UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA MARIA
UNIVERSIDADE ABERTA DO BRASIL
CENTRO DE CIÊNCIAS NATURAIS E EXATAS
CURSO DE ESPECIALIZAÇÃO EM ENSINO DE MATEMÁTICA PARA O ENSINO MÉDIO

Daniele Holzschuh de Oliveira

A UTILIZAÇÃO DO GEOPLANO NO ENSINO DE PROBABILIDADE GEOMÉTRICA: UMA POSSIBILIDADE PARA O ENSINO DA MATEMÁTICA NO ENSINO MÉDIO

Santa Maria, RS
2016

Daniele Holzschuh de Oliveira

A UTILIZAÇÃO DO GEOPLANO NO ENSINO DE PROBABILIDADE GEOMÉTRICA: UMA POSSIBILIDADE PARA O ENSINO DA MATEMÁTICA NO ENSINO MÉDIO

Trabalho de conclusãoapresentada ao Curso de Pós-Graduação em Ensino de Matemática para o Ensino Médio, da Universidade Federal de Santa Maria (UFSM, RS), como requisito parcial para obtenção do título de especialista em Ensino da Matemática para Ensino Médio.

Orientador: Prof. Dr. Ricardo Fajardo

Santa Maria, RS
2016

Daniele Holzschuh de Oliveira

A UTILIZAÇÃO DO GEOPLANO NO ENSINO DE PROBABILIDADE GEOMÉTRICA: UMA POSSIBILIDADE PARA O ENSINO DA MATEMÁTICA NO ENSINO MÉDIO

Trabalho de conclusãoapresentada ao Curso de Pós-Graduação em Ensino de Matemática para o Ensino Médio, da Universidade Federal de Santa Maria (UFSM, RS), como requisito parcial para obtenção do título de especialista.

Aprovado em 14 de maio de 2016

Ricardo Fajardo, **Dr.(UFSM)**
(Presidente/Orientador)

Luciane Gobbi Tonet, Dra. (UFSM)
(Examinador/Efetivo)

Luis Sebastião Bemme Barbosa, Ms. (UNIFRA)
(Examinador/ Externo)

Santa Maria, RS
2016.

RESUMO

A UTILIZAÇÃO DO GEOPLANO NO ENSINO DE PROBABILIDADE GEOMÉTRICA: UMA POSSIBILIDADE PARA O ENSINO DA MATEMÁTICA NO ENSINO MÉDIO

AUTORA: Daniele Holzschuh de Oliveira
ORIENTADOR: Ricardo Fajardo
Dia 14 de maio de 2016, Universidade Federal de Santa Maria-UFSM

O presente trabalho consiste numa aula experimental de Ensino de Probabilidade no Ensino Médio, com ênfase no conceito de Probabilidade Geométrica, usando o geoplano. O objetivo deste trabalho é mostrar as diferentes abordagens do conceito de Probabilidade Geométrica, diferentemente do que mostra nos livros didáticos, tanto em termos de conteúdo quanto de aplicações e inter-relações com outras áreas da própria Matemática. Inicia-se com um pouco da teoria e definições da Probabilidade e Probabilidade Geométrica, juntamente com alguns exemplos e soluções.Após, foi feito um planejamento de como seria organizado a aula. Com isso, a aula inicia-se com a confecção do geoplano, logo após foi introduzido um pouco a história da Probabilidade e Probabilidade Geométrica, seguindo-se uma seção com teoria e prática através de resoluções de problemas envolvendo a Probabilidade no geoplano. Nesta seção, foram aplicados problemas envolvendo a Probabilidade e a Geometria utilizando o geoplano, suas respectivas soluções e análises das resoluções dos alunos nas atividades propostas. Após a aula, foi aplicadouma auto avaliação, com perguntas referentes à metodologia utilizada durante a aula. Seguem-se as considerações finais do autor e um apêndice do questionário de auto avaliação citada acima.

Palavras–chave: Teoria das Probabilidades. Probabilidade Geométrica. Resoluções de Problemas com uso de Geoplano.

ABSTRACT

THE GEOPLANO USING THE TEACHING OF PROBABILITY GEOMETRIC: A CHANCE FOR THE MATHEMATICS EDUCATION IN SECONDARY EDUCATION

AUTHOR: Daniele Holzschuh de Oliveira
ADVISOR: Ricardo Fajardo
May 14, 2016, Federal University of Santa Maria- UFSM

This work is an experimental class of Probability Teaching in secondary education, with emphasis on the concept of Geometric Probability using Geoplano. The objective of this work is to show the different approaches to the concept of Geometric Probability , unlike that shown in textbooks , both in terms of content and applications and interrelations with other areas of mathematics itself .It starts with a bit of theory and definitions of probability and Geometric Probability, along with some examples and solutions. After a planning how the class was organized it was done.The class begins with the making of Geoplano , shortly after it was introduced a little history of probability and Geometric Probability , followed by a section with theory and practice through problem solving involving the probabilities of Geoplano .In this section, we were applied problems involving probability and geometry using Geoplano, their solutions and analysis of the resolutions of the students in the proposed activities . After class , a self evaluation was applied with questions concerning the methodology used during class.Here are the final considerations of the author and a self questionnaire Appendix evaluation cited above.

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO

Atualmente a matemática ainda é vista como uma ciência descontextualizada, inflexível, e sem mudanças, o qual vivenciei durante as atividades ministradas pelo PIBID (Programa Institucional de Bolsas de Iniciação a Docência) e na minha própria docência,além de muitos alunos a considerarem uma disciplina de difícil compreensão. Nosso modelo educacional ainda se encontra preso aos modelos pedagógicos convencionais,como o ensino desconexo com a realidade do aluno, onde o aluno é umagente passivador da aprendizagem. Esse ensino não condiz com a nossa atual realidade cada vez mais inovadora.Essa descontextualização é citada por Oliveira (2007), onde oensino da Matemáticamuitas vezes é ministrado obrigando o aluno a estudar e resolver problemas fora de sua realidade e, atémesmosem aplicação no seu cotidiano.

Conforme Silva:

> Nos dias de hoje, muitos alunos não desenvolvem o gosto pela matemática, pois, são muitas vezes, obrigados a realizar exercícios que não são compatíveis com seus níveis de conhecimento e desenvolvimento. O aluno não compreende o que está fazendo ou por que terá que fazê-lo, e se preocupa demais em adivinhar as respostas, sem preocupar-se em pensar. (SILVA, 2004, p.14).

Devido a essa problemática e para viabilizar uma contribuição efetiva na tentativa de amenizar estes problemas, o educador deve propor, uma aula diferenciada, um espaço de aprendizagem dinâmico e inovador. Por esse motivo, a escolha do tema “Probabilidade Geométrica com o uso doGeoplano”, em prol de uma aula em que o aluno interaja com o conteúdo, utilizando desde a história da matemática até a confecção do material concreto, favorecendo a compreensão e aprendizagem deste, contribuindo para que as aulas se tornem mais interessante e entusiasmante.

A probabilidade aparece em nosso dia a dia de forma que nem percebemos, como por exemplo, na previsão do tempo, em jogos esportivos, num diagnóstico médico. Por isso, a aprendizagem da probabilidade é fundamental para a compreensão de fenômenos naturais e do cotidiano.

Os Parâmetros Curriculares Nacionais (BRASIL, 1997) sugerem que o desenvolvimento da temática Probabilidade seja abordado através de diferentes enfoques como atividades lúdicas envolvendo a tecnologia, a história da matemática e materiais concretos favorecendo ao aluno o uso do raciocínio lógico matemático, dando ênfase à reflexão e ao entendimento do conceito, o que, muitas vezes, contradiz com a realidade da educação.

Enquanto aluna da Educação Básica, presenciei que, o conceito da probabilidade é apresentado quase que exclusivamente, com resoluções deproblemas envolvendo o uso de baralho, moedas e dados, com a utilização de fórmulas, não permitindo a realização por parte dos alunosum estudo reflexivo o que favorece a construção/reconstrução do conceito de probabilidade.

Além disso, acredita-se que a opção pelo uso da geometria no ensino da probabilidade vai ao encontro dos objetivos dos Parâmetros Curriculares Nacionais,à medida que permite queo aluno vivencie algo real ao seu cotidiano, contribuindo assim na aprendizagem dos conceitos de geometria e probabilidade em si; desta forma permitindo uma interação ou relação concomitante entre os dois conteúdos, oferecendo ao estudante a oportunidade de rever alguns conceitos geométricos, que resgatem a construção do conhecimento matemático.

Desse modo, a probabilidade geométrica insere a introdução de uma nova proposta didático pedagógica para o ensino do conceito de probabilidade que dê maior ênfase e compreensão aos estudos de situações cotidianas.Com isso, o trabalho com a probabilidade geométrica, além de auxiliar diferentes abordagens no estudo da probabilidade, auxilia o aluno no estudo da geometria.

A aula experimental foi realizada no Colégio Estadual Monsenhor Peres situada na Rua Tupi, número 958 em Vista Alegre do Prata- RS.A instituição funciona em três turnos com turmas de 6º ao 9º ano do Ensino Fundamental e 1º ao 3º ano do Ensino Médio Politécnico, totalizando 17 docentes, 5 funcionárias e 118 alunos distribuídos em oito turmas.

Conforme o Projeto Político Pedagógico, a Escola tem como missão, proporcionar aos educandos condições que favoreçam a autoaprendizagem, o desenvolvimento intelectual, emocional, para que se tornem pessoas de iniciativa, responsabilidade, autodeterminação e discernimento, aplicando seus conhecimentos às novas situações e na resolução de problemas, transformando a sociedade na perspectiva de uma vida melhor.

A visão é ser uma Escola que desenvolva uma educação crítica, inclusiva, igualitária e justa, levando em conta o conhecimento já adquirido dos educandos, orientando-os para valores e princípios da justiça, da igualdade, da liberdade, da criatividade, da expressão, voltada para uma formação intelectual, emocional e social tendo em vista o pleno potencial dos educandos.

Já os valoresapreciados são a igualdade, valorização das contribuições individuais dos alunos e colaboradores, a ética, solidariedade e a criatividade.

Além disso, a Escola fundamenta sua metodologia na proposição de que êxito da ação pedagógica depende da interação entre educador e educando, buscando formar cidadãos de respeito, atuantes, críticos, conscientes, capazes de construir coletivamente, evoluir, participar e criar, onde a aprendizagem seja significativa, atual e contextualizada.

