UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA MARIA
UNIVERSIDADE ABERTA DO BRASIL
CENTRO DE CIÊNCIAS NATURAIS E EXATAS
CURSO DE ESPECIALIZAÇÃO EM ENSINO DE MATEMÁTICA NO ENSINO MÉDIO

Ana Celina Nunes Machado

A UTILIZAÇÃO DE JOGOS PARA O ENSINO E APRENDIZAGEM DA FUNÇÃO QUADRÁTICA

Sant'Ana do Livramento, RS
2018

Ana Celina Nunes Machado

A UTILIZAÇÃO DE JOGOS PARA O ENSINO E APRENDIZAGEM DA FUNÇÃO QUADRÁTICA

Trabalho de conclusão apresentado ao curso de Especialização, em nível de Pós-Graduação Lato Sensu, Ensino de Matemática no Ensino Médio da Universidade Federal de Santa Maria (UFSM, RS), como requisito parcial para a obtenção do título de **Especialista em Ensino de Matemática no Ensino Médio.**

Orientadora Prof.ª Drª. Janice Rachelli

Sant'Ana do Livramento, RS

2018

Ana Celina Nunes Machado

A UTILIZAÇÃO DE JOGOS PARA O ENSINO E APRENDIZAGEM DA FUNÇÃO QUADRÁTICA

Trabalho de conclusão apresentado ao curso de Especialização, em nível de Pós-Graduação Lato Sensu, Ensino de Matemática no Ensino Médio da Universidade Federal de Santa Maria (UFSM, RS), como requisito parcial para a obtenção do título de **Especialista em Ensino de Matemática no Ensino Médio.**

Aprovado em 8 de dezembro de 2018.

____

Janice Rachelli, Dr.ª (UFSM)
(Presidente/Orientadora)

____

Fabiane Cristina Hopner Noguti, Dr.ª (UFSM)

____

Rita de Cássia Pistola Mariani, Dr.ª (UFSM)

Sant'Ana do Livramento, RS

2018

Dedico este trabalho a
minha mãe, Ilda Nunes
Machado, e aos meus filhos,
Luiza Machado e Eduardo
Machado.

RESUMO

A UTILIZAÇÃO DE JOGOS PARA O ENSINO E APRENDIZAGEM DA FUNÇÃO QUADRÁTICA

AUTORA: Ana Celina Nunes Machado
ORIENTADORA: Janice Rachelli

Este trabalho de conclusão de curso apresenta o planejamento e o desenvolvimento de uma aula sobre a função quadrática utilizando como recurso didático o jogo de cartas. Para tanto foi realizado um estudo sobre os conceitos associados à função quadrática e sobre a utilização de jogos no ensino da matemática. A aula foi desenvolvida junto a vinte e cinco alunos de uma escola estadual do Rio Grande do Sul, matriculados no segundo ano do Ensino Médio. A fim de possibilitar uma melhor aprendizagem e construção dos conhecimentos básicos sobre a função quadrática, foram desenvolvidas três atividades: estudo dos conceitos; resolução de exercícios e a realização de um jogo de cartas. Com o desenvolvimento das atividades, podemos observar a importância da utilização de material concreto, o jogo de cartas, para obter melhor concentração e motivação por parte dos educandos e consequentemente uma melhor aprendizagem.

Palavras-chaves: Jogos, Função Quadrática, Ensino e Aprendizagem.

ABSTRACT

THE USE OF GAMES FOR TEACHING AND LEARNING OF THE QUADRATIC FUNCTION

AUTHOR: Ana Celina Nunes Machado
ADVISOR: Janice Rachelli

This work of course completion presents the planning and development of a class on the quadratic function using as a didactic resource the card game. For this, a study was carried out on the concepts associated to the quadratic function and on the use of games in mathematics teaching. The class was developed with twenty-five students from a school in Rio Grande do Sul state, enrolled in the second year of high school. In order to make possible a better learning and construction of the basic knowledge about the quadratic function, three activities were developed: study of the concepts; resolution of exercises; and playing a card game. With the development of activities, we can observe the importance of the use of concrete material, the card game, to obtain better concentration and motivation on the part of the students and consequently a better learning.

Keywords: Games, Quadratic Function, Teaching and Learning.

LISTA DE FIGURAS

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO

[1]Sou graduada em Matemática Licenciatura Plena pela Universidade da Região da Campanha (URCAMP); iniciei minha graduação em 1998 e concluí em 2001. Minha caminhada como professora teve início em 2000, com contrato emergencial no município que moro, Sant'Ana do Livramento, em escolas do interior, grávida de minha filha mais velha e cursando a graduação que sempre quis, Matemática.

Sou professora estadual desde 2002 e atualmente trabalho em uma única escola como vice-diretora no turno da manhã e professora de séries finais do Ensino Fundamental à tarde.

Nesta minha caminhada já tive várias experiências em muitas escolas nos municípios de Sant'Ana do Livramento e Santa Rosa. Em Santa Rosa vivi por cinco anos e adquiri bagagem de conhecimento. Sempre tive vontade de buscar um aperfeiçoamento na minha área e por intermédio de minha mãe e uma colega me inscrevi para o curso de Especialização em Ensino de Matemática no Ensino Médio, com o objetivo de melhorar meus conhecimentos.

Esta monografia faz parte do trabalho de conclusão do curso de especialização em Ensino de Matemática no Ensino Médio. Este curso proporcionou às participantes sugestões de novas estratégias de ensino.

O objetivo deste trabalho é descrever o processo de ensino e aprendizagem de uma aula inédita, por meio da utilização de jogos, sob o ponto de vista da cursista participante, tendo como tema a função quadrática. Este tema foi escolhido por se tratar de um conteúdo que os alunos apresentam muita dificuldade. Acredito que uma aula inédita pode ser um fator motivador tanto para o professor cursista quanto para seus alunos. A aula foi ministrada em uma escola estadual localizada na zona urbana de Sant'Ana do Livramento, interior do Rio Grande do Sul. A escola oferece a modalidade de Ensino Fundamental, Ensino Médio, Ensino Médio Técnico em Informática e Técnico Pós- Médio em Informática.

A turma escolhida para desenvolver a aula foi o 2° ano do Ensino Médio, 2° 27, composta por 28 alunos, dos quais a maioria reside na área urbana.

Com a aula a ser desenvolvida, busca-se resgatar e fixar os conteúdos básicos da função quadrática e as características necessárias para o entendimento do conteúdo em consequência das dificuldades apresentadas pela maioria dos alunos.

No curso de Especialização em Ensino de Matemática para o Ensino Médio, foi destacada a importância do ensino de Matemática, da utilização da Matemática no cotidiano

[1] Utilizo a primeira pessoa neste capitulo por se tratar de minha trajetória antes do trabalho de conclusão de curso.

dos alunos e, de se trabalhar de forma diversificada, com diferentes materiais fazendo com que a aprendizagem aconteça.

Nas aulas tradicionais a aprendizagem, na sua grande maioria, ocorre de forma mecânica sem o entendimento prévio do real significado de determinado conceito, fórmula e sua utilização em aulas práticas com material concreto. Estamos propondo uma aula com utilização de material concreto, onde, através de um jogo, o aluno irá aprender brincando.

Segundo Grando (2014, p. 24)

> Culturalmente a Matemática é vista pelos estudantes de forma negativa, difícil e desestimulante. O que pode ser uma visão distorcida do que realmente essa área de ensino apresenta. Os educadores matemáticos devem procurar alternativas para aumentar a motivação na aprendizagem, desenvolver a autoconfiança e despertar o interesse dos alunos pela disciplina. Ensinar Matemática é desenvolver o raciocínio lógico, estimular o pensamento independente, a criatividade e a capacidade de resolver problemas.
>
> Essa proposta está baseada na aprendizagem construtivista idealizada por Piaget, tendo como principio básico que o conhecimento se constrói a partir das ações do sujeito, ou seja, o conhecimento é constituído a partir de percepções e ações dos alunos no seu ambiente.

