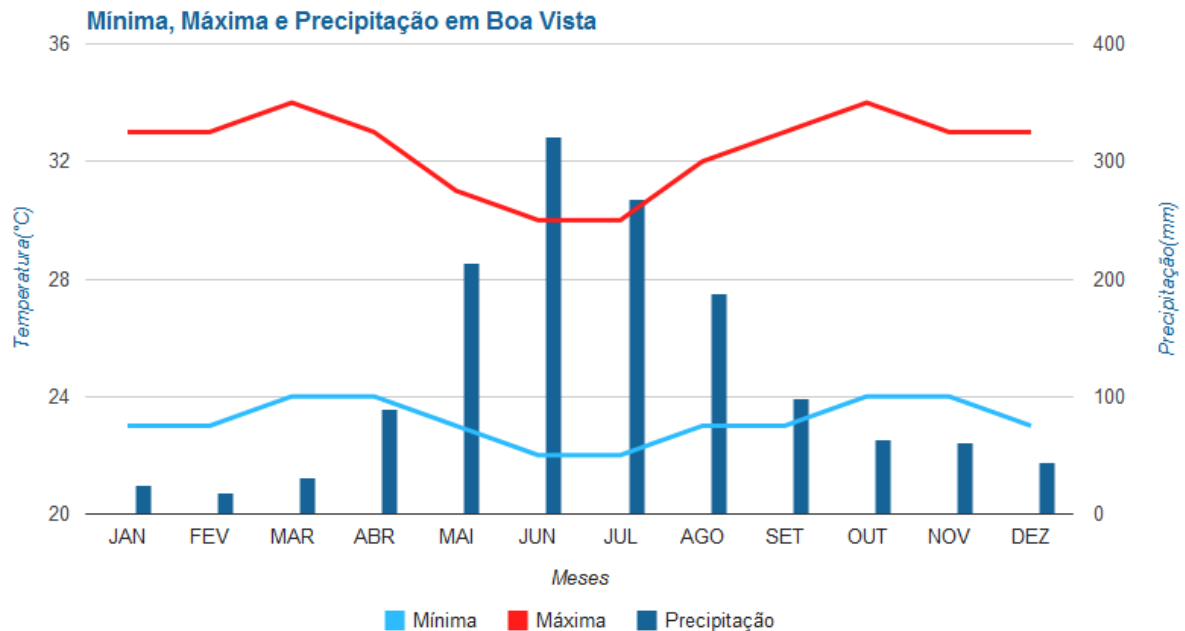


Figura 5.1 – Climograma de Boa Vista/RR

Notas relativas aos cálculos das medidas de dispersão e centralização

### Amplitude

#### Temperatura Mínima

Temos o valor máximo de 24 °C e o valor mínimo de 22 °C, logo resulta em uma amplitude de 2 °C.

#### Temperatura Máxima

Temos o valor máximo de 34 °C e o valor mínimo de 30 °C, logo resulta em uma amplitude de 4 °C.

#### Precipitação

Temos o valor máximo de 321mm e o valor mínimo de 18mm, logo resulta em uma amplitude de 303mm.

## Moda

### Temperatura Mínima

Temos como moda o valor 23 °C que se repete seis vezes.

### Temperatura Máxima

Temos como moda o valor 33 °C que se repete seis vezes.

### Precipitação

Inexistente, pois não há valores que se repetem.

## Mediana

### Temperatura Mínima

Colocando os termos em ordem crescente, os dois termos centrais têm valores iguais a 23 °C, portanto a mediana é 23 °C.

### Temperatura Máxima

Colocando os termos em ordem crescente, os dois termos centrais têm valores iguais a 33 °C, portanto a mediana é 33 °C.

### Precipitação

Colocando os termos em ordem crescente, os dois termos centrais têm valores iguais a 64mm e 89mm, portanto a mediana é 76.5mm.

## Média

### Temperatura Mínima

A soma dos valores resulta em 278 °C, dividindo por doze obtemos uma média de aproximadamente 23 °C.

### Temperatura Máxima

A soma dos valores resulta em 389 °C, dividindo por doze obtemos uma média de aproximadamente 32 °C.

### Precipitação

A soma dos valores resulta em 1421mm, dividindo por doze obtemos uma média de aproximadamente 118mm.

Campo Grande – Mato Grosso do Sul – Região Centro-Oeste

No quadro 5.2 a seguir, apresentamos dados relativos ao clima da cidade de Campo Grande, bem como as medidas de centralização e dispersão, obtidas com o auxílio do LibreOffice Calc.

Mês	Temperatura		Precipitação (mm)
	Mínima (°C)	Máxima (°C)	
Janeiro	20	30	232
Fevereiro	20	30	174
Março	20	30	152
Abril	18	29	117
Mai	16	27	97
Junho	15	27	38
Julho	15	28	41
Agosto	16	29	31
Setembro	18	30	74
Outubro	19	31	148
Novembro	20	30	207
Dezembro	20	30	225
Medidas de Centralização e Dispersão			
Medida	Temperatura		Precipitação (mm)
	Mínima (°C)	Máxima (°C)	
Amplitude	5	4	201
Moda	20	30	Inexistente
Mediana	18,5	30	132,5
Média	18	29	128
Variância	3,91	1,52	4886,17
Desvio Padrão	1,98	1,23	69,90

Quadro 5.2 – Dados climáticos de Campo Grande/MS

Na figura 5.2 a seguir, temos a representação gráfica do clima da cidade de Campo Grande através do climograma.

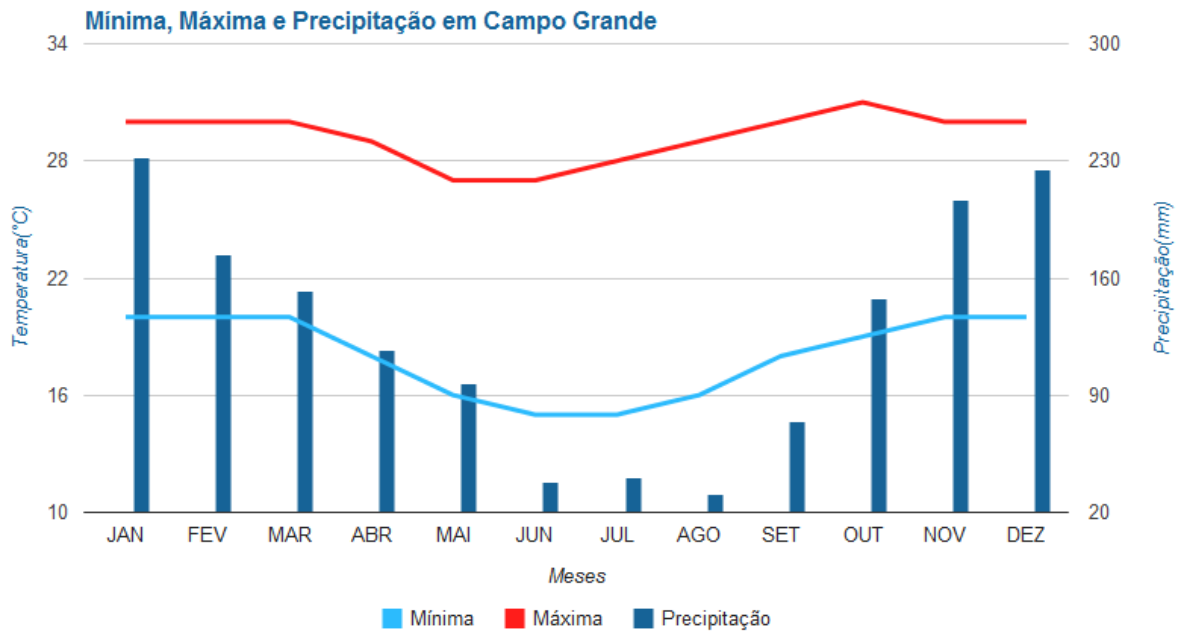


Figura 5.2 – Climograma de Campo Grande/MS

Notas relativas aos cálculos das medidas de dispersão e centralização

Amplitude

Temperatura Mínima

Temos o valor máximo de 20 °C e o valor mínimo de 15 °C, logo resulta em uma amplitude de 5 °C.

Temperatura Máxima

Temos o valor máximo de 31 °C e o valor mínimo de 27 °C, logo resulta em uma amplitude de 4 °C.

