

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA MARIA
CENTRO DE CIÊNCIAS NATURAIS E EXATAS
CURSO DE ESPECIALIZAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA**

**UM ESTUDO SOBRE ÂNGULOS: UMA ABORDAGEM
DIDÁTICA ATRAVÉS DE ATIVIDADES**

MONOGRAFIA DE ESPECIALIZAÇÃO

Karen Pereira Montagner

**Santa Maria, RS, Brasil
2013**

**UM ESTUDO SOBRE ÂNGULOS: UMA ABORDAGEM
DIDÁTICA ATRAVÉS DE ATIVIDADES**

por

Karen Pereira Montagner

Monografia apresentada ao Curso de Especialização em Educação Matemática,
Área de Concentração no Ensino de Ciências e Matemática, da Universidade
Federal de Santa Maria (UFSM, RS), como requisito parcial para a obtenção do
grau de
Especialista em Educação Matemática.

Orientador: Professor Dr. Ricardo Fajardo

**Santa Maria, RS, Brasil
2013**

**Universidade Federal de Santa Maria
Centro de Ciências Naturais e Exatas
Especialização em Educação Matemática**

A Comissão Examinadora, abaixo assinada,
aprova a Monografia da Especialização

**UM ESTUDO SOBRE ÂNGULOS: UMA ABORDAGEM DIDÁTICA
ATRAVÉS DE ATIVIDADES**

elaborada por
Karen Pereira Montagner

como requisito parcial para a obtenção do grau de
Especialista em Educação Matemática

COMISSÃO EXAMINADORA:

Ricardo Fajardo, Dr.
(Presidente/Orientador)

Carmen Vieira Mathias, Dr^a. (UFSM)

Inês Farias Ferreira, Dr^a. (UFSM)

Liane Teresinha Wendling Roos, Dr^a. (UFSM)

Santa Maria, 05 de fevereiro de 2013.

DEDICATÓRIA

Dedico este trabalho aos meus pais e às minhas irmãs por acreditarem na minha capacidade e a todos que apostam numa educação transformadora da sociedade.

AGRADECIMENTO

À Deus, por ter permitido a minha existência e ter me abençoado.

Ao meu orientador, professor Ricardo Fajardo pela compreensão, dedicação e orientação no desenvolvimento da monografia.

Aos meus pais Augusto e Izabel pelo apoio, incentivo e carinho.

Ao meu esposo Jeferson pela confiança e palavras de motivação.

À minha querida colega Lucélia Rigon pelo companheirismo durante a graduação e especialização.

Aos alunos da 6ª série da Escola de Ensino Fundamental João XXIII.

Às amigas Adriana Aires e Cintia Pereira Montagner pelo auxílio durante a elaboração da monografia.

A todos vocês, o meu carinho.

RESUMO

Monografia de Especialização
Curso de Especialização em Educação Matemática
Universidade Federal de Santa Maria

UM ESTUDO SOBRE ÂNGULOS: UMA ABORDAGEM DIDÁTICA ATRAVÉS DE ATIVIDADES

AUTORA: KAREN PEREIRA MONTAGNER

ORIENTADOR: FICARDO FAJARDO

Data e Local da Defesa: Santa Maria, 05 de fevereiro 2013.

Esta monografia é uma abordagem didática sobre o ensino da Geometria, em específico sobre o estudo de ângulos. Nesta, pretende-se aliar a teoria e a prática ao ensino da matemática, baseando-se em uma reflexão sobre atividades práticas propostas em sala de aula. O interesse é contribuir para a formação continuada de professores, criando em suas aulas um ambiente próprio para que os alunos, através da prática, falem e reflitam sobre o saber fazer matemático. As atividades práticas são descritas na monografia assim como um relato sobre as mesmas, buscando identificar suas limitações, possibilidades, fatores positivos e negativos. É um material que serve de apoio para os professores ao trabalharem com ângulos. Além disso, este trabalho apresenta atividades que os alunos gostam de realizar por se tratarem de atividades práticas. Foi organizado a partir de um programa de conteúdos para o 7º ano do Ensino Fundamental, adotado pela escola onde foram aplicadas as atividades e pela Secretaria Municipal de Educação do município de São Sepé. Tem como referencial teórico a teoria sócio-histórica de Vygotsky e o modelo do pensamento geométrico dos van Hiele.

Palavras-chave: Ensino. Ângulos. Geometria.

ABSTRACT

Specialization Monograph
Program in Mathematic Education
Federal University of Santa Maria

ANGLES ON A STUDY: A DIDACTIC APPROACH THROUGH ACTIVITIES

AUTHOR: KAREN PEREIRA MONTAGNER

ADVISER: RICARDO FAJARDO

Date and Local Defence: Santa Maria, February 05th, 2013.

This work is a proposal for the didactic teaching of geometry. In it, we intend to combine theory and practice in teaching mathematics; in particular, in the study of angles, based on a reflection on practical activities used in classroom. The intention is to contribute with material to the teachers' continuing education, to be applied in their classrooms by creating a proper environment for students, through practice, talk and reflection. The present work is based on an analysis of academic papers addressing the topic of geometry. In particular, it seeks to clarify why the topic of geometry is often not worked out in the classroom during the year. What are the reasons leading teachers of mathematics not teach geometry to their students; knowing the importance of their study in elementary school, which will serve as a basis for their further studies? Practical activities are described in it as well as their evaluation in order to identify its limitations, possibilities, positive and negative factors. It is a material that serves as a support for teachers when working with angles. It displays activities that students like to perform because they are practical ones. It was organized for a program contents to be worked in 7th year of elementary school. It is supported by the socio-historical theory of Vygotsky and Van Hiele's model on geometric thinking.

Keywords: Teaching. Angles. Geometry.

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO	9
1 JUSTIFICATIVA	11
2 REFERENCIAL TEÓRICO	14
2.1 O Desenvolvimento do raciocínio geométrico segundo van Hiele	14
2.2 Aprendizado e o desenvolvimento do pensamento segundo Vygotsky	16
3 ATIVIDADES PROPOSTAS PARA O 7º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL	18
3.1 Descrição das atividades propostas	19
3.1.1 Atividade 1:	19
3.1.1.1 Relato da atividade 1	21
3.1.2 Atividade 2:	22
3.1.2.1 Relato da atividade 2	24
3.1.3 Atividade 3:	24
3.1.3.1 Relato da atividade 3	25
3.1.4 Atividade 4:	25
3.1.4.1 Relato da atividade 4	26
3.1.5 Atividade 5:	27
3.1.5.1 Relato da atividade 5	28
3.1.6 Atividade 6:	29
3.1.6.1 Relato da atividade 6	30
3.1.7 Atividade 7:	31
3.1.7.1 Relato da atividade 7	32
3.1.8 Atividade 8	33
3.1.8.1 Relato da atividade 8	34
3.1.9 Atividade 9:	35
3.1.9.1 Relato da atividade 9	36
3.1.10 Atividade 10:	37
3.1.10.1 Relato da atividade 10	38
3.1.11 Atividade 11:	38
3.1.11.1 Relato da atividade 11:	39
3.1.12 Atividade 12:	39
3.1.12.1 Relato da atividade 12	40
4 CONSIDERAÇÕES FINAIS	41
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	43

INTRODUÇÃO

No processo de ensino e aprendizagem, em particular na geometria, o aluno necessita de alguns instrumentos para produzir significado. Entre esses instrumentos está a linguagem, uma ferramenta mediadora no processo de construção do conhecimento, pois permite uma compreensão sobre determinados símbolos que representam objetos. Assim, quando os alunos produzem significado para esses símbolos e os representam, utilizando a linguagem matemática, ocorre a aprendizagem.

É importante salientar que o trabalho com noções geométricas contribui para a aprendizagem de números e medidas, estimulando a criança a observar, perceber semelhanças e diferenças, daí a importância do desenho e da linguagem na construção dos conceitos geométricos, pois a utilização de vocabulário correto é noção importante na aprendizagem do aluno.

Pretende-se com este trabalho contribuir para uma melhor compreensão da matemática, apresentando uma proposta didática para o 7º ano, com foco na geometria, abordando o estudo de ângulos. Esta proposta didática busca aliar a teoria com atividades práticas a serem desenvolvidas pelos alunos durante as aulas, com materiais concretos que estimulem os mesmos a pensar, criar, escrever e construir conceitos geométricos.

O primeiro capítulo contempla a justificativa do presente trabalho. Este faz referência a trabalhos realizados, dando ênfase à importância do estudo da geometria no Ensino Fundamental, assim como os motivos pelos quais, muitas vezes, a geometria não é trabalhada nas escolas.

A metodologia adotada para desenvolver as atividades é baseada na teoria sócio-histórica fundada por Vygotsky e também no desenvolvimento do raciocínio geométrico segundo a teoria dos van Hiele; será abordada no segundo capítulo. Neste, apresenta-se uma sequência de níveis de compreensão dos conceitos enquanto os alunos aprendem geometria. Um ponto importante sobre o Modelo de van Hiele, é o fato de ter se originado em sala de aula, enquanto Pierre van Hiele e Dina van Hiele observam as dificuldades de seus alunos ao resolverem tarefas em geometria.

Já o terceiro capítulo é composto pelas atividades propostas para uma turma do 7º ano, baseadas nos Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Fundamental, 3º ciclo, e nos conteúdos programáticos da Escola de Ensino Fundamental João XXIII, que, mesmo sendo

uma escola particular, segue o programa do município. Ainda neste capítulo, faz-se um relato das práticas realizadas na turma 61, com algumas reflexões sobre o seu desenvolvimento, identificando as limitações e possibilidades.

