

Estratégia MTPA para a máquina IPMSM de baixo custo computacional baseada em polinômios de Lagrange

Eduardo Cattani Silva, Lucas Rossato Rocha e Rodrigo Padilha Vieira
Grupo de Eletrônica de Potência e Controle - GEPOC
Universidade Federal de Santa Maria - UFSM
Santa Maria - Brasil

Emails: cattani98@gmail.com; lucas_rocha@hotmail.com; rodrigovie@gmail.com

Resumo—Esse trabalho apresenta uma abordagem para implementação do algoritmo MTPA para micro-controladores de baixo custo e desempenho, visando aplicação industrial. Devido à complexidade matemática do MTPA, muitos algoritmos propostos demandam alto desempenho computacional, impossibilitando a implementação em microcontroladores com reduzida capacidade. Nesse trabalho serão utilizados métodos numéricos afim de reduzir o custo computacional e obter aproximações com elevada precisão. Afim de validar os resultados, serão realizadas simulações em *hardware* e em *software*.

Palavras-chave – Briot-Ruffini-Horner, IPMSM, Lagrange, MTPA

I. INTRODUÇÃO

A máquina síncrona de ímas permanentes internos (IPMSM) vem recebendo grande atenção na indústria e academia devido às suas características como alta densidade de potência, alta eficiência e resposta dinâmica rápida [1]-[3]. Essa máquina possui como principal característica seus ímãs alocados internamente, o que acarreta em variação na relutância do entreferro. Por esse motivo, as indutâncias em eixo direto e em quadratura possuem valores diferentes, resultando na produção de torque magnético e de relutância [4], [5].

Pode-se usufruir apenas do torque magnético da máquina, não fazendo uso do torque de relutância. Para tal, define-se a corrente de eixo direto em zero e é controlada apenas a corrente do eixo de quadratura proporcionalmente ao torque de referência, resultando em um cálculo simples e rápido de ser executado. Outras abordagens utilizam do torque de relutância, assim como o algoritmo MTPA (*maximum-torque-per-ampere*), o qual obtém o menor módulo da corrente possível para um determinado torque de referência, diminuindo as perdas Joule, as quais são as mais significativas na máquina [6], dessa forma obtendo maior eficiência.

Diversos métodos foram propostos afim de determinar as correntes de referência definidas pelo MTPA, como a utilização do método de Ferrari para solucionar a equação de quarto grau do MTPA [7]. Entretanto, as equações obtidas exigem muito processamento computacional. Visando diminuir os esforços de processamento, utilizou-se dados tabelados, que relacionam torque e corrente de referência [8]. Contudo, existe

a necessidade de armazenar uma grande quantidade de dados, consumindo demasiadamente memória.

Também são propostas leis de controle para MTPA e FW (*flux-weakening*) que utilizam polinômios para determinar as referências de corrente [9]. Entretanto, a obtenção dos coeficientes dos mesmos não é descrita. Também foi proposta a metodologia de aproximação polinomial baseada em modelo p.u. (por unidade) [10], o que torna o método genérico para outras máquinas, porém a aproximação realizada cobre até três vezes o torque de base, o que, para muitas aplicações, é insuficiente. Além disso, a forma como as equações são propostas não garantem uma utilização otimizada de processamento, tendo em vista que existem formas mais eficientes de implementar as mesmas.

Tendo em vista os desafios encontrados nas abordagens, nesse trabalho propõe-se a implementação da técnica MTPA através de aproximação polinomial. O intervalo de operação será estendido para até cinco torque de base, tornando o sistema mais abrangente e as equações serão otimizadas visando obter baixo custo computacional, baixo consumo de memória e alta precisão.

II. MODELAGEM MATEMÁTICA

O modelo matemático da máquina IPMSM em coordenadas dq é dado por (1) [11]

$$\begin{aligned}v_d &= R_s i_d + L_d \frac{d}{dt} i_d - \omega_e L_q i_q \\v_q &= R_s i_q + L_q \frac{d}{dt} i_q + \omega_e L_d i_d + \omega_e \lambda\end{aligned}\quad (1)$$

onde v_d e v_q são as tensões terminais, i_d e i_q as correntes, R_s a resistência estatórica, L_d e L_q as indutâncias em eixo direto e em quadratura, ω_e a velocidade elétrica e λ o fluxo dos ímãs. O comportamento mecânico da máquina é dado por

$$\frac{d}{dt} \omega_r = -\frac{B}{J} \omega_r + \frac{1}{J} (T_e - T_L) \quad (2)$$

onde ω_r é a velocidade rotórica, J é o momento de inércia, B o coeficiente de atrito, T_e o torque eletromagnético e T_L

o torque de carga. O torque eletromagnético é calculado da seguinte forma

$$T_e = \frac{3P}{4} [\lambda + (L_d - L_q) i_d] i_q \quad (3)$$

onde P é o número de polos da máquina. Destaca-se que existem duas parcelas que contribuem para a produção de torque. A primeira, $(L_d - L_q) i_d$, é verificada devido à diferença na relutância entre os eixos d e q e é conhecida como torque de relutância. A segunda parcela, λi_q , resulta da interação entre as correntes estatóricas e as forças contra-eletromotrizes.

