

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA MARIA
CENTRO DE CIÊNCIAS SOCIAIS E HUMANAS
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ADMINISTRAÇÃO
MESTRADO EM ADMINISTRAÇÃO

Antonio Marcos Bezerra

**COMMODITIES AGRÍCOLAS: ANÁLISE MULTIFRACTAL DO MERCADO
BRASILEIRO**

Santa Maria, RS
2023

Antonio Marcos Bezerra

**COMMODITIES AGRÍCOLAS: ANÁLISE MULTIFRACTAL DO MERCADO
BRASILEIRO**

Dissertação de mestrado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Administração, da Universidade Federal de Santa Maria (RS), como requisito parcial para obtenção do título de **Mestre em Administração**.

Orientador: Prof. Dr. Paulo Sérgio Ceretta

Santa Maria, RS
2023

Bezerra, Antonio Marcos
COMMODITIES AGRÍCOLAS: ANÁLISE MULTIFRACTAL DO
MERCADO BRASILEIRO / Antonio Marcos Bezerra.- 2023.
61 p.; 30 cm

Orientador: Paulo Sergio Ceretta
Dissertação (mestrado) - Universidade Federal de Santa
Maria, Centro de Ciências Sociais e Humanas, Programa de
Pós-Graduação em Administração, RS, 2023

1. Commodities agrícolas 2. Processo multifractal I. ,
Paulo Sergio Ceretta II. Título.

Sistema de geração automática de ficha catalográfica da UFSM. Dados fornecidos pelo autor(a). Sob supervisão da Direção da Divisão de Processos Técnicos da Biblioteca Central. Bibliotecária responsável Paula Schoenfeldt Patta CRB 10/1728.

Declaro, ANTONIO MARCOS BEZERRA, para os devidos fins e sob as penas da lei, que a pesquisa constante neste trabalho de conclusão de curso (Dissertação) foi por mim elaborada e que as informações necessárias objeto de consulta em literatura e outras fontes estão devidamente referenciadas. Declaro, ainda, que este trabalho ou parte dele não foi apresentado anteriormente para obtenção de qualquer outro grau acadêmico, estando ciente de que a inveracidade da presente declaração poderá resultar na anulação da titulação pela Universidade, entre outras consequências legais.

Antonio Marcos Bezerra

**COMMODITIES AGRÍCOLAS: ANÁLISE MULTIFRACTAL DO MERCADO
BRASILEIRO**

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Administração, da Universidade Federal de Santa Maria (RS), como requisito parcial para obtenção do grau de **Mestre em Administração**.

Aprovado em 31 de março de 2023:

Paulo Sergio Ceretta, Dr. (UFSM)
(Presidente/Orientador)

Luis Felipe Dias Lopes, Dr. (UFSM)

Bruno Milani, Dr. (IFFar)

Santa Maria, RS
2023

AGRADECIMENTOS

A Deus, O Eu Sou, o qual me dá força, coragem, proteção, amor e esperança para continuar caminhando e progredindo como ser humano.

A minha família, que por seu companheirismo, paciência e ajuda, sempre me motivaram a continuar e concluir com êxito essa batalha.

A todo corpo Docente do Programa de Pós-Graduação em Administração da Universidade Federal de Santa Maria - UFSM.

Aos funcionários da Coordenação, da Secretaria Integrada de Pós-Graduação do Centro de Ciências Sociais e Humanas e do Departamento de Ciências Administrativas, que sempre me ajudaram quando precisei.

Ao meu orientador Prof. Dr. Paulo Sergio Ceretta que me incentivou, direcionou, orientou e assistiu durante todo este trabalho.

Aos membros da Banca examinadora, os professores Dr. Luis Felipe Dias Lopes e Dr. Bruno Milani, pelos comentários, apontamentos e sugestões muito valorosos para o resultado final desta dissertação.

A todos os amigos e colegas que, de alguma forma, me ajudaram no processo de elaboração deste trabalho.

RESUMO

COMMODITIES AGRÍCOLAS: ANÁLISE MULTIFRACTAL DO MERCADO BRASILEIRO

AUTOR: Antonio Marcos Bezerra

ORIENTADOR: Paulo Sergio Ceretta

A valorização do dólar frente ao real tem encarecido os itens de consumo e pressionado a inflação no Brasil, já que desde alimentos a combustíveis e passagens aéreas, quase tudo sofre influência da taxa de câmbio. Nesse sentido, faz-se necessário que pesquisadores, analistas e formuladores de políticas públicas possam conhecer o comportamento dos preços das *commodities* agrícolas – inclusive quanto às características multifractais – para poderem aplicar modelos mais adequados para realizarem previsões e subsidiar as tomadas de decisões. Diante disso, a presente dissertação teve por objetivo analisar se os preços das *commodities* agrícolas boi, café, milho, trigo, arroz e açúcar possuem características multifractais. Esta investigação foi realizada pela aplicação do método *Multifractal Detrended Fluctuation Analysis* (MF-DFA) aos retornos diários dessas *commodities* no período de 04/01/2010 a 12/01/2023, totalizando uma amostra com 3215 observações, utilizando o *software* estatístico R. Vale ressaltar que a escolha deste método se deu por ele ter uma aplicação simples, apresentar resultados confiáveis para séries temporais não estacionárias e determinar com segurança o comportamento de escala multifractal de uma série temporal. Os resultados apontaram que todas as *commodities* estudadas possuem características multifractais tanto em real quanto em dólar. De forma mais detalhada, todas as *commodities* analisadas apresentaram maior grau de multifractalidade em real se comparado ao dólar, com exceção do café; quando se comparou o grau de multifractalidade entre todas as *commodities* apenas em real, observou-se que o boi se destacou com o maior grau seguido pelo trigo e, no outro extremo, o café se mostrou com o menor grau de multifractalidade.

Palavras-Chave: *Commodities* Agrícolas. Multifractalidade. MF-DFA.

ABSTRACT

AGRICULTURAL COMMODITIES: MULTIFRACTAL ANALYSIS OF THE BRAZILIAN MARKET

AUTHOR: Antonio Marcos Bezerra

ADVISOR: Paulo Sergio Ceretta

The appreciation of the dollar against the real has made consumer items more expensive and pressured inflation in Brazil, since from food to fuel and airline tickets, almost everything is influenced by the exchange rate. In this sense, it is necessary for researchers, analysts and public policy makers to be able to know the behavior of agricultural commodity prices – including the multifractal characteristics – in order to be able to apply more adequate models to make predictions and support decision-making. Therefore, this dissertation aimed to analyze whether the prices of agricultural commodities ox, coffee, corn, wheat, rice and sugar have multifractal characteristics. This investigation was carried out by applying the Multifractal Detrended Fluctuation Analysis (MF-DFA) method to the daily returns of these commodities in the period from 01/04/2010 to 01/12/2023, totaling a sample of 3215 observations, using the statistical software R. It is noteworthy that this method was chosen because it has a simple application, presents reliable results for non-stationary time series and reliably determines the multifractal scale behavior of a time series. The results showed that all studied commodities have multifractal characteristics both in real and in dollar. In more detail, all analyzed commodities showed a higher degree of multifractality in real compared to the dollar, with the exception of coffee; when comparing the degree of multifractality among all commodities only in reais, it was observed that ox stood out with the highest degree followed by wheat and, at the other extreme, coffee showed the lowest degree of multifractality.

Keywords: Agricultural Commodities. Multifractality. MF-DFA.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Triângulo de Sierpinsky	20
Figura 2 – Distribuição simétrica, assimétrica à direita (positiva) e assimétrica à esquerda (negativa).....	30
Figura 3 – Variações dos logaritmos dos preços diários de fechamento em real e em dólar do Boi, Café, Milho, Trigo, Arroz e Açúcar no período de 04/01/2010 até 12/01/2023	32
Figura 4 – Variações dos logaritmos dos retornos em real e em dólar do Boi, Café, Milho, Trigo, Arroz e Açúcar no período de 04/01/2010 até 12/01/2023.....	35
Figura 5 – Análise gráfica multifractal em real e em dólar do Boi no período de 04/01/2010 até 12/01/2023.....	38
Figura 6 – Análise gráfica multifractal em real e em dólar do Café no período de 04/01/2010 até 12/01/2023	39
Figura 7 – Análise gráfica multifractal em real e em dólar do Milho no período de 04/01/2010 até 12/01/2023	40
Figura 8 – Análise gráfica multifractal em real e em dólar do Trigo no período de 04/01/2010 até 12/01/2023	41
Figura 9 – Análise gráfica multifractal em real e em dólar do Arroz no período de 04/01/2010 até 12/01/2023	42
Figura 10 – Análise gráfica multifractal em real e em dólar do Açúcar no período de 04/01/2010 até 12/01/2023	43

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Estatísticas descritivas dos dados no período de 04/01/2010 até 12/01/2023 30

LISTA DE ABREVIATURAS

MF-DFA	<i>Multifractal Detrended Fluctuation Analysis</i>
DFA	<i>Detrended Fluctuation Analysis</i>
MDIC	Ministério do Desenvolvimento, Indústria, Comércio e Serviços
BCB	Banco Central do Brasil
SNCR	Sistema Nacional de Crédito Rural
Embrapa	Empresa Brasileira de Pesquisa Agropecuária
OMC	Organização Mundial do Comércio
MERCOSUL	Mercado Comum do Sul
PRONAF	Programa de Fortalecimento da Agricultura Familiar
Moderfrota	Programa de Modernização de Frota de Tratores Agrícolas e Implementos Associados e Colheitadeiras
FMI	Fundo Monetário Internacional
P&D	Pesquisa e Desenvolvimento
FAO	Organização das Nações Unidas para Alimentação e Agricultura
USDA	<i>United States Department of Agriculture</i>
CGEE	Centro de Gestão e Estudos Estratégicos
CONAB	Companhia Nacional de Abastecimento
Abrimilho	Associação Brasileira das Indústrias de Milho
BNDES	Banco Nacional de Desenvolvimento Econômico e Social
WTMM	<i>Wavelet Transform Modulus Maxima</i>
CER	Reduções de Emissões Certificadas
CEPEA	Centro de Estudos Avançados em Economia Aplicada
Ibovespa	Índice da Bolsa de Valores Brasileira – B3
AR	Modelo Autoregressivo
FACP	Função de Autocorrelação Parcial
CMA	Consultoria, Métodos, Assessoria e Mercantil S/A

LISTA DE SÍMBOLOS

$X(k)$	Série original
$Y(i)$	Série integrada
N	Número de elementos da série $X(k)$
\bar{x}	Média da série $X(k)$
N_s	Segmentos não sobrepostos de tamanho s
s	Tamanho de cada segmento
v	Variância de cada segmento v
$F^2(s, v)$	Função de Variância para cada segmento v
$F_q(s)$	Função de flutuação de ordem q
$Z_q(s)$	Função de partição de ordem q
$H(q)$	Expoente de Hurst
$h(q)$	Expoente de Hurst generalizado ou expoente de singularidade
$D(q)$	Dimensão multifractal generalizada
$\tau(q)$	Expoente de escala de Rényi ou Expoente de Rényi
$d\tau(q)$	Taxa de variação de $\tau(q)$ em relação a q

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	5
1.1	DELIMITAÇÃO DO PROBLEMA DE PESQUISA	6
1.2	OBJETIVOS	6
1.2.1	Objetivo geral	6
1.2.2	Objetivos específicos	7
1.3	JUSTIFICATIVA	7
1.4	HIPÓTESE DE PESQUISA	8
2	REFERENCIAL TEÓRICO	9
2.1	<i>COMMODITIES</i> AGRÍCOLAS BRASILEIRAS	9
2.2	<i>COMMODITIES</i> AGRÍCOLAS ANALISADAS: PRODUÇÃO E CARACTERÍSTICAS COMERCIAIS	16
2.2.1	Boi	16
2.2.2	Café	16
2.2.3	Milho	16
2.2.4	Trigo	17
2.2.5	Arroz	17
2.2.6	Açúcar	17
2.3	FUNDAMENTOS DE ECONOFÍSICA E FRACTAIS EM SÉRIES TEMPORAIS FINANCEIRAS	17
2.4	ANÁLISE DE FLUTUAÇÃO MULTIFRACTAL SEM TENDÊNCIA (MF-DFA): TRABALHOS ANTERIORES.....	21
3	PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS	27
3.1	DADOS	27
3.2	ANÁLISE DE FLUTUAÇÃO MULTIFRACTAL SEM TENDÊNCIA (MF-DFA).....	27
4	RESULTADOS: ANÁLISE EMPÍRICA	30
4.1	ANÁLISE DA ESTATÍSTICA DESCRITIVA	30
4.2	ANÁLISE GRÁFICA DA VARIAÇÃO DOS PREÇOS DE FECHAMENTO E RETORNOS	32
4.3	ANÁLISE MULTIFRACTAL	37
5	CONSIDERAÇÕES FINAIS	45
	REFERÊNCIAS	47

1 INTRODUÇÃO

A valorização do dólar frente ao real tem encarecido os itens de consumo e pressionado a inflação, pois, desde alimentos, combustíveis e passagens aéreas, quase tudo no Brasil tem o preço influenciado pela taxa de câmbio (FERNANDES, 2021). Diante disso, é muito importante que pesquisadores, analistas e formuladores de políticas monetárias possam conhecer o comportamento dos preços das *commodities* agrícolas – inclusive quanto às características multifractais – a fim de aplicarem modelos mais adequados para realizarem previsões e subsidiar a tomada de decisões (SONI, 2013).

Diante disso, o presente trabalho tem como tema o estudo das séries de retornos diários das seguintes *commodities*: boi, café, milho, trigo, arroz e açúcar. Este estudo é relevante, dada a grande participação destas *commodities* tanto na pauta exportadora quanto na Balança Comercial brasileiras, o que possibilita importar tecnologias, insumos e matérias-primas. Ademais, a variação dos preços dessas *commodities* afetam a oferta interna e pode causar uma agroinflação. Logo, é imperativo aos gestores de políticas monetárias vinculados aos Ministérios do Desenvolvimento, Indústria, Comércio e Serviços (MDIC) e da Economia terem um conhecimento mais aprofundado sobre este tema.

Dessa forma, após uma busca abrangente, verificou-se que, apesar de haver alguns trabalhos, ainda há carência de publicações a respeito de investigação de características multifractais em séries temporais no Brasil de forma geral e, de forma particular, aplicadas às *commodities* agrícolas. Essa carência de pesquisas nesta área foi o que motivou a realização desta dissertação.

Ademais, o presente trabalho contribui para a literatura especializada sobre o tema de três formas: primeiro, por contribuir para diminuir a carência de estudos sobre o tema no Brasil; segundo, por lançar luz, quanto à presença ou não, de características multifractais nas séries analisadas; e, terceiro, por apresentar resultados que podem subsidiar os gestores de políticas públicas durante o processo de tomada de decisão. Por fim, como implicação prática da presença de comportamento multifractal, surge a possibilidade da adoção de modelos de previsão mais adequados às séries temporais não estacionárias.

Sendo assim, o presente trabalho de pesquisa busca responder a seguinte questão central: as *commodities* estudadas possuem características multifractais? Para responder esta pergunta, tem-se como objetivo analisar se os preços das *commodities* agrícolas boi, café, milho, trigo, arroz e açúcar possuem características multifractais. Esta investigação foi realizada pela

aplicação do método *Multifractal Detrended Fluctuation Analysis* (MF-DFA) proposto e desenvolvido por Kantelhardt *et al.* (2002).

Para alcançar o objetivo, a presente pesquisa encontra-se estruturado da seguinte forma: delimitação do problema de pesquisa e a hipótese teórica; os objetivos da pesquisa dividido em objetivos geral e específicos; a justificativa, onde busca-se destacar a importância de dedicar tempo e recursos para a investigação de tal problema de pesquisa, e quem são os beneficiários potenciais das descobertas encontradas ao final do trabalho; foi apresentado também o referencial teórico, por meio do qual se apresentam e se discutem os principais autores que já estudaram o tema; os procedimentos metodológicos, que se constituem na apresentação da classificação da pesquisa, dados e metodologia utilizados; e, por fim, considerações finais, onde se apresenta de forma sumarizada os principais achados.

1.1 DELIMITAÇÃO DO PROBLEMA DE PESQUISA

O estudo delimita-se em termos de variáveis e metodologia. As *commodities* agrícolas são de suma relevância para a economia nacional e as que foram escolhidas correspondem a uma porcentagem considerável da produção e exportação nacional, conforme o MDIC (2022). Outra delimitação é o período de análise, que está compreendido entre 04/01/2010 até 12/01/2023, sendo esta mais uma restrição do estudo. Quanto à metodologia, a análise multifractal permite obter mais conhecimento sobre os comportamentos de escala de séries temporais complexas e tem sido usada para caracterizar vários fenômenos em finanças (ZUNINO *et al.*, 2008).

Assim, como exposto, a relevância das *commodities* agrícolas dentro da pauta exportadora e sua importância para a Balança Comercial Brasileira, surge como problema de pesquisa: as *commodities* agrícolas estudadas possuem características multifractais?

1.2 OBJETIVOS

Tendo em vista o problema e a temática relacionada à pesquisa, são apresentados a seguir os objetivos geral e específicos.

1.2.1 Objetivo geral

Analisar se os preços das *commodities* agrícolas boi, café, milho, trigo, arroz e açúcar possuem características multifractais.

1.2.2 Objetivos específicos

- i. Analisar o comportamento das séries estudadas quanto a presença de características multifractais pela aplicação do método Multifractal DFA (MF-DFA);
- ii. Comparar o comportamento do grau de multifractalidade de cada uma das *commodities* estudadas em real e em dólar; e
- iii. Comparar o comportamento do grau de multifractalidade entre as *commodities* estudadas apenas em real.

1.3 JUSTIFICATIVA

Para Gitman (2010), o campo de estudo das finanças é grande e dinâmico e, por isso, afeta diretamente a vida das pessoas e organizações. Nessa perspectiva, objeto de estudo do presente trabalho diz respeito às *commodities* agrícolas que faz parte desse campo de estudos.

A justificativa do estudo está em estudar propriedades multifractais das séries temporais das *commodities* agrícolas, pelo método *Multifractal Detrended Fluctuation Analysis* (MF-DFA), desenvolvido para analisar séries temporais não estacionárias. Fundamentado nessa metodologia, investiga-se a dinâmica temporal das *commodities* agrícolas, bem como se estas possuem as características de um processo multifractal.

