

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA MARIA  
CENTRO DE TECNOLOGIA  
CURSO DE GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA AEROESPACIAL

Pedro Henrique Casarin Camardelo

**ANÁLISE NUMÉRICA DA INDENTAÇÃO DINÂMICA DE MATERIAIS  
ELASTO-VISCOPLÁSTICOS REVESTIDOS**

Santa Maria, RS  
2023

Pedro Henrique Casarin Camardelo

**ANÁLISE NUMÉRICA DA INDENTAÇÃO DINÂMICA DE MATERIAIS  
ELASTO-VISCOPLÁSTICOS REVESTIDOS**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Curso de Graduação em Engenharia Aeroespacial da Universidade Federal de Santa Maria (UFSM, RS), como requisito parcial para obtenção do grau de **Bacharel em Engenharia Aeroespacial**.

Orientador: Prof. Tiago dos Santos

Santa Maria, RS  
2023

**Pedro Henrique Casarin Camardelo**

**ANÁLISE NUMÉRICA DA INDENTAÇÃO DINÂMICA DE MATERIAIS  
ELASTO-VISCOPLÁSTICOS REVESTIDOS**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Curso de Graduação em Engenharia Aeroespacial da Universidade Federal de Santa Maria (UFSM, RS), como requisito parcial para obtenção do grau de **Bacharel em Engenharia Aeroespacial**.

**Aprovado em 10 de fevereiro de 2023:**

---

**Tiago dos Santos, Dr. (UFSM)**  
**(Presidente/Orientador)**

---

**Natália De Freitas Daudt, Dra. (UFSM)**

---

**René Quispe Rodríguez, Dr. (UFSM)**

Santa Maria, RS  
2023

## RESUMO

### ANÁLISE NUMÉRICA DA INDENTAÇÃO DINÂMICA DE MATERIAIS ELASTO-VISCOPLÁSTICOS REVESTIDOS

AUTOR: Pedro Henrique Casarin Camardelo

Orientador: Tiago dos Santos

Dois problemas de grande importância no setor aeroespacial atual são a colisão com detritos em ambiente espacial e as altas temperaturas às quais as cápsulas de reentrada ficam expostas. Para ambos os casos, soluções relacionadas a aplicação de um revestimento nos componentes de risco são existentes, justificando a grande importância da caracterização mecânica de corpos de prova revestidos. Além disso, para as duas aplicações citadas, as velocidades observadas são bastante elevadas, levando a necessidade de se considerar seus efeitos durante as fases de projeto. Um método muito comum para realizar a caracterização de materiais de engenharia são os ensaios de indentação, sendo os dinâmicos indicados para os casos em que a taxa de indentação possui relevância. Devido à alta complexidade da realização de ensaios deste tipo, assim como da dificuldade na obtenção de soluções analíticas para o problema, se torna muito interessante a realização de simulações para fazer a caracterização dos materiais. Com isso, o presente trabalho tem como objetivo a realização de análises numéricas do processo de indentação de materiais elasto-viscoplásticos com revestimento. As simulações foram realizadas utilizando o método dos elementos finitos, através do *software* comercial Abaqus. Visando compreender a influência de variações paramétricas no comportamento do corpo de prova, foram realizadas modificações na espessura, módulo de elasticidade e tensão de escoamento do revestimento, assim como mudanças na velocidade de indentação. A partir das análises, as curvas de carregamento vs. profundidade de indentação e os campos de tensão equivalente e de deformação plástica acumulada foram avaliados.

**Palavras-chave:** Caracterização mecânica. Materiais elasto-viscoplásticos. Revestimento. Indentação dinâmica. Método dos elementos finitos.

## ABSTRACT

### NUMERICAL ANALYSIS OF THE DYNAMIC INDENTATION OF COATED ELASTO-VISCOPLASTIC MATERIALS

AUTHOR: Pedro Henrique Casarin Camardelo

ADVISOR: Tiago dos Santos

Two issues of great importance in today's aerospace industry are collision with debris in the space environment and the high temperatures to which re-entry capsules are exposed. For both cases, there are solutions related to the application of a coating on risk components, justifying the great importance of the mechanical characterization of coated specimens. Furthermore, for the two cited applications, the observed velocities are quite high, leading to the need to consider their effects during the design phases. A very common method to carry out the characterization of engineering materials is the indentation tests, the dynamic ones being indicated for cases where the indentation rate has relevance. Due to the high complexity of carrying out tests of this type, as well as the difficulty in obtaining analytical solutions for the problem, it becomes very interesting to carry out simulations to characterize the materials. Thus, the present work aims to carry out numerical analyzes of the indentation process of coated elasto-viscoplastic materials. The simulations were performed using the finite element method, where the commercial *software* Abaqus was used. To understand the influence of parametric variations on the behavior of the specimen, alterations were made in the thickness, modulus of elasticity and yield stress of the coating, as well as changes in the indentation speed. Based on the analyses, the loading curves vs. depth of indentation, as well as stress fields and accumulated plastic strain were evaluated.

**Keywords:** Mechanical characterization. Elasto-viscoplastic materials. Coating. Dynamic indentation. Finite element method.

## LISTA DE FIGURAS

FIGURA 1 – Representação do problema abordado .....	13
FIGURA 2 – Exemplos de aplicações de revestimentos .....	14
FIGURA 3 – Exemplos de ensaios de indentação dinâmica .....	15
FIGURA 4 – Representação do ensaio de dureza Vickers .....	18
FIGURA 5 – Representação esquemática do modelo computacional .....	28
FIGURA 6 – Representação tridimensional do modelo computacional para o campo de tensão equivalente de von Mises .....	28
FIGURA 7 – Força vs. profundidade de indentação obtida por diferentes modelos computacionais e de forma experimental para diferentes velocidades de indentação .....	31
FIGURA 8 – Tensão equivalente de von Mises e deformação plástica acumulada para as simulações de validação com $h = 1$ mm .....	32
FIGURA 9 – Força vs. profundidade de indentação para diferentes valores de $\sigma_c/E_s$ e $E_c/E_s$ no sistema revestimento-substrato elástico-perfeitamente plástico .....	34
FIGURA 10 – Carga máxima de indentação normalizada vs. razão $\sigma_c/E_s$ para diferentes $E_c/E_s$ .....	35
FIGURA 11 – Tensão equivalente de von Mises e deformação plástica acumulada para as simulações elásticas-perfeitamente plásticas com $h = 30$ $\mu$ m e $H_o = 0,1$ mm .....	36
FIGURA 12 – Força vs. profundidade de indentação para diferentes valores de $\sigma_s/E_s$ e $E_c/E_s$ no sistema revestimento-substrato com endurecimento .....	37
FIGURA 13 – Carga máxima de indentação normalizada vs. razão $\sigma_s/E_s$ para diferentes $E_c/E_s$ .....	38
FIGURA 14 – Força vs. profundidade de indentação para corpo de prova homogêneo de cobre OFHC com diferentes velocidades de indentação .....	39
FIGURA 15 – Pressão de contato média vs. velocidade de indentação para corpo de prova homogêneo de cobre OFHC .....	40
FIGURA 16 – Tensão equivalente de von Mises e deformação plástica acumulada para corpo de prova homogêneo de cobre OFHC com diferentes velocidades de indentação com $h = 1$ mm .....	41
FIGURA 17 – Força vs. profundidade de indentação para corpo de prova com revestimento elástico para diferentes espessuras do revestimento .....	43
FIGURA 18 – Tensão equivalente de von Mises e deformação plástica acumulada para corpo de prova homogêneo de cobre OFHC e para corpo de prova com revestimento elástico com $h = 1$ mm e $H_o = 0,01$ mm .....	44
FIGURA 19 – Tensão equivalente de von Mises e deformação plástica acumulada para	

corpo de prova homogêneo de cerâmico genérico e para corpo de prova com revestimento elástico com $h = 1$ mm e $H_o = 20$ mm .....	45
FIGURA 20 – Tensão equivalente de von Mises e deformação plástica acumulada para corpo de prova com revestimento elástico com $h = 1$ mm e $H_o = 3$ mm .	46
FIGURA 21 – Pressão de contato média vs. espessura do revestimento para corpo de prova com revestimento elástico .....	47
FIGURA 22 – Força vs. profundidade de indentação para diferentes velocidades de indentação para corpo de prova com revestimento elástico .....	48
FIGURA 23 – Pressão de contato média normalizada vs. velocidade de indentação para corpo de prova com revestimento elástico .....	49
FIGURA 24 – Pressão de contato média vs. espessura do revestimento para corpo de prova com revestimento elástico .....	49
FIGURA 25 – Tensão equivalente de von Mises e deformação plástica acumulada para corpo de prova com revestimento elástico e com $h = 1$ mm e $H_o = 2$ mm para diferentes velocidade de indentação .....	50
FIGURA 26 – Força vs. profundidade de indentação para diferentes combinações de módulo de elasticidade e tensão de escoamento do revestimento para corpo de prova com revestimento elasto-viscoplástico .....	52
FIGURA 27 – Pressão de contato média x razão entre $\sigma_c$ e $E_s$ para corpo de prova com revestimento elasto-viscoplástico .....	53
FIGURA 28 – Tensão equivalente de von Mises e deformação plástica acumulada para corpo de prova com revestimento elasto-viscoplástico para diferentes $\sigma_c$ com $h = 1$ mm e $H_o = 2,5$ mm .....	54
FIGURA 29 – Tensão equivalente de von Mises e deformação plástica acumulada para corpo de prova com revestimento elasto-viscoplástico para diferentes $E_c$ com $h = 1$ mm e $H_o = 2,5$ mm .....	55
FIGURA 30 – Força vs. profundidade de indentação para diferentes velocidades de indentação para corpo de prova com revestimento elasto-viscoplástico ..	56
FIGURA 31 – Pressão de contato média normalizada vs. velocidade de indentação para corpo de prova com revestimento elasto-viscoplástico .....	57
FIGURA 32 – Tensão equivalente de von Mises e deformação plástica acumulada para as simulações com endurecimento $h = 30$ $\mu$ m e $H_o = 0,1$ mm .....	68
FIGURA 33 – Tensão equivalente de von Mises e deformação plástica acumulada para corpo de prova com revestimento elasto-viscoplástico para $E_c/E_s = 0,2$ e $\sigma_c/E_s = 0,013$ com diferentes velocidades de indentação com $h = 1$ mm e $H_o = 2,5$ mm .....	69
FIGURA 34 – Tensão equivalente de von Mises e deformação plástica acumulada para corpo de prova com revestimento elasto-viscoplástico para $\sigma_c/E_s = 0,0005$ com diferentes velocidades de indentação com $h = 1$ mm e $H_o =$	

2,5 mm ..... 70



## LISTA DE TABELAS

TABELA 1 – Modelo Constitutivo . . . . .	22
TABELA 2 – Parâmetros para o cobre OFHC . . . . .	30
TABELA 3 – Parâmetros para a verificação do modelo homogêneo . . . . .	30
TABELA 4 – Pressão de contato média para as simulações de validação do modelo .	32
TABELA 5 – Parâmetros base para as simulações de Gamonpilas e Busso (2004) . . .	33
TABELA 6 – Variações paramétricas para as simulações de Gamonpilas e Busso (2004) . . . . .	33
TABELA 7 – Pressão de contato média para as simulações elásticas-perfeitamente plásticas para parâmetros limites. . . . .	35
TABELA 8 – Pressão de contato média para as simulações com endurecimento para parâmetros limites . . . . .	38
TABELA 9 – Pressão de contato média para corpo de prova homogêneo de cobre OFHC para diferentes velocidades de indentação . . . . .	40
TABELA 10 – Parâmetros para o material cerâmico genérico . . . . .	42
TABELA 11 – Pressão de contato média para diferentes espessuras do revestimento	46
TABELA 12 – Pressão de contato média para as simulações com revestimento pura- mente elástico para parâmetros limites . . . . .	51
TABELA 13 – Variações paramétricas para as simulações com revestimento elasto- viscoplástico . . . . .	51
TABELA 14 – Pressão de contato média para as simulações quase-estáticas com corpo de prova com revestimento elasto-viscoplástico para parâmetros limites. . . . .	53
TABELA 15 – Pressão de contato média para as simulações elásticas-perfeitamente plásticas . . . . .	64
TABELA 16 – Pressão de contato média para as simulações com endurecimento . . . .	65
TABELA 17 – Pressão de contato média ( $\text{kg}/\text{mm}^2$ ) para as simulações com revesti- mento elástico . . . . .	66
TABELA 18 – Pressão de contato média ( $\text{kg}/\text{mm}^2$ ) para as simulações com revesti- mento elasto-viscoplástico . . . . .	67

## LISTA DE SÍMBOLOS

$h$	Profundidade de indentação
$V$	Velocidade de indentação
$\alpha$	Ângulo interno da pirâmide
$d$	Tamanho da indentação
$A_i$	Área da impressão
$HV$	Dureza Vickers
$P$	Carga aplicada
$d_{()} $	Diagonal ( ) da impressão de indentação
$A$	Área projetada
$\Phi$	Função de escoamento
$\sigma_e$	Tensão equivalente de von Mises
$\bar{\sigma}$	Tensão de fluxo
$\mathbf{s}$	Tensor de tensão desviador
$\boldsymbol{\sigma}$	Tensor de tensão de Cauchy
$tr$	Traço
$\mathbf{I}$	Tensor identidade
$\sigma_0$	Tensão de escoamento inicial
$\bar{\varepsilon}^p$	Deformação plástica acumulada
$\varepsilon_0$	Deformação de referência
$n$	Expoente de endurecimento
$m$	Expoente de sensibilidade a taxa
$\mathbf{d}$	Taxa de deformação
$\mathbf{d}^e$	Taxa de deformação elástica
$\mathbf{d}^p$	Taxa de deformação plástica

$\bar{\sigma}$	Taxa objetiva do tensor de tensão de Cauchy
$C_t$	Tensor isotrópico elástico de quarta ordem
$E$	Módulo de elasticidade
$\nu$	Coeficiente de Poisson
$I'$	Tensor desviador unitário de quarta ordem
$\dot{\lambda}$	Multiplicador plástico
$\epsilon^e$	Deformação elástica
$G$	Módulo de cisalhamento
$\lambda$	Primeiro parâmetro de Lamé
$t_o$	Instante de tempo inicial
$t_f$	Instante de tempo final
$t_n$	Instante de tempo inicial associado ao n-ésimo intervalo de tempo
$t_{n+1}$	Instante de tempo final associado ao n-ésimo intervalo de tempo
$(\cdot)$	Variável genérica
$\Delta(\cdot)$	Incremento na variável $(\cdot)$
$(\cdot)_n$	Valor da variável $(\cdot)$ no instante $t_n$
$(\cdot)_{n+1}$	Valor da variável $(\cdot)$ no instante $t_{n+1}$
$\dot{(\cdot)}$	Taxa da variável $(\cdot)$
$\sigma^{tr}$	Tensão de tentativa
$\sigma_e^{tr}$	Tensão de tentativa equivalente
$E_t$	Módulo tangente
$r$	Resíduo
$\sigma_h$	Tensão hidrostática
$\epsilon$	Deformação
$\epsilon^p$	Deformação plástica
$C^{ep}$	Jacobiano

$K$	Módulo volumétrico
$H$	Altura do corpo de prova
$L$	Largura do corpo de prova
$H_o$	Espessura do revestimento
$H_m$	Valor de referência para refino de malha próximo a indentação no sentido da altura
$L_m$	Valor de referência para refino de malha próximo a indentação no sentido da largura
$\beta$	Semi-ângulo interno do cone equivalente
$r_p$	Raio da área projetada de indentação
$PC$	Pressão de contato média
$A_{in}$	Área projetada instantânea
$r_{in}$	Raio da área projetada instantânea
$h_{in}$	Profundidade de indentação instantânea
$E_s$	Módulo de elasticidade do substrato
$E_c$	Módulo de elasticidade do revestimento
$\sigma_s$	Tensão de escoamento do substrato
$\sigma_c$	Tensão de escoamento do revestimento
$F_{max}$	Força máxima

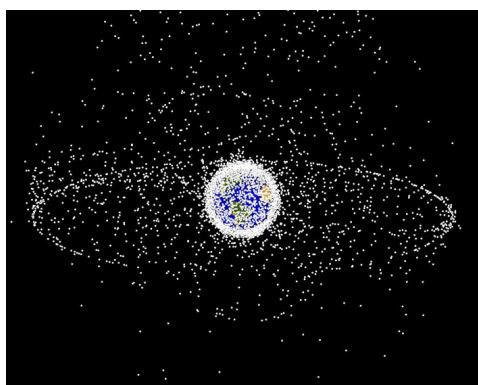
## SUMÁRIO

<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO</b> .....	<b>13</b>
1.1	OBJETIVOS GERAIS .....	16
1.2	OBJETIVOS ESPECÍFICOS .....	16
<b>2</b>	<b>ENSAIOS DE INDENTAÇÃO</b> .....	<b>18</b>
<b>3</b>	<b>MODELO CONSTITUTIVO CONTÍNUO E IMPLEMENTAÇÃO</b> .....	<b>20</b>
3.1	SUB-ROTINAS DE USUÁRIO NO <i>SOFTWARE</i> ABAQUS .....	22
<b>4</b>	<b>MODELO COMPUTACIONAL</b> .....	<b>26</b>
<b>5</b>	<b>RESULTADOS</b> .....	<b>29</b>
5.1	VALIDAÇÃO DO MODELO COMPUTACIONAL HOMOGENEO .....	29
5.2	VERIFICAÇÃO DO MODELO COMPUTACIONAL QUASE-ESTÁTICO COM REVESTIMENTO .....	33
5.3	EFEITO DA VELOCIDADE DE INDENTAÇÃO PARA CORPO DE PROVA HOMOGENEO .....	39
5.4	CORPO DE PROVA COM REVESTIMENTO ELÁSTICO .....	41
<b>5.4.1</b>	<b>Efeito da espessura do revestimento</b> .....	<b>42</b>
<b>5.4.2</b>	<b>Efeito combinado da velocidade de indentação e da espessura do revestimento</b> .....	<b>47</b>
5.5	CORPO DE PROVA COM REVESTIMENTO ELASTO-VISCOPLÁSTICO .....	51
<b>5.5.1</b>	<b>Efeitos do módulo de elasticidade e tensão de escoamento do revestimento</b> .....	<b>52</b>
<b>5.5.2</b>	<b>Efeito combinado da velocidade de indentação e da tensão de escoamento e módulo de elasticidade do material</b> .....	<b>55</b>
<b>6</b>	<b>CONCLUSÃO</b> .....	<b>59</b>
	<b>REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS</b> .....	<b>62</b>
	<b>APÊNDICE A – TABELAS COMPLETAS DE PRESSÃO DE CONTATO MÉDIA</b> .....	<b>64</b>
	<b>APÊNDICE B – CAMPOS TRIDIMENSIONAIS DA TENSÃO EQUIVALENTE DE VON MISES E DA DEFORMAÇÃO PLÁSTICA ACUMULADA</b> .....	<b>68</b>

## 1 INTRODUÇÃO

Um dos grandes problemas para o setor aeroespacial é a colisão com detritos no espaço. De acordo com Bashurov et al. (1997), quando ocorrem choques entre esses elementos e veículos espaciais, as altas velocidades dos impactos podem ocasionar graves danos aos sistemas dos veículos, chegando até impedir o funcionamento destes. Com o grande aumento do número de veículos em órbita baixa esse problema vem se agravando, visto que em altitudes menores existe uma presença muito maior de detritos (FRICK; NIEDERSTRASSER, 2018). Na Figura 1(a), uma representação dos detritos até a órbita geossíncrona pode ser observada, onde fica clara a maior presença desses elementos em órbita baixa. Com isso, torna-se importante o uso de estruturas de proteção contra esses choques. De acordo com Whipple (1947), um tipo de proteção que pode ser utilizado é um revestimento metálico, onde uma espessura de 1 mm pode ser suficiente para dissipar o poder de penetração de um meteorito muito vezes maior que um meteoro de oitava magnitude. Bashurov et al. (1997) mencionou escudos multicamadas (escudos com várias camadas separadas entre si) como uma forma muito eficiente de proteção. Na Figura 2(a) é possível observar um exemplo de revestimento para proteção contra choques com detritos.

Figura 1 – Representação do problema abordado



(a) Representação dos detritos até órbita geossíncrona fora de escala



(b) Representação da reentrada da cápsula espacial na atmosfera de Marte

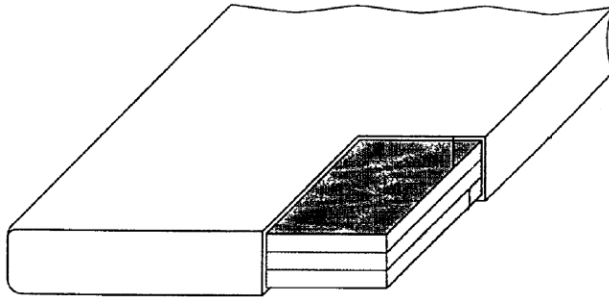
Fonte: NASA (2019).

Fonte: SpaceX (2019).

Outro problema do setor aeroespacial está nas cápsulas de reentrada, onde um exemplo pode ser observado na Figura 1(b). Devido a altas temperaturas durante essa etapa, é comum a necessidade de se utilizar revestimento cerâmico para controle de temperatura, sendo um exemplo as placas cerâmicas do *Space Shuttle*, que podem ser observadas na Figura 2(b). Devido a essas aplicações, considerou-se de grande importância o estudo e avaliação das propriedades de componentes com revestimento. Um método muito utilizado para avaliar as propriedades dos materiais e, com isso, fazer o projeto de estru-

turas como as supracitadas são os ensaios de indentação (MOK; DUFFY, 1964). Existem diversas subdivisões para esses ensaios, sendo muito comum separar em quase-estáticos (quando a taxa de deformação é baixa) e dinâmicos (quando são aplicadas velocidades e taxas de deformação maiores).

Figura 2 – Exemplos de aplicações de revestimentos



(a) Escudo de proteção multicamadas



(b) Placas cerâmicas de revestimento do *Space Shuttle*

Fonte: Christiansen e Crews (2005).

Fonte: collectSPACE (2010).

De acordo com Dowling (2013), ensaios quase-estáticos possuem grande importância, visto que são um método relativamente simples e de baixo custo para obter propriedades como a dureza dos materiais. Entretanto, em diversas aplicações onde a taxa de deformação tem papel importante (como por exemplo as citadas anteriormente), eles podem não ser suficientes para obter os dados corretos para um projeto satisfatório. Nesses casos, os ensaios dinâmicos devem ser aplicados, visando obter as propriedades dos materiais em condições similares às quais o componente de interesse estará submetido. Nos parágrafos a seguir, uma breve revisão do desenvolvimento destes ensaios será realizada.

Em um dos primeiros trabalhos acerca desse tema, Mok e Duffy (1964) utilizaram um sistema onde bolas de aço e alumínio eram derrubadas em corpos de prova atingindo velocidades de até 6 m/s (obtendo taxas de deformação de até 3000 /s). Nestes testes, foram medidos o tempo de contato, as velocidades de impacto e ricochete e as dimensões da impressão no material. A partir desses dados, os autores determinaram a dureza dos corpos de prova, percebendo grandes variações relacionadas às mudanças na taxa de indentação. Posteriormente, Mok e Duffy (1965) realizaram mais ensaios, comprovando a dependência da dureza com a taxa de indentação e mostrando a importância dos ensaios dinâmicos para caracterizar materiais sob diferentes taxas de deformação.

Com um avanço nessa temática, Tirupataiah e Sundararajan (1991) fizeram uma publicação relatando ensaios de indentação com impacto em alta velocidade em materiais metálicos. Aqui, foram realizados experimentos similares aos de Mok e Duffy (1964), porém com bolas de carboneto de tungstênio com velocidades entre 5 m/s e 180 m/s. Novamente a dureza do material foi analisada, onde percebeu-se um grande aumento relacionado à elevação das taxas de deformação (foram observados aumentos de até três

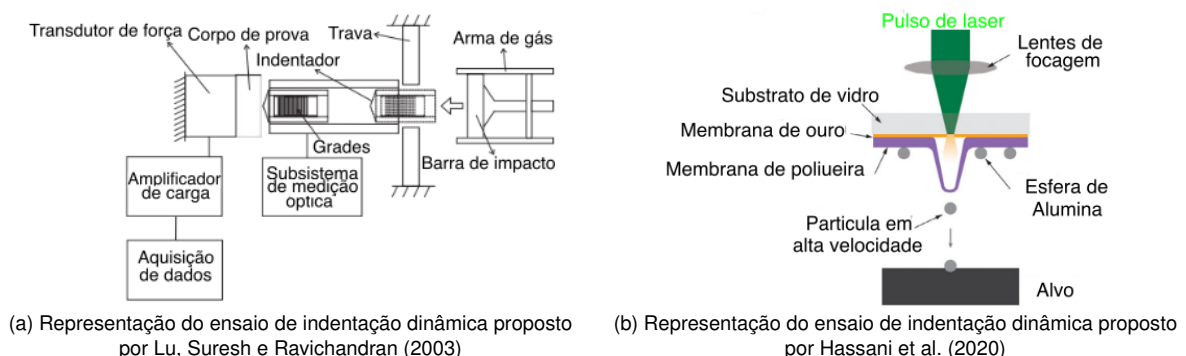
vezes para ensaios com taxas de  $10^4$  /s quando comparados a ensaios quase-estáticos).

