

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA MARIA
CENTRO DE TECNOLOGIA
CURSO DE GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA AEROESPACIAL

Felipe Perozzi Della Rosa

**PROJETO CONCEITUAL DE *SCRAMJETS* PARA VOO HIPERSÔNICO E
ANÁLISE COMPARATIVA DA INFLUÊNCIA DO NÚMERO DE RAMPAS
NO DESEMPENHO DO MOTOR**

Santa Maria, RS
2023

Felipe Perozzi Della Rosa

PROJETO CONCEITUAL DE *SCRAMJETS* PARA VOO HIPERSÔNICO E ANÁLISE COMPARATIVA DA INFLUÊNCIA DO NÚMERO DE RAMPAS NO DESEMPENHO DO MOTOR

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Curso de Graduação em Engenharia Aeroespacial da Universidade Federal de Santa Maria (UFSM, RS), como requisito parcial para obtenção do grau de **Bacharel em Engenharia Aeroespacial**.

Orientador: Prof. Giuliano Demarco

Santa Maria, RS
2023

Felipe Perozzi Della Rosa

PROJETO CONCEITUAL DE *SCRAMJETS* PARA VOO HIPERSÔNICO E ANÁLISE COMPARATIVA DA INFLUÊNCIA DO NÚMERO DE RAMPAS NO DESEMPENHO DO MOTOR

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Curso de Graduação em Engenharia Aeroespacial da Universidade Federal de Santa Maria (UFSM, RS), como requisito parcial para obtenção do grau de **Bacharel em Engenharia Aeroespacial**.

Aprovado em 14 de julho de 2023:

**Giuliano Demarco, Dr. (UFSM)
(Presidente/Orientador)**

Cesar Addis Valverde Salvador, Dr. (UFSM)

César Gabriel dos Santos, Dr. (UFSM)

Santa Maria, RS
2023

DEDICATÓRIA

Dedico este trabalho aos meus pais, Marcelo e Luciana, por sempre me apoiarem em todas as minhas escolhas.

AGRADECIMENTOS

Agradeço aos meus pais, Marcelo e Luciana, e à minha irmã, Fernanda, por sempre me apoiarem nos momentos mais difíceis.

Agradeço à minha namorada, Isadora Horita, por todo seu amor, ensinamentos e todo o apoio durante a graduação.

Agradeço à toda a minha família por todo o suporte ao longo dessa trajetória.

Agradeço ao meu professor orientador, Giuliano Demarco, por todos os ensinamentos e aulas exemplares ministradas durante a minha graduação.

Agradeço às minhas amigas criadas ao longo do curso por toda troca de conhecimentos, estudos e momentos vividos.

Agradeço aos meus amigos de longa data da minha cidade natal, por todo apoio durante toda minha vida.

Agradeço aos professores da Universidade Federal de Santa Maria por todos os ensinamentos repassados e pela excelência e qualidade de ensino.

Not all those who wander are lost.

(J.R.R. Tolkien)

RESUMO

PROJETO CONCEITUAL DE *SCRAMJETS* PARA VOO HIPERSÔNICO E ANÁLISE COMPARATIVA DA INFLUÊNCIA DO NÚMERO DE RAMPAS NO DESEMPENHO DO MOTOR

AUTOR: Felipe Perozzi Della Rosa

ORIENTADOR: Giuliano Demarco

Manter um voo em regime hipersônico sempre foi um grande desafio para a engenharia aeroespacial, como dimensionar estruturas que suportem elevadas pressões e temperaturas, ou elementos propulsivos capazes de gerar empuxo em tal situação. A tecnologia *scramjet* se apresenta como uma possível estratégia que permite voos a velocidades maiores do que cinco vezes a velocidade do som, tal tecnologia dispensa a necessidade de compressores, eixos e turbinas, todo seu funcionamento ocorre a partir das próprias variações das propriedades do escoamento. O presente trabalho busca então dimensionar dois *scramjets* que sejam capazes de operar a 32 km de altitude a Mach 8. O primeiro modelo conta com apenas uma única rampa na seção de compressão e o segundo modelo com cinco rampas na seção de compressão. Notou-se que o modelo com cinco rampas apresenta uma maior eficiência e foi capaz de gerar mais empuxo, porém a simplicidade de manufatura no modelo de uma única rampa pode se apresentar como uma grande vantagem no desenvolvimento do projeto.

Palavras-chave: Hipersônica. *Scramjets*. Escoamentos Compressíveis. Propulsão Aeroespacial. Ondas de Choque.

ABSTRACT

CONCEPTUAL DESIGN OF SCRAMJETS FOR HYPERSONIC FLIGHT AND COMPARATIVE ANALYSIS OF THE INFLUENCE OF THE NUMBER OF RAMPS ON ENGINE PERFORMANCE

AUTHOR: Felipe Perozzi Della Rosa

ADVISOR: Giuliano Demarco

Maintaining hypersonic flight has always been a major challenge for aerospace engineering, such as designing structures that can withstand high pressures and temperatures, or propulsive elements capable of generating thrust in such a situation. The scramjet technology presents itself as a possible strategy that allows flights at speeds greater than five times the speed of sound, such technology dispenses the need for compressors, shafts and turbines, all its operation occurs from the variations of the flow properties. The present work then seeks to design two scramjets that are capable of operating at 32 km altitude at Mach 8. The first model has only a single ramp in the compression section and the second model has five ramps in the compression section. It was noted that the five-ramp model has a higher efficiency and was able to generate more thrust, but the simplicity of manufacturing in the single-ramp model can be a great advantage in the development of the project.

Keywords: Hypersonics. Scramjets. Compressible Flows. Aerospace Propulsion. Shock Waves

LISTA DE FIGURAS

FIGURA 1 – Comparação entre os componentes de um turbojato, <i>ramjet</i> e <i>scramjet</i>	17
FIGURA 2 – Impulso específico por número de Mach de diferentes sistemas propulsi- vos	18
FIGURA 3 – Terminologia de um motor <i>scramjet</i>	19
FIGURA 4 – Recuperação de pressão total por número de rampas	20
FIGURA 5 – Veículo Hipersônico 14-X	21
FIGURA 6 – Lançamento do veículo 14-XS	22
FIGURA 7 – <i>Hyshot</i> posicionado no foguete Mk70	23
FIGURA 8 – Escoamento subsônico	26
FIGURA 9 – Primeiro caso de escoamento transônico	27
FIGURA 10 – Segundo caso de escoamento transônico	27
FIGURA 11 – Escoamento supersônico	28
FIGURA 12 – Escoamento hipersônico	29
FIGURA 13 – Volume de controle	32
FIGURA 14 – Escoamento unidimensional	35
FIGURA 15 – Volume de controle retangular para um escoamento unidimensional	36
FIGURA 16 – Onda de choque normal	38
FIGURA 17 – Onda de choque oblíqua	40
FIGURA 18 – Decomposição da velocidade e número de Mach em um choque oblí- quo	40
FIGURA 19 – Volume de controle em uma onda de choque oblíqua	41
FIGURA 20 – Ondas de choque refletidas	42
FIGURA 21 – Ondas de choque na seção de compressão de um <i>scramjet</i>	43
FIGURA 22 – Escoamento unidimensional com adição de calor	44
FIGURA 23 – Volume de controle para um escoamento quasi-unidimensional	46
FIGURA 24 – Ondas de expansão de Prandtl-Meyer	47
FIGURA 25 – Seção de expansão de um <i>scramjet</i>	49
FIGURA 26 – Relações geométricas da seção de expansão	50
FIGURA 27 – Triângulos relacionados a seção de expansão	50
FIGURA 28 – Empuxo não instalado	51
FIGURA 29 – Condição de <i>shock on-lip</i> e <i>shock on-corner</i>	53
FIGURA 30 – Coordenadas para uma seção de compressão composta por três ram- pas	54
FIGURA 31 – Dimensões do modelo de uma rampa	62
FIGURA 32 – Vista da seção de compressão do modelo de uma rampa	63
FIGURA 33 – Vista da seção de expansão do modelo de uma rampa	63

FIGURA 34 – Modelo de uma rampa completo	64
FIGURA 35 – Dimensões do modelo de cinco rampas	68
FIGURA 36 – Vista da seção de compressão do modelo de cinco rampas	69
FIGURA 37 – Vista da seção de expansão do modelo de cinco rampas	69
FIGURA 38 – Modelo de cinco rampas completo	69
FIGURA 39 – Variação do número de Mach ao longo dos modelos normalizados	71
FIGURA 40 – Variação da pressão ao longo dos modelos normalizados	72
FIGURA 41 – Variação da densidade ao longo dos modelos normalizados	72
FIGURA 42 – Variação da temperatura ao longo dos modelos normalizados	73
FIGURA 43 – Variação do número de Mach ao longo dos modelos	80
FIGURA 44 – Variação da pressão ao longo dos modelos	80
FIGURA 45 – Variação da densidade ao longo dos modelos	81
FIGURA 46 – Variação da temperatura ao longo dos modelos	81

LISTA DE TABELAS

TABELA 1 – Regimes de escoamentos	29
TABELA 2 – Propriedades do escoamento para o projeto	57
TABELA 3 – Parâmetros pré-estabelecidos do projeto	58
TABELA 4 – Variação das propriedades do escoamento ao longo da seção de compressão no modelo de uma rampa.....	59
TABELA 5 – Posição da carenagem no modelo de uma rampa.....	59
TABELA 6 – Comprimento da rampa da seção de compressão.....	59
TABELA 7 – Recuperação de pressão total para o modelo de uma rampa.....	60
TABELA 8 – Dimensões da câmara de combustão para o modelo de uma rampa	60
TABELA 9 – Variação das propriedades do escoamento ao longo da câmara de combustão para o modelo de uma rampa.....	60
TABELA 10 – Ângulo de saída na seção de expansão para o modelo de uma rampa .	61
TABELA 11 – Variação das propriedades na seção de expansão do modelo de uma rampa.....	61
TABELA 12 – Variáveis necessárias para o cálculo do empuxo não instalado gerado para o modelo de uma rampa	61
TABELA 13 – Empuxo não instalado gerado pelo modelo de uma rampa.....	62
TABELA 14 – Variação das propriedades do escoamento ao longo da seção de compressão no modelo de cinco rampas	64
TABELA 15 – Posição da carenagem no modelo de cinco rampas.....	65
TABELA 16 – Comprimento das cinco rampas na seção de compressão	65
TABELA 17 – Recuperação de pressão total para o modelo de cinco rampas	66
TABELA 18 – Dimensões da câmara de combustão para o modelo de cinco rampas .	66
TABELA 19 – Variação das propriedades do escoamento ao longo da câmara de combustão para o modelo de cinco rampas	67
TABELA 20 – Ângulo de saída na seção de expansão para o modelo de cinco rampas	67
TABELA 21 – Variação das propriedades na seção de expansão do modelo de cinco rampas.....	67
TABELA 22 – Variáveis necessárias para o cálculo do empuxo não instalado gerado para o modelo de cinco rampas	68
TABELA 23 – Empuxo não instalado gerado pelo modelo de cinco rampas.....	68
TABELA 24 – Parâmetros relevantes para comparação entre os modelos	73

LISTA DE SÍMBOLOS

ρ	Densidade
p	Pressão
T	Temperatura
\mathcal{V}	Volume
τ	Coefficiente de expansão volumétrica
K	Coefficiente de compressibilidade
M	Número de Mach
m	Massa
R	Constante do gás
n	Número de mols
\bar{R}	Constante universal dos gases
c_p	Calor específico a pressão constante
c_v	Calor específico a volume constante
h	Entalpia
e	Energia interna
γ	Razão entre os calores específicos
S	Área da superfície do volume de controle
\mathbf{n}	Vetor unitário normal à superfície do volume de controle
V	Velocidade
\dot{m}	Fluxo de massa
V_n	Velocidade normal
\mathbf{F}	Força total
F_c	Forças do corpo
F_p	Forças superficiais

\mathbf{f}	Força por unidade de massa do fluido
B_1	Taxa de calor adicionada no volume de controle
B_2	Taxa de trabalho dentro do volume de controle
B_3	Taxa de variação da energia do fluido
\dot{q}	Taxa de calor adicionada por unidade de massa
A	Área do volume de controle
u	Componente x da velocidade
q	Calor adicionado por unidade de massa
θ	Ângulo de deflexão da superfície
β	Ângulo da onda de choque oblíqua
w_i	Componente da velocidade paralela a onda de choque
u_i	Componente da velocidade normal a onda de choque
M_{t_i}	Componente paralela do número de Mach
M_{n_i}	Componente normal do número de Mach
Φ	Ângulo do choque refletido
σ	Recuperação de pressão total
μ_1	Ângulo da frente de onda de expansão
μ_2	Ângulo do final do leque de expansão
$\nu(M)$	Função de Prandtl-Meyer
h^*	Altura da seção de expansão interna
H^*	Altura da seção de expansão externa
h_r	Altura total das rampas
h_c	Altura da câmara de combustão
F	Empuxo não instalado
a	Velocidade do som
Z	Altitude Geométrica

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	15
1.1	OBJETIVOS	16
1.1.1	Objetivo Geral	16
1.1.2	Objetivos Específicos	16
1.2	<i>SCRAMJETS</i>	16
1.3	<i>SCRAMJET</i> NO BRASIL	20
1.4	<i>SCRAMJET</i> NA AUSTRÁLIA	22
1.5	REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	23
2	REFERÊNCIAL TEÓRICO	25
2.1	COMPRESSIBILIDADE	25
2.2	REGIME DE ESCOAMENTO	26
2.2.1	Escoamento Subsônico	26
2.2.2	Escoamento Transônico	27
2.2.3	Escoamento Supersônico	28
2.2.4	Escoamento Hipersônico	28
2.3	GÁS IDEAL	29
2.4	EQUAÇÕES DE CONSERVAÇÃO PARA ESCOAMENTOS SEM EFEITOS VIS- COSOS	31
2.4.1	Equação da Continuidade	31
2.4.2	Equação de Momentum	33
2.4.3	Equação de Energia	34
2.5	ESCOAMENTO UNIDIMENSIONAL	35
2.6	ONDA DE CHOQUE NORMAL	37
2.7	ONDA DE CHOQUE OBLÍQUA	39
2.8	ONDA DE CHOQUE REFLETIDA	42
2.9	RECUPERAÇÃO DE PRESSÃO TOTAL	43
2.10	ESCOAMENTO UNIDIMENSIONAL COM ADIÇÃO DE CALOR	43
2.11	ESCOAMENTO QUASI-UNIDIMENSIONAL	45
2.12	ONDAS DE EXPANSÃO DE PRANDTL-MEYER	47
2.13	TEORIA DE RAZÃO DE ÁREA	48
2.14	EMPUXO NÃO INSTALADO	51
3	METODOLOGIA	52
3.1	PARÂMETROS PRÉ-ESTABELECIDOS	52
3.2	SEÇÃO DE COMPRESSÃO	52
3.2.1	Propriedades do Escoamento	52
3.2.2	Comprimento das Rampas	54

3.3	CÂMARA DE COMBUSTÃO	55
3.4	SEÇÃO DE EXPANSÃO	55
4	RESULTADOS	57
4.1	PARÂMETROS INICIAIS	57
4.2	MODELO DE <i>SCRAMJET</i> COM UMA RAMPA	58
4.2.1	Seção de Compressão	58
4.2.2	Câmara de Combustão	60
4.2.3	Seção de Expansão	61
4.2.4	Configuração Final	62
4.3	MODELO DE <i>SCRAMJET</i> COM CINCO RAMPAS	64
4.3.1	Seção de Compressão	64
4.3.2	Câmara de Combustão	66
4.3.3	Seção de Expansão	67
4.3.4	Configuração Final	68
4.4	COMPARAÇÃO ENTRE OS MODELOS	70
5	CONCLUSÃO	75
5.1	SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS	76
	REFERÊNCIAS	77
	APÊNDICE A – VARIAÇÃO DAS MAGNITUDES AO LONGO DOS MODELOS	80

1 INTRODUÇÃO

A engenharia aeroespacial foi sempre conhecida por suas grandes inovações e projetos ambiciosos que sempre levaram a humanidade a grandes evoluções tecnológicas. Desde o primeiro voo de Alberto Santos Dumont em seu 14-bis a indústria aeroespacial buscou a constante evolução de suas ideias e tecnologias, tanto que apenas sessenta e três anos depois Neil Armstrong recebeu o título de primeiro homem a pisar na lua.

A constante busca dos cientistas e engenheiros aeroespaciais por aeronaves e espaçonaves cada vez mais rápidas e eficientes levou ao desenvolvimento de diversos materiais, motores e componentes, além de fomentar diversos outros setores da engenharia, como a eletrônica e computação. A integração de múltiplas áreas da engenharia é a principal responsável por fazer com que a tecnologia aeroespacial seja sempre uma área de tecnologia de ponta, concentrando grandes mentes, determinadas a superar os desafios em seus projetos grandiosos.

Passando por motores à pistão, turbo-hélices, turbojatos e *ramjets*, os motores *scramjets* buscam vencer todas as barreiras impostas por velocidades supersônicas e abrir inúmeras novas oportunidades para voos extremamente rápidos ou até mesmo uma nova opção para lançamentos orbitais. Os motores aeronáuticos convencionais, utilizados tanto para usos civis e militares possuem uma grande limitação em relação à sua velocidade de operação, tais motores não conseguem manter condições de voo em regimes supersônicos. Manter um voo supersônico é uma tarefa extremamente difícil, apenas algumas aeronaves militares são capazes de voar acima da velocidade do som com satisfatória eficiência, e até mesmo tais aeronaves não conseguem operar em regime hipersônico, como é o caso das aeronaves SR-71 Blackbird, F-22 Raptor e F-35 Lightning II.

Como solução ao problema de voos hipersônicos foram desenvolvidos os *scramjets*, uma tecnologia que permite operação em regime hipersônico através da própria geração de ondas de choque inerentes a Mach superiores a um. *Scramjets* vem ganhando grande destaque na indústria aeroespacial devido ao seu projeto e fabricação mais simples em comparação à turbo-hélices e turbojatos, visto que o mesmo dispensa o uso de compressores e turbinas, facilitando todo o projeto, reduzindo peso e custos, pois tais motores utilizam das próprias ondas de choque para comprimir o escoamento. Apesar de possuir benefícios, os *scramjets*, por operarem em condições extremas necessitam de materiais extremamente específicos, capazes de aguentar altas pressões e temperaturas. Seus estudos e experimentos também necessitam ser extremamente rigorosos pois qualquer erro pode resultar em uma falha catastrófica de todo o sistema.

1.1 OBJETIVOS

1.1.1 Objetivo Geral

O objetivo deste trabalho é desenvolver analiticamente duas configurações distintas de um motor *scramjet*, otimizados para operação em uma condição específica de velocidade e altitude.

1.1.2 Objetivos Específicos

- Desenvolver um conceito de motor *scramjet* considerando uma seção de compressão formada por uma rampa;
- Desenvolver um conceito de motor *scramjet* considerando uma seção de compressão formada por cinco rampas;
- Analisar os resultados de pressão, temperatura e densidade, em cada seção do motor, bem como o número de Mach;
- Analisar a recuperação de pressão, quantidade de calor adicionada e o empuxo não instalado de cada modelo desenvolvido;
- Comparar os resultados obtidos entre os modelos.

1.2 SCRAMJETS

O nome *scramjet* é uma abreviação do nome em inglês *supersonic combustion ramjet*, em tradução livre, *scramjet* significa *ramjet* de combustão supersônica. Logo, é necessário definir primeiramente o que é um *ramjet* e suas características.

Segundo Musielak (2023) um motor *ramjet* utiliza do efeito *ram* para comprimir o ar, onde a própria dinâmica do escoamento livre ao adentrar na seção de admissão de ar realiza a compressão necessária para a combustão ser realizada, por isso o nome *ramjet*, em voos supersônicos parte da compressão também é realizada por ondas de choque. A geometria da seção de compressão de um *ramjet* é responsável por converter a energia cinética do ar em um aumento de pressão.

Conforme o escoamento se comprime, a velocidade diminui, conseqüentemente o número de Mach também. Em um motor *ramjet* o escoamento deve ser desacelerado até

velocidades subsônicas antes de entrar na câmara de combustão, e após a combustão o escoamento é acelerado novamente através de uma seção de expansão divergente.

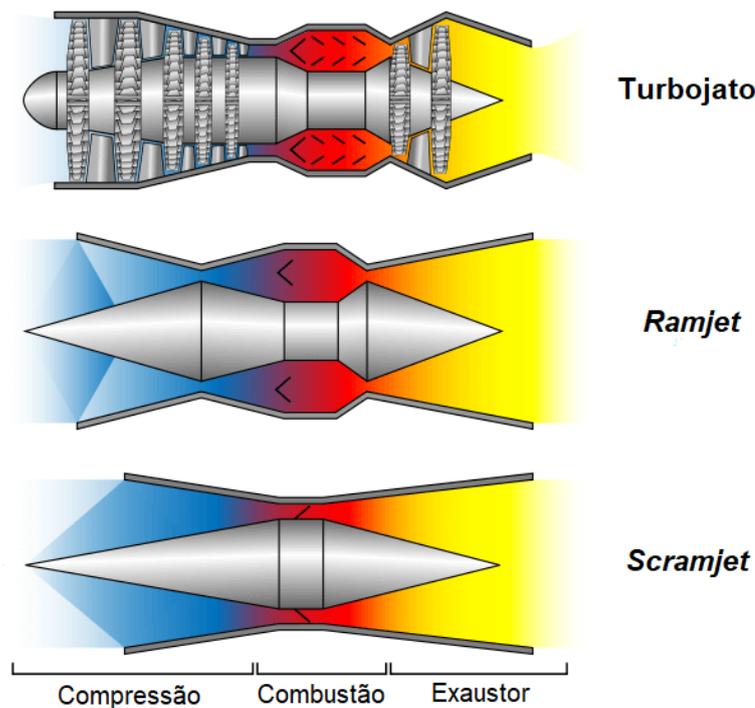
A operação de motores *ramjet* é limitada, de acordo com Segal (2009) reduzir a velocidade de um escoamento supersônico para velocidades subsônicas resulta em perdas de pressão e energia, portanto, em regimes supersônicos mais elevados torna-se mais eficiente realizar a combustão em regime supersônico. Resultando em um novo tipo de motor, o *scramjet*.