Para concretizar essas aspirações, a escola se propõe a realizar um trabalho mais dinâmico no fazer pedagógico, questionando, opinando e buscando respostas que possibilitem solucionar problemas ou, pelo menos, vislumbrá-los sob outro prisma.

Para isso, o fazer pedagógico deve tornar-se prazeroso utilizando-se de técnicas e recursos que facilitem à construção do conhecimento, visando alcançar os objetivos propostos, permitindo à reflexão, o diálogo, a cooperação dos elementos envolvidos no processo educativo.

Desse modo, a avaliação tem considerável importância na medida em que contribui para um aprofundamento dos aspectos mais relevantes e, especialmente, nas discussões dos resultados apresentados. A avaliação só tem sentido se for acompanhada por mudança de atitudes, das concepções já existentes.

O importante é ter vontade de mudar e usar os resultados para refletir sobre a prática. Portanto, a avaliação desta proposta será um meio para acompanhar, controlar e intervir no dia a dia pedagógico da escola, que tem como centro do processo o aluno, garantindo assim a continuidade e a qualidade da educação.

A avaliação deverá ser dinâmica, participativa, eficaz, dialógica, e democrática, dando ênfase aos aspectos qualitativos sem menosprezar os quantitativos e ocorrer sempre que houver necessidade.

Num processo de educação construtiva, a avaliação é um elemento indispensável, não somente ao ensino-aprendizagem, mas também, a tudo e todos que participam e concretizam o processo educativo.

O ambiente físico da escola dispõe de muitos materiais e equipamentos de qualidade e espaços (salas de aula com climatizadores, laboratório de ciências, sala de aula digital, biblioteca, refeitório, salas para setores e serviços administrativos e pedagógicos, etc.) e em ótimas condições de uso.

A turma escolhida para a aplicação da aula foi a do 2º ano, composta por seis alunos sendo dois meninos e quatro meninas. Mesmo sendo uma turmapequena, ela é uma turma muito agitada, porém prestativa e participativa, o que ajudou na execução das atividades propostas.

As atividades desenvolvidas no colégio ocorreram nos dias sete de outubro de 2015 e no dia quatorze de outubro de 2015, totalizando quatro períodos para a realização da aula inédita e dois planos de aula, um dando referência à construção do Geoplano e a outra na execução dos problemas referentes à probabilidade geométrica.

2. ATEORIA DA PROBABILIDADE

Em nosso dia a dia, é comum tentarmos adivinhar qual a melhor alternativa diante de várias opções que temos à disposição. Em suas atividades, o homem precisa trabalhar com a incapacidade de determinar um resultado antes de realizar a ação que o efetivará.

A ideia de probabilidade está tão presente em nosso meio que podemos percebê-la, por exemplo, quando perguntarmos: “quais são as chances de meu time ser campeão?” ou “quais as possibilidades de alguém ganhar na Mega Sena?” ou “é provável que chova hoje?”. O ramo da Matemática que tenta responder a todas essas perguntas chama-se Teoria das Probabilidades.

Quando falamos em calcular a probabilidade de certo evento ocorrer pressupõe-se a existência de uma chance de que esse evento ocorra. Com isso, a teoria estuda modelos que descrevem fenômenos aleatórios (que ocorrem ao acaso) e serve para medir ou quantificara chance de ocorrência desses fenômenos. Mesmo que seja impossível a ocorrência do evento isto ainda pode ser quantificado por zero, o que nos permite dizer que a probabilidade de um evento impossível é nula.

A origem da Teoria das Probabilidades, ou simplesmente Probabilidade, está relacionada às tentativas de quantificar os riscos de seguros na sociedade antiga. Em particular os Fenícios a aplicavam a perda de carga de navio por naufrágio ou roubo. A prática de seguros teve sequência com os romanos e os gregos e chegou aos tempos modernos com os comerciantes marítimos italianos.

Além da quantificação de riscos de seguros, a Probabilidade está relacionada a resoluções de problemas envolvendo jogos de azar, afirma LIMA(2006). A palavra azar aqui tem origem árabe, que significa dado. O seu significado neste contexto está relacionado ao fato de que os jogos, em geral, não dependem exclusivamente de técnicas ou raciocínios corretos, mas também do acaso (aleatório).

Segundo GADELHA (2004), os jogos de azar acompanham a humanidade em praticamente toda sua história, sendo muitas vezes uma atividade de lazer, um esporte ou mesmo uma atividade lucrativa.O desenvolvimento das Teorias das Probabilidades no ensino da Matemática é atribuído a vários matemáticos. Os fundamentos desta teoria são lançados pelo matemático francês Blaise Pascal, em correspondência com seu compatriota Pierre Simon de Fermat, durante a versão de 1654, na tentativa de solucionar o que se conhece hoje por Problema dos Pontos.

2.1. Problema dos Pontos:

A primeira publicação veio em 1657, no livro *De Ratiociniis in Ludo Aleae*, do matemático holandês Christian Huygens, que não só tornou famoso como matemático comotambém representa um importante avanço nos métodos de Pascal e Fermat, afirma GADELHA (2004).

Outra contribuição veio da família dos Bernoulli, sendo o primeiro deles Jacob Bernoulli(1654-1705) em *ArsConjectandi*, uma espécie de reedição do livro de Huygens, onde prova, inclusive, a Lei os Grandes Números.

Atualmente, os estudos relacionados às Probabilidades são utilizados em diversas situações, pois possuem axiomas, teoremas e definições bem contundentes. Sua principal aplicação diz respeito ao estudo da equidade dos jogos e dos respectivos prêmios, sendo sua principal aplicação destinada à Estatística Indutiva, na acepção de amostras, extensão dos resultados à população e na previsão de acontecimentos futuros.

2.2. Conceitos e definições: um pouco da teoria

Trataremos nesta seção de definir alguns termos fundamentais essenciais ao contexto das probabilidades para que os possamos utilizar ao longo do texto sem a necessidade de recorrentemente defini-lo.

À medida que conceitos e definições são apresentados também faremos algumas aplicações, dando ao texto maior significado. Com isso, sempre que possíveis exemplos serãoapresentados com o objetivo de esclarecer e fixar o conceito.O conteúdo que segue foi extraído das seguintes fontes: LIMA (2006, p.121), LIMA (2013, p.154), MORAIS FILHO (2016,p. 122), PANADÉS RUBIÓ (2015, p. 126), SMOLE (2010, p. 161).

2.2.1. Definição 1: Experimento aleatório é todo aquele cuja realização, ainda que em condições iguais ou semelhantes, pode apresentar resultados distintos.

Podemos citar como exemplo: sortear um cupom com o nome de uma pessoa em uma urna onde há vários cupons com outros nomes, todos diferentes entre si. Se repetido o experimento, poderá apresentar vários nomes diferentes. Ainda que um determinado nome possa ser sorteado novamente não podemos garantir que isto ocorrerá em seguida.

A aleatoriedade, no contexto de probabilidade, está intimamente ligada com o que se chama de acaso. No exemplo acima, se ninguém ou nada interferir para promover alguns dos resultados possíveis, dizemos que o cartão sorteado se deu por força do acaso.

Ao realizarmos um experimento aleatório, embora não possamos garantir qual resultado ocorrerá antes de realizá-lo, podemos, em muitos casos, determinar o conjunto de todos os resultados possíveis. Esta é a essência da próxima definição.

2.2.2. Definição 2: Dado um experimento aleatório qualquer, chama-se *espaço amostral,* que representaremos por Ω, ao conjunto formado por todos os resultados possíveis de ocorrer.

Vejamos a seguinte situação: Se resolvermos anotar o número que consta da face voltada para cima no experimento aleatório de lançar um dado, os resultados possíveis são os números naturais de 1 a 6, ou seja, o espaço amostral é $\Omega =$ {1, 2, 3, 4, 5, 6}. Neste exemplo, tem um espaço amostral finito.

2.2.3. Definição3: Um *espaço amostral* finito ou infinito é considerado equiprovável quando cada um de seus resultados possui a mesma chance de ocorrência.

Os eventos equiprováveis são aqueles cuja chance de qualquer um deles ocorrer é a mesma. Por exemplo, a chance de sair cara ou coroa no lançamento de uma moeda é a mesma se a moeda for honesta; a chance de sair qualquer das faces de um dado honesto é a mesma; ou mesmo a chance de sortear qualquer número da Mega –Sena é igual para cada um.

2.2.4. Definição 4: Um *evento* de um espaço amostral Ω é um subconjunto de Ω. Frequentemente usamos a letra *E* para representar um evento.

Se considerarmos o experimento aleatório lançar um dado cúbico não viciado e tornar nota da face voltada para cima, cujo espaço amostral é $\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$, podemos citar os seguintes eventos:

E_1 = {2,3,5}, pode também ser representado como “*obter um número primo*” ; o E_2={2, 4, 6} pode ser como “*obter um número par*”; o E_3 ={1, 2, 3, 4, 5, 6} = Ωpode ser descrito como “*registrar na face superior de um dado um número menor que sete.”.*

2.2.5. Definição 5: Todo subconjunto unitário de S é denominado *evento simples* ou *elementar*. Chamamos de S de *evento certo* e ∅ de *evento impossível.*

Exemplo: No lançamento de um dado, observando o número da face superior, podemos descrever alguns eventos.

a) A: obtenção do número par → A ={2, 4, 6}
b) B: obtenção de número menor que 3→ B= {1, 2}
c) C: obtenção de número maior que 5→ C={6} (evento simples)
d) D: obtenção do número zero → D= ∅ (evento impossível)
e) E: obtenção de um número menor que 7→ E = {1, 2, 3, 4, 5, 6} (evento certo)

2.2.6. Definição 6: Seja um evento A de espaço amostral finito S (não vazio). A *probabilidade* de ocorrer o evento A é a razão entre o número de elementos de A e o número de elementos de S.

Indicado por:

- n(A) o número de elementos de A;
- n(S) o número de elementos de S e
- P(A) a probabilidade de ocorrer A,temos então P(A)= $\frac{\mathrm{n(A)}}{\mathrm{n(S)}}$.