A relação entre a velocidade elétrica ω_e , velocidade rotórica ω_r e posição elétrica θ_e , é dada por

$$\omega_e = \frac{P}{2} \omega_r = \frac{d}{dt} \theta_e \quad (4)$$

A. Modelo em p.u. (por unidade)

Visando obter relações que independam dos parâmetros da máquina, pode-se modificar as equações que descrevem o comportamento do motor para o modelo p.u. Para tal, conforme [12], define-se inicialmente a corrente de base i_b ,

$$i_b = \frac{\lambda}{2(L_q - L_d)}, \quad (5)$$

e o torque de base T_b ,

$$T_b = 0.75P\lambda i_b. \quad (6)$$

Uma vez definidos o torque e a corrente de base, pode-se determinar a corrente síncrona do eixo direto (i_{dn}), do eixo de quadratura (i_{qn}) e o torque eletromagnético (T_{en}) em modelo unitário,

$$i_{qn} = \frac{i_q}{i_b}, \quad (7)$$

$$i_{dn} = \frac{i_d}{i_b}, \quad (8)$$

$$T_{en} = \frac{T_e}{T_b}. \quad (9)$$

Para determinar o torque em modelo unitário T_{en} deve-se substituir (5)-(9) na equação do torque eletromagnético da máquina (3), obtendo-se,

$$T_{en} = i_{qn}(2 - i_{dn}). \quad (10)$$

A partir de (10) pode-se isolar as corrente síncronas i_{qn} e i_{dn}

$$i_{qn} = \frac{T_{en}}{2 - i_{dn}}, \quad (11)$$

$$i_{dn} = 2 - \frac{T_{en}}{i_{qn}}. \quad (12)$$

III. ESTRATÉGIA MTPA

Segundo a metodologia de [12], para minimizar as perdas Joule, é necessário minimizar o módulo da corrente na máquina i_{sn} , definido por,

$$i_{sn}^2 = i_{qn}^2 + i_{dn}^2. \quad (13)$$

Inicialmente é necessário definir i_{sn} em função apenas de uma das correntes, no caso i_{dn} . Para tal, substitui-se (11) em (13),

$$i_{sn}^2 = \left(\frac{T_{en}}{2 - i_{dn}} \right)^2 + i_{dn}^2 \quad (14)$$

O ponto crítico de (14), ou seja, i_{dn} tal que torna a derivada de i_{sn} zero, revela a corrente síncrona do eixo direto ideal para minimizar o módulo da corrente, logo,

$$\begin{aligned} \frac{di_{sn}^2}{di_{dn}} = 0 &= \frac{d}{di_{dn}} \left[\left(\frac{T_{en}}{2 - i_{dn}} \right)^2 + i_{dn}^2 \right] \\ 0 &= 2i_{dn} + \frac{2T_{en}^2}{(2 - i_{dn})^3} \end{aligned} \quad (15)$$

A partir da solução de (15) em um software matemático é possível obter a função $f_{idn}(T_{en})$ que determina a corrente síncrona do eixo direto dado um torque eletromagnético, de forma a obter o menor módulo de corrente. Substituindo $f_{idn}(T_{en})$ em (11), obtém-se a relação $f_{iqn}(T_{en})$, a qual relaciona torque eletromagnético e corrente síncrona do eixo de quadratura conforme o MTPA.

Embora a metodologia MTPA determine $f_{idn}(T_{en})$ e $f_{iqn}(T_{en})$ para o módulo f_{isn} das correntes seja minimizado, não é viável implementar essas funções de forma direta e rápida em microcontroladores, dado a complexidade das mesmas. Por esse motivo, essas relações serão aproximadas por polinômios de Lagrange.

