UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA MARIA
UNIVERSIDADE ABERTA DO BRASIL
CENTRO DE CIÊNCIAS NATURAIS E EXATAS
CURSO DE ESPECIALIZAÇÃO EM ENSINO DE MATEMÁTICA
PARA O ENSINO MÉDIO

Juliano Brum Ottes

INTRODUÇÃO AO CÁLCULO DA PROBABILIDADE ATRAVÉS DE UM JOGO COM DADO

Santa Maria, RS

2016

Juliano Brum Ottes

INTRODUÇÃO AO CÁLCULO DA PROBABILIDADE ATRAVÉS DE UM JOGO COM DADO

Trabalho de conclusão de curso apresentado ao Curso de Pós-Graduação em Ensino de Matemática no Ensino Médio, da Universidade Federal de Santa Maria (UFSM, RS), como requisito parcial para obtenção do **título de Especialista em Ensino de Matemática para o Ensino Médio.**

Orientadora: Profª Drª. Luciane Gobbi Tonet

Santa Maria, RS
2016

RESUMO

INTRODUÇÃO AO CÁLCULO DA PROBABILIDADE ATRAVÉS DE UM JOGO COM DADO

AUTOR: Juliano Brum Ottes
ORIENTADORA: Profª Drª. Luciane Gobbi Tonet

Este trabalho de conclusão de curso aborda a elaboração e o desenvolvimento de um plano de aula, em uma turma de 2º ano do ensino médio, na Escola Estadual Willy Carlos Fröhlich, localizada no município de Santa Cruz do Sul, RS. Nesta aula, introduzimos o cálculo da probabilidade através da construção e aplicação de um jogo com um dado, cujo principal objetivo é auxiliar aos alunos quanto à compreensão dos princípios básicos da probabilidade de forma lúdica e concreta, constatando que a chance de algum evento ocorrer deve-se a aleatoriedade. A aplicação do plano de aula aconteceu em três horas aulas.

Palavras-chave: Probabilidade. Jogo. Lúdico.

ABSTRACT

INTRODUCTION TO PROBABILITY CALCULATION THROUGH A GAME WITH DADO

AUTHOR: Juliano Brum Ottes
ADVISOR: Profª Drª. Luciane Gobbi Tonet

This course conclusion work deals with the design and development of a lesson plan in a class of 2nd year of high school, the State School Willy Carlos Frohlich, in the municipality of Santa Cruz do Sul, RS. In this class, we introduced the calculation of probability through the construction and application of a game with a dice, whose main objective is to assist students regarding the understanding of the basic principles of probability of playful and practical way, noting that the chance of some event occurs should himself to randomness. Applying the lesson plan came in three hours classes.

Keywords: Probability. Game. Playful.

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO

Este trabalho é resultado do planejamento e aplicação de uma aula inédita da disciplina de matemática para o ensino médio politécnico. Conforme proposto pelo curso, a aula inédita deve ser entendida como uma novidade tanto para o professor quanto para os inúmeros estudantes que estão acostumados com aulas tradicionais. Trata-se de uma aula nunca aplicada antes, principalmente do ponto de vista da estratégia pedagógica Para esta aula, abordamos o estudo da probabilidade através de um jogo elaborado a partir de um dado.

A aula foi desenvolvida em uma turma de 2º ano, na Escola Estadual de Ensino Básico Willy Carlos Fröhlich, tradicionalmente conhecida como "Polivalente", localizada no Bairro Faxinal Menino Deus, no município de Santa Cruz do Sul, RS. Este bairro, que é eminentemente residencial e próximo ao Distrito Industrial, bem como os bairros próximos onde residem as famílias dos alunos, apresenta um nível socioeconômico de médio para baixo. A escola também recebe alunos para o ensino médio de algumas áreas rurais da cidade, como de São José da Reserva e Cerro Alegre Baixo.

A escola conta com uma boa infraestrutura a qual, momentaneamente, atende as necessidades da mesma. Possui, além das salas de aula tradicionais, sala de recursos especiais para atender alunos com necessidades especiais e dificuldade de aprendizagem, sala de vídeo, sala de informática, laboratório, sala para técnicas industriais, domésticas e agrícolas, biblioteca, quadra e ginásio de esportes, anfiteatro e recanto tradicionalista, sendo este todo em madeira, com bancos e mesas rústicas, destinado para atividades durante a semana farroupilha e do programa mais educação, como as aulas de música, ensaios e apresentações teatrais.

Esta escola atende em três turnos, manhã, tarde e noite, sendo 359 alunos pela manhã divididos em 14 turmas, 266 alunos pela tarde divididos em 13 turmas e 166 alunos a noite divididos em seis turmas, totalizando 788 alunos e 33 turmas, o que resulta numa média ligeiramente inferior a 24 alunos por turma. Esta média é considerada boa pelos professores no que diz respeito ao bom desempenho das atividades e efetiva aprendizagem dos estudantes. A instituição possui 70 professores, sendo 50 nomeados e 20 sob o regime de contrato, além de 18 funcionários.

Atualmente a escola tem como grande desafio diminuir os altos índices de evasão e repetência, principalmente no noturno. Conforme proposta pedagógica da instituição, sua filosofia consiste em “Ser uma escola aberta, participativa, justa, acolhedora, reflexiva e preocupada com a formação de um cidadão consciente de sua responsabilidade”. (PROPOSTA PEDAGÓGICA, 2009, p. 18).

A turma na qual apliquei o plano de aula é matutina, sendo que possui aula uma tarde por semana, quando é ministrada a disciplina de seminário, contemplando o currículo do novo Ensino Médio. Ela tem 25 alunos, sendo 12 meninos e 13 meninas, e apenas cinco alunos repetentes, sendo todos os demais advindos do 1º ano do ensino médio de 2014. De acordo com o diagnóstico feito no primeiro contato com os alunos e conversa com o professor titular, a turma de forma geral é bastante comprometida e responsável, mostrando-se aberta e interessada por novas metodologias e atividades diferenciadas de ensino.

Nosso problema motivacional consiste na seguinte questão: Por que se trabalha de modo predominantemente tradicional na educação tendo diferentes ferramentas lúdicas, concretas e até mesmo virtuais à disposição? Às vezes escutamos dos nossos alunos, quando realizamos uma atividade lúdica e nada tradicional, que a aula vai ser uma brincadeira, um mero joguinho. Eles acabam não entendendo a ligação da atividade com o conteúdo em questão. Parece existir uma cultura por parte dos educandos, pais e até mesmo nós professores de que, para a turma aprender, a aula tem que acontecer de maneira tradicional. Aulas diferenciadas, com metodologias distintas, ainda contam com certa resistência para acontecerem de forma mais frequente.

