

#### UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA MARIA CENTRO DE CIÊNCIAS NATURAIS E EXATAS CURSO DE GRADUAÇÃO EM FÍSICA

## ESTABILIDADE NA CAMADA LIMITE ATMOSFÉRICA E INTERMITÊNCIA NAS PEQUENAS ESCALAS

TRABALHO DE GRADUAÇÃO

**Luís Gustavo Nogueira Martins** 

Santa Maria, RS, Brasil

2008

## ESTABILIDADE NA CAMADA LIMITE ATMOSFÉRICA E INTERMITÊNCIA NAS PEQUENAS ESCALAS

por

## **Luís Gustavo Nogueira Martins**

Projeto de Trabalho de Graduação em Física apresentada ao Curso de Graduação em Física, da Universidade Federal de Santa Maria (UFSM, RS), como requisito parcial para obtenção do grau de **Bacharel em Física**.

Orientador: Prof. Dr. Gervásio Annes Degrazia UFSM

Santa Maria, RS, Brasil 2008

## Universidade Federal de Santa Maria Centro de Ciêncas Naturais e Exatas Curso de Graduação em Física

A Comissão Examinadora, abaixo assinada, aprova a Dissertação de Mestrado

## ESTABILIDADE NA CAMADA LIMITE ATMOSFÉRICA E INTERMITÊNCIA NAS PEQUENAS ESCALAS

elaborada por

## Luís Gustavo Nogueira Martins

como requisito parcial para obtenção do grau de

Bacharel em Física.

#### **COMISSÃO EXAMINADORA:**

Prof. Dr. Gervásio Annes Degrazia

UFSM

(Orientador)

Prof Dr. Osvaldo Luiz Leal de Moraes

UFSM

Prof Dr. Lúcio Strassabosco Dorneles

UFSM

Santa Maria, 18 de dezembro de 2008.

# ... e o verme passeia na lua cheia.

(Secos e Molhados)

Em memória de James Marshall Hendrix (\*27/11/1942 † 18/09/1970)

## **Agradecimentos**

Aos meus pais, pelo apoio financeiro. Ao professor Gervásio, pelo apoio e confiança. Ao Guilherme, pelas grandes contribuições na realização deste trabalho. Aos colegas de laboratório Felipe e Franciano, sempre dispostos a ajudar. Ao professor Osvaldo, por disponibilizar os dados de campanha utilizados neste trabalho. Em especial, à Drisiane, pelo apoio e incentivo.

## Lista de Figuras

1.1	Evolução da velocidade longitudinal $u(t)$ na camada limite planetária.	
	Série de aproximadamente 60 min amostrada a 10 Hz	16
1.2	Função de autocorrelação da variável $u(t)$ da figura 1.1	19
1.3	Funções densidades de probabilidades normalizadas dos incremen-	
	tos da componente longitudinal da velocidade em um jato de ar tur-	
	bulento. $r \sim \eta$ (linha pontilhada) e $r \sim L$ (linha trassejada).(Malecot,	
	2000, Eur. Phys. J. B.)	24
1.4	Taxa de dissipação da energia normalizada pela média a) obtida em	
	laboratório e b) para Camada Limite Atmosférica. (Meneveau e Sre-	
	enivasan, 1991, J. Fluid. Mech)	25
3.1	Espectro de potência da componente $\boldsymbol{u}$ da velocidade do vento na	
	camada limite atmosférica apresentada na figura 1.1	31
3.2	Componente $\boldsymbol{u}$ do campo velocidade do vento e o respectivo surro-	
	gate gerado pelo algoritmo IAAFT (superiores). Autocorrelação e dis-	
	tribuição (deslocado para direita pra melhor visualização) para essas	
	séries (esquerda inferiores e direita inferior respectivamente)	35
4.1	Movimento browniano unidimensional (processo de Wiener com $h={\color{black} }$	
	$1/2$ )(esquerda superior). A magnitude dos cumulantes $\mathcal{C}_1$ (direita su-	
	perior), $C_2$ (esquerda inferior) e $C_3$ (direita inferior)	36
4.2	$C_1(r)$ (esquerda superior), $C_2(r)$ (direita superior) e $C_3(r)$ (esquerda	
	inferior) calculados para a componente longitudinal do campo velo-	
	cidade do vento para a CLA e o surrogate gerado para esta série.	
	$S_2 = \langle \delta_r u^2 \rangle$ para a série turbulenta e <i>surrogate</i>	40

5.1	Expectro de expoentes da função estrutura de ordem $p$ ( $\zeta_p$ ) para	
	os modelos monofractal (teoria K41), log-normal (teoria K62) e log-	
	Poisson (1994)	42

## Lista de Tabelas

5.1	Valores de $\langle c_1  angle$ para séries de turbulência na CLA e surrogate tin		
	series divididas de acordo com a condição de estabilidade da CLA	41	
5.2	Valores de $\langle c_2 \rangle$ para séries temporais turbulentas da CLA separadas		
	de acordo com a condição de estabilidade da camada	42	

## Sumário

Re	esum	0	12
ΑI	ostra	ct	14
1	INTI	RODUÇÃO	16
	1.1	Turbulência: conceitos introdutórios	16
	1.2	Teoria estatística da turbulência	18
	1.3	Objetivos	24
2	A C	AMADA LIMITE ATMOSFÉRICA	26
	2.1	Energia cinética turbulenta	26
	2.2	Comprimento de Monin-Obukhov (L)	28
3	FER	RAMENTAS ESTATÍSTICAS	29
	3.1	Análise clássica	29
		3.1.1 Estimativa da função densidade de probabilidade (FDP)	29
		3.1.2 Análise de Fourier	30
		3.1.3 Autocorrelação	31
	3.2	Análise da magnitude dos cumulantes	32
	3.3	Função geradora de cumulantes para a função estrutura	33
	3.4	Análise "surrogate"	34
4	ANÁ	ÁLISE DOS DADOS	36
	4.1	Movimento browniano	36
	4.2	Série turbulenta	38
5	RES	SUITADOS ORTIDOS	41

6	DISCUSSÕES FUTURAS	44
Re	ferências Bibliográficas	45

#### **RESUMO**

## Trabalho de Graduação Departamento de Física Universidade Federal de Santa Maria

## ESTABILIDADE NA CAMADA LIMITE ATMOSFÉRICA E INTERMITÊNCIA NAS PEQUENAS ESCALAS

AUTOR: Luís Gustavo Nogueira Martins

ORIENTADOR: PROF. DR. GERVÁSIO ANNES DEGRAZIA

**UFSM** 

Data e Local da Defesa: Santa Maria, 18 de dezembro de 2008.

Embora a compreensão da turbulência seja fundamental em inúmeras áreas da ciência e tecnologia, ainda muito pouco se sabe sobre sua estrutura e sua fenomenologia. Desde os primeiros modelos estatísticos das décadas de quarenta e sessenta do século passado, poucas foram as contribuições realmente relevantes apresentadas no sentido de ajudar a descrever quantitativa e qualitativamente este fenômeno.

A grande complexidade da turbulência é atribuída à um fenômeno característico chamado *intermitência*, que é considerado uma "assinatura" da turbulência e está associado à variância da distribuição da taxa de dissipação de energia nas diferentes escalas. O parâmetro estatístico associado a este fenômeno é o chamado *expoente de intermitência* ( $\mu$ ).

A intermitência em pequenas escalas tem sido o principal objeto de pesquisas em turbulência nos últimos 46 anos, sendo assim, muitos esforços tem sido aplicados na determinação do parâmetro  $\mu$ .

A determinação direta do expoente de intermitência com o uso de dados experimentais é feita através do cálculo da auto-correlação da taxa de dissipação da energia cinética turbulenta ( $\langle (\epsilon(x+r)\epsilon(x)) \sim r^{-\mu}$ ). Um outro método menos preciso, mas também muito popular, utilizado para estimar indiretamente  $\mu$  é através da função estrutura de sexta ordem ( $\langle u((x+r)-u(r))^6\rangle \sim r^{2-\mu}$ ). Porém, para garantir um convergência estatística, estes dois métodos exigem séries temporais longas de

alta freqüência e ótima qualidade providas por anemometros de fio quente, que exigem freqüentes calibrações. Este tipo de anemômetros são usados principalmente em túneis de vento, onde as condições experimentais são bem controladas.

Devido a grande variabilidade ao longo do dia da Camada Limite Atmosférica (CLA), anemômetros sônicos são largamente utilizados em experimentos de campo por necessitarem de calibrações muito menos freqüentes. No entanto, a baixa taxa de amostragem ( $\sim$  10 a 30Hz) do anemômetro sônico, somada as dificuldades experimentais, resulta em uma série de dados grosseiros e de baixa resolução. Em geral, para uma estimativa direta confiável de  $\mu$  são necessários dezenas de milhões de pontos, o que exigiria, em experimentos na CLA, um sinal estacionário de aproximadamente 11 dias (praticamente impossível).

Devido a essas implicações, (BASU; FOUFOULA-GEORGIOU; LASHERMES; ARNÉODO, 2007) propuseram um método alternativo para estimar o expoente de intermitência para séries curtas e de baixa freqüência utilizando a Análise da Magnitude dos Cumulantes em conjunto com a Análise *Surrogate*.