IV. POLINÔMIO DE LAGRANGE

Segundo [13], através do método de interpolação de Lagrange, é possível obter um polinômio interpolador $\Pi(x)$ utilizando $\sigma + 1$ pares de pontos distintos $(x_i, y_i(x_i))|_{i=0}^{\sigma}$, tal que,

$$\Pi(x) = \sum_{i=0}^{\sigma} y_i(x_i) \iota_i(x) \quad (16)$$

sendo ι_i os polinômios característicos, os quais são definidos por,

$$\iota_i(x_j) = \prod_{\substack{m=0 \\ m \neq i}}^{\sigma} \frac{x_j - x_m}{x_i - x_m} \quad (17)$$

De acordo com (17), o polinômio característico $\iota_i(x)$ retornará 0 quando $x = (x_k)|_{k \neq i}$, pois um dos termos do numerador irá obter valor nulo. Ao passo que $\iota(x)$ retornará 1 quando $x = x_i$, pois o numerador e denominador serão iguais. Dessa forma,

$$\iota_i(x_j) = \delta_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{se } i = j \\ 0, & \text{se } i \neq j \end{cases} \quad (18)$$

onde δ_{ji} é o delta de Kronecker. Logo, substituindo (18) em (16), prova-se que,

$$\Pi(x_i) = \sum_{i=0}^{\sigma} y_i(x_i) \delta_{ij} = y_i, \quad (19)$$

Dessa forma, obtém-se um polinômio que percorre o conjunto de pontos iniciais $(x_i, y_i(x_i))|_{i=0}^{\sigma}$, que interpola adequadamente a função.

Agrupando os termos dos polinômios interpoladores de Lagrange, pode-se obter a equação genérica,

$$\Pi(x) = \alpha_{(\sigma)} x^{(\sigma)} + \alpha_{(\sigma-1)} x^{(\sigma-1)} + \dots + \alpha_{(0)}, \quad (20)$$

onde $\alpha_{(i)}|_{i=0}^{\sigma}$ são os coeficientes do polinômio.

V. APROXIMAÇÃO DO MTPA

Nesta seção são desenvolvidas as equações para obter as correntes síncronas de referência i_{dn}^* e i_{qn}^* a partir do torque de referência T_{en}^* . Para tal, será realizado um estudo de diferentes estratégias utilizando o polinômio interpolador de Lagrange.

Para aproximar as correntes dos eixos síncronos através de um polinômio de grau σ , deve-se gerar um conjunto de $\sigma + 1$ valores de torque de referência, os quais são igualmente espaçados em um intervalo selecionado de 0 até 5 p.u. A partir desses, são geradas as correntes de referência, conforme (21) e (22)

$$(T_{en(0)}, f_{idn}(T_{en(0)}), \dots, (T_{en(i)}, f_{idn}(T_{en(i)}), \quad (21)$$

$$(T_{en(0)}, f_{iqn}(T_{en(0)}), \dots, (T_{en(i)}, f_{iqn}(T_{en(i)}), \quad (22)$$

onde $f_{idn}(T_{en(i)})|_{i=0}^{\sigma}$ e $f_{iqn}(T_{en(i)})|_{i=0}^{\sigma}$ são as correntes de eixo direto e em quadratura impostas pelo MTPA dado o torque eletromagnético $T_{en(i)}|_{i=0}^{\sigma}$.

Aplicando o método de Lagrange nesses conjuntos de pontos, obtém-se, para aproximação de i_{dn} , os coeficientes $\alpha_{d(i)}|_{i=0}^{\sigma}$, e para aproximação de i_{qn} , $\alpha_{q(i)}|_{i=0}^{\sigma}$. Através desses coeficientes, é possível gerar o polinômio de grau σ de Lagrange que relaciona torque eletromagnético com corrente do eixo direta $P_{iqn(\sigma)}(T_{en})$,

$$P_{iqn(\sigma)}(T_{en}) = \alpha_{q(\sigma)} T_{en}^{\sigma} + \dots + \alpha_{q(1)} T_{en} + \alpha_{q(0)}, \quad (23)$$

e outro com a corrente de quadratura $P_{idn(\sigma)}(T_{en})$,

$$P_{idn(\sigma)}(T_{en}) = \alpha_{d(\sigma)} T_{en}^{\sigma} + \dots + \alpha_{d(1)} T_{en} + \alpha_{d(0)}. \quad (24)$$

É possível obter as correntes síncronas de referência i_{qn}^* e i_{dn}^* de forma direta através de dos polinômios aproximados (23) e (24)

$$\begin{aligned} i_{qn}^* &= P_{iqn(\sigma)}(T_{en}^*), \\ i_{dn}^* &= P_{idn(\sigma)}(T_{en}^*), \end{aligned} \quad (25)$$

porém, devido ao torque eletromagnético (10) ser combinação das mesmas, o erro de cada aproximação se acumula e o torque de referência não é devidamente rastreado. Afim de eliminar esse erro, pode-se aproximar uma das correntes através de (23) ou (24), e, posteriormente, obter a corrente do outro eixo através de (11) ou (12), dessa forma obtendo uma

combinação entre as corrente que geram exatamente o torque de referência.