Justificamos essa proposta por entender que a utilização do material concreto motiva novas aprendizagens. Além de que, segundo os Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Médio (BRASIL, 1999), o Ensino Médio busca dar denominação aos conhecimentos escolares, e a formação do aluno deve ser visada na aquisição de conhecimentos básicos, à preparação científica e capacidade de usar diferentes tecnologias que ajude o educando a se situar como sujeito do conhecimento e participante do mundo atual.

2 REVISÃO DE LITERATURA

Neste capítulo apresentamos uma síntese da revisão realizada sobre a função quadrática e utilização de jogos no ensino de conceitos matemáticos.

2.1 A FUNÇÃO QUADRÁTICA

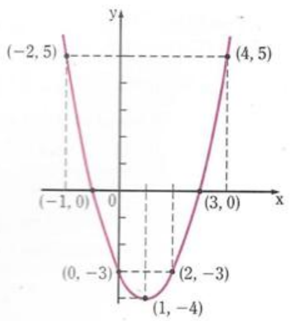
Uma função $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ é chamada função polinomial do 2º grau ou função quadrática quando existem números reais a, b e c, com $a \neq 0$, tal que $f(x) = ax^2 + bx + c$ para todo $x \in \mathbb{R}$.

São exemplos de função quadrática: $f(x) = x^2 - 2x - 3$, $y = 2x^2$ e $f(x) = -x^2 + 2x + 3$.

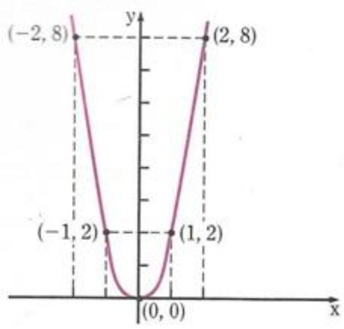
O gráfico de uma função quadrática é uma curva chamada parábola. As parábolas podem ter a abertura (concavidade) voltada para cima ou para baixo. Para construir o gráfico de uma função quadrática no plano cartesiano, atribuímos valores para x, determinamos o valor de y, formamos os pares ordenados (x, y) e representamos no plano cartesiano.
Vejamos os exemplos (Figuras 1 e 2).

Figura 1 – Função quadrática $y = x^2 - 2x - 3$ e $y = 2x^2$

x	$y = x^2 - 2x - 3$	(x, y)
−2	$y = (-2)^2 - 2(-2) - 3 = 5$	(−2, 5)
−1	$y = (-1)^2 - 2(-1) - 3 = 0$	(−1, 0)
0	$y = (0)^2 - 2(0) - 3 = -3$	(0, −3)
1	$y = (1)^2 - 2(1) - 3 = -4$	(1, −4)
2	$y = (2)^2 - 2(2) - 3 = -3$	(2, −3)
3	$y = (3)^2 - 2(3) - 3 = 0$	(3, 0)
4	$y = (4)^2 - 2(4) - 3 = 5$	(4, 5)



x	$y = 2x^2$	(x, y)
−2	$y = 2(-2)^2 = 8$	(−2, 8)
−1	$y = 2(-1)^2 = 2$	(−1, 2)
0	$y = 2(0)^2 = 0$	(0, 0)
1	$y = 2(1)^2 = 2$	(1, 2)
2	$y = 2(2)^2 = 8$	(2, 8)

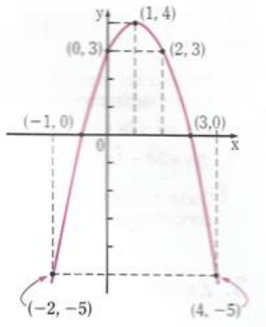


Fonte: (GIOVANNI, 1994, p. 76).

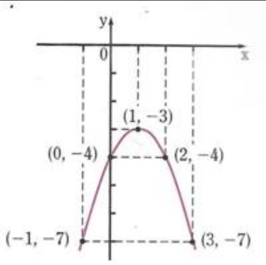
Podemos observar na Figura 1 que o gráfico de ambas as funções $y = x^2 - 2x - 3$ e $y = 2x^2$ possuem concavidade voltada para cima. Isto ocorre porque o coeficiente a é positivo.

Figura 2 – Função quadrática $y = -x^2 + 2x + 3$ e $y = -x^2 + 2x - 4$

x	$y = -x^2 + 2x + 3$	(x, y)
-2	$y = -(-2)^2 + 2(-2) + 3 = -5$	$(-2, -5)$
-1	$y = -(-1)^2 + 2(-1) + 3 = 0$	$(-1, 0)$
0	$y = -(0)^2 + 2(0) + 3 = 3$	$(0, 3)$
1	$y = -(1)^2 + 2(1) + 3 = 4$	$(1, 4)$
2	$y = -(2)^2 + 2(2) + 3 = 3$	$(2, 3)$
3	$y = -(3)^2 + 2(3) + 3 = 0$	$(3, 0)$
4	$y = -(4)^2 + 2(4) + 3 = -5$	$(4, -5)$



x	$y = -x^2 + 2x - 4$	(x, y)
-1	$y = -(-1)^2 + 2(-1) - 4 = -7$	$(-1,-7)$
0	$y = 0^2 + 2(0) - 4 = -4$	$(0, -4)$
1	$y = -(1)^2 + 2(1) - 4 = -3$	$(1, -3)$
2	$y = -(2)^2 + 2(2) - 4 = -4$	$(2, -4)$
3	$y = -(3)^2 + 2(3) - 4 = -7$	$(3, -7)$



Fonte: (GIOVANNI, 1994, p. 77).

Nos exemplos apresentados na Figura 2, o coeficiente a é negativo e as parábolas tem a concavidade voltada para baixo.

Denominam-se zeros ou raízes de uma função quadrática os valores de x que anulam a função, ou seja, que tornam $f(x) = 0$. Assim, para determinar os zeros ou raízes de uma função quadrática devemos resolver a equação do 2º grau $ax^2 + bx + c = 0$, obtendo $x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$.

Da mesma forma que nas equações do 2º grau, para a função $y = ax^2 + bx + c$, temos:

- Se $\Delta > 0$ então a função tem dois zeros reais desiguais x' e x''.
- Se $\Delta = 0$ então a função tem um zero real duplo$x' = x''$.
- Se $\Delta < 0$ então a função não tem zero real.

Em uma equação do 2° grau é possível determinar suas raízes através da soma e produto:

- a soma das raízes é dada por: $x' + x'' = -\frac{b}{a}$;
- o produto das raízes é dado por: $x'.\ x'' = \frac{c}{a}$.

Vamos então, observar alguns exemplos:

Exemplo 1. Determinar os zeros da função $y = x^2 - 4x - 5$.

Devemos resolver a equação do 2º grau $x^2 - 4x - 5 = 0$.Para isso, encontramos Δ:

$$\Delta = b^2 - 4ac = (-4)^2 - 4(1)(-5) = 36 > 0,$$

o que nos indica que a função tem dois zeros reais diferentes. Os zeros ou raízes são dados por:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-(-4) \pm \sqrt{36}}{2(1)} = \frac{4 \pm 6}{2},$$

ou seja, $x' = 5$ ou $x'' = -1$.

Assim, os zeros da função $y = x^2 - 4x - 5$ são $x' = 5$ e $x'' - 1$.

Exemplo 2. Determinar os zeros da função $y = x^2 - 2x + 6$.

Devemos resolver a equação $x^2 - 2x + 6 = 0$. Como

$$\Delta = b^2 - 4ac = (-2)^2 - 4(1)(6) = 4 - 24 = -20 < 0,$$

a função $y = x^2 - 2x + 6$ não tem zeros reais.

Exemplo 3. Determinar os zeros da função $y = 4x^2 + 20x + 25$.

