

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA MARIA
CENTRO DE CIÊNCIAS NATURAIS E EXATAS
DEPARTAMENTO DE ESTATÍSTICA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM
ESTATÍSTICA E MODELAGEM QUANTITATIVA**

**MODELO NÃO LINEAR MISTO PARA DESCRIVER
O AFILAMENTO DO TRONCO DE *Araucaria*
angustifolia NO SUL DO BRASIL**

MONOGRAFIA DE ESPECIALIZAÇÃO

Emanuel Arnoni Costa

Santa Maria, RS, Brasil

2014

**MODELO NÃO LINEAR MISTO PARA DESCREVER
O AFILAMENTO DO TRONCO DE *Araucaria
angustifolia* NO SUL DO BRASIL**

Emanuel Arnoni Costa

Monografia apresentada ao Curso de Especialização em Estatística e Modelagem Quantitativa, da Universidade Federal de Santa Maria (UFSM, RS), como requisito parcial para obtenção do grau de **Especialista em Estatística e Modelagem Quantitativa**

Orientador: Prof. Dr. Ivanor Müller

Santa Maria, RS, Brasil

2014

**Universidade Federal de Santa Maria
Centro de Ciências Naturais e Exatas
Programa de Pós-Graduação em Estatística e Modelagem Quantitativa**

A Comissão Examinadora, abaixo assinada,
Aprova a Monografia de Especialização

**MODELO NÃO LINEAR MISTO PARA DESCRER O AFILAMENTO
DO TRONCO DE *Araucaria angustifolia* NO SUL DO BRASIL**

elaborada por
Emanuel Arnoni Costa

como requisito parcial para obtenção do grau de
Especialista em Estatística e Modelagem Quantitativa

COMISSÃO EXAMINADORA:


Ivanor Müller, Dr.
(Presidente/Orientador)


César Augusto Guimarães Finger, Dr. (UFSM)


Enio Junior Seidel, Dr. (UFSM)

Santa Maria, 31 de julho de 2014.

A minha família,

DEDICO.

AGRADECIMENTOS

A Deus, por iluminar-me em todos os momentos em busca de meus objetivos ao longo de minha trajetória acadêmica.

Ao orientador, Prof. Dr. Ivanor Müller, pelo seu respeito, amizade e a dedicação em todas as fases deste trabalho.

Ao Prof. Dr. César Augusto Guimarães Finger, pela disponibilidade dos dados desta pesquisa. Em especial, aos seus ensinamentos e sugestões que me permitiram obter uma visão holística no que tange à ciência florestal.

Ao Prof. Dr. Enio Junior Seidel, pela disponibilidade e sugestões apresentadas em contribuir com este trabalho.

Prof.^a Dra. Roselaine Zanini Ruviaro, pelo apoio, sincero carinho e constante incentivo durante este período de aprendizagem acadêmica.

Enfim, a todos os professores do Programa de Especialização em Estatística e Modelagem Quantitativa, colegas, amigos que, de alguma forma, colaboraram para que eu vencesse mais este desafio.

RESUMO

Monografia de Especialização
Programa de Especialização em Estatística e Modelagem Quantitativa
Universidade Federal de Santa Maria, RS, Brasil

MODELO NÃO LINEAR MISTO PARA DESCREVER O AFILAMENTO DO TRONCO DE *Araucaria angustifolia* NO SUL DO BRASIL

AUTOR: EMANUEL ARNONI COSTA

ORIENTADOR: IVANOR MÜLLER

DATA E LOCAL DA DEFESA: Santa Maria, 31 de Julho de 2014.

Este estudo foi desenvolvido com objetivo de aplicar a abordagem de modelos não lineares mistos para descrever o afilamento do tronco de *Araucaria angustifolia* (Bertol.) Kuntze de plantios florestais no sul do Brasil. Um total de 340 árvores foram cubadas em cinco municípios: Caçador (SC), Três Barras (SC), Chapecó (SC), São Francisco de Paula (RS) e Canela (RS). Um conjunto de 2/3 das árvores em cada local, abrangendo a amplitude diamétrica amostrada foram usadas no ajuste dos modelos de afilamento do tronco e o restante 1/3 na validação. Modelos de forma-variável de Kozak (1988, 1994 e 2004) foram testados e modificados para explicar a variação no afilamento do tronco dentro e entre árvores com a macro %NLINMIX do SAS na estimativa dos parâmetros com efeitos fixos e aleatórios. A matriz de variância e covariância usada para determinar os parâmetros com efeito aleatório foi a não estruturada e baseada no método da expansão em torno de zero. A calibração específica na árvore para a estimativa de parâmetros com efeito aleatório foi calculado por meio das medições de diâmetros relativos, usando a aproximação do estimador Bayesiano. O modelo não linear misto de Kozak modificado (1994) apresentou uma redução de $\approx 17,5\%$ nos valores de AIC e BIC ao incluir o efeito aleatório em três coeficientes quando comparado ao modelo sem nenhum. A calibração dos efeitos aleatórios na árvore foi obtido com a medição de diâmetros a 6,3 m do solo com menor desvio na determinação de diâmetros relativos e volumes. O afilamento do tronco de araucária descrito pelo modelo não linear misto de Kozak modificado (1994) evidenciou flexibilidade e eficiência na definição dos sortimentos de madeira.

Palavras-chave: Forma do tronco. Modelo de efeito misto. Classificação de toras.

ABSTRACT

Monografia de Especialização
Programa de Especialização em Estatística e Modelagem Quantitativa
Universidade Federal de Santa Maria, RS, Brasil

NONLINEAR MIXED MODEL TO DESCRIBE THE TAPER OF STEM *Araucaria angustifolia* IN SOUTHERN BRAZIL

AUTHOR: EMANUEL ARNONI COSTA

ADVISOR: IVANOR MÜLLER

Date and Place of Defense: Santa Maria, July 31st, 2014.

This study was developed aiming to apply the approach of nonlinear mixed models to describe the taper of stem of *Araucaria angustifolia* (Bertol.) Kuntze of planted forests in southern Brazil. A total of 340 trees were cubed in five locations: Caçador (SC), Três Barras (SC), Chapecó (SC), São Francisco de Paula (RS) e Canela (RS). Group of 2/3 trees in each local were sample and used to fit stem taper models and the other 1/3 to validation. Models of Kozak's variable-form (1988, 1994 e 2004) were tested and modified to explain the variation of taper the stem within and between trees with %NLINMIX in SAS of parameter estimates with fixed and random effects. The variance and covariance matrix used to determine the parameters with random effects were unstructured and based in method expansion around zero. The specific calibration in the tree for estimating parameters with random effects was calculated using measurements of relative diameters by approach of Bayesian estimator. The modified nonlinear mixed model of Kozak (1994) show a reduction $\approx 17,5\%$ in values of AIC and BIC when included the random effect in three coefficients compared to the model without. The calibration of the random effects in tree was possible with the mensuration diameter at 6.3 m from the ground with smaller deviation to determine relative diameters and volumes. Taper of stem in araucaria described by the modified nonlinear mixed model of Kozak (1994) showed flexibility and efficiency for defining wood assortments.

Keywords: Stem shape. Mixed effects models. Classification of logs.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Sólidos de revolução (HUSCH et al., 2003).	19
Figura 2 – Formas que o tronco de uma árvore pode assumir (HUSCH et al., 2003).....	20
Figura 3 – Resíduos de diâmetros relativos em função de valores estimados para os modelos de afilamento do tronco de Kozak modificados (1988, 1994 e 2004) conforme os ajustes de MQNL e abordagem mista em araucária no sul do Brasil.	40
Figura 4 – Lag resíduos dos modelos de afilamento do tronco de Kozak (1988, 1994 e 2004) modificado ajustado pelo MQNL e abordagem mista em araucária no sul do Brasil.	41

LISTA DE TABELAS

- Tabela 1 - Resumo estatístico das medições das árvores de araucária usadas no ajuste e na validação dos modelos de afilamento do tronco no sul do Brasil. 36
- Tabela 2 - Estatísticas usadas para avaliar o ajuste dos modelos de afilamento com a inclusão de efeitos aleatórios nos coeficientes em araucária no sul do Brasil..... 37
- Tabela 3 - Coeficientes e componentes da variância estimados dos modelos de afilamento do tronco de Kozak modificados (1988, 1994 e 2004) em araucária no sul do Brasil..... 38
- Tabela 4 - Acurácia das estimativas de diâmetros relativos e volumes totais nos dados reservados a validação dos modelos de afilamento do tronco de Kozak modificados (1988, 1994 e 2004) em araucária no sul do Brasil. 43
- Tabela 5 - Valores calculados de uma árvore utilizando a posição $d_{6,3}$ na calibração dos efeitos aleatórios e a comparação entre valores observados e estimados com o modelo misto de Kozak modificado (1994) em araucária. 46

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

- d – Diâmetro à altura do peito correspondente a 1,3 m do nível do solo
- $d_{4,3}$ – Diâmetro medido a 4,3 m do nível do solo
- $d_{6,3}$ – Diâmetro medido a 6,3 m do nível do solo
- dg – Árvore de área basal média
- d_i – Diâmetros medidos a uma altura específica do nível do solo
- h – Altura total
- h_{100} – Altura dominante de Assmann
- SAS – *Statistical Analysis System*

LISTA DE ANEXOS

ANEXO A – Programação no SAS do modelo misto Kozak modificado (1994).....	54
---	----

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO	14
1.1 Objetivos.....	15
1.1.1 <i>Objetivo geral.....</i>	15
1.1.2 <i>Objetivos específicos</i>	15
2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	16
2.1 Características da <i>Araucaria angustifolia</i>	16
2.2 Distribuição geográfica da <i>Araucaria angustifolia</i>	16
2.3 Dados para o estudo do afilamento	17
2.4 Protótipos dendrométricos.....	19
2.5 Determinação do volume rigoroso	24
2.6 Funções de afilamento	26
2.7 Modelo não linear misto para descrever o afilamento	27
3 MATERIAL E MÉTODOS	28
3.1 Caracterização das áreas de estudo	28
3.2 Levantamento de dados	28
3.3 Modelagem não linear mista para descrever o afilamento	29
3.3.1 <i>Modelos de afilamento</i>	29
3.3.2 <i>Estimativa dos coeficientes.....</i>	32
3.3.3 <i>Critérios de seleção dos modelos de afilamento</i>	32
3.3.4 <i>Calibração de diâmetro relativo</i>	33
3.3.5 <i>Validação dos modelos de afilamento</i>	34
4 RESULTADOS E DISCUSSÃO	36
4.1 Características das árvores.....	36
4.2 Avaliação da inclusão dos efeitos aleatórios.....	37
4.3 Coeficientes estimados e componentes da variância	38
4.4 Calibração de diâmetros relativos e volumes.....	42
4.5 Exemplo de calibração $d_{6,3}$ na árvore	44

5 CONCLUSÕES.....	47
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	48
ANEXOS	54

1 INTRODUÇÃO

Modelos de afilamento são funções que descrevem a taxa de decréscimo do diâmetro ao longo do perfil do tronco das árvores, e a sua integral reconstitui em 3D, o sólido de revolução associado à forma geométrica do tronco ou de partes deste.

Esses modelos são amplamente usados na formação, simulação e otimização de volumes dos sortimentos de madeira¹ entre quaisquer posições do tronco das árvores.

As alterações na forma do tronco das árvores derivam de fatores climáticos, qualidade de sítio, idade, tamanho da copa, posição social da copa, competição, espécie e da densidade do povoamento (MUHAIRWE et al., 1994; SHARMA; PARTON, 2009; NIGH; SMITH, 2012). Esses fatores quando controlados durante a modelagem do afilamento do tronco das árvores reduzem a sua variabilidade e obtêm estimativas mais precisas.

Um modelo com ambos efeitos fixos e aleatórios é chamado de modelo de efeito misto, ou simplesmente modelo misto (PINHEIRO; BATES, 2000), é empregado para descrever a forma do tronco de árvores devido ao ganho na acurácia das predições e a coerência biológica (YANG et al., 2009; CAO; WANG, 2011; BUENO-LÓPEZ; BEVILACQUA, 2012; GÓMEZ-GARCÍA et al., 2013).

Embora existam para *Araucaria angustifolia* (Bertol.) Kuntze alguns trabalhos que utilizam funções de afilamento do tronco (HOSOKAWA, 1976; MACHADO, 1982; FRIEDL, 1989; SCHNEIDER; OESTEN, 1999; EISFELD et al., 2008), ainda não se tem conhecimento da abordagem não linear com efeito misto em funções de afilamento para a espécie.

Ao usar a função de afilamento do tronco da espécie em conjunto com a de crescimento e distribuição de probabilidade de frequência por classe diamétrica no tempo, é possível definir o estoque de madeira nas classes de sortimentos e o nível de produção florestal.

Com esse intuito, o presente estudo procurou contribuir para o aperfeiçoamento do manejo de plantios de araucária no sentido de fornecer estimativas das dimensões de partes dos troncos mediante modelos matemáticos que auxiliem as atividades de planejamento e gerenciamento florestal.

¹ Sortimentos de madeira é uma classificação que considera um certo diâmetro da tora e seu comprimento.

1.1 Objetivos

1.1.1 Objetivo geral

O objetivo geral deste trabalho é aplicar a abordagem de modelos não lineares mistos para descrever o afilamento do tronco de árvores de *Araucaria angustifolia* (Bertol.) Kuntze provenientes de plantios florestais no sul do Brasil.