É comum termos certa dificuldade em associar alguns conteúdos matemáticos a algo concreto ou até mesmo exemplos que façam parte do cotidiano dos alunos. Mas muitos conteúdos nos dão esta possibilidade de trazer algo concreto a ser utilizado em sala de aula. Este tipo de abordagem pode facilitar na aprendizagem dos alunos, tornando a aula mais atraente e despertando os estudantes para o estudo da disciplina.

Precisamos reinventar a metodologia utilizada por nós professores, fugindo aos poucos das aulas tradicionais, quando isso for possível. Diante das grandes inovações do mundo atual, inclusive na área tecnológica, não podemos ficar só no ensino de forma tradicional. No entanto, destacamos que nem sempre podemos sair do modo tradicional, sendo esta, às vezes, a prática mais adequada, dependendo do conteúdo a ser abordado. Torna-se imprescindível buscar algo diferente para cada tópico a ser ensinado, sempre que possível.

Nesta linha, elaborou-se um jogo envolvendo o assunto probabilidade, sendo a turma convidada a participar da construção e entendimento de todas as etapas da atividade. Na seção 2.1, explicaremos este jogo com maior teor de detalhes.

A escolha do tema desta aula se justifica, primeiramente, ao grande apreço que tenho quanto ao estudo da probabilidade, aliado ao fato de ser o assunto que o professor titular da turma trabalharia no período do trimestre para o qual a aula inédita planejada seria aplicada.

No próximo capítulo apresentar-se-á a revisão bibliográfica pertinente ao assunto, bem como a descrição de como acontecerá o jogo, seus objetivos e toda sua estrutura. No capítulo 3, abordaremos o plano de aula antes da sua aplicação, destacando seus principais objetivos. No capítulo 4, analisaremos o plano de aula a posteriori, e finalizando, no capítulo 5 abordaremos a conclusão do trabalho.

2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Estamos vivendo em uma época de grande e rápida evolução tecnológica. Entremeio a esse progresso, as aulas unicamente tradicionais, as quais se resumem a execução de exemplos, exercícios e provas repetitivas tornam-se ultrapassadas e pouco atrativas para nossos educandos.

O ensino tradicional tem sua metodologia baseada no empirismo que, de acordo com Becker (1994),“É a doutrina segundo a qual todo o conhecimento tem sua origem no domínio sensorial, na experiência”. Esta teoria considera que a mente do aluno nada contém e, portanto, é receptiva e passiva.

Quando viável, faz-se necessário abordarmos os conteúdos com uma dinâmica diferente, utilizando aparatos tecnológicos que a grande maioria dos alunos tem na palma da mão, bem como materiais concretos e lúdicos como, por exemplo, a confecção e desenvolvimento de jogos baseados nos princípios do assunto a ser trabalhado.

A utilização de materiais concretos de forma lúdica no ensino de matemática está totalmente relacionada ao desenvolvimento cognitivo da criança. De acordo com Groenwald e Timm (2002), “A aprendizagem através de jogos, como dominó, palavras cruzadas, memória e outros permite que o aluno faça da aprendizagem um processo interessante e até divertido”. De acordo com as autoras, neste sentido verificamos que há três aspectos que por si só justificam a incorporação do jogo nas aulas. São estes: o caráter lúdico, o desenvolvimento de técnicas intelectuais e a formação de relações sociais. Quando utilizamos uma atividade lúdica para introduzir e construir o raciocínio necessário para aprendizagem e fixação de um conteúdo matemático, conseguimos tornar a aula mais atraente, desmitificando um pouco a questão de que matemática é um “bicho papão”.

O educando tem o direito de aprender, mas não mecanicamente através da repetição de exemplos, muitas vezes sem saber o significado e o conceito apresentados. O aprender tem que ser significativo, estimulando nossas crianças a despertar o raciocínio, o pensamento, buscar o entendimento de tal resultado. Um material concreto, como um jogo, cria este ambiente, onde o aluno tem a possibilidade de associar os conceitos e os resultados que muitas vezes já vêm prontos.

Nesse sentido, o ensino da probabilidade é de grande importância na educação básica. A sua teoria nos dá um leque grande de exemplos em que podemos utilizar materiais concretos, como dados, cartas e moedas, ou até mesmo situações do cotidiano dos alunos, tais como a previsão do tempo e a chance de ganharmos em um jogo de loteria, para explanação do assunto, tornando-os ainda mais sujeitos do processo de ensino aprendizagem.

Quanto ao jogo didático, segundo Albuquerque (1954, p. 33),

> serve para fixação ou treino da aprendizagem. É uma variedade de exercício que apresenta motivação em si mesma, pelo seu objetivo lúdico [...] ao fim do jogo, a criança deve ter treinado algumas noções, tendo melhorado sua aprendizagem.

A autora também destaca a importância do jogo na formação educativa do aluno. De acordo com Albuquerque (1954, p. 34),“[...] através do jogo ele deve treinar honestidade, companheirismo, atitude de simpatia ao vencedor ou ao vencido, respeito às regras estabelecidas, disciplina consciente, acato às decisões do juiz [...]".

A utilização dos jogos busca tornar as aulas mais agradáveis, com intuito de fazer com que a aprendizagem seja algo fascinante. Concomitantemente, possibilita desenvolver no aluno, além de habilidades matemáticas, a sua concentração, a curiosidade, a consciência de grupo, o coleguismo, o companheirismo, a autoconfiança e a autoestima.

A aplicação dos jogos em sala de aula é uma oportunidade para socializar os alunos, haja visto que fortalece a cooperação entre a turma e a participação da equipe na busca incessante de solucionar o problema proposto pelo professor. Mas, para que isso aconteça, o educador precisa de um planejamento organizado e um jogo instigante e desafiador, que incite o aluno a buscar o resultado. Os objetivos do jogo, bem como as metas a alcançar e as regras gerais a serem seguidas devem estar bem delimitados.

O aluno não pode entender o jogo meramente como uma parte da aula em que não fará uma atividade escrita, em que não precisará prestar atenção no professor, promovendo assim uma conduta de indisciplina e desordem. Ele precisa compreender que aquele momento é importante para sua formação, pois ele usará de seus conhecimentos e suas experiências para participar, argumentar, propor soluções na busca de chegar aos resultados esperados.

Para isso, devemos criar estratégias para que todos os alunos estejam sempre envolvidos em cada etapa do jogo.

O professor deve estimular o aluno a pensar, criando situações em que o aluno interaja. É preciso instigar a criança, auxiliando quando preciso, para que ele acompanhe a construção do conhecimento. Destacamos que a proximidade com a realidade do aluno facilita no que diz respeito à identificação, investigação e resolução do problema.