Devemos resolver a equação $4x^2 + 20x + 25 = 0$. Como

$$\Delta = b^2 - 4ac = (20)^2 - 4(4)(25) = 400 - 400 = 0,$$

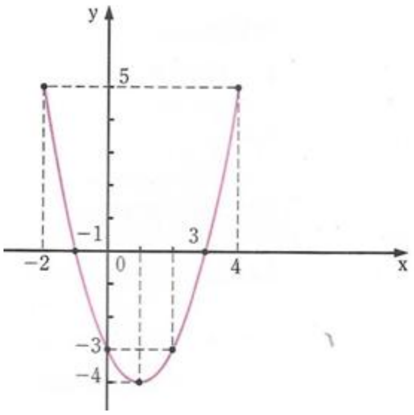
a função tem um zero real duplo, dado por

$$x' = x'' = -\frac{b}{2a} = -\frac{20}{8} = -\frac{5}{2}.$$

Assim, o zero da função $y = 4x^2 + 20x + 25$ é $x = -\frac{5}{2}$.

Os zeros ou raízes da função$f(x) = ax^2 + bx + c$ são valores de x para os quais $f(x) = 0$. Assim, no gráfico, os zeros reais da função são as abscissas dos pontos em que a parábola corta o eixo x, por exemplo, para determinar os zeros da função quadrática $y = x^2 - 2x - 3$, encontramos $\Delta = 16 > 0$ e resolvendo a equação do 2º grau $x^2 - 2x - 3 = 0$, obtemos $x = \frac{2 \pm 4}{2}$. Assim, a função terá duas raízes distintas $x' = 3$ e $x'' = -1$. Observamos que esses valores representam no gráfico as abscissas onde a parábola corta o eixo x (Figura 3).

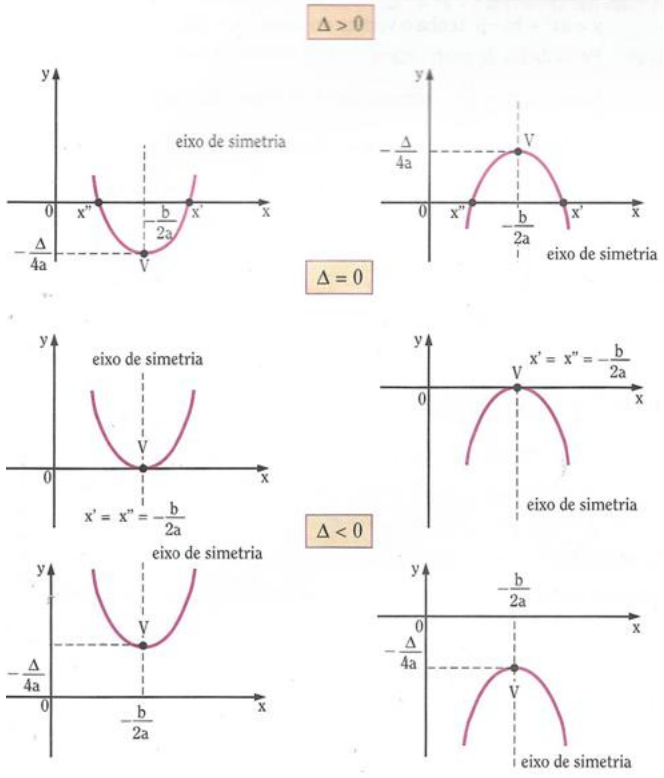
Figura 3 – Gráfico da função $y = x^2 - 2x - 3$.



Fonte: (GIOVANNI, 1994, p. 80)

A parábola, que representa o gráfico da função $f(x) = ax^2 + bx + c$ passa por um ponto V, chamado vértice, cujas coordenadas são $x_v = -\frac{b}{2a}$ (abscissa) e$y_v = -\frac{\Delta}{4a}$ (ordenada). O vértice da parábola é o ponto $V(-\frac{b}{2a}, -\frac{\Delta}{4a})$. A reta perpendicular ao eixo x e que passa pelo vértice da parábola é denominada eixo de simetria da parábola. Os esboços dos gráficos, nos diversos casos, podem ser observados na Figura 4.

Figura 4 – Representação do vértice e do eixo de simetria



Fonte: (GIOVANNI, 1994, p. 83).

Os seguintes exemplos ilustram a determinação de zeros e do vértice de funções quadráticas.

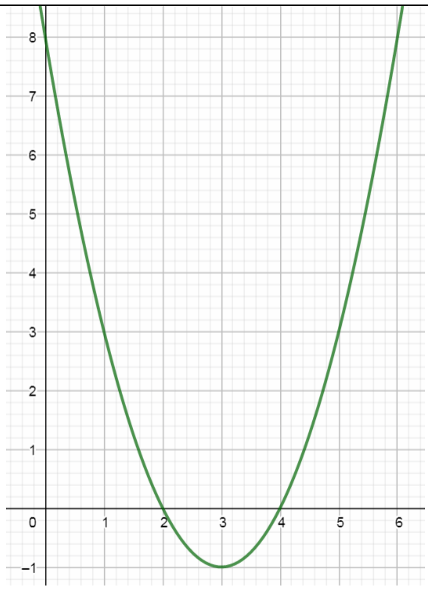
Exemplo 5. Determinar os zeros e o vértice da função $y = x^2 - 6x + 8$.

Os zeros são dados por: $x = \frac{-(-6) \pm \sqrt{4}}{2.1}$. Assim $x' = 4$ e $x'' = 2$ são os zeros da função. A abscissa e a ordenada do vértice são, respectivamente, iguais a

$$x_v = -\frac{(-6)}{2.1} = \frac{6}{2} = 3 \text{ e } y_v = \frac{-4}{4.1} = \frac{-4}{4} = -1.$$

Além do mais, quando $x = 0$, $y = 8$. Na Figura 5 está representado o gráfico da função $y = x^2 - 6x + 8$.

Figura 5 – Gráfico da função $y = x^2 - 6x + 8$ gerado no GeoGebra



Fonte: Autora.

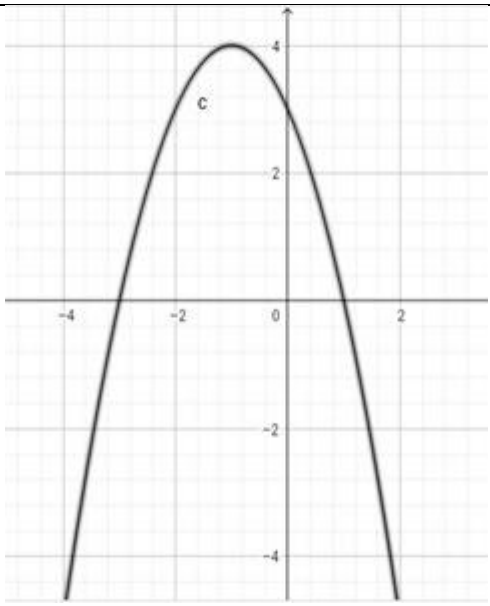
De acordo com o gráfico da função, representado na Figura 5, podemos observar que a intersecção no eixo y ocorre no ponto de ordenada $y = 8$, que a intersecção no eixo x ocorre nos pontos cujas abscissas são $x = 2$ e $x = 4$ e que o vértice é o ponto $V(3, -1)$. Observamos também, que a função $y = x^2 - 6x + 8$ assume o valor mínimo $f(3) = -1$ quando $x = 3$.

Exemplo 6. Determinar os zeros e o vértice da função $y = -x^2 - 2x + 3$.

Os zeros são dados por $x = -\frac{(-2)\pm\sqrt{4}}{2.(-1)}$. Assim $x' = -3$ e $x'' = 1$são os zeros da função. A abscissa e a ordenada do vértice são, respectivamente, iguais a $x_v = -\frac{-2}{2.(-1)} = -\frac{2}{2} = -1$ e $y_v = -\frac{16}{4.(-1)} = -\frac{16}{-4} = 4$.