1.1.2 Objetivos específicos

Os objetivos específicos deste trabalho foram:

- a) ajustar modelos matemáticos para descrever o afilamento do tronco de araucária;
- b) adicionar efeito aleatório nos coeficientes dos modelos de afilamento de tronco;
- c) avaliar a acurácia na estimativa dos diâmetros relativos e volumes totais;
- d) definir a melhor equação de afilamento do tronco com efeito misto para araucária em plantios florestais.

2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

2.1 Características da *Araucaria angustifolia*

A espécie *Araucaria angustifolia* (Bertol.) Kuntze é conhecida, mundialmente, pelos nomes de: Parana pine (Inglês), BrasilKiefer (Alemão), Araucaria du Brésil (Francês), Pino misionero (Espanhol) e Pinheiro-do-Paraná (Português) (LAMPRECHT, 1990).

O pinheiro-do-Paraná pertence ao gênero *Araucaria* da família Araucariaceae, contando com 16 espécies, exclusivas do hemisfério Sul, dentre as quais duas originárias da América do Sul e o restante da Oceania (REITZ; KLEIN, 1966).

Trata-se de uma árvore perenifólia, heliófita pioneira, típica de regiões de altitude, com fuste retilíneo, cilíndrico, às vezes; bifurcado, contendo quatro a oito verticilos na inserção dos galhos, que se destacam com a idade. Planta dioica, raramente monoica por traumas ou doenças, apresenta estruturas reprodutoras organizadas em estróbilos masculinos e femininos (CARVALHO, 2003).

A araucária atinge de 20 a 50 metros de altura e um a dois metros de diâmetro. Sua copa apresenta ramos primários cilíndricos, curvos para cima, sendo os inferiores maiores que os superiores; ambos com ramos secundários (grimpas), alternos e agrupados no ápice. A espécie possui tronco com casca espessa, acinzentada, áspera e profundamente fendilhada, descama em placas retangulares e em lâminas na parte superior do tronco (MARCHIORI, 2005).

2.2 Distribuição geográfica da *Araucaria angustifolia*

No Brasil, a araucária possui maior distribuição natural nos Estados do Sul, Rio Grande do Sul, Santa Catarina e Paraná e, de forma esparsa, em Minas Gerais, Rio de Janeiro e São Paulo e ainda com ocorrência na Província de Misiones, na Argentina (CARVALHO, 2003).

A araucária é uma espécie típica de fragmentos da Floresta Ombrófila Mista, também conhecida como “mata-de-araucária” ou “pinheiral”, incluído no complexo vegetacional da Mata Atlântica (OLIVEIRA-FILHO; FONTES, 2000).

No início deste século XX, cerca de 35% da cobertura vegetal dos Estados do sul do Brasil estavam representados pela Floresta Ombrófila Mista. O intenso processo de exploração fez com que as reservas naturais dessa espécie estivessem limitadas a valores entre 2 a 4% da área original (GUERRA et al., 2002).

2.3 Dados para o estudo do afilamento

Os três métodos usualmente empregados na obtenção de dados para o estudo do afilamento do tronco de árvores são apresentados em sequência:

(i) cubagem rigorosa mediante ao corte da árvore: consiste em abater a árvore sobre o solo e, com o uso de uma trena ou suta, obtêm-se seus diâmetros (d_i) nas alturas específicas (h_i) até a altura total (h). Neste caso, é comum determinar a espessura da casca das árvores. Esse método provém de medições mais acuradas, porém com a atual legislação florestal vigente no país, dificulta-se o corte de algumas espécies da flora nativa. Para as espécies usadas em florestamentos e reflorestamentos, o procedimento é menos burocrático quanto a legislação devido a maior flexibilidade nessas condições.

(ii) cubagem da árvore em pé com o uso de dendrômetros ópticos: um determinado observador fica a uma certa distância em relação a árvore e apoia-se o aparelho a um tripé, em seguida, executa e registra as medições de d_i e h_i no tronco das árvores, destacam-se os aparelhos Criterion 400, Criterion RD 1000, Relascópio de Bitterlich, dendrômetro de Barr e Stroud e outros (ARNEY; PAINE, 1972).

Várias pesquisas utilizam dendrômetro óptico para estudos de cubagem e quantificação da biomassa de árvores (CLARK et al., 2000; KALLIOVIRTA et al., 2005). Esses aparelhos oferecem as vantagens de não necessitar abater a árvore e apresentar estimativas com pouca diferença entre o valor lido e o real (PARKEY; MARTNEY, 1998; WILLIAMS et al., 1999). A obtenção de dados confiáveis com o uso desses aparelhos está associado ao nível de treinamento e habilidade do operador em manusear.

Na área florestal, esses aparelhos têm ganho importância devido a possibilidade de medir as árvores em pé, especialmente de espécies ameaçadas de extinção que carece de autorização do órgão ambiental para o corte. Em povoamentos densos, ocorre uma dificuldade em definir d_i acima do ponto de inserção da copa usando os dendrômetros ópticos, sendo, então, um fator limitante em relação ao método convencional de cubagem da árvore abatida sobre o solo.

(iii) análise completa do tronco (anatro completa): consiste em cortar a árvore e retirar fatias em posições específicas (h_i) ao longo do tronco e pelos anéis de crescimento reconstruir o crescimento passado da árvore desde sua fase juvenil até o momento do corte. A vantagem dessa metodologia é obter a idade real da árvore e todas as suas fases de crescimento para as variáveis de diâmetro, altura, área basal e volume; juntamente com os fatores de forma artificial e natural (FINGER, 1992). Deve-se destacar que, na anatro completa, existem alguns métodos para a determinação do crescimento em altura das árvores (MACHADO et al., 2010).

É comum o uso da anatro completa em coníferas porque os anéis de crescimento anuais são bem definidos, ou seja, período de lenho juvenil e tardil. Para algumas folhosas essa metodologia também é possível, desde que verifique se os anéis de crescimento delimitados nas fatias são realmente anuais.

Para auxiliar na manipulação, edição e processamento de dados obtidos pela anatro completa de árvores, algoritmos computacionais foram elaborados para essa finalidade, destacando-se: o ANATRO desenvolvido por (SCHNEIDER, 1984), o *software* ACT por (COSTA, 2010), além de metodologias alternativas que se baseiam nas medições de imagens fotográficas (ROSOT et al., 2001; 2003) e o *software* ANATRO LIVRE (JORGE; SILVA, 2009).

Machado et al. (2013) compararam a anatro completa utilizando metodologia digital e a convencional feita com as medições manualmente obtidas pela régua milimetrada em árvores de *Mimosa scabrella* BENTHAN e *Pinus taeda* L., tendo que as diferenças foram significativas apenas para a reconstrução do volume do *Pinus Taeda* L. em algumas idades. Esses autores verificaram que a anatro digital é uma alternativa boa para reconstruir o crescimento das árvores, mas necessita de pessoal treinado para utilizar as ferramentas de Sistemas de Informações Geográficas (SIG).

2.4 Protótipos dendrométricos

Os protótipos dendrométricos são sólidos padrões que descrevem a forma geométrica dos troncos. O tronco das árvores podem assumir sólidos de revolução conhecidos (parabolóide, cônico, cilíndrico e neilóide), segundo a rotação da curva em torno de seu eixo X (HUSCH et al., 2003), pela seguinte expressão:

$$Y = K\sqrt{X^r} \quad (1)$$

Em que: Y = raio ao longo do tronco; K = coeficiente constante que descreve o tamanho do corpo de rotação; X = distância da seção em relação ao topo da curva; r = coeficiente que caracteriza a forma da curva.

Com a variação do valor de r na expressão (1), tem-se que: r = 0 um cilindro, r = 1 um parabolóide, r = 2 um cone e r = 3 um neilóide (Figura 1).

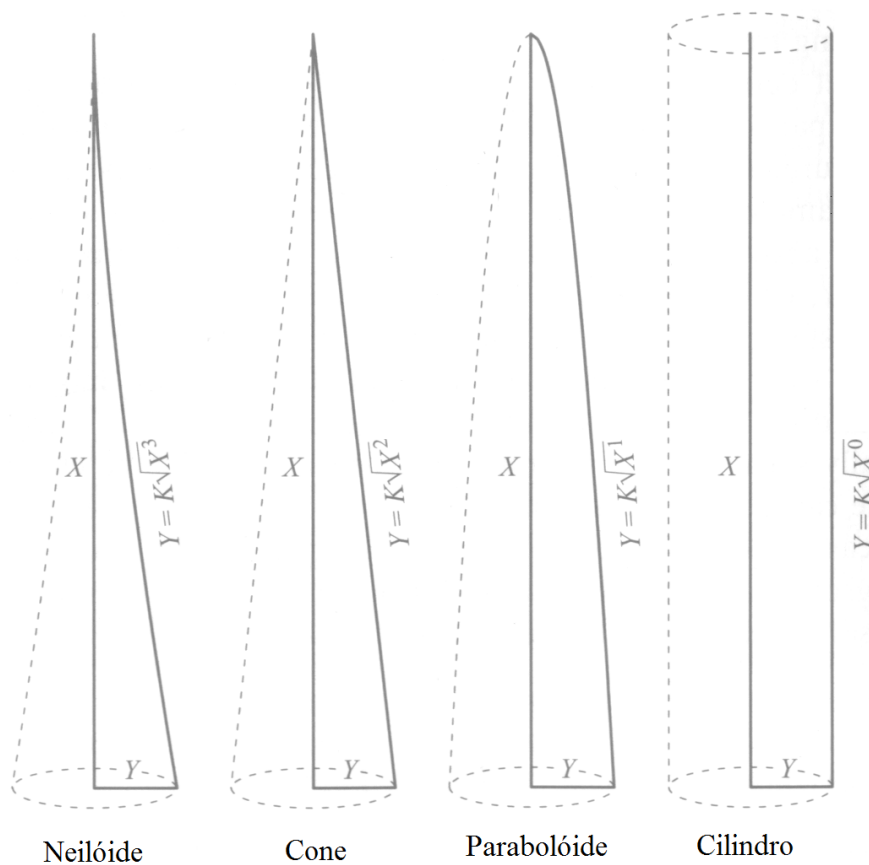


Figura 1 – Sólidos de revolução (HUSCH et al., 2003).

Desta forma, dificilmente o tronco inteiro de uma árvore assume apenas um desses sólidos padrões. Em razão disso, habitualmente considera-se que o tronco de uma árvore é composto por vários sólidos geométricos (Figura 2).

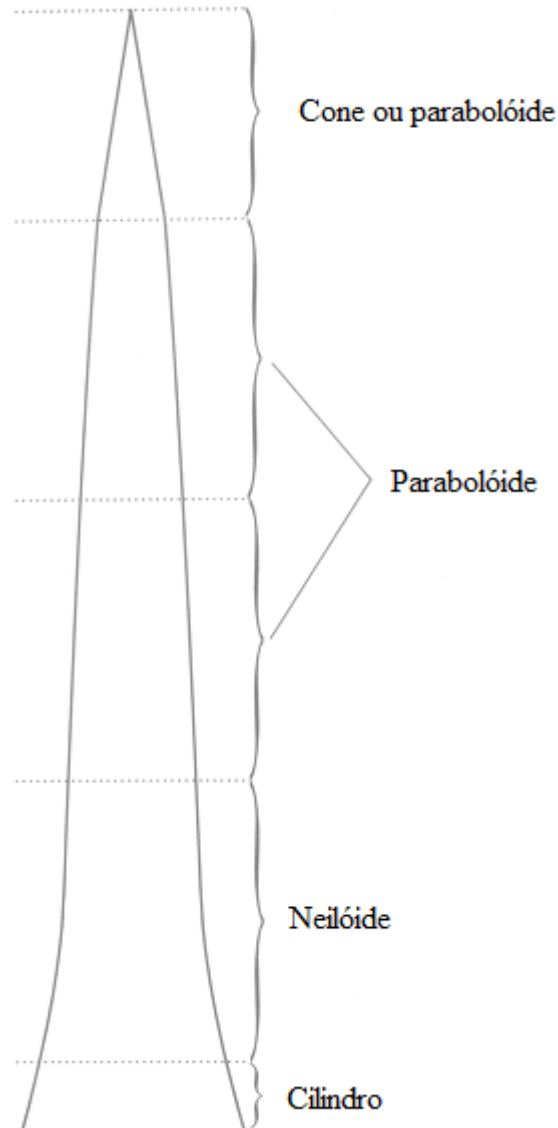


Figura 2 – Formas que o tronco de uma árvore pode assumir (HUSCH et al., 2003).

Com os sólidos geométricos representativos do tronco inteiro ou de porções (equação 1) é possível descrever o seu afilamento (MACHADO; FIGUEIREDO-FILHO, 2009), sendo o volume dos sólidos de revolução obtido pela integração da função:

$$v = \pi \int_a^b Y^2 dx \quad (2)$$

Em que: v = volume do tronco, em m^3 ; $\pi = 3,1415\dots$; Y = equação para descrever o afilamento do tronco; a = limite inferior; b = limite superior.

Ao substituir a equação (1) em (2) é possível obter o volume da árvore por integração, como segue:

$$v = \pi \int_0^h \left(K\sqrt{X^r} \right)^2 dx \quad (3)$$

Em que: v = volume do tronco, em m^3 ; $\pi = 3,1415\dots$; K = coeficiente constante que descreve o tamanho do corpo de rotação; r = coeficiente que caracteriza a forma da curva; h = altura total, em m .