No caso da aproximação a partir da corrente no eixo direto, obtém-se,

$$\begin{aligned} i_{dn}^* &= P_{idn}(T_{en}^*), \\ i_{qn}^* &= \frac{T_{en}}{2 - i_{dn}^*}, \end{aligned} \quad (26)$$

e utilizando a aproximação pela corrente de quadratura,

$$\begin{aligned} i_{qn}^* &= P_{iqn}(T_{en}^*), \\ i_{dn}^* &= 2 - \frac{T_{en}}{i_{qn}^*}. \end{aligned} \quad (27)$$

Para determinar qual das aproximações resulta em menor erro, será utilizada a métrica ϵ , a qual consiste na integral da diferença entre o módulo $i_{sna}(T_{en})$ das correntes síncronas obtidas por aproximação ((26) e (27)) e o módulo $i_{snf}(T_{en})$ das correntes síncronas obtidas diretamente do equacionamento do MTPA ($f_{iqn}(T_{en})$ e $f_{idn}(T_{en})$),

$$\epsilon = \int_0^5 (i_{snf} - i_{sna}) dT_{en} \quad (28)$$

onde $i_{snf} = \sqrt{f_{iqn}(T_{en})^2 + f_{idn}(T_{en})^2}$ e $i_{sna} = \sqrt{i_{qn}^*(T_{en})^2 + i_{dn}^*(T_{en})^2}$, sendo justificada a escolha dessa métrica por estar diretamente relacionada ao aumento do módulo da corrente i_{sn} . Logo, menor o erro, menor as perdas Joule.

Foram realizadas as aproximações a partir do eixo direto (26) e de quadratura (27), por polinômios de grau $\sigma|_{\sigma=2}^4$. Foi calculado ϵ para definir qual opção é mais adequada, assim como exposto na Tabela I.

Tabela I
ERRO EM CADA ABORDAGEM

σ	ϵ (p.u.)	
	Abordagem (26)	Abordagem (27)
2	006,0192 e-3	28,6586 e-3
3	813,7142 e-6	14,1306 e-3
4	050,3318 e-6	15,0037 e-3

Pode-se observar que o erro ϵ é consideravelmente menor quando utilizada a aproximação da corrente de eixo direto (26). O erro elevado quando utiliza-se aproximação pela corrente do eixo de quadratura deve-se principalmente ao fato de que, para obter i_{dn}^* utiliza-se a equação (12), a qual possui um elevado erro quando T_{en} tende a zero, por possuir uma divisão direta do torque pela corrente obtida através de $P_{iqn(\sigma)}$. Logo, optou-se pela abordagem (26).

VI. OTIMIZAÇÃO DO MÉTODO

Nessa seção será otimizado o algoritmo utilizado na seção V, visando a diminuição do erro de aproximação e do tempo de processamento das correntes de referência. Para tal, uma série de métodos matemáticos será empregada.

A. Divisão das curvas

Uma estratégia para diminuir o erro de aproximação é decompor a curva em diversos segmentos e aproximar individualmente cada um desses intervalos. Observou-se que $f_{iqn}(T_{en})$, quando decomposta em dois intervalos, tem uma diminuição considerável do erro máximo ϵ de aproximação. Sendo o primeiro intervalo para quando T_{en} for menor que t_{cn} , e o segundo para quando for maior ou igual, sendo $t_{cn} \in (0, 5)$ uma variável a ser determinada.

Para cada uma das aproximações de grau σ , é obtido um conjunto de coeficientes $\alpha_{dk(i)}|_{i=0}^{\sigma}$, sendo que para o primeiro intervalo $k = 1$ e para o segundo $k = 2$, logo, obtém-se,

$$P_{idn(\sigma)} = \begin{cases} \alpha_{d1(n)}(T_{en})^{\sigma} + \dots + \alpha_{d1(0)}, & \text{se } 0 < T_{en} < t_{cn} \\ \alpha_{d2(n)}(T_{en})^{\sigma} + \dots + \alpha_{d2(0)}, & \text{se } t_{cn} \leq T_{en} \leq 5 \end{cases} \quad (29)$$

Afim de determinar a variável t_{cn} ótima para cada curva aproximada de cada grau σ , realizou-se uma varredura de t_{cn} e calculado o erro ϵ obtido por (29). Pode-se observar o resultado obtido na Figura 1.

