UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA MARIA
CENTRO DE CIÊNCIAS NATURAIS E EXATAS
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM MATEMÁTICA EM REDE NACIONAL - PROFMAT

# MATEMÁTICA INCLUSIVA: ENSINANDO MATRIZES A DEFICIENTES VISUAIS

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO

Tiago Stefanelo e Silva

Santa Maria, RS, Brasil

2015

# MATEMÁTICA INCLUSIVA: ENSINANDO MATRIZES A DEFICIENTES VISUAIS

**Tiago Stefanelo e Silva**

Dissertação apresentada ao Curso de Mestrado do Programa de Pós-Graduação em Matemática em Rede Nacional - PROFMAT, da Universidade Federal de Santa Maria (UFSM, RS), como requisito parcial para obtenção do grau de **Mestre em Matemática**.

**Orientador: Prof. Dr. João Roberto Lazzarin**

**Santa Maria, RS, Brasil**

**2015**

Ficha catalográfica elaborada através do Programa de Geração Automática
da Biblioteca Central da UFSM, com os dados fornecidos pelo(a) autor(a).

STEFANELO E SILVA, TIAGO
MATEMÁTICA INCLUSIVA: ENSINANDO MATRIZES A DEFICIENTES VISUAIS / TIAGO STEFANELO E SILVA.-2015.
69/69 p.; 30cm

Orientador: JOÃO ROBERTO LAZZARIN
Dissertação (mestrado) - Universidade Federal de Santa Maria, Centro de Ciências Naturais e Exatas, Programa de Pós-Graduação em Matemática, RS, 2015

1. Inclusão de Deficientes Visuais 2. Ensino de matemática 3. Matemática Inclusiva 4. Ensino de Matrizes I. LAZZARIN, JOÃO ROBERTO II. Título.

**Universidade Federal de Santa Maria**
**Centro de Ciências Naturais e Exatas**
**Curso Mestrado Profissional em Matemática - PROFMAT**

A Comissão Examinadora, abaixo assinada, aprova a dissertação de mestrado

**MATEMÁTICA INCLUSIVA: ENSINANDO MATRIZES A DEFICIENTES VISUAIS**

elaborada por
**Tiago Stefanelo e Silva**

como requisito parcial para obtenção do grau de
**Mestre em Matemática**

**COMISSÃO EXAMINADORA:**

**João Roberto Lazzarin, Dr.**
(Presidente/Orientador)

**Denilson Gomes, Dr.** (UFSM)

**Ana Marli Bulegon, Dra.** (UNIFRA)

Santa Maria, 07 de agosto de 2015

# DEDICATÓRIA

A todos os deficientes visuais, em especial ao aluno Danilo Garcia Weich pela sua disposição em fazer parte dessa realização, por conhecer um pouco de sua história, por perceber a dedicação que emprega em suas atividades e dessa forma consegue superar suas limitações e alcançar seus objetivos.

# AGRADECIMENTOS

A todas as pessoas direta ou indiretamente ligadas ao PROFMAT, em especial a todos os professores e colegas que fizeram parte desta conquista;

Ao meu Orientador, Professor Dr. João Lazzarin, por toda dedicação, paciência e orientação;

A minha amada esposa Carla Campos e minha filha Luiza, por todo apoio, compreensão e ajuda nas horas difíceis;

A Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES), pelo incentivo disponibilizando bolsa de estudos;

Ao Instituto Federal Farroupilha por proporcionar o tempo necessário para a qualificação e todo a estrutura para a realização do trabalho;

Do Núcleo de Apoio ao Portador de Necessidades Especiais (NAPNE) em especial as professoras Juliani e Raquel, por se colocarem sempre à disposição auxiliando neste processo.

# RESUMO

Dissertação de Mestrado
Programa De Pós-Graduação Em Matemática Em Rede Nacional – PROFMAT
Universidade Federal de Santa Maria

**MATEMÁTICA INCLUSIVA: ENSINANDO MATRIZES A DEFICIENTES VISUAIS**
AUTOR: Tiago Stefanelo e Silva
ORIENTADOR: João Roberto Lazzarin
Data e Local da Defesa: Santa Maria, 07 de agosto de 2015.

Nos últimos anos a inclusão de portadores de deficiência vem sendo amplamente discutida, porém, ainda são poucas as alternativas para um processo que seja realmente inclusivo pois ainda esbarramos em muitas dificuldades tanto estruturais quanto formativas. Sabemos que o processo de inclusão enfrentado nas escolas não é uma tarefa simples, é preciso que o professor esteja preparado, entenda o tipo de deficiência com a qual vai trabalhar e busque alternativas para que possa desenvolver da melhor forma possível o processo. O presente trabalho tem como objetivo principal relatar um processo de ensino-aprendizagem, procurando introduzir o conceito de matrizes e suas operações elementares para um aluno com deficiência visual total utilizando-se de material concreto simples o qual pode ser confeccionado sem grandes recursos por professores que tenham que trabalhar com alunos que apresentem esta deficiência. Relatamos também alguns encontros feitos onde foi utilizado o leitor de tela para Windows “NonVisual Desktop Access”, objetivando a resolução de exercícios de fixação. Finalmente, na conclusão, relatamos as várias adaptações feitas e as várias dificuldades encontradas durante o processo para que atingíssemos a contento nossos objetivos.



**Palavras-chave:** Inclusão de Deficientes Visuais. Ensino de matemática. Matemática Inclusiva. Ensino de Matrizes.

## ABSTRACT

Dissertação de Mestrado
Programa De Pós-Graduação Em Matemática Em Rede Nacional – PROFMAT
Universidade Federal de Santa Maria

**MATEMÁTICA INCLUSIVA: ENSINANDO MATRIZES A DEFICIENTES VISUAIS**
AUTOR: Tiago Stefanelo e Silva
ORIENTADOR: João Roberto Lazzarin
Data e Local da Defesa: Santa Maria, 07 de agosto de 2015.

In recent years, the inclusion of the disabled has been widely discussed, however, there are few alternatives to a process that is truly inclusive, because still we encounter many difficulties both structural as formative. We know that this process of inclusion is not a simple task, it is necessary that the teacher be prepared, understand the type of disability with which will work and look for alternatives so you can develop the best possible way the teaching process. This study has as main objective to report a process of teaching and learning, seeking to introduce the concept of matrices and their basic operations for a student with full visual impairment using simple concrete material which can be confectioned without great resources for teachers have to work with students who present this impairment. Report also some meetings where we used the screen reader for Windows "NonVisual Desktop Access" which were aimed to solve exercises. Finally, in conclusion, we report the various adjustments made and the various difficulties encountered during the process so that we could successfully achieve our goals.



**Keywords:** Blind inclusion. Mathematics Teaching. Mathematics Inclusive. Matrix Education.
.

## LISTA DE FIGURAS

## SUMÁRIO

# INTRODUÇÃO

Na antiguidade a pessoa com deficiência era excluída, afastada do convívio social e muitas vezes, eliminada pelo transtorno que causava aos familiares e a sociedade. Já a Idade Média foi marcada por diversos sentimentos em relação aos portadores de deficiência, como piedade, rejeição, proteção e até supervalorização, fase em que a igreja passou a incentivar a caridade, sendo a excepcionalidade explicada pela crença de pagamento de pecados.

A partir do século XVIII, começou-se a estudar as pessoas com deficiência na área da medicina, da biologia, entre outros, na busca de entender esse “problema", fase que foi chamada de segregação institucional. No entanto a pessoa com deficiência passou a ser tratada como um doente e a ser afastado da família e da sociedade, sendo quase todas elas acolhidas em asilo de caráter religioso ou filantrópico, muitas nunca mais voltando ao convívio familiar. Foi nesse período que surgiram as primeiras escolas especiais e centros de reabilitação. No início do século XIX, surge a institucionalização especializada da pessoa portadora de deficiência, ou seja, a Educação Especial.

Todo esse processo histórico levou a humanidade, embora ainda carregada de preconceitos, a ter uma consciência maior do que seja a deficiência. Na contemporaneidade, embora a pessoa com deficiência continue segregado em instituições, há uma preocupação maior com a educação da mesma. No Brasil, a prova disso é a criação de Leis que dão sustentação à política de educação especial buscando a aceitação do Portador de Necessidades Especiais na sociedade.

Segundo a Política Nacional para a Integração da Pessoa Portadora de Deficiência, Decreto nº 3.298, Art. 24, Parágrafo 1º, entende-se por Educação Especial, para os efeitos deste Decreto, a modalidade de educação escolar oferecida preferencialmente na rede regular de ensino para educando com necessidades educacionais especiais, entre eles o portador de deficiência.

Nesse sentido, com esses alunos portadores de deficiência chegando ao ensino regular, é necessário que o professor encontre alternativas para trabalhar de forma inclusiva com esse aluno, e desenvolva métodos de ensino que possibilitem o trabalho em sala de aula para que esse aluno possa se desenvolver em conjunto com os demais colegas.

Entre os muitos tipos de deficiência, a deficiência visual lança um grande desafio ao professor para trabalhar determinadas disciplinas, visto que cada vez mais os professores estão empregando recursos visuais para tornar as aulas mais atrativas. Assim, é preciso desenvolver estratégias para trabalhar de forma diferenciada com esse aluno, ou mesmo, com toda a turma, para que ele não se sinta excluído. Para Romagnolli:

> “...a aceitação e flexibilidade do professor em relação à sua limitação é um dos principais fatores que afeta a inclusão do aluno com baixa visão. É necessário incluí-lo na sala de aula e no ambiente escolar, propiciar interação com seus colegas, promover sua socialização, resgatar sua autoestima e cidadania. ” (RAMAGNOLLI, 2008, p.21).

Dessa forma, surge certa urgência em desenvolver pesquisas, metodologias e capacitações para esse professor nortear o seu trabalho, criar um novo olhar sobre a educação inclusiva. No âmbito da Matemática não é diferente, podemos notar que ainda são bastante limitados os trabalhos nessa área, os desafios são muitos, principalmente com a escassez de material para que o professor possa trabalhar inclusivamente os principais conceitos matemáticos que envolvem o conteúdo de ensino médio.

Com base nisso, procuramos apresentar um estudo de caso buscando uma forma de trabalhar o conceito matemático de matrizes com um o aluno portador de deficiência visual. Trata-se de um trabalho que pode servir como base para que professores de ensino médio possam trabalhar o tema não se atendo apenas em conceitos, mas também realizando as principais operações que envolvem esse tema, e assim alcançar uma prática diferenciada.

Mais especificamente, esta dissertação é um relato de uma proposta de como abordar em aulas individuais o conteúdo básico sobre matrizes e suas propriedades a um aluno com deficiência visual, nosso estudante alvo não foi propriamente um aluno do ensino médio, mas sim um acadêmico do curso superior em Licenciatura em Computação do Instituto Federal Farroupilha campus Santo Augusto. Nossa meta era apresentar ao aluno os principais conceitos que envolvem o conteúdo matemático de matrizes, trabalhando com diversos exemplos e observa-lo na resolução de exercícios destes tópicos estudados. Também desenvolvemos duas aulas de exercícios complementares utilizando o leitor de tela para Windows NonVisual Desktop Access (NVDA), software livre disponível para download em www.nvaccess.org/ .

Nosso interesse em trabalhar com estudantes com deficiência surgiu da observação desde conjunto de políticas inclusivas que os governos vêm adotando que trouxeram, como saldo positivo, um significativo aumento no número de matrículas de alunos com deficiência em turmas de ensino regular e também na visível inabilidade de nós professores frente a esta demanda premente.

Todas as nossas atividades foram desenvolvidas no Instituto Federal Farroupilha campus Santo Augusto, instituição localizada na região noroeste do estado do RS, que conta hoje com aproximadamente 1.100 alunos sendo que dentre esses possui 11 alunos diagnosticados com algum tipo de deficiência. Tal Instituto conta com um Núcleo de Apoio às Pessoas com Necessidades Educacionais Especiais (NAPNE), formado por uma equipe de profissionais habilitados na área (psicólogo, pedagogo, técnico em assuntos educacionais, técnicos administrativos e professores) que buscam apoiar o desenvolvimento das atividades de ensino e desse modo garantir a formação qualificada e o desenvolvimento das potencialidades dos estudantes e dos quais nos alicerçamos para corrigir algumas imperfeições do processo.

Inicialmente nos utilizamos de material concreto, o qual será descrito no decorrer do trabalho. Material este que serviu de base para fixar os conceitos apresentados e realizar exercícios envolvendo as principais operações com matrizes. Essa etapa foi composta de sete aulas, nas quais serão abordados os principais conceitos e onde foram realizadas atividades envolvendo o conteúdo de matrizes.

Também desenvolvemos duas aulas de resolução de exercícios complementares utilizando leitor de tela do Windows NonVisual Desktop Access (NVDA) sobre os itens trabalhados, assim, pudemos observar como pode se dar a utilização dessa ferramenta como complemento para realização de atividades computacionais.

Salientamos que é preciso que os professores sejam cada vez mais incentivados a se qualificarem para trabalhar com o aluno especial que bate à sua porta em busca de conhecimento. Também é preciso que o professor esteja aberto a buscar alternativas criativas e viáveis para que realize essa inclusão de forma significativa.

**Justificativa**

A escolha deste tema surgiu do reconhecimento de quanto é importante buscar alternativas para vencer as barreiras que ainda existem e impedem que as escolas realizem uma educação verdadeiramente inclusiva. Não se trata apenas de receber o aluno com deficiência na escola de forma acolhedora, mas também em trabalhar os conteúdos que são aplicados aos demais colegas, de modo que o aluno se sinta incluído de forma significativa. Também deve existir a preocupação em prepará-lo para os desafios futuros, identificar as barreiras que poderão atravancar os seus passos seguintes e trabalhar antecipadamente suas potencialidades.

Segundo GUIMARÃES, “na educação inclusiva não se espera que a pessoa com deficiência se adapte à escola, mas que esta se transforme de forma a possibilitar a inserção daquela. ” (GUIMARÃES: 2003, p. 44).

Pensando nisso surge à preocupação no que concerne ao despreparo educacional que pode inverter o processo almejado, pois uma estrutura mal elaborada pode levar o aluno “especial” a uma exclusão e não a uma inclusão, pois a educação consiste em ampliar a capacidade do aluno levando em conta suas limitações e a partir daí torná-lo cidadão.

Para isso, nada melhor para analisarmos esta questão do que partirmos de uma realidade próxima. Dessa forma, tendo em vista que o Instituto Federal Farroupilha, campus Santo Augusto, conta com um aluno com deficiência visual total que necessita de noções de conteúdos de álgebra, procuramos buscar uma alternativa onde possamos trabalhar de forma simples os principais conceitos envolvendo matrizes.

Nosso aluno é acadêmico do Curso de Licenciatura em Computação e foi proposto ao mesmo iniciar um trabalho paralelo às suas aulas, em turno inverso, nesta área e que irá lhe preparar para os conteúdos futuros do seu curso. Assim, ao ser convidado para a realização do trabalho, se colocou à disposição, inclusive teve participação ativa auxiliando na construção do material concreto e dando sugestões de como ficariam melhor colocados os enunciados dos exercícios que seriam trabalhados com o leitor de tela.

**Metodologia**

O presente trabalho se destina ao desenvolvimento e aplicação de atividades relacionadas com o conteúdo de matrizes para o Ensino Médio, com alunos portadores de deficiência visual.

Em um primeiro momento foi elaborado, em conjunto com o Núcleo de Apoio ao Portador de Necessidades Especiais (NAPNE) do Instituto Federal Farroupilha, campus Santo Augusto, o material concreto, feito com uma placa de metal, imãs de geladeira e folhas para Braille o qual servirá de suporte para o desenvolvimento dos encontros.

É importante salientar que trata-se de um material limitado, com numeração de 0 a 9, assim sendo, foi tomado o cuidado de que em cada exercício elaborado para o material concreto as somas e multiplicações não ultrapassassem essa numeração.

Os encontros para desenvolvimento das atividades iniciaram-se em setembro de 2014, uma vez por semana, geralmente na segunda-feira se estendendo até novembro, num total de sete encontros nos quais foram trabalhados os principais conceitos do conteúdo de matrizes constantes no currículo mínimo do Ensino Médio.

Também foram realizados dois encontros onde foram realizadas atividades utilizando o leitor de tela NVDA para Windows, as quais retomam os principais conceitos apresentados durante as aulas realizadas com material concreto. Estas atividades serviram de apoio para que o aluno pudesse rever os conceitos após as atividades com o material concreto.