Este tema é relevante na área de finanças, dada a grande influência exercida pela variação dos preços dessas *commodities* sobre a inflação doméstica, logo é imperativo aos gestores de políticas públicas vinculados ao Banco Central do Brasil (BCB), conhecer mais profundamente o tema, uma vez que, os tomadores de decisões podem, com base em modelos mais adequados, planejar estrategicamente o futuro de suas produções. Dessa forma, o Brasil pode se tornar mais competitivo nesse disputado mercado frente aos países concorrentes, pois a ideia principal é quantificar as semelhanças estatísticas de padrões em escalas diferentes, a partir da intermitência na estrutura dos sistemas dinâmicos e turbulência completamente desenvolvida.

As séries estudadas tratam-se de preços das *commodities* agrícolas em real (R\$) e em dólar (US\$), sendo estas: boi, café, milho, trigo, arroz e açúcar. A escolha é motivada devido à importância de tais produtos, haja vista que esses compõem a Balança Comercial brasileira,

como apontado pelo Ministério do Desenvolvimento, Indústria, Comércio e Serviços - MDIC. Em suma, sabendo-se que o preço das *commodities* é um tema mundialmente relevante, torna-se importante determinar a presença de características multifractais nas variáveis em estudo.

Diante do exposto, o tema despertou o interesse dado que é intrigante e estimulante, induzindo a investigar tal assunto para contribuir com o aumento do conhecimento no ramo de estudo das finanças, mais especificamente sobre o comportamento dos preços das *commodities* agrícolas, objeto deste estudo.

1.4 HIPÓTESE DE PESQUISA

Tendo em vista o exposto na justificativa e em trabalhos já publicados sobre o tema, o presente trabalho de pesquisa almeja verificar a seguinte hipótese de pesquisa:

Hipótese: Os preços das *commodities* agrícolas estudadas possuem característica multifractal.

2 REFERENCIAL TEÓRICO

Esta seção apresenta o aporte teórico utilizado para o desenvolvimento da pesquisa. Ela se divide em quatro subitens. No primeiro, que aborda o tema das *commodities* agrícolas brasileiras, seu histórico e desenvolvimento ao longo do tempo; no segundo, foi apresentada uma visão geral das *commodities* selecionadas para o desenvolvimento da pesquisa. O próximo tópico apresenta a origem do estudo da fractalidade bem como os fundamentos de econofísica e fractais em séries temporais financeiras. E, por fim, é apresentado alguns trabalhos anteriores sobre tema que utilizam a Análise de Flutuação Multifractal sem Tendência (MF-DFA) como método.

2.1 *COMMODITIES* AGRÍCOLAS BRASILEIRAS

As *commodities* são bens estratégicos, com alto valor comercial, comercializados em larga escala por diferentes produtores a nível mundial, geralmente insumos ou matéria-prima, pois sofreram pouca ou nenhuma transformação industrial no período de sua origem até a sua comercialização. Sua negociação ocorre pelo mercado futuro, com preços negociados diretamente na bolsa de valores, pela compra e venda de ações, com cotação e negociabilidade mundiais (KALDOR, 1939; TEWELES; HARLOW; HERBERT, 1983; GEMAN, 2005; PINHEIRO; SENNA, 2016).

O Brasil é um grande produtor e exportador de *commodities*, e esse patamar foi alcançado depois de décadas de investimentos e desenvolvimento. Ao longo dos últimos 50 anos, o país apresentou ganhos relevantes de produtividade agrícola, fato que se deve principalmente ao uso de ciência e tecnologia. Isso permitiu eliminar a importação de alimentos, como acontecia até a década de 1980, apesar de sua vasta extensão territorial e exploração primária; dessa forma, o Estado passou a ser autossuficiente. Essas inovações foram fundamentais para o Brasil se tornar um dos maiores produtores e exportadores mundiais de alimentos (BUAINAIN et al., 2014).

Na década de 1960, a diversidade produtiva agrícola e pecuária era reduzida no país, e, em consequência disso, havia possibilidade de desabastecimento; nessa década ocorreu um período de desenvolvimento econômico chamado Milagre Econômico que trouxe como um dos resultados a migração da população rural para as cidades e a consequente elevação da demanda por alimentos, isso em conjunto com a baixa produtividade e a escassez fazia com que o Brasil

fosse refém da produção agrícola internacional, este cenário foi mudado somente a partir da década de 1990 quando houve uma ampliação da produtividade.

Nesse período, os sistemas de créditos agrícolas ainda eram descentralizados e limitados (PEIXOTO, 2009). Em 1965, foi criado o Sistema Nacional de Crédito Rural (SNCR), implementando políticas com o intuito de reduzir a fragilidade do sistema de abastecimento alimentar do país, sendo a expansão de crédito considerada uma medida essencial, mantida até o fim da década de 1970, mas que foi consolidada apenas nas décadas seguintes.

Foi durante essa década que a Empresa Brasileira de Pesquisa Agropecuária (Embrapa) foi criada, como uma maneira de mitigar os problemas de produtividade, evitando emergências de desabastecimento alimentar, através de investimentos em ciência e tecnologia, reduzindo custos produtivos ao mesmo tempo que ocorria uma elevação da produtividade. O sucesso do desenvolvimento da agricultura nacional na década de 1970 deveu-se principalmente à elevação de crédito rural e de pesquisa na área e da grande extensão territorial.

De acordo com Castro *et al.* (2015), desde 1970, a produção agrícola cresceu praticamente quatro vezes mais (85% desse crescimento foi resultado da elevação da produtividade agrícola). Segundo Baricelo e Bacha (2013), o período de 1965 a 1985 foi conhecido por “Processo de Modernização da Agropecuária Brasileira”, e o período compreendido entre 1969 e 1979 foi essencial para o setor agrícola do país.

A década de 1980 foi um período conhecido como Década Perdida, devido ao baixo crescimento econômico e elevada inflação, principalmente devido às crises do petróleo, ocorridas no final dos anos 1970. Além disso, ocorreu uma redução das políticas públicas voltadas para a produção agrícola, desequilibrando a economia e a agricultura do país. Foi somente nos anos 1990 que os financiamentos agrícolas voltaram a ganhar força. Apesar de ter pouco incentivos, os anos 1980 foram marcados por elevada produtividade agrícola, fato que se deve principalmente ao melhoramento do solo, plantas e de tecnologias, além de sistemas de manejo. Foi nessa década que o país se tornou exportador de produtos agropecuários.

Com a estabilização econômica alcançada na década de 1990, proporcionada principalmente pelo Plano Real, ocorreu a valorização da moeda local, o que permitiu uma maior abertura comercial financeira, além de acordos com a Organização Mundial do Comércio (OMC) e a formação, em 1991, do Mercado Comum do Sul (MERCOSUL). O incentivo à importação propiciou uma aceleração na modernização da área (BAUMANN; RIVERO; ZAVATTIERO, 1997; BAUMANN, 2015).

A abertura comercial ocorrida com as modificações nas relações exteriores favoreceu o bom desempenho das exportações; assim, com a criação do Mercosul, o Brasil se tornou peça

central nas negociações internacionais (BACCARIN, 2011; CONTINI et al., 2012). Aliadas a isso, Gasques *et al.* (2004) afirma que algumas reformas ocorridas, principalmente no período entre 1991 e 1996, estimularam ainda mais o comércio internacional, como a extinção de tributos nas exportações, com a estruturação de um sistema de cotas e de uma licença prévia de exportador.

Apesar disso, Silva, Carvalho e Silva (2003) argumentam que a competitividade brasileira foi enfraquecida, e no período entre 1992 e 1994, esse indicador apresentou índices desfavoráveis para a economia do país. Ainda nesse sentido, a produção agrícola nacional atingiu entre 1991 e 1993 seus piores indicadores de vantagem competitiva e de contribuição ao saldo comercial de *commodities* agrícolas. Esses indicadores desfavoráveis foram consequência de políticas econômicas inadequadas à agropecuária, como a escassez de políticas de crédito agrícola juntamente com o desequilíbrio inflacionário, intimidando a competitividade setorial (CAMPOS; PAULA, 2002).

A fim de melhorar esses indicadores, foram criados em 1996 o programa de crédito intitulado Programa de Fortalecimento da Agricultura Familiar (PRONAF) e a Lei Kandir, que favoreceu a exportação com alíquota zero de matérias-primas, sendo considerado um subsídio para venda de grãos ao mercado externo, em contrapartida, dos produtos mais industrializados (FERNANDES FILHO; BELIK, 2010; CORONEL; MACHADO; CARVALHO, 2009).

Nos anos 2000, foi criado o Programa de Modernização de Frota de Tratores Agrícolas e Implementos Associados e Colheitadeiras (Moderfrota), que juntamente com o PRONAF, tinham o intuito de modernização e renovação da frota agrícola do país (BARICELO; BACHA, 2013). Nesse mesmo período (1999), o regime de câmbio no país foi alterado, passando de regime de câmbio fixo para o regime utilizado atualmente, de câmbio flutuante, o que beneficiou as exportações no país, aumentando a competitividade perante o mercado internacional.

Entre 1994 e 1998 o mercado internacional sofreu os impactos de três grandes crises: no México, nos últimos meses de 1994, que impactou gravemente os mercados emergentes, entre eles o Brasil, em 1995; nos países asiáticos, em 1997, que teve início na Tailândia, alcançando inclusive a Coreia do Sul, Indonésia e Malásia; e por fim, na Rússia, em 1998. Durante todas elas, o Brasil foi afetado pelo “efeito contágio”, com uma contenção de empréstimos financeiros para os países emergentes e redução das reservas domésticas de divisas.

Apesar de todas essas instabilidades econômicas mundiais causadas por essas três crises financeiras, a produção agrícola continuou em ritmo constante, principalmente devido à

valorização cambial e as menores tarifas de importação, que estimulou a aquisição de insumos e tecnologia agrícola internacional a um menor custo, auxiliando na modernização do setor agropecuário (FAVERET FILHO; PAULA, 2002).

Os anos 1990 foram marcadas mundialmente por um crescimento baixo; em contrapartida, com a abertura comercial e estabilização da moeda no país, as exportações brasileiras apresentaram resultados positivos. Por outro lado, nos anos 2000 ocorreu uma ascensão da economia mundial, e conseqüentemente, um aumento no consumo mundial de alimentos, propiciando recordes históricos na balança comercial brasileira. No decorrer dessa década, configurou-se um rápido crescimento do comércio mundial e aumento global dos preços dos *commodities* agrícolas, principalmente entre 2004 e 2011, que foi considerado como “*boom das commodities*”, o que beneficiou a economia nacional (BARROS, 2014).

A agroinflação (alta generalizada e persistente nos preços dos *commodities* agrícolas) ocorrida nos anos 2000, explicitou a relevância do agronegócio no que diz respeito a crescimento e distribuição de renda, de acordo com Maranhão e Vieira Filho (2016). Para os autores Fligenspan et al. (2015), o *boom* do mercado mundial de *commodities*, observado a partir do ano 2004, foi o responsável por essa agroinflação, beneficiando o Brasil, bem como outros países com grandes reservas de recursos naturais, além da experiência na área agropecuária. Em 2005, foi aprovada a Lei da Biossegurança, que permitiu a produção e comercialização de produtos geneticamente modificados, tornando o agronegócio ainda mais competitivo.

Em 2008 nos Estados Unidos, a crise do *subprime* se agravou, se tornando a maior crise do capitalismo desde a crise 1929 (GALLI; CARVALHO; SANTOS, 2009; VIZI, 2011; BORGES, et al., 2011). Com o agravamento, a crise ultrapassou fronteiras, tornando-se mundial, afetando o desempenho do comércio no mundo todo, e, conseqüentemente das economias nacionais (ALMUNIA et al., 2010). Segundo Carneiro (2009) as perdas iniciais acumuladas somaram o montante de 2,2 trilhões de dólares.

As exportações do período de 2008 a 2013 (pós crise *subprime*) demonstram o baixo impacto da crise financeira internacional no comércio internacional do Brasil, que apresentou taxas de crescimento das exportações superiores à média mundial, apesar de valores menores quando comparado aos períodos passados (BRASIL, 2012).

A crise *subprime* afetou fortemente os Estados Unidos e a Europa, mercados destino das exportações brasileiras, fortalecendo fluxos de comércio Sul-Sul, criando uma nova atuação nas exportações da agropecuária do Brasil, que juntamente com a elevação dos preços e da

demanda, fomentando a produção e exportação, o que impulsionou a produção de algodão, milho, carnes bovina e de frango no período pós 2008.

Em consequência disso, o ano de 2009 foi o de maior reflexo da crise, com redução das exportações de grãos, principalmente para a Europa, e foi considerado pela Organização Mundial do Comércio (OMC, 2015) como o pior ano para as exportações, desde a década de 1950.

Entre 1989 e 2013, o agronegócio apresentou *superávit*, ao contrário dos outros setores do país, contribuindo significativamente para o saldo positivo da balança comercial. De acordo com Castro (2016), o comércio internacional de *commodities* prosperou progressivamente até o ano de 2011, quando se estagnou, mantendo-se assim até o ano de 2014, quando iniciou uma queda gradativa. Os anos de 2014 e 2015 foram marcados pela pior crise hídrica que acometeu o Brasil, com a estiagem impactando até 2017, considerada a pior seca do século.

De acordo Galvão (2014), essa estagnação demonstrou as deficiências brasileiras do setor de agronegócio, como problemas de eficiência estrutural e logísticas severas, os quais afetam a vantagem competitiva frente ao cenário internacional. Correa e Ramos (2010), Oliveira (2014) e Vieira Filho e Gasques (2016) afirmam que um planejamento logístico seria fundamental para mitigar esses problemas, pois promoveria rotas intermodais adequadas à diversidade do setor agrícola, além da difusão de políticas públicas voltadas ao aumento de cadeias de armazenagem e escoamento, o que conseqüentemente resultaria em uma redução de custos e, com isso, uma elevação da competitividade frente ao mercado internacional, com contribuições significativas para o crescimento da economia nacional.

Depois de anos de notável crescimento, cabe salientar que o desempenho positivo das exportações brasileiras se relaciona com os efeitos das tecnologias inseridas no setor agropecuário, que intensificaram e elevaram a produtividade do setor. Percebe-se com os eventos históricos descritos que o mercado internacional de *commodities* não é um mercado estável, sendo considerado dinâmico e segundo Menezes (2015) os fatores promotores dessa instabilidade são as variações cambiais, fatores climáticos, especulação no mercado financeiro, preços nas bolsas internacionais, entre outros.

Em 2020, uma crise sanitária assolou o mundo, a pandemia de Covid-19, que afetou o mercado de *commodities*, com quebras nas cadeias produtivas e elevação significativa nos preços. Com o agravante da guerra na Ucrânia, o prognóstico de crescimento econômico e da inflação estão cada vez mais pessimistas. A inflação elevada e persistente tem com a guerra o agravante de escassez de oferta de alguns produtos, pressionando ainda mais essa taxa. Nos Estados Unidos e países europeus, essa taxa alcançou o nível mais alto dos últimos 40 anos.

O mercado de *commodities* agrícolas está passando por um conjunto de agravantes inéditos, elevando seus preços a recordes históricos, principalmente aquelas exportadas pela Rússia e pela Ucrânia, com valores ainda mais elevados. Com novas “ondas” de infecções pelo vírus surgindo pelo mundo de maneira cíclica, a crise produzida pela guerra abala uma economia mundial ainda em recuperação da crise sanitária. Em outros momentos, um aumento dos preços das *commodities* vem acompanhada de uma queda do dólar quando comparado às demais moedas, mas desde o início de 2021 isso não tem acontecido, prejudicando o efeito da deflação dos preços das *commodities* pela taxa de câmbio para os exportadores desses produtos.

O Fundo Monetário Internacional (FMI, 2021) definiu as principais razões que prejudicam em curto prazo o crescimento global: a guerra, o aperto monetário e as incertezas do mercado financeiro, o fim dos estímulos fiscais da pandemia, a estagnação do crescimento da China e, por fim, a pandemia de Covid-19. Na América Latina, apesar de possuir relações menos diretas com o epicentro do conflito bélico, os impactos deverão vir do aperto na política monetária pela elevada inflação, além das consequências das previsões não tão positivas para as economias da China e dos Estados Unidos, que acabam afetando a economia do mundo de maneira globalizada.

A agricultura brasileira se tornou uma referência mundial de produção eficiente, e diversos aspectos contribuíram para alcançar esse patamar: a adesão à agricultura de precisão, tornando o uso de recursos mais eficientes, altos investimentos em pesquisa e desenvolvimento (P&D), transformação de áreas degradadas em áreas produtivas, entre outros.

Nesse sentido, algumas tecnologias tiveram impacto significativo na produtividade do setor agrícola brasileiro, como a possibilidade da utilização de material genético mais produtivo e de plantas forrageiras (ALBUQUERQUE; SILVA, 2008; TILMAN et al., 2002), o manejo da fertilidade do solo (BULLER et al., 2015), sistema de plantio direto (DUARTE; GARCIA; MATOSO, 2006), ampliação dos sistemas de irrigação (ANDRADE, 2011) e sistema de rotação de culturas (CARVALHO et al., 2014; VILELA; MARTHA JÚNIOR; MARCHÃO, 2012).

Os avanços nas pesquisas fundamentadas nas características principais do país desenvolveram tecnologias adequadas, que contribuíram fortemente para a posição de destaque que o país ocupa atualmente. Uma preocupação atual é a integração lavoura-pecuária-floresta, que objetiva recuperar áreas de pastagens, além de reduzir a utilização de agroquímicos e minimizar o passivo ambiental.

Nesse sentido, em 2022 o mundo deu mais um passo em direção à proteção à natureza, com a aprovação pela União Europeia do veto a *commodities* ligadas ao desmatamento, uma

regulamentação que impede a importação de *commodities* produzidas em áreas de florestas desmatadas (legal ou ilegalmente), legislação essa que terá impacto direto sobre o Brasil, devido às áreas desmatadas da Amazônia, principalmente para a prática da pecuária.

De acordo com a Organização das Nações Unidas para Alimentação e Agricultura (FAO, 2018), o Brasil é o terceiro maior exportador de *commodities* agrícolas, ficando atrás em quantidade exportada somente da União Europeia e Estados Unidos, além de ser um dos maiores produtores mundiais de açúcar, soja, suco de laranja, milho, café, algodão e carnes bovina, suína e de frango (MUELLER; MUELLER, 2016).