O cálculo da probabilidade nasceu na idade média, com as primeiras tentativas de relacionar a estruturação dos jogos de azar, muito praticados naquela época, com teorias matemáticas. Usamos a teoria da probabilidade de forma intuitiva diariamente, seja através da probabilidade de chover ou fazer sol dada pela previsão do tempo, ou pela probabilidade de encontrarmos um trânsito congestionado se sairmos em determinado horário, ou ainda pela porcentagem de acerto quando, aleatoriamente, escolhemos uma resposta em uma questão de um concurso. Também a empregamos para descobrir a chance do nosso time do coração ser o campeão do torneio que disputa, ou quanta chance temos de ganhar numa aposta em uma loteria. Questionamentos como estes citados permeiam nossa rotina e, sem dúvida, a dos nossos alunos também.

De acordo com Martin Gardner:

> A teoria das probabilidades tornou-se tão essencial em todos os ramos da ciência, não só nas ciências físicas, mas também nas ciências biológicas e sociais, que se pode prever com alguma segurança que desempenhará um papel cada vez mais importante no ensino da matemática nos primeiros anos de escolaridade.

Assim fica evidenciada a importância do estudo e conhecimento da teoria da probabilidade, mesmo àqueles alunos que futuramente não irão buscar cursos e aperfeiçoamentos específicos nesta área. Basta destacar que a probabilidade está em várias questões do nosso cotidiano e que, de uma forma ou de outra, iremos nos deparar com elas.

2.1 O JOGO

Nesta seção, explicaremos o jogo elaborado para ser aplicado na aula inédita. Ele surgiu devido à associação existente entre o jogo de dados e a Teoria da Probabilidade. Neste sentido, pensamos em uma atividade que envolvesse o dado, mas que não se resumisse apenas em jogá-lo para observar qual face seria sorteada. Para isso, ligamos as faces com o conjunto dos números pares, ímpares e primos, o que ocasionou na divisão da turma em três grupos.

Antes de iniciarmos o jogo, os alunos irão determinar quais grupos terão maior probabilidade de vencer, o que destacamos ser o ponto alto desta atividade. Para isso, precisaremos de um dado, três folhas de cartolina e canetões. Cada grupo fará um cartaz destacando a qual conjunto de números pertence, juntamente com os seus números. A turma será dividida da seguinte forma: Grupo 1 representando os números pares (2, 4 e 6); Grupo 2 representando os números ímpares (1, 3 e 5) e Grupo 3 representando os números primos (2, 3 e 5).

Assim, por exemplo, se jogarmos o dado e sortearmos o número 2, os grupos 1 e 3 pontuarão. Isso significa que, em alguns casos, teremos dois grupos pontuando ao mesmo tempo. Podemos observar que cada grupo tem três faces em que podem pontuar, o que significa que eles têm igual probabilidade de vencer o jogo. Veja na tabela abaixo todas as possibilidades de resultado do jogo a cada rodada:

Tabela 1 – Listagem de todos os casos possíveis

Nº dado / Grupos	1	2	3	4	5	6	Pontos
Pares		**X**		**X**		**X**	**3**
Ímpares	**X**		**X**		**X**		**3**
Primos		**X**	**X**		**X**		**3**

Fonte: Autor

Inicialmente, define-se quem inicia jogando o dado. Para isso, um componente de cada grupo joga o dado. Quem obtiver o maior número começa a rodada, seguido por quem sorteou os números menores, sucessivamente.

Feito isso, em cada rodada, cada grupo irá jogar o dado uma vez. Os números sorteados em cada jogada continuam disponíveis para a próxima jogada, ou seja, nenhum número é excluído. O número de rodadas é definido pelo número de alunos de cada equipe ou pela quantidade de integrantes do maior grupo. A pontuação será feita conforme a face sorteada. Soma um ponto a cada rodada o grupo que tiver o número do seu conjunto na face sorteada. O grupo que tiver a maior pontuação no final de todas as rodadas é o vencedor.

A seguir, destacamos os objetivos específicos do jogo:

- Fixar a ideia da construção do espaço amostral, a definição e o cálculo de probabilidade.
- Verificar que a probabilidade de cada grupo sair vencedor no jogo é a mesma.
- Perceber que probabilidade não significa que o evento vai acontecer.
- Verificar o real sentido de aleatoriedade.
- Integração da turma através de uma atividade diferenciada da aula tradicional.

3 O PLANO DE AULA: ANÁLISE A PRIORI

Neste capítulo apresentaremos os planos de aula, os quais foram divididos em três partes, assim como os objetivos do planejamento.

Para ganhar tempo e ter mais praticidade no desenvolvimento da aula, fornecemos cópia de todo o material para a turma, contendo toda a parte teórica, orientações do jogo a ser desenvolvido, exemplos com resolução e exercícios para serem resolvidos, os quais foram desenvolvidos por mim e retirados de fontes citadas no trabalho.

Destacamos, em seguida, os objetivos específicos:

- Verificar com a turma que o estudo da teoria da probabilidade tem surgimento com os jogos de azar na Idade Média através de uma pequena abordagem da história da matemática.
- Fixar nos alunos a ideia do cálculo de probabilidade de forma lúdica e concreta através da elaboração de um jogo com dado, observando que a chance de algum evento ocorrer deve-se a aleatoriedade.
- Proporcionar aos alunos a compreensão do cálculo da probabilidade, a porcentagem de chance de sair um determinado número do dado, quando se joga este ao acaso.
- Resolver exercícios sobre probabilidade envolvendo outras situações do cotidiano dos nossos alunos.
- Utilizar a porcentagem para descrever as probabilidades de acontecimento de determinados eventos.

A avaliação da aula se dará durante todo o processo, desde a sua introdução durante os questionamentos dos alunos e discussões, como também na resolução dos exemplos e exercícios. Verificar-se-á a participação da turma durante a assimilação das regras e objetivos do jogo, assim como no processo do cálculo da probabilidade de cada grupo pontuar no jogo e toda sua lógica.

3.1 PLANO DE AULA 1

Para iniciar a aula, pensamos em abordar um pouco da história do surgimento da probabilidade. Lemos um pequeno texto, que consta no Anexo A, e trata do início do interesse do homem pelo seu estudo e quem obteve os primeiros resultados sobre o assunto.

Em seguida, elaboramos uma questão para dar início ao cálculo das probabilidades e ter um diagnóstico do conhecimento da turma quanto ao assunto, conforme destacamos a seguir:

Questão: Em uma corrida com cinco cavalos disputando a vitória, você aposta em um deles. Qual sua chance de acertar o vencedor? E se você apostar em dois cavalos, as chances de vencer aumentam?

Analisaremos as respostas dos alunos e faremos uma breve discussão das ideias apresentadas. A turma percebe que quando escolhemos dois cavalos, a chance de acertar o vencedor aumenta.

Em seguida, faremos a proposta do jogo e a divisão da turma nos três grupos, tudo como descrito na seção 2.1. Explicaremos passo a passo para a turma o funcionamento do mesmo, dando início as rodadas do jogo.