O quarto capítulo contempla as considerações finais, com comentários sobre a relevância do trabalho.

A ideia é contribuir com a prática docente, ou seja, uma maneira de ensinar a geometria, na busca de alternativas que despertem a curiosidade e o interesse dos alunos.

O presente trabalho é fundamentado com livros, artigos e monografias relativas ao tema, juntamente com aplicação de atividades em uma escola particular na cidade de São Sepé, RS.

A intenção do trabalho é facilitar a compreensão dos conteúdos de geometria, em especial o estudo de ângulos, utilizando-se de aulas expositivas, dialogadas e práticas, buscando um conhecimento mais específico.

1 JUSTIFICATIVA

A geometria é um dos importantes campos de estudo do conhecimento da matemática. Ela permite ao aluno desenvolver sua capacidade de raciocínio, utilizar sua criatividade para estabelecer relações entre as figuras e suas propriedades. Na área da educação matemática um dos assuntos discutidos é o ensino da geometria. Sabe-se que, no contexto atual, o aluno não pode ser visto apenas como um receptor de informações e conteúdos, ele deve ser agente, ou seja, participante ativo no processo de ensino e aprendizagem. Os assuntos estudados em geometria estão relacionados com o cotidiano deste aluno, e até mesmo ligados com outras disciplinas.

A escolha do tema abordado neste trabalho, especificamente o estudo de ângulos, originou-se durante o estágio supervisionado de matemática no Ensino Fundamental em uma turma do 6º ano. Observei o atual cenário do ensino da matemática e mais precisamente a real situação do ensino de geometria, deixado para o final do ano letivo nas escolas. Assim surgiu a pergunta: Por que a geometria não é trabalhada nas escolas?

Segundo a dissertação de mestrado de PEREIRA (2001), são vários os motivos que levaram ao abandono do ensino de geometria. Entre esses motivos pode-se destacar a proposta curricular seguida pelo professor; a falta de uma formação adequada do docente para trabalhar com as demonstrações; os livros didáticos que, muitas vezes, trazem os conteúdos de geometria somente no final do livro, passando a ideia de ser um conteúdo menos relevante.

A dissertação de GOUVÊA (1998) aponta alguns resultados de pesquisa e questionários realizados com professores do Ensino Fundamental sobre o descaso com o ensino da geometria, entre estes, está o descrédito por parte de muitos professores em relação à capacidade de seus alunos. Assim, o professor passa a assumir o papel de transmissor do conhecimento. A questão do aluno receber tudo pronto e apenas memorizar pode levá-lo à preguiça, falta de interesse pela disciplina e falta de motivação em aprender algo novo.

JUNG (2008) em seu trabalho de Conclusão do Curso de Matemática apresenta uma pergunta e possível resposta para o descaso com o ensino da geometria. Ele afirma:

Por que o ensino da Geometria é tão lembrado e discutido? Leivas (2004) no seu artigo “Desenhar ou Representar Geometricamente” argumenta que muitos professores acabam não trabalhando a Geometria em sala de aula e, uma justificativa para tal fato, seria a dificuldade de desenhar. Este é um argumento que muitos professores utilizam para não abordar a Geometria em sala de aula. Mas, segundo Leivas (2004), o professor não precisa ser um desenhista, cabe a ele conseguir

representar o objeto matemático de forma a estabelecer um bom canal de comunicação com os alunos. (JUNG, 2008, p.12)

O trabalho de conclusão de curso apresentado por CASTILHO (2006) traz algumas considerações sobre o descaso com o ensino da geometria, assim:

Nos currículos escolares percebe-se uma grande desvalorização da Geometria comparativamente aos conteúdos da Aritmética e em especial ao Sistema de Numeração Decimal. Mesmo quando a Geometria é abordada, os textos não apresentam articulação desta com os demais conteúdos, reduzindo-se a definições de formas geométricas e a apresentação de fórmulas. Com a Reforma do Ensino de 1996, com a nova LDB e a promulgação em 2001 dos Parâmetros Curriculares Nacionais, poucas mudanças significativas ocorreram no ensino da geometria nas séries iniciais do Ensino Fundamental. (CASTILHO, 2006, p.9)

Por outro lado, CASTILHO (2006) salienta a importância do estudo da geometria, em particular o estudo de ângulo. Ele afirma:

É importante o ensino de ângulo para que a Geometria seja trabalhada em sua totalidade, o conceito de ângulo deve tornar-se parte do cotidiano do aluno. Para tal, o aluno deve vivenciar inúmeras experiências que explicitem tal conceito, para que nesse processo elabore o conceito de ângulo e a sua aplicação. (CASTILHO, 2006, p.9)

Portanto, nota-se a necessidade do aluno poder apropriar-se do significado de ângulo através do seu cotidiano, observar em sua volta situações em que a noção de ângulo esteja envolvida. O aluno passa a entender a linguagem matemática como uma forma de compreender e representar o mundo em que vive, “pois a geometria, enquanto linguagem (representação), possibilita o acesso a informações, à comunicação, à expressão de ideias, contribui para que a criança possa compreender o mundo por diferentes aspectos”, afirma Castilho (2006, p.21).

Percebe-se que a escola e os educadores devem propiciar aos alunos um ambiente investigativo, de diálogo, que os estimule a estabelecer relações, buscar explicações (porquês) e as finalidades (para que servem). Assim, o professor pode criar na sala de aula um ambiente de investigação, estimulando o aluno a ter curiosidade, vontade de descobrir e elaborar conceitos.

Segundo TOLEDO:

A escola é o ambiente propício para que a criança desenvolva a capacidade de visualização espacial e de estabelecimento e comunicação de relações espaciais entre os objetos. Dessa forma, cabe aos educadores planejar e propor atividades que ofereçam condições para que os alunos se apropriem, aos poucos, da linguagem e dos conceitos geométricos. (TOLEDO, 2009, p.222)

Para LORENZATO (2008), a escola tem um papel importante no desenvolvimento do aluno, pois é o ambiente que propicia o processo de experimentação, inicialmente através da manipulação de objetos e que se utiliza da observação, comparação e decomposição. Assim,

essa experimentação faz com que o aluno interaja com os colegas e se aproprie do assunto estudado. Ele afirma:

A experimentação facilita que o aluno levante hipóteses, procure alternativas, tome novos caminhos, tire dúvidas e constate o que é verdadeiro, válido, correto ou solução. Experimentar é valorizar o processo de construção do saber em vez do resultado dele, pois, na formação do aluno, mais importante que conhecer a solução é saber como encontrá-la. Enfim, experimentar é investigar. (LORENZATO, 2008, p.72)

Certamente a compreensão do aluno que se utilizou da experimentação será melhor e, a aprendizagem será significativa.

2 REFERENCIAL TEÓRICO

2.1 O Desenvolvimento do raciocínio geométrico segundo van Hiele

Os professores de Matemática percebem que muitos dos seus alunos, apesar de compreender a Álgebra muito bem, apresentam dificuldades quanto ao domínio da Geometria. O “Modelo de van Hiele” originado pela observação realizada em sala de aula pelo casal de professores Pierre e Dina van Hiele, que, dedicaram seus estudos de doutorado a esse problema, sugere que os alunos desenvolvam seu pensamento geométrico através de uma sequência de níveis de compreensão de conceitos enquanto eles aprendem Geometria. No início, o aluno percebe a figura como um todo e, aos poucos, passa a perceber suas propriedades e relações. Durante o desenvolvimento, este aluno começa a operar essas relações em diversas situações e, assim, passam a progredir no pensamento geométrico por meio de uma sequência de cinco níveis, que serão descritos a seguir.

Os níveis de van Hiele:

Nível 0: visualização

O aluno reconhece as figuras geométricas por sua aparência global, mas não identifica explicitamente suas propriedades.

Exemplo: o aluno identifica a figura de um quadrado e, ao ser perguntado por que, a resposta é do tipo “porque se parece com um quadrado”.

Nível 1: análise

Os objetos de pensamento no Nível 1 são as classes de formas, mais do que as formas individuais. O aluno conhece e analisa as propriedades das figuras geométricas, mas não relaciona explicitamente as diversas figuras ou propriedades entre si.

Exemplo: o aluno sabe que o quadrado tem quatro lados iguais e quatro ângulos retos.

Nível 2: dedução informal

Os objetos de pensamento no Nível 2 são as propriedades das formas. O aluno relaciona as figuras entre si de acordo com suas propriedades, mas não domina o processo dedutivo.

Exemplo: o aluno sabe que todo quadrado é um retângulo, e que todo retângulo é um paralelogramo.

Nível 3: dedução

Os objetos de pensamento no Nível 3 são as relações entre as propriedades dos objetos geométricos. O aluno compreende o processo dedutivo, a recíproca de um teorema, as condições necessárias e suficientes, mas não sente a necessidade de usar rigor matemático.

Exemplo: o aluno entende porque o postulado das paralelas implica que a soma dos ângulos internos de um triângulo é 180° .

Nível 4: rigor

Os objetos de pensamento no Nível 4 são as comparações e confrontos entre os diferentes sistemas axiomáticos da geometria.

Vários pesquisadores e o próprio van Hiele concordam que é bastante difícil atingir o nível 4 no Ensino Fundamental.

Para entendermos melhor os níveis do pensamento geométrico dos van Hiele, Walle (2009, p.440) afirma que “os níveis descrevem como pensamos e quais os tipos de ideias geométricas sobre as quais pensamos, mais do que a quantidade de conhecimento ou de informação que temos em cada nível”.

O modelo dos van Hiele para o pensamento geométrico apresenta algumas características importantes que podemos destacar:

Hierarquia: os níveis obedecem a uma sequência, isto é, para atingir certo nível o indivíduo deve passar antes pelos níveis inferiores.