Esta metodologia foi aplicada a séries temporais de turbulência na CLA, que nos permitiu estimar com uma ótima precisão o expoente de intermitência para estes dados. Os resultados obtidos através da Análise da Magnitude dos Cumulantes são tão precisos quanto os valores de  $\mu$  estimados diretamente com dados obtidos em túnel de vento e em experimentos mais elaborados na CLA.

A grande importância da obtenção deste expoente ( $\mu$ ) é que através da análise do seu comportamento na presença de diferentes condições de estabilidade da atmosfera, foi possível verificar que o intervalo inercial é afetado pelos eventos de grandes escalas, neste caso, pelos diferentes forçantes geradores da turbulência, contrariando a clássica idéia de que o intervalo inercial não sofre influência da anisotropia dos grandes turbilhões.

#### **ABSTRACT**

## Trabalho de Graduação Departamento de Física Universidade Federal de Santa Maria

# ATMOSPHERIC BOUNDARY LAYER STABLILITY AND SMALL SCALE INTERMITTENCY

Autor: Luís Gustavo Nogueira Martins

ORIENTADOR: PROF. DR. GERVÁSIO ANNES DEGRAZIA

**UFSM** 

Data e Local da Defesa: Santa Maria, 18 de dezembro de 2008.

Although the understanding of turbulence is essential in many areas of science and technology, yet very little is known about its structure and its phenomenology. Since the first statistical models of decades of forty and sixty of the last century, few were really important contributions made to help qualitatively and quantitatively describe this phenomenon.

The great complexity of turbulence is attributed to a characteristic phenomenon called *intermittency*, which is considered a "signature" of the turbulence and is associated with the variance of the rate of dissipation of energy distribution in different scales. The statistical parameter associated with this phenomenon is called the *intermittency exponent* ( $\mu$ ).

The intermittency on small scales has been the main object of searches in turbulence over the past 46 years, so much effort has been applied in determining the parameter  $\mu$ .

The direct determination of the intermittency exponent with the use of experimental data is made by calculating the correlation of turbulent energy kinetic dissipation field ( $\langle (\epsilon(x+r)\epsilon(x)) \sim r^{-\mu})$ ). Another method less accurate but also very popular, used to estimate indirectly  $\mu$  is through the sixth order structure function ( $\langle u((x+r)-u(r))^6\rangle \sim r^{2-\mu}$ ). However, to ensure a convergence statistics, these methods require long time series of high frequency and high quality provided by the hot wire anemometer, which require frequent calibrations. This type of anemometer are used mainly in the wind tunnel, where the experimental conditions are well

controlled.

Due to great the Atmospheric Boundary Layer (ABL) variations throughout the day, sonic anemometer are widely used in field experiments because they require much less frequently calibrations. However, the low sampling rate ( $\sim$  10 a 30Hz) of sonic anemometer, plus the experimental difficulties results in a coarse and low resolution data series. In general, for a reliable direct estimation  $\mu$  are needed tens of millions of points, which would require, in experiments in the CLA, a stationary signal of approximately 11 days (virtually impossible to acurr).

Due to these implications, (BASU; FOUFOULA-GEORGIOU; LASHERMES; ARNÉODO, 2007) proposed an alternative method for estimating the intermittency exponent for short and low frequency series using the Magnitude Cumulant Analysis together with the Surrogate Analysis.

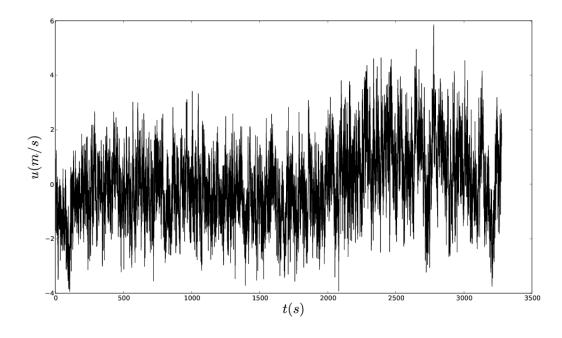
This methodology has been applied to ABL turbulent time series, which allowed us to estimate with good precision the intermittency exponent for these data. The results obtained through of the Magnitude Cumulantes Analysis are as precise as the values of  $\mu$  estimated directly with wind tunnel data and ABL more elaborate experiments.

The great importance to obtaining this exponent  $(\mu)$  is that through of their behavior analysis in the presence of different conditions of atmospheric stability, was able to verify that the inertial range is affected by the large scale events, in this case, by different forcing generators of turbulence, contrary to classical idea where the inertial range is not influenced by large eddies anisotropy.

# Capítulo 1 INTRODUÇÃO

#### 1.1 Turbulência: conceitos introdutórios

Sabemos que todos os escoamentos de líquidos e gases podem ser divididos em dois tipos diferentes: os chamados escoamentos "laminares", suaves e determinísticos, e os escomentos "turbulentos" em que a velocidade, pressão, temperatura e outras quantidades mecânicas do fluído flutuam de maneira desordenada com variações irregulares no tempo e espaço (MONIN; YAGLOM, 1971).



**Figura 1.1:** Evolução da velocidade longitudinal u(t) na camada limite planetária. Série de aproximadamente 60 min amostrada a 10 Hz.

A figura 1.1 mostra uma típica variação temporal da componente longitudinal (u) do vento, medida na atmosfera a uma freqüência de 16Hz durante um período de

aproximadamente 30 minutos no início da tarde. Fica fácil observar que se trata de um escoamento turbulento, pois a variedade de flutuações dos diferentes períodos e amplitudes observados ilustram a natureza complexa deste movimento. Esse movimento irregular promove um mecanismo de transporte muito mais efetivo que o transporte devido a difusão molecular. Essa capacidade do fluxo turbulento de transferir *momentum* e interferir em ondas sonoras e eletromagnéticas, assim como sua presença na maioria dos escoamentos reais encontrados na natureza, torna seu estudo de vital importância em ciência e tecnologia (MONIN; YAGLOM, 1971).

A descrição completa de um escoamento, tanto laminar quanto turbulento, é dada pela equação de Navier-Stokes:

$$\frac{\partial u_i}{\partial u_t} + u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x_i} + \nu \nabla^2 u_i; \tag{1.1}$$

onde  $u_i$  são as componentes da velocidade, p a pressão ,  $\nu$  a viscosidade cinemática e  $\rho$  a densidade do fluído. Com isso, dada as condições iniciais e de contorno, têm-se uma única solução para todo o tempo (determinística). Dada a equação da continuidade para fluidos, ideais ou viscosos:

$$\frac{1}{\rho} \frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot \vec{u} = 0 \tag{1.2}$$

Se considerarmos o caso em que  $(\partial \rho/\partial t)$  é muito menor que  $\rho$ , isto é,  $(1/\rho)(\partial \rho/\partial t) \ll 1$ , podemos representar a equação da continuidade como

$$\nabla \cdot u = 0, \tag{1.3}$$

este campo solenoidal define um fluido incompressível.

Embora o problema físico da turbulência possa ser resolvido por essas equações, há uma grande dificuldade devido à sua natureza não-linear — o grande número de graus de liberdade desses sistemas ( $\sim R_e^{9/4}$ ) tornam impossível o armazenamento e processamento dessas informações (WELTER, 2006). Assim, a única possibilidade na teoria de turbulência é a *descrição estatística* do problema.

Ao tentar criterizar as condições em que escoamentos laminares em encanamentos são transformados em turbulentos, Osborne Reynolds em 1895 define um parâmetro macroscópico que representa o valor crítico de transição entre estes estados – o então chamado "número de Reynolds"

$$R_e = \frac{UL}{\nu},\tag{1.4}$$

onde L e U são respectivamente as escalas caracterísitca de comprimento e velocidade e  $\nu$  é a viscosidade cinemática. Esta grandeza adimencional nada mais é que a razão entre as forças inerciais e viscosas que atuam em um fluído.

Em geral, considera-se que o número de Reynolds crítico está entre 2300 e 3000. Para números de Reynolds menores que o número de Reynolds crítico o fluído é laminar, para números de Reynolds maiores que o crítico o fluido torna-se turbulento. Na natureza e em laboratório os escoamentos são em sua grande maioria turbulentos. Em experimentos laboratoriais em túnel de vento  $R_e \sim 10^5$ , equanto que na camada limite atmosférica  $R_e \sim 10^7$ . À medida que um escoamento passa de um comportamento suave e determinístico para um comportamento mais complicado é fácil perceber que alguma simetria é sempre quebrada, seja ela espacial ou temporal. Quanto mais complicado este movimento se torna, ou seja, turbulento, mais e mais simetrias vão sendo quebradas. Neste limite, define-se turbulência completamente desenvolvida (TCD), onde se espera que todos os possíveis graus de excitação do sistema sejam alcançados (FRISCH, 1995). Da mesma forma, dentro deste limite, se espera que exista um domínio onde um equilíbiro estatístico universal seja atingido. Turbulênica Completamente Desenvolvida é caracterizada por um comportamento espacial e temporal desordenado nas características dinâmicas e termodinâmicas que descrevem o campo de escoamento (LANDAU; LIFSHITZ, 1959).