Além do mais, quando $x = 0$ então $\mathrm{y} = 3$. Na figura 6 está representado o gráfico da função $y = -x^2 - 2x + 3$.

Figura 6 - Gráfico da função $y = -x^2 - 2x + 3$ gerado no GeoGebra



Fonte: Autora.

Podemos observar que a intersecção no eixo y ocorre no ponto de ordenada $y = 3$, que a intersecção no eixo x ocorre nos pontos $x' = -3$ e $x'' = 1$ e que o vértice é o ponto $V(-1,4)$. Observamos também, que a função $y = -x^2 - 2x + 3$ assume o valor máximo$f(-1) = 4$ quando $x = -1$.

De uma forma geral, a função quadrática $f(x) = ax^2 + bx + c$ apresenta um valor máximose $a < 0$ e um valor mínimo se $a > 0$. O valor máximo ou mínimo é dado por $y_v = \frac{-\Delta}{4a}$, que é ordenada do vértice V. Assim,

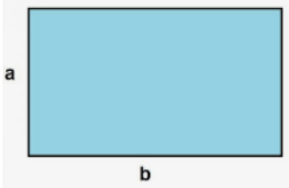
- Se $a > 0$,então, $y_v = \frac{-\Delta}{4a}$ é o valor mínimo da função e a imagem de f é dada por$Im\, f = \{y \in IR; y \geq \frac{-\Delta}{4a}\}$;
- Se $a < 0$, então, $y_v = \frac{-\Delta}{4a}$ é o valor máximo da função a imagem de f é dada por $Imf = \{y \in IR; y \leq \frac{-\Delta}{4a}\}$.

Exemplo 7. A função $f(x) = x^2 - x - 6$ admite valor máximo ou valor mínimo? Qual é esse valor?

Sendo$a = 1 > 0$, a função admite valor mínimo. Como $\Delta = b^2 - 4ac = (-1)^2 - 4(1)(-6) = 1 + 24 = 25$, temos que o valor mínimo de $f(x) = x^2 - x - 6$ é dado por

$y_v = \frac{-\Delta}{4a} = \frac{-25}{4.1} = -\frac{25}{4}$.

Exemplo 8. Considere todos os retângulos de perímetro 80 m. Determinar a área máxima que pode ser associada a um desses retângulos.



Consideremos o retângulo cujas dimensões são a e b. Então,

$2a + 2b = 80$, logo $a + b = 40$ e, portanto,

$$b = 40 - a.$$

Sendo s a área do retângulo, $s = a\,.\,b$, logo, $s = a.(40 - a)$ e, portanto,

$$s = -a^2 + 40a.$$

Assim, o valor máximo de s é dado por $y_v = \frac{-\Delta}{4a} = \frac{-40^2}{-4} = 400\text{m}^2$.

Esta seção faz parte das notas de aula que foram entregues aos alunos.

2.2 JOGOS E O ENSINO DE MATEMÁTICA

O uso de jogos é uma das formas possíveis para criar contextos de aprendizagem, pois torna a aula mais atrativa. Para tanto, precisamos criar condições adequadas para possibilitar ao aluno a compreensão necessária do conteúdo.

Segundo Noé (2018, p. 1)

> A discussão sobre a importância dos jogos no ensino da Matemática vem se concretizando, pois, as crianças possuem uma grande capacidade de raciocinar e colocar em prática sua capacidade de resolver situações – problemas, caracterizando objetos e buscando uma linha de resolução baseada em elucidações próprias. A proposta de um jogo de sala de aula é muito importante para o desenvolvimento social, pois existem alunos que se “fecham”, tem vergonha de perguntar sobre determinados conteúdos, de expressar dúvidas e a Matemática se torna um problema para eles.

O jogo é importante para todos os alunos, pois ele ajuda no desenvolvimento social, principalmente para aqueles com dificuldade de entrosamento. Ao utilizarmos o jogo em sala de aula a ideia é não deixar que o estudante participe da atividade de qualquer jeito. Devemos traçar objetivos e regras a serem cumpridas.

De acordo com Noé (2018, p. 1)

> O aluno não pode encarar o jogo como uma parte da aula em que não irá fazer uma atividade escrita ou não precisará prestar atenção no professor, promovendo assim uma conduta de indisciplina e desordem, mas precisará ser conscientizado de que aquele momento é importante para sua formação, pois ele usará de seus conhecimentos e suas experiências para participar, argumentar, propor soluções na busca de chegar aos resultados esperados pelo orientador, porque o jogo pode não

> ter uma resposta única, mas várias, e por isso, devemos respeitar as inúmeras respostas, desde que não fujam do propósito.

Acreditamos que por meio do jogo o aluno aprende a encarar a aula como um local de aprendizado com normas e regras a serem seguidas.

Segundo Noé (2018, p. 1)

> A utilização de atividades lúdicas na Matemática e de materiais concretos é totalmente relacionada ao desenvolvimento cognitivo da criança. Há de se refletir que alguns conteúdos específicos da Matemática não possuem relação com a ideia de serem aplicados utilizando jogos, mas de certa forma promovem um senso crítico, investigador, que ajuda na compreensão e entendimento de determinados tópicos relacionados ao ensino e Matemática.

Segundo Becker (1994) quando o professor escreve no quadro aquilo que acredita ser importante e o aluno transcreve para seu caderno e realiza as atividades de acordo com o que o professor julga ser importante, a mente do aluno é receptiva e passiva.

Todas as discussões referentes à falta de estímulo dos alunos e baixo aprendizado tem demonstrado que a disciplina precisa de contribuições como forma de estimular o aluno a interagir e participar no processo de construção do conhecimento.

O jogo é considerado um provocador que terá como finalidade desenvolver habilidades de resolução de problemas.

Segundo Kishimoto (1994), o jogo é educativo, pois estimula o imaginário da criança. Neste sentido qualquer jogo empregado na escola, desde que respeite a natureza do ato lúdico, é educativo.

O professor precisa estimular o aluno a compreender que o conhecimento é necessário e uma das maneiras de chegar a esse conhecimento é através do lúdico, que pode ser um jogo.

A palavra jogo denota sentimento de alegria e prazer. Os jogos vêm ganhando espaço em nossas escolas numa tentativa de tornar a aula mais agradável e estimular o raciocínio, a concentração, a curiosidade, a consciência de grupo, o coleguismo dentre outros aspectos.

Na sociedade em que vivemos, na era da informação novas habilidades são exigidas tanto no mercado de trabalho, como na vida social e para isso o jogo tem papel fundamental.

Nessa perspectiva de ensino da Matemática, os jogos serão utilizados para resgatar nas crianças a vontade de aprender.

De acordo com Groenwald e Timm (2002, p. 1)

> A aprendizagem através de jogos, como o dominó, palavras cruzadas, memória e outros permite que o aluno faça da aprendizagem um processo interessante e até divertido. Nesse sentido verificamos que há três aspectos que por si só justificam a

> incorporação do jogo nas aulas. São estes: o caráter lúdico, o desenvolvimento de técnicas intelectuais e a formação das relações sociais.

No momento em que o professor explora o jogo em sala de aula, a aula se torna interessante, pois o aluno é forçado a criar processos para jogar e resolver os problemas, instigando o raciocínio e deixando de seguir a mesma receita. O aluno é levado a reflexão sobre as maneiras de chegar ao mesmo resultado. A análise do erro e do acerto se dá de maneira dinâmica. O jogo também possibilita ao aluno expor suas ideias e pontos de vista e analisar os diferentes resultados apresentados por seus colegas.

Para que seja realmente interessante o jogo precisa ser desafiador, para isso, o professor precisa propor algo que atinja a plenitude no processo educacional, pois, somente dessa maneira, a aula se tornará, realmente, válida com alunos interessados e concentrados na busca de resultados positivos e ações que possibilitem tal resultado.

3 O PLANO DE AULA – ANÁLISE A PRIORI

Neste capítulo, apresentamos o plano de aula a ser desenvolvido em sala de aula, contendo a estrutura curricular, os objetivos, os conhecimentos prévios e as atividades propostas para o estudo da função quadrática.