Na sequência, Sundararajan e Tirupataiah (2006a) realizaram novos ensaios, utilizando corpos de prova de cobre, ferro, aço e ligas de alumínio, onde esferas eram aceleradas por meio de uma arma a gás a velocidades de até 200 m/s. Nos experimentos, percebeu-se que a dureza aumentou com uma elevação na deformação até um ponto crítico, a partir do qual percebe-se uma diminuição da dureza, indicando alguma forma de fluxo plástico localizado. Ao aprofundar as análises, Sundararajan e Tirupataiah (2006b) demonstraram que a diminuição na dureza foi realmente ocasionada pelo fluxo plástico localizado que, por sua vez, era resultado da diminuição do fluxo de tensão devido ao aumento da temperatura durante a deformação.

Um novo método para realização de ensaios dinâmicos foi proposto por Subhash, Koeppel e Chandra (1999), onde o princípio de propagação de onda elástica unidimensional empregada em experimentos de barra de Kolsky foi utilizado, permitindo a determinação da profundidade de indentação e resposta ao carregamento durante o processo de indentação. Com esse método, se tornou possível a caracterização mecânica de materiais sofrendo carregamentos com taxas de até 2000 /s, onde percebeu-se, novamente, que a dureza obtida em testes dinâmicos era superior à obtida em testes estáticos (variando entre 2% e 30% dependendo do material para as taxas aplicadas).

Posteriormente, Lu, Suresh e Ravichandran (2003) desenvolveram um novo método para a realização de indentação dinâmica, o qual permitiu o registro da força e do deslocamento do indentador para velocidades de teste entre 6 m/s e 35 m/s. Os resultados obtidos nos ensaios foram utilizados para estimar a sensibilidade a taxa do cobre OFHC (cobre de alta condutividade térmica sem oxigênio), sendo similares aos obtidos com o ensaio proposto por Subhash, Koeppel e Chandra (1999). Na Figura 3(a), o ensaio proposto pode ser observado.

Figura 3 – Exemplos de ensaios de indentação dinâmica



Fonte: Adaptado de Lu, Suresh e Ravichandran (2003).

Fonte: Adaptado de Hassani et al. (2020).

Por fim, Hassani et al. (2020) desenvolveram um ensaio para realização de indentação com impacto de micropartículas, permitindo a caracterização mecânica de materiais



em taxas de até  $10^6$  /s. A partir dos dados obtidos pelos experimentos (velocidades de impacto e ricochete e volume de indentação), a dureza foi obtida, onde foram encontrados aumentos de até uma ordem de magnitude nos ensaios com taxas de  $10^6$  /s quando comparados a ensaios quase-estáticos.

Devido a complexidade da realização de ensaios de indentação dinâmica, assim como da dificuldade para obtenção de modelos de solução analítica para prever o comportamento dos materiais sob esses experimentos, é muito comum a utilização do método de elementos finitos para obter resultados relativos às características mecânicas dos materiais. Bhattacharya e Nix (1988) realizaram simulações de elementos finitos sob condições sem atrito e com contato completamente adesivo para simular ensaios de microindentação dinâmica. A partir de comparações com dados experimentais, os autores concluíram que o modelo possuía a capacidade de determinar a resposta força vs. profundidade de indentação de forma satisfatória.

Outro exemplo da utilização do método de elementos finitos foi realizada por Lu, Suresh e Ravichandran (2003), onde os resultados obtidos de forma experimental foram comparados aos resultados de simulações numéricas, havendo boa concordância. Mais recentemente, Gamonpilas e Busso (2004) utilizaram o método de elementos finitos para análise de ensaios de indentação quase-estática de materiais revestidos. Nas simulações, foram realizadas variações paramétricas para compreender o efeito da variação das propriedades mecânicas do substrato e do revestimento na resposta do corpo de prova. Dada a discussão, os objetivos do presente trabalho serão abordados nas seções a seguir.

## 1.1 OBJETIVOS GERAIS

Desenvolver um modelo computacional para análise da indentação de materiais elasto-viscoplásticos revestidos e utilizá-lo para avaliar o comportamento dos corpos de prova sob diferentes variações paramétricas e velocidades de indentação.

## 1.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS

- Implementar um modelo constitutivo de visco-plasticidade em uma sub-rotina no *software* Abaqus;
- Desenvolver um modelo computacional de elementos finitos no *software* Abaqus;
- Validar e verificar o modelo com base em dados da literatura;

- Realizar um estudo do efeito da velocidade de indentação na resposta dos corpos de prova;
- Realizar um estudo paramétrico investigando o efeito de variações do revestimento na resposta dos corpos de prova (espessura, módulo de elasticidade e tensão de escoamento);
- Realizar um estudo do efeito combinado de variações no revestimento com variações na velocidade de indentação.

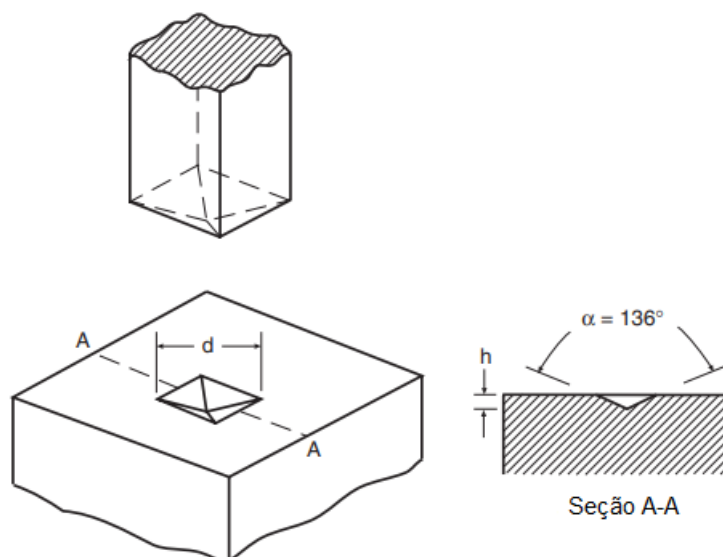
## 2 ENSAIOS DE INDENTAÇÃO

Ensaio de indentação estática são muito utilizados para caracterizar materiais através das curvas de carregamento e descarregamento e obter valores de dureza dos materiais. Esses experimentos podem ser realizados com indentadores de diferentes geometrias, como esférica (Brinell), cônica (Rockwell) e piramidal (Vickers). Em geral, esses ensaios não necessitam de equipamentos sofisticados, e consistem basicamente em aplicar uma carga no indentador, forçando a perfuração do corpo de prova. Com isso, as propriedades mecânicas do material são investigadas com base na curva de força vs. profundidade de indentação (LU; SURESH; RAVICHANDRAN, 2003).

Embora esses tipos de ensaio apresentem grande importância para a caracterização dos materiais sob condições de carregamento quase-estáticas mantendo certa simplicidade, eles não são suficientes para obter os dados dos materiais para situações onde a dinâmica é relevante (por exemplo, no projeto de escudos de proteção para reentrada). Para esses casos, ensaios de indentação dinâmica podem ser utilizados. Neste tipo de teste, a velocidade de indentação pode ser definida de modo a obter as propriedades do material nas condições de interesse.

No presente trabalho, o tipo de ensaio em foco é o Vickers, onde as variáveis de controle serão a profundidade de indentação ( $h$ ) e a velocidade de indentação ( $V$ ). Na Figura 4, a representação deste tipo de ensaio pode ser observada.

Figura 4 – Representação do ensaio de dureza Vickers



Fonte: Adaptado de Dowling (2013).

Segundo Dowling (2013), neste tipo de ensaio um indentador piramidal quadran-

gular de diamante é utilizado, onde o ângulo  $\alpha$  representa o ângulo interno da pirâmide, sendo de  $136^\circ$  e  $d$  representa o tamanho da indentação, sendo equivalente a diagonal média da impressão de indentação. Para obter a dureza do material, a carga aplicada deve ser dividida pela área da impressão ( $A_i$ ), da forma observada a seguir:

$$HV = \frac{P}{A_i} = \frac{2P}{d^2} \sin \frac{\alpha}{2} = \frac{1,854P}{d^2} \quad (2.1)$$

onde  $P$  representa a carga aplicada (kg) e  $HV$  representa a dureza Vickers ( $\text{kg}/\text{mm}^2$ ). Para materiais isotrópicos, onde as diagonais são aproximadamente iguais, tem-se:

$$d_1 = d_2 = d \rightarrow A = \frac{d_1 d_2}{2} = \frac{d^2}{2} \rightarrow d^2 = 2A \quad (2.2)$$

onde  $A$  é a área projetada ( $\text{mm}^2$ ) e  $d_1$  e  $d_2$  são as diagonais da impressão de indentação (mm). Com isso, pode-se escrever a dureza em termos da área projetada, como pode ser observado a seguir:

$$HV = \frac{0,927P}{A} \quad (2.3)$$

### 3 MODELO CONSTITUTIVO CONTÍNUO E IMPLEMENTAÇÃO

Nesta seção, o modelo constitutivo de material utilizado para considerar os efeitos da velocidade de indentação será abordado. Foi considerado um material com endurecimento isotrópico, sensível aos efeitos viscosos da taxa de deformação (modelo elasto-viscoplástico), baseado em Neto, Peric e Owen (2011). É importante destacar que efeitos relacionados à inércia não foram considerados neste trabalho, resultando em uma limitação na velocidade máxima (para velocidades muito elevadas a inércia possui dominância no efeito dinâmico). Considera-se um sólido elasto-viscoplástico deformável tridimensional sob um processo dinâmico geral. A resposta a esse processo segue o modelo constitutivo de plasticidade de von Mises, no qual o critério de escoamento é dado pela equação a seguir:

$$\Phi = \sigma_e - \bar{\sigma} \quad (3.1)$$

onde  $\sigma_e$ , a tensão equivalente de von Mises, é:

$$\sigma_e = \sqrt{\frac{3}{2} \mathbf{s} : \mathbf{s}}, \text{ com } \mathbf{s} = \boldsymbol{\sigma} - \frac{1}{3} \text{tr}(\boldsymbol{\sigma}) \mathbf{I} \quad (3.2)$$

sendo  $\boldsymbol{\sigma}$  o tensor de tensões de Cauchy e  $\mathbf{s}$  a parte desviadora. Além disso,  $:$  representa segunda contração. A tensão de fluxo do material ( $\bar{\sigma}$ ) segue uma lei de endurecimento dependente da deformação e da taxa de deformação, podendo ser observada a seguir:

$$\bar{\sigma} = \sigma_0 \left( 1 + \frac{\bar{\varepsilon}^p}{\varepsilon_0} \right)^n \left[ 1 + \left( \frac{\dot{\bar{\varepsilon}}^p}{\dot{\varepsilon}_0} \right)^m \right] \quad (3.3)$$

onde  $\sigma_0$  é a tensão de escoamento inicial,  $\bar{\varepsilon}^p$  é a deformação plástica acumulada,  $\varepsilon_0$  é a deformação de referência,  $n$  é o expoente de endurecimento,  $\dot{\bar{\varepsilon}}^p$  é a taxa de deformação plástica acumulada,  $\dot{\varepsilon}_0$  é a taxa de deformação de referência e  $m$  é o expoente de sensibilidade a taxa.

Na Equação (3.3), o termo entre parênteses (com o expoente  $n$ ) corresponde ao endurecimento isotrópico e o termo entre colchetes corresponde a sensibilidade à taxa. Pelo fato do material ser elasto-plástico, o tensor de taxa de deformação ( $\mathbf{d}$ ) pode ser decomposto nas parcelas elástica ( $\mathbf{d}^e$ ) e plástica ( $\mathbf{d}^p$ ) como se segue:

$$\mathbf{d} = \mathbf{d}^e + \mathbf{d}^p \quad (3.4)$$

A parte elástica ( $\mathbf{d}^e$ ) se relaciona com a taxa de tensão pela seguinte lei hipo-elástica:

$$\bar{\boldsymbol{\sigma}} = \mathbf{C}_t : \mathbf{d}^e = \mathbf{C}_t : (\mathbf{d} - \mathbf{d}^p) \quad (3.5)$$

onde  $\bar{\boldsymbol{\sigma}}$  é taxa objetiva do tensor de tensões de Cauchy e  $\mathbf{C}_t$  é o tensor isotrópico elástico

de quarta ordem, descrito por:

$$\mathbf{C}_t = \left( \frac{E}{1 + \nu} \right) \mathbf{I}' + \left[ \frac{E}{3(1 - 2\nu)} \right] \mathbf{I} \otimes \mathbf{I} \quad (3.6)$$

sendo  $E$  o módulo de elasticidade,  $\nu$  o coeficiente de Poisson,  $\mathbf{I}'$  o tensor desviador unitário de quarta ordem e  $\mathbf{I}$  o tensor identidade. Além disso,  $\otimes$  representa o produto tensorial.

Já a parte plástica segue a lei associativa a seguir:

$$\mathbf{d}^p = \dot{\lambda} \frac{\partial \Phi}{\partial \boldsymbol{\sigma}} \quad (3.7)$$

com  $\dot{\lambda}$  sendo um multiplicador plástico, que respeita as seguintes condições de carregamento e descarregamento:

$$\dot{\lambda} \geq 0; \quad \Phi \leq 0; \quad \Phi \dot{\lambda} = 0. \quad (3.8)$$

além da condição de consistência:

$$\dot{\Phi} \dot{\lambda} = 0 \quad (3.9)$$

e da condição de dissipação:

$$\boldsymbol{\sigma} : \mathbf{d}^p = \bar{\sigma} \dot{\varepsilon}^p \quad (3.10)$$

resultando na identidade:

$$\dot{\lambda} = \dot{\varepsilon}^p \quad (3.11)$$

A Equação (3.11) descreve a magnitude da taxa de deformação plástica. Para obter a sua “direção” podemos desenvolver a segunda parte da Equação (3.7), obtendo:

$$\frac{\partial \Phi}{\partial \boldsymbol{\sigma}} = \frac{3\mathbf{s}}{2\sigma_e} \quad (3.12)$$

Substituindo as Equações (3.11) e (3.12) em (3.7), a seguinte equação para a taxa de deformação plástica é obtida:

$$\mathbf{d}^p = \dot{\varepsilon}^p \frac{3\mathbf{s}}{2\sigma_e} \quad (3.13)$$

Na Tabela 1, um resumo do modelo pode ser observado.

Tabela 1 – Modelo Constitutivo.

Aspecto	Equação
Função de escoamento (Eq. (3.1))	$\Phi = \sigma_e - \bar{\sigma} \leq 0$
Tensão de fluxo (Eq. (3.3))	$\bar{\sigma} = \sigma_0 \left(1 + \frac{\bar{\varepsilon}^p}{\varepsilon_0}\right)^n \left[1 + \left(\frac{\dot{\bar{\varepsilon}}^p}{\dot{\varepsilon}_0}\right)^m\right]$
Decomposição da taxa de deformação (Eq. (3.4))	$\mathbf{d} = \mathbf{d}^e + \mathbf{d}^p$
Lei elástica (Eq. (3.5))	$\bar{\sigma} = \mathbf{C}_t : \mathbf{d}^e = \mathbf{C}_t : (\mathbf{d} - \mathbf{d}^p)$
Lei de evolução plástica (Eqs. (3.7) e (3.13))	$\mathbf{d}^p = \dot{\lambda} \frac{\partial \Phi}{\partial \boldsymbol{\sigma}} = (\dot{\bar{\varepsilon}}^p) \left[\frac{3\mathbf{s}}{2\sigma_e}\right]$
Condições de carregamento e descarregamento (Eq. (3.8))	$\dot{\lambda} \geq 0; \quad \Phi \leq 0; \quad \Phi \dot{\lambda} = 0.$
Condição de consistência (Eq. (3.9))	$\dot{\Phi} \dot{\lambda} = 0$
Condição de dissipação (Eq. (3.10))	$\boldsymbol{\sigma} : \mathbf{d}^p = \bar{\sigma} \dot{\bar{\varepsilon}}^p$

Fonte: Autor.

### 3.1 SUB-ROTINAS DE USUÁRIO NO SOFTWARE ABAQUS

Sub-rotinas de usuário podem ser utilizadas no Abaqus quando as opções existentes por padrão não se adequam ao comportamento que deseja-se analisar. Com elas, o usuário pode implementar as equações desejadas, permitindo uma maior flexibilidade nas análises realizadas. Existem diversos tipos de sub-rotinas para as diferentes alterações que o usuário precise realizar. No presente trabalho, o tipo de alteração que deseja-se realizar é a criação de um modelo constitutivo de material, e o *solver* utilizado é o *standard*, sendo assim, a sub-rotina implementada foi a UMAT. A seguir, a implementação do modelo constitutivo apresentado na seção 3 será abordada. Pela lei de Hooke, tem-se:

$$\boldsymbol{\sigma} = \mathbf{C}_t \boldsymbol{\varepsilon}^e \quad (3.14)$$

onde  $\boldsymbol{\varepsilon}^e$  (cuja taxa é  $\mathbf{d}^e$ , ver Equação (3.4)) é o tensor de deformação elástica e  $\mathbf{C}_t$  é descrito pela Equação (3.6). Desenvolvendo essa equação:

$$\boldsymbol{\sigma} = 2G\boldsymbol{\varepsilon}^e + \lambda \text{tr}(\boldsymbol{\varepsilon}^e) \mathbf{I} \quad (3.15)$$

sendo  $G$  o módulo de cisalhamento ( $G = \frac{E}{2(1+\nu)}$ ) e  $\lambda$  o primeiro parâmetro de Lamé ( $\lambda = \frac{E\nu}{(1+\nu)(1-2\nu)}$ ).

A estratégia incremental adotada baseia-se em discretizar o intervalo de tempo total  $[t_o, t_f]$  em  $N$  subintervalos  $[t_n, t_{n+1}]$ , de forma que:

$$[t_o, t_f] = \bigcup_{n=1}^N [t_n, t_{n+1}] \quad (3.16)$$

onde  $t_n$  e  $t_{n+1}$  são os instantes de tempo inicial e final associados ao  $n$ -ésimo intervalo de tempo (NETO; PERIC; OWEN, 2011). Adotando um método de solução implícita, para um subintervalo  $[t_n, t_{n+1}]$ , o incremento em determinada variável  $(\cdot)$  é dada por:

$$\Delta(\cdot) = (\cdot)_{n+1} - (\cdot)_n \quad (3.17)$$

sendo  $(\cdot)_n$  e  $(\cdot)_{n+1}$  os valores nos instante  $t_n$  e  $t_{n+1}$ , respectivamente. Ainda, a taxa de uma dada variável será aproximada por:

$$\dot{(\cdot)} \approx \frac{\Delta(\cdot)}{\Delta t} = \frac{(\cdot)_{n+1} - (\cdot)_n}{\Delta t} \quad (3.18)$$

Com essas considerações, para uma análise incremental, a Equação (3.15) em um instante de tempo  $t_{n+1}$  se torna:

$$\boldsymbol{\sigma}_{n+1} = 2G\boldsymbol{\varepsilon}_{n+1}^e + \lambda \text{tr}(\boldsymbol{\varepsilon}_{n+1}^e)\mathbf{I} \quad (3.19)$$

onde a deformação elástica é dada por:

$$\boldsymbol{\varepsilon}_{n+1}^e = \boldsymbol{\varepsilon}_n^e + \Delta\boldsymbol{\varepsilon}^e = \boldsymbol{\varepsilon}_n^e + \Delta\boldsymbol{\varepsilon} - \Delta\boldsymbol{\varepsilon}^p \quad (3.20)$$

combinando as duas últimas equações, chegamos a:

$$\boldsymbol{\sigma}_{n+1} = 2G(\boldsymbol{\varepsilon}_n^e + \Delta\boldsymbol{\varepsilon} - \Delta\boldsymbol{\varepsilon}^p) + \lambda \text{tr}(\boldsymbol{\varepsilon}_n^e + \Delta\boldsymbol{\varepsilon} - \Delta\boldsymbol{\varepsilon}^p)\mathbf{I} \quad (3.21)$$

separando  $\Delta\boldsymbol{\varepsilon}^p$  e sabendo que  $\text{tr}(\Delta\boldsymbol{\varepsilon}^p) = 0$ :

$$\boldsymbol{\sigma}_{n+1} = 2G(\boldsymbol{\varepsilon}_n^e + \Delta\boldsymbol{\varepsilon}) + \lambda \text{tr}(\boldsymbol{\varepsilon}_n^e + \Delta\boldsymbol{\varepsilon})\mathbf{I} - 2G\Delta\boldsymbol{\varepsilon}^p = \boldsymbol{\sigma}_n + \mathbf{C}_t\Delta\boldsymbol{\varepsilon} - 2G\Delta\boldsymbol{\varepsilon}^p \quad (3.22)$$

Os dois primeiros termos da equação representam a tensão assumindo que a deformação seja totalmente elástica em um dado incremento, sendo esse valor utilizado como a tensão de tentativa ( $\boldsymbol{\sigma}^{tr}$ ). Com isso, tem-se:

$$\boldsymbol{\sigma}^{tr} = \boldsymbol{\sigma}_n + \mathbf{C}_t\Delta\boldsymbol{\varepsilon} \quad (3.23)$$



assim,  $\sigma$  pode ser escrito como (onde o subscrito  $n + 1$  foi omitido):

$$\sigma = \sigma^{tr} - 2G\Delta\bar{\varepsilon}^p \quad (3.24)$$

A tensão de tentativa equivalente pode ser obtida como se segue (tensão equivalente de von Mises):

$$\sigma_e^{tr} = \sqrt{\frac{1}{2} \left[ (\sigma_{11}^{tr} - \sigma_{22}^{tr})^2 + (\sigma_{11}^{tr} - \sigma_{33}^{tr})^2 + (\sigma_{22}^{tr} - \sigma_{33}^{tr})^2 + 6(\sigma_{12}^{tr})^2 + 6(\sigma_{13}^{tr})^2 + 6(\sigma_{23}^{tr})^2 \right]} \quad (3.25)$$

A tensão de fluxo é obtida através da Equação (3.3) e, com isso, o critério da Equação (3.1) é utilizado para identificar quando há regime plástico. Caso a condição não seja cumprida, a Equação (3.12) é utilizada para obter a direção do fluxo e o cálculo da deformação plástica efetiva é realizado usando o método de NewtonRaphson (NETO; PERIC; OWEN, 2011). O módulo tangente pode ser definido pela regra de endurecimento de lei de potência, e pode ser observado a seguir (onde foi realizada a aproximação  $\dot{\bar{\varepsilon}}^p \approx \frac{\Delta\bar{\varepsilon}^p}{\Delta t}$ ):

$$E_t = \frac{n\sigma_0}{\varepsilon_0} \left(1 + \frac{\bar{\varepsilon}^p}{\varepsilon_0}\right)^{(n-1)} \left[1 + \left(\frac{\Delta\bar{\varepsilon}^p}{\dot{\varepsilon}_0\Delta t}\right)^m\right] + \frac{m\sigma_0}{\dot{\varepsilon}_0\Delta t} \left(1 + \frac{\bar{\varepsilon}^p}{\varepsilon_0}\right)^n \left(\frac{\Delta\bar{\varepsilon}^p}{\dot{\varepsilon}_0\Delta t}\right)^{(m-1)} \quad (3.26)$$