Com os grupos já divididos e com os cartazes dos conjuntos referentes a cada grupo confeccionados, vamos analisar em quais situações cada grupo vai pontuar. Para tal, recordamos que

Grupo 1 – Números pares (2, 4 e 6);

Grupo 2 – Números ímpares (1, 3 e 5);

Grupo 3 – Números primos (2, 3 e 5);

Listaremos as seis possibilidades, conforme destacamos a seguir.

- Sortear 1 no dado: ponto para o Grupo 2;
- Sortear 2 no dado: ponto para os Grupos 1 e 3;
- Sortear 3 no dado: ponto para os Grupo 2 e 3;
- Sortear 4 no dado: ponto para o Grupo 1;
- Sortear 5 no dado: ponto para os Grupo 2 e 3;
- Sortear 6 no dado: ponto para o Grupo 1.

Verificamos com a turma que das seis possibilidades, cada grupo tem três casos em que poderá pontuar, resultando em probabilidades iguais de pontuar a cada rodada.

3.1.1 Dissertando sobre o plano de aula 1

Inicialmente, pensei bastante até me decidir quanto ao conteúdo a ser trabalhado em aula. Definido o assunto, elaborei uma metodologia que facilitasse o entendimento do mesmo e que despertasse o interesse dos alunos pela aula. Sendo assim, planejei levar algo concreto para o desenvolvimento da aula, como a criação de um jogo em uma atividade diferenciada a qual introduzisse o assunto e também fizesse o elo com a parte teórica da probabilidade. Desta maneira estarei fugindo um pouco da tradicional rotina de somente exemplos e exercícios de fixação. Não que esta metodologia não seja importante, mas algo diferente sempre é interessante e estimulante.

Também fiz questão de abordar um exemplo bem simples, para que minha turma já tivesse uma ideia do que estávamos buscando. O objetivo é fazer com que os alunos percebam que apostar em dois cavalos aumenta a chance de acertar o vencedor. Não pretendo estimular o cálculo da probabilidade, mas sim escutar as opiniões e discussões surgidas, e também aproveitar para ter uma prévia do nível de conhecimento e raciocínio lógico da turma.

Em seguida, apliquei o jogo, cujas regras e objetivos foram por mim elaborados. Os alunos participam ativamente, quando da definição da probabilidade de cada grupo pontuar. Levei dois dados, embora apenas um fosse suficiente. Este dado excedente pode auxiliar em alguns exemplos e exercícios que pretendo abordar nas próximas aulas.

O principal objetivo é propor uma aula com uma dinâmica diferente, utilizando o desenvolvimento e entendimento do jogo como um gancho para trabalhar a parte teórica da probabilidade, principalmente quando juntamente com a turma, concluímos que os três grupos tem a mesma probabilidade de vencer.

Quanto ao jogo, penso que seus objetivos e regras serão bem assimilados, eventuais problemas poderão surgir, os quais deverão ser solucionados com o passar das rodadas. Também esperamos que através do jogo fique bem entendida a ideia de que probabilidade trata-se de um experimento aleatório, onde os resultados devem-se ao acaso, e que o resultado de uma probabilidade não garante que o evento com maior porcentagem irá de fato acontecer.

3.2 PLANO DE AULA 2

Nesta aula, ligaremos o que trabalhamos na atividade prática aos conceitos de probabilidade e experimento aleatório, além de fazer alguns exemplos e estabelecer as maneiras de calcular a probabilidade. Lembramos que ter uma probabilidade maior não significa que um evento vai acontecer, ou ainda que ter 50% de chance para cada grupo vencer, não significa que o jogo vai terminar empatado.

Quando se fala de possibilidades de ganhar na loteria, a abordagem envolve cálculo de experimento aleatório. No nosso caso, a cada rodada pode surgir um resultado diferente, pois quando jogamos um dado, temos sempre seis possibilidades de resultado, representadas pelas faces numeradas de 1 a 6, e que se deve ao acaso. A estas possibilidades chamamos de espaço amostral. Trata-se do conjunto de todos os resultados possíveis de um experimento aleatório. Denotamos o espaço amostral pela letra S.

Solicitaremos aos alunos para jogarem o dado ao acaso para ver qual face numerada será sorteada. Em seguida, responderemos a questão: Qual o espaço amostral deste experimento?

Seja S = {1, 2, 3, 4, 5, 6} o espaço amostral. Estudaremos alguns exemplos, os quais serão realizados em aula.

A) Quando se joga um dado ao acaso, qual a probabilidade de sair o número 6?

Resolução:

Casos possíveis: S = {1, 2, 3, 4, 5, 6}, 6 casos

Casos favoráveis: {6}, 1 caso favorável.

Conforme estudaremos em aula,

$$P(A) = \frac{n^{o}\ de\ casos\ favoráveis}{n^{o}\ de\ casos\ possíveis}$$

Ou seja, P(A) = $\frac{1}{6}$ = 16,66% chance de sair o número 6 quando se joga o dado.

B) Quando se joga um dado ao acaso, qual a probabilidade de sair um número par?

Resolução:

Casos possíveis: S = {1, 2, 3, 4, 5, 6}, 6 casos

Casos favoráveis: {2, 4, 6}, 3 casos favoráveis

Assim, P(B) = $\frac{3}{6}$ = 50% de chance de sair um número par quando se joga o dado.

C) Em um baralho de 52 cartas, retirando-se uma ao acaso, qual a probabilidade de se retirar uma carta vermelha?

Resolução:

Casos possíveis: em um baralho temos 52 cartas.

Casos favoráveis: temos 13 cartas de ouro e 13 de copas, que são as vermelhas, resultando em 26 casos favoráveis.

Com isso, P(C) = $\frac{26}{52}$ = $\frac{1}{2}$ = 50% de chance de sair uma carta vermelha quando se retira uma carta ao acaso de um baralho de 52 cartas.

D) Qual a probabilidade de se obter um 2 ou 5 no lançamento de um dado?

Resolução:

Casos possíveis: S = {1, 2, 3, 4, 5, 6}, 6 casos

Casos favoráveis: {2, 5}, 2 casos favoráveis

Logo, P(D) = $\frac{2}{6}$ = 33,33% de chance de sair um 2 ou 5 no lançamento de um dado

Este último exemplo pode ser resolvido de outra forma, através do que chamamos de regra da adição. A probabilidade de ocorrerem dois ou mais acontecimentos mutuamente exclusivos, ou seja, eventos que não podem ocorrer ao mesmo tempo, a probabilidade é determinada pela soma das probabilidades dos acontecimentos isolados. Ou seja,

$$P(D1 + D2) = P(D1) + P(D2),$$

quando D1 e D2 são acontecimentos mutuamente exclusivos.