Linguística: cada nível tem sua própria linguagem, conjunto de símbolos e sistema de relações. Por exemplo, no nível básico, o aluno se refere a ângulos de mesma medida como “iguais” e, no nível dois, como “congruentes”.

Intrínseco e Extrínseco: o que está implícito num nível, torna-se explícito no próximo nível.

Avançado: o progresso entre os níveis depende mais de instrução do que da idade ou maturidade do aluno.

Desnível: não há entendimento entre duas pessoas que estão raciocinando em níveis diferentes, ou se a instrução é dada num nível mais avançado, que o atingido pelo aluno.

Van Hiele estabeleceu cinco fases que devem ser vivenciadas pelos alunos no processo de progredir de um nível para o próximo. Estas fases devem ser encorajadas pelo professor.

Assim, tem-se:

Informação: o professor e os alunos envolvem-se em conversas e atividades sobre objetos de estudo deste nível. Observações são feitas, perguntas são formuladas, e o vocabulário específico do nível é introduzido.

Orientação dirigida: os estudantes exploram o tópico de estudo através de materiais que o professor ordenou cuidadosamente. Estas atividades devem revelar, gradativamente, aos alunos as estruturas características do nível.

Explicação: acrescentando sobre suas experiências prévias, os alunos expressam e modificam seus pontos de vista sobre as estruturas que foram observadas. O papel do professor é auxiliar os alunos a usarem a linguagem apropriada.

Orientação livre: os alunos procuram soluções próprias para as tarefas mais complicadas, que admitem várias soluções, e para os problemas em aberto.

Integração: o aluno revê e assume o que aprendeu, com o objetivo de formar uma visão geral do novo sistema de objetos e relações.

Assim, temos que os níveis são sequenciais e não dependem da idade da criança. A experiência geométrica é o fator simples de maior influência sobre o avanço ou desenvolvimento através dos níveis. Outro fator a ser considerado é que se o ensino ou a linguagem estiver em um nível superior ao estudante, haverá uma falta de comunicação.

De acordo com a teoria dos van Hiele, o professor deve ser capaz de perceber no aluno algum desenvolvimento no pensamento geométrico ao longo do curso de um ano. As atividades podem ser modificadas para se adequar a cada turma.

2.2 Aprendizado e o desenvolvimento do pensamento segundo Vygotsky

A teoria sócio-cultural de aprendizagem de Vygotsky enfatiza a interação social como um componente essencial para o desenvolvimento do conhecimento, sua teoria ainda salienta que existem processos mentais entre as pessoas em ambiente de aprendizagem social.

Um dos conceitos centrais nesta obra é o conceito de mediação. Oliveira (2008, p.24) destaca que “A relação do homem com o mundo não é uma relação direta, mas uma relação mediada, sendo os sistemas simbólicos os elementos intermediários entre o sujeito e o mundo.” Deste modo, a mediação é um processo de intervenção de um elemento intermediário numa relação que deixa de ser direta e passa a ser mediada por esse elemento.

Assim, nesse trabalho, os elementos que fazem a mediação entre os alunos e os conceitos (conhecimentos) são os desenhos e os objetos utilizados nas atividades que facilitam a aprendizagem e possibilitam a elaboração de conceitos através de experiências concretas.

O uso de instrumentos, ou seja, ações concretas são sempre realizadas ou buscadas para atingir um determinado objetivo. O uso de instrumentos é fundamental não apenas porque ajuda os indivíduos a se relacionarem com o ambiente, mas porque são importantes os efeitos que o uso destes têm sobre relações internas e funcionais no interior do cérebro. Ivic (2010, p.23) relata que “na concepção de Vygotsky, o sistema de conceitos científicos é um instrumento cultural portador, ele também, de mensagens profundas e, ao assimilá-lo, a criança muda profundamente seu modo de pensar”.

Sabemos que os alunos não são iguais, mas todos são capazes de crescer e desenvolver a habilidade de pensar e raciocinar em contextos geométricos. De acordo com Vygotsky :

A zona de desenvolvimento proximal (...) é a distância entre o nível de desenvolvimento real, que se costuma determinar através da solução independente de problemas, e o nível de desenvolvimento potencial, determinado através da solução de problemas sob a orientação de um adulto ou em colaboração com companheiros mais capazes. (VYGOTSKY, 2003, p.112)

Deste modo, podemos perceber que nem todas as crianças, com a mesma idade cronológica, estão no mesmo nível. Sendo assim, o aprendizado deve ser combinado com o nível de desenvolvimento do aluno. A interação entre os alunos vai proporcionar que aquele que estiver em um nível mais “elevado” colabore, através da linguagem oral, gestual, escrita ou através do desenho na construção de significados do outro aluno que está na zona de desenvolvimento proximal. Ou seja, a zona de desenvolvimento proximal define aquelas funções que ainda não amadureceram, mas que estão em processo de maturação.

Para Vygotsky:

A educação não se resume à aquisição de um conjunto de informações; ela é uma das fontes de desenvolvimento e ela própria se define como o desenvolvimento artificial da criança. O papel essencial da educação é, pois, de assegurar seu desenvolvimento, proporcionando-lhe os instrumentos, as técnicas interiores, as operações intelectuais. (IVIC, 2010, p. 31)

Podemos observar que, nessa teoria as ações do indivíduo são voluntárias, ele vai realizar atividades, buscando um fim ou um resultado. Um dos fatores que se observam no desempenho das atividades é que são mediadas e a interação social é fundamental para o seu desenvolvimento, assim como do indivíduo.

3 ATIVIDADES PROPOSTAS PARA O 7º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL

As atividades foram elaboradas para uma turma de 7º ano da Escola de Ensino Fundamental João XXIII, em São Sepé. A turma é composta por 12 alunos com idade entre 11 e 12 anos, sendo 8 meninos e 4 meninas. O que foi proposto têm o seguinte formato: título, conteúdo, objetivo, pré-requisitos, material, desenvolvimento e comentário ao docente. O último item o objetivo de auxiliar na aplicação das tarefas. Ainda, após a realização de uma, é feito um relato da mesma. As atividades propostas foram elaboradas baseadas nos conteúdos programáticos de matemática, adotados pela escola que segue os da Secretaria Municipal de Educação do município.

As teorias de Vygotsky e dos van Hiele motivaram a elaboração dos referidos exercícios. A ideia defendida por Vygotsky é a de que o indivíduo é participante ativo e vigoroso no seu processo de desenvolvimento e, a cada estágio de desenvolvimento, ele cria meios para interferir no seu mundo e em si mesmo. Deste modo, esta metodologia privilegia a mudança.

Outro fato considerado é que para Vygotsky a linguagem interfere de modo significativo no desenvolvimento do indivíduo, através da qual ocorre a reflexão e elaboração de experiências o que é social e também pessoal.

A fala humana é, de longe, o comportamento de uso de signos mais importante ao longo do desenvolvimento da criança. Através da fala, a criança supera as limitações imediatas de seu ambiente. Ela se prepara para a atividade futura; planeja, ordena e controla o próprio comportamento e o dos outros. (VYGOTSKY, 2003, p.169)

Ele dá ênfase ao aprendizado socialmente mediado, ou seja, é ao longo da interação que um aprendiz mais experiente pode auxiliar um aprendiz menos avançado. Assim, ele explora o papel das experiências sociais e culturais do indivíduo.

Desta forma, a maior parte das atividades deve ser realizada em grupo. Durante as aulas deve haver uma interação entre os alunos e o professor, este tem de auxiliar os estudantes a construir suas ideias sendo mediador, utilizando as que já possui e também disponibilizar materiais para que eles explorem.

A teoria dos van Hiele influenciou a aplicação das tarefas no seguinte aspecto, ela considera que nem todos os alunos estão em um mesmo nível, apesar de ter a mesma idade, então isso deve ser considerado. Para cada atividade a ser desenvolvida, o aluno necessita de

alguns pré-requisitos. Segundo essa teoria, é importante que os alunos tenham experiências geométricas e os professores proponham situações que permitam que as crianças explorem e conversem sobre o assunto em estudo.

3.1 Descrição das atividades propostas

3.1.1 Atividade 1:

a) título: Como introduzir a noção de ângulo?;

b) conteúdo: Ângulos;

c) objetivo: Os alunos serão capazes de:

- Compreender que se um giro corresponde a 360° , meio giro corresponde a 180° e um quarto de giro corresponde 90° .
- Perceber que voltas completas (giros) são múltiplos de 360° .
- Verificar que o tempo gasto para realizar o giro ou o sentido (direita / esquerda) não interfere no número de graus envolvidos;

d) pré-requisito: Quatro operações (adição, subtração, multiplicação e divisão), frações, noção de giro completo (1 volta) - corresponde a 360° e lateralidade, realizar estimativas de medidas. Identificar ponto, reta, semirreta e plano;

e) material: Folhas, lápis e borracha;

f) desenvolvimento: Iniciar a atividade com alguns questionamentos sobre:

- O que vocês (alunos) sabem sobre giro de 360° ?
- Em que situações ouviram alguém se referir sobre um giro de 360° ?
- Se um giro completo tem 360° , quantos graus têm meio giro? E a metade da metade de um giro completo?

Após ouvir os relatos, combinar com os alunos que um giro completo corresponde a 360° e, logo após, pede-se para os alunos colocarem-se em pé e realizar os giros. Depois, desenhar em uma folha um giro completo (1 volta), meio giro e $\frac{1}{4}$ de giro, conforme figura 1.