**Dos Objetivos**

a) Objetivo geral

Desenvolver atividades utilizando material concreto para trabalhar o conteúdo de matrizes para o Ensino Médio com um aluno portador de deficiência visual total.

b) Objetivos específicos

- Elaborar material concreto para ser utilizado nas atividades desenvolvidas durante a aplicação do trabalho.
- Elaborar material que possa ser usado utilizando leitor de tela para Windows, de forma que o aluno possa revisar conceitos e realizar atividades complementares.
- Fazer um breve histórico sobre as políticas de inclusão do portador de necessidades especiais.
- Buscar chamar a atenção para este tema, visto que hoje, cada vez há mais alunos com necessidades especiais chegando nas escolas e ainda são poucas as alternativas desenvolvidas para que o professor possa trabalhar de forma significativa com esse aluno.

# 1 ABORDAGEM TEÓRICA

## 1.1 Políticas públicas de educação inclusiva no Brasil

No Brasil, foram criadas Leis que dão sustentação à política de educação especial buscando a aceitação do Portador de Necessidades Especiais na sociedade começando este processo pela integração dos mesmos nas escolas de ensino regular para que possam conviver em um ambiente de pessoas ditas “normais” e assim diminuir as barreiras do preconceito. As principais leis do país relacionadas ao assunto foram elaboradas entre 1988 a 2001, sendo algumas delas a Constituição Federal, o Estatuto da Criança e do Adolescente, a Lei de Diretrizes e Bases da Educação (lei 9.394/96), e o Plano Nacional de Educação. Também foram criados Decretos, Portarias, Resoluções e Pareceres, documentos estes, que buscam garantir os direitos da pessoa portadora de deficiência e facilitar a sua inclusão social.

Segundo a Coordenadoria Nacional para a Integração da Pessoa Portadora de Deficiência, a Lei 7853/89, que dispõe sobre o apoio às pessoas portadoras de deficiência e sua integração social, reafirma a obrigatoriedade da matrícula compulsória em cursos regulares a portadores de deficiência e no Decreto nº 3.298 de 20/12/99, que regulamenta esta Lei, em seus Artigo 24 define por Educação Especial a modalidade de educação escolar oferecida preferencialmente na rede regular de ensino para educando com necessidades educacionais especiais e no Artigo 25 diz:

> Os serviços de educação especial serão ofertados nas instituições de ensino público ou privado do sistema de educação geral, de forma transitória ou permanente, mediante programas de apoio para o aluno que está integrado no sistema regular de ensino, ou em escolas especializadas exclusivamente quando a educação das escolas comuns não puder satisfazer as necessidades educativas ou sociais do aluno ou quando necessário ao bem-estar do educando. (BRASIL, p.7, 1999).

A mesma Lei 7853/89 em seu Art. 8°, parágrafo 1°, afirma constituir crime grave “recusar, suspender, procrastinar, cancelar ou fazer cessar, sem justa causa, a inscrição de aluno em estabelecimentos de ensino de qualquer curso ou grau, público ou privado, por motivos derivados da deficiência que porta”.

Continuando a análise da legislação no que se trata da pessoa portadora de deficiência, não se pode deixar de incluir o Estatuto da Criança e do Adolescente, Lei n° 8.069, de 13 de julho de 1990. Embora, em seu Inciso III do Artigo 54, ele reproduza o que determina a Constituição Federal de 1988, ele vem a ser uma Lei de grande importância.  Segundo Mazzotta:

> Vale lembrar, no entanto, que este Estatuto é o conjunto dos direitos e deveres legalmente estabelecidos para toda criança e adolescente, portador(a) de deficiência ou não. No que se refere à criança e ao adolescente portadores de deficiência, essa legislação significa um importante caminho para o exercício de direitos até então presentes em “declarações” genéricas e abstratas, mas muito poucas vezes praticados, por falta de mecanismos eficazes. (MAZZOTTA ,1999, p.82).

Em 1996 foi criada a Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional que em seu Capítulo V, onde trata da educação especial, determina que o sistema de ensino deve assegurar condições favoráveis para o atendimento do educando com necessidades especiais, dessa forma a escola deve se adequar ao aluno com deficiência. Deve ter junto ao ensino regular serviços de apoio especializados para atender as peculiaridades desta clientela e materiais próprios.

Em 2001 foi criado o Plano Nacional de Educação. Porém a grande preocupação é que os direitos estão assegurados apenas no papel, mas na prática a realidade é outra. Grande parte das escolas do país, não estão preparadas para receber o aluno deficiente. Para Guimarães (2003, p.44), “...na verdade, ainda é difícil encontrar professores que afirmem estar preparados para receber em classe um estudante deficiente. A inclusão é um processo cheio de imprevistos, sem fórmulas prontas e que exige aperfeiçoamento constante”. Outra preocupação é o deficiente físico, que necessita de uma infraestrutura adequada para o seu acesso à escola.

Nos últimos anos ocorreu um crescente número de matriculas de portadores de necessidades especiais em turmas regulares, o que podemos observar no quadro abaixo com dados do Censo de 2013 realizado pelo Ministério da Educação (Ver ESCOLAR, Censo):

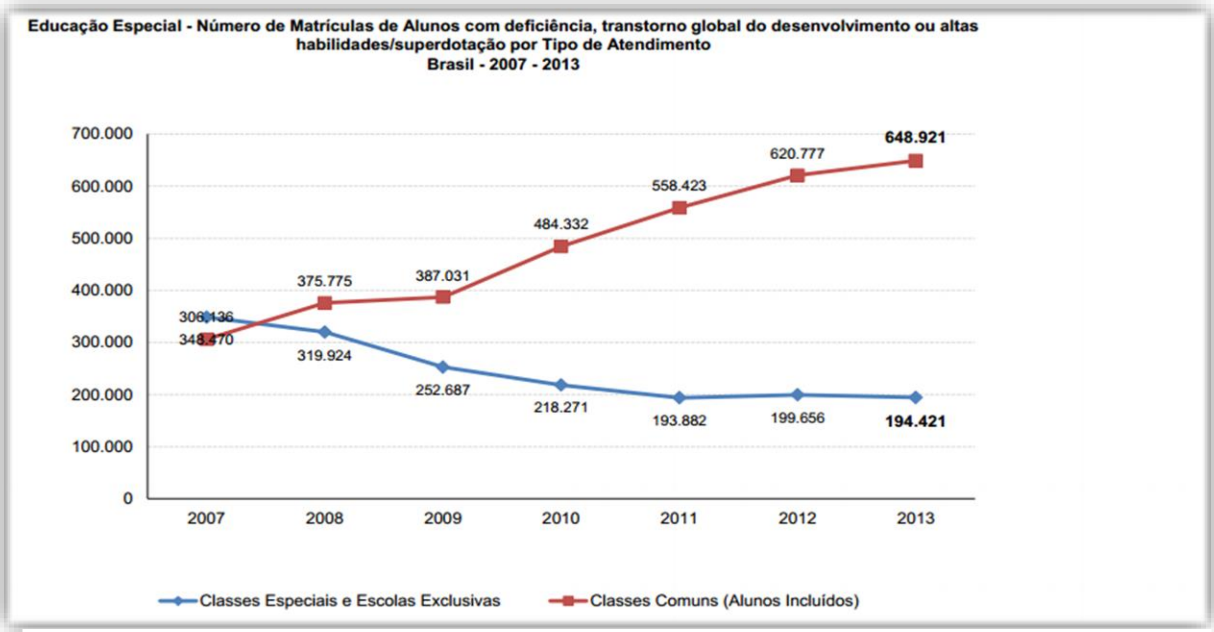


Figura 1 - Aumento de matriculas de alunos com algum tipo de necessidade especial de 2007-2013

Com base nisso, vemos que é necessário um ambiente escolar inclusivo, mas para isso as Leis devem ser levadas a sério e cumpridas. O Estado em suas diferentes esferas precisa ter consciência da realidade das escolas e buscar formas de enfrentamento desse desafio.

> Embora todos os documentos legais sobre Educação elaborados após a Constituição Federal de 1988 o direito ao atendimento educacional especializado, preferencialmente na rede regular de ensino, para aqueles hoje denominados alunos com necessidades educacionais especiais, sabe-se que não se viabiliza a referida prerrogativa sem que se garanta, enquanto responsabilidade do Estado, suportes humanos, físicos, materiais e outros. Isso implica, necessariamente, maior investimento financeiro e compromisso político com a educação brasileira, portanto, a figuração dessa área de política social como prioridade, de fato, do governo. (PRIETO, 2006).

No entanto, a comunidade escolar num todo, diretores, professores, alunos e funcionários, também devem buscar aceitar e se adaptar às mudanças, pois para que as mesmas ocorram é preciso estar aberto a elas, pois muitas vezes faltam os recursos necessários para a inclusão e sobra só a boa vontade das pessoas que trabalham nas escolas e que querem essa inclusão. Não se pode transformar em utopia uma inclusão tão desejada.

No Brasil A Lei de Diretrizes e Bases da Educação (LDB), Lei nº 9.394, de 20 de dezembro de 1996, diferente das leis que a antecederam, dedica um capítulo especial ao tema da Educação especial, definindo suas formas de organização em que salienta a preferência pelas redes regulares de ensino:

> **Art. 58º.** Entende-se por educação especial, para os efeitos desta Lei, a modalidade de educação escolar, oferecida preferencialmente na rede regular de ensino, para educandos portadores de necessidades especiais. (BRASIL, p. 21, 1996).

Apesar da LDB vir a concretizar em lei, a integração do Portador de Necessidades Especiais no sistema regular de ensino, ainda há muito a ser feito para que essa inclusão se torne realmente uma conquista efetiva. Existem vários pontos que ainda apresentam lacunas e precisam ser trabalhados de forma a contemplar uma educação de qualidade, que venha a abranger uma ampla gama de indivíduos.

Mais adiante, em seu artigo 59, a LDB trata da forma de como organizar a educação especial, enfocando:

> I - currículos, métodos, técnicas, recursos educativos e organização específicos, para atender às suas necessidades;
> II - terminalidade específica para aqueles que não puderem atingir o nível exigido para a conclusão do ensino fundamental, em virtude de suas deficiências, e aceleração para concluir em menor tempo o programa escolar para os superdotados;
> III - professores com especialização adequada em nível médio ou superior, para atendimento especializado, bem como professores do ensino regular capacitados para a integração desses educandos nas classes comuns;
> IV - educação especial para o trabalho, visando a sua efetiva integração na vida em sociedade, inclusive condições adequadas para os que não revelarem capacidade de inserção no trabalho competitivo, mediante articulação com os órgãos oficiais afins, bem como para aqueles que apresentam uma habilidade superior nas áreas artística, intelectual ou psicomotora;
> V - acesso igualitário aos benefícios dos programas sociais suplementares disponíveis para o respectivo nível do ensino regular. (BRASIL, p. 21 e 22, 1996).

Enfim, na teoria a LDB busca uma ação ampla, de forma a regulamentar o processo de inclusão, tentando abranger todos os itens relacionados ao contexto educacional. Porém o que vemos é que ainda há muito a se trabalhar em busca por soluções concretas. Será preciso que cada vez mais profissionais se envolvam nesse processo de inclusão para que assim se concretizem os objetivos citados na lei.

## 1.2 Deficiência visual, currículos e a Matemática

Um grave problema enfrentado hoje é o despreparo da escola para receber o aluno com deficiência, tanto no que se refere a parte física onde, na maioria das escolas, não há uma infraestrutura adequada para as diferentes deficiências, que possibilitem o seu acesso, como rampas, piso sinalizador, salas e banheiros adaptados, quanto na parte técnica, com professores despreparados para trabalhar com esse aluno e explorar suas potencialidades.

Vemos também que a grande maioria das escolas não conta com uma equipe de apoio que possa auxiliar no processo de inclusão, assim o professor trabalha isolado e sem um suporte adequado acaba sobrecarregado e em muitas vezes desestimulado a promover essa inclusão de forma significativa.

Tentando superar algumas dessas dificuldades o MEC nos últimos anos vem buscando uma unificação dos currículos de forma que eles sejam flexíveis as mais diferentes formas de inclusão. O principal objetivo da flexibilização dos currículos é a adoção de propostas específicas para cada tipo de aluno a fim de evitar o que ainda acontece nas escolas nos dias de hoje e vem acentuando cada vez mais as desigualdades.

Essa flexibilização do currículo é uma ferramenta que tende a romper um dos paradigmas que mais atrapalham o desenvolvimento da educação e a proposta de uma educação de qualidade, o paradigma de que todos os alunos aprendem da mesma forma. A flexibilização do Currículo, busca adaptar as formas de ensino ás necessidades de cada indivíduo, ou seja, ela deixa de focar as dificuldades e passa a observar as características de cada um e priorizar suas capacidades.

De acordo com o Decreto nº. 3.298/99, de redação alterada pelo Decreto nº. 5.926/04, considera:

> Deficiência visual
> "[...] • Cegueira – na qual a acuidade visual é igual ou menor que 0,05 no melhor olho, com a melhor correção óptica;
> • Baixa Visão – significa acuidade visual entre 0,3 e 0,05 no melhor olho, com a melhor correção óptica;
> • os casos nos quais a somatória da medida do campo visual em ambos os olhos for igual ou menor que 60°;
> • ou a ocorrência simultânea de quaisquer das condições anteriores [...]" (BRASIL, 2007, p. 24).

O deficiente visual não possui uma deficiência de caráter cognitivo, logo ele é capaz de aprender de forma normal bastando apenas que lhe sejam oferecidas as condições adequadas. Além disso, é importante que o professor tenha conhecimento do tipo de deficiência visual com que vai trabalhar, segundo Rheinheimer (2010, p.5), “é importante que o professor tenha conhecimento do histórico da necessidade especial, que deve constar informações como a idade em que ocorreu a deficiência, sendo um dado de suma importância para o desenvolvimento do seu trabalho”. Ou seja, para que o professor desenvolva um trabalho consistente, ele deve levar em conta que o deficiente visual não tem as mesmas experiências sensoriais dos demais alunos.

O desenvolvimento cognitivo do deficiente visual está principalmente relacionado com os sentidos do tato e da audição, ou seja, para que o professor possa desempenhar um trabalho consistente que resulte em uma educação realmente inclusiva é importante que ele esteja atento a esse fato, para que assim desenvolva estratégias para que o aluno com deficiência tenha as experiências sensoriais necessárias para que realize de fato seu aprendizado de forma consistente.

Um fato que podemos notar quando realizamos uma breve pesquisa no campo do deficiente visual é que ainda é grande a falta de materiais auxiliares desenvolvidos em determinadas áreas. Também notamos que quando encontramos algum material desenvolvido para este fim, muitas vezes ele tem um custo um tanto quanto elevado, não sendo acessível para grande parte das escolas.

Mais especificamente no campo da Matemática temos um grande desafio a ser superado, poucas editoras trabalham com materiais específicos para o deficiente visual e a escassez de material ainda é uma realidade, logo é preciso desenvolver métodos alternativos para que este aluno possa ser inserido de forma eficiente na comunidade escolar. É necessário a criatividade, criar formas simples, com baixo custo, e que surtam resultados, nesta busca pela inclusão.

> Trabalhar Matemática com alunos deficientes visuais parece ser uma tarefa não muito fácil. Isso porque esses alunos precisam estar em contato direto com o que está sendo ensinado, ou seja, eles precisam literalmente “sentir” para poderem fazer suas abstrações. Não que os outros alunos não tenham essa necessidade, mas é que no caso dos deficientes visuais, o concreto é o principal meio de conhecimento das coisas que os cercam. Desse modo, ao professor cabe a responsabilidade de estar buscando estratégias concretas que possibilitam a compreensão de todos os alunos. (ARAÚJO, 2005).

Um ponto importante para que o professor de Matemática tenha êxito no trabalho com o deficiente visual é que ele precisa de uma comunicação bastante clara para que o aluno possa compreender o que está sendo sugerido pelo professor, para Fernandes:

> "...a cegueira dos aprendizes os impede de imitar diretamente as estratégias e os gestos usados pelos seus parceiros, assim o emprego de estratégias e gestos similares são fruto dos diálogos que permitem que as informações recebidas sejam tratadas e processadas para auxiliarem na formulação de estratégias para solução dos problemas matemáticos propostos. " (FERNANDES, 2007, p. 1124)

Assim vemos a importância da clareza e da riqueza de detalhes que o professor deve atentar ao realizar o trabalho com o deficiente visual. Como o deficiente visual não tem uma visão global do que está sendo trabalhado é preciso que a descrição do conceito ou exercício que lhe está sendo apresentado seja enriquecida com o máximo de informações e que se atente para que essas informações sejam de fato relevantes.