No exemplo D, P(D1) é a probabilidade de se obter o número 2 no dado e P(D2) a de se obter o número 5, isto é, P(D1) $=\frac{1}{6}$ e P(D2) $=\frac{1}{6}$, donde segue que

$$P(D1 + D2) = P(D1) + P(D2) = \frac{1}{6} + \frac{1}{6} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3} = 33{,}33\%.$$

Estas duas resoluções podem ser usadas e a escolha dependerá de qual será mais conveniente para a questão em destaque.

E) Ao se jogarem dois dados, qual é a probabilidade de sair 6 nos dois dados?

Resolução:

Casos possíveis: neste caso, cada face que sair num dado tem a possibilidade de cruzar com as outras 6 faces do outro dado, o que resulta em 6 x 6 = 36 possibilidades.

Casos favoráveis: somente o (6, 6), 1 possibilidade.

Com isso, temos P(E) = $\frac{1}{36}$ de chance de sair 6 nos dois dados.

Podemos resolver esta questão utilizando a regra da multiplicação. A probabilidade de ocorrerem simultaneamente dois ou mais acontecimentos independentes, isto é, não exclusivos, é igual ao produto das probabilidades dos acontecimentos isolados. Sendo E1 e E2 dois acontecimentos independentes,

$$P(E1,E2) = P(E1)\ .\ P(E2)$$

Para o exemplo E temos, P(E1) = $\frac{1}{6}$ e P(E2) = $\frac{1}{6}$, donde segue que

$$P(E1,E2) = P(E1)\ .\ P(E2) = \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} = \frac{1}{36}$$

de chance de sair 6 nos dois dados de forma simultânea. Assim como no exemplo D, aqui pode ser utilizada a resolução que for mais conveniente, dependendo da situação.

3.2.1 Dissertando sobre o plano de aula 2

Nesta aula, planejei abordar a parte teórica do assunto, como o conceito da teoria da probabilidade, o que é um experimento aleatório, o que significa espaço amostral, constituindo a base para então introduzir o cálculo da probabilidade. Para definição do espaço amostral e facilitar o entendimento do mesmo pelos alunos, utilizei um dado de tamanho considerável que chamasse bem a atenção dos alunos para o material e a atividade que está sendo proposta.

Em seguida, procurei tratar sobre os casos favoráveis através de alguns exemplos. O objetivo é assimilar que a probabilidade de tal evento ocorrer é o quociente entre o número de casos favoráveis e número de casos possíveis, e que este valor pode ser expresso em porcentagem de forma equivalente, dependendo do contexto do problema.

Em seguida a proposta é trabalharmos com outros problemas onde a definição do espaço amostral tem algumas restrições, o que exigirá uma atenção maior dos alunos no que diz respeito ao uso de “ou” e “e” no enunciado.

3.3 PLANO DE AULA 3

Para esta última aula, elaboramos uma lista de exercícios para será aplicada na turma, podendo ser realizada em duplas. A mesma consta no Anexo A.

1- Quando sorteamos um mês do ano, qual é a probabilidade de sair:

a) um mês do 1º semestre:

Resolução:

Neste caso, o número de casos possíveis será dado pelo total de meses do ano, que são 12. Por outro lado, o número de casos favoráveis é 6, sendo este o número de meses do primeiro semestre. Assim,

$$P = \frac{n^{\underline{o}}\ de\ casos\ favoráveis}{n^{\underline{o}}\ de\ casos\ possíveis}$$

nos fornece P $= \frac{6}{12} = \frac{1}{2} = 50\%$ de chance de sortearmos um mês do primeiro semestre.

b) um mês de 31 dias:

Resolução:

Neste caso, o número de casos possíveis será dado pelo total de meses do ano, que são 12. Por outro lado, o número de casos favoráveis é 7, sendo este o número de meses com 31 dias. Assim,

$$P = \frac{nº\ de\ casos\ favoráveis}{nº\ de\ casos\ possíveis}$$

nos fornece P $=\frac{7}{12} = 58,33\%$ de chance de sortearmos um mês com 31 dias

c) um mês que começa por J:

Resolução:

Neste caso, o número de casos possíveis será dado pelo total de meses do ano, que são 12. Por outro lado, o número de casos favoráveis é 3, sendo este o número de meses que começa com J. Assim,

$$P = \frac{nº\ de\ casos\ favoráveis}{nº\ de\ casos\ possíveis}$$

nos fornece P $=\frac{3}{12} = \frac{1}{4} = 25\%$ de chance de sortearmos um mês que comece com a letra J.

d) um mês que termina em O:

Resolução:

Neste caso, o número de casos possíveis será dado pelo total de meses do ano, que são 12. Por outro lado, o número de casos favoráveis é 11, sendo este o número de meses que terminam com a letra O. Assim,

$$P = \frac{nº\ de\ casos\ favoráveis}{nº\ de\ casos\ possíveis}$$

nos fornece P $=\frac{11}{12} = 91,66\%$de chance de sortearmos um mês que termine com a letra O.

e) um mês de 32 dias:

Resolução:

Neste caso, o número de casos possíveis será dado pelo total de meses do ano, que são 12. Por outro lado, o número de casos favoráveis é 0, pois não existe nenhum mês com 32 dias. Assim:

$$P = \frac{n^{o}\ de\ casos\ favoráveis}{n^{o}\ de\ casos\ possíveis}$$

nos fornece P $=\frac{0}{12} = 0\%$ de chance de sortearmos um mês que tenha 32 dias.

f) um mês com menos de 32 dias:

Resolução:

Neste caso, o número de casos possíveis será dado pelo total de meses do ano, que são 12. Por outro lado, o número de casos favoráveis é 12, pois todos os meses do ano possuem menos de 32 dias. Assim:

$$P = \frac{n^{o}\ de\ casos\ favoráveis}{n^{o}\ de\ casos\ possíveis}$$

nos fornece P $=\frac{12}{12} = 100\%$ de chance de sortearmos um mês que tenha menos de 32 dias.

2- A mãe de Juliana tem três filhas e está novamente grávida. Qual a chance de o quarto filho ser menino?

Resolução:

A questão de a mãe já ter três filhas não interfere na probabilidade do sexo do próximo filho, resultando em 50% de chance de ser menino.

3- No lançamento de um dado duas vezes seguidas, qual a probabilidade:

a) da soma ser 8? E da soma ser 6?

Resolução:

Para a soma ser 8, temos (2, 6), (6, 2), (4, 4), (3, 5), (5, 3), isto é, 5 casos favoráveis, de 36 pares possíveis. Logo

$$P = \frac{5}{36} = 13{,}88\%$$

Para a soma ser 6, também temos 5 casos favoráveis, de 36 pares possíveis, os quais são (2, 4), (4, 2), (3, 3), (1, 5), (5, 1). Portanto,

$$P = \frac{5}{36} = 13{,}88\%$$

b) de sair seguidas duas vezes o número 5?