Exemplo: Jogando um dado e observando a face de cima, temos S={1, 2, 3, 4, 5, 6}, n(S) =6 e a probabilidade dos seguintes eventos:

- A: obtenção da face de número par→ A={2, 4, 6}, n(A)= 3
  Logo, P(A) = $\frac{n(A)}{n(S)}$= $\frac{3}{6}$ ⇒ P(A) = $\frac{1}{2}$
- B: obtenção da face de número menor que 5⟶ B={1, 2, 3, 4} , n(B) = 4
  Logo, P(B) = $\frac{n(B)}{n(S)}$= $\frac{4}{6}$ ⇒P(B)= $\frac{2}{3}$

2.2.7. Definição7: Em um espaço amostral Ω, consideremos o conjunto P(Ω) das partes de Ω (seus elementos são os subconjuntos de Ω). Dizemos que uma função P definida de P(Ω) com valoresno conjunto dos números reais é um probabilidade se:

I. 0≤ $P(A) \leq 1$, para todo A∈ P(Ω)

II. P(Ω) $= 1$ e P(∅)=0.

III. Se A e B são eventos *mutuamentes excludentes,* isto é, eventos que não podem ocorrer simultaneamente ($A \cap B = \emptyset$) entãoP(A∪ $B) = P(A) + P(B)$.

2.2.8. Definição 8: Seja A um evento de espaço amostral S. O conjunto complementar de A em relação a S é o conjunto dos elementos de S que não pertencem a A. É indicado por C_S^A= S-A ou $\bar{A}$. Em outras palavras, $\bar{A}$ é o evento *"não ocorrer A".*

Como n(A) +n($\bar{A}$) = n(S), dividindo os dois membros por n(S), vem:

$\frac{n(A)+n(\bar{A})}{n(S)} = \frac{n(S)}{n(S)} \Rightarrow \frac{n(A)}{n(S)} + \frac{n(\bar{A})}{n(S)}$ =1⇒P(A) + P($\bar{A}$) =1 ⇒ P($\bar{A}$) = 1- P(A)

Exemplo: No lançamento simultâneo de dois dados, vamos calcular a probabilidade de obtermos soma diferente de 11. Sabemos que n(S) = 36.

Seja A o evento "*obtenção da soma 11"* ⇒A={ (5, 6) , (6,5)}, n(A)=2.

Logo, P(A) = $\frac{n(A)}{n(S)} = \frac{2}{36} = \frac{1}{18}$

O evento "*soma diferente de 11"* é $\bar{A}$; temos, então:

P($\bar{A}$)= 1- P(A) ⇒ P($\bar{A}$)= 1- $\frac{1}{18}$ ⇒ P($\bar{A}$)=$\frac{17}{18}$

Portanto, a probabilidade de obtermos soma diferente de 11 é $\frac{17}{18}$.

2.3. Calculando a Probabilidade da União de Eventos:

O problema a seguir será o nosso motivador a fim de podermos definir probabilidade de união de eventos quaisquer, bem como desenvolver uma forma de calculá-la.

Problema: Vamos retirar uma bola de uma urna que contém 20 bolas numeradas de 1 a 20 e considerar os eventos A "obtenção de divisor de 16" e B "obtenção de divisor de 18".

Temos, então:

- Espaço amostral: S={1,2,3,...,20};
- n(S) = 20;
- A={ 1,2,4,8,16}, n(A)=5;
- B={1,2,3,6,9,18}, n(B)=6.

Note que existem elementos que satisfazem:

- Apenas o evento A: 4,8,16;
- Apenas o evento B: 3,6,9,18;
- O evento A e o evento B: 1,2;
- O evento A ou o evento B: 4,8,16,3,6,9,18,1,2.

Sabemos que {1,2} = A∩ B e {4,8,16,3,6,9,18,1,2} = A∪ B. Podemos , então, dizer que a ocorrência do evento A **e** do evento B é dada por A∩ B. E a ocorrência do evento A **ou** do evento B é dada por A∪ B.

Vamos calcular P(A) , P(B),P(A∩B) e P(A∪ B):

$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} \Rightarrow P(A) = \frac{5}{20}$ $\qquad P(B) = \frac{n(B)}{n(S)} \Rightarrow P(B) = \frac{6}{20}$

$P(A \cap B) = \frac{n(A \cap B)}{n(S)} \Rightarrow P(A \cap B) = \frac{2}{20}$

$P(A \cup B) = \frac{n(A \cup B)}{n(S)} \Rightarrow P(A \cup B) = \frac{9}{20}$

Esses resultados mostram queP(A∪ B)= P(A) + P(B) – P(A∩ B).

Proposição: Sejam evento A e evento B, eventos de um mesmo espaço amostral finito, então:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

2.3.1 Definição 1: Sejam $A \neq \emptyset$ e $B \neq \emptyset$ eventos de mesmo espaço amostral S. A probabilidade de ocorrência de A condicionada a B (notação P(A|B)) é chamado de *probabilidade condicional.* O número é dado por:

$$P(A|B) = \frac{n\ (A \cap B)}{n(B)}$$

Exemplo:Em uma turma de 2º ano do Ensino Médio, sabe-se que 40 alunos leem o jornal X, 46 o jornal Y, 16 são leitores de ambos e 20 não leem nenhum dos dois. Vamos calcular a probabilidade de:

a) Um aluno dessa turma ler X e Y

b) Um aluno, que lê X, se leitor de Y

c) Um aluno, que lê Y, se leitor de X

Notemos, inicialmente, que 24 leem apenas X e 30 leem apenas Y. No caso **a,** o espaço amostral S é formado por todos os alunos dessa turma de 2º ano; logo, n(S) = 90 e:

$$P(X \cap Y) = \frac{n(X \cap Y)}{n(S)} = \frac{16}{90}$$

No caso **b**, dentre os alunos que leem X, devemos destacar os que leem o Y; logo, o espaço amostral desse evento é X e a probabilidade citada é dada por:

$$\frac{n(X \cap Y)}{n(X)} = \frac{16}{40}$$

Neste caso, a razão $\frac{n(X\cap Y)}{n(X)}$ é chamada de probabilidade de Y condicionada ao evento X e é indicada por P(Y|X).

No caso **c**, dentre os alunos leitores de Y, devemos analisar os que leem X; logo, o espaço amostral desse evento é Y e a probabilidade citada é dada por:

$$\frac{n(X\cap Y)}{n(Y)} = \frac{16}{46}$$

Neste caso, a razão $\frac{n(X\cap Y)}{n(Y)}$ é chamada de probabilidade de X condicionada ao evento Y e é indicada por P(X|Y).

2.3.2. Definição 2: Se dois eventos A e B, que ocorrem em um mesmo espaço amostral, são independentes entre si(a ocorrência de um não influi na ocorrência do outro), a probabilidade de ocorrência de A e B é igual ao produto das probabilidades de cada um desses eventos. Ou seja, $P(A\cap B) = P(A).P(B)$.

Exemplo: Jogando-se um dado e uma moeda, vamos calcular a probabilidade de sair face de número menor que 3 no dado e face cara na moeda.

Sejam os eventos:

A: obter face com número menor do que 3;

B: obter face cara.

A e B são independentes um do outro.

$P(A)= \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$ $\quad\quad$ $P(B) = \frac{1}{2}$

Portanto, $P(A\cap B) = P(A).P(B) = \frac{1}{3} . \frac{1}{2} = \frac{1}{6}$

Se dois eventos A e B não são independentes, a probabilidade da intersecção deve ser calculada diretamente. Nesse caso, a fórmula acima não é válida. Isso pode ser observado na situação a seguir.

Em um grupo de 100 pessoas, 40 delas são loiras, 30 usam óculos e 20 são loiras e usam óculos.

No espaço amostral dessas 100 pessoas, os eventos A “pessoa loira” e B “pessoa que usa óculos” não são independentes. Assim, temos:

$P(A\cap B) = \frac{20}{100}$ $\quad$ $P(A) = \frac{40}{100}$$P(B) = \frac{30}{100}$, com $P(A\cap B)\neq P(A).P(B)$

3. APROBABILIDADE GEOMÉTRICA

O trabalho com a Probabilidade Geométrica tem como linha de raciocínio as resoluções de problemas onde poderá contribuir, de forma significativa, no fortalecimento da aprendizagem da Teoria das Probabilidades, dando mais significado, fundamento e relevância, além de complementar o estudo da geometria do educando.

Quando falamos em Probabilidade Geométrica nos referimos a calcular probabilidade, tratando de experimentos aleatórios onde o espaço amostral é um conjunto de pontos do plano (figuras planas ou retas) e os eventos são subconjuntos destes objetos geométricos, isto é, trata-se do estudo das probabilidades, através de resoluções de problemas, utilizando os conceitos geométricos como área, volume e comprimentos.

Segundo GADELHA (2004), a noção de Probabilidade Geométrica foi introduzida pelo matemático e naturalista francês Georges Louis Leclerc, o conde de Buffon. Em 1777, Buffon apresenta em seu livro o seguinte problema que ficou conhecido como o Problema da Agulha de Buffon: “Considere uma família de retas paralelas em $\mathbb{R}^2$, onde duas paralelas adjacentes arbitrárias distam de a. Tendo-se lançado, ao acaso, sobre o plano, uma agulha de comprimento l (l$\leq a$), determinar a probabilidade de que a agulha intercepte uma das retas”.

No mesmo livro, Buffon discute o Jogo dos Discos que consiste em: “Em um plano pavimentado com quadrados de lado l, é lançado aleatoriamente um disco de diâmetro d. Qual a probabilidade de o disco, depois de pousar no plano, não interceptar e nem tangenciar os lados de quadrado algum?”. Esse jogo era bastante jogado pelas crianças francesas do século XVIII.

Os problemas de Buffon são interessantes de serem estudados, pois podem enriquecer a compreensão do conceito do conceito de Probabilidade, bem como podem torná-lo atraente e desafiador tanto para os alunos quanto para os professores da Educação Básica.

Alguns problemas de Probabilidade são equivalentes à seleção aleatória de pontos em espaços amostrais representados por figuras geométricas, por exemplo. Conforme TUNALA(2004), a probabilidade de um determinado evento se reduz à relação- ou ao seu limite, caso exista- entre medidas geométricas, tais como:

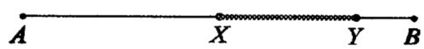
comprimento, área ou volume. Assim, a Probabilidade Geométrica pode ser definida como o ramo da Probabilidade que usa elementos de geometria em seus cálculos.

Algumas situações podem ser usadas para caracterizar a Probabilidade Geométrica, vejamos:

- Sejam X e Y pontos de uma determinada linha de extremos A e B(figura 1). Admite-se que a probabilidade de que um ponto da linha AB pertença à linha XY(contida em AB) é proporcional ao comprimento de XY e não depende da posição dos pontos X e Y sobre AB. Portanto, selecionando um ponto qualquer de AB, a probabilidade de que ele pertença a XY será

$$p = \frac{comprimento\ de\ XY}{comprimento\ de\ AB}$$

Figura1: Reta AB

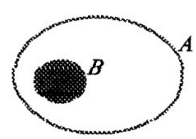


Fonte: autor.