Para obter a equação que deve ser resolvida pelo método de Newton, pode-se substituir a Equação (3.13) na Equação (3.24) da forma que se segue (onde assumiu-se  $d^p \approx \frac{\Delta\bar{\varepsilon}^p}{\Delta t}$ ):

$$\sigma = \sigma^{tr} - 3G\Delta\bar{\varepsilon}^p \frac{\mathbf{s}}{\sigma_e} \quad (3.27)$$

com algumas manipulações:

$$\begin{aligned} \mathbf{s} + \frac{\text{tr}(\sigma)}{3} \frac{\mathbf{s}}{\sigma_e} &= \sigma^{tr} - 3G\Delta\bar{\varepsilon}^p \frac{\mathbf{s}}{\sigma_e} \\ \mathbf{s} + 3G\Delta\bar{\varepsilon}^p \frac{\mathbf{s}}{\sigma_e} &= \sigma^{tr} - \frac{\text{tr}(\sigma)}{3} \frac{\mathbf{s}}{\sigma_e} \\ \left(1 + 3G\frac{\Delta\bar{\varepsilon}^p}{\sigma_e}\right) \mathbf{s} &= \mathbf{s}^{tr} \end{aligned} \quad (3.28)$$

tomando a norma de ambos os lados da equação:

$$\begin{aligned} \left(1 + 3G\frac{\Delta\bar{\varepsilon}^p}{\sigma_e}\right)^2 \mathbf{s} : \mathbf{s} &= \mathbf{s}^{tr} : \mathbf{s}^{tr} \\ \left(1 + 3G\frac{\Delta\bar{\varepsilon}^p}{\sigma_e}\right)^2 \left(\frac{2}{3}\sigma_e\right)^2 &= \left(\frac{2}{3}\sigma_e^{tr}\right)^2 \end{aligned} \quad (3.29)$$

$$\sigma_e + 3G\Delta\bar{\varepsilon}^p = \sigma_e^{tr}$$

isolando  $\sigma_e$  e substituindo na Equação (3.1):

$$\Phi = \sigma_e - \bar{\sigma} = \sigma_e^{tr} - 3G\Delta\bar{\varepsilon}^p - \bar{\sigma} = 0 \quad (3.30)$$

e, por fim, substituindo a tensão de fluxo, obtém-se a equação a seguir:

$$\sigma_e^{tr} - 3G\Delta\bar{\varepsilon}^p = \sigma_0 \left(1 + \frac{\bar{\varepsilon}^p}{\varepsilon_0}\right)^n \left[1 + \left(\frac{\Delta\bar{\varepsilon}^p}{\dot{\varepsilon}_0\Delta t}\right)^m\right] \quad (3.31)$$

O método de Newton é utilizado para minimizar o resíduo  $r$  e encontrar uma solução em termos de  $\Delta\bar{\varepsilon}^p$ . Para uma iteração  $i$ , tem-se:

$$r(i) = \sigma_e^{tr} - 3G\Delta\bar{\varepsilon}^p - \sigma_0 \left(1 + \frac{\bar{\varepsilon}_n^p + \Delta\bar{\varepsilon}^p}{\varepsilon_0}\right)^n \left[1 + \left(\frac{\Delta\bar{\varepsilon}^p}{\dot{\varepsilon}_0\Delta t}\right)^m\right]$$

$$\Delta\bar{\varepsilon}^p = \Delta\bar{\varepsilon}^p(i) + \frac{r}{3G + E_t} \quad (3.32)$$

$$E_t = \frac{n\sigma_0}{\varepsilon_0} \left(1 + \frac{\bar{\varepsilon}_n^p + \Delta\bar{\varepsilon}^p}{\varepsilon_0}\right)^{(n-1)} \left[1 + \left(\frac{\Delta\bar{\varepsilon}^p}{\dot{\varepsilon}_0\Delta t}\right)^m\right] + \frac{m\sigma_0}{\dot{\varepsilon}_0\Delta t} \left(1 + \frac{\bar{\varepsilon}_n^p + \Delta\bar{\varepsilon}^p}{\varepsilon_0}\right)^n \left(\frac{\Delta\bar{\varepsilon}^p}{\dot{\varepsilon}_0\Delta t}\right)^{(m-1)}$$

Com o valor de  $\Delta\bar{\varepsilon}^p$  definido, utiliza-se a condição de normalidade para determinar a tensão, a deformação elástica e a deformação plástica com as seguintes equações:

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\sigma} &= \frac{\mathbf{s}^{tr}}{\sigma_e^{tr}} \bar{\sigma} + \mathbf{I} \sigma_h \\ \boldsymbol{\varepsilon}^p &= \boldsymbol{\varepsilon}_n^p + \frac{3}{2} \Delta\bar{\varepsilon}^p \frac{\mathbf{s}^{tr}}{\sigma_e^{tr}} \\ \boldsymbol{\varepsilon}^e &= \boldsymbol{\varepsilon} - \boldsymbol{\varepsilon}^p \end{aligned} \quad (3.33)$$

onde  $\sigma_h$  é a tensão hidrostática. O último passo consiste em calcular o jacobiano  $\mathbf{C}^{ep} = \partial\Delta\boldsymbol{\sigma}/\partial\Delta\boldsymbol{\varepsilon}$ , obtendo a seguinte equação (SIMO; TAYLOR, 1985; MARTÍNEZ-PAÑEDA; FUENTES-ALONSO; BETEGÓN, 2019):

$$\dot{\boldsymbol{\sigma}} = \left(K - \frac{2}{3}G \frac{\bar{\sigma}}{\sigma_e^{tr}}\right) \boldsymbol{\delta} \text{tr}(\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}) + \left(2G \frac{\bar{\sigma}}{\sigma_e^{tr}} + \left(\frac{E_t}{1 + E_t/(3G)} - 3G \frac{\bar{\sigma}}{\sigma_e^{tr}}\right) \frac{\mathbf{s}^{tr} \mathbf{s}^{tr}}{\sigma_e^{tr} \sigma_e^{tr}}\right) \dot{\boldsymbol{\varepsilon}} \quad (3.34)$$

sendo  $K$  módulo volumétrico,  $\frac{EG}{3(3G-E)}$ . As equações discutidas no capítulo foram implementadas em uma sub-rotina em Abaqus utilizando a linguagem de programação Fortran 77. Foi utilizado como base a sub-rotina para plasticidade descrita por Martínez-Pañeda, Fuentes-Alonso e Betegón (2019), onde as mudanças necessárias para adição do efeito da taxa foram realizadas.

## 4 MODELO COMPUTACIONAL

Neste capítulo o modelo computacional utilizado para as análises será abordado. A parte de elementos finitos foi implementada utilizando o *software* Abaqus, com o auxílio de programação em Python para automatizar a realização das diferentes análises e com o uso da sub-rotina discutida em 3.1 para implementar o modelo constitutivo elasto-viscoplástico. Além disso, o *software* MATLAB foi utilizado para a realização do pós-processamento e análise de dados.

O modelo de elementos finitos desenvolvido tem como objetivo permitir a realização de simulações de um ensaio Vickers em um corpo de prova elasto-viscoplástico que pode possuir revestimento. Para evitar a necessidade da realização de análises tridimensionais (devido ao alto custo computacional), definiu-se que o corpo de prova seria um cilindro, representado por um retângulo de simetria axissimétrica deformável, cujas dimensões podem ser observadas na Figura 5. Essa simplificação é muito comum na área da indentação numérica, sendo realizada, por exemplo, por Johnson (1970), Lu, Suresh e Ravichandran (2003) e Gamonpilas e Busso (2004). Na figura,  $H$  é a altura do corpo de prova,  $L$  é a largura do corpo de prova,  $H_o$  é a espessura do revestimento,  $H_m$  é o valor de referência para refino de malha próximo a indentação no sentido da altura e  $L_m$  é o valor de referência para refino de malha próximo a indentação no sentido da largura.

Todas as variáveis foram deixadas de forma paramétrica no código em Python, permitindo uma fácil modificação das dimensões quando desejado. Além disso, os materiais também parametrizados, sendo possível a utilização de materiais padrão do Abaqus ou de materiais de usuário através de sub-rotinas. Para representar um indentador de Vickers de forma direta seriam necessárias análises tridimensionais (devido a geometria piramidal), entretanto, de acordo com Johnson (1970), é possível fazer uma representação com um indentador cônico equivalente, desde que a razão área/profundidade seja mantida. Ainda de acordo com Johnson (1970), para garantir que a razão não seja alterada, deve-se substituir o indentador piramidal por um indentador cônico que desloque o mesmo volume para uma mesma profundidade de indentação. Isso resulta em um cone de ângulo interno igual a  $140,6^\circ$ . No Abaqus, a modelagem foi realizada através de uma linha axissimétrica rígida, seguindo a geometria mostrada na Figura 5, onde  $\beta$  representa o semi-ângulo interno do cone (de  $70,3^\circ$ ). Ao fazer esta alteração, a fórmula para a área projetada ( $A$ ), utilizada para obter a dureza a partir da Equação (2.3), se torna:

$$A = \pi r_p^2 = \pi h^2 \tan^2 \beta \quad (4.1)$$

onde  $r_p$  é o raio da área projetada de indentação e  $h$  é a profundidade de indentação (considerando um possível retorno elástico), ambos dados em milímetros.

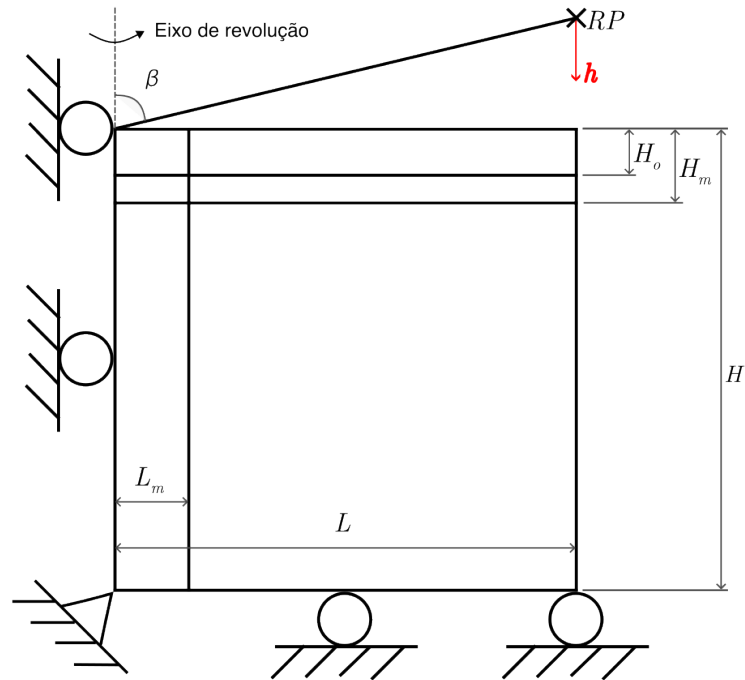
Após a definição das dimensões, foi realizada a discretização do modelo. Para

o corpo de prova, as linhas delimitadas por  $H_m$  e  $L_m$  foram utilizadas para gerar uma malha mais refinada próximo ao ponto de indentação, visto que esse é o local no qual os gradientes de tensão são mais intensos. Foram utilizados elementos do tipo CAX4 (elemento deformável bilinear de quatro nós axissimétrico sem torção), com formato *Quad-dominated* e técnica *Structured*. Em relação ao tamanho dos elementos, assim como na definição das dimensões, as variáveis foram deixadas na forma paramétrica, permitindo uma maior facilidade na realização de análises de convergência. Para o indentador foram utilizados elementos do tipo RAX2 (elemento rígido linear de dois nós axissimétrico), e o tamanho dos elementos foi definido de modo a garantir que os elementos do corpo de prova e do indentador possuíssem dimensões similares nos pontos de contato (requisito para uma correta modelagem do contato). Em cada uma das análises apresentadas na seção 5, as malhas foram definidas a partir de análises de convergência em relação às curvas de força vs. profundidade de indentação.

Para realizar a indentação, foi utilizada uma condição de contorno no indentador, deslocando este para baixo até atingir a profundidade de indentação escolhida. Visando permitir o controle da velocidade, a duração do *step* foi definida como a razão entre a profundidade e a velocidade de indentação selecionadas. Após atingir a profundidade máxima, o descarregamento é realizado através da modificação da condição de contorno do carregamento, deslocando o indentador para cima até atingir a posição inicial. O tipo de contato utilizado foi o *sliding interface*, onde o indentador foi definido como *master* e o corpo de prova como *slave*.

Na Figura 5, a representação esquemática do modelo computacional pode-se ser observada, onde as condições de contorno foram adicionadas. Nota-se que foram inseridos roletes na base do corpo de prova e no eixo de revolução (inseridos automaticamente por se tratar de um elemento axissimétrico). Observa-se, ainda, o deslocamento  $h$  inserido em um ponto de referência (*RP*) do indentador, que representa o deslocamento vertical deste durante o ensaio.

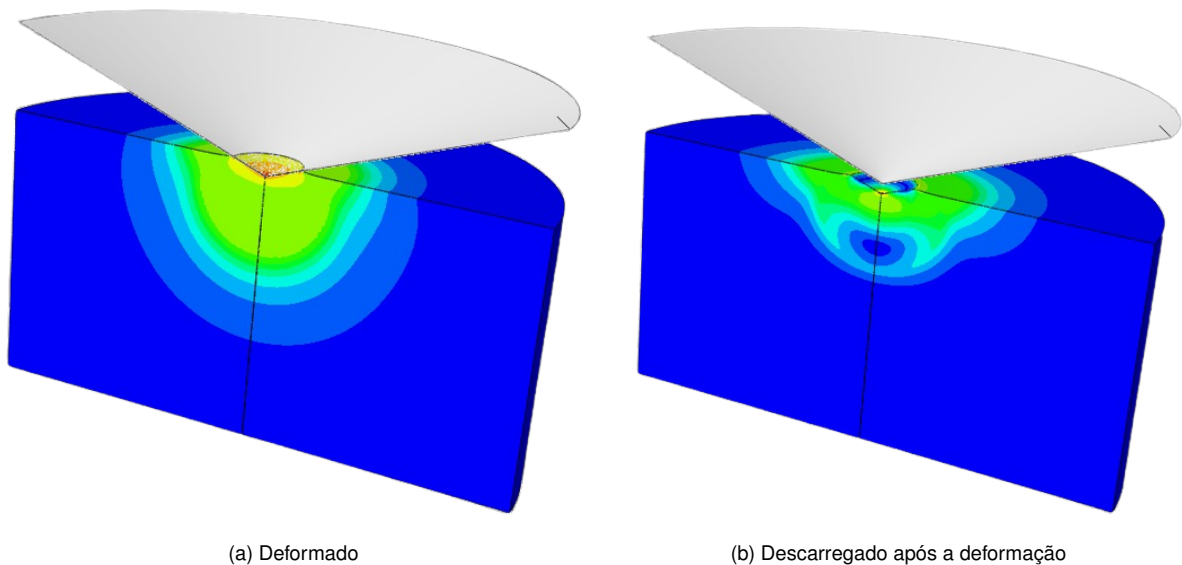
Figura 5 – Representação esquemática do modelo computacional



Fonte: Autor.

A representação tridimensional qualitativa do modelo pode ser observada a seguir, onde a Figura 6(a) representa o ponto de máxima profundidade de indentação, e a Figura 6(b) representa o ponto final (após o descarregamento). A discussão quantitativa será abordada na seção 5.

Figura 6 – Representação tridimensional do modelo computacional para o campo de tensão equivalente de von Mises



(a) Deformado

(b) Descarregado após a deformação

Fonte: Autor.

## 5 RESULTADOS

Neste capítulo, os resultados obtidos no trabalho serão abordados. Inicialmente, uma validação do modelo sem revestimento com a sub-rotina de usuário produzida foi realizada na seção 5.1, onde resultados numéricos obtidos foram comparados com resultados experimentais da literatura. Na seção 5.2, foi realizada uma verificação em relação a adição de um revestimento sem efeito da velocidade de indentação, onde os resultados obtidos foram comparados com resultados numéricos da literatura. Na seção 5.3, o efeito da velocidade de indentação em um corpo de prova homogêneo foi abordado. Na seção 5.4, os efeitos da adição de um revestimento puramente elástico foram avaliados, onde realizou-se variações na espessura do revestimento e na velocidade de indentação. Por fim, na seção 5.5, os efeitos da adição de um revestimento elasto-viscoplástico foram estudados, onde foram realizadas variações no módulo de elasticidade e tensão de escoamento do revestimento e na velocidade de indentação.

Durante o capítulo, foi utilizado o conceito de pressão de contato média (PC), sendo análogo a dureza Vickers, porém desconsiderando o retorno elástico apresentado pelos corpos de prova. Para o seu cálculo, a equação a seguir é utilizada:

$$PC = \frac{0,927P}{A_{in}} \quad (5.1)$$

Nota-se que a equação é muito semelhante à Equação (2.3), que é utilizada para a dureza Vickers, com a única diferença de que se considera a área projetada instantânea, descrita por:

$$A_{in} = \pi r_{in}^2 = \pi h_{in}^2 \tan^2 \beta \quad (5.2)$$

onde  $r_{in}$  é o raio da área projetada instantânea e  $h_{in}$  é a profundidade de indentação instantânea, ambos dados em milímetros.

### 5.1 VALIDAÇÃO DO MODELO COMPUTACIONAL HOMOGÊNEO

Primeiramente, foi realizada uma validação do modelo sem revestimento, visando comparar os resultados obtidos com dados experimentais existentes na literatura. Para isso, as simulações realizadas por Lu, Suresh e Ravichandran (2003) foram reproduzidas. Foi utilizado o modelo constitutivo da seção 3, onde o material foi o cobre OFHC, sendo definido como o material das duas partes do corpo de prova (visto que nessas simulações foi considerado um corpo de prova homogêneo). Na Tabela 2, as propriedades utilizadas para esse material podem ser observadas.

Tabela 2 – Parâmetros para o cobre OFHC

Parâmetro	Valor
Módulo de elasticidade ( $E$ )	116 GPa
Coefficiente de Poisson ( $\nu$ )	0,31
Tensão de escoamento ( $\sigma_o$ )	302 MPa
Coefficiente de endurecimento ( $n$ )	0,21
Deformação de referência ( $\varepsilon_0$ )	0,44
Coefficiente de sensibilidade à taxa ( $m$ )	0,35
Taxa de deformação de referência ( $\dot{\varepsilon}_0$ )	$2,2 \times 10^4$ /s

Fonte: Autor.

na Tabela 3, os parâmetros geométricos utilizados nas simulações podem ser visualizados.

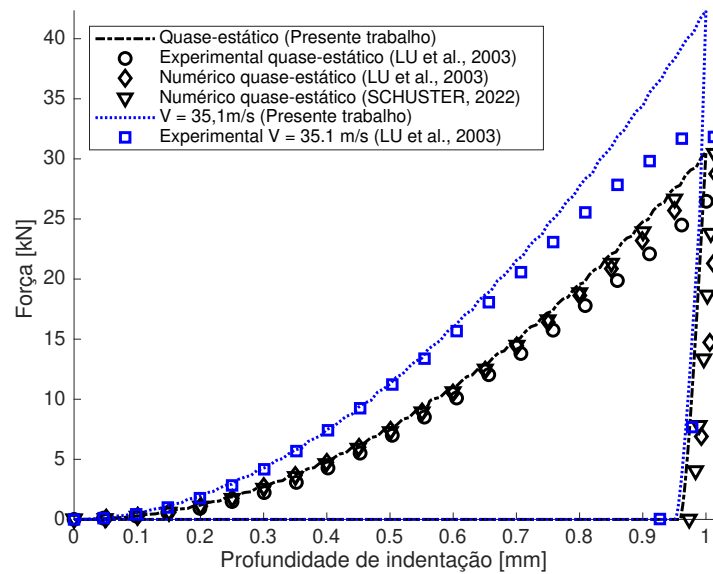
Tabela 3 – Parâmetros para a verificação do modelo homogêneo

Parâmetro	Valor
Altura do corpo de prova ( $H$ )	25 mm
Largura do corpo de prova ( $L$ )	25 mm
Profundidade de indentação ( $h$ )	1 mm

Fonte: Autor.

Em relação à velocidade de indentação, foram realizadas análises com dois valores: 35,1 m/s (maior velocidade utilizada por Lu, Suresh e Ravichandran (2003) nos experimentos) e 0,01 m/s (resultando em uma taxa de 0,1 /s, com objetivo de simular um ensaio quase-estático). Na Figura 7, os dados de força vs. profundidade de indentação obtidos nas simulações podem ser comparados com os resultados experimentais e numéricos obtidos por Lu, Suresh e Ravichandran (2003). Foram, ainda, adicionados resultados numéricos obtidos por Schuster (2022), que utilizou um modelo computacional que não considerava o efeito da velocidade para reproduzir o experimento quase-estático realizado por Lu, Suresh e Ravichandran (2003).

Figura 7 – Força vs. profundidade de indentação obtida por diferentes modelos computacionais e de forma experimental para diferentes velocidades de indentação



Fonte: Autor.

Vale destacar que não foram apresentados resultados numéricos para a velocidade de 35,1 m/s por Lu, Suresh e Ravichandran (2003), sendo assim, apenas a comparação com resultados experimentais será possível. Ao analisar os resultados quase-estáticos, percebeu-se grande concordância dos dados obtidos pelo modelo computacional produzido no presente trabalho com os dados existentes na literatura. Em relação ao ensaio com velocidade de 35,1 m/s, houve grande concordância no início da indentação, e uma maior divergência dos resultados conforme a indentação limite de 1 mm foi atingida. Uma possível explicação para essa variação é o fato de o perfil de velocidade aplicado na simulação não ser igual ao perfil de velocidade real do experimento.

No experimento, após o início da indentação, ocorre uma desaceleração do indentedor (pode-se perceber uma mudança no comportamento da curva obtida por Lu, Suresh e Ravichandran (2003) próximo aos 0,8 mm, que tem relação com essa diminuição na velocidade de indentação). Já na simulação, considera-se uma velocidade constante durante todo o carregamento, onde uma mudança instantânea ocorre ao atingir a profundidade limite, começando o descarregamento. Dada essa afirmação, considerou-se que os resultados obtidos foram satisfatórios, validando o funcionamento do modelo produzido. Após essa validação, a Equação (5.1) foi utilizada para obter a pressão de contato média para as simulações realizadas. Os valores obtidos podem ser observados na Tabela 4.

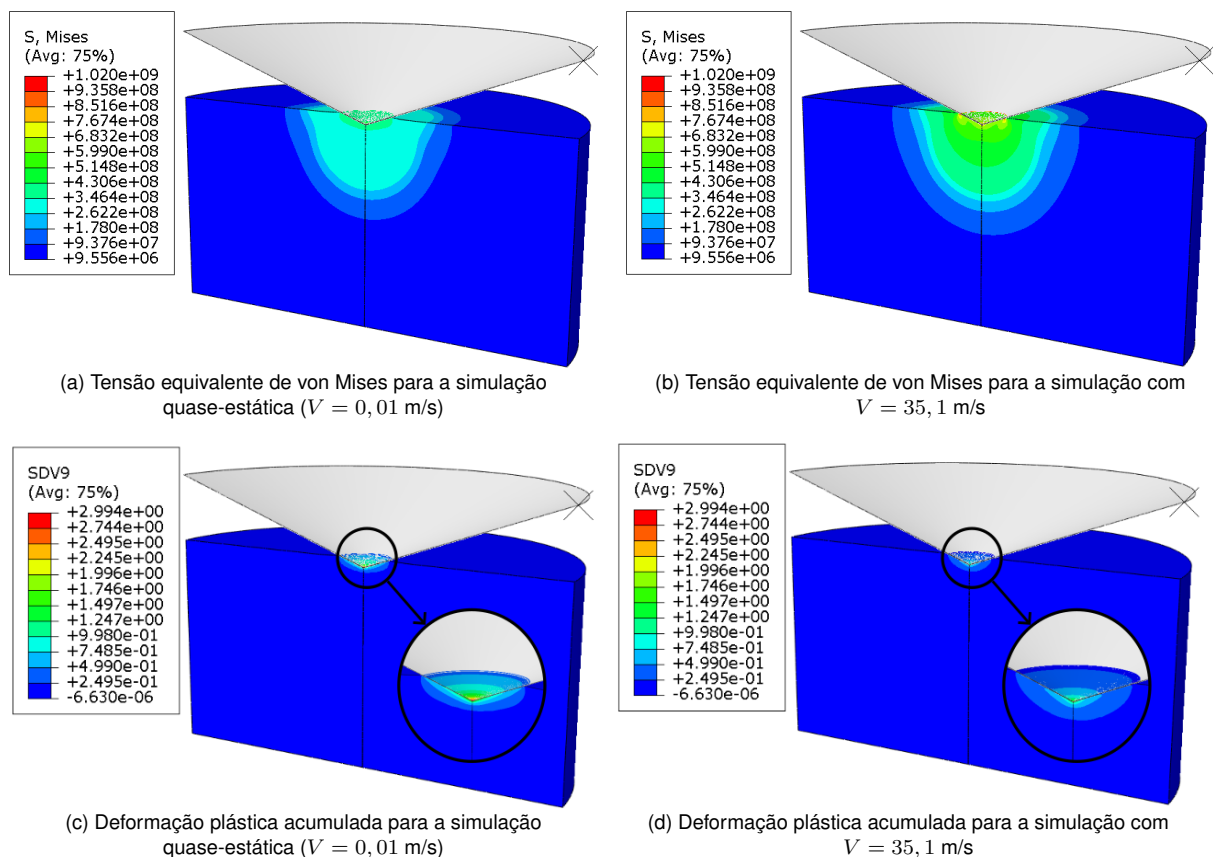


Tabela 4 – Pressão de contato média para as simulações de validação do modelo

Velocidade de indentação (m/s)	Pressão de contato média (kg/mm <sup>2</sup> )
0,01	117,85
35,10	163,19

Fonte: Autor.

