UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA MARIA
CENTRO DE EDUCAÇÃO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO

Thanize Bortolini Scalabrin

SOBRE ENSINO E APRENDIZAGEM DE NÚMEROS NEGATIVOS: O QUE APONTAM AS PESQUISAS

Santa Maria, RS
2023

Thanize Bortolini Scalabrin

SOBRE ENSINO E APRENDIZAGEM DE NÚMEROS NEGATIVOS: O QUE APONTAM AS PESQUISAS

Tese apresentada ao Curso de Doutorado em Educação do Programa de Pós-Graduação em Educação, da Universidade Federal de Santa Maria (UFSM, RS), como requisito parcial para obtenção do título de Doutora em Educação.

Orientadora: Prof.ª Dr.ª Anemari Roesler Luersen Vieira Lopes
Coorientadora: Prof.ª Dr.ª Simone Pozebon

Santa Maria, RS
2023

This study was financied in part by the Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - Brasil (CAPES) – Finance Code 001

Scalabrin, Thanize Bortolini
SOBRE ENSINO E APRENDIZAGEM DE NÚMEROS NEGATIVOS: O QUE APONTAM AS PESQUISAS / Thanize Bortolini Scalabrin.- 2023.
249 p.; 30 cm

Orientador: Anemari Roesler Luersen Vieira Lopes
Coorientador: Simone Pozebon
Tese (doutorado) - Universidade Federal de Santa Maria, Centro de Educação, Programa de Pós-Graduação em Educação, RS, 2023

1. Teoria Histórico-Cultural 2. Professor que Ensina Matemática 3. Ensino de números negativos 4. Movimento histórico 5. Documentos curriculares I. Roesler Luersen Vieira Lopes, Anemari II. Pozebon, Simone III. Título.

Sistema de geração automática de ficha catalográfica da UFSM. Dados fornecidos pelo autor(a). Sob supervisão da Direção da Divisão de Processos Técnicos da Biblioteca Central. Bibliotecária responsável Paula Schoenfeldt Patta CRB 10/1728.

Thanize Bortolini Scalabrin

SOBRE ENSINO E APRENDIZAGEM DE NÚMEROS NEGATIVOS: O QUE APONTAM AS PESQUISAS

Tese apresentada ao Curso de Doutorado em Educação do Programa de Pós-Graduação em Educação, da Universidade Federal de Santa Maria (UFSM, RS), como requisito parcial para obtenção do título de **Doutora em Educação.**

Aprovada em 23 de junho de 2023:

____

Anemari Roesler Luersen Vieira Lopes, Prof.ª Dr.ª (UFSM)
(Presidente/Orientadora)

____

Simone Pozebon, Prof.ª Dr.ª (UFSM)
(Coorientadora)

____

Elisabete Zardo Búrigo, Prof.ª Dr.ª (UFRGS)

____

Reginaldo Fernando Carneiro, Prof. Dr. (UFJF)

____

Ricardo Fajardo, Prof. Dr. (UFSM)

____

Tânia Cristina Baptista Cabral, Prof.ª Dr.ª (UERGS)

Santa Maria, RS
2023

Aos meus pais, Mara e Vladimir, por me amarem incondicionalmente, darem asas aos meus sonhos e por me mostrarem que tudo pode ser possível!

AGRADECIMENTOS

Durante esses anos de estudo, pesquisa e escrita fui me constituindo como ser humano, professora e pesquisadora. Dessas idas e vindas, carrego comigo, carinhosamente, quem caminhou ao meu lado com sugestões, ensinamentos, paciência, compreensão, empatia, amizade e força para seguir firme nos meus objetivos. Por isso, é chegado o momento de agradecer a cada um, que do seu jeito, cooperou com o desenvolvimento deste trabalho.

A Deus por guiar e iluminar meus caminhos durante esse processo de formação.

À professora Anemari, que está comigo desde meu ingresso no PIBID e foi minha orientadora no Trabalho de Conclusão de Curso, no mestrado e no doutorado. Obrigada por ser meu exemplo de competência, profissionalismo e por me mostrar o lado bom das situações, me dar coragem e por permitir que eu aprendesse tanto contigo, saiba que é minha inspiração.

À professora Simone, que também me acompanha desde o PIBID, foi minha banca de TCC e minha coorientadora de doutorado. Você segurou minha mão, me mostrou que sou capaz, sanou minhas dúvidas e é um exemplo de sabedoria e humildade.

Aos membros da banca, professoras Elisabete e Tânia e professores Reginaldo e Ricardo, pelas valiosas contribuições desde a qualificação desse trabalho. Obrigada por enriquecerem essa pesquisa e trilharem esse caminho comigo. Saibam que tenho muita admiração por cada um de vocês!

Aos meus pais, Mara e Vladimir, meus maiores incentivadores e exemplos de vida que me mostraram diariamente que tudo pode ser possível com persistência, dedicação e fé. Obrigada por nunca desistirem de mim e por dizerem as palavras certas em todos momentos. Principalmente minha mãe, que em tantos momentos me deu à luz que eu precisava para continuar escrevendo e que, incansavelmente, ficou ao meu lado nos processos de estudo e escrita.

Aos meus anjos da guarda Ivo e Beloni, meus avós maternos, a quem tenho tanto carinho e sei que me protegem. Especialmente minha vó, que me mostrou a importância de ter fé e que fazia questão de rezar comigo antes de dormir.

Aos meus avós paternos, Benito e Luiza Edi, por darem todo apoio para que essa caminhada desde a graduação até o doutorado fosse possível. E como não lembrar da minha vó, sempre perguntando "*tu já terminou tuas escritas*", pergunta esta que sempre me assombrava, pois sabia que a caminhada era longa, mas que cada dia estava mais próxima do meu objetivo.

Às minhas amadas tias por rezarem por mim diariamente e me darem forças de seguir firme nessa longa jornada.

A todos da minha família que com um sorriso no rosto me incentivaram e acreditaram em mim.

Ao Adriano, pela amizade desde graduação, por ser minha referência e compartilhar comigo seu vasto conhecimento sobre matemática e docência.

Ao Osias, por tantos anos de amizade e por auxiliar na otimização do tempo de desenvolvimento das atividades de pesquisa.

À minha amiga Sabrina, que me proporcionou mais qualidade de vida.

À Andresa, Camila, Carine, Carla, Caroline, Cíntia, Gabriela, Henrique, Jenifer, Maiara, Marcela, Taina, Tamiris e Tatiane, pelas aprendizagens compartilhadas, pela amizade e por enriquecerem minhas vivências.

À Ana Luiza, Andressa, Halana, Iasmim, Jucilene, Laura, Luana, Tanira, Patrícia, Viviane, prof. Diaine e prof. Sandra, que fizeram e fazem parte da minha caminhada, sem vocês não seria quem sou hoje, obrigada por tantos ensinamentos.

Aos membros do Grupo de Estudos e Pesquisas em Educação Matemática (GEPEMat) por serem desde sempre meu grupo, por me fazerem sentir parte de algo maior, importante e tão necessário, com vocês aprendi o sentido da palavra coletivo. Obrigada pelas discussões formativas estabelecidas ao longo desses anos.

À CAPES pela concessão de bolsas para o desenvolvimento dessa pesquisa.

À UFSM, minha casa desde 2011, instituição que tenho orgulho de dizer que foi onde me constituí professora e pesquisadora.

A todos que de alguma forma contribuíram para que essa pesquisa fosse possível, a vocês todo meu carinho e gratidão.

Se podemos sonhar, também podemos tornar os

nossos sonhos realidade.

(Walt Disney)

RESUMO

SOBRE ENSINO E APRENDIZAGEM DE NÚMEROS NEGATIVOS: O QUE APONTAM AS PESQUISAS

AUTORA: Thanize Bortolini Scalabrin
ORIENTADORA: Anemari Roesler Luersen Vieira Lopes
COORIENTADORA: Simone Pozebon

Esta tese de doutorado é produto de uma pesquisa que foi desenvolvida no Programa de Pós-Graduação em Educação (PPGE) na linha de pesquisa Docência, Saberes e Desenvolvimento Profissional, da Universidade Federal de Santa Maria (UFSM), no âmbito do Grupo de Estudos e Pesquisas em Educação Matemática (GEPEMat). A pesquisa teve como objetivo descrever e analisar elementos inerentes à educação escolar revelados em pesquisas brasileiras de programas de pós-graduação *stricto sensu* sobre números negativos. Para isso, foram definidas quatro ações investigativas: elencar aspectos que pesquisas brasileiras que envolvem números negativos descrevem como importantes sobre o Professor que Ensina Matemática; identificar o que pesquisas brasileiras apontam sobre o ensino dos números negativos; compreender a constituição do movimento histórico dos números negativos por meio do que é apresentado em pesquisas brasileiras; e verificar o que os documentos curriculares indicados por pesquisas brasileiras orientam sobre o processo de ensino de números negativos. Os princípios teóricos utilizados partiram da Teoria Histórico-Cultural, que compreende, entre outros fundamentos, que a aprendizagem se dá por meio de interações sociais; e mais especificamente da Teoria da Atividade, que evidencia que o ser humano é impulsionado a agir por necessidades e é através desses processos que ele se humaniza e desenvolve suas Funções Psicológicas Superiores. Na busca por elementos que revelassem o objeto particular da investigação, a aprendizagem de números negativos, foram definidos quatro isolados de análise: Professor que Ensina Matemática; o ensino de números negativos; o movimento histórico dos números negativos e os documentos curriculares. As ações mobilizadoras da pesquisa se deram por meio de uma Revisão Sistemática de Literatura (RSL). Buscaram-se pesquisas de mestrado profissional, mestrado acadêmico e doutorado no Portal de Teses e Dissertações da CAPES e na Biblioteca Digital de Teses e Dissertações que se voltavam à aprendizagem de números negativos. Após refinamentos e seguindo as etapas da RSL, bem como a adoção de critérios de inclusão e exclusão, foram selecionadas 59 investigações que poderiam revelar a essência do fenômeno investigado em sua totalidade. Sobre o professor que ensina matemática, os aspectos que ficaram evidentes referem-se à sua formação, à organização do ensino e aos conhecimentos sobre o conteúdo e a docência. Quanto ao ensino de números negativos, revelou-se que decorre da atividade principal do professor que é o ensino, da atividade do aluno que é o aprender e dos modos e instrumentos de ensino e aprendizagem. Sobre o movimento histórico dos números negativos, destacaram-se seis obstáculos epistemológicos e os estudos de diversas civilizações e matemáticos sobre esses números os quais trazem à tona a essência do seu processo histórico. Acerca dos documentos curriculares, constatou-se que, em especial os números negativos aparecem nos PCN e na BNCC, os quais expressam orientações curriculares e questões relativas ao sujeito que se espera formar. A partir da análise dos quatro isolados, defende-se que a formação do professor, a organização intencional do ensino, o conhecimento do movimento histórico e as orientações das propostas curriculares são determinantes para promover um ensino voltado à aprendizagem do conhecimento teórico sobre números negativos.

Palavras-chave: Teoria Histórico-Cultural. Professor que Ensina Matemática. Ensino de números negativos. Movimento histórico. Documentos curriculares. Educação Matemática.

ABSTRACT

ON TEACHING AND LEARNING NEGATIVE NUMBERS: WHAT RESEARCH POINTS OUT

AUTHOR: Thanize Bortolini Scalabrin
ADVISOR: Anemari Roesler Luersen Vieira Lopes
CO-ADVISOR: Simone Pozebon

This doctoral thesis is the product of research that was developed in the Postgraduate Program in Education (PPGE) in the Teaching, Knowledge, and Professional Development line of research at the Federal University of Santa Maria (UFSM), within the scope of the Group of Studies and Research in Mathematics Education (GEPEMat). The research aimed to describe and analyze elements inherent to school education revealed in Brazilian research on negative numbers of *stricto sensu* postgraduate programs. In order to contemplate this objective, four investigative actions were defined: To list aspects that Brazilian research involving negative numbers describes as important about the Teacher who Teaches Mathematics; to identify what Brazilian research points out about the teaching of negative numbers; to understand the constitution of the historical movement of negative numbers through what is presented in Brazilian research; and to verify what the curricular documents indicated by Brazilian research guide on the teaching process of negative numbers. The theoretical principles used were based on the Historical-Cultural Theory, which includes, among other fundamentals, that learning takes place through social interactions; and more specifically on the Activity Theory, which shows that human beings are driven to act by needs, and it is through these processes that they humanize themselves and develop their Higher Psychological Functions. In the search for elements that reveal the specific object of the investigation, the learning of negative numbers, four isolates of analysis were defined: Teacher who Teaches Mathematics; the teaching of negative numbers; the historical movement of negative numbers and curricular documents. The mobilizing actions of the research took place through a Systematic Literature Review (RSL). Professional master's, academic master's and doctorate research was sought on CAPES Portal of Theses and Dissertations Portal and on the Digital Library of Theses and Dissertations that focused on learning negative numbers. After refinements and following the RSL steps, as well as the adoption of inclusion and exclusion criteria, 59 investigations that could reveal the essence of the investigated phenomenon in its entirety were selected. Regarding the teacher who teaches mathematics, the aspects that became evident refer to their career, to the organization of teaching, and to the knowledge about content and teaching. Regarding the teaching of negative numbers, it was revealed that it arises from the teacher's main activity which is teaching, the student's activity which is learning and the modes and instruments of teaching and learning. Regarding the historical movement of negative numbers, six epistemological obstacles and the studies of different civilizations and mathematicians on these numbers stood out and bring to light the essence of their historical process. Regarding curricular documents, it was found that, in particular, negative numbers appear in the PCN and BNCC, which express curricular guidelines and issues relating to the citizen expected to be educated. Based on the analysis of the four isolates, it is argued that teacher training, the intentional organization of teaching, knowledge of the historical movement, and guidelines for curricular proposals are determinant to promoting teaching aimed at learning theoretical knowledge about negative numbers.

Keywords: Historical-Cultural Theory. Teacher who Teaches Mathematics. Teaching of negative numbers. Historical movement. Curricular documents. Mathematics Education.

LISTA DE FIGURAS

LISTA DE QUADROS

LISTA DE SIGLAS

ACG	Atividades Complementares de Graduação
BDTD	Biblioteca Digital de Teses e Dissertações
BNCC	Base Nacional Comum Curricular
CAPES	Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior
CMSM	Colégio Militar de Santa Maria
CNE	Conselho Nacional de Educação
CONAE	Conferência Nacional pela Educação
DCE	Diretrizes Curriculares Estaduais
DCG	Disciplinas Complementares de Graduação
DCN	Diretrizes Curriculares Nacionais
EJA	Educação de Jovens e Adultos
GEPEMat	Grupo de Estudos e Pesquisas em Educação Matemática
InterdEM	Interdisciplinar Educação Matemática
LDB	Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional
MEC	Ministério da Educação
PCN	Parâmetros Curriculares Nacionais
PEM	Professor que Ensina Matemática
PNE	Plano Nacional de Educação
PNLD	Programa Nacional do Livro e do Material Didático
PIBID	Programa Institucional de Bolsas de Iniciação à Docência
PPP	Projeto Político Pedagógico
RSL	Revisão Sistemática de Literatura
SAEB	Sistema de Avaliação da Educação Básica
TA	Teoria da Atividade
THC	Teoria Histórico-Cultural
TIC	Tecnologias da Informação e Comunicação
UFRN	Universidade Federal do Rio Grande do Norte
UFSM	Universidade Federal de Santa Maria
ZDI	Zona de Desenvolvimento Iminente

SUMÁRIO

1 APRESENTANDO A PESQUISA: DO SENTIDO PESSOAL AO SIGNIFICADO DA ATIVIDADE DE PESQUISA

Aprender matemática vai além de conhecer o conteúdo ou saber fazer cálculos, pois envolve um processo de apropriação cultural de um conhecimento que se constituiu como produto das necessidades humanas, que se caracteriza pela busca incessante da sobrevivência e a satisfação dessas necessidades. Processo este que contribuiu para o desenvolvimento em sociedade e fez com que esse saber atingisse a atual importância que tem hoje.

Com isso, Moura (s.d, p. 1) destaca que:

> Assumir a Matemática como produto da atividade humana que se constitui no desenvolvimento de solução de problemas criados nas interações que produzem o modo humano de viver socialmente num determinado tempo e contexto implica em considerar que os saberes matemáticos assim produzidos têm significados culturais, constituindo-se historicamente em instrumentos simbólicos.

A partir desta percepção, é possível conceber que a matemática está presente em situações cotidianas e, para além disso, tem uma função cultural ligada ao desenvolvimento humano. A possibilidade de materializar-se em instrumentos simbólicos por meio de sua aprendizagem nos leva a refletir sobre a relevância de seu ensino no contexto cultural como forma de democratização do direito de acesso à cultura mais elaborada.

É neste contexto que se coloca a atividade do professor (ensino) e a atividade do aluno (aprendizagem), como unidade que compõe a atividade pedagógica. Esta se configura como o objeto geral das pesquisas em educação fundamentadas na Teoria Histórico-Cultural (THC) e, sendo a essência humana representada pela possibilidade de desenvolver as máximas capacidades dos indivíduos, pesquisar sobre o ensino e aprendizagem nos faz refletir sobre os diferentes modos da atividade pedagógica se concretizar para que isto aconteça. Podemos escolher somente um dentre a diversidade de modos de fazê-la? Ou devemos escolher mais de um? Será que o ideal realmente existe ou seria utopia, diante das dificuldades que os professores e os alunos enfrentam no processo de ensino e aprendizagem? Essas perguntas são dotadas de significado e têm diferentes sentidos, dependendo a quem são direcionadas. Então, qual é o caminho para ensinar para que os sujeitos aprendam matemática em sala de aula? Antes de me dirigir a procurar respostas a esses questionamentos que me[1] movem e são cruciais para se

[1] Durante o início do desenvolvimento da introdução desse trabalho, a escrita se dará em primeira pessoa do singular, por entender que se trata da trajetória pessoal da pesquisadora. Posteriormente, o texto será escrito na primeira pessoa do plural por este ser um trabalho em conjunto com a orientadora e coorientadora.

chegar no objeto particular dessa pesquisa, a saber, a aprendizagem de números negativos, trago os motivos que me levaram a ser professora e pesquisadora.

1.1 CAMINHOS TRILHADOS: DE ESTUDANTE A PROFESSORA E PESQUISADORA

É difícil definir o momento em que eu soube que queria ser professora, mas posso dizer que foram muitos os caminhos que trilhei em que o ser professor me acompanhava. Tudo se iniciou na minha infância, em que uma das minhas brincadeiras prediletas era pegar todas as minhas bonecas, colocá-las sentadas em fila, como em uma sala de aula. Imaginava que um caderno era meu quadro-negro e começava a rabiscar, como se estivesse ensinando algo a elas; e estava reproduzindo tudo que tinha aprendido na escola. Nessa época, eu recém estava aprendendo a ler e escrever, lembro de estar na 1.ª série[2]. No entanto, não demorou muito para eu ganhar meu primeiro quadro. Passei a escrever meus temas nele, e minha mãe sempre me auxiliava. Na verdade, ela me inspirava a ser como ela, pois era uma excelente professora.

Como conseguia desenvolver bem as tarefas, por ter o acompanhamento incansável dos meus pais, muitas vezes as professoras pediam para eu auxiliar os colegas, o que acabou se tornando um hábito e fui percebendo que gostava de ensinar e que poderia ser professora algum dia. Como venho de uma família de professoras (avó materna, tias, mãe) sempre via nelas um modelo do que queria ser, com amor pela profissão, paciência, criatividade em tudo que faziam, gosto pela leitura e domínio dos conhecimentos.

Agora, definir quando a matemática ocupou esse espaço, é fácil dizer. Foi quando ingressei na 5.ª série (hoje 6.º ano) com um professor para cada disciplina, a troca de períodos, vários professores em um mesmo dia, diferentes formas de avaliação, temas de casa para cada disciplina. A sensação de responsabilidade e amadurecimento tomou conta de mim. Mas foram esses temas, principalmente os de matemática, que passaram a ser os melhores para mim. Alguns eram difíceis, então quem passou a me auxiliar foi meu pai. Ele tinha bastante conhecimento, pois estudava para fazer concurso e foi através desses momentos, que percebi que a matemática era minha paixão. A sensação de superar cada dificuldade e entender os conceitos envolvidos, era maravilhosa.

Ao chegar no Ensino Médio, eu já tinha definido o que queria, ser professora de matemática. Então prestei vestibular e fui aprovada, ingressando no curso de Licenciatura Plena

[2] Nesta época o Ensino Fundamental era organizado em oito séries.

e Bacharelado em Matemática[3] da Universidade Federal de Santa Maria (UFSM) em 2011. Ao longo do curso, foram muitos os desafios que encontrei. As dificuldades surgiram, mas fui pouco a pouco superando cada uma delas. Hoje vejo o quanto os momentos que considerava difíceis foram cruciais para minha formação, como professora de matemática. Apesar de saber que muitas vezes estávamos recebendo uma formação mais acadêmica que pedagógica, e que eram em poucas disciplinas que tínhamos a oportunidade de refletir sobre o ensino de matemática, minha vontade de ser professora era cada vez maior e, por isto, permaneci firme na escolha.

Mas, muitas vezes sentia falta de estudar os conceitos que se ensinam na escola de Educação Básica e de estar em sala de aula ensinando. Em 2014, meu penúltimo ano no curso, tive a oportunidade de ingressar no Programa Institucional de Bolsa de Iniciação à Docência (PIBID), vinculado ao Governo Federal e financiado pela Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES). Na época, o edital era organizado em subprojetos, sendo que eu fazia parte do “Interdisciplinar - Educação Matemática” (PIBID/InterdEM), que iniciou suas atividades no ano de 2014 e foi coordenado pela professora Anemari Roesler Luersen Vieira Lopes até 2018, ano de seu encerramento.

Esse subprojeto me proporcionou a experiência da iniciação à docência, principalmente no que se refere aos anos iniciais do Ensino Fundamental. Nele percebi a importância de o professor organizar o seu ensino, para que os alunos possam estar em atividade de aprendizagem, o que contribuiu com minha formação. Além disso, também passei a integrar o Grupo de Estudos e Pesquisas em Educação Matemática (GEPEMat)[4], que desenvolve atividades de ensino, pesquisa e extensão, com preocupações voltadas ao ensino e à aprendizagem de matemática.

Foi inserida nesse espaço, do PIBID/InterdEM, que desenvolvi meu Trabalho de Conclusão de Curso, no ano de 2015, com o principal objetivo de investigar, por meio do pensamento manifesto das bolsistas de iniciação à docência do grupo PIBID Interdisciplinar Educação Matemática da UFSM, suas vivências e experiências em Educação Matemática. Em seus resultados, encontramos indícios de que a maioria das bolsistas gostava de matemática e que espaços como o PIBID, que envolvem diferentes ações em interação com diferentes

[3] Naquela época, o Curso de Matemática possuía essa denominação e tinha entrada única, por meio de vestibular, sendo que o aluno fazia a opção por Licenciatura ou Bacharelado no início do terceiro ano do curso.
[4] Esse grupo também é coordenado pela professora Anemari Roesler Luersen Vieira Lopes e outros três professores pesquisadores da UFSM o integram: Regina Ehlers Bathelt, Ricardo Fajardo e Simone Pozebon.

sujeitos, possibilitam atribuir novos sentidos ao ensino de matemática, buscando proporcionar aos alunos a apropriação dos conteúdos matemáticos.

Concluí o curso de Licenciatura em Matemática em dezembro de 2015, e continuei atuando como colaboradora no PIBID/InterdEM até o seu encerramento, em 2018. Foi através desse projeto e do GEPEMat, que a matemática tornou-se mais “bela” ainda na minha vida, pois nesses espaços pude estabelecer relações formativas com a prática docente, apropriar-me de conceitos que o curso de graduação não me proporcionara até então. Aprendi a organizar o ensino, compartilhei experiências e, principalmente, acreditei que era possível ensinar matemática de uma forma que os alunos compreendessem o movimento que a humanidade passou para criar os conceitos.

Em meio a esse tempo, ingressei no segundo semestre letivo de 2016 no mestrado no Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática e Ensino de Física da UFSM, na área de concentração Educação Matemática, com uma pesquisa que objetivou investigar como o licenciando em matemática da UFSM vai se constituindo professor nas diversas ações do Estágio. Como resultados desse estudo, foram observados indícios de como os estagiários foram se formando professores nas diversas ações que realizaram durante o Estágio, levando à conclusão de que ele se apropria da compreensão do que é ser professor na interação de diferentes ações que coincidem com quatro unidades analisadas: sobre a escola e sua organização; sobre a docência; sobre tornar-se professor e sobre o Estágio.

Ao ingressar no doutorado, em 2018, decidi adentrar no desafio de pesquisar sobre o ensino e a aprendizagem de um conceito matemático. Este foi impulsionado, principalmente, pela constatação das dificuldades dos alunos do Ensino Fundamental para os quais eu ministrava aulas particulares. Em 2019, assumi turmas em um cursinho preparatório para o ingresso no Colégio Militar de Santa Maria (CMSM), com alunos que estavam nos 4.º, 5.º e 6.º anos e que pretendiam estudar nessa escola[5]. Neste contexto, em meio a tantos alunos em níveis diferentes, sempre tive aqueles que tinham dificuldades com os números negativos e, principalmente, para realizar as quatro operações matemáticas com eles.

Então, comecei a me questionar: como ensinar sobre esses números para os alunos, de maneira que eles consigam se apropriar dos conceitos envolvidos? Por que é tão difícil para eles quando aparece o sinal negativo? Percebia que alguns estudantes apenas decoravam as regras de sinais, sem compreender o processo que estavam realizando, e acabavam ficando

[5] Para ingressar no CMSM, os alunos precisavam ter cursado o 5.º ano ou estar no 6.º ano e até o ato da matrícula ter menos de 13 anos.

reféns delas. Consequentemente, quando as esqueciam, não conseguiam operar com os números negativos.

Isto era algo que me preocupava. Quando eram as operações de adição e subtração, eu sempre tentava relacionar com o dia a dia, por exemplo, com situações em que envolvessem compras e dívidas, o que parecia ser algo que facilitava o processo de aprendizagem dos alunos. Porém, quando chegava na multiplicação e na divisão, eu não conseguia ensinar de outra forma que não fosse pelas regras de sinais. Diante disso, sempre me perguntava, será que há outra maneira de ensinar essas operações sem, necessariamente, iniciar com as regras de sinais? Será que já existem pesquisas que podem apontar caminhos que levem à aprendizagem sobre estes números? Tais questionamentos fizeram com que eu permanecesse na investigação sobre os números negativos, apesar das dificuldades em desenvolver as ideias iniciais da pesquisa que envolviam inserção no contexto escolar e que não foram possíveis em virtude das limitações impostas pela pandemia da Covid-19, que acabaram fazendo com que alguns dos rumos primeiramente traçados tivessem que ser mudados.

Ainda em relação às minhas vivências, em 2020 passei a ser tutora do curso de Pedagogia a distância da UFSM, da disciplina de Educação Matemática I. Trata-se de uma disciplina voltada aos conceitos iniciais de matemática que os pedagogos precisam se apropriar, e o envolvimento com ela continuava a me impulsionar reflexões sobre o processo de ensino e aprendizagem, o que reiterou a necessidade de estar pesquisando sobre isto.

Em outubro de 2020 encerrei minhas atividades no cursinho e assumi bolsa de demanda social da CAPES em nível de doutorado. Apesar disso, minhas atividades na tutoria continuaram, embora não mais com a disciplina de Educação Matemática[6].

Esses espaços que ocupei foram me constituindo como professora, instigaram-me na caminhada por ser pesquisadora, e mostraram que são as relações, que estabelecemos no coletivo com outros seres humanos, que nos formam, bem como Vigotski[7] diz, que nos desenvolvemos através das relações, que são elas que permeiam a nossa vida e que nos formam como sujeitos, em especial no espaço da educação.

Apresentados os motivos que me levaram a ser professora e seguir as trilhas de pesquisadora que busca entender melhor sobre a aprendizagem de números negativos e

[6] Passei a atuar nas disciplinas de Educação de Jovens e Adultos: um desafio na teoria e prática pedagógica das escolas públicas; Prática de ensino na Educação Básica: inserção e monitoria; Estágio Supervisionado em Educação Infantil; Estágio Supervisionado nos anos iniciais do Ensino Fundamental e na orientação dos Trabalhos de Conclusão de Curso, tanto nas disciplinas Trabalho de Conclusão de Curso I; como Trabalho de Conclusão de Curso II.

[7] O nome deste autor aparece com diferentes grafias em suas obras. Neste trabalho, optamos por escrever Vigotski, com exceção de citações diretas de suas obras, em que a forma de escrita original será mantida.

contemplam o sentido pessoal desta pesquisa, apresento a seguir a sua organização, voltada ao seu significado social, como um produto gerador de conhecimento.

1.2 ADENTRANDO NA TEMÁTICA: DO PROBLEMA AO DESENVOLVIMENTO DA PESQUISA

O objeto geral da pesquisa em educação na perspectiva da Teoria Histórico-Cultural, como já afirmamos, é a atividade pedagógica, e o objeto particular dessa pesquisa é a aprendizagem de números negativos. Diante dos motivos pessoais e questionamentos anteriormente elencados, que nos moveram a pesquisar sobre essa temática, cabe apresentar como se deu o desenvolvimento desta investigação e como ela está estruturada.

Não é de hoje que os números negativos têm causado dificuldades tanto para os professores, ao organizarem seu ensino, quanto, principalmente, para os alunos, ao tentarem se apropriar dos conceitos que os envolvem. Baldino (1996, p. 4) nos revela que:

> As dificuldades de compreensão dos números inteiros são antigas. Em sua resenha histórica, Glaeser (1981) descreve as hesitações e perplexidades de matemáticos famosos que, embora usassem os números inteiros sem tropeços em suas pesquisas, buscavam em vão uma explicação convincente da regra de sinais.

Para conhecer mais sobre essas dificuldades e o que influenciam no processo de aprendizagem de números negativos, recorremos inicialmente aos nossos principais referenciais teóricos que nos levaram a identificar a possibilidade de revelar elementos significativos para a compreensão de qualquer processo de ensino e, consequente, aprendizagem, sendo eles: o professor; o ensino; o movimento histórico e os documentos curriculares. Estes compuseram nossos isolados[8] de pesquisa na busca por revelar o fenômeno[9] que nos propusemos a estudar.

Como esta temática tem despertado a atenção de muitos pesquisadores, optamos por dar voz a eles, utilizando-nos das produções de mestrado profissional, mestrado acadêmico e doutorado, pois acreditamos que, por meio de uma Revisão Sistemática de Literatura[10], tínhamos a possibilidade de nos aproximar da essência do fenômeno estudado. Assim, essas produções são as protagonistas da nossa pesquisa e engendraram nosso *corpus* de análise.

---

[8] No Capítulo 3, será esclarecida nossa compreensão sobre o que se constituiu como isolado de pesquisa.
[9] A conceituação de fenômeno se apoia nas ideias de Caraça (1951) que se refere a fatos observados para entender fenômenos naturais e fenômenos sociais.
[10] É fundamentada nos estudos de Okoli (2019) e composta por oito etapas, as quais serão esmiuçadas no capítulo 3.

Através de seu estudo, buscamos responder ao seguinte problema: o que pesquisas brasileiras revelam acerca dos números negativos que impactam na educação escolar básica?

A partir desse questionamento, estabelecemos o objetivo geral desta tese, que consiste em descrever e analisar elementos inerentes à educação escolar revelados em pesquisas brasileiras de programas de pós-graduação *stricto sensu* sobre números negativos. Para atingi-lo, traçamos as seguintes ações investigativas:

- Elencar aspectos que pesquisas brasileiras que envolvem números negativos descrevem como importantes sobre o Professor que Ensina Matemática.
- Identificar o que pesquisas brasileiras apontam sobre o ensino dos números negativos.
- Compreender a constituição do movimento histórico dos números negativos por meio do que é apresentado em pesquisas brasileiras.
- Verificar o que os documentos curriculares indicados por pesquisas brasileiras orientam sobre o processo de ensino de números negativos.

A partir do nosso problema de pesquisa e dos objetivos estabelecidos, nossa hipótese é de que a formação do professor, a organização intencional do ensino, o conhecimento do movimento histórico e as orientações das propostas curriculares são determinantes para promover um ensino voltado à aprendizagem do conhecimento teórico sobre números negativos.

A nossa investigação está estruturada em cinco capítulos. O primeiro deles, já esmiuçado, retrata aspectos relacionados à pesquisa que englobam a trajetória pessoal da pesquisadora, os motivos que a levaram a pesquisar sobre números negativos, além de apresentar o problema de pesquisa e os objetivos do estudo.

No segundo capítulo, trazemos os pressupostos teóricos que alicerçam esse estudo, no caso, a Teoria Histórico-Cultural e, mais especificamente, a Teoria da Atividade. Este sintetiza as principais ideias de autores que pesquisam nesta perspectiva, bem como sobre a educação escolar que embasam esta investigação e orientam as opções de organização e análise dos dados.

A metodologia de pesquisa se configura como o terceiro capítulo e vem esclarecer os caminhos que trilhamos e percorremos para alcançar os nossos objetivos, os quais são organizados em duas dimensões da pesquisa como atividade. A dimensão orientadora contempla nosso referencial teórico, o qual nos revela os seus isolados, e a dimensão executora representa a ação de apreensão da realidade que se dá através da Revisão Sistemática de Literatura.