- Analogamente, supondo que a figura plana B(figura2) seja parte de outra figura plana A e que se tenha escolhido ao acaso um ponto de A. Se admite que a probabilidade de que esse ponto pertença a B é proporcional à área de B e não depende do lugar que B ocupa em A, ou seja, a probabilidade de que o ponto selecionado esteja em B será

$$p = \frac{área\ de\ B}{área\ de\ A}$$

Figura 2: Figura plana B



Fonte: autor.

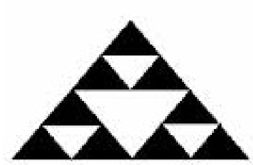
Através dos exemplos acima citados, mostra a importância da Probabilidade Geométrica para resolver certos tipos de problemas.

Trataremos agora de uma aplicação de Probabilidade Geométrica à Geometria Fractal através do Triângulo de Sierpinski. O nome é homenagem ao matemático polonês WaclawSierpinski(1882-1969) e trata-se de um fractal de aspecto triangular, preferencialmente construído a partir do triângulo equilátero, com lado de medida fixada. O referido triângulo é resultado de um processo iterativo que a cada etapa faz “furos” no interior da região triangular, formando novos triângulos com vértices nos pontos médios de triângulos obtidos em etapas anteriores.

Vejamos um exemplo: Escolhe-se ao acaso um ponto de S_0 calcular a probabilidade de esse ponto pertencer a S_2?

Solução:A construção geométrica ainda é simples e pode auxiliar na solução do problema. A Figura 3 representa o segundo passo da construção do Triângulo de Sierpinski.

Figura 3: Segundo passo doTriângulo de Sierpinski



Fonte: Lopes, José Marcos. O Conceito de Probabilidade Geométrica por meio do uso de Fractais. Disponível em:<http://www.sbmac.org.br/eventos/cnmac/xxxiv_cnmac/pdf/41.pdf.>Acesso em: 16fev.2016

No início do segundo passo, cada um dos 3 triângulos equiláteros restantes será dividido em 4 novos triângulos equiláteros menores de mesma área; temos assim, 12 novos triângulos com medida de lado igual a $\frac{1}{4}= 2^{-2}$. Como os triângulos interiores são removidos, restaram 9 = 3^2 triângulos menores. Portanto, a probabilidade de escolhermos um ponto ao acaso e ele cair no triângulo de Sierpinskié

$$p = \frac{\acute{a}rea\ do\ Tri\hat{a}ngulo\ de\ Sierpinski}{\acute{a}rea\ do\ S_0} = \frac{3^2.(2^{-2})^2.\sqrt{\frac{3}{4}}}{\sqrt{\frac{3}{4}}} = \frac{9}{16}$$

Com esses exemplos acima, podemos perceber que o ensino da Probabilidade não deve ser concentrado em apenas uma de suas concepções e sim apresentar novas alternativas, no Ensino Médio, como a Probabilidade Geométrica pode colaborar com apreensão desse conceito pelos alunos.

4. O PLANO DE AULA- ANÁLISE A PRIORI

Neste capítulo apresentaremos os planos de aula proposto por mim, educador, os quais abordam o assunto “A utilização do geoplano no ensino de probabilidade geométrica: uma possibilidade para o ensino da matemática no ensino médio”, assim como a análise a priori das aulas.

Na estruturação das aulas foi levada em conta o PPP (Projeto Político Pedagógico) da escola e as necessidades dos seus estudantes analisadas através do perfil da turma escolhida.

Com isso, o tema foi escolhido pelo fato de que as aulas envolvendo o ensino da probabilidade na Educação Básica é muito vago, ou seja, utilizam-se fórmulas e exemplos repetitivos, dificultando a compreensão dos conceitos, o raciocínio, a aprendizagem e a obtenção do conhecimento do aluno. Além disso, foi uma escolha desafiadora para mim, professor, pois não tinha muito conhecimento no assunto a ser abordado, nem menos tinha experiência em utilizar ferramentas como o Geoplano.

No que tange a Matemática, os Parâmetros Curriculares Nacionais (BRASIL, 1998), apontam que sua aprendizagem deve estar ligada à compreensão, isto é, à apreensão do significado. Essa compreensão, posta pelo parâmetro, pontua como a principal função da Escola. E hoje, infelizmente, o ensino tem encarado o pensar criticamente como algo desatrelado de sua função, gerando alunos passivos e sem mínimo de criticidade.

Segundo Aranão(2011):

> Um dos maiores problemas da educação brasileira, atualmente, é o modelo de aquisição do conhecimento ou de aprendizagem e ensino. O conhecimento é tratado como um conteúdo a ser transmitido pelo professor e assimilado de forma passiva pelo educando. É caracterizado pela transmissão de informações como verdades inquestionáveis e acabadas em si. A aprendizagem consiste no processo de recepção dessas informações, armazenamento na memória e devolução destas, por meio de respostas memorizadas, quando solicitadas. O professor, neste processo, é um mero veículo para a aprendizagem do aluno, que deve cumprir seu papel de acumular fatos e informações estanques, muitas vezes não relacionadas à suas aspirações e a seu universo particular. Para isso são criados livros didáticos, cheios de informações a serem transmitidas, mas vazios de oportunidades de raciocínio (ARANÃO, 2011, p.7).

Nesse universo didático encontramos o ensino da matemática, em que os alunos são obrigados a realizar exercícios de forma mecanizada, com base em modelo apresentado. O aluno, por sua vez, não compreende o que está fazendo ou por que deve fazê-lo tendo como consequência a falta de interesse por parte do mesmo na disciplina da Matemática.

Com isso, este trabalho (aula experimental) teve como propósito resoluções de problemas envolvendo o uso de figuras no geoplano com o objetivo de levar o aluno a construir ou reconstruir o conceito de probabilidade com o uso da geometria, utilizando vários métodos, envolvendo o raciocínio, a criatividade e a investigação.

Segundo Vila e Callejo (2006):

> O termo problema serve para designar uma situação, proposta com finalidade educativa, que propõe uma questão matemática cujo método de solução não é imediatamente acessível ao aluno/solucionador ou grupo de alunos que tenta resolvê-la, porque não dispõe de um algoritmo que relaciona os dados e a incógnita ou de um processo que identifique automaticamente os dados com a conclusão e, portanto, deverá buscar, investigar, estabelecer relações e envolver suas emoções para enfrentar uma situação nova (VILA ; CALLEJO, 2006, p.29).

Nesse sentido, o ensino e aprendizagem por meio de resoluções de problemas é uma tentativa de modificar o desenvolvimento habitual das aulas de matemática. Os problemas são um meio para pôr o foco nos alunos, em seus processos de pensamento e nos métodos inquisitivos; uma ferramenta para formar sujeitos com capacidade autônoma de resolver problemas, críticos e reflexivos, capazes de se perguntar pelos fatos, suas interpretações e explicações, de ter seus próprios critérios, modificando-os, se for necessário, e de propor soluções.

Para alcançar esse objetivo recorremos a D'Ambrósio (1996) que enfatiza que no ensino da Matemática devem-se destacar aspectos básicos como, por exemplo, relacionar observações do mundo real com representações (esquemas, tabelas e figuras). Promover uma aprendizagem em Matemática relacionando os conteúdos trabalhados nessa disciplina com o cotidiano do aluno, tendo como objetivo promover sua formação para que possa intervir no mundo enquanto sujeito crítico, ativo, participativo e autônomo na sociedade onde está inserido.

A seguir, será relatado a experiência que obtive com estudantes do 2º ano do Ensino Médio do Colégio Estadual Monsenhor Peres da cidade de Vista Alegre do Prata, RS, conjuntamente com o planejamento e os planos de aula.

Planejamento

No momento em que foi abonada a ideia de fazer uma abordagem para o ensino de probabilidade, floresceram várias indagações sobre a Matemática, seu ensino e aprendizagem, os fracassos e as vitórias dos alunos na disciplina, e em meio a elas destacavam-se: o que conduz os alunos brasileiros ao fracasso em Matemática? Como se ensina Matemática no Ensino Médio? Quais os procedimentos utilizados pelo professor para ensinar a Probabilidade para que haja compreensão pelos alunos? Quem são os estudantes? O que eles conhecem sobre a probabilidade? Que tipo de atividades se adequa aos alunos? Quais os materiais a serem utilizados?

Enfim, foram muitas dúvidas e reflexões sobre o assunto Matemática, o ensino e aprendizagem deste, para chegar a um pensamento concreto das atividades que serão executadas com os alunos. Com isso, decidiu-se que com relação:

- **Ao estudante:** foi conversado informalmente com os alunos a respeito do conteúdo a ser abordado e se eles tinham algum conhecimento prévio do mesmo; procurou-se saber, também, se este conteúdo foi estudado em sala de aula e se os estudantes seriam capazes de apresentar uma definição, assim como exemplos de seu contexto sociocultural.
- **As atividades:** foi proposta a fabricação do geoplano e após foi contado a história da probabilidade bem como a probabilidade geométrica. Além disso, foram proposta três problemas envolvendo fractais no geoplano para serem resolvidas em duplas.
- **Ao tempo e espaço físico:**para o desenvolvimento da aula fabricação do geoplano foram necessárias duas horas aulas e foi produzido no pátio da escola e, paraa história da matemática e resoluções de problemas, foram utilizadas duas horas aulas sendo realizado na sala de aula.
- **A avaliação:** fazer uma auto avaliação com base no questionário apresentado aos estudantes. (APÊNDICE 01).

A seguir será feita a descrição dos planos de aula que foram propostos para a aula experimental.

Plano de aula:

Com o intuito de haver maior compreensão dos alunos com relação ao conteúdo proposto, foi pensado em dividir as aulas em dois momentos. O primeiro foi a fabricação do geoplano e o segundo momento, um pouco da história da probabilidade, probabilidade geométrica e as resoluções de problemas com uso de figuras no geoplano.

Para a realização do primeiro plano de aula, foi feito um estudo prévio sobre quais objetivos que queria alcançar com a fabricação do geoplano.Um dosobjetivos é a dinamização das aulas de matemática de modo que os alunos participem ativamente construindo seus conhecimentos de forma lúdica e prazerosa.

Além disso, foram feitos pesquisas a respeito da história do geoplano, dos benefícios que a utilização deste traria aos alunos no ensino em sala de aula.