Percebe-se uma grande relação entre a velocidade de indentação e a pressão de contato média, existindo um aumento de aproximadamente 38% com a variação de velocidade aplicada. Por fim, com objetivo de permitir uma melhor visualização das duas simulações, os campos tridimensionais da tensão equivalente de von Mises e da deformação plástica acumulada obtidos no *software* Abaqus podem ser observados na Figura 8.

Figura 8 – Tensão equivalente de von Mises e deformação plástica acumulada para as simulações de validação com  $h = 1$  mm

Fonte: Autor.

Observa-se que para o teste de maior velocidade houve um aumento na tensão equivalente e diminuição na deformação plástica acumulada (ver Figura 7). Na seção 5.3, a explicação desse efeito será abordada.

## 5.2 VERIFICAÇÃO DO MODELO COMPUTACIONAL QUASE-ESTÁTICO COM REVESTIMENTO

Com objetivo de realizar a verificação do modelo em relação a adição de um revestimento, as simulações realizadas por Gamonpilas e Busso (2004) foram reproduzidas. Nessas análises, foram utilizados modelos constitutivos existentes de forma padrão no Abaqus, visto que a sub-rotina produzida já havia sido validada na seção 5.1. No artigo, foram definidos parâmetros base e, a seguir, foram realizadas algumas variações paramétricas. Na Tabela 5, os dados base podem ser observados.

Tabela 5 – Parâmetros base para as simulações de Gamonpilas e Busso (2004)

Parâmetro	Valor
Altura do corpo de prova ( $H$ )	1 mm
Largura do corpo de prova ( $L$ )	1 mm
Espessura do revestimento ( $H_o$ )	0,1 mm
Profundidade de indentação ( $h$ )	30 $\mu\text{m}$
Módulo de elasticidade do substrato ( $E_s$ )	200 GPa
Coefficiente de Poisson do substrato e do revestimento ( $\nu$ )	0,3

Fonte: Autor.

As variações paramétricas foram realizadas no módulo de elasticidade do revestimento ( $E_c$ ), tensão de escoamento do substrato ( $\sigma_s$ ) e tensão de escoamento do revestimento ( $\sigma_c$ ), onde a variação foi dada em função da razão desses parâmetros com o módulo de elasticidade do substrato ( $E_s$ ). Na Tabela 6, as variações realizadas podem ser observadas.

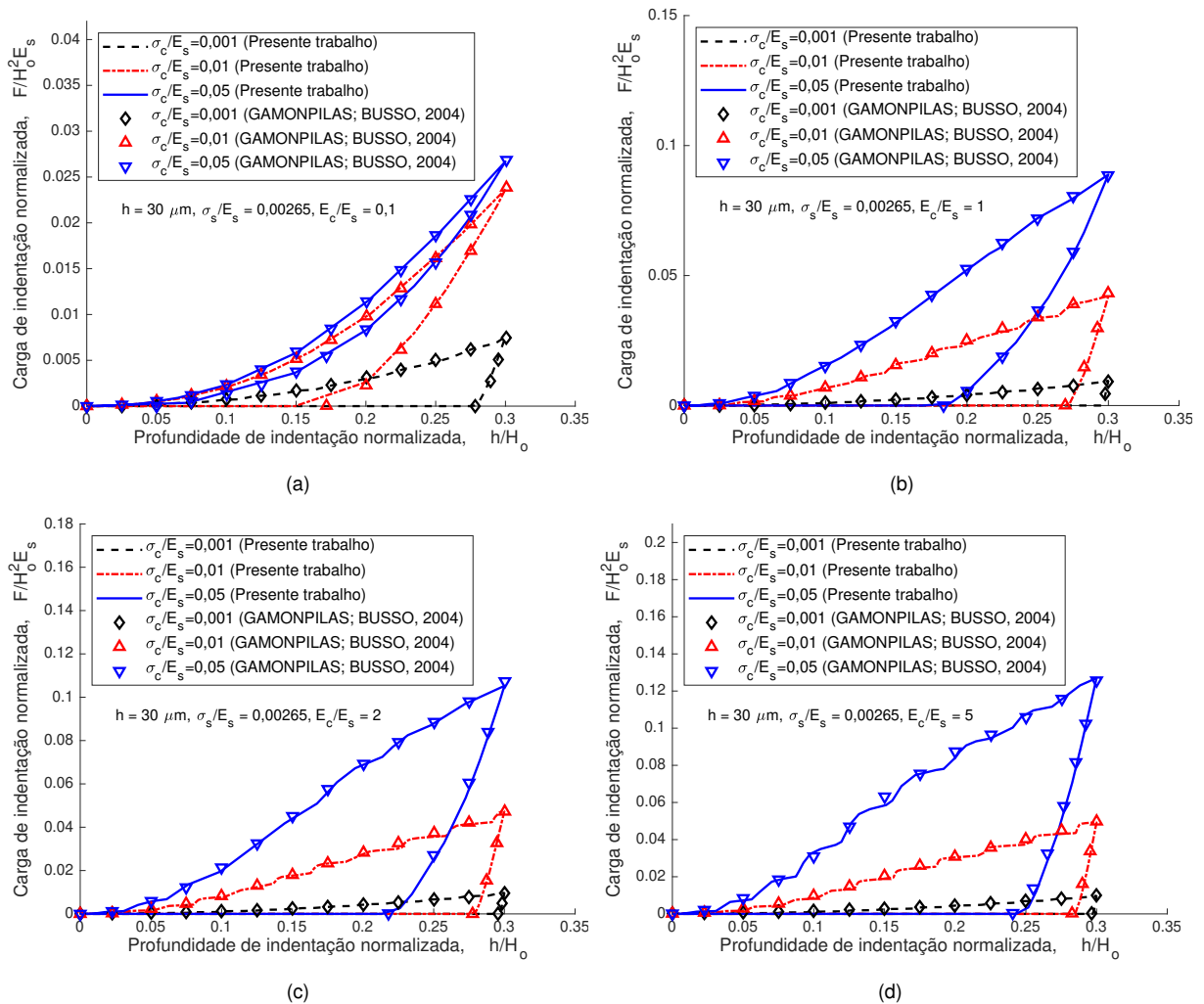
Tabela 6 – Variações paramétricas para as simulações de Gamonpilas e Busso (2004)

Variações paramétricas
$0,1 \leq E_c/E_s \leq 5$
$0,001 \leq \sigma_s/E_s \leq 0,1$
$0,001 \leq \sigma_c/E_s \leq 0,1$

Fonte: Autor.

As primeiras análises foram realizadas com um sistema revestimento-substrato elástico-perfeitamente plástico, onde as variações foram realizadas em  $\sigma_c/E_s$  e  $E_c/E_s$ , mantendo  $\sigma_s/E_s$  fixo e igual a 0,00265 (valor utilizado por Gamonpilas e Busso (2004)). Os resultados obtidos podem ser observados na Figura 9, onde as normalizações foram realizadas para obter resultados no mesmo formato de Gamonpilas e Busso (2004).

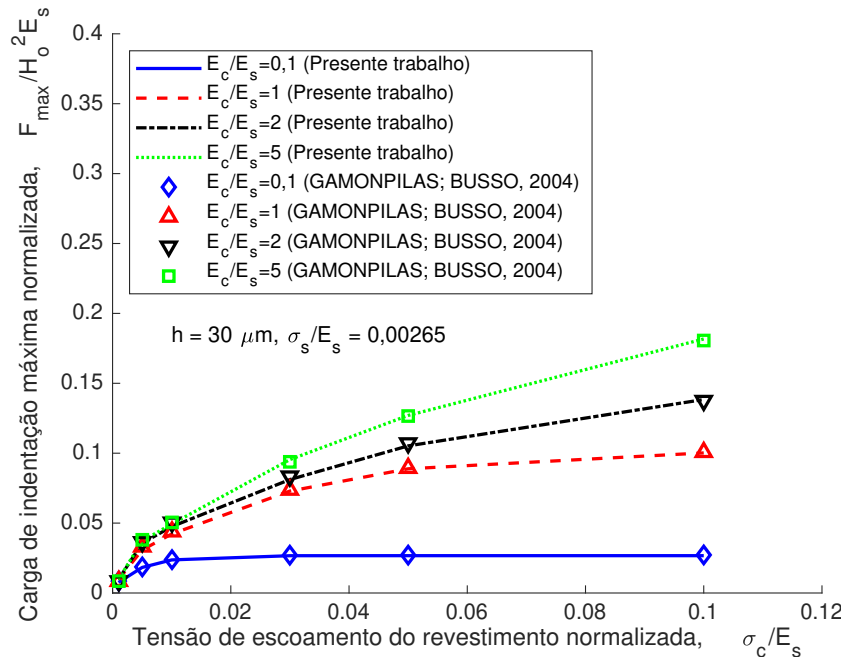
Figura 9 – Força vs. profundidade de indentação para diferentes valores de  $\sigma_c/E_s$  e  $E_c/E_s$  no sistema revestimento-substrato elástico-perfeitamente plástico



Fonte: Autor.

Nota-se grande concordância nos resultados, indicando que o modelo está apresentando resultados satisfatórios. Além disso, percebeu-se a presença de oscilações nos resultados, principalmente para  $E_c/E_s$  maiores, fenômeno similar ao apresentado nos resultados de Gamonpilas e Busso (2004), porém em maior intensidade. Para investigar os possíveis prejuízos dessas variações na máxima carga de indentação, foram realizadas mais análises com diferentes valores para a razão  $\sigma_c/E_s$ , e geradas curvas relacionando a força máxima de indentação com essa razão. Na Figura 10, os resultados dessas análises podem ser observados.

Figura 10 – Carga máxima de indentação normalizada vs. razão  $\sigma_c/E_s$  para diferentes  $E_c/E_s$



Fonte: Autor.

Novamente percebeu-se uma grande concordância nos resultados e, pelo fato do dado de maior relevância ser a força no final do carregamento (máximo  $h$ , que corresponde a força máxima), considerou-se que as variações não apresentam grandes problemas para a análise desejada. Após essa validação, a Equação (5.1) foi utilizada para obter a pressão de contato média para os ensaios realizados. Os valores para as simulações com parâmetros limites (máximos e mínimos módulos de elasticidade e tensões de escoamento) podem ser observados na Tabela 7, enquanto demais valores estão expostos na Tabela 15, do apêndice A.

Tabela 7 – Pressão de contato média para as simulações elásticas-perfeitamente plásticas para parâmetros limites.

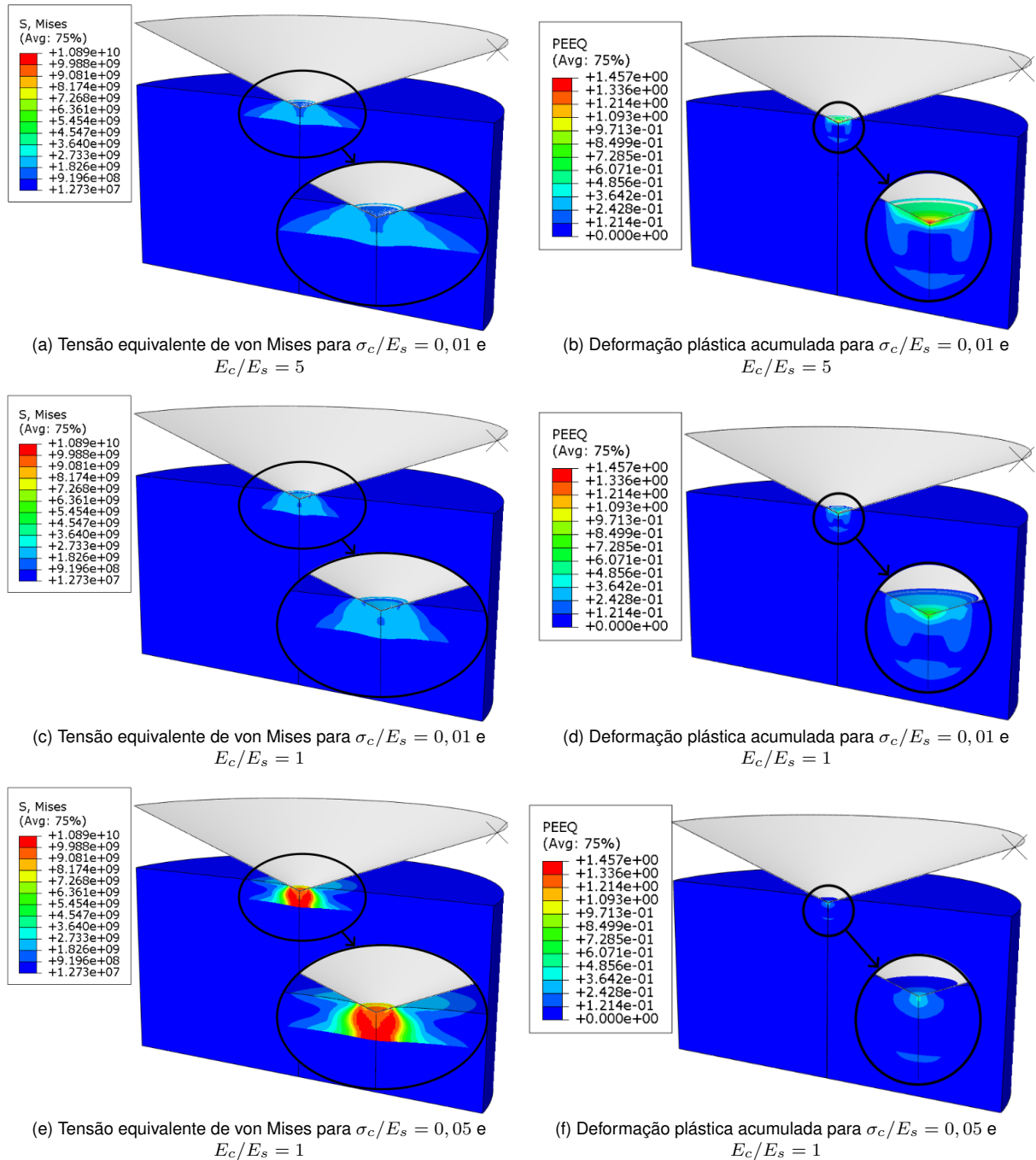
$E_c/E_s$	$\sigma_c/E_s$	Pressão de contato média (kg/mm <sup>2</sup> )
0,1	0,001	5,8363
	0,1	20,5889
5	0,001	7,5065
	0,1	140,1452

Fonte: Autor.

Nota-se que para ambas as variações, um aumento na razão está relacionado com um aumento na pressão de contato média. Além disso, percebe-se uma dependência no efeito da variação de uma das razões com o valor da outra. Por exemplo, avaliando um aumento em 100 vezes na razão  $\sigma_c/E_s$  para uma razão  $E_c/E_s$  igual a 0,1, observa-se um

aumento de 252% na pressão, enquanto a mesma variação para uma razão  $E_c/E_s$  igual a 5 resulta em um aumento de 1767%. Para permitir uma melhor visualização das simulações, os campos tridimensionais da tensão equivalente de von Mises e da deformação plástica acumulada para três casos obtidos no *software* Abaqus podem ser observados na Figura 11.

Figura 11 – Tensão equivalente de von Mises e deformação plástica acumulada para as simulações elásticas-perfeitamente plásticas com  $h = 30 \mu\text{m}$  e  $H_o = 0,1 \text{ mm}$



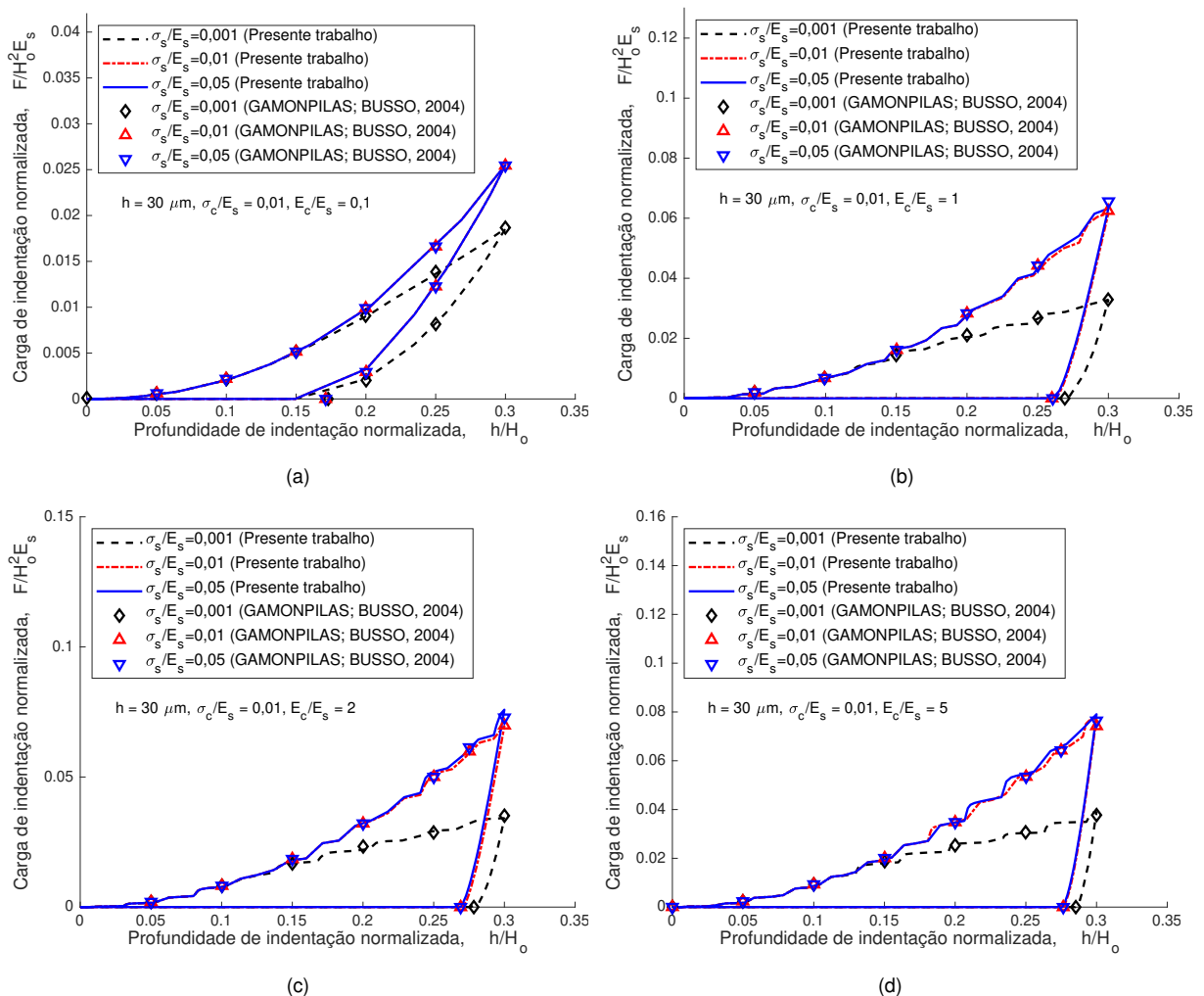
Fonte: Autor.

Ao comparar as primeiras quatro figuras, pode-se observar o efeito da variação do

módulo de elasticidade do revestimento. Percebe-se que um aumento nesse valor está relacionado a um aumento na tensão equivalente e na deformação plástica acumulada. Esse comportamento está de acordo com o esperado, visto que um aumento no módulo de elasticidade tem relação direta com um aumento na tensão equivalente (lei de Hooke), resultando em um aumento na deformação plástica acumulada (critério de escoamento).

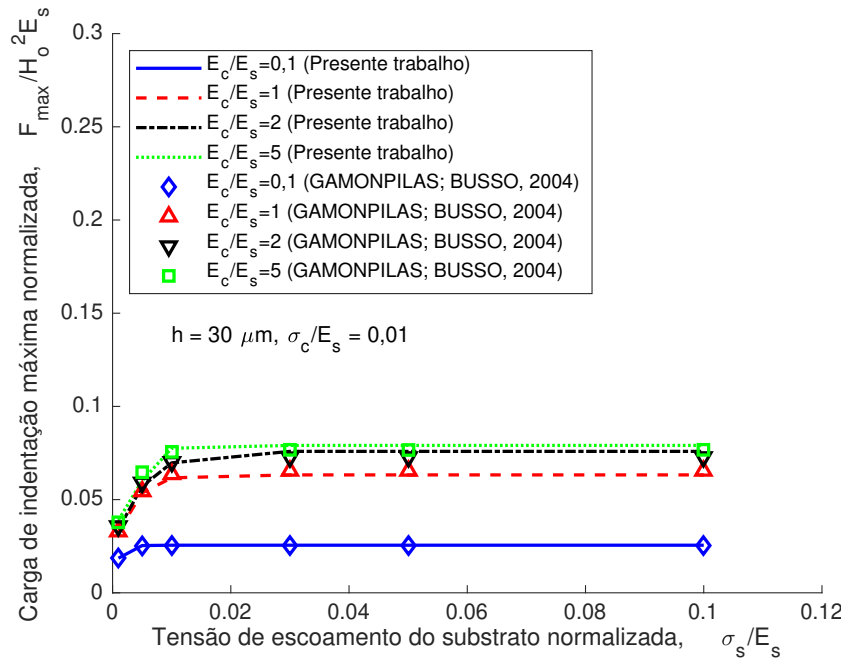
Já ao comparar as últimas quatro figuras, pode-se observar o efeito da variação da tensão de escoamento do revestimento. Percebe-se que um aumento nesse valor está relacionado a um aumento na tensão e uma diminuição na deformação plástica acumulada. Esse comportamento também está de acordo com o esperado, já que aumento na tensão de escoamento tem relação direta com o aumento na tensão equivalente (critério de escoamento), resultando em um aumento na deformação elástica, e consequente redução na deformação plástica acumulada. Também foram realizadas análises com endurecimento, onde as variações paramétricas foram realizadas em  $\sigma_s/E_s$  e  $E_c/E_s$ , mantendo  $\sigma_c/E_s$  fixo e igual a 0,01. Na Figura 12, os resultados obtidos podem ser observados.

Figura 12 – Força vs. profundidade de indentação para diferentes valores de  $\sigma_s/E_s$  e  $E_c/E_s$  no sistema revestimento-substrato com endurecimento



Novamente percebeu-se uma concordância muito boa nos dados obtidos, levando a conclusão de que as alterações realizadas para permitir a inserção de um revestimento foram realizadas de forma adequada. Assim como no caso anterior, foram realizadas mais análises para valores intermediários de  $\sigma_s/E_s$  e foram geradas curvas da força máxima de indentação vs. essa razão. Na Figura 13, essas curvas podem ser observadas.

Figura 13 – Carga máxima de indentação normalizada vs. razão  $\sigma_s/E_s$  para diferentes  $E_c/E_s$



Fonte: Autor.

Mais uma vez, nota-se uma grande concordância nos resultados obtidos. Assim como no caso sem endurecimento, a Equação (5.1) foi utilizada para obter a pressão de contato média para os ensaios realizados. Os valores obtidos para parâmetros limites podem ser observados na Tabela 8, enquanto demais valores estão expostos na Tabela 16, do apêndice A.

Tabela 8 – Pressão de contato média para as simulações com endurecimento para parâmetros limites

$E_c/E_s$	$\sigma_s/E_s$	Pressão de contato média (kg/mm <sup>2</sup> )
0,1	0,001	14,3251
	0,1	19,6923
5	0,001	30,1108
	0,1	60,9829

Fonte: Autor.