Precipitação

Temos o valor máximo de 232mm e o valor mínimo de 31mm, logo resulta em uma amplitude de 201mm.

## Moda

### Temperatura Mínima

Temos como moda o valor 20 °C que se repete cinco vezes.

### Temperatura Máxima

Temos como moda o valor 30 °C que se repete seis vezes.

### Precipitação

Inexistente, pois não há valores que se repetem.

## Mediana

### Temperatura Mínima

Colocando os termos em ordem crescente, os dois termos centrais têm valores iguais a 18 °C e 19 °C, portanto a mediana é 18.5 °C.

### Temperatura Máxima

Colocando os termos em ordem crescente, os dois termos centrais têm valores iguais a 30 °C, portanto a mediana é 30 °C.

### Precipitação

Colocando os termos em ordem crescente, os dois termos centrais têm valores iguais a 117mm e 148mm, portanto a mediana é 132.5mm.

## Média

### Temperatura Mínima

A soma dos valores resulta em 217 °C, dividindo por doze obtemos uma média de aproximadamente 18 °C.

### Temperatura Máxima

A soma dos valores resulta em 351 °C, dividindo por doze obtemos uma média de aproximadamente 29 °C.

### Precipitação

A soma dos valores resulta em 1536mm, dividindo por doze obtemos uma média de aproximadamente 128mm.

## Belo Horizonte – Minas Gerais – Região Sudeste

No quadro 5.3 a seguir, apresentamos dados relativos ao clima da cidade de Belo Horizonte, bem como as medidas de centralização e dispersão, obtidas com o auxílio do LibreOffice Calc.

Mês	Temperatura		Precipitação (mm)
	Mínima (°C)	Máxima (°C)	
Janeiro	19	28	274
Fevereiro	19	29	206
Março	19	29	143
Abril	17	28	56
Maio	15	26	29
Junho	13	25	12
Julho	13	25	15
Agosto	14	27	15
Setembro	16	27	39
Outubro	18	28	142
Novembro	18	28	242
Dezembro	18	27	292
Medidas de Centralização e Dispersão			
Medida	Temperatura		Precipitação (mm)
	Mínima (°C)	Máxima (°C)	
Amplitude	6	4	280
Moda	18/19	28	15
Mediana	17,5	27,5	99
Média	17	27	122
Variância	4,91	1,69	10766,08
Desvio Padrão	2,22	1,30	103,76

Quadro 5.3 – Dados climáticos de Belo Horizonte/MG

Na figura 5.3 a seguir, temos a representação gráfica do clima da cidade de Belo Horizonte através do climograma.

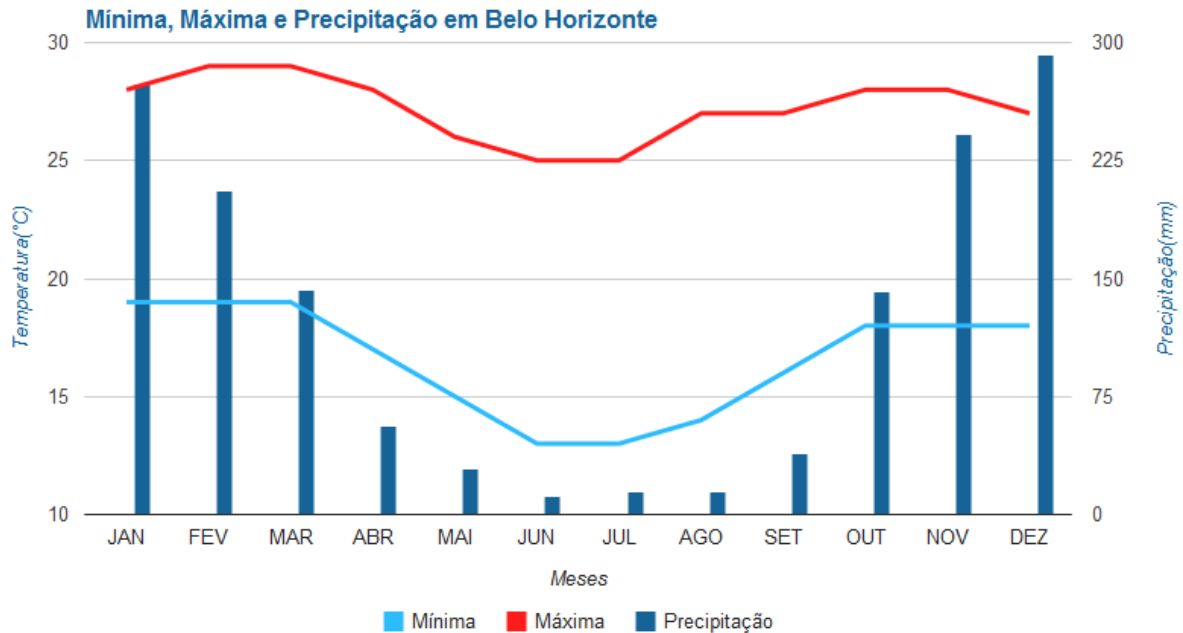


Figura 5.3 – Climograma de Belo Horizonte/MG

Notas relativas aos cálculos das medidas de dispersão e centralização

Amplitude

Temperatura Mínima

Temos o valor máximo de 19 °C e o valor mínimo de 13 °C, logo resulta em uma amplitude de 6 °C.

Temperatura Máxima

Temos o valor máximo de 29 °C e o valor mínimo de 25 °C, logo resulta em uma amplitude de 4 °C.

Precipitação

Temos o valor máximo de 292mm e o valor mínimo de 12mm, logo resulta em uma amplitude de 280mm.

## Moda

### Temperatura Mínima

Temos como moda os valores 18 °C e 19 °C que se repetem três vezes cada um.

### Temperatura Máxima

Temos como moda o valor 28 °C que se repete quatro vezes.

### Precipitação

Temos como moda o valor 15mm que se repete duas vezes.

## Mediana

### Temperatura Mínima

Colocando os termos em ordem crescente, os dois termos centrais têm valores iguais a 17 °C e 18 °C, portanto a mediana é 17.5 °C.

### Temperatura Máxima

Colocando os termos em ordem crescente, os dois termos centrais têm valores iguais a 27 °C e 28 °C, portanto a mediana é 27.5 °C.

### Precipitação

Colocando os termos em ordem crescente, os dois termos centrais têm valores iguais a 56mm e 142mm, portanto a mediana é 99mm.

## Média

### Temperatura Mínima

A soma dos valores resulta em 199 °C, dividindo por doze obtemos uma média de aproximadamente 17 °C.

### Temperatura Máxima

A soma dos valores resulta em 327 °C, dividindo por doze obtemos uma média de aproximadamente 27 °C.

### Precipitação

A soma dos valores resulta em 1465mm, dividindo por doze obtemos uma média de aproximadamente 122mm.



## Curitiba – Paraná – Região Sul

No quadro 5.4 a seguir, apresentamos dados relativos ao clima da cidade de Curitiba, bem como as medidas de centralização e dispersão, obtidas com o auxílio do LibreOffice Calc.

Mês	Temperatura		Precipitação (mm)
	Mínima (°C)	Máxima (°C)	
Janeiro	16	27	172
Fevereiro	16	27	158
Março	15	26	139
Abril	13	23	95
Maio	10	21	101
Junho	8	20	116
Julho	8	19	99
Agosto	9	21	73
Setembro	11	21	119
Outubro	13	23	133
Novembro	14	25	127
Dezembro	15	25	152
Medidas de Centralização e Dispersão			
Medida	Temperatura		Precipitação (mm)
	Mínima (°C)	Máxima (°C)	
Amplitude	8	8	99
Moda	Inexistente	21	Inexistente
Mediana	13	23	123
Média	12	23	124
Variância	8,39	7,14	770,22
Desvio Padrão	2,90	2,67	27,75

Quadro 5.4 – Dados climáticos de Curitiba/PR

Na figura 5.4 a seguir, temos a representação gráfica do clima da cidade de Curitiba através do climograma.