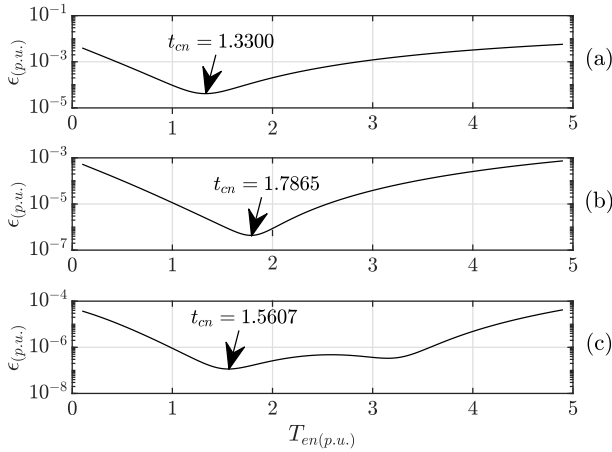


Figura 1. Erro dada a variação do t_{cn} de acordo com o grau de $P_{idn(\sigma)}(T_{en})$: (a) $\sigma = 2$, (b) $\sigma = 3$ e (c) $\sigma = 4$.

Na Tabela II pode-se observar os pontos de troca de coeficientes t_{cn} os quais minimizam ϵ . Considera-se γ a redução em percentual do erro obtida através da divisão de intervalos.

Tabela II
 t_{cn} IDEAL.

σ	$\epsilon(\text{p.u.})$	$t_{cn}(\text{p.u.})$	γ
2	041,6057e-6	1,3300	99,3088%
3	436,5496e-9	1,7865	99,9464%
4	114,5208e-9	1,5607	99,7725%

B. Algoritmo de Briot-Ruffini-Horner

Considerando o polinômio interpolador de Lagrange descrito por (24), de ordem σ , quando implementado computacionalmente são necessárias $(2\sigma - 1)$ operações de multiplicação

e (σ) de soma [14]. Ao passo que, caso seja implementado utilizando o algoritmo de BRH (Briot-Ruffini-Horner) a obtenção do mesmo resultado utiliza σ operações de soma e multiplicação, permitindo o processamento de forma mais rápida. A implementação de (24) utilizando BRH, dá-se por,

$$P_{iqn(\sigma)}(T_{en}) = ((\dots (\alpha_{id(\sigma)}T_{en} + \alpha_{id(\sigma-1)})T_{en} + \dots (\dots)T_{en} + \alpha_{id(0)}). \quad (30)$$

VII. MODELO PARA IMPLEMENTAÇÃO

Para realizar a conversão das referências de corrente i_{qn}^* e i_{dn}^* de P.U. para i_q^* e i_d^* , no intervalo $k|_{k=1}^2$, substitui-se (7) e (8) em (26), obtendo-se,

$$\frac{i_d^*}{i_b} = \alpha_{dk(\sigma)} \left(\frac{T_e^*}{T_b} \right)^{\sigma} + \dots + \alpha_{dk(0)}, \quad (31)$$

$$\frac{i_q^*}{i_b} = \frac{\left(\frac{T_e^*}{T_b} \right)}{2 - \left(\frac{i_d^*}{i_b} \right)}, \quad (32)$$

rearranjando as equações,

$$i_{dk}^* = \alpha_{dk(\sigma)} \left(\frac{i_b}{T_b} \right) (T_e^*)^{\sigma} + \dots + \alpha_{dk(0)} (i_b), \quad (33)$$

$$i_q^* = \frac{\left(\frac{i_b}{T_b} \right) T_e^*}{2i_b - i_d^*}. \quad (34)$$

É possível agrupar em constantes β todos os termos dependentes de parâmetros da máquina, assim, pode-se reescrever,

$$i_d^* = \alpha_{dk(\sigma)} \beta_{d(\sigma)} (T_e^*)^{\sigma} + \dots + \alpha_{dk(0)} \beta_{d(0)}, \quad (35)$$

$$i_q^* = \frac{\beta_{q(0)} T_e^*}{\beta_{q(1)} - i_d^*}, \quad (36)$$

onde as constantes β , através de (5) e (6), podem ser reescritas por,

$$\beta_{d(i)} = \frac{i_b}{T_b^i} = \frac{2^{3i-1} (L_q - L_d)^{i-1}}{(3P)^i},$$