Segundo Weber e MacKay (1958) a eficiência de um *ramjet* e de um *scramjet* operando a partir de Mach 4 aumenta conforme a velocidade do escoamento aumenta. Porém, a eficiência do *scramjet* torna-se superior a partir de Mach 5, considerando uma admissão de ar isentrópica.

Diferente de motores turbojatos ou outros motores de propulsão subsônica aspirada, *ramjets* e *scramjets* não necessitam de compressores, pois a própria geometria da seção de compressão gera ondas de choque que comprimem e desaceleram o escoamento. Portanto, se não há a necessidade de um compressor, também não se faz necessário uma turbina e nem um eixo que conecta ambos.

A Figura 1 compara os componentes presentes em um turbojato, em um *ramjet* e em um *scramjet*, nota-se a ausência de componentes nos dois últimos, o que resulta em uma redução de peso do motor, bem como redução de custos e processos de manufatura.

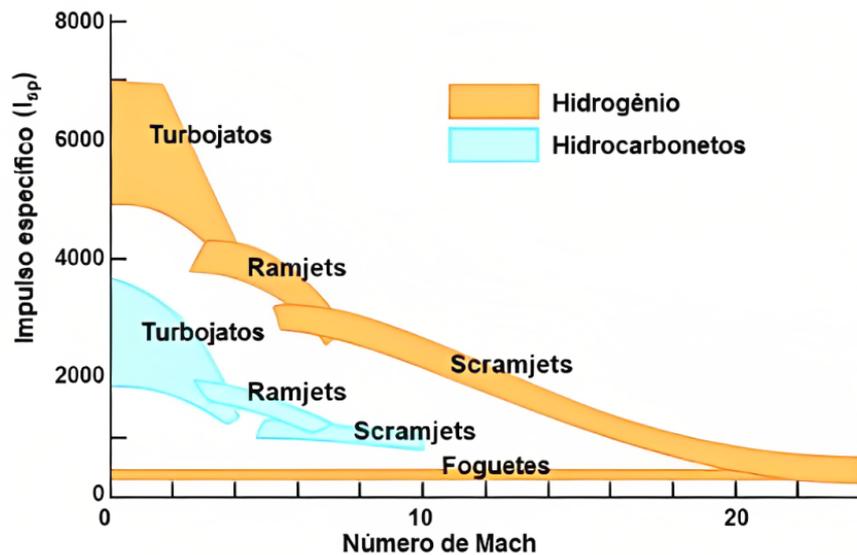
Figura 1 – Comparação entre os componentes de um turbojato, *ramjet* e *scramjet*



Fonte: Adaptado de Clear IAS (2020).

Uma maneira de avaliar o desempenho de um sistema propulsivo é através do impulso específico. O mesmo trata-se de um parâmetro de eficiência que representa a quantidade de empuxo gerada por unidade de massa de propelente. O impulso específico de diferentes sistemas propulsivos é avaliado para diferentes números de Mach na Figura 2.

Figura 2 – Impulso específico por número de Mach de diferentes sistemas propulsivos



Fonte: Silva (2022).

Nota-se pela Figura 2, que até Mach 3 os motores turbojatos possuem o maior impulso específico, a partir desta velocidade as rotações das turbinas e compressores são tão altas que podem levar a danos nas estruturas, que também possuem uma temperatura limite de operação. Após Mach 3 e até aproximadamente Mach 5 os *ramjets* são mais eficientes. A partir de aproximadamente Mach 5 começam a surgir perdas consideráveis na seção de compressão do *ramjet*, pois o mesmo deve desacelerar o escoamento para velocidades subsônicas. Sendo assim, para Mach acima de 5, os *scramjets* tornam-se mais eficientes, logo são a escolha mais apropriada para voos em regime hipersônico.

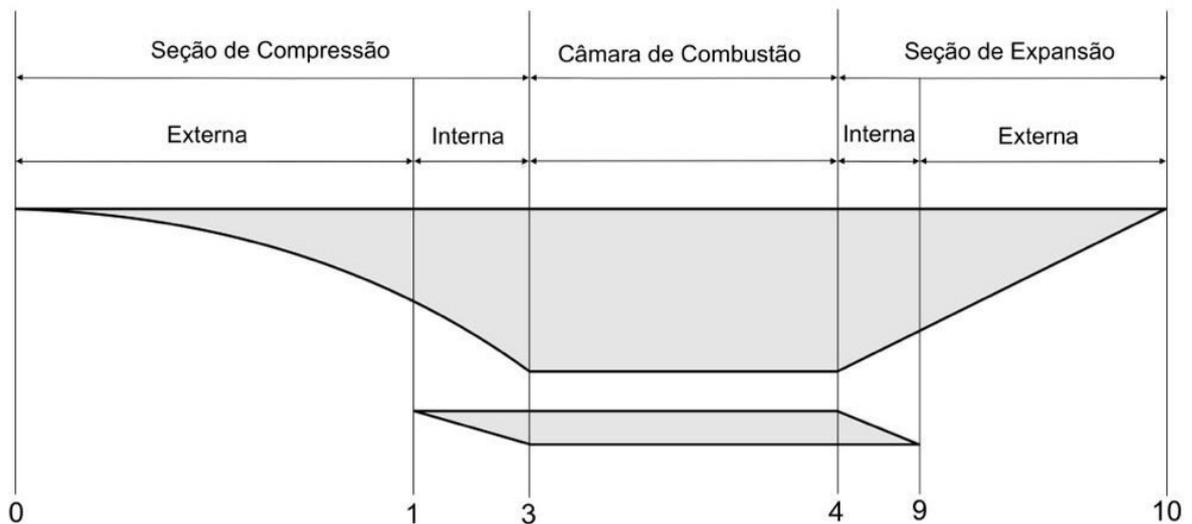
Vale ressaltar o impulso específico do foguete, que embora seja menor do que os demais, possui valor constante para toda faixa de operação, uma vez que o mesmo carrega o combustível e o oxidante, logo não necessita do ar atmosférico para realizar a combustão, podendo operar fora da atmosfera. Portanto, em altitudes mais elevadas o *scramjet* perde sua eficiência pois o ar torna-se muito rarefeito, impossibilitando a combustão, sendo necessário a utilização de motores foguetes para voos de altitudes fora da atmosfera.

Segundo El-Sayed (2016) assim como *ramjets*, *scramjets* são compostos de seção de compressão, câmara de combustão, e seção de expansão. A diferença entre ambos encontra-se nas condições de compressão do escoamento, em um *ramjet* o escoamento é comprimido por ondas de choque oblíquas, mas a última onda de choque deve ser nor-

mal, de modo a desacelerar o escoamento a uma velocidade subsônica. Enquanto que em *scramjets* todas as ondas de choque são oblíquas, portanto o escoamento sempre permanecerá em regime supersônico.

A fim de convenção, as estações do projeto realizado no presente trabalho seguirá conforme a terminologia apresentada por Heiser e Pratt (1994). A Figura 3 apresenta a seção transversal de um motor *scramjet*, com a respectiva terminologia.

Figura 3 – Terminologia de um motor *scramjet*

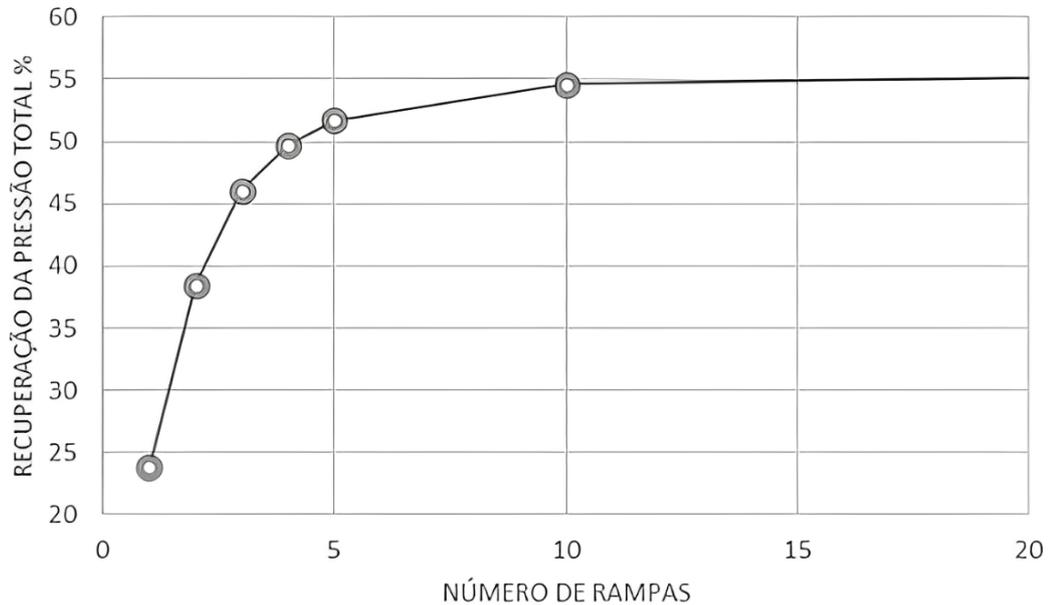


Fonte: Elaborado pelo autor.

Um dos maiores desafios de um motor *scramjet* se encontra na seção de compressão. De acordo com Santos, Martos e Toro (2019) um perfil elíptico seria o ideal, e que proveria a maior eficiência para o motor, entretanto são utilizados rampas ao invés de apenas um perfil elíptico, devido a dificuldade de manufatura dessa geometria.

Ainda segundo Santos, Martos e Toro (2019) o número de rampas está relacionado com a recuperação de pressão total do motor, um parâmetro de eficiência de *scramjets*. Os autores calcularam a recuperação de pressão total para diferentes números de rampas em um *scramjet* para operação a Mach 6,8 e 30 km de altitude, em que as condições na entrada da câmara de combustão deveriam ser de Mach 2,5 e temperatura de 1025 K. A Figura 4 demonstra a relação entre a recuperação de pressão total e o número de rampas.

Figura 4 – Recuperação de pressão total por número de rampas



Fonte: Santos, Martos e Toro (2019).

Observa-se pela Figura 4 que conforme o número de rampas aumenta, a recuperação de pressão total também aumenta, porém atinge um platô de 55% em torno de 10 rampas, portanto, projetar uma seção de compressão com diversas rampas torna-se desvantajoso, devido a poucos ganhos percentuais na recuperação de pressão total, bem como a dificuldade do projeto analítico, computacional e fabricação envolvidas.

1.3 SCRAMJET NO BRASIL

O Brasil possui excelentes pesquisadores na área de hipersônica. Tanto que um projeto de um veículo hipersônico está em constante desenvolvimento pelo Instituto de Estudos Avançados junto com o Departamento de Ciência e Tecnologia Aeroespacial. O projeto trata-se do veículo hipersônico 14-X, que possui esse nome em homenagem à aeronave de Alberto Santos Dumont. A Figura 5 ilustra a concepção do veículo 14-X.

Figura 5 – Veículo Hipersônico 14-X



Fonte: Toro et al. (2012).

Segundo Toro et al. (2012) o 14-X é capaz de atingir Mach 10. Para que as condições de voo do 14-X sejam atingidas é necessário a utilização de um veículo acelerador, para o projeto do 14-X é utilizado um veículo lançador de dois estágios de propelente sólido.

Segundo a Força Aérea Brasileira (2021) foram propostos quatro etapas do projeto de um veículo hipersônico:

- 1: 14-XS. Voo ascendente balístico com combustão supersônica.
- 2: 14-XSP. Voo ascendente balístico com propulsão hipersônica aspirada.
- 3: 14-XW. Voo planado de um veículo hipersônico controlável e manobrado.
- 4: 14-XWP. Voo de um veículo hipersônico controlável e manobrável com propulsão hipersônica aspirada ativa.

Ainda de acordo com Força Aérea Brasileira (2021) o primeiro teste de voo foi realizado em 2021, em que o 14-XS foi acelerado a Mach 6 e atingiu um apogeu de 160 km , percorrendo uma distância de 200 km até atingir o Oceano Atlântico. Na Figura 6 é observado o instante de lançamento do conjunto veículo lançador e 14-X.

Figura 6 – Lançamento do veículo 14-XS



Fonte: Ricardo Meier (2021).

1.4 SCRAMJET NA AUSTRÁLIA

A Universidade de Queensland, na Austrália possui um centro de pesquisa na área de hipersônica, onde foi desenvolvido o programa *HyShot*, que buscava projetar motores *scramjets* para voos experimentais. Ao todo foram realizados quatro voos, cada um deles sendo denominados de *Hyshot I*, *II*, *III* e *IV*.

Conforme Gardner et al. (2004) o experimento consistia em transportar o *scramjet* projetado até uma altitude de de 315 km com o auxílio de de um foguete de dois estágios Terrier-Orion Mk70, ao atingir a altitude desejada o veículo era rotacionado progredindo para um movimento de descida, no qual o experimento era realizado. A Figura 7 ilustra a posição do *Hyshot* no motor foguete para ser lançado.

Figura 7 – *Hyshot* posicionado no foguete Mk70

Fonte: Cain (2007).

Segundo Paull, Alesi e Anderson (2005) o primeiro voo foi realizado no dia 30 de outubro de 2001, porém o experimento não foi realizado com sucesso devido a problemas na trajetória. Já o segundo voo, o *Hyshot II*, foi realizado no dia 30 de Julho de 2002, e segundo Gardner et al. (2004) a combustão supersônica ocorreu entre as altitudes de 35 a 23 km, a um Mach entre 7,6 e 7,8. De acordo com Tuohy (2006) os experimentos *Hyshot III* e *IV* foram realizados em março de 2006.

1.5 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

A literatura atual concentra diversos trabalhos focados em projetar um motor *scramjet* de alta eficiência, outros artigos focam em estudar os lançamentos já realizados e tratar os dados para que as próximas demonstrações de voo tenham resultados superiores e precisos.

Diversos artigos tem o seu propósito focado em dimensionar a seção de compressão utilizando diferentes técnicas. Smart (2012) busca encontrar a razão de compressão ideal para um *scramjet*, pois uma compressão excessiva pode necessitar de válvulas de sangramento ou de uma geometria variável, o que dificulta a manufatura, enquanto que uma baixa razão de compressão limita a eficiência do ciclo termodinâmico. O estudo foi realizado para *scramjets* movidos a hidrogênio a Mach 6, 8, 10 e 12, e concluiu-se que a eficiência máxima do ciclo é atingida quando a razão de compressão está entre 50 e 100 para todos os números de Mach.

Já Raj e Venkatasubbaiah (2012) desenvolveram um método para encontrar a geometria ideal da seção de compressão através da máxima recuperação de pressão total

para um determinado número de Mach. Os autores utilizaram das ferramentas de mecânica dos fluídos computacional, empregando os efeitos de viscosidade unidimensional e bidimensional.

Anderson (2003) e Balachandran (2009) apresentam uma extensa e profunda teoria acerca de escoamentos compressíveis, através das equações de energia, momentum e continuidade os autores demonstram toda a teoria por trás das ondas de choque normais e oblíquas, escoamentos com adição de calor e ondas de expansão. As teorias discutidas são fundamentais para um projeto de *scramjet* visto que o mesmo é projetado para operar em escoamentos compressíveis e presença de ondas de choque.

Heiser e Pratt (1994) é uma extensa literatura que abrange todo o projeto de um motor *scramjet*, bem como outros veículos que operam a velocidades supersônicas. Tal literatura apresenta uma análise aprofundada de um projeto de um veículo hipersônico de propulsão aspirada, focando em princípios aerodinâmicos e termodinâmicos da física de voo de altas velocidades. Em especial, os autores desenvolvem a teoria de razão de área, essencial para o projeto da seção de expansão do presente trabalho.

Estudos experimentais também são realizados com frequência, em especial através dos experimentos *HyShot*. Hass, Smart e Paull (2005) realizaram uma análise de dados decorrente do voo *Hyshot 2*, realizado no dia 30 de Julho de 2002, onde o experimento com o *scramjet* foi realizado durante a reentrada. O *scramjet* era composto de uma rampa na seção de compressão onde o projeto possuía um eixo de simetria na horizontal. No experimento uma rampa não foi alimentada com combustível na câmara de combustão e a outra era alimentada com hidrogênio. O veículo era projetado para operar em velocidades superiores a Mach 7,5 e constatou-se que a combustão supersônica ocorreu durante 3 segundos entre 35 e 29 km de altitude.

O Brasil também apresenta uma extensa produção de estudos relacionados a *scramjets*. Como a dissertação de mestrado de Carneiro (2020), onde o autor desenvolve um *scramjet* que possa ser integrado ao foguetes brasileiros S30 e S31 e que possibilite a operação do mesmo a 30 km de altitude e Mach 6,8.

Já Pereira (2022) também em sua dissertação de mestrado desenvolve um *scramjet* que auxilia a inserção de um *CubeSat* em órbita. Seu projeto consiste de um veículo de três estágios, dois de motores foguetes de propulsão sólida e um estágio sendo o próprio *scramjet*. O primeiro estágio é composto pelo motor foguete S30 que irá operar até 20 km de altitude alcançando Mach 5,8. O *scramjet* atua como segundo estágio, operando de 20 km a 60 km de altitude. Por fim, o terceiro estágio é ativado, sendo ele o motor foguete S23 que tem sua operação a partir de 60 km de altitude e seria o responsável por atingir a órbita baixa inserir o *CubeSat* em órbita.

2 REFERÊNICAL TEÓRICO

2.1 COMPRESSIBILIDADE

Segundo Yahya (1982) um fluido é uma substância que se deforma continuamente quando forças de cisalhamento são aplicadas.

Um fluido que demonstra uma mudança de densidade devido a variações de pressão ou temperatura é dito como compressível e se faz necessário a aplicação de teorias relacionadas a efeitos de compressibilidade. Já os fluidos que não demonstram mudanças significativas de densidade devido a variação de pressão e temperatura são denominados incompressíveis e dispensam a utilização de teorias de escoamentos compressíveis (SAAD, 1985).

A mudança na densidade de um fluido e a variação do volume como função das variações de temperatura e pressão pode ser expressada pelas Equações 2.1 e 2.2:

$$\frac{d\rho}{\rho} = \frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial \rho}{\partial T} \right)_p dT + \frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial \rho}{\partial p} \right)_T dp \quad (2.1)$$

$$\frac{d\mathcal{V}}{\mathcal{V}} = \frac{1}{\mathcal{V}} \left(\frac{d\mathcal{V}}{dT} \right)_p dT + \frac{1}{\mathcal{V}} \left(\frac{d\mathcal{V}}{dp} \right)_T dp \quad (2.2)$$

Com as Equações 2.1 e 2.2 é possível determinar um coeficiente τ , denominado de coeficiente de expansão volumétrica que representa a variação relativa em volume ou densidade resultante de uma variação de temperatura a pressão constante, tal coeficiente é dado pela Equação 2.3.

$$\tau \equiv \frac{1}{\mathcal{V}} \left(\frac{\partial \mathcal{V}}{\partial T} \right)_p \equiv -\frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial \rho}{\partial T} \right)_p \quad (2.3)$$

Outro fator que pode ser expressado é o coeficiente de compressibilidade K , que representa a variação relativa em volume ou densidade resultante de uma variação de pressão a temperatura constante. O Fator K é dado pela expressão da Equação 2.4:

$$K \equiv \frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial \rho}{\partial p} \right)_T \equiv -\frac{1}{\mathcal{V}} \left(\frac{\partial \mathcal{V}}{\partial p} \right)_T \quad (2.4)$$

Portanto, as variações de densidade e volume em um escoamento compressível podem ser representadas utilizando os fatores τ e K :

$$\frac{d\rho}{\rho} = K dp - \tau dT \quad (2.5)$$

$$\frac{d\mathcal{V}}{\mathcal{V}} = -K dp + \tau dT \quad (2.6)$$

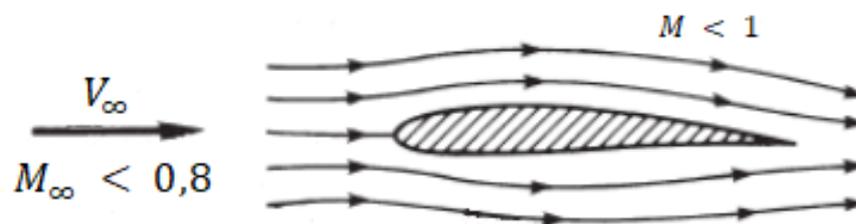
Segundo Oosthuizen e Carscallen (2014) os efeitos de compressibilidade são evidenciados em gases em que a velocidade do escoamento é relativamente alta comparado a velocidade do som local, e em escoamentos que ultrapassam a velocidade do som estes efeitos são ainda mais presentes. Embora a teoria de escoamentos compressíveis seja mais aplicada a aeronaves que operam a altas velocidades, os efeitos de compressibilidade também são levados em consideração em projetos de turbinas a gás, turbinas a vapor, motores recíprocos, linhas de transmissão de gás natural e em câmaras de combustão.

2.2 REGIME DE ESCOAMENTO

2.2.1 Escoamento Subsônico

Em um escoamento subsônico o número de Mach local sempre será menor do que 1, logo têm-se um escoamento em que todos os pontos possuem uma velocidade menor que a velocidade do som, como apresenta a Figura 8. Segundo Anderson (2003) um escoamento subsônico apresenta variações contínuas de propriedades e linhas de corrente que não possuem variações abruptas.

Figura 8 – Escoamento subsônico



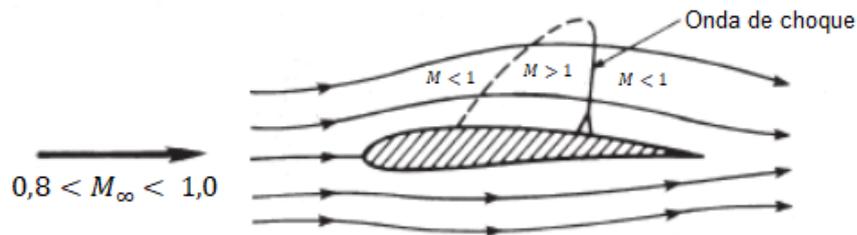
Fonte: Adaptado de Anderson (2003).

Nota-se na Figura 8 que o escoamento livre começa a se adaptar para a presença do objeto antes mesmo do corpo encontrar com o escoamento livre.