O capítulo quatro analisa os nossos quatro isolados de pesquisa, a saber: o Professor que Ensina Matemática (PEM); o ensino de números negativos; o movimento histórico dos números negativos; e os documentos curriculares. A análise de cada isolado está dividida em dois momentos, o primeiro volta-se às contribuições das pesquisas para o tema. e o segundo articula discussões que comportam o conteúdo das pesquisas, nosso referencial teórico e estudos de outros autores, de modo a expressar sua relevância.

No último capítulo, tecemos as considerações finais desta tese, que contemplam os elementos inerentes à educação escolar presentes em pesquisas brasileiras sobre a aprendizagem de números negativos. Neste, ao revelar a essência do fenômeno que nos propusemos a identificar, chegamos à nossa tese.

2 PRESSUPOSTOS TEÓRICOS PARA A INVESTIGAÇÃO

À luz da Teoria Histórico-Cultural e, mais especificamente, da Teoria da Atividade, que tem respectivamente em Vigotski e Leontiev seus principais expoentes, apresentaremos os pressupostos teóricos que nos orientaram nesta pesquisa, cujo objetivo geral é descrever e analisar elementos inerentes à educação escolar revelados em pesquisas brasileiras de programas de pós-graduação *stricto sensu* sobre números negativos. Primeiramente evidenciamos que o homem[11] é um ser social que se desenvolve inserido em uma cultura e, a partir das relações que estabelece com seus pares, e, depois destacamos como ele é impulsionado a agir pelas suas necessidades, as quais podem se configurar como ações ou como atividade. Também discorremos sobre a formação do pensamento empírico e teórico, a partir de autores contemporâneos que se fundamentam na THC. Compreender a relação entre ambos é importante para pensarmos sobre o que incide sobre os processos de aprendizagem.

2.1 A APRENDIZAGEM COMO PRODUTO DAS INTERAÇÕES SOCIAIS

A Teoria Histórico-Cultural nos auxilia a compreender o desenvolvimento humano em sua historicidade e que é através da cultura que este ocorre. Vygotsky e Luria (1996, p. 95) destacam que "o desenvolvimento da criança é um processo que tem lugar necessariamente sob nossos próprios olhos". Ao nascer, a criança é totalmente dependente de adultos, pois ela necessita deles para sobreviver, alimentar-se, ser higienizada, protegida de possíveis ameaças e manter-se aquecida, relação esta que, inicialmente, é puramente instintiva.

Com o tempo, este pequeno novo ser, que já se inseriu em uma cultura consolidada, vai encontrando um modo de se comunicar com os adultos, como por exemplo pelo choro. E essa relação que antes era instintiva, começa a se estabelecer por um processo de hominização. Ainda, segundo Pino (2005, p. 45) "[...] desde os primeiros instantes da sua existência, diferentes mecanismos culturais entram em ação que conferem às ações do bebê humano um caráter cada vez menos automático ou instintivo e cada vez mais imitativo e deliberativo". Enquanto nos animais essa relação é puramente instintiva, nos seres humanos, as qualidades

[11] O termo homem, no dicionário Sacconi (s.d., p. 310), compreende três definições: "1. Animal racional adulto, do sexo masculino; ser humano macho. 2. Descendente masculino, varão. 3. Pessoa de sexo não especificado; ser humano". Nesta tese, utilizaremos a terceira definição que refere-se ao ser humano de maneira geral e não como sexo masculino, como costumeiramente é usado.

tipicamente humanas, como a razão e o afeto, são um benefício para o bebê, que pode se desenvolver através dessa relação e se apropriar da cultura.

Em relação a isso, Moura (2007, p. 42) destaca que no “[...] processo de elaboração de uma linguagem que possibilite a comunicação entre os sujeitos, cria-se o homem, ‘hominiza-se’ a cria do homem para sair da condição de animal e pertencer à sociedade humana”. A partir do desenvolvimento de uma linguagem entre o bebê e o adulto, este último pode suprir melhor as necessidades desse novo ser e assim contribuir para seu desenvolvimento, ou seja, “o desenvolvimento da linguagem, é precisamente a construção do instrumento que possibilita a satisfação das necessidades integrativas” (MOURA, 2007, p. 42). Com o passar do tempo, a criança começa a balbuciar suas primeiras palavras, inicialmente sem saber o que elas significam, apenas imitando os adultos, para depois ir se apropriando do significado das palavras e da linguagem utilizada por aquela comunidade em que está inserida.

Enquanto os animais têm uma relação instintiva com suas crias, os seres humanos, para satisfazerem as necessidades vitais do bebê, dependem da decisão dos pais ou outros familiares ou da sociedade. Apesar de o bebê humano parecer ser mais frágil e dependente do que a cria dos animais, essa desvantagem biológica passa a ser uma vantagem cultural, que segundo Pino (2005, p. 46):

> [...] em vez de se constituir como uma perda e um obstáculo ao seu desenvolvimento, representa, pelo contrário, um enorme ganho e um grande meio de desenvolvimento, uma vez que possibilita que possa ser educado, ou seja, que possa beneficiar-se da experiência cultural da espécie humana para devir um ser humano.

Nessa relação, percebemos o quanto a criança sofre influência da cultura em que está inserida. Mesmo que os animais, em seus primeiros dias e semanas de vida estejam em um processo de aprendizagem social, existe uma grande diferença entre essas espécies e o homem, pois, ao passo que nos animais essas mudanças ocorrem nos limites do plano biológico, no caso dos seres humanos extrapolam o plano biológico e ocorrem no plano cultural, onde a evolução parece não ter limites (PINO, 2005). Esta ideia nos coloca a refletir sobre o quanto o meio em que a criança, ou mesmo o sujeito em outras fases, pode influenciar o seu desenvolvimento, como por exemplo a escola, o seu contexto e as possibilidades de interações mediados pela linguagem.

O homem é um ser de natureza social, que se desenvolve em sociedade, e esse desenvolvimento é resultado da cultura em que ele está inserido. Por exemplo, se uma criança está em um grupo social isolado que não dispõe de um sistema de escrita, se continuar nesse meio jamais será alfabetizada. Mas também compartilha da mesma natureza biológica dos animais, aquela que carrega características da espécie, as quais não são construídas pelo homem. Ou seja,

> O homem, nessa perspectiva, é detentor de duas naturezas: uma natural, que compartilhamos com os animais, e cujo tipo de comportamento é condicionado ou então segue o princípio da adaptação passiva; a outra natureza é cultural, cujo princípio é sua adaptação ativa, isto é, a transformação da natureza pelo homem, quando o homem passa a introduzir mudanças (intencionais, teleológicas) na natureza, que não aconteceriam pela própria natureza de forma espontânea. (RIGON, 2011, p. 22)

O ser humano é produto dessas duas naturezas e, de acordo com Leontiev (1978, p. 262), "diferentemente do desenvolvimento dos animais, estava e está submetido não às leis biológicas, mas a leis sócio históricas". Então, quando este passa a agir sobre a natureza, realizando mudanças intencionais, marca o início de um processo de desenvolvimento, de humanização, ou seja, marca a passagem à vida em sociedade, a qual está organizada com base no trabalho.

São as mudanças sócio-históricas que promovem o desenvolvimento social da humanidade e não somente as modificações biológicas, portanto, é essa natureza cultural do homem, que permite que ele se aproprie da cultura e humanize-se. Diferentemente dos animais, ele transmite o que aprende ao longo da sua vida para as gerações futuras, através do convívio social. Com isso, "aptidões e caracteres especificamente humanos não se transmitem de modo algum por hereditariedade biológica, mas adquirem-se no decurso da vida por um processo de apropriação da cultura criada pelas gerações precedentes" (LEONTIEV, 1978, p. 267). Por esse convívio social, que se dá em uma sociedade organizada por meio de sua atividade, que o homem desenvolve as aptidões humanas e produz conhecimento a partir da organização de modos de satisfação de suas necessidades de sobrevivência.

Fazendo relação com a temática do nosso trabalho, ao se deparar, por exemplo, com problemas que não podiam ser resolvidos com os números naturais que surgem em sua vida em sociedade, nasce a necessidade de buscar modos de resolvê-los. Para isso, estabelece relações com outros indivíduos, os quais estão inseridos na cultura da qual ele faz parte, levando a produções coletivas relativas ao desenvolvimento dos conhecimentos que estruturam o que, hoje, conhecemos como números negativos.

A atividade vital humana garante que o ser humano esteja em constante relação com a natureza, e "[...] ao romper com as barreiras biológicas de sua espécie, rompe também a fusão (animal) necessidade-objeto" (MARTINS, 2015, p. 39) e isso faz com que se estabeleçam novas funções cognitivas, as quais permitem seu desenvolvimento em sociedade. Nesse processo, o homem cria necessidades que são fundamentais para sua existência e, ao agir intencionalmente para satisfazê-las, transforma a natureza e a si próprio, constitui-se humano. De acordo com Rigon, Asbahr e Moretti (2016, p. 19-20):

> Para que uma atividade se configure como humana, é essencial, então, que seja movida por uma intencionalidade, sendo esta, por sua vez, uma resposta à satisfação das necessidades que se impõem ao homem em sua relação com o meio em que vive, natural ou culturalizado. Por um lado, há as necessidades de ordem biológica, como alimentar-se, abrigar-se, reproduzir-se, ou seja, que compartilhamos com os animais e, por outro, aquelas que foram criadas no decorrer da história, à medida que o homem passa a dominar o processo de satisfação das necessidades imediatas.

É por meio da atividade que o ser humano se desenvolve, e ela faz parte da consciência. Para Iasi (1999), consciência seria o processo de representação mental (subjetiva) de uma realidade concreta e externa (objetiva), formada através de seu vínculo de inserção imediata (percepção). Dito de outra maneira, uma realidade externa que se interioriza, ou seja, a atividade da consciência

> [...] se desenvolve como produção de objetivos que prefiguram idealmente o resultado real que se pretende obter, mas se manifesta também, como produção de conhecimentos, isto é, em forma de conceitos, hipóteses, teorias ou leis mediante os quais o homem conhece a realidade. (VÁZQUEZ, 1977, p. 191)

De acordo com os pressupostos teóricos que adotamos, não é qualquer atividade que pode gerar desenvolvimento. Moura (2013, p. 7) explica que Vigotski utiliza o conceito de atividade em sua obra, quando assume que a formação da consciência "advém das ações do homem que se transforma ao transformar a natureza ao adaptá-la para a sua vida". Assim, explica que a formação da consciência se dá de fora para dentro através das relações sociais estabelecidas com a sociedade e que é, em atividade, que se dá o desenvolvimento das Funções Psicológicas Superiores. A partir das ideias iniciais de Vigotski, Leontiev desenvolveu e sistematizou o conceito de atividade e explicou seu papel no desenvolvimento humano.

Cotidianamente o termo atividade, como apresenta o dicionário Sacconi (s.d, p. 64), é a "qualidade ou estado de ativo; movimento, uso de energia". No entanto, essa concepção não vai ao encontro do que Leontiev defende, pois, para ele, as atividades humanas são as formas de relação do homem com o mundo, as quais são dirigidas por fins a serem alcançados. Portanto, o desenvolvimento humano acontece pela atividade que o homem exerce.

O que distingue a atividade humana das demais é a intencionalidade de suas ações. A atividade humana fundamental é o trabalho e é por meio dele que os seres humanos satisfazem suas necessidades e produzem a cultura humana. Então, a atividade ocorre num sistema de relações sociais, e para Leontiev (2021, p. 103-104):

> A atividade é uma unidade molar, não aditiva, da vida do sujeito corporal e material. Num sentido mais estrito, ou seja, ao nível psicológico, é uma unidade da vida mediada pelo reflexo psíquico, cuja função real consiste em orientar o sujeito no mundo objetivo. Em outras palavras, a atividade não é uma reação ou um conjunto de reações, mas um sistema que tem estrutura, transições e transformações internas e desenvolvimento próprio.

Como a atividade é resultado de influências sociais e que é essencial no processo de formação da personalidade do indivíduo, para que ela se constitua é preciso que o ser humano seja impulsionado a agir por uma necessidade. Assim, é a necessidade que dá origem à atividade, que a dirige e a regula. Essa é a primeira condição para termos uma atividade, porém somente a necessidade não é suficiente para provocá-la, ela precisa ser direcionada a um objeto correspondente, isto é, a necessidade define-se no objeto, pois ela não existe em si própria, é sempre a necessidade de algo. Portanto, para satisfazer uma necessidade, o homem constrói objetos, e estes se constituem no conteúdo da atividade que dirige a ação.

Leontiev (1978, p. 107-108, grifo do autor) destaca que:

> A primeira condição de toda a actividade é uma necessidade. Todavia, em si, a necessidade não pode determinar a orientação concreta de uma actividade, pois é apenas no objecto da actividade que ela encontra sua determinação: deve, por assim dizer, encontrar-se nele. Uma vez que a necessidade encontra a sua determinação no objecto (se “objectiva” nele), o dito objecto torna-se motivo da actividade, aquilo que o estimula.

O motivo impulsiona a atividade e articula uma necessidade a um objeto. Então, a necessidade se objetiva no objeto, e o motivo move o sujeito para satisfazer uma necessidade. O objeto é o motivo real, o que distingue uma atividade de outra, e ele pode ser o próprio produto da atividade. Desse modo, “a atividade é sempre transformadora, pois visa a mudança real ou imaginária do seu objeto que se converte em produto dessa mesma atividade” (NÚÑEZ, 2009, p. 65).

A atividade compreende três componentes estruturais: necessidade, objeto e motivo, os quais, se tomados isoladamente, não são capazes de produzir uma atividade. Leontiev (2017, p. 68) designa por atividade os processos psicologicamente caracterizados “por aquilo a que o processo, como um todo, se dirige (seu objeto), coincidindo sempre com o objetivo que estimula o sujeito a executar esta atividade, isto é, o motivo”. Portanto, a atividade é uma ação dirigida a um fim, que tem como primeira condição a necessidade, e só existe se há um motivo.

Com isso, percebemos que a atividade é uma forma complexa de relação do homem com o mundo, que envolve finalidades e atuação coletiva. Sendo assim, a segunda condição para termos uma atividade é que o motivo e o objeto coincidam. No entanto, como a estrutura da atividade não é estática, uma ação pode ganhar um motivo e se tornar uma atividade, assim como a atividade pode ter seu motivo transformado e virar uma ação.

Ainda, segundo Leontiev (2021, p. 127), "a ação, como já foi dito, está relacionada com objetivos; as operações, com condições" e a atividade com o motivo. Dessarte, é pela atividade que o homem se desenvolve e, em concordância com isso, Moura (2013, p. 1) afirma com base em Leontiev, que as atividades mudam ou se substituem, "surgem novas necessidades, novos motivos e novas ações constitutivas de novas atividades que se diversificam e adquirem complexidade crescente". Nesse movimento surge a necessidade de planejar ações, que serão coordenadas a um determinado fim (MOURA, 2013) e podem ser desempenhadas por meio de diferentes ações, assim como, uma ação pode ser desempenhada por diferentes operações.

Em síntese, a necessidade, o objeto e o motivo são componentes estruturais da atividade. Objetos e necessidades isolados não produzem atividades. A atividade só existe se há um motivo. A interação social é fundamental para o desenvolvimento da atividade.

Quando pensamos em aprendizagem e o ensino necessário para promovê-la, tal como em nossa pesquisa, podemos entender que a atividade se constituiu como uma unidade de formação, tanto para o professor como para o aluno, pois ela coloca em movimento um plano de ações e modos de realizá-las. Assim, desenvolvimento, ensino e aprendizagem estão relacionados e são componentes da atividade humana.

Como já discutimos, "o comportamento do homem moderno, cultural, não é só produto da evolução biológica, ou resultado do desenvolvimento infantil, mas também produto do desenvolvimento histórico" (VYGOTSKY; LURIA, 1996, p. 95). Vigotski, ao longo de seus estudos, preocupou-se em entender a relação entre aprendizagem e desenvolvimento humano e destaca que o ser humano só se desenvolve, se estiver em um meio propício para tal.

A criança, ao nascer apresenta funções elementares, que são reflexos involuntários, os quais "se propagam por meio da herança genética" (PINO, 2005, p. 53). Ao apropriar-se dos elementos da cultura em que está inserida, ela desenvolve as Funções Psicológicas Superiores, as quais se "propagam por meio das práticas sociais" (PINO, 2005, p. 53) e são fundamentais para o processo de humanização.

> Importa destacarmos que, mesmo com o desenvolvimento das funções psicológicas superiores, os processos psíquicos naturais ou funções elementares (percepção elementar, atenção involuntária, memória natural/imediata, generalização etc.) não

> são eliminados frente ao desenvolvimento dessas capacidades superiores. (ARAUJO, 2015, p. 41)

Vigotski centra seu estudo nas Funções Psicológicas Superiores, as quais são mais complexas e envolvem uma ação intencional, ou seja, o controle consciente do comportamento. As atividades psicológicas, que são consideradas superiores, segundo Marçal, Barros e Franco (2015, p. 601) com base em Martins (2011), são “a memória e lembrança voluntária, a atenção, a imaginação, a ação intencional, a capacidade de planejar, a elaboração conceitual, o uso da linguagem, o pensamento abstrato e o raciocínio dedutivo”.

As Funções Superiores permitem que o ser humano pense em objetos ausentes, imagine eventos nunca vividos e planeje ações a serem realizadas em momentos posteriores, enquanto as funções elementares são naturais, como ações reflexas (a sucção do seio materno pelo bebê), reações automatizadas (o movimento da cabeça na direção de um som forte) ou processos de associação simples (evitar o contato da mão com a chama de uma vela). As Funções Psicológicas Superiores envolvem um comportamento intencional diferente das funções elementares que são mais automatizadas e não precisam de uma ação consciente. Ainda, “[...] *toda forma superior de conducta es imposible sin las inferiores, pero la existencia de las inferiores o accesorias no agota la esencia de la superior*” (VYGOTSKI, 2012, p. 119). Como essas primeiras envolvem uma tomada de decisão, são consideradas funções específicas do psiquismo humano, então os animais só possuem as funções ditas inferiores, elementares. Nas palavras de Vygotski (2012, p. 29):

> *El concepto de «desarrollo de las funciones psíquicas superiores» y el objeto de nuestro estudio abarcan dos grupos de fenómenos que a primera parecen completamente heterogéneos pero que de hecho son dos ramas fundamentales, dos cauces de desarrollo de las formas superiores de conducta que jamás se funden entre sí aunque están indisolublemente unidas. Se trata, en primer lugar, de procesos de dominio de los medios externos del desarrollo cultural y del pensamiento: el lenguaje, la escritura, el cálculo, el dibujo; y, en segundo, de los procesos de desarrollo de las funciones psíquicas superiores especiales, no limitadas ni determinadas con exactitud, que en la psicología tradicional se denominan atención voluntaria, memoria lógica, formación de conceptos, etc. Tanto unos como otros, tomados en conjunto, forman lo que calificamos convencionalmente como procesos de desarrollo de las formas superiores de conducta del niño*.

Para o autor, o desenvolvimento das Funções Psicológicas Superiores engloba dois fenômenos, o domínio dos meios externos de desenvolvimento cultural e do pensamento e o processo de desenvolvimento das Funções Psicológicas Superiores. Além disso, Vigotski, em seus estudos, considera que a relação do ser humano com o mundo se dá de forma mediada, que é quando um elemento intermediário é interposto nessa relação, deixando essa de ser direta.

A apropriação da cultura mais elaborada, da qual faz parte, por exemplo o conhecimento matemático relativo a números negativos, pode promover o desenvolvimento das Funções Psíquicas Superiores. Mas isto não acontece de forma imediata e, sim, por meio da atividade mediada.

Ao longo do desenvolvimento dos seres humanos, as relações mediadas passam a predominar sobre as relações diretas. Vigotski leva em conta dois tipos de ferramentas mediadoras: os instrumentos e os signos. A importância dos instrumentos está intimamente associada a atividade vital humana, o trabalho, uma vez que essa se vale dos instrumentos para relacionar-se com a natureza. Em consonância com isso, Martins (2015, p. 38) diz que:

> [...] o trabalho implica o fabrico e uso de instrumentos, assim como se efetiva em condições comuns coletivas. Por esse processo é que o homem estabelece uma relação especial com a natureza (mediatizada pelo instrumento) e ao mesmo tempo com outros homens (relação mediatizada pela sociedade).

O homem, em sua relação com a natureza, cria sua cultura e se desenvolve em sociedade. Para isso, ele fabrica e utiliza instrumentos que, de acordo com Leontiev (1978, p. 268), são "produto da cultura material que leva em si, da maneira mais evidente e mais material, os traços característicos da criação humana". Assim, os instrumentos não são apenas objetos com determinada funcionalidade, são mais que isso, são objetos sociais, que carregam consigo "operações de trabalho historicamente elaboradas" (LEONTIEV, 1978, p. 268), e são mediadores das relações que o homem estabelece com o mundo.

Os animais também utilizam instrumentos, mas diferentemente dos seres humanos. Eles, os utilizam de forma rudimentar. Sobre isso, Leontiev (1978, p. 269, grifos do autor) discorre:

> [...] o símio aprende a servir-se de um pau para puxar um fruto para si. Mas estas operações não se fixam nos "instrumentos" dos animais e estes "instrumentos" não se tornam os suportes permanentes destas operações. Logo que o pau tenha desempenhado a sua função às mãos do símio, torna-se um objeto indiferente a ele. É por isso que os animais não guardam os seus "instrumentos" e não os transmitem de geração em geração. Eles não podem, portanto, preencher esta função de "acumulação", segundo a expressão de J. Bernal, que é própria da cultura.

Portanto, os animais não produzem instrumentos com uma função específica e tampouco os guardam para usar em outro momento, ou seja, não transmitem sua conquista para demais membros do seu convívio social. Nesse caso, o instrumento está subordinado aos movimentos instintivos dos animais, isto é, não forma novas funções motoras.

Leontiev (1978) esclarece que a apropriação dos instrumentos implica uma reorganização dos movimentos naturais instintivos do homem e a formação de faculdades superiores. Portanto, a aquisição do instrumento permite que o homem se aproprie das operações motoras que nele estão incorporadas.

Ainda, de acordo com Vigotski (2007, p. 55), o instrumento "é orientado externamente; deve necessariamente levar a mudanças nos objetos. Constitui um meio pelo qual a atividade humana externa é dirigida para o controle e domínio da natureza." Um exemplo disso, é quando o ser humano utiliza um martelo para fixar um prego na parede. O martelo é um instrumento externo. Ou ainda podemos pensar no professor que utiliza o quadro para escrever os números negativos.

Por outro lado, o signo "não modifica em nada o objeto da operação psicológica. Constituiu um meio da atividade interna dirigido para o controle do próprio indivíduo; o signo é orientado internamente" (VIGOTSKI, 2007, p. 55), isto é, funciona como um instrumento da atividade psicológica, semelhante ao papel de um instrumento no trabalho. Isto é, auxilia na resolução de problemas psicológicos, como lembrar, escolher, comparar, etc.

> *Llamamos signos a los estímulos-medios artificiales introducidos por el hombre en la situación psicológica que cumplen la función de autoestimulación; adjudicando a este término un sentido más amplio y, al mismo tiempo, más exacto del que se da habitualmente a esa palabra. De acuerdo con nuestra definición, todo estímulo condicional creado por el hombre artificialmente y que se utiliza como medio para dominar la conducta —propia o ajena— es un signo.* (VYGOTSKI, 2012, p. 83).

Os signos são considerados uma marca externa e podem ser definidos como elementos que representam ou expressam objetos, os quais auxiliam os seres humanos em tarefas que exigem memória ou atenção. Assim, "os signos se constituem em mediadores das transformações da atividade psíquica" (NÚÑEZ, 2009, p. 27). Por exemplo, a utilização de pedras ou varetas para registro e controle da quantidade de ovelhas, isso permite "que o ser humano armazene informações sobre quantidades muito superiores às que ele poderia guardar na memória" (OLIVEIRA, 2002, p. 30). Então, as pedras e as varetas são uma marca externa, isto é, funcionam como signos, pois representam uma realidade, e o pastor não precisa estar no mesmo lugar que suas ovelhas, para saber quantas ele tem. Portanto, os signos permitem "referir-se a elementos ausentes do espaço e do tempo presentes" (OLIVEIRA, 2002, p.30).

No contexto de nossa pesquisa, que envolve a aprendizagem de números negativos, esses podem ser compreendidos como signos que carregam a síntese de um conhecimento produzido historicamente que supera a limitação dos números absolutos, e seu "domínio" expresso pela aprendizagem pode aumentar a possibilidade de armazenamento de informações e proporcionar um maior controle sobre a ação psicológica. Vigotski (2007, p.34) destaca que "o uso de signos conduz os seres humanos a uma estrutura específica de comportamento que se destaca do desenvolvimento biológico e cria novas formas de processos psicológicos enraizados na cultura". E a possibilidade de domínio destes signos pode estar relacionada aos instrumentos, no caso disponibilizados por meio da organização do ensino do professor, que podem ser um meio de conduzir a atividade do estudante para o domínio do conhecimento.

Sendo algo externo, o instrumento tem a intencionalidade de provocar mudanças e mediar as relações estabelecidas entre professor e aluno. Corroborando essa ideia, Moura (2017, p. 108, grifo do autor) destaca que:

> Os instrumentos, dessa forma, ampliam o parco equipamento corpóreo do homem e, mais, possibilitam o desenvolvimento da consciência ao ter que coordenar as ações dirigidas a um fim que é a objetivação de algo antes construído idealmente, pois como nos assegura Leontiev (197?, p.88), "*a utilização de um instrumento acarreta que se tenha consciência do objeto da ação nas suas propriedades objetivas*".

Os instrumentos e os signos são ferramentas auxiliares da atividade humana, as quais fazem parte da estrutura das Funções Psicológicas Superiores. De acordo com Araujo (2003, p. 32), "a movimentação entre eles se dá pelo processo de internalização – reconstrução interna de uma atividade externa", o qual explica os comportamentos culturalmente formados. É graças às atividades externas, que se estabelecem nas relações interpessoais entre os seres humanos, que os indivíduos interiorizam as formas culturais de funcionamento psicológico, ou seja, as interações sociais viabilizam o desenvolvimento psicológico dos indivíduos, uma vez que as atividades externas se transformam em internas. Assim, segundo Vigotski, a aprendizagem se dá de fora para dentro, do interpessoal para o intrapessoal.

> Todas as funções psicointelectuais superiores aparecem duas vezes no decurso do desenvolvimento da criança: a primeira vez nas atividades coletivas, nas atividades sociais, ou seja, como funções interpsíquicas; a segunda, nas atividades individuais, como propriedades internas do pensamento da criança, ou seja, com funções intrapsíquicas. (VYGOTSKY, 2005, p. 38-39)

A interação desencadeia processos internos de desenvolvimento, impulsionados pela aprendizagem. Então, "a aprendizagem é concebida como uma atividade especificamente humana orientada para um objetivo" (NUÑEZ, 2009, p. 25), isto é, a força que impulsiona o desenvolvimento é a aprendizagem, e seu resultado principal são as transformações no aluno e no objeto da atividade, as quais permitem atingir os objetivos da aprendizagem. O desenvolvimento é promovido pela aprendizagem, contudo esta não é um processo particular do sujeito, está condicionada às condições e às interações em que este se encontra ou que lhe são oferecidas.

Para compreender a relação entre aprendizagem e desenvolvimento, Vigotski traz o conceito de Zona de Desenvolvimento Iminente (ZDI). Em muitas traduções de sua obra, esta pode aparecer como Zona de Desenvolvimento Próximo, Zona de Desenvolvimento Proximal ou Zona de Desenvolvimento Imediato, optamos pela primeira, Zona de Desenvolvimento Iminente, pois

> tanto a palavra proximal como a imediato não transmitem o que é considerado o mais importante quando se trata desse conceito, que está intimamente ligado à relação existente entre desenvolvimento e instrução e à ação colaborativa de outra pessoa. Quando se usa zona de desenvolvimento proximal ou imediato não está se atentando para a importância da instrução como uma atividade que pode ou não possibilitar o desenvolvimento. Vigotski não diz que a instrução é garantia de desenvolvimento, mas que ela, ao ser realizada em uma ação colaborativa, seja do adulto ou entre pares, cria possibilidades para o desenvolvimento. (PRESTES, 2010, p. 168)

Vigotski prevê dois níveis evolutivos: real e o potencial e define que a Zona de Desenvolvimento Iminente:

> [...] é a distância entre o nível de desenvolvimento real, que se costuma determinar através da solução independente de problemas, e o nível de desenvolvimento potencial, determinado através da solução de problemas sob a orientação de um adulto ou em colaboração com companheiros mais capazes. (VIGOTSKI, 2007, p. 97)

Ao pensarmos no desenvolvimento da criança, sabemos que este começa muito antes dela ingressar na escola. O cerne da relação entre ensino e desenvolvimento está em compreender o que essa criança já aprendeu, isto é, as tarefas que ela sabe fazer sozinha. Toda capacidade já consolidada, que a criança exerce sem a ajuda de outras pessoas, chamamos de nível de desenvolvimento real, que se refere às funções que já amadureceram e que são resultado de processos de desenvolvimento já completados.

Ao sabermos até onde essa criança já chegou, no que se refere ao seu desenvolvimento, a função dos outros indivíduos, sejam eles adultos, crianças maiores ou o professor, é provocar aquilo que não acontece espontaneamente. É atuar no nível de desenvolvimento potencial, que é determinado pela capacidade dessa criança realizar tarefas com a ajuda de companheiros mais capazes. Assim, esse nível refere-se às tarefas que dependem de auxílio para serem consolidadas.

> A zona de desenvolvimento proximal[12] define aquelas funções que ainda não amadureceram, mas que estão em processo de maturação, funções que amadurecerão, mas que estão presentemente em estado embrionário. Essas funções poderiam ser chamadas "brotos" ou "flores" do desenvolvimento, em vez de "frutos do desenvolvimento. O nível de desenvolvimento real caracteriza o desenvolvimento mental retrospectivamente, enquanto a zona de desenvolvimento proximal caracteriza o desenvolvimento mental prospectivamente. (VIGOTSKI, 2007, p. 98, grifos do autor)

A Zona de Desenvolvimento Iminente é um domínio psicológico em constante transformação, pois "aquilo que uma criança pode fazer com assistência hoje, ela será capaz de fazer sozinha amanhã" (VIGOTSKI, 2007, p. 98). Sendo assim, é na ZDI que a intervenção de outros indivíduos é mais transformadora e possibilitará o desenvolvimento das Funções Psicológicas Superiores, pois o processo de desenvolvimento progride de forma mais lenta que o processo de aprendizado.

> [...] o aprendizado orientado para os níveis de desenvolvimento que já foram atingidos é ineficaz do ponto de vista do desenvolvimento global da criança. Assim, a noção de zona de desenvolvimento proximal capacita-nos a propor uma nova fórmula, a de que o "bom aprendizado" é somente aquele que se adianta ao desenvolvimento. (VIGOTSKI, 2007, p. 102)

À medida que a aprendizagem avança, o indivíduo se desenvolve, pois a aprendizagem lhe possibilita apropriar-se de conhecimentos, produzidos coletivamente. Destarte, a escola tem papel primordial na apropriação, pelo indivíduo, da experiência cultural acumulada, e este aprendizado se dará adequadamente, quando ela conhecer o nível de desenvolvimento dos alunos e dirigir o ensino para estágios de desenvolvimento ainda não alcançados.

Na educação escolar, o professor é quem tem a função social de organizar o ensino, de modo que seu aluno aprenda e, para isso, é fundamental compreender o movimento histórico de constituição dos conceitos científicos[13]. Assim, pensando na aprendizagem de números negativos, por exemplo, torna-se importante refletir acerca da organização do ensino do professor, isto é, quais instrumentos serão utilizados para que os alunos se apropriem dos conhecimentos.

Além disso, há de se considerar que essa organização do ensino não é neutra, por mais que o conhecimento do professor e sua formação impliquem sobre ela, bem como as condições objetivas da escola. Há as orientações curriculares materializadas nos documentos que também precisam ser levadas em consideração na utilização dos conceitos científicos na escola,

[12] Na obra citada, o autor adota o termo "Zona de Desenvolvimento Proximal", mas nesta tese utilizaremos Zona de Desenvolvimento Iminente, como já esclarecemos no corpo do texto.
[13] Nesta pesquisa, utilizaremos o termo conceito científico na perspectiva dos trabalhos de Vigotski (1896- 1934).

formalizados como conteúdos. Os currículos também são constituídos historicamente decorrentes de influências sociais e culturais. Conforme Moura (2017, p. 103):

> O currículo, desse modo, deve ser visto como objeto de conhecimento, pois é também resultado da produção de respostas para o entendimento sobre como organizar o ensino do que se considera relevante para a manutenção ou transformação do modo dos indivíduos se relacionarem em sociedades humanas e como entendem ser a interdependência entre indivíduo e realidade.

O professor ensina os conceitos historicamente constituídos e sistematizados, os quais são produtos das relações humanas e da atividade em sociedade, mas a sua organização escolar é orientada pelos documentos curriculares. Portanto, ao considerarmos os conhecimentos produzidos nas pesquisas que envolvem os números negativos, intuito desta investigação, torna-se relevante discutirmos sobre o professor e quais os aspectos que podem ser essenciais para que sua atividade de ensino se converta em aprendizagem dos estudantes. Além disso, como o ensino se materializa na escola, é nela que se dá a concretização do currículo escolar. Levar em consideração como ele acontece, os instrumentos pelos quais se materializa bem como os documentos curriculares que o orientam é fundamental, assim como o movimento histórico dos números negativos, na perspectiva de que a apropriação do conhecimento seja promotora de desenvolvimento, conforme discutimos a seguir.