Segundo o *United States Department of Agriculture* (USDA, 2017), o Brasil se tornou o maior concorrente dos Estados Unidos no comércio mundial de *commodities* agrícolas, especificamente a soja, carne de boi, carne de frango e milho. De acordo com Guimarães (2015) e Castro (2016), o agronegócio representa quase a metade das exportações brasileiras, ao mesmo tempo que a exportação dessas *commodities* correspondem aproximadamente a 5% do Produto Interno Bruto (PIB) do Brasil.

Para Martha Júnior *et al.* (2010), até os anos 1990, o Brasil voltou as especificidades de sua agropecuária ao mercado nacional, mas nas últimas duas décadas esse direcionamento passou a ser voltado para as exportações. Mesmo assim, 80% de sua produção é destinada ao mercado nacional, exportando o excedente para mais de 180 países, como a União Europeia, China, Estados Unidos, Japão, Rússia e Arábia Saudita, sendo esse o setor que mais auxilia na obtenção de divisas (CGEE, 2014b). A tendência para o setor é de crescimento, principalmente devido à desvalorização da moeda nacional, que estimula ainda mais o avanço das exportações.

As *commodities* agrícolas selecionadas para a aplicação da técnica e para o desenvolvimento dessa pesquisa são de grande importância na produção agrícola brasileira e no mercado internacional. Elas estão classificadas em grãos (café, milho, trigo e arroz), proteínas (boi, a carne bovina) e *softs* (açúcar). A seguir apresenta-se uma breve revisão sobre elas com suas características comerciais e produção espacial no território brasileiro, para melhor entendimento de sua importância no mercado do nacional.

2.2 COMMODITIES AGRÍCOLAS ANALISADAS: PRODUÇÃO E CARACTERÍSTICAS COMERCIAIS

2.2.1 Boi

A participação do Brasil na produção de carnes é bastante relevante, estando em segundo lugar no ranking dos maiores produtores mundiais, exportando 25% da carne produzida internamente. Considerado um dos mais importantes produtores mundiais de carne bovina, essa posição é consequência de décadas de investimentos em tecnologia, que além de aumentar a produtividade, melhorou ainda a qualidade da carne produzida no país, sendo exportada para mais de 150 países (EMBRAPA, 2022). Importante destacar ainda que o boi é comercializado em arroba de 15kg.

2.2.2 Café

O Brasil é o maior produtor e exportador de café do mundo, exportando para mais de 128 países, o que nos torna o “país do café”. Os estados de Minas Gerais, Espírito Santo, Bahia, Rondônia e Paraná são os maiores produtores no cenário nacional. Segundo o IBGE a produção ocorre com duas safras por ano, em 2020 foram produzidas 63,08 milhões de sacas e em 2021 ficou com uma produção de 47,7 milhões de sacas. Em 2020 ocorreu exportação recorde de 44,6 milhões de sacas. As duas variedades de café mais produzidas no Brasil são Arábica e Conilon, sendo comercializadas em sacas de 60kg (CONAB, 2022).

2.2.3 Milho

Segundo a CONAB (2019), o Brasil é o terceiro maior produtor de milho, e quarto maior exportador desse grão, cuja produção atende ao mercado interno e o excedente produzido destina-se a exportação. Esse grão é cultivado em todas as regiões brasileiras, e os estados com maior produção são Rio Grande do Sul, Santa Catarina, Bahia, São Paulo, Goiás, Minas Gerais, Mato Grosso, Mato Grosso do Sul e Paraná, sendo esse último o maior produtor, responsável por quase metade da produção do país. Desde a década de 1970 a sua produção se dá em duas safras anuais, um dos fatores essenciais para a ascensão desse grão no agronegócio brasileiro. O milho é comercializado em sacas de 60kg.

2.2.4 Trigo

O Brasil ainda não alcançou a autossuficiência na produção de trigo, sendo esta *commodity* o segundo maior produto importado pelo Brasil, principalmente da Argentina (MELO; MORO, 2013), que produz aproximadamente 50% da demanda interna desse grão. De

acordo com o Banco Nacional de Desenvolvimento Econômico e Social, algumas dificuldades precisam ser superadas para o aumento da produtividade desse grão no país, como gargalos no armazenamento, alto custo de produção e fragilidade produtiva (BNDES, 2011). O estado do Paraná é o maior produtor e o Rio Grande do Sul está em segundo lugar na sua produção. A comercialização do trigo ocorre em toneladas ($t = 1000 \text{ kg}$).

2.2.5 Arroz

Considerado o nono maior produtor mundial de arroz, o Brasil é o maior produtor de arroz da América Latina. O maior estado produtor desse grão é o Rio Grande do Sul, com o predomínio do arroz irrigado, ocupando 56,8% da área nacional de cultivo e responde por 70,8% da produção do país (CONAB, 2020). Além do Rio Grande do Sul, mais quatro estados são responsáveis pela produção de arroz no Brasil: Santa Catarina, Tocantins, Mato Grosso e Maranhão, correspondendo a mais de 90% da produção total desse grão no país. A comercialização do arroz se dá em sacas de 50kg.

2.2.6 Açúcar

Sobre a cana-de-açúcar, o Brasil é o maior produtor mundial, sendo que 55% da área plantada no país está situada no estado de São Paulo, o que representa mais de um terço da produção mundial de açúcar (EMBRAPA, 2022). Além de São Paulo, mais três estados se apresentam como grandes produtores quais sejam: Minas Gerais, Paraná e Alagoas. Em 2019 foram exportadas 15,98 milhões de toneladas, que representa uma queda em relação ao ano anterior, já em 2020, foram comercializadas 39,79 milhões de toneladas representando recorde da série histórica iniciada em 2009. O açúcar é comercializado em sacas de 50kg.

Esse item apresentou características relevantes do agronegócio brasileiro, bem como seu histórico e desenvolvimento, descrevendo as transformações sofridas no decorrer do século, até alcançar o patamar atual, entre os cinco maiores exportadores de produtos agrícolas do mundo.

2.3 FUNDAMENTOS DE ECONOFÍSICA E FRACTAIS EM SÉRIES TEMPORAIS FINANCEIRAS

De acordo com Chakraborti *et al.* (2011), o termo econofísica vem da junção dos termos economia e física e foi utilizado pela primeira vez por ocasião da Conferência Internacional de Estatística Física ocorrida em *Kolkata*, Calcutá na Índia, no ano de 1995.

A aproximação entre os campos da física e das finanças não é recente já que se pode apontar estudos feitos no século passado como o modelo de passeio aleatório de Bachelier (1900) e o modelo de precificação de Balck e Scholes (1973). Porém, nas três últimas décadas tem surgido vários trabalhos que aplicam elementos e técnicas das ciências naturais no campo das finanças, mas essas associações eram bem raras antes de 1990 (MANTEGNA; KERTÉSZ, 2011).

A evolução dos sistemas financeiros traz como característica o incremento tanto da sua complexidade como da sua dinamicidade e concomitante a isso ainda houve grandes avanços tecnológicos nesse período aumentando o poder computacional e a disponibilidades de dados sobre as transações ocorridas no mercado financeiro, inclusive com dados intradiários – como por exemplo minuto a minuto – ampliados e aprofundados o escopo e a capacidade das análises de dados na área de finanças. Dessa forma, todas essas mudanças tornaram possível a utilização das modelagens utilizadas na física e, assim, muitos físicos passaram a se interessar pela área financeira (CHAKRABORTI *et al.*, 2011; MANTEGNA; KERTÉSZ, 2011).

Nesse mesmo sentido, McCauley (2004) pontua que o mercado financeiro apresentou um grande aumento no número de agentes consumidores de seus produtos e, em consequência, ocorrem mudanças nas propriedades marco que podem ser interpretadas como regularidades estatísticas. Para a econofísica essas regularidades são tratadas através de leis de potência e podem ser interpretadas como o resultado agregado do comportamento dos agentes envolvidos nas transações em nível individual (KWAPIEŃ; DROŹDŹ, 2012).

De acordo com Jovanovic e Schinckus (2013), a econofísica possui o potencial de complementar a literatura econômica clássica porque a primeira se preocupa em modelar os dados empiricamente, sem se prender a pressupostos e teorias *a priori*, para que possa ser identificada a melhor teoria para descrever o fenômeno estudado *a posteriori*, portanto podem se complementar e contribuir para a ampliação dos entendimentos e conhecimento sobre o tema estudado.

Portanto, a econofísica rejeita a prevalência de apenas uma distribuição como adequada para descrever fenômenos econômicos e financeiros diferentemente das correntes econômicas e financeiras clássicas que se baseiam na distribuição normal ou Gaussiana.

Nesse sentido, Backhouse e Morgan (2000) pontuam que a econofísica não aceita a ideia de normalização, log-normalização e mineração de dados porque essas ideias têm por objetivo

eliminar os dados anormais que apresentam baixa frequência observada. Sendo assim, baseiam-se no pressuposto de que não há dados anormais, apenas dados com baixa frequência, não devendo serem descartados em hipótese nenhuma, uma vez que eles podem representar peça-chave para a compreensão do fenômeno estudado (HOOVER; PEREZ, 2000).

De acordo com Mandelbrot (1963, 1967), seus estudos apontaram que os preços não seguiam o processo browniano, mas sim processos estáveis de Lévy (1924). Entretanto, os estudiosos se depararam com uma dificuldade por conta desse processo apresentar uma variabilidade infinita e, com isso, inviabiliza análises para verificar o tamanho do risco, bem como vai contra a evidência empírica para séries temporais longas (AKGIRAY; BOOTH, 1988; BLATTBERG; GONEDES, 2010). Dessa forma, adaptou-se da física de processos da termodinâmica uma solução para lidar com o problema da termodinâmica (JOVANOVIC; SCHINCKUS, 2013).

Para Mantegna (1991), a solução para esse problema utilizada pelos estudiosos da econofísica foi a utilização de processos estáveis de Lévy para as distribuições analisadas, nos quais utilizam uma lei de potência α -estável. Dessa forma, os processos estáveis de Lévy são uma generalização da distribuição gaussiana, o que apresenta dupla vantagem por estar de acordo com a validação de modelagens financeiras modernas em determinados cenários e ao mesmo tempo não limitar a análise a uma única distribuição para descrever fenômenos financeiros, mas assumem a independência das mudanças nos preços.

Por outro lado, estudos de Dacorogna *et al.* (1993) e Ding, Granger e Engle (1993) mostraram a existência de autocorrelações nas séries temporais de preços. De acordo com Calvet e Fisher (2013), as séries temporais financeiras apresentam distribuição com caudas grossas ou pesadas e com médias leptocúrticas em horizontes pequenos de tempo, não sendo exatamente autossimilares. Tais achados estão de acordo com hipóteses econômicas que dizem que os ativos variam de acordo com o volume de novas informações. Portanto, os processos de autossimilaridades não são perfeitamente aplicáveis para modelar os retornos de ativos financeiros.

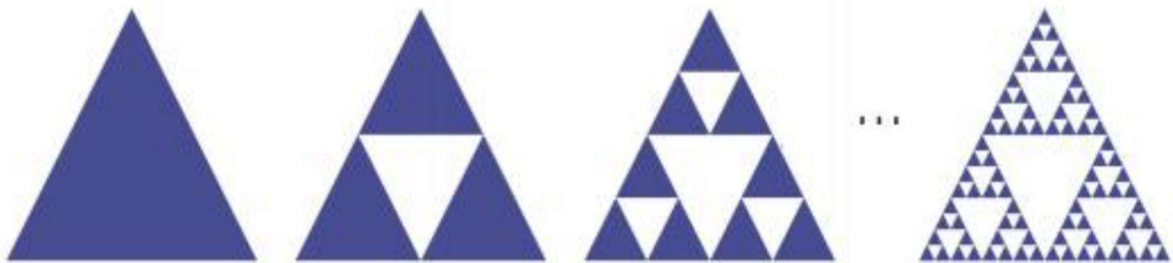
A partir desses fatos estilizados que as distribuições de preços possuem caudas grossas e memória de longo prazo, ou seja, representam processos de manutenção ou reversão à média no longo prazo, passaram a analisar propriedades multifractais das séries temporais financeiras (MANDELBROT; FISHER; CALVET, 1997; CALVET; FISHER, 2002).

Foi a partir do trabalho de Mandelbrot (1963) que surgiu a geometria fractal por uma necessidade de representação de elementos com características irregulares como, por exemplo,

a linha do litoral, uma vez que a geometria euclidiana se mostrava inadequada por desconsiderar o efeito escala.

Sendo assim, fractais pode ser definido como objetos geométricos que carregam padrões que ressoam no todo, ou seja, podem ser divididos em partes menores e ainda manterão semelhanças com o todo (KIMURA, 2005), como exemplo se pode citar uma couve flor. O Triângulo de Sierpinsky representa um objeto fractal e está exemplificado na Figura 1, ele foi obtido a partir de um triângulo equilátero e em cada momento é retirado um triângulo equilátero para cada triângulo existente e assim sucessivamente.

Figura 1 – Triângulo de Sierpinsky



Fonte: Adaptado de Barbosa e Silva (2019).

A modelagem fractal já se mostrou importante para matemática e ciências naturais, usando princípios de invariância para descrever objetos em múltiplas escalas. Nessa mesma linha, essa modelagem pode ser aplicada em finanças, inclusive para modelar séries de preços de ativos, identificação de risco de portfólios e gestão de riscos (CALVET; FISHER, 2002).

Mandelbrot e Hudson (2004) apontam que a variação de preços é um fator-chave para análises no mercado financeiro uma vez que se relacionam tanto com o potencial de ganhos quanto com a exposição aos riscos, por isso é tão importante estudar séries históricas de ativos para poder compreender melhor estes dois aspectos, levando em consideração que o tempo não é uniforme para todos os investidores nem o apetite pelo risco.

A partir dos estudos de Mandelbrot (1963, 1967) e Bachelier (1990) que analisaram teste de hipóteses e chegaram à conclusão que havia desvios na distribuição das séries dos preços de ativos, *commodities* – objeto de estudo deste trabalho – e câmbios com relação a distribuição browniana, principalmente quanto às caudas. Primeiro, o autor identificou que as probabilidades dos eventos extremos que fizeram com que as curtoses fossem maiores do que as esperadas não poderiam ser desprezadas porque levaria a subestimar as análises que se baseiam em um processo browniano. Segundo, a existência de *clusters* de volatilidade, ou seja,

a existência de momentos de maior ou menor mudanças nos preços. Por fim, o ponto em que há persistência de volatilidade, por conta da existência de memória de longo prazo.

Dessa forma, o autor conclui que as variações de preços apresentam um padrão muito mais ordenado do que o esperado para um processo browniano e, assim, as séries financeiras precisam ser modeladas por um processo estocástico mais específico levando em consideração a hipótese de autossimilaridade.

O estudo sobre multifractais teve sua origem em um livro publicado em 1975 por Mandelbrot, intitulado “*Les Objets Fractals: forme, hasard et dimension*”, onde o autor observa que várias séries de objetos da natureza quando analisadas não poderiam ser explicadas por um único expoente de escala e, assim, afirmou que há evidências de multifractalidade para vários casos (MAGANINI; SILVA FILHO; LIMA, 2018). Ademais, Mandelbrot (1997) considera que a análise multifractal é um novo tipo de geração de dados para analisar ativos financeiros.

Barcy, Delour e Musy (2001) encontraram evidências de que em momentos de mudança absoluta dos preços a partir de uma função de escalonamento poderiam ser escalonadas como potências e, a partir daí, dá origem à criação de famílias de difusões multifractais em finanças.

Nesse sentido, pode-se apontar como exemplos de trabalhos empíricos os de Grech (2016), Jiang *et al.* (2019) e Schandner (2021) que corroboram com a existência de propriedades fractais nas séries temporais de mercados acionários, embora vale ressaltar que existem momentos em que essas séries se comportem de forma semelhante a um passeio aleatório, mas variando as escalas de tempo e ampliando o horizonte de análise é possível identificar padrões fractais. Na próxima subseção, será apresentada alguns trabalhos que encontraram padrões multifractais em séries de dados econômicos e financeiros.

2.4 ANÁLISE DE FLUTUAÇÃO MULTIFRACTAL SEM TENDÊNCIA (MF-DFA): TRABALHOS ANTERIORES

Os sistemas financeiros evoluíram, assim como as suas complexidades, o que impactou nas modelagens da área, que incorporaram em suas análises correlações e dinamicidade de probabilidades, ambas já utilizadas amplamente na área de física. Com isso, diversos pesquisadores da área de física demonstraram interesse em trabalhar com a área financeira, o que propiciou o surgimento de um novo campo de atuação: a econofísica (MANTEGNA; KERTÉSZ, 2011).

Para os autores Jovanovic e Schinckus (2013), foram as pesquisas de Mandelbrot (1963) que deram origem a esse campo; para Kutner e Grech (2008), a pesquisa que originou essa área

foi a de Lévy (1924), sobre a aplicabilidade de processos. Essa área pode ser metodologicamente considerada um agrupamento de abordagens quantitativas fundamentadas em modelos e conceitos, além de sistemas computacionais da área da física como base para investigar fenômenos econômicos financeiros (STANLEY et al., 1996).

De acordo com os autores Rickles (2007) e Jovanovic e Schinckus (2013), a econofísica auxilia na complementação do aporte teórico da economia, uma vez que além do desenvolvimento de teorias da área econômica, ela agrega modelagens físicas de dados reais e não baseados em um mercado ideal, como acontece na área de finanças, além de análises e previsões, partindo de resultados para o desenvolvimento de teorias e validação de hipóteses econômicas (SCHINCKUS, 2011). Portanto, essas teorias são desenvolvidas a posteriori.

Com base nisso, vários modelos são utilizados para examinar as séries temporais e suas propriedades multifractais, entre eles, um dos mais utilizados é o método *Multifractal Detrended Fluctuation Analysis* (MF-DFA) de Kantelhardt et al. (2002), considerado como uma generalização do método DFA.

Essa generalização do método Detrended Fluctuation Analysis (DFA), denominado método Multifractal DFA ou ainda MF-DFA foi desenvolvida por Kantelhardt et al. (2002) para caracterizar de maneira multifractal uma série temporal. Segundo esses autores, essa técnica é capaz de definir de maneira eficaz o comportamento de escala multifractal em séries temporais, além de ser de fácil aplicabilidade e requerer menos recursos computacionais se comparado ao método *Wavelet Transform Modulus Máxima* (WTMM) desenvolvido por Calvet e Fisher (2001).