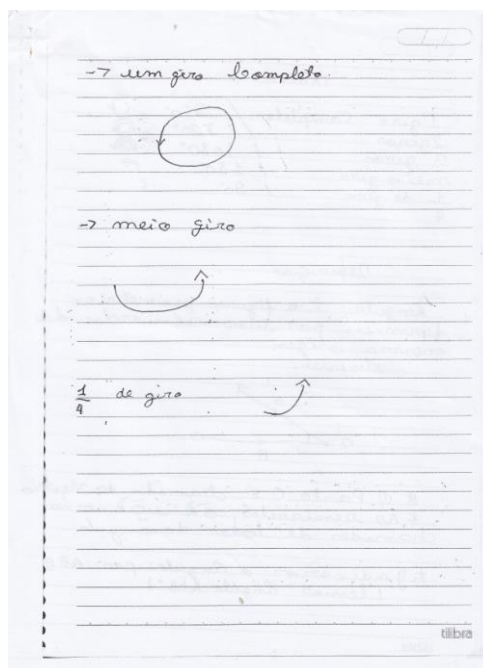


Figura 1- Desenho de giros

Assim, os alunos partindo de um giro completo, concluem que meio giro corresponde 180° e a metade da metade de um giro corresponde a 90° . Em seguida, os alunos devem formar duplas e um colega orienta o outro, ajudando a se deslocar de um ponto da sala até outro ponto, utilizando alguns comandos associados aos giros e, depois desenham o trajeto realizado.

Também pode ser proposto que as duplas utilizem uma malha quadriculada. Inicialmente, uma das duplas cria um percurso, formulando as instruções para percorrê-lo até um determinado ponto. Este percurso será entregue para outra dupla que vai utilizá-lo para fazer seu deslocamento;

g) comentário ao docente: Ao propor o giro de 360° aos alunos, acredita-se que pode ser bastante útil, o professor girar dando um exemplo, pois ao realizar a atividade, os alunos tentaram dar um giro em um pé só.

Pode ser realizada outra técnica com o mesmo objetivo, como por exemplo, caça ao tesouro, onde o professor elabora um percurso, utilizando giro, meio giro entre outras regras a serem seguidas pelos alunos para que cheguem até o tesouro.

3.1.1.1 Relato da atividade 1

Como ponto de partida, ficou combinado com a turma que 1 giro corresponde a 360° . Todos os alunos participaram e quando questionados sobre:

- O que vocês sabem sobre giro de 360° ?
- Em que situações ouviram alguém se referir sobre um giro de 360° ?
- Se um giro completo tem 360° , quantos graus tem meio giro? E a metade da metade de um giro completo?

Algumas respostas foram: nas manobras com skate, cambalhota, “cavalinho de pau”, giro de manivela, passo de dança, a porta aberta da sala de aula, os ponteiros do relógio, entre outras. Os alunos concluíram que meio giro tem 180° e um quarto de giro 90° .

Foi solicitado que os alunos ficassem em pé e dessem um giro de 360° . Todos os alunos fizeram o mesmo movimento, foi um giro num pé só. Questionou-se sobre o fato de o giro ser feito de outra maneira, em outro sentido, com outra “velocidade”. E ainda, se mudaria alguma coisa, falando em graus. Os alunos perceberam que não importava a rapidez, nem se o giro era feito com os dois pés no chão ou o sentido, pois de qualquer maneira eles giravam 360° .

A parte de um colega comandar o outro, utilizando comandos não foi muito tranquila, porque a sala era pequena e todas as duplas começaram juntas a realizar a atividade, então ficou meio confuso; acredita-se que seja melhor uma dupla por vez realizar o percurso enquanto as outras observam.

Logo após, foi construída uma tabela no quadro com os alunos, contendo o número de giros e o número de graus correspondentes, para que eles observassem que todos os giros são múltiplos de 360° .

Em seguida, de acordo com a fase 1 de aprendizado do modelo de van Hiele, foi perguntado sobre o que é ângulo. Após a discussão de ângulo foi solicitado aos alunos que fizessem a identificação de ângulos de objetos do cotidiano. Ao ouvir as respostas, já tendo trabalhado a ideia de ponto, reta, semirreta e plano, foi possível definir ângulo como sendo a região do plano determinada pela reunião de duas semirretas de mesma origem nem sempre colineares.

Foi bem produtiva a tarefa, pois os alunos se envolveram na execução, o que despertou o interesse de todos em aprender.

De acordo com Walle:

As crianças devem estar mentalmente ativas para que a aprendizagem aconteça. Nas salas de aula, as crianças devem ser encorajadas a refletir sobre as novas ideias, a trabalhar para ajustá-las às redes conceituais existentes e desafiar suas próprias ideias, ou as ideias dos outros. Resumindo, construir conhecimento requer pensamento reflexivo, pensar ativamente sobre ou trabalhar mentalmente em uma ideia. O pensamento reflexivo significa peneirar as ideias já existentes para encontrar aquelas que pareçam ser mais úteis ao dar significado às novas. (WALLE, 2009, p.43)

Deste modo, construir e compreender uma nova ideia requer pensar ativamente sobre a mesma e, para facilitar essa construção, o trabalho coletivo pode ser uma alternativa que supõe uma série de aprendizagens como, por exemplo, saber explicar o próprio pensamento e tentar compreender o do outro na busca da solução de determinada situação. A cooperação no grupo leva à discussão das dúvidas, assumir as situações do outro como possíveis soluções e construir as próprias ideias.

3.1.2 Atividade 2:

- a) título: Como construir um medidor de ângulo?;
- b) conteúdo: Medida de ângulo;
- c) objetivo: Ao término da atividade os alunos serão capazes de:
 - medir diferentes ângulos encontrados em objetos da sala e da escola;
 - identificar ângulo reto e um ângulo raso;
 - associar a nomenclatura à medida de cada ângulo;
- d) pré-requisitos: Quatro operações (adição, subtração, multiplicação e divisão), frações, noção de giro completo (1 volta) corresponde a 360° ;
- e) material: Folhas, lápis, borracha, caneta, tampa plástica ou CD e tesoura;
- f) desenvolvimento: Iniciar retomando o que é um ângulo. Questionar os alunos sobre: como podemos determinar a medida de um ângulo qualquer?

Utilizando um CD ou tampas plásticas, os alunos devem desenhar em uma folha um círculo e recortar. Dobrar de modo que possam marcar os pontos de 0° inicial e 360° e através da dobradura, 180° (dobrando ao meio) e 90° (dobrando em quatro partes) e podem ainda encontrar o ângulo de 30° , 45° e 60° , todos utilizando a dobradura de acordo com a figura 2.

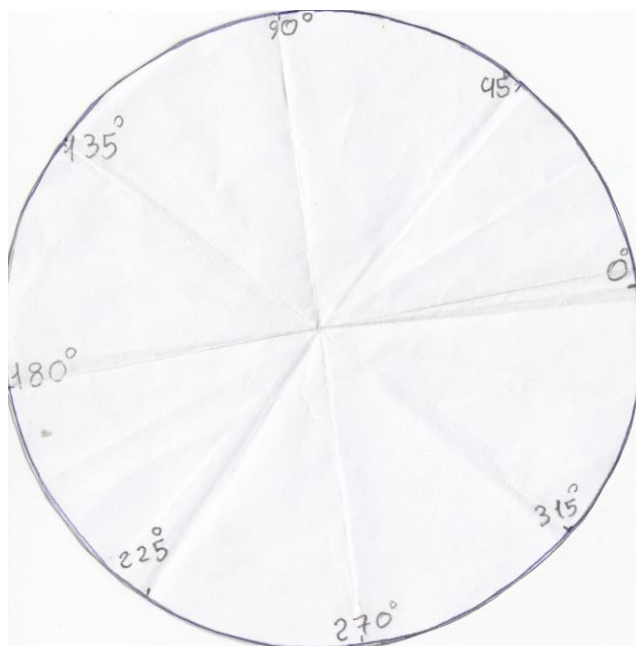


Figura 2 – Medidor de ângulo

Esse “medidor” serve para medir alguns ângulos com 90° que encontrarem na sala de aula e, dessa forma, introduzir a nomenclatura dos ângulos; assim, o ângulo de 90° é chamado de ângulo reto e, o ângulo de 180° é chamado de ângulo raso.

Muitos alunos vão chegar à conclusão de que o tamanho do medidor não vai interferir nas medidas. No final, comentar com os alunos sobre a unidade de medida para medir ângulos (grau) e falar sobre o transferidor. A seguir, os alunos, em duplas, devem procurar ângulos que são menores e maiores que 90° e registrar em seu caderno, pois dessa maneira se apresenta, respectivamente, a nomenclatura agudo e obtuso;

g) comentário ao docente: Ao propor a atividade é interessante utilizar tampas de diferentes tamanhos para que os alunos possam perceber que o tamanho do medidor não interfere na medida do ângulo. Podem usar cores diferentes para cada medidor e depois de dobrados, por exemplo, formando o ângulo de 90° , sobrepor os medidores.

3.1.2.1 Relato da atividade 2

Os alunos gostaram de realizar a atividade, participaram, inicialmente, respondendo o questionamento e cada um construiu o seu medidor. Mediram os objetos da sala e anotaram no caderno as respectivas medidas de cada um. Com isso os alunos perceberam que não importa o tamanho do medidor, concluíram que a medida do ângulo não é alterada. Assim, Walle (2009, p.49) diz que “o pensamento reflexivo e, conseqüentemente, a aprendizagem são enriquecidos quando o estudante se compromete e se envolve com os outros explorando, todos juntos, as mesmas ideias.”. Durante a realização da tarefa os alunos interagiram, pois mais de um aluno mediu o ângulo de um mesmo objeto e tiveram que dialogar até chegar a conclusão que o tamanho do medidor não influencia nas medidas dos ângulos.