2.2.2 Escoamento Transônico

De acordo com Anderson (2003) o escoamento transônico pode apresentar duas situações distintas. Se o número do Mach do escoamento livre é próximo de 1, porém menor, o escoamento apresentará regiões supersônicas no extradorso do aerofólio, que resultará em uma onda de choque que irá alterar bruscamente as propriedades do escoamento, essa situação está representada na Figura 9.

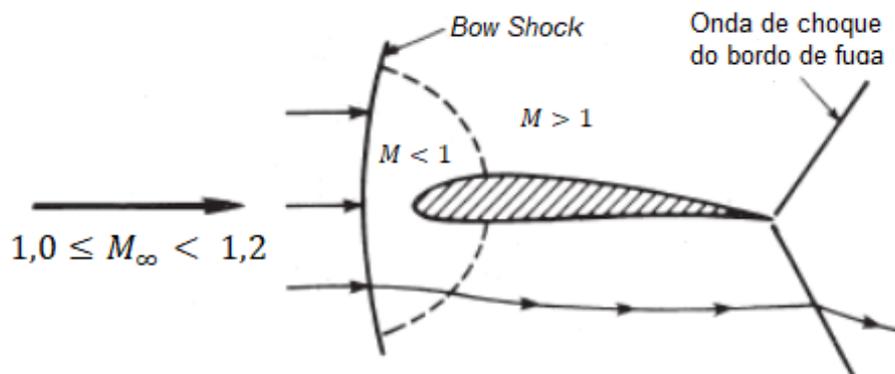
Figura 9 – Primeiro caso de escoamento transônico



Fonte: Adaptado de Anderson (2003).

O outro caso ocorre quando o número de Mach é próximo de 1, porém ligeiramente maior. Como mostra a Figura 10, neste caso a onda de choque ocorrerá no bordo de fuga do aerofólio e uma nova onda de choque se forma próximo ao bordo de ataque, denominado de *bow shock*. Antes de atravessar o *bow shock* o escoamento é supersônico, ao atravessar o choque seu número de Mach torna-se menor do que 1, mas conforme o escoamento expande pelo extradorso, seu Mach torna-se maior que 1 novamente, o que resulta na onda de choque do bordo de fuga.

Figura 10 – Segundo caso de escoamento transônico

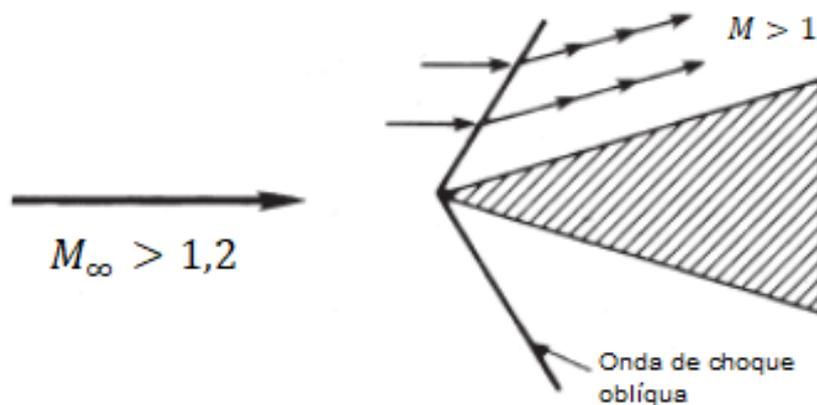


Fonte: Adaptado de Anderson (2003).

2.2.3 Escoamento Supersônico

Segundo Anderson (2003) um escoamento é definido como supersônico quando o número de Mach é maior que 1 em todos os pontos. Escoamentos supersônicos experimentam ondas de choque oblíquas devido a presença de uma geometria, como elencado na Figura 11. Um escoamento supersônico paralelo a horizontal muda bruscamente sua direção ao encontrar uma onda de choque oblíqua, e sua nova direção é paralela com a superfície do objeto. As propriedades do escoamento também mudam bruscamente ao atravessar a onda de choque.

Figura 11 – Escoamento supersônico



Fonte: Adaptado de Anderson (2003).

2.2.4 Escoamento Hipersônico

Um escoamento é classificado como hipersônico quando o número de Mach é maior do que 5. Um choque oblíquo hipersônico está geralmente muito próximo do objeto, como mostrado na Figura 12. Segundo Anderson (2003) essa divisão entre escoamentos supersônicos e hipersônicos ocorre pois conforme o número de Mach aumenta as variações nos parâmetros do escoamento tornam-se cada vez mais abruptas, e a temperatura tende a aumentar consideravelmente, o suficiente para dissociar e ionizar os gases.

Figura 12 – escoamento hipersônico



Fonte: Adaptado de Anderson (2003).

Dividir os escoamentos em categorias é essencial para estudos mais aprofundados visto que o comportamento do escoamento é muito sensível ao número de Mach. A Tabela 1 divide os escoamentos conforme o seu número de Mach. Yahya (1982) define que escoamentos em que o número de Mach é superior a 3 devem ser considerados como compressíveis.

Tabela 1 – Regimes de escoamentos

Número de Mach	Regime
$M < 0,3$	Subsônico incompressível
$0,3 \leq M < 0,8$	Subsônico compressível
$0,8 \leq M \leq 1,2$	Transônico
$1,2 < M \leq 5$	Supersônico
$M > 5$	Hipersônico

Fonte: Elaborado pelo autor.

2.3 GÁS IDEAL

Segundo Yahya (1982) para um gás ser considerado ideal ele deve obedecer às leis de Boyle e Charles. A lei de Boyle diz que o produto entre a pressão e o volume se mantém constante se a temperatura também se manter constante, como demonstra a Equação 2.7.

$$(pV)_T = \text{constante} \quad (2.7)$$

Já a lei de Charles, elencada nas Equações 2.8 e 2.9, determina que a razão entre volume e temperatura se mantém constante se a pressão for constante, e a razão de

pressão e temperatura se mantém constante se o volume for constante.

$$\left(\frac{\mathcal{V}}{T}\right)_p = \text{constante} \quad (2.8)$$

$$\left(\frac{p}{T}\right)_{\mathcal{V}} = \text{constante} \quad (2.9)$$

Combinando as Equações 2.7, 2.8 e 2.9 obtém-se a equação do gás ideal:

$$p\mathcal{V} = mRT \quad (2.10)$$

Em que R é a constante do gás e m é a massa do sistema. Outra forma de expressar esta equação é evidenciando o número de mols do sistema e utilizando a constante universal dos gases:

$$p\mathcal{V} = n\bar{R}T \quad (2.11)$$

A constante do gás pode se escrita pela subtração dos calores específicos dos gases:

$$R = c_p - c_v \quad (2.12)$$

Em que c_p é o calor específico a pressão constante e c_v é o calor específico a volume constante.

Segundo Yahya (1982) o calor específico é definido como a quantidade de calor necessária para elevar a temperatura em um grau de uma unidade de massa. O calor específico a pressão constante é definido como a quantidade de calor necessária para aumentar a temperatura em um grau de uma unidade de massa a pressão constante e pode ser expressado como a variação da entalpia pela temperatura a pressão constante, evidenciado na Equação 2.13. Já o calor específico a volume constante é definido pela a quantidade de calor necessária para elevar a temperatura em um grau de uma unidade de massa a volume constante, c_v é dado pela variação da energia interna pela temperatura a volume constante, como mostra a Equação 2.14.

$$c_p = \left(\frac{\partial h}{\partial T}\right)_p \quad (2.13)$$

$$c_v = \left(\frac{\partial e}{\partial T}\right)_{\mathcal{V}} \quad (2.14)$$

Dessa maneira, dividindo a Equação 2.12 por c_p resulta em:

$$1 - \frac{c_v}{c_p} = \frac{R}{c_p} \quad (2.15)$$

Define-se $\gamma \equiv c_p/c_v$, a razão entre os calores específicos. Substituindo γ na Equação 2.15 e resolvendo para c_p obtém-se a Equação 2.16. E analogamente, dividindo a

equação 2.12 por c_v , encontra-se a expressão da Equação 2.17.

$$c_p = \frac{\gamma R}{\gamma - 1} \quad (2.16)$$

$$c_v = \frac{R}{\gamma - 1} \quad (2.17)$$

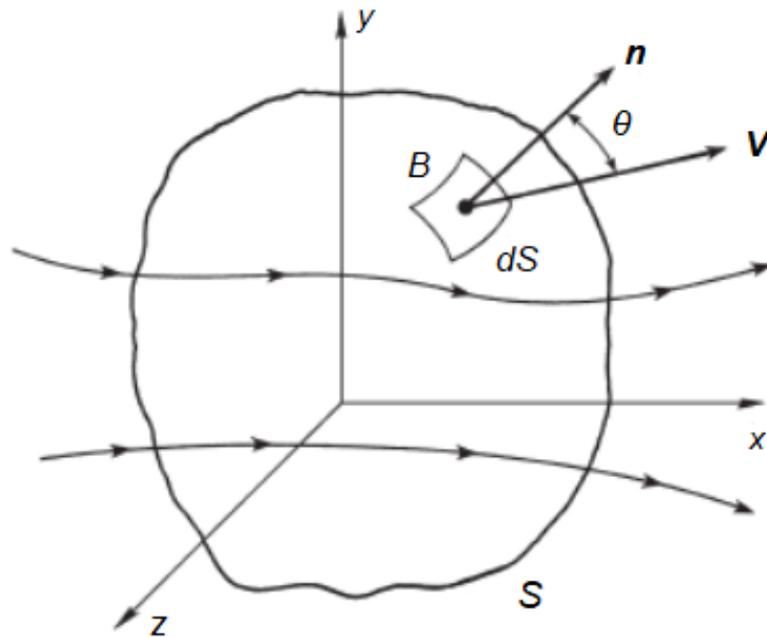
Se γ for constante, ou seja, se os calores específicos forem constantes o gás é denominado de gás caloricamente perfeito. Segundo Anderson (2003) os gases que possuem temperatura menor que 1000 K podem ser considerados gases caloricamente perfeitos, acima dessa temperatura as moléculas começam a vibrar e se dissociarem, dificultando a utilização das equações dos gases caloricamente perfeitos. O desenvolvimento deste trabalho irá considerar o ar como um gás caloricamente perfeito.

2.4 EQUAÇÕES DE CONSERVAÇÃO PARA ESCOAMENTOS SEM EFEITOS VISCO-SOS

2.4.1 Equação da Continuidade

Balachandran (2009) cita o princípio da conservação de massa, em que a massa não pode ser criada e nem destruída. Este princípio pode ser aplicado a um volume de controle fixo em um escoamento, como mostra a Figura 13. A área da superfície do volume \mathcal{V} é denominada por S . Considera-se o ponto B na superfície do volume e uma área infinitesimal em volta denominada de dS . O vetor unitário \mathbf{n} é normal a superfície no ponto B , e $d\mathbf{S} = \mathbf{n}dS$. Neste desenvolvimento \mathbf{V} é considerado a velocidade do escoamento.

Figura 13 – Volume de controle



Fonte: Adaptado de Anderson (2003).

Segundo Anderson (2003) a vazão mássica através de uma superfície infinitesimal em um escoamento é igual ao produto da densidade com a componente normal da velocidade e com a área. Logo a expressão se torna:

$$\dot{m} = \rho(V \cos \theta) dS = \rho V_n dS = \rho \mathbf{V} \cdot d\mathbf{S} \quad (2.18)$$

A vazão mássica total dentro de um volume de controle através da superfície S é dada pela Equação 2.19, onde o sinal negativo diz respeito a entrada do escoamento que possui direção oposta a \mathbf{V} e $d\mathbf{S}$.

$$-\oint_S \rho \mathbf{V} \cdot d\mathbf{S} \quad (2.19)$$

Ao denominar um volume infinitesimal de $d\mathcal{V}$, a massa do sistema pode ser escrita como $\rho d\mathcal{V}$, portanto a massa total do volume de controle é a soma de todas essas massas infinitesimais e sua respectiva taxa de variação no tempo é dada por:

$$\frac{\partial}{\partial t} \oint_{\mathcal{V}} \rho d\mathcal{V} \quad (2.20)$$

Seguindo o princípio da conservação de massa, Anderson (2003) diz que o fluxo de massa total dentro do volume de controle deve ser igual a taxa de aumento de massa dentro do volume de controle. Igualando então as Equações 2.19 e 2.20 obtém-se a equação

da continuidade:

$$-\oint_S \rho \mathbf{V} \cdot d\mathbf{S} = \frac{\partial}{\partial t} \iiint_{\mathcal{V}} \rho d\mathcal{V} \quad (2.21)$$

2.4.2 Equação de Momentum

Balachandran (2009) cita a segunda lei de Newton, que diz respeito ao princípio de conservação de momentum, tal lei diz que a força total exercida em um objeto é igual a taxa de variação de momentum do objeto:

$$\mathbf{F} = \frac{d}{dt}(m\mathbf{V}) \quad (2.22)$$

O volume de controle da Figura 13 está sujeito a força gravitacional e eletromagnéticas, tais forças são denominadas força do corpo. A Equação 2.23 expressa essas forças, onde \mathbf{f} é a força por unidade de massa do fluido.

$$F_c = \iiint_{\mathcal{V}} \rho \mathbf{f} d\mathcal{V} \quad (2.23)$$

Há também as forças superficiais atuantes na superfície do volume de controle da Figura 13. Ao desprezar os efeitos viscosos do fluido a única força superficial é resultante da pressão e pode ser escrita como:

$$F_p = -\oint_S p d\mathbf{S} \quad (2.24)$$

Logo, a força total atuando no corpo é o resultado da soma das Equações 2.23 e 2.24:

$$\mathbf{F} = \iiint_{\mathcal{V}} \rho \mathbf{f} d\mathcal{V} - \oint_S p d\mathbf{S} \quad (2.25)$$

A equação de momentum que age sobre o volume de controle da Figura 13 é dada pela Equação 2.26. O primeiro termo à direita da igualdade representa a taxa de momentum que o escoamento está sofrendo, que é obtido multiplicando a Equação 2.19 pela velocidade do escoamento, onde os efeitos transientes dentro do volume de controle não são levados em consideração. Para completar a equação de momentum é adicionado o segundo termo da equação, que expressa a variação de momentum dentro do volume de

controle devido aos efeitos transientes.

$$\frac{d}{dt}(m\mathbf{V}) = \oint_S (\rho \mathbf{V} \cdot d\mathbf{S}) \mathbf{V} + \iiint_{\mathcal{V}} \frac{\partial(\rho \mathbf{V})}{\partial t} d\mathcal{V} \quad (2.26)$$

Com base na Equação 2.22 é possível igualar as Equações 2.25 e 2.26, resultando na equação de momentum:

$$\oint_S (\rho \mathbf{V} \cdot d\mathbf{S}) \mathbf{V} + \iiint_{\mathcal{V}} \frac{\partial(\rho \mathbf{V})}{\partial t} d\mathcal{V} = \iiint_{\mathcal{V}} \rho \mathbf{f} d\mathcal{V} - \oint_S p d\mathbf{S} \quad (2.27)$$

2.4.3 Equação de Energia

Segundo Kaufman (2001), a primeira lei da termodinâmica afirma que a energia do universo é constante em qualquer processo. Em outras palavras, Anderson (2003) explica que a energia não pode ser criada e nem destruída, apenas transformada.

Denominado de B_1 a taxa de calor adicionada no volume de controle da Figura 13, B_2 a taxa de trabalho dentro do volume de controle e B_3 a taxa de variação da energia do fluido ao escoar pelo volume de controle, e ao aplicar a primeira lei da termodinâmica nessas afirmações obtém-se:

$$B_3 = B_1 + B_2 \quad (2.28)$$

É conveniente citar as afirmações acima no formato matemático, Segundo Anderson (2003), para B_1 defini-se \dot{q} como a taxa de calor adicionada por unidade de massa, logo a taxa de calor adicionada em um volume infinitesimal é escrita de forma:

$$B_1 = \iiint_{\mathcal{V}} \dot{q} \rho d\mathcal{V} \quad (2.29)$$

Para B_2 , Anderson (2003) afirma que a taxa de trabalho de um volume de controle é dada pela soma do trabalho realizado no fluido devido a pressão com a taxa de trabalho sofrido pelo fluido devido a forças do corpo:

$$B_2 = - \oint_S p \mathbf{V} \cdot d\mathbf{S} + \iiint_{\mathcal{V}} \rho (\mathbf{f} \cdot \mathbf{V}) d\mathcal{V} \quad (2.30)$$

Para B_3 , Anderson (2003) demonstra que a taxa de variação da energia do fluido através de um volume de controle é a soma da taxa de energia do escoamento através da superfície de controle mais a taxa de variação temporal da energia dentro do volume de

controle devido a efeitos transientes:

$$B_3 = \iiint_{\mathcal{V}} \frac{\partial}{\partial t} \left[\rho \left(e + \frac{V^2}{2} \right) \right] d\mathcal{V} + \iint_S \rho \left(e + \frac{V^2}{2} \right) \mathbf{V} \cdot d\mathbf{S} \quad (2.31)$$

Portanto, substituindo as Equações 2.29, 2.30 e 2.31 na Equação 2.28 resulta na equação de energia:

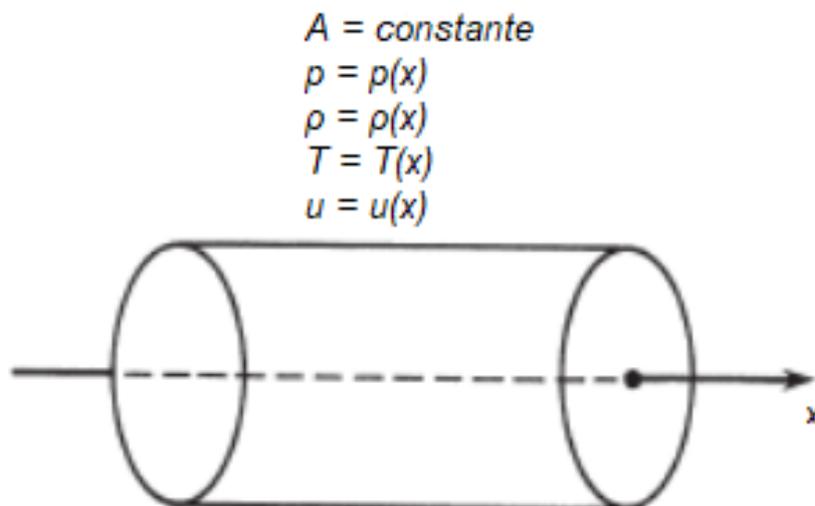
$$\begin{aligned} \iiint_{\mathcal{V}} \frac{\partial}{\partial t} \left[\rho \left(e + \frac{V^2}{2} \right) \right] d\mathcal{V} + \iint_S \rho \left(e + \frac{V^2}{2} \right) \mathbf{V} \cdot d\mathbf{S} = \\ \iiint_{\mathcal{V}} \dot{q} \rho d\mathcal{V} - \iint_S p \mathbf{V} \cdot d\mathbf{S} + \iiint_{\mathcal{V}} \rho (\mathbf{f} \cdot \mathbf{V}) d\mathcal{V} \end{aligned} \quad (2.32)$$

A Equação de continuidade (2.21), de momentum (2.27) e a equação de energia (2.32) abrangem os principais fenômenos envolvidos na mecânica dos fluidos, e são indispensáveis para desenvolver as teorias que são utilizadas neste trabalho.

2.5 ESCOAMENTO UNIDIMENSIONAL

Anderson (2003) define um escoamento unidimensional como aquele em que as propriedades do escoamento variam em apenas uma direção, como mostra a Figura 14, onde as propriedades são funções que dependem apenas de x .

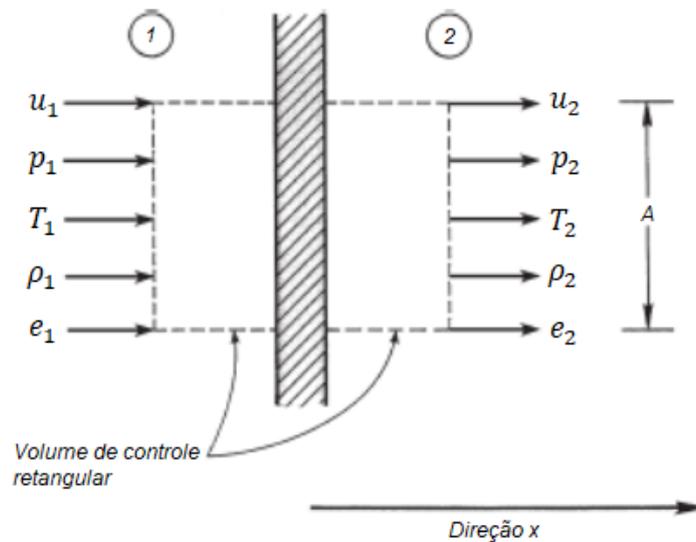
Figura 14 – Escoamento unidimensional



Fonte: Adaptado de Anderson (2003).

Considerando então um escoamento através de uma região unidimensional, como representada pela área sombreada da Figura 15, a esquerda dessa região o escoamento apresenta determinadas propriedades de velocidade, pressão, temperatura, densidade e energia interna, ao passar pela região sombreada as propriedades irão variar. Para calcular essas variações são utilizadas as equações de continuidade, momentum e energia desenvolvidas na Seção 2.4, aplicadas ao volume de controle retangular da Figura 15.

Figura 15 – Volume de controle retangular para um escoamento unidimensional



Fonte: Adaptado de Anderson (2003).