De acordo com Machado (1993):

> O Geoplano é um recurso didático-pedagógico, dinâmico e manipulativo (construir, movimentar e desfazer). Contribui para explorar problemas geométricos e algébricos, possibilitando a aferição de conjecturas e podendo-se registrar o trabalho em papel quadriculado. Além disso, o geoplano facilita o desenvolvimento das habilidades de exploração plana, comparação, relação, discriminação, sequência, envolvendo conceitos de frações e suas operações[...]. O geoplano é um meio, uma ajuda didática, que oferece apoio à representação mental e uma etapa para o caminho da abstração, proporcionando uma experiência geométrica aos participantes. (MACHADO, 1993,p,1).

O Geoplano, diante do exposto, é um recurso a mais para auxiliar os alunos no ensino da Probabilidade Geométrica. Ele pode ser encontrado em diversos modelos, mas para as atividades propostas neste trabalho, foi adotado o modelo quadriculado por considerar mais adequado para o ensino da probabilidade geométrica com uso de fractais. Assim, foiconfeccionados pelos alunos sete tabuleiros de madeira de dimensões 20cm por 20cm. O Geoplano pode apresentar apenas os pontos na malha (formados pelos pregos) ou também ser quadriculados. No caso específico, o tabuleiro foi riscado com uma régua numa folha de papel de 18cm de lado, com quadrinhos de 2 em 2 cm e com uma margem de 1cm em cada lado. Em cada intersecção do quadrinho foi colocado um prego, totalizando 81 pregos.

Para os alunos, esta experiência de confeccionar o geoplano foi incrível, pois além de descobrir uma ferramenta nova para o ensino da Matemática, eles puderam participar da fabricação do seu próprio material de ensino. No entanto, foi percebido que durante a confecção os alunos obtiveram um pouco de dificuldade nas medições da malha quadriculada, mais por insegurança de errar do que por não saber utilizar a régua para medição. Mas esse desafio foi superado com sucesso, pois disse a eles que o erro faz parte da aprendizagem e ajuda-os a memorizar o que é certo.

Além disso, alguns alunos não conseguiram esperar os colegas terminarem de pregar na madeira, pois algunstinham se esquecido de trazer o martelo para fabricar o geoplano. A falta de material provocou demora na confecção e falta de paciência entre os colegas.

Com relação a segunda parte do plano de aula, foi feito uma pesquisa bibliográfica com relação a história da probabilidade e probabilidade geométrica, pois a História da Matemática pode oferecer uma importante contribuição ao processo de ensino e aprendizagem.

Além disso, a História da Matemática ajuda a explicar a origem de axiomas, teorias, conceitos, fórmulas e postulados, enfim, situando o aluno no tempo e no espaço e contextualizandohistoricamenteo assunto estudado, assim, ampliando as concepções sobre os conhecimentos da matemática.

Conforme os Parâmetros Curriculares Nacionais (BRASIL, 1998), o recurso à História da Matemática pode esclarecer ideias matemáticas que estão sendo construídas pelo aluno, especialmente para dar respostas a alguns “porquês” e, desse modo, contribuir para a constituição de um olhar mais crítico sobre os objetos de conhecimento.

Depois de concluir esta pesquisa, verificou-se que a resolução de problemas seria uma ferramenta de muita importância para a prática do conceito estudado a fim de incentivar os alunos à investigação, o raciocínio e a habilidade de crítica. Como é afirmado nos Parâmetros Curriculares Nacionais (1998):

> A resolução de problemas, na perspectiva indicada pelos educadores matemáticos, possibilita aos alunos mobilizar conhecimentos e desenvolver a capacidade de gerenciar as informações que estão ao seu alcance. Assim, os alunos terão oportunidade de ampliar a visão que têm dos problemas, da Matemática, do mundo em geral e desenvolver sua autoconfiança. (BRASIL, 1998, p. 40).

Com as pesquisas e concepções já concretizadas, foi feito a escolha de três problemas onde foi retirado de Lopes(2012,p.53). Todos os problemas envolvendo fractais e geoplano para a resolução de conceitos de probabilidade. A saber:

Problema 1: Desenhe no geoplano, utilizando atilho, um triângulo equilátero. Determine sua área. Logo após, determine os pontos médios a cada um de seus lados. Construa um novo triângulo. Esse novo triângulo, interno ao triângulo original, é chamado de buraco. Escolhendo-se ao acaso um ponto no triângulo equilátero original qual a chance desse ponto “cair” no buraco?

A escolha deste problema teve como objetivo revisar o conceito de triângulo equilátero, área da figura, o ponto médio de cada lado do triângulo. Após isso, incluir o conceito de probabilidade, o que significa as palavras acaso, aleatório no estudo da probabilidade. E por fim, definir o que é probabilidade.

Problema 2: Considere um quadrado. Divida cada lado desse quadrado em três segmentos congruentes, de forma que o quadrado inicial se divida em 9 quadrados menores. Chamamos de buraco o quadrado interno central. Escolhendo-se ao acaso um ponto no quadrado inicial qual a chance desse ponto “cair” no buraco?

O segundo problema trabalha-se com os conceitos da figura plana “quadrado”, consequentemente com a área e segmentos congruentes, para o fim trabalhar com a probabilidade.

Problema 3: Construa no geoplano dois polígonosdesconexos, ou seja, separados. Em seguida, desenhe na malha pontilhada. Chame a primeira região de A e a segunda de B. Agora considere um paraquedista descendo de uma forma aleatória em um campo como representado no geoplano e tente responder as seguintes questões:

a) Qual a probabilidade do paraquedista pousar nas regiões A e B?
b) É possível representar a sua resposta simbolicamente? Como?

No terceiro problema será trabalhado o conceito de polígonos convexo e descovexo. Além disso, será trabalhada a definição de disjuntos e eventos mutuamentes excludentes.

Desse modo, a aula foi um experimento que une a probabilidade com a geometria, envolvendo a História da Matemática, o lúdico e a resolução de problemas. É consensual a ideia de que não existe um caminho que possa ser identificado como único e melhor para o ensino de qualquer disciplina, em particular, a Matemática. No entanto, conhecer diversas possibilidades de trabalho em sala de aula é fundamental para o professor construir sua prática, inovando-a, para com isso, modificar os paradigmas envolvendo o ensino e aprendizagem da disciplina.

A seguir, os referidos planos das aulas transcritas acima.

PLANO DE AULA 1: FABRICAÇÃO DO GEOPLANO

Data: 07/10/2015

Professora titular: Juliana Sperling

Tema: Ensino da Probabilidade Geométrica com uso de Geoplano

Subtemas: Fabricação do geoplano

Horas/aula: 2 h/a

Objetivo geral:

- Introduzir as denominações intuitivas de ponto, reta e plano;
- Conceitos e características de figuras planas.

Objetivos específicos:

- Estimular a participação ativa do aluno e o pensamento independente, a criatividade e a capacidade de resolver problemas;
- Incentivar o trabalho coletivo, o respeito ao próximo e as regras;
- Desenvolver as habilidades de criar estratégias;
- Compreender o conceito de ponto, reta e plano;
- Revisar os conceitos de unidades de medidas.

Recursos didáticos: Quadro branco, canetão, régua, lápis, tesoura, folha A4, um martelo, pregos e atilhos.

Desenvolvimento da aula:

MATERIAIS:

- Um pedaço de madeira(quadrado) de 20cm de lado
- Régua, lápis e tesoura;
- Uma quadrado de folha A4 de 18cm de lado
- Um martelo e 81 pregos
- Atilhos

PASSO A PASSO:

- Com a folha de papel, vamos dividi-lo para que torne uma folha quadriculada de 9 pregos por 9 pregos;
- Primeiro, marcamos a distância de 1cm da borda da folha, e em seguida vai marcando o papel de 2 em 2 cm.
- Faça o mesmo procedimento nos quatros lados da folha;
- No final da marcação devemos ter nove pontos em cada lado da folha;
- Traçar as retas nos pontos
- Repita o mesmo procedimento para todos os lados
- Fixar os pregos nas intersecções dessas retas.

PLANO DE AULA 2: HISTÓRIA DA PROBABILIDADE E PROBABILIDADE GEOMÉTRICA E RESOLUÇÕES DE PROBLEMA

Data: 14/10/2015

Professora titular: Juliana Sperling

Tema : Ensino da Probabilidade Geométrica com uso de Geoplano

Subtemas: história da probabilidade e probabilidade geométrica e resoluções de problemas

Horas/aula: 2 h/a

Objetivo geral:

- Introduzir a história da matemática;
- Conceitos de probabilidade através da prática.

Objetivos específicos:

- Estimular a participação ativa do aluno e o pensamento independente, a criatividade e a capacidade de resolver problemas;
- Incentivar o trabalho coletivo, o respeito ao próximo e as regras;
- Desenvolver as habilidades de criar estratégias;
- Compreender o conceito de área de figuras planas e probabilidade;

Recursos didáticos: Quadro branco, canetão, geoplano, atilhos, papel, lápis.

Desenvolvimento da aula:

PROBABILIDADE

É natural perguntarmos como: Quais as chances de meu time ser campeão? Quais as possibilidades de alguém ganhar no próximo sorteio da Mega Sena? E meu candidato, quais as chances de ele ser eleito na próxima eleição?

A parte da Matemática que tenta responder a todas essas perguntas chama-se Teoria das Probabilidades. Essa teoria estuda modelos que descrevem fenômenos aleatórios(que ocorrem ao acaso) e serve para medir a chance de ocorrência desses fenômenos.

A origem da Teoria das Probabilidades é relativamente recente e esteve ligada, desde o início, aos jogos de azar. Por isso, os primeiros estudos probabilísticos descreviam situações em que os eventos eram igualmente prováveis(equiprováveis), ou seja, a chance de qualquer um deles ocorrer seria a mesma. Podemos, entretanto, generalizar a definição de probabilidade de modo a incluir também situações em que os eventos não são equiprováveis.

PROBABILIDADE GEOMÉTRICA:

A noção de Probabilidade Geométrica foi introduzida pelo matemático e naturalista francês Georges Louis Leclerc, o conde de Buffon. Em 1777, Buffon apresenta em seu livro o seguinte problema que ficou conhecido como o Problema da Agulha de Buffon:"Considere uma família de retas paralelas em $\mathbb{R}^2$, onde duas paralelas adjacentes arbitrárias distam de a. Tendo-se lançado, ao acaso, sobre o plano, uma agulha de comprimento l ($l \leq a$), determinar a probabilidade de que a agulha intercepte uma das retas."