## 1.2 Teoria estatística da turbulência

Em 1921, Geoffrey Taylor demonstra a importância das funções de correlação das velocidades no transporte turbulento. Porém, a idéia de que as funções de correlação e outros momentos estatísticos do fluido mecânico possam ser reconhecidos como características da turbulência foi proposta por L. V. Keller e A. A. Friedmann em 1924. Define-se a autocorrelação entre as variáveis u(t) e  $u(t+\tau)$  como

$$R(\tau) = \langle u(t)u(t+\tau)\rangle_t - \langle u(t)\rangle_t^2, \tag{1.5}$$

onde  $\tau$  representa o intervalo de tempo e  $\langle \cdot \cdot \rangle_t$  representa a média sobre todos os valores de t. A figura 1.2 representa a função de autocorrelação da variável

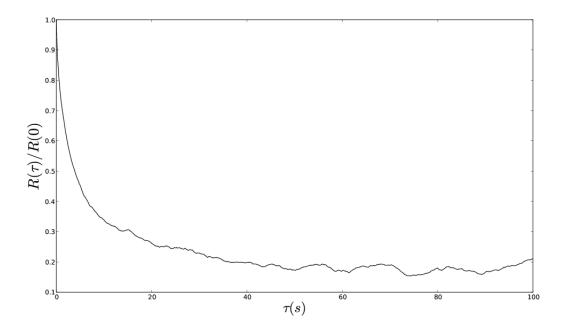


Figura 1.2: Função de autocorrelação da variável u(t) da figura 1.1

turbulenta mostrada na figura 1.1. A função de autocorrelação nos dá uma idéia da memória do escoamento turbulento podendo-se definir através dela uma escala integral, no tempo ou no espaço, a qual o sistema não mais apresenta memória de um determinado evento.

O primeiro modelo físico (qualitativo) que caracterizou os mecanismos físicos da turbulência, no qual o conceito utilizamos até hoje, foi proposto por Lewis Richardson, em 1922. Richardson supôs que a turbulência desenvolvida é composta por uma hierarquia de "turbilhões" de várias tamanhos diferentes. Neste modelo, a perda de estabilidade dos turbilhões de maiores escalas dão origem a turbilhões menores, transferindo energia para estes, que por sua vez, perdem a estabilidade e dão origem a turbilhões menores ainda, e assim gerando um "processo em cascata" onde a energia dos grandes trubilhões é transmitida para turbilhões cada vez menores, até ser dissipada pelos turbilhões de menores escalas onde a viscosidade passa a ter um papel importante transformando energia cinética em calor.

Com base na idéia de cascata de energia proposta por Richardson, Kolmogorov (KOLMOGOROV, 1941b) estabeleceu uma microescala de dissipação  $\eta=(\nu^3/\epsilon)^{1/4}$ , onde  $\eta$  é a viscosidade cinemática e  $\epsilon$  é a taxa dissipação média da cascata. Para um escoamento com  $R_e$  muito elevado, a escala de tamanho dos grandes turbi-

lhões, onde ocorre a entrada de energia no sistema, pode ser estimada por:

$$L = \frac{1}{\sigma_u} \int_{0}^{\infty} R(r)dr,$$
 (1.6)

onde  $\sigma_u$  é o desvio padrão da componente longitudinal da velocidade do vento e R(r) é a autocorrelação no espaço. Como era de se esperar, L – também chamada de escala integral – é muito maior que a escala característica de dissipação  $\eta$ . Sob estas hipóteses, Kolmogorov previu a existência de um intervalo inercial  $\eta \ll r \ll L$  onde os turbilhões neste intervalo seriam insensíveis às anisotropias dos grandes turbilhões, e também seriam insensíveis aos efeitos da viscosidade caracterizando um fluxo contínuo de energia dos grandes para os menores turbilhões. Assim, neste intervalo a turbulência poderia ser dita localmente isotrópica e que toda a estatística desta região pode ser representada apenas pela taxa de dissipação da energia cinética turbulenta  $\epsilon$  e que esta taxa de dissipação é igual para todas as escalas.

Para lidar com as propriedades locais, Kolmogorov introduziu no estudo da turbulência uma nova variável chamada incremento da velocidades ( $\delta_r u$ ), definida como

$$\delta_r u \equiv u(x+r) - u(x),\tag{1.7}$$

sendo u a componente longitudinal da velocidade e r a distância espacial de separação entre os dois pontos e representa diretamente o tamanho (ordem ou escala) dos turbilhões. Diferentemente da abordagem utilizada nas primeiras três décadas do século passado onde a estatística era aplicada diretamente à velocidade no senso que o escoamento era considerado globalmente isotrópico.

A adoção desta varíavel trouxe um grande avanço na teoria estatística da turbulência com o uso da função estrutura, definida por

$$S_p(r) = \langle (\delta_r u)^p \rangle_x = \langle (u(x+r) - u(r))^p \rangle_x, \tag{1.8}$$

onde p é a ordem da função, para caracterizar as estruturas da turbulência em diferentes escalas. A função estrutura nada mais é do que os momentos estatísticos de  $\delta_r u$  para cada valor da variável r.

Kolmogorov (KOLMOGOROV, 1941a), assumindo isotropia local, derivou a partir da equação de Navier-Stokes a seguinte lei para a função estrutura de terceira

ordem

$$S_3(r) = -\frac{4}{5}\epsilon r,\tag{1.9}$$

para  $\eta \ll r \ll L$ .

A função  $S_3(r)$  está relacionada com a natureza da cascata de energia. Kolmogorov, supondo a existência de uma "autopreservação" dos turbilhões assumiu que a razão  $S_3(r)/S_2(r)^{2/3}$  deveria ser constante no intervalo inercial, assim

$$S_2(r) = C_k(\epsilon r)^{2/3}$$
 (1.10)

onde  $C_k$  é uma constante numérica, chamada constante de Kolmogorov.

A equação 1.10 possui a mesma informação que a função de autocorrelação e também do espectro de energia, que é definido como

$$E(k) = \frac{C_k}{4,02} \epsilon^{2/3} k^{-5/3},\tag{1.11}$$

válido também para o intervalo inercial. A suposição de que o momento de assimetria  $S_3(r)/S_2(r)^{2/3}$  é constante para  $\eta \ll r \ll L$  intrinsicamente assume a distribuição de densidade de probabilidade de  $\delta_r u$   $(P_r(\delta_r u))$  é a mesma para todo r. Em outras palavras, para uma ordem p, a lei da função estrutura seria dada por

$$S_p(r) = C_p \left(\epsilon r\right)^{p/3},\tag{1.12}$$

isto é,  $S_p(r) \propto r^{p/3}$ . A dependência linear dos expoentes (p/3) caracteriza um processo autosimilar (fractal).

A lei espectral  $E(k) \sim k^{-5/3}$  também foi obtida independentemente por Obukhov(1941), Onsager (1945), Weiszäcker (1948) e por W. Heisenberg (1948).

Apesar da aceitação geral da lei  $S_2(r) \sim r^{2/3}$  (ou do  $E(k) \sim k^{-5/3}$ ) naquela época, Landau (LANDAU; LIFSHITZ, 1959) afirmou que tal lei não deveria ser universal devido ao fato de  $\epsilon$  não poder ser considerado constante, também deveria ser considerada uma variável aleatória.

Em 1962, no mesmo ano em que foi observado experimentalmente a relação  $E(k) \sim k^{-5/3}$ , Kolmogorov introduziu um refinamento à sua teoria supondo que  $\epsilon$  teria uma distribuição de probabilidade log-normal. Deste refinamento, conhecido

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup>Termo usado na literatura russa que corresponde em termos atuais à autosimilaridade.

como teoria K62, conclui que  $S_3(r) = -(4/5)\epsilon r$  permaneceria inalterado porém  $S_2(r)$  teria a seguinte forma:

$$S_2(r) = C_k(\epsilon)^{2/3} \left(\frac{r}{L}\right)^{\mu} \tag{1.13}$$

onde  $\mu$  seria uma constante pequena e universal, chamada expoente de intermitência que estaria associada com a variância da variável  $\epsilon$ . Generalizando as teorias de 1941 e 1962 podemos escrever para as funções estrutura de onrdem p

$$S_p(r) \sim r^{\zeta_p} \tag{1.14}$$

onde para K41  $\zeta_p$  tem uma forma linear p/3, enquanto que para K62 este expoente é uma função não-linear

$$\zeta_p = (p/3) - (1/18)\mu p(p-3),$$
 (1.15)

em outras palavras multifractal.

A partir da década de 1970, muitos experimentos foram realizados para a obtenção da constante de intermitência, cujos valores obtidos variavam de 0,18 0,70 (SREENIVASAN, 1995). Entretanto o modelo log-normal não descreve bem  $\zeta_p$  para grandes valores de p se comparado com medidas experimentais. Esta discrepância motivou o surgimento de diversos modelos de intermitência.

A medida da função estrutura de ordens elevadas requer séries temporais estacionárias e muito longas, isto torna medidas precisas de  $\zeta_p$  extremamente complicadas. Uma outra maneira de estimar o expoente de intermitência  $\mu$  é pelo cálculo da função de autocorrelação da taxa de dissipação "instantânea":

$$R_{\epsilon}(r) = \langle \epsilon(x)\epsilon(x+r)\rangle_x \propto r^{-\mu},$$
 (1.16)

onde  $\epsilon(x) = 15\nu (\partial u/\delta x \partial)^2$ .

Entretanto, para uma estimativa razoável da derivad  $\partial u/\partial x$  é necessária um taxa de amostragem da ordem de 12kHz para dados da Camada Limite Atmosférica (CLA) (MUSCHINSKI; FREHLICH; BALSLEY, 2004).