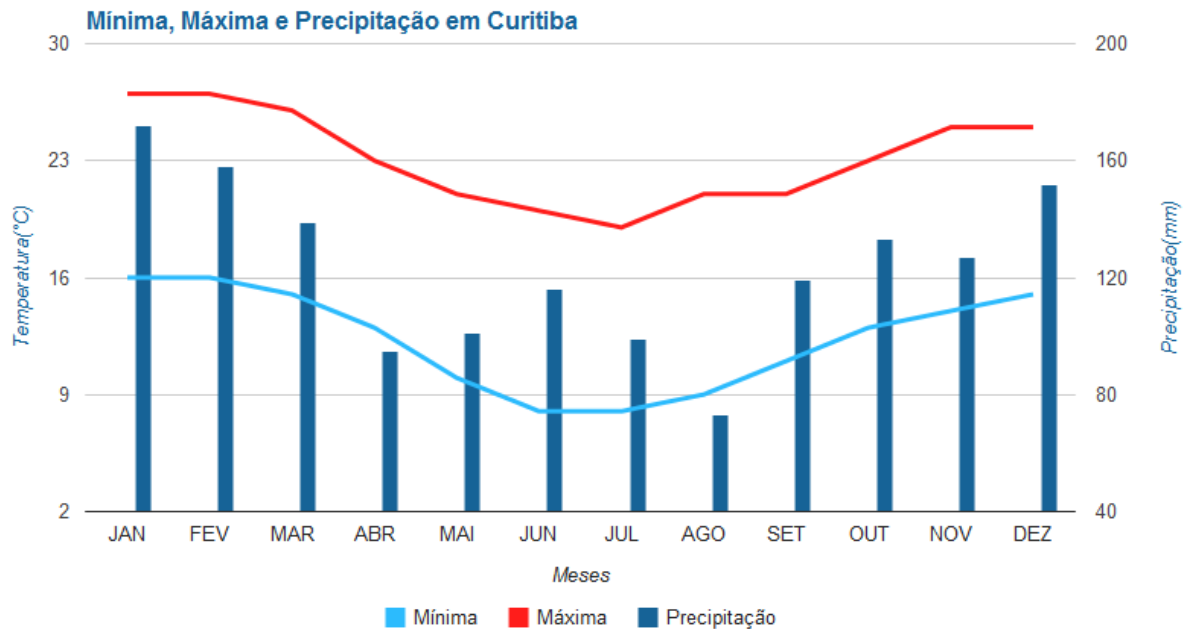


Figura 5.4 – Climograma de Curitiba/PR

Notas relativas aos cálculos das medidas de dispersão e centralização

### Amplitude

#### Temperatura Mínima

Temos o valor máximo de 16 °C e o valor mínimo de 8 °C, logo resulta em uma amplitude de 8 °C.

#### Temperatura Máxima

Temos o valor máximo de 27 °C e o valor mínimo de 19 °C, logo resulta em uma amplitude de 8 °C.

#### Precipitação

Temos o valor máximo de 172mm e o valor mínimo de 73mm, logo resulta em uma amplitude de 99mm.

## Moda

### Temperatura Mínima

Inexistente, pois não há valores predominantes.

### Temperatura Máxima

Temos como moda o valor 21 °C que se repete três vezes.

### Precipitação

Inexistente, pois não há valores que se repetem.

## Mediana

### Temperatura Mínima

Colocando os termos em ordem crescente, os dois termos centrais têm valores iguais a 13 °C, portanto a mediana é 13 °C.

### Temperatura Máxima

Colocando os termos em ordem crescente, os dois termos centrais têm valores iguais a 23 °C, portanto a mediana é 23 °C.

### Precipitação

Colocando os termos em ordem crescente, os dois termos centrais têm valores iguais a 119mm e 127mm, portanto a mediana é 123mm.

## Média

### Temperatura Mínima

A soma dos valores resulta em 148 °C, dividindo por doze obtemos uma média de aproximadamente 12 °C.

### Temperatura Máxima

A soma dos valores resulta em 278 °C, dividindo por doze obtemos uma média de aproximadamente 23 °C.

### Precipitação

A soma dos valores resulta em 1484mm, dividindo por doze obtemos uma média de aproximadamente 124mm.

## Natal – Rio Grande do Norte – Região Nordeste

No quadro 5.5 a seguir, apresentamos dados relativos ao clima da cidade de Natal, bem como as medidas de centralização e dispersão, obtidas com o auxílio do LibreOffice Calc.

Mês	Temperatura		Precipitação (mm)
	Mínima (°C)	Máxima (°C)	
Janeiro	24	30	55
Fevereiro	24	31	87
Março	23	30	196
Abril	23	30	265
Maio	22	29	240
Junho	22	28	202
Julho	21	28	197
Agosto	21	28	113
Setembro	22	29	59
Outubro	23	30	17
Novembro	23	30	15
Dezembro	24	30	21
Medidas de Centralização e Dispersão			
Medida	Temperatura		Precipitação (mm)
	Mínima (°C)	Máxima (°C)	
Amplitude	3	3	250
Moda	23	30	Inexistente
Mediana	23	30	100
Média	23	29	122
Variância	1,06	0,91	7859,35
Desvio Padrão	1,03	0,95	88,65

Quadro 5.5 – Dados climáticos de Natal/RN

Na figura 5.5 a seguir, temos a representação gráfica do clima da cidade de Natal através do climograma.

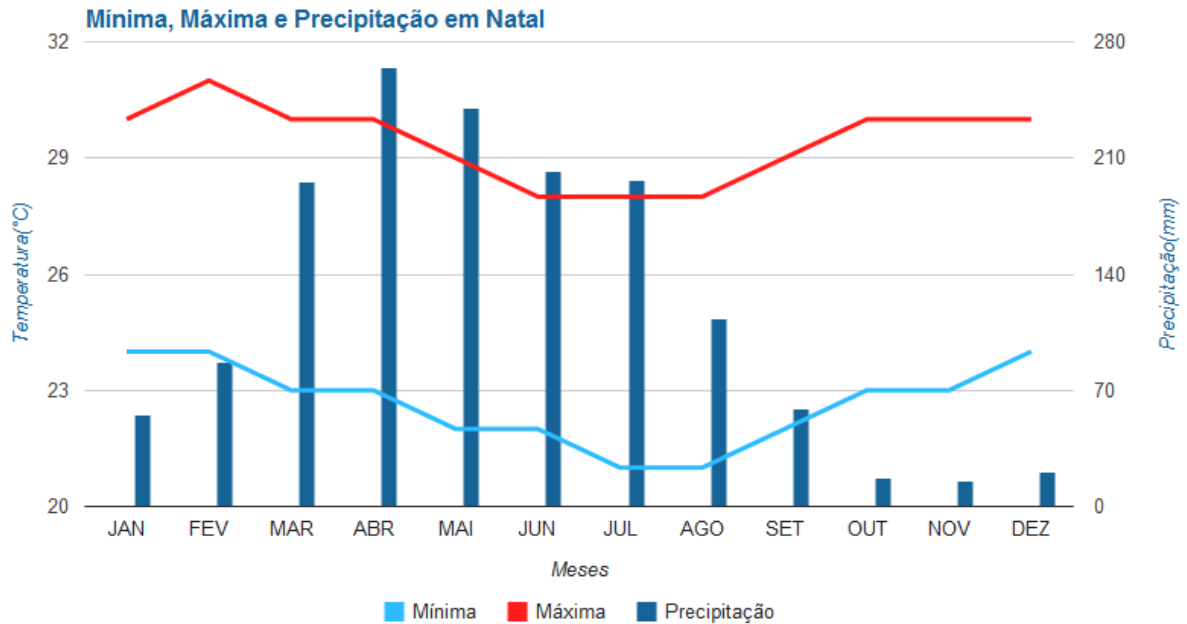


Figura 5.5 – Climograma de Natal/RN

Notas relativas aos cálculos das medidas de dispersão e centralização

#### Amplitude

##### Temperatura Mínima

Temos o valor máximo de 24 °C e o valor mínimo de 21 °C, logo resulta em uma amplitude de 3 °C.

##### Temperatura Máxima

Temos o valor máximo de 31 °C e o valor mínimo de 28 °C, logo resulta em uma amplitude de 3 °C.

##### Precipitação

Temos o valor máximo de 265mm e o valor mínimo de 15mm, logo resulta em uma amplitude de 250mm.

## Moda

### Temperatura Mínima

Temos como moda o valor 23 °C que se repete quatro vezes.

### Temperatura Máxima

Temos como moda o valor 30 °C que se repete seis vezes.

### Precipitação

Inexistente, pois não há valores que se repetem.

## Mediana

### Temperatura Mínima

Colocando os termos em ordem crescente, os dois termos centrais têm valores iguais a 23 °C, portanto a mediana é 23 °C.