Resolução:

Apresentamos duas soluções possíveis. Para a primeira delas, temos como par favorável (5, 5) dentre os 36 pares possíveis. Assim,

$$P = \frac{1}{36} = 2{,}77\%$$

Poderíamos resolver o problema através da regra da multiplicação. Neste caso, observamos que a chance de sair o 5 no primeiro lançamento é $\frac{1}{6}$ e a chance de sair o 5 no segundo lançamento também é de $\frac{1}{6}$. Logo,

$$\frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} = \frac{1}{36} = 2{,}77\%$$

c) de sair duas vezes seguidas números pares?

Uma solução:

Pares favoráveis: (2, 2), (4, 4), (6, 6), (2, 4), (4, 2), (2, 6), (6, 2), (4, 6), (6, 4) – 9 pares.

Pares possíveis: 36 pares

Logo,

$$P = \frac{9}{36} = \frac{1}{4} = 25\%$$

é a probabilidade de sair um número par duas vezes seguidas.

Outra solução:

Chance de sair par no primeiro lançamento: $\frac{3}{6}$

Chance de sair par no segundo lançamento: $\frac{3}{6}$

Logo,

$$\frac{3}{6}.\frac{3}{6} = \frac{9}{36} = \frac{1}{4} = 25\%$$

é a probabilidade de sair um número par duas vezes seguidas.

4- Em uma partida de futebol entre Grêmio e Internacional qual a probabilidade de ocorrer

a) empate?

Resolução:

Resultados possíveis: vitória do grêmio, vitória do internacional, empate – 3 casos possíveis.

Empate: 1 chance

Logo,

$$P = \frac{1}{3} = 33{,}33\%$$

é a probabilidade do jogo terminar empatado.

b) vitória do Grêmio?

Resolução:

Neste caso, teremos $P = \frac{1}{3} = 33{,}33\%$

c) Vitória do Internacional ou empate?

Resolução:

Neste caso, teremos 2 possibilidades, o que resulta em

$$P = \frac{2}{3} = 66{,}66\%$$

Outra solução: Pela Regra da adição temos que P(A, B) = P(A) + P(B), onde P(A) = Vitória do Internacional = $\frac{1}{3}$, P(B) = empate = $\frac{1}{3}$ e, portanto,

$$\frac{1}{3} + \frac{1}{3} = \frac{2}{3} = 66{,}66\%$$

5- Questão do Exame Nacional de Acesso ao Profmat (2014). Numa caixa estão três bolas numeradas de 1 a 3. Um dado, com seis faces numeradas de 1 a 6, é lançado e uma das bolas é escolhida ao acaso.

Assinale a alternativa que dá a probabilidade da bola e do dado exibirem o mesmo número.

(A) 3/17

(B) 5/18

(C) 1/6

(D) 1/3

(E) 1/9

Uma solução: Esta resolução é uma adaptação da fornecida no gabarito do exame de acesso ao Profmat 2014.

O esquema abaixo mostra todas as tiragens possíveis. Cada uma delas ocorre com probabilidade de 1/18. Os eventos em que a bola e o dado exibem o mesmo número são destacados em negrito na tabela a seguir. São 3 eventos em 18. Logo, a resposta correta é 3/18 = 1/6 = 16,66 %

Tabela 2 - Esquema com todas as tiragens possíveis

Dado / Bolas	1	2	3	4	5	6
1	**(1, 1)**	(1, 2)	(1, 3)	(1, 4)	(1, 5)	(1, 6)
2	(2, 1)	**(2, 2)**	(2, 3)	(2, 4)	(2, 5)	(2, 6)
3	(3, 1)	(3, 2)	**(3, 3)**	(3, 4)	(3, 5)	(3, 6)

Fonte: O Autor

3.3.1 Dissertando sobre o plano de aula 3

Nesta terceira e última aula planejei a realização de uma lista de exercícios, os quais selecionei com diferentes níveis de dificuldade. Os alunos poderiam, inclusive, utilizar o dado na realização das atividades, caso necessário. Também apresentei questões que não envolvessem lançamento de dado, para que os alunos não ficassem limitados somente a este contexto, além de uma questão do Exame Nacional de Acesso ao Profmat 2014, a qual tem um bom nível de exigência e serviria para testar se os alunos assimilaram o conteúdo desenvolvido. Quanto a esta questão, na sua resolução, a formação do espaço amostral é bem interessante, onde o aluno deverá perceber a possibilidade de cada bola cruzar com um número do dado, num total de 18 casos, e observar que são 3 os pares favoráveis.

De modo geral, acredita-se que surgirão algumas dificuldades no entendimento do assunto e cálculo de algumas probabilidades, principalmente na definição do espaço amostral e casos favoráveis, onde o raciocínio lógico é muito importante para ter sucesso na resolução dos problemas. Mas, com a utilização do dado, com as ideias assimiladas das questões do jogo e algumas exemplificações bem trabalhadas, espera-se que estas dificuldades sejam superadas.

4 O PLANO DE AULA: ANÁLISE A POSTERIORI

Nesta seção, faremos uma análise de como ocorreu todo o processo, destacando os acertos e o tempo dispendido em cada etapa, além de descrever como a turma assimilou o conteúdo a partir da dinâmica utilizada.

Obtivemos um breve conhecimento dos alunos através de conversas informais com o professor titular e alguns educandos, que já haviam sido meus alunos na escola em que atualmente sou diretor.

O professor me apresentou para a turma, relatou que eu trabalharia com eles por algum tempo, o suficiente para aplicar as aulas planejadas. Em seguida, introduzimos o assunto, relatando que trabalharíamos probabilidade, só que de uma maneira diferente da tradicional, e apresentamos a ideia da aula de forma breve.

Após falar um pouco da história da probabilidade, trabalhamos com a questão da corrida de cavalos, a qual a turma respondeu bem, mostrando algum conhecimento, provavelmente adquirido em anos anteriores. Eles responderam que, se escolhendo um cavalo de cinco, a chance de acertar o vencedor seria de $\frac{1}{5}$. Em seguida, questionamos sobre que porcentagem resultava esta fração. Neste momento, apenas uma dupla de alunos respondeu que seria 20%. Aproveitamos para revisar de que formas podemos representar uma fração como porcentagem. Solicitamos aos alunos que praticassem, em casa, transformações de frações quaisquer em porcentagem para assimilar bem este processo que é de grande importância, não somente no cálculo de probabilidade, mas de atividades diversas.