No início da década de 1990, experimentos realizados em condições extremamente calculadas monstram que não há invariância de escala, isto é, num gráfico log-log de  $S_p(r)$  contra r, não se percebe uma variação linear, e sim uma leve curvatura (DELOUR; MUZY; ARNÉODO, 2001). Esta observação empírica motivou outro tipo

de análise: ao invés de se buscar alguma lei de escala do tipo  $S_p(r) \sim r^{\zeta_p}$ , buscavase alguma alternativa da forma  $S_p(r) \sim f(r)^{\zeta_p}$ . Benzi e colaboradores (BENZI et al., 1993) introduziram então o conceito de auto-similaridade extendida.

$$S_p(r) \sim \langle |\delta_r u|^3 \rangle^{\zeta_p'},$$
 (1.17)

afim de estimar de maneira mais precisa os expoentes  $\zeta_p$ .

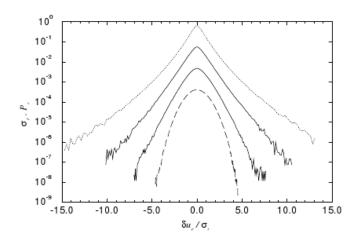
Conforme visto, a principal diferença entre a teoria K41 e as teorias subsequentes é a introdução da intermitência nos modelos estatísticos. Atualmente acredita-se que este seja o problema principal em turbulência (CASTAING; GAGNE; HOPFINGER, 1990), pois, além de representar uma assinatura de turbulência, é responsável pela grande complexidade (multifractariedade) deste fenômeno. É atribuído à intermitência a não lineariedade do espectro de expoentes das funções estruturas.

Para não ser confundida com a intermitência relacionada ao surgimento e desaparecimento de turbulência na Camada Limite Estável, utiliza-se o termo *intermitência nas pequenas escalas* para descrever a não invariância por escalas da distribuição de energia dos turbilhões. Podemos ver na figura 1.3 que para as menores escalas (turbilhões), existe uma probabilidade muito baixa (da ordem de  $10^{-6}$ ) de ocorrerem eventos muito energéticos (proporcional a  $\delta_r u^2$ ) e muito raros (quinze desvios padrões) associados aos *vórtices filamentares* que são os principais responsáveis pela dissipação de energia nas pequenas escalas. Podemos notar ainda nesta figura que para r (distância de separação) da ordem da escala integral L a FDP dos incrementos da velocidade  $\delta_r u$  é aproximadamente gaussiana. Com  $\eta \ll << r \ll <$  L, a FDP de  $\delta_r u$  começa a apresentar um comportamento exponencial em suas extremidades. Nas menores escalas, onde  $r \sim \eta$ , a FDP de  $\delta_r u$  apresenta a forma de uma exponencial "esticada". Estas variações nas FDPs para diferentes escalas é a principal evidência de intermitência em turbulência.

She e Leveque (SHE; LEVEQUE, 1994) propuseram um modelo fenomenológico que envolve a hierarquia das estruturas das flutuações associada com os vórtices filamentares. Com isto, derivam uma relação sem parâmetro de ajuste para o espectro de expoentes das funções estruturas da seguinte forma:

$$\zeta_p = \frac{p}{9} + 2 - 2\left(\frac{2}{3}\right)^{p/3}.\tag{1.18}$$

Este modelo, também chamado de *log-Poisson*, mostrou-se consistente com uma grande variedade de resultados experimentais.



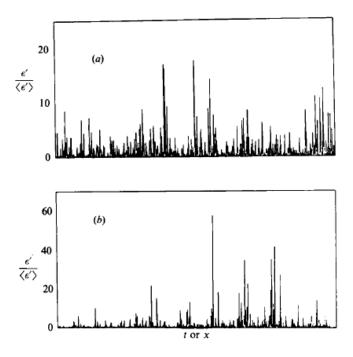
**Figura 1.3:** Funções densidades de probabilidades normalizadas dos incrementos da componente longitudinal da velocidade em um jato de ar turbulento.  $r \sim \eta$  (linha pontilhada) e  $r \sim L$  (linha trassejada).(Malecot, 2000, Eur. Phys. J. B.)

### 1.3 Objetivos

A atmosfera é governada por escoamentos turbulentos. O fato da turbulência na CLA possuir alto número de Reynolds ( $R_e \sim 10^7$ ) faz com que a atmosfera seja um grande laborátorio para o estudo de turbulência completamente desenvolvida. Na figura 1.4 vemos a taxa de dissipação de energia ( $\epsilon' \sim (\partial u/\partial t)^2$ ) normalizada pela média para dados obtidos em laboratório ( $R_e$  moderado) e na CLA ( $R_e$  alto). Podemos notar que a intermitência aumenta com  $R_e$  (MENEVEAU; SREENIVASAN, 1991), logo as flutuações de  $\epsilon'$  são muito maiores em turbulência na CLA e representam estruturas filamentares muito energéticas.

Como já vimos, a incorporação da intermitência na teoria de turbulência levou a inclusão de um novo parâmetro, chamado de *expoente de intermitência* ( $\mu$ ), na tentativa de ajustar os modelos existentes aos dados experimentais.

A determinação direta deste expoente através da autocorrelação da taxa de dissipação de energia, ou indiretamente, através da função estrutura de sexta ordem ( $S_6 = \langle \delta_r u^6 \rangle \sim r^{2-\mu}$ ), exige uma quantidade muito grande de dados (dezenas de milhões de pontos). Logo, estes métodos não podem ser aplicados em séries turbulentas da CLA, que devido a baixa freqüência de aquisição dos anemômetros



**Figura 1.4:** Taxa de dissipação da energia normalizada pela média a) obtida em laboratório e b) para Camada Limite Atmosférica. (Meneveau e Sreenivasan, 1991, J. Fluid. Mech)

sônicos (largamente utilizados neste tipo de experimento) e a não estacionariedade da CLA, são compostas de, em média, 30 a 40 mil pontos representando intervalos de 30 a 60 minutos. Desta forma, para obter  $\mu$  a partir de  $S_6$  seria necessário uma série temporal estacionária de duração de cerca de onze dias.

De modo a estimar  $\mu$  a partir de séries curtas e de baixa resolução utilizaremos a metodologia recentemente proposta por (BASU; FOUFOULA-GEORGIOU; LASHERMES; ARNÉODO, 2007) que tem como base a Análise da Magnitude dos Cumulantes e a análise *surrogate*.

Primeiramente testaremos a aplicabilidade desta metodologia em dados sintéticos com o objetivo de validar os resultados, para em seguida, estimarmos os expoentes de intermitência para os dados de campanha da CLA.

Através destes expoentes, pretendemos investigar se o intervalo inercial é influenciado pelas condições de estabilidade estática da atmosfera. Esta é uma questão ainda não muito bem definida em turbulência e de fundamental importância para a compreensão deste fenômeno.

## Capítulo 2

## A CAMADA LIMITE ATMOSFÉRICA

Sabemos que a principal fonte de energia do nosso planeta é a radiação fornecida pelo Sol, porém, apenas uma pequena parte dessa radiação incidente (aproximadamente 20%) é absorvida pela atmosfera, sendo 30% refletida para o espaço e o restante sendo absorvida pela superfície do planeta. Parte dessa energia absorvida pela superfície é reemitida para as regiões mais baixas da atmosfera. A porção da atmosfera que interage diretamente com a superfície do planeta, através da troca de calor, *momentum* e massa é chamada *Camada Limite Atmosférica* (CLA) (SORBJAN, 1989). A espessura desta camada varia de centenas de metros a alguns kilômetros.

O estudo da CLA é de grande importância para diversas áreas do conhecimento pois a grande maioria das atividades humanas e biológicas estão localizadas nessa região, e também pelo fato da maioria dos fenômenos de micro e macro meteorologia serem reguladas pelos eventos provenientes dela.

### 2.1 Energia cinética turbulenta

A energia cinética turbulenta (ECT) está associada a flutuação do campo de velocidade. Esta quantidade é sem dúvida uma das principais variáveis em micrometeorologia, pois está relacionada com o momento, calor e transporte de umidade na CLA.

Existe uma equação de balanço que descreve a evolução da energia cinética turbulenta. Cada termo da equação da ECT refere-se a um processo físico que influencia a intensidade da turbulência.

A energia cinética turbulenta por unidade de massa é dada por:

$$TKE/m = \langle e \rangle = 0.5(\langle u'^2 \rangle + \langle v'^2 \rangle + \langle w'^2 \rangle), \tag{2.1}$$

onde u, v e w são as componentes longitudinal, transversal e vertical do campo velocidade do vento, que pode ser reescrita como

$$\langle e \rangle = 0.5 \langle u_i^{\prime 2} \rangle, \tag{2.2}$$

onde  $u'=u-\langle u\rangle$  representa a parte turbulenta da velocidade e  $\langle u\rangle$  é a média de u em uma determinada janela.