No mesmo livro, Buffon discute o Jogo dos Discos que consiste de: "Em um plano pavimentado com quadrados de lado l, é lançado aleatoriamente um disco de diâmetro d. Qual a probabilidade de o disco, depois de pousar no plano, não interceptar e nem tangenciar os lados de quadrado algum?". Esse jogo era bastante jogado pelas crianças francesas do século XVIII.

PROBLEMAS ENVOLVENDO PROBABILIDADE GEOMÉTRICA

Problema 1: Desenhe no geoplano, utilizando atilho, um triângulo equilátero. Determine sua área. Logo após, determine os pontos médios a cada um de seus lados. Construa um novo triângulo. Esse novo triângulo, interno ao triângulo original, é chamado de buraco. Escolhendo-se ao acaso um ponto no triângulo equilátero original qual a chance desse ponto “cair” no buraco?

Problema 2: Considere um quadrado. Divida cada lado desse quadrado em três segmentos congruentes, de forma que o quadrado inicial se divida em nove quadrados menores. Chamamos de buraco o quadrado interno central. Escolhendo-se ao acaso um ponto no quadrado inicial qual a chance desse ponto “cair” no buraco?

Problema 3: Construa nogeoplano dois polígonos desconexos, ou seja, separados. Em seguida, desenhe na malha pontilhada. Chame a primeira região de A e a segunda de B. Agora considere um paraquedista descendo de uma forma aleatória em um campo como representado no geoplano e tente responder as seguintes questões:

a) Qual a probabilidade do paraquedista pousar nas regiões A e B?
b) É possível representar a sua resposta simbolicamente? Como?

5. ANÁLISE POSTERIORI

Começarei este capítulo citando o que D' Ambrósio afirma em seu livro:

> Vejo a Educação como uma estratégia de estímulo ao desenvolvimento individual e coletivo gerada pelos grupos culturais, com a finalidade de se manterem como tais, respeitando suas raízes culturais, e de avançarem na satisfação de necessidades de sobrevivência e de transcendência. Consequentemente, matemática e educação são estratégias contextualizadas e totalmente interdependentes. (D'AMBRÓSIO, 2012, p.8)

Essa é a essência deste trabalho, uma nova postura na educação, uma inovação de um ensino em prol da busca do conhecimento e compreensão do aluno através do pensar criticamente e resolver problemas, sem que ele modifique sua essência, sua cultura e sim que busque novos pensamentos a respeito da disciplina da Matemática.

Nesse sentido, buscamos com estas aulas, envolver os alunos na aprendizagem e, consequentemente, na sua estruturação de compreensão de mundo.

A seguir serão relatadas as atividades feitas com os alunos e após, as análises posteriores dos mesmos.

No primeiro dia de aula, estava receosa com relação à aula e como seria a relação professor-aluno durante a execução das atividades. Esse receio veio pelo fato dos alunos serem alvos de críticas dos professores, por serem alunos sem limites, agitados e com comportamentos infantis.

Ao iniciar a atividade, tive a impressão positiva de como seria o resultado das aulas, pois os alunos estavam muito interessados em participar das atividades.

No primeiro momento, foi perguntado aoaluno o que seria geoplano e qual finalidade desta ferramenta no ensino da matemática.

As respostas foram as mesmas: "O que é Geoplano? Para que serve professora?", então, ao distribuir as folhas da atividade, eu ia explicando para os alunos o que significava o geoplano, o que esse instrumento acrescentaria nas aulas de Matemática e na compreensão do conteúdo. Mas para que as aulas fossem diferentes e prazerosas, utilizei o ponto forte desses alunos que é a energia incessante para o meu benefício. Os alunos iriam produzir seu próprio material de trabalho, ou seja, iriam confeccionar umgeoplano.

Foi muito interessante, pois durante a confecção do geoplano, nós conversávamos sobre o quadrado, suas características, enfim, fazíamos revisões de geometria.

Imagem 01: Construção do Geoplano

Fonte: Autoria própria

Neste dia foi extraordinário observar a concentração dos alunos durante as atividades. Fizeram com muita dedicação e eficiência as atividades sugeridas.

Além disso, pude analisar como o trabalho em equipe foi importante na execução da confecção do geoplano. Por ser uma turma pequena, favoreceu muito o trabalho em grupo.

No final da aula um aluno me disse: "professora, eu quero mais... eu amei essa aula!"

Segundo Machado(2010),

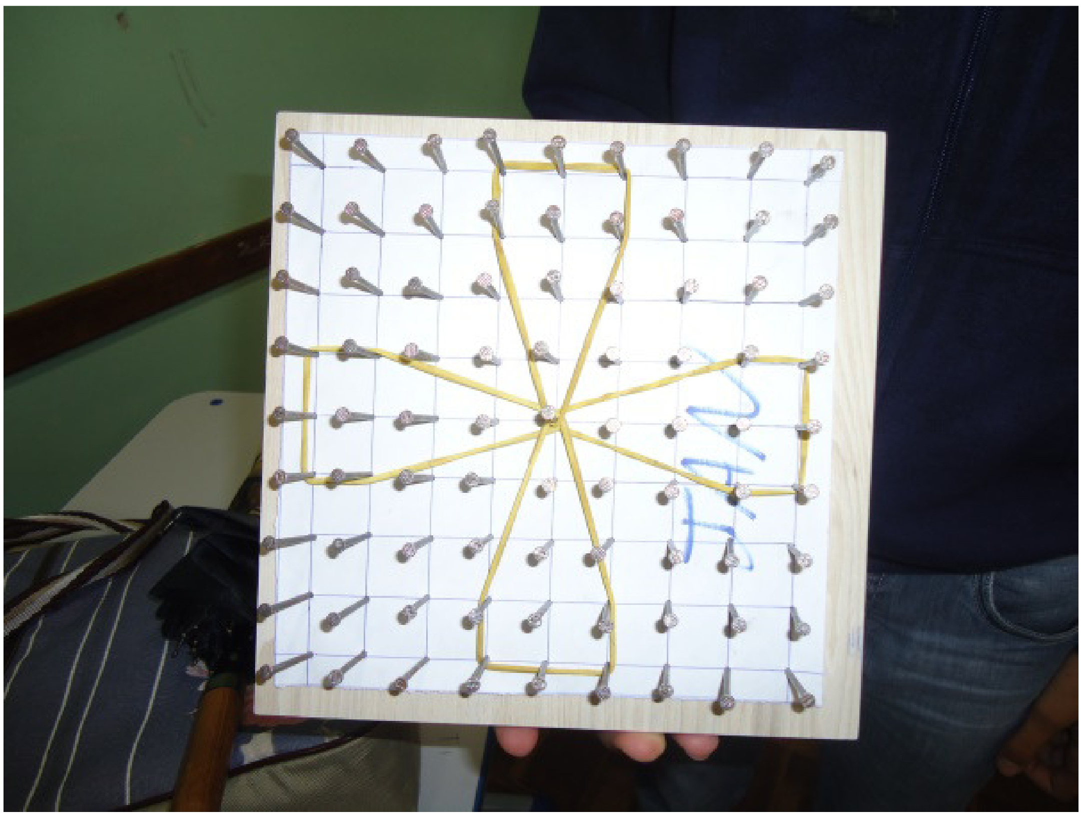
> Aprender a valorizar sempre o espírito de investigação. Esse é um dos objetivos maiores da educação matemática, ou seja, despertar no aluno o hábito permanente de fazer uso de seu raciocínio e de cultivar o gosto pela resolução de problemas (MACHADO, 2010, p.31).

Na segunda aula, já com o geoplano confeccionado, os alunos bem animados, queriam saber que atividade seria alvitrada e como iriam utilizar o geoplano no ensino da probabilidade. Como afirma Paulo Freire (2013, p.33): "Não haveria criatividade sem a curiosidade que nos move e que nos põe pacientemente impacientes diante do mundo que não fizemos, acrescentando a ele algo que fazemos".

Diante disso, iniciamos a aula com uma abordagem histórica por entender que o conhecimento e também o conhecimento matemático é, antes de tudo, histórico, pois é fruto de uma construção humana perpassando os anos, crescendo e evoluindo. Este aspecto do saber matemático deve ser usado em sala com a finalidade de promover e incentivar o ensino da história da matemática.

Além disso, antes mesmo de começar a resolução dos problemas, deixei os alunos a vontade fazendo desenhos com os atilhos no geoplano. Tiveram muita criatividade nas formas e nos desenhos que construíam.

Imagem 02. Figura geoplano construída por um aluno



Fonte: Autoria própria

Após se familiarizarem com o geoplano, foram feitos perguntas sobre como foi introduzido o tema Probabilidade na sala de aula com a professora titular. Os alunos responderam que foi dado apenas as definições e exemplos de problemas com dados e moedas e através dos quais, eles resolviam as probabilidades.

Como a professora apenas tinha iniciado o conteúdo de Probabilidade, os alunos só tinham uma base de conhecimento do assunto, como por exemplo que probabilidade é a razão de número de casos favoráveis por número de casos possíveis.

Após as indagações começamos a resolver os problemas. A seguir a apresentação dos problemas, suas respectivas, objetivos soluções e resultados.

Problema 1:Desenhe no geoplano, utilizando atilho, um triângulo equilátero. Determine sua área. Logo após, determine os pontos médios a cada um de seus lados. Construa um novo triângulo. Esse novo triângulo, interno ao triângulo original, é chamado de buraco. Escolhendo-se ao acaso um ponto no triângulo equilátero original qual a chance desse ponto "cair" no buraco?

Objetivo: A escolha deste problema teve como objetivo revisar o conceito de triângulo equilátero, área da figura, o ponto médio de cada lado do triângulo. Após isso, incluir o conceito de probabilidade, o que significa as palavras acaso e aleatório no estudo da probabilidade. E por fim, definir o que é probabilidade.

Solução: Os alunos deverão em grupo, usando sua própria linguagem entender o problema e apresentar soluções. O professor deve ser apenas o mediador do aluno, respondendo perguntas com outras perguntas, de forma a induzi-los no caminho da solução. Os alunos apresentaram dois tipos de soluções uma com a análise dos triângulos e a outra com o cálculo da área. Vejamos:

O triângulo original foi dividido em quatro novos triângulos equiláteros de mesma área. Como o buraco corresponde a um desses 4 triângulos, então temos uma chance em 4 de "cair" no buraco se escolhermos ao acaso um ponto do triângulo original.