Neste trabalho procuramos desenvolver um método alternativo para o estudo de matrizes, deixando muitas vezes de lado o rigor matemático e expressando um conceito ou propriedade de forma simples, procurando que o aluno pudesse abstrair esse "sentir" matemático. Também procuramos trabalhar com materiais de fácil acesso e baixo custo, de modo a tornar essa experiência acessível a qualquer professor que esteja disposto a trabalhar com esse tipo específico de deficiência.

# 2 DESENVOLVIMENTO DAS ATIVIDADES COM MATERIAL CONCRETO

## 2.1 Introdução

Esta seção foi baseada em Dante (2012) e Bonjorno (2013).

Esta etapa do trabalho teve como objetivo trabalhar o conteúdo matrizes do ensino médio com um aluno portador de deficiência visual total. O conteúdo em questão é de grande importância para o aluno, visto que este é acadêmico do curso de Licenciatura em Computação do Instituto Federal Farroupilha campus Santo Augusto, e necessita de noções deste conteúdo para certas disciplinas que irá cursar e o mesmo explanou que, igualmente a um estudante que inicia o ensino médio, ele jamais estudara matrizes, muito provavelmente pelo apelo visual que estes “retângulos numéricos” proporcionam.

Foram realizados sete encontros, nos quais foram trabalhados conceitos e exercícios referentes a matrizes, todas utilizando material concreto confeccionado por nós mesmos, com certa orientação do próprio estudante e contribuição do Núcleo de Apoio às Pessoas com Necessidades Educacionais Especiais (NAPNE) do Instituto Federal Farroupilha campus Santo Augusto, na parte da linguagem Braille (Braille é um sistema de leitura com o tato para cegos inventado pelo francês Louis Braille no ano de 1827 em Paris. Ver BRAILLE).

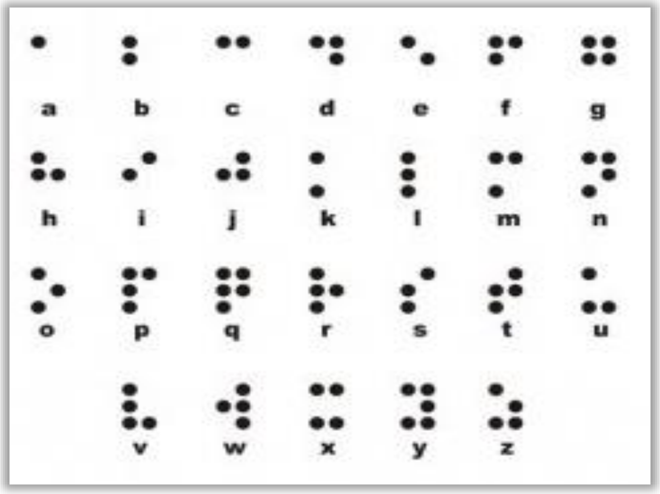


Figura 2 - Alfabeto Braille

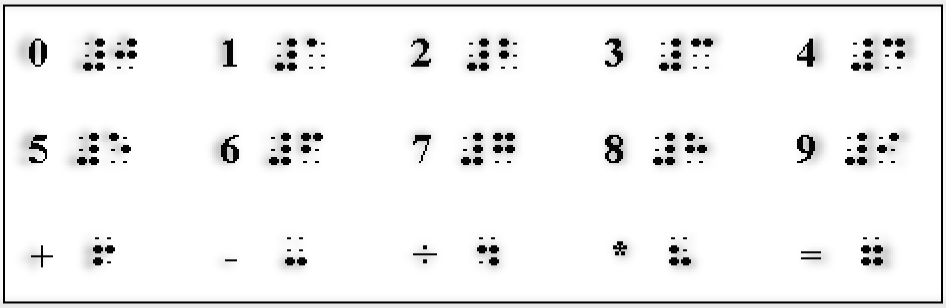


Figura 3 - Numeração em Braille e sinais de operações Matemáticas

No primeiro encontro trabalhamos os conceitos iniciais de matrizes, a sua definição e a localização de elementos utilizando linhas e colunas. Também exemplificamos falando do uso de matrizes em aplicações práticas, como tabelas de jogos. Relacionamos com o Microsoft Excel, uma vez que o aluno tem familiaridade com o programa e este usa números para definir linha e letras para definir coluna.

Nas duas aulas seguintes trabalhamos a construção de matrizes através de uma fórmula definida que relaciona a posição da linha e da coluna, e também os diferentes tipos de matrizes que poderiam vir a aparecer no decorrer do trabalho.

Nas aulas restantes foram trabalhadas operações envolvendo matrizes, adição e subtração, multiplicação de matrizes por um número real, multiplicação de matrizes por matrizes, e inversa de matrizes. Nessas aulas, sempre iniciávamos com o conceito da operação para o aluno, exemplificando no material concreto e na sequência resolvíamos em conjunto alguns exercícios a fim de fixar o conceito operacional que estávamos trabalhando. Também relacionamos algumas operações com a noção de igualdade de matrizes. Vale salientar que o aluno tem uma grande facilidade de memorização e realiza grande parte dos cálculos mentalmente, o que facilitou o trabalho nessa etapa.

Buscamos não exceder o tempo de uma hora em cada encontro, pois com isso objetivamos que o trabalho possa ser também trabalhado em turmas regulares de ensino, dentro do tempo que o professor dispõe para atendimento a seus alunos.

Para a realização das atividades, elaboramos um material concreto no qual o aluno pôde tatear e identificar os elementos que compõem uma matriz. Dessa forma, após explicar para o aluno os conceitos teóricos sobre os itens que seriam estudados, o aluno pôde realizar atividades sobre cada conceito trabalhado.

Em cada encontro trabalhamos alguns itens do conteúdo de matrizes, começando com atividades bem básicas observando como se organiza uma matriz, os diferentes tipos de matrizes, suas características e as operações envolvendo este conteúdo.

O material concreto foi de grande importância nesse momento pois facilitou a "visualização" através do tato, onde o aluno pôde ter uma ideia de organização da matriz, e também realizar uma série de exercícios que vieram a auxiliar na fixação dos conceitos apresentados.

## 2.2 Confecção do material

O material utilizado para este trabalho trata-se de um material bastante básico, o qual a matéria prima pode ser adquirida sem grandes dificuldades financeiras e o material pode ser confeccionado sem maiores dificuldades, desde que se tenha acesso a uma máquina de escrever em Braille.

Necessitamos basicamente de:

- Uma placa de metal com aproximadamente 60cm x 40cm;
- Imãs de geladeira;
- Folhas de papel Braille ou adesivos para Braille;
- Máquina de escrever em Braille;
- Folhas de EVA (opcional para decorar).

Datilografamos números positivos e negativos, letras, sinais e demais itens que vamos utilizar no papel ou adesivo para Braille, em seguida fixamos este material nos imãs de geladeira e recortamos de maneira adequada ao manuseio sobre a placa de metal (ver Figura 4).

Figura 4 - Material concreto

### 2.3 Desenvolvimento das atividades

**Conteúdos Trabalhados:**

| Aula | Objetivo | Recurso | Atividades |
|---|---|---|---|
| Aula 1: Conceitos iniciais sobre de matrizes. | Ideia do conceito e aplicações de matrizes; representar genericamente uma matriz; identificar linhas e colunas; organizar os elementos das matrizes; localizar os elementos na matriz. | Material Concreto. | Introdução ao conceito de Matriz e resolução de exercícios propostos. |
| Aula 2: Cons- | Construir matrizes a | Material | Construção de ma- |

| | | | |
|---|---|---|---|
| trução de matrizes. | partir de uma fórmula $a_{ij}$ pré-definida. | Concreto. | trizes através de fórmulas relacionando linha e coluna de um determinado elemento. |
| Aula 3: Tipos de matrizes. | Conhecer os principais tipos de matrizes. | Material Concreto. | Conceitos e exemplos sobre os principais tipos de matrizes. |
| Aula 4: Adição e subtração de matrizes. | Realizar cálculos utilizando conceitos de adição e subtração de matrizes. | Material Concreto. | Resolução de exercícios envolvendo os conceitos de adição e subtração de matrizes. |
| Aula 5: Igualdade entre matrizes e multiplicação de uma matriz por um escalar real. | Resolver pequenos sistemas envolvendo igualdade entre matrizes com incógnitas e multiplicar uma matriz por um escalar real. | Material Concreto. | Resolução de equações com incógnitas envolvendo o conceito de igualdade e multiplicação por um número real. |
| Aula 6: Multiplicação de matrizes. | Efetuar operações envolvendo multiplicação de matrizes. | Material Concreto. | Resolução de exercícios envolvendo multiplicação de matrizes |
| Aula 7: Inversa de matrizes | Objetivo: Identificar quando duas matrizes são inversas uma da outra e observar o método para encontrar a inversa de uma matriz. | Material Concreto. | Apresentação do conceito de inversa e resolução de exercícios. |

Aula 1: Conceitos iniciais sobre de matrizes

Objetivo: Ideia do conceito e aplicações de matrizes, representar genericamente uma matriz, identificar linhas e colunas, organizar os elementos das matrizes, localizar os elementos na matriz.

Expectativa: Que o aluno consiga identificar e se habituar com o formato e o tipo de montagem das matrizes, identificar os elementos de modo a localizar sua linha e coluna.

Conteúdo Programático:

*Matrizes*

Introdução

Em nosso dia a dia, mesmo, muitas vezes sem notar, estamos constantemente fazendo uso do conceito e das propriedades de algum conteúdo matemático importante, que vem muitas vezes facilitar a compreensão dos fenômenos a nossa volta. Neste trabalho falamos do conceito de matriz, o qual muitas vezes é trabalhado sem muita conectividade com suas aplicações e utilidades.

Em vários ramos das ciências, economia, física, jornalismo, engenharia, entre outras vemos uma vasta utilização do conteúdo de matrizes e também de suas propriedades. Em diversas áreas além da Matemática, como por exemplo, destaca Dante (2012): "...em aplicação de bancos de dados, tão importantes na organização de qualquer empresa ou residência, são largamente utilizadas. Quando você preenche um cadastro em uma página da internet, seus dados vão imediatamente para um banco de dados, que nada mais é do que uma matriz que relaciona as informações, suas e de todos os outros cadastrados, às respectivas pessoas de forma coerente e recuperável".

Conceito:

Bonjorno (2013), de forma geral, nos dá as seguintes definições:

- Matriz é uma tabela retangular utilizada para organizar dados;
- Cada número que consta na matriz é chamado elemento da matriz;
- Uma fila horizontal de números na matriz é chamada linha da matriz;
- Uma fila vertical de números na matriz é chamada coluna da matriz;
- Dizemos então que uma matriz é da forma linha x coluna.

Um elemento da linha i e coluna j está, portanto, bem localizado e é denotado formalmente por $a_{ij}$.

Descrição das atividades:

Primeiramente foram explanadas para o aluno algumas noções iniciais sobre matrizes, exemplificando conforme texto acima e também relacionando com tabelas de utilização do Microsoft Excel, visto que o aluno tem um bom domínio de atividades desenvolvidas com o computador e conhece o programa, assim citamos que o Excel organiza os dados em uma planilha onde denomina cada linha por um número e cada coluna por uma letra.

Na sequência foram explicados os conceitos de matriz, como sendo uma tabela utilizada para organizar dados, colocando os conceitos de elementos da matriz e também de linhas e colunas como filas onde localizamos os elementos.

Foi apresentado ao aluno o material (ver Figura 5) que iriamos usar durante as atividades e colocado que se trata de um material limitado, pois contém apenas números positivos e negativos de zero a nove e que casos mais gerais poderiam ser desenvolvidos com o material utilizado nas atividades para computador.

Figura 5 - Tabelas em Braille para introdução conceitual de matrizes

Também construímos alguns exemplos de matrizes e reconhecemos sua ordem (ver Figura 6).

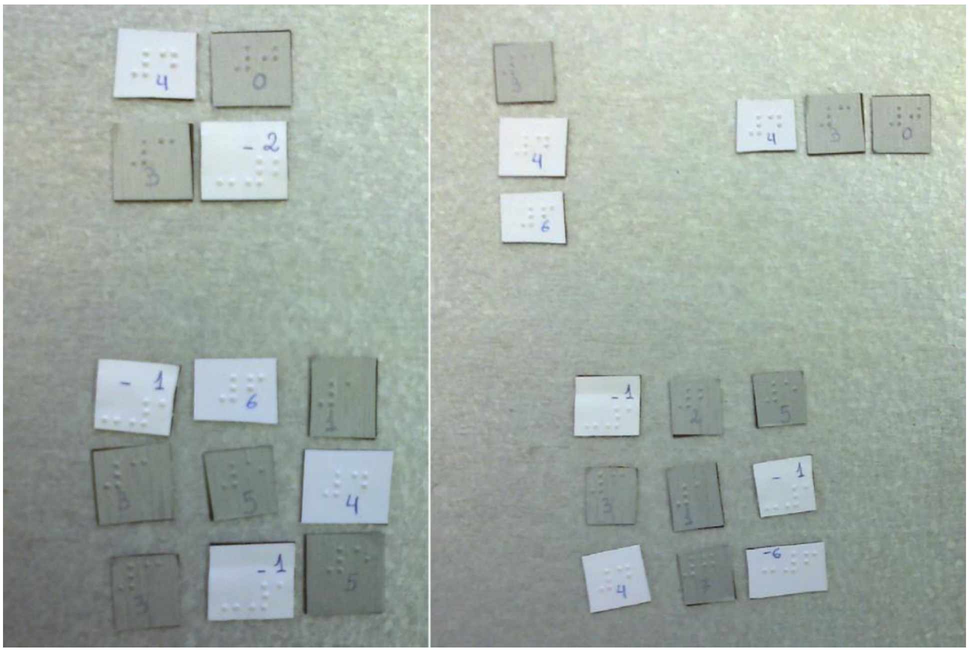

Figura 6 - Matrizes utilizadas para noção de ordem

Destacamos aqui que o aluno demonstrou surpresa ao tatear e observar o formato de tabelas, pois apesar de ter noção ao trabalhar no computador salientou que não tinha claro a forma retangular de como se organizavam os elementos apresentados em uma tabela ou planilha de dados.

Nas matrizes apresentadas foram trabalhados os conceitos de elemento, de linha, de coluna e da forma retangular mxn das matrizes em geral. O aluno não apresentou nenhuma dificuldade significativa em fixar esses conceitos.

Partimos para a definição de matriz genérica, a qual apresentamos na forma abaixo (ver Figura 7) onde foi possível explicar que o primeiro índice representa a linha de localização e o segundo índice representa a coluna. Para os que conhecem Braille, perceberão que nas figuras em que aparecem os termos $a_{ij}$ poderão perceber que a tradução para o Braille não é literal, por exemplo, $a_{11}$ é traduzido como “a onze”, $a_{12}$ traduzido como “a doze”, etc. Usamos esta notação com objetivo único de minimizar o tamanho das pastilhas que representavam cada elemento de uma matriz e com isso otimizar o uso do quadro com várias matrizes concomitantes.

Em seguida realizamos a atividade de localizar números partindo da localização $a_{ij}$ na matriz, onde explicamos que o i representa a localização da linha e o j a localização da coluna, solicitamos que o aluno localizasse nas matrizes alguns elementos do tipo $a_{23}$, $a_{32}$, $a_{12}$, entre outros, para que dessa forma pudesse fixar o conceito de localização dos números na matriz.


Figura 7 - Matriz genérica e matrizes utilizadas nas atividades de localização de elementos

Aula 2: Construção de matrizes

Objetivo: Construir matrizes a partir de uma fórmula $a_{ij}$ pré-definida.

Expectativa: Que o aluno possa utilizar o conceito de matriz genérica vista na primeira aula e com a fórmula pré-definida no exercício efetue a construção de uma matriz numérica.

Conteúdo Programático:

*Construção de uma matriz numérica a partir da matriz genérica*

Podemos denominar, abreviadamente, uma matriz através de uma lei ou fórmula pré-definida. Dizemos que a matriz é da forma $A = (a_{ij})_{mxn}$ , com $1 \leq i \leq m$ e $1 \leq i \leq n$ , onde o elemento $a_{ij}$, é definido por uma fórmula que envolve o valor i que representa a linha e j representa o valor da coluna onde o elemento se encontra, e mxn representa a ordem da matriz apresentada.

Descrição das atividades:

Em um primeiro momento recapitulamos o conceito de matriz genérica, o aluno identificou os elementos da matriz e relacionamos o valor de i e de j com a localização do elemento na linha e na coluna.