Esse método é amplamente utilizada na área da econofísica e na análise multifractal de séries temporais financeiras (MATIA; ASHKENAZY; STANLEY, 2003; OŚWIĘCIMKA et al., 2005; OŚWIĘCIMKA; KWAPIEŃ; DROŻDŹ, 2006; ZUNINO et al., 2008; WANG; LIU; GU, 2009; YING; XIN-TIAN; XIU, 2009; ZUNINO et al., 2009; GRECH; CZARNECKI, 2010; BENBACHIR; ALAOUI, 2011; STOSIC; SILVA; STOSIC, 2012; JALE, 2015; CAO; XU, 2016; MAGANINI; SILVA FILHO; LIMA, 2018; CAO; HE; CAO, 2018; FERNANDES; SILVA FILHO, 2020; RIBEIRO; SILVA FILHO, 2022; GORJÃO et al., 2022; TAKAISHI, 2022).

Matia, Ashkenazy e Stanley (2003) aplicaram o método MF-DFA para analisar um grande conjunto do retorno de ativos financeiros, a saber: 29 *commodities* e 2.449 ações, de maio de 1993 até junho de 2001, totalizando 2.048 observações para cada série temporal, concluindo que todas as séries analisadas apresentam propriedades multifractais, vale ressaltar que o espectro multifractal das *commodities* se mostraram mais amplo do que o das ações, tal

fato se atribui a ampla distribuição de probabilidade das flutuações de preços e em menor grau a sua organização temporal.

Oświęcimka *et al.* (2005) utilizaram os métodos MF-DFA e WTMM com o objetivo de investigar propriedades multifractais nas flutuações dos preços de ações nos mercados alemão e americano, pegaram dados de alta frequência (transação a transação) para 30 ações mais representativas do índice *Dow Jones Industrials* (DJI) e as 30 ações que compõe o índice alemão (DAX), para o período de 01/12/1997 até 31/12/1999, concluindo que todas as séries analisadas apresentam propriedades multifractais e que para uma análise global, quando há disponibilidade de uma amostra relativamente grande, o método MF-DFA se mostrou mais adequado pelos resultados apresentados e por sua simplicidade de implementação se comparado com o método WTMM.

Esses mesmos autores também utilizaram os mesmos dois métodos aplicando inicialmente a três séries artificiais criadas pelo computador para comparar os dois métodos com respeito a desempenho quanto a detecção adequada do caráter monofractal e multifractal, bem como uma aplicação ao conjunto de dados empíricos idêntico ao do trabalho de 2005, chegando aos mesmos resultados, que o método MF-DFA é confiável e de mais fácil implementação (OŚWIĘCIMKA; KWAPIEŃ; DROŹDŹ, 2006).

Zunino *et al.* (2008) realizaram um estudo onde aplicaram o método MF-DFA ao retorno de 32 índices do mercado de ações de países desenvolvidos e em desenvolvimento, no período de 02/01/1995 a 23/07/2007, totalizando 3.138 observações coletada da base de dados da *Bloomberg*, e chegaram a conclusão que o grau de multifractalidade pode ser usado como um quantificador para caracterizar o estágio de desenvolvimento do mercado de índices de ações a nível mundial, guardando uma relação inversa, ou seja, quanto maior o grau de multifractalidade menor é o estágio de desenvolvimento do mercado de ações em questão.

Nessa mesma linha, Wang, Liu e Gu (2009) realizaram um estudo no qual utilizaram o método MF-DFA para estudar o comportamento dos retornos calculados a partir do fechamento diário do índice *Shenzhen Component Index* (SZCI) na China, de 03/04/1991 a 15/12/2008, totalizando 4.322 observações, também dividiu a série em séries menores utilizando o método de janelas deslizantes e, assim, concluíram que as séries analisadas possuem características multifractais, à medida que as janelas avançavam para a data mais recente havia ganho de eficiência e, por fim, após analisar a série de volatilidade verificou-se que elas apresentavam significativa dependência de longo prazo e multifractalidade e que a utilização de modelos tradicionais como GARCH e EGARCH para prever a volatilidade não é recomendado para o mercado de ações de Shenzhen.

Ainda relacionado a estudos sobre o mercado de ações chinês, os autores Ying, Xin-Tian e Xiu (2009) estudaram o índice do mercado de ações da bolsa de Xangai aplicado o método MF-DFA, usaram o logaritmo do retorno calculado a partir dos preços diários de fechamento, de 20/12/1990 a 30/04/2008, concluíram que o índice possui propriedade multifractal que tem como fontes principais as distribuições de probabilidades de cauda grossa ou pesada e as correlações temporais não lineares.

Zunino *et al.* (2008) estudaram a natureza multifractal dos retornos diários dos preços e volatilidade o índices dos mercados de ações da América Latina utilizando a análise multifractal de flutuação sem tendência, compararam os resultados com o de um país desenvolvido (EUA), dados diários dos preços de fechamento dos índices da bolsas de valores dos países que compõem a América Latina de janeiro de 1995 a fevereiro de 2007, totalizando uma amostra com 3.169 observações, eles relacionaram o grau de multifractalidade com a ineficiência de mercado e concluíram que os índices possuem propriedade multifractal que tem como fontes principais as correlações de longo alcance das séries e distribuições longas de cauda grossa.

Grech e Czarnecki (2010) realizaram um estudo que analisa os índices (WIG) da bolsa de valores de Varsóvia (Polônia) e (S&P500) composto por 500 ativos negociados na NYSE e NASDAQ (EUA), dados diários coletados do site Yahoo *Finance*, de 16/04/1991 a 10/10/2008 para o WIG e 30/12/1927 a 03/09/2008 para o S&P500, os autores excluíram dados correspondentes a períodos de crises financeiras para verificar o impacto nos resultados, concluindo que séries muito longas acabam obscurecendo o espectro multifractal, apesar das séries analisadas apresentarem características multifractais, mas eles sugerem que sejam utilizadas séries temporais mais curtas e atribuíram o caráter multifractal a não estacionariedade das séries analisadas.

Benbachir e Alaoui (2011) analisaram através do método MF-DFA o retorno de dois índices do mercado de ações de Marrocos, o índice MASI e o MADEX negociados em bolsa de valores, de 02/01/1992 a 04/06/2010, perfazendo uma amostra de 4.486 observações, eles concluíram que os dois índices analisados possuem propriedades multifractais.

Stosic, Silva e Stosic (2012) realizaram um estudo da taxa de câmbio Real/Dólar com o objetivo de examinar como a transição do regime de câmbio fixo para o flutuante ocorrida em 1999 afetava a dinâmica do mercado, com dados diários coletados no Yahoo Finance de 02/10/2995 a 24/01/2003 perfazendo um total de 1.012 observações, após utilizarem o método MF-DFA concluíram que a dinâmica da taxa de câmbio Real/Dólar pertence a uma classe de processos multifractais.

Jale (2015) realizou um estudo interessante onde ele analisa através do método MF-DFA seis *commodities* agrícolas brasileiras, a saber: açúcar, algodão, arroz, boi, café e trigo, com dados diários (retornos) coletados no *site* do CEPEA (ESALQ/USP), totalizando uma amostra com 1960 observações divididas em duas subamostras antes (915 observações) da crise financeira mundial de 2008 (*subprime*) e após (1.045 observações), de 03/04/2006 a 07/04/2014, concluindo que todas as séries analisadas apresentaram comportamento multifractal.

Cao e Xu (2016) analisaram os preços diários de direito de emissão de carbono de dois mercados futuros de Reduções de Emissões Certificadas (CER) e licenças da União Europeia e EUA, no período de 14/03/2008 a 31/12/2012, totalizando 1.231 observações, concluindo que os dois mercados exibem características multifractais claras e correlação de longo alcance, as principais causas para o comportamento multifractal são as correlações de longo alcance e as distribuições de cauda gorda ou pesada, bem como, a multifractalidade ainda está relacionada com a presença de altos valores de retornos nas séries de preços.

Quanto ao mercado de ações o trabalho de Maganini, Silva Filho e Lima (2018) analisaram quatro ações que possuem grande participação de mercado e o índice Ibovespa para saber se elas possuem características multifractais, com dados de alta frequência (minuto a minuto) coletados em dezembro de 2014 da Thomson Reuters e da Consultoria, Métodos, Assessoria e Mercantil S/A (CMA) totalizando uma amostra com 8.400 observações, chegaram à conclusão que todas as séries estudadas possuem características multifractais e que o grau de multifractalidade das ações individuais é bem maior do que o do índice Ibovespa.

Ainda em 2018 os autores Cao, He e Cao publicaram um trabalho no qual eles utilizam o método MF-DFA para analisar as propriedades multifractais das séries dos preços diários de fechamento de contratos futuros das seguintes *commodities*: trigo, farelo de soja, soja e milho para os mercados chinês e estadunidense e mais o petróleo cru (tipo Brent), esses dados foram retirados da base de dados da Reuters, o período é bem heterogêneo mas vai de 1993 até 2009, concluíram que há multifractalidade em todas as séries e mercados analisados.

Em 2020 Fernandes e Silva Filho publicaram um trabalho no qual eles utilizaram o método MF-DFA a fim de analisar qual é o melhor grau dos polinômios de regressão para distinguir a multifractalidade da não multifractalidade em séries temporais financeiras, utilizando dados diários de quatro ações do mercado brasileiro, seis índices internacionais e o principal índice brasileiro (Ibovespa), quatro taxas de câmbio e uma moeda virtual Bitcoin, todas as séries com 8.000 observações, eles concluíram que não há nenhuma vantagem em utilizar polinômios de graus maiores do que um e, assim, deve-se manter a utilização de

polinômios lineares por questão de simplicidade para os cálculos, todas as séries possuem propriedades multifractais.

Mais recentemente, Gorjão *et al.* (2022) apresentaram uma biblioteca em *Python* para realizar a implementação do método MF-DFA nessa linguagem de programação, dentro desse trabalho eles fizeram duas aplicações a séries de dados reais, quais sejam: manchas solares (não relevante para o presente trabalho) e preços intradiário, extraído de 15 em 15 minutos, de eletricidade do mercado alemão e austríaco coletado *European Power Electricity Exchange* (EPEX SPOT), de 01/01/2015 a 31/12/2019, mostrando como resultados as propriedades de escala e força de sua multifractalidade.

Ribeiro e Silva Filho (2022) aplicaram o método MF-DFA aos retornos das séries de preços diários de três ações negociadas no mercado brasileiro e mais o índice Ibovespa, no período que vai de janeiro de 1998 a maio de 2015, totalizando 4.038 observações, concluindo que todas as séries analisadas apresentam características multifractais e que o grau de multifractalidade pode ser um indicador tanto da volatilidade quanto do risco associado a um determinado ativo.

Takaishi (2022) analisou os preços diários de três índices das bolsas de valores japonesas, *Tokyo Stock Price Index* (TOPIX), *Tokyo Stock Exchange Second Section Index* (TSE-Second) e TOPIX-Small, de 16/05/1949 a 30/12/2020 (TOPIX), de 02/11/1961 a 30/12/2020 (TSE-Second) e de 04/10/1968 a 30/12/2020 (TOPIX-Small), concluindo que de acordo com o expoente de Hurst os índices se mostraram ineficientes inicialmente com uma redução gradativa dessa ineficiência, o grau de multifractalidade varia ao longo do tempo e as propriedades multifractais do índices analisados mudaram em torno do ano 2000 podendo ser explicado pela migração para o sistema totalmente informatizado de negociação ocorrida nesse ano.

Diante de todos esses trabalhos anteriores, e levando em consideração as três referências de 2022 que utilizam como método o MF-DFA para investigar propriedades multifractais em séries de dados, observa-se que o tema e o método são relevantes na atualidade. Vale ressaltar que as aplicações das referências mais atuais não são a respeito de *commodities* agrícolas, objeto de estudo deste trabalho de pesquisa.

3 PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

Nessa seção é descrita a natureza da pesquisa, sua classificação e o método a ser utilizado. A pesquisa é um processo racional e sistemático que tem o intuito de fornecer respostas aos problemas que são propostos, ela é desenvolvida através do concurso dos conhecimentos disponíveis e da utilização de métodos e técnicas de investigação científica (GIL, 2019).

A presente pesquisa pode ser classificada, de acordo com sua natureza, por aplicada, pois objetiva produzir conhecimentos com aplicabilidade prática, possibilitando solucionar problemas reais (SILVA; MENEZES, 2005). O problema foi abordado de maneira quantitativa, focado na objetividade, se utilizando de técnicas estatísticas representando em números as informações alcançadas, analisando-as, com resultados quantificados (FONSECA, 2002).

3.1 DADOS

Os dados têm como fonte o Centro de Estudos Avançados em Economia Aplicada (CEPEA). O período amostral está compreendido de 04/01/2010 até 12/01/2023, totalizando 13 anos, o que corresponde à 3215 observações diárias, o período foi escolhido por proporcionar momentos de oscilações nos preços das *commodities* agrícolas, e, também pelo fato de que quanto maior o tamanho da amostra, maior a confiabilidade da análise realizada. Os dados foram analisados a partir dos cálculos e estimativas obtidos utilizando o *software* estatístico R.

3.2 MULTIFRACTAL DETRENDED FLUCTUATION ANALYSIS (MF-DFA)

As séries temporais multifractais possuem vários subconjuntos com flutuações em diferentes escalas, com suas flutuações podendo ser representada por uma lei de potência, que refletirá em uma hierarquia de expoentes da escala (KANTTELHARDT et al., 2002). A partir disso, técnica proposta é a *Multifractal Detrended Fluctuation Analysis* (MF-DFA), que consiste em seis etapas, da determinação do perfil até o expoente de Hurst generalizado $H(q)$, da análise multifractal. Essas etapas que serão implementadas estão descritas a seguir:

- A modelagem terá início com a integração da série original $X(k)$, sendo que $k=1, \dots, N$. Como resultado, Equação 1:

$$Y(i) = \sum_{k=1}^i [x(k) - \bar{x}], i = 1, \dots, N \quad (1)$$

Onde \bar{x} é a representação da média da série $x(k)$;

- A série integrada na etapa anterior $Y(i)$ será dividida em $N_s = \text{int}(N/s)$ segmentos não sobrepostos de tamanho s ;

- Deverá ser calculada a tendência local para cada um dos N_s segmentos pelo método dos mínimos quadrados das séries, definindo assim a variância de cada segmento v , Equação 2:

$$F^2(s, v) = \frac{1}{s} \sum_{i=1}^s \{Y[N - (v - N_s)s + i] - y_v(i)\}^2 \quad (2)$$

Onde $v = N_s + 1, \dots, 2N_s$

- O valor médio de todos os segmentos deverá ser calculado, e esse valor será utilizado para obter a função de flutuação de ordem q , Equação 3:

$$F_q(S) = \left\{ \frac{1}{2N_n} \sum_{v=1}^{2N_n} [F^2(s, v)]^{\frac{q}{2}} \right\}^{\frac{1}{q}} \quad (3)$$

Onde o q poderá assumir qualquer número real, exceto zero.

- A próxima etapa será a definição do comportamento da escala da função de flutuação, com a utilização do gráfico de escala log-log de $F_q(s)$ versus s , para qualquer valor de q .

Caso da série original $x(i)$ apresentar correlações de longo alcance, $F_q(S)$ será uma lei das potências, Equação 4:

$$F_q(S) \sim S^{h(q)} \quad (4)$$

Caso as séries sejam estacionárias, $h(2)$ será igual ao expoente de Hurst, logo $h(q)$ será denominado de expoente de Hurst generalizado.

Caso as séries sejam monofractais, $h(q)$ será independente de q ;

Caso as séries sejam multifractais, $h(q)$ será uma função independente de q .

Sobre medidas multifractais, uma outra descrição levando em conta a função de partição pode ser calculada pela Equação 5:

$$Z_q(s) = \sum_{v=1}^{N/s} |Y(vs) - Y((v-1)s)|^q \sim s^{\tau(q)} \quad (5)$$

Onde $\tau(q)$ é conhecido como expoente da escala de Renyi, com q podendo assumir valores positivos e negativos. Logo temos uma relação entre dois conjuntos, Equação 6:

$$\tau(q) = qh(q) - 1 \quad (6)$$

Relacionando $H(q)$ com a dimensão multifractal generalizada $D(q)$, tem-se, Equação 7:

$$D(q) \equiv \frac{t(q)}{q-1} = \frac{qH(q-1)}{q-1} \quad (7)$$

E por fim pode-se definir o expoente de singularidade $h(q)$, com a taxa de variação de $\tau(q)$ em relação a q , Equação 8:

$$h(q) = \frac{d\tau(q)}{dq} \quad (8)$$

Nesse sentido, para interpretar corretamente os valores do Expoente de Hurst generalizado $h(q)$ tem-se que quando esses valores estiverem entre 0,5 e 1 indicam que a série possui correlações e de longo alcance persistentes o que representa que valores maiores têm maior chance de ser seguido por valores maiores (apresentam uma relação direta) e a função de autocorrelação diminui obedecendo uma lei de potência. Quando o $h(q)$ for igual a 0,5 a série não apresenta autocorrelação. Por outro lado, quando os valores estão entre 0 e 0,5 significa que a série apresenta comportamento antipersistente, ou seja, os maiores valores têm maior probabilidade de serem seguidos por valores menores (apresentam uma relação inversa).

medida de dispersão, o desvio padrão e as medidas de assimetria e achatamento, a assimetria e a curtose, na Tabela 1.

Tabela 1 - Estatísticas descritivas dos dados no período de 04/01/2010 até 12/01/2023

Estatística	Commodities											
	Boi		Café		Milho		Trigo		Arroz		Açúcar	
Moeda	R\$	US\$	R\$	US\$	R\$	US\$	R\$	US\$	R\$	US\$	R\$	US\$
Nº de Obs.	3215	3215	3215	3215	3215	3215	3215	3215	3215	3215	3215	3215
Mínimo	-9,09	-10,63	-10,24	-9,30	-4,98	-7,61	-7,96	-8,69	-3,74	-8,26	-6,16	-8,07
Máximo	10,84	10,85	8,27	9,16	7,32	7,19	6,95	7,75	5,74	7,35	3,95	6,07
Amplitude Total	19,93	21,48	18,51	18,46	12,30	14,80	14,91	16,44	9,48	15,61	10,11	14,14
Média	0,04	0,01	0,04	0,01	0,05	0,01	0,04	0,01	0,04	0,00	0,02	-0,01
Desvio Padrão	1,09	1,47	1,51	1,81	0,94	1,32	1,12	1,49	0,57	1,13	0,79	1,26
Mediana	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
Assimetria	-0,29	-0,11	0,05	0,08	0,37	0,13	0,02	0,01	0,71	0,18	-0,63	-0,28
Curtose	12,16	5,09	3,79	1,71	3,91	1,66	5,24	2,29	11,83	3,07	5,02	1,99

Nota: Os valores faltantes foram excluídos para se obter o pareamento dos log_retornos.