Fica fácil perceber que a ECT nada mais é que a variância de  $u_i'$  dividido por dois. Usando a equação prognóstica para a soma das variâncias da velocidade (STULL, 1988) e admitindo o sistema alinhado com o a velocidade média do vento e horizontaltamente hemogênio temos temos:

$$\frac{\langle e \rangle}{\partial t} = \frac{g}{\langle \theta_v \rangle} \left( \langle w' \theta_v' \rangle \right) - \langle u' w' \rangle \frac{\partial \langle U \rangle}{\partial z} - \frac{\partial \langle w' e \rangle}{\partial z} - \frac{1}{\langle \rho \rangle} \frac{\partial \langle w' p' \rangle}{\partial z} - \epsilon, \tag{2.3}$$

onde  $\theta_v$  é a *temperatura potencial virtual*<sup>1</sup>, U o vento médio, e a energia cinética,  $\rho$  a densidade do fluído, p a pressão e  $\epsilon$  a taxa de dissipação de energia cinética turbulenta.

A condição de equilíbrio estático da CLA está associada diretamente à capacidade de flutuação convectiva das partículas do ar. Chamamos de *flutuabilidade* a força resultante entre o peso de uma parcela de fluído e o peso do volume deslocado por esta mesma parcela (empuxo). O sentido do movimento vertical desta parcela de fluído depende exclusivamente de sua densidade, ou seja, de sua temperatura. Pelo fato da convecção ser um dos principais forçantes geradores da turbulência e responsável pela condição de equilíbrio estático da CLA, iremos ater nosso estudo ao terceiro termo da equação 2.3, chamado termo de flutuabilidade, que é o responsável pela criação e extinção da convecção no balanço da energia cinética turbulenta.

A principal parte deste termo é o fluxo vertical de energia na forma de calor sensível  $((\angle w'\theta'_v))$ . A estratificação da camada causada por este fluxo nos permite definir três condições de equilíbrio. Durante o dia, quando a superfície é mais

 $<sup>^{1}</sup>$ Temperatura virtual alcançada por uma parcela deslocada de um nível à preção p para outro à 1000 mbar.(SORBJAN, 1989)

quente que o ar, este termo é positivo e é responsável por um grande aumento na geração de turbulência. Nesta condição, dita *instável* ou *convectiva*, parcelas de ar são aceleradas verticalmente, emergindo da superfície ou mergulhando do topo das nuvens, cruzando a CLA. No caso de fluxo negativo, temos uma diminuição, ou consumo de ECT, isso ocorre em condições onde a temperatura do solo é menor que o ar acima dele. Nessas condições, geralmente noturnas, parcelas de ar são impedidas de se deslocarem verticalmente, oscilando em torno de sua posição inicial.

A camada *neutra* ocorre nos períodos de transição entre noite e dia. Neste caso quando a temperatura da atmosfera e do solo se igualam há uma diminuição no trasporte convectivo, ou seja, fluxo vertical de temperatura próximo de zero.

## 2.2 Comprimento de Monin-Obukhov (L)

Multiplicando o termo de flutuabilidade da ECT por  $(-kz/u_*^3)$  temos:

$$\frac{-kzg\langle w'\theta_v'\rangle}{\langle \theta_v\rangle u_*^3},\tag{2.4}$$

onde  $u_*$  é a velocidade de fricção², e k a constante de von Karaman (k=0.4).

Este parâmetro adimensional pode ser representado por z/L, onde

$$L = \frac{-\langle \theta_v \rangle u_*^3}{k q \langle w' \theta' \rangle} \tag{2.5}$$

é o comprimento de Monin-Obukhov.

Fisicamente,  ${\cal L}$  representa a altura acima da superfície em que a convecção passa a predominar sobre a produção mecânica de turbulência.

O parâmetro z/L é conhecido como *parâmetro de estabilidade* pois sua magnitude e sinal estão relacionados com a condição de estabilidade da CLA. Quando z/L < 0, a camada limite encontra-se instavel com produção de turbulência predominantemente convectiva. No caso contrário, com z/L > 0, temos a camada limite estável com produção mecânica (cizalhamento) de turbulência. Quando  $z/L \approx 0$  a camada encontra-se estaticamente neutra.

<sup>&</sup>lt;sup>2</sup>Escala característica da velocidade do vento na superfície.

## Capítulo 3

## FERRAMENTAS ESTATÍSTICAS

#### 3.1 Análise clássica

Quando medidas são feitas em um ponto fixo durante um período de tempo, a série de pontos resultantes é chamada de *serie temporal* (STULL, 1988). Este conjunto de dados representam medidas de uma variável (temperatura, humidade, ...) como função do tempo t. Nossa análise se limitará apenas a dados discretos, ou seja, um número finito N de medidas tomadas em intervalos de tempo regulares.

Se u(t) for um sinal real como função do tempo, tal que  $t_i = t_0 + i\Delta t, \ 0 \le i \le (N-1)$ , usaremos o índice  $u(t_i)$ , ou simplesmente u(i), para representar o i-ésimo elemento da série.

### 3.1.1 Estimativa da função densidade de probabilidade (FDP)

Seja u uma variável aleatória, definimos a probabilidade cumulativa como

$$F_u(x) \equiv Prob\{u < x\} \tag{3.1}$$

onde o lado direito da equação representa a probabilidade da variável aleatória u ter um valor menor que x.

Uma distribuição tem uma função densidade se, e somente se, a função distribuição cumulativa  $F_u(x)$  é absolutamente contínua. Como  $F_u(x)$  é diferenciável, sua derivada  $p(x) = dF_u(x)/dx$  é chamada *função densidade de probabilidade*. Como a probabilidade de encontrar u no intervalo entre x e x + dx é p(x)dx, a FDP é normalizada.

$$\int_{-\infty}^{+\infty} p(x)dx = 1 \tag{3.2}$$

Do ponto de vista experimental, FDPs são estimadas através de histogramas.

#### 3.1.2 Análise de Fourier

O objetivo básico desta análise é aproximar uma função f(t) por uma combinação linear de componentes senoidais, cada uma com uma dada freqüência. A determinação do peso relativo de cada uma dessas freqüências é chamada de análise espectral (CAMPANHARO, 2006). O conjunto  $\{\omega_n(t)=e^{i\omega_nt},\ n=0,\pm 1,\ldots\}$  de funções ortogonais, de período  $2\pi$ , forma a base para a análise de Fourier. Na realidade, esse conjunto é gerado por dilatações de uma única função,  $\omega(t)=e^{it}$ , ou seja,  $\omega_n(t)=e^{i\omega_nt}$  (MORETTIN, 1999). Neste caso, de funções periódicas, esta combinação linear chama-se *série de Fourier*. Quando f(t) é não periódica, seu espectro de freqüências varia continuamente e usa-se a chamada *transformada de Fourier* para representar f(t) em termos dessas freqüências. Para tempo contínuo, representamos a transformada de Fourier de f(t) como:

$$F(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(t)e^{-i\omega t}dt$$
 (3.3)

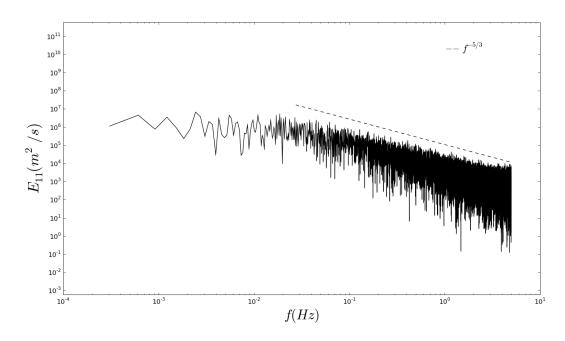
Supondo agora um número finito de valores u(k) medidos em um intervalo regular de tempo, o conjunto discreto de *freqüências de Fourier*  $\omega_n=(2\pi n)/N,$   $n=0,\,1,\,...,\,N-1$ , a transformada de Fourier desta variável discreta é dada por:

$$F_n = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} u(k) e^{-i\omega_n k}$$
 (3.4)

A representação gráfica do quadrado da magnitude da transformada de Fourier pela freqüência é chamado *espectro de potência*, ou seja:

$$E(\omega) = |F_n|^2 \tag{3.5}$$

Observando o sinal turbulento da figura 1.1, podemos imaginar que esta variável (u) seja composta por um número muito grande de harmônicos e que cada harmônico está associado a um turbilhão. Logo um campo turbulento pode ser representado por uma composição de harmônicos de vários números de onda (ou freqüências). Portanto, o espectro de potência contêm a informação sobre como a energia de um campo turbulento está distribuida nas freqüências ou números de onda.



**Figura 3.1:** Espectro de potência da componente u da velocidade do vento na camada limite atmosférica apresentada na figura 1.1

Na figura 3.1 a região em que o espectro de energia é proporcional a  $f^{-5/3}$  relacionado a lei de Kolmogorov para o intervalo inercial.

#### 3.1.3 Autocorrelação

Considere uma variável aleatória u, medida em um tempo t, e esta mesma variável medida em um tempo seguinte  $t+\tau$ , onde  $\tau$  é o intervalo de tempo. A correlação desta variável para diferentes tempos é chamada *autocorrelação*.

$$R(\tau) = \langle u(t)u(t+\tau)\rangle_t - \langle u(t)\rangle_t^2$$
(3.6)

Diferentes definições de autocorrelação são usadas dependendo do campo que está sendo considerada e nem todas são equivalentes. É usada freqüentemente em análise de sinal para encontrar padrões de repetições (MORETTIN, 1999). A importância da autocorrelação no estudo da turbulência é que a integral da função de autocorrelação expressa a escala de comprimento integral *L*, conforme equação 1.6.