### Temperatura Máxima

Colocando os termos em ordem crescente, os dois termos centrais têm valores iguais a 30 °C, portanto a mediana é 30 °C.

### Precipitação

Colocando os termos em ordem crescente, os dois termos centrais têm valores iguais a 87mm e 113mm, portanto a mediana é 100mm.

## Média

### Temperatura Mínima

A soma dos valores resulta em 272 °C, dividindo por doze obtemos uma média de aproximadamente 23 °C.

### Temperatura Máxima

A soma dos valores resulta em 353 °C, dividindo por doze obtemos uma média de aproximadamente 29 °C.

### Precipitação

A soma dos valores resulta em 1467mm, dividindo por doze obtemos uma média de aproximadamente 122mm.

## Análise do Desvio Padrão

No quadro 5.6 a seguir, apresentamos informações relativas à precipitação, por meses do ano, das cidades brasileiras de Boa Vista, Campo Grande, Belo Horizonte, Curitiba e Natal.

Mês	Boa Vista	Campo Grande	Belo Horizonte	Curitiba	Natal
Janeiro	25	232	274	172	55
Fevereiro	18	174	206	158	87
Março	31	152	143	139	196
Abril	89	117	56	95	265
Mai	213	97	29	101	240
Junho	321	38	12	116	202
Julho	268	41	15	99	197
Agosto	188	31	15	73	113
Setembro	99	74	39	119	59
Outubro	64	148	142	133	17
Novembro	61	207	242	127	15
Dezembro	44	225	292	152	21
Cálculo das medidas de Centralização e Dispersão com auxílio do LibreOffice Calc					
Medida	Boa Vista	Campo Grande	Belo Horizonte	Curitiba	Natal
Soma anual	1421	1536	1465	1484	1467
Média	118	128	122	124	122
Desvio Padrão	98,61	69,90	103,76	27,76	88,65

Quadro 5.6 – Precipitações mensais (em mm)

Observe que as somas de precipitação anual das cinco cidades são valores próximos, conseqüentemente as médias de precipitação mensal de cada uma das cidades são parecidas. Entretanto, ao compararmos as precipitações mensais, percebemos que os valores são bem diferentes.

Como exemplo, vamos analisar os dados de precipitação do mês de janeiro: em Boa Vista, temos precipitação de 25mm; em Campo Grande, 232mm; em Belo Horizonte, 274mm; em Curitiba, 172mm; em Natal, 55mm. Como, para todas as cidades, temos médias mensais compreendidas entre 118 e 128 milímetros, podemos perceber que cada valor se afasta da média para mais ou para menos. É exatamente para termos noção desses afastamentos da média que utilizamos o desvio padrão, ou seja, quanto mais os dados se afastam da média, maior é o valor desse desvio.

Através da análise gráfica, podemos observar o quanto os dados afastam-se da média. Observe o gráfico das precipitações mensais na figura 5.6 a seguir:

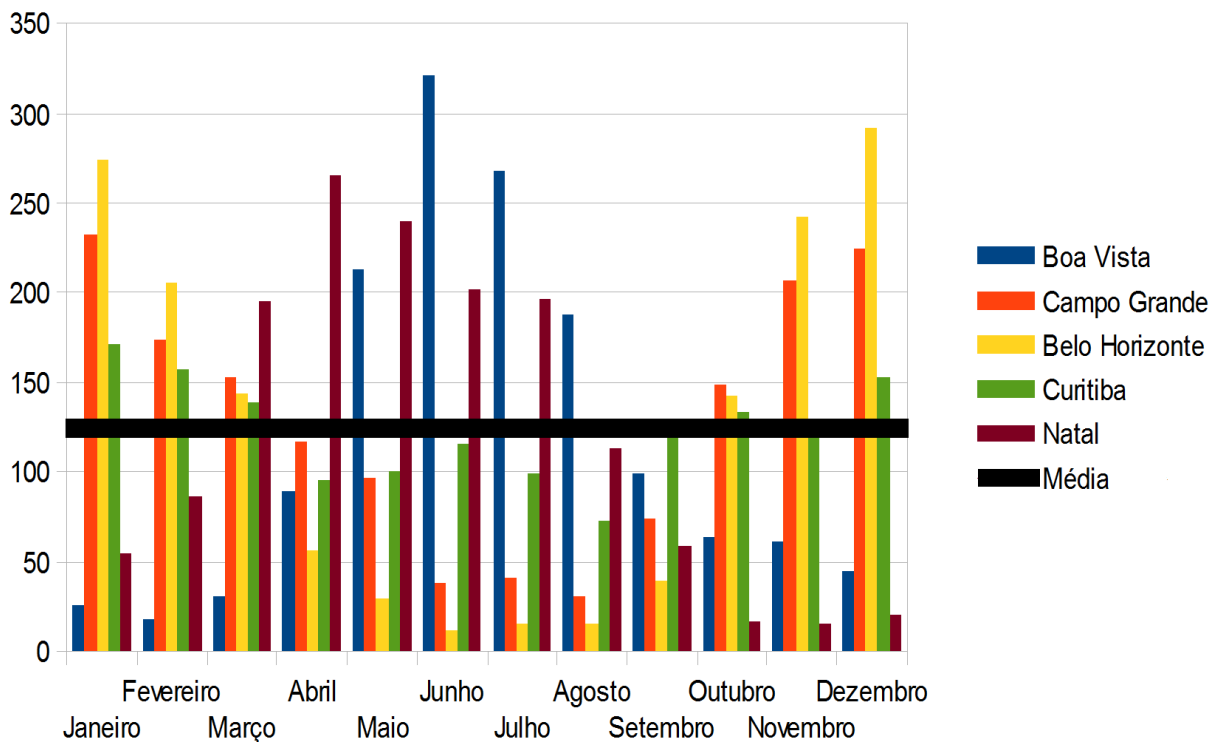


Figura 5.6 – Gráfico das precipitações mensais (em mm)

Em Belo Horizonte, cidade que possui o maior desvio padrão, poucos meses do ano possuem precipitação mensal próxima da média, ou seja, os dados estão bastante dispersos. Já em Curitiba, cidade que possui o menor desvio padrão, as precipitações mensais são bem próximas da média, ou seja, os dados estão pouco dispersos.



# CAPÍTULO 6

## ANÁLISE DE QUESTÕES DO EXAME NACIONAL DO ENSINO MÉDIO

Neste capítulo faremos a resolução comentada de questões do Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM) que exigem conhecimentos estatísticos. As questões pertencem aos exames aplicados nos anos de 2010, 2011, 2012 e 2013.

É interessante que o professor leve esse tipo de questão para trabalhar com os alunos, pois são questões contextualizadas e muitas vezes exigem, além do conhecimento matemático, um pouco de interpretação para resolvê-las.

Questão 1: (ENEM – 2012) Um produtor de café irrigado em Minas Gerais recebeu um relatório de consultoria estatística, constando, entre outras informações, o desvio padrão das produções de uma safra dos talhões de sua propriedade. Os talhões têm a mesma área de  $30000\text{m}^2$  e o valor obtido para o desvio padrão foi de  $90\text{ kg/talhão}$ . O produtor deve apresentar as informações sobre a produção e a variância dessas produções em sacas de  $60\text{ kg}$  por hectare ( $10000\text{m}^2$ ). A variância das produções dos talhões expressa em  $(\text{sacas/hectare})^2$  é

- a) 20,25                      b) 4,50                      c) 0,71                      d) 0,50                      e) 0,25

Resolução:

$90\text{ Kg}$  equivalem a  $1,5$  sacas;