As atividades serão desenvolvidas junto a estudantes do segundo ano do ensino médio de uma escola estadual do Rio Grande do Sul, tendo como objetivo que o aluno aplique os conhecimentos adquiridos na resolução de problemas sobre a função quadrática.

O plano de aula a ser desenvolvido é composto por 3 atividades:

Atividade 1 – Estudo sobre a função quadrática (para esta atividade utilizamos 2 períodos de 50 minutos);

Atividade 2 – Resolução de exercícios (para esta atividade utilizamos 1 período de 50 minutos);

Atividade 3 – Jogo de cartas (para esta atividade utilizamos 1 período de 50 minutos).

No desenvolvimento das atividades, esperamos que os alunos atinjam os seguintes objetivos: identificar a função de 2 º grau, classificar o coeficiente a para saber se a parábola é voltada para cima ou para baixo, calcular as raízes ou zeros da função, determinar o vértice da parábola e construir o gráfico da função, dizendo se a mesma admite valor máximo ou mínimo.

3.1 ATIVIDADE 1

Para a Atividade 1, foi elaborada notas de aula contendo os principais tópicos sobre o estudo da função quadrática com o objetivo de revisar estes tópicos, visto que os alunos já haviam estudado função quadrática no primeiro ano do ensino médio, em 2017.

3.2 ATIVIDADE 2

Para a Atividade 2, utilizamos uma lista com 14 exercícios, conforme Figura 7.

Figura 7 - Exercícios

EXERCÍCIOS PROPOSTOS

1. Determine o vértice **V** da parábola, o valor máximo ou mínimo e a imagem de cada função:

a) $f(x) = x^2 - 2x - 3$

b) $f(x) = -x^2 + 3x - 5$

c) $f(x) = 2x^2 - 3x - 2$

d) $f(x) = -4x^2 + 4x - 1$

2. A reta, gráfico da função $f(x) = 3x - 1$, e a parábola, gráfico da função $g(x) = x^2 - x + 2$, têm pontos comuns? Se tiverem, descubra quais são.

> **Para REFLETIR**
>
> Quantos pontos comuns podem ter uma reta e uma parábola?

3. Determine o valor de **k** para que a função $f(x) = (2 - k)x^2 - 5x + 3$ admita valor máximo.

4. Qual o valor de **m** para que a função $f(x) = (4m + 1)x^2 - x + 6$ admita valor mínimo?

5. Para que valor de **k** o valor mínimo da função $f(x) = x^2 - 6x + 3k$ é 3?

6. Dada a função quadrática $f(x) = 2x^2 - x - 3$, determine:

a) se a concavidade da parábola definida pela função está voltada para cima ou para baixo;

b) os zeros da função;

c) o vértice da parábola definida pela função;

d) a intersecção com o eixo **x**;

e) a intersecção com o eixo **y**;

f) o eixo de simetria;

g) Im(f);

h) o esboço do gráfico.

7. Sabe-se que o custo **C** para produzir **x** unidades de certo produto é dado por $C = x^2 - 80x + 3\ 000$. Nessas condições, calcule:

a) a quantidade de unidades produzidas para que o custo seja mínimo;

b) o valor mínimo do custo.

8. Deseja-se construir uma casa térrea de forma retangular. O retângulo onde a casa será construída tem 80 m de perímetro. Calcule as dimensões desse retângulo sabendo que a área de sua região deve ser a maior possível.

9. Uma bola é lançada ao ar. Suponha que sua altura **h**, em metros, **t** segundos após o lançamento, seja $h = -t^2 + 4t + 6$. Determine:

a) o instante em que a bola atinge a sua altura máxima;

b) a altura máxima atingida pela bola;

c) quantos segundos depois do lançamento ela toca o solo.

10. Sabe-se que o lucro total de uma empresa é dado pela fórmula $L = R - C$, em que **L** é o lucro total, **R** é a receita total e **C** é o custo total da produção. Numa empresa que produziu **x** unidades, verificou-se que $R(x) = 6\ 000x - x^2$ e $C(x) = x^2 - 2\ 000x$. Nessas condições, qual deve ser a produção **x** para que o lucro da empresa seja máximo?

11. (PUCC-SP) Um projétil da origem **O**(0, 0), segundo um referencial dado, percorre uma trajetória parabólica que atinge sua altura máxima no ponto (2, 4). Escreva a equação dessa trajetória.

O enunciado abaixo vale para as questões 12 e 13.

(Faap-SP) A venda de **x** milhares de unidades de um determinado CD-ROM produzido para microcomputadores Compaq gera uma receita dada por $R = 7x - x^2$ unidades monetárias. O custo para produzir estas unidades é expresso por $C = x + 5$ unidades monetárias (u.m.). Nestas condições:

12. o valor do lucro máximo (em u.m.) é:

a) 1. b) 2. c) 3. d) 4. e) 5.

13. o nível de produção **x** para que o lucro seja máximo é:

a) 2.

b) 4.

c) 3,5.

d) 3.

e) 4,5.

14. (Vunesp) Suponha que um grilo, ao saltar do solo, tenha sua posição no espaço descrita em função do tempo (em segundos) pela expressão $h(t) = 3t - 3t^2$, em que **h** é a altura atingida em metros.

a) Em que instante **t** o grilo retorna ao solo?

b) Qual a altura máxima em metros atingida pelo grilo?

Fonte: (DANTE, 2005, p 75).

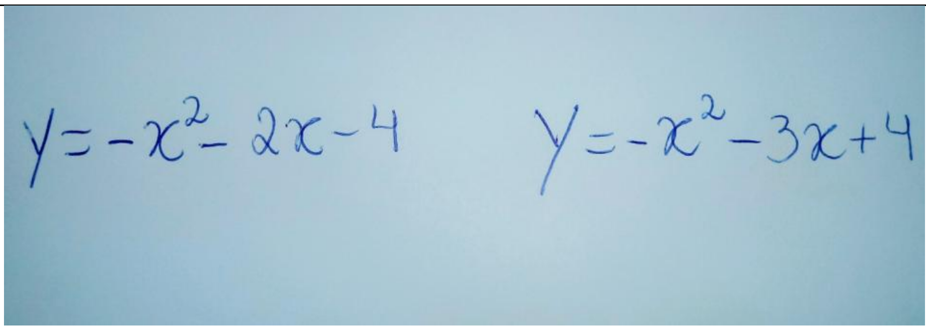
O objetivo da Atividade 2 é que os alunos utilizem os conceitos tratados no estudo da função quadrática na determinação de zeros da função, valores mínimos ou máximos, vértice e construção de gráficos, além da resolução de problemas contextualizados. Observamos que os exercícios propostos são compostos por exercícios teóricos e contextualizados.

3.3 ATIVIDADE 3

Na Atividade 3, foi elaborado um jogo de cartas, com o objetivo de desenvolver atividades lúdicas que favoreçam a construção do conhecimento sobre função quadrática. A construção do jogo foi feita pela professora cursista.

O jogo é composto por cartas e tiras de papel e deverá ser jogado em grupos. As cartas, que contém exemplos de funções quadráticas, são embaralhadas e, com as faces voltadas para baixo, ficam dispostas sobre uma mesa formando um monte. Na Figura 8 está apresentado exemplos de cartas com a equação de funções quadráticas.