2.2 APROPRIAÇÃO DO CONHECIMENTO COMO PROMOTOR DE DESENVOLVIMENTO

Vigotski considera que a formação de conceitos é determinante para a evolução do pensamento e discute que existem duas linhas de desenvolvimento. A primeira acontece na vida cotidiana e refere-se aos conceitos espontâneos; e a segunda, no contexto da educação escolar, conceitos científicos. Ainda, segundo Vigotski (2009, p. 252), “os conceitos científicos não se desenvolvem exatamente como os espontâneos”.

Os espontâneos são aprendidos através da exploração do mundo pela criança e com os membros da família ou amigos mais experientes e “se encontram organizados em um conjunto de relações não conscientes e sistematizadas” (NÚÑEZ, 2009, p. 43), isto é, quando a criança, na solução de uma tarefa “não revela uma clara consciência do domínio dos atributos essenciais, que definem o conceito” (NÚÑEZ, 2009, p.43). Enquanto os científicos são desenvolvidos por meio da formalização de regras, nas quais eles se ordenam e sobrepõem aos conceitos menos elaborados e requerem um processo de generalização e abstração da criança, a partir de suas capacidades intelectuais. Núñez (2009, p. 43) afirma que, na concepção de Vigotski, esses conceitos "formam-se na escola em um processo orientado, organizado e sistemático, em que a assimilação do conceito começa com a conscientização de suas características essenciais expressas na definição", o que facilita para o aluno "adquirir clara consciência do conceito mediante sua aplicação" (NÚÑEZ, 2009, p. 44). O que nos leva a retomar a questão da importância do professor, da organização do ensino e dos instrumentos a serem utilizados para a aprendizagem, por exemplo, dos números negativos.

Vigotski (2009, p. 388) afirma que "a aprendizagem não começa só na idade escolar, ela existe também na idade pré-escolar". Quando esse autor se refere à idade pré-escolar, ele está considerando o período anterior ao ingresso na escola pela criança, em que os conceitos espontâneos são produto da vida cotidiana individual e social, isto é, são resultado de experiências práticas e dependem do contexto. Já os conceitos científicos, são formulados pela cultura científica e definidos em teorias formais, os quais serão assimilados em processos organizados no contexto escolar.

> Com o ingresso na escola, a criança deve sentir claramente o caráter novo e a peculiaridade daqueles conceitos que agora recebe, isto é, a diferença da experiência pré-escolar. Trata-se de conceitos científicos que precisam ser abordados com procedimento distinto e inesperado, em comparação a como os pequenos tratavam os significados da palavra "casa", de "rua" etc. (DAVIDOV, 2017, p. 218, grifos do autor)

O caminho do desenvolvimento dos conceitos espontâneos e científicos da criança pode ser representado por duas linhas. Vigotski (2009, p. 348) postula que "o conceito espontâneo da criança se desenvolve de baixo para cima, das propriedades mais elementares e inferiores às superiores" e "os conceitos científicos se desenvolvem de cima para baixo, das propriedades mais complexas e superiores para as mais elementares e inferiores". Portanto, o desenvolvimento do conceito espontâneo deve atingir determinado nível para que a criança possa aprender o conceito científico e tomar consciência dele, pois "os conceitos científicos crescem de cima para baixo através dos espontâneos" (VIGOTSKI, 2009, p. 349 - 350). Como bem explica Núnez (2009), os conceitos espontâneos são a base dos conceitos científicos, quando estes são assimilados, permitem a formação de outros conceitos espontâneos.

Pensando nesse movimento dos conceitos espontâneos e científicos, podemos dizer que os conceitos espontâneos "são aprendidos pela conversação, pela experiência sensorial, na generalização da natureza empírica" e os conceitos científicos "são aprendidos pelos símbolos escritos, pela generalização teórica, em situações específicas, pela via do abstrato ao concreto"

(NÚÑEZ, 2009, p. 46). Essas duas linhas de desenvolvimento, que abarcam o curso dos conceitos espontâneos e os conceitos científicos, estão intimamente vinculadas à Zona de Desenvolvimento Iminente, pois aquilo que ainda não foi totalmente desenvolvido dos conceitos espontâneos, situa-se na ZDI, e podem vir a ser consolidados com a colaboração do professor ou colegas que já tenham alcançado níveis maiores de desenvolvimento. Por isso, que os conceitos científicos pressupõem certo nível de elevação dos espontâneos, além disso, segundo Vigotski (2009, p. 388) eles "se revelam interligados por complexos vínculos internos".

Para ocorrer o desenvolvimento integral dos indivíduos, isto é, a apropriação da experiência social da humanidade – o desenvolvimento de suas Funções Psicológicas Superiores e da consciência –, é importante que a escola leve em conta os níveis de maturação já alcançados pela criança e atue na ZDI para provocar avanços que não ocorreriam espontaneamente. Assim, os indivíduos, ao se apropriarem dos conceitos científicos, desenvolvidos dentro de um processo intencional do ensino, estarão formando o que Davidov chama de pensamento teórico. Em vista disso:

> *El ingreso a la escuela permite al niño salir de los límites del período infantil de su vida, ocupar una nueva posición y pasar al cumplimiento de la actividad de estudio, socialmente significativa, la cual le ofrece un rico material para satisfacer sus intereses cognoscitivos. Estos intereses actúan como premisas psicológicas para que en el niño surja la necesidad de asimilar conocimientos teóricos*. (DAVIDOV, 1988, p. 178-179)

A partir do ingresso na escola, a criança ocupa um novo lugar na sociedade e no sistema de relações sociais. Nela a atividade dominante na criança é aprendizagem[14], a qual tem como essência "garantir aos estudantes a apropriação teórica da realidade" (MOURA *et al.*, 2016, p. 97).

As possibilidades de interações proporcionadas pela escola promovem inúmeras aprendizagens por meio da apropriação da cultura mais elaborada, e essas apropriações é que permitem ao sujeito humanizar-se. No início da vida escolar, a criança ainda não sente a necessidade de se apropriar de conhecimentos teóricos, a qual, segundo Davidov (1988), surge no processo de assimilação dos conhecimentos teóricos[15] elementares durante a realização, junto com o professor, de ações de aprendizagem mais simples.

---

[14] Embora Davidov se refira à atividade do estudante como Atividade de Estudo, neste momento, como não é objeto de investigação desta pesquisa, não nos deteremos em estudar e discutir as aproximações e os distanciamentos e usaremos "Atividade de Aprendizagem".

[15] Nesta pesquisa, utilizaremos conhecimento teórico e pensamento teórico, na perspectiva de Davidov (1988).

Considerando que a atividade do professor é o ensino, e esta deve promover a atividade de aprendizagem no aluno, e que, de acordo com Davidov (1988, p. 175), "*el pensamiento los escolares se mueve orientadamente de lo general a lo particular*", para formar o pensamento teórico do estudante "faz-se necessário organizar o ensino de modo que este realize atividades adequadas para a formação desse pensamento" (MOURA *et al.,* 2016, p. 99). Então, uma organização do ensino por parte do professor, de forma intencional, pode ter a potencialidade de promover no aluno a apropriação de conceitos teóricos e, consequentemente o desenvolvimento do pensamento teórico.

Porém, não é todo processo de ensino que pode gerar o desenvolvimento do sujeito. Por isso, em sua proposta de ensino desenvolvimental, Davidov (1988, p. 173) postula uma forma de organização do ensino, em que "*la exposición de los conocimientos científicos se realiza por el procedimiento de ascensión de lo abstracto a lo concreto, en el que se utilizan las abstracciones y generalizaciones sustanciales y los conceptos teóricos*". Nesse movimento, para formação do pensamento teórico, Moura *et al.* (2016, p. 99) defendem, com base em Davidov:

> [...] que é necessário partir das teses gerais da área do saber e não dos casos particulares, buscando a célula dos conceitos, sua gênese e essência,' o que se consegue por meio da operação de construir e transformar um objeto mentalmente. Para o autor, o método que permite que se reproduzam teoricamente as formas de representação e contemplação sensorial, o concreto real, é o método de ascensão do abstrato ao concreto. As abstrações se alcançam por meio do desenvolvimento do objeto e permitem expressar a essência do objeto concreto. Já o concreto é o resultado mental da associação das abstrações e nele o objeto se apresenta em unidade com o todo. Assim, não se entende um conceito como uma abstração; ele é, na verdade, o concreto gerado com base na associação de abstrações.

Esse método de ascensão do abstrato ao concreto possibilitará a formação do pensamento teórico e o desenvolvimento do sujeito. Dessa forma, "cabe ao ensino escolar oferecer condições de efetiva apropriação dos conceitos científicos pelos estudantes que, ao permanecerem no campo dos conceitos empíricos, não desenvolvem o pensamento teórico" (ROSA; DAMAZIO; MATOS, 2017, p.354). Então, é função da escola promover condições para que os alunos se apropriem dos conhecimentos teóricos, através de um processo de ensino sistematizado e intencionalmente organizado.

Davidov diferencia o pensamento empírico do pensamento teórico, os quais têm funcionamentos diferentes, mas se completam. O pensamento empírico está voltado "para as manifestações exteriores e para a classificação dos objetos possibilitando a generalização formal (ou empírica) e as noções" (LIBÂNEO; FREITAS, 2017, p. 342). Esse pensamento permite que o aluno chegue ao conhecimento direto e imediato do objeto, isto é, ao seu caráter externo - suas características. Assim, ele só permite conhecer a aparência do objeto, "não revelando suas conexões internas e essenciais" (LIBÂNEO; FREITAS, 2017, p. 352). Ainda de acordo com isso, Davidov (1988, p. 124) afirma:

> *Aunque el pensamiento empírico se realiza en categorías de la existencia presente sus posibilidades cognoscitivas son muy amplias. Asegura a las personas un amplio campo en la discriminación y designación de las propiedades de los objetos y sus relaciones, incluso las que en un momento determinado no son observables, sino que se deducen indirectamente sobre la base de razonamientos*.

Esse pensamento possibilita ao sujeito separar os objetos pelas suas características, pelo reconhecimento de atributos comuns. Quando não é possível fazer a observação desses objetos, eles podem ser indiretamente conhecidos por meio de deduções, o que leva a um processo de generalização empírica.

Davidov (1988, p.100) destaca que o processo de generalização "*consiste en que el niño, por medio de la comparación, separa del grupo de objetos algunas propiedades (cualidades) repetidas*". Então, ao reconhecer qualidades comuns em objetos, estamos estabelecendo um processo de generalização, o qual é "*fundamental para la formación de conceptos en los escolares*" (DAVIDOV, 1988, p. 101), e configura-se como uma das finalidades do ensino escolar.

O pensamento teórico implica na "generalização substantiva, ou seja, descobrir num sistema de objetos de conhecimento seu fundamento genericamente original, essencial, universal, a partir do que se pode deduzir sua aplicação e peculiaridades" (LIBÂNEO; FREITAS, 2017, p. 342). Esse pensamento reflete o objeto generalizado teoricamente, pois permite que o aluno, ao identificar as características e as relações genéricas do objeto, utilize-as como "base para analisar o objeto desde sua origem até as transformações e relações internas que constituem sua essência" (LIBÂNEO; FREITAS, 2017, p. 352). Portanto, é a partir do pensamento teórico que é formado o conceito teórico, o qual consiste em uma estrutura que permite representar mentalmente o objeto material e suas relações, isto é, sua essência. Davidov (1988, p. 111) postula que:

> *Cuanto más alto es el nivel de generalización, es decir, cuanto mayor es el conjunto de diferentes objetos que entran en la clase dada, más abstracto y "teórico" será el pensamiento. La capacidad para pensar abstractamente se interpreta como índice de un alto nivel de desarrollo del pensamiento.*

Enquanto o pensamento empírico busca semelhanças externas, o pensamento teórico revela as relações internas dos objetos, as quais reproduzem seu desenvolvimento e processo formativo. Então, "o pensamento teórico não opera com as representações gerais, mas sim com os próprios conceitos" (ROSA; MORAES; CEDRO, 2016, p. 85). Desse modo, o conceito teórico, quando internalizado, reflete a possibilidade de o sujeito reproduzir o objeto e construí-lo.

> *EI conocimiento teórico es el conocimiento con un mínimo de apoyos en imágenes visuales, con un máximo de construcciones expresadas verbalmente. Pero la práctica escolar y la vida cotidiana de los niños muestran que operar con conocimientos abstracto-teóricos con un mínimo o en ausencia completa de apoyos visuales es una tarea muy difícil.* (DAVIDOV, 1988, p. 112)

O pensamento empírico consiste na fase inicial do processo de desenvolvimento das crianças, enquanto a formação do pensamento teórico, que tem como base os conceitos científicos, é um nível superior a este. Em suma, sobre essas formas de pensamentos Davidov (1988, p. 174) destaca que "*a los conocimientos (conceptos) empíricos corresponden acciones empíricas (o formales) y a los conocimientos (conceptos) teóricos, acciones teóricas (o sustanciales)*". Em seus escritos, usa conhecimento e conceito como sinônimos e, além disso, defende o ensino voltado para o pensamento teórico, mas não descarta a importância do pensamento empírico para o desenvolvimento das crianças e a formação de sua personalidade.

Investigar sobre a aprendizagem de números negativos, a partir do que está posto nas pesquisas, nos faz refletir sobre como isto contribui para o desenvolvimento das Funções Psicológicas Superiores dos alunos, uma vez que são elas que permitem ao ser humano operar teoricamente para além da limitação dos números naturais, possibilitando ampliar a resolução de problemas práticos e teóricos e também compreender estudos sobre a própria matemática.

No entanto, para que isso seja possível, cumpre que o ensino seja intencionalmente organizado, já que a apropriação de conhecimentos teóricos não é inata. A partir disso, defendemos a relevância da compreensão do movimento lógico-histórico de constituição dos conceitos, ou seja, todo percurso que a humanidade fez para desenvolvê-los, bem como os modos de ação que as novas gerações vão elaborando para conseguir se apropriar deles, a fim de que este possibilite chegar à sua essência.

O desenvolvimento dos conceitos matemáticos não aconteceu de maneira linear, foram se modificando ao longo dos tempos e tudo isso faz parte do desenvolvimento humano. Portanto, ao discutirmos aspectos relacionados ao movimento histórico dos números negativos, integramos tanto esse desenvolvimento, quanto a apropriação da cultura humana, uma vez que a formação dos seres humanos se dá por meio de processos sociais e culturais.

A apropriação do conceito de números negativos e a formação do pensamento teórico passam pelo estudo do movimento lógico-histórico desse conceito, a fim de compreendê-lo em sua essência. Kopnin (1978, p.183-184) explica que:

> Por histórico subentende-se o processo de mudança do objeto, as etapas de seu surgimento e desenvolvimento. O histórico atua como objeto do pensamento, o reflexo do histórico, como conteúdo. O pensamento visa à reprodução do processo histórico real em toda a sua objetividade, complexidade e contrariedade. O lógico é o meio através do qual o pensamento realiza essa tarefa, mas é o reflexo do histórico em forma teórica, vale dizer, é a reprodução da essência do objeto e da história do seu desenvolvimento no sistema de abstrações. O histórico é primário em relação ao lógico, a lógica reflete os principais períodos da história.

O histórico contempla os elementos essenciais para o conhecimento do objeto, os quais motivaram a produção do conceito. O lógico é o reflexo do processo histórico, isto é, a apropriação do histórico por meio de abstrações do pensamento humano. Com isso, conforme Cedro (2008), a abordagem lógico-histórica vai além de estudar alguns fatos históricos, busca a essência do movimento conceitual.

O movimento lógico-histórico dos números negativos possibilita compreender a atividade humana e as circunstâncias que desencadearam os fatos históricos. Um ensino, organizado e assentado nessas bases, privilegia a essência dos conhecimentos produzidos culturalmente, promove a generalização dos conceitos e, consequentemente, o desenvolvimento do pensamento teórico dos alunos. Kopnin (1978, p. 184) destaca que “para revelar a essência do objeto é necessário reproduzir o processo histórico real de seu desenvolvimento, mas este é possível somente se conhecemos a essência do objeto”.

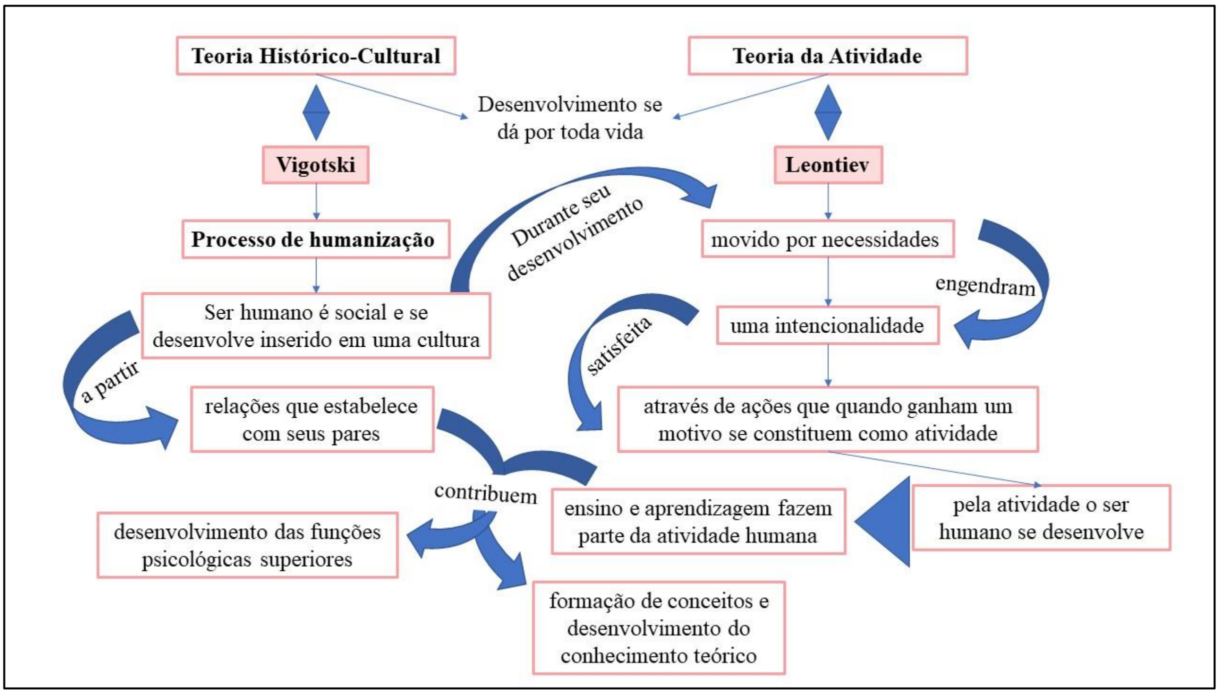
O lógico-histórico está inserido no movimento da realidade, mostra caminhos ao levarmos em conta que sua elaboração se deu por meio de várias civilizações, em determinados momentos históricos e que foram diferentes necessidades que subsidiaram sua criação. Logo, é um elemento importante, se quisermos nos apropriar de um conceito em sua totalidade e, segundo Sousa (2004), quando não é levado em consideração há rupturas entre o pensamento teórico que se quer ensinar e sua procedência, sua gênese, sua história, constituída pela humanidade. Kopnin (1978, p. 186) afirma que:

> O lógico reflete não só a história do próprio objeto como também a história do seu conhecimento. Daí a unidade entre o lógico e o histórico ser premissa necessária para a compreensão do processo de movimento do pensamento, da criação da teoria científica. À base do conhecimento dialético do histórico e do lógico resolve-se o

> problema da correlação entre o pensamento individual e o social; em seu desenvolvimento intelectual individual o homem repete em forma resumida toda a história do pensamento humano.

Muitas vezes, no processo de ensino e aprendizagem, a história dos conceitos não é contemplada e, apesar de sabermos, que pode não ser fácil se apropriar do movimento lógico-histórico, é um elemento importante na organização do ensino do professor. Moretti (2007, p. 98) destaca que “para o ensino de matemática, é fundamental que a história do conceito permeie a organização das ações do professor”. Então, compreender o movimento de produção do conhecimento e sua história pode fazer com que os alunos se coloquem na necessidade de aprender e sejam mobilizados em direção à aprendizagem. Na Figura 1, apresentamos suscintamente algumas discussões estabelecidas ao longo desse capítulo no que se refere à Teoria Histórico-Cultural e à Teoria da Atividade.

Figura 1 – Pressupostos teóricos



Fonte: Elaborada pela autora

A partir do que foi até aqui apresentado, pautadas em nossos pressupostos orientadores da pesquisa, com o olhar voltado ao objeto de nossa investigação – a aprendizagem de números negativos –, podemos entender que esta é produto das interações que o sujeito estabelece, e algumas inferências podem ser determinantes deste processo tais como o meio em que o sujeito está inserido, o convívio, as interações e as mediações estabelecidas entre os sujeitos e os instrumentos e os signos. A aprendizagem decorrente da apropriação de conhecimentos, como os referentes aos números negativos, é promotora de desenvolvimento, e o conhecimento do movimento humano de sua constituição é relevante para este processo.

Como decorrência, concluímos este capítulo, ressaltando que investigar sobre o processo de aprendizagem de números negativos requer colocar à tona alguns aspectos, que se constituem como dimensões da aprendizagem do sujeito, dos quais destacamos: o Professor que Ensina Matemática (PEM); o ensino de números negativos; o movimento histórico dos números negativos e os documentos curriculares. À luz destes pressupostos, organizamos nossa investigação, tomando como ponto de partida o que já foi produzido nas pesquisas que envolvem números negativos, conforme apresentaremos no próximo capítulo.

3 O MOVIMENTO DA PESQUISA: OS RUMOS QUE TOMAMOS

Neste capítulo, evidenciaremos os caminhos estruturados e trilhados para dar forma a essa pesquisa de doutorado, que emerge de inquietações que envolvem elementos inerentes à educação escolar revelados em pesquisas brasileiras sobre números negativos. Nossas orientações, como anteriormente apresentado, pautam-se na Teoria Histórico Cultural (THC), e, coerente com elas, a presente pesquisa, inserida no âmbito da educação, busca a produção de conhecimentos pautada na importância de compreendê-la como um fenômeno complexo, que envolve seres humanos dotados de singularidades, que articulam aspectos internos e externos, e que vão sendo formados pela cultura em que estão inseridos.

Nesse fenômeno destacamos, novamente, que o objetivo geral desta pesquisa é descrever e analisar elementos inerentes à educação escolar revelados em pesquisas brasileiras de programas de pós-graduação *stricto sensu* sobre números negativos.

As ações investigativas materializam-se nos seguintes objetivos específicos:

- Elencar aspectos que pesquisas brasileiras que envolvem números negativos descrevem como importantes sobre o Professor que Ensina Matemática.
- Identificar o que pesquisas brasileiras apontam sobre o ensino dos números negativos.
- Compreender a constituição do movimento histórico dos números negativos por meio do que é apresentado em pesquisas brasileiras.
- Verificar o que os documentos curriculares indicados por pesquisas brasileiras orientam sobre o processo de ensino de números negativos.

Fazer pesquisa em educação requer olhar os seres humanos em seu processo de humanização e implica em estar mergulhado em uma vasta gama de métodos científicos e procedimentos, os quais promovem diferentes formas de investigar uma mesma problemática. Como existe uma multiplicidade de problemas que a pesquisa em educação pode abarcar, cabe definir o objeto de estudo da pesquisa, para depois definir os procedimentos para investigá-lo.

Embora as pesquisas em educação venham adotando como denominador comum uma abordagem metodológica qualitativa, dentro desta existem diversas estratégias de investigação, como, por exemplo, etnografia, estudo de caso, observação participante, questionários, entrevistas, análise de conteúdo e etc. Com isso, evidenciamos a multiplicidade de formas de desenvolver estas pesquisas. Ainda que a pesquisa fundamentada na THC possa fazer uso de técnicas investigativas da abordagem qualitativa, como entrevistas, questionários, observações e análise documental, organizar uma pesquisa ancorada nesse método supõe apreender o objeto de estudo em sua totalidade.

Ao assumirmos esse posicionamento e considerarmos como objeto geral das pesquisas em educação a atividade pedagógica, mais especificamente a educação escolar, estamos defendendo que esta se insere no desenvolvimento de cada ser humano, que tem suas particularidades e modos de agir, e isso é determinante para a formação da personalidade desses sujeitos. Nesse caso, a escola torna-se um lugar privilegiado para que essa relação se concretize. É com este olhar que organizamos nossa investigação, assentada em pesquisas brasileiras, voltadas ao nosso objeto particular, qual seja, a aprendizagem de números negativos, a partir de duas dimensões: orientadora e a executora.

No próximo subitem apresentaremos a dimensão orientadora da nossa investigação.

3. 1 DIMENSÃO ORIENTADORA

Partimos da premissa que uma pesquisa pode constituir-se como uma atividade, na perspectiva de Leontiev (1978). Assim sendo, o movimento de pesquisar surge de um motivo que não é apenas individual, do pesquisador, mas deriva de uma necessidade social. Segundo Araújo e Moraes (2017, p. 56), "o problema da pesquisa converte-se em um motivo, na qualidade de motor, como aquele que mobiliza toda a realização da atividade de pesquisa, portanto o motivo encontra-se orientado a um determinado objeto". Assim, compreender e desenvolver a pesquisa em educação como atividade é mais do que satisfazer uma necessidade individual é buscar instrumentos que possibilitem a satisfação de necessidades que podem ser da coletividade através de contribuições relacionadas ao fenômeno investigado.

Em consonância com essa concepção, expomos nosso problema de investigação: o que pesquisas brasileiras revelam acerca dos números negativos que impactam na educação escolar básica? Este é o motivo desta pesquisa, orientado ao objeto geral da pesquisa em educação na THC, a atividade pedagógica e, mais especificamente, ao nosso objeto particular de pesquisa.

Nessa perspectiva, a nossa dimensão orientadora orienta-se pelos pressupostos teóricos que auxiliam entender o processo de humanização como promotor do desenvolvimento humano e a aprendizagem de números negativos. Norteadas pela Teoria Histórico-Cultural e, mais especificamente pela Teoria da Atividade, tal como apresentado no Capítulo 2, constatamos que alguns elementos são relevantes no que se refere ao nosso objeto, em especial os referentes ao Professor que Ensina Matemática (PEM); ao ensino de números negativos; ao movimento histórico dos números negativos; e aos documentos curriculares. Estes passaram a ser nossos isolados de análise, os quais nos permitiram compreender o fenômeno de estudo em sua totalidade. Caraça (1951, p. 112) define isolado como "uma sessão da realidade", e a ideia de fenômeno alude tanto à natureza quanto à produção de conhecimento socialmente estabelecida.

Assim, para conhecer a realidade de estudo em sua profundidade histórica através das pesquisas encontradas no Portal de Teses e Dissertações da CAPES e na Biblioteca Digital de Teses e Dissertações, apoiamo-nos nas palavras de Caraça (1951, p. 112): "na impossibilidade de abraçar, num único golpe, a totalidade do Universo, o observador recorta, destaca, dessa totalidade, um conjunto de seres e factos, abstraindo de todos os outros que com eles estão relacionados". Assim, para revelar o fenômeno em sua multiplicidade, de modo a captá-lo em sua trama complexa, analisamos as particularidades de cada pesquisa, como elas se manifestam em sua essência, de modo a extrairmos os dados, de acordo com nossos isolados, e revelar aspectos importantes sobre a aprendizagem de números negativos.

Cada isolado se refere a um recorte da realidade objetiva, de uma totalidade e revela-se através de regularidades dos fenômenos, isto é, tudo aquilo que apresenta aproximações, comportamentos assemelhados em mesmas condições iniciais, no caso do nosso objeto de estudo, as referentes à aprendizagem de números negativos, e "permite a repetição e previsão, desde que se criem as condições iniciais convenientes; ora, repetir e prever é fundamental para o homem na sua tarefa essencial de dominar a Natureza" (CARAÇA, 1951, p. 119). Isto é, tudo aquilo que é mais recorrente.

Caraça (1951, p. 109-110, grifo do autor) traz ainda a ideia de interdependência e fluência, a primeira se refere ao fato de que "todas as coisas estão relacionadas umas com as outras; o Mundo, toda esta *realidade* em que estamos mergulhados, é um organismo vivo, uno, cujos compartimentos comunicam e participam, todos, da vida uns dos outros". A segunda que "o Mundo está em permanente evolução, todas as coisas a todo o momento, se transformam, tudo *flue*, tudo *devém".* Apesar de tudo estar relacionado e estar em evolução, sabemos que o que era ontem ou até mesmo há um segundo atrás não é mais, se modifica, mas, quando falamos em isolado, é naquele momento da realidade, no nosso caso, a partir do recorte da totalidade do fenômeno.

Portanto, isolado é aquilo que nós, pesquisadores, escolhemos, ou melhor, identificamos no nosso estudo dos fenômenos naturais, e estes são, segundo Caraça (1951, p. 119), "o movimento dos corpos, a vaporização da água sob a acção do calor, a passagem duma corrente eléctrica num condutor, a germinação duma semente, o exercício de direitos políticos pelos cidadãos, etc". No nosso caso, nosso fenômeno é a aprendizagem de números negativos, e nossos isolados, representam um recorte da realidade relativa a ele, reveladas em pesquisas de programas de pós-graduação. Para Caraça (1951), explicar a evolução de um isolado, é explicar o fenômeno.

Nesse processo, podem surgir inesperados, que obrigam o pesquisador a uma melhor determinação do isolado e mais cuidado com as condições iniciais de pesquisa. Portanto, o pesquisador tem que ter bom senso de "recortar o seu isolado de estudo, de modo a compreender nele todos os factores dominantes, isto é, todos aqueles cuja acção de interdependência influi sensivelmente no fenômeno a estudar" (CARAÇA, 1951, p. 112). Apesar de sabermos que chegar na essência de um fenômeno é algo que implica em estudar uma realidade complexa, que envolve momentos históricos, sujeitos e aspectos que, muitas vezes, não conseguimos captar através da escrita, então não chegamos à essência de um fenômeno e, sim, ao que esse fenômeno revela pra nós.

Quando nos propomos a explicar o nosso fenômeno, pretendemos mostrar a evolução das regularidades reveladas nas pesquisas sobre: o Professor que Ensina Matemática (PEM); o ensino de números negativos; o movimento histórico dos números negativos e os documentos curriculares. Nessa perspectiva, de acordo com Caraça (1951, p. 119), "explicar um fenómeno é dar o porquê da alteração das qualidades". Qualidades estas, que ele define como o "conjunto de relações em que um determinado ser se encontra com os outros seres dum agregado, chamaremos as qualidades desse ser" (CARAÇA, 1951, p. 113).

Os isolados, pautados na fundamentação teórica adotada, orientam a dimensão executora da pesquisa, sobre a qual discorremos a seguir.

3.2 DIMENSÃO EXECUTORA

É com base na dimensão orientadora, apresentada anteriormente, que são definidas as ações de execução da pesquisa, quais sejam, "identificação com e do objeto particular; indicação de objetivos formativos (sociais) e investigativos (científicos); definição de operações de investigação, consideradas as condições objetivas de realização da pesquisa" (ARAUJO; MORAES, 2017, p. 57). Assim, a dimensão executora compreende as ações da pesquisa empírica, que vão desde a apreensão da realidade à análise do material e à sistematização e à apresentação dos resultados.