$$\beta_{q(0)} = \frac{i_b^2}{T_b} = \frac{2}{3(L_q - L_d)P}, \quad (37)$$

$$\beta_{q(1)} = 2i_b = \frac{2\lambda}{2(L_q - L_d)}.$$

Finalmente, pode-se agrupar os coeficientes através do coeficiente $\phi_{dk(i)}|_{i=0}^{\sigma}$, o qual é definido por,

$$\phi_{dk(i)} = \alpha_{dk(i)} \beta_{d(i)}, \quad (38)$$

dessa forma, torna-se possível reescrever (35),

$$i_d^* = \begin{cases} \phi_{d1(\sigma)} (T_e^*)^{\sigma} + \dots + \phi_{d1(0)}, & \text{se } 0 < T_e^* < t_c \\ \phi_{d2(\sigma)} (T_e^*)^{\sigma} + \dots + \phi_{d2(0)}, & \text{se } t_c \leq T_e^* \leq 5 \cdot t_b \end{cases} \quad (39)$$

onde $t_c = t_{cn} \cdot t_b$.

Por fim, utilizando as equações (36) e (39) é possível obter i_q^* e i_d^* a partir de T_e^* , respectivamente.

Tabela III
COEFICIENTES $\alpha_{idk(i)}|_{\sigma=0}^{\sigma}$ DE $P_{id(\sigma)}$.

i	σ					
	2		3		4	
	$\alpha_{id1(i)}$	$\alpha_{id2(i)}$	$\alpha_{id1(i)}$	$\alpha_{id2(i)}$	$\alpha_{id1(i)}$	$\alpha_{id2(i)}$
0	0.00000	0.14264	0.00000	0.13953	0.00000	0.08769
1	-0.02439	-0.24276	0.00035	-0.22963	0.00344	-0.16103
2	-0.07918	0.00437	-0.13440	-0.00171	-0.14417	-0.03408
3	—	—	0.02740	0.00072	0.03618	0.00721
4	—	—	—	—	-0.00232	-0.00047

VIII. RESULTADOS

Através do desenvolvimento matemático anteriormente realizado foram obtidos os coeficientes $\alpha_{idk(n)}|_{\sigma=0}^{\sigma}$, os quais estão descritos na Tabela III.

Na Tabela IV estão expostos os parâmetros da máquina IPMSM da WEG utilizada na simulação, ao passo que na Tabela V se encontram os parâmetros de simulação utilizados.

Tabela IV
PARÂMETROS DA MÁQUINA.

Parâmetro	Valor
Potência nominal	11 kW
Torque nominal	58,4 Nm
Corrente nominal	19,2 A
Número de par de polos	3
Resistência estatórica	500 mΩ
Indutância do eixo d/q	20,1/40,9 mH
Constante de fluxo dos ímãs	0,5126 V.s/rad
Velocidade nominal	1800 rpm

Tabela V
PARÂMETROS DE SIMULAÇÃO.

Parâmetro	Valor
Frequência de chaveamento/amostragem	10 kHz
Ganho proporcional (d/q)	20,50 / 20,50
Ganho integral (d/q)	11,19e3 / 5,5e3

Quando implementado a metodologia desenvolvida nessa máquina, o módulo do erro entre a referência de corrente MTPA (f_{iq} e f_{id}) e as referências obtidas por aproximação (i_q^* e i_d^*) são exibidos na Figura 2. Como pode-se observar, a aproximação com maior erro é a de segundo grau ($\sigma = 2$), e chega à um erro máximo de aproximadamente 62 mA na corrente de eixo direto e 23 mA no eixo de quadratura, valores os quais podem ser considerados desprezíveis para o sistema de controle, dado ruído de leitura e oscilações de torque inerentes da implementação prática.

A. Simulação em microcontrolador

Para análise do tempo de processamento do algoritmo com e sem a utilização do método de BRH foi utilizado o microcontrolador STM32F103C8T6, o qual possui um processador operando em 72 MHz. Dado um torque arbitrário de referência, foram calculadas as referências de corrente síncronas utilizando (36) e (39). O processo foi executado cem