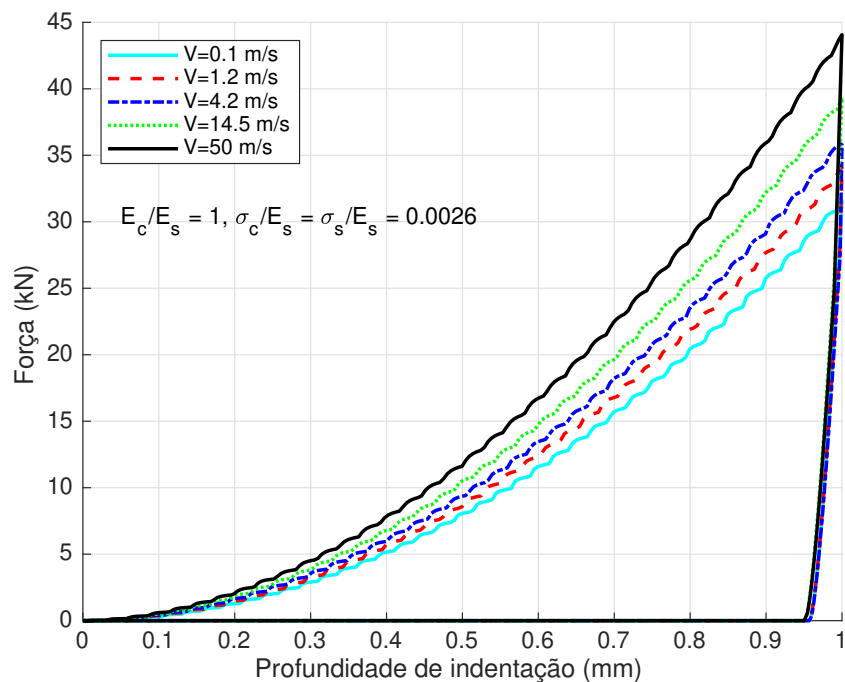
Percebeu-se um efeito muito similar ao das análises anteriores, onde um aumento em ambas as razões resulta em um aumento na pressão de contato média e existe uma

correlação entre elas. Os campos tridimensionais da tensão equivalente de von Mises e da deformação plástica acumulada também foram avaliados para esse caso, podendo ser visualizados na Figura 32 do apêndice B.

### 5.3 EFEITO DA VELOCIDADE DE INDENTAÇÃO PARA CORPO DE PROVA HOMOGÊNEO

Após a verificação e validação do modelo, o efeito da variação da velocidade de indentação em um corpo de prova homogêneo foi avaliado. Os mesmos parâmetros das Tabelas 2 e 3 foram seguidos, onde foram utilizadas velocidade de indentação entre 0,1 m/s e 50 m/s. Na Figura 14, os resultados obtidos para alguns dos ensaios realizados podem ser observados

Figura 14 – Força vs. profundidade de indentação para corpo de prova homogêneo de cobre OFHC com diferentes velocidades de indentação



Fonte: Autor.

Como esperado, percebeu-se um aumento na carga aplicada para obter a mesma profundidade de indentação conforme velocidades maiores foram aplicadas e, consequentemente, também um aumento na pressão de contato média. Com objetivo de avaliar de forma mais apropriada essa variação, a Equação (5.1) foi utilizada para obter a pressão de contato média para cada simulação. Na Tabela 9, os valores obtidos para todas as velocidades utilizadas podem ser observados. Nela, o resultado para a simulação considerada quase-estática (velocidade de 0,01 m/s) também foi adicionado.



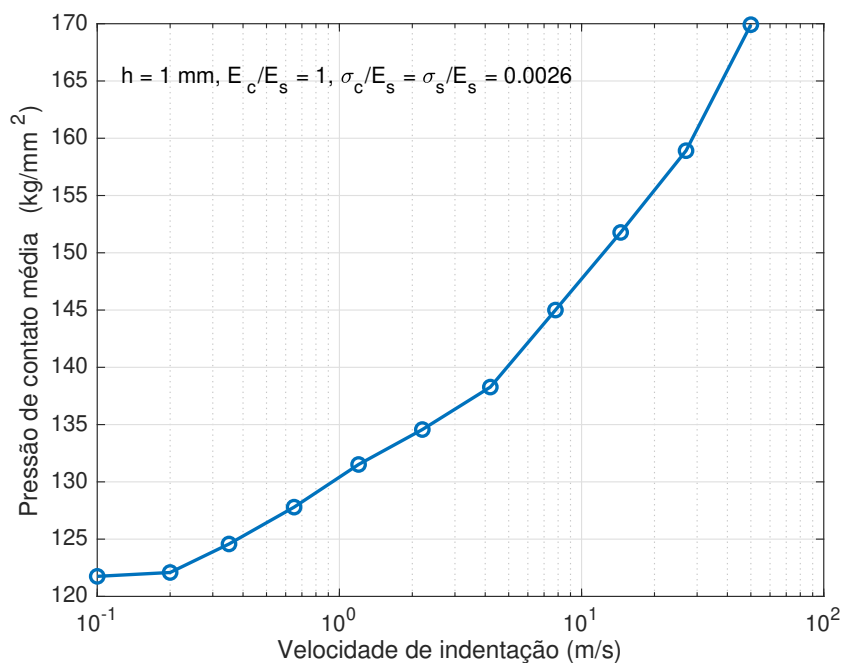
Tabela 9 – Pressão de contato média para corpo de prova homogêneo de cobre OFHC para diferentes velocidades de indentação

Velocidade de indentação (m/s)	Pressão de contato média (kg/mm <sup>2</sup> )
0,01	117,85
0,1	121,75
0,2	122,09
0,35	124,58
0,65	127,79
1,2	131,52
2,2	134,57
4,2	138,28
7,8	145,00
14,5	151,78
27	158,91
50	169,92

Fonte: Autor.

Percebe-se um aumento de mais de 44% na pressão de contato média ao comparar o ensaio de maior velocidade com o ensaio quase-estático. Além disso, observa-se que o efeito da variação na pressão de contato média é mais intenso para velocidades maiores. Na Figura 15, os dados da Tabela 9 podem ser visualizados, onde os efeitos comentados podem ser novamente observados.

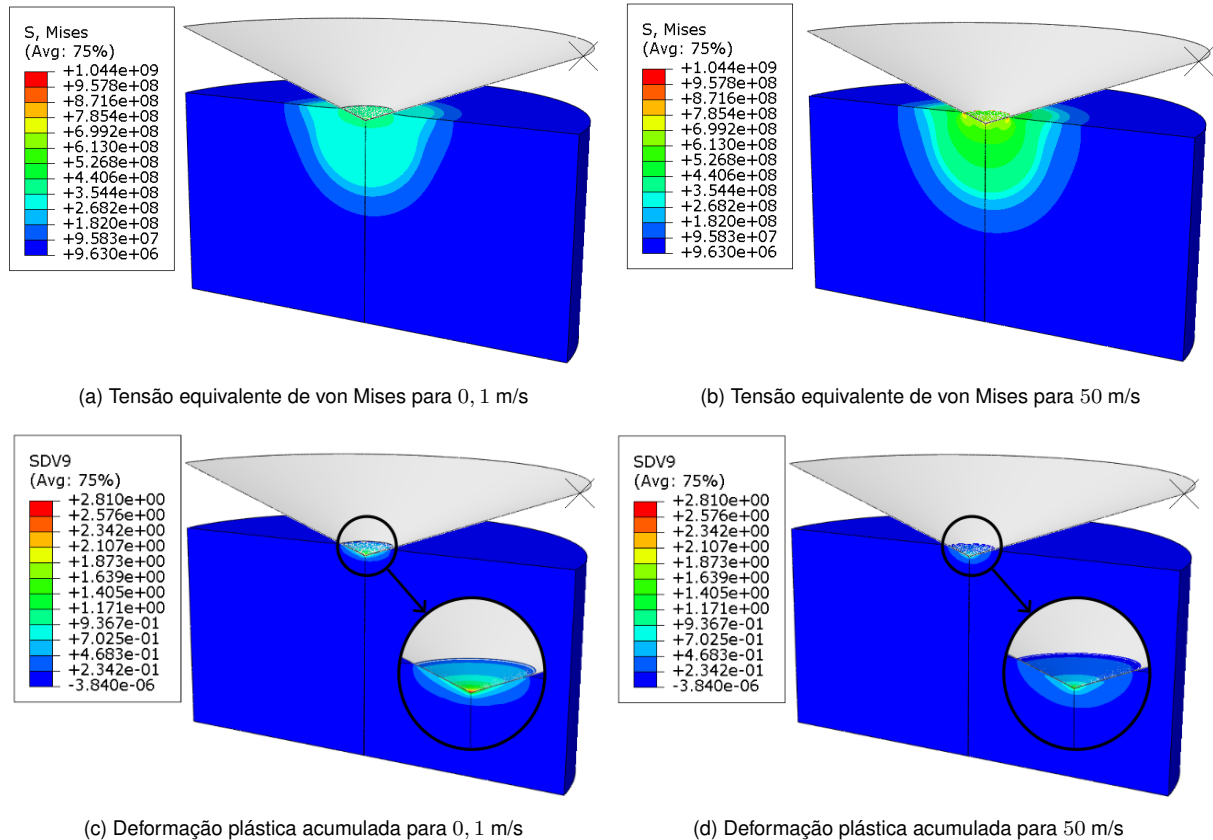
Figura 15 – Pressão de contato média vs. velocidade de indentação para corpo de prova homogêneo de cobre OFHC



Fonte: Autor.

Por fim, com objetivo de permitir uma melhor visualização das duas simulações, o campo tridimensional da tensão equivalente de von Mises e da deformação plástica acumulada obtidos no *software* Abaqus podem ser observados na Figura 16.

Figura 16 – Tensão equivalente de von Mises e deformação plástica acumulada para corpo de prova homogêneo de cobre OFHC com diferentes velocidades de indentação com  $h = 1$  mm



Fonte: Autor.

Com o aumento da velocidade, percebe-se um aumento nas tensões e diminuição nas deformações plásticas acumuladas. Esse comportamento está de acordo com o esperado, visto que um aumento na velocidade resulta em um aumento na tensão de fluxo (Equação (3.3)), resultando em um aumento na tensão equivalente (critério de escoamento). Esse aumento na tensão equivalente, por sua vez, resulta em um aumento na deformação elástica (lei de Hooke), reduzindo a deformação plástica acumulada.

#### 5.4 CORPO DE PROVA COM REVESTIMENTO ELÁSTICO

Após avaliar o efeito da velocidade de indentação para corpo de prova homogêneo, simulações para avaliar o efeito de um revestimento foram realizadas. Para uma análise inicial e mais simplificada, definiu-se um material puramente elástico para o revestimento.

Essa escolha também está de acordo com as aplicações, visto que para escudos de reentrada é muito comum a utilização de materiais cerâmicos, os quais apresentam um comportamento muito rígido e frágil (comportamento plástico pouco presente). Não foi definido um material específico, mas sim utilizado um material cerâmico genérico com propriedades mecânicas baseadas em materiais cerâmicos utilizados no setor espacial. Na Tabela 10, os parâmetros utilizados para o material do revestimento podem ser observados.

Tabela 10 – Parâmetros para o material cerâmico genérico

Parâmetro	Valor
Módulo de elasticidade ( $E$ )	350 GPa
Coefficiente de poisson ( $\nu$ )	0,22

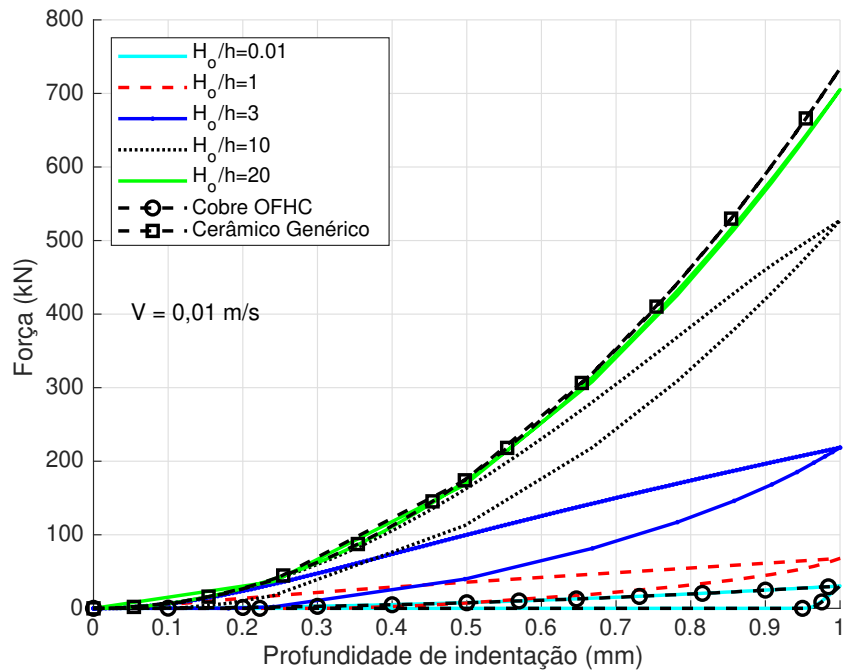
Fonte: Autor.

Para o substrato, novamente foi utilizado o cobre OFHC, cujos parâmetros podem ser observados na Tabela 2. As dimensões foram mantidas iguais às das simulações da seção 5.3, podendo ser observadas na Tabela 3. Para avaliar o efeito do revestimento, foram realizadas análises com  $H_o$  variando entre 10  $\mu\text{m}$  e 20 mm. Já para avaliar o efeito combinado do revestimento e da velocidade de indentação, foram realizadas análises com velocidades variando entre 0,1 m/s e 50 m/s.

#### 5.4.1 Efeito da espessura do revestimento

O principal objetivo dessa seção foi avaliar o efeito da variação da razão entre a espessura do revestimento e a profundidade de indentação, visando obter as espessuras limites onde o comportamento do corpo de prova se aproxima do comportamento de um corpo de prova homogêneo. Para essas análises, a velocidade utilizada foi de 0,01 m/s, visando simular um ensaio quase-estático. Na Figura 17, os resultados obtidos podem ser observados.

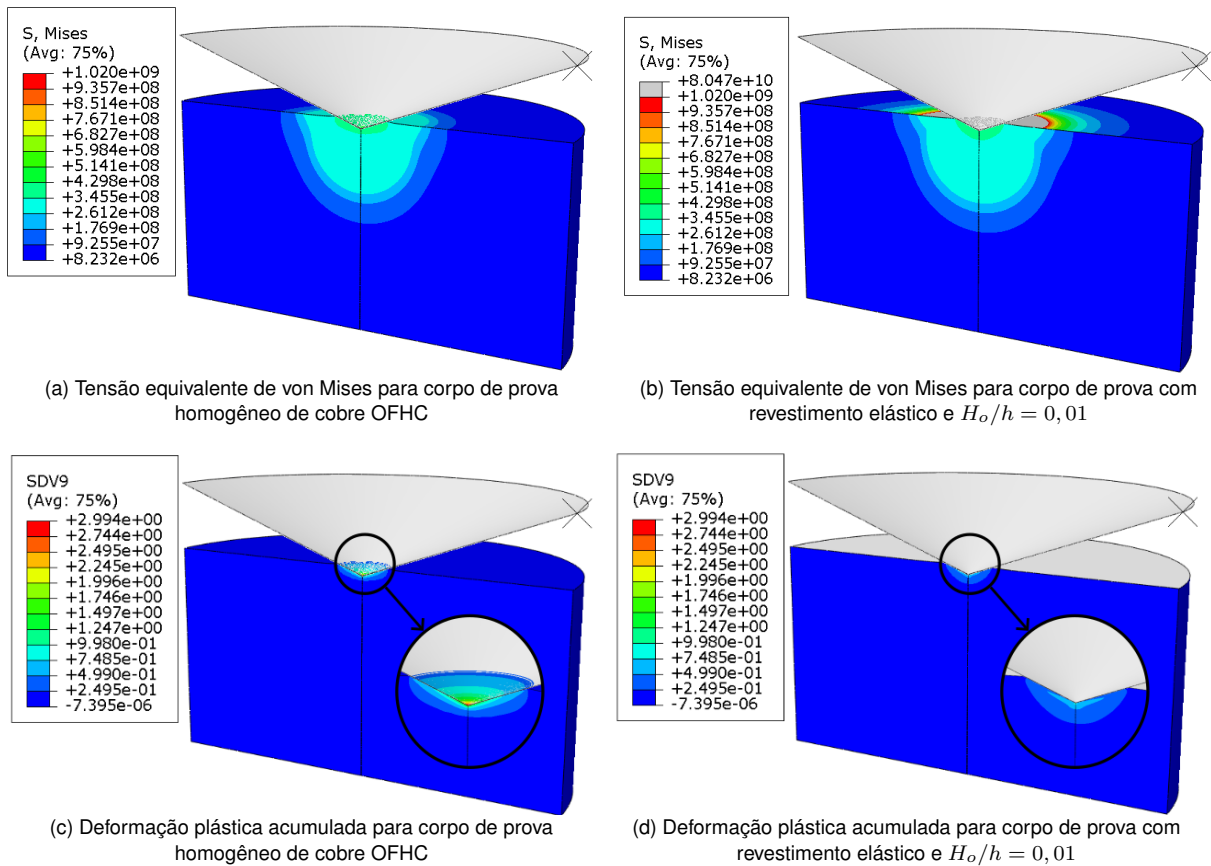
Figura 17 – Força vs. profundidade de indentação para corpo de prova com revestimento elástico para diferentes espessuras do revestimento



Fonte: Autor.

Foram, ainda, adicionados os resultados de simulações com corpo de prova homogêneo (cobre OFHC e cerâmico genérico), visando facilitar a identificação da espessura onde a resposta do corpo de prova com revestimento era aproximadamente a mesma do corpo de prova homogêneo. Percebe-se que para uma razão  $H_0/h$  de 0,01 ( $H_0$  igual a 0,01 mm), a resposta obtida foi aproximadamente igual a resposta obtida para um corpo de prova homogêneo composto por cobre OFHC. Para permitir uma melhor visualização, os campos tridimensionais da tensão equivalente de von Mises e da deformação plástica acumulada para essa simulação obtidos no *software* Abaqus podem ser observados na Figura 18.

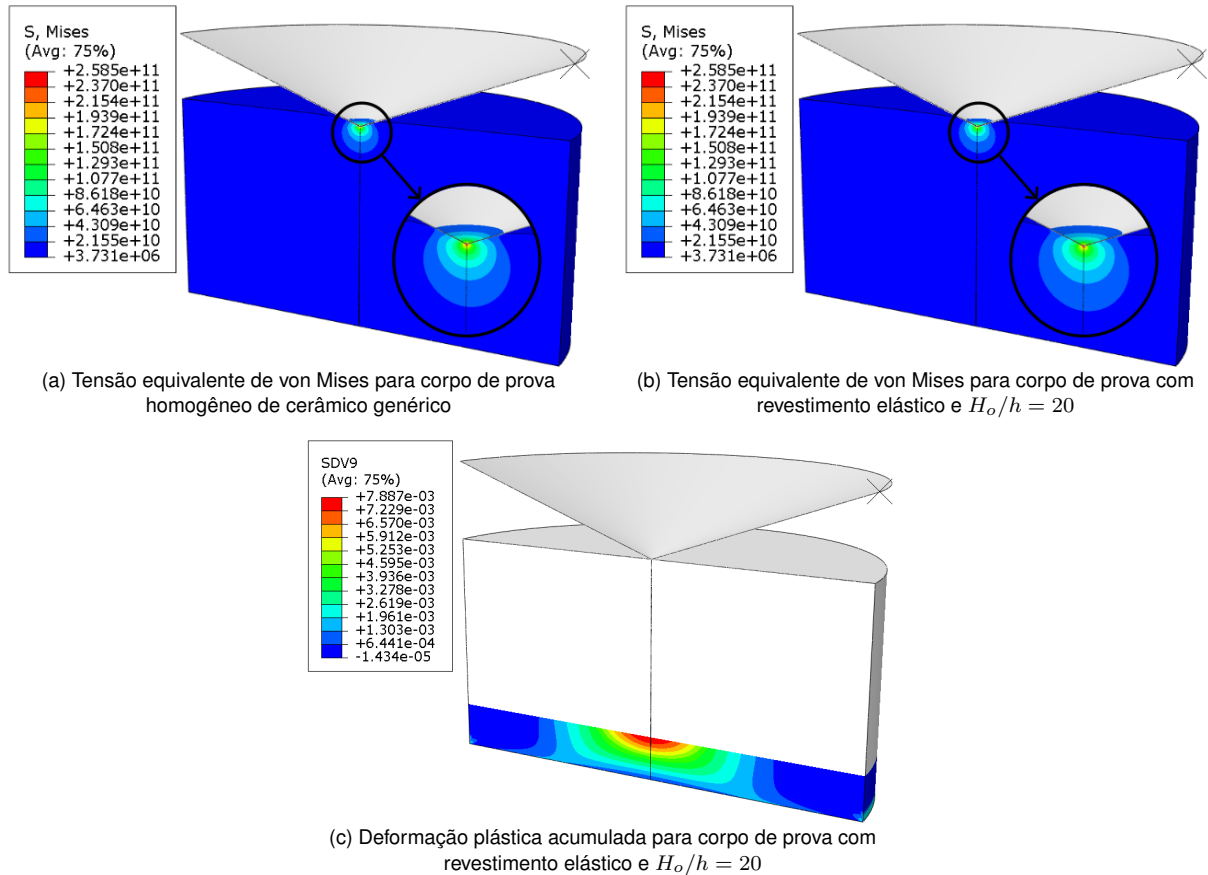
Figura 18 – Tensão equivalente de von Mises e deformação plástica acumulada para corpo de prova homogêneo de cobre OFHC e para corpo de prova com revestimento elástico com  $h = 1$  mm e  $H_o = 0,01$  mm



Fonte: Autor.

Nota-se que as respostas obtidas foram muito similares, sendo a principal diferença na deformação plástica acumulada, que foi maior para corpo de prova homogêneo de cobre OFHC. Para uma razão  $H_o/h$  de 20 ( $H_o$  igual a 20 mm), a resposta obtida foi aproximadamente igual a resposta obtida para um corpo de prova homogêneo composto pelo cerâmico genérico. Para permitir uma melhor visualização, os campos tridimensionais da tensão equivalente de von Mises e da deformação plástica acumulada obtidos no *software* Abaqus podem ser observados na Figura 19.

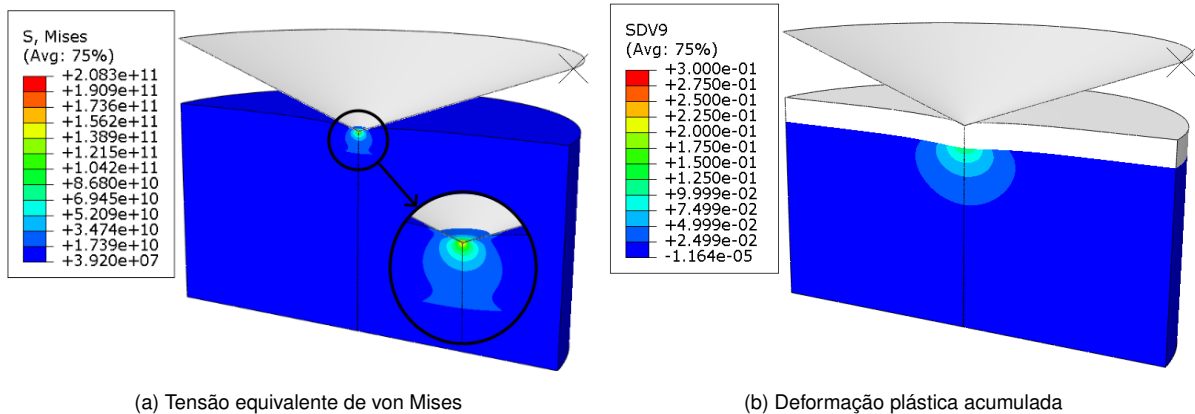
Figura 19 – Tensão equivalente de von Mises e deformação plástica acumulada para corpo de prova homogêneo de cerâmico genérico e para corpo de prova com revestimento elástico com  $h = 1 \text{ mm}$  e  $H_o = 20 \text{ mm}$



Fonte: Autor.

Novamente observou-se um comportamento muito similar entre as simulações. Não foi adicionado o campo de deformação plástica acumulada para o cerâmico genérico pelo fato de não haver desenvolvimento plástico (material puramente elástico), entretanto, os valores obtidos para o material revestido foram bastante baixos (na ordem de  $10^{-3}$ ), estando de acordo com o comportamento esperado. Para visualizar o comportamento de ambos os materiais, os campos tridimensionais da tensão equivalente de von Mises e da deformação plástica acumulada obtidos no *software* Abaqus para um valor intermediário ( $H_o$  igual a 3 mm) podem ser observados na Figura 20.

Figura 20 – Tensão equivalente de von Mises e deformação plástica acumulada para corpo de prova com revestimento elástico com  $h = 1$  mm e  $H_o = 3$  mm



Fonte: Autor.

Fica clara a descontinuidade no comportamento entre revestimento e substrato, podendo ser percebida tanto no campo de tensões como na deformação plástica acumulada. A partir dos dados de força vs. profundidade de indentação, a Equação (5.1) foi utilizada para obter a pressão de contato média em cada simulação. Na Tabela 11, os valores obtidos nas simulações, assim como os resultados para materiais homogêneos, podem ser observados.