Figura 8 – Cartas

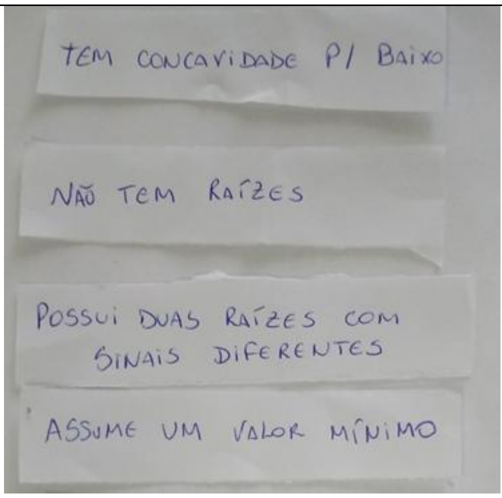


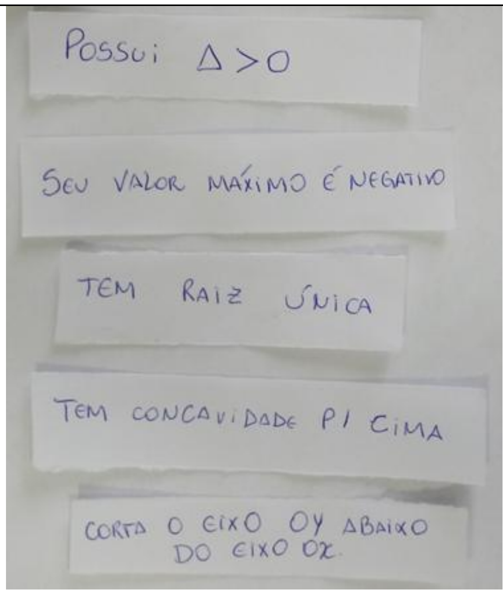
Fonte: Autora.

[2]As tiras que contém propriedades das funções quadráticas também são embaralhadas e distribuídas em número igual por entre os jogadores. Na Figura 9 está apresentado exemplos de tiras com características associadas à função quadrática.

[2] Material retirado do livro: Matemática Ensino Médio 1° Série dos Autores Kátia Stocco Smole e Maria Ignez Diniz.

Figura 9 – Tiras





Fonte: Autora.

Cada aluno deve receber pelo menos quatro tiras. Nem todas as tiras precisam ser distribuídas. É feito um sorteio entre os participantes para ver qual aluno é o responsável.

Para a primeira carta retirada do monte, contendo um exemplo de função quadrática, cada jogador seleciona, ente suas tiras aquelas que correspondem às propriedades da função em questão.

Cada tira de propriedade corretamente escolhida representa um ponto para o jogador.

Posteriormente, as tiras de propriedades são novamente juntadas, embaralhadas e distribuídas para os jogadores e outra carta com um exemplo de função quadrática é retirada do monte. Os jogadores mais uma vez escolhem, entre suas tiras, as que apresentam propriedades da função selecionada.

Assim, por exemplo, se o aluno tirar a carta $y = -x^2 - 2x - 4$ as respostas que podem ser dadas pelos participantes, segundo as características apresentadas nas tiras do jogo, são: assume um valor máximo; tem concavidade para baixo; não tem raízes; possui $\Delta < 0$; seu valor máximo é negativo; corta o eixo $0y$ abaixo do eixo $0x$. De forma análoga, se o aluno tirar a carta com a função quadrática $y = -x^2 - 3x + 4$, as respostas que podem ser dadas pelos participantes, segundo as características apresentadas nas tiras do jogo, são: possui uma raiz negativa; tem concavidade para baixo; possui uma raiz positiva; possui duas raízes com sinais diferentes; possui $\Delta > 0$; assume um valor máximo.

O jogo continua sucessivamente em 4 ou 5 vezes, conforme combinado pelos jogadores. O ganhador será aquele que ao final tiver obtido o maior número de pontos.

4 ANÁLISEAPOSTERIORI

Neste capítulo apresentamos uma descrição de como as aulas foram desenvolvidas e a análise e discussão dos resultados obtidos com o desenvolvimento das atividades.

As aulas foram desenvolvidas nos dias 18, 19 e 22 de outubro de 2018, durante quatro períodos; dois períodos no dia 18, um período no dia 19 e um período no dia 22, com duração de 50 minutos cada período, com total de 200 minutos, correspondentes a três horas e 20 minutos, na turma 27 do segundo ano do Ensino Médio. Dos 28 alunos matriculados, participaram das aulas, 25 alunos.

4.1 ATIVIDADE 1: ESTUDO SOBRE FUNÇÃO QUADRÁTICA

No primeiro dia de aula foi explicado aos alunos como seria o desenvolvimento das aulas, da importância da participação deles e que o objetivo era sanar as dificuldades sobre função quadrática. Estavam presentes 25 alunos. Inicialmente foi entregue a apostila contento os tópicos principais sobre a função quadrática.

Foi feita a leitura das notas de aula juntamente com os alunos e explicado.

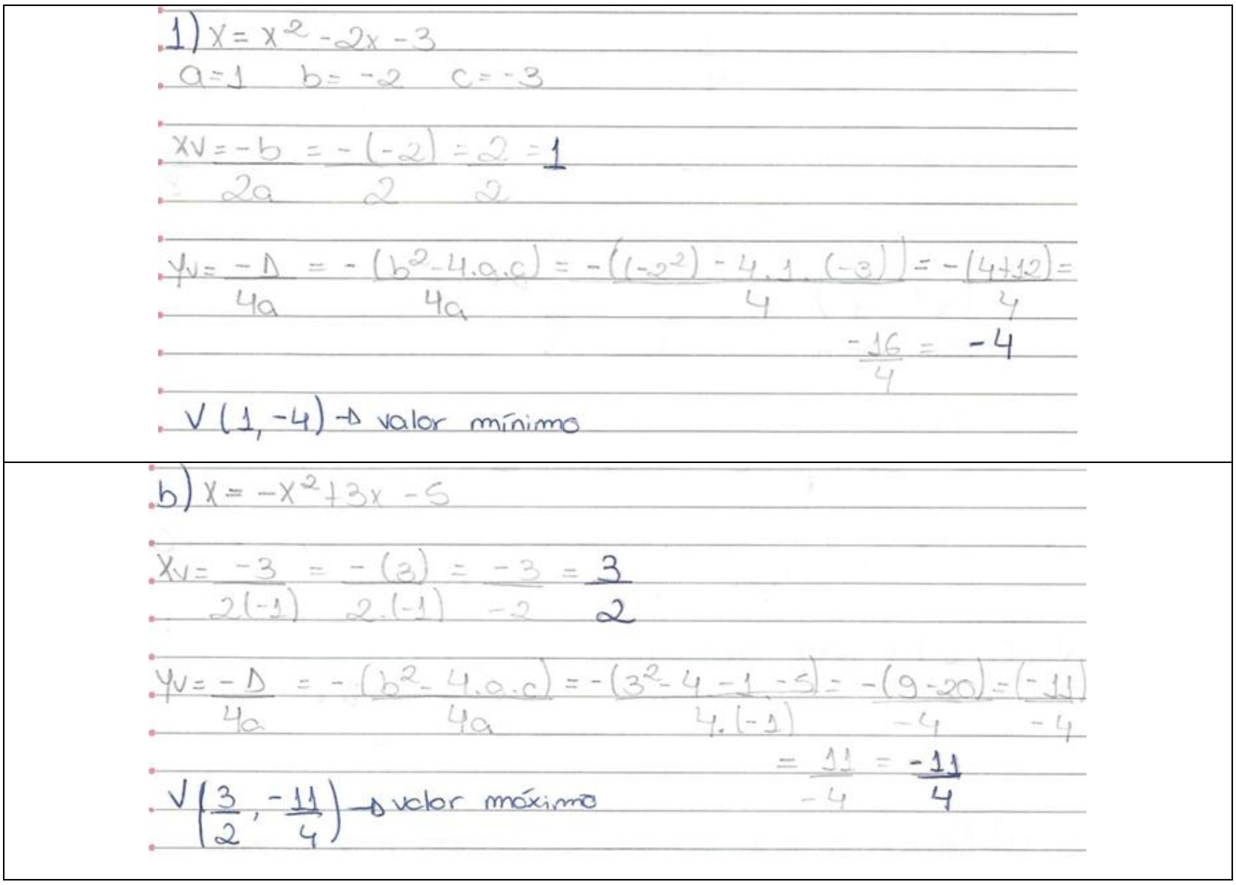
Durante a leitura os alunos fizeram vários questionamentos, e apresentaram dúvidas e lacunas sobre o conteúdo. Para auxiliá-los no entendimento dos conteúdos, os exemplos foram feitos no quadro branco com a participação deles. O que evidenciamos é que quando o assunto foi tratado no primeiro ano do Ensino Médio, ficaram muitas dúvidas referente ao conteúdo sobre função quadrática. Com esta revisão conseguimos sanar várias dificuldades apresentadas pelos alunos. A aula foi produtiva e participativa. Foi solicitado aos alunos que estivessem presentes na aula seguinte, pois, iríamos resolver exercícios teóricos e contextualizados e importantes a aprendizagem da função quadrática.