Na sequência foram resolvidos exercícios de construção de matrizes através de uma fórmula que relaciona linha e coluna, para a resolução desses exercícios combinamos que o professor faria a leitura do exercício indicando a fórmula que seria usada para calcular os elementos da matriz solicitada, em caso de o aluno precisar anotar algum valor ele solicitaria que o professor anotasse e o lembrasse posteriormente.

Partimos para a resolução do primeiro exercício da aula onde construímos uma matriz 2 por 2 onde $a_{ij} = 2i + j$. Foi solicitado ao aluno que observasse a forma da matriz, e em seguida montasse a matriz genérica antecedendo a matriz solução. O aluno localizou os elementos genéricos colocando-os em ordem antes da resolução e em seguida fez os cálculos mentalmente, colocando cada elemento na sequência observada na matriz genérica escrita inicialmente. (ver Figura8).

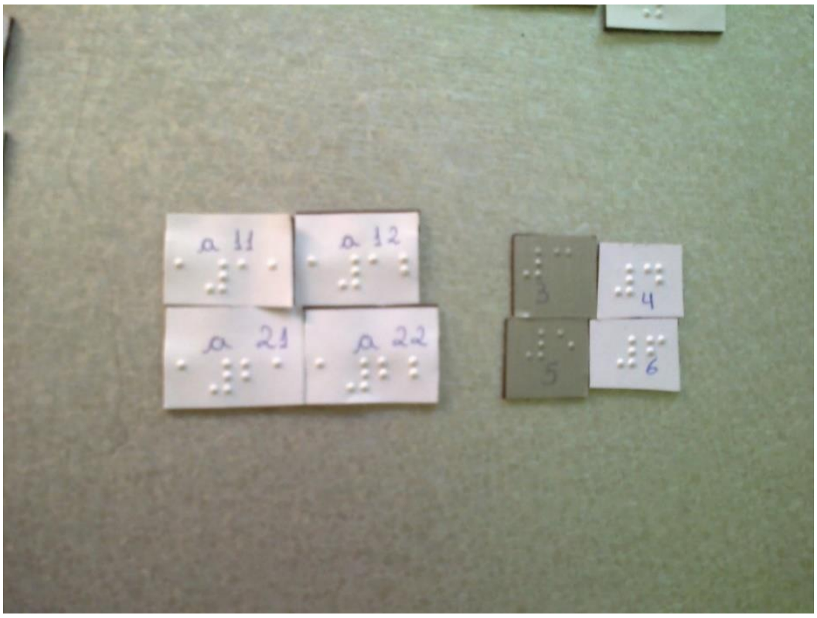


Figura 8 - Resolução da atividade proposta, matriz genérica, montada pelo aluno e matriz obtida na resolução da atividade

Realizamos uma atividade na sequência, onde aluno procedeu de forma semelhante a primeira, realizou sem maiores dificuldades a construção de uma matriz de ordem 2x3 onde $a_{ij} = 3i\text{-}j$ (ver Figura 9).

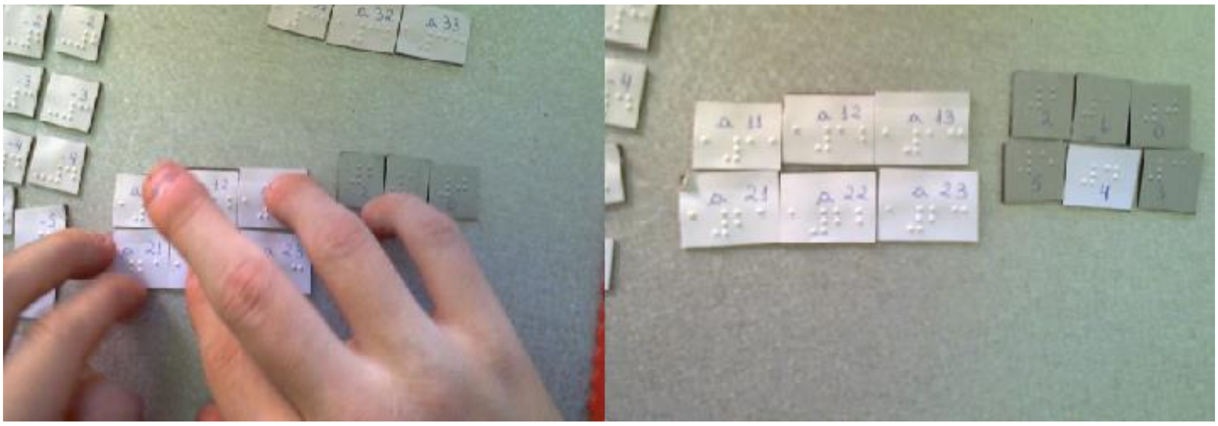


Figura 9 - Construção de matriz 2x3, onde aij=3i-j

Merece destaque duas atividades onde o aluno fez um pouco de confusão na resolução por se tratar de um $a_{ij}$ composto por mais de uma sentença, onde foi preciso montar uma matriz de ordem 3x3 onde $a_{ij}=1$ se $i=j$ e $a_{ij}=0$ se $i \neq j$. Neste momento o aluno ficou em dúvida de como deveria proceder para a realização deste exercício. Explicamos que ele deveria observar quando o valor de i era igual ou diferente do valor de j, e notar que o valor do $a_{ij}$ já era definido, com esse esclarecimento o aluno conseguiu resolver a matriz localizando na matriz genérica os elementos onde i = j e em seguida montando ao lado desta a matriz solução (ver Figura 10).


Figura 10 - Matriz genérica 3x3 e solução do exercício proposto

Na atividade seguinte (ver Figura 11), tínhamos uma matriz 3x2, onde $a_{ij} = i - 2j$, ou seja, tínhamos uma multiplicação com fator negativo, o aluno apresentou uma leve dificuldade com relação a jogo de sinal, assim recordamos as regras de multiplicação por fator positivo e negativo, na sequência procedemos como anteriormente, montamos a matriz genérica e em seguida o aluno realizou os cálculos mentalmente subtraindo do valor de i o dobro do valor de j e colocando ao lado os valores encontrados em cada etapa.

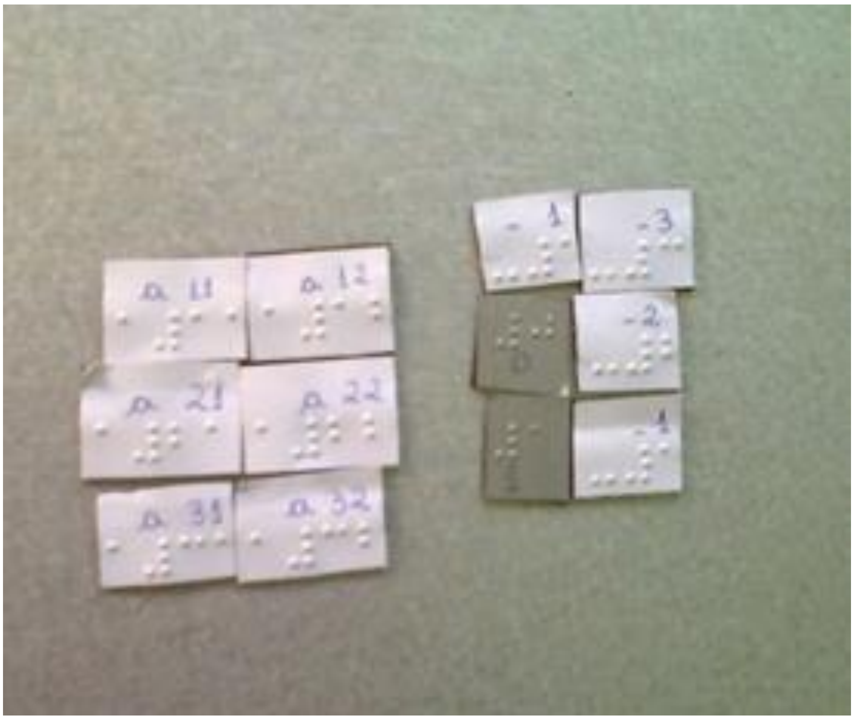


Figura 11- Resolução de matriz 3x2, onde aij = i – 2j

Aula 3: Tipos de matrizes

Objetivo: Conhecer os principais tipos de matrizes.

Expectativa: Que o aluno possa identificar os principais tipos de matrizes, suas características e possa montar matrizes conforme seu tipo.

Conteúdo Programático:

*Tipos de matrizes*

Matriz nula: É a matriz onde todos os elementos têm valor zero.

Matriz Quadrada: É uma matriz da forma m x n onde m = n, ou seja número de linhas igual número de colunas. Podemos também chamar essa matriz de matriz de ordem n. Nestas matrizes, a diagonal principal é formada pelos elementos $a_{ij}$ tais que i=j e a diagonal secundária formada pelos elementos $a_{ij}$ onde i + j = n + 1.

Dentre as matrizes quadradas destacam-se as seguintes matrizes:

Matriz triangular: Matriz onde todos os elementos acima ou abaixo da diagonal principal são iguais a zero.

Matriz diagonal: Matriz onde os elementos que se encontram fora da diagonal principal são iguais a zero.

Matriz identidade: Matriz onde todos os elementos da diagonal principal são iguais a 1 e os demais iguais a zero, ou seja, A= ($a_{ij}$ ) é a matriz identidade de ordem n se $a_{ij}$ =1 quando i=j e $a_{ij}$ = 0 quando i≠j.

Descrição das atividades:

A partir de exemplos, apresentamos o conceito de matrizes quadradas e suas ordens, bem como de diagonal principal e secundária. Nestes mesmos exemplos, o aluno pode posicionar os dedos sobre as matrizes construídas e verificar onde se localizavam as respectivas diagonais (ver Figura 12).

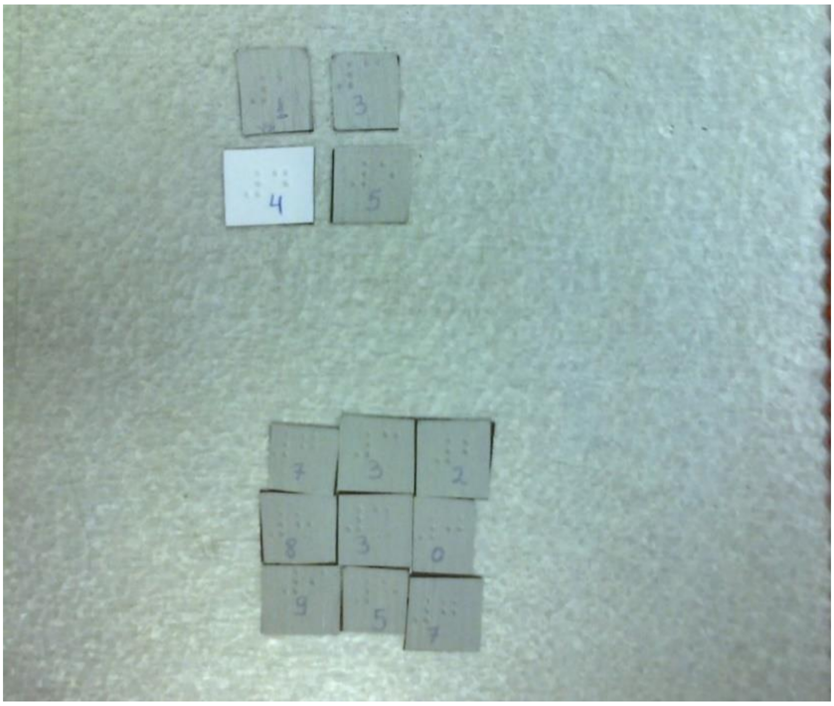

Figura 12 - Exemplos de matrizes quadradas

Em seguida foram introduzidos os conceitos de matriz triangular, matriz diagonal, matriz identidade e matriz nula, o aluno adotou a seguinte prática para visualizar os primeiros tipos de matrizes: primeiro ele identificou a diagonal principal e posicionou os dedos sobre a mesma, em seguida com a outra mão ele tateou os demais elementos e verificou a propriedade da matriz (ver Figura 13).

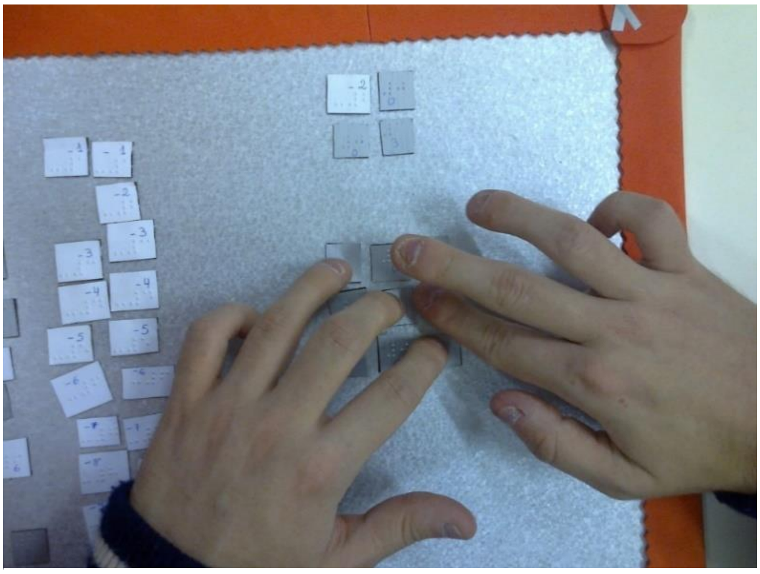

Figura 13 - Método utilizado para identificar o tipo de matriz

Com os conceitos em mente resolvemos alguns exercícios. O primeiro deles foi o de obter o produto da diagonal principal das matrizes apresentadas (ver Figura 14), para isso o aluno posicionou suas mãos sobre a matriz, identificando os elementos da diagonal e procedendo com o cálculo do produto. Também realizamos uma atividade obtendo a diferença entre o produto dos elementos da diagonal principal e os elementos da diagonal secundária. Observamos aqui que novamente tivemos que retomar algumas explicações sobre jogo de sinal quando efetuadas multiplicações.

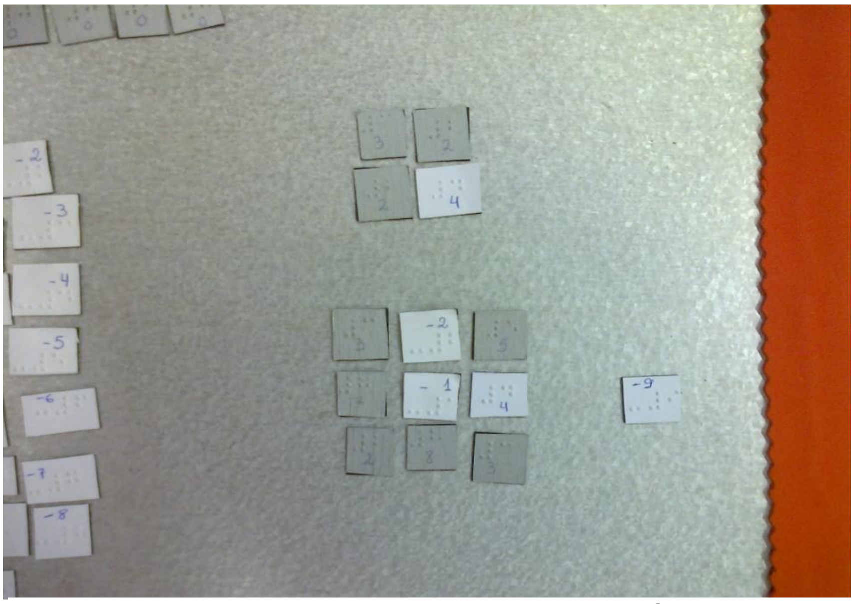

Figura 14 - Matrizes utilizadas para realizar cálculo do produto da diagonal principal

Na sequência resolvemos o seguinte exercício: Obter a matriz diagonal de ordem 3 onde $a_{ij}$ = 2i+j, se i=j. Começamos construindo uma matriz genérica de ordem 3, na sequência relembramos o conceito de matriz diagonal, dessa forma o aluno começou identificando os elementos da diagonal principal e verificando que i = j. Assim efetuou o cálculo de $a_{11}$ e completou a linha com zeros, da mesma forma procedeu para a montagem das demais linhas calculando apenas os elementos $a_{22}$ e $a_{33}$ (ver Figura 15).