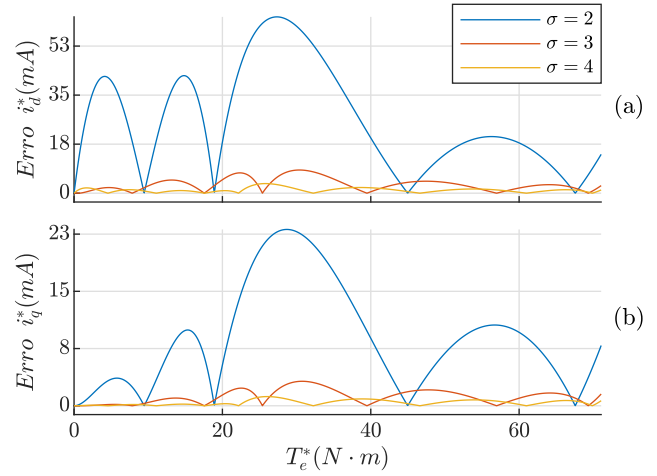


Figura 2. Resultados gerados por *software*. Erro na aproximação do eixo direto (a) e de quadratura (b).

mil vezes e o período médio de processamento está descrito na Tabela VI, junto ao γ , o qual representa redução percentual do tempo de processamento utilizando o método BRH.

Tabela VI
TEMPO DE PROCESSAMENTO DE $P_{id(\sigma)}$.

σ	S/BRH (μs)	C/BRH (μs)	γ
2	23,94	11,38	52,46%
3	363,10	13,34	96,32%
4	699,30	15,64	97,76%

Pode-se observar que o tempo de processamento necessário foi reduzido, tornando mais viável a implementação desse algoritmo em sistemas embarcados de baixo custo, os quais possuem capacidade de processamento reduzida. Considerando que o ciclo de controle ocorre na frequência de 10 kHz, como descrito anteriormente, o intervalo disponível para calcular e aplicar as leis de controle é de 100 μs , tornando inviável a implementação de aproximações de terceiro ou quarto grau sem BRH, pois ambas demandam de 363,10 μs e 699,30 μs , respectivamente.

B. Simulação em software

Afim de verificar a efetividade do método de aproximação, foi realizada a simulação da máquina através da plataforma Typhoon HIL, onde foi configurada uma máquina IPMSM com os parâmetros da Tabela IV. Tal máquina foi configurada para operar em velocidade constante, ou seja, qualquer torque eletromagnético produzido pela mesma é anulado por uma carga gerada automaticamente pelo *software*. Dessa forma, pode-se variar o torque eletromagnético gerado sem modificar a velocidade, facilitando a análise.

Utilizou-se apenas a malha de controle de corrente nessa simulação, visto que a velocidade da máquina é constante. Dessa forma, varia-se apenas a referência de torque, a qual é processada por (36) e (39) e são geradas as referências de corrente. Essa são processadas por um controlador PI

O presente trabalho foi realizado com apoio da Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado do Rio Grande do Sul (FAPERGS) e da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - Brasil (CAPES/PROEX) - Código de Financiamento 001.

REFERÊNCIAS

- [1] J. Du, X. Wang, and H. Lv, "Optimization of magnet shape based on efficiency map of ipmsm for evs," *IEEE Transactions on Applied Superconductivity*, vol. 26, no. 7, pp. 1–7, 2016.
- [2] X. Fan, B. Zhang, R. Qu, D. Li, J. Li, and Y. Huo, "Comparative thermal analysis of ipmsms with integral-slot distributed-winding (isdw) and fractional-slot concentrated-winding (fscw) for electric vehicle application," *IEEE Transactions on Industry Applications*, vol. 55, no. 4, pp. 3577–3588, 2019.
- [3] C. Jin, D. Jung, K. Kim, Y. Chun, H. Lee, and J. Lee, "A study on improvement magnetic torque characteristics of ipmsm for direct drive washing machine," *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 45, no. 6, pp. 2811–2814, 2009.
- [4] K. Li and Y. Wang, "Maximum torque per ampere (mtpa) control for ipmsm drives based on a variable-equivalent-parameter mtpa control law," *IEEE Transactions on Power Electronics*, vol. 34, no. 7, pp. 7092–7102, 2019.
- [5] —, "Maximum torque per ampere (mtpa) control for ipmsm drives using signal injection and an mtpa control law," *IEEE Transactions on Industrial Informatics*, vol. 15, no. 10, pp. 5588–5598, 2019.
- [6] Q. Guo, Z. Chengming, L. Li, J. Zhang, and M. Wang, "Maximum efficiency per torque control of permanent-magnet synchronous machines," *Applied Sciences*, vol. 6, p. 425, 12 2016.
- [7] S. Jung, J. Hong, and K. Nam, "Current minimizing torque control of the ipmsm using ferrari's method," *IEEE Transactions on Power Electronics*, vol. 28, no. 12, pp. 5603–5617, 2013.
- [8] N. Yang, G. Luo, W. Liu, and K. Wang, "Interior permanent magnet synchronous motor control for electric vehicle using look-up table," in *Proceedings of The 7th International Power Electronics and Motion Control Conference*, vol. 2, 2012, pp. 1015–1019.
- [9] C. Pan and S. Sue, "A linear maximum torque per ampere control for ipmsm drives over full-speed range," *IEEE Transactions on Energy Conversion*, vol. 20, no. 2, pp. 359–366, 2005.
- [10] S. Huang, Z. Chen, K. Huang, and J. Gao, "Maximum torque per ampere and flux-weakening control for pmsm based on curve fitting," in *2010 IEEE Vehicle Power and Propulsion Conference*, 2010, pp. 1–5.
- [11] R. Krishnan, *Permanent Magnet Synchronous and Brushless DC Motor Drives*, 1st ed. CRC Press, 2009.
- [12] J. Sun, C. Lin, J. Xing, and X. Jiang, "Online mtpa trajectory tracking of ipmsm based on a novel torque control strategy," *Energies*, vol. 12, no. 17, 2019.
- [13] A. Quarteroni, R. Sacco, and F. Saleri, *Numerical Mathematics*, 01 2007, vol. 37.
- [14] N. M. B. Franco, *Cálculo Numérico*. PEARSON, 2015.