Fonte: elaborado pelo autor (2023).

A partir da diferença entre o máximo e o mínimo se pode obter uma medida chamada Amplitude Total, é a medida de variabilidade mais simples, que em conjunto com o desvio padrão ajuda a caracterizar melhor a variabilidade de um conjunto de dados. Pode-se destacar que o boi apresentou as maiores amplitudes totais com 19,93 (real) e 21,48 (dólar), o café apresentou a menor diferença entre as duas moedas com 18,51 (real) e 18,46 (dólar), as menores amplitudes totais em real ficaram com o arroz 9,48 e o açúcar 10,11 e as menores amplitudes totais em dólar ficaram com o açúcar 14,14 e o milho 14,80. Com relação ao Desvio Padrão temos valores baixos, menor valor foi apresentado pelo arroz com 0,57 (real) e o açúcar 0,79 (real), os maiores valores ficou com o café 1,51 em real e 1,81 em dólar, todos os valores ficaram abaixo de 2,00 que significa que os eles estão condensados em torno da média, ou seja, a distribuição é considerada heterogênea.

Quanto a Média se observou que todos os valores tanto em real quanto em dólar foram bem próximos a zero, com destaque para o arroz com média 0,00 (dólar) e o açúcar com média -0,01 (dólar), o boi, o café, o trigo e o arroz apresentaram médias iguais a 0,04 em real e 0,01 em dólar, exceto arroz 0,00, já o milho teve sua média de 0,05 em real e 0,01 em dólar. A partir daí se pode inferir que os valores da distribuição estão bem distribuídos por conta de todos os valores terem dado 0,00 ou próximos dele.

Em relação a Assimetria se observa valores bem próximos a zero, com destaque para o maior valor com o arroz 0,71 (real) e 0,18 (dólar) e os menores com o açúcar -0,63 (real) e -0,28 (dólar). Sendo assim, as distribuições dos valores do boi, café, milho, trigo, arroz e açúcar apresentam uma distribuição assimétrica à direita (positiva) em real e em dólar as quatro primeiras *commodities* apresentaram o mesmo comportamento com exceção o arroz que a média e mediana foram iguais a 0,00 e o açúcar que apresentou uma distribuição assimétrica à esquerda (negativo), ou seja, nenhuma das *commodities* analisadas apresentaram distribuição simétrica.

A Curtose representa o grau de achatamento da curva de uma distribuição, todas as *commodities* analisadas apresentaram curtose positiva tanto em real quanto em dólar e acima de 3,00 em moeda nacional, com destaque para o boi com 12,16 (real) e 5,09 (dólar) e o arroz 11,83 (real) e 3,07 (dólar), ou seja, as distribuições tanto em real quanto em dólar apresentam curva leptocúrtica, mais pontiaguda do que a distribuição normal padrão e com caudas longas ou pesadas.

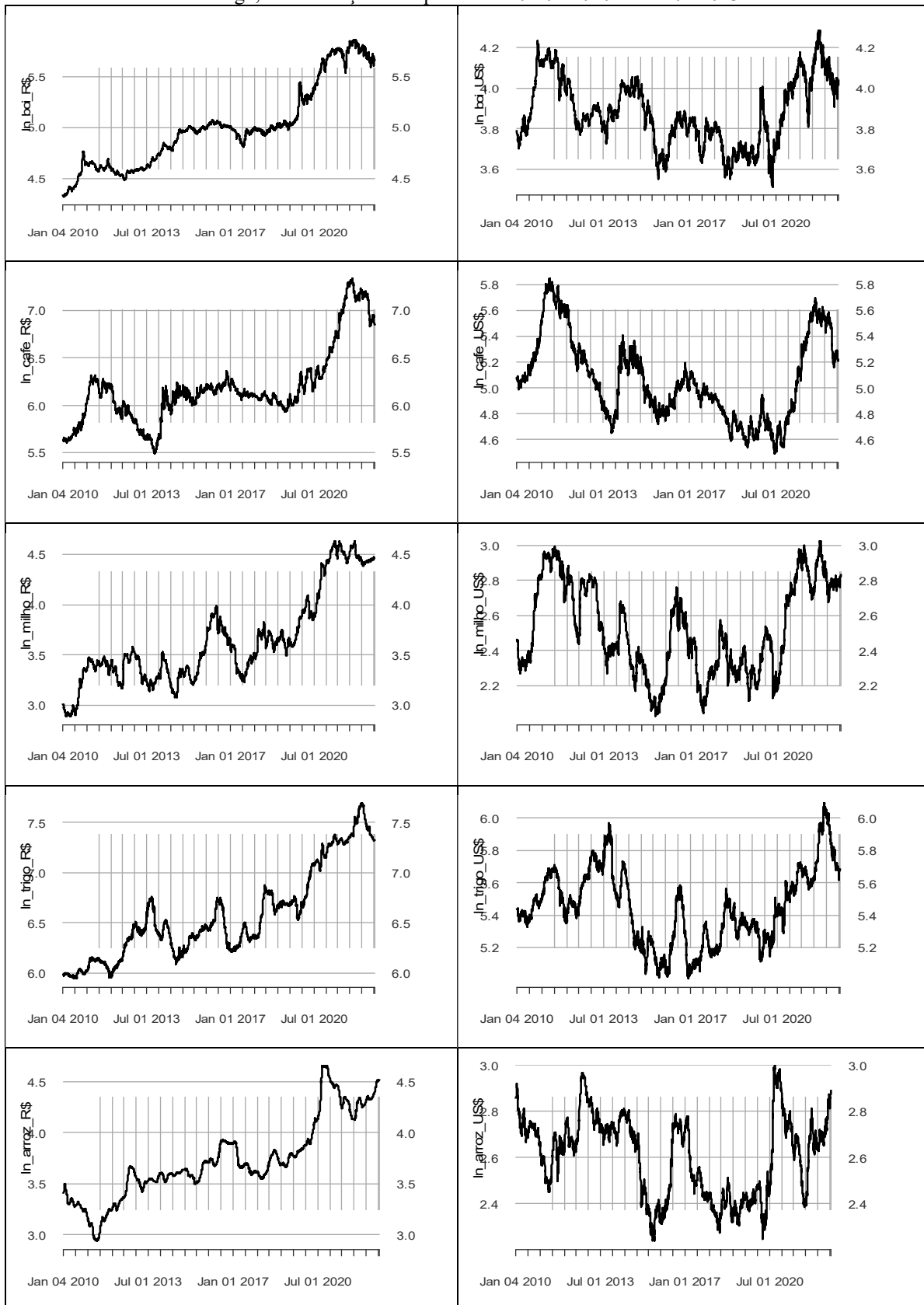
4.2 ANÁLISE GRÁFICA DA VARIAÇÃO DOS PREÇOS DE FECHAMENTO E RETORNOS

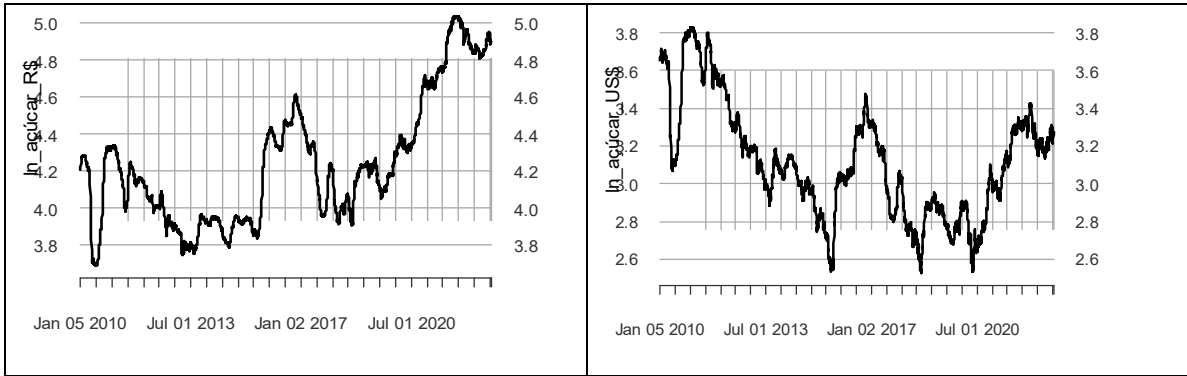
Antes de serem dados os comandos para geração dos gráficos apresentados abaixo foram realizados o tratamento das séries temporais originais, tais como: transformação da escala dos preços de fechamento e dos retornos através da aplicação do logaritmo natural.

Esta transformação se fez necessária por duas razões, quais sejam: i) razão estatística que consiste na redução do viés causado por *outliers* (valores extremos discrepantes do restante da distribuição), pico da distribuição e cauda longa; e ii) razão proporcional que consiste em apresentar uma relação de proporção mais equilibrada uma vez que a variação dos preços acontece em valores maiores e mais variados (eixo Y, das ordenadas) enquanto a variação diária acontece constantemente em unidade (eixo X, das abscissas).

Dessa forma, a transformação nos dados se deu pela aplicação do logaritmo natural (\ln), que tem como base o número e com valor aproximadamente de 2,71, o logaritmo natural de um número é o logaritmo deste número na base e , e teve como objetivo de transformar a escala dos valores grandes e as variações, bem como mostrar a relação de proporção para ajudar na visualização e interpretação dos gráficos. Apresenta-se os logaritmos das variações diárias dos preços de fechamento das *commodities* estudadas conforme a Figura 3.

Figura 3 - Variações dos logaritmos dos preços diários de fechamento em real e em dólar do Boi, Café, Milho, Trigo, Arroz e Açúcar no período de 04/01/2010 até 12/01/2023





Fonte: elaborado pelo autor (2023).

O Boi em real apresentou uma clara tendência de alta se observado o período da análise como um todo com exceções pontuais como entre 2011 e 2013 com leve queda e revertendo a tendência a partir de 2014 quando ocorreu o *boom* das *commodities*, em 2017 apresentou queda pontual de 2%, a partir de 2020 há forte alta por conta da crise sanitária da Covid-19 revertendo para uma pequena baixa por conta de ter sido zerado os tributos federais (PIS e Cofins) dos itens da cesta básica até 31 dezembro de 2021, mas em dólar não há uma tendência de estabilidade com muitas variações para baixo e para cima com uma forte alta a partir de 2020 também por conta da crise sanitária da Covid-19. Sendo assim, há uma diferença clara e significativa entre a variação dos preços em real e em dólar.

Quanto ao Café em real observa-se uma alta entre 2010 e queda entre 2011 e 2013 e uma forte alta em 2014 com uma certa estabilidade até 2017 quando apresentou uma pequena baixa até final de 2019 e início de 2020 quando apresentou forte alta explicada pela crise sanitária da Covid-19, mas em dólar há muito mais oscilações durante e uma tendência de estabilidade para todo período analisado com destaque para uma forte alta em 2011 sendo maior do que a alta ocorrida mais recentemente por conta da Covid-19. Sendo assim, há uma diferença clara e significativa entre a variação dos preços em real e em dólar.

O Milho em real apresenta uma tendência de alta para todo o período analisado com queda acentuada em 2017 e uma forte alta a partir de 2018 com uma pequena baixa em 2021 explicada pelo fato de ter sido zerado os tributos federais (PIS e Cofins) dos itens da cesta básica até 31 dezembro de 2021, mas em dólar há muito mais oscilações e uma tendência de estabilidade para todo período analisado com destaque para uma forte queda entre 2011 e 2015 com uma recuperação em 2016 para cair novamente em 2017, apresentando alta ocorrida a partir de 2020 por conta da Covid-19. Sendo assim, há uma diferença clara e significativa entre a variação dos preços em real e em dólar.

Nesse mesmo sentido o Trigo em real apresenta uma tendência alta para todo o período analisado com queda acentuada entre 2012 e 2014, uma forte alta a partir de 2014 voltando a cair em 2017, com uma pequena baixa em 2018 quando apresentou forte alta a partir de 2019 explicada pela Covid-19, com leve baixa em 2021 explicada pelo fato de ter sido zerado os tributos federais (PIS e Cofins) dos itens da cesta básica até 31 dezembro de 2021, mas em dólar há muito mais oscilações e uma tendência de estabilidade para todo período analisado com destaque para uma forte queda entre 2011 e 2015 com uma recuperação em 2016 voltando a cair em 2017, apresentando alta ocorrida a partir de 2020 por conta da Covid-19. Sendo assim, há uma diferença clara e significativa entre a variação dos preços em real e em dólar.

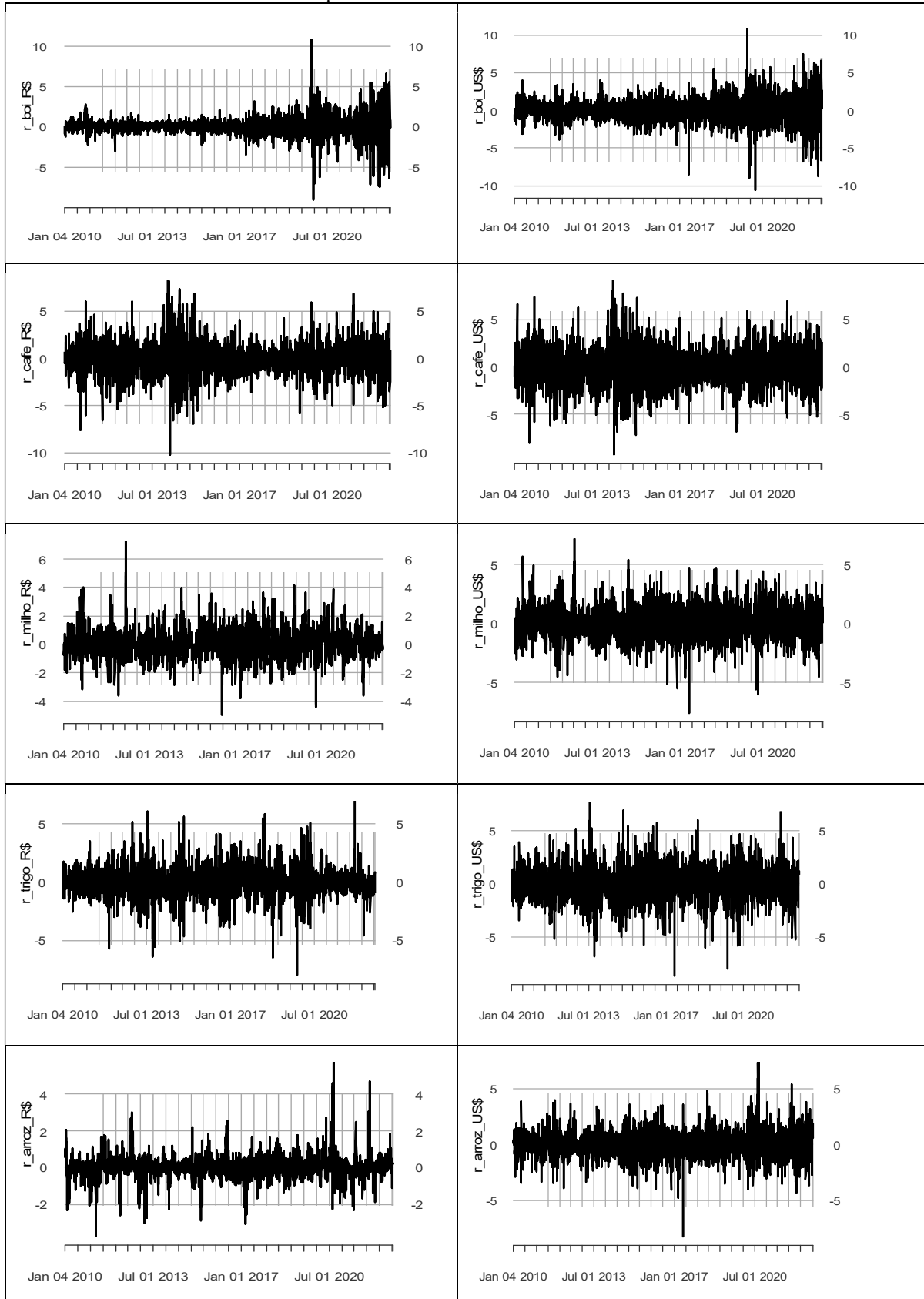
Já em relação ao Arroz em real apresenta uma tendência alta para todo o período analisado com uma pequena queda em 2017 e uma forte alta a partir de 2018 até final de 2020 com uma pequena baixa em 2021 explicada pelo fato de ter sido zerado os tributos federais (PIS e Cofins) dos itens da cesta básica até 31 dezembro de 2021, mas em dólar há muito mais oscilações e uma tendência de estabilidade para todo período analisado com destaque para uma forte queda entre 2010 e 2011, em 2012 apresentou alta, com uma queda considerável entre 2013 e 2015, apresentando alta entre 2016 e 2017 e caindo até 2019 quando reverte está tendência com uma forte alta ocorrida a partir de 2020 por conta da Covid-19, com queda em 2021 voltando a subir em seguida. Sendo assim, há uma diferença clara e significativa entre a variação dos preços em real e em dólar.

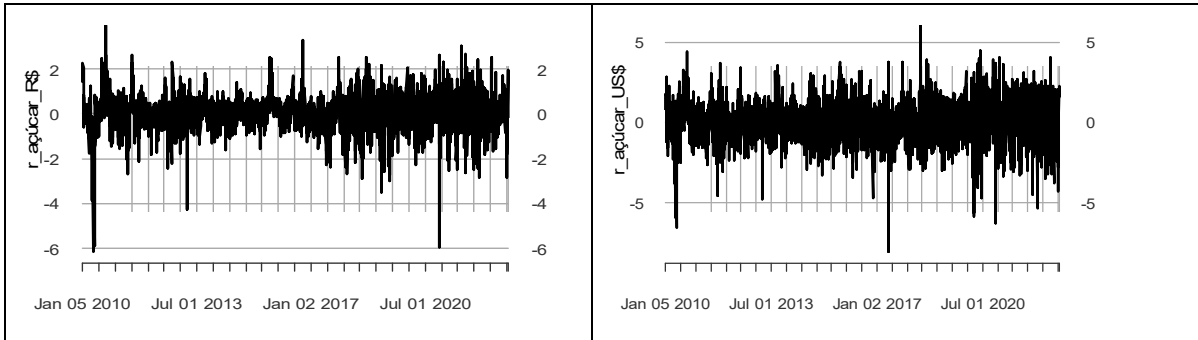
Por fim, utilizando como base a análise gráfica, o Açúcar em real apresenta uma tendência alta para todo o período analisado com queda entre 2011 e 2012, com uma certa estabilidade entre 2013 e 2014 quando há uma forte alta a partir de 2015 voltando a cair em 2017, com uma pequena baixa em 2018 quando apresentou forte alta a partir de 2019 explicada pela Covid-19, com leve baixa em 2021 explicada pelo fato de ter sido zerado os tributos federais (PIS e Cofins) dos itens da cesta básica até 31 dezembro de 2021, mas em dólar há muito mais oscilações e uma leve tendência de queda para todo período analisado com destaque para uma forte queda entre 2011 e 2015 com uma recuperação em 2016 voltando a cair em 2017, apresentando alta ocorrida a partir de 2020 por conta da Covid-19. Sendo assim, há uma diferença clara e significativa entre a variação dos preços em real e em dólar.