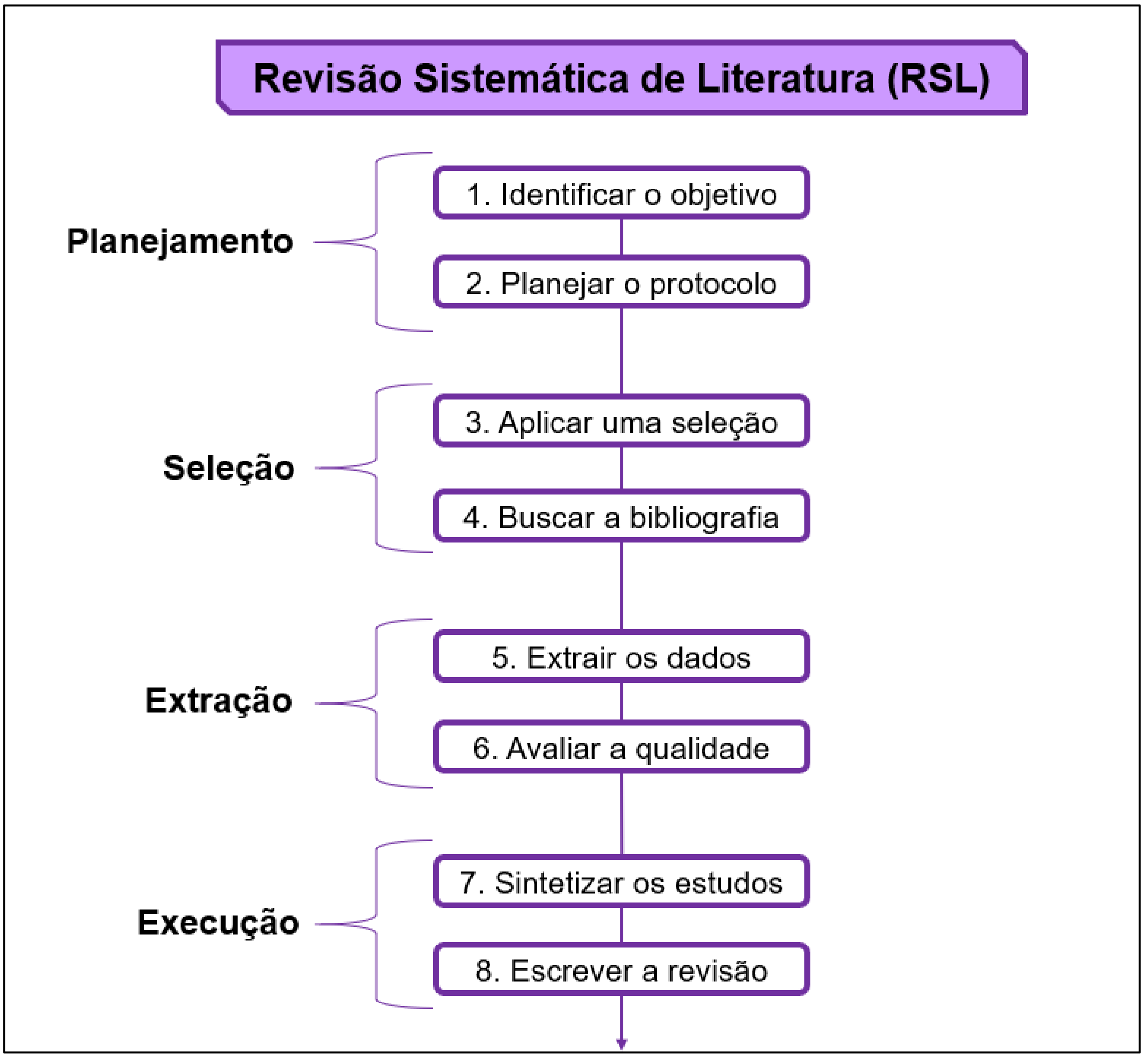
Considerando que o objeto particular de nossa pesquisa é a aprendizagem de números negativos, para conhecer o fenômeno e alcançar nossos objetivos, precisamos definir nosso processo investigativo, que compreende o primeiro movimento analítico da pesquisa como atividade, a apreensão da realidade, que se dá através da produção dos dados, mas não se esgota nela. Dessa forma, a ideia inicial sobre o processo de análise representa uma primeira determinação em relação ao movimento investigativo: determina o processo de apreensão da realidade a ser analisada e a dimensão e a forma de aproximação do pesquisador à realidade empírica, singular e imediata, a qual representa o ponto de partida para a relação entre o pesquisador e o objeto particular a ser investigado. De acordo com Araujo e Moraes (2017, p. 62):

> A ação de aprender a realidade refere-se fundamentalmente à ação de revelar o fenômeno em seu próprio processo de desenvolvimento, condição fundamental para se determinar os aspectos essenciais do fenômeno em questão. Essa é, assim, a primeira ação investigativa nas pesquisas em Educação.

A apreensão da realidade pressupõe o movimento inicial de análise dos dados e cria condições para compreender o fenômeno, permitindo explicitar o que já tem produzido e as novas determinações sobre o objeto investigado. Assim, essa relação viabiliza incorporar o conhecimento já produzido ao que está sendo elaborado, gerando novos conhecimentos e possibilitando ao pesquisador compreender o objeto de pesquisa em processo de mudança, a fim de determinar as relações essenciais do fenômeno.

Na busca por descrever e analisar elementos referentes à aprendizagem de números negativos, optamos por fazê-lo, como já explicitado, a partir do que é revelado por pesquisas já produzidas em programas de pós-graduação. Como encaminhamento para produção de dados, adotamos a Revisão Sistemática de Literatura (RSL) apresentada por Okoli (2019, p. 04), que afirma que deve ser "sistemática ao seguir uma abordagem metodológica; abrangente em seu escopo ao incluir todo o material relevante; e, portanto, reprodutível por outros que desejem seguir a mesma abordagem na revisão do tema". Este autor apresenta uma abordagem científica rigorosa para estruturar uma RSL em oito passos, que envolvem identificar o objetivo; planejar o protocolo; aplicar uma seleção; buscar a bibliografia; extrair os dados; avaliar a qualidade; sintetizar os estudos; e escrever a revisão. Estes são organizados em planejamento, seleção, extração e execução, como podemos ver na Figura 2.

Figura 2 – Guia para elaboração de uma RSL



Fonte: Elaborada pela autora com base em Okoli (2019)

A estrutura da RSL de Okoli (2019) nos proporciona o rigor necessário para desenvolver nossa pesquisa, uma vez que ela é conduzida sistematicamente. Muito embora, essas etapas tenham sido estruturadas para pesquisas em Sistemas de Informação, elas podem ser aplicadas e desenvolvidas em qualquer área de pesquisa, como a educação por exemplo, e, por isso, procuramos seguir cada etapa de acordo com a nossa realidade, conforme apresentaremos a seguir.

Para o planejamento, temos duas etapas, a primeira delas contempla a identificação do objetivo; e a segunda, o planejamento do protocolo e o treinamento da equipe.

1. Identificar o objetivo

Para uma revisão ser explícita é importante identificar o objetivo, que no nosso caso é descrever e analisar elementos inerentes à educação escolar revelados em pesquisas brasileiras de programas de pós-graduação *stricto sensu* sobre números negativos. Este determina o propósito da revisão que iremos fazer, que é buscar respostas para o nosso problema de pesquisa: o que pesquisas brasileiras revelam acerca dos números negativos que impactam na educação escolar básica?

2. Planejar o protocolo

A segunda etapa é o planejamento do protocolo,[16] a fim de dar consistência à execução da revisão. Através disso, é possível validar os procedimentos adotados antes da realização do estudo, intencionando, assim, uma revisão de literatura de qualidade. Com isso, "o protocolo compreende um esboço que é organizado de acordo com as etapas a serem seguidas para revisão" (OKOLI, 2019, p. 15). Em síntese, ele contempla as oito etapas da RSL.

Ao planejar o protocolo, definimos a abrangência da nossa RSL, com isso, decidimos buscar por pesquisas de mestrado e de doutorado em dois portais de teses e dissertações: Catálogo de Teses e Dissertações da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES) e a Biblioteca Digital de Teses e Dissertações (BDTD). Estes portais reúnem um grande número de trabalhos de mestrado profissional, mestrado acadêmico e doutorado de instituições federais, estaduais e particulares de todo Brasil, os quais servem de consulta e referência para outros pesquisadores e futuras produções brasileiras e internacionais, principalmente pelo fato de serem atualizados constantemente.

Para fazer essa busca, elencamos descritores. Como nosso objeto particular de pesquisa é a aprendizagem de números negativos, o primeiro descritor foi números negativos, porém, esta terminologia deixava muitos estudos de fora, como bem identificamos no ensaio do protocolo. Então corrigimos isso, e decidimos incluir o descritor números inteiros, pois isso aumentaria a abrangência de pesquisas. Além disso, também constatamos que seria relevante acrescentar o descritor números relativos, que é um termo que não tem sido muito utilizado nos últimos anos, mas que aparecia nas pesquisas. Então, no protocolo final ficamos com três descritores: números negativos, números inteiros e números relativos. Decidimos por não estipular período temporal, para não restringir a pesquisa.

---

[16] Para a segunda etapa, Okoli (2019) inclui o treinamento da equipe, o que não foi necessário nesta pesquisa já que envolvia somente a pesquisadora e as orientadoras.

Posteriormente passamos para a Seleção, que se remete à aplicação de uma seleção e a busca pela bibliografia.

3. Aplicar uma seleção e 4. Buscar a bibliografia

A etapa 3, aplicar uma seleção, se refere à identificação de quais estudos serão utilizados para a RSL e quais serão eliminados. Então, aqui são definidos os critérios de inclusão e exclusão, com o objetivo de reduzir o número de estudos encontrados, a fim de se chegar a uma quantidade possível de ser utilizada e que, ao mesmo tempo, consiga responder satisfatoriamente ao problema de pesquisa. Além disso, Okoli (2019, p. 19) destaca que "os critérios devem ser simples o suficiente para se determinar apenas pelo título e resumo. Apenas ocasionalmente o texto completo precisa ser examinado para tomar uma decisão".

A etapa 4 envolve buscar a bibliografia. É o momento em que é justificada a abrangência da pesquisa. Além disso, segue o protocolo que já foi predefinido. Ao fazermos uma busca nos dois portais escolhidos (Portal da CAPES e BDTD), percebemos que a maior parte das pesquisas se concentrava no descritor números inteiros. Por isso, decidimos iniciar com ele e depois pelos números negativos e, por último, os números relativos. Mas para que essa RSL fosse possível de ser realizada, alguns obstáculos precisaram ser superados, e o primeiro deles foi identificar se todas as pesquisas do elevado número encontrado, inicialmente, fariam parte de nosso *corpus.*

Ao pesquisar pelo descritor números inteiros encontramos um grande número de trabalhos – quase quinze mil – uma vez que os portais fizeram o refinamento de todos aqueles trabalhos que tinham as palavras, "números" e "inteiros" isoladas e a combinação delas na expressão números inteiros, em seu título, resumo ou palavras-chave; o que era extremamente amplo. Diante disso, colocamos a palavra "números inteiros" entre aspas, na tentativa de termos como resultado somente trabalhos que tivessem em sua extensão a palavra-chave números inteiros, como uma expressão conjunta e não em palavras isoladas.

Como resultado, obtivemos um total de 470 trabalhos[17], sendo 254 no portal de teses e dissertações da CAPES e 216 na BDTD. Optamos por iniciar pelo portal da CAPES. Dos 254 trabalhos, 2 estavam duplicados, então, ficamos com 252 trabalhos, porém não conseguimos acesso a 26 deles, possivelmente por serem anteriores à implementação da plataforma Sucupira ou porque os autores não permitiram sua publicação. Então, nossa gama de pesquisas nesse portal ficou em 226.

[17] A busca nas dissertações e teses nos dois portais foi realizada nos meses de junho e julho de 2020 e atualizada no mês de setembro de 2021. Pesquisas posteriores a esse período não estarão presentes nesta análise.

A plataforma Sucupira é uma ferramenta, que foi desenvolvida através de uma parceria da CAPES com a Universidade Federal do Rio Grande do Norte (UFRN), por meio da assinatura de um termo de cooperação em 2012. Esse sistema tem como objetivo, segundo o Ministério da Educação (MEC), coletar informações em tempo real dos Programas de Pós-Graduação e estabelecer procedimentos de avaliação. Por isso, foi necessário buscar os trabalhos defendidos e publicados antes do ano de 2013 por seus títulos e autores no Google. Muitos deles foram encontrados facilmente, pois estavam nos *sites* dos Programas de Pós-Graduação, mas outros não conseguimos ter acesso nem dessa forma.

No BDTD em um primeiro momento encontramos 216 trabalhos, sendo 5 duplicados, ficamos com 211. Destes, selecionamos somente aqueles que não tinham sido localizados no portal da CAPES. Diante disso, encontramos 84 trabalhos, dos quais 4 não conseguimos ter acesso, ficando, assim, com 80 trabalhos. Portanto, a totalidade de trabalhos no descritor "números inteiros" foi 306.

Continuando nossa busca nos portais, utilizamos como descritor a palavra-chave "números negativos", também entre aspas, na intencionalidade de encontrarmos apenas trabalhos que traziam essa expressão em conjunto. Diferente do descritor anterior, o número de trabalhos foi bem inferior, sendo 44 no portal da CAPES e 30 na BDTD. Utilizamos os mesmos critérios já adotados no descritor anterior, para selecionar as pesquisas que iriam compor nossa análise.

No portal da CAPES. dos 44 trabalhos encontrados, não tivemos acesso a 8, então ficamos com 36 pesquisas, das quais 11 já tinham aparecido no descritor números inteiros. Assim, ficamos com 25 investigações. Na BDTD, localizamos 30 trabalhos, sendo 2 duplicados o que nos levou a 28. Destes, 10 não apareceram na CAPES, mas, ao compararmos com as pesquisas do descritor de números inteiros, percebemos que 5 delas já estavam nesse rol, por isso ficamos com 5 investigações, totalizando, 30 investigações.

No último descritor, "números relativos", seguindo os mesmos procedimentos, fazendo a busca com a palavra-chave entre aspas. Com isso, encontramos 45 pesquisas no portal da CAPES sendo que 1 estava duplicada e 26 não conseguimos ter acesso, então ficamos com um conjunto de 28 investigações. Destas, 3 apareceram na tabela de números inteiros e 3 na tabela de números negativos, assim ficamos com 22 pesquisas. Na BDTD, localizamos 146 pesquisas, 6 estavam duplicadas, 4 não tivemos acesso e 18 também apareceram no portal da CAPES. Assim, ficamos com 118 pesquisas. Então, com este último descritor encontramos 140 pesquisas. Nenhuma delas apareceu nas outras pesquisas, isto é, de números inteiros ou números negativos.

Em um primeiro momento, organizamos os dados dessas pesquisas em três arquivos de excel, sendo um para cada descritor e divididos em duas planilhas cada, uma voltada às pesquisas encontradas na CAPES e a outra a BDTD. Essas traziam a instituição em que a pesquisa foi realizada, o nível (mestrado profissional, mestrado acadêmico ou doutorado[18]), ano de defesa, referência, título da pesquisa, autor, orientador, resumo e *link* do trabalho.

Para refinarmos esses resultados, adotamos alguns critérios ao fazer a leitura desses trabalhos, focando naqueles que tinham alguma relação com nosso objeto de estudo, ou seja, a aprendizagem, ou algum elemento importante para aprendizagem desse conceito em qualquer nível de ensino, constituindo-se assim como nosso critério de inclusão e optamos por não utilizar aquelas que se restringiam à matemática pura e/ou a demonstrações matemáticas – critério de exclusão – por entendermos que não contribuiriam na compreensão do fenômeno investigado. Com esses primeiros critérios bem definidos, olhamos para o título, palavras-chave e resumo dessas produções e, quando fosse necessário, para o trabalho na íntegra. E começamos a selecioná-los.

No descritor "números inteiros", no portal da Capes, localizamos 35 pesquisas de mestrado profissional, 16 de mestrado acadêmico e 5 de doutorado, com um total de 56 pesquisas. Na BDTD, foram encontrados apenas 9 trabalhos: 5 de mestrado profissional e 4 de mestrado acadêmico. Chegamos, assim, a 65 trabalhos.

No descritor "números negativos", no portal da CAPES ficamos com 2 pesquisas de mestrado profissional e 1 de mestrado acadêmico, que somam 3 pesquisas. Já na BDTD, foi 1 de mestrado profissional e 1 de doutorado, ou seja, 2 pesquisas. O total, nesses dois portais, foi de 5 investigações.

No descritor "números relativos" no portal da Capes selecionamos 1 pesquisa de mestrado profissional. Já na BDTD das 118 investigações, apenas 2 eram relacionadas à matemática, sendo uma voltada à temática de expressões numéricas no 6.º ano do Ensino Fundamental e a outra à contagem oral com crianças pré-escolares, enquanto todas as demais pertenciam a diversas áreas do conhecimento. Dessa forma, não selecionamos nenhuma pesquisa.

Ao retomar esse movimento, pontuamos que, no descritor "números inteiros", selecionamos 65 pesquisas; no descritor números negativos, 5 investigações; e no último, descritor "números relativos", apenas 1. Em suma, analisamos 476 trabalhos dos quais finalmente selecionamos 71 para produzir nossos dados de pesquisa, conforme Quadro 1.

---

[18] Até o ano de nossa busca não havia nenhuma pesquisa de doutorado profissional defendida, por isto, ao usarmos a palavra Doutorado, nos referimos à modalidade acadêmica.

Quadro 1 – Quantidade de pesquisas selecionadas em cada descritor

Descritor: "números inteiros"	
Portal de Teses e Dissertações CAPES	**Biblioteca Digital de Teses e Dissertações**
226	**80**
Total de pesquisas: 306	
Pesquisas selecionadas	
Portal de Teses e Dissertações CAPES	**Biblioteca Digital de Teses e Dissertações**
Mestrado profissional: 35	Mestrado profissional: 5
Mestrado acadêmico: 16	Mestrado acadêmico: 4
Doutorado: 5	Doutorado: 0
Seleção total na CAPES: 56 pesquisas	**Seleção total na BDTD: 9 pesquisas**
Total de pesquisas selecionadas: 65	
Descritor: "números negativos"	
Portal de Teses e Dissertações CAPES	**Biblioteca Digital de Teses e Dissertações**
25	**5**
Total de pesquisas: 30	
Pesquisas selecionadas	
Portal de Teses e Dissertações CAPES	**Biblioteca Digital de Teses e Dissertações**
Mestrado profissional: 2	Mestrado profissional: 1
Mestrado acadêmico: 1	Mestrado acadêmico: 0
Doutorado: 0	Doutorado: 1
Seleção total na CAPES: 3 pesquisas	**Seleção total na BDTD: 2 pesquisas**
Total de pesquisas selecionadas: 5	
Descritor: "números relativos"	
Portal de Teses e Dissertações CAPES	**Biblioteca Digital de Teses e Dissertações**
22	**118**
Total de pesquisas: 140	
Pesquisas selecionadas	
Portal de Teses e Dissertações CAPES	**Biblioteca Digital de Teses e Dissertações**
Mestrado profissional: 1	Nenhuma pesquisa selecionada
Mestrado acadêmico: 0	
Doutorado: 0	
Seleção total na CAPES: 1 pesquisa	**Seleção total na BDTD: 0 pesquisas**
Total de pesquisas selecionadas: 1	
Total de pesquisas selecionadas utilizando os três descritores: 71	

Fonte: Sistematizado pela autora

Passamos, então, ao momento de Extração, que tangencia as etapas de extração dos dados e a avaliação da qualidade.

5. Extrair os dados

Depois de identificar todos os estudos que devem ser incluídos na RSL, precisam ser extraídas sistematicamente as informações de cada um, para serem utilizadas na etapa de síntese. Essa extração tem como base o problema de pesquisa, levando em consideração que informações coletadas em cada estudo podem auxiliar na próxima etapa, que é a avaliação da qualidade.

Na nossa RSL, na etapa anterior, foram identificadas e selecionadas 71 investigações voltadas à aprendizagem de números negativos, as quais foram lidas na íntegra, e os dados foram tabelados e esmiuçados em planilhas Excel. Elas foram organizadas por descritor e portal de busca.

As informações contidas nessa fonte de dados contemplavam o nível (mestrado profissional, mestrado acadêmico ou doutorado), ano, autor, orientador, instituição, título da pesquisa, referência, resumo, palavras-chave, foco/tema, questão de pesquisa, objetivo geral, objetivos específicos, tipo de pesquisa, coleta e material empírico (instrumentos), contexto e sujeitos, professor, ensino, movimento histórico, orientações curriculares, resultados e o *link* onde o trabalho se encontra

Como podemos perceber, as informações foram combinadas com as obtidas na tabela de seleção prática, além de estabelecer informações mais detalhadas de cada pesquisa. Para mais, nessa sistematização também foram extraídos das pesquisas os dados acerca dos nossos isolados que envolvem: o Professor que Ensina Matemática (PEM); o ensino de números negativos; o movimento histórico dos números negativos e os documentos curriculares. Nesse momento, como tínhamos lido na íntegra as 71 pesquisas, fizemos o registro completo do que cada uma trazia acerca dos nossos isolados.

6. Avaliar a qualidade

Na extração dos dados, é importante verificar a qualidade dos estudos incluídos e excluir aqueles que têm dados insuficientes para atender aos nossos objetivos. Isto está relacionada com a etapa de seleção prática, porém, nesta não é considerada a qualidade do trabalho em si, mas sim, uma forma pragmática de selecionar estudos relevantes para o estudo em questão e, ao mesmo tempo, reduzir esse número. Os trabalhos excluídos nesta etapa de avaliação da qualidade não precisam ser pontuados posteriormente.

Portanto, neste momento, são aplicados critérios mais rigorosos. No nosso caso, selecionamos as pesquisas que tinham relação de pertencimento com algum isolado a partir do que estava expresso no título, resumo e palavras-chave. Contudo, a leitura na íntegra permitiu-nos identificar que, em alguns casos, a relação com eles ficava na efemeridade. Ou seja, não havia discussões relativas ao Professor que Ensina Matemática (PEM); ao ensino de números negativos; ao movimento histórico dos números negativos ou aos documentos curriculares, ficando por vezes apenas em poucas frases ou citações.

A partir desta constatação, na tentativa de aumentar a qualidade das discussões que estabeleceríamos na execução da RSL incluímos um novo critério de exclusão: não ter pelo menos um capítulo ou item[19] relacionado a algum dos nossos isolados, o que foi identificado pelo sumário. Com isso, de 71 investigações ficamos com 59, as quais se encontram no apêndice A, organizadas por: instituição, nível, ano, título da pesquisa, autor, orientador e objetivo/problemática. Elas são organizadas em mestrado profissional, mestrado acadêmico e doutorado, e sistematizas por ordem cronológica (da mais antiga a mais recente) sendo que, quando pertencem ao mesmo ano, são colocadas em ordem alfabética de autor.

Passamos, assim, à Execução, que contempla a síntese dos estudos e a escrita da revisão.

7. Sintetizar os estudos

Após seleção e classificação dos estudos, os dados são retirados e combinados, para que possa ser feita a sua análise. Então, organizamos as 59 pesquisas selecionadas, olhando o sumário de cada uma delas e classificando, conforme indicação de pertencimento ao Professor que Ensina Matemática (PEM); o ensino de números negativos; o movimento histórico dos números negativos e os documentos curriculares. Nesse movimento, cada uma dessas 59 pesquisas apareceu em pelo menos um isolado, as quais serão identificadas pela letra P seguida de numerais, de acordo com a ordem cronológica e alfabética do nome do autor das pesquisas, respectivamente, como podemos perceber no Quadro 2:

Quadro 2 – Relação das pesquisas com os isolados

		ISOLADOS[20]			
AUTORES		PEM	E	MH	D
P1	Onetta (2002)				
P2	Passoni (2002)				
P3	Costa (2003)				
P4	Kimura (2005)				
P5	Todesco (2006)				
P6	Avello (2006)				
P7	Soares (2007)				
P8	Gonçalves (2007)				
P9	Bini (2008)				
P10	Soares (2008)				
P11	Bacury (2009)				
P12	Rodrigues (2009)				
P13	Abreu (2010)				
P14	Morais (2010)				
P15	Rocha Neto (2010)				
P16	Machado (2010)				
P17	Pontes (2010)				
P18	Neves (2010)				

[19] O termo item refere-se aos subcapítulos das pesquisas, isto é, às subseções de cada capítulo.
[20] Em relação aos isolados, utilizamos a seguinte abreviação: PEM (Professor que Ensina Matemática); E (Ensino); MH (Movimento Histórico) e D (Documentos).

P19	Bordin (2011)				
P20	Salgado (2011)				
P21	Roque (2012)				
P22	Liell (2012)				
P23	Alves (2012)				
P24	Silva (2012)				
P25	Teodoro (2013)				
P26	Hillesheim (2013)				
P27	Oliveira (2014)				
P28	Pereira (2014)				
P29	Rêgo (2014)				
P30	Deixa (2014)				
P31	Costa (2015)				
P32	Strutz (2015)				
P33	Cunha Junior (2015)				
P34	Simão (2016)				
P35	Danczuk (2016)				
P36	Ropelato (2016)				
P37	Chiarotti (2016)				
P38	Gonçalves (2016)				
P39	Sousa (2016)				
P40	Sales (2016)				
P41	Santos (2016)				
P42	Pinho (2017)				
P43	Silva (2017)				
P44	Correia (2017)				
P45	Reis (2017)				
P46	Rios (2017)				
P47	Santos (2018)				
P48	Falquetto (2018)				
P49	Fantini (2018)				
P50	Ferreira (2018)				
P51	Gajko (2018)				
P52	Luna (2019)				
P53	Ferreira (2019)				
P54	Diniz (2019)				
P55	Beck (2019)				
P56	Souza (2019)				
P57	Vasconcelos (2020)				
P58	Garcez (2021)				
P59	Felipe (2021)				

Fonte: Sistematizado pela autora

Esta etapa sintetizou as informações obtidas e conduziu a análise dos dados. Inicialmente não estipulamos intervalo de tempo, mas que, dado a época em que foi realizada a aplicação da seleção e a busca, bem como os critérios de exclusão, nosso recorte temporal refere-se ao período de 2002 a 2021.

8. Escrever a revisão

O último passo da RSL é apresentar os resultados e escrever a revisão. Esta precisa ser esmiuçada em detalhes, para que qualquer pesquisador consiga entender como ela foi estruturada, de modo a conseguir reproduzir o procedimento, se assim desejar. Não existe um procedimento único para descrever os achados após todos os refinamentos, diante disso, apesar de os isolados serem componentes de um único fenômeno e, por isso relacionados entre si, optamos por trazê-los de forma separada, já que cada um se remetia a algum aspecto relevante do processo de aprendizagem de números negativos.

Por sua vez, os isolados foram divididos em dois momentos: um que envolve os apontamentos de cada pesquisa e outro voltado a uma síntese integrativa que, a partir dos achados das pesquisas apresentados no primeiro momento, discute as convergências e os entrelaçamentos com outros autores. Ainda na primeira parte, sobre os apontamentos das pesquisas, um isolado foi dividido em inesperados, pois, conforme a conceituação de Caraça (1951, p. 112) que, ao alertar sobre o cuidado a ser tomado relacionadas às condições iniciais na determinação de um isolado, indica ser preciso diante do aparecimento de um inesperado "tomar um isolado como elemento constitutivo de um outro mais largo" O inesperado surge a partir da observação do fenômeno, que, na nossa pesquisa, se deu a partir da problemática discutida pelas investigações ali analisadas.

O isolado sobre o Professor que Ensina Matemática, o movimento histórico dos números negativos e os documentos curriculares, não foram divididos em inesperados, pois não identificamos desdobramentos entre o que as pesquisas estavam apontando. No isolado sobre o ensino de números negativos, identificamos inesperados, conforme a problemática apresentada pelas pesquisas, sendo que foi subdivido em ensino e aprendizagem de matemática e ensino e aprendizagem de números negativos, inteiros ou relativos.

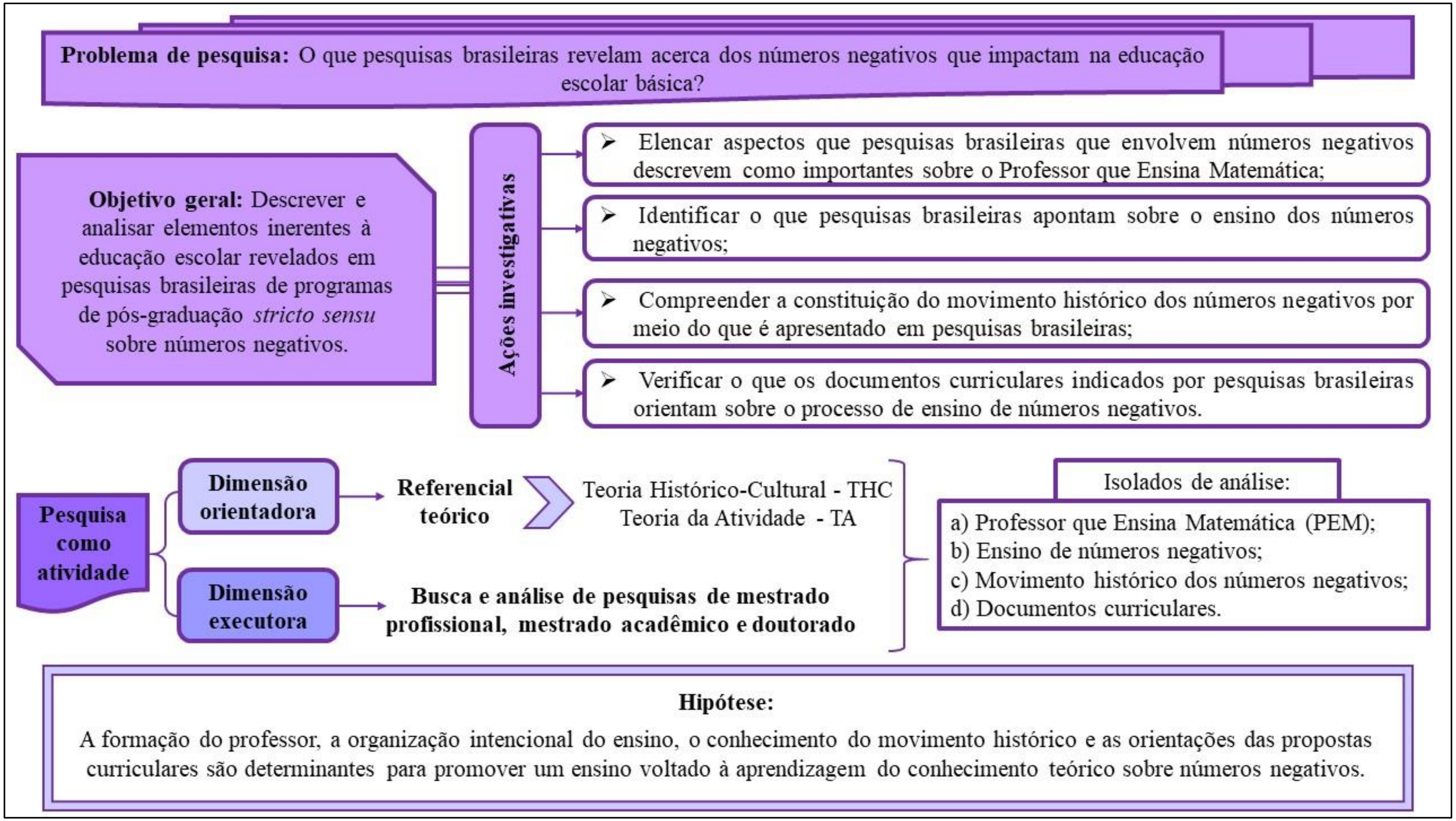
Todo esse movimento, que vai desde a identificação do objetivo da pesquisa até a escrita da RSL, permitiu que nos aproximássemos do nosso fenômeno em seu processo de transformação e não de maneira estática. Em relação a isto, Vigotski (2007, p. 68) ressalta que "estudar alguma coisa historicamente significa estudá-la no processo de mudança: este é o requisito básico do método dialético". Por isso, tentaremos reconstruir elementos constituintes da sua origem e como ocorreu seu desenvolvimento, para chegarmos à gênese da nossa investigação.

Apesar dessa pesquisa em educação estar relacionada a um conhecimento específico da área de Matemática – números negativos – ela se preocupa em compreender a gênese de sua problemática, no caso a aprendizagem de números negativos, ou seja, estudar esse fenômeno no seu processo de mudança, a fim de compreendê-lo em sua totalidade. Sobre essa relação, Freitas (2002, p. 24) destaca que:

> Nas ciências exatas, o pesquisador encontra-se diante de um objeto mudo que precisa ser contemplado para ser conhecido. O pesquisador estuda esse objeto e fala sobre ou dele [...]. Já nas ciências humanas seu objeto de estudo é o homem. [...]. Diante dele o pesquisador não pode se limitar ao ato contemplativo, pois encontra-se perante um sujeito que tem voz, e não pode contemplá-lo, mas tem de falar com ele, estabelecer um diálogo com ele. Inverte-se dessa maneira, toda a situação, que passa de uma interação sujeito-objeto para uma relação entre sujeitos.

Esse diálogo é estabelecido através das pesquisas de mestrado acadêmico, mestrado profissional e doutorado, que versam sobre a aprendizagem de números negativos. Na Figura 3, apresentamos o desenho desta pesquisa.

Figura 3 – Desenho da pesquisa



Fonte: Elaborada pela autora

O próximo capítulo contempla nossa apreensão da realidade através do que as pesquisas apontam, orientada pelos quatro isolados de análise e os entrelaçamentos entre nossa teoria e os dados esmiuçados nas pesquisas.

4 A REVELAÇÃO DOS DADOS: O QUE AS PESQUISAS APRESENTAM

A partir dos pressupostos teóricos por nós adotados, podemos entender que o processo de humanização implica na constituição do ser humano pela apropriação da cultura constituída historicamente, num processo de interação social. Mas este não é um movimento inato, acontece a partir das condições dadas ou produzidas pelo sujeito. Neste sentido, a educação escolar assume um papel importante, na medida em que é responsável por possibilitar a aprendizagem da cultura mais elaborada, aqui incluindo os conhecimentos matemáticos, tais como os números negativos, a fim de o sujeito ter condições de desenvolver suas máximas capacidades intelectuais. Assim sendo, alguns aspectos relativos à educação escolar vão ser determinantes para a aprendizagem.