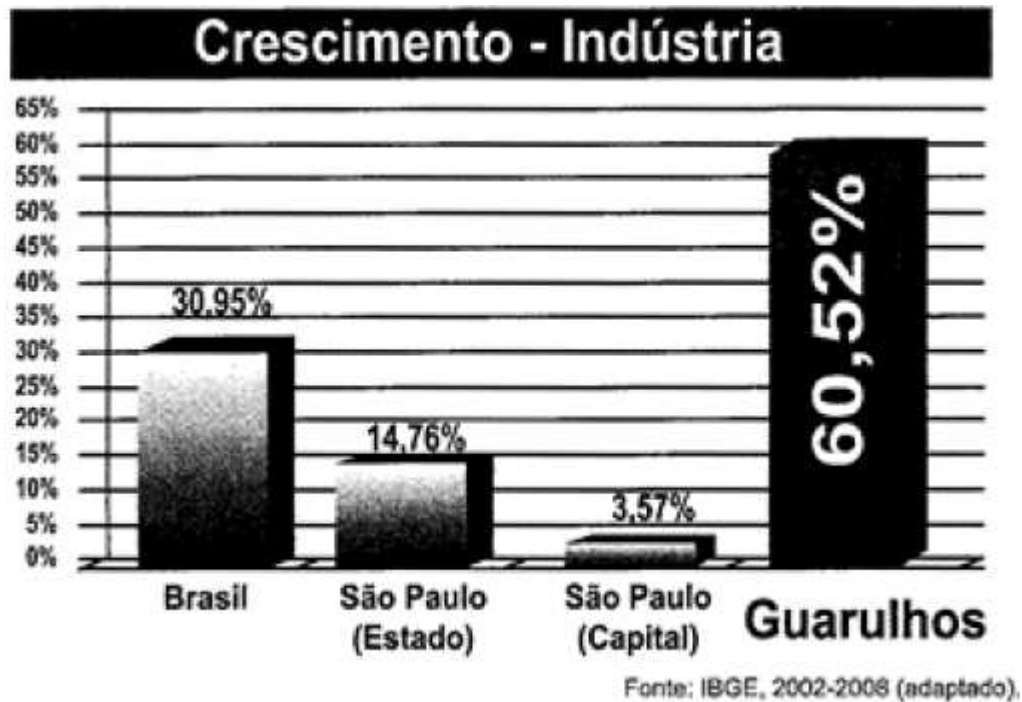
Como o desvio padrão foi de  $90\text{ Kg/talhão}$  que é equivalente a  $1,5$  sacas/ $30000\text{m}^2$ ;

Logo se obtém  $0,5$  sacas/ $10000\text{m}^2$ , ou seja, o desvio padrão de sacas por hectare é igual a  $0,5$ ;

A variância é igual ao quadrado do desvio padrão, ou seja,  $(0,5)^2 = 0,25$ .

Alternativa E

Questão 2 (ENEM – 2013) A cidade de Guarulhos (SP) tem o 8º PIB municipal do Brasil, além do maior aeroporto da América do Sul. Em proporção, possui a economia que mais cresce em indústrias, conforme mostra o gráfico.



Analisando os dados percentuais do gráfico, qual a diferença entre o maior e o menor centro em crescimento no polo das indústrias?

- a) 75,28
- b) 64,09
- c) 56,95
- d) 45,76
- e) 30,07

Resolução:

Analisando o gráfico, percebe-se que o maior crescimento percentual é de Guarulhos com 60,52, e o menor é de São Paulo (Capital) com 3,57;  
Logo, a diferença entre o maior e o menor crescimento é  $60,52 - 3,57 = 56,95$ .

Alternativa C

Questão 3 (ENEM – 2013) Uma falsa relação – O cruzamento da quantidade de horas estudadas com o desempenho no Programa Internacional de Avaliação de Estudantes (PISA) mostra que mais tempo na escola não é garantia de nota acima da média.



\* Considerando as médias de cada país no exame de matemática.

Nova Escola, São Paulo, dez. 2010 (adaptado).

Dos países com notas abaixo da média nesse exame, aquele que apresenta maior quantidade de horas de estudo é

- a) Finlândia      b) Holanda      c) Israel      d) México      e) Rússia

Resolução:

Percebe-se que os países que possuem notas abaixo da média estão posicionados abaixo do eixo das abscissas do gráfico;

Dentre esses países, Israel é o que apresenta maior quantidade de horas de estudo.

Alternativa C

Questão 4 (ENEM – 2013) Cinco empresas de gêneros alimentícios encontram-se à venda. Um empresário, almejando ampliar seus investimentos, deseja comprar uma dessas empresas. Para escolher qual delas irá comprar, analisa o lucro (em milhões de reais) de cada uma delas, em função de seus tempos (em anos) de existência, decidindo comprar a empresa que apresente o maior lucro médio anual. O quadro apresenta o lucro (em milhões de reais) acumulado ao longo do tempo (em anos) de existência de cada empresa.

<b>Empresa</b>	<b>Lucro (em milhões de reais)</b>	<b>Tempo (em anos)</b>
F	24	3,0
G	24	2,0
H	25	2,5
M	15	1,5
P	9	1,5

O empresário decidiu comprar a empresa

- a) F                      b) G                      c) H                      d) M                      e) P

Resolução:

Para encontrar o lucro médio anual de cada empresa, basta dividir o lucro acumulado pelo respectivo tempo de acumulação:

Empresa F:  $24 \div 3 = 8$ ;

Empresa G:  $24 \div 2 = 12$ ;

Empresa H:  $25 \div 2,5 = 10$ ;

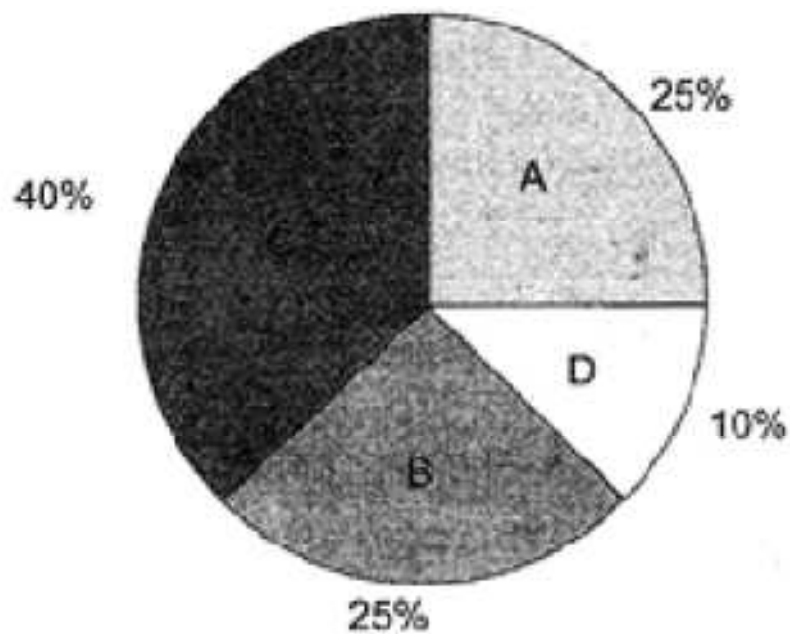
Empresa M:  $15 \div 1,5 = 10$ ;

Empresa P:  $9 \div 1,5 = 6$ .

A empresa G apresenta maior lucro médio anual.

Alternativa B

Questão 5 (ENEM – 2013) Foi realizado um levantamento nos 200 hotéis de uma cidade, no qual foram anotados os valores, em reais, das diárias para um quarto padrão de casal e a quantidade de hotéis para cada valor da diária. Os valores das diárias foram:  $A = R\$ 200,00$ ;  $B = R\$ 300,00$ ;  $C = R\$ 400,00$  e  $D = R\$ 600,00$ . No gráfico, as áreas representam as quantidades de hotéis pesquisados, em porcentagem, para cada valor da diária.



O valor mediano da diária, em reais, para o quarto padrão de casal nessa cidade, é

- a) 300,00
- b) 345,00
- c) 350,00
- d) 375,00
- e) 400,00

Resolução:

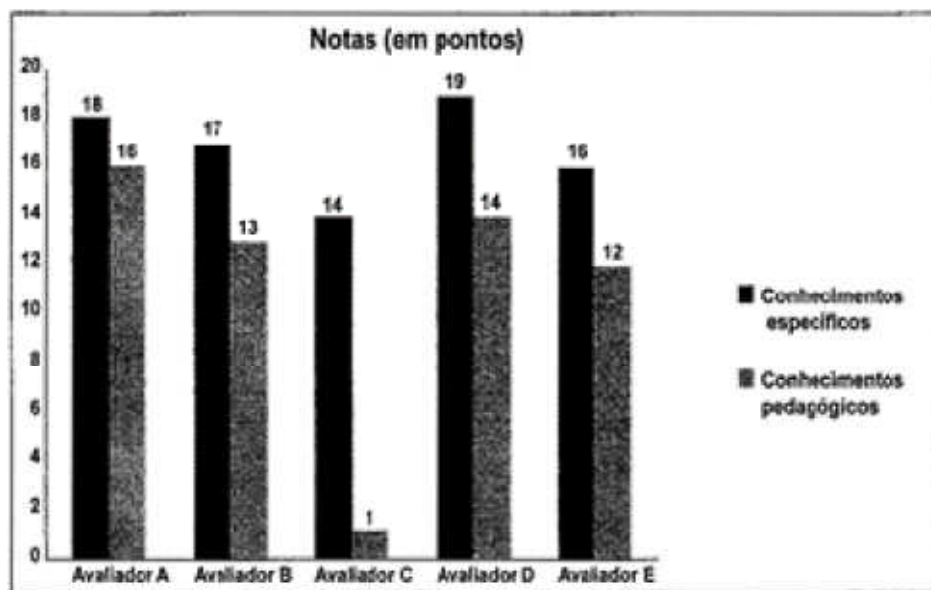
A e B representam 50% dos hotéis, C e D os outros 50%;

Os termos centrais pertencem a B e C;

Logo, o valor mediano é igual a  $(300,00 + 400,00)/2 = 350,00$ .