A outra forma foi a seguinte: Os alunos escolheram como lado do triângulo original, 4 unidade de medida e calcularam o valor da área do triângulo maior e o triângulo menor.

Área do triângulo maior $= \frac{bxh}{2} = \frac{4x4}{2} = \frac{16}{2} = 8$

Área do triângulo menor $= \frac{bxh}{2} = \frac{2x2}{2} = \frac{4}{2} = 2$

Logo, com os dois valores dos triângulos, vamos calcular o valor da probabilidade de "cair" no buraco.

Probabilidade$= \frac{\text{área do triângulo menor}}{\text{área do triângulo maior}} = \frac{2}{8} = \frac{1}{4}$

Com isso, a probabilidade de “cair” no buraco escolhendo ao acaso o triângulo original é $\frac{1}{4}$.

Imagem 03: Resultado do problema elaborado pelo aluno

Fonte: Autoria própria

Resultado: Os estudantes tiveram um pouco de dificuldade na execução dos pontos médios do triângulo, pois os alunos não lembravam deste conceito em uma figura plana ,além de associar geometricamente a probabilidade.

Com isso, desenhei o triângulo equilátero no quadro, expliquei o significado do nome equilátero (por ter três lados com a mesma medida), associei a palavra equilátero e equilíbrio explicando que “equi” representa ser iguais. Então, triângulo equilátero é uma figura que possui os três lados iguais. Desse modo, continuei a explicação dizendo que os lados de um triângulo são também chamados de segmento de reta, ou seja, uma parte da reta. Ao contrário da reta, o segmento é finito, isto é, tem começo e fim, podendo ser medido. Mesmo sendo finito, este segmento possui infinitos pontos e o ponto que divide ao meio este segmento é chamado de ponto médio.

Além disso, os alunos por estarem habituados a reproduzir conhecimentos repassados, exercícios mecânicos, tiveram um estranhamento a trabalhar com interpretação de dados do problema proposto, pois exigem maior raciocínio quanto a compreensão dos conteúdos.

Entretanto, auxiliei-os com dicas de como devem ser retirados os dados que o problema nos fornecealém do que o problema pede para nós solucionarmos.

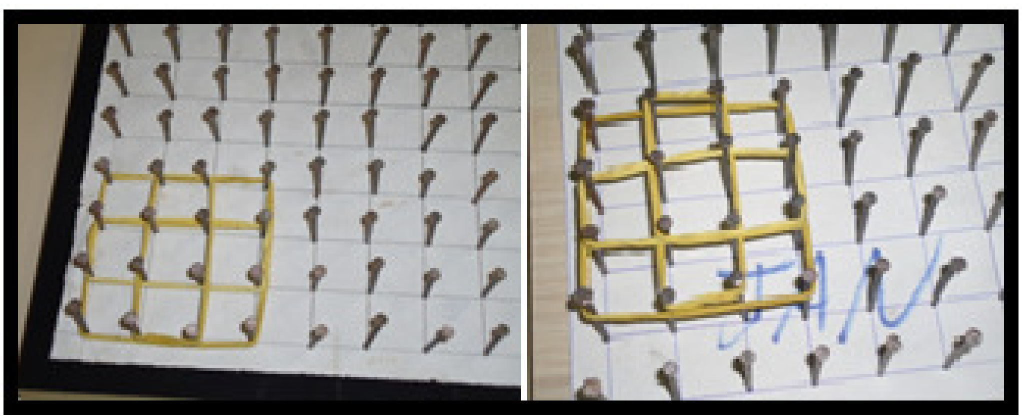
Através das explicações os alunos conseguiram resolver o problema com eficiência, alcançando satisfatoriamente os objetivos transcritos acima.

Problema 2: **Considere um quadrado. Divida cada lado desse quadrado em três segmentos congruentes, de forma que o quadrado inicial se divida em nove quadrados menores. Chamamos de buraco o quadrado interno central. Escolhendo-se ao acaso um ponto no quadrado inicial qual a chance desse ponto "cair" no buraco?**

Objetivo: O segundo problema trabalha-se com os conceitos da figura plana "quadrado", consequentemente com a área e segmentos congruentes, para o fim trabalhar com a probabilidade.

Solução: São válidas as mesmas considerações feitas para o problema. Como o quadrado inicial foi dividido em 9 quadrados de mesma área e como o buraco é um desses quadrados, então temos uma chance de 9 do ponto escolhido "cair" no buraco.

Imagem 04:Resultado do problema



Fonte: Autoria própria

Resultados: Como os alunos já tiveram uma base de como proceder nesse problema, foi mais fácil à resolução.Mas durante a execução alguns alunos tiveram dúvida do que seriam *segmentos congruentes*. Após explicar o conceito de congruência, os alunos conseguiram resolver com eficiência o problema 2.

Após o trabalho com os dois problemas, eu pude ter mais facilidade para sistematizar o conceito de Probabilidade Geométrica mostrando aos alunos que já estamos usando intuitivamente esse conceito quando dizemos uma "chance" em 4 ou uma "chance" em 9.

Problema 3: Construa no geoplano dois polígonos desconvexos, ou seja, separados. Em seguida, desenhe na malha pontilhada. Chame a primeira região de A e a segunda de B. Agora considere um paraquedista descendo de uma forma aleatória em um campo como representado no geoplano e tente responder as seguintes questões:

a) Qual a probabilidade do paraquedista pousar nas regiões A e B?

b) É possível representar a sua resposta simbolicamente? Como?

Objetivo: No terceiro problema será trabalhado o conceito de polígonos convexo e desconvexo. Além disso, será trabalhada a definição de disjuntos e eventos mutuamente excludentes.

Solução: a) como existem duas áreas formadas por polígonos e eles são disjuntos, então são eventos mutuamente excludentes o que acarreta em intersecção vazia.

b) P($A \cap B$) $= \emptyset$. Como os polígonos são desconexos P(pousar em A eB) = ∅, então não é possível calcular a probabilidade do paraquedista pousar nas regiões A e B ao mesmo tempo.

Imagem 05: Resultado do problema

Fonte: Autoria própria

Resultados: Nesse problema, os alunos tiveram dificuldades na resolução, pois não tinham a noção do que significavam as palavras desconexo e disjunto.

Por exemplo, um dos alunos falou: “Mas professora, como o paraquedista vai cair nas duas figuras ao mesmo tempo se asfiguras estão separadas?”

Foi nessa hora que mostrei a eles que intuitivamente já estavam encontrando a solução fazendo aquela pergunta. Além disso, eu perguntei a eles se saberiam colocar no papel a resposta mais adequada, usando símbolos, como no caso do item b deste problema.

Após essa reflexão e a explicação dos conceitos de eventos mutuamentes excludentes, os estudantes conseguiram resolver o problema 3.

6. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Ensinar Matemática é um desafio para os professores, pois muitos alunos questionam o que essa matéria traz para a vida deles e quando irão utilizá-la.

As aulas de Matemática reservam aos estudantes muito conteúdo. No entanto, é necessário preparar o ambiente, torná-lo rico em estímulos favorecendo o pensar criticamente e envolvendo os alunos em novos desafios.

Sabe-se também, que uma das dificuldades no processo de ensino e aprendizagem da Matemática na educação básica é a forma descontextualizada e sem significados com que são acometidos os conteúdos matemáticos, sendo esses normalmente abordados de forma superficial e mecânica.

Assim sendo, a finalidade deste trabalho foi propor uma atividade que envolvesse os alunos, utilizando-sede recursos como a introdução histórica da matemática, resoluções de problemas e o lúdico, tornando a aula mais criativa, prazerosa e com maior significado, transformando o aluno em um sujeito pensante, crítico nas resoluções e dessa forma, tornando seu aprendizado mais eficaz e expressivo.

Desse modo, é sabido que mudar a educação não é uma tarefa fácil, mas não é impossível, visto que, depende quase que exclusivamente do docente tornar a aula mais atrativa e dinâmica atraindo a atenção dos alunos para a aprendizagem e deixando de lado outros atrativos externos.

Analisando os resultados das aulas ministradas, pude perceber que, nós professores, não devemos nos alienar somente em livros didáticos.Devemos sim, transformarmo-nos em educadores. Para isso, é preciso que utilizemos recursos diferenciados, buscando tornar as aulas sempre dinâmicas e infrequentes.

Além do mais, a probabilidade nos livros didáticos, concentra-se excessivamente no uso de fórmulas e exercícios repetitivos sobre dados, cartas de baralhos, moedas, bolas e urnas, que por sua vez obscurecem os conceitos centrais dessa teoria. A descontextualização do conteúdo e ausência de seções com aplicações às demais disciplinas (e a própria matemática) são problemas considerados crônicos.

Com isso, buscou-se através deste trabalho, elucidar aos alunos a importância da compreensão dos conceitos matemáticos, os quais servirão de apoio para resoluções de eventuais problemas no cotidiano, já que a maioria tem a ideia errônea de que a Matemática não tem utilidade para “nada”.

Além disso, com a autoavaliação, pude perceber que as aulas de Matemática precisam ter mais dinamismo com situações que envolvam o cotidiano do aluno e que tenham recursos que façam com que o aluno seja o sujeito ativo e pensante no processo de ensino e aprendizagem.

Foi o que aconteceu com um aluno que participou desta aula. Alguns dias depois, após participar do Exame Nacional do Ensino Médio(Enem), ele veio-me dizer que acertou duas questões de probabilidade por causa da aula experimental.

Dessa forma, as aulas terão mais significados e haverá maior interesse pelos alunos em aprender a Matemática como ela é uma ciência viva.

Encerro transcrevendo as palavras sábias de Paulo Freire (2013, p.47): Saber que ensinar não é transferir conhecimento, mas criar as possibilidades para a sua própria produção ou a sua construção.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ANTUNES, Celso, 1937 – **Como desenvolver as competências em sala de aula**/ Celso Antunes. – Petrópolis, RJ: Vozes, 2001.

ARANÃO, Ivana Valéria D. **A Matemática através de brincadeiras e jogos**/ Ivana Valéria D. Aranão; ilustração Carlos Alexandre Campinas – 7º Ed. Campinas, SP: Papirus, 2011 – (Série Atividades)

BRASIL. **Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs)**. Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias. Ensino Médio. Brasília: MEC/SEB, 2000.

BRASIL, Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática**/ Secretaria de Educação Fundamental. – Brasília: MEC/SEF, 1998.