Nesta prática, nota-se que os alunos se identificam com o nível 1 do desenvolvimento do pensamento geométrico de acordo com o Modelo dos van Hiele, pois eles reconhecem e identificam ângulos, mas não os relacionam inicialmente com suas propriedades.

3.1.3 Atividade 3:

- a) título: Como introduzir a medição de ângulos utilizando o transferidor?
- b) conteúdo: Medida de ângulo;
- c) objetivo: Ao término da atividade os alunos serão capazes de utilizar o transferidor para medir diferentes ângulos;
- d) pré-requisito: Reconhecer ângulo e identificar o vértice;
- e) material: Folhas, lápis, régua, borracha e transferidor;
- f) desenvolvimento: Inicialmente, pedir que cada aluno desenhe um ângulo qualquer em uma folha de papel, utilizando apenas régua, lápis e borracha. Em seguida, mostrar os passos seguintes para que os alunos aprendam a usar o transferidor para medir ângulos:
 - 1º - O centro do transferidor deve coincidir com o vértice do ângulo;
 - 2º - A linha do transferidor que indica zero grau deve estar alinhada com um dos lados do ângulo;
 - 3º - A medida do ângulo, a ser lida nas marcas numéricas do transferidor, estará alinhada com o outro lado do ângulo;

Comentário ao docente: Alguns alunos podem ter dificuldades para medir ângulos com mais de 180° se o transferidor utilizado for aquele que é graduado até 180° . Deve-se fazer um exemplo, utilizando esse transferidor para medir qualquer ângulo maior que 180° .

3.1.3.1 Relato da atividade 3

Esta atividade consta na monografia porque na turma em que foi trabalhado o estudo de ângulos pode ocorrer de alguns alunos não conhecerem e, também, não utilizar o transferidor de modo correto. É comum os alunos terem dúvidas ao realizar a medição de ângulos com o transferidor que é graduado até 180° . Aqui a tarefa é realizada individualmente para que cada aluno consiga verificar se consegue ou não usar o transferidor.

3.1.4 Atividade 4:

- a) título: Como codificar uma mensagem?
- b) conteúdo: Medida de ângulo;
- c) objetivo: Utilizar o transferidor para identificar a medida de alguns ângulos e conseguir decifrar uma mensagem;
- d) pré-requisitos: desenhar e medir ângulos;
- e) material: folhas, lápis, borracha e transferidor;
- f) desenvolvimento: Dividir a turma em grupos e, cada grupo elabora uma mensagem, apenas com desenhos de ângulos e, para cada desenho (medida em grau), está associada uma letra. Os alunos devem criar uma mensagem simples e, depois, passar para outro grupo para que este consiga decifrar a mensagem. Então, ao receber a folha com os desenhos, os alunos com o seu transferidor devem realizar a medição dos ângulos e verificar qual é a letra correspondente e codificar a mensagem;
- g) comentário ao docente: É interessante fazer um exemplo no quadro, com apenas uma palavra. Desenhe os ângulos e, logo após, com a ajuda dos alunos, faz-se a medição e a correspondência com as letras para que todos possam decifrar a palavra. Assim facilita a elaboração da mensagem.

3.1.4.1 Relato da atividade 4

Nesta situação os alunos mostram sua criatividade. É uma atividade que desperta o interesse destes, pois utilizam suas habilidades e também discutem sobre a realização da mesma. Uns ensinam os outros a desenhar os ângulos e se ajudam para decifrar a mensagem do outro grupo. Essa é uma experiência que destaca a importância do conhecimento prévio do aluno, de desenhar e medir ângulos. Alguns alunos começaram a atividade e tiveram dificuldades para desenhar, até mesmo, para relacionar as letras a uma medida de ângulo, realizando de forma incorreta, como pode ser observado na figura 3 e passaram para o outro grupo. O grupo que recebeu, percebeu a dificuldade dos colegas. Então, com auxílio do grupo que sabia como fazer eles conseguiram realizar a mesma como pode ser observado na figura 4.

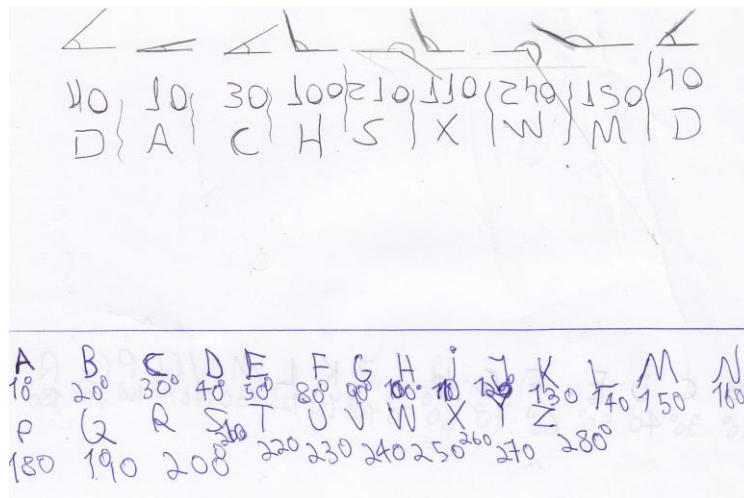


Figura 3- Atividade que não formou mensagem.

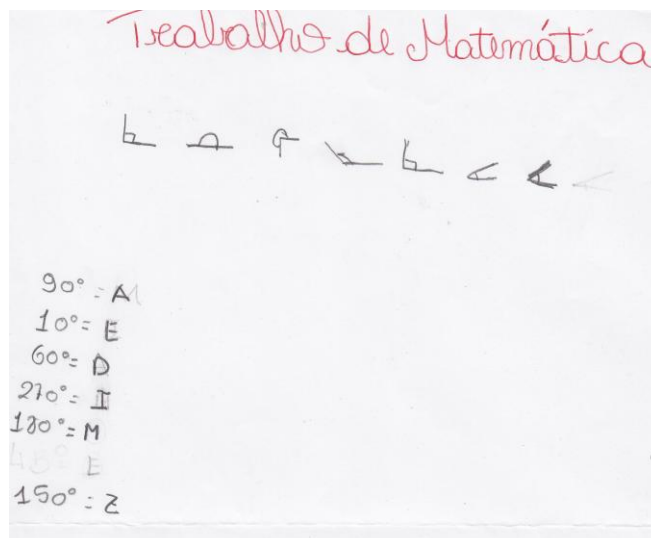


Figura 4- Atividade que forma mensagem “AMIZADE”.

Assim, segundo Oliveira (2008, p.33) “a mediação é um processo essencial para tornar possível atividades psicológicas voluntárias, intencionais, controladas pelo próprio indivíduo”. Podemos perceber, nesta atividade, a importância da interação entre os alunos, uns que tinham facilidade, auxiliando os que ainda não conseguiam desenhar ou relacionar os ângulos (medida) com as letras. Foi importante a mediação e interação entre colegas.

3.1.5 Atividade 5:

- a) título: Comparando ângulos;
- b) conteúdo: Ângulo agudo, ângulo obtuso e ângulos opostos pelo vértice;
- c) objetivo: Ao final da atividade os alunos serão capazes de:
 - Identificar ângulos agudo e obtuso, assim como ângulos opostos pelo vértice.
 - Estabelecer relações entre ângulos e classificar ângulos;
- d) pré-requisitos: Identificar um ângulo reto, ponto e reta;
- e) material: Folhas, caneta, lápis de cor, borracha, régua, papel vegetal e medidor;
- f) descrevendo a atividade: A atividade consiste em solicitar que os alunos representem seis retas na folha de ofício de modo que utilizem toda a folha, ou seja, a

representação vai de uma extremidade da folha até a outra, sendo que estas podem se interceptar em um ponto. Após, pedir que os alunos utilizem o medidor ou o transferidor, verifiquem e pintem de vermelho os ângulos agudos, de verde os ângulos obtusos e de azul os ângulos retos.

Muitos alunos, durante a realização da atividade, já podem perceber que os ângulos opostos pelo vértice estão pintados da mesma cor e, utilizando o papel vegetal, podem desenhar esses ângulos e sobrepor para verificar que os ângulos opostos pelo vértice possuem a mesma medida;

g) comentário ao docente: É necessário verificar se os alunos representaram pelo menos uma reta transversal que intercepte as outras retas.

3.1.5.1 Relato da atividade 5

Com essa tarefa, os alunos conseguem visualizar e estabelecer relações entre os ângulos. Dois alunos representaram somente retas paralelas e, então, foi aproveitado este momento para fazer alguns questionamentos sobre os ângulos formados por estas representações de reta e também sobre o fato de ter pelo menos uma representação de reta transversal em relação às outras retas. Em seguida, estes alunos realizaram a atividade e, ao discutir com os colegas, chegaram à conclusão que ângulos opostos pelo vértice possuem a mesma medida e reconheceram ângulos agudos e obtusos. De acordo com Oliveira (2008, p.60) tem-se que “o desenvolvimento individual se dá num ambiente social determinado e a relação com o outro, nas diversas esferas e níveis da atividade humana, é essencial para o processo de construção do ser psicológico individual”. Assim, temos que o aluno se desenvolve na relação com os demais colegas e professores, realizando as mais variadas tarefas. Na figura 5, pode-se visualizar que um dos alunos representou mais de seis retas, o que não vai interferir no objetivo do trabalho. Alguns não obtiveram ângulos retos devido às representações, mas puderam visualizar no trabalho dos colegas.