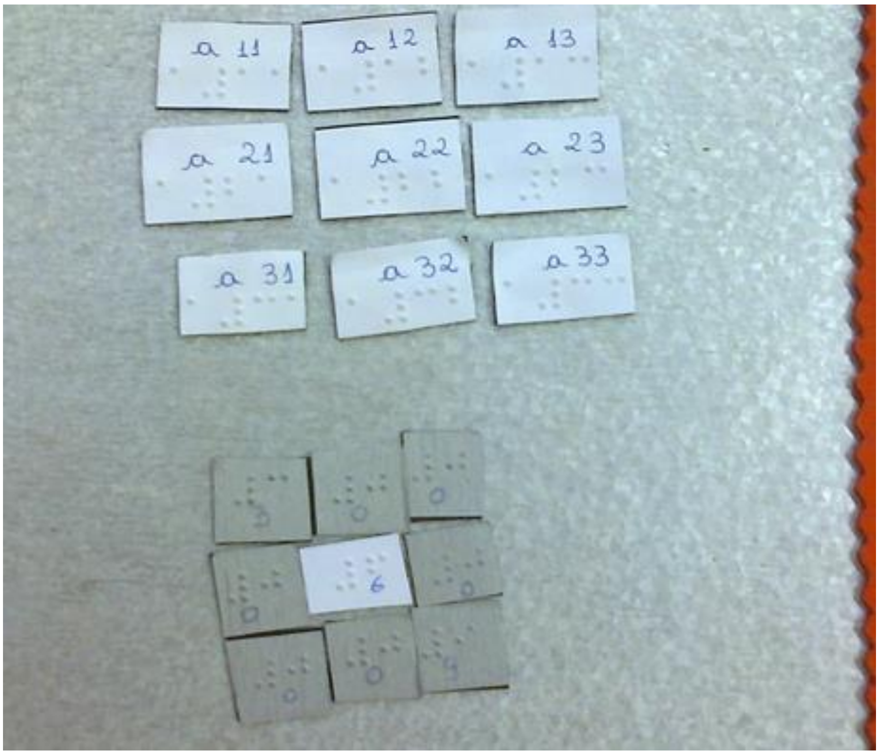


Figura 15 - Construção de matriz diagonal de ordem 3 onde aij = 2i+j, se i=j

Aula 4: Adição e subtração de matrizes

Objetivo: Realizar cálculos utilizando conceitos de adição e subtração de matrizes.

Expectativa: Que o aluno possa resolver problemas simples utilizando adição e subtração de matrizes.

Conteúdo Programático:

*Adição e subtração de matrizes.*

Para somar ou subtrair duas ou mais matrizes devemos observar se elas são de mesma ordem, ou seja, se ela tem mesmo número de linhas e de colunas. Feito isso basta somar ou subtrair os elementos correspondentes das linhas e das colunas, por exemplo para somar uma matriz $A=(a_{ij})$ com uma matriz $B=(b_{ij})$ basta somar o elemento $a_{11}$ com o elemento $b_{11}$, o $a_{12}$ com o $b_{12}$, o $a_{21}$ com o $b_{21}$ e assim por diante.

*Matriz oposta.*

Chamamos de matriz oposta de A à matriz indicada por –A onde os elementos de A aparecem com o sinal oposto dos que estão em A.

A subtração de matrizes pode ser feita explorando esse conceito, onde a matriz que deve ser subtraída é trocada pela oposta e em seguida basta realizarmos o processo de adição.

$$A - B = A + (-B)$$

Propriedades da Adição:

Dadas A,B,C e 0 matrizes de mesma ordem onde 0 é a matriz nula, valem:

Comutativa: $A+B = B+A$;

Associativa: $(A+B) +C = A+(B+C)$;

Elemento Neutro: $A + 0 = A$;

Elemento Oposto : $A + (-A) = 0$.

Descrição das atividades:

Começamos explicando ao aluno que para somar ou subtrair duas ou mais matrizes basta fazer a soma dos elementos correspondentes nas linhas e colunas das mesmas, quanto a adição o aluno não demonstrou nenhuma dificuldade, realizando com certa facilidade os cálculos, vale salientar que na subtração o aluno teve um pouco de dificuldade em alguns cálculo utilizando jogo de sinal (exemplo: $-1 - 0 = -1$), mas após algum treino prático sanamos essa dificuldade.

Realizamos primeiramente dois exercícios onde o aluno pôde proceder com a soma e a subtração de duas matrizes de ordem 2 (ver Figura 16), onde o aluno realizou os cálculos e colocou a matriz solução ao lado das matrizes montadas para a atividades.


Figura 16 - Atividades de adição e subtração realizadas pelo aluno

Trabalhamos o conceito de matriz oposta, utilizando-a na operação de subtração. O aluno pode observar que a subtração pode ser realizada através da adição com a matriz oposta (ver Figura 17), o aluno assimilou bem o conceito, mas salientou que prefere realizar a operação de forma direta para fixar melhor as regras

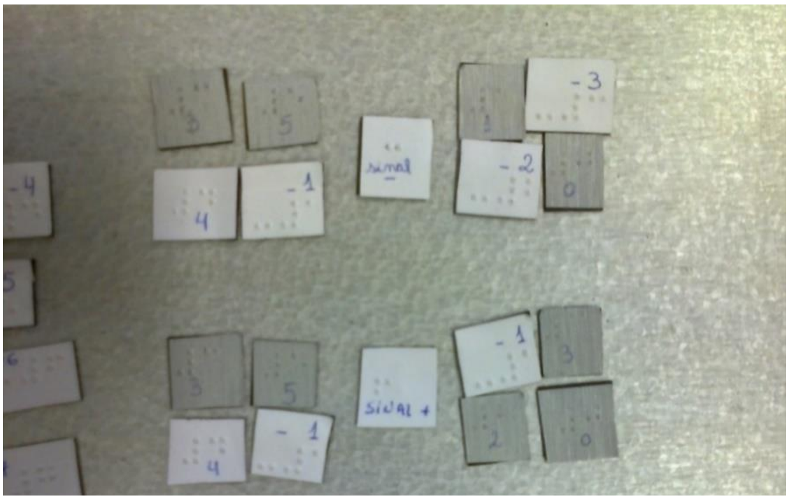


Figura 17 - Operação realizada utilizando matriz oposta de sinal.

Fizemos um breve comentário sobre as propriedades da adição, e em seguida partimos para a resolução de alguns exercícios, onde o aluno demonstrou ter assimilado bem o conceito de adição e subtração. Vale destacar o exercício abaixo (ver Figura 18) que envolve operações com 3 matrizes e necessariamente devemos decidir sobre as associações possíveis antes de operacionalizar. Percebida essa necessidade de escolha, o aluno optou pela seguinte estratégia: identificou os elementos correspondentes e realizou o processo da forma $(a_{ij}+b_{ij}) - c_{ij}$ para cada i e cada j fixados. Primeiro realizou a operação de adição onde memorizava o resultado obtido na soma das duas primeiras matrizes, em seguida realizava a operação de subtração, colocando logo abaixo a matriz solução do exercício.

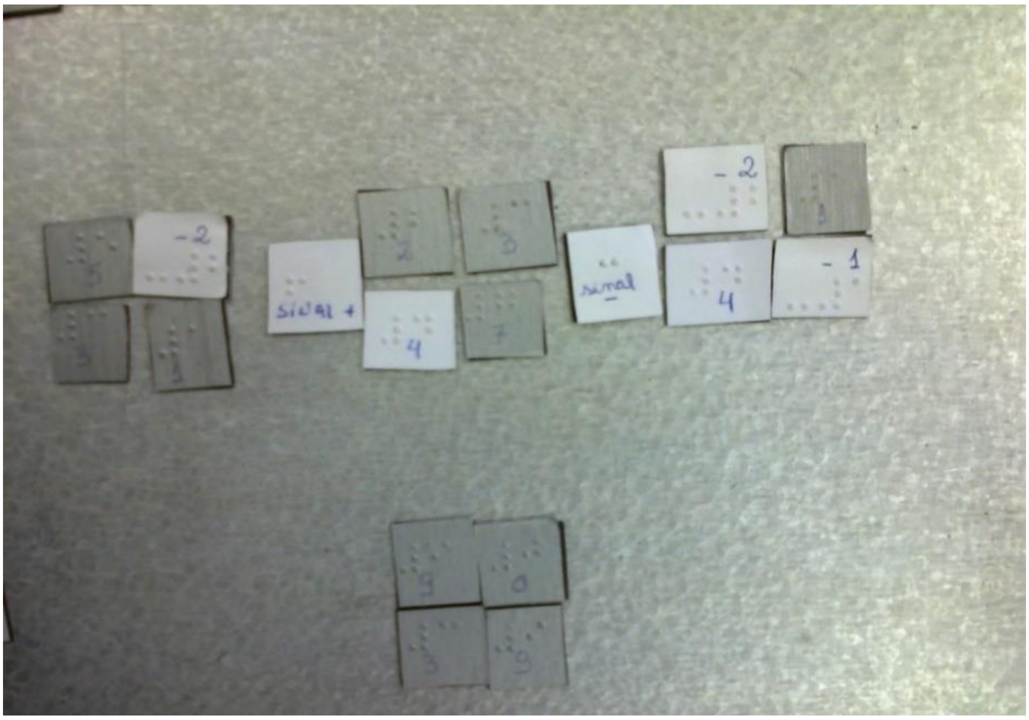


Figura 18 - Atividade envolvendo soma e subtração com mais de uma matriz

Aula 5: Igualdade entre matrizes e multiplicação de uma matriz por um escalar real

Objetivo: Resolver pequenos sistemas envolvendo igualdade entre matrizes com incógnitas e multiplicar uma matriz por um escalar real.

Expectativa: Que o aluno possa resolver problemas envolvendo incógnitas e realize cálculos com as matrizes envolvendo multiplicação das matrizes por números reais.

Conteúdo Programático:

*Problemas envolvendo incógnitas em matrizes equivalentes*

Para resolver problemas envolvendo incógnitas em igualdades entre matrizes, bastas observar que os elementos correspondentes dessas matrizes devem ser iguais, ou seja, se $A=(a_{ij})$ e $B=(b_{ij})$ são matrizes iguais, então elas devem ser de mesma ordem e também $a_{11} = b_{11}$, $a_{12} = b_{12}$,...,$a_{mn} = b_{mn}$.

*Multiplicação de uma matriz por um escalar real*

Para multiplicar uma matriz por um escalar real basta que multipliquemos todos os seus elementos por esse número.

Descrição das atividades:

Para explorar o conceito de igualdade entre matrizes, resolvemos usar uma barra para simbolizar a igualdade, assim atingirmos toda a extensão da matriz evitando possíveis erros de localização de elementos em uma ou outra matriz.

Em cada lado da barra, tínhamos matrizes que eram resultantes de operações entre outras matrizes (ver Figura 19). O aluno observou que apesar de alguns elementos serem provenientes de operações básicas, teríamos uma igualdade entre os elementos correspondentes, ficando claro que quando os números estivessem juntos com um sinal de mais ou menos entre eles se tratava de um único elemento da matriz.

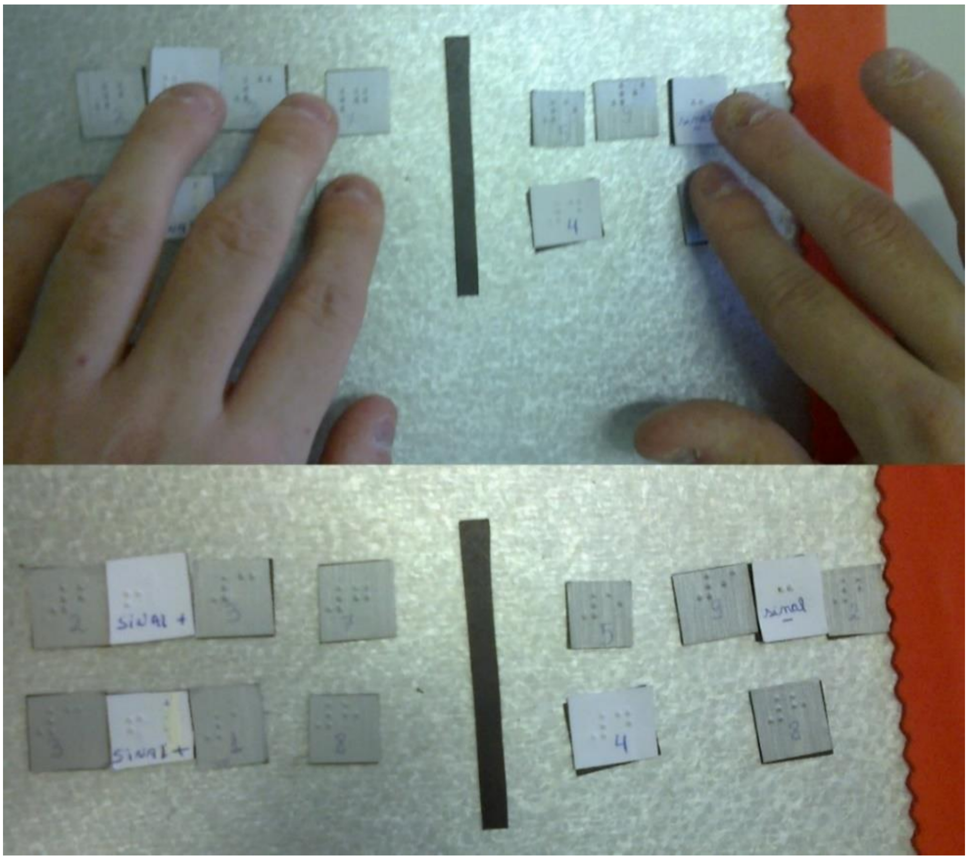


Figura 19 - Exercício para verificação de igualdade entre matrizes.

Na sequência resolvemos alguns exercícios envolvendo igualdades entre matrizes. Destacamos um exercício onde envolvemos equações com variáveis, (ver Figura 20), para uma melhor explicação denotamos aqui a primeira matriz como sendo A e a segunda como sendo B, onde o aluno observou que as equivalências em $a_{11}$ e $a_{12}$ com $b_{11}$ e $b_{12}$ resultavam em equações, as quais fomos anotando separadamente em uma folha (esta ajuda tornou-se necessária por uma questão de tempo em aula, do contrário o próprio aluno deveria fazer estas anotações utilizando-se de um computador ou de anotações em Braille). Em $a_{21}$ com $b_{21}$ notou que era o mesmo número e em $a_{22}$ com $b_{22}$ podia encontrar a incógnita b e assim resolveu mentalmente as equações encontradas anteriormente.

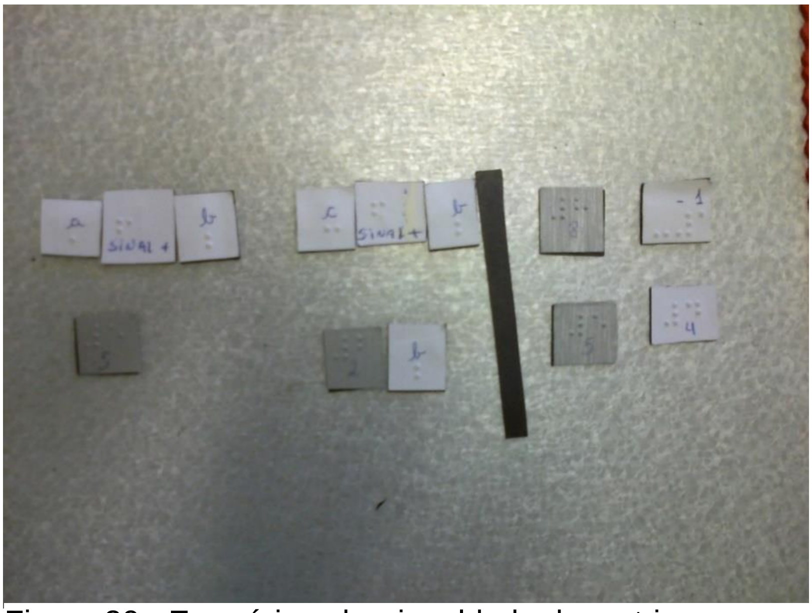

Figura 20 - Exercício sobre igualdade de matrizes envolvendo incógnitas a, b, c

Trabalhamos também nessa aula a multiplicação por um número real, onde o aluno não teve dificuldades em assimilar esta operação. Destacamos um dos exercícios propostos onde o objetivo era calcular 2A-3B (ver Figura 21), onde o aluno primeiramente procedeu com a multiplicação dos elementos da matriz montando as matrizes resultantes para em seguida processar a operação de subtração de matrizes, encontrando assim a matriz solução.