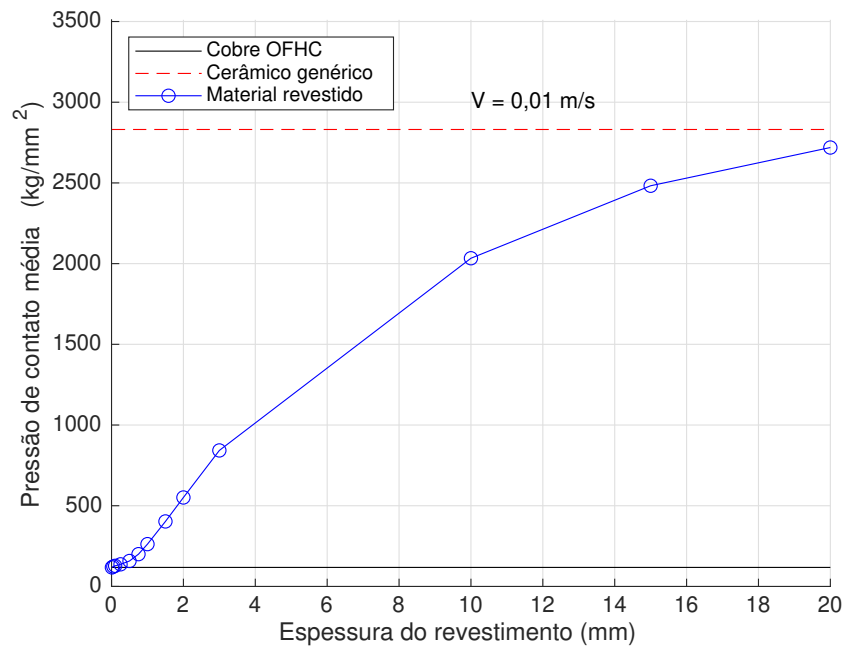
Tabela 11 – Pressão de contato média para diferentes espessuras do revestimento

Espessura do revestimento (mm)	Pressão de contato média (kg/mm <sup>2</sup> )
Homogêneo OFHC	117, 85
0, 01	117, 82
0, 05	123, 51
0, 10	127, 70
0, 25	136, 94
0, 50	157, 63
0, 75	199, 93
1, 00	262, 05
1, 50	402, 70
2, 00	551, 10
3, 00	842, 59
10, 00	2033, 32
15, 00	2482, 47
20, 00	2719, 29
Homogêneo cerâmico genérico	2831, 08

Fonte: Autor.

Nota-se que para  $H_o$  igual a 0,01 mm, o valor obtido para a pressão de contato média foi muito próximo do valor obtido para corpo de prova homogêneo de cobre OFHC. Já ao comparar o resultado para  $H_o$  igual a 20 mm com o resultado para corpo de prova homogêneo de cerâmico genérico percebeu-se uma maior diferença (4%), entretanto, ainda foi bastante próximo. Com o objetivo de facilitar a visualização dos resultados, os dados da Tabela 11 foram adicionados em um gráfico, que pode ser observado na Figura 21.

Figura 21 – Pressão de contato média vs. espessura do revestimento para corpo de prova com revestimento elástico



Fonte: Autor.

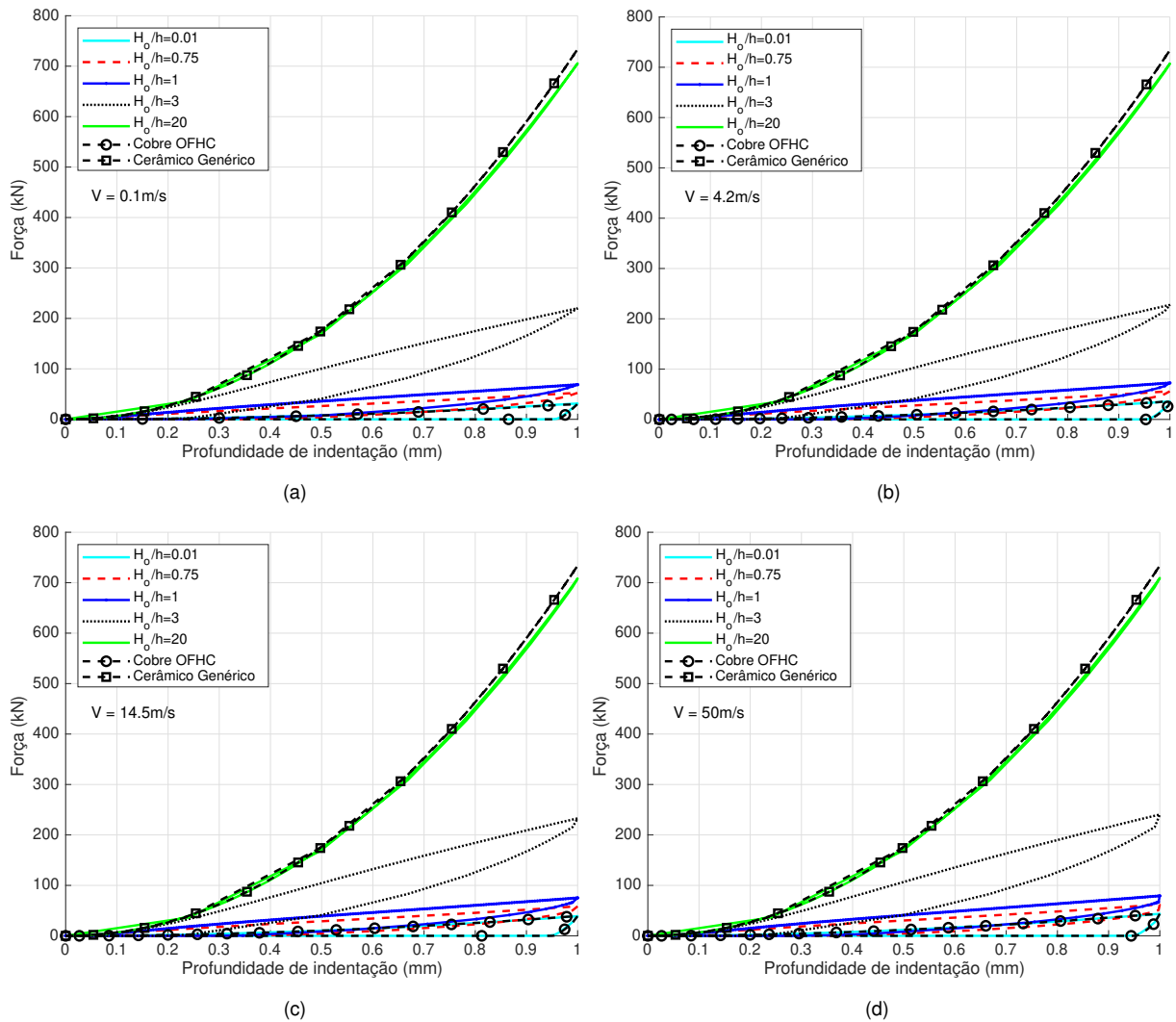
A partir da figura, fica claro que quanto menor a espessura do revestimento, mais próximos os resultados ficam da simulação com corpo de prova homogêneo de cobre OFHC. Por outro lado, quanto maior essa espessura, mais próximos os resultados ficam da simulação com corpo de prova homogêneo de cerâmico genérico.

#### 5.4.2 Efeito combinado da velocidade de indentação e da espessura do revestimento

Para avaliar o efeito combinado da variação da velocidade de indentação e da variação da razão  $H_o/h$ , as simulações da seção 5.4.1 foram reproduzidas para diferentes velocidades de indentação, variando entre 0,1 m/s e 50 m/s. Os resultados obtidos podem ser observados na Figura 22.



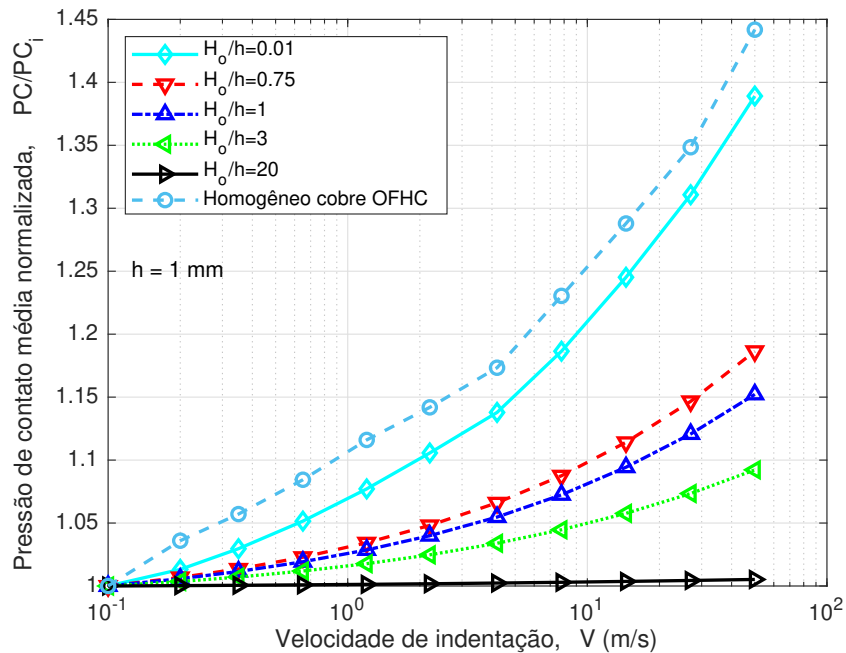
Figura 22 – Força vs. profundidade de indentação para diferentes velocidades de indentação para corpo de prova com revestimento elástico



Fonte: Autor.

Nota-se que o efeito da velocidade de indentação está presente, entretanto, o efeito da espessura do revestimento apresenta grande dominância nos resultados obtidos. Para identificar de forma mais clara o efeito, a curva da pressão de contato média normalizada vs. velocidade de indentação foi obtida, podendo ser observada na Figura 23.

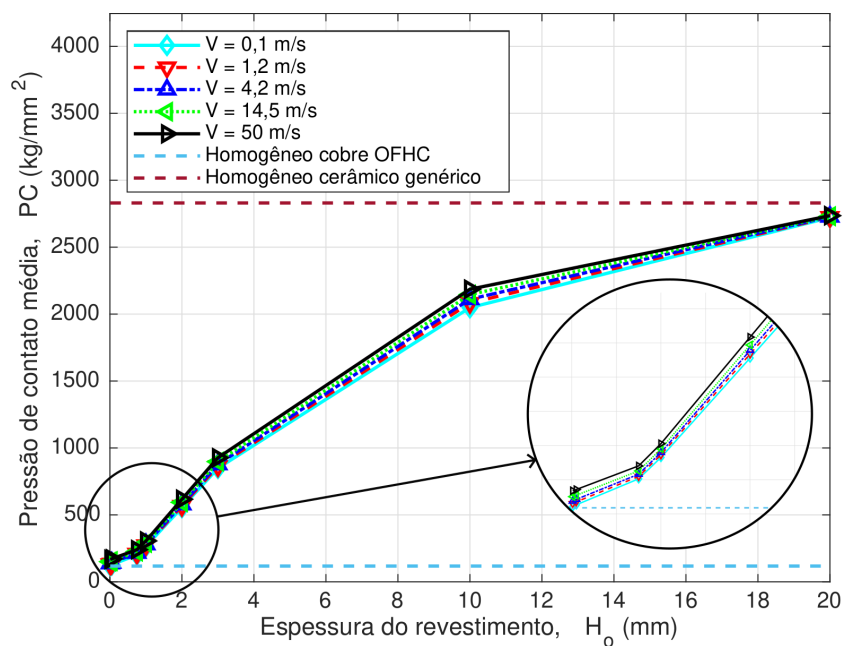
Figura 23 – Pressão de contato média normalizada vs. velocidade de indentação para corpo de prova com revestimento elástico



Fonte: Autor.

Observa-se que conforme  $H_o$  aumenta, o efeito da velocidade diminui. Esse comportamento é observado pelo fato do revestimento não ter dependência com a taxa. Também foram obtidas as curvas de pressão de contato média vs. espessura do revestimento, podendo ser observadas na Figura 24.

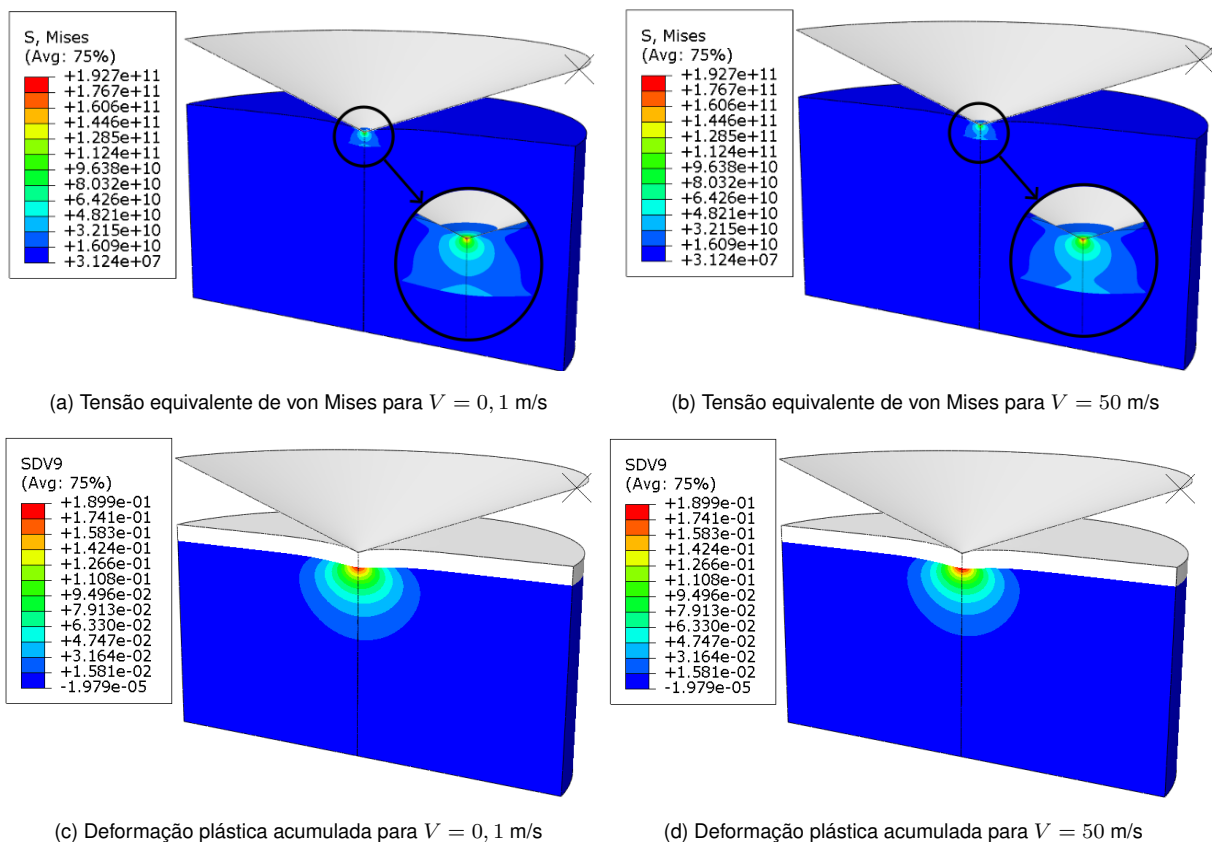
Figura 24 – Pressão de contato média vs. espessura do revestimento para corpo de prova com revestimento elástico



Fonte: Autor.

Nota-se que, assim como no ensaio quase-estático, quanto menor a espessura do revestimento, mais próximos os resultados ficam da simulação com corpo de prova homogêneo de cobre OFHC. Por outro lado, quanto maior essa espessura, mais próximos os resultados ficam da simulação com corpo de prova homogêneo de cerâmico genérico. Percebe-se, novamente, a dominância do efeito da espessura do revestimento na resposta obtida. Para visualizar o comportamento, os campos tridimensionais da tensão equivalente de von Mises e da deformação plástica acumulada obtidos no *software* Abaqus podem ser observados na Figura 25.

Figura 25 – Tensão equivalente de von Mises e deformação plástica acumulada para corpo de prova com revestimento elástico e com  $h = 1$  mm e  $H_o = 2$  mm para diferentes velocidade de indentação



Fonte: Autor.

Nota-se que um aumento na velocidade resultou em um aumento na tensão e em uma diminui o da deforma o plástica acumulada, entretanto, o efeito foi menor do que o observado nas análises com corpo de prova homogêneo. Novamente isso   esperado, visto que o revestimento não apresenta comportamento dependente da taxa. Por fim, a Equa o (5.1) foi utilizada para obter a pressão de contato média para os ensaios realizados. Os valores obtidos para parâmetros limites (máximas e mínimas espessuras do revestimento e velocidades de indenta o) podem ser observados na Tabela 12, enquanto demais valores são expostos na Tabela 17, do apêndice A.

Tabela 12 – Pressão de contato média para as simulações com revestimento puramente elástico para parâmetros limites

$H_o$ (mm)	$V$ (m/s)	Pressão de contato média (kg/mm <sup>2</sup> )
0,01	0,1	120,87
	50	167,90
20	0,1	2721,18
	50	2735,34

Fonte: Autor.

Mais uma vez ficou evidente a maior presença do efeito da variação da velocidade de indentação para menores espessuras do revestimento. Além disso, também ficou clara a dominância do efeito da espessura do revestimento no comportamento obtido.

## 5.5 CORPO DE PROVA COM REVESTIMENTO ELASTO-VISCOPLÁSTICO

Para uma segunda análise, definiu-se um revestimento elasto-viscoplástico. Essa escolha segue de acordo com as aplicações citadas, visto que para proteção contra detritos é muito comum a utilização de materiais metálicos, que costumam apresentar comportamento visco-plástico. Assim como no caso da seção 5.4, não foi definido um material específico, mas sim utilizado um material elasto-viscoplástico genérico. As propriedades do cobre OFHC (Tabela 2) foram utilizadas como base e foram realizadas as variações paramétricas mostradas na Tabela 13.

Tabela 13 – Variações paramétricas para as simulações com revestimento elasto-viscoplástico

Variações
$0,2 \leq E_c/E_s \leq 5$
$0,0005 \leq \sigma_c/E_s \leq 0,013$

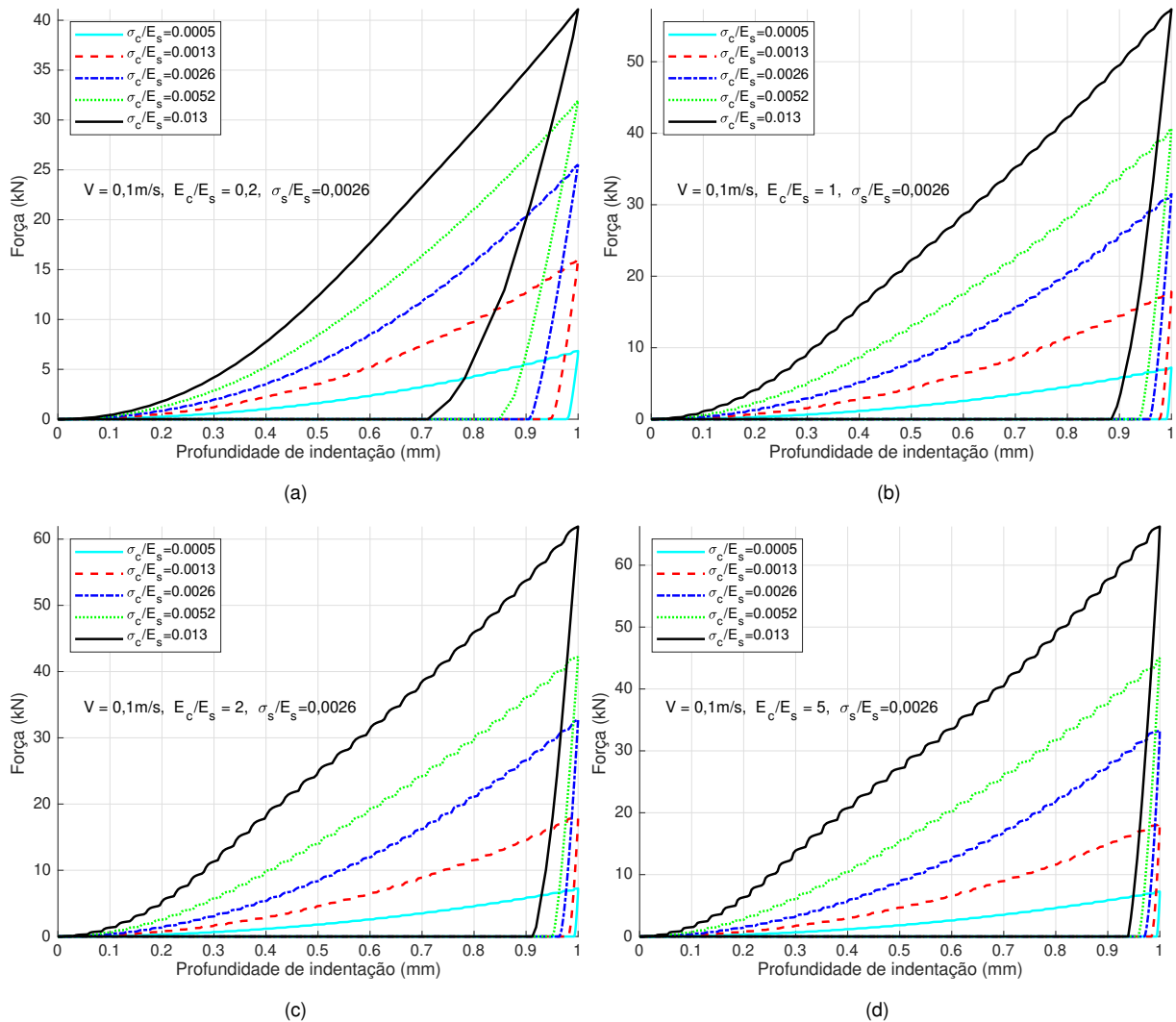
Fonte: Autor.

Assim como nas simulações com revestimento elástico, o cobre OFHC foi utilizado para o substrato, sem a realização de variações paramétricas. As dimensões foram mantidas iguais às das simulações da seção 5.3, podendo ser observadas na Tabela 3. A espessura do revestimento foi mantida constante e igual a 2,5 mm. Para avaliar o efeito combinado das variações paramétricas e da velocidade de indentação, foram realizadas análises com velocidades variando entre 0,1 m/s e 50 m/s.

### 5.5.1 Efeitos do módulo de elasticidade e tensão de escoamento do revestimento

O principal objetivo dessa seção é avaliar como as variações nas razões  $\sigma_c/E_s$  e  $E_c/E_s$  afetam a resposta do corpo de prova. Na Figura 26, as curvas de força vs. profundidade de indentação para alguns dos ensaios realizados podem ser observadas.

Figura 26 – Força vs. profundidade de indentação para diferentes combinações de módulo de elasticidade e tensão de escoamento do revestimento para corpo de prova com revestimento elasto-viscoplástico



Fonte: Autor.

Percebe-se, novamente, que um aumento em ambas as razões está relacionado a um aumento da força necessária para atingir uma mesma profundidade máxima de indentação. Para avaliar de forma mais precisa o efeito dessas variações, a Equação (5.1) foi utilizada para obter a pressão de contato média para os ensaios realizados. Os valores obtidos para parâmetros limites (máximos e mínimos módulos de elasticidade e tensões de escoamento) podem ser observados na Tabela 14, enquanto demais valores estão expostos na terceira coluna da Tabela 18, do apêndice A.

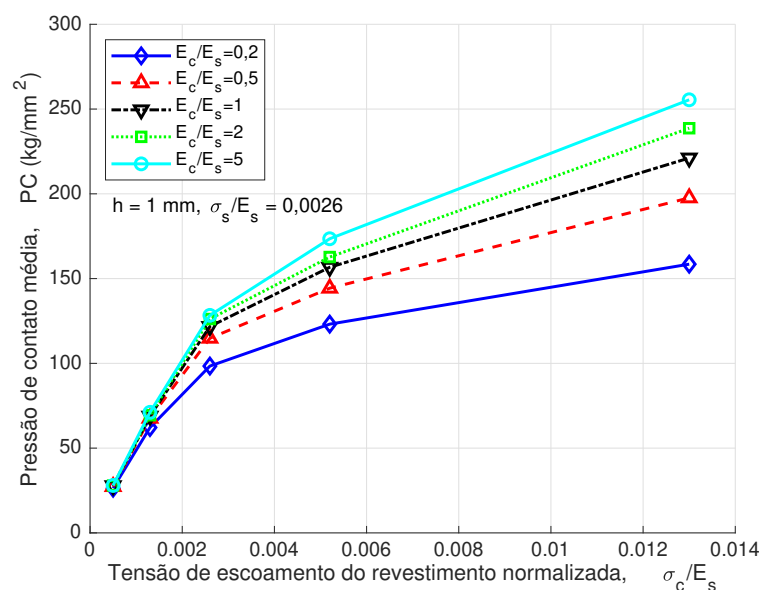
Tabela 14 – Pressão de contato média para as simulações quase-estáticas com corpo de prova com revestimento elasto-viscoplástico para parâmetros limites.