Entendendo que o desenvolvimento se dá pela participação do outro, são muitas as interações que o aluno tem na escola, e uma delas é com o professor, o que nos levou a identificá-lo como um isolado a ser estudado. As ações do professor, materializadas na organização do ensino, exigem instrumentos para o desenvolvimento dos conceitos, e a utilização destes depende das condições objetivas de cada escola e da forma como o professor os utilizará para aperfeiçoar suas ações, por isto, o ensino se constituiu como nosso segundo isolado. A aprendizagem como promotora do desenvolvimento das máximas capacidades intelectuais implica na apropriação do conhecimento para além do empírico. Para chegar à essência dos conhecimentos com os quais estamos lidando, há de se considerar que estes se constituíram historicamente, a partir das necessidades humanas, sendo este movimento nosso terceiro isolado. Para que tudo isso se concretize, a estruturação do currículo orienta a organização do ensino por meio de documentos curriculares que impactam na ação do professor, na forma como os conceitos se tornam parte dos currículos escolares e na transformação dos indivíduos, sendo este nosso quarto isolado de análise.

Assim, por meio desses quatro isolados, pretendemos revelar o fenômeno que nos propusemos a estudar nas 59 pesquisas selecionadas que tinham alguma relação com a aprendizagem de números negativos, conforme apresentaremos a seguir.

4.1 SOBRE O PROFESSOR QUE ENSINA MATEMÁTICA: O QUE AS PESQUISAS APONTAM

Neste isolado, almejamos elencar quais aspectos são descritos como importantes acerca do Professor que Ensina Matemática nas pesquisas brasileiras, que envolvem números negativos. Muitas pesquisas de nosso estudo fazem menção ao professor, mas de modo geral, em especial se referindo nas considerações finais sobre a importância de um olhar mais apurado para sua formação, sem se deter a discutir sobre tema. Das 59, localizamos 4 (explicitadas no Quadro 3), que trazem um capítulo ou item sobre o PEM, incorporando as discussões às suas análises.

Quadro 3 – Isolado Professor que Ensina Matemática

ISOLADO	
Professor que Ensina Matemática	
PESQUISAS	
P52	Luna (2019)
P39	Sousa (2016)
P54	Diniz (2019)
P7	Soares (2007)

Fonte: Elaborado pela autora

Os dados por elas revelados nos possibilitaram identificar que elas se referem aos saberes e aos conhecimentos do professor e à formação de professores. Das quatro pesquisas, três tratam de forma explícita em um capítulo ou item sobre os saberes e conhecimentos do professor: P52, P39 e P54.

A P52 busca compreender quais elementos deve conter uma atividade para o ensino dos números inteiros, de modo a propiciar uma melhor aprendizagem para os alunos. Em seu primeiro capítulo, discute sobre a problemática da pesquisa e, em seguida, o subdivide em três subcapítulos: sobre o saber docente; as bases do conhecimento do professor; e a formação profissional docente. Para discorrer sobre os saberes docentes e a formação profissional tem como base Tardif (2012) e Cardoso (2012), e sobre os conhecimentos essenciais para o exercício da docência toma como referência Shulman (1987).

Ao iniciar a discussão sobre a problemática da pesquisa faz uma análise dos saberes profissionais e a sua relação com a formação de professores, ressaltando as discrepâncias entre o contexto universitário e a prática docente, pois, enquanto o primeiro se volta apenas para a pesquisa acadêmica, a outra se refere às habilidades dos professores adquiridas ao longo da sua prática docente. Assim, indica a necessidade de rever a formação dos professores. Complementando essa discussão, afirma que o professor tem que ter um “conhecimento muito extenso sobre o conteúdo que irá ensinar, [...] para saber selecionar as atividades necessárias e encaminhar o aprendizado do aluno” (P52, p. 16).

Ao tratar especificamente sobre o saber docente, explicita que o saber do professor é um saber plural, formado por outros saberes, provenientes tanto da formação inicial como da prática profissional, os quais, de acordo com os autores que embasam teoricamente o estudo, são de quatro tipos: saberes da formação profissional, saberes disciplinares, saberes curriculares e saberes experienciais, que são detalhados pelo autor da pesquisa. Estes saberes são adquiridos de forma externa à atuação docente, exceto os saberes experienciais, que resultam da atividade profissional dos professores e, conforme explicita a P52 (p. 18), são todos aqueles utilizados na atividade profissional dos professores, e estes “interferem diretamente na configuração das suas formas de fazer”. Além disso, destaca os saberes instrumentais que se referem às ferramentas de trabalho, como apostilas, livros, tecnologias, documentos curriculares, etc., com os quais o professor organiza suas ações em sala de aula.

Explica, ainda, que o processo de formação profissional do professor não se restringe ao presente, ele vai além e contempla as experiências obtidas durante sua prática docente tanto no contexto pessoal como familiar, bem como durante toda sua trajetória escolar. Assim, a formação do professor deve ser valorizada e se basear nos conhecimentos específicos de sua profissão.

Quando discorre sobre as bases do conhecimento do professor, evidencia que “na sala de aula, o professor encontra o desafio de propor formas de aprendizado, que sejam capazes de fazer com que os alunos aprendam o conteúdo abordado” (P52, p. 19). Complementa isso, ao escrever sobre a concepção de ensino, que tem início quando o professor entende o que deve ser aprendido pelos alunos e como deve ensinar, principalmente no caso dos números inteiros. Destaca que a base do conhecimento do professor é formada por conteúdos, que vão desde “o pedagógico geral, o pedagógico do currículo, o do conhecimento pedagógico do conteúdo, dos alunos e suas características, dos contextos educacionais, dos fins, propósitos e valores da educação” (P52, p. 20).

Quanto ao conhecimento do conteúdo, este é a primeira base do conhecimento, e é responsabilidade do professor saber sobre a matéria que irá ensinar, pois isso irá influenciar na aprendizagem dos alunos. Além disso, o autor da pesquisa ressalta a responsabilidade do professor na transmissão de ideias, e com isso explica sobre a necessidade de buscar novas formas de ensinar um conceito. Por fim, nesse subcapítulo, afirma que, para os professores serem bons docentes, eles precisam refletir sobre seu ensino e, para isso, é preciso dominar o conteúdo que ensinarão.

Ao se referir mais especificamente à formação profissional docente, no último tópico do capítulo, salienta a importância de o professor aprofundar seus conhecimentos para que consiga explicá-lo para o aluno da melhor forma e, consequentemente, que ele aprenda. Evidencia, assim, que é difícil aprender toda base do conhecimento durante a formação inicial, já que esta é bastante extensa. A P52 concluiu que, como professores, devemos sempre estar em busca do conhecimento, mesmo que sua base seja extensa e estar cientes de que o professor tem um saber plural, que envolve outros saberes necessários à sua prática profissional.

A segunda investigação, que se refere aos saberes e conhecimentos do professor, a P39, investiga a aprendizagem das operações com números inteiros, fazendo uso de jogos pedagógicos. Um dos capítulos aborda os entraves e as perspectivas no ensino de matemática na Educação Básica, e dentre as subdivisões deste, um item discorre sobre a prática pedagógica e os sentimentos de desafeição do aluno pela matemática e um outro sobre o professor de matemática e a temporalidade do saber. Nestes recorre a autores principais, Tardif (2012) e Shulman (1986).

No primeiro item, aponta que "as relações entre os saberes experienciais dos professores, os conhecimentos universitários e os limites dos novos modelos de formação profissional, como sendo pontos passíveis de reflexões" (P39, p. 34). Com isso, explica que a maioria dos professores, principalmente aqueles que desenvolvem atividades de ensino de matemática, acredita em um ensino que se limita apenas em apresentar conceitos e procedimentos matemáticos. Estes se consolidam na simples reprodução de crenças já enraizadas que advêm de uma formação profissional que tem se perpetuado no decorrer dos anos.

Aqui fica evidente a crença de que o professor é o detentor do saber. É sujeito ativo no processo de ensino, enquanto o aluno é apenas o ouvinte, isto é, um receptor de informações. Apesar de o autor não ter como objetivo apontar quais são as práticas de ensino certas ou equivocadas, ele defende uma mudança de postura dos professores de matemática, em que é imprescindível repensar algumas práticas.

A P39 (p. 35) afirma que há uma grande diferença entre ser professor de matemática e saber matemática. Assim, ter uma formação técnico-formal não é suficiente para o professor, "é importante que se reconheça capacidades educacionais do saber matemático, desenvolvendo uma ação pedagógica de acordo com a realidade escolar onde ele atua". Concluiu o item, explicando que não basta o professor ter domínio dos conceitos que irá ensinar para seus alunos é preciso que desenvolva uma ação educativa que valorize o tempo, espaço e as situações socioculturais vividas pelos envolvidos no processo de ensino e aprendizagem.

No item voltado ao professor de matemática e à temporalidade do saber, o autor da pesquisa discorre que, para o processo de ensino e aprendizagem ser significativo, a prática pedagógica do professor necessita de atenção. Para fundamentar isso, cita a temporalidade do saber, afirmando que o saber do professor é plural e atemporal, "pois é adquirido no contexto da sua história de vida, respeitando todos os momentos da sua formação profissional, o que implica em um processo de ensino/aprendizagem e de formação" (P39, p. 36).

Enquanto a P52, pesquisa descrita anteriormente, cita quatro tipos de saberes, a P39 evidencia que a formação profissional do professor é respaldada em três tipos de saberes: os saberes disciplinares (transmitidos nas universidades e são os saberes das disciplinas); os saberes curriculares (corresponde aos objetivos, conteúdos e métodos adotados pela instituição escolar, os quais são aprendidos e desenvolvidos pelos professores); e os saberes experienciais (que são baseados na experiência individual e coletiva, são específicos e práticos porque resultam do trabalho e do conhecimento do meio). Com isso, concluiu que o professor deve conhecer sua disciplina e ter domínio dos conhecimentos que envolvem a pedagogia e a educação, além de desenvolver aqueles saberes que são construídos cotidianamente com seus alunos, através das experiências vividas.

A P39 caracteriza um professor bem-sucedido como aquele que se apropria dos diversos contextos da escola e desenvolve competências que fazem com que ele proponha metodologias de ensino direcionadas às necessidades da instituição escolar em que está inserido. Dessa forma, uma boa formação profissional não se restringe somente à formação universitária, defendendo um diálogo entre os saberes disciplinares, curriculares e experienciais, principalmente no que tange às ciências exatas, pois pesquisas comprovam as dificuldades de aprendizagem dos alunos em disciplinas que envolvem cálculos e, principalmente, em matemática.

Por fim, a P39 (p. 37) destaca a necessidade de repensar os "processos didático-pedagógicos que norteiam o trabalho do professor" e enfatiza o quanto esse profissional está marginalizado, carregando, muitas vezes, a culpa da situação em que se encontra a educação. Além de destacar que a responsabilidade por uma boa formação não está somente atribuída ao local onde o docente desenvolve sua ação, mas, principalmente, nas instituições que formam esses profissionais, que têm ou deveriam ter mais compromisso para, assim, contribuir com mais eficácia no processo de formação de professores.

A terceira pesquisa, P54, analisa a aprendizagem da atividade de situações-problema com números inteiros nas operações de adição, subtração, multiplicação e divisão. Embora ela não foque especificamente nos saberes e nos conhecimentos do professor, no seu primeiro capítulo, que contempla a fundamentação teórica, há um item que discorre sobre o "problema docente", no qual utiliza as ideias de Majmutov (1983). Neste, inicia a discussão apontando que os fundamentos didáticos são imprescindíveis para a mediação entre teoria e prática do professor, pois somente a prática não irá compreender os problemas que envolvem o ensino e aprendizagem.

Ao continuar essa ideia, escreve que o professor precisa buscar fundamentos teóricos e didáticos que elevem a qualidade dos processos de ensino e, consequentemente, reflitam sobre o ato de ensinar e aprender. Isto é, instiga o professor a agir, visto que a sociedade está em constante transformação e, como seres humanos, estamos inseridos nesse ambiente que é histórico e cultural.

Explicita que os problemas docentes se dividem em três tipos: problemas práticos; problemas científicos e problemas dos reflexos artísticos da realidade. O primeiro refere-se a "quando o professor desconhece os procedimentos para aplicar os conhecimentos em uma situação nova", o segundo "quando se desconhece os princípios e conceitos da ciência necessários para solucionar um problema" e o último "quando se desconhece as formas e procedimentos emocionais metafóricos da ação" (P54, p. 27).

Diante disso, destaca que os problemas docentes impulsionam o processo de reflexão e investigação sobre a ação e prática do professor, o qual deve estar atento ao processo de ensino para conseguir identificar quais obstáculos o estão impedindo de promover a aprendizagem dos alunos. Depois disso, classifica os problemas docentes e ainda descreve os tipos de situações-problema, apenas citando-as sem fazer qualquer problematização.

A quarta pesquisa, P7, consiste em levantar e analisar concepções predominantes entre professores de matemática sobre conhecimentos prévios e o seu uso em sala de aula sobre o conjunto dos números inteiros. Em seu segundo capítulo, intitulado elementos teóricos, tem um item voltado especificamente para a formação docente em matemática, no qual utiliza como referência principal Cury (2001). Neste, enfatiza que, discuti-la, é uma tarefa importante e necessária, principalmente numa sociedade que vem passando por várias transformações socioculturais e tecnológicas. Diante disso, afirma que a formação docente em matemática tem sido tema de várias investigações que indicam ser preciso superar metodologias de ensino voltadas à memorização e à transmissão de conteúdos disciplinares.

Com isso, indica que a formação docente precisa ser repensada para atender a essas exigências. Nesse contexto, algumas instituições de ensino promovem estudos sobre a formação de professores e, mais especificamente, sobre a formação de professores de matemática, através de grupos de pesquisas, além de muitas delas também oferecerem curso de Licenciatura em Matemática e cursos de pós-graduação em Educação Matemática. Exemplifica alguns programas de pós-graduação e destaca que são recentes as preocupações voltadas à formação do professor de matemática, que precisa ser diferente da formação de um pesquisador.

Apesar de existirem vários cursos voltados à questão do ensino de matemática, principalmente nas regiões Sul e Sudeste, P7 escreve que parece que os resultados dessas pesquisas não chegam à Educação Básica, e principalmente à aprendizagem matemática. Algumas hipóteses que levanta é que os professores que lecionam no ensino básico e fazem cursos de mestrado e doutorado dificilmente voltam como docentes do Ensino Fundamental e Ensino Médio e que a maioria acaba cursando pós-graduações voltadas a áreas específicas da matemática, em virtude do pouco número de pós-graduações na área de Educação Matemática. Consequentemente, esses cursos específicos não abrangem discussões sobre os problemas pertinentes do ensino básico.

Então, o autor da P7 concluiu que, mesmo que os estudos em Educação Matemática estejam em crescimento, estes não têm refletido na aprendizagem matemática na Educação Básica, e a prova disso está nas pesquisas educacionais que mostram o baixo desempenho dos alunos nessa área do conhecimento. A partir disso, faz alguns questionamentos sobre a formação inicial dos docentes e a estrutura curricular dos cursos de Licenciatura em Matemática, fazendo uma retomada histórica.

Ressalta que muitas universidades brasileiras, principalmente nos cursos de Licenciatura em Matemática das instituições federais, permanecem com o modelo três mais um, em que os primeiros três anos são destinados a disciplinas específicas; e o último, às disciplinas didáticas e metodológicas. Por conta disso, muitos alunos se formam sem as competências necessárias para ensinar, pois a formação específica passou a ser dos departamentos de matemática, e estes são formados por docentes com pouco conhecimento da área de educação, enquanto as disciplinas didático-pedagógicas são atribuídas aos departamentos de Educação e Psicologia, em que a maioria dos docentes não tem domínio sobre os conhecimentos específicos.

Afirma que esse modelo vem se perpetuando principalmente nos cursos das Ciências Exatas e da Natureza, com predomínio das disciplinas específicas e poucos componentes voltados aos estudos didáticos e metodológicos. Assim, a desvalorização das disciplinas voltadas à formação do professor se instaura, principalmente por aqueles professores mais tradicionais das áreas específicas de matemática e também pelos alunos.

Concluiu que o primeiro problema da formação docente é que grande parte dos professores formadores carregam a ideia de que a matemática é uma ciência formal, rigorosa e a colocam em posição de destaque, como nos séculos XVIII e XIX. Outro fator que P7 chama a atenção é o grande número de professores que leciona disciplinas voltadas à formação específica. Eles são licenciados ou bacharéis e possuem pós-graduação em matemática pura ou aplicada, entretanto são poucos os que têm mestrado ou doutorado em Educação ou Educação Matemática. Por conta disso, há a supervalorização dos conteúdos, da exploração teórica e axiomática em detrimento do processo de discussão de como ensinar esse conteúdo.

P7 afirma que os professores dos cursos de licenciatura precisam deixar transparecer sua capacidade criativa, pois são fonte de inspiração e espelhos para os futuros professores de matemática. Acrescenta, também, que o docente em matemática que atua na Educação Básica deve conseguir, a partir do que os livros, textos ou currículos propõem, desenvolver habilidades de transgressão. Portanto, admitir que é preciso mudar e ter um novo olhar é essencial para aliar mecanismos tecnológicos (citando como exemplo a calculadora) que auxiliem nas aulas de matemática, pois nos cursos de formação é marcante a desatualização dos docentes. Por fim, realça as dificuldades dos profissionais da área de matemática, quando se trata de adotar mudanças, as quais deveriam ser vistas como naturais.

P7 (p. 37) conecta a isso a importância dos conhecimentos prévios, escrevendo que “ser exigido do professor que ele tenha em sua prática metodológica essa preocupação com os conhecimentos prévios dos alunos supõe que o mesmo esteja recebendo uma formação coerente com esse discurso”. Depois, evidencia que a formação em cursos de licenciatura não atende a essas especificações, mas, em meio a tantas resistências, acredita na possibilidade de mudanças, tanto teóricas como metodológicas, e destaca que muitas já estão sendo incorporadas aos programas dos cursos de graduação em matemática.

Pautados nos resultados das quatro pesquisas citadas e, dentre as evidências por elas reveladas, destacamos as seguintes:

- Relevância dos diferentes tipos de conhecimentos do professor que lhe permitam refletir sobre os problemas da formação docente e superá-los, de modo a promover a aprendizagem dos alunos.
- Necessidade de repensar a formação.
- Fragilidade curricular da licenciatura.

Estes indicativos orientam nossas reflexões sobre o Professor que Ensina Matemática apresentadas a seguir.

4.1.1 Síntese integrativa: entrelaçamentos sobre o Professor que Ensina Matemática

Apesar do desenvolvimento de cada pesquisa partir de diferentes objetivos e ser orientado por diversos fundamentos, o entrelaçamento delas, que leva a esta síntese, indica a relevância de três aspectos, citados ao final da seção anterior, que direcionarão nossas reflexões a seguir.

Constituir-se professor é um processo contínuo, que sofre influência da história de vida do sujeito, que se inicia formalmente com o ingresso em um curso de licenciatura e passa por toda uma caminhada acadêmica que envolve anos de estudo, formação, cumprimento de carga horária de disciplinas obrigatórias, optativas (Disciplinas Complementares de Graduação – DCG), Atividades Complementares de Graduação – ACG, estágios, participação em projetos de ensino, pesquisa e extensão, palestras, eventos e congressos, para aqueles que têm essa disponibilidade. Isso nos coloca na condição de expressar a relevância deste espaço formativo.

Contudo, há de se questionar sobre a fragilidade curricular nos cursos de licenciatura, no nosso caso no curso de Matemática, tal como apontado na pesquisa de P7. Cabe aqui uma reflexão. No período em que foi feita essa pesquisa, muitos cursos de licenciatura adotavam o modelo três mais um, mas, atualmente, muitas reformulações vêm sendo feitas, e isso não se constitui mais uma realidade, muitos avanços já foram alcançados. Embora este trabalho tenha se pautado em especial nos resultados da pesquisa de Cury (2001), de mais de duas décadas, algumas questões apresentadas parecem ainda não terem sido superadas, como por exemplo, a desvalorização das disciplinas que se voltam à formação do professor.

Há algum tempo, o senso comum levava a acreditar que o bom professor de matemática era aquele que dominava o conteúdo, preenchia todo o quadro de definições, explicações e, principalmente, exercícios. Ou ainda a ideia de que quanto mais se exercitava, principalmente por meio de questões repetidas e seguindo um modelo inicial, mais rápido o conteúdo seria entendido e, assim, aconteceria a aprendizagem. Hoje esta ideia, que estava bem enraizada e se sustentou por muitos anos, vem sendo questionada tanto por teorias de aprendizagem que entendem que existem formas mais eficazes de aprender quanto por novos instrumentos, principalmente tecnológicos que vêm sendo incorporados ao espaço escolar e sendo utilizados pelos estudantes, que já nascem imersos nesse mundo.

Assim, apenas saber o conteúdo e ter domínio sobre ele para ensinar não é mais o suficiente. Há de se refletir mais sobre a aprendizagem e aliar outros recursos além do quadro-negro. Em suma a ideia do que seria necessário para formar um “bom professor” se modificou.

Portanto, cabe rever quais características um professor precisa ter para desempenhar hoje, com eficácia, a sua complexa profissão. Como seres sociais, que se desenvolvem em sociedade, somos reflexo do contexto histórico-cultural. Logo, ser um bom professor passa pelas possibilidades de interações que o sujeito professor vai tendo durante o seu processo formativo. Ao pensar sobre isso, a responsabilidade recai, entre outras coisas, na formação inicial, nos cursos de licenciatura, que são alvo de muitas críticas, principalmente no que se refere ao seu currículo. Lima e Carneiro (2022, p. 337) destacam que:

> [...] a formação do professor de matemática deve habilitá-lo a desempenhar adequadamente o seu papel de facilitar o desenvolvimento do pensamento; estimular o aluno; desenvolver nele a capacidade intelectual, a estruturação do pensamento, o raciocínio lógico, a aplicação na resolução de problemas e investir na formação do cidadão e no apoio à construção de conhecimentos em outras áreas, além da matemática.

É de se esperar que o curso de licenciatura promova conhecimentos necessários para a prática docente e, nesta perspectiva, o conteúdo matemático não pode ser o único foco. Isso nos remete ao que nos apresentam a P52 e a P39, com base em Tardif (2012), que o saber do professor é plural, formado por diversos saberes provenientes de instituições de formação, da formação profissional, dos currículos e da prática cotidiana.

A P7 faz críticas contundentes e bem fundamentadas aos saberes que são provenientes das instituições de formação, como já apontamos anteriormente. Para melhor compreendê-las, recorremos a Manrique (2009), que se baseia nos estudos de Candau (1988), e aponta que a formação de professores ocupa lugar secundário nas universidades brasileiras, enquanto as atividades de pesquisa e pós-graduação recebem maior ênfase e reconhecimento. Além de afirmar que "os professores formadores não possuem uma visão razoável da realidade das escolas e muito menos uma vivência nesses contextos escolares" (MANRIQUE, 2009, p. 516).

Os cursos de Licenciatura em Matemática estão formando professores que atuarão em escolas de Educação Básica e, apesar disso, o que se vê são professores formadores que transmitem oralmente os conteúdos dos livros ou outras fontes de informação, enquanto os alunos são agentes passivos nesse processo. Isto nos faz pensar: será que existem modos de organizar um processo de ensino em que o licenciando se coloque como sujeito desta atividade de aprendizagem? Que aprendizagem a formação deve oferecer para que o futuro professor se aproprie de conhecimentos para ensinar?

No contexto da educação escolar, é incumbência do professor organizar o ensino de forma que o outro (aluno) possa aprender, isto é, não basta reproduzir informações. É preciso estruturá-las, para ocorrer a apropriação do conhecimento. Assim

> [...] um dos principais problemas da formação inicial está relacionado à formação pedagógica do professor, ou seja, a desarticulação entre os conhecimentos específicos e os pedagógicos, que são trabalhados de forma descontextualizada, sem significado para os futuros professores, não conseguindo, assim, conquistar os alunos para sua importância em suas futuras atividades docentes. (MANRIQUE, 2009, p. 523)

Para isto é relevante que o futuro professor de matemática tenha uma base consolidada de conteúdos matemáticos e uma formação pedagógica que os subsidie, de modo que consiga articular esses conhecimentos a situações de ensino. Para que isso aconteça, cumpre repensar a formação inicial “para que o processo de formação não seja direcionado, especificamente, para os conhecimentos específicos, mas sim, para o seu ensino, priorizando os momentos de prática como componente curricular” (TEODORO *et al.*, 2017, p. 47). Isso possibilitaria ofertar para o licenciando em matemática uma formação para o exercício da docência. Se este deveria ser o objetivo dos cursos de licenciatura, então por que não considerar a formação para ser professor e não um matemático, como acontece muitas vezes nas instituições de ensino? As Diretrizes do Conselho Nacional de Educação (CNE) já determinam uma formação articulada. A questão é por que algumas instituições não cumprem isso?

A P7 justifica isso, quando afirma que essa situação acontece principalmente nas universidades federais, em que o quadro docente é composto por um número considerável de matemáticos (bacharéis), que não conseguem transpor o conteúdo para a didática, ou seja, trazer relações para a educação escolar. O saber do licenciando não é o mesmo do bacharel, como bem esclarecem Junqueira e Manrique (2015, p. 632):

> Nessa direção, verifica-se que o perfil esperado para o Bacharelado de Matemática é de um profissional com uma consistente base dos conteúdos de Matemática e uma formação que lhe prepare para enfrentar os desafios das rápidas transformações da sociedade, do mercado de trabalho e das condições de exercício profissional. Por outro lado, para os cursos de Licenciatura em Matemática, observa-se que o licenciando deve ter: a visão de seu papel social de educador e a capacidade de se inserir em diversas realidades com sensibilidade para interpretar as ações dos educandos; a visão da contribuição que a aprendizagem da Matemática pode oferecer à formação dos indivíduos para o exercício de sua cidadania; a visão de que o conhecimento matemático pode e deve ser acessível a todos, e consciência de seu papel na superação dos preconceitos, traduzidos pela angústia, inércia ou rejeição, que, muitas vezes, ainda estão presentes no ensino-aprendizagem da disciplina.

Como P7 já vinha afirmando, as disciplinas voltadas para a formação do professor, muitas vezes não são valorizadas pelos professores das áreas específicas de matemática e, consequentemente, nem pelos próprios alunos. Fica instituída assim, a distância entre universidade e escola, o que remete à fragilidade dos cursos de licenciatura, em especial na sua organização curricular, e aos obstáculos à aprendizagem dos futuros professores, pois "os professores formadores muitas vezes não possuem uma visão razoável da realidade das escolas e muito menos uma vivência nesses contextos escolares" (MANRIQUE, 2009, p. 530). Em vista disso, é preciso promover o intercâmbio de saberes entre a formação teórica e o exercício da docência.

Como grande parte dos conhecimentos da área são produzidos durante a graduação é preciso ter um equilíbrio, isto é, ter "uma formação específica em matemática, sólida, com seus fundamentos e aprofundamentos, mas sem perder de vista a matemática básica, que será o objeto de trabalho do futuro educador do Ensino Fundamental II e Ensino Médio" (SANTOS, 2012, p. 80). Ademais, as disciplinas de cunho matemático precisam se relacionar com as disciplinas pedagógicas, proporcionando assim uma formação inicial que propicie espaços de reflexão e apropriação coletiva do conhecimento acerca do ensino e aprendizagem. Sobre o processo de reflexão sobre a prática profissional, Poblete, Carneiro e Martínez (2013, p. 39) destacam que:

> […] *debe comenzar por llevar al profesor a tener conciencia de sus creencias, acerca de la matemática y su enseñanza y aprendizaje y también a verificar si alguna de ellas está frenando o dificultando la enseñanza. Sus creencias deben ser problematizadas y, así buscar reflexionar sobre los límites de estas creencias conduce a los cambios de su forma de enseñar y, consecuentemente, en la mejora de su práctica*.

A despeito de esse equilíbrio não eliminar possíveis tensões, dará subsídios para enfrentá-las e conviver com elas. O ideal seria que os currículos dos cursos de formação de professores privilegiassem os saberes baseados nas ciências e nos conhecimentos pedagógicos, procurando assim, suprir o "distanciamento entre o que é estudado pelos estudantes na formação e o que é colocado em prática nas escolas de Educação Básica" (GOLIN, 2021, p. 40).

Tudo isso permitirá que o futuro professor articule os conhecimentos adquiridos durante sua formação com suas experiências de vida e sua prática profissional, o que auxilia no desenvolvimento do professor por meio de suas experiências de ensino e aprendizagem. Muitos autores se reportam ao que é denominado de desenvolvimento profissional "entendido como um processo que vai se compondo, não apenas pela agregação de novos conhecimentos, mas também pela (re)significação e a (re)construção dos conhecimentos docentes” (BRAGA; CARNEIRO, 2019, p. 232).

Sendo assim, é possível concordar com a ideia de que para ser professor de matemática não basta apenas dominar o conteúdo. É essencial saber organizá-lo e propor situações-problema que instiguem os alunos e possibilitem que eles aprendam. Isso mostra a complexidade de se tornar professor de matemática, e, consequentemente, de se pensar na qualidade da formação e sua relação com o ensino.

Concluído o curso de licenciatura, podemos dizer que temos um sujeito com sua formação inicial finalizada, mas será que ele se tornou professor nesse processo? A formação docente não se esgota na formação inicial, ela continua durante toda sua vida, através das relações sociais que o sujeito professor estabelece com outros seres humanos e nas suas vivências e experiências. Lopes (2009, p 55) afirma que:

> O professor não nasce professor. Ele se constitui historicamente; aprende sem se desvincular do mundo que o rodeia; aprende com o outro e aprende também refletindo. O saber e o fazer constituem-se em elos inseparáveis. Formar-se professor é mais do que somente frequentar um curso superior.

O professor está em constante aprendizagem da docência, seja observando os alunos, seus interesses e dificuldades, panejando suas ações, desenvolvendo-as, avaliando o que deu certo e o que precisa ser modificado, seja compartilhando conhecimentos com seus colegas de profissão ou fazendo parcerias. Tudo isso requer tempo, dedicação e condições objetivas oferecidas pela escola e pela mantenedora.

A formação continuada pode ser um dos caminhos para aprimorar o processo de ensino e aprendizagem, porém somente ela não é capaz garantir melhores resultados nesse processo. Afinal, a comunidade escolar, formada pelos segmentos que participam do processo educativo, também tem um papel bastante significativo nisso e precisa estar articulada em um processo permanente e constante.

O ideal seria que o professor sempre tivesse possibilidades de ampliar seus conhecimentos e, de certo modo, isso ocorre, ainda que não por processos organizados. Principalmente no momento em que estamos inseridos em um mundo bastante tecnológico.

Além disso, recentemente também passamos pela experiência do ensino remoto[21], em função da COVID-19, em que todos tiveram que se adaptar à realidade digital e, com isso, a

[21] O ensino remoto foi estabelecido em 2020 e se estendeu até o ano de 2021, como forma de evitar a suspensão total das atividades escolares.

necessidade de estar atualizado e utilizar tecnologias nas aulas foi amplificada[22]. Os professores sentiram o quanto careciam de uma formação específica para isso, precisaram se reinventar, descobrir novas ferramentas e se comunicar com os alunos de uma forma diferente. Silva, Mendes e Müller (2022, p. 313) afirmam que:

> Nesse contexto, a área da Educação foi uma das mais afetadas, e o peso disso parece ser ainda maior para os docentes, devido à carga sobre esses profissionais para resolver as questões educacionais de forma remota, sem maiores instruções (ou prévias) de como fazer.

Hoje, em sala de aula, vemos algumas consequências desse ensino remoto, e o quanto a figura do professor é importante. Muitos alunos não tiveram o apoio da família para desenvolver as tarefas solicitadas pelo professor, outros não conseguiam acessar as aulas *online* e com isso ficavam com dúvidas em relação aos conteúdos que estavam aprendendo. Enfim, foram diversas situações que cooperaram para o cenário que estamos vivendo atualmente, em que os alunos estão com muitas dificuldades e apresentando lacunas de aprendizagem. Cabral (2021, p. 111) destaca que:

> Desafios sempre estiveram, estão e estarão presentes tanto no quotidiano pessoal de cada sujeito quanto, atinentes ao papel de educador matemático, na lida diária com os problemas relacionados aos processos de aprendizagem que individualizam a sala de aula. Quiçá, em razão da inusitada situação de pandemia pelo novo Coronavírus, SARS-CoV2, que vive o mundo em pleno vigésimo primeiro século, os desafios tenham ganho uma dimensão jamais imaginada enquanto as perspectivas, sentimentos de esperança e expectativas relativas à acelerada superação de tantas dificuldades pareçam estar mais distantes, provocando frustrações, angústias e desalentos.

Foi um momento delicado, em que a saúde física e mental da população estavam bastante afetadas, assim como dos professores, que tiveram que descobrir como adaptar suas metodologias sem uma formação para tal. Nesse período se acentuou o papel fundamental de uma boa formação de professores para garantir a qualidade no ensino, o envolvimento da família, e a importância de a gestão escolar investir na formação de professores, e mesmo do o governo através de políticas públicas eficazes. Apesar de ser um assunto de extrema relevância, não iremos nos deter nele nesse momento, o que poderá ser feito em investigações futuras.