Diante do exposto, a partir da análise gráfica se pode concluir que há uma diferença clara e significativa entre as variações dos preços de fechamento diários das *commodities* analisadas em real e em dólar, já que em real há tendência de alta para todas elas e menos oscilações enquanto que em dólar se observa bem mais oscilações e tendências de estabilidade e leve queda no caso do açúcar quando se considera todo o período estudado.

A seguir é realizada a análise gráfica dos logaritmos dos retornos em real e em dólar para as *commodities* estudadas conforme a Figura 4.

Figura 4 - Variações dos logaritmos dos retornos em real e em dólar do Boi, Café, Milho, Trigo, Arroz e Açúcar no período de 04/01/2010 até 12/01/2023





Fonte: elaborado pelo autor (2023).

A partir da Figura 4 se pode verificar que os gráficos dos retornos apresentam uma oscilação em torno do zero, ou seja, há uma predominância de dias em que o preço de fechamento foi idêntico ao de abertura ou bem próximo. Pode-se observar também a presença de agrupamento de volatilidade (*clusters* de volatilidade) em quase todas as *commodities* estudadas em datas comuns como 2014 com o *boom* das *commodities*, em 2017 quando houve desvalorização considerável e grandes oscilações nos preços e em 2020 por conta da crise sanitária da Covid-19. De forma particular o Boi apresentou menos agrupamento de volatilidade com grande manifestação a partir de 2020, o Café apresentou grande oscilação nos retornos em 2014 sendo o ponto mais aparentemente, com relação ao Milho os gráficos são quase idênticos em real e em dólar apresentando grande oscilação positiva em 2012, o Trigo, o Arroz e o Açúcar têm comportamento semelhantes tanto em real quanto em dólar sendo que em real apresentou um comportamento mais limpo com oscilações um pouco menores.

Vale destacar que o comportamento dos gráficos apresentados na Figura 4 que apresentam o logaritmo dos retornos diários está alinhado com o comportamento observados nas séries analisadas nos trabalhos de Maganini, Silva Filho e Lima (2018) e Fernandes e Silva Filho (2020), confirmando os achados do presente trabalho.

Na subseção a seguir é realizada a análise multifractal, que é o objeto central deste trabalho, tomando como base o trabalho intitulado “*Multifractal Detrended Analysis Method and its Application in Financial Markets*” dos autores Cao, He e Cao que foi publicado em 2018.

4.3 ANÁLISE MULTIFRACTAL

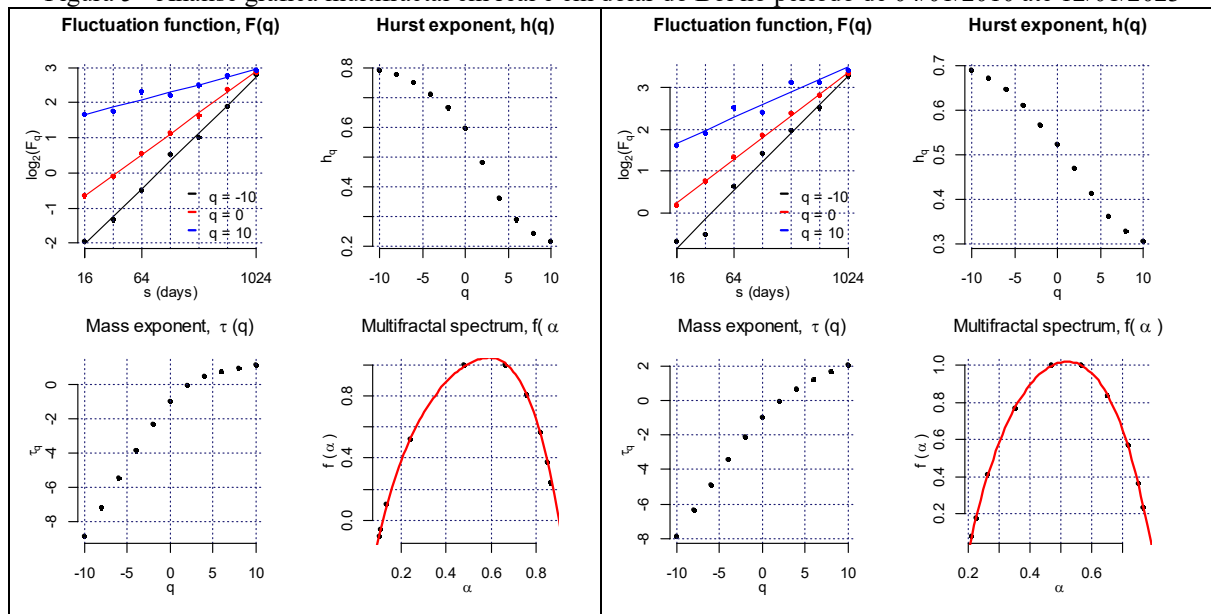
A análise multifractal serve para entender o comportamento de séries temporais financeiras, inclusive de *commodities* que é o objeto desta dissertação, tanto pela caracterização

dos dados quanto do complexo gerador das séries por expoentes de escala fractal e multifractal (FERNANDES; SILVA FILHO, 2020).

Essa análise foi feita tomando como base o conjunto de quatro gráficos, quais sejam: i) observar a escala da função de flutuação pela análise do gráfico log-log de $F_q(S)$ contra s , para cada valor de q , fenômenos com invariância de escala obedecem a uma lei de potência (MANDELBROT, 1998); ii) observar o comportamento do gráfico da função $h(q)$ é conhecido como Expoente de Hurst generalizado, onde $h(q)$ contra q variando para séries multifractais; iii) o gráfico $\tau(q)$ contra q , com q podendo assumir valores positivos e negativos, onde $\tau(q)$ é conhecido como Expoente de Rényi, quando ele exibe comportamento não linear é típico de processos multifractais; e iv) observar o comportamento do gráfico $f(\alpha)$ contra α , chamado de espectro multifractal, este é o método mais aceito pela comunidade científica para confirmar a multifractalidade em séries temporais (RIBEIRO; SILVA FILHO, 2022).

Antes de apresentar os resultados dos gráficos já mencionados vale ressaltar que os cálculos foram realizados nos resíduos obtidos pela aplicação de modelos autorregressivos (AR) com suas respectivas ordens de defasagens, onde o retorno em t é afetado pelos retornos anteriores, escolhidas após a aplicação da função de autocorrelação parcial (FACP), que capta o efeito da correlação direta, para descartar que o termo de erro seja um ruído branco estacionário, ou seja, que ainda contenha informações relevantes da série temporal analisada.

Figura 5 - Análise gráfica multifractal em real e em dólar do Boi no período de 04/01/2010 até 12/01/2023



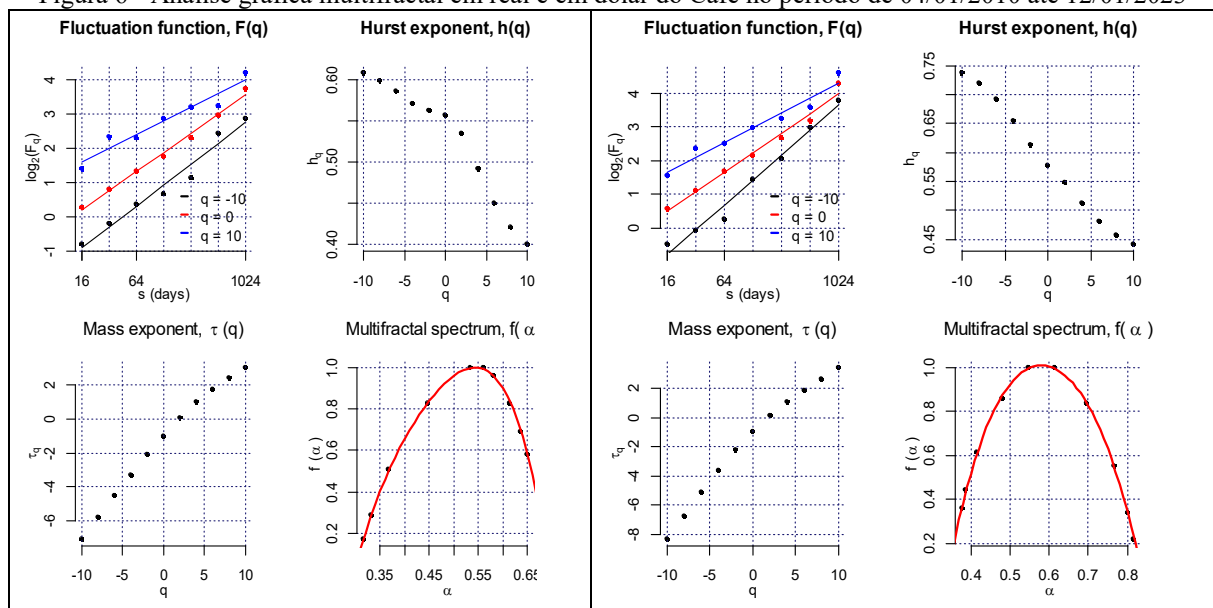
Nota: A função de autocorrelação parcial apontou para um modelo AR(7) em real e um AR(11) em dólar.

Fonte: elaborado pelo autor (2023).

A Figura 5 mostra os quatro gráficos conforme explicado anteriormente a análise para o Boi tanto para o real (lado esquerdo) quando para o dólar (lado direito), no gráfico da função de flutuação os pontos e a linha na cor preta se referem ao $q = -10$, vermelha ao $q = 0$ e os pontos e linha azuis diz respeito ao $q = 10$, a partir deste gráfico é fácil notar que ele apresenta uma relação linear que implica que existe lei de potência; já pelo gráfico do Expoente de Hurst pode-se notar claramente que $h(q)$ varia de forma não linear e inversa a q , ou seja, a medida que q aumenta o $h(q)$ diminui; quando analisamos o gráfico referente ao Expoente de Rényi pode-se notar uma relação não linear e direta (formato côncavo), ou seja, a medida que $\tau(q)$ aumenta o q também aumenta; e, por fim, o gráfico do espectro multifractal, onde se apresenta $f(\alpha)$ contra α , uma curva em formato de U invertido, representando os aspectos multifractais não triviais, todos esses comportamentos apresentados nos gráficos são típicos de processos multifractais (CAO; HE; CAO, 2018). Vale ressaltar que estes comportamentos foram observados tanto para análise em real quanto em dólar.

Este resultado está de acordo com o que Jale (2015) encontrou através da análise do Expoente de Rényi e do espectro multifractal e, assim, corrobora com os achados nesta dissertação. Quando comparamos o grau de multifractalidade a partir do Δh , que é a diferença entre o $h(q)_{\max} - h(q)_{\min}$, se observa que esse valor é maior em real do que em dólar, ou seja, há maior multifractalidade em moeda local que pode ser causada pela função densidade de probabilidade dos valores da série e pelas correlações em subconjuntos com grandes e pequenas flutuações (JALE, 2015), mas apontar a origem da multifractalidade não é o objetivo deste trabalho.

Figura 6 - Análise gráfica multifractal em real e em dólar do Café no período de 04/01/2010 até 12/01/2023



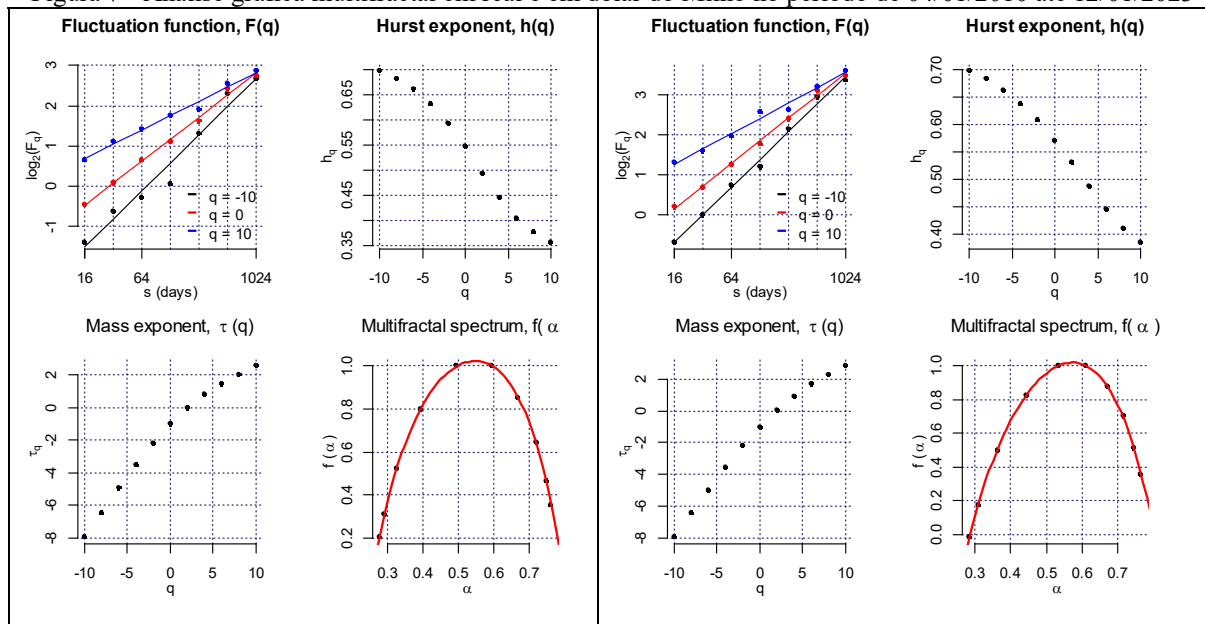
Nota: A função de autocorrelação parcial apontou para um modelo AR(3) em real e um AR(3) em dólar.

Fonte: elaborado pelo autor (2023).

A Figura 6 mostra os quatro gráficos conforme explicado anteriormente a análise para o Café tanto para o real (lado esquerdo) quando para o dólar (lado direito), a partir do gráfico da função de flutuação é fácil notar que ele apresenta uma relação linear que implica que existe lei de potência; já pelo gráfico do Expoente de Hurst pode-se notar claramente que $h(q)$ varia de forma não linear e inversa a q ; quando analisamos o gráfico referente ao Expoente de Rényi pode-se notar uma relação não linear e direta (formato côncavo); e, por fim, o gráfico do espectro multifractal representa uma curva em formato de U invertido e, assim, todos esses comportamentos apresentados pelos gráficos tanto para real quanto para dólar são típicos de processos multifractais (CAO; HE; CAO, 2018).

Este resultado está de acordo com o que Jale (2015) encontrou através da análise do Expoente de Rényi e do espectro multifractal e, assim, corrobora com os achados nesta dissertação. Quando comparamos o grau de multifractalidade a partir do Δh se observa que esse valor é maior em dólar do que em real, contrário do que ocorreu para o Boi, há maior multifractalidade em moeda estrangeira (dólar).

Figura 7 - Análise gráfica multifractal em real e em dólar do Milho no período de 04/01/2010 até 12/01/2023



Nota: A função de autocorrelação parcial apontou para um modelo AR(6) em real e um AR(7) em dólar.

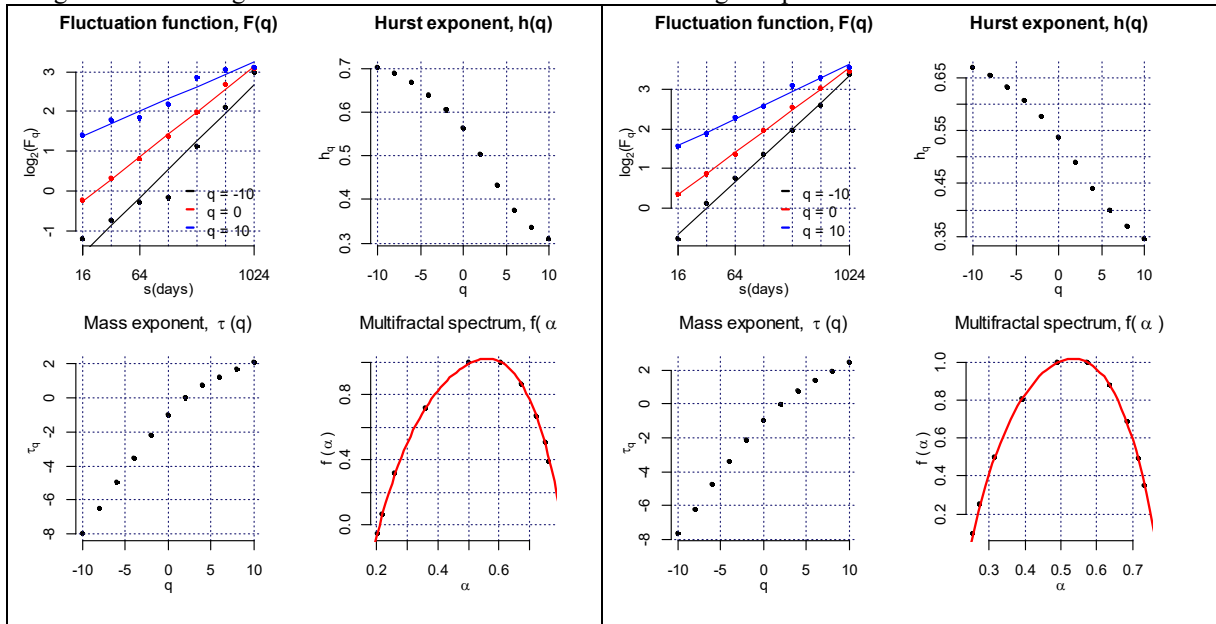
Fonte: elaborado pelo autor (2023).