(proporcional-integral) e são geradas as referências de tensão. Por fim, são moduladas as referências de tensão que são aplicadas na máquina através de modulação *PWM*.

A velocidade foi fixada em 188 rad/s e o torque eletromagnético de referência T_e^* é inicialmente definido zero, e, durante oito segundos, varia linearmente até atingir 58.4 Nm . Foram realizadas simulações com quatro configurações: controle linear ($i_d = 0$) e aproximação de segundo ($\sigma = 2$), terceiro ($\sigma = 3$) e quarto grau ($\sigma = 4$). O resultado da simulação está exposto na Figura 3.

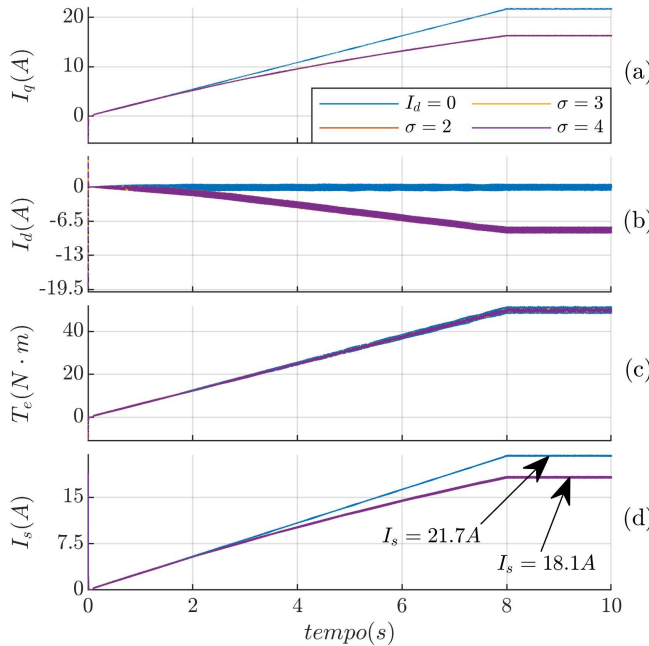


Figura 3. Resultados gerados pelo software. (a) i_q , (b) i_d . (c) T_e e d) i_s

É possível observar que a injeção de corrente i_d promovida pelo algoritmo promoveu uma redução do módulo da corrente i_s , quando comparado à estratégia $i_d = 0$. A diferença de rendimento entre as aproximações é desprezível, sendo complexo distinguir as aproximações nos resultados expostos.

IX. CONCLUSÃO

O presente trabalho apresentou uma estratégia MTPA para obtenção das correntes de referência visando baixo custo computacional e grande intervalo de operação. Para tal, inicialmente foi desenvolvido o equacionamento do MTPA e da aproximação polinomial por Lagrange. Afim de otimizar a metodologia, concluiu-se que a melhor forma de aproximação é dividir a curva $f_{iqn}(T_e)$ em dois intervalos distintos. Por fim, utilizando o método de Briot-Ruffini-Horner, foi possível reduzir o tempo necessário para determinação das correntes de referência. Foi possível observar que a diferença entre as aproximações de segundo à quarto grau são mínimas, a qual na prática pode ser desprezada. Logo, sugere-se a utilização da curva de segundo grau, tendo em vista que possui o mesmo desempenho e é executada requerendo menos processamento. Resultados de simulação comprovaram a rápida execução e elevada precisão do algoritmo.