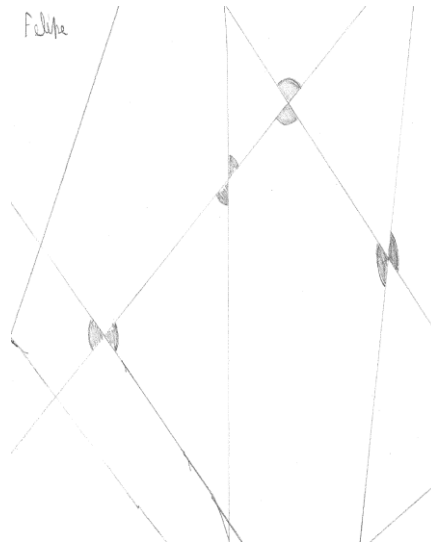


Figura 5- Comparação de ângulos

3.1.6 Atividade 6:

- a) título: Reconhecendo ângulos opostos pelo vértice;
- b) conteúdo: Ângulos opostos pelo vértice;
- c) objetivo: Dominar os critérios de congruência de ângulos;
- d) pré-requisitos: Construir reta, reconhecer plano, identificar semelhanças;
- e) material: Folha de ofício, caneta ou lápis, lápis de cor, papel vegetal e régua;
- f) descrevendo a atividade: Utilizando uma folha de papel ofício, dobre-a duas vezes.

Desdobre o papel e com uma régua e lápis, marque as dobras.

- Quantas retas estão marcadas no papel?
- Quantos pontos essas retas têm em comum?
- O que representa o encontro entre elas?

Comentar com os alunos sobre duas retas ou mais terem apenas um único ponto em comum. Essas retas são chamadas de concorrentes.

Represente com uma letra maiúscula qualquer o ponto de encontro entre essas retas, conforme a figura 6.

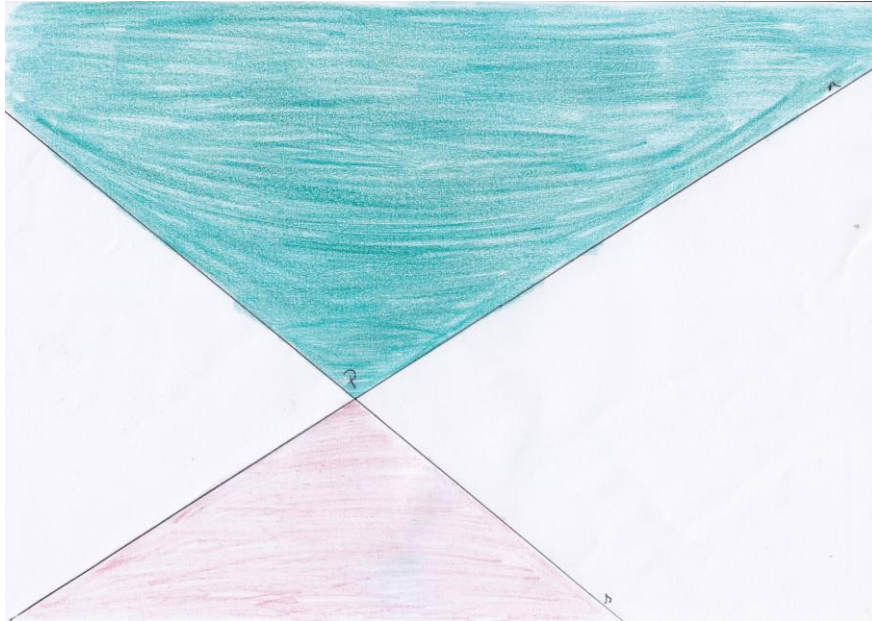


Figura 6 – Ponto P encontro entre as retas r e s.

Observando o plano, diga em quantas partes ele ficou dividido? Pinte cada região desse plano de cores diferentes.

Numa folha de papel vegetal, desenhe o ângulo formado por uma dessas regiões, sobreponha sobre o ângulo oposto. O que vocês observam? Cada grupo deve escrever suas observações para serem lidas logo após.

g) comentário ao docente: Mostrar para os alunos, utilizando uma folha o modo de dobrá-la para que as retas obtidas não sejam paralelas, mas sim, concorrentes, ou seja, tenham um ponto em comum.

3.1.6.1 Relato da atividade 6

Alguns alunos dobraram a folha de modo que retas paralelas foram obtidas. Num segundo momento, dobraram corretamente e realizaram a atividade. Para verificar a congruência dos ângulos opostos pelo vértice, os alunos utilizaram folhas de papel vegetal, sobrepueram sobre o desenho de um dos ângulos e desenharam o mesmo e, em seguida, com este desenho, puderam sobrepor sobre o outro e perceber que os ângulos possuem a mesma medida. Alguns alunos desenharam os dois ângulos ao mesmo tempo e apenas giraram sobre

o desenho. Os alunos concluíram que os ângulos têm a mesma medida, ou seja, ângulos opostos pelo vértice são congruentes. Em seguida, pode-se passar para os alunos uma definição de figuras congruentes.

- Duas figuras são congruentes (ou geometricamente iguais) se, deslocando uma delas no espaço, for possível sobrepô-la com a outra, ponto a ponto. Para que isso ocorra, admitimos que esse deslocamento não implicará qualquer modificação na figura;

Pode-se perceber que a fala, ou seja, a troca de informações durante as aulas através dos questionamentos é fator importante, pois o aluno tenta interpretar e criar soluções para determinados problemas ou situações propostas. Desta forma, Oliveira (2208, p.40) diz que “os sistemas simbólicos, e particularmente a linguagem, exercem um papel fundamental na comunicação entre os indivíduos e no estabelecimento de significados compartilhados que permitem interpretações dos objetos, eventos e situações do mundo real”.

3.1.7 Atividade 7:

- a) título: Medindo ângulos de um triângulo;
- b) conteúdo: Soma das medidas dos ângulos do triângulo;
- c) objetivo: Verificar que a soma das medidas dos ângulos internos de qualquer triângulo é 180° ;
- d) pré-requisitos: Identificar um ângulo raso;
- e) material: folhas, caneta, lápis de cor, borracha, régua, tesoura;
- f) Descrevendo a atividade: A atividade consiste que os alunos desenhem triângulos quaisquer nas folhas e, em seguida, pintem seus ângulos. Após, recortar os cantos dos triângulos de modo que possam uni-los e verificar que a soma das medidas desses ângulos é 180° . Os alunos podem utilizar o transferidor para verificar a medida do ângulo obtido, unindo os recortes;
- g) comentário ao docente: Essa atividade também pode ser feita utilizando a dobradura, de forma que os cantos (ângulos) fiquem unidos.

3.1.7.1 Relato da atividade 7

A atividade foi realizada em duplas. Cada um desenhou, pintou, recortou e colou no caderno a união dos cantos (ângulos). Depois, discutiram entre eles que apesar dos triângulos serem diferentes, a soma das medidas de seus ângulos formam sempre 180° , como pode ser observado na figura 7. Foi comentado com os alunos que outra forma de realizar a tarefa seria com dobradura. Sendo que, alguns alunos fizeram a dobradura também, conforme figura 8.

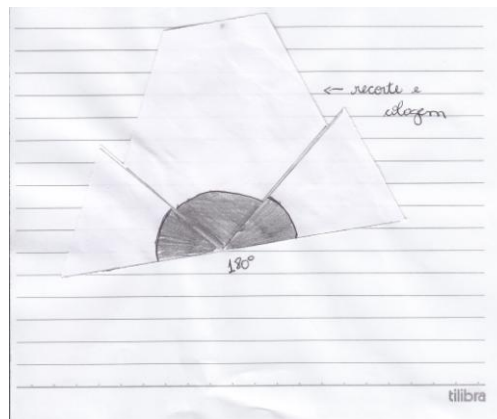


Figura 7- Recorte e colagem dos “cantos” do triângulo.

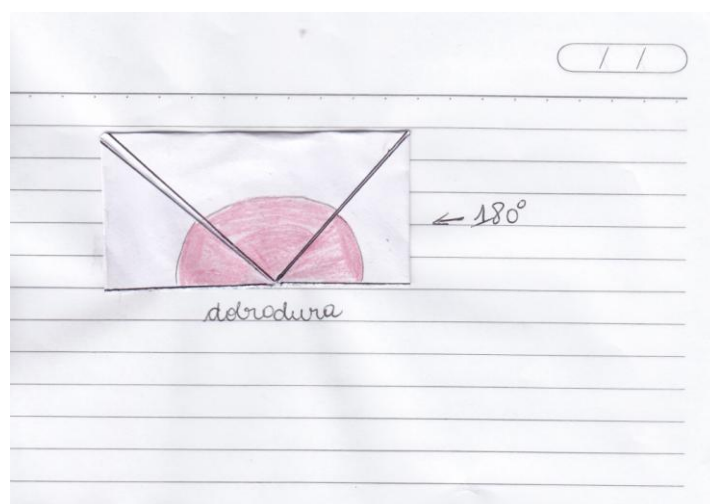


Figura 8 – Atividade de dobradura: unindo os ângulos do triângulo.

Os alunos gostam de realizar atividades que envolvam dobradura, desenho e recorte. Esta foi bem produtiva, pois é uma atividade prática e simples de ser compreendida. Ela

“prova” que a soma das medidas dos ângulos de qualquer triângulo sempre será 180° , pois é de fácil visualização e aceitação por parte dos alunos. Para OLIVEIRA (2008) o aprendizado é que vai possibilitar o desenvolvimento do indivíduo através da sua relação com o ambiente sócio-cultural em que vive.