A Figura 7 mostra os quatro gráficos conforme explicado anteriormente a análise para o Milho tanto para o real (lado esquerdo) quando para o dólar (lado direito), a partir do gráfico da função de flutuação é fácil notar que ele apresenta uma relação linear que implica que existe lei de potência; já pelo gráfico do Expoente de Hurst pode-se notar claramente que $h(q)$ varia de forma não linear e inversa a q ; quando analisamos o gráfico referente ao Expoente de Rényi

pode-se notar uma relação não linear e direta (formato côncavo); e, por fim, o gráfico do espectro multifractal representa uma curva em formato de U invertido e, assim, todos esses comportamentos apresentados pelos gráficos tanto para real quanto para dólar são típicos de processos multifractais (CAO; HE; CAO, 2018). Este resultado está de acordo com o que Cao, He e Cao (2018) encontraram através da análise de análise idêntica quanto aos quatro gráficos e, assim, corrobora com os achados nesta dissertação.

Quando se observa o grau de multifractalidade a partir do Δh e se compara o valor em real é um pouco maior do que em dólar, acompanhando o comportamento do Boi, há maior multifractalidade em moeda local.

Figura 8 - Análise gráfica multifractal em real e em dólar do Trigo no período de 04/01/2010 até 12/01/2023



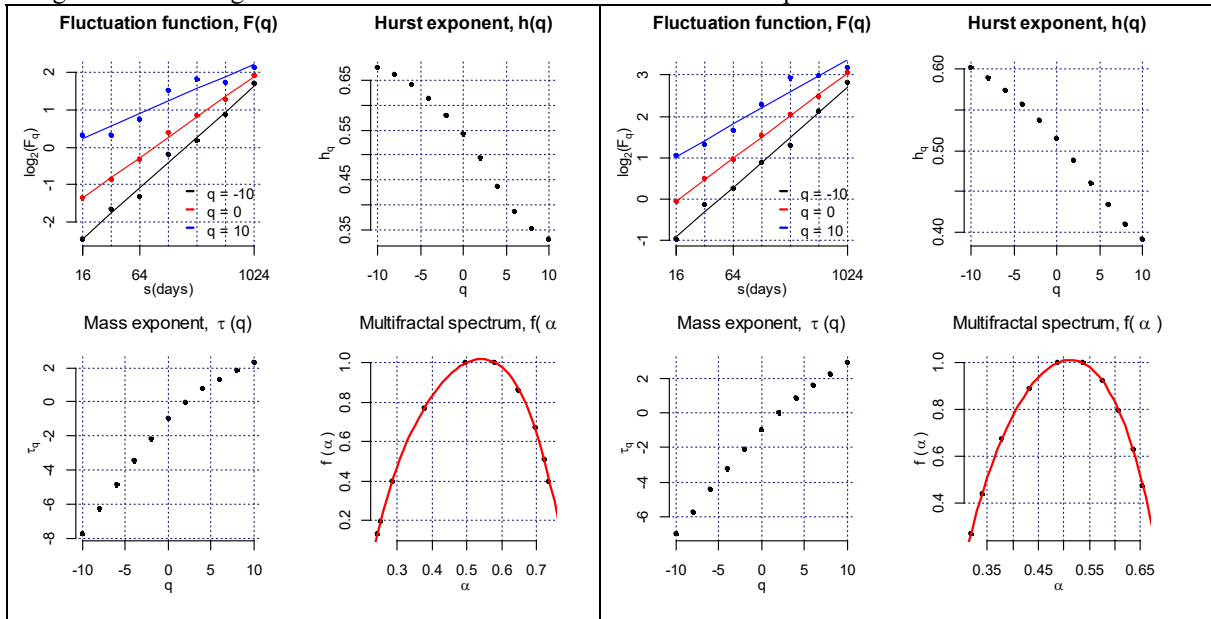
Nota: A função de autocorrelação parcial apontou para um modelo AR(11) em real e um AR(7) em dólar.

Fonte: elaborado pelo autor (2023).

A Figura 8 mostra os quatro gráficos conforme explicado anteriormente a análise para o Trigo tanto para o real (lado esquerdo) quanto para o dólar (lado direito), a partir do gráfico da função de flutuação é fácil notar que ele apresenta uma relação linear que implica que existe lei de potência; já pelo gráfico do Exponente de Hurst pode-se notar claramente que $h(q)$ varia de forma não linear e inversa a q ; quando analisamos o gráfico referente ao Exponente de Rényi pode-se notar uma relação não linear e direta (formato côncavo); e, por fim, o gráfico do espectro multifractal representa uma curva em formato de U invertido e, assim, todos esses comportamentos apresentados pelos gráficos tanto para real quanto para dólar são típicos de processos multifractais (CAO; HE; CAO, 2018).

Este resultado está de acordo com o que Jale (2015) encontrou através da análise do Exponente de Rényi e do espectro multifractal e, assim, corrobora com os achados nesta dissertação. Quando comparamos o grau de multifractalidade a partir do Δh se observa que esse valor é um pouco maior em real do que em dólar, acompanhando o comportamento do Boi, há maior multifractalidade em moeda local.

Figura 9 - Análise gráfica multifractal em real e em dólar do Arroz no período de 04/01/2010 até 12/01/2023



Nota: A função de autocorrelação parcial apontou para um modelo AR(9) em real e um AR(10) em dólar.

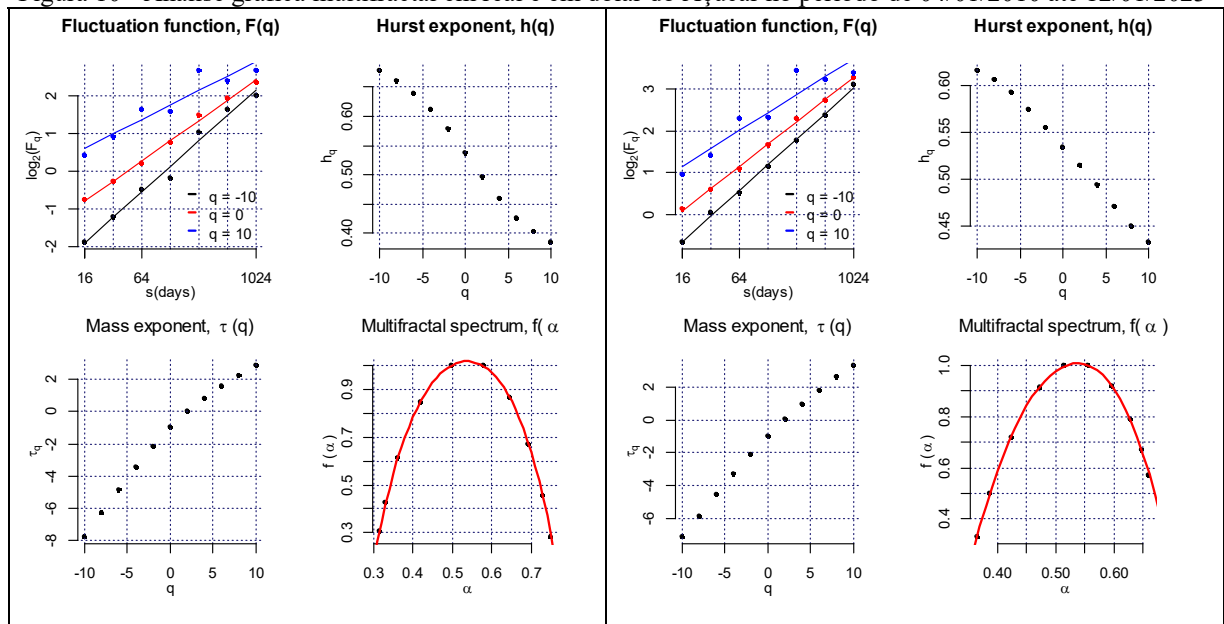
Fonte: elaborado pelo autor (2023).

A Figura 9 mostra os quatro gráficos conforme explicado anteriormente a análise para o Arroz tanto para o real (lado esquerdo) quando para o dólar (lado direito), a partir do gráfico da função de flutuação é fácil notar que ele apresenta uma relação linear que implica que existe lei de potência; já pelo gráfico do Exponente de Hurst pode-se notar claramente que $h(q)$ varia de forma não linear e inversa ao q ; quando se analisa o gráfico referente ao Exponente de Rényi pode-se notar uma relação não linear e direta (formato côncavo); e, por fim, o gráfico do espectro multifractal representa uma curva em formato de U invertido e, assim, todos esses comportamentos apresentados pelos gráficos tanto para real quanto para dólar são típicos de processos multifractais (CAO; HE; CAO, 2018).

Este resultado está de acordo com o que Jale (2015) encontrou através da análise do Exponente de Rényi e do espectro multifractal e, assim, corrobora com os achados nesta dissertação.

Quando comparamos o grau de multifractalidade a partir do Δh se observa que esse valor é um pouco maior em real do que em dólar, acompanhando o comportamento do Boi, há maior multifractalidade em moeda local.

Figura 10 - Análise gráfica multifractal em real e em dólar do Açúcar no período de 04/01/2010 até 12/01/2023



Nota: A função de autocorrelação parcial apontou para um modelo AR(9) em real e um AR(8) em dólar.
 Fonte: elaborado pelo autor (2023).

A Figura 10 mostra os quatro gráficos conforme explicado anteriormente a análise para o Açúcar tanto para o real (lado esquerdo) quando para o dólar (lado direito), a partir do gráfico da função de flutuação é fácil notar que ele apresenta uma relação linear que implica que existe lei de potência; já pelo gráfico do Expoente de Hurst pode-se notar claramente que $h(q)$ varia de forma não linear e inversa a q ; quando analisamos o gráfico referente ao Expoente de Rényi pode-se notar uma relação não linear e direta (formato côncavo); e, por fim, o gráfico do espectro multifractal representa uma curva em formato de U invertido e, assim, todos esses comportamentos apresentados pelos gráficos tanto para real quanto para dólar são típicos de processos multifractais (CAO; HE; CAO, 2018).

Este resultado está de acordo com o que Jale (2015) encontrou através da análise do Expoente de Rényi e do espectro multifractal e, assim, corrobora com os achados nesta dissertação. Quando comparamos o grau de multifractalidade a partir do Δh se observa que esse valor é um pouco maior em real do que em dólar, acompanhando o comportamento do Boi, há maior multifractalidade em moeda local.

Portanto, de acordo com o exposto acima e levando em consideração a análise multifractal fica claro que todas as *commodities* estudadas possuem características de processos multifractais. Vale destacar que quando comparamos uma *commodity* em relação às demais se observa que a teve o maior grau de multifractalidade foi o Boi tanto em real quanto em dólar, todas apresentaram maior grau de multifractalidade em real com exceção do Café, e o menor

grau de multifractalidade foi apresentado pelo Café em real e o Açúcar e o Arroz em dólar, respectivamente.

Na seção a seguir, são apresentadas as considerações finais onde: i) retoma-se ao objetivo mostrando que foi alcançado; ii) foram resumidas as conclusões; e iii) aponta-se as limitações do estudo e sugestões de estudos futuros.

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Vários estudos foram desenvolvidos na área de finanças e alguns fatos estilizados foram encontrados nos retornos de séries temporais financeiras, como, por exemplo, estacionariedade, não normalidade, caudas pesadas (gordas) e estudos realizados nas últimas décadas indicam um possível novo fato estilizado chamado multifractalidade (RIBEIRO; SILVA FILHO, 2022). Dessa forma, esta dissertação contribui para a confirmação de processos multifractais para as *commodities* analisadas.

Nesta dissertação, investigou-se o comportamento dos retornos de seis *commodities* agrícolas do mercado brasileiro, quais sejam: boi, café, milho, trigo, arroz e açúcar, quanto à presença de características multifractais. Para realizar a análise foi utilizado o método *Multifractal Detrended Fluctuation Analysis* (MF-DFA) pelo qual gerou quatro gráficos que correspondem: i) gráfico do logaritmo da função de flutuação $F_q(S)$ contra o intervalo de tempo s em dias; ii) o gráfico que mostra o Expoente de Hurst generalizado $h(q)$ contra q ; iii) o gráfico que mostra o Expoente de Rényi com $\tau(q)$ contra q ; e iv) que mostra o espectro multifractal, que é o parâmetro mais utilizado na literatura especializada para análise multifractal, onde consta $f(\alpha)$ contra α .

A partir da análise gráfica dos logaritmos dos preços de fechamento das *commodities*, pode-se concluir que há uma diferença clara e significativa entre as variações dos preços de fechamento diários das *commodities* analisadas em real e em dólar, já que em real há tendência de alta para todas elas e menos oscilações que pode ser explicadas pelas políticas internas e variação da taxa de câmbio enquanto que em dólar se observa bem mais oscilações e tendências de estabilidade com leve queda no caso do açúcar quando se considera todo o período estudado.

Ainda nesse sentido, considerando a análise gráfica dos logaritmos dos retornos diários apresentaram oscilação em torno do zero, ou seja, há uma predominância de dias em que os preços de fechamento e abertura são idênticos ou bem próximos. Todas as *commodities* analisadas apresentaram agrupamento de volatilidade (*clusters* de volatilidade) com destaque para os anos de 2014, uma leve recuperação de uma queda após o boom das *commodities*, em 2017 quando houve uma desvalorização e grandes oscilações e em 2020 por conta da Covid-19.

A partir dos achados deste trabalho acadêmico e levando em consideração a análise multifractal, fica claro que todas as *commodities* estudadas, boi, café, milho, trigo, arroz e açúcar, possuem características de processos multifractais e apresentaram comportamento antipersistente, ou seja, maiores valores têm maior probabilidade de serem seguidos por valores

menos e vice e versa. Vale destacar que, quando se compara uma *commodity* em relação às demais, pode-se observar que a que teve o maior grau de multifractalidade foi o Boi tanto em real quanto em dólar, todas elas apresentaram maior grau de multifractalidade em real com exceção do Café, e o menor grau de multifractalidade foi apresentado pelo Café em real e o Açúcar e o Arroz em dólar, respectivamente. Diante disso não se pode rejeitar a Hipótese desta dissertação.

Os objetivos específicos foram alcançados pela aplicação do método MF-DFA que foi capaz de retornar todos os resultados que deram a base para poder afirmar se as *commodities* possuem características de processos multifractais e pelo grau de multifractalidade e pela largura do espectro multifractal foi fazer a comparação tanto entre as *commodities* em real assim como a comparação delas entre o real e o dólar. Portanto, a análise multifractal foi capaz de gerar todos os resultados necessários e suficientes para a realização desta dissertação.

Portanto, baseando-se nos resultados obtidos, pode-se concluir que a análise gráfica da dinâmica dos preços e retornos e análise multifractal se mostram úteis nos estudos sobre o comportamento das *commodities* agrícolas do mercado brasileiro, dada a sua relevância e do cenário econômico mundial, em particular para o governo para adoção de políticas públicas acertadas e de maneira geral para todos os agentes econômicos.

Como limitações deste estudo, pode-se apontar o tamanho da amostra, o período de análise e o método de análise, apesar deste ser o mais popular dentro da literatura especializada. Já como sugestão de trabalhos futuros pode-se apontar a aplicação de outro método para análise multifractal, buscar uma base maior de dados com um período maior e, por fim, pode-se pegar mais *commodities* de outros tipos não se restringido as analisadas neste trabalho.

REFERÊNCIAS

- ALBUQUERQUE, A. C. S.; SILVA, A. G. **Agricultura tropical: quatro décadas de inovações tecnológicas, institucionais e políticas**. Brasília: Embrapa, Brasília, 2008.
- ALMUNIA, M.; BENETRIX, A.; EICHENGREEN, B.; O'ROURKE, K. H.; RUA, G. From great depression to great credit crisis: similarities, differences and lessons. **Economic Policy**, v. 25, p. 219–265, 2010.
- ANDRADE, C. **Seleção do sistema de irrigação**. Sete Lagoas: Embrapa, 2001.
- BACCARIN, J. G. **Sistema de produção agropecuário brasileiro: características e evolução recente**. 2. ed. São Paulo: Cultura Acadêmica, 2011.
- BARBOSA, L. M.; SILVA, R. S. R. Sobre o pensamento computacional na construção de um triângulo de Sierpinski com o GeoGebra. **Pesquisa e Debate em Educação**, v. 9, n. 1, p. 537-559. 2019.
- BARICELO, L. G.; BACHA, C. J. C. Oferta e demanda de máquinas agrícolas no Brasil. **Revista de política agrícola**, v. 22, n. 4, p. 67-83, 2013.
- BARROS, J. R. M. O passado no presente: a visão do economista. In: BUAINAIN, A. M. *et al.* (Orgs.). **O mundo rural no Brasil do século 21: a formação de um novo padrão agrário e agrícola**. Brasília: Embrapa, 2014.
- BAUMANN, R. Complementaridade produtiva na América do Sul. In: SOUZA, A. M.; MIRANDA, P. (Eds.). **Brasil em desenvolvimento 2015: Estado, planejamento e políticas públicas**. Brasília: Ipea, 2015.
- BAUMANN, R.; RIVERO, J.; ZAVATTIERO, Y. As tarifas de importação no Plano Real. **Pesquisa e planejamento econômico**, v. 27, n. 3, 1997.
- BENBACHIR, S.; ALAOUI, M. E. A multifractal detrended fluctuation analysis of the Moroccan stock exchange. **International Research Journal of Finance and Economics**, v. 78, p. 6-17, 2011.
- BNDES – BANCO NACIONAL DE DESENVOLVIMENTO ECONÔMICO E SOCIAL. **Panorama das importações de trigo no Brasil**. BNDES Setorial: v. 34, p. 389-420, 2011.
- BORGES, M.; GUIMARAES, A. P.; BELLINI, R.; REPEZZA, M. T. C.; AP, L. **As exportações brasileiras e os ciclos de commodities: tendências recentes e perspectivas**. Boletim Conjuntura e Estratégia – Apex-Brasil, 1, 14–29, 2011.
- BRASIL. Ministério da Agricultura, Pecuária e Abastecimento. **Plano Agrícola e Pecuário 2012/2013**. Brasília: Mapa, 2012, 127p.
- BUAINAIN, A. M.; ALVES, E.; SILVEIRA, J. M. J. D.; NAVARRO, Z. **O mundo rural no Brasil do século 21: a formação de um novo padrão agrário e agrícola**. Brasília: Embrapa, 2014.