Considerando o valor de K fixo para a mesma árvore, então a expressão (3) pode ser representada por:

$$v = \pi K^2 \int_0^h X^r dx \quad (4)$$

Com a resolução da integral na expressão (4), obtém-se o volume total da árvore, como segue:

$$v = \pi K^2 \left(\frac{X^{r+1}}{r+1} \right) \Bigg|_0^h = \quad (5)$$

Isolando o termo X^{r+1} na expressão (5), resulta em:

$$v = \pi K^2 \left(\frac{1}{r+1} \right) X^{r+1} \Big|_0^h = \quad (6)$$

Substituindo os valores do limite de integração na expressão (6), tem-se que:

$$v = \pi K^2 \left(\frac{1}{r+1} \right) \left[(X^r) \Big|_0^h \cdot (X^1) \Big|_0^h \right] = \quad (7)$$

Assim, tem-se a forma geral:

$$v = \pi K^2 h^r \left(\frac{1}{r+1} \right) h \quad (8)$$

Sabe-se que a área circular (g) de qualquer secção do sólido gerado por revolução é dado por:

$$g = \pi \cdot R'^2 \quad (9)$$

Sendo assim, (R') é o raio no ponto zero equivalente a Y na expressão (1) para o sólido de revolução, logo a expressão passa a ser:

$$g = \pi \left(K \sqrt{X^r} \right)^2 \quad (10)$$

Simplificando a equação (10), tem-se que:

$$g = \pi \cdot K^2 X^r \quad (11)$$

Considerando que X é a distância da seção em relação ao topo da curva, ou seja, (h) e substituindo na expressão (11), obtém-se que:

$$g = \pi \cdot K^2 h^r \quad (12)$$

Desta maneira, tem-se o cálculo do volume de alguns sólidos de revolução em função do coeficiente r pela substituição da expressão (12) em (8), procedendo em:

$$v = \left(\frac{1}{r+1} \right) g h \quad (13)$$

Em que: v = volume do tronco, em m^3 ; g = área transversal; em m^2 ; h = altura total, em m ; r = coeficiente que caracteriza a forma da curva.

Com a expressão (13), o volume de algumas formas geométricas conhecidas aplicada ao tronco das árvores são obtidas segundo a variação do valor de r :

Assim, quando $r = 0$, tem-se:

$$v = \left(\frac{1}{0+1} \right) g h = g h \quad (\text{volume cilindro}) \quad (14)$$

Quando $r = 1$, tem-se:

$$v = \left(\frac{1}{1+1} \right) g h = \frac{1}{2} g h \quad (\text{volume parabolóide}) \quad (15)$$

Quando $r = 2$, tem-se:

$$v = \left(\frac{1}{2+1} \right) g h = \frac{1}{3} g h \quad (\text{volume cone}) \quad (16)$$

Quando $r = 3$, tem-se:

$$v = \left(\frac{1}{3+1} \right) g h = \frac{1}{4} g h \quad (\text{volume neilóide}) \quad (17)$$

2.5 Determinação do volume rigoroso

A determinação rigorosa do volume, entendida como a cubagem de uma árvore, geralmente é obtida com medições de diâmetros a partir do nível do solo nas posições: 0,1; 0,3; 1,3 m e, a partir daí, de 2 em 2 metros ou de 1 em 1 metro até a altura total da árvore (FINGER, 1992).

De acordo com a precisão desejada e a regularidade do tronco, existem alguns métodos comumente usados para calcular o volume (AVERY; BURKHART, 2002; LAAR; AKÇA, 2007; MACHADO; FIGUEIREDO-FILHO, 2009), destacando-se as cubagens por: Smalian, Huber e Newton.

Cubagem por Smalian

O volume de cada secção é calculado em função do comprimento (l_0) e das áreas basais nas extremidades das secções (g_i ; g_{i+1}), sendo o volume da árvore dado por:

$$v = v_0 + \sum_{i=1}^n v_i + v_c \quad (18)$$

Em que:

$$v_0 = g_0 \cdot l_0 \quad \rightarrow \text{volume do toco;}$$

$$v_i = \frac{(g_i + g_{i+1})}{2} \cdot l_0 \quad \rightarrow \text{volume de secções intermediárias;}$$

$$v_c = \frac{1}{3} g_n \cdot l_n \quad \rightarrow \text{volume do cone.}$$

Cubagem por Huber

O volume de cada secção é calculado em função do comprimento (l_0) e da área basal obtida no meio da secção (g_{mi}), sendo o volume da árvore dado por:

$$v = v_0 + \sum_{i=1}^n v_i + v_c \quad (19)$$

Em que:

$$v_0 = g_0 \cdot l_0 \quad \rightarrow \text{volume do toco;}$$

$$v_i = g_{mi} \cdot l_0 \quad \rightarrow \text{volume de secções intermediárias;}$$

$$v_c = \frac{1}{3} g_n \cdot l_n \quad \rightarrow \text{volume do cone.}$$

Cubagem por Newton

O volume de cada secção é calculado em função do comprimento (l_0) e das áreas basais obtidas nas extremidades inferior (g_i), do meio da secção (g_{mi}) e da extremidade superior (g_{i+1}), sendo o volume da árvore dado por:

$$v = v_0 + \sum_{i=1}^n v_i + v_c \quad (20)$$

Em que:

$$v_0 = g_0 \cdot l_0 \quad \rightarrow \text{volume do toco;}$$

$$v_i = \frac{1}{6} (g_i + 4g_{mi} + g_{i+1}) \cdot l_0 \quad \rightarrow \text{volume de secções intermediárias;}$$

$$v_c = \frac{1}{3} g_n \cdot l_n \quad \rightarrow \text{volume do cone.}$$

2.6 Funções de afilamento

Para descrever a taxa de decréscimo do diâmetro ao longo do tronco das árvores normalmente são empregados modelos matemáticos que variam de baixa a alta complexidade (SCHNEIDER, 1984; CAMPOS; LEITE, 2002; SCOLFORO, 2005; BURKHART; TOMÉ, 2012), e a decisão de optar por um ou outro modelo de afilamento está associada à flexibilidade e acurácia das estimativas em todas as partes do tronco das árvores.

A importância dos modelos de afilamento é comprovada pela quantidade de trabalhos encontrada na literatura. Esses modelos podem ser classificados como simples (KOZAK et al., 1969; ORMEROD, 1973; DEMAERSCHALK, 1972); polinomiais (BRUCE et al., 1968; GOULDING; MURRAY, 1976; SCHNEIDER et al., 1996; FIGUEIREDO-FILHO et al., 1996; MÜLLER, 2004; SOUZA et al., 2012); polinomiais segmentados (MAX; BURKHART, 1976); trigonométricos (THOMAS; PARRESOL, 1991); forma-variável (KOZAK, 1988; MUHAIRWE, 1999; KOZAK, 2004; BI, 2000; BI; LONG, 2001; LEE et al., 2003; SHARMA; ZHANG, 2004), entre outros.

Diversos são os fatores que influenciam a forma geométrica do tronco, destacando-se os climáticos, sítio, idade, tamanho da copa, posição social da copa, espécie e densidade do povoamento (MUHAIRWE et al., 1994; KLOS et al., 2007; SHARMA; PARTON, 2009; NIGH; SMITH, 2012). Estes fatores quando controlados ou incluídos durante a modelagem do afilamento do tronco, muitas vezes, fornecem maior acurácia nas estimativas.

Outra alternativa usada para melhorar as estimativas dos modelos de afilamento é o emprego de métodos estatísticos mais avançados como a abordagem de modelos mistos (GARBER; MAGUIRE, 2003; LEJEUNE et al., 2009; YANG et al., 2009; JIANG; LIU, 2011; CAO; WANG, 2011; FONWEBAN et al., 2011; DE MIGUEL et al., 2012).

Modelos mistos permitem avaliar a variação dentro e entre árvores em relação a forma do tronco (GÓMEZ-GARCÍA et al., 2013). Esta metodologia permite considerar os dados como medidas repetidas feitas ao longo do tronco das árvores.

Em um modelo misto, se a informação da variável resposta está disponível para um novo indivíduo, então os coeficientes aleatórios podem ser obtidos e estimados considerando a “resposta específica na árvore”, em vez de uma “resposta média” da população. Na resposta média da população, assume-se que o vetor dos coeficientes aleatórios para um novo indivíduo tem valor esperado zero (BURKHART; TOMÉ, 2012).

2.7 Modelo não linear misto para descrever o afilamento

O modelo não linear misto contém coeficientes com efeitos fixos comuns a todas as árvores e coeficientes com efeitos aleatórios específicos a cada árvore. Essa abordagem em equações de afilamento do tronco é possível da seguinte forma:

$$d_i = f(x_i, \varphi_i) + \varepsilon_i, \quad \varepsilon_i \sim N(0, R_i) \quad (21)$$

Em que: d_i = é $(n_i \times 1)$ vetor dos diâmetros relativos observados na árvore i ; $f(\cdot)$ função não linear; x_i = é $(n_i \times s_1)$ matriz das covariáveis conhecidas; φ_i = é $(s_1 \times 1)$ vetor dos coeficientes, que consiste em apenas coeficientes com efeitos fixos ou composto tanto por efeitos fixos e aleatórios nos coeficientes; ε_i = é $(n_i \times 1)$ vetor dos erros; 0 = vetor nulo; R_i = é $(n_i \times n_i)$ matriz de variância e covariância positiva e definida para os erros.

Assim, os coeficientes do vetor φ_i podem ser expressos (PINHEIRO; BATES, 2000; LITTELL et al., 2006) por:

$$\varphi_i = A_i \beta + B_i u_i, \quad u_i \sim N(0, D) \quad (22)$$

Em que: β é $(S_1 \times 1)$ vetor dos coeficientes com efeitos fixos comuns a todas as árvores; u_i = é $(S_2 \times 1)$ vetor dos parâmetros com efeito aleatório associado a árvore i , assumindo uma distribuição normal multivariada com vetor de médias de zero e matriz variância e covariância D ; A_i e B_i são forma da matriz para os efeitos fixos e aleatórios, respectivamente.

Em alguns casos, é comum que nem todos os coeficientes contenham um componente aleatório. Nessa situação, $A_i = I$, mas B_i contém apenas algumas das colunas de A_i (LINDSTROM; BATES, 1990). Assim, A_i é uma matriz identidade de tamanho $(s_1 \times s_1)$ e B_i é uma outra matriz de tamanho $(s_1 \times s_2)$, contendo apenas um subconjunto das colunas de A_i , referente a esses coeficientes de efeitos fixos, onde os coeficientes de efeitos aleatórios foram inclusos. Isto permite que alguns elementos de φ_i não tenham nenhum efeito aleatório associado. Conseqüentemente, a expressão (21) pode ser representada por:

$$d_i = f(x_i, \varphi_i) + \varepsilon_i = f(x_i, \beta, u_i) + \varepsilon_i, \quad \varepsilon_i \sim N(0, R_i) \quad (23)$$

3 MATERIAL E MÉTODOS

3.1 Caracterização das áreas de estudo

As árvores de araucária foram amostradas de plantios florestais em cinco municípios no sul do Brasil, três (Caçador - CA, Três Barras - TB e Chapecó - CH) pertencentes ao Estado de Santa Catarina e dois (São Francisco de Paula - SF e Canela - CN) no Rio Grande do Sul.

Para o município de Chapecó, o clima de acordo com a classificação de Köppen é subtropical úmido, sem estação seca e com verão quente (Cfa) e nos demais municípios estudados difere apenas da presença de verão temperado (Cfb). Na Tabela 3, são apresentadas as altitudes, temperatura e a precipitação anual média desses municípios (ALVARES et al., 2013).

Tabela 3 – Característica climática dos municípios estudados no sul do Brasil.

Municípios	Altitude (m)	Tam (°C)	Pam (mm)
Caçador (CA) - SC	1066,0	15,8	1736,4
Três Barras (TB) - SC	798,9	17,4	1564,1
Chapecó (CH) - SC	581,8	18,1	2069,4
São Francisco de Paula (SF) - RS	853,8	15,0	2016,4
Canela (CN) - RS	675,3	15,9	2033,0

Em que: Tam = temperatura anual média; Pam = precipitação anual média.

3.2 Levantamento de dados

Um total de 340 árvores dominantes (h_{100}) e de área basal média (dg) do povoamento foram cortadas e medidas por cubagem rigorosa nos cinco municípios e registrados os

diâmetros com casca em posições 0,3, 1,3, 2,3 m e de dois em dois metros até alcançar a altura total (SCHNEIDER et al., 1999).

Em cada município, foram selecionadas aleatoriamente um conjunto de $\approx 2/3$ das árvores amostradas recobrimdo toda a amplitude de diâmetros usadas para o ajuste dos modelos de afilamento do tronco, sendo o grupo restante $\approx 1/3$ reservado para a validação de dados.

3.3 Modelagem não linear mista para descrever o afilamento

3.3.1 Modelos de afilamento

Os três modelos não lineares de forma-variável (24, 25 e 26) foram avaliados para descrever o afilamento do tronco das araucárias (KOZAK, 1988; 1994; 2004).