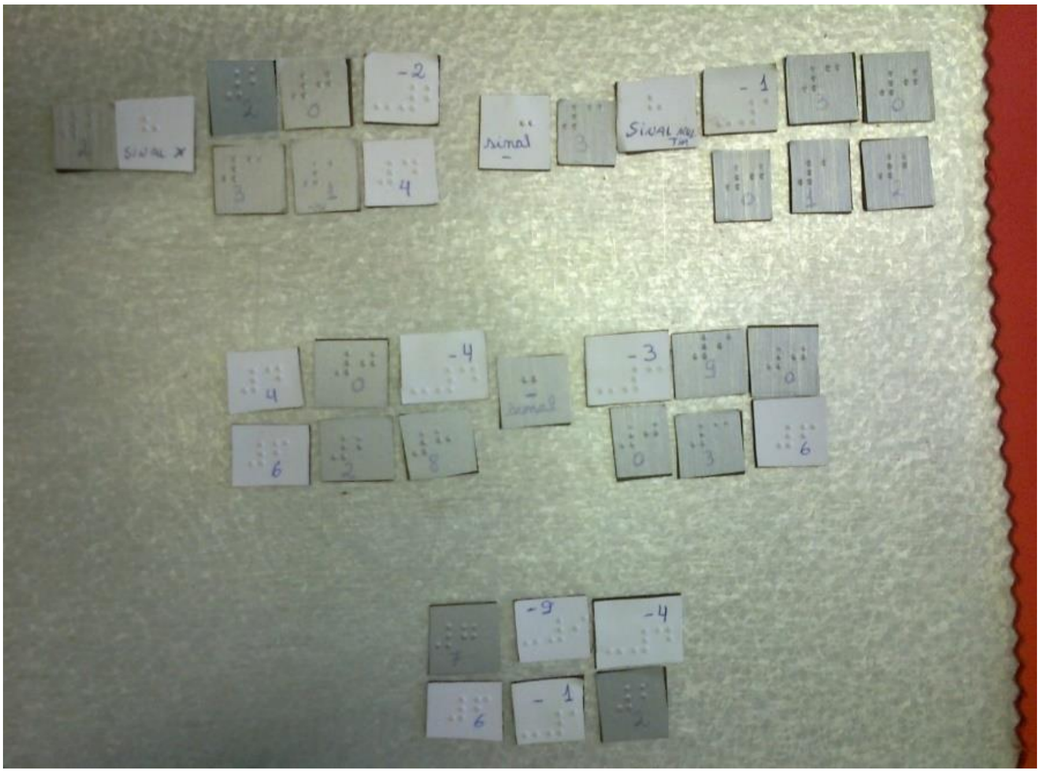

Figura 21 - Exercício envolvendo multiplicação por um número real

Aula 6: Multiplicação de matrizes

Objetivo: Efetuar operações envolvendo multiplicação de matrizes

Expectativa: Que o aluno entenda o processo de multiplicação linha x coluna utilizado para multiplicação de matrizes e possa realizar cálculos simples de multiplicação de matrizes.

Conteúdo Programático:

*Multiplicação de matrizes*

Sejam $A=(a_{ij})_{mxp}$ e $B=(b_{ij})_{pxn}$, duas matrizes. Sendo i uma linha de A e j uma coluna de B, o produto da linha i de A pela coluna j de B é dado por:

$$a_{i1} . b_{1j} + a_{i2} . b_{2j} + a_{i3} . b_{3j} + ... + a_{ip} . b_{pj}$$

e denotado por $c_{ij}$. Repetindo esse processo para todas as linhas de A por todas as colunas de B obtemos uma matriz $C=(c_{ij})$ chamada de matriz produto de A por B, que denotaremos por C=AB ou por C=A×B.

Observações:

1) Somente podemos multiplicar duas matrizes A e B, se o número de colunas de A for igual ao número de linhas de B, por exemplo: existe produto $A_{2X3}.B_{3X4}$, porém não existe o produto $A_{3X2} . B_{4X2}$ pois $2 \neq 4$.
2) A resultado obtido na multiplicação de $A_{mxp} . B_{pxn}$ é uma matriz $C_{mxn}$, com mesmo número de linhas de A e mesmo número de colunas de B, por exemplo: $A_{2X3} . B_{3X4} = C_{2X4}$ e $A_{1X5} . B_{5X3} = C_{1x3}$.

Descrição das atividades:

Começamos a trabalhar esse conteúdo com a explicação do processo de como realizar a multiplicação de linhas por colunas, tomamos duas matrizes e escolhemos aleatoriamente uma linha e uma coluna a fim de que o aluno pudesse assimilar como proceder na multiplicação dos elementos e soma dos resultados.

Em seguida, com a utilização de alguns exemplos o aluno pôde assimilar as observações 1) e 2) acima descritas já calculando a ordem da matriz resultante.

Trabalhamos um exemplo, no qual resolvemos em conjunto a multiplicação das matrizes de ordem 2 (ver Figura 22), com isto observamos que o aluno teria um pouco de dificuldade num primeiro momento, o que era de se esperar já que é bem conhecido entre os docentes que este tipo de operação sempre traz confusão aos alunos iniciantes. Explicamos aqui que para encontrar o elemento $a_{11}$ ele deveria posicionar os dedos sobre a linha um da primeira matriz e sobre a coluna um da segunda, e assim proceder com os demais elementos. Após várias tentativas e retomadas de explicações o aluno assimilou o processo.

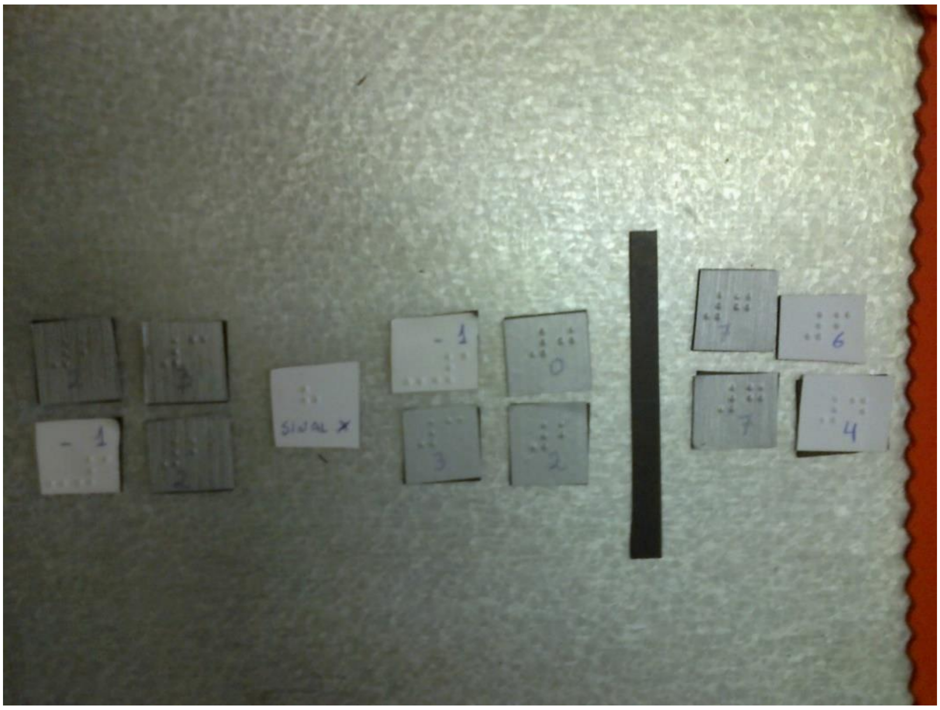

Figura 22 - Exercício sobre multiplicação de matrizes 2 x 2

Resolvemos mais alguns exercícios onde começamos sempre observando primeiramente a ordem das matrizes com o objetivo de verificar a existência do produto e a ordem da matriz resultante. A partir disso, o aluno traçou a seguinte estratégia: para encontrar, por exemplo, o elemento $c_{12}$ da matriz resultante, ele posicionava os dedos da mão esquerda sobre a linha 1 da primeira matriz e os dedos da mão direita sobre a coluna 2 da segunda matriz de forma que os números que deveriam ser multiplicados ficassem sob os dedos correspondentes das suas mãos, assim tivemos uma experiência bastante positiva na resolução de exercícios que envolviam multiplicação de matrizes (ver Figuras 23 e 24), método esse que pode ser aplicado a alunos iniciantes sem deficiência visual, como modelo de fixação do método de multiplicação.

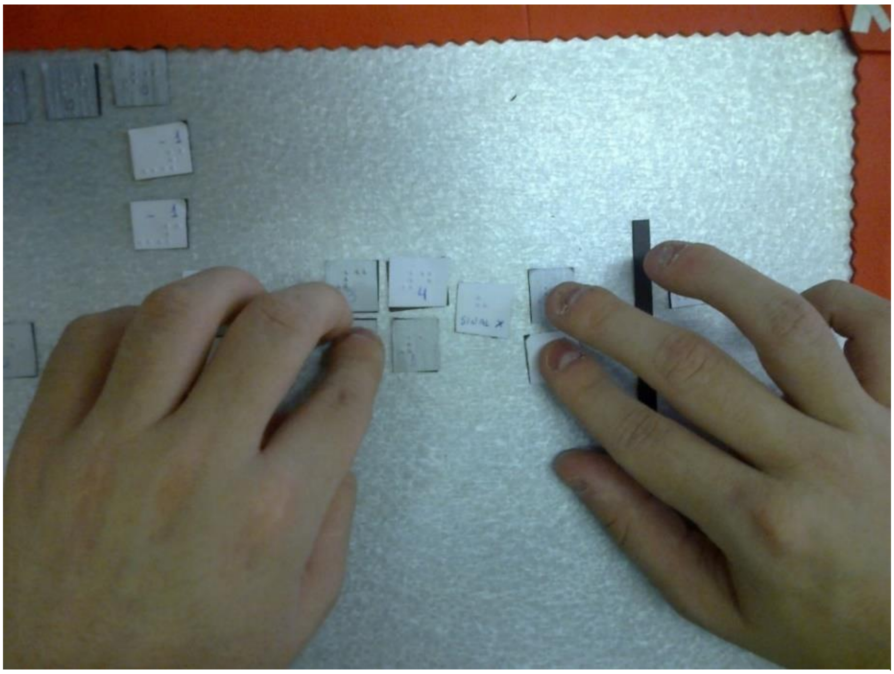


Figura 23 - Resolução de multiplicação matrizes

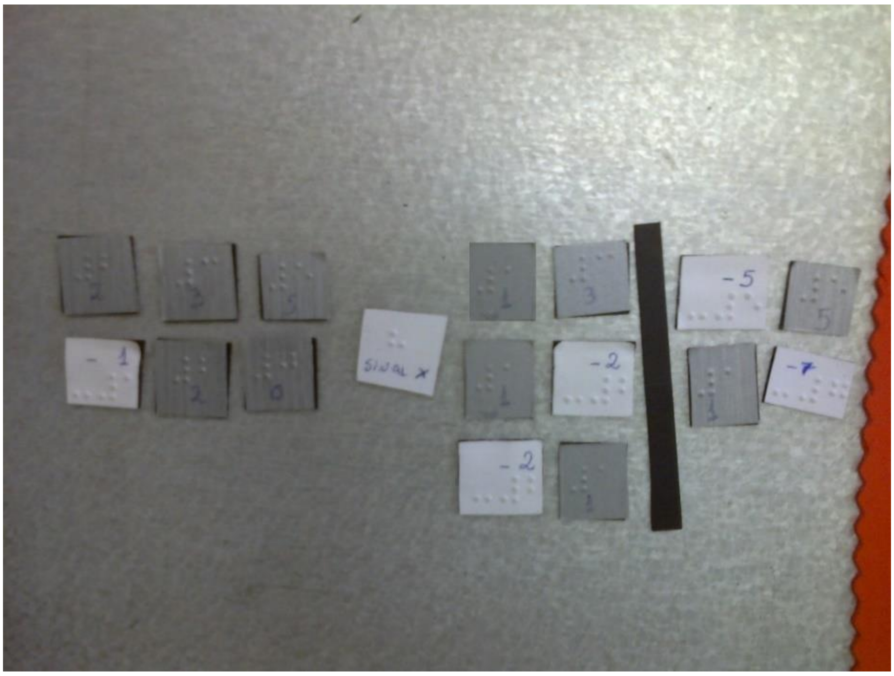


Figura 24 - Resolução de multiplicação de uma matriz 2x3 por uma 3x2

Aula 7: Inversa de matrizes

Objetivo: Identificar quando duas matrizes são inversas uma da outra e observar o método para encontrar a inversa de uma matriz.

Expectativa: Que o aluno saiba determinar quando duas matrizes são inversas uma da outra e que possa obter o sistema que possivelmente fornecerá a inversa de uma matriz, para resolução posterior com ajuda de ferramentas computacionais.

Conteúdo Programático:

*Inversa de uma matriz*

Bonjorno (2013) define matriz inversa da seguinte forma: Dada uma matriz quadrada A de ordem n, se existe uma matriz B, quadrada de ordem n, tal que $A \cdot B = B \cdot A = I_n$, dizemos que a matriz B é a matriz inversa de A. Usamos indicar a matriz inversa de A por $A^{-1}$. Assim $B= A^{-1}$. Nesta notação temos: $A. A^{-1} = A^{-1}.A = I_n$, onde a matriz $I_n$ é a matriz identidade da mesma ordem que as matrizes A e $A^{-1}$. Sendo assim, se quisermos apenas verificar se uma matriz é a inversa de outra, basta multiplicar as matrizes e verificar se o resultado é a matriz identidade. Vale observar que nem toda matriz possui inversa, mas caso possua, essa inversa é única.

No caso de matrizes quadradas de ordem 2, podemos tentar obter a inversa de uma matriz A, montando um sistema multiplicando a matriz A em questão por uma matriz qualquer da forma $B=\begin{bmatrix} x & y \\ z & w \end{bmatrix}$ e igualar a matriz identidade. Esse será o caminho que seguiremos para obtenção de inversas neste caso simples, mas que já dará uma ideia da dificuldade do caso geral.

Descrição das atividades:

Começamos o fazendo uma analogia com o inverso multiplicativo dos números reais, por exemplo, o inverso de 5 é o número 1/5, o inverso de 3/7 é 7/3, observamos aqui que 5 vezes 1/5 é igual a 1, o mesmo para 3/7 e 7/3, assim de modo geral podemos expressar o inverso de um número real a por $a^{-1}$ ou 1/a. Com o mesmo raciocínio explicamos o conceito de matriz inversa e relacionamos com a matriz identidade colocando que quando multiplicamos qualquer matriz pela sua inversa obtemos a matriz identidade que seria, assim como o número um é para a multiplicação entre números,  a matriz neutra na operação de multiplicação.

Explicamos ao aluno que nem toda a matriz possui inversa, mas caso tenha, essa matriz inversa é única, e neste caso, a matriz é dita invertível. Caso não tenha inversa, a matriz é chamada de não invertível ou singular. Comentamos que podemos verificar de forma bastante simples se uma matriz possui inversa utilizando o conceito de determinantes, que este é o caminho mais usual pois basta apenas verificar se o determinante é nulo ou não. Também comentamos que dessa forma podemos verificar quando um sistema quadrado de equações lineares tem solução única. Como esses conceitos não fazem parte do nosso objetivo nestas aulas não entramos em maiores detalhes.

Para verificar se duas matrizes são inversas uma da outra, não tivemos maiores problemas visto que o aluno assimilou bem o processo de multiplicação de matrizes resolvendo os exercícios solicitados (ver Figura 25).