$E_c/E_s$	$\sigma_c/E_s$	Pressão de contato média (kg/mm <sup>2</sup> )
0,2	0,0005	26,3746
	0,013	158,5020
5	0,0005	27,9728
	0,013	255,4646

Fonte: Autor.

Assim como nas simulações de validação realizadas na seção 5.2, percebe-se uma correlação entre os efeitos. Para  $\sigma_c/E_s$  igual a 0,0005, um aumento de vinte e cinco vezes em  $E_c/E_s$  resultou em um acréscimo de apenas 6% na pressão de contato média, enquanto a mesma alteração para  $\sigma_c/E_s$  igual a 0,013 resultou em um aumento de 61%. O mesmo efeito acontece com variações de  $\sigma_c/E_s$ , onde um aumento de 25 vezes com  $E_c/E_s$  igual a 0,2 resultou em um acréscimo de 501% na pressão de contato média, enquanto a mesma variação para  $E_c/E_s$  igual a 5 resultou em um aumento de 813%. Além disso, percebe-se que as variações em  $\sigma_c/E_s$  possuem um maior efeito na pressão de contato média obtida. Para visualizar de forma gráfica esses resultados, os valores relacionados a velocidade de indentação igual a 0,1 da Tabela 18 foram utilizados para obter curvas de pressão de contato média vs. razão  $\sigma_c/E_s$  para diferentes razões  $E_c/E_s$ , as quais podem ser observadas na Figura 27.

Figura 27 – Pressão de contato média x razão entre  $\sigma_c$  e  $E_s$  para corpo de prova com revestimento elasto-viscoplástico

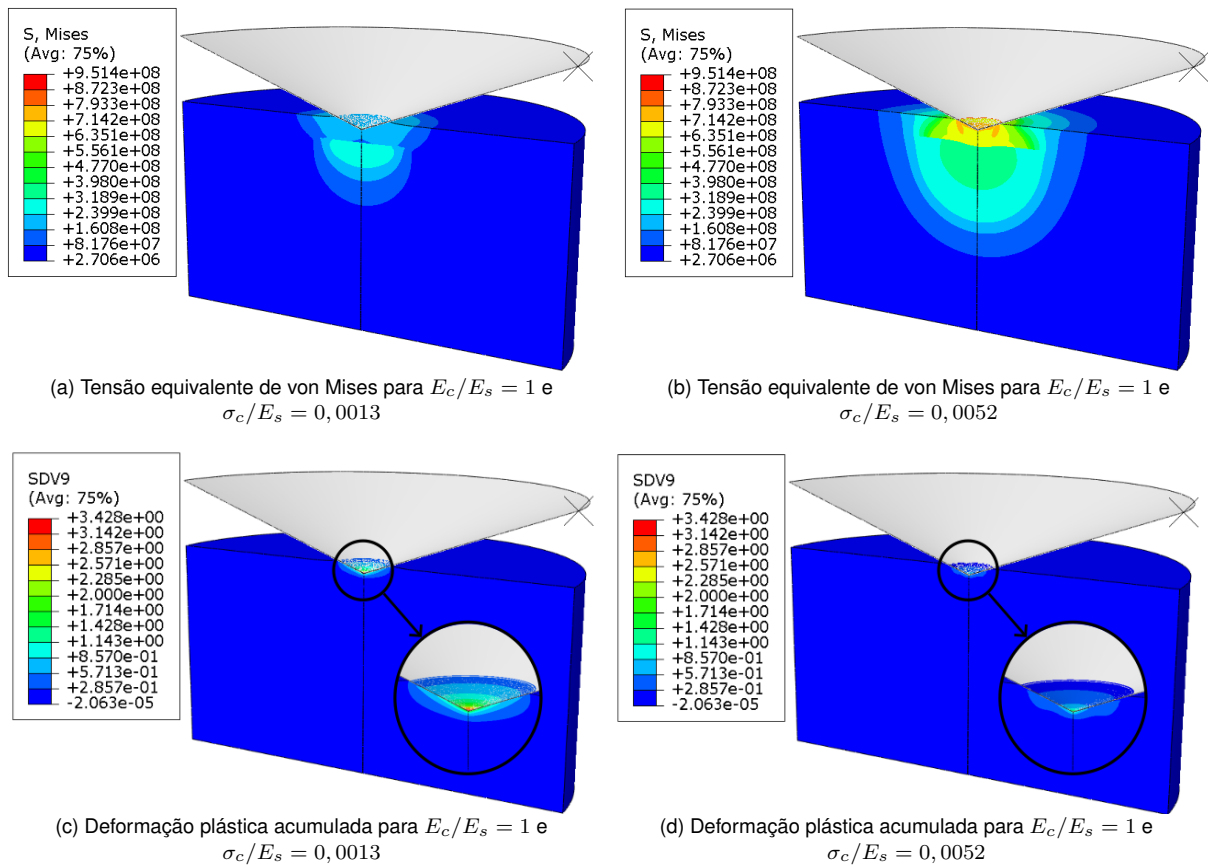


Fonte: Autor.

Os efeitos comentados anteriormente podem ser observados na figura, visto que é

perceptível o aumento da pressão de contato média com o aumento de ambas as razões, assim como a predominância do efeito de  $\sigma_c/E_s$  e a correlação entre os efeitos (nota-se que a variação da pressão de contato média é maior para determinada variação de uma das razões, quando a outra razão é maior). Por fim, com objetivo de permitir uma melhor visualização das simulações, os campos tridimensionais da tensão equivalente de von Mises e da deformação plástica acumulada foram obtidos no *software* Abaqus. Para uma variação em  $\sigma_c/E_s$ , os resultados podem ser observados na Figura 28.

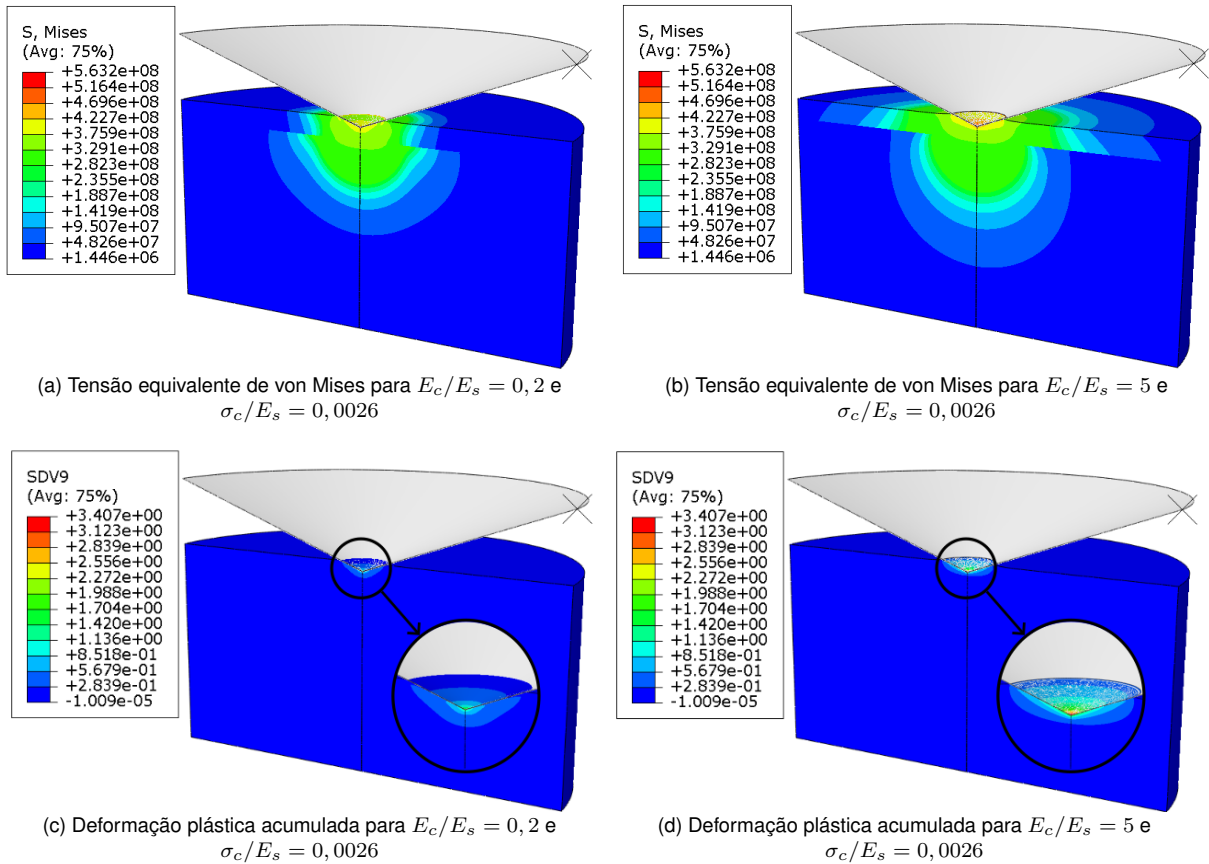
Figura 28 – Tensão equivalente de von Mises e deformação plástica acumulada para corpo de prova com revestimento elasto-viscoplástico para diferentes  $\sigma_c$  com  $h = 1$  mm e  $H_o = 2,5$  mm



Fonte: Autor.

Percebe-se que, com aumento em  $\sigma_c/E_s$ , houve um aumento expressivo na tensão e uma grande diminuição na deformação plástica acumulada, resultado similar ao obtido na seção 5.2, estando de acordo com o esperado (pelos mesmos motivos abordados na seção 5.2). Também foram obtidos resultados para uma variação em  $E_c/E_s$ , que podem ser visualizados na Figura 29.

Figura 29 – Tensão equivalente de von Mises e deformação plástica acumulada para corpo de prova com revestimento elasto-viscoplástico para diferentes  $E_c$  com  $h = 1$  mm e  $H_o = 2,5$  mm



Fonte: Autor.

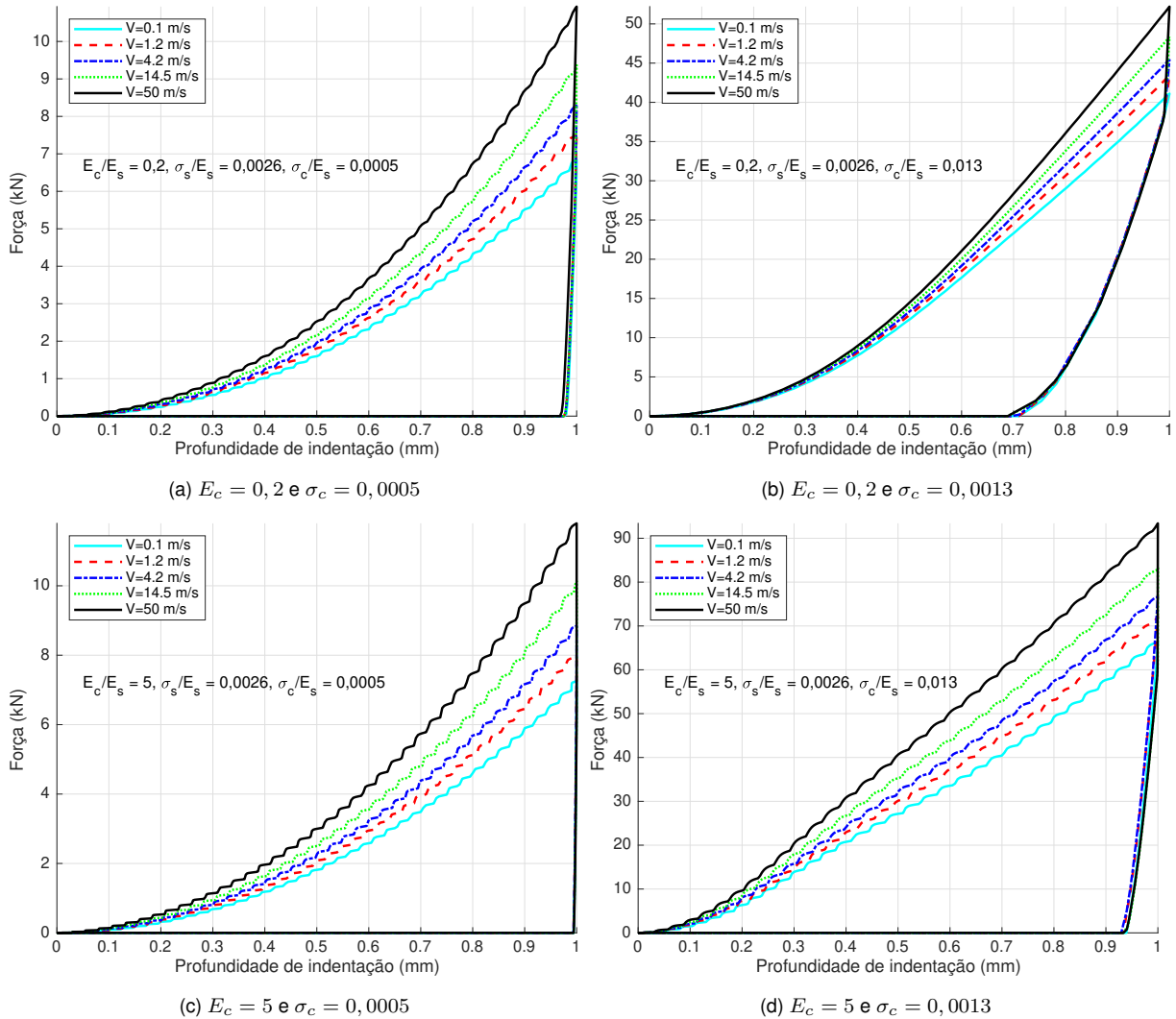
Para essas simulações, percebe-se que houve um aumento tanto na tensão, como na deformação plástica acumulada para um aumento em  $E_c/E_s$ . Novamente percebeu-se um comportamento similar ao obtido nas simulações da seção 5.2, também estando de acordo com o esperado.

### 5.5.2 Efeito combinado da velocidade de indentação e da tensão de escoamento e módulo de elasticidade do material

Para avaliar o efeito combinado da variação da velocidade de indentação e das variações em  $\sigma_c/E_s$  e  $E_c/E_s$ , as simulações da seção 5.5.1 foram reproduzidas para diferentes velocidades de indentação, variando entre 0,1 m/s e 50 m/s. Os resultados obtidos podem ser observados na Figura 30.



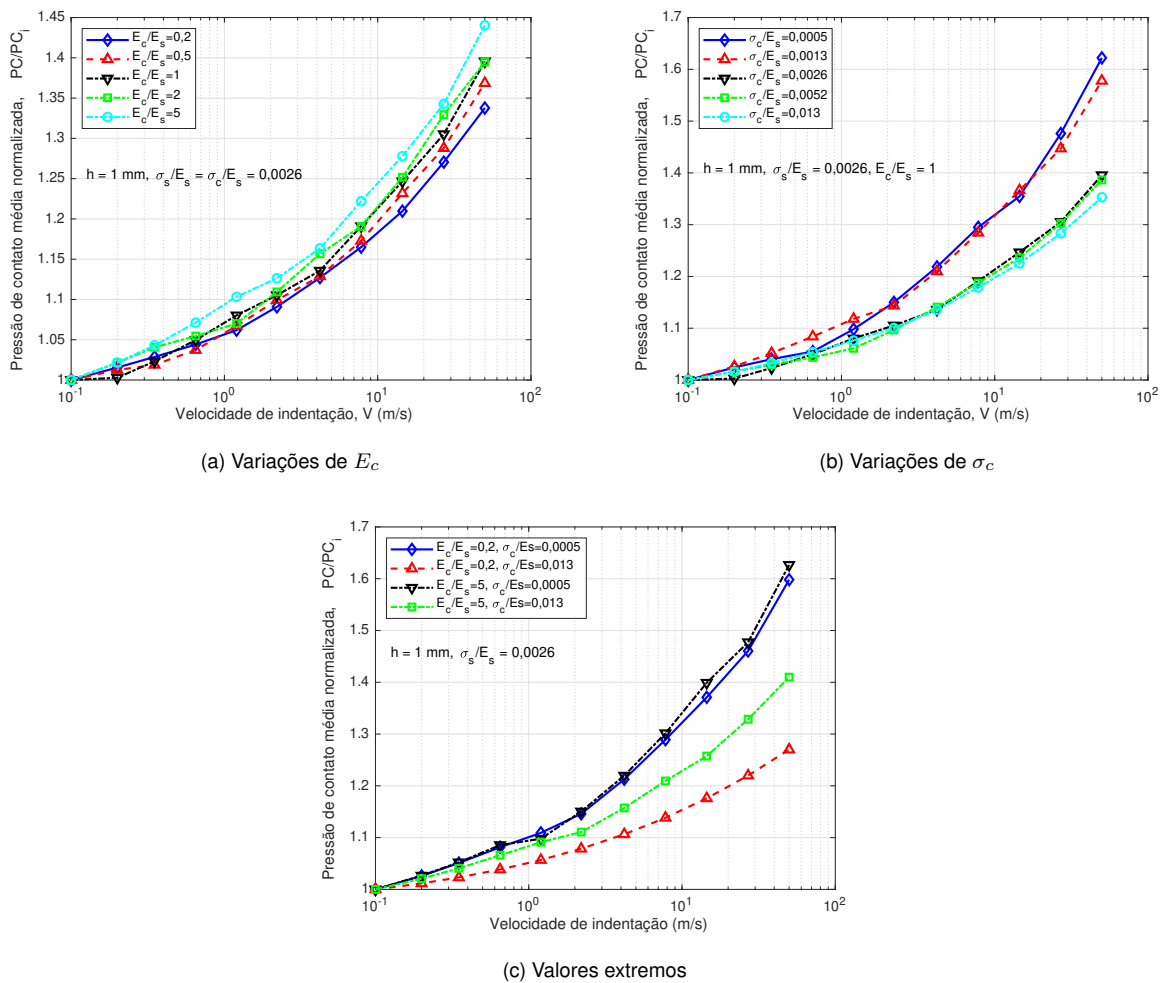
Figura 30 – Força vs. profundidade de indentação para diferentes velocidades de indentação para corpo de prova com revestimento elasto-viscoplástico



Fonte: Autor.

Percebe-se que um aumento na velocidade de indentação resulta em um aumento na força necessária para realizar uma mesma profundidade de indentação. Para uma avaliação mais clara desse efeito, a curva da pressão de contato média normalizada vs. velocidade de indentação foi obtida deixando diferentes parâmetros em evidência. Esses resultados podem ser observados na Figura 31.

Figura 31 – Pressão de contato média normalizada vs. velocidade de indentação para corpo de prova com revestimento elasto-viscoplástico



Fonte: Autor.

Observa-se que, para todos os casos, a pressão de contato média aumenta com o aumento da velocidade de indentação. Além disso, pela Figura 31(a), percebe-se que um aumento em  $E_c/E_s$  resulta em um aumento no efeito da velocidade de indentação. O comportamento observado está de acordo com o esperado, visto que um aumento no módulo de elasticidade do revestimento resulta em um aumento na tensão equivalente, aumentando a ocorrência de escoamento (consequentemente o efeito da velocidade estará presente com uma maior frequência).

Já pela Figura 31(b), observa-se que um aumento em  $\sigma_c/E_s$  resulta em uma diminuição do efeito da velocidade. Esse comportamento também está de acordo com o esperado, visto que uma maior tensão de escoamento resulta em um aumento na tensão de fluxo, reduzindo a ocorrência de escoamento (consequentemente o efeito da velocidade estará presente com uma menor frequência). Estes efeitos também podem ser confirmados na Figura 31(c), onde os casos extremos foram  $E_c/E_s = 0,2$  e  $\sigma_c/E_s = 0,013$  (mínimo efeito da velocidade de indentação) e  $E_c/E_s = 5$  e  $\sigma_c/E_s = 0,0005$  (máximo efeito da ve-

localidade de indentação). Os campos tridimensionais da tensão equivalente de von Mises e da deformação plástica acumulada para esses casos extremos foram avaliados, podendo ser visualizados nas Figuras 33 e 34 do apêndice B.

## 6 CONCLUSÃO

No presente trabalho, foi desenvolvido um modelo computacional para análise de ensaios de indentação de Vickers em materiais com revestimento elasto-viscoplásticos revestidos utilizando o *software* comercial Abaqus. O modelo foi criado em Python, com os dados de entrada (como dimensões, ângulo do indentador, propriedades do material, refinamento de malha, entre outros) deixados de forma paramétrica, visando facilitar a modificação do modelo para a realização de diferentes análises. Já para a implementação do modelo constitutivo para materiais elasto-viscoplásticos, foi desenvolvida uma sub-rotina de usuário em fortran 77. Com isso, simulações foram realizadas para validar e verificar o modelo, bem como avaliar a influência de mudanças nos materiais e na velocidade de indentação.

Inicialmente, a sub-rotina foi validada com base em dados experimentais existentes na literatura. Para isso, definiu-se um corpo de prova homogêneo, visando simular os ensaios realizados por Lu, Suresh e Ravichandran (2003). Nas análises, percebeu-se uma boa concordância dos dados obtidos pelo modelo com os dados experimentais, com as diferenças decorrentes do perfil de velocidade utilizado (considerou-se a velocidade constante ao longo de toda a indentação, o que não acontece no experimento). Durante a validação, observou-se a existência de uma correlação entre a força necessária para realizar determinada indentação e a velocidade aplicada no ensaio. Além disso, percebeu-se uma relação entre a velocidade aplicada e a tensão equivalente e deformação plástica acumulada observadas, onde um aumento na velocidade resulta em aumento na tensão e diminuição na deformação.

Na sequência, a adição de um revestimento foi verificada com base em dados numéricos disponibilizados por Gamonpilas e Busso (2004). Devido ao fato de a sub-rotina de usuário já ter sido validada, nas simulações de verificação foram utilizados modelos constitutivos existentes de forma padrão no Abaqus para os materiais. Mais uma vez foi observada concordância nos dados, levando a conclusão de que o modelo estava apresentando resultados adequados. Nas simulações, percebeu-se que um aumento no módulo de elasticidade e na tensão de escoamento resulta em uma elevação na força necessária para produzir determinada indentação. Além disso, observou-se uma relação entre os parâmetros, onde a variação de um parâmetro afetava o efeito da variação dos demais. Analisando variações no módulo de elasticidade do revestimento e na tensão de escoamento do substrato, percebeu-se que um aumento nessas variáveis resulta em um aumento na tensão equivalente e na deformação plástica acumulada. Já para variações na tensão de escoamento do revestimento, percebeu-se que um aumento resulta em maiores tensões equivalentes e menores deformações plásticas acumuladas.

Após a verificação e validação do modelo, foram realizadas simulações com o objetivo de avaliar o efeito de variações na velocidade de indentação e parâmetros do re-

vestimento (espessura, módulo de elasticidade e tensão de escoamento). Primeiramente, foi avaliado um corpo de prova homogêneo com comportamento elasto-viscoplástico com velocidades variando entre 0,1 m/s e 50 m/s. Constatou-se que um aumento na velocidade resulta em um aumento na força necessária para realizar determinada indentação, assim como em um aumento na tensão equivalente e diminuição na deformação plástica acumulada.

Na sequência, a complexidade das análises foi aumentada, adicionando um revestimento. Primeiramente, considerou-se um revestimento puramente elástico, visando simplificar as análises e simular um material cerâmico genérico (análogo aos cerâmicos utilizados em cápsulas de reentrada). Foram realizadas análises para avaliar o efeito da variação da espessura do revestimento, mantendo as propriedades mecânicas fixas. Verificou-se que quanto menor a espessura do revestimento, mais o corpo de prova se aproxima do comportamento do substrato. Quando  $H_o$  é igual a 0,01 mm, o comportamento é praticamente idêntico. Por outro lado, quanto maior a espessura, mais próximo do comportamento do revestimento, atingindo uma alta similaridade para  $H_o$  igual a 20 mm.

Após avaliar o efeito da variação da espessura do revestimento, as análises foram repetidas incluindo a variação da velocidade de indentação. Mais uma vez percebeu-se um aumento na força necessária para realizar determinada indentação conforme a velocidade aplicada aumentava, entretanto, para os valores utilizados, o efeito da espessura do revestimento foi dominante. Além disso, percebeu-se que quanto menor a espessura do revestimento, maior o efeito da velocidade de indentação, o que está de acordo com o esperado, visto que nesses ensaios considerou-se um revestimento independente da taxa.