- Kozak (1988)

$$d_i = a_0 d^{a_1} a_2^d (X_i)^{\beta_1} \left(\frac{h_i}{h}\right)^2 + \beta_2 \ln\left(\frac{h_i}{h} + 0,001\right) + \beta_3 \sqrt{\frac{h_i}{h}} + \beta_4 e^{\left(\frac{h_i}{h}\right)} + \beta_5 \left(\frac{d}{h}\right) + \varepsilon \quad (24)$$

$$\text{Sendo: } X_i = \left[1 - (h_i / h)^{0,5} \right] / \left[1 - p^{0,5} \right]$$

- Kozak (1994)

$$d_i = a_0 d^{a_1} a_2^d (X_i)^{\beta_0 + \beta_1 \left(\frac{h_i}{h}\right)^{1/4} + \beta_2 \left(\frac{h_i}{h}\right)^{1/3} + \beta_3 \left(\frac{h_i}{h}\right)^{1/2} + \beta_4 \arcsin(Q_i) + \beta_5 \left[1 / \left(d/h + \frac{h_i}{h} \right) \right] + \beta_6 h + \varepsilon \quad (25)$$

$$\text{Sendo: } Q_i = \left[1 - (h_i / h)^{0,5} \right]$$

- Kozak (2004)

$$d_i = a_0 d^{a_1} h^{a_2} (X_{i04})^{\beta_1} (h_i/h)^4 + \beta_2 \ln(1/\exp(d/h)) + \beta_3 (X_{i04})^{0,1} + \beta_4 (1/d) + \beta_5 h^{Q_i} + \beta_6 X_{i04} + \varepsilon \quad (26)$$

$$\text{Sendo : } X_{i04} = \left[1 - (h_i / h)^{1/3} \right] / \left[1 - p^{1/3} \right] \quad Q_{i04} = \left[1 - (h_i / h)^{1/3} \right] \quad p = 1,3/h$$

Em que: d_i = diâmetros relativos com casca, em cm; d = diâmetro à altura do peito, em cm; h_i = altura relativa, em m; h = altura total, em m; i -ésima posição ao longo do tronco; $a_0..a_2$, $\beta_1.. \beta_5$: são coeficientes estimados; ε = erro residual; \ln = logaritmo natural; p = ponto de inflexão.

Os três modelos (24, 25 e 26) foram inicialmente ajustados pela PROC NLIN do Sistema de Análise Estatística – SAS, usando o algoritmo de interação Gauss-Newton para verificar a significância dos coeficientes de regressão ($\alpha=5\%$).

Em casos que o modelo de afilamento do tronco não apresentou significância de algum coeficiente de regressão estimado, fez-se a eliminação do mesmo seguido de um novo ajuste, sendo o procedimento repetido até alcançar a significância estabelecida.

Desta maneira, os três modelos avaliados sofreram alterações em relação ao modelo original, sendo novamente reescritos e definida nova sequência de coeficientes de regressão conforme apontado a seguir:

O modelo de Kozak (1988) foi modificado com a eliminação do coeficiente a_2^d e a inclusão do β_0 , originando o modelo 27.

- $$d_i = a_0 d^{a_1} (X_i)^{\beta_0} + \beta_1 \left(\frac{h_i}{h} \right)^2 + \beta_2 \ln \left(\frac{h_i}{h} + 0,001 \right) + \beta_3 \sqrt{\frac{h_i}{h}} + \beta_4 e^{\left(\frac{h_i}{h} \right)} + \beta_5 \left(\frac{d}{h} \right) + \varepsilon \quad (27)$$

Sendo: $X_i = \left[1 - (h_i/h)^{0,5} \right] / \left[1 - p^{0,5} \right]$; $p = 1,3/h$.

O modelo de Kozak (1994) foi modificado com a eliminação dos coeficientes: a_2^d , $\beta_2 \left(\frac{h_i}{h} \right)^{1/3}$ e $\beta_3 \left(\frac{h_i}{h} \right)^{1/2}$, originando o modelo 28.

$$\bullet \quad d_i = a_0 d^{a_1} (X_i)^{\beta_0} + \beta_1 \left(\frac{h_i}{h} \right)^{1/4} + \beta_2 \arcsin(Q_i) + \beta_3 \left[1 / \left(d/h + \frac{h_i}{h} \right) \right] + \beta_4 h + \varepsilon \quad (28)$$

Sendo: $p = 0,01$; $Q_i = \left[1 - (h_i/h)^{0,5} \right]$.

O modelo de Kozak (2004) foi modificado com a eliminação dos coeficientes: h^{a_2} ; $\beta_4(1/d)$ e $\beta_6 X_{i04}$, originando o modelo 29.

$$\bullet \quad d_i = a_0 d^{a_1} (X_{i04})^{\beta_1} (h_i/h)^4 + \beta_2 (1/\exp(d/h)) + \beta_3 (X_{i04})^{0,1} + \beta_4 h^{Q_i} + \varepsilon \quad (29)$$

Sendo : $X_{i04} = \left[1 - (h_i/h)^{1/3} \right] / \left[1 - p^{1/3} \right]$; $Q_{i04} = \left[1 - (h_i/h)^{1/3} \right]$; $p = 1,3/h$

Em que: d_i = diâmetros relativos com casca, em cm; d = diâmetro à altura do peito, em cm; h_i = altura relativa, em m; h = altura total, em m; i -ésima posição ao longo do tronco; $a_0..a_2$, $\beta_1.. \beta_5$: são coeficientes dos modelos; ε = erro residual; \ln = logaritmo natural.

Com os três modelos de afilamento do tronco modificados (27, 28 e 29); foram testados a inclusão de até três efeitos aleatórios nos coeficientes.

3.3.2 Estimativa dos coeficientes

A macro %NLINMIX do SAS foi usada para estimar os coeficientes de efeitos fixos (comum a todas as árvores), juntamente com os coeficientes associados à matriz de variância e covariância de efeitos aleatórios (específicos para cada árvore).

Essa estimativa dos parâmetros do modelo de afilamento com efeito misto valeu-se da aproximação linear da função com a expansão da série de Taylor até alcançar a convergência (PINHEIRO; BATES, 2000). Com a macro %NLINMIX, avaliou-se a expansão em torno de zero (0) para o valor esperado dos coeficientes com efeitos aleatórios (LITTELL et al., 2006).

O estimador de máxima verossimilhança restrita (REML) foi empregado para o ajuste dos parâmetros dos modelos de afilamento do tronco por não apresentar tendenciosidade (LITTELL et al., 2006; HADFIELD et al., 2010; GÓMEZ-GARCÍA et al., 2013).

Para contornar ou eliminar a autocorrelação entre as medidas consecutivas de diâmetro relativos ao longo do tronco da árvore, assumiu-se uma matriz de variância e covariância não estruturada para os modelos de afilamento do tronco (YANG et al., 2009).

Na matriz não estruturada, considera-se que todas as variâncias e as covariâncias podem ser desiguais, ou seja, as variâncias podem ser diferentes para cada uma das n_i ocasiões e variância-covariância diferentes entre medidas feitas em ocasiões distintas. As variâncias são restritas a valores não negativos e as covariâncias não têm restrição (LITTELL et al., 2006).

3.3.3 Critérios de seleção dos modelos de afilamento

As estatísticas usadas para definir os coeficientes que deveriam ser considerados de efeitos fixos e aleatórios nos modelos de afilamento do tronco foram o critério de informação de Akaike (AIC) (expressão 30), e o critério de informação Bayesiano (BIC) (expressão 31):

$$AIC = -2\ln(L) + 2\lambda \quad (30)$$

$$BIC = -2\ln(L) + \lambda\ln(m) \quad (31)$$

Em que: L = valor de máxima verossimilhança (ML); λ = número de parâmetros efetivos, com a soma do número de parâmetros de efeito fixos p e número efetivo de parâmetros estimados da variância e covariância; m = número de árvores para os modelos de efeito misto e número total de observações para os modelos de efeito fixo.

3.3.4 Calibração de diâmetro relativo

A calibração de diâmetros relativos d_i em alturas específicas na árvore (0,3; 1,3; 2,3; 4,3; 6,3; 8,3; 10,3; 12,3; 14,3; 16,3; 18,3; 20,3) foi analisada durante a validação dos modelos de afilamento ajustados, para verificar em qual d_i seria o mais adequado na determinação do vetor com os coeficientes de efeito aleatório (u_i) (específico para cada árvore).

Os modelos de afilamento do tronco com efeito misto apresentam coeficientes fixos (comuns a todas as árvores - resposta média) usados para estimar os diâmetros médios ao longo do tronco da árvore, sendo, nesse caso, o efeito aleatório dos parâmetros considerados o valor esperado zero ($u_i = 0$).

$$\hat{d}_i = f(x_i, \hat{\beta}, 0) \quad (32)$$

Em que: $\hat{\beta}$ = coeficientes estimados com efeito fixo.

A determinação dos coeficientes com efeitos aleatórios foi possível com a aproximação do estimador Bayes (VONESH; CHINCHILLI, 1997) (expressão 33):

$$\hat{u}_i \cong \hat{D}.Z_i^T.(Z_i.\hat{D}.Z_i^T + \hat{R}_i)^{-1}.\hat{e}_k \quad (33)$$

Logo, a expressão (33) pode ser representada por:

$$\hat{u}_i \cong \hat{D}.Z_i^T.(Z_i.\hat{D}.Z_i^T + \hat{R}_i)^{-1}.(d_i - f(x_i, \hat{\beta}, 0)) \quad (34)$$

Em que: \hat{D} = matriz de variância e covariância determinada para os parâmetros com efeitos aleatórios u_i ; \hat{R}_i = erro da matriz de variância e covariância; Z_i = derivada parcial da matriz com os respectivos coeficientes de efeitos aleatórios $Z_i = \partial f(x_i, \beta, 0) / \partial u_i |_{\hat{\beta}, 0}$. Neste caso, a função é linearizada pelo método de expansão em torno de zero (0), o que equivale a derivada parcial da matriz Z_i com os respectivos coeficientes de efeitos fixos.

A calibração de diâmetros relativos no tronco (\hat{d}_i) na determinação dos coeficientes aleatórios (específico para a árvore) foi calculada pela expressão 35 segundo (VONESH; CHINCHILLI, 1997):

$$\hat{d}_i = f(x_i, \hat{\beta}, 0) + Z_i \hat{u}_i \quad (35)$$

Na prática, esse procedimento verifica em qual altura relativa (h_i) seria necessário medir um diâmetro (d_i) para calcular os coeficientes aleatórios em cada árvore segundo as estatísticas de precisão e acurácia especificadas no item 3.3.5.

3.3.5 Validação dos modelos de afilamento

Os diâmetros relativos (d_i 's) foram estimados com as funções de afilamento ajustadas para todas as posições relativas no tronco segundo a calibração dos efeitos aleatórios em cada árvore. Os modelos usados no presente estudo não são analiticamente integráveis necessitando-se de técnicas de integração numérica para a determinação dos volumes (THOMAS et al., 2010). Assim, estimou-se d_i 's nas respectivas alturas em que foram cubadas as árvores a campo, para facilitar o cálculo do volume mediante a fórmula de Smalian (36) (LI; WEISKITTEL, 2010; LI et al., 2012).

$$v = v_0 + \sum_{i=1}^n v_i + v_c \quad (36)$$

Logo: $v_0 = g_0 \cdot l_0 \quad \rightarrow$ volume do toco;

$$v_i = \frac{(g_i + g_{i+1})}{2} \cdot l_i \rightarrow \text{volume de secções intermediárias;}$$

$$v_c = \frac{1}{3} g_n \cdot l_n \rightarrow \text{volume do cone.}$$

Em que: v = volume do tronco, em m^3/cc ; $g_i = \pi d_i^2 / 40000 =$ área basal, em m^2 ; L_i = comprimento do tronco na respectiva posição, em m ; i -ésima posição ao longo do tronco.

A precisão e acurácia das estimativas de diâmetros relativos (d_i) e volumes totais (v) foram analisados pelos critérios expressos em 37, 38 e 39 (YANG et al., 2009; FONWEBAN et al., 2011; BUENO-LÓPEZ; BEVILACQUA, 2012):

Erro médio (\bar{e})

$$\bar{e} = \frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)}{n} \quad (37)$$

Porcentagem do erro médio ($\bar{e}\%$)

$$\bar{e}\% = \frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i) / (n - k)}{\bar{y}} \cdot 100 \quad (38)$$

Raiz do quadrado médio do erro (S_{yx})

$$S_{yx} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2}{n - k}} \quad (39)$$

Em que: y_i = valor observado; \hat{y}_i = valor estimado; \bar{y} = média dos valores observados; n = número de observações; k = número de coeficientes do modelo.

Na avaliação das estatísticas de precisão e acurácia, foi considerado um “peso” de importância em relação as variáveis de diâmetro relativo ($\bar{e} \rightarrow 1$; $\bar{e}\% \rightarrow 2$; $S_{yx} \rightarrow 3$) e volume ($\bar{e} \rightarrow 4$; $\bar{e}\% \rightarrow 5$; $S_{yx} \rightarrow 6$). Para um grupo de equações comparadas, fez-se a multiplicação da posição a qual esse critério teve com o respectivo peso, obtendo-se, após, a soma total. A equação com menor somatório total foi apontada como a mais adequada.

4 RESULTADOS E DISCUSSÃO

4.1 Características das árvores

O resumo estatístico dos dados usados no ajuste (227 - $\approx 66,8\%$) e na validação (113 - $\approx 33,2\%$) para número de medições, diâmetro à altura do peito e a altura das árvores mostraram resultados estatísticos semelhantes (Tabela 1), o que permite avaliar a performance das equações ajustadas usando os dados de validação, abrangendo toda a amplitude de variação empregada no ajuste dos modelos de afilamento do tronco.