## 3.2 Análise da magnitude dos cumulantes

A função característica g(k) de uma variável aleatória x é definida como a transformada de Fourier da probabilidade associada a x (TOMÉ; OLIVEIRA, 2001), assim

$$g(k) = \int p(x)e^{ikx}dx = \langle e^{ikx}\rangle,$$
 (3.7)

onde: g(0) = 1 e  $|g(k)| \le 1$ .

Desenvolvendo g(k) em série de Taylor temos:

$$g(k) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(ik)^n}{n!} \langle x^n \rangle$$
 (3.8)

Definindo  $\mu_n$  como os mementos estatisticos de p(x)

$$\mu_n = \langle x^n \rangle = \int x^n p(x) dx, \tag{3.9}$$

a função característica geradora dos momentos pode ser escrita como

$$g(k) = 1 + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(ik)^n}{n!} \mu_n.$$
 (3.10)

A função característica geradora dos cumulantes  $\phi(k)$  é definida como o logarítmo da função característica. Sendo assim:

$$\phi(k) = \ln(\langle e^{ikx} \rangle) = \left\{ \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(ik)^n}{n!} C_n \right\}, \tag{3.11}$$

ou

$$g(k) = exp\left\{\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(ik)^n}{n!} C_n\right\}$$
 (3.12)

Tomando o logarítmo do lado direito da equação 3.10, desenvolvendo-a em série de Taylor e comparando com o lado direito da equação 3.12, obtemos as seguintes relações entre os cumulantes e os momentos:

$$C_1 = \mu_1 = \langle x \rangle, \tag{3.13}$$

$$C_2 = \mu_2 + \mu_1^2 = \sigma^2, \tag{3.14}$$

$$C_3 = \mu_3 - 3\mu_2\mu_1 + 2\mu_1^3, \dots {(3.15)}$$

A principal vantagem na utilização dos cumulantes é o fato de que a distribuição dos dados pode ser completamente caracterizada através dos primeiros cumulantes, diferentemente do que ocorre com os momentos estatísticos, onde os de ordens maiores são mais importantes (CRAMER, 1946).

Sabemos que a função característica de uma distribuição gaussiana é dada por

$$g(k) = \exp(-\frac{\sigma^2 k^2}{2}).$$
 (3.16)

Comparando a equação acima com as relações entre momentos e cumulantes concluímos que para uma distribuição gaussiana  $C_n=0$  para  $n\geq 3$ .

# 3.3 Função geradora de cumulantes para a função estrutura

Podemos reescrever a função estrutura da seguinte forma:

$$\langle |\delta_r u^p| \rangle = \langle |e^{p \ln \delta_r u}| \rangle. \tag{3.17}$$

Aplicando a função geradora de cumulantes aos momentos dos incrementos da velocidade ( $\delta_r u$ ) e desenvolvendo em série de Taylor temos:

$$\langle |e^{p\ln(\delta_r u)}| \rangle = 1 + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{p^n}{n!} \langle |\ln(\delta_r u)| \rangle^n.$$
 (3.18)

Assim a função característica geradora dos cumulantes é dada por

$$\langle |\delta_r u^p| \rangle = \exp\left(\sum_{n=1}^{\infty} C_n(r) \frac{p^n}{n!}\right),$$
 (3.19)

onde, usando as relações entre momentos e cumulantes, obtemos:

$$C_1(r) = \langle \ln(\delta u_r) \rangle \sim -c_1 \ln(r) \tag{3.20}$$

$$C_2(r) = \langle \ln(\delta u_r)^2 \rangle - \langle \ln(\delta u_r) \rangle^2 \sim -c_2 \ln(r)$$
(3.21)

Como podemos ver os cumulantes  $C_n(r)$  variam linearmente com  $\ln(r)$ , onde  $c_n$  são os coeficientes lineares desta reta. Deste modo, usando essas relações e a lei de escala  $\langle \delta u_r^p \rangle \sim r^{\zeta_p}$  obtemos o espectro de expoentes das funções estruturas de ordem p por

$$\zeta_p = -\sum_{n=1}^{\infty} c_n \frac{p^n}{n!}.$$
(3.22)

Assumindo o modelo log-normal proposta na teoria K62, onde  $\zeta_p$  é dado por:

$$\zeta_p = \frac{p}{3} - \frac{1}{18}\mu p(p-3) = \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{18}\mu\right)p - \frac{1}{18}\mu p^2.$$
(3.23)

Como os cumulantes  $c_n \geq 3$  são nulos (figura 4.2), podemos escrever  $\zeta_p$  como função de  $c_n$  conforme a equação 3.22, desta forma

$$\zeta_p = -c_1 - c_2 \frac{p^2}{2}. ag{3.24}$$

Comparando então os termos das equações 3.23 e 3.24, nós temos:

$$\mu = 9c_2.$$
 (3.25)

A importância da equação 3.25 é que, através dela, podemos estimar o expoente de intermitência calculando apenas a magnitudo do cumulante de segunda ordem. Neste ponto, é importante ressaltar a vantagem deste método em estimar o expoente de intermitência e assim o espectro de expoentes, pois os cumulantes  $C_n$  são os momentos centrais de  $\ln(\delta u_r)$  e os  $c_n$  são os coeficientes angulares das retas  $C_n(r)$  vs  $\ln(r)$ .

### 3.4 Análise "surrogate"

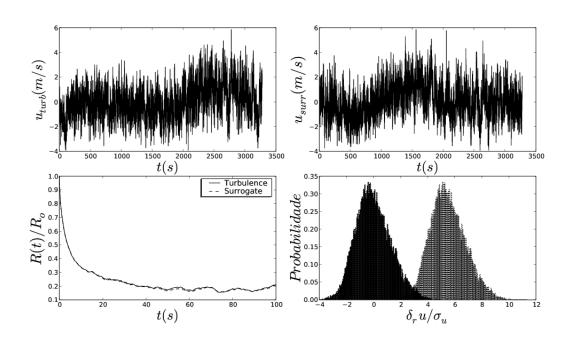
Geralmente é impossível saber se o mecanismo que gerou uma determinada série temporal é caótico ou não. No entanto, podemos testar as séries temporais contra algumas hipóteses. Estas técnicas foram introduzidas nos anos 80 por cientistas da comunidade de caos, e é conhecida como análise de *surrogate*. A análise *surrogate* constitui rigoroso teste estatístico para detecção de hipóteses nulas. Em estatística, considera-se *hipótese nula* a hipótese que procuramos rejeitar.

O algoritmo mais simples de *surrogate* é o embaralhamento aleatório do sinal original, isto faz com que a série *surrogate* gerada seja consistente com a hipótese nula da autocorrelação, já que a distribuição do sinal original é mantida e as estruturas de correlação são destruídas.

Por outro lado, tomando a transformada de Fourier do sinal, multiplicando opr uma fase aleatória  $\exp(i\varphi)$ , com  $\varphi(-t)=-\varphi(t)$ , e aplicando a transformada inversa, temos um sinal com as correlações preservadas, porém, com a distribuição tendendo a gaussianiedade.

Ao longo dos anos, muitas variedades de *surrogates* foram propostas na literatura. Os mais utilizados são: *Fourier Transformed surrogate*, *Amplitude Adjusted Fourier Transformed surrogate* (AAFT) e *Iterated Amplitude Adjusted Fourier Transformed surrogate* (IAAFT).

Conforme proposto por Basu et al., utilizaremos o algoritmo IAAFT *surrogate* proposto por (SCHREIBER; SCHMITZ, 1996). A principal característica deste algoritmo é que virtualmente preserva a autocorrelação e a FDP do sinal original (figura 3.2), porém não é capaz de capturar a dependencia das escalas das FDPs dos incrementos da velocidade ( $\delta_r u$ ). Isto permite com que o IAAFT *surrogate* sirva como um robusto teste de hipótese nula para séries não-intermitentes.



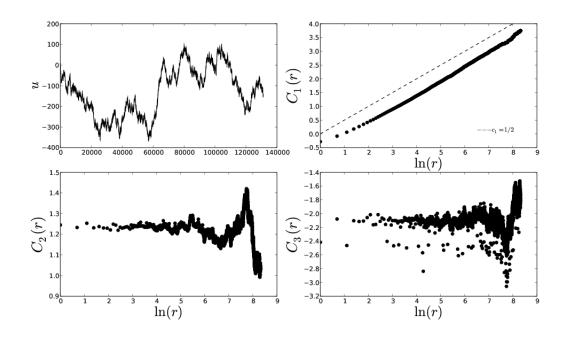
**Figura 3.2:** Componente u do campo velocidade do vento e o respectivo surrogate gerado pelo algoritmo IAAFT (superiores). Autocorrelação e distribuição (deslocado para direita pra melhor visualização) para essas séries (esquerda inferiores e direita inferior respectivamente).

## Capítulo 4

## **ANÁLISE DOS DADOS**

Neste capítulo o algoritmo IAAFT *surrogate* e a Análise da Magnitude dos Cumulantes serão aplicados a dois tipos distintos de séries. A primeira delas é uma série sintética, chamada de processo de Wiener ou movimento browniano. Este procedimento tem como objetivo validar a metodologia já que este processo possui características e parâmetros de conferência conhecidos. O outro conjunto de séries temporais são formados por dados experimentais da CLA.