Alternativa C

Questão 6 (ENEM – 2013) As notas de um professor que participou de um processo seletivo, em que a banca avaliadora era composta por cinco membros, são apresentadas no gráfico. Sabe-se que cada membro da banca atribuiu duas notas ao professor, uma relativa aos conhecimentos específicos da área de atuação e outra, aos conhecimentos pedagógicos, e que a média final do professor foi dada pela média aritmética de todas as notas atribuídas pela banca avaliadora.



Utilizando um novo critério, essa banca avaliadora resolveu descartar a maior e a menor notas atribuídas ao professor.

A nova média, em relação à média anterior, é

- a) 0,25 ponto maior                      b) 1,00 ponto maior                      c) 1,00 ponto menor  
d) 1,25 ponto maior                      e) 2,00 pontos menor

Resolução:

Média com todas as notas:

$$(18 + 16 + 17 + 13 + 14 + 1 + 19 + 14 + 16 + 12)/10 = 14$$

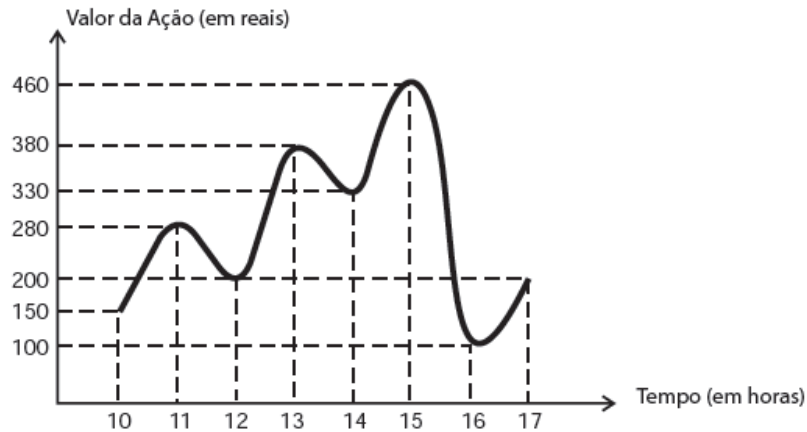
Média após retirar a maior (19) e a menor (1) nota:

$$(18 + 16 + 17 + 13 + 14 + 14 + 16 + 12)/8 = 15$$

Logo, a média será 1,00 ponto maior.

Alternativa B

Questão 7 (ENEM – 2012) O gráfico fornece os valores das ações da empresa XPN, no período das 10 às 17 horas, num dia em que elas oscilaram acentuadamente em curtos intervalos de tempo.



Neste dia, cinco investidores compraram e venderam o mesmo volume de ações, porém em horários diferentes, de acordo com a seguinte tabela.

Investidor	Hora da Compra	Hora da Venda
1	10:00	15:00
2	10:00	17:00
3	13:00	15:00
4	15:00	16:00
5	16:00	17:00

Com relação ao capital adquirido na compra e venda das ações, qual investidor fez o melhor negócio?

- a) 1                      b) 2                      c) 3                      d) 4                      e) 5

Resolução:

Com os dados da tabela e pela análise do gráfico, tem-se que:

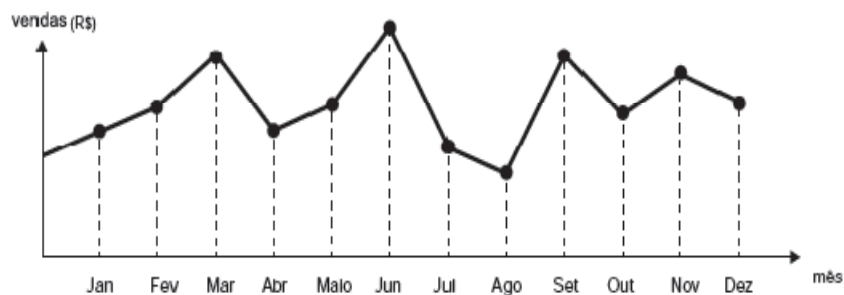
Investidor 1: Pagou R\$ 150,00 e vendeu a R\$ 460,00, lucrando R\$ 310,00 por ação;

Investidor 2: Pagou R\$ 150,00 e vendeu a R\$ 200,00, lucrando R\$ 50,00 por ação;

Investidor 3: Pagou R\$ 380,00 e vendeu a R\$ 460,00, lucrando R\$ 80,00 por ação;  
 Investidor 4: Pagou R\$ 460,00 e vendeu a R\$ 100,00, perdendo R\$ 360,00 por ação;  
 Investidor 5: Pagou R\$ 100,00 e vendeu a R\$ 200,00, lucrando R\$ 100,00 por ação.  
 O melhor negócio foi do investidor 1 que lucrou R\$ 310,00 por ação.

Alternativa A

Questão 8 (ENEM – 2012) O dono de uma farmácia resolveu colocar à vista do público o gráfico mostrado a seguir, que apresenta a evolução do total de vendas (em Reais) de certo medicamento ao longo do ano de 2011.



De acordo com o gráfico, os meses em que ocorreram, respectivamente, a maior e a menor venda absoluta em 2011 foram

- a) março e abril
- b) março e agosto
- c) agosto e setembro
- d) junho e setembro
- e) junho e agosto

Resolução:

Da análise do gráfico conclui-se que:

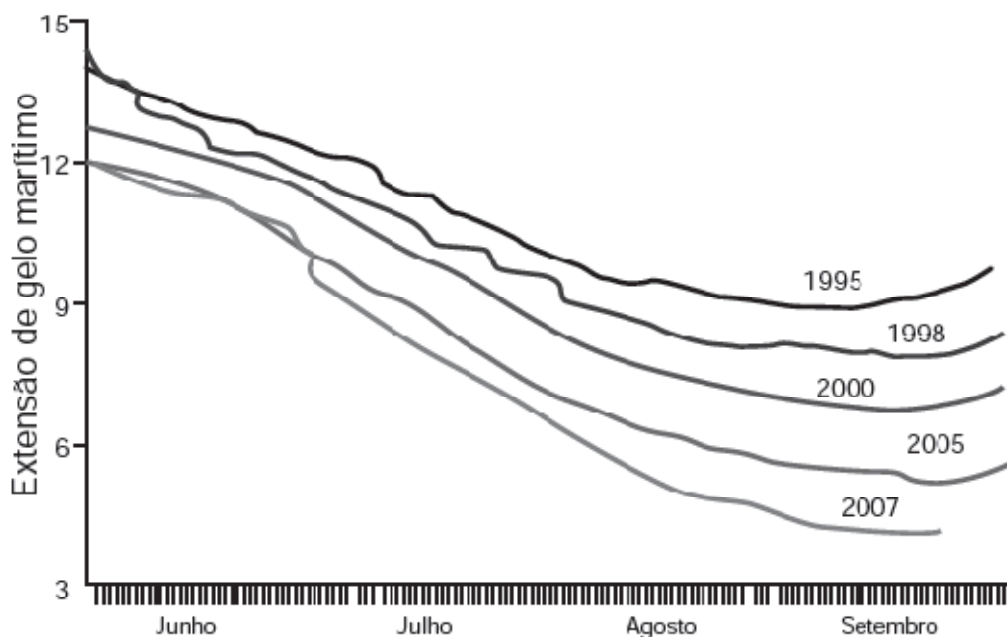
A maior venda ocorreu no mês de junho;

A menor venda ocorreu no mês de agosto.