4.2 ATIVIDADE 2: RESOLUÇÃO DE EXERCÍCIOS

Da lista de exercícios, proposta, os alunos resolveram os exercícios 1, 6, 7, 8,9 e 14, visto que, não tivemos tempo hábil para realizar toda a lista dos exercícios. Esta atividade foi realizada em duplas.

Na resolução do Exercício 1, os alunos não apresentaram maiores dificuldades. A resolução feita por um dos alunos está apresentada na Figura 10.

Figura 10 – Resolução do Exercício 1



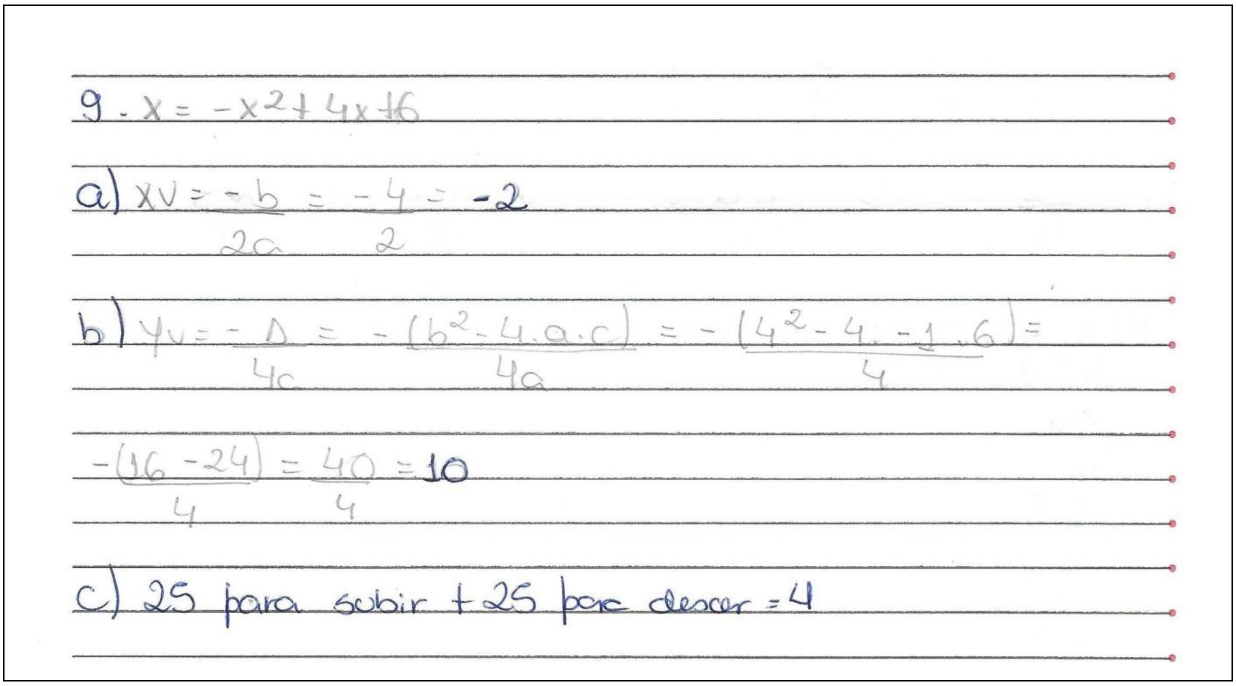
Fonte: Registro de um aluno.

De acordo com a Figura 10, observamos que o aluno determinou corretamente os valores correspondentes as coordenadas do vértice, porém, escreveu de forma incorreta que o vértice é o valor mínimo (em a) e, que é o valor máximo (em b). O aluno deveria ter concluído que, o valor mínimo da função $y = x^2 - 2x - 3$ é -4, enquanto que o valor máximo de $y = -x^2 + 3x - 5$ é $-\frac{11}{4}$. Este erro na notação não foi observado durante a realização dos exercícios. Também o aluno não usou corretamente a notação para a função, escrevendo $x = x^2 - 2x - 3$ ao invés de $y = x^2 - 2x - 3$.

Ao resolverem as questões que envolvem a interpretação de problemas, os alunos apresentaram muitas dificuldades. Eles não conseguiam relacionar a situação apresentada com o conteúdo da função quadrática. Por exemplo, no exercício 9 em que é necessário interpretar os dados do problema e relacionar o instante em que a bola atinge a sua altura máxima e a altura máxima, muitos alunos não estabeleceram a relação com a determinação do x_v e do y_v, respectivamente.

Na Figura 11 está apresentada a resolução feita por um dos alunos.

Figura 11 – Resolução do exercício 9



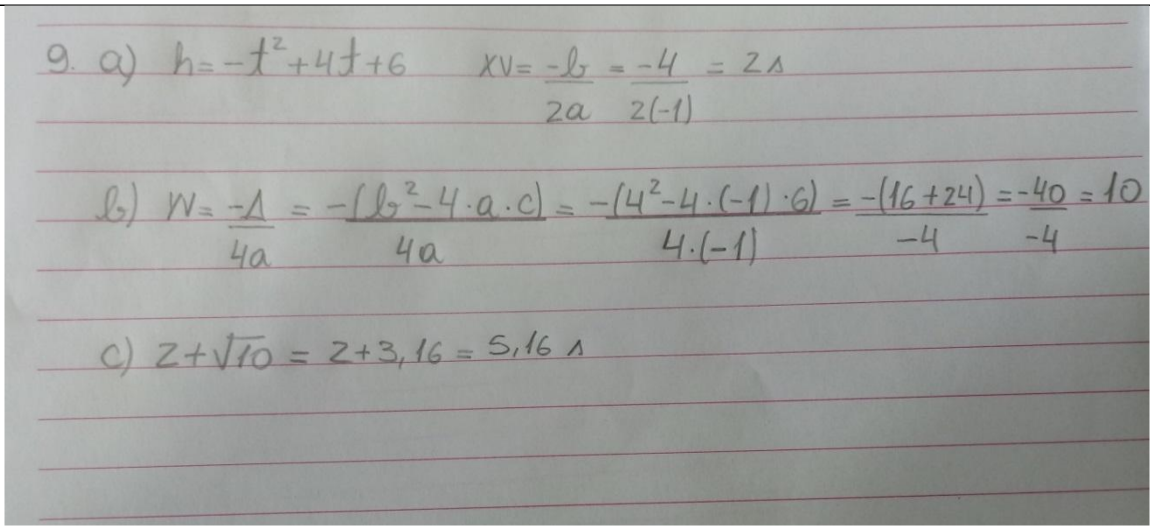
Fonte: Registro de um Aluno.

Observamos, de acordo com a Figura 11, que o aluno não utilizou a notação correta para a função, escrevendo $x = -x^2 + 4x + 6$, ao invés de escrever $y = -x^2 + 4x + 6$ ou $h = -t^2 + 4t + 6$. Além disso, ao determinar o valor de x_v não substituiu corretamente o valor de a, obtendo $x_v = -2$, ao invés de 2. O aluno calculou corretamente a altura máxima atingida pela bola, obtendo $y_v = 10$ metros.