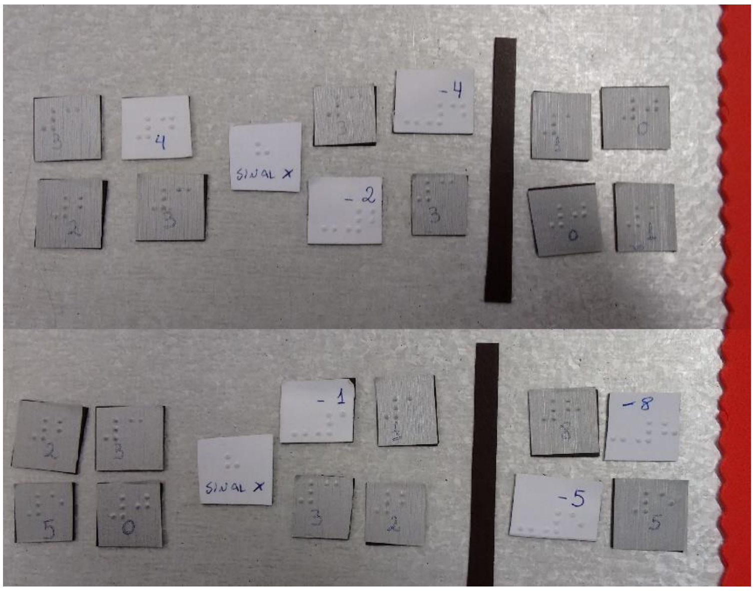


Figura 23 - Exercícios para verificar se duas matrizes são inversas

Com relação a calcular a inversa, como nosso material é um tanto limitado e o desenvolvimento tomaria um tempo bastante extenso da aula, resolvemos apenas mostrar como ficaria a montagem do sistema para a resolução, deixando para trabalhar com a resolução em um momento posterior, quando utilizaremos o leitor de tela, dessa forma o aluno poderia resolver as equações com menor dificuldade (ver figura 32, pg. 57).

# 3 ATIVIDADES UTILIZANDO LEITOR DE TELA PARA WINDOWS

## 3.1 Introdução

Esta seção se destina a duas aulas de resolução de exercícios utilizando-se de ferramentas computacionais, mais precisamente, utilizando-se do leitor NonVisual Desktop Access (NVDA - disponível para download em www.nvaccess.org/) para deficientes visuais. Dessa forma procuramos retomar os conteúdos estudados com um material mais abrangente uma vez que no material concreto tínhamos apenas números de 0 a 9.

O NVDA, software livre, é um leitor de tela para Windows. Quando posicionamos o cursor sobre algum objeto na tela o mesmo lê o nome do objeto em questão. Para a leitura de textos no Microsoft Word, o deficiente visual trabalha basicamente movimentando o cursor através das setas, quando o posiciona no início de uma linha o software lê essa mesma linha. Para as atividades com matrizes utilizamos a opção “ctrl + setas” a qual nos dá opção de leitura palavra por palavra em uma determinada linha, o que nos facilitou a localização e leitura dos elementos das matrizes.

Para facilitar o trabalho de localização dos elementos nas matrizes indicamos a localização de cada linha (exemplo: linha um) quando escrevermos a matriz e também colocamos o elemento genérico antes do número. Devido ao fato de o NVDA ter a opção de ler todos os símbolos que visualmente não observamos, como espaço e tabulação, combinamos que entre os elementos da linha da matriz deixaríamos apenas um espaço de tabulação, como por exemplo $a_{11}$ “tab” $a_{12}$, o que no processo de resolução resultou, algumas vezes, em algo não muito bem organizado visualmente, mas que facilita o processo de localização de elementos para o deficiente visual.

Nos exercícios realizados apresentamos as matrizes, indicando primeiramente sua ordem e em seguida, a localização da linha e seus elementos antecedidos do $a_{ij}$ correspondente, também para facilitar as atividades com o aluno, nesta seção não utilizamos no elemento i e j subscritos, por exemplo:

Matriz 2 X 3:

Linha um $a_{11}$= 4 $a_{12}$ = 6 $a_{13}$ = -1

Linha dois $a_{21}$= - 5 $a_{22}$ = 4 $a_{23}$ = 7

Usamos a seguinte notação: “*” representa a multiplicação e “/“ representa divisão.

As resoluções apresentadas pelo aluno estão no retângulo abaixo do exercício proposto, não foram feitas alterações em tabulação nem em espaçamento, visto que essa foi a maneira combinada para que ele descrevesse a matriz, sempre utilizando apenas um espaço de tabulação entre os elementos. Observamos aqui que o aluno não utiliza parênteses em sentenças do tipo 2*3+-5*6, para ele está claro que primeiramente processará as multiplicações para posteriormente fazer a operação de adição dos elementos.

Salientamos que estas atividades são complementares as atividades realizadas com o material concreto, o que facilita o processo de resolução uma vez que o aluno já tem noção da forma retangular das matrizes, de como estão dispostos os elementos da matriz, onde estão as diagonais principal e secundária nas matrizes quadradas, e os diferentes tipos de matrizes, como triangular superior ou inferior, diagonal, etc.

Observamos que para realização de cálculos com matrizes fez-se necessária uma linguagem simples e bastante descritiva, onde na maioria das vezes deixamos de lado a simbologia Matemática e descrevemos de forma oral e clara a informação que queremos passar ao aluno.

## 3. 2 Desenvolvimento das atividades

Atividades aula 1:

Nos Exercícios 1 e 2 (ver Figura 26), recordamos o conceito de construção de matrizes através de uma fórmula $a_{ij}$ pré-definida, combinamos primeiramente sempre observar a ordem da matriz pedida e escrever a matriz genérica de forma a definir quais os elementos precisaríamos encontrar. Procedendo dessa maneira o aluno escreveu a matriz genérica e logo abaixo foi escrevendo elemento por elemento conforme a localização na linha e coluna, e descrevendo as operações pedidas.

1) Construir a matriz A=aij de ordem 2 por 2 onde aij = i + j

a11 a12
a21 a22
a11=1+1=2 a12=1+2=3
a21=2+1=3 a22=2+2=4

2) Construir a matriz A=aij de ordem 3 por 2 onde aij = 2i – j

a11 a12
a21 a22
a31 a32
a11=2*1-1=1 a12=2*1-2=0
a21=2*1-2=0 a22=2*2-2=2
a31=2*3-1=5 a32=2*3-2=4

Figura 24 - Construção de matrizes a partir da fórmula $a_{ij}$

Nos Exercícios 3 e 4 (ver Figura 27), recordamos os conceitos de matriz quadrada e suas diagonais e o conceito de matriz triangular, quanto ao produto da diagonal principal o aluno resolveu sem maiores dificuldades pois havia memorizado que nesta diagonal tínhamos i=j, no caso da diagonal secundária, tivemos que recordar de como se comportavam seus índices, pois no manuseio com material concreto ficava mais evidente a localização desta diagonal e reestabelecido mentalmente a localização da diagonal secundária pelo método aprendido com o material concreto, o aluno procedeu com a seguinte estratégia: primeiro elemento da última linha, segundo elemento da penúltima linha, último elemento da primeira linha e dessa forma encontrando o valor pedido, o que não é estrategicamente muito diferente do procedimento que uma aluno com condições visuais favoráveis assumiria.

3) Obtenha o produto da diagonal principal e da diagonal secundária das matrizes:

a) Matriz 2 por 2:

Linha um a11 = 4 a12 = 5

Linha dois a21 = -3 a22 = 2

Produto da diagonal principal=4*2=8

Produto da diagonal secundária=-3*5=-15

b) Matriz 3 por 3:

Linha um a11 =5 a12 = -3 a13 = -3

Linha dois a21 = 0 a22 = 4 a23 = 2

Linha três a31 = 1 a32 = 0 a33 = 9

Produto da diagonal principal=5*4*9=180

Produto da diagonal secundária=1*4*-3=-12

Figura 25 - Exercícios envolvendo produto das diagonais

Na matriz triangular superior, do Exercício 4 (ver Figura 28), observamos que os elementos acima da diagonal secundária eram nulos, assim o aluno observou que na primeira linha somente precisava encontrar o primeiro elemento, na segunda linha o primeiro e o segundo elementos. Aqui o aluno achou interessante escrever a fórmula no elemento a11, nos demais escreveu já substituindo os valores de i e j.

4) Obtenha a matriz triangular inferior de ordem 3 por 3, onde aij = 2i + 2j, se i for maior ou igual a j.

a11=2i+2j=4 a12=0 a13=0

a21=2*2+2*1=6 a22=2*2+2*2=8 a23=0

a31=2*3+2*1=8 a32=2*3+2*2=10 a33=2*3+2*3=12

Figura 26 - Exercício sobre matriz triangular

No Exercício 5 (ver Figura 29), relembramos que para somar ou subtrair duas matrizes basta somar ou subtrair seus elementos correspondentes, como as matrizes são de mesma ordem, o aluno percebeu quais elementos deviam ser somados ou subtraídos nestas operações. Para facilitar a resolução do Exercício 5, o aluno escreveu antes os elementos em sua forma genérica para em seguida realizar os cálculos de soma e subtração mentalmente. Nesses exercícios o maior "transtorno" foi a locomoção de cada item das matrizes originais para a localização dos elementos visto que foi preciso subir e descer inúmeras vezes o que tornou o exercício um pouco cansativo.

*5) Dadas as matrizes 3X3:*

*Matriz A =*

| | | | |
|---|---|---|---|
| *Linha um* | *a11 = 7* | *a12 =2* | *a13 = 7* |
| *Linha dois* | *a21 = 0* | *a22 = -4* | *a23 = -5* |
| *Linha três* | *a31 = 8* | *a32 = 3* | *a33 = -2* |

*Matriz B =*

| | | | |
|---|---|---|---|
| *Linha um* | *b11 = 8* | *b12 = -9* | *b13 = 0* |
| *Linha dois* | *b21 = -5* | *b22 = 3* | *b23 = -3* |
| *Linha três* | *b31 = 3* | *b32 = 3* | *b33 = -5* |

*Matriz C =*

| | | | |
|---|---|---|---|
| *Linha um* | *c11 = -1* | *c12 = 5* | *c13 = 8* |
| *Linha dois* | *c21 = -6* | *c22 = 4* | *c23 = -9* |
| *Linha um* | *c31 = -4* | *c32 = 1* | *c33 = 0* |

*Efetue as seguintes operações:*

*a) A + B*

| | | |
|---|---|---|
| *a11+b11=15* | *a12+b12=2+-9=-7* | *a13+b13=7* |
| *a21+b21=-5* | *a22+b22=-1* | *a23+b23=-8* |
| *a31+b31=11* | *a32+b32=6* | *a33+b33=-7* |

*b) A – B + C*

| | | |
|---|---|---|
| *a11-b11+c11=-2* | *a12-b12+c12=-16* | *a13-b13+c13=15* |
| *a21-b21+c21=-1* | *a22-b22+c22=-3* | *a23-b23+c23=-11* |
| *a31-b31+c31=1* | *a32-b32+c32=1* | *a33-b33+c33=-3* |

Figura 27 - Exercícios sobre adição e subtração de matrizes

Atividades aula 2:

Primeiramente recordamos o conceito de igualdade entre matrizes, lembramos que para duas matrizes A e B serem iguais precisamos que $a_{11}=b_{11}$, $a_{12}=b_{12}$, e assim por diante. No Exercício 1 (ver Figura 30)

Item a. o aluno primeiramente identificou os elementos correspondentes e resolveu passo a passo as equações abaixo do enunciado, enquanto que no Item b. encontrou o valor de b na segunda equação e voltou para a primeira para encontrar o valor de a.

*1)Se a matriz A é igual a matriz B, encontre os valores das incógnitas nos exercícios abaixo:*

*a) Matriz A 2X2:*

| | | |
|---|---|---|
| *Linha um* | *a11 = x* | *a12 = y+1* |
| *Linha dois* | *a21 = z - 3* | *a22 = 2*w* |

*Matriz B 2X2:*

| | | |
|---|---|---|
| *Linha um* | *b11= 9* | *b12 = 7* |
| *Linha dois* | *b21 = -7* | *b22 = 14* |

*x=9*

*y+1=7*
*y=7-1*
*y=6*

*z-3=-7*
*z=-7+3*
*z=-4*

*2*w=14*
*w=14/2*
*w=7*
*x=9*

*y+1=7*
*y=7-1*
*y=6*

*z-3=-7*
*z=-7+3*
*z=-4*

*2*w=14*
*w=14/2*
*w=7*

*b) Matriz A 3X2:*

| | | |
|---|---|---|
| *Linha um* | *a11 = a+b* | *a12 = 2*b* |
| *Linha dois* | *a21 =7*c-b* | *a22 = 7* |
| *Linha três* | *a31 = 10* | *a32 = d/3* |

*Matriz B 3X2:*

| | | |
|---|---|---|
| *Linha um* | *b11= 9* | *b12 = 4* |
| *Linha dois* | *b21= 5* | *b22 = 7* |
| *Linha três* | *b31=10* | *b32 =9* |

a+b=9

2*b=4
b=4/2
b=2

a+2=9
a=9-2
a=7

7*c-b=5
7*c-2=9-2
a=7

7*c-b=5
7*c-2=5
7*c=5+2
7*c=7
c=7/7
c=1

d/3=9
d=9*3
d=27

Figura 28 - Exercícios sobre igualdade de matrizes

No Exercício 2 (ver Figura 31), retomamos o processo de multiplicação de matrizes já explicado nas aulas trabalhadas com o material concreto, sugestionamos escrever uma matriz genérica C anteriormente a resolução assim o aluno pode perceber que para encontrar, por exemplo, o elemento $c_{11}$ deveria tomar a linha 1 de A e a coluna 1 de B. Aqui, novamente, a maior dificuldade foi a locomoção termo a termo de cada um dos elementos das matrizes devido ao fato de termos que localizar muitos elementos.

*2) Dadas as matrizes 2X2 calcule a multiplicação A*B.*

*Matriz A*

*Linha um    a11 = 5    a12 = -2*

*Linha dois    a21 = 6    a22 = 4*

*Matriz B*

*Linha um    a11 = -5    a12 = 6*

*Linha dois    a21 = 4    a22 = -7*

c11    c12
c21    c22

c11=5*-5+-2*4=-33 c12=5*6+-2*-7=4
c21=6*-5+4*4=-14  c22=6*6+4*-7=8

Figura 29 - Exercício sobre multiplicação de matrizes

Para o último exercício (ver Figuras 32, 33 e 34), retomamos o conceito de inversa e lembramos que para encontrar a inversa, caso exista, e em casos de matrizes de ordem n para n pequeno, poderíamos multiplicar a matriz pela sua candidata a inversa formada por incógnitas e igualar tal produto a matriz identidade formando assim um sistema de tamanho nxn, o que na prática fornecem n sistemas independentes de tamanho n cada. No caso de matrizes de ordem 2, foi sugerido tomar primeiramente a multiplicação da linha 1 x coluna 1 e linha 2 x coluna 1 e posteriormente com linha 1 x coluna 2 e linha 2 x coluna 2 formando assim dois sistemas independentes com duas incógnitas cada.

No item a) tivemos que voltar ao material concreto devido as dificuldades operacionais iniciais. Montando o exercício no material concreto, o aluno pode tatear as matrizes, posicionando os dedos sobre a linha e coluna que deveria multiplicar, dessa forma foi identificando as equações e escrevendo-as no computador. Com as equações encontradas, sugerimos que isolar uma incógnita em uma das equações e substituir na outra equação, dessa forma encontramos os valores as incógnitas que precisávamos para encontrar a matriz inversa.  Com as equações resolvidas montamos a matriz inversa abaixo das soluções.

No item b) tentamos encontrar a inversa utilizando apenas o computador, para facilitar montamos as 3 matrizes, a matriz A, sua inversa com as incógnitas e a matriz identidade uma abaixo da outra, aqui a dificuldade foi um pouco maior, visto que o aluno precisava lembrar quais elementos devia multiplicar e somar as linhas e colunas, tivemos que fazer algumas retomadas e correções para identificar as equações com as quais era preciso trabalhar, encontrando as equações o aluno procedeu com a resolução o exercício de forma semelhante ao item a).

Vale salientar, nesse momento, que nessa parte se tornou bem mais produtivo o trabalho integrando o material concreto e o uso do computador com o leitor de tela, o material concreto facilitou bastante a identificação das equações enquanto com o computador podíamos reproduzir quantos passos precisássemos para a resolução de uma equação.

No item c) o aluno procedeu com a multiplicação de A pela inversa B e pode notar que não havia solução para uma das equações que encontrou, assim mostramos que nem toda matriz possui inversa.