Chamamos à atenção a ideia de que “o professor deve ser visto e se ver como aquele que aprende continuamente” (MOURA, 2000, p. 16). Dessa forma, podemos retomar as

[22] Diversas pesquisas já foram desenvolvidas sobre a influência da pandemia no trabalho dos professores, como por exemplo: Losekann, Luana Giuliani. **Ser professor de educação infantil no município de Agudo/RS em tempos de pandemia**. 2022. 149p. Dissertação. (Mestrado em Educação) – Universidade Federal de Santa Maria – UFSM, Santa Maria.2022.

pesquisas citadas que apontam a relevância dos diferentes tipos de conhecimento do professor que lhe permitam refletir sobre os problemas e superá-los, de modo a promover a aprendizagem dos alunos. P52 e P39 citam em especial Tardif (2012) e Shulman (1987, 1986) para se referir aos conhecimentos e aos saberes dos professores, autores muito referenciados nessa temática e que foram amplamente utilizados no final do século XX e início do século XXI e que contribuíram para se compreender essa temática. P54 se apoia em Majmutov (1983) para mencionar problemas docentes relacionados ao fazer do professor. Embora alguns dos escritos desses autores já tenham mais de 20 anos, ainda subsidiam reflexões para tentar compreender a atividade do professor, mas esta não é uma tarefa fácil.

No Brasil, a partir dos anos de 1970 se intensificou a discussão sobre a formação de professores e, segundo Martins (2010, p. 13):

> A formação de professores como objeto de estudo integra debates que vieram se ampliando no Brasil desde o final da década de 1970, assumindo maior dinamismo nas décadas de 1980 e 1990, em especial, a partir da implementação da Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional (LDB), promulgada em 1996.

As abordagens que foram ganhando visibilidade nesta época se referiam à concepção de professor reflexivo e aquelas relacionadas ao ensino e à aprendizagem. Estas foram cruciais para atender às necessidades educativas que se faziam presentes. Pozebon (2017) nomeia alguns desses autores: Lee Shulman, Kenneth Zeichner, Clermont Gauthier, Donald Schön, António Manuel Seixas Sampaio da Nóvoa, José Gimeno Sacristan, Maurice Tardif, Selma Garrido Pimenta, ou ainda, em relação ao professor de matemática, em especial Dario Fiorentini.

Estes estudos ainda têm lugar de evidência na produção histórica relativa aos estudos sobre o Professor que Ensina Matemática e têm servido de base para investigações atuais que permitem compreender também as questões relativas à atividade profissional do professor. Conforme Libâneo (2004), as mudanças na forma de aprender afetam as formas de ensinar, assim o que se espera da aprendizagem dos alunos também deverá ser esperado de um programa de formação de professores. E explica ele:

> Podemos entender, pois, a atividade profissional do professor como uma atividade definida cultural, social e historicamente; ou seja, é uma atividade socialmente situada, razão pela qual os próprios professores aprendem no contexto de trabalho em parceria com seus colegas, na dependência de estruturas de organização e gestão, das relações internas, da cultura organizacional, das ações de assistência pedagógica ao professor e da ocorrência de oportunidades de reflexão conjunta. (LIBÂNEO, 2004), p. 140)

O desempenho na atividade profissional do professor tem uma íntima relação com a sua formação, daí a relevância de se repensar esse processo, como já nos apontou P7, “ou seja, pensar a formação do professor significa promover condições para que ele mesmo reflita sobre o modo pelo qual se forma” (MARTINS, 2015, p. 9). É imprescindível que a formação para a docência propicie aos professores conhecimentos que permitam que eles reflitam sobre sua prática, de forma a transformá-los em conteúdos e metodologias de ensino

O que trouxemos até agora referente à relevância dos diferentes tipos de conhecimentos do professor e a necessidade de repensar a formação, em especial na organização curricular do curso de licenciatura, está diretamente relacionado ao que se espera da atuação deste professor, o que nos impulsiona a refletir sobre o seu desenvolvimento a partir do seu trabalho, que é a atividade de ensino. Trazendo as contribuições da Teoria Histórico -Cultural (THC), lembramo-nos de Vigotski, principal representante dessa teoria, ao explicar que “educar significa organizar a vida” (VIGOTSKI, 2003, p. 220). Dessarte, o papel do professor não é somente observar e apresentar o conteúdo para o aluno, sua missão vai além. Ele é o organizador de todo processo educativo, o qual envolve as relações sociais entre professores, alunos, demais segmentos da escola e os conteúdos da cultura socialmente elaborada. Portanto, o professor se forma e constituiu sua identidade profissional ao longo de sua trajetória. Conforme Mendes e Búrigo (2021, p. 10):

> Este processo de formação e profissionalização docente tem relação direta com a construção de sua própria identidade docente, no desenvolvimento de um ambiente de ensino e uma aprendizagem que possa atender ao atual contexto social em que estamos inseridos. Esta concepção do ser professor exige a necessidade de compreender a dinâmica do cenário educacional e capacidade de relacionar os conceitos a serem ensinados com uma estratégia teórico-procedimental diante dos saberes a ensinar.

Para isso, instaura-se a necessidade de uma formação, que leve em consideração questões como a importância da organização do ensino, o contexto escolar e as orientações curriculares, tal qual discutiremos em outros isolados. Outrossim, ressaltamos a relevância do professor ter um olhar sensível às necessidades e às dificuldades de aprendizagem dos alunos.

A formação do ser humano acontece desde seu nascimento e se estende durante toda sua vida. Nós nos desenvolvemos através das relações sociais que estabelecemos com nossos pares, do conhecimento compartilhado e do exemplo visto e vivido, o qual é passado de geração para geração. Childe (1975, p. 40) explica que nossas capacidades humanas: “[...] não são herdados no sentido biológico, mas o conhecimento necessário para sua produção e uso é parte de nosso legado social, resultado de uma tradição acumulada por muitas gerações, e transmitida, não pelo sangue, mas através da fala e da escrita".

A formação inicial e continuada de professores se estabelece nos pares, em atividade. Estamos sempre aprendendo algo novo, modificando nossas ações e, consequentemente, almejando uma melhor qualidade. Afinal ser professor é desempenhar um papel fundamental no processo de ensino e aprendizagem. Ao se apropriar de diferentes tipos de conhecimentos, como indicam as pesquisas de P52 e P39, os professores estão adquirindo instrumentos resolver problemas diários, para organizar seu ensino, ao mesmo tempo em que estão sendo instigados a refletir sobre sua prática pedagógica.

Segundo Moura (2022, p. 1), "o professor se forma ao conceber e realizar o seu objeto principal: a atividade pedagógica". Esta faz parte do desenvolvimento das pessoas e da formação da sua personalidade, e insere-se na perspectiva da educação escolar. Logo, a atividade pedagógica, no nosso caso do Professor que Ensina Matemática, é uma prática social, humanizadora e principalmente coletiva, a qual envolve os processos de ensino e aprendizagem. De acordo com Leontiev (2021, p. 195, grifos do autor):

> O conceito de personalidade, assim como o conceito de indivíduo, expressa a totalidade da vida do sujeito; a personalidade não é composta de pedaços, não são "pólipos". A personalidade representa uma formação integral do tipo especial. Ela não é uma totalidade condicionada genotipicamente: não nascemos uma personalidade, tornamo-nos uma.

A formação da personalidade do professor se forma e se modifica, conforme ele esteja inserido em determinados contextos sociais. Daí a relação com a sua atividade de ensino, pois como já vínhamos destacando anteriormente, é por meio de sua atividade que o ser humano se desenvolve.

Diferente de qualquer outro tipo de trabalho, o do professor se instaura na humanização dos sujeitos, isto é, o produto do seu trabalho não é algo físico, como um objeto, ele se estabelece entre o significado social e o sentido pessoal. Assim, se materializa no desenvolvimento das máximas capacidades dos seres humanos, na apropriação dos conhecimentos teóricos. Então o trabalho do professor é a atividade de ensino e "o trabalho docente na perspectiva Histórico-Cultural constitui-se em atividade humana, quando busca satisfazer necessidades" (SCALABRIN, 2018, p. 68).

Com base em Leontiev (1988), podemos afirmar que os sujeitos se desenvolvem a partir de motivos, os quais são gerados por uma necessidade. Assim, o homem atua sobre o mundo e o modifica dirigido por suas necessidades. Mas nem toda necessidade satisfeita se constituirá como uma atividade humana. Isso só acontecerá, quando o motivo que incita o ser humano a agir coincide com seu objeto, o seu fim. Corroborando essa ideia, Lopes (2018, p. 110 - 111) evidencia que:

> Mas somente a existência de uma necessidade não é suficiente para a realização de uma atividade. É preciso que exista um motivo que leve o sujeito a atuar na direção de sua satisfação e a qualidade das ações depende do motivo que deve existir no sujeito da atividade. Pode-se dizer que o motivo é uma necessidade objetivada e o objeto é que move o sujeito em direção a ação.

E o que isso tem a ver com a formação do professor? A formação docente como atividade se dará quando estiver dirigida a satisfazer necessidades, as quais estejam movidas por uma intencionalidade e que permitam ao sujeito se desenvolver, ou seja, é o fazer consciente que é realizado por meio de vivências mediadas. Quando o conteúdo incita o docente e se constitui como o motivo de sua formação, temos o processo de formação de professores como atividade.

Ao formar-se e estar em formação, possibilitamos aos futuros professores e àqueles que já estão em pleno exercício da profissão "permanente aprofundamento do seu objeto, ao planejar, realizar e avaliar ações intencionais que objetivem a aprendizagem de conceitos considerados relevantes para a formação integral dos estudantes" (MOURA, 2022, p. 2). Com isso, estar em atividade implica que o professor se forma e qualifica seus modos de aprender a ensinar.

Ao discorrer sobre o professor como sujeito da atividade de formação, Lopes (2018, p.115) aponta que:

> [...] se o trabalho do professor é a atividade de ensino que está relacionada a satisfação da necessidade de ensinar, é de se esperar que os processos formativos estejam relacionados à sua necessidade de prover-se de conhecimentos para isso. É nessa perspectiva que podemos conceber um processo formativo como atividade de formação.

Para que isso ocorra, o professor precisa estar motivado por sentidos pessoais e querer se apropriar de conhecimentos que qualifiquem seu trabalho, para que essa formação se constitua como atividade de formação. É importante pontuar que a atividade pedagógica tem duas dimensões: a atividade do professor, o ensino; e a atividade do aluno, a aprendizagem. Portanto, "a atividade de ensino do professor deve gerar e promover a atividade do estudante" (MOURA, 2016, p. 103). É na compreensão deste movimento que nos aproximamos, embora com outros fundamentos teóricos, da ideia da pesquisa de P52 de que a apropriação de diferentes conhecimentos promove a reflexão sobre o ensino e a compreensão dos conteúdos a serem ensinados, e esta, conforme P39, supera a limitação à apresentação de conceitos e procedimentos perpetuados na reprodução de crenças enraizadas buscando fundamentos teóricos e didáticos que melhorem a qualidade do ensino, como afirma P54.

Aqui, fica evidente o quanto é difícil discorrer sobre formação de professores e ensino separadamente, uma vez que, um não existe sem a outro. Apesar disso, dedicamos um isolado somente para o ensino e mais especificamente, para o ensino de matemática, a ser apresentado posteriormente, onde algumas dessas questões que foram levantadas e discutidas aqui aparecerão novamente de forma mais ampla e direcionada.

Retomamos a ideia de que é na atividade de ensino que o professor, segundo Moura (2022), se apropria dos elementos que constituem o processo de significação da sua profissão. Ao colocar sua subjetividade nesse processo, isto é, seu sentido pessoal, estará formando sua personalidade, a qual implica em ações intencionais e que envolvem a tomada de decisões. Martins (2015) destaca que intencionalidade é um pressuposto da consciência, o núcleo da personalidade. Nesta mesma direção, é relevante entender que a personalidade do professor é essencial para o desenvolvimento do seu trabalho.

O professor, em sua atividade, é responsável pela humanização dos sujeitos, pela educação escolar, a qual visa atender às necessidades coletivas. Ao considerar o trabalho docente em sua totalidade, temos duas especificidades, que se dão de forma articulada, quais sejam, as condições subjetivas e as condições objetivas. A primeira delas "constitui-se numa atividade consciente" (BASSO, 1998, p. 2), que envolve aspectos do pensamento, emoções, sentimentos e está relacionada à formação desse professor. A segunda, pressupõe "as condições efetivas de trabalho, englobando desde a organização da prática – participação no planejamento escolar, preparação de aula etc. – até a remuneração do professor" (BASSO, 1998, p. 2).

As condições subjetivas envolvem a individualidade dos sujeitos, e, portanto, também são determinantes para sua formação. Como o professor, muitas vezes, tem autonomia para desenvolver seu trabalho, ele pode optar por frequentar cursos de capacitação ou não. Então, não basta ofertar aos futuros professores e nem àqueles que já estão em sala de aula uma formação bem definida e estruturada, a qual pode contribuir com os processos de ensino e aprendizagem. Ele precisa, também, mobilizar-se em direção à atividade.

Assim como as condições subjetivas implicam na qualidade do trabalho do professor e "são próprias do trabalho humano" (BASSO, 1998, p. 2), as condições objetivas também o são. Elas estão relacionadas ao contexto em que esteja inserido e, desse modo, a organização do ensino se torna crucial para esse processo, e se efetiva em um conjunto de ações as quais necessitam de um momento de estudo, planejamento, desenvolvimento do material que será utilizado em sala de aula. Moura (2001, p. 143) bem reitera a importância da organização do ensino:

> Compreender o ensino como o objeto principal do profissional professor pode ser um importante meio para a organização de princípios norteadores de suas ações, para que ele, cada vez mais, organize o ensino como um fazer que se aprimore ao fazer, tal como foram se formando os profissionais que tiveram de organizar certa área de conhecimento para melhor dominar o seu objeto

Mas, como citamos, sobre a organização do ensino incidem as condições objetivas do trabalho do professor, no que se refere à organização da sua prática pedagógica, a qual está permeada pelos diferentes conhecimentos de que ele se apropriou ao longo da sua vida.

> Portanto, a partir das condições objetivas de que dispõe o professor que ensina matemática e da sua necessidade de organizar o ensino, ele poderá adquirir novos conhecimentos e apropriar-se de conceitos que irá trabalhar em sala de aula, para muito além de procedimentos apenas técnicos. (POZEBON, 2017, p. 85)

Esta autora discorre especificamente sobre o Professor que Ensina Matemática, no entanto, sabemos que não é somente este que tem as condições objetivas do seu trabalho influenciando na organização do seu ensino. Ao se apropriar de conhecimentos essenciais para sua prática pedagógica, o professor estará qualificando sua atividade de ensino e promovendo a transformação dos indivíduos e o desenvolvimento de suas Funções Psicológicas Superiores, o que denota uma unidade dialética entre atividade de ensino e atividade de aprendizagem.

Para mais, podemos citar também a remuneração do professor, que direta ou indiretamente implica, sim, no seu trabalho e principalmente nas suas condições de vida. Kronbauer (2016, p. 55) discute sobre as condições subjetivas e objetivas do trabalho do professor de forma integrada, afinal estas estão articuladas.

> Estamos vivendo um contexto histórico, em que o ensino público, passa por muitas dificuldades. O fato é que na da sala de aula, no momento, em que professores e alunos estabelecem relações com os conceitos, ensinam e aprendem uns com os outros expondo suas experiências individuais e com o mundo, gerando conhecimento em torno de todas as áreas, este encontro é permeado por problemas. Por exemplo, a tarefa do professor muitas vezes se limita a resolver conflitos, é desvalorizado em seu trabalho, condições precárias de infraestrutura, com um número excessivo de turmas, com alunos vindo para a escola por obrigação, sem tempo para planejamento, precisando trabalhar com a carga horária máxima para ter um salário digno de sobrevivência, sem apoio político, econômico, social, cultural, ético... fatores externos, mas que implicam diretamente na sala de aula.

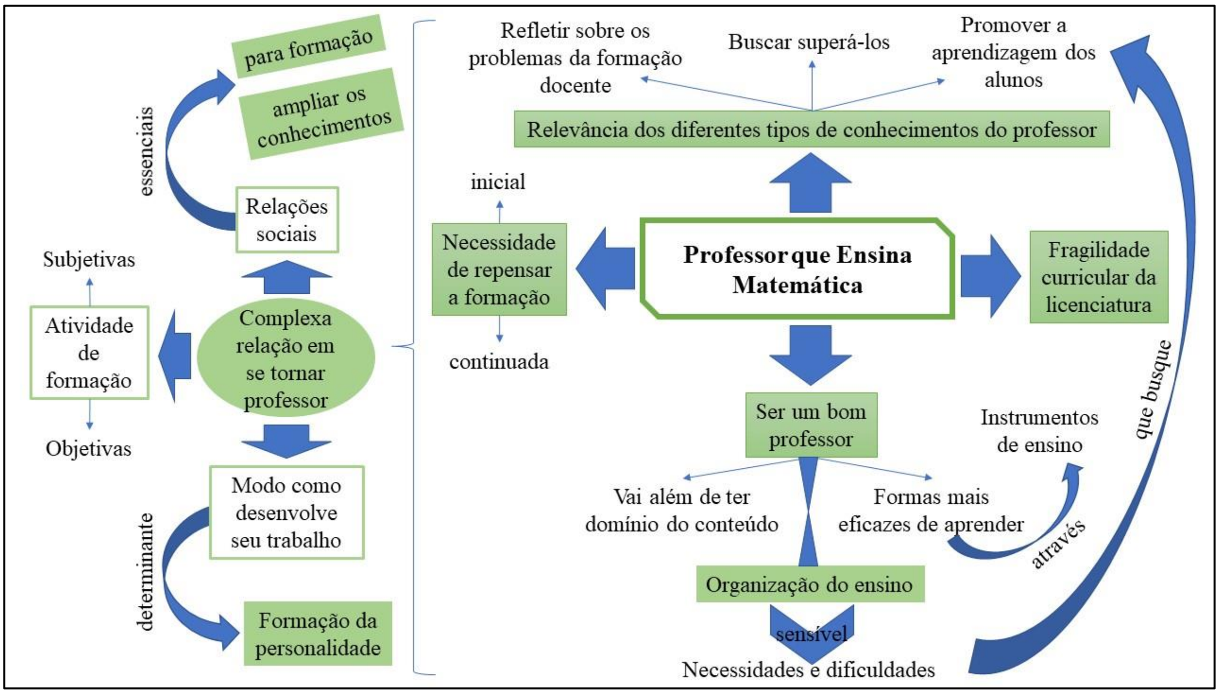
Tornar-se e formar-se professor é complexo e não se resume apenas a dar aula. Exige o atendimento de demandas escolares e sociais, que supõem ensino, aprendizagem e cultura, além de fatores políticos e econômicos. Oliveira (2004, p. 1132) contribuiu com essa discussão, ao afirmar que:

> O trabalho docente não é definido mais apenas como atividade em sala de aula, ele agora compreende a gestão da escola no que se refere à dedicação dos professores ao planejamento, à elaboração de projetos, à discussão coletiva do currículo e da avaliação. O trabalho docente amplia o seu âmbito e compreensão e, consequentemente, as análises a seu respeito tendem a se complexificar.

Tudo isso gera mudanças na educação que incidem sobre o professor. Por isso, defendemos melhores condições de trabalho para os professores, uma formação bem estruturada, pois "[...] estar em formação, como professores, implica colocarmo-nos no movimento contínuo de compreensão de nossas ações" (MOURA, 2003, p. 129), assim como uma remuneração condizente com seu objeto que é humanizar os sujeitos, formar cidadãos críticos e os prepará-los para exercer as mais diversas profissões.

A Figura 4 sintetiza as ideias discutidas neste isolado, referentes ao Professor que Ensina Matemática.

Figura 4 – Sistematização do isolado Professor que Ensina Matemática



Fonte: Elaborado pela autora

Do que foi apontado pelas pesquisas e nas nossas discussões, concluímos sobre a complexidade do que é ser Professor que Ensina Matemática, além disso destacamos que as quatro pesquisas identificadas se referiam ou estavam relacionadas aos processos de ensino e aprendizagem de números negativos. Contudo, ao fazerem menção aos saberes e aos conhecimentos do professor e a sua formação não se referiam a esta especificidade, mas sim, a aspectos gerais de sua formação. Isto nos leva a conclusão de que a discussão sobre o Professor que Ensina Matemática e, principalmente, sobre sua formação ultrapassa a especificidade do conteúdo a ser ensinado, o que nos permite reiterar a ideia de que há aspectos importantes, como os citados neste isolado, a serem considerados na formação do Professor que Ensina Matemática, independente do conteúdo ou do nível de ensino.

E esta relevância é reiterada pelo fato de que nos pautamos somente em quatro pesquisas, pelos critérios já explicados, mas outras 17 pesquisas do nosso *corpus* de análise fazem menção ao professor e à sua relação com o ensino e aprendizagem, embora pautados apenas em suas observações empíricas e não apoiados em estudo mais aprofundados.

Nosso próximo isolado, discutiremos sobre os modos e instrumentos de ensino revelados nas pesquisas para a aprendizagem de números negativos.

4.2 SOBRE O ENSINO DE NÚMEROS NEGATIVOS: O QUE AS PESQUISAS APONTAM

Para esse isolado, temos como ação investigativa identificar o que pesquisas brasileiras apontam sobre o ensino dos números negativos. De modo geral, todas as pesquisas do nosso *corpus* se remetem de alguma forma à aprendizagem de números negativos, inteiros ou relativos, porém, neste isolado, selecionamos aquelas que discorrem explicitamente ou trazem indicativos sobre o ensino, com possíveis implicações para a aprendizagem. A partir do critério de exclusão de não discutir teoricamente em um dos capítulos ou itens sobre o ensino, chegamos a 40 pesquisas para esse isolado, as quais estão divididas em dois inesperados, de acordo com o Quadro 4. Entretanto, várias pesquisas que não foram selecionadas nesse momento também trazem contribuições para o que aqui será discutido, seja através de um jogo, materiais manipuláveis, objeto de aprendizagem ou sequência didática, mas não foram selecionadas pelo fato de que o foco da pesquisa estava no objeto e não no ensino por meio dele.

Quadro 4 – Isolado ensino de números negativos

ISOLADO			
Ensino de números negativos			
INESPERADOS			
4.2.1 Ensino e aprendizagem de matemática		4.2.2 Ensino e aprendizagem de números negativos, inteiros ou relativos	
PESQUISAS		PESQUISAS	
P1	Onetta (2002)	P2	Passoni (2002)
P3	Costa (2003)	P6	Avello (2006)
P4	Kimura (2005)	P7	Soares (2007)
P8	Gonçalves (2007)	P17	Pontes (2010)
P10	Soares (2008)	P15	Rocha Neto (2010)
P 11	Bacury (2009)	P23	Alves (2012)
P18	Neves (2010)	P26	Hillesheim (2013)
P16	Machado (2010)	P30	Deixa (2014)
P13	Abreu (2010)	P35	Danczuk (2016)
P19	Bordin (2011)	P37	Chiarotti (2016)
P20	Salgado (2011)	P39	Sousa (2016)
P24	Silva (2012)	P36	Ropelato (2016)
P22	Liell (2012)	P41	Santos (2016)
P32	Strutz (2015)	P44	Correia (2017)
P31	Costa (2015)	P48	Falquetto (2018)
P43	Silva (2017)	P51	Gajko (2018)
P45	Reis (2017)	P54	Diniz (2019)
P49	Fantini (2018)	P59	Felipe (2021)
P56	Souza (2019)		
P53	Ferreira (2019)		
P55	Beck (2019)		
P58	Garcez (2021)		

Fonte: Elaborado pela autora

O primeiro inesperado traz discussões gerais acerca do ensino e consequências para a aprendizagem de matemática, enquanto o segundo remete de modo mais específico ao ensino e à aprendizagem de números inteiros, negativos ou relativos.

4.2.1 Ensino e aprendizagem de matemática

Este primeiro inesperado contempla as pesquisas de P1; P3; P4; P8; P10; P11; P18; P16; P13; P19; P20; P24; P22; P32; P31; P43; P45; P49; P56; P53; P55 e P58. Elas tratam sobre o ensino e as possíveis repercussões na aprendizagem de matemática, com discussões sobre modos de ensinar ou materiais e instrumentos como jogos, materiais manipuláveis, ou também denominados de concretos e tecnologias.

A P1 se pauta no desenvolvimento de um protótipo de um *software* para o ensino dos números inteiros, destinado a professores e alunos do ensino fundamental. Apresenta um capítulo que se destina a jogos, em cujo início é apontada a intenção de demonstrar a importância deles para o ensino de matemática, apoiado principalmente em Morchida (1997) e Moura (1997)[23].

Destaca o receio dos professores em utilizar jogos em sala de aula, diante dos conteúdos que precisam ser desenvolvidos. Além disso, comenta sobre as dificuldades dos alunos em matemática quanto à memorização de regras e que as escolas, principalmente as públicas, carecem de material didático. Por fim, ressalta que é contra o uso de fórmulas prontas e regras decoradas sem compreensão, defendendo que a utilização de jogos deve propiciar ao educando a formalização dos conceitos e uma nova visão da matemática, pois eles são motivadores e facilitam o entendimento.

A P3 verifica a eficiência de um jogo para o ensino e aprendizagem de números inteiros. No seu terceiro capítulo, discorre sobre os jogos e, inicialmente, traz os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN), para justificar a importância dos jogos em sala de aula, uma vez que eles podem se constituir em uma forma interessante e atrativa de proposição e apresentação de problemas, além de favorecer a criatividade dos alunos na resolução de problemas e ser um agente sociocultural. Depois disso, faz uma revisão de literatura sobre jogo a partir de vários autores, principalmente com base em Brenelli (1993, 1996) e Grando (2000), apontando a possibilidade de substituição de atividades escolares, principalmente aquelas mais tediosas, como as operações com números inteiros, por jogos apropriados. Para finalizar, enfatiza que todos os autores citados defendem o uso de jogos, principalmente em grupo, como forma de desenvolver a capacidade da criança pensar.

[23] Quando P1 cita esses autores, na verdade está se referindo à obra *Jogo, brinquedo, brincadeira e a educação*, organizada por Tizuko Morchida Kishimoto em 1997, na qual tem um capítulo escrito por Manuel Oriosvaldo de Moura.

A P4 apresenta o jogo como ferramenta no trabalho com números inteiros sob a perspectiva da epistemologia genética de Jean Piaget. Em seu quinto capítulo, discorre sobre o jogo na visão piagetiana como uma alternativa para o ensino de números negativos. Inicia apontando que, para a escola, o jogo não tem tanta relevância e é considerado apenas um descanso ou para gastar energia. Defende que o jogo deve mobilizar o processo do conhecimento e o desenvolvimento e que sua aplicação como simples brincadeira favorece sua desvalorização. Afirma que pode ser utilizado com outras finalidades como, "compreender e descrever regras, leis, teoremas e propriedades que regem o conhecimento matemático" (P4, p. 1222), pois, ao brincar, a criança constrói seu próprio conhecimento. Depois disso classifica o jogo, segundo Piaget, em jogo de exercício, jogo simbólico e jogo de regra.

A P8 investiga como alunos da 6.ª série[24] do Ensino Fundamental II resolvem situações-problema envolvendo números inteiros, utilizando o programa computacional chamado Aplusix. Em seu terceiro capítulo, aborda a tecnologia e o ensino. Inicia com a ideia de que os uso de computadores, como recurso didático, pode "incentivar e propiciar aulas que despertem a curiosidade e o interesse dos alunos nos estudos" (P8, p. 39) e reforça sua importância, trazendo uma citação dos PCN, justificando que, para isto, o professor precisa planejar suas aulas, de modo que tenha um objetivo preestabelecido, pois atividades em um ambiente computacional favorecem o ensino e a construção do conhecimento. A autora da P8, ainda, evidencia a importância da formação continuada, visando aprimorar as competências para ensinar, o trabalho com alunos a partir dos erros e obstáculos, o trabalho com as dificuldades e a avaliação do aluno, a fim de verificar o trabalho do professor quanto ao objetivo estabelecido inicialmente.

A P10 analisa a potencialidade de reintroduzir os números inteiros negativos a partir da resolução de problemas, utilizando jogos como recurso didático. No seu segundo capítulo, disserta sobre os jogos e o lúdico na aprendizagem escolar com base nos estudos de Macedo (2005). Começa escrevendo que há uma articulação entre comunicação e avaliação, pois, ao jogar, a criança expressa seu modo de pensar, o que dá ao educador subsídios para avaliar a aprendizagem do aluno. O jogo é um brincar que tem regras e objetivos definidos, e pode ser utilizado a favor da aprendizagem escolar, pois, ao mesmo tempo em que a criança desenvolve a concentração e a atenção, aprende enquanto joga, e dificilmente se distrai, porque sua participação é essencial para que o jogar coletivo aconteça, isto é, ela está engajada.

---

[24] A partir da implementação do Ensino Fundamental de 9 anos, este passou a se organizar em anos e não séries. Tendo em vista o período de produção das pesquisas, muitas estarão se referindo à série para a organização do Ensino Fundamental, termo que será mantido quando usado originalmente pelo autor.

Para mais, destaca que o jogo contribui para além da aprendizagem escolar, a qual contempla o desempenho do aluno e o exercício da cidadania. Também ressalta a importância do papel do professor, que deve planejar e ter objetivos claros que justifiquem seu uso em sala de aula, sendo primeiramente uma exploração lúdica e depois um recurso didático. Além disso, enfatiza o registro como fundamental, o qual pode ser oral, pictórico ou escrito, o que favorece a comunicação entre os alunos em sala de aula.

A P11 volta-se ao uso de jogos no conjunto dos números inteiros. Em seu primeiro capítulo, traz um subitem voltado à construção e ao ensino da matemática no Brasil e à matemática no Ensino Fundamental, utilizando D'Ambrosio (1999) e Silva (2003), que vai desde a instauração do ensino no Brasil com os jesuítas, o desenvolvimento da matemática e seu grande crescimento pelos programas de pós-graduação. Em seu segundo capítulo, comenta sobre a importância do jogo no ensino de matemática e utiliza Huizinga (2007), Kishimoto (2007), Almeida (2003), Santos (2008) e Piaget (2008). Este capítulo é dividido em vários subitens, que contemplam desde os conceitos de jogo, brinquedo e brincadeira, sua gênese e contexto histórico, a inserção deles no Brasil e mais especificamente a matemática e o jogo.

A P18 é sobre o uso de jogos em sala de aula para dar significado ao conceito de números inteiros. Ao discorrer sobre as dificuldades no processo de ensino e aprendizagem dos números relativos, não recorre a nenhum autor e inicia evidenciando "que há certa dificuldade por parte das crianças em compreender os números negativos" (P18, p. 80), porém apesar desta, elas conseguem compreender que existem quantidades menores que zero, por exemplo, em um contexto de jogos, como observou em sua pesquisa. Ao tratar sobre a compreensão dos números inteiros pontua que o trabalho com jogos influencia positivamente na relação aluno-professor, tornando-os mais próximos, ao mesmo tempo em que contribui e enriquece o desenvolvimento intelectual e social do aluno. Durante o jogo, o professor inclusive pode avaliar o aprendizado do aluno, o qual ocorre brincando.

A P16 está voltada a uma estratégica pedagógica com o uso de tecnologias diversas na aprendizagem das regras de sinais. Para isso, em um subcapítulo de sua justificativa escreve sobre as Tecnologias da Informação e Comunicação (TIC) e seu uso no ensino-aprendizagem de matemática com base, principalmente, em Kenski (2007) e Ponte (1989, 2003). Ressalta que a escola não pode se restringir apenas a preparar as pessoas para exercer funções sociais, uma vez que isso é consequência da aprendizagem e que é preciso intensificar as oportunidades de aprendizagem e autonomia em relação aos conhecimentos, e as TIC podem proporcionar isso em ambientes educacionais. O computador e a calculadora, dentre outras tecnologias, podem ser articulados com o uso do livro didático no ensino de matemática, o que pode favorecer a formação da cidadania do indivíduo. Depois, salienta que o uso de tecnologias também é sugerido nos PCN, assim como da calculadora, constatando que trazem importantes contribuições em ambientes educacionais.

A P13 busca as contribuições da resolução de problemas para ensinar a aprender as quatro operações com números inteiros no 7.º ano do Ensino Fundamental. No seu referencial teórico, apoiando-se em diversos autores, discorre sobre o ensino e a aprendizagem matemática, ressaltando que em sala de aula, na maioria das vezes, isso ocorre de forma mecânica. Apesar disso, "acredita-se que esta disciplina possa ter significado para o aluno, desde que esteja alicerçada em atividades pedagógicas, visando à investigação e também a descoberta" (P13, p. 21). Como é grande o número de alunos que apresentam dificuldades em matemática, explica que é preciso que o aluno a vivencie como um conteúdo que desenvolverá seu raciocínio, contribuindo com sua formação como cidadão. Ademais, o professor precisa guiar seus alunos e conduzir as discussões, de modo que, o processo de aprendizagem tenha mais importância que o resultado. Discute, também especificamente sobre a resolução de problemas no processo de ensino.

A P19 analisa o uso de jogos pedagógicos e materiais manipuláveis para a compreensão das operações com números inteiros, utilizando predominantemente Lorenzato (2006). Explica que o material manipulável não pode ser visto apenas como um brinquedo, que é utilizado em determinados momentos no processo de ensino-aprendizagem e depois é simplesmente retirado pelo professor. Defende que o aluno, após manuseá-lo várias vezes, e estabelecer as conexões necessárias com o conteúdo matemático, se sentirá seguro e, consequentemente, conseguirá trabalhar sem seu auxílio. Por fim, destaca que a utilização de materiais manipuláveis no ensino de matemática, mais precisamente com as operações com números inteiros, irá formar imagens necessárias para a abstração e a compreensão dessas operações.