Prosseguindo, propusemos o jogo conforme descrito na seção 2.1. Iniciamos calculando qual a chance de cada grupo pontuar em cada rodada do jogo. A turma não teve dificuldades para concluir que a chance seria a mesma para cada equipe, ou seja todos teriam 50% de chance de pontuar em cada jogada, já que cada grupo possui três casos favoráveis de seis casos possíveis. Eles também verificaram que, em alguns casos, dois grupos pontuariam ao mesmo tempo, como por exemplo, quando sorteamos o número dois, que é par e primo. Neste momento, nos perguntamos: se a chance é a mesma para cada grupo, então o jogo vai terminar empatado? Eles logo responderam corretamente que não, pois sabemos que a probabilidade não define que exatamente aquilo vai acontecer, o acontecimento deve-se ao acaso, o que salientei em aula com a turma.

A turma participou de forma intensa da atividade, mostrando-se bastante envolvida com a dinâmica. Todos entenderam com facilidade a sequência do jogo e registraram as pontuações nas cartolinas. No decorrer da atividade, foram realizadas 25 jogadas. Os grupos apresentaram pontuações bem semelhantes, assim como indicou a probabilidade calculada. Após estas primeiras rodadas, encerramos a primeira aula.

Dando continuidade ao planejamento, na segunda hora aula, revisamos o que tínhamos abordado na primeira aula. Basicamente, associamos a teoria ao que os alunos vivenciaram na dinâmica realizada no primeiro momento. Os alunos compreenderam a ideia de espaço amostral, probabilidade e evento aleatório.

Em seguida, trabalhamos com os exemplos expostos na seção 3.2. Isso foi de grande importância para fixar a ideia inicial do cálculo da probabilidade. Nos exemplos (a), (b) e (c), a verificação do processo se deu de forma tranquila. No exemplo (d) tivemos uma situação um pouco diferente, pois para calcular a probabilidade de sortear o número 2 ou o 5 no dado, trabalhamos com os alunos a ideia do “ou” significar adicionar os casos possíveis, resultando em dois casos favoráveis de seis possíveis. Percebemos que a turma entendeu o desenvolvimento e o raciocínio utilizado para chegarmos a tal resultado.

Da mesma forma desenvolvemos com a turma o exemplo (e), o qual questiona qual a probabilidade de sair de forma seguida em dois lançamentos do dado o número 6. Utilizando o dado e ilustrando a questão, ressaltamos a importância de verificar que a situação pede 6 no primeiro lançamento e 6 no segundo também, ocasionando 36 resultados possíveis. A turma demorou um pouco para resolver o exemplo, e inicialmente concluiu que a resposta é $\frac{2}{12}$. Não perceberam que o espaço amostral seria 36 e que o único resultado favorável seria o par (6,6). Em seguida, apresentamos também outra maneira de resolvê-lo, salientando a questão do “e” no problema, obtendo $\frac{1}{6}.\frac{1}{6} = \frac{1}{36}$ de chance. Neste momento, concluímos a segunda hora aula.

Na terceira e última hora aula foram desenvolvidos os exercícios propostos. Solicitamos aos alunos que trabalhassem de forma individual e assim que fossem surgindo as dúvidas, que fizessem os questionamentos e discussões pertinentes. Durante a aula, alguns alunos desenvolveram as atividades de forma bem tranquila, assim como alguns alunos não conseguiram avançar sem antes solicitar auxílio. Estabelecemos 25 minutos para a resolução dos exercícios e em seguida fizemos uma discussão no grande grupo, corrigindo no quadro todas as questões.

As questões iniciais foram de fácil entendimento por parte da turma, assim como já esperávamos, pois devido a toda a dinâmica realizada previamente, a definição do espaço amostral e dos casos favoráveis foram bem assimiladas.

Na questão (2), pedimos qual é a chance de nascer um menino, haja visto que a mãe já tem três filhas. A turma logo percebeu que a introdução da questão era apenas informativa, que o fato de a mãe já ter tantas meninas não iria interferir na definição do sexo do próximo filho, e responderam que a probabilidade era de 50% para o próximo filho ser menino.

Na questão (3), pedimos a probabilidade da soma dos números sorteados em dois lançamentos do dado ser 8. Houve um pouco de dúvida na definição do espaço amostral. Quando se joga o dado seguido duas vezes, por exemplo, os pares (2, 3) e (3, 2) representam apenas um caso? Utilizamos os dois dados para discutir e concluímos, em conjunto, que a quantidades de pares são 36. Em seguida, efetuamos a correção utilizando a maneira prática de resolver bem como a regra da adição e da multiplicação.

A turma não apresentou dificuldades quanto a resolução da questão (4). Perceberam imediatamente que o espaço amostral era composto de 3 possibilidades e aplicaram corretamente a definição do “ou” na letra (c), somando as possibilidades

Finalizando, corrigimos e discutimos a Questão do Exame Nacional de Acesso ao Profmat (2014). A dificuldade inicial consistiu na definição do espaço amostral, o qual associamos ao exercício 4. Salientei que temos 3 bolas e 6 números do dado, o que origina 18 pares possíveis. Neste instante, os alunos destacaram que $\frac{3}{18}$ não era uma das alternativas para assinalar como resposta correta. Observamos que tal fração deveria ser simplificada e que situações deste tipo acontecem em provas como Enem e vestibular.

Observando o desempenho dos alunos na resolução dos exercícios e discussões surgidas durante a aula, ressaltamos que a turma em sua maioria apresentou um bom desempenho nas questões propostas. Tentamos sanar as dúvidas que surgiram durante a aula. Apesar do pouco tempo que dispúnhamos, percebemos nos alunos a assimilação do assunto que foi tratado. Isso ficou evidente também na construção do jogo e da sua dinâmica.

No que diz respeito ao desenvolvimento inicial do jogo, o estudo das possibilidades de cada grupo pontuar, ou seja, a delimitação do espaço amostral, foi de grande relevância para o entendimento dos outros desafios que vieram em seguida.

5 CONCLUSÃO

Concluímos que o planejamento funcionou. Conseguimos abordar o assunto de forma prazerosa, envolvendo a turma com o jogo proposto, o que facilitou a assimilação do conteúdo e todos os conceitos que foram construídos na sequência.

Através desse planejamento e aplicação das aulas, concluímos que ao propor aos nossos educandos atividades diferenciadas, com uma dinâmica que se utiliza de materiais concretos em que o aluno seja o sujeito, resgatando outros tipos de atividades às tradicionalmente impostas, conseguimos estimular o aprendizado dos nossos alunos, tornando eles mais dispostos à prática das atividades propostas e motivados. O jogo, a brincadeira e os materiais concretos desempenham um papel fundamental na aprendizagem. A escola e o professor devem proporcionar atividades semelhantes a estas.

No entanto, aliado a esta prática, realizamos uma lista de exercícios para fixação do conteúdo. Numa próxima aplicação, pretendemos avaliar também os exercícios propostos, além dos que foram trabalhados em aula, os quais poderiam ser resolvidos em casa, corrigidos e discutidos em uma próxima aula.