Prosseguindo, foram realizadas simulações com revestimento elasto-viscoplástico (podendo ser comparado com os metais utilizados para proteção contra choque com detritos), aumentando a complexidade das análises e permitindo a avaliação do efeito de outras variações paramétricas. Foram avaliadas variações no módulo de elasticidade e na tensão de escoamento, onde observou-se que um aumento em ambas as variações está relacionado com um aumento na força obtida. Assim como na verificação, percebeu-se uma correlação entre uma variável e o efeito da variação da outra. Em relação a tensão equivalente e a deformação plástica acumulada, mais uma vez o efeito observado foi similar ao das simulações de verificação, onde a tensão equivalente aumenta com um aumento em ambas as variáveis, enquanto a deformação plástica acumulada aumenta com o módulo de elasticidade e diminui com a tensão de escoamento.

Por fim, para avaliar o efeito combinado da velocidade de indentação com as variações no revestimento, as simulações anteriores foram repetidas para diferentes valores de velocidade. Aqui, percebeu-se uma correlação entre o efeito da velocidade e das demais variações paramétricas, onde um aumento no módulo de elasticidade resultou em um aumento no efeito da velocidade, enquanto um aumento na tensão de escoamento resultou em uma diminuição desse efeito.

Para trabalhos futuros, sugere-se a realização de variações nos demais parâmetros dos materiais (como  $n$ ,  $\varepsilon_0$ ,  $m$ ,  $\dot{\varepsilon}_0$ ), visando aumentar a compreensão do comportamento do modelo constitutivo. Além disso, propõe-se incluir os efeitos da inércia e da temperatura, com o objetivo de aumentar a abrangência do modelo computacional. Por fim, indica-se a avaliação da formação de trincas (em especial para casos onde o revestimento aplicado seja mais duro que o substrato).

## REFERÊNCIAS

BASHUROV, V. V. et al. Experimental modelling and numerical simulation of high-and hypervelocity space debris impact to spacecraft shield protection. **International Journal of Impact Engineering**, Elsevier, v. 20, n. 1-5, p. 69–78, 1997.

BHATTACHARYA, A.; NIX, W. Finite element simulation of indentation experiments. **International Journal of Solids and Structures**, Elsevier, v. 24, n. 9, p. 881–891, 1988.

CHRISTIANSEN, E. L.; CREWS, J. L. Flexible multi-shock shield. 2005.

collectSPACE. 2010. Acesso em 19 de jan de 2022. Disponível em: <<http://www.collectspace.com/news/news-120310a.html>>.

DOWLING, N. E. **Mechanical Behavior of Materials: Engineering Methods for Deformation, Fracture, and Fatigue**. [S.l.]: Pearson, 2013. v. 4.

FRICK, W.; NIEDERSTRASSER, C. Small launch vehicles-a 2018 state of the industry survey. 2018.

GAMONPILAS, C.; BUSSO, E. P. On the effect of substrate properties on the indentation behaviour of coated systems. **Materials Science and Engineering: A**, Elsevier, v. 380, n. 1-2, p. 52–61, 2004.

HASSANI, M. et al. Material hardness at strain rates beyond  $10^6$  s<sup>-1</sup> via high velocity microparticle impact indentation. **Scripta Materialia**, Elsevier, v. 177, p. 198–202, 2020.

JOHNSON, K. The correlation of indentation experiments. **Journal of the Mechanics and Physics of Solids**, Elsevier, v. 18, n. 2, p. 115–126, 1970.

LU, J.; SURESH, S.; RAVICHANDRAN, G. Dynamic indentation for determining the strain rate sensitivity of metals. **Journal of the Mechanics and Physics of Solids**, Elsevier, v. 51, n. 11-12, p. 1923–1938, 2003.

MARTÍNEZ-PAÑEDA, E.; FUENTES-ALONSO, S.; BETEGÓN, C. Gradient-enhanced statistical analysis of cleavage fracture. **European Journal of Mechanics-A/Solids**, Elsevier, v. 77, p. 103785, 2019.

MOK, C.; DUFFY, J. The behavior of metals at elevated temperatures under impact with a bouncing ball. **International Journal of Mechanical Sciences**, Elsevier, v. 6, n. 2, p. 161–175, 1964.

MOK, C.; DUFFY, J. The dynamic stress-strain relation of metals as determined from impact tests with a hard ball. **International Journal of Mechanical Sciences**, v. 7, n. 5, p. 355–371, 1965. ISSN 0020-7403. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0020740365900640>>.

NASA. **Photo Gallery**. 2019. Acesso em 19 de jan de 2022. Disponível em: <<https://orbitaldebris.jsc.nasa.gov/photo-gallery/>>.

NETO, E. A. de S.; PERIC, D.; OWEN, D. R. **Computational methods for plasticity: theory and applications**. [S.l.]: John Wiley & Sons, 2011.

SCHUSTER, B. L. Análise numérica da indentação de materiais elastoplásticos. Brasil, 2022.

SIMO, J. C.; TAYLOR, R. L. Consistent tangent operators for rate-independent elastoplasticity. **Computer methods in applied mechanics and engineering**, Elsevier, v. 48, n. 1, p. 101–118, 1985.

SpaceX. 2019. Acesso em 19 de jan de 2023. Disponível em: <<https://www.marssociety.ca/2021/06/24/rocket-physics-the-hard-way-re-entry-and-hypersonic-flight/>>.

SUBHASH, G.; KOEPEL, B.; CHANDRA, A. Dynamic indentation hardness and rate sensitivity in metals. 1999.

SUNDARARAJAN, G.; TIRUPATAIAH, Y. The localization of plastic flow under dynamic indentation conditions: I. experimental results. **Acta materialia**, Elsevier, v. 54, n. 3, p. 565–575, 2006.

SUNDARARAJAN, G.; TIRUPATAIAH, Y. The localization of plastic flow under dynamic indentation conditions: II. analysis of results. **Acta materialia**, Elsevier, v. 54, n. 3, p. 577–586, 2006.

TIRUPATAIAH, Y.; SUNDARARAJAN, G. A dynamic indentation technique for the characterization of the high strain rate plastic flow behaviour of ductile metals and alloys. **Journal of the Mechanics and Physics of Solids**, v. 39, n. 2, p. 243–271, 1991. ISSN 0022-5096. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0022509691900059>>.

WHIPPLE, F. L. Meteorites and space travel. **The Astronomical Journal**, v. 52, p. 131, 1947.



## APÊNDICE A – TABELAS COMPLETAS DE PRESSÃO DE CONTATO MÉDIA

Nesta seção, os valores obtidos para a pressão de contato média em cada simulação podem ser observados. Na Tabela 15, os resultados obtidos para as simulações elásticas-perfeitamente plásticas estão expostos.

Tabela 15 – Pressão de contato média para as simulações elásticas-perfeitamente plásticas

$E_c/E_s$	$\sigma_c/E_s$	Pressão de contato média (kg/mm <sup>2</sup> )
0,1	0,001	5,8363
	0,005	14,0899
	0,01	18,2562
	0,03	20,5683
	0,05	20,5889
	0,1	20,5889
	1	0,001
0,005		23,7619
0,01		32,5426
0,03		56,2352
0,05		68,5159
0,1		77,2840
2		0,001
	0,005	27,4652
	0,01	36,6134
	0,03	62,5874
	0,05	81,1621
	0,1	106,7321
	5	0,001
0,005		28,7073
0,01		38,0243
0,03		73,6002
0,05		97,9425
0,1		140,1452

Fonte: Autor.

Já na Tabela 16, os resultados obtidos para as simulações com endurecimento podem ser observados.

Tabela 16 – Pressão de contato média para as simulações com endurecimento

$E_c/E_s$	$\sigma_s/E_s$	Pressão de contato média (kg/mm <sup>2</sup> )
0,1	0,001	14,3251
	0,005	19,5501
	0,01	19,6923
	0,03	19,6923
	0,05	19,6923
	0,1	19,6923
	1	0,001
0,005		41,3424
0,01		47,5736
0,03		48,7836
0,05		48,7836
0,1		48,7836
2		0,001
	0,005	44,0745
	0,01	53,7611
	0,03	58,5161
	0,05	58,5161
	0,1	58,5161
	5	0,001
0,005		46,3554
0,01		59,8076
0,03		60,9829
0,05		60,9829
0,1		60,9829

Fonte: Autor.

Na Tabela 17, os resultados obtidos para as simulações revestimento puramente elástico para diferentes valores de velocidade de indentação podem ser analisados.

Tabela 17 – Pressão de contato média ( $\text{kg}/\text{mm}^2$ ) para as simulações com revestimento elástico

	$H_o$ (mm)							
	0,01	0,05	0,75	1,00	2,00	3,00	10,00	20,00
0,10	120,87	126,64	202,75	265,18	555,85	848,76	2048,43	2721,18
0,20	122,46	128,44	204,13	266,71	558,20	851,78	2055,65	2721,98
0,35	124,45	130,21	205,50	268,23	560,53	854,80	2062,72	2722,72
0,65	127,10	132,56	207,39	270,28	563,67	858,87	2072,05	2723,68
1,20	130,19	135,35	209,72	272,77	567,50	863,81	2083,03	2724,78
2,20	133,64	138,59	212,51	275,77	572,14	869,77	2095,74	2726,02
4,20	137,53	142,61	216,15	279,69	578,20	877,56	2111,32	2727,56
7,80	143,40	148,06	220,51	284,38	585,32	886,67	2128,01	2729,22
14,50	150,50	154,57	225,89	290,19	593,98	897,74	2146,15	2731,08
27,00	158,42	162,18	232,48	297,19	604,51	911,12	2165,53	2733,14
50,00	167,90	171,40	240,55	305,53	617,06	927,05	2185,81	2735,33

Fonte: Autor.

Na Tabela 18, os resultados obtidos para as simulações com revestimento elasto-viscoplástico para diferentes valores de velocidade e módulo de elasticidade e tensão de escoamento do revestimento podem ser observados.

Tabela 18 – Pressão de contato média (kg/mm<sup>2</sup>) para as simulações com revestimento elasto-viscoplástico

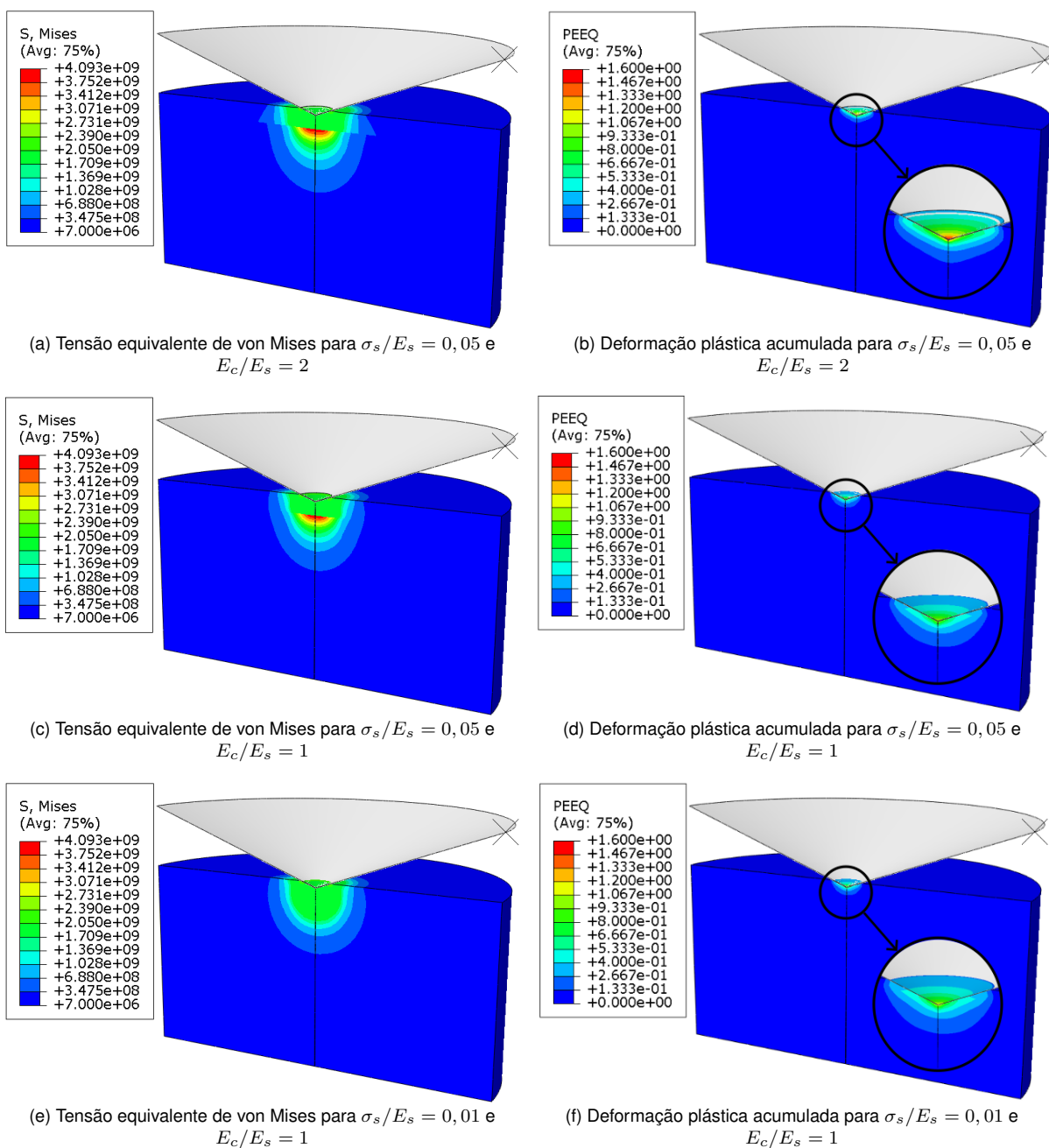
$E_c/E_s$	$\sigma_c/E_s$	$V$ (m/s)							
		0,10	0,35	0,65	2,20	4,20	14,50	27,00	50,00
0,2	0,0005	26,37	27,06	27,72	28,52	29,26	30,22	31,99	34,00
	0,0013	62,16	62,86	63,94	65,92	68,19	70,62	73,16	76,93
	0,0026	98,40	99,93	101,22	102,74	104,49	107,34	110,91	114,64
	0,0052	123,14	124,78	126,38	128,48	130,99	133,98	138,17	142,99
	0,013	158,50	160,35	162,17	164,60	167,50	170,95	175,37	180,42
0,5	0,0005	27,30	27,51	28,24	29,20	30,38	31,80	33,54	34,84
	0,0013	67,61	68,79	69,45	71,37	74,13	77,38	81,07	84,18
	0,0026	114,82	116,25	116,98	119,10	122,53	126,20	129,61	134,66
	0,0052	144,34	146,85	149,20	152,17	155,46	159,10	164,12	171,01
	0,013	197,62	200,52	203,23	206,65	210,62	215,25	221,35	228,82
1	0,0005	27,83	28,51	28,95	29,37	30,56	32,01	33,92	36,04
	0,0013	68,86	70,67	72,44	74,64	76,99	78,75	83,31	88,45
	0,0026	121,75	122,09	124,58	127,79	131,52	134,57	138,28	145,00
	0,0052	156,68	159,22	161,30	163,52	166,27	171,82	178,75	186,05
	0,013	221,12	224,64	228,36	233,00	237,97	243,34	251,09	260,60
2	0,0005	27,92	28,64	29,22	29,80	30,65	32,11	34,04	36,30
	0,0013	69,39	71,21	73,04	75,45	78,39	81,57	84,03	89,46
	0,0026	126,15	128,85	131,28	133,04	135,00	139,95	145,92	150,22
	0,0052	162,71	165,78	168,79	172,81	177,52	182,68	187,90	194,62
	0,013	238,69	243,37	247,82	253,44	259,26	264,66	274,33	285,70
5	0,0005	27,97	28,72	29,43	30,36	30,71	32,18	34,12	36,41
	0,0013	71,12	71,53	73,38	75,88	78,89	82,55	86,67	90,00
	0,0026	128,30	131,09	133,82	137,44	141,56	144,51	149,27	156,79
	0,0052	173,50	176,08	178,35	179,04	183,44	189,59	197,50	206,12
	0,013	255,46	260,73	265,87	272,33	278,75	283,74	295,67	308,96

Fonte: Autor.

## APÊNDICE B – CAMPOS TRIDIMENSIONAIS DA TENSÃO EQUIVALENTE DE VON MISES E DA DEFORMAÇÃO PLÁSTICA ACUMULADA

Os campos tridimensionais da tensão equivalente de von Mises e da deformação plástica acumulada para algumas simulações de verificação com endurecimento podem ser observados na Figura 32.

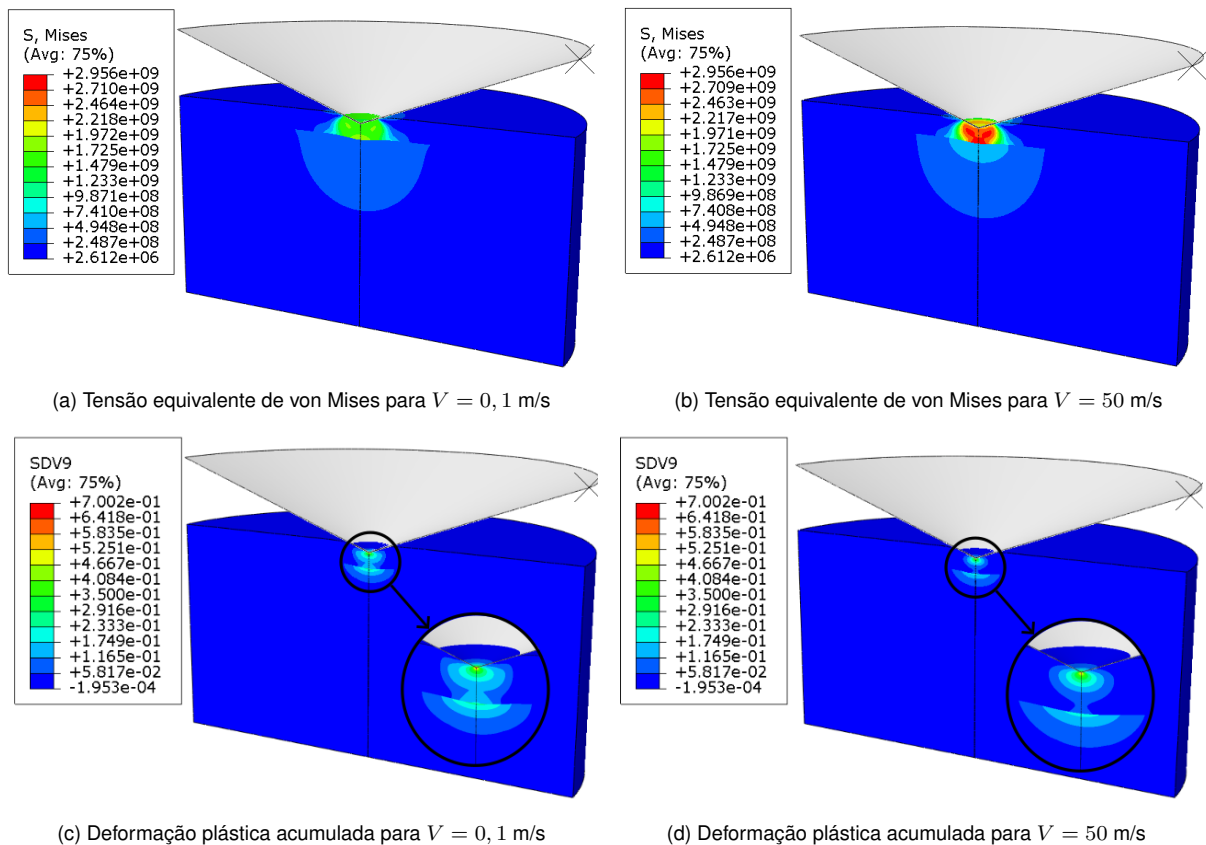
Figura 32 – Tensão equivalente de von Mises e deformação plástica acumulada para as simulações com endurecimento  $h = 30 \mu\text{m}$  e  $H_o = 0,1 \text{ mm}$



Fonte: Autor.

Tanto para aumento no módulo de elasticidade do revestimento, quanto para aumento na tensão de escoamento do substrato, houve aumento na tensão equivalente e na deformação plástica acumulada. Os resultados para a simulação com revestimento elasto-viscoplástico com menor efeito da velocidade de indentação podem ser observados na Figura 33.

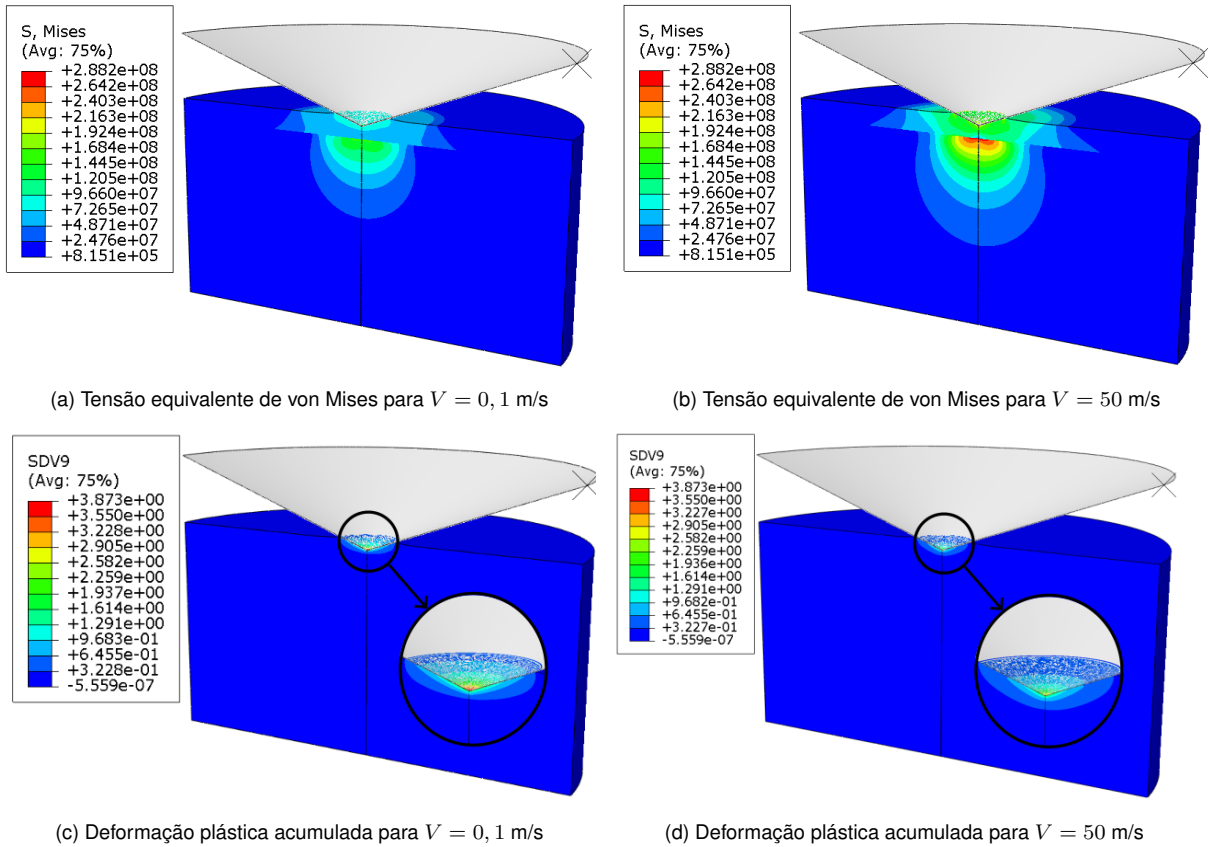
Figura 33 – Tensão equivalente de von Mises e deformação plástica acumulada para corpo de prova com revestimento elasto-viscoplástico para  $E_c/E_s = 0,2$  e  $\sigma_c/E_s = 0,013$  com diferentes velocidades de indentação com  $h = 1$  mm e  $H_o = 2,5$  mm



Fonte: Autor.

Percebe-se que um aumento na velocidade resultou em um aumento na tensão e diminuição de deformação plástica acumulada. Já o caso de maior efeito da velocidade pode ser observado na Figura 34.

Figura 34 – Tensão equivalente de von Mises e deformação plástica acumulada para corpo de prova com revestimento elasto-viscoplástico para  $\sigma_c/E_s = 0,0005$  com diferentes velocidades de indentação com  $h = 1 \text{ mm}$  e  $H_o = 2,5 \text{ mm}$



Fonte: Autor.

Observou-se novamente que o aumento da velocidade causou um aumento na tensão e uma redução na deformação plástica acumulada. Ao comparar as variações na simulação de maior efeito da velocidade com a simulação de menor efeito, verificou-se uma mudança significativamente maior.