#### 4.1 Movimento browniano



**Figura 4.1:** Movimento browniano unidimensional (processo de Wiener com h=1/2)(esquerda superior). A magnitude dos cumulantes  $C_1$  (direita superior),  $C_2$  (esquerda inferior) e  $C_3$  (direita inferior).

O movimento irregular dos grãos de pólen imersos num fluido foi descoberto e caracterizado pelo botânico inglês Robert Brown em 1827. Investigações subseqüentes revelaram que o fenômeno é bem mais geral, ocorrendo em suspensões de diversos tipos de partículas microscópicas em fluídos não muito viscosos. Albert Einstein, em 1905, descobre as conexões entre o movimento aleatório obesrvado por Brown e o processo físico de *difusão* — movimento aleatório de partículas causado por colisões ocorridas em escala molecular. Movimentos aleatórios similares a estes são chamados de *Movimento Browniano* ou *Caminho Aleatório* (SALINAS, 2006). Caminhos aleatórios com dinâmica auto-similar e escala de lei de potência são conhecidos como *Vôos de Lévy*.

O movimento browniano é também conhecido como processo de Wiener que é definido como

$$W(t) = \int_{-\infty}^{t} \xi(t')dt',$$
(4.1)

onde  $\xi(t)$  é o chamado ruído branco gaussiano com  $\langle \xi(t) \rangle = 0$ ,  $\sigma_{\xi}^2 = 1$  e  $\langle \xi(t) \xi(t+\tau) \rangle_t = \sigma_{\xi}^2 \delta(t-\tau)$ . O processo de Wiener é um processo autosimilar conhecido por ter o espectro de potência proporcional a  $f^{-2}$ . Como é um processo auto-similar,  $S_p(t) \sim t^{p/2}$ , consequentemente tem o expoente de Hurst h = 1/2. O valor  $S_2(t) \sim t^1$  está diretamente relacionado com a lei de difusão de Einstein-Smoluchowski para o movimento browniano.

Na figura 4.1 podemos ver os três primeiros cumulantes para o movimento browniano unidimensional (processo de Wiener). Como esperado, temos os coeficientes  $c_n=0$  para  $n\geq 2$ , o que confirma a autosimilaridade do sinal, pois  $c_1=-1/2$  o que implica que  $\zeta_p=p/2$ .

Uma outra prova da precisão deste método na análise de séries temporais é o fato de os valores analíticos obtidos para o processo de Wiener  $C_2=1,23$  e  $C_3=-2.1$  (BASU; FOUFOULA-GEORGIOU; LASHERMES; ARNÉODO, 2007), que foram calculados analiticamente para uma distribuição gaussiana, estão de acordo com os resultados obtidos experimentalmente vistos na figura 4.1.

#### 4.2 Série turbulenta

Os dados da CLA foram coletados em uma torre micrometeorológica situada no município de Candiota - RS em 2007, usando um anemômetro sônico tridimensional com uma taxa de amostragem de 10 Hz a uma altura de 8 m do solo. Utilizamos séries turbulentas de temperatura e das componentes do vento de  $2^{15}$  (32768) pontos, correspondendo aos dias julianos 153 a 173.

A variação espacial é obtida através de uma transformação galileana baseada na *Hipótese Congelada de Taylor*, onde podemos assumir que

$$r = U\tau, (4.2)$$

onde U é o vento médio e  $\tau$  é a variação temporal (de aquisição). Esta relação só pode ser assumida se o tempo de vida do turbilhão for maior que o tempo que ele leva para passar pelo sensor. Isto significa que a velocidade do vento deve ser relativamente alta para garantir que o turbilhão não altere sua estrutura ao passar pelo sensor.

Este é um procedimento padrão em experimentos de campo, pois assim, a estacionariedade do sinal pode ser assumida.

O primeiro passo na preparação dos dados para a análise foi eliminar as séries temporais defeituosas através de inspeção visual ou com uso de ferramentas estatísticas para detecção de descontinuidades e picos aleatórios. As séries analisadas foram aquelas que possuem velocidade média maior que 4m/s e *intensidade de turbulência*  $(I = \frac{\sqrt{\langle u^2 \rangle}}{U})$  menor que 0.5.

Os valores obtidos para os cumulantes  $C_n(r)$ , com n=1, 2 e 3, e para a função estrutura de segunda ordem ( $\langle (\delta_r u)^2 \rangle$ ) de uma série turbubenta da componente u são mostrados graficamente na figura 4.2. Desta figura podemos observar que a determinção precisa de  $c_2$  torna-se muito difícil devido à insuficiência de dados observacionais.

Vale lembrar que o fato de  $c_2^{surr}=0$  significa que a série *surrogate* não apresenta intermitência, ou seja, a dependência das escalas das FDP de  $\delta_r u$ . Isto confirma a idéia proposta por (BASU; FOUFOULA-GEORGIOU; LASHERMES; ARNÉODO, 2007) de que o algoritmo IAAFT serviria como um poderoso teste estatistico para identificar séries não intermitentes.

Utilizando o fato de que as funções estruturas de segunda ordem das séries turbulentas e *surrogate* são virtualmente iguais, o que foi comprovado em todas as séries analizadas, e adotando o modelo *log-normal* ( $c_n = 0$ , para  $n \ge 3$ ) podemos usar a equação 3.22 para mostrar que:

$$\zeta_2^{turb} = \zeta_2^{surr} \tag{4.3}$$

$$-2c_1^{turb} - \frac{4}{2}c_2^{turb} = -2c_1^{surr} - \frac{4}{2}c_2^{surr}$$
 (4.4)

$$c_1^{turb} + c_2^{turb} = c_1^{surr} + c_2^{surr} (4.5)$$

como  $c_2^{surr}=0$  (figura 4.2)

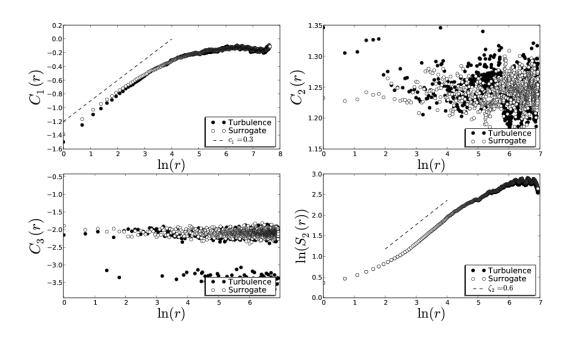
$$c_1^{turb} + c_2^{turb} = c_1^{surr},$$
 (4.6)

logo

$$c_2^{turb} = c_1^{surr} - c_1^{turb}. (4.7)$$

A grande importância desta relação é que nos permite estimar  $c_2^{turb}$ , e consequentemente  $\mu$ , calculando apenas os cumulantes de primeira ordem das séries turbulentas e do *surrogate* destas séries.

Nosso processo de análise consiste em gerar para cada série turbulenta uma série *surrogate* correspondente. Para cada uma dessas séries, é estimado o valor de  $c_1^{turb}$  e  $c_1^{surr}$  que são os coeficientes angulares da reta gerada por regressão linear de  $C_1$  vs  $\ln(r)$ , conforme figura 4.2. Após isto, os dados são classificados de acordo com as condições de estabilidade atmosférica e, por fim, são estimados os valores de  $c_2^{turb}$  (consequentemente  $\mu$ ) para cada classe usando a diferença entre os valores médios de  $c_1^{turb}$  e  $c_1^{surr}$ .



**Figura 4.2:**  $C_1(r)$  (esquerda superior),  $C_2(r)$  (direita superior) e  $C_3(r)$  (esquerda inferior) calculados para a componente longitudinal do campo velocidade do vento para a CLA e o *surrogate* gerado para esta série.  $S_2=\langle \delta_r u^2 \rangle$  para a série turbulenta e *surrogate*.

## Capítulo 5

## **RESULTADOS OBTIDOS**

Conforme descrito no capítulo anterior, os valores obtidos para os coeficientes  $c_1$  para as séries temporais turbulentas e para as geradas pelo algoritmo IAFFT *surrogate*, para as três componentes do campo velocidade, são mostrados na tabela 5.1. Estas séries foram divididas de acordo com a condição de estabilidade da CLA, estável (z/L>0) ou instável (z/L<0).

Ao contrário dos experimentos realizados em túneis de vento, onde em sua grande maioria são utilizados anemômetros de fio-quente unidimensionais, em experimentos na CLA são largamente utilizados anemômetros sônicos tridimensionais, onde as três componentes  $(u,v \in w)$  do campo velocidade são obtidas. Neste caso, fica ainda mais clara a importância de se ter um método que possibilite o uso de estatística de ordem superior em dados de turbulência da CLA.

Como podemos ver, ainda na tabela 5.2, o expoente de intermitência para a componente transversal (v) e vertical (w) são maiores que para a componente longitudinal (u). Isto indica que a intermitência é mais apreciável nessas componentes por não estarem condicionadas à condições de incompressibilidade (FRISCH, 1995; STANLEY et al., 1997; GROSSANN; LOHSE, 1996).

**Tabela 5.1:** Valores de  $\langle c_1 \rangle$  para séries de turbulência na CLA e surrogate timeseries divididas de acordo com a condição de estabilidade da CLA.