Primeiramente assume-se que tanto o lado direito quanto o lado esquerdo possuem a mesma área A , perpendicular ao escoamento. Assume-se também que o escoamento é permanente, logo todas as derivadas com respeito ao tempo são iguais a zero, e por último assume-se que não há forças externas atuantes no corpo, portanto a equação da continuidade torna-se:

$$\oiint_S \rho \mathbf{V} \cdot d\mathbf{S} = 0 \quad (2.33)$$

Resolvendo a Equação 2.33 para o volume de controle da Figura 15 obtém-se a equação da continuidade para o escoamento permanente unidimensional:

$$\rho_1 u_1 = \rho_2 u_2 \quad (2.34)$$

Com as mesmas considerações citadas anteriormente, a equação de momentum se resume a:

$$\oiint_S (\rho \mathbf{V} \cdot d\mathbf{S}) u = - \oiint_S (p d\mathbf{S})_x \quad (2.35)$$

E resolvendo-a para o volume de controle da Figura 15 obtém-se a equação de momentum para um escoamento permanente unidimensional:

$$p_1 + \rho_1 u_1^2 = p_2 + \rho_2 u_2^2 \quad (2.36)$$

Como o escoamento é permanente e não há forças atuantes a equação da continuidade é reescrita como:

$$\oint_S \rho \left(e + \frac{V^2}{2} \right) \mathbf{V} \cdot d\mathbf{S} = \iiint_{\mathcal{V}} \dot{q} \rho \, d\mathcal{V} - \oint_S p \mathbf{V} \cdot d\mathbf{S} \quad (2.37)$$

A Equação 2.37 aplicada ao volume de controle da Figura 15 resulta na equação de energia para o escoamento permanente unidimensional:

$$h_1 + \frac{u_1^2}{2} + q = h_2 + \frac{u_2^2}{2} \quad (2.38)$$

Onde h_1 e h_2 são as entalpias das regiões 1 e 2 respectivamente, e q é o calor adicionado por unidade de massa:

$$q = \frac{\iiint_{\mathcal{V}} \dot{q} \rho \, d\mathcal{V}}{\rho_1 u_1 A} \quad (2.39)$$

As equações de continuidade, momentum e energia aplicadas em um escoamento unidimensional permanente (2.34, 2.36 e 2.38) são fundamentais para o desenvolvimento da teoria de ondas de choque apresentadas nas próximas seções.

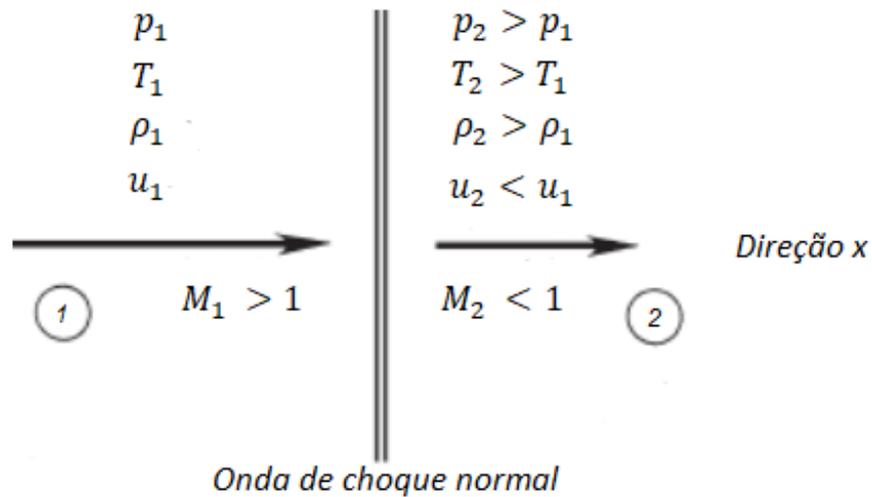
2.6 ONDA DE CHOQUE NORMAL

Um escoamento subsônico consegue se moldar à presença de um objeto se aproximando, visto que o mesmo emite ondas de pressão que se propagam pelo ar à velocidade do som. Essas ondas permitem que o escoamento se deforme para acomodar a presença do objeto que se aproxima. Se o objeto está a uma velocidade supersônica, essas ondas sonoras se dissipam a uma velocidade menor que a do próprio objeto, logo o escoamento não tem tempo de se acomodar para a presença de um corpo, gerando então uma onda de choque, em que Saad (1985) define como um distúrbio abrupto que causa variações irreversíveis e descontínuas nas propriedades do fluido. Segundo Anderson (2003) as ondas de choque possuem apenas 10^{-5} cm em condições de atmosfera padrão.

A Figura 16 apresenta uma região considerada como onda de choque normal. Para o desenvolvimento considera-se que não há calor adicionado ou retirado do sistema, logo pode-se considerar o escoamento como adiabático ($q = 0$), e que as propriedades antes

do choque são conhecidas e as propriedades após o choque desconhecidas.

Figura 16 – Onda de choque normal



Fonte: Adaptado de Anderson (2003).

As Equações 2.34 , 2.36 e 2.38 são necessárias para obter as equações de choque normal, porém este sistema de equação está incompleto, mas o fluido é considerado como um gás caloricamente perfeito as seguintes relações termodinâmicas podem ser utilizadas:

$$p = \rho RT \quad (2.40)$$

$$h = c_p T \quad (2.41)$$

A Equação 2.40 é a Equação 2.10 escrita em função de ρ e a Equação 2.41 é relação de entalpia para um gás caloricamente perfeito.

Agora esse sistema com cinco Equações (2.34, 2.36, 2.38, 2.40 e 2.41) pode ser resolvido para as cinco incógnitas (p_2 , T_2 , ρ_2 , u_2 e h_2).

Segundo Anderson (2003) esse sistema de equações pode ser resolvido algebricamente e fornece as relações de número de Mach, densidade, pressão e temperatura, respectivamente:

- Relação entre o número de Mach antes de depois da onda de choque normal:

$$M_2^2 = \frac{1 + [(\gamma - 1)/2]M_1^2}{\gamma M_1^2 - (\gamma - 1)/2} \quad (2.42)$$

- Relação entre as densidades antes de depois da onda de choque normal:

$$\frac{\rho_2}{\rho_1} = \frac{u_1}{u_2} = \frac{(\gamma + 1)M_1^2}{2 + (\gamma - 1)M_1^2} \quad (2.43)$$

- Relação entre as pressões antes e depois da onda de choque normal:

$$\frac{p_2}{p_1} = 1 + \frac{2\gamma}{\gamma + 1}(M_1^2 - 1) \quad (2.44)$$

- Relação entre as temperaturas e entalpias antes e depois da onda de choque normal:

$$\frac{T_2}{T_1} = \frac{h_2}{h_1} = \left[1 + \frac{2\gamma}{\gamma + 1}(M_1^2 - 1) \right] \left[\frac{2 + (\gamma - 1)M_1^2}{(\gamma + 1)M_1^2} \right] \quad (2.45)$$

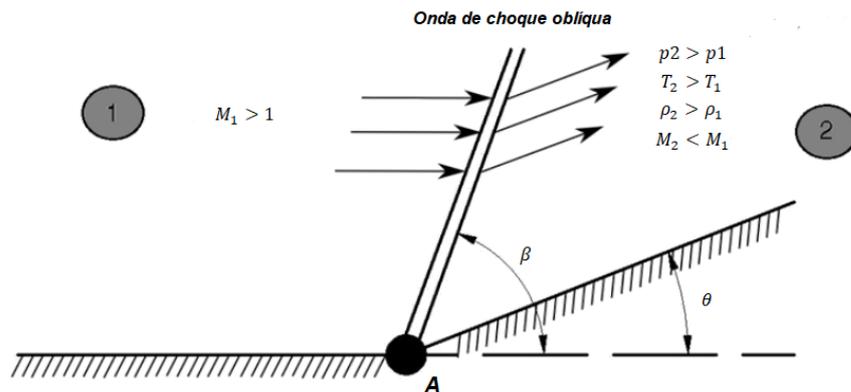
As Equações 2.42 a 2.45 fornecem as relações das propriedades do escoamento antes e depois da onda de choque normal apenas para um gás caloricamente perfeito. Vale ressaltar a importância dessas equações, e que todas as relações podem ser obtidas somente com o número de Mach e com o γ , que é constante ao considerar o gás como caloricamente perfeito.

2.7 ONDA DE CHOQUE OBLÍQUA

De acordo com Saad (1985) um escoamento supersônico que experimenta uma mudança abrupta na direção do escoamento gera ondas de compressão ou expansão em uma direção inclinada na direção do escoamento.

A Figura 17 representa o que ocorre ao um escoamento supersônico ao ser defletido por uma superfície de ângulo θ , uma onda de choque oblíqua é gerada e possui um ângulo β com relação a horizontal. Segundo Anderson (2003) após o choque o número de Mach diminui, em contrapartida a pressão, temperatura e a densidade aumentam. O escoamento após a onda de choque oblíqua é paralelo à superfície.

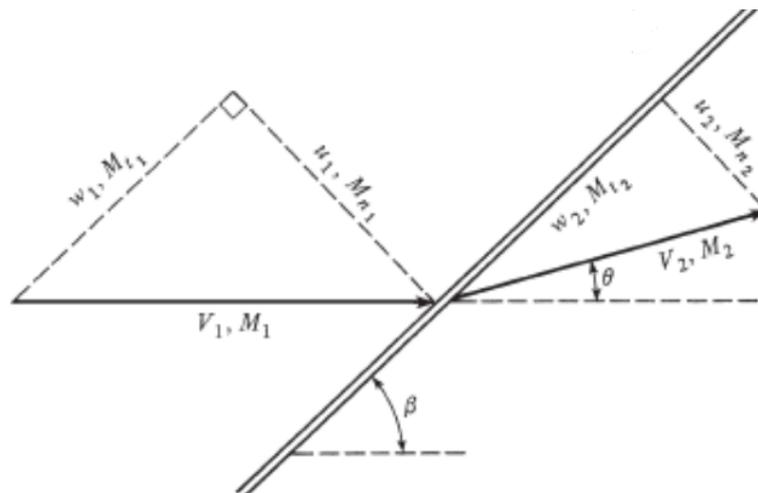
Figura 17 – Onda de choque oblíqua



Fonte: Adaptado de Costa et al. (2018).

A Figura 18 representa os componentes da velocidade e número de Mach. Inicialmente o escoamento é paralelo a horizontal, e a velocidade e número de Mach podem ser decompostos nas suas componentes paralelas e normais a onda de choque. A velocidade é decomposta w_1 , u_1 , e o número de Mach em M_{t1} e M_{n1} , nas direções paralela e normal, respectivamente. Após a onda de choque oblíqua o escoamento é paralelo a deflexão da superfície, e analogamente a situação antes do choque, a velocidade e número de Mach podem ser decompostos em suas componentes w_2 e u_2 para a velocidade e M_{t2} e M_{n2} para o número de Mach, paralela e normal, respectivamente.

Figura 18 – Decomposição da velocidade e número de Mach em um choque oblíquo

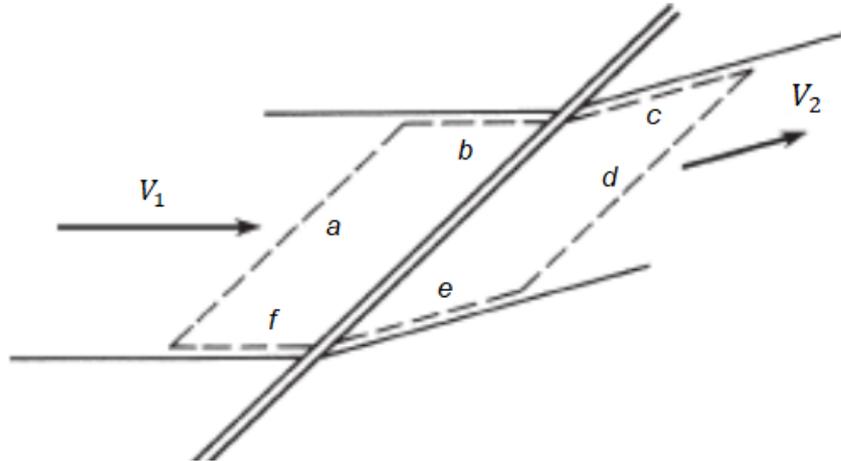


Fonte: Adaptado de Anderson (2003).

Ao considerar as decomposições realizadas na Figura 18, junto com as equações de continuidade (2.21), momentum (2.27) e energia (2.32), desenvolvidas na Seção 2.4, e aplicando-as no volume de controle da Figura 19, obtém-se as relações do escoamento ao

encontrar uma onda de choque oblíqua:

Figura 19 – Volume de controle em uma onda de choque oblíqua



Fonte: Adaptado de Anderson (2003).

- Relação entre o número de Mach real e normal:

$$M_{n_1} = M_1 \sin \beta \quad (2.46)$$

- Relação entre as densidades antes e depois do choque:

$$\frac{\rho_2}{\rho_1} = \frac{(\gamma + 1)M_{n_1}^2}{(\gamma - 1)M_{n_1}^2 + 2} \quad (2.47)$$

- Relação entre as pressões antes e depois do choque:

$$\frac{p_2}{p_1} = 1 + \frac{2\gamma}{\gamma + 1}(M_{n_1}^2 - 1) \quad (2.48)$$

- Número de Mach normal após o choque:

$$M_{n_2}^2 = \frac{M_{n_1}^2 + [2/(\gamma - 1)]}{[2\gamma/(\gamma - 1)]M_{n_1}^2 - 1} \quad (2.49)$$

- Relação entre as temperaturas antes e depois do choque:

$$\frac{T_2}{T_1} = \frac{p_2}{p_1} \frac{\rho_1}{\rho_2} \quad (2.50)$$

- Número de Mach após o choque:

$$M_2 = \frac{M_{n_2}}{\text{sen}(\beta - \theta)} \quad (2.51)$$

- Relação $\theta - \beta - M$:

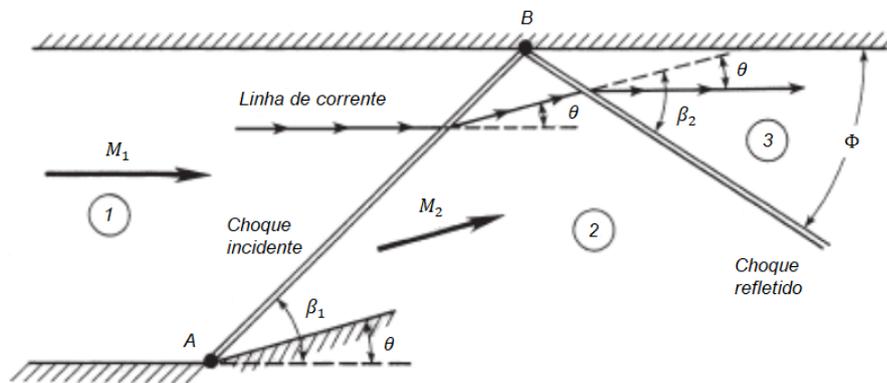
$$\tan \theta = 2 \cot \beta \left[\frac{M_1^2 \text{sen}^2 \beta - 1}{M_1^2 (\gamma + \cos 2\beta) + 2} \right] \quad (2.52)$$

Vale notar que as mudanças causadas por um choque oblíquo são resultantes apenas da componente normal do escoamento (ANDERSON, 2003).

2.8 ONDA DE CHOQUE REFLETIDA

Segundo Anderson (2003) um escoamento adjacente a uma superfície deve ser paralelo a mesma, a Figura 20 representa este efeito.

Figura 20 – Ondas de choque refletidas



Fonte: Adaptado de Anderson (2003).

O escoamento presente na região 2 já sofreu uma deflexão por conta do ângulo θ presente no ponto A . No ponto B o escoamento precisa se defletir novamente em um ângulo θ para que as linhas de corrente estejam paralelas à superfície superior. Para que essa deflexão ocorra, uma onda de choque refletida é originada, que possui um ângulo Φ em relação a superfície superior, este ângulo é dado pela Equação 2.53.

$$\Phi = \beta_2 - \theta \quad (2.53)$$

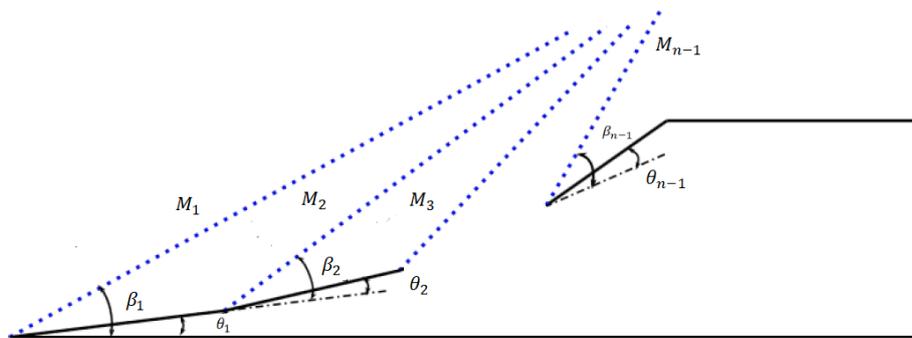
2.9 RECUPERAÇÃO DE PRESSÃO TOTAL

De acordo com Raj e Venkatasubbaiah (2012) a seção de compressão de um *scramjet* deve ser projetada para otimizar o processo de compressão do escoamento, através da máxima recuperação de pressão.

Oswatitsch (1980) propõe que para a máxima recuperação de pressão ocorrer os choques devem possuir a mesma intensidade, ou seja, os números de Mach normais as ondas de choque devem ser iguais, Equação 2.54. O sistema considera $n - 1$ ondas de choque oblíquas incidentes, como apresentado na Figura 21.

$$M_1 \text{sen} \beta_1 = M_2 \text{sen} \beta_2 = \dots = M_{n-1} \text{sen} \beta_{n-1} \quad (2.54)$$

Figura 21 – Ondas de choque na seção de compressão de um *scramjet*



Fonte: Adaptado de Santos, Martos e Toro (2019).

A Equação 2.55, é utilizada para calcular tal recuperação de pressão, considerando o ar como um gás caloricamente perfeito e desprezando os efeitos de camada limite, (ARAÚJO et al., 2021).

$$\sigma = \frac{p_{sai}}{p_{ent}} \left(\frac{1 + \frac{\gamma-1}{2} M_{sai}^2}{1 + \frac{\gamma-1}{2} M_{ent}^2} \right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} \quad (2.55)$$

Em que p_{ent} e p_{sai} são as pressões da entrada na seção de compressão e após a última onda de choque incidente, respectivamente.

2.10 ESCOAMENTO UNIDIMENSIONAL COM ADIÇÃO DE CALOR

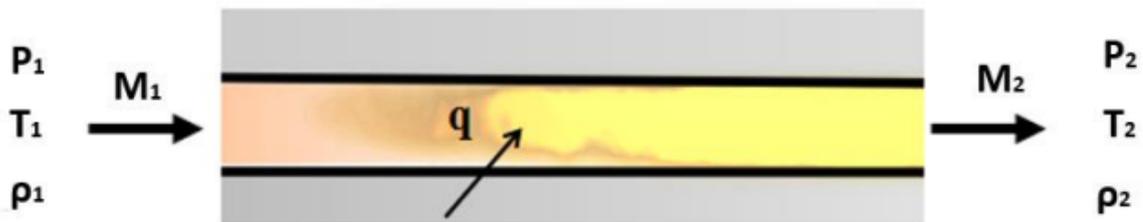
De acordo com Anderson (2003) outros fenômenos além de ondas de choque podem ocorrer dentro de um volume de controle. Como por exemplo a fricção entre as superfícies de um duto e o escoamento, que em longas tubulações apresentam mudanças

relevantes na mudança das propriedades do escoamento.

Outro fenômeno que ocorre em um volume de controle unidimensional é a adição de calor. Considerando novamente a Figura 15, ao adicionar ou remover calor no volume de controle as propriedades das seções 1 e 2 serão diferentes. Essa mudança de propriedades no escoamento devido a variação de calor é extremamente relevante em projetos de câmara de combustão de motores a jato, inclusive *scramjets*, onde a ignição de combustível provoca um aumento considerável de temperatura.

Considerando a adição de calor em um escoamento unidimensional, como demonstra a Figura 22, as equações governantes 2.34, 2.36 e 2.38 discutidas anteriormente na Seção 2.5 podem ser aplicadas para este caso.

Figura 22 – Escoamento unidimensional com adição de calor



Fonte: Pereira (2022)

Por motivos de conveniência as equações são novamente repetidas aqui:

$$\rho_1 u_1 = \rho_2 u_2 \quad (2.56)$$

$$p_1 + \rho_1 u_1^2 = p_2 + \rho_2 u_2^2 \quad (2.57)$$

$$h_1 + \frac{u_1^2}{2} + q = h_2 + \frac{u_2^2}{2} \quad (2.58)$$

Segundo Anderson (2003) para casos de um gás caloricamente perfeito é possível encontrar soluções analíticas. Considerando a Equação 2.41 e resolvendo a Equação 2.58 para q obtém-se:

$$q = c_p(T_{o,2} - T_{o,1}) \quad (2.59)$$

Em que T_o é a temperatura total do sistema, dada por:

$$T_o = T \left(1 + \frac{\gamma - 1}{2} M^2 \right) \quad (2.60)$$

Ainda de acordo com Anderson (2003), as relações entre propriedades do escoamento

mento nas seções 1 e 2 considerando a adição de calor podem ser escritas como:

- Relação de pressões ao adicionar calor:

$$\frac{p_2}{p_1} = \frac{1 + \gamma M_1^2}{1 + \gamma M_2^2} \quad (2.61)$$

- Relação de temperaturas ao adicionar calor:

$$\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{1 + \gamma M_1^2}{1 + \gamma M_2^2} \right)^2 \left(\frac{M_2}{M_1} \right)^2 \quad (2.62)$$

- Relação de densidades ao adicionar calor:

$$\frac{\rho_2}{\rho_1} = \left(\frac{1 + \gamma M_2^2}{1 + \gamma M_1^2} \right) \left(\frac{M_1}{M_2} \right)^2 \quad (2.63)$$

- Relação de pressões de estagnação ao adicionar calor:

$$\frac{p_{o,2}}{p_{o,1}} = \frac{1 + \gamma M_1^2}{1 + \gamma M_2^2} \left(\frac{1 + \frac{\gamma-1}{2} M_2^2}{1 + \frac{\gamma-1}{2} M_1^2} \right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} \quad (2.64)$$

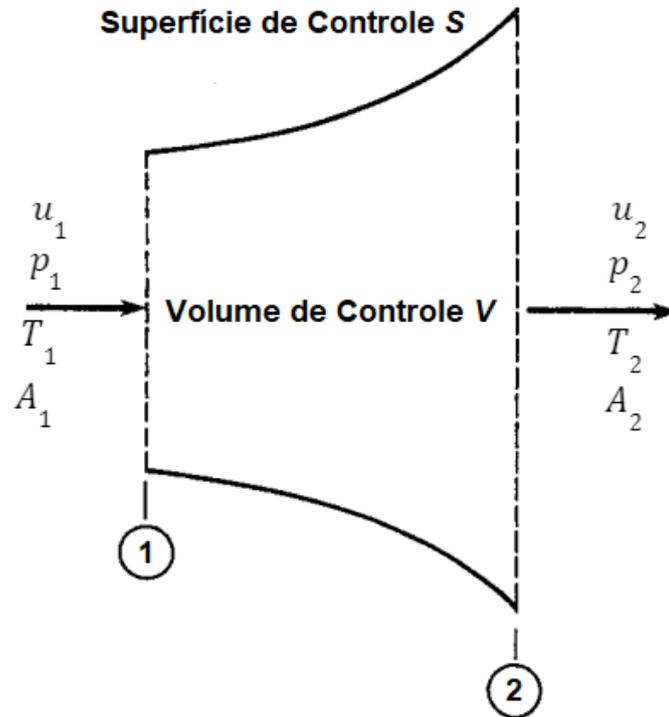
- Relação de temperaturas de estagnação ao adicionar calor:

$$\frac{T_{o,2}}{T_{o,1}} = \left(\frac{1 + \gamma M_1^2}{1 + \gamma M_2^2} \right)^2 \left(\frac{M_2}{M_1} \right)^2 \left(\frac{1 + \frac{\gamma-1}{2} M_2^2}{1 + \frac{\gamma-1}{2} M_1^2} \right) \quad (2.65)$$

2.11 ESCOAMENTO QUASI-UNIDIMENSIONAL

Segundo Anderson (2003) um escoamento quasi-unidimensional é aquele em que as variações nas propriedades do escoamento são dadas exclusivamente pela a variação da área ao longo do eixo x . As equações de um escoamento quasi-unidimensional podem ser desenvolvidas aplicando as equações de continuidade (2.21), momentum (2.27) e energia (2.32), discutidas nas Seções 2.4.1, 2.4.2, 2.4.3, respectivamente, no volume de controle da Figura 23.