A P20 investiga o ensino de número inteiros por meio de atividade com calculadora e jogos com alunos do 7.º ano do Ensino Fundamental. Em seu primeiro capítulo, faz suas análises preliminares divididas em cinco subitens, dos quais quatro são voltados ao ensino. O primeiro deles traz um estudo sobre o processo de ensino e aprendizagem dos números inteiros através de uma revisão de literatura a partir de outras pesquisas. O segundo foca em reflexões sobre o uso da calculadora e de jogos para o ensino de matemática, o qual inicia discorrendo sobre o desinteresse dos alunos pelo que é ensinado nas escolas, e que despertá-los para a aprendizagem dos conteúdos é um desafio para os professores. Por isso, buscam-se alternativas educacionais, que contribuam para o processo de ensino e aprendizagem "levando-se em consideração a figura do professor e do aluno enquanto sujeitos sócio-culturais, construtores de um processo educacional que tem a escola como extensão da sociedade" (P20, p. 62). Pensando nisso, propõe alternativas metodológicas para desenvolver no aluno seu processo investigativo, crítico e criativo, de forma que se torne ativo no processo de aprendizagem e construa seu próprio conhecimento. Explica que essas alternativas são conhecidas como tendências em Educação Matemática, as quais oferecem a essa disciplina uma nova perspectiva de ensino. Dentre elas, chama a atenção para as tecnologias, especialmente a calculadora e a utilização de jogos.

A P24 analisa as elaborações explicitadas por estudantes do 7.º ano do Ensino Fundamental sobre números inteiros e suas operações. Ao repensar o ensino de números inteiros e suas operações, com base principalmente em Moura (2001), salienta que os professores recebem muitas críticas e são considerados os responsáveis pelo fracasso nas avaliações externas. A partir disso, ressalta que esses profissionais têm lutado sozinhos, mesmo acontecendo reuniões nas escolas para melhorar o desempenho dos alunos nas avaliações. Frisa que, quando os professores têm como objetivo a aprendizagem dos alunos, sua intencionalidade vai determinar se estão em atividade ou simplesmente reproduzindo situações de aprendizagem. Termina defendendo a participação dos professores na implementação de propostas curriculares.

A P22 se propõe a verificar se a aplicação de atividades matemáticas envolvendo um jogo contribuiu para aprendizagem dos números inteiros. Em seu referencial teórico, apresenta dois subitens, um deles trata da aprendizagem através de jogos e o outro os jogos como alternativa metodológica para o ensino e aprendizagem da matemática. No primeiro deles, utiliza principalmente Müller (2000) e Lara (2003) para discorrer sobre o jogo como facilitador do processo de ensino e aprendizagem, ou seja, como um recurso didático ou estratégia de ensino. Ao utilizá-los, os professores intencionam tornar as aulas mais atrativas e uma aprendizagem que seja fruto de interação, pois aprender é socializar. Para mais, refere-se a Vygotsky, quando escreve que o desenvolvimento cognitivo está relacionado com o contexto social e cultural, então com as interações através do jogo, as crianças podem aprender com colegas e adultos de diferentes níveis. Com isso, a criança consegue fazer abstrações e estabelecer relações do brincar com situações reais, de forma a possibilitar o acesso ao significado das ações que são realizadas através do lúdico. No segundo subitem, cita Barbosa e Carvalho (2010), dentre outras pesquisas, as quais destacam que nem sempre é fácil mostrar a aplicabilidade da matemática no cotidiano, a fim de conseguir despertar o interesse dos alunos. Com isso, aponta a inadequação do método de ensino utilizado, que muitas vezes promove dificuldades na escola, além da falta de significação aos conteúdos matemáticos, defendendo.

assim, alternativas de ensino adequadas as necessidades do momento e apontando os jogos como alternativa metodológica.

A P32 refere-se à aprendizagem baseada em problemas para o estudo de números inteiros com foco na inclusão. Ao discorrer sobre a aprendizagem nesta perspectiva no seu terceiro capítulo utiliza principalmente Vasconcelos e Almeida (2012) e destaca que ela pode ser utilizada tanto para crianças sem deficiência como para promover a inclusão e favorecer o processo de ensino e aprendizagem de crianças com deficiência. Ainda, esta "busca criar um problema e fomentar situações em que o aluno desenvolva habilidades psicomotoras, interagindo com as demais disciplinas, proporcionando uma oportunidade de interdisciplinaridade" (P32, p. 33). Neste contexto, os educandos vivenciam o protagonismo do seu aprendizado, e a interação social é indispensável para o processo de aprendizagem.

A P31 consistiu em avaliar se o uso de materiais alternativos para o ensino das operações dos números inteiros é potencialmente significativo como recurso na aprendizagem das operações. No seu referencial teórico, recorrendo dentre outros autores a Soares (2005) e Martins (2014), aponta três subitens, sendo que, no primeiro deles, trata sobre as tecnologias nos processos de ensino e aprendizagem. Neste defende o uso de tecnologias em sala de aula para promover uma aula diferenciada e contribuir para a aprendizagem, de modo a minimizar problemas envolvendo as operações com números inteiros. No segundo subitem, discorre sobre materiais concretos como prática alternativa para o ensino da matemática, com base em autores variados. Inicia, pontuando que, no dia a dia da sala de aula, tanto os professores como os alunos não têm o hábito de contextualizar a matemática, mesmo que os livros didáticos deem essa opção, o que leva os alunos a apresentarem um desempenho insatisfatório. Nesse caso, cita o ensino de matemática, mais especificamente as operações com números inteiros, realizadas como uma atividade mecânica. Com isso, defende o uso de materiais concretos no ensino de matemática, pois possibilitam estabelecer "relações entre as situações vivenciadas na manipulação de tais materiais e a abstração dos conceitos estudados" (P31, p. 47), afirmação esta pautada nos PCN, que destacam a utilização de materiais concretos pelo professor como um recurso que pode tornar significativo o processo de ensino e aprendizagem. A partir disso, no terceiro subitem, apresenta a utilização de jogos como alternativa para aprendizagem das operações com os números inteiros, tomando dentre suas referências Kishimoto (2002) e os PCN. Quanto a este último, evidencia que é favorável à utilização de jogos nas aulas de matemática, pois contribuem na criatividade dos alunos na resolução de problemas. Ainda afirma que "inserir os jogos nas aulas de matemática é proporcionar um ambiente educativo prazeroso e pode desencadear uma aprendizagem significativa, contribuindo para o desenvolvimento do educando” (P31, p. 50). Além disso, os jogos favorecem a socialização entre os colegas.

A P43 analisa o processo de ensino-aprendizagem e a eficiência de um jogo matemático em relação ao conteúdo dos números relativos. Esta tem alguns subitens voltados ao ensino em dois capítulos diferentes, o primeiro deles trata dos materiais didáticos para o ensino dos números inteiros e indica o livro didático, como importante para o professor conduzir o processo de ensino e aprendizagem, mas que não deve ser seu único meio, pois ele é incompleto, e não fornece as condições necessárias para que a aprendizagem se efetive. Cabe ao professor, achar recursos. Depois, no próximo capítulo, os subitens voltam-se ao jogo como recurso pedagógico para o ensino, utilizando, dentre outros autores, Kishimoto (1994). Defende que o jogo é uma das ferramentas do processo de ensino e aprendizagem de matemática, embora não seja a única, e que proporciona uma aprendizagem interativa e divertida, o que permite sair da rotina das aulas.

A P45 busca ferramentas e estratégias para motivar o desenvolvimento das operações com números inteiros e a comparação entre números racionais. No seu quarto capítulo trata sobre as relações existentes entre o uso de jogos e os processos educativos, no qual traz contribuições de diferentes autores e classifica os jogos. Já no seu quinto capítulo aborda o jogo no contexto educacional, citando a pesquisa de Grando (2000). Inicia, pontuando que é importante examiná-lo sob o ponto de vista dos alunos e dos professores. Ressalta que os seres humanos sempre buscam prazer em suas atividades, e o jogo é uma atividade lúdica que é atrativa para os alunos e os motiva a participar das atividades. Já para os professores, isso acarreta em alunos mais entusiasmados e, consequentemente, a condução das suas aulas será mais dinâmica e interessante. Isto pode levar o professor a atingir um de seus objetivos educacionais, a aprendizagem dos alunos. Assim, o jogo no contexto educacional embora seja uma atividade lúdica, não apenas proporciona prazer e socialização, ele tem o objetivo de desenvolver e construir conceitos relacionados à matemática. Para isso, o suporte intencional do educador é essencial. Ainda compara as vantagens e as desvantagens do jogo, o que discute mais profundamente.

A P49 apresenta alguns materiais didáticos manipuláveis que podem ser utilizados nas aulas sobre números inteiros, a partir dos 7.º anos do Ensino Fundamental. Em seus fundamentos teóricos, destina um subitem à utilização de materiais manipuláveis como ferramenta facilitadora para a aprendizagem, citando Araújo (2000), Souza e Oliveira (2010) e os PCN (1998). Neste, inicia escrevendo que os conteúdos relacionados à matemática são os que mais geram dificuldades nos alunos e, consequentemente, obstáculos, fato este que pode estar associado ao grau de abstração com que esses conteúdos são abordados em sala de aula. Como exemplo disso, cita os números inteiros negativos, os quais exigem um nível de abstração maior. Para facilitar a compreensão dos alunos, defende a busca por algo que desperte o prazer de aprender, mostrando como alternativa atividades lúdicas, por exemplo, materiais didáticos manipuláveis, os quais podem englobar atividades experimentais, jogos, materiais concretos, etc. Destaca que estes podem beneficiar a aprendizagem, auxiliar na socialização de ideias e tornar o aluno ativo no processo de ensino e aprendizagem, desde que usados adequadamente pelo professor para que esse processo se concretize. Por fim, o uso desses materiais em sala de aula, trabalha tanto conceitos matemáticos, como conceitos sociais, respeito, colaboração com o próximo, os quais são importantes para a formação do cidadão.

A P56 propõe uma sequência didática para o ensino de operações com números inteiros para alunos da EJA. No breve histórico acerca da EJA, baseando-se em Freitas (2011) e Fonseca (2012), discorre sobre o ensino de matemática nessa modalidade, destacando a necessidade de um currículo que reflita sobre a realidade do estudante. Também, elucida outras questões, como o tempo e a quantidade de aulas reduzidas, que implicam em condensações do currículo e a supressão de determinados conteúdos, com a justificativa da dificuldade de aprender matemática, além da evasão desses alunos. A relação dos alunos da EJA com o conhecimento matemático deve estar conectada com os saberes que os alunos já possuem, o que oportuniza "procedimentos de produção e interpretação de significados através do fazer pedagógico, da prática, e da utilização de materiais concretos e novas tecnologias" (P56, p. 25). Aqui instaura a necessidade de o educador ser mediador desse processo. Quanto às principais dificuldades encontradas na aprendizagem de números inteiros traz a pesquisa de Bordin (2011) e os PCN (2001). Aponta a influência da desmotivação dos alunos, o que pode ser mudado com o desenvolvimento de novos métodos, como a utilização de jogos, materiais manipuláveis e de atividades não convencionais, baseadas no cotidiano dos alunos. Isso diminuiria a aversão pela disciplina. Ainda, ressalta o descrédito por essa disciplina, que é concebida como de difícil ministração, aplicação e compreensão, além da diminuição dos investimentos na educação, da queda no nível de exigência no ENEM e Prova Brasil e da falta de fomento à formação específica e continuada. Concluiu que a aprendizagem matemática se torna eficaz quando se relaciona com a apreensão de significados concretos, na relação com os outros, pelos acontecimentos do dia a dia.

A P53 propõe a sequência Fedathi como metodologia na organização de sessões didáticas para o ensino dos números inteiros. Em seu segundo capítulo, trata sobre a Educação Matemática realística e traz um subitem voltado à trajetória de ensino e aprendizagem com base em Van Den Heuvel-Panhuizen (2010). Esta descreve o processo que os alunos passam para aprender, e a intenção de uma trajetória é nortear as ações do professor, de modo a servir de guia para as práticas de ensino, mas não de forma rígida, afinal o processo de ensino e aprendizagem nunca acontece da mesma maneira.

A P55 faz uma reflexão sobre o ensino das propriedades e operações (adição e subtração) no conjunto dos números inteiros. Ao explicitar as contribuições da semiótica pra o ensino de matemática, cita Duval (2005, 2009) que diferencia a matemática escolar das outras disciplinas, "pois ela é de cunho abstrato e requer o permanente uso de representações, já que os objetos matemáticos só existem no campo do abstrato" (P55, p. 35).

A P58 propõe jogos que utilizem materiais concretos e que potencializem o processo de ensino-aprendizagem em números inteiros voltados para crianças e adolescentes do Ensino Fundamental. Ao discorrer sobre aprendizagem e desenvolvimento humano em seu quinto capítulo, escreve que "a pedagogia possui pilares que legitimam e embasam o conhecimento da educação que matemáticos educadores desenvolvem na construção da práxis cotidiana" (P58, p. 19). As bases psicológicas amparam os processos humanos no ambiente escolar e nestas estão as teorias da psicologia do desenvolvimento. Para discuti-las, discorre individualmente sobre Jean Piaget, Lev Semionovitch Vygotsky, Henri Paul Hyacinthe Wallon e Howard Earl Gardner.

4.2.2 Ensino e aprendizagem de números negativos, inteiros ou relativos

Este inesperado apresenta as pesquisas de P2; P6; P7; P17; P15; P23; P26; P30; P35; P37; P39; P36; P41; P44; P48; P51; P54 e P59. Estas, ao tratarem sobre o ensino e sua relação com a aprendizagem o fazem especificamente, relacionando aos números inteiros, negativos ou relativos, explicando como trabalhar com estes e, muitas vezes, ressaltando que as dificuldades históricas de aceitação e legitimação desses números igualmente repercutem na escola. Além de discorrer sobre o uso de materiais, assim como as que compõem o isolado anterior.

A P2 consiste no estudo da possibilidade e da conveniência de ensinar estudantes de nove anos a trabalharem com números inteiros e com noções de pré-álgebra. Em seu primeiro capítulo, traz em um de seus itens como ensinar os números negativos, citando a sua história e algumas contribuições de autores da história da matemática. Depois questiona como apresentá-los para o jovem aprendiz e indica como possibilidade a história, a busca de erros, as hesitações e os obstáculos para se chegar ao conceito de números negativos e, consequentemente, tentar aprender com isso. Apresenta a ideia que é difundida na Educação Matemática, de que as crianças podem ter as mesmas dificuldades que o homem teve ao longo da história. Outra possibilidade seria utilizar recursos que revelem “gradualmente a estrutura algébrica de Z e que possibilite a manipulação de formas descritivas e sentenciais nesse universo” (P2, p. 17). Finaliza o item, defendendo o ensino antecipado dos números negativos e de algumas preocupações algébricas ou pré-algébricas.

A P6 investiga se o uso de jogos facilita a aprendizagem das operações com números inteiros. Em sua fundamentação teórica, aborda o ensino a partir de dois itens. O primeiro deles trata sobre o ensino de matemática, utilizando ideias de Markarian (1998) e dos PCN (1998). Salienta que os alunos chegam cheios de curiosidade na escola, porém esta, muitas vezes, vem acompanhada de medos como o de reprovação e cobranças da família. Além disso, a matemática procura desenvolver o raciocínio, mas o memorizar e decorar conceitos pode gerar bloqueios. Assim, ela é tida como uma grande vilã, e a qualidade do ensino, no Brasil, ainda não é a que desejamos. Discute não só a dificuldade dos educadores em se manterem atualizados com o conhecimento, diante do acesso dos alunos às mídias e às hipermídias, como também o ensino tradicional e o uso das tecnologias, ressaltando a importância da formação inicial e continuada dos professores de matemática. Para terminar, comenta sobre as operações com números inteiros que são trabalhadas nos livros de forma tradicional, os quais são utilizados pelos professores. Com isso, indica o rompimento desse método tradicional a partir dos PCN com a resolução de problemas como ponto de partida, além de destacar a importância de associar a matemática com situações diárias.

Já o segundo item volta-se aos jogos no ensino de matemática, citando, essencialmente, Fortuna (2003); Vygotsky (1998) e Piaget (1975). Neste aponta a responsabilidade dos educadores na busca de estratégias que motivem os alunos, estimulem sua autoconfiança, organização, concentração, atenção, raciocínio e senso comparativo, de modo a desenvolver a socialização dos alunos. Defende que, ao optar pelo jogo, o educador ganha um importante aliado no processo de ensino-aprendizagem, o qual, se for bem conduzido, substitui lista de exercícios e aulas expositivas. Por fim, enfatiza que os jogos estão em correspondência direta com o pensamento matemático, pois em ambos há “regras, instruções, operações, definições, utilização de normas e novos conhecimentos” (P6, p. 29). Esta seria uma maneira de os estudantes gostarem de aprender matemática, pois os jogos auxiliam o professor a ensinar.

A P7 busca levantar e analisar concepções predominantes entre professores de matemática sobre conhecimentos prévios e o seu uso em sala de aula sobre o conjunto dos números inteiros. Em seus elementos teóricos, discorre sobre as fontes para compreender os processos de ensino-aprendizagem de matemática – a etnomatemática – utilizando D’Ambrosio

(1998). Ao considerar o conhecimento como uma rede de significados, ressalta que, quando se pensa em rede, é preciso ter uma ação orientada, isto é, quais objetivos se pretendem alcançar, para o trabalho docente ter sentido. Para isso, não existe um único caminho, e planejar não é aceitar uma cartilha e segui-la cegamente, mas envolve a reflexão do professor e, para que ocorra aprendizagem, é importante levar em consideração o meio cultural e social dos alunos. Em outro item, descreve as abordagens didáticas no ensino de números inteiros, utilizando como referência Campos (2001). Afirma que, ao ensinar números inteiros, enquanto algumas pesquisas destacam a importância de dar um sentido concreto a eles, outras preferem um tratamento formal. Dentre estas aparecem: os números inteiros como ampliação do conjunto dos números naturais; a história da matemática; o conjunto dos números inteiros em outros conceitos da matemática; situações concretas; teoria de conjuntos e o estudo na reta numérica. Para fechar esse subcapítulo, salienta que cada uma dessas abordagens apresenta vantagens e desvantagens, cabendo ao professor usar como recurso didático abordagens distintas.

A P17 busca identificar justificativas da multiplicação entre números inteiros entre os alunos. Ao trazer um capítulo voltado ao ensino destes números, problematiza posicionamentos teóricos e problemas da sala de aula de matemática. Esses posicionamentos têm como base os PCN (1998) e diversos outros teóricos referentes aos processos de ensino e aprendizagem dos números inteiros. Inicia, falando que o ensino formal desses números começa no 7.º ano do Ensino Fundamental, e diversas dificuldades acompanham os alunos desde a construção do conceito até sua operacionalização. Destaca, como algumas dessas causas, o conhecimento prévio dos alunos e o conflito entre o significado de magnitude e a associação de quantidades com número. Reforça que é preciso considerar o que os alunos já desenvolveram nas séries iniciais, que remetem à noção intuitiva de números negativos. Porém, esse estudo não pode se limitar apenas a esse aspecto, devem ser incorporadas situações que favoreçam a compreensão das regras do cálculo com esses números. Após, discute mais profundamente sobre como conceber o ensino e indica que "na aprendizagem dos números relativos, as dificuldades extrapolam o processo de construção do conceito desses números" (P17, p. 25), atingindo o ensino das operações, que é feito pela regra de sinais de forma descontextualizada.

A P15 estuda as dificuldades dos alunos com números inteiros. Em seu segundo capítulo, comenta sobre os obstáculos e a aprendizagem operatória dos números inteiros tendo como referenciais Polya (1984) e Teixeira (1992). Justifica que quem ensina matemática sabe que os alunos sentem dificuldades com as operações com números inteiros, principalmente com os negativos, e essas se perduram nos anos seguintes. Aponta como motivos que levam a aprender ou não: a apresentação da disciplina; a organização da sala para a aprendizagem; e a organização da instituição no incentivo para o aluno aprender. Além disso, explica que a aprendizagem não se restringe apenas à repetição de regras e exercícios, é preciso levar em consideração as diferentes respostas de cada aluno. Então, discorre sobre a aprendizagem operatória com números inteiros e conclui que esta exige a construção de diversos esquemas com significados diferentes, e isso não é uma tarefa fácil, e aí reside o obstáculo para a aprendizagem do aluno, o qual precisa ser superado. Depois disso, discorre sobre o ensino de matemática e a aprendizagem operatória e como se dá a aprendizagem, entendendo que o aluno precisa ter a oportunidade de participar ativamente do processo de ensino-aprendizagem. Além de levar em conta a ideia intuitiva que os alunos têm sobre números inteiros, como comparar alturas, altitudes, variações de temperaturas, etc.

A P23 visa entender as dificuldades e as resistências de adolescentes, jovens e adultos escolarizados na compreensão dos conceitos relativos à multiplicação e a divisão de números inteiros. Em seu primeiro capítulo, discute as dificuldades na aprendizagem dos números inteiros relativos usando como referência Assis Neto (1995) e Borba (1998). Para isso, começa dizendo que desde o 7.º ano do Ensino Fundamental ou 3.ª fase da EJA, os estudantes têm contato com a regra de sinais e são estimulados a usá-la na resolução de operações com números inteiros. Porém, eles têm apresentado muitas dificuldades, e dentre estas destaca: tirar uma quantidade maior de uma quantidade menor, que é uma dificuldade semântica e não operatória; e que o sinal de menos não serve apenas para subtrair quantidades, mas também para indicar o sinal do número. Por fim, afirma que a aquisição do conceito de números inteiros passa pelo domínio das quatro operações.

A P26 organiza uma sequência para o ensino dos números negativos em uma turma de 7.º ano do Ensino Fundamental. O seu terceiro capítulo tem um subitem, voltado aos números inteiros relativos na sala de aula. Neste, elucida os problemas enfrentados na sala de aula no processo de ensino e aprendizagem dos números inteiros relativos, o qual é apresentado formalmente no 7.º ano, com base em Teixeira (1993), Lins e Gimenez (1997), Coquin-Viennot (1985), Assis Neto (1995), Schubring (2007) e outros menos citados. Chama a atenção de que até o 6.º ano são contempladas operações do tipo $a - b$, em que $a \geq b$ e, até então, para os alunos, adição está relacionada a aumento e subtração a tirar/diminuir. Ao iniciar o estudo dos números inteiros relativos, essa concepção se desfaz e, para que consigam lidar com isso, os alunos precisam ampliar seu conceito de número. Além disso, apesar da apresentação formal desse conteúdo ser somente no 7.º ano, “as crianças em séries anteriores já possuem algumas noções intuitivas acerca de números negativos” (P26, p. 30). Chama a atenção para a necessidade de os professores das séries iniciais estarem preparados para trabalhar com situações que envolvam números negativos, para não afetar o processo de ensino e aprendizagem desses números. Além disso, discute a ideia de número negativo na rua e número negativo na escola. Explica detalhadamente sobre o pensamento de número negativo atrelado ao pensamento concreto, isto é, como medida, que associa ao positivo a ideia de ganho; e ao negativo, a de perda e que, apesar do sucesso nas operações de adição e subtração, as dificuldades se instauram na multiplicação, como aconteceu durante um longo período histórico. Instaura-se, assim, uma grande confusão entre as regras de sinais da adição e subtração com as regras de sinais da multiplicação de números relativos. Então, se o ensino desses números se pautar apenas em bases concretas, trará prejuízos para a compreensão da multiplicação e dificultará a aprendizagem.

A P30 elabora uma proposta de ensino para o trabalho com números inteiros relativos para a educação escolar. Em seu primeiro capítulo, aborda o ensino de números inteiros relativos, tomando como referência D'Amore (2005) e Bardin (2000). Neste, destaca que o estudo prévio da história dos números inteiros "pode servir de motivo para o entendimento das dificuldades que os alunos enfrentam para a compreensão desta temática" (P30, p. 19). O conhecimento desse percurso histórico e das dificuldades/obstáculos que os matemáticos enfrentaram pode levar os professores a entenderem melhor os erros que os alunos cometem, de modo a propor alternativas que minimizem isso, na perspectiva de que a história da matemática não é estática.

A P35 apresenta uma proposta metodológica que busca o aprendizado dos conceitos formais de números inteiros, do contexto histórico e das quatro operações. Ao discorrer sobre o ensino dos números inteiros, referencia Moretti (2012) e os PCN (1998). Começa trazendo que o ato de ensinar não é uma tarefa fácil e, como a construção e aceitação dos números inteiros tem um histórico conturbado, sua abordagem pode ser um grande obstáculo didático tanto para o professor como para o aluno para o qual o professor deve estar preparado. Além disso, essa dificuldade não está somente no 7.º ano, quando se tem a abordagem formal desse conteúdo, mas se estende até o Ensino Médio ou até mesmo na graduação. Ainda, acentua que nas séries iniciais os alunos já têm uma noção intuitiva dos números negativos, mas que o ensino não pode se limitar a esse aspecto e precisa incorporar situações que favoreçam a compreensão das regras que envolvem o cálculo com esses números.

A P37 expressa uma proposta de tratamento para o conjunto dos números inteiros. Ao refletir acerca do ensino das operações com números inteiros, utiliza essencialmente Teixeira (1993). A partir de sua experiência, afirma que apresentar os números positivos e negativos como ganhos e perdas tem produzido resultados satisfatórios, quanto às propriedades aditivas desses números, assim como, compreender que a multiplicação entre números inteiros de sinais opostos tem resultado negativo. Porém, questiona-se como construir uma linha de raciocínio nesse contexto, para explicar que a multiplicação de duas perdas é um ganho. Afirma que este é um obstáculo didático, o qual é discutido nesse capítulo. Frisa que os professores, muitas vezes, são influenciados pelos livros, ao adotarem "estratégias para apresentarem as propriedades aditivas dos números inteiros, quais sejam: a reta enumerada, a temperatura de algumas cidades, a movimentação de contas bancárias ainda que fictícias, entre outras (P37, p. 15), as quais geralmente contribuem para o aprendizado. No entanto, o problema didático surge com a multiplicação de números negativos, que se torna inviável no contexto anterior. A partir disso, a compreensão por parte dos alunos precisa passar por abstrações e generalizações, as quais tenta discutir. Por fim, afirma que as dificuldades apresentadas pelos alunos, ao se depararem com as operações envolvendo números negativos, são justificáveis, uma vez que foram necessários mais de mil anos para esses números serem aceitos pelos matemáticos.

A P39 investiga a aprendizagem das operações com números inteiros, fazendo uso de jogos pedagógicos. Em seu primeiro capítulo, dentre seus subitens, faz algumas considerações sobre o ensino dos números inteiros, o qual é motivo de preocupação de muitos professores de matemática, visto o não desenvolvimento satisfatório de competências e habilidades necessárias desse conteúdo por parte de seus alunos. Pontua a necessidade de se pensar em alternativas que conduzam os alunos a "vencer essas barreiras, de modo que venha desenvolver a compreensão e sistematização das propriedades que constituem a temática em estudo" (P39, p. 28). Com base nos referenciais curriculares do estado da Paraíba, considera, dentre elas, o fato de os números inteiros exigirem maior grau de abstração dos alunos e a necessidade de criar alternativas que contribuam para a melhoria da qualidade de ensino. No seu segundo capítulo, no último item, discorre sobre os jogos como recurso pedagógico no ensino de matemática, baseando-se em Smole *et al.* (2007), nos PCN (2001), dentre outros autores. Ressalta que, em consonância com as tendências em Educação Matemática, os PCN (2001) apontam caminhos para fazer matemática em sala de aula, dentre estes, a história da matemática, as tecnologias de comunicação e os jogos pedagógicos. Se bem utilizados, podem facilitar o processo de ensino/aprendizagem. A partir disso, indica a utilização de jogos como recurso pedagógico para uma aprendizagem significativa.

A P36 verifica quais as contribuições do ensino, a partir de situações-problema, dos conceitos básicos de números inteiros, para alunos do 7.º ano do Ensino Fundamental. Em seu segundo capítulo, comenta sobre os números inteiros e resolução de problemas, trazendo como referências os PCN (1998) e diversas pesquisas. Estabelece que, grande parte dos obstáculos que surgiram ao longo da história, ainda causam dificuldades na aprendizagem desse conteúdo, tanto para alunos do Ensino Fundamental, Ensino Médio ou Ensino Superior. A partir disso, aponta algumas dificuldades que surgem, como a subtração ter como resto um valor negativo e a compreensão da regra de sinais, além de apontar as dificuldades evidenciadas nos PCN, cabendo, então, ao professor perceber quando o aluno tem dificuldades e buscar saná-las. Ao pesquisar por uma metodologia para explorar esse conteúdo, opta pela resolução de situações-problema.

A P41 apresenta estratégias diferenciadas que visam potencializar a aprendizagem dos educandos em relação aos números inteiros. No seu terceiro capítulo, há um subitem voltado aos números com sinais. Reforça que existem várias situações práticas que podem ser representadas por números inteiros, e cita as que aparecem nos livros, sendo elas: saldos bancários, lucros e prejuízos, temperaturas, altitude e profundidade. Além disso, discorre detalhadamente sobre alguns exemplos, como os elevadores, a indicação de perdas/faltas e ganhos/acréscimos e a reta numérica dos números inteiros, associando esta com o exemplo dos elevadores.

A P44 expõe uma sequência didática que auxilia na representação, compreensão, manipulação e fixação das operações com números inteiros. Para isso, em seu referencial teórico, contempla, dentre outros subitens, a abordagem dos números inteiros, e dentro desta, as aulas tradicionais, principais dificuldades em sala de aula, a contextualização por situações-problema e a utilização de jogos e materiais didáticos no ensino e aprendizagem de matemática. Como referenciais utiliza pesquisas como a de Soares (2008), Gonçalves (2007), Barbosa e Carvalho (2008), Salgado (2011), Rama (2005), Lorenzato (2006) e os PCN (1998). Ressalta que os professores adotam o método tradicional para o ensino de números inteiros, baseado em memorizações e exercícios repetitivos que enfatizam a utilização de regras, sem contexto ou criatividade, e defende o ensino das operações, envolvendo os números inteiros, vinculado a situações reais. A partir disso, destaca a resolução de problemas e argumenta que, quando um conceito é estudado com base em situações reais, a aprendizagem é mais significativa e possibilita futuras abstrações de conceitos e que os jogos despertam o interesse dos alunos e, consequentemente, facilitam a memorização de conceitos matemáticos.

A P48 analisa como um material didático produzido coletivamente sobre números negativos contribuiu para o processo de formação de alunos do Proeja. Nas suas reflexões teóricas, traz um subitem destinado ao ensino de números negativos. Com base em Glaeser (1985) e livros didáticos, pontua que a construção do conceito de números negativos gera muitas dificuldades, e “quando analisamos os obstáculos presentes nos números inteiros, grande parte deles está vinculada à dificuldade em operar com os números negativos” (P48, p. 53). Explica que a dificuldade de aceitação dos números negativos pelos estudiosos de épocas passadas é ainda hoje encontrada. A principal preocupação era obter uma fundamentação para a regra de sinais no campo da multiplicação. Afirma, então, que a abordagem abstrata da matemática, assim como a utilização de atividades que não tem aplicabilidade no cotidiano, gera uma dissonância entre o ensino da escola e os saberes do dia a dia. Defende, assim, a utilização de exemplos concretos e o conhecimento do professor acerca dos obstáculos enfrentados pelos alunos no ensino de números inteiros, dos quais cinco estão pontuados nos PCN e também na obra de Glaeser (1985).

A P51 apresenta uma experiência de aplicação de sequência de atividades, cujo tema central é números relativos, envolvendo o uso de jogos em uma turma de 7.º ano. Ao escrever sobre o ensino e a aprendizagem destes números, em seu terceiro capítulo, enfatiza dentre outras coisas os obstáculos na aprendizagem de números negativos, utilizando González *et al*. (1990). Explica que o grande obstáculo para aceitação dos números negativos foi a ideia de que número representa quantidade e, com a ruptura dessa concepção, a matemática teórica avançou e que hoje, apesar de as pessoas conviverem desde muito cedo com números negativos, isto não quer dizer que tenham facilidade em realizar operações com esses números ou demais aspectos que os envolvam. Todos os anos de debates e dificuldades de aceitação desses números deixaram marcas, as quais repercutem na escola, pois não há um caminho simples a ser seguido na abordagem desses números. Como exemplo disso, cita os contextos do cotidiano, que são questionáveis, pois pode se repensar a necessidade de utilizar um número negativo, como na representação de temperaturas, que pode ser feita por extenso. A partir disso, cita os seis obstáculos relacionados á legitimação dos números negativos. Quanto às perspectivas para o ensino de números relativos, que traz em outro item desse capítulo, ainda utilizando González *et al*. (1990), aponta sete opções didáticas, e explica quais adotará em sua pesquisa. Conclui que a apresentação dos números negativos não pode ser feita apenas acrescentando aos números que os alunos já conhecem os números menores que zero e reafirma a necessidade de o educador refletir sobre suas práticas cotidianas.