3) Determine a inversa das matrizes:

x+2*z=1
x=1-2*z

x+3*z=0
1-2*z+3*z=0
1+z=0
z=-1

x=1-2*z
x=1-2*-1
x=1+2
x=3

y+2*w=0
y=-2*w

y+3*w=1
-2*w+3*w=1
w=1

y=-2*w
y=-2*1
y=-2

Matriz inversa de A
b11=3 b12=-2
b21=-1 b22=1

Figura 30- Exercício sobre inversa usando material concreto e computador *b) Matriz A 2 por 2:*

| | | |
|---|---|---|
| *Linha um* | *a11 =3* | *a12=1* |
| *Linha dois* | *a21 =2* | *a22=1* |

*Matriz inversa de A, chamaremos de B*

| | | |
|---|---|---|
| *Linha um* | *b11 = x* | *b12 =y* |
| *Linha dois* | *b21 = z* | *b22 = w* |

*Matriz identidade, chamaremos de C*

| | | |
|---|---|---|
| *Linha um* | *c11 = 1* | *c12 =0* |
| *Linha dois* | *c21 = 0* | *c22 = 1* |

```
3*x+z=1
z=1-3*x

2*x+z=0
2*x+1-3*x=0
1-x=0
-x=-1
x=1

z=1-3*x
z=1-3*1
z=1-3
z= -3

3*y+w=0
w=-3*y

2*y+w=1
2*y+-3*y=1
-y=1
y=-1

w=-3*-1
w=3

Matriz inversa de A
b11=1 b12=-1
b21=-3        b22=3
```

Figura 31 - Exercício sobre inversa usando apenas computador

a) *Matriz A 2X2:*

| | | |
|---|---|---|
| *Linha um* | *a11 = 2* | *a12 =3* |
| *Linha dois* | *a21 =0* | *a22 =0* |

*Matriz inversa de A, chamaremos de B*

| | | |
|---|---|---|
| *Linha um* | *b11 = x* | *b12 =y* |
| *Linha dois* | *b21 = z* | *b22 = w* |

*Matriz identidade, chamaremos de C*

| | | |
|---|---|---|
| *Linha um* | *c11 = 1* | *c12 =0* |
| *Linha dois* | *c21 = 0* | *c22 = 1* |

2x+3z=1
2x=1-3z

0x+0z=0

2y+3w=0

0y+0w=1

2x+3z=1
2x=1-3

0x+0z=0

2y+3w=0

0y+0w=1

Figura 32 - Exercício para exemplo de quando não há inversa

# CONCLUSÃO

O principal objetivo deste trabalho foi ensinar parte do conteúdo referente ao Ensino Médio que versa sobre matrizes a um aluno portador de deficiência visual total. O aluno é acadêmico do curso de Licenciatura da computação do Instituto Federal Farroupilha, campus Santo Augusto, e necessitava desse conteúdo o qual não teve acesso durante seu curso regular no ensino médio, muito provavelmente por ingerência da escola e pelo óbvio despreparo do corpo docente.

O interesse por este tema surgiu da necessidade que se faz presente de métodos alternativos para o ensino de pessoas com deficiência visto que é crescente o aumento no número de matrículas desses alunos em turmas regulares de ensino. O desafio foi desenvolver atividades que possibilitassem o aprendizado dos principais conceitos envolvendo este conteúdo e assim, uma “visualização” através do tato de como se organiza e se opera com as matrizes.

Num primeiro momento fizemos contato com o aluno que demonstrou interesse em participar do trabalho e se colocou inteiramente à disposição para a realização das atividades. Em seguida desenvolvemos, em conjunto com o Núcleo de Apoio ao Portador de Necessidades Especiais (NAPNE) o material concreto que iríamos utilizar durante as atividades. Também realizamos algumas conversas com o aluno e convidamos o mesmo a participar da construção do material, assim o mesmo pôde nos auxiliar datilografando em Braille os elementos que iriamos trabalhar e dessa forma teve um primeiro contado com o material.

Para as etapas iniciais foi de grande importância contar com o NAPNE, uma vez que, tanto nós, professores de nossa unidade escolar, quanto, cremos nós, a imensa maioria dos professores das escolas regulares do Brasil, nunca havíamos tido contato com o Braille. Ao levarmos nosso interesse de trabalhar com esse aluno aos agentes do NAPNE, tivemos uma recepção positiva e logo começamos a pensar na melhor forma de apresentar o conteúdo das aulas planejadas chegando a um consenso de que a utilização de material concreto feito de imãs de baixo custo e de fácil manuseio atenderia bem as nossas necessidades e serviria como protótipo facilmente imitável a outros profissionais que desejassem seguir este nosso método, afinal, se utilizássemos ferramentas sofisticadas e tão somente softwares computacionais estaríamos muito além da realidade financeira das nossas escolas públicas.

De posse do material dividimos nosso estudo em 7 aulas nas quais trabalhamos os principais conceitos e resolvemos variados exercícios envolvendo operações entre matrizes. Como nosso material era um tanto limitado, envolvendo apenas números de 0 a 9, foi preciso dar prioridade à qualidade do processo e não à quantidade de conteúdos a serem trabalhados. Trabalhamos com cálculos simples, mas sempre buscando que o aluno compreendesse o conceito e aprendesse a aplicar esse conceito na resolução de problemas.

Nesse processo de aprendizagem o material concreto foi de grande importância, uma vez que o aluno podia tatear e movimentar com certa facilidade os objetos que estava trabalhando. Nos arriscamos a dizer que o grande desafio do trabalho tenha sido o de buscar uma alternativa de baixo custo na qual o aluno pudesse desenvolver certas atividades por conta própria, tateando, procurando elementos e construindo suas soluções.

Cabe aqui uma observação que não pode ser deixada de lado, que é a de que o professor precisa, antes de tudo, conhecer as principais necessidades do aluno com que vai trabalhar, por isso se torna importante algumas conversas informais a fim de observar algumas dificuldades iniciais que tanto o professor quanto o aluno possam vir a enfrentar durante o processo de ensino, e também nas dificuldades dos pré-requisitos mal adquiridos e ou faltantes tanto para a parte do conteúdo a ser trabalhado quanto no domínio da linguagem Braille.

O aluno com que trabalhamos domina com facilidade o Braille e os recursos computacionais, o que foi de grande importância para que o processo ocorresse com certa tranquilidade. Conhecer essa característica foi de grande valia, pois nos deu o ponto de partida certo para o desenvolvimento das atividades.

Outro ponto que destacamos é o de trazer o aluno para ajudar no processo de construção do material, essa é um a prática interessante, pois com isso o aluno vai tendo o primeiro contato com o tipo de objetos com que vai trabalhar, e assimilando a forma e o processo de movimentação na tábua de metal, afinal, considerando que como nem toda escola conta com um núcleo de apoio, torna-se bastante aconselhável que o aluno auxilie em vários aspectos o(s) professor(es) no uso da linguagem em Braille.

Dar a liberdade para que o aluno dê suas opiniões contribui de forma significativa para uma melhora no desenvolvimento das atividades, pois talvez algo que para o professor seja melhor visualizado esteticamente para o aluno se torna um transtorno. Um exemplo, que apareceu neste trabalho e que podemos citar aqui é o de usar uma barra para simbolizar a igualdade entre expressões matemáticas. Apesar de uma “barra” não ser uma simbologia tradicionalmente usada para este fim, foi a alternativa que o aluno apontou como mais adequada para o senso tátil, na lida com o material concreto, um a vez que estas barras cobriam toda a extensão das matrizes, separando bem os fatores da resultante.

Um fato interessante que ocorreu já nas primeiras montagens de matrizes, foi a de notar que o aluno se surpreendeu positivamente com o formato retangular das matrizes, que apesar de já ter ouvido falar que uma matriz sempre tem um formato retangular, foi tateando que ele pôde sentir o formato da matriz e absorver essa propriedade. Conversando com o aluno sobre esse fato ele explicou que não tinha clareza de como os números eram organizados, que tinha uma vaga ideia do que seria um retângulo de números, mas que tateando e sentindo a matriz pôde “sentir” o ganho em organização que este formato proporciona aos dados numéricos ou em até outros tipos de dados.

Diante disso salientamos a importância que teve o material concreto para que o aluno pudesse sentir e assim “visualizar” o formato retangular das matrizes. É preciso que se tenha em mente que o aluno deficiente visual não tem as mesmas experiências que os outros alunos, assim é imprescindível que o professor possa dar condições para que ele possa absorver os conceitos estudados, e nesse ponto o material concreto se torna uma ferramenta, pode-se dizer, indispensável.

Uma postura interessante para o professor é se apresentar como um mediador, estando sempre presente e corrigindo em cada etapa do processo algum erro que possa ocorrer. Um dos fatos que pudemos observar é o baixo nível de aprendizado quando na correção de algum exercício apenas ao seu final. Uma vez que o aluno não terá uma “visualização” global do exercício, ao cometer alguns erros no desenvolvimento dos cálculos, a simples verificação do resultado final pode dificultar muito na localização do movimento incorreto, além de dificultar na capacidade de assimilação do processo como um todo.

Quando começamos a operacionalizar com matrizes, a maior dificuldade que enfrentamos não foi propriamente com o conteúdo de matrizes em si, seus formatos, a localização de cada um de seus elementos em filas e colunas, o que a nosso ver, necessitaria de muito apelo visual, afinal de contas organizar elementos em forma matricial tem como propósito inicial uma melhora na “visualização” destes dados. No entanto, para nossa surpresa, como muitos alunos visualmente mais favorecidos, o aluno assimilou com certa facilidade os conceitos apresentados e a forma de operacionalizar com estes elementos dispostos em linhas e colunas, e esbarrou sim, em alguns pontos específicos da Matemática básica, como por exemplo, a regra de sinais ao multiplicar e somar números negativos. Com um pouco de treino e estabelecendo algumas convenções, pouco a pouco, dirimimos estes obstáculos, que já não eram obstáculos por questões visuais, mas sim, destes que qualquer aluno enfrenta quando se afasta um pouco destes tipos de cálculo.

Nessas aulas em que desenvolvemos as atividades com o material concreto um fato que facilitou muito foi a capacidade de memorização e cálculo mental que o aluno apresentou, apesar de algumas vezes recorrer ao professor com alguma dificuldade, na maioria das vezes conseguia resolver mentalmente grande parte das atividades. Se nos deparássemos com um aluno com maiores dificuldades, talvez tivéssemos que introduzir mais lentamente os pormenores do conteúdo e repetir alguns pré-requisitos importantes para o desenvolvimento do conteúdo abordado.

Para finalizar o trabalho desenvolvemos duas aulas de exercícios utilizando o leitor de tela para Windows NonVisual Desktop Access (NVDA), onde retomamos os conceitos apresentados nas aulas realizadas com o material concreto e as atividades onde o aluno podia escrever sua própria resolução no computador. Destacamos aqui que a resolução do aluno é expressa em tabulações simples sem apelos visuais, muitas vezes parecendo desorganizado, uma vez que ele usa a audição para escrever suas conclusões, por isso para um observador visual a resolução pode parecer um tanto confusa, no entanto para o aluno deficiente foi o formato mais simples de “visualizar” o que ele estava escrevendo.

Apesar das matrizes serem formadas por linhas e colunas, na utilização do leitor, a leitura que o deficiente visual faz se dá basicamente através da linha, isto é, ele posiciona o cursor no início da linha desejada e a partir daí ele parte na busca das informações. Vale salientar que os leitores de tela são importantes ferramentas para o trabalho com deficientes visuais, porém, espera-se que o aluno esteja habituado ao seu uso. Aulas utilizando-se ferramentas computacionais não são satisfatórias se o aluno não dominar as funções mais básicas do programa, nesse caso é interessante que o professor faça um treinamento simples com o aluno para que este possa assimilar as funções mais básicas desse recurso. É aconselhável também que o professor teste estas ferramentas para sentir as dificuldades que estamos enfrentando.

A maior dificuldade encontrada, quando na utilização somente do computador, foi que nos problemas de multiplicação e na busca de inversas de matrizes o aluno gastava um bom tempo na localização dos elementos, tendo que movimentar as setas do teclado exaustivamente para cima e para baixo na página do exercício, o que tornou a realização um tanto cansativa.

Conseguimos dirimir esse problema quando para o cálculo de inversa voltando a montar o exercício no material concreto, pois assim, tateando o material o aluno conseguia escrever as equações diretamente no computador. Esse método se mostrou bem mais satisfatório que desenvolver os exercícios utilizando apenas o computador.

Apesar das dificuldades encontradas, percebemos que é possível trabalhar com o aluno com deficiência de forma qualificada, para que este se sinta inserido de forma significativa no ambiente escolar. Podemos notar que ainda são poucas as pesquisas e atividades desenvolvidas nesse campo e que é preciso que se incentive a busca por novos métodos de ensino para esses alunos.

Este trabalho foi realizado, buscando um método alternativo para se trabalhar um conteúdo específico do Ensino Médio, ainda temos uma grande estrada a trilhar visto que existe um amplo campo de disciplinas e conteúdos a serem abordados. O interessante é que os colegas professores possam se utilizar destas ideias, modificando, melhorando e adaptando à sua realidade para que possamos ampliar o processo de inclusão e assim, torna-la em uma realidade de fato.

# REFERÊNCIAS

ARAÚJO, Marcelo Oliveira. **A inclusão social e o ensino da matemática aos portadores de deficiências visuais no distrito federal.** Disponível em: <https://www.ucb.br/sites/100/103/TCC/22005/MarceloAraujo.pdf>. Acesso em 15 mar 2015.

BONJORNO, José Roberto: GIOVANNI, José Ruy; JUNIOR, Jose Ruy Giovanni. **Matemática completa**. FTD, 2013.

BRAILLE – Disponível em: <http://www.projetoacesso.org.br/site/index.php/deficiencia-visual-conceituacao/braille>. Acesso em: 14 maio 2015. a.

BRAILLE – Disponível em: <http://www.mat.uc.pt/~mat1177/web/artigomat.htm>. Acesso em: 14 maio 2015. b.

BRASIL et al. **Lei de diretrizes e bases da educação nacional**. Conselho de Reitores das Universidades Brasileiras, 1997.

BRASIL, Constituição. **Constituição da república Federativa do Brasil**. 1988.

BRASIL. Presidente da República. **Decreto nº 3.298, de 20 de dezembro de 1999. Regulamenta a Lei no 7.853, de 24 de outubro de 1989, dispõe sobre a Política Nacional para a Integração da Pessoa Portadora de Deficiência, consolida as normas de proteção, e dá outras providências**. Diário Oficial da República Federativa do Brasil. Brasília. 21/12/1999.

BRASIL. **Plano nacional de educação**. Centro de Documentação e Informação, Coordenação de Publicações, 2000.

BRASIL. **Estatuto da criança e do adolescente: Lei federal nº 8069, de 13 de julho de 1990**. Rio de Janeiro: Imprensa Oficial, 2002.

ESCOLAR, Censo. Brasília: MEC. SEB, DICEI, 2013. Disponivel em: <http://download.inep.gov.br/educacao_basica/censo_escolar/apresentacao/2014/apresentacao_coletiva_censo_edu_basica_022014.pdf> . Acesso em: 05 nov. 2014.

DANTE, Luiz Roberto. **Matemática: contexto e aplicações**. São Paulo: Ática, v. 2, 2012.

FERNANDES, Solange Hassan Ahmad Ali; HEALY, Lulu. As concepções de alunos cegos para os conceitos de área e perímetro. **IX Encontro Nacional de Educação Matemática, Belo Horizonte. MG. Anais do IX ENEM. Minas Gerais: SBEM**, v. 1, 2007.

GUIMARÃES, A. Inclusão que funciona. **Revista Nova Escola**, São Paulo, n°165, p .43-47, set. 2003.

MAZZOTTA, Marcos José da Silveira. **Educação Especial no Brasil: Histórias e Políticas Públicas**. 2. ed. São Paulo: Cortez, 1999.

NVDA - Disponível em: < http://www.nvaccess.org/>. Acesso em: 14 jun 2015.

PRIETO, Rosaline Gavioli. **Sessão Especial–Políticas de melhoria da escola pública para todos: tensões atuais**. Disponível em: <http://educacaoonline.pro.br/index.php?option=com_content&view=article&id=26:sessao-especial-politicas-de-melhoria-da-escola-publica-para-todos-tensoes-atuais&catid=5:educacao-especial&Itemid=16>. Acesso em 22 de março de 2015.

RHEINHEIMER, Juliana Mercedes. **A Matemática na Educação de Deficientes Visuais e o atendimento nos diferentes níveis e redes de ensino no município de Porto Alegre**. Revista da Graduação, v. 3, n. 1, 2010.

ROMAGNOLLI, Gloria Suely Eastwood; ROSS, Paulo Ricardo. **Inclusão de aluno com Baixa Visão na rede pública de ensino: Orientação para professores**. Curitiba, 2008. Disponível em: <http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/pde/arquivos/1109-2.pdf>. Acesso em: 05 de novembro de 2014.

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA MARIA. Pró-Reitoria de Pós-Graduação e Pesquisa. **Manual de Dissertações e Teses (MDT), Santa Maria, 2012**. Disponível em: <http://coral.ufsm.br/prpgp/images/fomularios-diversos/mdt-2012.pdf>. Acesso: 17 setembro de 2014