Figura 23 – Volume de controle para um escoamento quasi-unidimensional



Fonte: Adaptado de Anderson (2003).

Anderson (2003) demonstra o processo de integração das equações de conservação sobre o volume de controle da Figura 23 que resultam em:

$$\rho_1 u_1 A_1 = \rho_2 u_2 A_2 \quad (2.66)$$

$$p_1 A_1 + \rho_1 u_1^2 A_1 + \int_{A_1}^{A_2} p dA = p_2 A_2 + \rho_2 u_2^2 A_2 \quad (2.67)$$

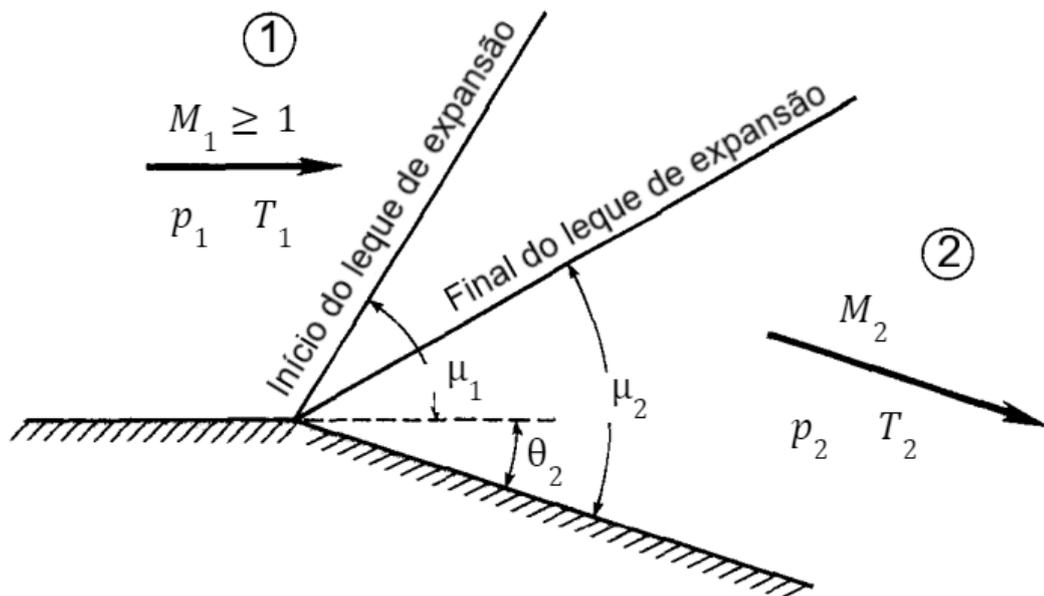
$$h_1 + \frac{u_1^2}{2} = h_2 + \frac{u_2^2}{2} \quad (2.68)$$

A Equação 2.66 representa a equação da continuidade para um escoamento permanente quasi-unidimensional. A Equação 2.67 é a equação de momentum para um escoamento permanente quasi-unidimensional onde as forças de corpo são desprezadas. E por último, a Equação 2.68 é a representação da equação de energia para um escoamento permanente adiabático quasi-unidimensional.

2.12 ONDAS DE EXPANSÃO DE PRANDTL-MEYER

Segundo Anderson (2003) uma onda de expansão ocorrerá quando um escoamento supersônico encontrar uma região onde o mesmo tende a expandir, como demonstra a Figura 24. Um escoamento ao experimentar uma região de expansão terá um aumento no número de Mach, porém, a pressão, densidade e temperatura irão diminuir.

Figura 24 – Ondas de expansão de Prandtl-Meyer



Fonte: Adaptado de Anderson (2003).

Os ângulos do início do leque de expansão (μ_1) e do final do leque de expansão (μ_2) podem ser obtido a partir das seguintes equações:

$$\mu_1 = \arcsen\left(\frac{1}{M_1}\right) \quad (2.69)$$

$$\mu_2 = \arcsen\left(\frac{1}{M_2}\right) \quad (2.70)$$

O ângulo de deflexão (θ_2) também pode ser obtido a partir do número de Mach antes e depois do leque de expansão, através da função de Prandtl-Meyer, demonstrada

por Anderson (2003):

$$\nu(M) = \sqrt{\frac{\gamma+1}{\gamma-1}} \tan^{-1} \left(\sqrt{\frac{\gamma-1}{\gamma+1}} (M^2 - 1) \right) - \tan^{-1} (\sqrt{M^2 - 1}) \quad (2.71)$$

Onde o ângulo de deflexão é dado por:

$$\theta_2 = \nu(M_2) - \nu(M_1) \quad (2.72)$$

As relações isentrópicas de um escoamento antes e após um leque de expansão também é demonstrada por Anderson (2003):

- Relação de temperaturas após expansão isentrópica:

$$\frac{T_1}{T_2} = \frac{1 + \frac{\gamma-1}{2} M_2^2}{1 + \frac{\gamma-1}{2} M_1^2} \quad (2.73)$$

- Relação de pressões após expansão isentrópica:

$$\frac{p_1}{p_2} = \left(\frac{1 + \frac{\gamma-1}{2} M_2^2}{1 + \frac{\gamma-1}{2} M_1^2} \right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} \quad (2.74)$$

- Relação de densidades após expansão isentrópica:

$$\frac{\rho_1}{\rho_2} = \left(\frac{1 + \frac{\gamma-1}{2} M_2^2}{1 + \frac{\gamma-1}{2} M_1^2} \right)^{\frac{1}{\gamma-1}} \quad (2.75)$$

De acordo com Carneiro (2020) a teoria de expansão de Prandtl-Meyer é utilizada para calcular as propriedades do escoamento na região de expansão interna (Estações 4 e 9).

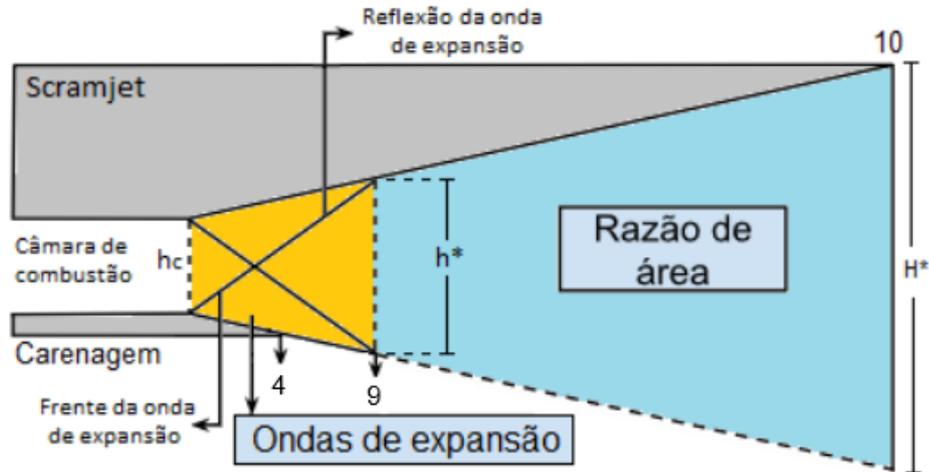
2.13 TEORIA DE RAZÃO DE ÁREA

De acordo com Pereira (2021), a teoria de expansão de Prandtl-Meyer vista na Seção 2.12 só pode ser utilizada na seção de expansão interna, delimitada pela frente de onda de expansão até a posição em que a reflexão entre as mesmas atinja a superfície de expansão. Após essa seção deve-se utilizar a teoria da razão de área.

A Figura 25 representa a seção de expansão de um *scramjet*, a região laranja é a seção de expansão interna, onde a teoria expansão de Prandtl-Meyer devem ser utilizadas,

já a área em azul representa a seção de expansão externa, onde a teoria de razão de área deve ser utilizada.

Figura 25 – Seção de expansão de um *scramjet*



Fonte: Adaptado de Pereira (2021).

A teoria de razão de área é apresentada por Heiser e Pratt (1994) e é dada por:

$$\frac{A_2}{A_1} = \frac{H^*}{h^*} = \frac{M_9}{M_{10}} \left(\frac{1 + \frac{\gamma-1}{2} M_{10}^2}{1 + \frac{\gamma-1}{2} M_9^2} \right)^{\frac{\gamma+1}{2(\gamma-1)}} \quad (2.76)$$

Pereira (2021) demonstra a partir de relações de triângulos representados na Figuras 26 e 27 uma maneira de encontrar a altura h^* que limita a seção de expansão interna. Dada por:

$$h^* = h_c \left(1 + \frac{\text{sen}(\theta) \text{sen}(180^\circ - 2\mu)}{\text{sen}(\mu) \text{sen}(\mu - \theta)} \right) \quad (2.77)$$

Em que h_r é a altura das rampas de compressão e h_c é a altura da câmara de combustão.

Dispondo de ambas alturas é possível encontrar o número de Mach ao fim do *scramjet*. E segundo Pereira (2021), a seção de expansão externa também é considerada uma expansão isentrópica, portanto pode-se encontrar as propriedades do escoamento ao fim da seção de expansão externa através das Equações 2.73, 2.74, 2.75, discutidas na Seção 2.12.

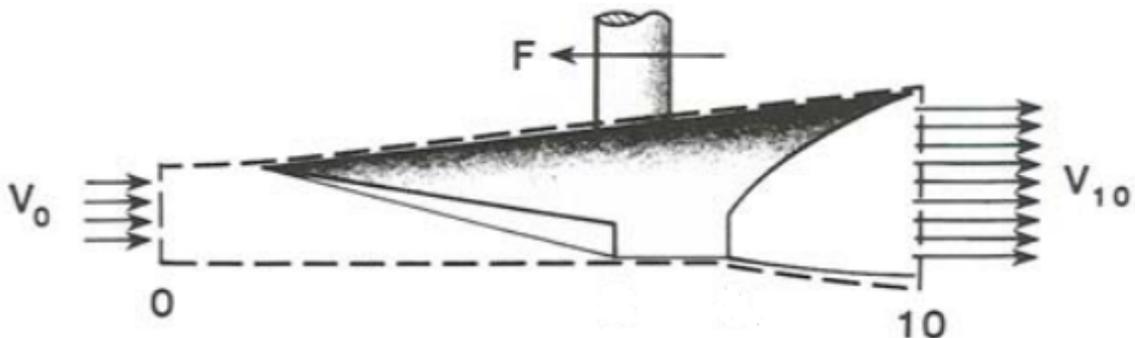
Segundo Yu et al. (2019) a tubeira de rampa de expansão única (*SERN*) é utilizada na maioria dos projetos de *scramjets* devido sua eficiente integração com o veículo que acopla o motor, além de gerar sustentação e um momentum que tende a diminuir o ângulo de arfagem. Tais características contribuem com o desempenho e estabilidade aerodinâmica do veículo. Portanto, essa geometria é utilizada para o projeto da seção de expansão do presente trabalho.

2.14 EMPUXO NÃO INSTALADO

De acordo com Musielak (2023) o empuxo não instalado é definido como uma força igual e oposta à diferença do fluxo de momentum do escoamento antes de entrar e após sua saída do motor.

Considerando um escoamento onde a velocidade em cada seção de um *scramjet* está sempre alinhada com a direção do empuxo e a seção transversal de cada seção é sempre perpendicular a esta direção, Heiser e Pratt (1994) desenvolveram uma equação para calcular o empuxo não instalado, representado na Figura 28 e pela Equação 2.79.

Figura 28 – Empuxo não instalado



Fonte: Adaptado de Heiser e Pratt (1994).

$$F = \dot{m}_{10}V_{10} - \dot{m}_0V_0 + (p_{10} - p_0)A_{10} \quad (2.79)$$

3 METODOLOGIA

Este capítulo apresenta o desenvolvimento do projeto analítico de um *scramjet*. Primeiramente é discutido os parâmetros necessários para determinar a condição de voo, bem como características geométricas que devem ser pré estabelecidas. Definidas tais condições o projeto do motor propriamente dito se inicia. Primeiramente é realizado o projeto da seção de compressão, aplicando as teorias de ondas de choque oblíquas, em seguida discute-se o projeto da câmara de combustão, empregando a teoria de escoamento com adição de calor, e por último, a seção de expansão, utilizando as teorias de ondas de expansão de Prandtl-Meyer e razão de área.

3.1 PARÂMETROS PRÉ-ESTABELECIDOS

Para qualquer projeto de um motor *scramjet* é necessário primeiramente definir as condições de voo na qual o mesmo deverá operar. Sendo assim deve-se desenvolver o projeto para uma altitude e velocidade específicas.

Ao determinar a altitude e velocidade de operação, utiliza-se de um modelo de atmosfera padrão para obter a densidade, pressão e temperatura do escoamento livre, bem como a velocidade do som na altitude determinada.

Outro parâmetro a ser determinado é o combustível a ser utilizado, visto que o projeto da seção de compressão é realizado a fim de atingir uma temperatura que possibilite a auto ignição do combustível. É preciso também definir alguns parâmetros geométricos do motor, como a altura do mesmo, o comprimento da câmara de combustão e a espessura.

3.2 SEÇÃO DE COMPRESSÃO

3.2.1 Propriedades do Escoamento

O primeiro passo para o desenvolvimento da seção de compressão é estimar o ângulo da primeira rampa da seção de compressão, e sabendo o número de Mach do escoamento livre é possível obter através da relação $\theta - \beta - M$, apresentada pela Equação 2.52, o ângulo da primeira onda de choque oblíqua.

A partir do número de Mach do escoamento livre e do ângulo da onda de choque oblíqua e utilizando das Equações 2.47, 2.48, 2.49, 2.50 e 2.51 é possível determinar as

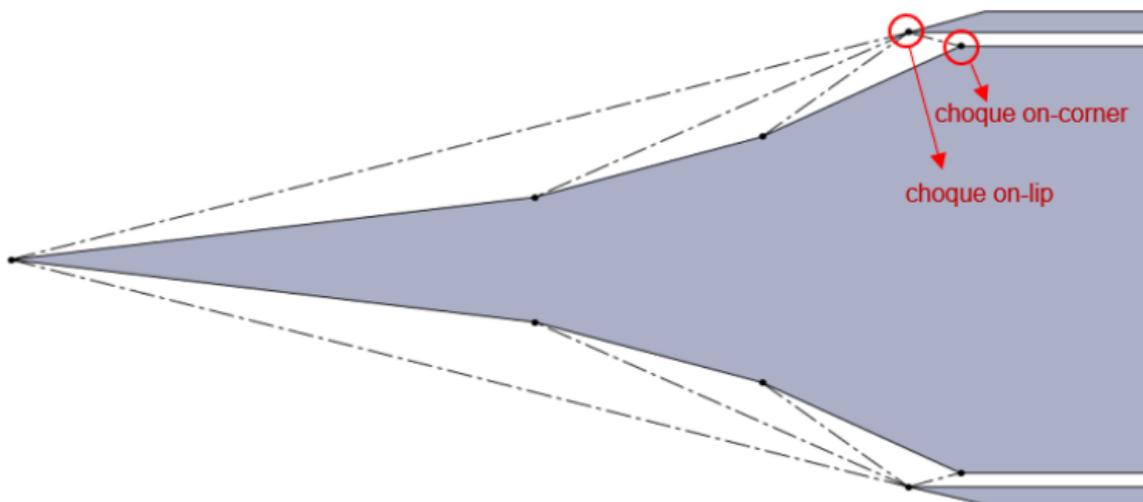
propriedades do escoamento após a primeira onda de choque.

De acordo com a Seção 2.9 é necessário que os choques tenham a mesma intensidade para obter uma máxima recuperação de pressão. Disposto do ângulo do primeiro choque, do número de Mach do escoamento livre e o número de Mach depois do choque, determina-se o ângulo da próxima onda de choque através da Equação 2.54, que determina que as intensidades dos choques serão as mesmas.

Com o ângulo da onda de choque seguinte e com o número de Mach da região anterior a segunda onda de choque é possível determinar novamente com a relação $\theta - \beta - M$ o ângulo da próxima rampa e as propriedades do escoamento após a segunda onda de choque. E novamente, com o número de Mach após a segunda onda e considerando a mesma intensidade para as ondas de choque, pode-se obter o ângulo da próxima onda de choque, através da Equação 2.54.

Este processo deve ser realizado até última onda de choque incidente, onde as mesmas deverão coincidir no bordo de ataque da carenagem (*shock on-lip*) e refletir no término da última rampa (*shock on-corner*), representado na Figura 29. Segundo Martos (2017) é a condição ótima de operação pois todo o ar capturado pela seção de compressão será comprimido e admitido na câmara de combustão.

Figura 29 – Condição de *shock on-lip* e *shock on-corner*



Fonte: Silva (2021).

Segundo Silva (2021) o ângulo θ da carenagem é obtido pela soma de todos os ângulos das rampas anteriores. E através da relação $\theta - \beta - M$ obtém-se o ângulo β da última onda de choque.

Por último é necessário calcular as propriedades do escoamento após a onda de choque refletida a partir das Equações 2.47, 2.48, 2.49, 2.50 e 2.51. Se as condições encontradas não satisfazem as condições necessárias para a câmara de combustão é

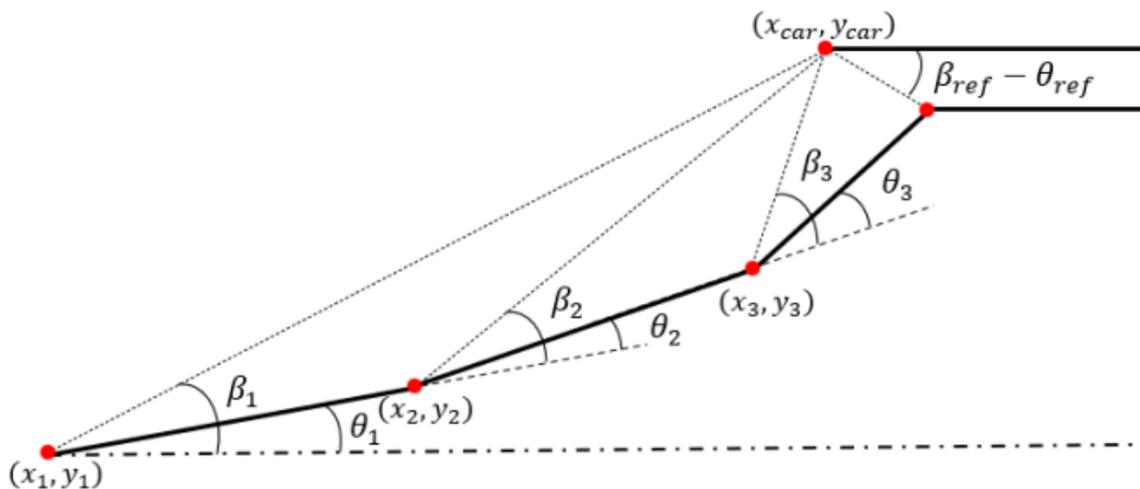
preciso estimar um novo ângulo para a primeira rampa e repetir o processo. Caso as condições sejam satisfeitas, é preciso então dimensionar os comprimentos das rampas para que a condição de *shock on-lip* e *shock on-corner* sejam atendidas.

3.2.2 Comprimento das Rampas

Como explicado na Seção anterior (3.2.1), após encontrar as propriedades que satisfazem as condições necessárias para o escoamento na câmara de combustão é preciso dimensionar as rampas para que a condição de *shock on-lip* e *shock on-corner* ocorram.

A Figura 30 exemplifica uma seção de compressão com três rampas, onde o início e fim de cada rampa é denominado de (x_i, y_i) , além da posição da carenagem (x_{car}, y_{car}) .

Figura 30 – Coordenadas para uma seção de compressão composta por três rampas



Fonte: Silva (2021).

A coordenada y_{car} é um parâmetro pré estabelecido de projeto, e x_{car} pode ser encontrada pela relação trigonométrica da tangente:

$$x_{car} = \frac{y_{car} - y_1}{\tan \beta_1} + x_1 \quad (3.1)$$

Para as coordenada (x_i, y_i) é necessário resolver um sistema de equações dado por relações trigonométricas:

$$\tan \left(\sum_{i=1}^{n-1} \theta_i \right) = \frac{y_i - y_{i-1}}{x_i - x_{i-1}} \quad (3.2)$$

$$\tan \left(\beta_i + \sum_{i=1}^{n-1} \theta_i \right) = \frac{y_{car} - y_i}{x_{car} - x_i} \quad (3.3)$$

Para as rampas seguintes se utiliza do mesmo processo, porém somando todos os ângulos das rampas anteriores no argumento da tangente. Para a última coordenada, a qual define o fim das rampas é necessário utilizar o ângulo $\Phi = \beta_{ref} - \theta_{ref}$, resolvendo o sistema de equação:

$$\tan\left(\sum_{i=1}^n \theta_i\right) = \frac{y_{i+1} - y_i}{x_{i+1} - x_i} \quad (3.4)$$

$$\tan(\Phi) = \frac{y_{car} - y_{i+1}}{x_{i+1} - x_{car}} \quad (3.5)$$

Onde n é o número da rampa relacionada a coordenada de interesse.