Tabela 1 - Resumo estatístico das medições das árvores de araucária usadas no ajuste e na validação dos modelos de afilamento do tronco no sul do Brasil.

Local	Árv.	Medições/árvore			d (cm)		h (m)	
		n	$\bar{X} \pm S$	Min.-Máx.	$\bar{X} \pm S$	Min.-Máx.	$\bar{X} \pm S$	Min.-Máx.
Ajuste								
CA - SC	100	857	8,6 \pm 1,3	5,0-11,0	24,1 \pm 8,1	10,4-41,4	14,5 \pm 2,5	7,8-19,5
TB - SC	41	411	10,0 \pm 1,2	8,0-12,0	25,4 \pm 5,5	17,0-35,0	17,3 \pm 2,3	13,9-21,0
CH - SC	20	201	10,1 \pm 1,1	8,0-12,0	27,1 \pm 7,1	18,0-45,8	17,5 \pm 1,9	13,5-20,5
SF - RS	40	362	9,1 \pm 1,7	5,0-12,0	24,7 \pm 7,4	9,8-38,5	15,5 \pm 3,5	6,8-20,9
CN - RS	26	231	8,9 \pm 1,5	5,0-11,0	28,4 \pm 10,7	9,5-44,5	15,3 \pm 3,0	8,2-19,7
Todos	227	2062	9,1 \pm 1,5	5,0-12,0	25,2 \pm 7,9	9,5-45,8	15,5 \pm 2,9	6,8-21,0
Validação								
CA - SC	49	437	8,9 \pm 1,3	6,0-11,0	23,7 \pm 8,1	10,2-40,8	15,2 \pm 2,6	9,6-20,3
TB - SC	20	202	10,1 \pm 1,3	8,0-12,0	24,9 \pm 5,9	16,0-35,0	17,2 \pm 2,3	14,0-21,0
CH - SC	10	102	10,2 \pm 0,9	9,0-11,0	25,6 \pm 5,7	17,3-34,0	17,7 \pm 1,9	14,8-20,3
SF - RS	20	176	8,8 \pm 1,9	5,0-12,0	26,7 \pm 9,2	8,5-40,0	15,3 \pm 3,9	7,4-22,3
CN - RS	14	124	8,9 \pm 2,1	5,0-12,0	28,1 \pm 12,1	8,5-46,5	15,3 \pm 4,0	8,0-21,8
Todos	113	1041	9,2 \pm 1,6	5,0-12,0	25,2 \pm 8,4	8,5-46,5	15,8 \pm 3,1	7,4-22,3

Em que: Árv. = número de árvores; n = refere-se ao número de pontos de medições nas árvores; d = diâmetro à altura do peito, em cm; h = altura total, em m; \bar{X} = média; S = desvio padrão; Min. = valor mínimo; Máx. = valor máximo.

4.2 Avaliação da inclusão dos efeitos aleatórios

Os três modelos (27, 28 e 29) foram ajustados pelo método dos mínimos quadrados não linear - MQNL por meio da PROC NLIN, considerando todos os coeficientes com efeito fixo, e também efetuou-se o ajuste com até três coeficientes aleatórios (μ_{k1} ; μ_{k2} ; μ_{k3}) com a macro %NLINMIX que proporcionou melhor ajuste com a inclusão de três coeficientes com efeitos aleatórios simultaneamente, conforme as estatísticas de AIC e BIC na Tabela 2.

Tabela 2 - Estatísticas usadas para avaliar o ajuste dos modelos de afilamento com a inclusão de efeitos aleatórios nos coeficientes em araucária no sul do Brasil.

Equação	Efeito aleatório	AIC	BIC	Δ AIC %	Δ BIC %
27	Sem - MQNL	6958,0	6963,6	-	-
	$a_1 + \mu_{k1}$	6763,8	6770,6	2,8	2,8
	$a_1 + \mu_{k1}; \beta_0 + \mu_{k2}$	5962,1	5975,8	14,3	14,2
	$a_1 + \mu_{k1}; \beta_0 + \mu_{k2}; \beta_4 + \mu_{k3}$	5670,6	5694,6	18,5	18,2
28	Sem - MQNL	7100,2	7105,8	-	-
	$a_1 + \mu_{k1}$	6899,2	6906,0	2,8	2,8
	$a_1 + \mu_{k1}; \beta_0 + \mu_{k2}$	6104,1	6117,8	14,0	13,9
	$a_1 + \mu_{k1}; \beta_0 + \mu_{k2}; \beta_1 + \mu_{k3}$	5854,2	5878,1	17,5	17,3
29	Sem - MQNL	7005,3	7010,9	-	-
	$a_1 + \mu_{k1}$	6819,9	6826,7	2,6	2,6
	$a_1 + \mu_{k1}; \beta_1 + \mu_{k2}$	6153,7	6167,4	12,2	12,0
	$a_1 + \mu_{k1}; \beta_1 + \mu_{k2}; \beta_3 + \mu_{k3}$	5738,2	5762,2	18,1	17,8

Em que: $a_0.. \beta_5$ = coeficientes de efeito fixo; μ_{k1} ; μ_{k2} ; μ_{k3} = coeficientes de efeito aleatório; AIC = critério de informação de Akaike's (menor é melhor); BIC = critério de informação de Bayesian (menor é melhor); Δ = redução em % do valor de AIC e BIC em relação ao ajuste pelo MQNL.

Entre os modelos analisados, nenhum apresentou grande superioridade estatística em relação aos critérios de AIC e BIC, mas em todos ocorreu uma redução no valor de AIC na ordem de $\approx 18,1\%$ para a equação 29; $\approx 17,5\%$ para a equação 28 e, $\approx 18,5\%$ para a equação 27, ao inserir três efeitos aleatórios em relação as equações ajustadas pelo MQNL. Valores similares foram alcançados com o BIC (Tabela 2).

4.3 Coeficientes estimados e componentes da variância

Os parâmetros estimados com o método REML nos modelos (27, 28 e 29) apresentaram, tanto nas três equações ajustadas pelos MQNL quanto as de abordagem mista, coeficientes significantes a $\alpha = 5\%$ (Tabela 3).

Tabela 3 - Coeficientes e componentes da variância estimados dos modelos de afilamento do tronco de Kozak modificados (1988, 1994 e 2004) em araucária no sul do Brasil.

Parâmetros	Equação 27		Equação 28		Equação 29	
	MQNL	Misto	MQNL	Misto	MQNL	Misto
a_0	1,0020 (<0,0001)	0,9932 (<0,0001)	1,1535 (<0,0001)	1,2596 (<0,0001)	1,0137 (<0,0001)	1,0108 (<0,0001)
a_1	0,9991 (<0,0001)	1,0018 (<0,0001)	0,9994 (<0,0001)	0,9741 (<0,0001)	0,9958 (<0,0001)	0,9968 (<0,0001)
β_0	-3,2963 (0,0003)	-2,3732 (<0,0001)	7,6885 (<0,0001)	7,6928 (<0,0001)		
β_1	-5,6233 (<0,0001)	-4,1638 (<0,0001)	-7,2540 (<0,0001)	-7,3304 (<0,0001)	0,2277 (<0,0001)	0,2069 (<0,0001)
β_2	0,2450 (<0,0001)	0,1767 (<0,0001)	-3,8701 (<0,0001)	-3,9382 (<0,0001)	-0,3606 (<0,0001)	-0,2974 (<0,0001)
β_3	-5,2177 (<0,0001)	-4,0076 (<0,0001)	-0,3051 (<0,0001)	-0,1004 (<0,0001)	0,3397 (<0,0001)	0,3321 (<0,0001)
β_4	5,3149 (<0,0001)	3,9897 (<0,0001)	0,0050 (<0,0001)	0,0043 (<0,0001)	0,0161 (<0,0001)	0,0151 (<0,0001)
β_5	0,0727 (<0,0001)	0,0682 (<0,0001)				
$\sigma^2_{\mu_{k1}}$		0,000038		0,000202		0,000039
$\sigma_{\mu_2\mu_1}$		0,000203		0,004157		-0,000120
$\sigma^2_{\mu_{k2}}$		0,018130		0,114100		0,007834
$\sigma_{\mu_3\mu_1}$		-0,000100		-0,004150		0,000042
$\sigma_{\mu_3\mu_2}$		-0,008440		-0,118900		-0,001010
$\sigma^2_{\mu_{k3}}$		0,004494		0,126800		0,002374
σ^2	1,6696	0,5294	1,7887	0,5858	1,7070	0,5471

Em que: Em parênteses a probabilidade de significância dos coeficientes estimados.

A dispersão residual dos d_i 's para os três modelos de afilamento do tronco utilizando o método MQNL (Figura 3a, c, e) e mistos (Figura 3b, d, f), em função dos valores estimados, mostrou que os modelos ajustados pelo método MQNL apresentaram distribuição residual irregular e erros entre ± 8 cm. Em compensação, as estimativas obtidas com os modelos mistos apresentaram distribuição residual regular e erros entre ± 4 cm para as três equações.

Devido a dificuldade em selecionar a melhor equação de afilamento do tronco ajustada tomando como referência as estatísticas de AIC, BIC e distribuição gráfica dos resíduos; fez-se adicionalmente uma análise gráfica com o lag resíduos para verificar a ocorrência ou não de autocorrelação (Figura 4).

O ajuste dos modelos pelo MQNL evidenciou a existência de autocorrelação dos resíduos (Figura 4a, c, e); enquanto, nos mesmos modelos ajustados pela abordagem mista, a autocorrelação foi amplamente reduzida (Figura 4b, d, f). Esta redução da variância foi atribuída a modelagem dos efeitos aleatórios usando a matriz de variância e covariância não estruturada, o que, em muitos casos, resolveu parte da correlação entre as observações (VONESH; CHINCHILLI 1997; VANDER-SCHAAF; BURKHART, 2007).

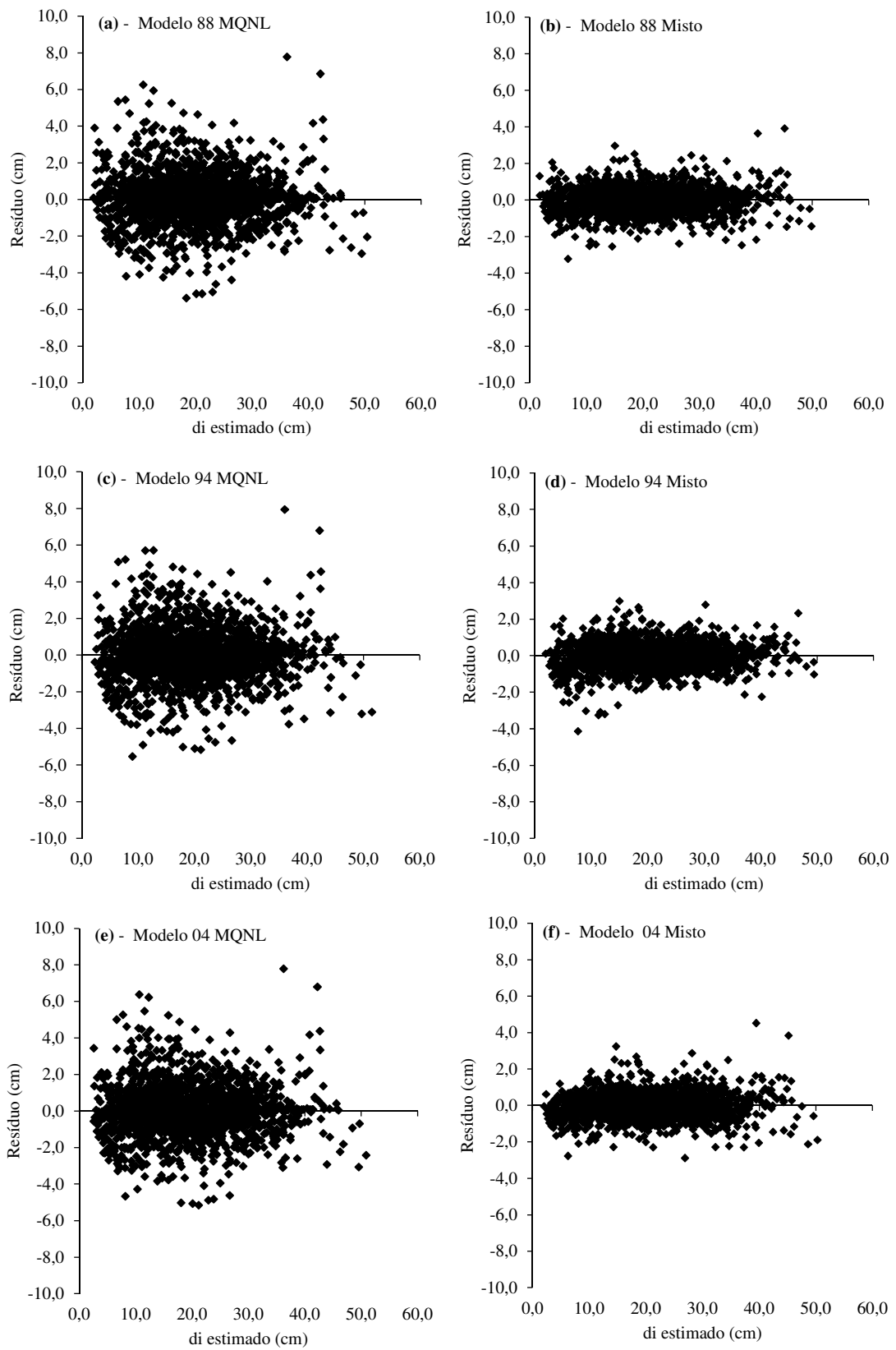


Figura 3 – Resíduos de diâmetros relativos em função de valores estimados para os modelos de afilamento do tronco de Kozak modificados (1988, 1994 e 2004) conforme os ajustes de MQNL e abordagem mista em araucária no sul do Brasil.