A dinâmica do jogo com o dado para introduzir o assunto de probabilidade certamente será aplicada futuramente em outras turmas, bem como a elaboração de outros materiais concretos que ajudam muito na ilustração dos assuntos propostos e enriquecem as aulas.

Saliento também que o tempo de aplicação do plano de aula poderia ser de 4 horas aula, pois assim teria um tempo maior para trabalhar as questões propostas e outras que poderiam ter sido levadas.

Concluímos que atividades deste tipo auxiliam na aprendizagem, pois facilitam na relação entre a parte teórica e a prática, tornando-a diferente do que temos hoje na maioria das escolas. Muitos dos alunos já tinham uma noção formada do que se trata a ideia básica de probabilidade, de conhecimentos e informações do dia a dia, e também de algumas abordagens sobre o assunto em anos anteriores, o que ajudou muito a continuidade da aula aplicada no que diz respeito a explicação de novos exemplos com regra da adição e multiplicação.

6 BIBLIOGRAFIA

ALBUQUERQUE, I. de. **Metodologia da Matemática.** Rio de Janeiro: Conquista, 1953.

BECKER, F. **A epistemologia do professor:** o cotidiano da escola. Petrópolis: Vozes, 2ª edição, 1994.

DANTE, L. R.. **Tudo é matemática**: ensino fundamental 8ª Série. São Paulo: Ática, 2005.

DIENNES, Z. P. **Aprendizado moderno da matemática.** Rio de Janeiro: Zahar Editores, 1970.

GROENWALD, C. L. O.; TIMM, U. T.. **Utilizando curiosidades e jogos matemáticos em sala de aula**. Disponível em: http://www.somatematica.com.br, Fevereiro, 2002.

KISHIMOTO, T. M.. **Jogo, brinquedo, brincadeira e a educação**. São Paulo: Cortez, 2003.

MORAIS FILHO, D. C de; MALAGUTTI, P. L. A.. **Matemática na Prática:** curso de especialização em ensino de matemática para o ensino médio. Módulo II. Matemática Discreta. Cuiabá: Central de Texto, 2013.

PORTAL EDUCAÇÃO: **Introdução e importância de probabilidades.** Disponível em: www.portaleducacao.com.br Acesso em: Nov 2015.

PROPOSTA PEDAGÓGICA: Escola Estadual de Educação Básica Willy Carlos Fröhlich, 2009.

BRASIL ESCOLA: **História da probabilidade.** Disponível em: www.brasilescola.uol.com.br/matematica/historia-probabilidade.htm Acesso em: Nov 2015.

APÊNDICE A – ESQUEMA DOS PLANOS DE AULA

O interesse do homem em estudar os fenômenos que envolviam determinadas possibilidades fez surgir a Probabilidade. Alguns indícios alegam que o surgimento da teoria das probabilidades teve início com os jogos de azar disseminados na Idade Média. Esse tipo de jogo é comumente praticado através de apostas e, como sabemos, hoje no Brasil temos vários destes jogos, alguns legais e outros ilegais. Os alicerces da teoria do cálculo das probabilidades e da análise combinatória foram estabelecidos por Braise Pascal (*1623 – 1662) e Pierre de Fermat (1601 – 1655).* As situações relacionando apostas no jogo de dados levantaram diversas hipóteses envolvendo possíveis resultados, marcando o início da teoria das probabilidades como ciências.

Quanto a parte teórica do planejamento, utilizei como base Dante (2005), conforme citado na bibliografia, fazendo algumas adaptações.

O que é probabilidade? Forma de medir as hipóteses que um dado acontecimento tem de ocorrer. A teoria da probabilidade permite que se calcule a chance de ocorrência de um número em um experimento aleatório. O que é um experimento aleatório?

É aquele experimento que quando repetido em iguais condições, pode fornecer resultados diferentes, ou seja, são resultados explicados ao acaso. Quando se fala de tempo e possibilidades de ganho na loteria, a abordagem envolve cálculo de experimento aleatório.

Espaço Amostral (S): É o conjunto de todos os resultados possíveis de um experimento aleatório, para espaço amostral usamos a letra S para representar.

Jogar o dado ao acaso para ver qual face numerada será sorteada. Qual é o espaço amostral deste experimento?

Quanto ao cálculo da probabilidade de realização de um acontecimento A, é igual ao quociente entre o número de casos favoráveis à sua realização e o número total de casos possíveis. Assim:

$$P(A) = \frac{n^{o}\ de\ casos\ favoráveis}{n^{o}\ de\ casos\ possíveis}$$

O resultado da probabilidade é expresso em porcentagem ou na forma de fração, dependendo do que se adapta melhor ao contexto do problema.

Exemplos: Resolução e discussão com a turma.

a) Quando se joga um dado ao acaso, qual a probabilidade de sair o número 6?
b) Quando se joga um dado ao acaso, qual a probabilidade de sair um número par?
c) Em um baralho de 52 cartas, retirando-se uma ao acaso, qual a probabilidade de se retirar uma carta vermelha?
d) Qual a probabilidade de se obter um 2 ou 5 no lançamento de um dado?

Atividades propostas:

1- Quando sorteamos um mês do ano, qual é a probabilidade de sair:
g) Um mês do 1º Semestre:
h) Um mês de 31 dias:
i) Um mês que começa por J:
j) Um mês que termina em O:
k) Um mês de 32 dias:
l) Um mês com menos de 32 dias:

2- A mãe de Juliana têm três filhas e está novamente grávida. Qual a chance de o quarto filho ser menino?

3- No lançamento de um dado duas vezes seguidas, qual a probabilidade:
d) Da soma ser 8? Da soma ser 6?
e) De sair seguidas duas vezes o número 5?
f) De sair duas vezes seguidas números pares?

4- Em uma partida de futebol entre Grêmio e Internacional, não se levando em conta a qualidade das equipes, qual a probabilidade de ocorrer?
d) Empate?

e) Vitória do Grêmio?
f) Vitória do Internacional ou empate?

5- Profmat (2014)

Numa caixa estão três bolas numeradas de 1 a 3. Um dado, com seis faces numeradas de 1 a 6, é lançado e uma das bolas é escolhida ao acaso. Assinale a alternativa que dá a probabilidade da bola e do dado exibirem o mesmo número.

a) $\frac{3}{17}$
b) $\frac{5}{18}$
c) $\frac{1}{6}$
d) $\frac{1}{3}$
e) $\frac{1}{9}$

APÊNDICE B - DADOS UTILIZADOS NO DESENVOLVIMENTO DAS AULAS

APÊNDICE C - A TURMA DIVIDIDA EM GRUPOS DESENVOLVENDO O JOGO