Por último, a recuperação de pressão total pode ser determinada pela Equação 2.55, disposta na Seção 2.9.

3.3 CÂMARA DE COMBUSTÃO

Após o dimensionamento da seção de compressão é preciso projetar a câmara de combustão. A altura da câmara de combustão é obtida juntamente com o cálculo da última coordenada da seção de compressão, e o comprimento é um parâmetro pré estabelecido de projeto.

A função da câmara de combustão é adicionar calor ao escoamento, porém como o escoamento está em regime supersônico o calor adicionado deve ser limitado a não tornar o escoamento subsônico, visto que a teoria de adição de calor prevê que ao adicionar calor em um escoamento supersônico, o mesmo desacelerará. Logo o projeto considera um número de Mach de 1,1 para o escoamento ao fim da câmara de combustão, de modo que ao adentrar a seção de expansão o mesmo seja acelerado, visto que um escoamento supersônico acelera ao encontrar uma região de expansão.

Conhecendo o número de Mach no início e no fim da câmara de combustão, bem como as propriedades do escoamento na entrada da mesma é possível obter os parâmetros do escoamento na saída da câmara de combustão através das Equações 2.60 a 2.65, bem como determinar a quantidade de calor adicionada no sistema, pela Equação 2.59, todas discutidas na Seção 2.10.

3.4 SEÇÃO DE EXPANSÃO

A seção de expansão é dividida entre seção de expansão interna e seção de expansão externa. A seção de expansão interna consiste na região após a câmara de combustão

até o limite das ondas de expansão de Prandtl-Meyer, já a seção de expansão externa é a região entre o fim do leque de expansão até o término da geometria do *scramjet*. O objetivo da seção de expansão é acelerar o escoamento supersônico, ao mesmo tempo em que a pressão é diminuída. Segundo Sutton e Biblarz (2010) a condição de expansão ótima ocorre quando a pressão de saída é igual à pressão atmosférica, condição denominada de bocal perfeitamente expandido. Esta é a condição pretendida no projeto deste trabalho.

A fim de projetar uma seção de expansão que se aproxime ao máximo de uma condição de expansão perfeita, utilizou-se de métodos numéricos em *Python* através da função *fsolve*. No código utilizado, a partir de uma estimativa de um ângulo de deflexão calcula-se M_9 utilizando as Equações 3.6 e 3.7, apresentadas novamente por conveniência.

$$\theta = \nu(M_9) - \nu(M_4) \quad (3.6)$$

$$\nu(M_9) = \sqrt{\frac{\gamma+1}{\gamma-1}} \tan^{-1} \left(\sqrt{\frac{\gamma-1}{\gamma+1} (M_9^2 - 1)} \right) - \tan^{-1} \left(\sqrt{M_9^2 - 1} \right) \quad (3.7)$$

Onde $\nu(M_4)$ já é conhecida por se tratar das propriedades ao fim da câmara de combustão. A partir de M_9 calcula-se p_9 com respeito a p_4 , pela relação de pressão em uma expansão isentrópica, elencada na Equação 3.8.

$$\frac{p_1}{p_2} = \left(\frac{1 + \frac{\gamma-1}{2} M_2^2}{1 + \frac{\gamma-1}{2} M_1^2} \right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} \quad (3.8)$$

O número de Mach ao fim da expansão interna também é utilizado para determinar o número de Mach ao fim do motor, pela Equação 3.9, onde as variáveis já foram apresentadas na Seção 2.13.

$$\frac{A_2}{A_1} = \frac{H^*}{h^*} = \frac{M_1}{M_2} \left(\frac{1 + \frac{\gamma-1}{2} M_2^2}{1 + \frac{\gamma-1}{2} M_1^2} \right)^{\frac{\gamma+1}{2(\gamma-1)}} \quad (3.9)$$

Com o número de Mach de saída determinado, utiliza-se novamente a Equação 3.8 para calcular a pressão de saída com base em p_9 . Se a diferença entre a pressão atmosférica e pressão de saída forem suficientemente próximas a depender do erro desejado então o ângulo de deflexão utilizado é o ângulo que promove a expansão perfeita. Caso o critério não for atendido é necessário utilizar um novo ângulo de deflexão. As propriedades do escoamento na seção de expansão podem ser então obtidas pelas relações apresentadas na Seção 2.12.

4 RESULTADOS

4.1 PARÂMETROS INICIAIS

As condições de voo foram definidas de maneira a refletir casos factíveis, por isso tomou-se como base as condições de voo do *Hyshot II*, apresentadas por Gardner et al. (2004), porém com o número de Mach ligeiramente superior, de modo a projetar o motor para uma condição mais agressiva e a altitude escolhida está dentro da faixa em que o *Hyshot II* realizou a combustão supersônica. Com a altitude determinada pode-se definir todas as outras propriedades do escoamento a partir do modelo de atmosfera padrão estadunidense, disponível por NOAA (1976). As propriedades do escoamento estão então definidas na Tabela 2.

Segundo Anderson (2003) a velocidade do som é dada por:

$$a = \sqrt{\gamma RT} \quad (4.1)$$

Como discutido anteriormente, o ar é considerado como caloricamente perfeito, portanto, segundo Saad (1985) $\gamma = 1.4$, e a partir de dados disponíveis de NOAA (1976) $R = 287,05 \text{ Jkg}^{-1}\text{K}^{-1}$. Assim, encontra-se a velocidade do som na altitude definida pelo projeto, e por consequência a velocidade de voo.

Tabela 2 – Propriedades do escoamento para o projeto

Z [km]	M [-]	a [m/s]	V_0 [m/s]	ρ [kg/m ³]	p [Pa]	T [K]
32	8	303,0235	2424,1884	0,013555	889,0602	228,490

Fonte: Elaborado pelo autor.

O combustível escolhido para o projeto foi o Hidrogênio, pois segundo Choubey et al. (2020) o mesmo é extensamente utilizado em projetos de *scramjets* devido seu amplo limite de inflamabilidade e um atraso de ignição baixo, promovendo uma queima rápida e gerando alto empuxo além de ser um combustível sustentável em que não há emissão de poluentes. E segundo Haynes, Lide e Bruno (2014) o calor específico do hidrogênio é dado por $c_p = 14304 \text{ J/kgK}$, este valor permite calcular a quantidade de calor adicionada na câmara de combustão.

De acordo com Smart (2012) a temperatura na entrada da câmara de combustão para uma mistura H_2/ar deve ser maior que 1200 K . Portanto, tal condição deve ser atendida ao fim da seção de compressão.

Os parâmetros geométricos que devem ser pré-estabelecidos tem como base as

dimensões do *Hyshot II* apresentadas por Chen e Zhao (2019). Por conta do presente projeto considerar uma condição diferente de voo, foram estabelecidas dimensões ligeiramente diferentes.

Para avaliar o empuxo não instalado é necessário também definir uma espessura, de modo a obter a vazão de massa, a escolha da espessura foi arbitrária, porém condizente com as dimensões previamente propostas.

A Tabela 3 apresenta todos os parâmetros pré-definidos para a continuidade do projeto de um *scramjet*.

Tabela 3 – Parâmetros pré-estabelecidos do projeto

Altura [mm]	Comprimento da câmara de combustão [mm]	Espessura [mm]	Temperatura na entrada da câmara de combustão [K]
110	350	80	1200

Fonte: Elaborado pelo autor.

Como apresentado na Seção 1.2 a eficiência do *scramjet* depende do número de rampas, sendo assim, o projeto tratado leva em conta duas configurações, a primeira com apenas uma rampa na seção de compressão e a segunda com cinco rampas na seção de compressão, de modo comparar a eficiência através da recuperação de pressão total, quantidade de calor adicionado necessário, bem como o empuxo não instalado gerado por cada configuração.

O projeto possui um eixo de simetria na horizontal, todas as análises são realizadas para a parte superior, porém a parte inferior apresenta os mesmos resultados, visto que o projeto é simétrico e o escoamento está sujeito às mesmas condições, apenas de maneira espelhada. O empuxo não instalado necessita da geometria inteira para ser calculado, visto que o mesmo depende do fluxo de massa da entrada e a área de saída, portanto os valores apresentados de fluxo de massa e área de saída já consideram o motor como um todo, assim como o empuxo não instalado gerado.

4.2 MODELO DE SCRAMJET COM UMA RAMPA

4.2.1 Seção de Compressão

A partir do desenvolvimento apresentado na Seção 3.2 foi possível determinar a configuração do modelo de uma rampa para as condições propostas na Seção 4.1.

As propriedades do escoamento após cada onda de choque, ou seja, na região de cada rampa, bem como após o choque refletido, a qual representa a entrada da câmara de combustão estão dispostas na Tabela 4.

Tabela 4 – Variação das propriedades do escoamento ao longo da seção de compressão no modelo de uma rampa

	θ [°]	β [°]	p [Pa]	ρ [kg/m ³]	T [K]	M [-]
1ª Rampa	17,9000	24,1558	10968,4031	0,0555	688,9984	4,2287
Choque Refletido	17,9000	29,3653	53198,1072	0,1539	1204,5602	2,8440

Fonte: Elaborado pelo autor.

O ângulo de deflexão proposto para rampa conseguiu promover a condição de temperatura correta para a entrada da câmara de combustão. Por haver apenas uma rampa, o próprio ângulo de deflexão é o ângulo do choque refletido. Nota-se um aumento expressivo na pressão, densidade e temperatura do escoamento após as ondas de choque, bem como a diminuição do número de Mach.

Ainda de acordo com a Seção 3.2 determinou-se a geometria da seção de compressão. Considerou-se o início da primeira rampa como a origem do sistema cartesiano das coordenadas. A Tabela 5 representa a posição da carenagem no sistema de coordenadas retangulares.

Tabela 5 – Posição da carenagem no modelo de uma rampa

Posição X [mm]	Posição Y [mm]
245,2666	110

Fonte: Elaborado pelo autor.

A posição Y é a própria altura do *scramjet*. Definidas tais posições, encontrou-se as coordenadas do fim da rampa para que as condições de *shock on-lip* e *shock on-corner* ocorram. As componentes, bem como o comprimento da rampa estão dispostos na Tabela 6.

Tabela 6 – Comprimento da rampa da seção de compressão

	Componente X [mm]	Componente Y [mm]	Comprimento [mm]
1ª Rampa	303,8066	98,1268	319,2606

Fonte: Elaborado pelo autor.

Nota-se que a posição horizontal da carenagem está mais próxima da origem do que o fim da rampa, o que proporciona o choque refletido.

Por fim calculou-se a recuperação de pressão total, elencada na Tabela 7.

Tabela 7 – Recuperação de pressão total para o modelo de uma rampa

$\sigma [-]$
0,17786

Fonte: Elaborado pelo autor.

4.2.2 Câmara de Combustão

Sabendo os parâmetros do escoamento na entrada da câmara de combustão e dispondo do número de Mach desejado ao fim da câmara de combustão é possível determinar os parâmetros ao fim da câmara de combustão. Vale ressaltar que a teoria utilizada, apresentada na Seção 2.10 não considera a adição de massa do combustível, portanto apenas a quantidade de calor pode ser estimada.

A altura da câmara de combustão foi obtida pela diferença entre a altura do *scramjet* e a altura da rampa. Essa altura está disposta na Tabela 8, onde se repete o comprimento da câmara de combustão já apresentado na Seção 4.1.

Tabela 8 – Dimensões da câmara de combustão para o modelo de uma rampa

Altura [mm]	Comprimento [mm]
11,8732	350

Fonte: Elaborado pelo autor.

Já a Tabela 9 elenca a variação das propriedades dos parâmetros entre a entrada e saída da câmara de combustão, bem como a quantidade de calor necessária para reduzir o número de Mach do escoamento.

Tabela 9 – Variação das propriedades do escoamento ao longo da câmara de combustão para o modelo de uma rampa

Seção	$M [-]$	$p [Pa]$	$\rho [kg/m^3]$	$T [K]$	$T_o [K]$	$q [kJ/kg]$
Entrada	2,844	53198,1072	0,1539	1204,5602	3153,1619	21889,22163
Saída	1,1	243356,8559	0,2248	3770,8926	4683,4486	-

Fonte: Elaborado pelo autor.

Como esperado, ao adicionar calor em um escoamento supersônico o número de Mach reduz, porém acompanhado de um expressivo aumento de pressão, densidade, temperatura e temperatura de estagnação.

4.2.3 Seção de Expansão

O modelo de uma rampa convergiu para uma diferença de aproximadamente 200 Pa entre a pressão de saída e a pressão atmosférica. O ângulo de deflexão da seção de expansão está apresentado na Tabela 10.

Tabela 10 – Ângulo de saída na seção de expansão para o modelo de uma rampa

$\theta_e [^\circ]$
44,1134

Fonte: Elaborado pelo autor.

A Tabela 11 elenca as propriedades do escoamento na seção de expansão, tanto na seção interna, onde a teoria de expansão de Prandtl - Meyer deve ser aplicada, quanto na seção externa, onde a teoria de razão de área deve ser utilizada.

Tabela 11 – Variação das propriedades na seção de expansão do modelo de uma rampa

Seção	$M [-]$	$p [Pa]$	$\rho [kg/m^3]$	$T [K]$
Interna	2,7858	19565,5076	0,0371	1835,09159
Externa	4,9119	1089,007401	0,004719	803,9712

Fonte: Elaborado pelo autor.

Ao encontrar a seção de expansão o número de Mach do escoamento aumentou, junto com uma redução da pressão, densidade e temperatura. Nota-se que a pressão de saída não é exatamente igual à pressão atmosférica, porém suficientemente próxima de modo a considerar que a condição de bocal expandido é praticamente atingida.

Com todas as propriedades calculadas, pode-se determinar o empuxo não instalado gerado pelo motor, as variáveis necessárias para o cálculo do mesmo encontram-se na Tabela 12.

Tabela 12 – Variáveis necessárias para o cálculo do empuxo não instalado gerado para o modelo de uma rampa

$\dot{m} [kg/s]$	$V_0 [m/s]$	$V_e [m/s]$	$A_e [m^2]$	$p_0 [Pa]$	$p_e [Pa]$
0,5783	2424,1884	2791,9935	0,0333	889,0602	1089,0074

Fonte: Elaborado pelo autor.

Como o ângulo de deflexão não promove exatamente a condição de expansão perfeita, a pressão de saída difere-se da atmosférica. Isso pode ser atribuído ao fato de

que a equação da teoria de razão de área é derivada da teoria de escoamento quasi-unidimensional, portanto, ao considerar ângulos muito grandes a equação perde sua precisão e o número de Mach na saída torna-se um valor que não condiz com a realidade. Sendo assim, o ângulo encontrado representa o ângulo em que a diferença de pressão é a mínima possível, ao mesmo tempo em que as propriedades do escoamento representam resultados factíveis. Da mesma maneira, a equação resulta em um erro no fluxo de massa, porém tal erro é desprezado e considera-se como o fluxo de massa da entrada e saída iguais, visto que não ocorre adição de massa no sistema. A velocidade do escoamento na saída é superior à velocidade do escoamento na entrada, portanto o motor conseguiu acelerar o escoamento.

Por fim, a Tabela 13 apresenta o quanto de empuxo não instalado o modelo de uma rampa consegue gerar para as condições de voo determinadas.

Tabela 13 – Empuxo não instalado gerado pelo modelo de uma rampa

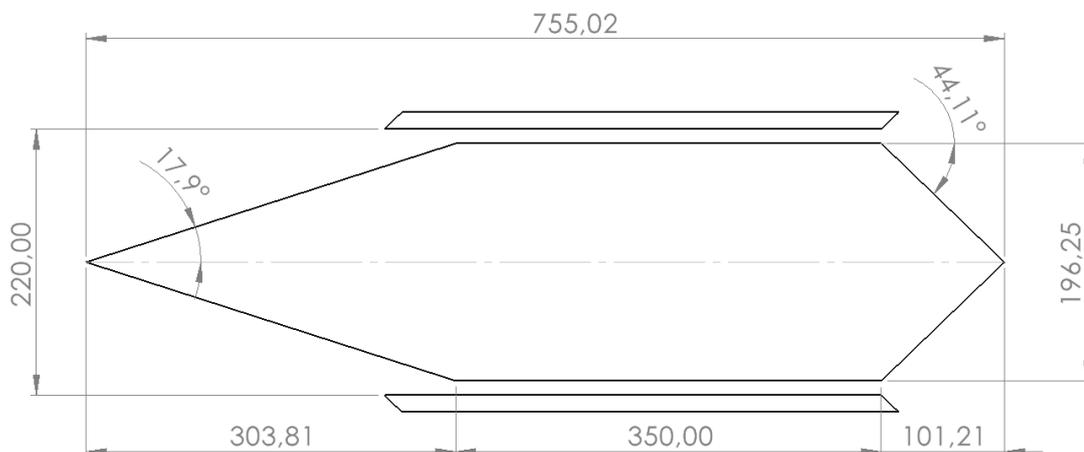
$F [N]$
219,3599

Fonte: Elaborado pelo autor.

4.2.4 Configuração Final

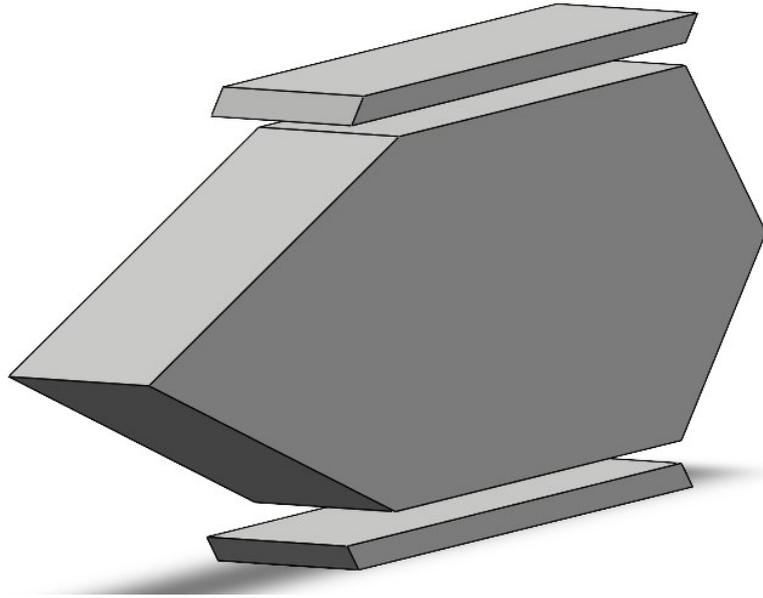
A Figura 31 elenca as dimensões do modelo de uma rampa. E as Figuras 32, 33 e 34 ilustram as vistas da seção de compressão, seção de expansão, e o projeto completo, respectivamente. Como definido anteriormente, o motor tem uma espessura constante de 80 mm.

Figura 31 – Dimensões do modelo de uma rampa



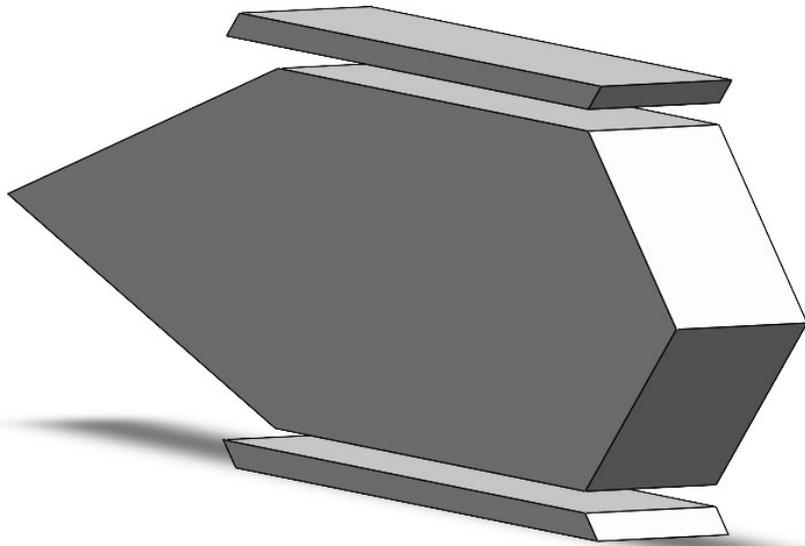
Fonte: Elaborado pelo autor.

Figura 32 – Vista da seção de compressão do modelo de uma rampa



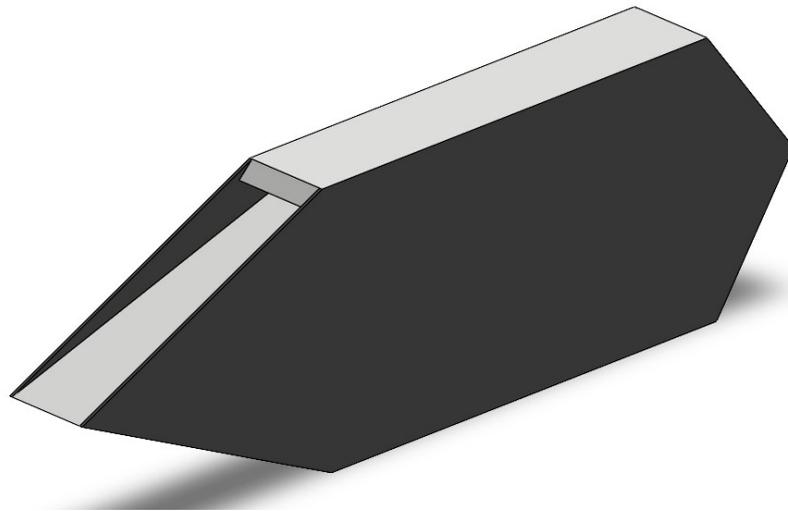
Fonte: Elaborado pelo autor.

Figura 33 – Vista da seção de expansão do modelo de uma rampa



Fonte: Elaborado pelo autor.