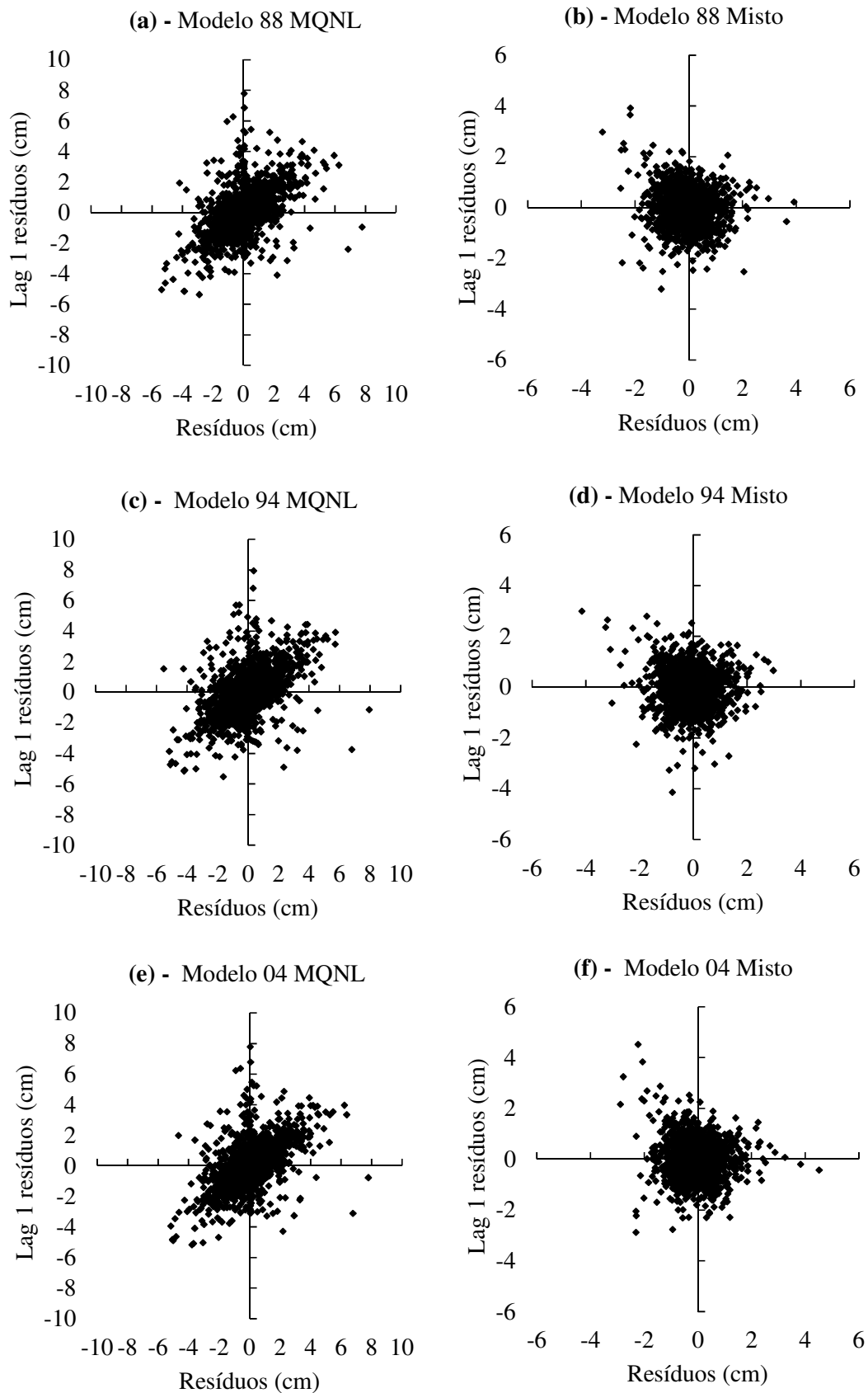


Figura 4 – Lag resíduos dos modelos de afilamento do tronco de Kozak (1988, 1994 e 2004) modificado ajustado pelo MQNL e abordagem mista em araucária no sul do Brasil.

4.4 Calibração de diâmetros relativos e volumes

Os dados reservados à validação, analisados quanto a precisão e acurácia das estimativas de d_i 's e v para as três equações de afilamento, mostraram que ocorreu aumento da acurácia das estimativas de d_i 's e v quando aplicada a abordagem não linear mista em relação ao MQNL, segundo os critérios estatísticos do erro médio (\bar{e}), porcentagem do erro médio ($\bar{e}\%$), raiz do quadrado médio do erro (S_{yx}) (Tabela 4).

A comparação dos modelos ajustados pelo MQNL, a equação de Kozak modificado (28) alcançou o menor somatório ($\Sigma=33$) em relação aos critérios estatísticos analisados para as estimativas de d_i e v . A mesma equação ainda apontou o melhor resultado na estimativa sem a calibração dos efeitos aleatórios na árvore segundo a resposta média ($\Sigma=39$) (Tabela 4). Ao considerar simultaneamente todas as formas de calibração testadas para a resposta específica na árvore, o menor valor dos somatórios dos critérios estatísticos ($\Sigma=30$) foi obtido ao empregar a medição $d_{6,3}$ com a equação de forma de tronco de Kozak modificada (28), sendo então selecionada para descrever o afilamento do tronco de araucária.

O d_i tomado na posição de 1,3 m para a calibração dos efeitos aleatórios na árvore proporcionou aumento na acurácia das estimativas para as três equações, além da vantagem de ser facilmente medido a campo. O emprego de diâmetros superiores como 4,3 e 6,3 m trouxe aumento na acurácia para as equações estudadas, mas seu uso na prática esbarra na necessidade de aparelhos apropriados que apresentem acuracidade nas medições durante a execução dos inventários florestais (PARKEY; MARTNEY, 1998; WILLIAMS et al., 1999).

É importante destacar que as árvores amostradas nesse estudo eram de área basal média (d_g) e de altura dominante (h_{100}), normalmente empregadas na prognose do povoamento mediante a funções de regressão e gerenciamento por tabelas de produção. Deste modo, todas as equações ajustadas nesse estudo podem ser usadas para plantios de araucária no sul do Brasil, necessitando apenas de uma validação com base em uma subamostra para o local avaliado o que permite verificar a performance destas equações segundo a precisão requerida pelo usuário e aos objetivos estabelecidos.

Tabela 4 - Acurácia das estimativas de diâmetros relativos e volumes totais nos dados reservados a validação dos modelos de afilamento do tronco de Kozak modificados (1988, 1994 e 2004) em araucária no sul do Brasil.

Estimativa	Eq.	hi (m)	di (cm)				v (m ³ .cc)				(Σ)
			ni	\bar{e}	$\bar{e}\%$	Syx	n	\bar{e}	$\bar{e}\%$	Syx	
MQNL	1		1041	0,0894 (3)	0,4479 (3)	1,2773 (2)	113	0,0055 (2)	1,1514 (2)	0,0417 (3)	51
	2		1041	<u>0,0728 (1)</u>	<u>0,3645 (1)</u>	<u>1,2810 (3)</u>	113	<u>0,0054 (1)</u>	<u>1,1282 (1)</u>	<u>0,0413 (2)</u>	33
	3		1041	0,0845 (2)	0,4226 (2)	1,2683 (1)	113	0,0060 (3)	1,2443 (3)	0,0405 (1)	42
Resposta média	1		1041	0,0544 (2)	0,2727 (2)	1,2830 (3)	113	0,0042 (1)	0,8858 (1)	0,0418 (3)	42
	2		1041	<u>0,0528 (1)</u>	<u>0,2645 (1)</u>	<u>1,2771 (2)</u>	113	<u>0,0045 (2)</u>	<u>0,9355 (2)</u>	<u>0,0405 (2)</u>	39
	3		1041	0,0553 (3)	0,2764 (3)	1,2758 (1)	113	0,0050 (3)	1,0281 (3)	0,0404 (1)	45
27	0,3		1041	-0,1238 (6)	-0,6206 (6)	1,7645 (8)	113	-0,0022 (3)	-0,4649 (3)	0,0860 (8)	117
	<u>1,3</u>		1041	<u>0,0311 (1)</u>	<u>0,1557 (1)</u>	<u>1,2811 (5)</u>	113	<u>0,0032 (4)</u>	<u>0,6808 (4)</u>	<u>0,0417 (6)</u>	90
	2,3		1041	0,0884 (4)	0,4431 (4)	1,3005 (6)	113	0,0067 (7)	1,4058 (7)	0,0408 (5)	123
	<u>4,3</u>		1041	<u>-0,0442 (2)</u>	<u>-0,2216 (2)</u>	<u>1,2455 (4)</u>	113	<u>-0,0005 (1)</u>	<u>-0,1098 (1)</u>	<u>0,0341 (4)</u>	51
	6,3		1041	-0,1200 (5)	-0,6015 (5)	1,2126 (3)	113	-0,0045 (5)	-0,9464 (5)	0,0292 (2)	81
	8,3	1026	-0,2360 (9)	-1,1826 (9)	1,1981 (2)	110	-0,0102 (9)	-2,1589 (9)	0,0282 (1)	120	
	10,3	996	-0,1367 (7)	-0,6855 (7)	1,1770 (1)	105	-0,0061 (6)	-1,2868 (6)	0,0295 (3)	96	
	12,3	954	-0,1518 (8)	-0,7611 (8)	1,3413 (7)	99	-0,0079 (8)	-1,6885 (8)	0,0482 (7)	159	
	14,3	802	0,0767 (3)	0,3852 (3)	2,1076 (9)	80	-0,0006 (2)	-0,1296 (2)	0,1178 (9)	108	
	16,3	531	0,8375 (12)	4,2284 (11)	2,3608 (10)	50	0,0590 (11)	13,7386 (10)	0,1528 (10)	218	
	18,3	312	0,6959 (10)	3,5519 (10)	3,3284 (11)	28	0,0513 (10)	14,0471 (11)	0,2663 (11)	224	
	20,3	48	0,7898 (11)	4,7133 (12)	4,0702 (12)	4	0,1005 (12)	-19,6637 (12)	-	179	
	Resposta específica árvore	0,3		1041	0,1038 (6)	0,5197 (6)	1,5867 (7)	113	0,0107 (8)	2,2356 (8)	0,0740 (8)
<u>1,3</u>			1041	<u>0,0168 (3)</u>	<u>0,0843 (3)</u>	<u>1,2733 (5)</u>	113	<u>0,0025 (3)</u>	<u>0,5131 (3)</u>	<u>0,0407 (6)</u>	87
2,3			1041	0,0754 (5)	0,3775 (5)	1,2557 (4)	113	0,0056 (4)	1,1722 (4)	0,0344 (5)	93
4,3			1041	0,0152 (2)	0,0760 (2)	1,2436 (3)	113	0,0019 (2)	0,3914 (2)	0,0321 (3)	51
<u>6,3</u>			1041	<u>-0,0107 (1)</u>	<u>-0,0535 (1)</u>	<u>1,2317 (2)</u>	113	<u>0,0013 (1)</u>	<u>0,2733 (1)</u>	<u>0,0285 (2)</u>	30
8,3		1026	-0,1841 (7)	-0,9217 (7)	1,2262 (1)	110	-0,0058 (5)	-1,2091 (5)	0,0263 (1)	75	
10,3		996	-0,2280 (8)	-1,1420 (8)	1,2794 (6)	105	-0,0085 (6)	-1,7730 (6)	0,0322 (4)	120	
12,3		954	-0,3857 (9)	-1,9322 (9)	1,6052 (8)	99	-0,0190 (9)	-3,9929 (9)	0,0596 (7)	174	
14,3		802	-0,0538 (4)	-0,2701 (4)	2,5944 (9)	80	-0,0090 (7)	-1,9253 (7)	0,1366 (9)	156	
16,3		531	0,9233 (11)	4,6526 (11)	3,3040 (10)	50	0,0641 (10)	14,5776 (10)	0,2028 (10)	213	
18,3		312	1,1440 (12)	5,8193 (12)	4,6993 (11)	28	0,0790 (11)	20,6188 (11)	0,3543 (11)	234	
20,3		48	0,6150 (10)	3,5803 (10)	5,8160 (12)	4	0,0941 (12)	-24,5625 (12)	-	174	
29		0,3		1041	-0,0554 (2)	-0,2772 (2)	1,4373 (7)	113	0,0026 (3)	0,5451 (3)	0,0620 (7)
	<u>1,3</u>		1041	<u>0,0575 (4)</u>	<u>0,2876 (4)</u>	<u>1,2779 (4)</u>	113	<u>0,0048 (5)</u>	<u>0,9978 (5)</u>	<u>0,0406 (6)</u>	105
	2,3		1041	0,0974 (5)	0,4870 (5)	1,2590 (2)	113	0,0074 (7)	1,5222 (7)	0,0350 (4)	108
	<u>4,3</u>		1041	<u>-0,0572 (3)</u>	<u>-0,2859 (3)</u>	<u>1,2472 (1)</u>	113	<u>-0,0011 (2)</u>	<u>-0,2177 (2)</u>	<u>0,0310 (3)</u>	48
	6,3		1041	-0,1138 (6)	-0,5690 (6)	1,2618 (3)	113	-0,0039 (4)	-0,8106 (4)	0,0290 (2)	75
	8,3	1026	-0,2232 (8)	-1,1165 (8)	1,2971 (5)	110	-0,0087 (8)	-1,8016 (8)	0,0288 (1)	117	
	10,3	996	-0,1863 (7)	-0,9319 (7)	1,3333 (6)	105	-0,0068 (6)	-1,4151 (6)	0,0353 (5)	123	
	12,3	954	-0,3057 (9)	-1,5299 (9)	1,6259 (8)	99	-0,0144 (9)	-3,0040 (9)	0,0645 (8)	180	
	14,3	802	0,0367 (1)	0,1840 (1)	2,2288 (9)	80	-0,0009 (1)	-0,1889 (1)	0,1177 (9)	93	
	16,3	531	0,7983 (10)	4,0151 (10)	2,3695 (10)	50	0,0573 (10)	12,7382 (10)	0,1442 (10)	210	
	18,3	312	1,0263 (11)	5,2039 (11)	2,4946 (11)	28	0,0797 (11)	19,8500 (11)	0,1768 (11)	231	
	20,3	48	1,6936 (12)	9,6249 (12)	3,2658 (12)	4	0,1653 (12)	-64,6777 (12)	-	180	