Alternativa E



Questão 9 (ENEM – 2012) O gráfico mostra a variação da extensão média de gelo marítimo, em milhões de quilômetros quadrados, comparando dados dos anos 1995, 1998, 2000, 2005 e 2007. Os dados correspondem aos meses de junho a setembro. O Ártico começa a recobrar o gelo quando termina o verão, em meados de setembro. O gelo do mar atua como o sistema de resfriamento da Terra, refletindo quase toda a luz solar de volta ao espaço. Águas de oceanos escuros, por sua vez, absorvem a luz solar e reforçam o aquecimento do Ártico, ocasionando derretimento crescente do gelo.



Disponível em: <http://sustentabilidade.allianz.com.br>. Acesso em: fev. 2012 (adaptado).

Com base no gráfico e nas informações do texto, é possível inferir que houve maior aquecimento global em

- a) 1995                      b) 1998                      c) 2000                      d) 2005                      e) 2007

Resolução:

Pela análise do gráfico, percebe-se que em 2007 houve a menor extensão de gelo marítimo; portanto, segundo as informações do texto, foi o ano que houve maior aquecimento global.

Alternativa E

Questão 10 (ENEM – 2012) A tabela a seguir mostra a evolução da receita bruta anual nos três últimos anos de cinco microempresas (ME) que se encontram à venda.

ME	2009 (em milhares de reais)	2010 (em milhares de reais)	2011 (em milhares de reais)
Alfinetes V	200	220	240
Balas W	200	230	200
Chocolates X	250	210	215
Pizzaria Y	230	230	230
Tecelagem Z	160	210	245

Um investidor deseja comprar duas das empresas listadas na tabela. Para tal, ele calcula a média da receita bruta anual dos últimos três anos (de 2009 até 2011) e escolhe as duas empresas de maior média anual. As empresas que este investidor escolhe comprar são

- a) Balas W e Pizzaria Y
- b) Chocolates X e Tecelagem Z
- c) Pizzaria Y e Alfinetes V
- d) Pizzaria Y e Chocolates X
- e) Tecelagem Z e Alfinetes V

Resolução:

Calculando as médias anuais das empresas, tem-se:

Alfinetes V: média anual =  $(200 + 220 + 240)/3 = 220$ ;

Balas W: média anual =  $(200 + 230 + 200)/3 = 210$ ;

Chocolates X: média anual =  $(250 + 210 + 215)/3 = 225$ ;

Pizzaria Y: média anual =  $(230 + 230 + 230)/3 = 230$ ;

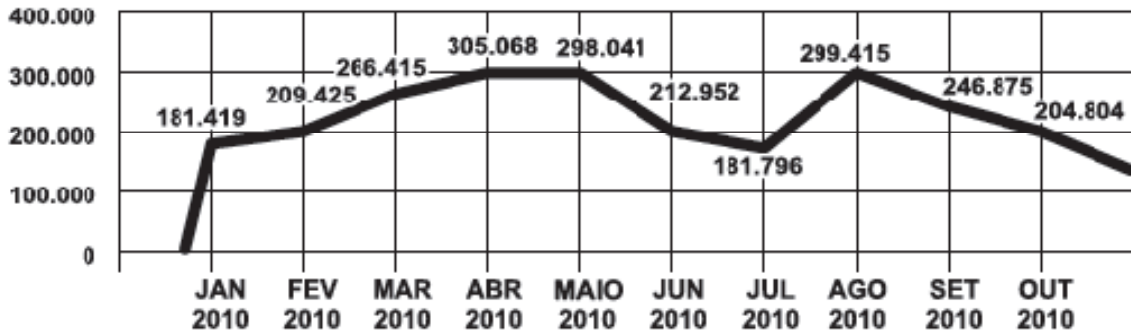
Tecelagem Z: média anual =  $(160 + 210 + 245)/3 = 205$ .

Logo, as duas empresas de maior média anual são Pizzaria Y e Chocolates X.

Alternativa D

Questão 11 (ENEM – 2012) O gráfico apresenta o comportamento de emprego formal surgido, segundo o Caged, no período de janeiro a outubro de 2010.

### BRASIL - Comportamento do Emprego Formal no período de janeiro a outubro de 2010 - CAGED



Disponível em: [www.mte.gov.br](http://www.mte.gov.br). Acesso em: 28 fev. 2012 (adaptado).

Com base no gráfico, o valor da parte inteira da mediana dos empregos formais surgidos no período é

- a) 212 952
- b) 229 913
- c) 240 621
- d) 255 496
- e) 298 041

Resolução:

Organizando os dados em ordem crescente, tem-se:

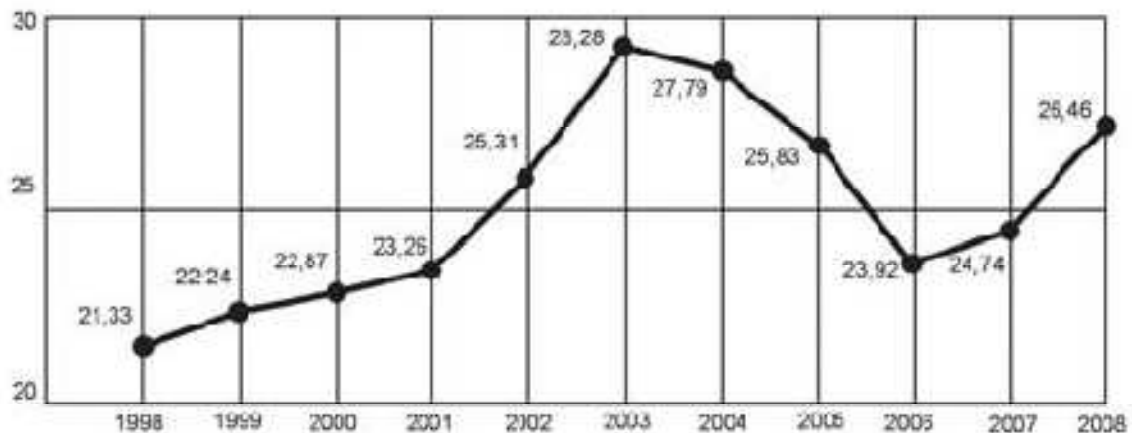
181.419; 181.796; 204.804; 209.425; 212.952; 246.875; 266.415; 298.041; 299.415; 305.068.

Como há um número par de dados, a mediana é a média aritmética dos dois valores centrais.

$$\text{Mediana} = (212.952 + 246.875)/2 = 229.913,5$$

Alternativa B

Questão 12 (ENEM – 2011) O termo agronegócio não se refere apenas à agricultura e à pecuária, pois as atividades ligadas a essa produção incluem fornecedores de equipamentos, serviços para a zona rural, industrialização e comercialização de produtos. O gráfico mostra a participação percentual do agronegócio no PIB brasileiro:



Centro de Estudos Avançados em Economia Aplicada (CEPEA). **Almanaque abril 2010**. São Paulo: Abril, ano 33 (adaptado).

Esse gráfico foi usado em uma palestra na qual o orador ressaltou uma queda da participação do agronegócio no PIB brasileiro e a posterior recuperação dessa participação, em termos percentuais.

Segundo o gráfico, o período de queda ocorreu entre os anos de

- a) 1998 e 2001
- b) 2001 e 2003
- c) 2003 e 2006
- d) 2003 e 2007
- e) 2003 e 2008

Resolução:

Analisando o gráfico, identifica-se que houve queda entre 2003 e 2006.