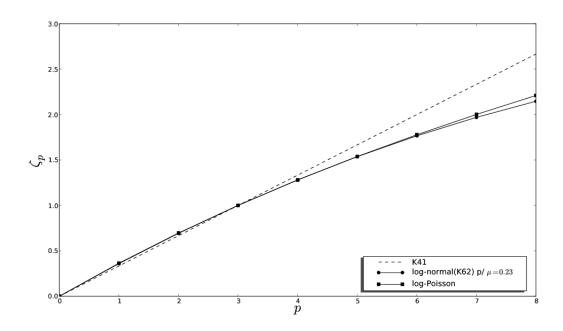
	$\langle c_{1,u}^{turb} \rangle$	$\langle c_{1,v}^{turb} \rangle$	$\langle c_{1,w}^{turb} \rangle$
z/L < 0	$-0.2776 \pm 0.0215$	$-0.2526 \pm 0.0203$	$-0.1845 \pm 0.0227$
z/L > 0	$-0.2731 \pm 0.0135$	$-0.2341 \pm 0.0214$	$-0.1655 \pm 0.0180$
	$\langle c_{1,u}^{surr} \rangle$	$\langle c_{1,v}^{surr} \rangle$	$\langle c_{1,w}^{surr} \rangle$
z/L < 0	$-0.2448 \pm 0.0207$	$-0.2174 \pm 0.0182$	$-0.1473 \pm 0.0191$
z/L > 0	$-0.2475 \pm 0.0136$	$-0.2048 \pm 0.0177$	$-0.1344 \pm 0.0147$

**Tabela 5.2:** Valores de  $\langle c_2 \rangle$  para séries temporais turbulentas da CLA separadas de acordo com a condição de estabilidade da camada.

	$\langle c_{2,u}^{turb} \rangle$	$\langle c_{2,v}^{turb} \rangle$	$\langle c_{2,w}^{turb} \rangle$
z/L < 0	0.0328 <u>+</u> 0.0046	0.0352 <u>+</u> 0.0067	0.0379 <u>+</u> 0.0055
z/L > 0	$0.0257 \pm 0.0055$	$0.0293 \pm 0.0059$	0.0311 <u>+</u> 0.0069

Utilizando o valor de  $\langle c_2^{turb} \rangle = 0.0257$  (camada estável), chegamos ao valor de  $\mu = 0.234\pm0.041$  para a componente longitudinal da velocidade. Este resultado está muito próximo do "melhor" valor diretamente extimado para a CLA ( $\mu \sim 0.25\pm0.05$ ) e dos valores encontrados através de experimentos em túnel de vento ( $\mu \sim 0.23$ ). Com isso podemos concluir que turbulência na camada estável tem um comportamento muito parecido com a turbulência gerada em túneis de vento onde se tem apenas forçantes mecânicos. É de se esperar então, que no caso da camada instavel, com forçantes predominantementes convectivos, os expoentes de intermitência apresentem uma discrepância em relação aos valores encontrados para os experimentos em túnel de vento.

O espectro de expoentes da função estrutura de ordem p ( $\zeta_p$ ) para três modelos diferentes são representados na figura 5.1.



**Figura 5.1:** Expectro de expoentes da função estrutura de ordem  $p(\zeta_p)$  para os modelos monofractal (teoria K41), log-normal (teoria K62) e log-Poisson (1994).

Usando a relação 4.7, estimamos os valores de  $\langle c_2^{turb} \rangle$  para as diferentes con-

dições de estabilidade. Estes valores são mostrados na tabela 5.2. Conforme podemos ver, os valores de  $c_2$  (consequentemente  $\mu$ ) são diferentes para cada classe de estabilidade ( $\mu$  é maior quando a camada é instável). Isto implica que o intervalo inercial sofre influência dos eventos que ocorrem nas grandes escalas, ou seja, o intervalo inercial possui uma "memória" remanescente dos grandes turbilhões.

Este resultado vai contra o cenário geralmente assumido que com  $R_e$  suficientemente grande, na idéia de fluxo em cascata, inúmeras interações não lineares ocorreriam desde a escala onde ocorre a entrada de energia nos grandes turbulões até o intervalo inercial de tal forma que as informações dos fenômenos nas grandes escalas fossem perdidas.

## Capítulo 6

## **DISCUSSÕES FUTURAS**

Os ótimos resultados preliminares encontrados neste trabalho mostram que uma melhor investigação sobre este tema deve ser realizada.

Podemos ressaltar alguns pontos que podem ser melhorados no que diz respeito à metodologia como estabelecer critérios mais concretos de estacionariedade e definir uma condição física apropriada para determinar os intervalos onde são realizadas as regreções lineares.

Dando continuidade a este trabalho, iremos aplicar esta metologia aos dados de outros sítios, incluindo a temperatura como um parâmetro a ser investigado.

## Referências Bibliográficas

- BASU, S.; FOUFOULA-GEORGIOU, E.; LASHERMES, B.; ARNÉODO, A. Estimating intermittency exponent in neutrally stratified atmospheric surface layer flows: A robust framework based on magnitude cumulant and surrogate analyses. *Physics of Fluids*, American Institute of Physics, v. 19, Nov 2007.
- BENZI, R. et al. Extended self-similarity in turbulent flows. *Phys. Rev. E*, American Physical Society, v. 48, n. 1, p. R29–R32, Jul 1993.
- CAMPANHARO, A. S. L. O. Análise de sinais turbulentos na copa da floresta amazônica: em busca de comportamento caótico e estruturas coerentes. 2006. Tese (Mestrado) INPE, São José dos Campos, 2006.
- CASTAING, B.; GAGNE, Y.; HOPFINGER, E. J. Velocity probability density functions of high reynolds number turbulence. *Physia D*, Elsevier Science Publishers B. V., v. 46, n. 2, p. 117–200, Nov 1990.
- CRAMER, H. *Methods for statistics*. [S.I.]: Princeton University Press, 1946. 575 p.
- DELOUR, J.; MUZY, J.; ARNÉODO, A. Intermittency of 1d velocity spatial profile in turbulence: a magnitude cumulant analysis. **The European Phusical Journal B**, v. 23, p. 243–248, 2001.
- FRISCH, U. *Turbulence The Legancy of A. N. Kolmogorov*. Cambridge: Cambridge University Pres, 1995.
- GROSSANN, S.; LOHSE, D. Different intermittency for longitudinal and transversal turbulent fluctuation. Phys. Fluids, v. 9, p. 1–5, 1996.
- KOLMOGOROV, A. N. Dissipation of energy in locally isotropic turbulence. **Dolk. Akad. Nauk. RSSS**, v. 32, p. 15–17, 1941. (reimpresso em Proc. R. Soc. Lond. A 434, 15-17 (1991) (c).

- KOLMOGOROV, A. N. The local structure of turbulence in incompressible viscous fluid for very large Reynolds number. Dolk. Akad. Nauk. RSSS, v. 30, p. 9–13, 1941. (reimpresso em Proc. R. Soc. Lond. A 434, 9-13 (1991) (a).
- LANDAU, L. D.; LIFSHITZ, E. M. *Fluid Mechanics*. Londres: Pergamon Press, 1959. 536 p.
- MENEVEAU, C.; SREENIVASAN, K. R. The multifractal nature of turbulent energy dissipation. *J. Fluid. Mech.*, American Institute of Physics, v. 224, p. 429–484, 1991.
- MONIN, A. S.; YAGLOM, A. M. *Statistical Fluid Mechanics, Vol. 1.* Cambridge: The Mit Press, 1971. 769 p.
- MORETTIN, P. A. *Ondas e Ondaletas: Da Análise de Fourier à Análise de Ondaletas*. São Paulo: Edusp, 1999. 272 p.
- MUSCHINSKI, A.; FREHLICH, R. G.; BALSLEY, B. Small-scale and large-scale intermittency in the nocturnal boundary layer and the residual layer. *Journal of Fluid Mechanics*, v. 515, p. 3195–351, 2004.
- SALINAS, S. R. A. *Introdução à Física Estatística*. 2. ed. São Paulo: Edusp, 2006. 464 p.
- SCHREIBER, T.; SCHMITZ, A. Improved surrogate data for nonlinearity tests. *Phys. Rev. Lett.*, American Physical Society, v. 77, n. 4, p. 635–638, Jul 1996.
- SHE, Z. S.; LEVEQUE, M. Universal scaling laws in full developed turbulence. *Physical Review Letters*, The American Physical Society, v. 72, n. 3, p. 336–339, Jan 1994.
- SORBJAN, Z. *Structure of the Atmospheric Boundary Layer*. New Jersey: Prentice Hall Inc., 1989. 317 p.
- SREENIVASAN, K. R. On the uninversality of the Kolmogorov constant. Physics of Fluids, v. 7, p. 2778–2784, 1995.
- STANLEY, H. E. et al. Experimental analyses of transversal intermittency in turbulent air flow. Exp. in Fluids, v. 22, p. 268–270, 1997.

- STULL, R. *An Introduction to Boundary Layer Meteorology*. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, 1988. 666 p.
- TOMÉ, T.; OLIVEIRA, M. J. *Dinâmica Estocástica e Irreversibilidade*. São Paulo: Edusp, 2001. 242 p.
- WELTER, G. S. A hipótese de turbulência localmente isotrópica e a universalidade da constante de kolmogorov. 2006. Tese (Mestrado) Universidade Federal de Santa Maria, 2006.