Em que: Eq. = equação; hi = altura relativa, em m; ni = número de posições relativa medidas nas árvores; n = número de observações (árvores); di = diâmetro relativo, em cm; v = volume total com casca, em m³.cc; MQNL = pelo método dos mínimos quadrados não linear; (Σ) = somatório da multiplicação entre os valores de cada equação (1..3;1..12) com seus respectivos pesos [1..6] para as estatísticas analisadas.

4.5 Exemplo de calibração $d_{6,3}$ na árvore

A calibração dos efeitos aleatórios em uma árvore mostrada a seguir, a título de exemplo, é a mesma a ser adotada para as demais. Assim, considerando uma árvore de araucária com $d = 23,7$ cm e $h = 14,3$ m e substituindo os valores dos coeficientes estimados (Tabela 3) da equação 28 referente ao modelo de Kozak modificado (1994), tem-se que:

$$d_i = 1,2596d^{0,9741+\mu k1} (X_i)^{7,6928+\mu k2-7,3304+\mu k3} \left(\frac{h_i}{h}\right)^{1/4} -3,9382 \arcsin(Q_i) -0,1004 \left[1/\left(d/h+\frac{h_i}{h}\right)\right] +0,0043h + \varepsilon \quad (40)$$

$$\text{Sendo: } X_i = \left[1 - (h_i/h)^{0,5}\right] / \left[1 - p^{0,5}\right]; \quad p = 0,01; \quad Q_i = \left[1 - (h_i/h)^{0,5}\right].$$

Parâmetros estimados da matriz de variância e covariância:

$$\hat{D} = \begin{vmatrix} 0,000202 & 0,004157 & -0,004150 \\ 0,004157 & 0,114100 & -0,118900 \\ -0,004150 & -0,118900 & 0,126800 \end{vmatrix}; \quad \hat{R}_i = 0,5858.$$

Derivadas parciais com os respectivos coeficientes aleatórios

$$Z_{\mu k1} = 1,2596d^{0,9741} \ln(d)(X_i)^{7,6928-7,3304} \left(\frac{h_i}{h}\right)^{1/4} -3,9382 \arcsin(Q_i) -0,1004 \left[1/\left(d/h+\frac{h_i}{h}\right)\right] +0,0043h \quad (41)$$

$$Z_{\mu k1} = 59,66530769$$

$$Z_{\mu k2} = 1,2596d^{0,9741} (X_i)^{7,6928-7,3304} \left(\frac{h_i}{h}\right)^{1/4} -3,9382 \arcsin(Q_i) -0,1004 \left[1/\left(d/h+\frac{h_i}{h}\right)\right] +0,0043h \ln(X_i) \quad (42)$$

$$Z_{\mu k2} = -18,55716862$$

$$Z_{\mu k3} = 1,2596d^{0,9741}(X_i)^{7,6928-7,3304\left(\frac{h_i}{h}\right)^{1/4}} - 3,9382\arcsin(Q_i) - 0,1004\left[1/\left(d/h + \frac{h_i}{h}\right)\right] + 0,0043h \ln(X_i)\left(\frac{h_i}{h}\right)^{1/4} \quad (43)$$

$$Z_{\mu k3} = -15,11864404$$

Determinação do $d_{6,3}$ na árvore

O diâmetro medido a 6,3 m do nível do solo é de: 18,2 cm

A estimativa da equação (32) considerando os efeitos aleatórios (0), ou seja, obtendo a resposta média é: $f(x_{6,3}, \hat{\beta}, 0) = 18,8488$

Então, o valor de \hat{e}_k , dado pela expressão (33), é:

$$\hat{e}_k = d_{6,3} - f(x_{6,3}, \hat{\beta}, 0) = -0,6488$$

Assim, resolvendo a expressão (34), obtêm-se os coeficientes aleatórios para a árvore: $\hat{u}_{a_1} = -0,00834658$; $\hat{u}_{\beta_0} = 0,00787104$ e $\hat{u}_{\beta_1} = 0,00027820$.

Com a definição dos valores dos coeficientes aleatórios da árvore, a estimativa dos diâmetros relativos para as demais posições no tronco das araucárias será dada pela expressão (35), aqui exemplificada para a posição 6,3 m:

$$\hat{d}_{6,3} = 18,8488 + \begin{vmatrix} 59,66530769 & -18,55716862 & -15,11864404 \\ -0,00834658 & 0,00787104 & 0,00027820 \end{vmatrix} \quad (44)$$

$$\hat{d}_{6,3} \cong 18,20$$

Com o *software* SAS usando a PROC IML foi programado um algoritmo para calcular os efeitos aleatórios dos coeficientes (a_1 ; β_0 ; β_1) usados para prever os d_i no tronco das

araucárias. Esse processo foi repetido para as demais alturas relativas, sendo encontrados os valores constantes da Tabela 5.

Os resultados demonstraram a eficiência e a flexibilidade do modelo misto usando a medição do $d_{6,3}$ para calibrar os efeitos aleatórios na árvore e estimar os demais diâmetros relativos.

Tabela 5 - Valores calculados de uma árvore utilizando a posição $d_{6,3}$ na calibração dos efeitos aleatórios e a comparação entre valores observados e estimados com o modelo misto de Kozak modificado (1994) em araucária.

h_i	$Z_{\mu k1}$	$Z_{\mu k2}$	$Z_{\mu k3}$	d_i - observado	d_i - misto
0,3	83,29565444	-1,34483936	-0,51181937	26,0	25,61
1,3	74,27750509	-5,94778088	-3,26592938	23,7	22,80
2,3	70,22233507	-9,03353183	-5,72078372	21,8	21,53
4,3	64,75215561	-14,10445404	-10,44454161	19,5	19,80
6,3	<u>59,66530769</u>	<u>-18,55716862</u>	<u>-15,11864404</u>	<u>18,2</u>	<u>18,20</u>
8,3	53,64545094	-22,53119064	-19,66616398	16,3	16,32
10,3	45,75220203	-25,77180262	-23,74215268	14,0	13,86
12,3	34,38225276	-27,34899352	-26,33804994	9,7	10,35

Em que: h_i = altura relativa, em m; Z_i = derivada parcial da função forma de tronco em relação aos respectivos coeficientes com efeito aleatório; d_i - observado = diâmetro relativo observado; d_i - misto = d_i relativo estimado com o modelo misto.

5 CONCLUSÕES

Os resultados do presente estudo realizado com base nos modelos de Kozak (1988, 1994 e 2004) permitiram concluir que:

a) a modificação matemática dos modelos de Kozak (1988, 1994 e 2004) permitiu obter coeficientes e parâmetros da matriz de variância e covariância significantes a um $\alpha = 5\%$;

b) os modelos de Kozak modificados (1988, 1994 e 2004), contendo simultaneamente o efeito aleatório em três coeficientes, apresentaram valores de AIC e BIC semelhantes evidenciando uma redução na ordem $\approx 18,0 \%$ no valor dessas estatísticas em relação ao mesmo modelo ajustado pelo MQNL;

c) a calibração dos efeitos aleatórios na árvore com a medição de $d_{6,3}$, usando o modelo de Kozak modificado (1994), mostrou os menores desvios na estimativa de diâmetros relativos e do volume total das araucárias;

d) o modelo de Kozak modificado (1994), na abordagem não linear mista, apresentou maior flexibilidade e eficiência nas estimativas justificando sua aplicação na quantificação de diâmetros e volumes de araucária e, principalmente, na definição dos sortimentos de madeira.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- ALVARES, C. A.; STAPE, J. L.; SENTELHAS, P. C.; GONÇALVES, J. L. M.; SPAROVEK, G. Köppen's climate classification map for Brazil. **Meteorologische Zeitschrift**, v. 22, p. 711-728, 2013.
- ARNEY, D. J.; PAINE, D. P. Tree and stand volumes using height accumulation and telescopic Spiegel-relaskop. **Forest Science**, v. 18, p. 159 - 168, 1972.
- AVERY, T. E.; BURKHART, H. E. **Forest measurements**. Mew York, USA, MC Graw Hill. 2002. 456 p.
- BI, H. Trigonometric variable-form taper equations for Australian *Eucalyptus*. **Forest Science**, v.46, p.397-409, 2000.
- BI, H.; LONG, Y. Flexibe taper equation for site-specific management of *Pinus radiata* in New South Wales, Australia. **Forest Ecology and Management**, v.48, p.79-91, 2001.
- BRUCE, D.; CURTIS, R. O.; VANCOEVERING, C. Development of a system of taper and volume tables for red alder. **Forest Science**, v.14, p. 339- 350, 1968.
- BUENO-LÓPEZ, S. W.; BEVILACQUA, E. Nonlinear mixed model approaches to estimating merchantable bole volume for *Pinus occidentalis*. **Biogeosciences and Forestry**, v. 5, p. 247-254, 2012.
- BURKHART, H. E.; TOMÉ, M. **Modeling Forest Trees and Stands**. Springer, Dordrecht. 2012. 457 p.
- CAMPOS, J. C. C.; LEITE, H. G. **Mensuração florestal – perguntas e respostas**. Viçosa: UFV, 2002. 407p.
- CAO, Q. V.; WANG, J. Calibrating fixed and mixed effects taper equations. **Forest Ecology and Management**, v. 262, p. 671-673, 2011.
- CARVALHO, P. E. R. **Espécies florestais brasileiras**. Colombo: EMBRAPA-CNPQ; Brasília: EMBRAPA-SPI, 2003. 1038 p.
- CLARK, N. A.; WYNNE, R. H.; SCHMOLDT, D. L. A review of past research on dendrometers. **Forest Science**, v. 46, p. 570 - 576, 2000.
- COSTA, E. A. **Software Análise complete de tronco (ACT)**. 2010. 83 f. Monografia de Graduação (Ciências da Computação) - Centro Universitário UNIFACVEST, Lages - SC, 2010.
- DE MIGUEL, S.; MEHTÄTALO, L.; SHATER, Z.; KRAID, B.; PUKKALA, T. Evaluating marginal and conditional predictions of taper models in the absence of calibration data. **Canadian Journal of Forest Research**, v. 42, p. 1383-1394, 2012.

- DEMAERSCHALK, J. Converting volume equations to compatible taper equations. **Forest Science**, v. 18, p. 241-245, 1972.
- EISFELD, R. L.; VIGOLO, D. Z.; SANQUETTA, C. R.; MELLO, A. A. Modelo de Hradetzky aplicado à estimativa do volume total para *Araucaria angustifolia* (Bertol.) Kuntze. **Ambiência**, Guarapuava, v. 4, p. 51-66, 2008.
- FIGUEIREDO-FILHO, A.; BORDERS, B. E.; HITCH, K. L. Taper equations for *Pinus taeda* plantations in Southern Brazil. **Forest Ecology and Management**, Amsterdam, v. 83, p. 39-46, 1996.
- FINGER, C. A. G. **Biometria Florestal**. Santa Maria: CEPEF/FATEC/UFSM, 1992. 269 p.
- FONWEBAN, J.; GARDINER, B.; MACDONALD, E.; AUTY, D. Taper functions for Scots pine (*Pinus sylvestris* L.) and Sitka spruce (*Picea sitchensis* (Bong.) Carr.) in Northern Britain. **Forestry**, v.85, p. 49-60, 2011.
- FRIEDL, R. A. **Dinâmica e prognose da forma dos fustes em povoamentos plantados de *Araucaria angustifolia* (Bertol.) O. Kuntze**. 1989. 167 p. Dissertação (Mestrado em Ciências Florestais) - Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 1989.
- GARBER, S. M; MAGUIRE, D. A. Modeling stem taper of three central Oregon species using nonlinear mixed effects models and autoregressive error structures. **Forest Ecology and Management**, v.179, p. 507-522, 2003.
- GÓMEZ-GARCÍA, E.; CRESCENTE-CAMPO, F.; DIÉGUEZ-ARANDA, U. Selection of mixed effects parameters in a variable exponent taper equation for birch trees in northwestern Spain. **Annals of Forest Science**, v. 70, p. 707-715, 2013.
- GOULDING, C. J.; MURRAY, J. C. Polynomial taper equations that are compatible with tree volume equations. **New Zealand Journal of Forest Science**, v. 5, p. 313-322, 1976.
- GUERRA, M. P. et al. Exploração, manejo e conservação da araucária (*Araucaria angustifolia*). In: SIMÕES, L. L.; LINO, C. F. (Eds.). **Sustentável Mata Atlântica: A exploração de seus recursos florestais**. São Paulo: SENAC, 2002. p. 85 - 102.
- HADFIELD, J. D.; WILSON, A. J.; GARANT, D.; SHELDON, B. C.; KRUK, L. E. B. The misuse of BLUP in ecology and evolution. **The American Naturalist**, v. 175, p. 116-125, 2010.
- HOSOKAWA, R. T. **Betriebswirtschaftliche Kriterien zur Wahl der Umtriebszeit von *Araucaria angustifolia* (Bertol.) O. Kuntze in Brasilien**. 1976. 255 p. Tese de Doutorado - Universität Albert Ludwigs, Freiburg, 1976.
- HUSCH, B.; BEERS, T. W.; KERSHAW, J. A. **Forest mensuration**. 4th ed., New Jersey: John Wiley & Sons, 2003. 443 p.