Alternativa C

Questão 13 (ENEM – 2011) Uma equipe de especialistas do centro meteorológico de uma cidade mediu a temperatura do ambiente, sempre no mesmo horário, durante 15 dias intercalados, a partir do primeiro dia de um mês. Esse tipo de procedimento é frequente, uma que os dados coletados servem de referência para estudos e verificação de tendências climáticas ao longo dos meses e anos. As medições ocorridas nesse período estão indicadas no quadro:

Dia do mês	Temperatura (em °C)
1	15,5
3	14
5	13,5
7	18
9	19,5
11	20
13	13,5
15	13,5
17	18
19	20
21	18,5
23	13,5
25	21,5
27	20
29	16

Em relação à temperatura, os valores da média, mediana e moda são, respectivamente, iguais a

- a) 17°C, 17°C e 13,5°C      b) 17°C, 18°C e 13,5°C      c) 17°C, 13,5°C e 18°C  
d) 17°C, 18°C e 21,5°C      e) 17°C, 13,5°C e 21,5°C

Resolução:

Média: (Soma de todos os termos, dividida pelo número de termos)

$$(15,5 + 14 + 13,5 + 18 + 19,5 + 20 + 13,5 + 13,5 + 18 + 20 + 18,5 + 13,5 + 21,5 + 20 + 16)/15 = 17$$

Mediana: (Termo central da sequência de dados em ordem crescente) = 18

$$13,5; 13,5; 13,5; 13,5; 14; 15,5; 16; \mathbf{18}; 18; 18,5; 19,5; 20; 20; 20; 21,5$$

Moda: (Valor com maior frequência) = 13,5 (quatro vezes)

Alternativa B

Questão 14 (ENEM – 2011) A participação dos estudantes na Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas (OBMEP) aumenta a cada ano. O quadro indica o percentual de medalhistas de ouro, por região, nas edições da OBMEP de 2005 a 2009:

Região	2005	2006	2007	2008	2009
Norte	2%	2%	1%	2%	1%
Nordeste	18%	19%	21%	15%	19%
Centro-Oeste	5%	6%	7%	8%	9%
Sudeste	55%	61%	58%	66%	60%
Sul	21%	12%	13%	9%	11%

Disponível em: <http://www.obmep.org.br>. Acesso em: abr. 2010 (adaptado).

Em relação às edições de 2005 a 2009 da OBMEP, qual o percentual médio de medalhistas de ouro da região Nordeste?

- a) 14,6%
- b) 18,2%
- c) 18,4%
- d) 19,0%
- e) 21,0%

Resolução:

Cálculo do percentual médio da Região Nordeste:

$$\frac{18\% + 19\% + 21\% + 15\% + 19\%}{5} = \frac{92\%}{5} = 18,4\%$$

Alternativa C

Questão 15 (ENEM – 2010) O gráfico expõe alguns números da gripe A-H1N1. Entre as categorias que estão em processo de imunização, uma já está completamente imunizada, a dos trabalhadores da saúde.



Época. 26 de abr. 2010 (adaptado).

De acordo com o gráfico, entre as demais categorias, a que está mais exposta ao vírus da gripe A-H1N1 é a categoria de

- a) indígenas
- b) gestantes
- c) doentes crônicos
- d) adultos entre 20 e 29 anos
- e) crianças de 6 meses a 2 anos

Resolução:

Como o gráfico está representando a porcentagem de imunização, a categoria que está mais exposta é a que apresenta menor valor de imunização; segundo o gráfico, são os adultos entre 20 e 29 anos.

Alternativa D

Questão 16 (ENEM – 2010) Marco e Paulo foram classificados em um concurso. Para classificação no concurso o candidato deveria obter média aritmética na pontuação igual ou superior a 14. Em caso de empate na média, o desempate seria em favor da pontuação mais regular. No quadro a seguir são apresentados os pontos obtidos nas provas de Matemática, Português e Conhecimentos Gerais, a média, a mediana e o desvio padrão dos dois candidatos.

	Matemática	Português	Conhecimentos Gerais	Média	Mediana	Desvio Padrão
Marco	14	15	16	15	15	0,82
Paulo	8	19	18	15	18	4,97

O candidato com pontuação mais regular, portanto mais bem classificado no concurso, é

- Marco, pois a média e a mediana são iguais
- Marco, pois obteve menor desvio padrão
- Paulo, pois obteve a maior pontuação da tabela, 19 em Português
- Paulo, pois obteve maior mediana
- Paulo, pois obteve maior desvio padrão

Resolução:

Marco e Paulo obtiveram a mesma média igual a 15;

Como o critério de desempate é a pontuação mais regular, o que interessa é o desvio padrão, pois representa o desvio dos dados em relação à média;

Logo, o candidato mais bem classificado no concurso foi Marco, porque obteve menor desvio padrão.

Alternativa B



# CONSIDERAÇÕES FINAIS

Neste trabalho, buscamos alternativas construtivas para trabalhar os conteúdos matemáticos relacionados à Estatística no Ensino Médio. Procuramos mostrar a importância desses assuntos a partir da análise de temas importantes para a formação do aluno.

O objetivo principal dessa proposta didática é ensinar Matemática, especificamente os temas relacionados à Estatística, de uma forma contextualizada. Salientamos a importância em explorarmos assuntos que agreguem conhecimentos que serão úteis aos alunos, tanto no campo da Matemática, como nas demais áreas do conhecimento. Acreditamos que, dessa maneira, podemos motivar os alunos ao aprendizado desta tão temida disciplina, pois ficarão bem claras aos mesmos as aplicações das ferramentas matemáticas às mais diversificadas atividades humanas.

Verificamos, no decorrer desse trabalho, a praticidade que as planilhas eletrônicas trazem para se trabalhar com os assuntos relacionados à Estatística. Com o auxílio dessas planilhas, além de economizarmos tempo, obtemos um maior interesse por parte dos alunos, pois os mesmos ficam fascinados quando se deparam com as facilidades proporcionadas pela tecnologia. A utilização de softwares em sala de aula é uma tendência atual e deve, sempre que possível, estar presente nas atividades escolares.

Para explorarmos os tópicos de Estatística pertinentes ao currículo do Ensino Médio, trabalhamos com dois assuntos, um relacionado ao Índice de Desenvolvimento Humano e outro relacionado ao clima. Justifica-se essa escolha pelo fato de esses assuntos possuírem grande importância para a formação do aluno, pois a compreensão dos fenômenos sociais e ambientais é indispensável a qualquer cidadão; e compreender a Matemática envolvida nesses fenômenos desperta a vontade de aprender. Todavia salientamos que há uma grande quantidade de assuntos que podem ser trabalhados de maneira similar, cabendo ao professor fazer a análise e a seleção do que achar adequado para levar à sala de aula e apresentar aos seus alunos.

Esperamos que este trabalho sirva de apoio à reflexão sobre o ensino de Estatística no Ensino Médio. Ratificamos que se trata de uma proposta didática, podendo ser modificada de tal forma a melhor adequar-se ao público ao qual se destina.

# REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

BRASIL, Ministério da Educação. **Orientações Curriculares para o Ensino Médio; volume 2.** Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias. Brasília: Ministério da Educação, Secretaria de Educação Básica, 2006.

BRASIL, Ministério da Educação. **Parâmetros Curriculares Nacionais.** Ensino Médio: Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias – PCNEM. Brasília: MEC, 2000.

BRASIL, Ministério da Educação. **Provas do Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM).** Disponível em <http://portal.inep.gov.br/web/enem/edicoes-antteriores/provas-e-gabaritos>, acesso em 12 Jan 2014.

BRASIL, Ministério da Educação. **PCN+, Ensino Médio.** Orientações Educacionais Complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais. Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias. Brasília: MEC, 2002.

Departamento de climatologia / Climatempo. **Clima das Cidades Brasileiras.** Disponível em <http://www.climatempo.com.br/climatologia>, acesso em 05 Jan 2014.

IEZZI, Gelson; Hazzan, Samuel; Degenszajn, David. **Fundamentos da Matemática Elementar, 11: Matemática Comercial, Matemática Financeira, Estatística Descritiva**, 1. Ed. São Paulo: Atual, 2004.

Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística, IBGE. **Censo Demográfico – 2010.** Disponível em <http://www.ibge.gov.br>, acesso em 17 Dez 2013.

Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais, INPE. **Desmatamento da Amazônia e da Mata Atlântica**. Disponível em <http://www.inpe.br/>, acesso em 15 Dez 2013.

Maps/Google. **Rio Grande do Sul**. Disponível em <https://maps.google.com.br>, acesso em 28 Jan 2014.

MEMÓRIA, J. M. P. **Breve História da Estatística**. Brasília, DF: Embrapa Informação Tecnológica, 2004.

Programa das Nações Unidas para o Desenvolvimento, Pnud. **Atlas do Desenvolvimento Humano no Brasil 2013**. Disponível em <http://www.pnud.org.br/IDH/Atlas2013>, acesso em 11 Jan 2014.

Programa das Nações Unidas para o Desenvolvimento, Pnud. **Relatório de Desenvolvimento Humano Global**. Disponível em <http://www.pnud.org.br/HDR/RDH>, acesso em 12 Dez 2013.