Figura 34 – Modelo de uma rampa completo



Fonte: Elaborado pelo autor.

4.3 MODELO DE SCRAMJET COM CINCO RAMPAS

4.3.1 Seção de Compressão

A seção de compressão do modelo de cinco rampas foi projetado de maneira similar ao modelo de uma rampa, as propriedades do escoamento após cada onda de choque relacionada a uma determinada rampa encontram-se na Tabela 14.

Tabela 14 – Variação das propriedades do escoamento ao longo da seção de compressão no modelo de cinco rampas

	θ [°]	β [°]	p [Pa]	ρ [kg/m ³]	T [K]	M [-]
1 ^a Rampa	3,4000	9,5444	1676,9377	0,0212	275,9371	7,2205
2 ^a Rampa	3,7625	10,5861	3163,0252	0,0331	333,2368	6,5047
3 ^a Rampa	4,1701	11,7668	5966,0703	0,0516	402,4351	5,8460
4 ^a Rampa	4,6307	13,1150	11253,1492	0,0807	486,0028	5,2383
5 ^a Rampa	5,1546	14,6688	21225,5909	0,1260	586,9237	4,6757
Choque Refletido	21,1179	31,7885	146693,5648	0,4144	1233,2379	2,7900

Fonte: Elaborado pelo autor.

Por possuir um maior número de rampas, o ângulo de deflexão inicial pode ser me-

nor, resultando em uma compressão mais suave do escoamento, as propriedades variam em uma relação menor, quando comparado ao modelo de uma rampa. Porém, as propriedades do escoamento após o choque refletido, onde o ângulo de deflexão é a soma de todos os outros ângulos, possui uma variação mais brusca que o choque refletido do modelo de uma rampa, devido ao maior ângulo.

Ao final das ondas de choque obteve-se uma temperatura maior do que a mínima desejada, e como esperado, a pressão, densidade, temperatura aumentaram, e o número de Mach foi reduzido.

A posição da carenagem segue o mesmo raciocínio que o modelo de uma rampa. Essa posição está disposta na Tabela 15.

Tabela 15 – Posição da carenagem no modelo de cinco rampas

Posição X [mm]	Posição Y [mm]
654,2185	110

Fonte: Elaborado pelo autor.

A posição horizontal já apresenta um comprimento maior que o modelo de uma única rampa, pois este deve acomodar cinco rampas, e a posição vertical continua sendo a altura do *scramjet*.

A Tabela 16 apresenta as componentes horizontal e vertical, bem como o comprimento de cada rampa. Os comprimentos horizontal e vertical são os comprimentos em relação ao início da rampa anterior. Assim como no modelo de uma rampa, o início da primeira rampa coincide com a origem do sistema de coordenadas retangulares.

Tabela 16 – Comprimento das cinco rampas na seção de compressão

	Componente X [mm]	Componente Y [mm]	Comprimento [mm]
1ª Rampa	279,1655	16,5855	279,6577
2ª Rampa	162,0419	20,3629	163,3163
3ª Rampa	93,5744	18,7533	95,4351
4ª Rampa	53,6635	15,3506	55,8159
5ª Rampa	89,3431	34,5067	95,7753

Fonte: Elaborado pelo autor.

A primeira rampa possui o maior comprimento, as rampas subsequentes vão diminuindo de comprimento, menos a última rampa, a qual possui um comprimento próximo da terceira rampa e maior que o comprimento da quarta rampa.

A posição horizontal da última rampa também está mais afastada horizontalmente da origem que a posição horizontal da carenagem, o que proporciona a condição de *shock*

on-lip e shock on-corner.

Por fim, assim como no modelo anterior, foi calculado a recuperação de pressão total, representada na Tabela 17.

Tabela 17 – Recuperação de pressão total para o modelo de cinco rampas

$\sigma [-]$
0,4517

Fonte: Elaborado pelo autor.

O modelo com cinco rampas apresenta uma recuperação de pressão total maior que o modelo com apenas uma rampa, logo o aumento no número de rampas realmente promove uma maior eficiência do motor.

4.3.2 Câmara de Combustão

De maneira análoga ao caso de uma única rampa, obtém-se as propriedades do escoamento ao fim da câmara de combustão, uma vez que as propriedades do escoamento na entrada da câmara já são conhecidas e o número de Mach ao final da câmara já definido.

A altura da câmara de combustão também é obtida a partir da diferença entre a altura do *scramjet* e o comprimento vertical total da última rampa. As dimensões de altura e novamente de comprimento estão apresentadas na Tabela 18.

Tabela 18 – Dimensões da câmara de combustão para o modelo de cinco rampas

Altura [mm]	Comprimento [mm]
4,4411	350

Fonte: Elaborado pelo autor.

A altura é menor que o modelo de uma única rampa e o comprimento foi mantido o mesmo, visto que tal parâmetro é escolhido ao início do projeto.

A Tabela 19 evidencia as propriedades do escoamento, bem como a quantidade de calor necessária para reduzir o número de Mach.

Tabela 19 – Variação das propriedades do escoamento ao longo da câmara de combustão para o modelo de cinco rampas

Seção	$M [-]$	$p [Pa]$	$\rho [kg/m^3]$	$T [K]$	$T_0 [K]$	$q [kJ/kg]$
Entrada	2,79	146693,5648	0,4144	1233,2379	3153,1618	21322,7987
Saída	1,1	647853,4970	0,6036	3739,0093	4643,8496	-

Fonte: Elaborado pelo autor.

Como esperado, a pressão, densidade, temperatura e temperatura de estagnação aumentaram. A pressão e densidade de saída são maiores do que no modelo de uma rampa, porém a temperatura e temperatura de estagnação são menores, o que resulta em uma menor adição de calor, que por consequência uma menor necessidade de combustível.

4.3.3 Seção de Expansão

Para o modelo com cinco rampas a condição de bocal perfeitamente expandido foi atingida, visto que o sistema convergiu para uma diferença menor que 1 Pa. O ângulo que promove tal condição encontra-se na Tabela 20.

Tabela 20 – Ângulo de saída na seção de expansão para o modelo de cinco rampas

$\theta_e [^\circ]$
24,2304

Fonte: Elaborado pelo autor.

Nota-se que o ângulo de deflexão é suficientemente menor que ângulo determinado para o modelo de uma rampa.

Já as propriedades do escoamento na seção de expansão estão elencados na Tabela 21.

Tabela 21 – Variação das propriedades na seção de expansão do modelo de cinco rampas

Seção	$M [-]$	$p [Pa]$	$\rho [kg/m^3]$	$T [K]$
Interna	1,9706	185045,6605	0,2466	2613,7945
Externa	5,9847	889,9911	0,005450	568,8742

Fonte: Elaborado pelo autor.

Novamente, os resultados estão de acordo com a teoria proposta, houve a redução da pressão, densidade e temperatura, e o número de Mach variou positivamente.

O empuxo não instalado gerado pode ser então determinado. As variáveis necessárias para o cálculo estão disponíveis na Tabela 22.

Tabela 22 – Variáveis necessárias para o cálculo do empuxo não instalado gerado para o modelo de cinco rampas

\dot{m} [kg/s]	V_0 [m/s]	V_e [m/s]	A_e [m ²]	p_0 [Pa]	p_e [Pa]
0,5783	2424,1884	2861,4772	0,0345	889,0602	889,9911

Fonte: Elaborado pelo autor.

Como o resultado convergiu para uma diferença menor que 1 Pa, pode-se concluir que a condição de bocal perfeitamente expandido foi atingida.

Por fim, o empuxo não instalado gerado pelo modelo de cinco rampas é apresentado na Tabela 23.

Tabela 23 – Empuxo não instalado gerado pelo modelo de cinco rampas

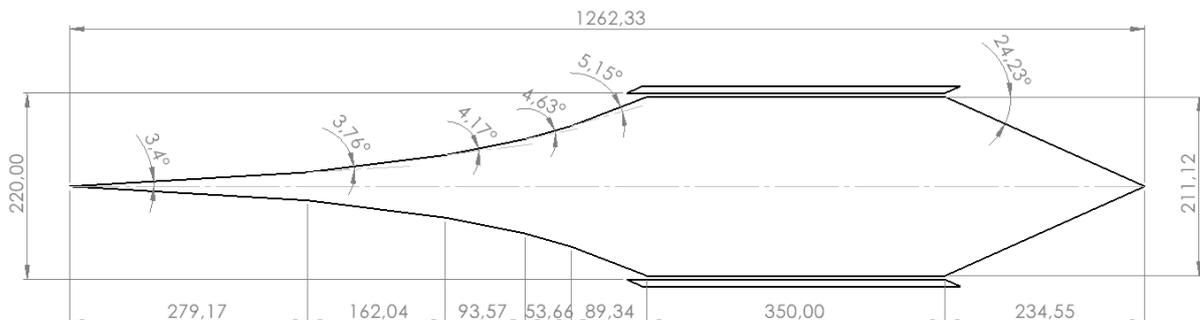
F [N]
252,91622

Fonte: Elaborado pelo autor.

4.3.4 Configuração Final

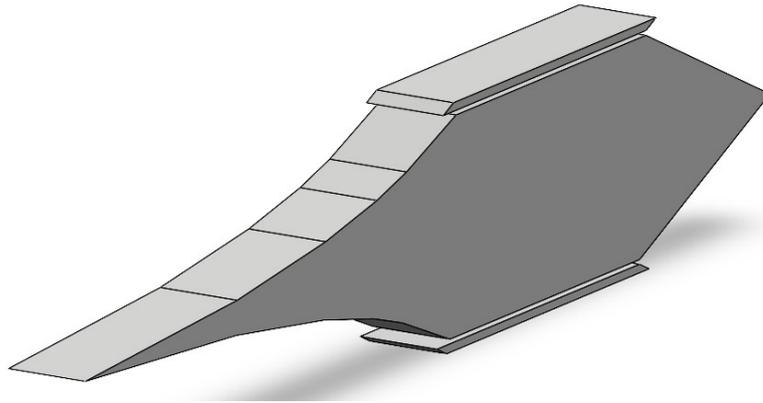
A Figura 35 ilustra o desenho 2D do modelo de cinco rampas. Já as Figuras 36, 37 e 38 ilustram as vistas da seção de compressão, seção de expansão, e o projeto completo, respectivamente. Assim como o modelo de uma rampa, o modelo de cinco rampas possui uma espessura constante de 80 mm.

Figura 35 – Dimensões do modelo de cinco rampas



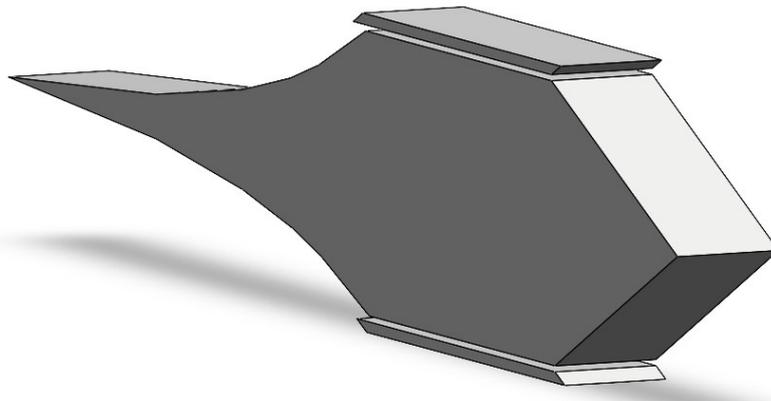
Fonte: Elaborado pelo autor.

Figura 36 – Vista da seção de compressão do modelo de cinco rampas



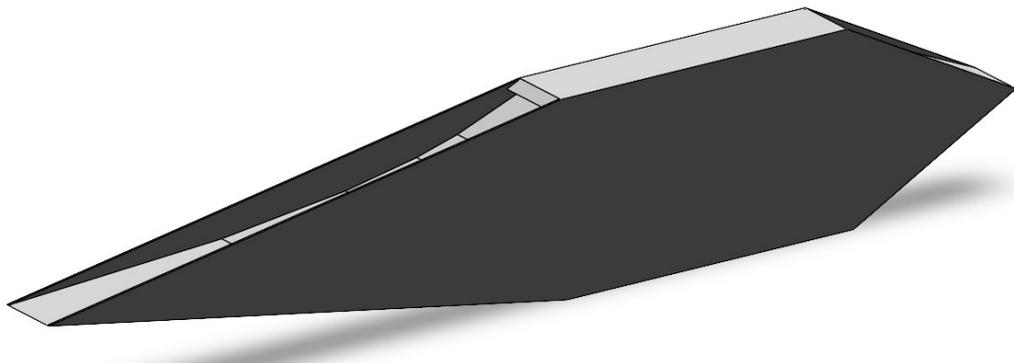
Fonte: Elaborado pelo autor.

Figura 37 – Vista da seção de expansão do modelo de cinco rampas



Fonte: Elaborado pelo autor.

Figura 38 – Modelo de cinco rampas completo



Fonte: Elaborado pelo autor.

4.4 COMPARAÇÃO ENTRE OS MODELOS

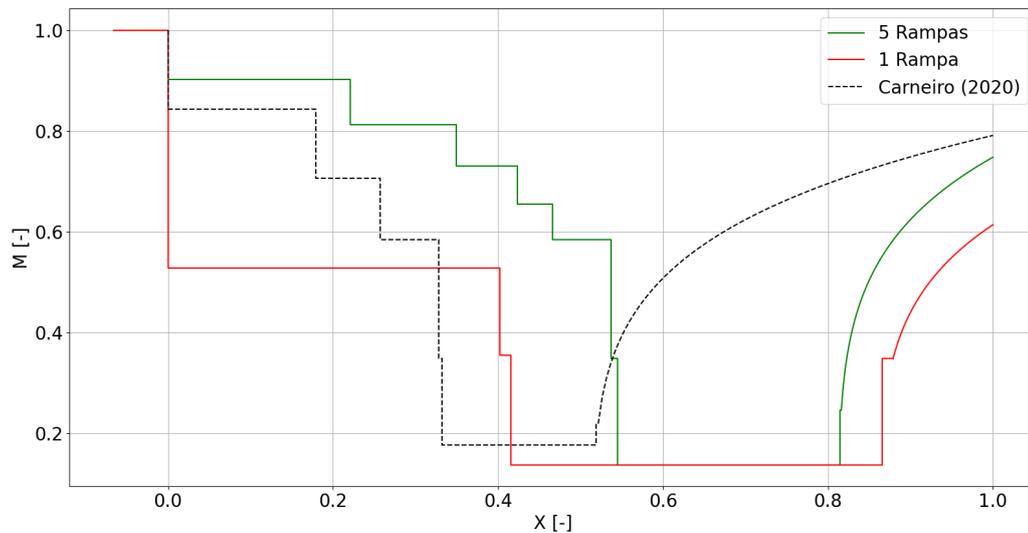
A fim de comparar os modelos de maneira visual, utilizou-se de figuras que demonstram a variação das propriedades do escoamento ao longo de toda a geometria do motor. Utilizou-se também como comparação o *scramjet* desenvolvido por Carneiro (2020). Seu modelo foi desenvolvido para operação a 30 km de altitude e Mach 6,8. Em seu desenvolvimento Carneiro (2020) considera um motor com 3 rampas na seção de compressão, a temperatura na entrada da câmara de combustão de 1092,12 K, o número de Mach na saída da câmara de combustão como 1,2 e o ângulo de saída sendo 8,08°. Também é considerado a adição de massa de hidrogênio na câmara de combustão e todas as variações das propriedades do escoamento devido esta adição. Porém, para a comparação com os modelos desenvolvidos no presente trabalho não foram considerados esses efeitos e foram utilizados apenas os valores das propriedades nas seções que o atual projeto possui.

Para facilitar a visualização considerou a adição de calor em 10 mm após o início da câmara de combustão, de modo a apresentar as propriedades do escoamento após o choque refletido e adição de calor de maneira separada. Os motores iniciam quando a componente X é zero, e para a seção de expansão considera-se que o escoamento já apresente as propriedades da seção de expansão interna imediatamente ao sair da câmara de combustão, e permanece constante nesta seção, até atingir a região de expansão externa, isso pode ser assumido pois a seção de expansão interna é muito pequena quando comparado com a seção de expansão externa.

As magnitudes das propriedades do escoamento, bem como os comprimentos dos motores foram normalizados pelos seus respectivos máximos de cada motor, assim uma análise qualitativa pôde ser realizada.

A Figura 39 representa a variação do número de Mach ao longo dos motores. Por apresentar apenas um choque, o modelo de uma rampa tem uma mudança muito mais abrupta no número de Mach que o modelo de cinco rampas e que o modelo de Carneiro (2020), porém o choque refletido no modelo de três rampas possui um maior ângulo de deflexão, logo o choque refletido é de maior intensidade, assim o número de Mach no modelo de três rampas apresenta uma redução maior quando comparado ao modelo de uma única rampa, sendo bem próximo do modelo de cinco rampas. Ao adicionar calor, o número de Mach na câmara de combustão do modelo de uma e cinco rampas é menor que o número de Mach do modelo de três rampas, isso se dá ao fato que o modelo de três rampas considerou que o número de Mach na saída da câmara de combustão deveria ser 1,2 e no presente trabalho considerou-se 1,1. A expansão interna representa uma parte muito pequena da geometria, e a expansão externa apresenta uma variação não linear, e por conta do modelo de três rampas ter um ângulo de expansão menor, seu comprimento é maior, logo o escoamento consegue obter uma relação entre número de Mach de saída e entrada do motor superior aos outros modelos.

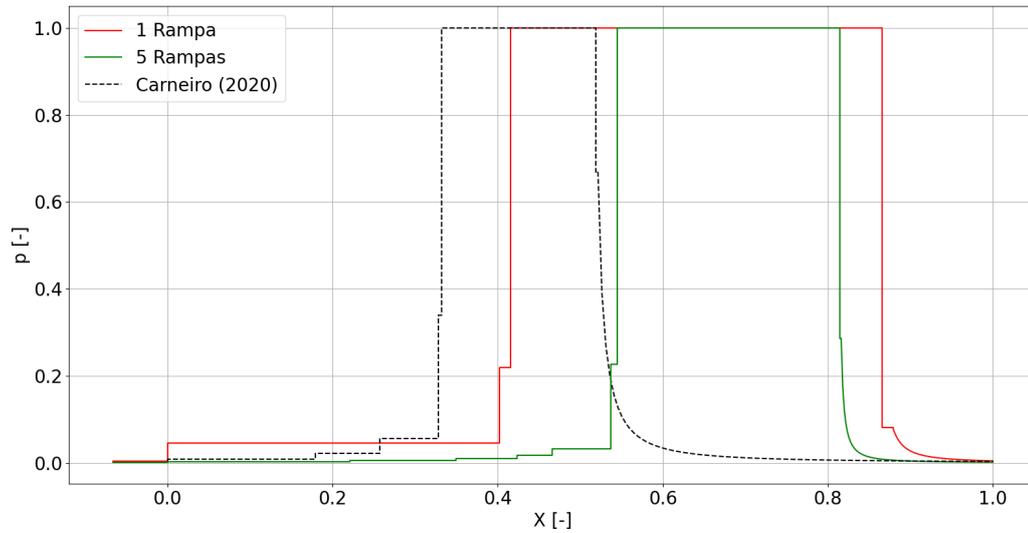
Figura 39 – Variação do número de Mach ao longo dos modelos normalizados



Fonte: Elaborado pelo autor.

A Figura 40 representa a variação da pressão ao longo dos motores. Mesmo com um ângulo de deflexão maior, a variação de pressão no modelo de uma única rampa não possui uma variação abrupta igual ao número de Mach em relação ao seu máximo. O modelo de cinco rampas apresenta variações menores ao longo da seção de compressão, enquanto que o modelo de três rampas apresenta variações intermediárias entre os modelos de uma rampa e cinco rampas, em relação aos seus máximos. A variação de pressão no choque refletido é mais intensa no motor de 3 rampas em relação as pressões máximas, pois o ângulo de choque refletido nesta configuração é o maior. Ao adicionar calor no sistema, a pressão em todos os modelos aumenta drasticamente. E ao encontrar a seção de expansão a pressão começa a diminuir, adotando uma variação não linear na expansão externa.

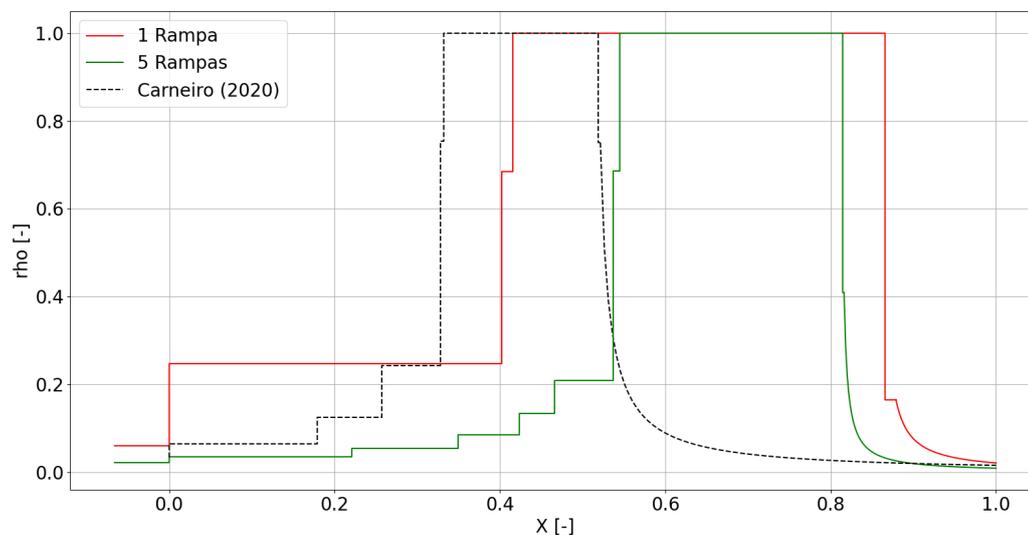
Figura 40 – Variação da pressão ao longo dos modelos normalizados



Fonte: Elaborado pelo autor.