3.1.8 Atividade 8

a) título: Como identificar a bissetriz de um ângulo?;

b) conteúdo: Bissetriz de um ângulo;

c) objetivo: Construir a bissetriz de um ângulo utilizando dobradura;

Ao final da atividade, os alunos serão capazes de perceber que os ângulos formados pelos lados do ângulo e pela bissetriz, possuem a mesma medida.

d) pré-requisitos: saber desenhar um ângulo e traçar uma reta passando por um ponto;

e) material: caneta, lápis, borracha, folha e régua;

f) descrevendo a atividade: Solicitar aos alunos que desenhem um ângulo qualquer. Em seguida, recortar o ângulo desenhado. Dobrar o desenho de modo que os lados que formam o ângulo coincidam, como mostra a figura 9. Desdobrar a folha e marcar com lápis a reta formada pela dobradura que representa a bissetriz do ângulo. No papel vegetal, desenhar um dos ângulos formados pela bissetriz e um dos lados do ângulo e, depois verificar no outro ângulo que possuem a mesma medida.

Após, juntamente com os alunos, elaborar um conceito para a bissetriz de um ângulo;

g) comentário ao docente: É interessante anotar as ideias dos alunos ou dos grupos no quadro, para no final elaborar um conceito para bissetriz. Uma sugestão é a construção da bissetriz com régua e compasso.

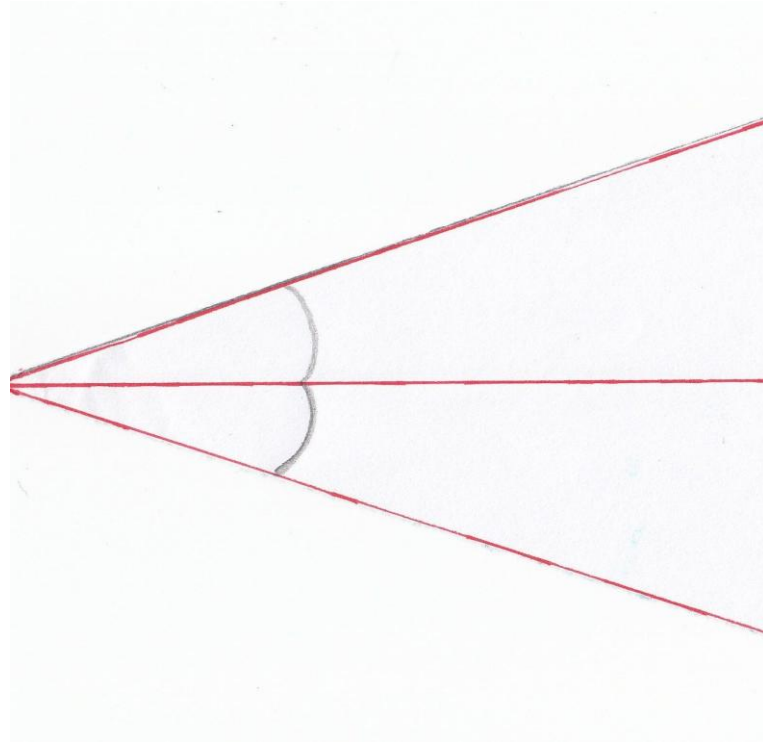


Figura 9 – Dobradura: bissetriz de um ângulo

3.1.8.1 Relato da atividade 8

O objetivo da atividade foi atingido, apesar de alguns alunos encontrarem dificuldade para realizá-la porque desenharam o ângulo e a bissetriz no papel vegetal e não apenas um dos ângulos formados por ela, e só depois verificar no outro ângulo.

Uma dupla decidiu utilizar o transferidor e não obteve as mesmas medidas para os ângulos, o que gerou a discussão sobre o modo que a atividade foi realizada talvez a dobradura não tenha sido feita corretamente ou, ao marcarem a folha com um lápis pode ter colaborado para a diferença nas medidas.

Para elaborar o conceito de bissetriz foram utilizadas as ideias e anotações dos alunos. A relação do homem consigo mesmo é uma relação mediada por signos. Temos que estes ajudam a resolver problemas no âmbito psicológico. Assim, de acordo com Oliveira (2008, p.30) “os signos também chamados por Vygotsky de instrumentos psicológicos são orientados para o próprio sujeito, para dentro do indivíduo; dirigem-se ao controle de ações psicológicas, seja do próprio indivíduo, seja de outras pessoas.”

3.1.9 Atividade 9:

a) título: Como identificar a relação existente entre ângulos formados por paralelas e transversais?

b) conteúdo: Ângulos formados por duas paralelas e uma transversal;

c) objetivo: Ao final da atividade, os alunos serão capazes de:

- Perceber a relação existente entre os ângulos formados por duas paralelas cortadas por uma transversal: congruência entre os ângulos alternos internos e alternos externos.
- Verificar que a soma dos ângulos colaterais internos ou externos é 180° .
- Utilizar nomenclaturas como: retas paralelas, retas transversais, perpendiculares, ângulos alternos internos, alternos externos, ângulos opostos pelo vértice, colaterais alternos internos e externos;

d) pré-requisitos: Desenhar retas paralelas e traçar uma reta transversal que intercepte as retas paralelas;

e) material: caneta, lápis, borracha, folha, régua e palitos;

f) descrevendo a atividade: A atividade consiste que os alunos desenhem duas retas paralelas e uma reta transversal que intercepte essas retas paralelas. Inicialmente questionar os alunos sobre:

- Quantos ângulos foram obtidos?
- O que ocorre com esses ângulos se a reta que intercepta as paralelas for uma reta perpendicular? Qual a característica dos ângulos formados por essas retas?

Após os alunos devem identificar as regiões internas e externas formadas pelas retas paralelas e transversal. Num segundo momento, comentar com os alunos sobre o fato de os ângulos receberem nomes especiais de acordo com a posição.

Ângulos Colaterais: estão no mesmo lado da transversal.

Ângulos Alternos: estão em lados diferentes da transversal.

Num terceiro momento, pode ser feita a definição escrita para uma contextualização, assim: ângulos correspondentes possuem a mesma posição em relação às retas paralelas e a transversal; ângulos alternos internos estão em lados diferentes em relação à transversal e na parte interna em relação às paralelas; ângulos alternos externos estão em lados diferentes em relação a transversal e na parte externa em relação às paralelas, ângulos colaterais internos estão do mesmo lado em relação à transversal e na parte interna em relação às paralelas e

ângulos colaterais externos estão do mesmo lado em relação à transversal e na parte externa em relação às paralelas.

Para os alunos comprovarem a congruência entre os ângulos alternos internos e alternos externos, pode-se, no papel vegetal, desenhar um dos ângulos e, logo após, sobrepor o outro e comprovar que estes possuem a mesma medida.

Um recurso prático onde os alunos verificam a relação existente entre os ângulos formados por duas paralelas e uma transversal é utilizar três palitos quaisquer, de forma que fiquem articulados como ilustrado na figura 10.

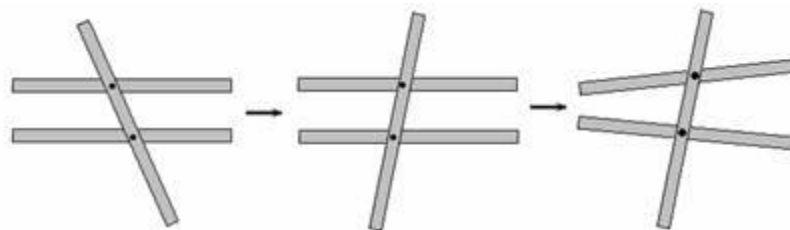


Figura 10- Palitos representando retas

Deste modo, os alunos visualizam com facilidade as condições de paralelismo e também a congruência entre os ângulos alternos internos e alternos externos.

g) comentário ao docente: Essa atividade é bastante ampla, por isso é necessário fazer anotações a cada momento. Por exemplo: a construção de retas paralelas, a denominação dos ângulos e identificação dos mesmos como ângulos colaterais internos ou externos e ângulos alternos internos ou externos.

3.1.9.1 Relato da atividade 9

Essa atividade foi a mais complicada porque continha muita informação e os alunos estavam bastante agitados neste dia. Enquanto algumas duplas já estavam discutindo, outras ainda nem tinham começado. Os alunos já queriam utilizar os palitos que levaram para a aula, mas acredito que foi bom ter feito o desenho inicialmente, porque numeramos os ângulos e discutimos as características de cada um e, os alunos foram anotando todas essas observações.

Para finalizar a atividade, cada dupla com os palitos, construiu um material prático e pôde observar todas as características dos ângulos, utilizando o movimento. Para WALLE (2009) um fator que influencia sobre o desenvolvimento e evolução nos níveis é a experiência geométrica. Os alunos precisam de amplas oportunidades para desenhar, construir, fazer, compor e decompor formas.

3.1.10 Atividade 10:

a) título: Como identificar ângulo adjacente e ângulo consecutivo?

b) conteúdo: Ângulos consecutivos e adjacentes;

c) objetivo: Ao final da atividade, os alunos serão capazes de:

- Identificar ângulos consecutivos e adjacentes.
- Perceber a diferença entre ângulos adjacentes e ângulos consecutivos;

d) pré-requisitos: desenhar e identificar um ângulo;

e) material: caneta, lápis, borracha, folha e régua;

f) descrevendo a atividade: A atividade consiste em propor aos alunos que identifiquem os ângulos \widehat{AOC} e \widehat{COB} presentes na figura 11, eles podem pintar estes ângulos cada um de uma cor.