Sua resposta na determinação de quantos segundos após o lançamento a bola toca o solo não está correta, pois quando a bola toca o solo, a altura é igual a zero. Assim o aluno deveria resolver a equação $h = -t^2 + 4t + 6 = 0$, obtendo as raízes $x' = 2 - \sqrt{10} \cong -1{,}16$ e $x'' = 2 + \sqrt{10} \cong 5{,}16$ e concluir que após o lançamento a bola toca o solo em aproximadamente 5,16 segundos.

Das doze duplas que resolveram a questão, apenas duas duplas resolveram corretamente as respostas ao exercício 9. Uma das resoluções pode ser observada na Figura 12.

Figura 12 – Resolução do exercício 9 com respostas corretas



$9.\ a)\ h = -t^2 + 4t + 6 \qquad xv = \frac{-b}{2a} = \frac{-4}{2(-1)} = 2\Lambda$

$b)\ W = \frac{-\Lambda}{4a} = \frac{-(b^2 - 4 \cdot a \cdot c)}{4a} = \frac{-(4^2 - 4 \cdot (-1) \cdot 6)}{4 \cdot (-1)} = \frac{-(16+24)}{-4} = \frac{-40}{-4} = 10$

$c)\ 2 + \sqrt{10} = 2 + 3{,}16 = 5{,}16\ \Lambda$

Fonte: Registro do Aluno.

Assim, o que observamos é que, no exercício 9, a maioria dos alunos resolveu parcialmente a questão, pois apresentaram dificuldades e erros nas regras de sinais e também na interpretação dos dados; apenas uma dupla de alunos acertou a questão.

4.3 ATIVIDADE 3: JOGO DE CARTAS

Após o desenvolvimento das atividades 1 e 2 foi realizada a Atividade 3: Jogo de cartas.

A turma, composta por 25 alunos, foi dividida em 5 grupos, cada grupo com 5 componentes. Na Figura 12 podemos observar os alunos desenvolvendo a Atividade 3.

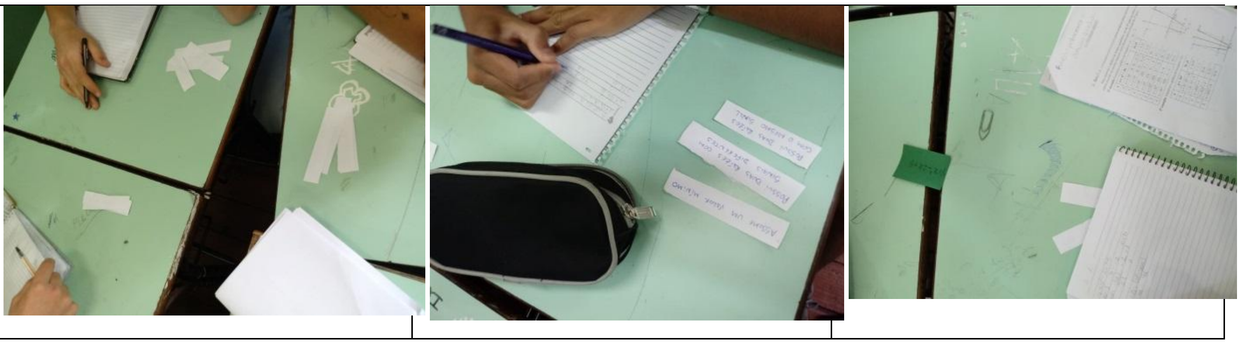
Figura 13 – Grupos de alunos desenvolvendo a atividade do jogo de cartas

Fonte: Autora.

Os alunos demonstraram interesse no jogo com concentração e silêncio e o desejo de ser o primeiro grupo a terminar e desta forma ser o ganhador.

A realização do jogo de cartas pelos alunos pode ser vista na Figura 13.

Figura 14 – Realização da Atividade 3: Jogo de cartas



Fonte: Autora.

Na figura 13 os alunos estão desenvolvendo os cálculos necessários, ou seja, aplicando os conceitos de função quadrática para a resolução das questões do jogo e, assim, ser o vencedor.

Em um dos grupos, a carta retirada foi a que continha a função $y = x^2 - 2x + 5$. Os participantes formaram grupos respondendo com as características apresentadas nas tiras. O vencedor foi o aluno que respondeu: tem concavidade para cima; possui $\Delta < 0$; não tem raízes; assume valor mínimo. Para chegar a essas características, o aluno observou que $a = 1 > 0$ concluindo que a concavidade é para cima e a função possui valor mínimo e calculou o valor $\Delta = -16$ para concluir que $\Delta < 0$ e que a função não tem raízes. Como podemos observar na Figura 13, os cálculos foram feitos pelos alunos utilizando lápis e papel.

4.4 AVALIAÇÃO

No final do 4° período, no dia 22 de outubro, foi feita uma avaliação oral da aula inédita, onde os alunos expuseram suas angústias com aulas tradicionais em que apresentam dificuldade em entender os conteúdos e a necessidade de aulas práticas para um melhor entendimento.

Os alunos demonstraram interesse e participaram de maneira atuante no desenvolvimento da aula prática. Percebemos assim, o quanto é necessário o uso do material concreto para uma melhor aprendizagem de conteúdos em qualquer nível escolar, pois utilizando tais recursos a prática se torna estimulante e prazerosa para os envolvidos.

5 CONCLUSÃO

Esse trabalho foi desenvolvido através da fundamentação teórica e do planejamento de uma aula inédita com a utilização de uma apostila, lista de exercícios e material concreto, além de explicação oral e o auxílio do quadro branco.

Essa aula inédita ajudou os alunos a sanar dúvidas e lacunas de conteúdos já trabalhados pelos mesmos, embora alguns erros na resolução das atividades ainda foram observados.

Com o desenvolvimento deste trabalho, percebemos que a utilização do material concreto, por meio de jogos, em sala de aula contribuiu para que houvesse participação e interação dos alunos com o professor e seus colegas. O jogo auxilia nos conhecimentos básicos a fim de um melhor entendimento sobre os conceitos.

Uma das preocupações era se a utilização do material concreto, como o jogo de cartas, iria agradar aos alunos, de forma que eles tivessem interesse na aula e no estudo dos conteúdos. O que observamos por meio do desenvolvimento do jogo, é que os alunos demonstraram interesse em realizar as atividades.

Assim, acreditamos que os conteúdos da função quadrática podem ser desenvolvidos, em sala de aula, de forma interessante facilitando o aprendizado e proporcionando ao educando melhores resultados no aprendizado de novos conteúdos e avaliações.

Espera-se que essa aula sirva para que os alunos demonstrem maior interesse no estudo da Matemática e que instiguem outros educadores a realizar novas experiências em sala de aula com vistas à melhoria dos processos de ensino e aprendizagem.

REFERÊNCIAS

BECKER, F. **A epistemologia do professor**: o cotidiano da escola. Petrópolis: Vozes, 2ª edição, 1994.

BRASIL, Ministério da Educação. Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Fundamental. Brasília, MEC/SEF, 1999.

DANTE, L. R. Matemática Série Novo Ensino Médio. São Paulo: Editora Ática, 2005

GRANDO, R. C. **O conhecimento matemático e o uso dos jogos em sala de aula.** Campinas, SP, 2014.

GIOVANNI. J. R. **Matemática Fundamental**: volume único. São Paulo: FTD, 1994.

GROENWALD, C. L. O.; TIMM, U. T. **Utilizando curiosidades e jogos matemáticos em sala de aula**. Disponível em: http://www.somatematica.com.br, Fevereiro, 2002.

NOÉ, M. **A importância dos jogos no ensino da matemática**. Disponível em: https://educador.brasilescola.uol.com.br/estrategias-ensino/a-importancia-dos-jogos-no-ensino-matematica.htm. Acesso em 31 de out de 2018

KISHIMOTO, T. M. **O jogo e a educação infantil**. São Paulo: Pioneira, 1994.