Para a variação de densidade ao longo dos modelos, apresentada na Figura 41 a variação é análoga ao caso da variação de pressão, o modelo de uma rampa possui a maior variação na seção de compressão, seguido pelo modelo de três rampas e por último o modelo de cinco rampas nos modelos normalizados. Novamente, devido ao maior ângulo de reflexão, a variação ao longo do choque refletido é maior no modelo de três rampas em relação ao seu máximo. Ao adicionar calor, a densidade dos modelos encontram seus máximos e permanecem constantes até a seção de expansão, que assim como no caso da pressão, diminuem de maneira quase instantânea na seção de expansão interna e uma diminuição não linear na seção de expansão externa.

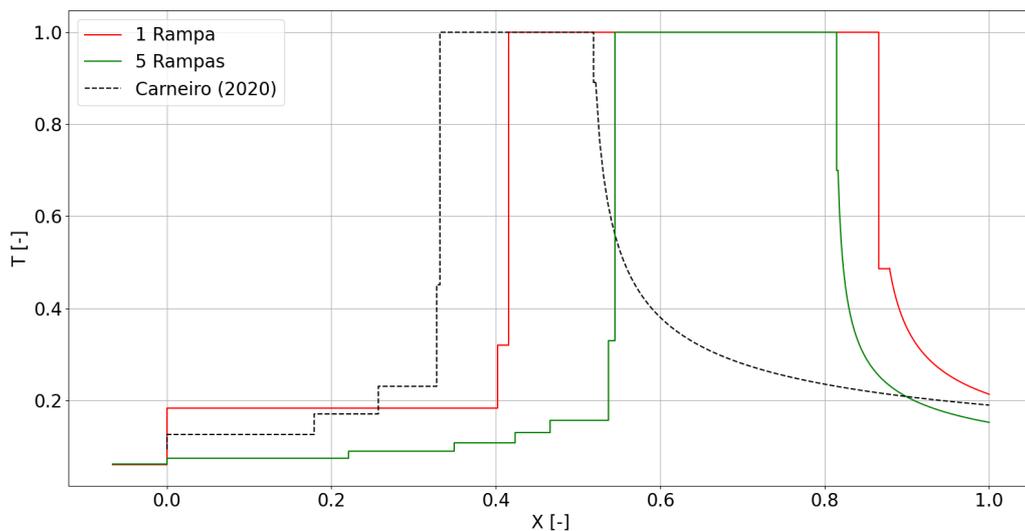
Figura 41 – Variação da densidade ao longo dos modelos normalizados



Fonte: Elaborado pelo autor.

Por último, a variação da temperatura ao longo dos modelos, apresentada na Figura 42 apresenta o mesmo padrão de variação que a pressão e densidade. Enquanto a variação de temperatura na seção de compressão do modelo de cinco rampas assume uma característica mais gradativa, a variação no modelo de uma rampa é mais abrupta e no modelo de três rampas é moderada. Quando o calor é adicionado, os modelos atingem a temperatura máxima. Ao fim da seção de expansão, o modelo de cinco rampas apresenta a menor relação entre temperatura final e temperatura máxima dentre todos os modelos.

Figura 42 – Variação da temperatura ao longo dos modelos normalizados



Fonte: Elaborado pelo autor.

A Tabela 24 elenca os principais parâmetros que podem ser utilizados para a comparação dos modelos.

Tabela 24 – Parâmetros relevantes para comparação entre os modelos

Modelo	σ [-]	q [kJ/kg]	F [N]
1 Rampa	0,17786	21889,22163	219,3599
5 Rampas	0,4517	21322,7987	252,91622

Fonte: Elaborado pelo autor.

É possível notar que o modelo de *scramjet* com cinco rampas apresentou uma recuperação de pressão total maior, necessita de uma menor quantidade de calor a ser adicionada no sistema, o que por consequência resulta em uma menor quantidade de combustível, e apresenta um empuxo não instalado superior, mas não significativamente mais expressivo. Porém, vale ressaltar que a condição de bocal perfeitamente expandido é muito mais evidente no modelo de cinco rampas, logo o empuxo não instalado tem muito menos influência do terceiro termo da equação do mesmo.

Uma maior quantidade de calor adicionada no modelo de uma única rampa pode ser explicada pelo fato de que o escoamento na entrada da câmara de combustão possui um número de Mach maior quando comparado ao modelo de cinco rampas. A temperatura de estagnação na entrada da câmara de combustão são similares em ambos os modelos, porém, como o escoamento no modelo de uma única rampa está a um Mach maior na entrada da câmara de combustão, a temperatura ao fim da câmara de combustão será maior, devido à maior diferença de Mach entre a entrada e saída, logo, a temperatura de estagnação ao final da câmara de combustão será maior. Portanto, a diferença maior entre as temperaturas de estagnação na entrada e saída da câmara de combustão no modelo de uma única rampa resulta em uma necessidade maior de calor adicionado.

5 CONCLUSÃO

É notório o potencial da tecnologia *scramjet* de atingir e manter voos em regime hipersônico. Seu desenvolvimento possibilitaria viagens de duração consideravelmente menores, além de se apresentar como um dos sistemas propulsivos em um veículo lançador que possibilitaria viagens do tipo *single stage to orbit*.

Ao longo do trabalho notou-se a quantidade de teoria necessária para um dimensionamento conceitual de um motor *scramjet*. A mecânica dos fluidos é a área no qual todo o trabalho teve seu início, englobando teoria de escoamentos compressíveis, ondas de choque oblíquas, escoamento com adição de calor, ondas de expansão de Prandtl-Meyer e teoria de razão de área, além de um uso constante de relações geométricas.

É evidente a superioridade do modelo de cinco rampas nos parâmetros de desempenho, quando comparado ao modelo de apenas uma rampa nas condições propostas no trabalho. O modelo de cinco rampas apresenta uma recuperação de pressão total maior, uma menor necessidade de calor a ser adicionado no sistema, um empuxo não instalado ligeiramente superior e uma seção de expansão muito mais próxima da condição de bocal perfeitamente expandido. Porém tal modelo é 67,2 % maior que o modelo de uma única rampa, ou seja, maior necessidade de material, portanto mais pesado, além de ser composto de uma geometria mais complexa o que afetaria nos processos de manufatura do motor. Dessa maneira, o modelo de uma única rampa tem a grande vantagem de possuir uma configuração mais simples, um requisito que pode ser considerado na escolha de produção do motor.

Ao fim, escolher qual modelo é melhor para a implementação e construção torna-se uma tarefa difícil, que dependerá dos requisitos de projeto, como custo, capacidade de manufatura, eficiência desejada, quantidade de combustível e tração requerida para o projeto. A uma primeira análise, ambos os modelos são válidos do ponto de vista de capacidade de acelerar o veículo no qual estarão inseridos, visto que o empuxo não instalado de cada configuração é positivo, além de que o veículo não necessita necessariamente utilizar apenas um motor, configurações com dois ou mais motores instalados no veículo podem contribuir com a geração de empuxo não instalado requerido no projeto.

5.1 SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

- Simular em *software* de mecânica dos fluidos computacional os modelos apresentados e comparar os resultados;
- Considerar a presença da camada limite ao longo de todo o motor;
- Realizar a análise levando em consideração a adição de massa de hidrogênio na câmara de combustão;
- Projetar outros modelos com diferentes números de rampas para a mesma condição de voo utilizada;
- Avaliar o desempenho dos modelos em altitudes e números de Mach diferentes.

REFERÊNCIAS

- ANDERSON, J. J. D. **Modern Compressible Flow With Historical Perspective**. 3. ed. New York: The McGraw-Hill Companies, Inc, 2003.
- ARAÚJO, P. P. et al. Optimization of scramjet inlet based on temperature and mach number of supersonic combustion. **Aerospace Science and Technology**, v. 116, p. 106864, 2021.
- BALACHANDRAN, P. **Fundamentals of Compressible Fluid Dynamics**. 1. ed. New Delhi: PHI Learning Private Limited, 2009.
- CAIN, T. **Reconstructing the Hyshot flights**. [S.l.], 2007.
- CARNEIRO, R. **Estudo Analítico de um Demonstrador da Tecnologia da Combustão Supersônica**. 2020. 121 p. Dissertação (Mestrado em Engenharia Mecânica) — Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Natal, 2020.
- CHEN, S.; ZHAO, D. RANS investigation of the effect of pulsed fuel injection on scramjet hyshot ii engine. **Aerospace Science and Technology**, v. 84, p. 182–192, 2019.
- CHOUBEY, G. et al. Hydrogen fuel in scramjet engines - a brief review. **International Journal of Hydrogen Energy**, v. 45, n. 33, p. 16799–16815, 2020.
- Clear IAS. Scramjet Engine: Why in news headlines now? **Clear IAS**, 2020. Acesso em 11 jan. 2023. Disponível em: <<http://www.clearias.com/scramjet-engine>>.
- COSTA, G. J. da et al. Preliminary design of an aerodynamic protection for the scramjet engine inlet of the brazilian technological demonstrator scramjet 14-x s. **22nd AIAA International Space Planes and Hypersonics Systems and Technologies Conference**, 2018.
- EL-SAYED, A. F. **Fundamentals of Aircraft and Rocket Propulsion**. 3. ed. Londres: Springer-Verlag London Ltd., 2016.
- Força Aérea Brasileira. FAB realiza primeiro teste de voo do motor aeronáutico hipersônico 14-X. **Força Aérea Brasileira**, 2021. Acesso em 14 abr. 2023. Disponível em: <<https://www.fab.mil.br/noticias/mostra/38395>>.
- GARDNER, A. et al. Ground testing of the hyshot supersonic combustion flight experiment in heg and comparison with flight data. **40th AIAA/ASME/SAE/ASEE Joint Propulsion Conference and Exhibit**, p. 3345, 2004.
- HASS, N.; SMART, M.; PAULL, A. Flight data analysis of the hyshot 2. **AIAA/CIRA 13th International Space Planes and Hypersonics Systems and Technologies Conference**, 2005.
- HAYNES, W.; LIDE, D. R.; BRUNO, T. J. **Handbook of Chemistry and Physics**. 95. ed. Boca Raton, Flórida: Taylor & Francis Group, 2014.
- HEISER, W. H.; PRATT, D. T. **Hypersonic Airbreathing Propulsion**. 1. ed. Washigton, DC: American Institute of Aeronautics and Astronautics, Inc., 1994.

KAUFMAN, M. **Principles of Thermodynamics**. 1. ed. Atlanta, Georgia: Marcel Dekker, Inc., 2001.

MARTOS, J. F. de A. **Aerothermodynamic Design, Manufacturing and Testing of a 3-D Prototyped Scramjet**. 2017. 154 f. Tese (Doutorado em Ciências e Tecnologias Espaciais) — Instituto Tecnológico de Aeronáutica, São José dos Campos, 2017.

MUSIELAK, D. **Scramjet Propulsion: A Practical Introduction**. 1. ed. Arlington: John Wiley & Sons Ltd, 2023. (Aerospace Series).

NOAA. **U.S. Standard Atmosphere**. 1. ed. Washington, D.C.: U.S. Government Printing Office, 1976.

OOSTHUIZEN, P. H.; CARSCALLEN, W. E. **Introduction to Compressible Fluid Flow**. 2. ed. Florida: Taylor & Francis Group, LLC, 2014.

OSWATITSCH, K. **Contributions to the Development of Gasdynamics**. 1. ed. Wiesbaden, Alemanha: Friedr. Vieweg & Sohn, 1980.

PAULL, A.; ALESI, H.; ANDERSON, S. The development of the hypersonic flight program. In: JIANG, Z. (Ed.). **Shock Waves**. Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg, 2005. p. 31–48.

PEREIRA, A. C. P. **Influência da Razão de Equivalência na Combustão e no Empuxo Gerado por Scramjet em Voo Atmosférico a Mach 5,8 e 20 km de Altitude**. 2021. 124 p. Dissertação (Mestrado em Engenharia e Ciências Aeroespaciais) — Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Natal, 2021.

PEREIRA, M. V. S. **Projeto Conceitual de um Scramjet para Inserção de um Cube-sat em Órbita, Empregando uma Abordagem Analítica**. 2022. 74 p. Dissertação (Mestrado em Engenharia e Ciências Aeroespaciais) — Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Natal, 2022.

RAJ, N. O. P.; VENKATASUBBAIAH, K. A new approach for the design of hypersonic scramjet inlets. **Physics of Fluids**, v. 24, n. 8, p. 86103, 2012.

Ricardo Meier. FAB faz primeiro voo do motor hipersônico 14-X. **Airway**, 2021. Acesso em 14 abr. 2023. Disponível em: <<https://www.airway.com.br/fab-faz-primeiro-voo-do-motor-hipersonico-14-x/>>.

SAAD, M. A. **Compressible Fluid Flow**. 1. ed. New Jersey: Prentice-Hall, Inc., 1985.

SANTOS, M. A. B. dos; MARTOS, J. F. de A.; TORO, P. G. de P. Projeto aerodinâmico do sistema de admissão de um motor scramjet. **Segundo Congresso Aeroespacial Brasileiro**, Santa Maria, RS, 2019.

SEGAL, C. **The Scramjet Engine: Processes and Characteristics**. 1. ed. Nova Iorque: Cambridge University Press, 2009.

SILVA, E. S. T. da. **Estudos Sobre o uso de um Motor Scramjet como Estágio Atmosférico em um Veículo Lançador de Nanossatélites**. 2022. 106 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia e Ciências Aeroespaciais) — Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Natal, 2022.

SILVA, L. C. M. dos Santos Rodrigues da. **Projeto Conceitual de um Veículo Aeroespacial Utilizando Sistema de Propulsão Aspirada para Velocidade Hipersônica**. 2021. 81 f. Monografia (Trabalho de Conclusão de Curso) — Curso de Engenharia Aeroespacial, Universidade Federal de Santa Catarina, Joinville, 2021.

SMART, M. K. How much compression should a scramjet inlet do? **AIAA Journal**, v. 50, n. 3, p. 610–619, 2012.

SUTTON, G. P.; BIBLARZ, O. **Rocket Propulsion Elements**. 8. ed. Hoboken, New Jersey: John Wiley & Sons, Inc., 2010.

TORO, P. G. P. et al. Brazilian 14-x hypersonic aerospace vehicle project. **18th AIAA/3AF International Space Planes and Hypersonic Systems and Technologies Conference**, 2012.

TUOHY, I. Advantages of the woomera test facility for hypersonic flight programs. **14th AIAA/AHI Space Planes and Hypersonic Systems and Technologies Conference**, p. 7909, 2006.

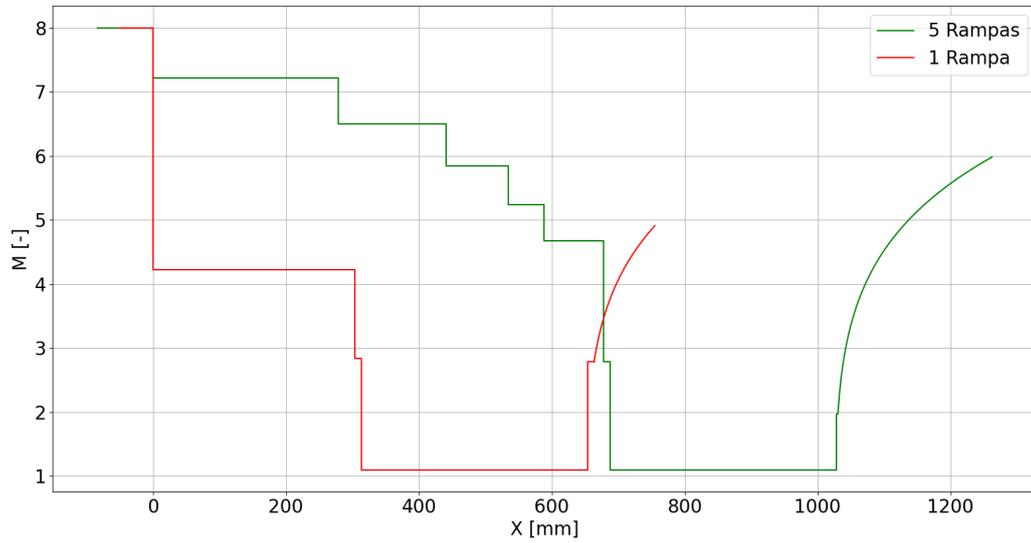
WEBER, R. J.; MACKAY, J. S. **An Analysis of Ramjet Engines Using Supersonic Combustion**. Cleveland, Ohio: National Advisory Committee for Aeronautics, 1958.

YAHYA, S. M. **Fundamentals of Compressible Flows**. 3. ed. New Delhi: New Age International Publishers, 1982.

YU, K. et al. Inverse design methodology on a single expansion ramp nozzle for scramjets. **Aerospace Science and Technology**, v. 92, p. 9–19, 2019. ISSN 1270-9638.

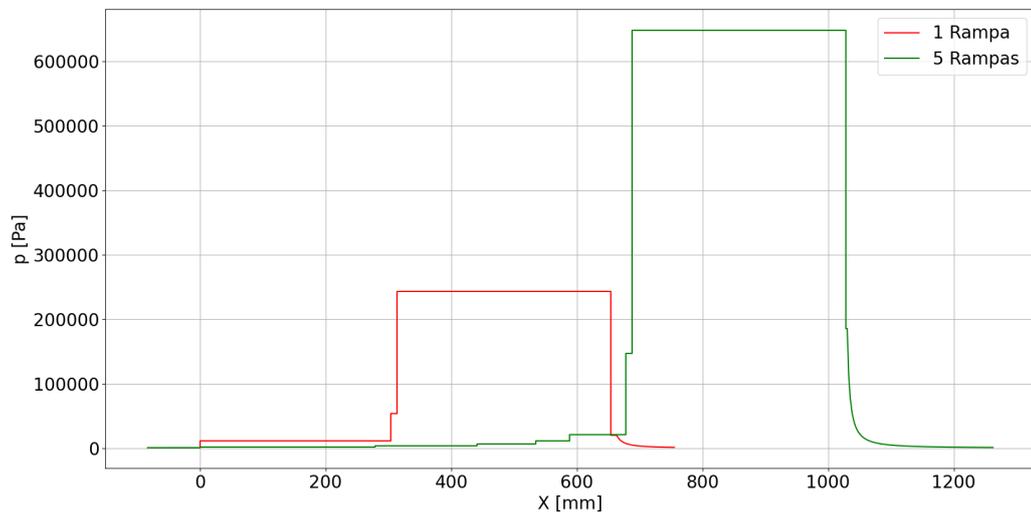
APÊNDICE A – VARIAÇÃO DAS MAGNITUDES AO LONGO DOS MODELOS

Figura 43 – Variação do número de Mach ao longo dos modelos



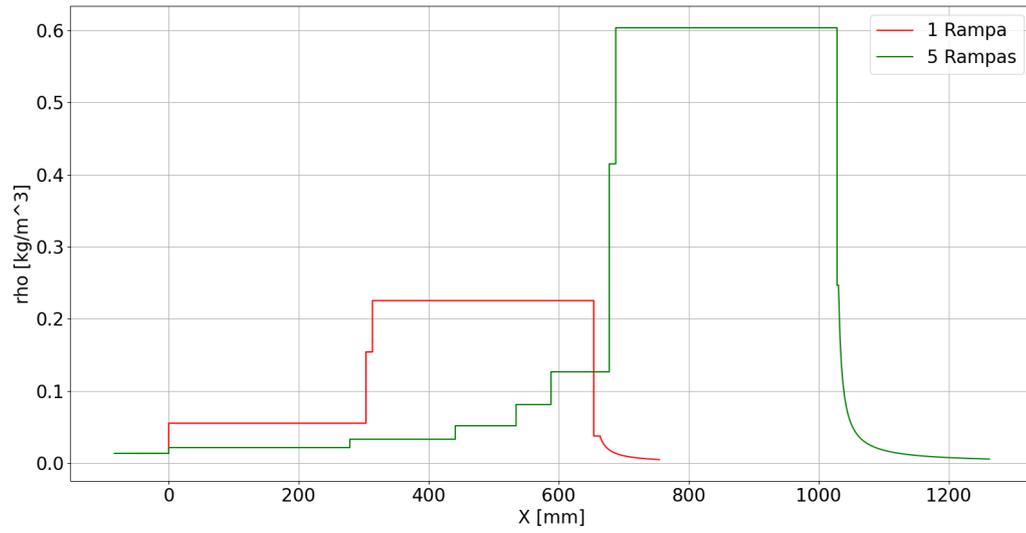
Fonte: Elaborado pelo autor.

Figura 44 – Variação da pressão ao longo dos modelos



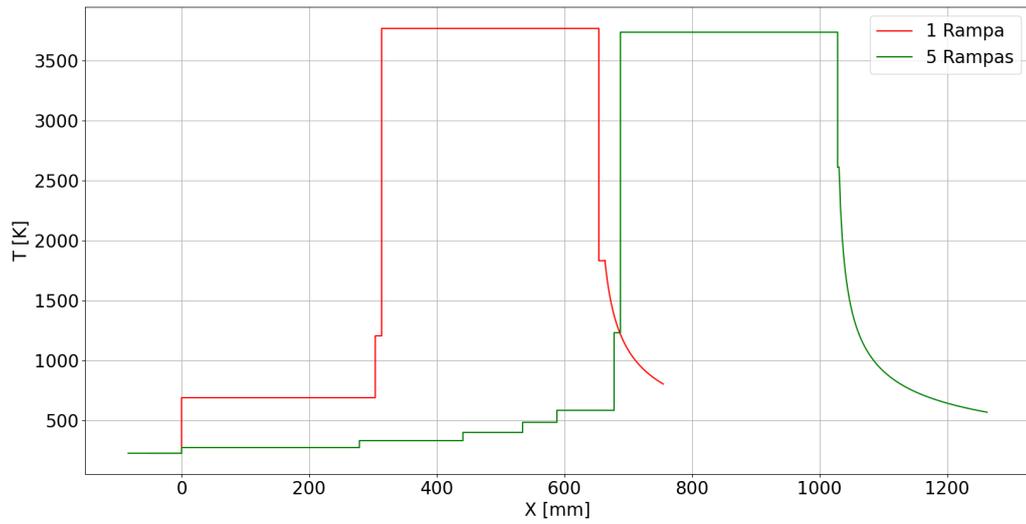
Fonte: Elaborado pelo autor.

Figura 45 – Variação da densidade ao longo dos modelos



Fonte: Elaborado pelo autor.

Figura 46 – Variação da temperatura ao longo dos modelos



Fonte: Elaborado pelo autor.