D'AMBRÓSIO, Ubiratan, 1932 – **Educação matemática: Da teoria à prática**/Ubiratan D'Ambrósio – 23º ed. – Campinas, SP: Papirus, 2012 – (Coleção Perspectivas em Educação Matemática).

D'AMBRÓSIO, Ubiratan. **Da realidade à ação: reflexões sobre Educação e Matemática**. 2º Ed. São Paulo: Sumus editorial, 1996.

Educação Matemática: uma (nova) introdução/ Anna Franchi... et al; org. Silva Dias Machado – 3.ed. revisada, 1 reimpr. – São Paulo: EDUC, 2010.

FREIRE, Paulo. **Pedagogia da autonomia: saberes necessários à prática educativa**/ Paulo Freire – 46º ed – Rio de Janeiro: Paz e Terra, 2013.

GADELHA, Augusto. **Uma Pequena História da Probabilidade.** Rio de Janeiro: Instituto de Matemática da Universidade Federal do Rio de Janeiro, 2004.Disponível em:<http://www.mat.ufrgs.br/~viali/estatistica/mat2006/material/textos/hist_prob_Gadelha.pdf.>. Acesso em: 29 dez. 2015

LIMA, Elon Lages. **A matemática do ensino médio**- volume 2/ Elon Lages Lima, Paulo Cesar Pinto Carvalho, Eduardo Wagner, Augusto César Morgado, 6. Ed. – Rio de Janeiro: SBM 2006.

LIMA, Elon Lages, **Temas e problemas elementares**/ Elon Lages Lima, Eduardo Wagner, Paulo Cesar pinto Carvalho e Augusto César Morgado. 5. Ed. – Rio de Janeiro: SBM, 2013.

LOPES, José Marcos; FILHO, Inocêncio Fernandes Balieiro; SALVADOR, José Antônio. **O conceito de Probabilidade Geométrica por meio do uso de Fractais.** In: CONGRESSO NACIONAL DE MATEMÁTICA APLICADA E COMPUTACIONAL,2012, Águas de Lindóia. Artigo... São Paulo: SBMAC, 2012. Disponível em:<http://www.sbmac.org.br/eventos/cnmac/xxxiv_cnmac/pdf/41.pdf.> .Acesso em: 16fev.2016.

MACHADO, Rosa Maria. **Minicurso – explorando ogeoplano.** In: II Bienal da Sociedade Brasileira de Matemática. Disponível em:<http://www.bienasbm.ufba.br/M11.pdf>. Acesso em: 08 abr. 2016.

MORAIS FILHO, Daniel Cordeiro de **Matemática Discreta: módulo II**/ Daniel Cordeiro de Morais Filho, Pedro Luiz Aparecido Malagutti. – Cuiabá, MT: Central de Texto, 2013. – (Matem@tica na Pr@tica. Curso de Especialização em ensino da matemática para o ensino médio).

PANADÉS RUBIÓ, Angel. **Matemática 2º Série: Ensino Médio,** Livro 1/ Angel PanadésRubió, Lêda Maria Côrrea Gonçalves. – Belo Horizonte: Editora Educacional, 2015.

SCHENDE, KlimWertz, **História da Matemática: A importância no Processo de Ensino-Aprendizagem na Educação Básica.** Disponível em:<http://www.faculdadedoguaruja.edu.br/revista/dowloads>. Acesso em: 09 abr. 2016.

SILVA, Elizabeth Nascimento. **Recreação com jogos de matemática**/ Elizabeth Nascimento Silva – Rio de Janeiro: 2º Edição: Sprint, 2004.

SMOLE, Kátia Cristina Stocco. **Matemática: ensino médio:** Volume 2/ Kátia Cristina Smole, Maria Ignez de Souza Vieira Diniz. – 6. Ed. – São Paulo: Saraiva, 2010.

VILA, Antoni. **Matemática para aprender a pensar: o papel das crenças na resolução de problemas**/ Antoni Vila, María Luz Callejo; tradução Ernani Rosa. – Porto Alegre: Artmed, 2006.

APÊNDICES

APÊNDICES 01: Auto avalição pós-atividade

PESQUISA DE CAMPO

AULA DE PROBABILIDADE GEOMÉTRICA

PROFESSORA: DANIELE HOLZSCHUH DE OLIVEIRA

1) Como foi para você a fabricação do geoplano?

   ( )fácil (X) médio ( ) difícil

2) Você já conhecia o Geoplano?

   ( ) sim (X) não

3) Você acha que o uso do geoplano no ensino da probabilidade geométrica facilitou o processo de ensino e aprendizagem?

   (X) sim ( ) não

4) Para você, nas aulas de matemática deveriam ser utiliza mais ferramentas lúdicas para a aprendizagem ter mais significado? Por quê?

   (X) sim ( ) não

   Pois aulas práticas facilitam a compreensão e a memorização da matéria.

5) Conseguiu obter maior compreensão do conteúdo de probabilidade com a aula sobre probabilidade geométrica?

   (X) sim ( ) não

6) O uso do Geoplano facilitou você na revisão de alguns conceitos e características das figuras planas?

   (X) sim ( ) não

7) Que nota você daria a professora?

   ( ) insuficiente nota 0

   ( ) regular nota 5

   (X) suficiente nota 10

8) Que nota você daria à aula de probabilidade geométrica?

   ( ) insuficiente nota 0

   ( ) regular nota 5

   (X) suficiente nota 10

Muito obrigada!

Daniele H. Oliveira

PESQUISA DE CAMPO

AULA DE PROBABILIDADE GEOMÉTRICA

PROFESSORA: DANIELE HOLZSCHUH DE OLIVEIRA

1) Como foi para você a fabricação do geoplano?

(X) fácil ( ) médio ( ) difícil

2) Você já conhecia o Geoplano?

( ) sim (X) não

3) Você acha que o uso do geoplano no ensino da probabilidade geométrica facilitou o processo de ensino e aprendizagem?

(X) sim ( ) não

4) Para você, nas aulas de matemática deveriam ser utiliza mais ferramentas lúdicas para a aprendizagem ter mais significado? Por quê?

(X) sim ( ) não

Pois é um meio diferente de ensinar

5) Conseguiu obter maior compreensão do conteúdo de probabilidade com a aula sobre probabilidade geométrica?

(X) sim ( ) não

6) O uso do Geoplano facilitou você na revisão de alguns conceitos e características das figuras planas?

(X) sim ( ) não

7) Que nota você daria a professora?

( ) insuficiente nota 0

( ) regular nota 5

(X) suficiente nota 10

8) Que nota você daria à aula de probabilidade geométrica?

( ) insuficiente nota 0

( ) regular nota 5

(X) suficiente nota 10

Muito obrigada!

Daniele H. Oliveira

PESQUISA DE CAMPO

AULA DE PROBABILIDADE GEOMÉTRICA

PROFESSORA: DANIELE HOLZSCHUH DE OLIVEIRA

1) Como foi para você a fabricação do geoplano?
(x) fácil ( ) médio ( ) difícil
2) Você já conhecia o Geoplano?
( ) sim (x) não
3) Você acha que o uso do geoplano no ensino da probabilidade geométrica facilitou o processo de ensino e aprendizagem?
(x) sim ( ) não
4) Para você, nas aulas de matemática deveriam ser utiliza mais ferramentas lúdicas para a aprendizagem ter mais significado? Por quê?
(x) sim ( ) não
Pois a aula fico mais interessante e aprende-se com mais facilidade.
5) Conseguiu obter maior compreensão do conteúdo de probabilidade com a aula sobre probabilidade geométrica?
(x) sim ( ) não
6) O uso do Geoplano facilitou você na revisão de alguns conceitos e características das figuras planas?
(x) sim ( ) não
7) Que nota você daria a professora?
( ) insuficiente nota 0
( ) regular nota 5
(x) suficiente nota 10
8) Que nota você daria à aula de probabilidade geométrica?
( ) insuficiente nota 0
( ) regular nota 5
(x) suficiente nota 10

Muito obrigada!
Daniele H. Oliveira

PESQUISA DE CAMPO

AULA DE PROBABILIDADE GEOMÉTRICA

PROFESSORA: DANIELE HOLZSCHUH DE OLIVEIRA

1) Como foi para você a fabricação do geoplano?

(x) fácil ( ) médio ( ) difícil

2) Você já conhecia o Geoplano?

( ) sim (x) não

3) Você acha que o uso do geoplano no ensino da probabilidade geométrica facilitou o processo de ensino e aprendizagem?

(x) sim ( ) não

4) Para você, nas aulas de matemática deveriam ser utiliza mais ferramentas lúdicas para a aprendizagem ter mais significado? Por quê?

(x) sim ( ) não

Pois facilitam as aulas e o ensino

5) Conseguiu obter maior compreensão do conteúdo de probabilidade com a aula sobre probabilidade geométrica?

(x) sim ( ) não

6) O uso do Geoplano facilitou você na revisão de alguns conceitos e características das figuras planas?

(x) sim ( ) não

7) Que nota você daria a professora?

( ) insuficiente nota 0

( ) regular nota 5

(x) suficiente nota 10

8) Que nota você daria à aula de probabilidade geométrica?

( ) insuficiente nota 0

( ) regular nota 5

(x) suficiente nota 10

Muito obrigada!

Daniele H. Oliveira

PESQUISA DE CAMPO

AULA DE PROBABILIDADE GEOMÉTRICA

PROFESSORA: DANIELE HOLZSCHUH DE OLIVEIRA

1) Como foi para você a fabricação do geoplano?

   ( )fácil (X) médio ( ) difícil

2) Você já conhecia o Geoplano?

   ( ) sim (X) não

3) Você acha que o uso do geoplano no ensino da probabilidade geométrica facilitou o processo de ensino e aprendizagem?

   (X) sim ( ) não

4) Para você, nas aulas de matemática deveriam ser utiliza mais ferramentas lúdicas para a aprendizagem ter mais significado? Por quê?

   (X) sim ( ) não

   Pois facilita

5) Conseguiu obter maior compreensão do conteúdo de probabilidade com a aula sobre probabilidade geométrica?

   (X) sim ( ) não

6) O uso do Geoplano facilitou você na revisão de alguns conceitos e características das figuras planas?

   (X) sim ( ) não

7) Que nota você daria a professora?

   ( ) insuficiente nota 0

   ( ) regular nota 5

   (X) suficiente nota 10

8) Que nota você daria à aula de probabilidade geométrica?

   ( ) insuficiente nota 0

   ( ) regular nota 5

   (X) suficiente nota 10

Muito obrigada!

Daniele H. Oliveira