- BULLER, L. S.; BERGIER, I.; ORTEGA, E.; MORAES, A.; BAYMA-SILVA, G.; ZANETTI, M. R. Soil improvement and mitigation of greenhouse gas emissions for integrated crop–livestock systems: case study assessment in the Pantanal savanna highland, Brazil. **Agricultural Systems**, v. 137, p. 206-219, 2015.
- CALVET, L.; FISHER, A. **Forecasting multifractal volatility**. *Journal of Econometrics*. v. 104, p. 27-58, 2001.
- CALVET, L.; FISHER, A. **Multifractality in asset returns: theory and evidence**. *Review of Economics and Statistics*. v. 84, n. 3, p. 381-406, 2002.
- CALVET, L.; FISHER, A. **Extreme risk and fractal regularity in finance**. v. 601, n. 1, p. 65-94, 2013.
- CAMPOS, A. C.; PAULA, N. M. A evolução da agropecuária brasileira nos anos 90. **Indicadores Econômicos FEE**, v. 29, n. 4, p. 177-199, 2002.
- CAO, G.; HE, L.; CAO, J. **Multifractal detrended analysis method and its application in financial markets**. Singapore: Springer, 2018.
- CAO, G.; XU, W. Multifractal features of EUA and CER futures markets by using multifractal detrended fluctuation analysis based on empirical model decomposition. **Chaos, Solitons & Fractals**, v. 83, p. 212-222, 2016.
- CARVALHO, J. L. N.; RAUCCI, G. S.; FRAZÃO, L. A.; CERRI, C. E. P.; BERNOUX, M.; CERRI, C. C. Crop-pasture rotation: a strategy to reduce soil green house gas emissions in the Brazilian Cerrado. **Agriculture, Ecosystems & Environment**, v. 183, p. 167-175, 2014.
- CASTRO, J. R. As commodities e seu impacto na economia do Brasil. **Nexo Jornal, São Paulo**, v. 31, 2016.
- CASTRO, N. R.; SILVA, A. F.; GILIO, L.; MOREIRA, G. C. O padrão de crescimento da agricultura brasileira: uma análise regional de 2000 a 2015. **Revista de Economia Agrícola**, v. 62, p. 55-71, 2015.
- CONAB. **Companhia Nacional de Abastecimento**. Perspectivas para a Agropecuária, 2019.
- CONAB. **Companhia Nacional de Abastecimento**. Produção de café está estimada em 50,38 milhões de sacas para 2022, 2022.
- CONTINI, E.; PENA JÚNIOR, M. A.; SANTANA, C. A. M.; JÚNIOR, G. M. Exportações motor do agronegócio brasileiro. **Revista de Política Agrícola**, v. 21, n. 2, p. 88-102, 2012.
- CORONEL, D. A.; MACHADO, J. A. D.; CARVALHO, F. M. A. de. Análise da competitividade das exportações do complexo soja brasileiro de 1995 a 2006: uma abordagem de market-share. **Revista de Economia Contemporânea**, v. 13, p. 281-307, 2009.
- CORREA, V. H. C.; RAMOS, P. A precariedade do transporte rodoviário brasileiro para o escoamento da produção de soja do Centro-Oeste: situação e perspectivas. **Revista de Economia e Sociologia Rural**, v. 48, p. 447-472, 2010.

COSTA, D. R.; SILVA FILHO, A. C. Evidências da multifractalidade em sistemas caóticos usando o método MF-DFA. **Revista Eletrônica do Curso de Licenciatura em Matemática**, v. 1, n. 1, 2020.

DUARTE, J. O.; GARCIA, J. C.; MATOSO, M. J. **Influência da evolução do uso do sistema de plantio direto no crescimento da área plantada com sorgo no Cerrado**. Sete Lagoas: Embrapa, 2006.

FAO - FOOD AND AGRICULTURE ORGANIZATION OF THE UNITED NATIONS. **The state of agricultural commodity markets 2018: agricultural trade, climate change and food security**. Rome, 2018. Disponível em: <https://www.fao.org/3/I9542EN/i9542en.pdf>. Acesso em: 15 dez. 2022.

FAVERET FILHO, P.; PAULA, S. A agroindústria. *In*: BNDES – BANCO NACIONAL DE DESENVOLVIMENTO ECONÔMICO E SOCIAL. **BNDES 50 Anos – Histórias setoriais**. Rio de Janeiro: BNDES, 2002.

FERNANDES FILHO, J. F.; BELIK, W. A política de tributação na exportação do complexo soja pelo Brasil: transformação e resultados. Encontro da Sociedade Brasileira de Economia, 48., 2010, Campo Grande. **Anais...** Campo Grande: Sober, 2010.

FERNANDES, F. Valorização do dólar pressiona inflação e encarece itens de consumo. **Correio Braziliense**. 2021. Disponível em: <https://www.correio braziliense.com.br/economia/2021/09/4951764-valorizacao-do-dolar-pressiona-inflacao-e-encarece-itens-de-consumo.html>. Acesso em: 26 jun. 2022.

FERNANDES, J. P.; SILVA FILHO, A. C. Estudo do melhor grau de regressão para evidenciar multifractalidade em séries temporais financeiras utilizando o método MF-DFA. **Revista Eletrônica do Curso de Licenciatura em Matemática**, v. 1, n. 1, 2020.

FERREIRA, A. R. S. A importância da análise descritiva. **Revista do Colégio Brasileiro de Cirurgiões**, v. 47, 2020.

FLIGENSPAN, F. B.; CUNHA, A. M.; LÉLIS, M. T. C.; DE LIMA, M. G. As exportações do Brasil nos anos 2000: evolução, market share e padrões de especialização a partir de distintas agregações setoriais. **Indicadores Econômicos FEE**, v. 42, n. 4, p. 41-56, 2015.

FMI - FUNDO MONETÁRIO INTERNACIONAL. **Índice de preços de commodities**. 2021. Disponível em: <https://www.imf.org/en/Research/commodity-prices>. Acesso em: 14 dez. 2022.

FONSECA, J. J. S. **Metodologia da Pesquisa Científica**. Ceará: Universidade Estadual do Ceará, 2002.

GALLE, J. M.; CAVALI, R.; SANTOS, E. O. Crise norte-americana: um modelo explicativo de sua causa. **Revista Multidisciplinar da Unesp**, v. 7, 170–175, 2009.

GALVÃO, A. A nova etapa do desenvolvimento agrário e o papel dos agentes privados na inovação agropecuária. *In*: BUAINAIN, A. M.; ALVES, E.; SILVEIRA, J. M. J. D.;

NAVARRO, Z. (Orgs.). **O mundo rural no Brasil do século 21**: a formação de um novo padrão agrário e agrícola. Brasília: Embrapa, 2014.

GASQUES, J.G.; REZENDE, G. C. D.; VILLA VERDE, C. M.; SALERNO, M. S.; CONCEIÇÃO, J. C. P. R. D.; CARVALHO, J. C. D. S. **Desempenho e crescimento do agronegócio no Brasil**. Brasília: Ipea, 2004.

GEMAN, H. **Commodities and commodities derivatives**: modeling and pricing for agriculturals, metals and energy. Chichester: Wiley, 2005.

GIL, A. C. **Como elaborar projetos de pesquisa**. 6. ed. São Paulo: Atlas, 2019.

GORJÃO, L. R.; HASSAN, G.; KURTHS, J.; WITTHAUT, D. MF-DFA: Efficient multifractal detrended fluctuation analysis in python. **Computer Physics Communications**, v. 273, p. 108254, 2022.

GRECH, D.; CZARNECKI, L. Multifractal dynamics of stock markets. **Acta Physica Polonica A**, v. 117, p. 623-629, 2010.

GUIMARÃES, B. Quão importantes são as commodities para o Brasil? **Folha de São Paulo**, 10 nov. 2015.

GUITMAN, L. J. **Princípios de administração financeira**. 12. ed. São Paulo: Pearson Prentice Hall, 2010.

JALE, J. S. **Commodities agrícolas do agronegócio brasileiro**: análise multifractal e análise da complexidade diante da crise financeira mundial *subprime* 2008/2009. 2015. 134 p. Tese (Doutorado em Biometria e Estatística Aplicada) – Universidade Federal Rural de Pernambuco, 2015.

JOVANOVIĆ, F.; SCHINCKUS, C. The emergence of econophysics: a new approach in modern financial theory. **History of Political Economy**, v. 45, n. 3, p. 443-474, 2013.

KALDOR, N. Speculations and economic stability. **The review of Economic Studies**, 7, 1-27, 1939.

KANTELHARD, J. W.; ZSCHIEGNER, S. A.; KOSCIELNY-BUNDE, E.; HAVLIN, S.; BUNDE, A.; STANLEY, H. E. Multifractal detrended fluctuation analysis of nonstationary time series. **Physica A: Statistical Mechanics and its Applications**, v. 316, n. 1-4, p. 87-114, 2002.

KIMURA, H. The financial market from the fractal optics perspective. **Revista de Administração de Empresas**, v. 45, n. 4, p. 124-125. 2005.

KUTNER, R.; GRECH, D. Report on foundation and organization of econophysics graduate courses at Faculty of Physics of University of Warsaw and Department of Physics and Astronomy of the Wrocław University. **Acta Physica Polonica-Series A General Physics**, v. 114, n. 3, p. 637, 2008.

LÉVY, P. Théorie des erreurs. La loi de Gauss et les lois exceptionnelles. **Bulletin de la Société mathématique de France**, 52, 49–85, 1924.

MACIEL, F. Assimetria e Curtose dos dados. **Blog de Estatística da Prof. Fernanda Maciel**. 2021. Disponível em: <<https://blog.proffernandamaciel.com.br/assimetria-e-curtose-dos-dados/#:~:text=Interpreta%C3%A7%C3%A3o%20num%C3%A9rica&text=O%20coeficiente%20vem%20a%20partir,assimetria%20e%204%C2%BA%20momento%20%3D%20curtose.>>. Acesso em: 03 mar. 2023.

MAGANINI, N. D.; SILVA FILHO, A. C.; LIMA, F. G. Investigation of multifractability in the Brazilian stock market. **Physica A**, v. 497, p. 458-471, 2018.

MANDELBROT, B. Fractals and scaling in finance: discontinuity, concentration, risk. **New Haven**: Springer. 1997.

MANDELBROT, B.; FISHER, A.; CALVET, L. **A multifractal model of asset returns**. Cowles Foundation Discussion Papers, Yale University. p. 1164-1166, 1997.

MANDELBROT, B. New methods in statistical economics. **Journal of Political Economy**, v. 71, n. 5, p. 421-440, 1963.

MANDELBROT, B. **Objetos Fractais**. 2. ed. Lisboa: Gradiva, 1998.

MANDELBROT, B. The variation of some other speculative prices. **The Journal of Business**, n. 40, v. 4, 393-413. 1967.

MANTEGNA, R. N.; KERTÉSZ, J. Focus on statistical physics modeling in economics and finance. **New Journal of Physics**, v. 13, n. 2, p. 025011, 2011.

MARANHÃO, R. L. A.; VIEIRA FILHO, J. E. R. Análise do comportamento das exportações agropecuárias brasileiras no mercado mundial de 1992 a 2013. Encontro da Sociedade Brasileira de Economia, Administração e Sociologia Rural, 54., 2016, Maceió, Alagoas. **Anais...** Maceió: Sober, 2016.

MARTHA JÚNIOR, G. B.; ALVES, E.; CONTINI, E.; RAMOS, S. Estilo de desenvolvimento da agropecuária brasileira e desafios futuros. **Revista de Política Agrícola**, v. 19, 93-106, 2010.

MATIA, K.; ASHKENAZY, Y.; STANLEY, H.E. Multifractal properties of price fluctuations of stocks and commodities. **Europhysics Letters**, v. 61, n. 3, p. 422, 2003.

MDIC - Ministério da Indústria, Comércio Exterior e Serviços. Disponível em: <http://comexstat.mdic.gov.br/pt/geral>. Acesso em: 18 dez. 2022.

MELO, C. O; MORO, L. Sazonalidade de preços do trigo no Paraná de 2000 a 2012. **Revista de Política Agrícola**, v. 22, n. 4, p. 4-14, 2013.

MENEZES, I. **Revisão da literatura empírica acerca das variáveis que impactam a precificação de commodities agrícolas: soja, milho, café e boi gordo**. 2015. Monografia (Bacharelado em Ciências Contábeis) – Universidade de Brasília, Brasília, 2015.

MUELLER, B.; MUELLER, C. The political economy of the Brazilian model of agricultural development: Institutions versus sectoral policy. **The quarterly review of economics and finance**, v. 62, p. 12-20, 2016.

OLIVEIRA A. L. R. A. A logística do agronegócio: para além do “apagão logístico”. *In*: BUAINAIN, A. M.; ALVES, E.; SILVEIRA, J. M. J.; NAVARRO, Z. **O mundo rural no Brasil do século 21: a formação de um novo padrão agrário e agrícola**. Brasília: Embrapa, 2014.

ÓŚWIĘCIMKA, P.; KWAPIEŃA, J.; DROŹDŹ, S.; RAK, R. Investigating multifractality of stock market fluctuations using wavelet and detrending fluctuation methods. **Acta Physica Polonica B**, v. 36, n. 8, p. 2447-2457, 2005.

ÓŚWIĘCIMKA, P.; KWAPIEŃ, J.; DROŹDŹ, S. Wavelet versus detrended fluctuation analysis of multifractal structures. **Physical Review E**, v. 74, n. 1, p. 016103, 2006.

PEIXOTO, M. **A extensão privada e a privatização da extensão: uma análise da indústria de defensivos agrícolas**. 2009. 332 p. Tese (Doutorado em Ciências) – Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro, Seropédica, RJ, 2009.

PINHEIRO, C.; SENNA, V. Previsão de preços através da análise espectral multivariada: evidências para commodities da BM&Fbovespa. **Brazilian Business Review**, v. 13, n. 5, p. 133, 2016.

REIS, E. A.; REIS, I. A. Análise Descritiva de Dados. Relatório Técnico do Departamento de Estatística da UFMG. 2002. Disponível em: <<http://www.est.ufmg.br/portal/arquivos/rts/rte0202.pdf>>. Acesso em: 25 fev. 2023.

RIBEIRO, R. S.; SILVA FILHO, A. C. Possíveis correlações entre multifractalidade, volatilidade e previsões em série temporais financeiras. **Revista Eletrônica do Curso de Licenciatura em Matemática**, v. 2, n. 1, 2022.

RICKLES, D. Econophysics for philosophers. **Studies in History and Philosophy of Science Part B: Studies in History and Philosophy of Modern Physics**, 38(4), 948–978, 2007.

ROCHA, H. R.; PEREIRA, B. L.; MARTIN, J. S. **O que são commodities agrícolas?** 2018. Disponível em: <https://www.politize.com.br/commodities-agricolas/#toggle-id-1>. Acesso em: 18 dez. 2022.

SCHINCKUS, C. What can econophysics contribute to financial economics? **International Review of Economics**, v. 58, n. 2, p. 147-163, 2011.

SILVA, C. R. L.; CARVALHO, M. A.; SILVA, V. Liberalização comercial e competitividade da agricultura brasileira. **Revista de Economia Contemporânea**, v. 7, n. 2, 2003.

- SILVA, E. L.; MENEZES, E. M. **Metodologia da pesquisa e elaboração de dissertação**. 4. ed. Florianópolis: UFSC, 2005.
- SONI, T. Nonlinearity in the Indian commodity markets: evidence from a battery of tests. **International Journal Financial Engineering and Risk Management**. v. 1, n. 1, 2013.
- STANLEY, H. E.; AFANASYEV, V.; AMARAL, L. A. N.; BULDYREV, S. V.; GOLDBERGER, A. L.; HAVLIN, S.; VISWANATHAN, G. M. Anomalous fluctuations in the dynamics of complex systems: from DNA and physiology to econophysics. **Physica A**, v. 224, n. 1-2, p. 302-321, 1996.
- STOSIC, I.; SILVA, J. R. S.; STOSIC, T. Multifractal analysis of pegged and floating dollar-real exchange rates. In: **Anais do Congresso de Matemática Aplicada e Computacional, CMAC**. 2012.
- TAKAISHI, T. Time Evolution of Market Efficiency and Multifractality of the Japanese Stock Market. **Journal of Risk and Financial Management**, v. 15, n. 1, p. 31, 2022.
- TEWELES, R.; HARLOW, C.; HERBERT, L. **O jogo das commodities: Quem ganha? Quem perde? Por quê?** Belo Horizonte: Brasimex Com Imp Exp Ltda, 1983.
- TILMAN, D.; CASSMAN, K. G.; MATSON, P. A.; NAYLOR, R.; POLASKY, S. Agricultural sustainability and intensive production practices. **Nature**, v. 418, n. 6898, p. 671-677, 2002.
- VIEIRA FILHO, J. E. R.; GASQUES, J.G. **Agricultura, transformação produtiva e sustentabilidade**. Brasília: Ipea, 2016.
- VILELA, L.; MARTHA JÚNIOR, G. B.; MARCHÃO, R. L. Integração lavoura-pecuária-floresta: alternativa para intensificação do uso da terra. **Revista UFG**, n. 13, 2012.
- VIZI, B. Depois da crise-desafios faz uma retrospectiva, revendo os impactos, os canais de transmissão, e as consequências da turbulência que modificou, e ainda modifica, a economia global. **Desafios do desenvolvimento - IPEA**, São Paulo, v. 8, p. 20-27, 2011
- WANG, Y.; LIU, L.; GU, R. Analysis of efficiency for Shenzhen stock market based on multifractal detrended fluctuation analysis. **International Review of Financial Analysis**, v. 18, 271-275, 2009.
- YING, Y.; XIN-TIAN, Z.; XIU, J. Measuring multifractality of stock price fluctuation using multifractal detrended fluctuation analysis. **Physica A: Statistical Mechanics and its Applications**, v. 388, n. 11, p. 2189-2197, 2009.
- ZUNINO, L.; TABAK, B. M.; FIGLIOLA, A.; PÉREZ, D. G.; GARAVAGLIA, M.; ROSSO, O. A. A multifractal approach for stock market inefficiency. **Physica A: Statistical Mechanics and its Applications**, v. 387, n. 26, p. 6558-6566, 2008.
- ZUNINO, L.; FIGLIOLA, A.; TABAK, B. M.; PÉREZ, D. G.; GARAVAGLIA, M.; ROSSO, O. A. Multifractal structure in Latin-American market indices. **Chaos, Solitons & Fractals**, v. 41, n. 5, p. 2331-2340, 2009.