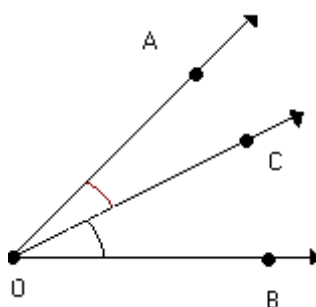


Figura 11 – Ângulos adjacentes

Em seguida, propor aos alunos que identifiquem os ângulos \widehat{AOC} e \widehat{AOB} , pintando de cores diferentes cada um destes, como pode ser visualizado na figura 12.

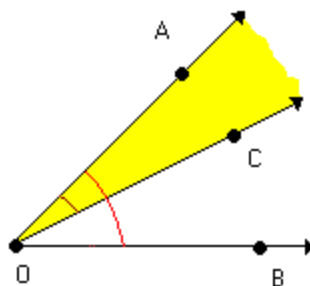


Figura 12 – Ângulos consecutivos

Questionar os alunos sobre o que os ângulos têm em comum? Qual a diferença e quais as características encontradas em cada ângulo em relação aos lados e pontos internos. Utilizar as respostas dos alunos e elaborar uma definição sobre os ângulos adjacentes e consecutivos.

Assim, temos que:

- Todos os ângulos que têm em comum o vértice e um dos lados são denominados ângulos consecutivos.
- Dois ângulos são adjacentes quando são consecutivos e não possuem pontos internos comuns;

g) comentário ao docente: Para os alunos perceberem com mais facilidade as características dos ângulos em relação aos lados e pontos internos, podem ser utilizados outros exemplos de ângulos.

3.1.10.1 Relato da atividade 10

O objetivo da atividade foi atingido. Essa foi tranquila, pois foi bem simples. As respostas sobre o questionamento foram anotadas no quadro, o que facilitou a elaboração da definição de ângulos adjacentes e consecutivos pelo grande grupo.

3.1.11 Atividade 11:

- a) título: Como identificar ângulos complementares e suplementares ?

b) conteúdo: Ângulos complementares e suplementares;

c) objetivo: Ao final da atividade, os alunos serão capazes de:

- Perceber a relação existente entre os ângulos retos e os complementares e, também entre os ângulos rasos e os suplementares.

-Distinguir ângulos complementares e suplementares;

d) pré-requisitos: Reconhecer ângulo reto e ângulo raso;

e) material: Caneta, lápis, borracha, folha, cola e transferidor.

f) descrevendo a atividade: Os alunos devem ser organizados em duplas. Cada dupla vai escolher se quer desenhar ângulos retos ou rasos. Em seguida, farão dobraduras e marcam a reta obtida com a dobradura. Com o transferidor, devem medir cada um dos ângulos formados e anotar, recortar e colar no caderno os ângulos desenhados. As respectivas medidas dos ângulos devem ser anotadas ao lado de cada colagem. Logo, as duplas devem trocar o material e analisar o trabalho do colega. Depois, vem o questionamento. Para os que escolheram o ângulo reto, o que vai acontecer se juntar esses ângulos? Que medida terá? Poderá obter outra medida diferente dessa? E os mesmos questionamentos devem ser feitos para os que escolheram o ângulo raso. Por fim, apresentar a nomenclatura e juntamente com os alunos elaborar uma definição para ângulos complementares e suplementares.

3.1.11.1 Relato da atividade 11:

Os objetivos propostos foram atingidos com essa atividade. Os alunos fizeram vários questionamentos, entre eles, o fato de juntar ou unir um ângulo de 45° (que somado com outro de 45° irão formar um ângulo reto) com um ângulo de 70° (que somado com outro de 20° irão formar um ângulo reto) resultaram uma medida maior do que 90° . De acordo com Walle (2009, p. 444) “quando o ensino ou a linguagem está em um nível superior ao estudante, haverá uma falta de comunicação”. Deste modo, para se desenvolver o nível de pensamento geométrico dos estudantes é necessário que eles entendam a linguagem utilizada pelos colegas e também pelo professor.

3.1.12 Atividade 12:

- a) título: Medindo ângulos internos de polígonos regulares;
- b) conteúdo: Ângulos nos polígonos;
- c) objetivo: Como estimar as medidas dos ângulos internos de polígonos regulares?
- d) pré-requisitos: Identificar polígonos regulares, quatro operações, soma das medidas dos ângulos internos de um triângulo e de um quadrado;
- e) material: polígonos regulares em madeira;
- f) descrevendo a atividade: Esta atividade consiste em agrupar os alunos, de modo que possam manusear os polígonos em madeira. Os alunos já possuem alguns conhecimentos sobre polígonos regulares, então, partem do triângulo equilátero, pois já conhecem as medidas dos seus ângulos internos, podendo sobrepor sobre os outros polígonos e, em grupo, irão tirar algumas conclusões e estas podem ser escritas no caderno, assim como os polígonos também poderão ser desenhados. Tendo a medida de um ângulo reto, passam a conhecer a medida de cada um dos ângulos de um quadrado.
- g) comentário ao docente: Ao iniciar a atividade, permitir que os alunos manipulem o material, pois têm curiosidade, para, depois, propor a atividade que os grupos devem realizar.

3.1.12.1 Relato da atividade 12

Os alunos gostaram de realizar essa atividade. Os grupos se organizaram de modo que um aluno ficasse responsável por fazer as anotações necessárias e desenhar os polígonos para, expor para o grande grupo. Muitos se surpreenderam ao sobrepor algumas peças e verificar a congruência dos ângulos, outros utilizavam os polígonos e faziam a soma dos ângulos já conhecidos para chegar a medida de outro ainda não conhecido. No início, os alunos manipularam as peças, formaram figuras com a criatividade.

4 CONSIDERAÇÕES FINAIS

O presente trabalho procurou apresentar algumas considerações sobre o estudo de ângulos. A elaboração e aplicação das atividades propostas são uma tentativa de melhorar o cenário do ensino e aprendizagem de geometria, em especial o estudo de ângulos. O principal objetivo foi alcançado que era tornar mais significativo o aprendizado sobre ângulos, tornando o aluno participativo na construção de conceitos, utilizando-se de linguagem adequada, desenhos e materiais concretos. Verifiquei que a realização das atividades com recurso adequado e interessante, o aprendizado torna-se mais significativo.

Todas as atividades elaboradas respeitaram uma ordem. Partindo do pressuposto que os alunos já teriam uma noção de ângulo associada a giro, mas que ainda não tinham um conceito, nem sabiam medir ângulos.

Com este trabalho, percebe-se a importância de trabalhar a teoria de van Hiele como uma contribuição e ampliação do conhecimento existente sobre o processo de ensino aprendizagem da geometria, auxiliando os professores na busca por formas variadas de transmitir e melhorar a qualidade do processo de ensino. Van Hiele fundamenta-se na teoria de que o desenvolvimento mental está ligado às mudanças cognitivas dos alunos e em experiências educacionais. É importante o professor perceber que os alunos passam pelos níveis em ordem consecutiva, mas nem todos estão no mesmo ritmo.

O que é proposto neste trabalho é que as demonstrações sejam práticas, ou seja, que o aluno seja capaz de elaborar um conceito geométrico a partir de experiência concreta, de modo interativo em sala de aula. A construção do saber geométrico é o que vai auxiliar o aluno no processo de resolução de problemas, fazendo com que as suas ações sejam respostas a constantes desafios. Percebi o aprendizado dos alunos ao realizar as atividades devido ao posicionamento que assumiram frente a alguns questionamentos e situações problemas, pois tinham que expor suas ideias.

Assim, os professores devem ter a noção de que em sala de aula os alunos utilizam várias linguagens e que o uso da linguagem matemática será gradativo e vai ocorrer de acordo com o desenvolvimento de cada um, conforme a teoria sócio-histórica de Vygotsky.

Portanto, considera-se importante a reflexão por parte do professor sobre suas aulas. Verificar se sua prática pedagógica está contribuindo para o desenvolvimento da turma e,

assim, continuar o que está trazendo resultados positivos e tentar inovar nas aulas, com maior participação e interação dos discentes.

Ao concluir este trabalho, percebo que as aulas devem ser mais atrativas e práticas para que o ensino ocorra, de modo que seja visível aos discentes a sua importância.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

CASTILHO, R. F. **Educação Matemática: geometria, um estudo sobre o ensino de ângulo.** 2006. 45 f. Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação em Pedagogia) – Faculdade de Educação da UNICAMP, Campinas, 2006.

GOUVÊA, F. A. T. **Aprendendo e Ensinando Geometria com a Demonstração: uma contribuição para a prática pedagógica do professor de matemática do ensino fundamental.** 1998. 264 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Pontifícia da Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 1998.

IVIC, I. **Lev Semionovich Vygotsky.** Recife: Massangana, 2010.

JUNG, K. M. **Algumas Considerações sobre Ângulo.** 2008. 49 f. Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação em Matemática Licenciatura) – Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2008.

LORENZATO, S. **Para Aprender Matemática.** São Paulo: Autores associados, 2008.

OLIVEIRA, M.K. **Vygotsky: aprendizado e desenvolvimento: um processo sócio-histórico.** São Paulo: Spicione, 2008.

PEREIRA, M. R de O. **A Geometria Escolar: uma análise dos estudos sobre o abandono de seu ensino.** 2001. 84 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Pontifícia da Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2001.

TOLEDO, M. B. A. **Teoria e Prática de Matemática: como dois e dois.** São Paulo: FTD, 2009.

VYGOTSKY, L.S. **A Formação Social da Mente.** São Paulo: Martins Fontes, 2003.

WALLE, J.A.V. **Matemática no Ensino Fundamental.** Formação de Professores e Aplicação em sala de aula. São Paulo: Artmed, 2009.