- JIANG, L. C.; LIU, R. L. Segmented taper equations with crown ratio and stand density for Dahurian Larch (*Larix gmelinii*) in Northeastern China. **Journal of Forestry Research**, v.22, p.347-353, 2011.
- JORGE, L. A. C.; SILVA, D. J. C. B. **Anatro Livre**: manual de utilização. 1 ed. 2009.
- KALLIOVIRTA, J.; LAASASENAHO, J.; KANGAS, A. Evaluation of the Laser-relascope. **Forest Ecology and Management**, v. 20, p. 181 - 194, 2005.
- KLOS, R. J.; WANG, G. G.; DANG, Q. L.; EAST, E. W. Taper equations for five major commercial tree species in Manitoba, Canada. **Western Journal of Applied Forestry**, v. 22, p. 163-170, 2007.
- KOZAK, A. A variable-exponent taper equation. **Canadian Journal of Forest Research**, v.18, p.1363-1368, 1988.
- KOZAK, A. Effects of multicollinearity and autocorrelation on the variable-exponent taper functions. **Canadian Journal of Forest Research**. v. 27, p. 619–629, 1997.
- KOZAK, A. My last words on taper equations. **The Forestry Chronicle**, v.80, p. 507-515, 2004.
- KOZAK, A.; MUNRO, D. D.; SMITH, J. H. G. Taper functions and their application in Forest inventory. **Forestry Chronicle**, v. 45, p. 278-283, 1969.
- LAAR, A. V.; AKÇA, A. **Forest mensuration**. Dordrecht, The Netherlands, Spring. 2007. 383 p.
- LAMPRECHT, H. **Silvicultura nos trópicos**: ecossistemas florestais e respectivas espécies arbóreas possibilidades e métodos de aproveitamento sustentado. Universidade Gottingen. Eschborn. Alemanha, 1990. 343 p.
- LEE, W. K.; SEO, J. H.; SON, Y. M.; LEE, K. H.; GADOW, K. V. Modeling stem profiles for *Pinus densiflora* in Korea. **Forest Ecology and Management**, v.172, p.69-77, 2003.
- LEJEUNE, G.; UMG, C. H.; FORTIN, M.; GUO, X. J.; LAMBERT, M. C.; RUEL, J. C. A simple stem taper model with mixed effects for boreal black spruce. **European Journal of Forest Research**, v. 128, p. 505-513, 2009.
- LI, R.; WEISKITTEL, A. R. Comparison of model forms for estimating stem taper and volume in the primary conifer species of the North American Acadian Region. **Annals Forest Science**, v. 67, p. 302-317, 2010.
- LI, R.; WEISKITTEL, A. R.; DICK, A. R.; KERSHAW, J. A.; SEYMOUR, R. S. Regional stem taper equations for eleven conifer species in the Acadian Region of North America: Development and Assessment. **Northern Journal of Applied Forestry**, v. 29, p. 5-14, 2012.
- LINDSTROM, M. J.; BATES, D. M. Nonlinear mixed-effects models for repeated measures data. **Biometrics**, v.46, p.673-687, 1990.

LITTELL, R. C.; MILLIKEN, G. A.; STROUP, W. W.; WOLFINGER, R. D.; SCHABENBERGER, O. **SAS System for mixed models**. 2° ed. North Carolina: SAS Institute, Cary, 2006, 814p.

MACHADO, S. A. Influência da idade na forma do fuste de *Araucaria angustifolia* em plantações no Brasil. In: **Seminário sobre atualidades e perspectivas florestais: o uso de funções de forma de tronco em estudos de volumetria de espécies florestais**. Anais, Curitiba: EMBRAPA, URPFCS, v. 5, p. 51-55, 1982.

MACHADO, S. A.; FIGUEIREDO-FILHO, A. **Dendrometria**. 2 ed., Guarapuava: UNICENTRO, 2009. 316 p.

MACHADO, S. A.; SILVA, L. C. R.; FIGURA, M. A.; TÉO, S. J.; NASCIMENTO, R. G. M. Comparation of methods for estimating heights from complete stem analysis data for *Pinus taeda*. **Ciência Florestal**, v. 20, p. 45 - 55, 2010.

MACHADO, S. A.; SILVA, L. C. R.; JASKIU, E.; CAVALHEIRO, R. Comparação entre análise de tronco digital e convencional em árvores de *Mimosa scabrella* Benth e *Pinus Taeda* L. **Revista Árvore**, v. 37, p. 329 - 337, 2013.

MARCHIORI, J. N. C. **Dendrologia das Gimnospermas**. 2ª ed. Santa Maria: Editora UFSM, 2005. 161 p.

MAX, T. A., BURKHART, H. E. Segmented polynomial regression applied to taper equations. **Forest Science**, v. 22, p. 283-288, 1976.

MUHAIWE, C. K. Taper equations for *Eucalyptus pilularis* and *Eucalyptus grandis* for the north coast in New South Wales, Australia. **Forest Ecology and Management**, v.113, p.251-269, 1999.

MUHAIWE, C. K.; LEMAY, V. M.; KOZAK, A. Effects of adding tree, stand, and site variables to Kozak's variable-exponent taper equation. **Canadian Journal of Forest Research**, v. 24, p. 252-259, 1994.

MÜLLER, I. **Forma de fuste e sortimentos de madeira para *Eucalyptus grandis* Hill ex Maiden., manejado em alto fuste, na região sudeste do estado do Rio Grande do Sul**. 2004. 165 f. (Doutorado em Engenharia Florestal) – Universidade Federal de Santa Maria, Santa Maria, 2004.

NIGH, G.; SMITH, W. Effect of climate on lodgepole pine stem taper in British Columbia, Canada. **Forestry**, v.85, p.579-587, 2012.

OLIVEIRA-FILHO, A. T.; FONTES, M. Patterns of floristic differentiation among Atlantic forests in Southeastern Brazil and the influence of climate. **Biotropica**, v. 32, p. 793 - 810, 2000.

ORMEROD, D. W. A simple bole model . **The Forestry Chronicle**, v. 49, p. 136-138, 1973.

- PARKEY, R. C.; MARTNEY, T. G. Comparison of optical dendrometers for prediction of standing tree volume. **Southern Journal of Applied Forestry**, v. 23, p. 407 - 417, 1998.
- PINHEIRO, J. C.; BATES, D. M. **Mixed-Effects Models in S and S-PLUS**. New York: Springer-Verlag, 2000. 528p.
- REITZ, R.; KLEIN, R. M. **Flora ilustrada catarinense: Araucariáceas**. Itajaí: Herbário Barbosa Rodrigues, 1966. 63 p.
- ROSOT, M. A. D.; DISPERATI, A. A.; FIGUEIREDO-FILHO, A. Medição da área de anéis de crescimento usando imagens digitais. **Revista Árvore**, v. 25, p. 79 - 88, 2001.
- ROSOT, M. A. D.; FIGUEIREDO-FILHO, A.; DISPERATI, A. A.; DARTAGNAN, B. E. Análise de tronco digital: uma nova metodologia para a medição de anéis de crescimento. **Revista Floresta**, v. 33, p. 235 - 255, 2003.
- SAS Institute. **The SAS System for Windows**. Cary: SAS Institute. 2004.
- SCHNEIDER, P. R. **Betriebswirtschaftliche und Estragskundliche Grundlagen der Forsteinrichtung in Südbrasilien am Beispiel von *Pinus elliottii***. 1984. 190p. Tese (Doutorado) Freiburg: Albert- Ludwigs-Universität.
- SCHNEIDER, P. R.; FINGER, C. A. G.; KLEIN, J. E. M.; TOTTI, J. A.; BAZZO, J. L. Forma do tronco e sortimentos de madeira de *Eucalyptus grandis* Maiden para o estado do Rio Grande do Sul. **Ciência Florestal**, v. 6, p.79-88, 1996.
- SCHNEIDER, P. R. **ANATRO**: Programa de computador, ambiente MS-DOS. Santa Maria, 1984.
- SCHNEIDER, P. R., OESTEN, G. **Tabelas auxiliares para o manejo de *Pinus elliottii* e *Araucaria angustifolia* para a região do planalto médio do Rio Grande do Sul**. Santa Maria: CEPEF, Universidade Federal de Santa Maria, 1999. 118p.
- SCHNEIDER, P. R.; BRENA, D. A.; FINGER, C. A. G. **Manual para a coleta de informações dendrométricas**. Santa Maria, RS: UFSM, CEPEF: FATEC, 1999. 33 p. (Centro de Pesquisas Florestais. Série técnica, 4).
- SCOLFORO, J.R. **Biometria florestal**: Parte I: modelos de regressão linear e não-linear; Parte II: modelos para relação hipsométrica, volume, afilamento, e peso de matéria seca. Lavras: UFLA/FAEPE, 2005. 352 p.
- SHARMA, M.; PARTON, J. Modeling stand density effects on taper for Jack Pine and Black Spruce plantations using dimensional analysis. **Forest Science**, v. 55, p. 268-282, 2009.
- SHARMA, M.; ZHANG, S. Y. Variable-exponent taper equations for jack pine, black spruce, and balsam fir in eastern Canada. **Forest Ecology and Management**. v.198, p.39-53, 2004.

SOUZA, C. A. M. et al. Eficiência de um modelo de afilamento ajustado sem e com estratificação por classe de quociente de forma para formação de sortimentos de *Pinus taeda* L. **Ciência Florestal**, v. 22, p. 125-135, jan.-mar., 2012.

THOMAS, C.; PARRESOL, B. Simple, flexible, trigonometric taper equations. **Canadian Journal of Forest Research**, v.21, p. 1132-1137, 1991.

THOMAS, G. B.; WEIR, M. D.; HASS, J. **Thomas' Calculus: Early Transcendentals**. 12^o ed., Addison Wesley, 2010.1211 p.

VANDER-SCHAAF, C.L.; BURKHART, H. E. Comparison of methods to estimate Reineke's maximum size-density relationship species boundary line slope. **Forest Science**, v.53, p. 435-442, 2007.

VONESH, E. F.; CHINCHILLI, V. M. **Linear and nonlinear models for the analysis of repeated measurements**. Marcel Dekker Inc, New York. 1997. 546 p.

WILLIAMS, M. S.; CORMIER, K. L.; BRIGGS, R. G.; MARTINEZ, D. L. Evaluation of the Barr & Stroud FP15 and Criterion 400 Laser Dendrometers for measuring upper stem diameters and heights. **Forest Science**, v.45, p. 53 - 61, 1999.

YANG, Y.; HUANG, S.; TRICADO, G.; MENG, S. X. Nonlinear mixed-effects modeling of variable-exponent taper equations for lodgepole pine in Alberta, Canada. **European Journal of Forest Research**, v. 128, p. 415-429, 2009.

ANEXOS

ANEXO A – Programação no SAS do modelo misto Kozak modificado (1994)

```

***** AJUSTE DO MODELO MISTO KOZAK MODIFICADO (1994)*****;
%inc "C:\nlinmix.sas";
%NLINMIX(DATA=A,PROCOPT=METHOD=REML COVTEST CL,
  MODEL=%STR(
    PREDV=a0*DAP**(a1+U1)*((1-SQRT(HI/H))/(1-
SQRT(0.01)))*((B0+U2)+(B1+U3)*(HI/H)**(1/4)+B2*ARSIN(1-
(HI/H)**0.5)+B3*(1/(DAP/H+(HI/H)))+B4*H);
  ),
  PARMS=%STR(a0=1.25 a1=0.97 B0=7.69 B1=-7.33 B2=-3.93 B3=-0.10 B4=0.0043),
  STMTS=%STR(
    CLASS ARV;
    MODEL PSEUDO_DICC=d_a0 d_a1 d_b0 d_b1 d_b2 d_b3 d_b4/NOINT NOTEST SOLUTION;
    RANDOM d_u1 d_u2 d_u3/ SUBJECT=ARV SOLUTION CL TYPE=UN;
  ),
  EXPAND=ZERO
);
*****

```