A P54 analisa a aprendizagem da Atividade de Situações-Problema com números inteiros nas quatro operações básicas. Em sua fundamentação teórica, apresenta um item voltado às contradições do conhecimento no ensino, citando Cheptulin (1982), Chinazzo (2013), Majmutov (1983) e Smirnov et. al. (1960). Tomando como base o materialismo histórico dialético, afirma que as metodologias e as práticas pedagógicas de ensino em matemática devem ser pensadas em todos os seus aspectos. Explica que as contradições no processo de ensino e aprendizagem fazem parte da sociedade, e estas se manifestam nas ações dos professores e alunos, que vão desde o fato de o professor ensinar e o aluno não aprender até de o professor ministrar os conteúdos sem ter domínio. Porém, pontua que, somente apontar culpados, é mais fácil do que mudar ações, é preciso fazer para transformar, impulsionando o desenvolvimento cognitivo e a consciência do aluno, dando oportunidade dele questionar, ter curiosidade e investigar, tornando-se participante da aprendizagem, uma vez que as atividades humanas em sociedade são fundamentais para o desenvolvimento do ser humano. “Em relação aos conceitos, é necessário explanar que a organização e a assimilação destes, na escola, durante o processo de aprendizagem, devem ser tratadas de forma intencional e planejada [...]” (P54, p. 21-22), pois para que a assimilação de conceitos realmente aconteça, cabe mais que uma aula expositiva e de aplicação prática. Em outro capítulo destinado à didática no ensino de números inteiros, traz um item baseado na Base Nacional Comum Curricular (BNCC), e nos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN). Pontua a necessidade de metodologias de ensino, a partir de atividades envolvendo situações-problema voltadas aos números inteiros, “de forma que a intervenção pedagógica transforme os processos de assimilação externos em internos de conceitos, procedimentos e atitudes do desenvolvimento do pensamento numérico na resolução de problemas” (P54, p. 29). Além disso, destaca as habilidades e os conhecimentos que os alunos devem desenvolver, em relação ao conteúdo de números inteiros, bem como o fato das primeiras abordagens se basearem em ideias intuitivas que os alunos já têm sobre esses números, como perdas e ganhos em um jogo, débitos e créditos bancários ou outras situações para ampliar o campo aditivo.

A última pesquisa que faz parte deste isolado é a P59, que investiga as contribuições do Soroban dos Inteiros para a significação de números inteiros por estudantes cegos. No capítulo sobre significação dos números inteiros, apresenta um item com as orientações sobre o ensino destes números pautadas nos BNCC, PCN e a proposta do estado de Santa Catarina (1998). Neste, ao indicar os obstáculos com que os alunos podem se deparar, ao estudar esse conteúdo, que se encontram nos PCN, destaca que “uma das justificativas para esses impasses é de que um conhecimento existente (os números naturais), provoca resistência a um novo conhecimento (os números inteiros), ou seja, ser um obstáculo epistemológico” (P59, p. 38). Com isso, ressalta que uma das primeiras dificuldades que os alunos apresentam é não compreenderem a existência de quantidades negativas e nem como as faltas podem ser representadas ou expressas em quantidades.

As pesquisas que selecionamos para este isolado expressam suas considerações sobre o ensino e sua relação com a aprendizagem de matemática e, mais especificamente, sobre números negativos, inteiros ou relativos. Dentre as evidências por elas reveladas destacamos:

- Os alunos têm ideias intuitivas sobre os números negativos relacionadas aos conhecimentos do cotidiano ou das séries/anos iniciais.
- Os alunos apresentam dificuldades na aprendizagem de números negativos.
- A aprendizagem sobre o conjunto dos números negativos exige maior abstração dos alunos.
- Os obstáculos que surgiram ao longo da história ainda causam dificuldades na aprendizagem escolar desses números.
- É responsabilidade do professor identificar as dificuldades dos alunos e promover um ensino que possibilite a aprendizagem.
- O planejamento intencional do professor é importante.
- O uso de diferentes modos de ensinar e materiais, como: jogos, materiais concretos, tecnologias, resolução de problemas, contribuem para a aprendizagem.
- O ensino não pode apenas se pautar em bases concretas e/ou cotidianas, precisa ir além, incorporando situações que favoreçam a compreensão da sistematização por meio de regras que envolvem o cálculo com esses números.

O que estas pesquisas avultam servirão de fio condutor para nossas reflexões a seguir. Discutiremos sobre o ensino de números negativos, a partir do que foi apontado e que passa pelo aluno, professor e pelos modos e instrumentos de ensino e aprendizagem, embora não necessariamente na ordem elencada anteriormente, uma vez que estas se entrelaçam.

4.2.3 Síntese integrativa: entrelaçamentos sobre ensino

Apesar de nem todas as pesquisas apresentadas neste isolado terem se detido a extensas e detalhadas discussões teóricas sobre o ensino, todas destacaram elementos que podem incidir sobre o processo de aprendizagem de números negativos. Fizeram menção a questões relacionadas ao aluno, ao professor e à organização do ensino e modos e materiais que podem ser utilizados no ensino e sua contribuição na abordagem do conteúdo dos números negativos. Partindo disso, e para entendermos melhor o que foi apresentado no item anterior, discutiremos a seguir sobre o ensino de números negativos.

Ensinar é por nós considerado como a atividade principal do professor, que é direcionada a alguém, no caso sujeitos que têm como atividade principal a aprendizagem. Ensinar e aprender matemática é uma prática social, humanizadora e coletiva, que se constitui historicamente e, assim como outras atividades, advém da busca pela satisfação de necessidades que foram surgindo ao longo do desenvolvimento humano. De acordo com Ottes e Fajardo (2017, p. 2008), "a Matemática, assim como outros saberes, faz parte da história e da cultura da humanidade, que também como outras áreas do conhecimento, houve evolução. Estes conhecimentos fazem parte da nossa cultura e todos tem o direito de aprender a respeito".

No caso do ensino de matemática, a necessidade é preservar os conhecimentos passados de uma geração a outra. Moura (2007, p. 44) ajuda na reflexão, afirmando que:

> A matemática, como produto das necessidades humanas, insere-se no conjunto dos elementos culturais que precisam de ser socializados, de modo a permitir a integração dos sujeitos e possibilitar-lhes o desenvolvimento pleno como indivíduos, que, na posse de instrumentos simbólicos, estarão potencializados e capacitados para permitir o desenvolvimento do coletivo.

A preservação dos conhecimentos e da espécie sempre foi objetivo do coletivo e estes transformam-se no conteúdo a ser ensinado. Assim, "o conteúdo do ensino confunde-se com o objetivo social. É instrumento para a satisfação da necessidade social" (MOURA, 2007, p. 44). As crianças aprendem com os adultos, participam da vida em comunidade, observam, ouvem e praticam, e todos são responsáveis pela educação delas. Miorim (1998, p. 1) escreve que:

> Em algumas etapas desse percurso, o ensino dos conhecimentos matemáticos esteve associado à sua produção. Mas, à medida que tais conhecimentos eram ampliados e as condições sócio-políticas-econômicas se transformavam, esse ensino começava a ter um desenvolvimento independente. O ensino dos conhecimentos matemáticos começou a acontecer de maneira intencional no período das antigas civilizações orientais. Nessa época, apesar de ainda estar dando os seus primeiros passos e possuir um caráter essencialmente prático, a Matemática, já considerada uma ciência nobre, era desenvolvida separadamente das "artes técnicas". Seu ensino era reservado apenas aos membros de uma classe privilegia-da: a dos escribas, dos altos funcionários e dos dirigentes.

Pondera a autora que a divisão da sociedade em classes vai determinando o lugar do conhecimento matemático e quem tem acesso a ele. Com o passar do tempo, a importância e o papel do ensino da matemática no que hoje denominamos de Educação Básica, foram se modificando, passando pela valorização como um conhecimento essencialmente teórico; pelo domínio religioso; pela associação à possibilidade de formação de um tipo ideal de cidadão; ou pela sua importância nas questões práticas de sobrevivência do indivíduo em sociedade. Essas modificações se materializaram na organização escolar, tanto pelas orientações oficiais quanto pelas condições de cada instituição, determinando o que hoje temos em nossas escolas. Embora muitos tenham sido os esforços e avanços, ainda não chegamos a um ensino de matemática que viabilize a todos a sua aprendizagem.

O percurso histórico que envolve o ensino de matemática, tal como colocam autores como Búrigo (1990, 2006, 2013) e Valente (2010, 2020, 2021), nos ajuda a entender o que temos hoje. Embora não nos detendo em discutir minuciosamente esta história neste momento, conhecê-la se faz relevante. A partir desta ideia, a P11 traz apontamentos sobre a construção e o ensino de matemática no Brasil, e explica que, formalmente, ela teve início com os jesuítas, que instituíram a educação brasileira; passando pela origem da matemática no Brasil com a chegada da corte portuguesa em 1808, seguindo com os acontecimentos históricos até os dias atuais.

Miorim (1998) explica que o ensino de matemática em nosso país passou a ser mais intensamente discutido pelos professores a partir da década de 1950, principalmente por causa da realização dos primeiros Congressos Nacionais de Ensino de Matemática. A este fato, acrescentamos o surgimento e o crescimento dos programas de pós-graduação, citados por P11. Além disto, a criação da Sociedade Brasileira de Educação Matemática (SBEM) em 27 de janeiro de 1988 é outro fator que contribuiu (e vem contribuindo) para as discussões sobre o ensino de matemática e ampliando os espaços que possibilitam refletir sobre fatores que influenciam e desencadeiam a aprendizagem.

Reconhecemos, assim, a relevância do ensino que propicia a apropriação do conhecimento matemático como instrumento de desenvolvimento social e individual. Um local privilegiado para que isto aconteça é a escola, que segundo Moura (s.d, p. 6):

> [...] é uma destas criações humanas que deveria dar condições para os novos membros recém-chegados a um determinado grupo usufruam bens culturais já produzidos. É o lugar onde as trocas simbólicas são, há um só tempo, motivadoras e motivadas no processo de apropriação de saberes específicos, de valores e do modo humano de produzir conhecimento.

Na perspectiva apresentada pelo autor, o ensino pode ser considerado como a possibilidade de os alunos entenderem o modo humano de produzir conhecimento e compreenderem significado social para que, ao se apropriarem do conhecimento, atribuam-lhe um sentido pessoal. É a percepção desse movimento, que faz com que os alunos se sintam parte de uma cultura e se desenvolvam socialmente, afinal conforme a pesquisa de P58 afirma, o meio cultural é essencial para o desenvolvimento do indivíduo. Amador e Fajardo (2019, p. 135) destacam que:

> O conhecimento matemático do aluno faz parte também de sua cultura, na sua vida econômica, tecnológica, comercial e até mesmo em suas atividades diárias mais simples. Normalmente, escola, professores e alunos estão cientes de que a Matemática está inserida em suas vidas. Porém, muitas vezes, não se encontram realmente envolvidos no processo de suas aplicações e de decisões, pois o seu aprendizado deve envolver decisões histórico-críticas. Todo professor preocupado com a qualidade do ensino-aprendizagem, ajuda o aluno a transformar-se em um ser pensante, de modo que aprenda a utilizar seu potencial na reconstrução de conceitos, habilidades, atitudes e valores.

A organização do ensino é, então, fator determinante para a aprendizagem e, conforme Fiorentini (1995), a tríade aluno-professor-saber diligencia formas e características bastante diferentes sobre o melhor modo de se ensinar a matemática. Nesta relação, conforme explica o autor, há diferentes modos de conceber e ver a qualidade do ensino de matemática, alguns associados ao nível de abstração e de formalização dos conteúdos; outros às técnicas de ensino baseadas em padrões de aprendizagem. Ainda, há aqueles que defendem que o professor deve fazer relações com o cotidiano dos alunos, de modo que estes vejam a aplicabilidade no que estão aprendendo e, por fim, os que colocam a Educação Matemática como elo para construção da cidadania.

Os apontamentos de Fiorentini (1995) sobre estes diferentes modos de conceber a matemática e seu ensino nos conduzem a reflexão sobre a complexidade do ensino, em especial no contexto da matemática, entendendo que envolve diferentes fatores, dentre eles os relacionados especificamente ao aluno, ao professor e aos modos e metodologias utilizadas nas aulas.

Um dos desafios do ensino é levar o aluno a entender a importância do conhecimento matemático para que ele perceba por que essa disciplina é abordada na escola. A P6 (p. 15) mostra a necessidade dessa abordagem, quando escreve que “os alunos sentem dificuldade e não veem utilidade e necessidade na disciplina; pais e professores não conseguem mudar essa má impressão que filhos e alunos sentem diante da Matemática”.

Os resultados dos estudos de nossa pesquisa reiteram esta ideia de que o modo como o professor organiza seu ensino tem influência sobre a aprendizagem do estudante, e trazem indicativos de alguns caminhos, defendendo diferentes formas para o ensino de matemática e, mais especificamente, o ensino de números negativos (incluídos nos inteiros ou relativos). Além disso, se remetem à importância de considerar o que os alunos já desenvolveram nos primeiros anos de escolarização e, quando possível, associar a matemática às situações diárias.

Com isso, conforme indica a P39, se instaura a necessidade de criar alternativas que contribuam para a melhoria da qualidade do ensino, a fim de despertar no aluno a vontade de aprender. Conforme a P32, os alunos devem ser os protagonistas de seu processo de aprendizagem, e a interação social é fundamental. Daí decorre, também, a relevância das metodologias e das práticas pedagógicas de ensino em matemática serem pensadas em todos os seus aspectos, como destaca a P54.

Abraçar a totalidade do fenômeno ensino de matemática e, mais especificamente, o ensino dos números negativos, pode ser algo complexo, e pensar em todos os seus aspectos que o envolvem coloca o professor na necessidade de definir caminhos, pois planejar não é seguir uma cartilha, como sinaliza P7. Envolve reflexão por parte do professor e consideração pelo aluno, cuja aprendizagem é finalidade da educação. O papel do professor é fomentar a compreensão da matemática, como atividade humana, gerada pela necessidade de organização das sociedades, contribuindo para o seu desenvolvimento e, consequentemente, dos alunos, conforme P6, P11 e P13.

Um aspecto a ser considerado é o fato de que, por vezes, a matemática é vista como a vilã na escola, e não como aquela que pode promover o entendimento do mundo. A P49 e a P55 confirmam isso, ao apontarem que os conteúdos matemáticos são os que mais geram dificuldades nos alunos e, assim como a P44 e a P20, associam isso à forma com que eles são abordados em sala de aula, o que retoma a ideia da relação da aprendizagem do aluno com o ensino do professor. Igualmente podemos pontuar, conforme a P56, o descrédito pela disciplina, que vai desde crenças envolvendo sua difícil ministração, aplicação e desenvolvimento, além da diminuição de investimentos na educação. Dentre esses fatores, outros do mesmo modo influenciam nesse processo, como a família, uma vez que, que segundo a P6, os alunos chegam na escola com certa curiosidade em relação à matemática, porém esta é acompanhada de temores como a reprovação e a cobrança da família.

Com base nisso, nos perguntamos: como mudar essa situação? Existe alguma forma realmente eficaz? A solução vem em conjunto e articulada com a qualidade que queremos buscar na educação!

A P24 pontua que os professores recebem muitas críticas e são vistos como os responsáveis pelo fracasso de seus alunos, e que esses profissionais têm lutado sozinhos para mudar esse cenário e melhorar o desempenho de seus alunos, principalmente nas avaliações externas. Tais avaliações são consideradas pelos governos como indicadores para checar como está a qualidade do ensino e também elas são um dos mecanismos de reelaboração das políticas públicas. Porém, certamente, não serão essas avaliações externas, tomadas como elementos únicos e dissociados do que acontece nas escolas, que possibilitarão mudar qualquer cenário e tampouco são úteis como diagnóstico.

Dito isto, destacamos, como já apresentado no Isolado 1, a necessidade de uma formação inicial e continuada que subsidie as ações do professor ao ensinar, como ressalva a P8, contemplando as dificuldades dos alunos, os obstáculos do processo de ensino e a aprendizagem e a avaliação interna, a fim de perceber se os objetivos estabelecidos inicialmente foram concretizados, uma vez que, de acordo com a P6, a formação inicial e continuada embora importante, ainda apresenta lacunas. Porém, não cabe somente ao professor buscar uma melhor qualidade no ensino de matemática, é preciso investimento em educação e, segundo a P24, inclusive a participação dos professores na implementação de propostas curriculares.

Saviani (2009, p. 153) nos faz pensar sobre a importância da educação, quando propõe:

> [..] eleger a educação como máxima prioridade, definindo-a como o eixo de um projeto de desenvolvimento nacional e, em consequência, carrear para ela todos os recursos disponíveis. Assim procedendo, estaríamos atacando de frente, e simultaneamente, outros problemas do país, como saúde, segurança, desemprego, pobreza, infraestrutura de transporte, de energia, abastecimento, meio ambiente etc. Infelizmente, porém, as tendências que vêm predominando na educação brasileira caminham na contramão dessa proposta.

Em assim sendo, ele defende que investir em educação pode transformar a sociedade e abarcar outros problemas, pois a docência seria uma profissão atraente, em vista do seu salário e boas condições de trabalho. Com isso, os jovens estariam dispostos a se qualificar em graduações e pós-graduações e teríamos nas escolas profissionais competentes formando cidadãos conscientes e críticos. No entanto, essa posição de Saviani (2009) poderia ser considerada como uma proposta radical, apesar de representar o ideal de quem busca na educação a possibilidade de transformar o mundo.

Buscando possíveis encaminhamentos especificamente para o ensino de números negativos, há de se levar em conta que é provável que os alunos tenham algumas noções intuitivas sobre esses números, as quais podem ter sido desenvolvidas nos anos iniciais do Ensino Fundamental ou em situações vivenciadas no dia a dia. Mesmo não tendo um conhecimento mais específico sobre esses números e na maioria das vezes não compreendendo sua representação e nem sentindo a necessidade de fazê-la, as crianças podem já ter se deparado indiretamente com eles.

As pesquisas estudadas indicaram diversos casos em que isto poderia acontecer. Um exemplo é quando alguém vai ao mercado ou padaria com determinada quantia em dinheiro e pede para o atendente exatamente esse valor em pães, porque sabe que, se exceder o valor que tem, não terá como pagar por eles e, consequentemente, não poderá levá-los para casa ou ficará devendo (caso isso seja possível, e o dono possa anotar o valor que faltou). Os números negativos também podem ser associados a contas bancárias, quando se gasta mais dinheiro do que se tem, ou para representar os valores que foram debitados da conta. Mesmo que a criança não tenha contato direto com o extrato bancário ou não compreenda essas representações, pode ouvir algum adulto comentando sobre estar devendo algum valor no banco ou detalhando o que gastou e foi descontado de sua conta bancária. Outro exemplo clássico é o saldo de gols. Ao assistir ao futebol com seus responsáveis, amigos ou até mesmo sozinha, a criança pode saber dizer quantos gols foram marcados e quantos foram sofridos. Além disso, as temperaturas igualmente fazem parte desses exemplos, pois, dependendo da região que estamos, podemos vivenciar um frio extremo, que alcance temperaturas negativas e a criança pode ouvir essa notícia, seja na televisão seja por meio de alguém que mora em sua casa, fazendo alusão a valores.

Portanto, de uma forma ou outra, esses números podem estar presentes no dia a dia das crianças e até mesmo podem ter sido apresentados nos anos iniciais do Ensino Fundamental, dependendo da intencionalidade do professor e do currículo que está seguindo, como citado pela P26. A P15 destaca, também, a relevância de considerar as ideias intuitivas que os alunos têm sobre os números inteiros na comparação de alturas, altitudes, variações de temperatura e etc., explicando que, ao fazer estas relações, o professor oportuniza a participação ativa dos alunos no processo de ensino e aprendizagem.

Estes e outros exemplos citados são utilizados e, de acordo com a P37 e a P41, eles aparecem nos livros didáticos, e os professores são influenciados a adotá-los, apesar de, como atenta a P43, sua adoção como único condutor do ensino ser questionável. Os livros contemplam aquilo que já citamos: saldos bancários, lucros e prejuízos, temperaturas, altitude e profundidade, elevadores, a reta numérica, entre outras. A defesa para esta abordagem está em contrapor-se à abordagem formal que normalmente se inicia no 7. ano do Ensino Fundamental, desde sua apresentação até as operações que envolvem esse conjunto, utilizando, muitas vezes, a memorização de regras e exercícios repetitivos, prática esta, criticada por P6, P44 e P31. Pontuam elas que decorar definições pode gerar dificuldades de aprendizagem, pois o que é apenas decorado é facilmente esquecido.

Como vimos, diversas pesquisas apontam para a possibilidade de os alunos possuírem noções intuitivas ou serem levados a associações com o cotidiano e a importância de levar isto em consideração no seu ensino. Contudo, isto não quer dizer que os alunos terão facilidade em operar com eles e compreenderão os demais aspectos que os envolvem, e o ensino desses números não pode se limitar a esse aspecto, precisa ir além, como indicam P51, P17 e P35.

O esforço em associar os números negativos a situações reais acaba se pautando em situações isoladas e empíricas e, como descreve a P51, os exemplos do cotidiano são questionáveis, pois a representação de temperaturas negativas, por exemplo, pode ser feita por extenso, isto é, não há realmente a necessidade de utilizar os números negativos nesse caso, assim como acontece com uma dívida. Para mais, se formos pensar nos exemplos que abrangem temperaturas negativas ou elevadores, eles podem ser muito específicos, pois, dependendo da região em que o aluno reside, ele não vivenciará temperaturas negativas ou ele pode nunca ter andado de elevador ou já ter utilizado o de um prédio que não tinha subsolo. Além disso, há algumas diferenças nos andares que compõem um prédio, ou seja, alguns consideram o térreo como o andar zero, enquanto outros como o primeiro andar, fora as representações que podem ser numéricas ou com letras.

Compreendemos, tal qual aponta a P23, que a apropriação do conceito de números inteiros passa pelo domínio das quatro operações. Estas contemplam o uso da regra de sinais, que tem gerado muitas dificuldades nos alunos, uma vez que a maioria deles apenas decora as regras e as aplica em exercícios, sem, muitas vezes, entender o processo de resolução e tampouco refletir sobre ele. Dentre essas dificuldades, a P23 cita duas que não são operatórias e, sim, semânticas, como por exemplo, tirar uma quantidade maior de uma quantidade menor; ou que o sinal de menos não serve apenas para subtrair, mas também para indicar o sinal do número.

Ainda em relação às dificuldades, a P59 justifica que os obstáculos enfrentados pelos alunos são decorrentes dos números naturais, que impedem o novo conhecimento, os números inteiros. Até então, no conjunto dos números naturais, uma operação, como, por exemplo, 5 – 7, não era possível de ser realizada e, agora, com a aprendizagem desse novo conjunto, ela pode ser resolvida. Ou seja, adicionar nem sempre representa aumentar, e subtrair nem sempre representa diminuir, como ressalta P26. A partir disso, instaura-se a necessidade de ampliar o conceito que os estudantes têm de número.

As pesquisas apontam que uma forma de não utilizar a regra de sinais, logo no primeiro momento em que as operações com números inteiros são apresentadas aos alunos, e fazer com eles a compreendam e cheguem nela sem precisar decorá-la, é propor situações-problema. Aspecto este, pontuado por P44, que defende o ensino das operações com números inteiros atrelado a situações reais e, por P54, que destaca que as primeiras abordagens precisam estar baseadas nas ideias intuitivas dos alunos para ampliar seu campo aditivo A P6 ressalta a necessidade de os professores irem além das orientações que, tradicionalmente, trazem os livros didáticos.

Como exemplo fazem algumas associações, como já mencionado anteriormente, utilizando alguma situação-problema que envolva dinheiro, justificando que a maioria dos alunos do 7.º ano do Ensino Fundamental já lidou com ele e será mais fácil compreender que se tem, por exemplo, R$5,00 e precisam comprar algo que custa R$7,00, ainda faltam R$2,00. Esse valor que falta pode ser representado por um número negativo, então $5 - 7 = -2$. Conforme P26 e P37 associar um número positivo à ideia de ganho e o negativo à de perda, nas operações de adição e subtração, tem produzido resultados satisfatórios. Além desse exemplo, outros são citados por P41, P37 e P48.

Mas as dificuldades se instauram na multiplicação, segundo a pesquisa de P26, assim como aconteceu nos séculos passados. A multiplicação se torna inviável nos exemplos anteriores, como fundamenta a pesquisa de P37, uma vez que os alunos precisam passar por abstrações e generalizações. Consequentemente, eles começam a confundir as regras de sinais da adição e subtração com a multiplicação e divisão. Então, como afirmam as pesquisas de P39 e P49, os números inteiros exigem maior abstração dos alunos.

Isto nos leva à discussão já trazida anteriormente, da limitação dos exemplos do cotidiano, neste caso na aprendizagem operatória desses números. Com isso, percebemos que a generalização empírica, pautada somente nos conhecimentos cotidianos, não é suficiente para a apropriação dos conceitos científicos.

Chamamos a atenção, portanto, à necessidade de o professor estar preparado para lidar com as dificuldades quanto ao ensino, como discute a P35 dos números negativos, pois a relação direta com o cotidiano é limitada e, por isso, os conceitos precisam ser tratados formalmente. Concluímos, assim, que um ensino pautado apenas em bases concretas pode dificultar a aprendizagem e trazer prejuízos tanto para as operações de multiplicação, como para as de divisão.

Observamos o esforço de pesquisas como P17, P26 e P37, que mostram formas de se chegar com os alunos às regras de sinais da multiplicação, principalmente à compreensão que a multiplicação entre números inteiros de sinais opostos possui resultado negativo. Elas utilizam como base a pesquisa de Teixeira (1993, p. 65)[25], que contempla uma das ações mentais da

[25] A pesquisa de Teixeira (1993) não faz parte do nosso *corpus* de pesquisas, pois nossa busca se pautou nos portais da CAPES e BDTD, onde ela não foi encontrada.

multiplicação[26], que é a adição de parcelas iguais, para isso, esse autor considera como operador multiplicativo o multiplicando, que é o que indica o número de vezes que o multiplicador irá se repetir.

> Quando o operador multiplicativo é positivo, a assimilação é fácil, porque é possível até usando modelos mostrar que 2.(–5) ou 2.(+5) significa repetir duas vezes o número dentro de sua região: ao multiplicar negativo o resultado permanece na região negativa, valendo o mesmo para o positivo. Entretanto, quando o operador multiplicativo é negativo não é possível simplesmente imaginar números que se multiplicam na mesma região, mas, além disso, que o operador transforma o resultado obtido, mudando-o de região, ou seja, –2.(+5) = –10 e –2.(–5) = +10.

O problema maior acontece na multiplicação de dois números inteiros negativos resultar em um positivo, pois "permanecer apenas com a ideia da multiplicação como adição repetida seria um empecilho para a justificativa de $(-1).(-1) = +1$ " (P17, p. 24). A partir disso, os alunos precisam ampliar seu conceito de número para que consigam compreender as operações que envolvem o conjunto dos números inteiros. Apesar de não termos encontrado soluções para isso dentro dos capítulos que selecionamos para esse isolado, as P17 e P26, com base no caderno 9 da Coleção Temas Matemáticos do National Council of Teachers of Mathematics – NCTM[27], mostram a multiplicação de uma sequência de números inteiros de 4 até -4 pelo número positivo 5, e concluem, ao observar os resultados, que o produto de um número negativo por um número positivo é um número negativo. Em seguida, multiplicam os números inteiros de 4 até -4 pelo número negativo - 5 e, de acordo com a sequência de resultados, concluem que o produto de um número negativo por um número negativo é um número positivo.

Estes exemplos, que não têm relação com o cotidiano e necessitam de maior abstração dos alunos, ajudam a entender e chegar à regra de sinais da multiplicação e divisão através de certas regularidades. Já a regra de sinais da adição e subtração tem relação mais direta com o cotidiano e formalizá-la é mais intuitivo. A P15 constata que aprender as operações com números inteiros requer do aluno a construção de diversos esquemas de assimilação com significados diferentes, por isso, ele encontra diversos obstáculos nesse processo, os quais precisam ser superados. Grande parte deles está vinculado à dificuldade em operar com números negativos, como sustenta a P48, o que é reiterado por outros autores como Poblete, Carneiro e Martínez (2013, p. 43), quando destacam que "*en la práctica de enseñanza de*

---

[26] Sobre a multiplicação e suas ações mentais, a pesquisa de dissertação de mestrado de Giacomelli (2019) fundamenta melhor isso ao tratar sobre a formação de futuros professores de matemática para o ensino nos anos inicias.
[27] NCTM - National Council of Teachers of Mathematics. **Princípios e Normas para a Matemática Escolar**. Lisboa: Associação Portuguesa de Matemática, 2008.

enteros las dificultades y errores más recurrentes aparecen en la operatoria". Isto enfraquece o discurso de algumas pesquisas que defendem somente o uso da matemática atrelado a situações do dia a dia, pois, como vimos, nas operações de multiplicação e divisão isso não é tão simples assim. A P22 reforça que, apesar de a matemática ser utilizada em praticamente todas as áreas do conhecimento, ver sua aplicação e despertar o interesse dos alunos através de situações contextualizadas nem sempre é fácil e possível.

Citamos até aqui pesquisas que defendem um ensino de matemática contextualizado, ou seja, utilizando exemplos do cotidiano. Não desconsideramos a relevância das ideias trazidas por estes pesquisadores, na medida em que reconhecemos que podem aproximar os alunos do conhecimento matemático. Contudo, destacamos, assim como muitas delas, que a associação com os exemplos não leva à aprendizagem dos conceitos relacionados aos números negativos, quando estagna nas noções intuitivas e somente nas experiências empíricas que podem se tornar dificultadores da aprendizagem, principalmente quando se chega ao estudo das operações com números negativos. Em relação a isso, Davidov (1988, p. 99-100) pontua que:

> Planteamos que el nivel requerido es el de la conciencia y el pensamiento teóricos moderno, cuyas principales leyes son puestas al descubierto por la dialéctica materialista como lógica y teoría do conocimiento. El contenido y los métodos de la enseñanza primaria vigentes se orientan predominantemente a la formación, en los escolares de los primeros grados, de las bases de la conciencia y el pensamiento empíricos, camino importante, pero no el más efectivo en la actualidad, para el desarrollo psíquico de los niños. [...] El hecho es que en la instrucción media actual ya tiene lugar un aumento constante de la proporción de los conocimientos teóricos. Su asimilación, claro, favorece la formación de la conciencia y el pensamiento teórico de los escolares.

O ensino voltado ao pensamento empírico leva à generalização empírica que atende a demandas pontuais do pensamento, ou seja, pode resolver problemas de ordem prática imediata, contudo, somente ela não propicia a formação do pensamento mais elaborado, que favorece o desenvolvimento do pensamento teórico. Como vimos, os exemplos voltados ao cotidiano, que são exemplos empíricos, ao mesmo tempo em que podem ser relevantes para a aprendizagem, em outros momentos acabam por limitá-la. Portanto, aí reside a importância de superá-los, de buscar o desenvolvimento psíquico dos alunos através dos conhecimentos teóricos.

Ao pensar nas operações com números inteiros, a P15 afirma que os educandos têm dificuldades e que estas perduram ao longo dos anos do processo de escolarização. O que quer dizer que a não aprendizagem deste conteúdo não está somente no Ensino Fundamental, mas atinge também o Ensino Médio e até mesmo o Ensino Superior, como vemos nas pesquisas de P35 e P36. Sendo assim, as dificuldades perpassam o processo de apropriação do conceito que envolve os números relativos e chegam ao ensino das operações, que é feito pela regra de sinais de forma descontextualizada, como nos aponta a P17, e como uma atividade mecânica, conforme a P31.

A superação da dicotomia entre os exemplos empíricos e os aspectos teóricos passa pela intencionalidade na organização do ensino do professor e os recursos que utiliza para isto. Assim, a expectativa passa a ser a aprendizagem dos alunos, atendendo a um movimento proporcionado pelas relações estabelecidas durante as aulas que possibilite a assimilação dos conteúdos num movimento que vá do campo interpsíquico para o intrapsíquico, desenvolvendo as propriedades internas do pensamento (VIGOTSKI, 2005).

Esse planejamento intencional pode ser a proposição de situações-problema e metodologias de ensino, as quais, segundo a P22, devem estar adequadas às necessidades do momento, pois conforme a P53, o processo de ensino e aprendizagem não acontece sempre da mesma maneira, e um método de ensino inadequado pode promover dificuldades em sala de aula, como sinaliza a P22. Ainda, é fundamental o processo de avaliação por parte do professor, isto é, a reflexão sobre sua prática, de modo que ele perceba em que o aluno tem dificuldades e como pode saná-las. Afinal, o processo de aprendizagem é mais valioso que o resultado, como apontam a P36 e a P13.

Conforme afirma a P51, o longo processo de aceitação dos números negativos deixou marcas, que se refletem na escola, e não há um caminho simples a ser seguido. Ensinar não é uma tarefa fácil, como reforça a P35, ainda mais diante de um histórico conturbado desses números, como veremos no Isolado 3, que podem ser um obstáculo para o professor e o aluno. A partir de tudo isso, os números negativos não podem ser enunciados aos alunos apenas sendo acrescentados aos números já conhecidos, números menores que zero. Portanto, cumpre pensar sobre que ensino pode proporcionar efetivamente a aprendizagem.

Ainda em relação ao ensino, as pesquisas que fazem parte desse isolado mencionam o que ficou conhecido como tendências em Educação Matemática, principalmente a partir dos PCN. Dentre estas, destacam: resolução de problemas, etnomatemática, modelagem matemática, jogos e materiais concretos, Tecnologias da Informação e Comunicação (TIC) e a história da matemática.

A P10, por exemplo, cita algumas delas que podem ser utilizadas no ensino de números negativos, ressaltando que cabe ao professor identificar e analisar o uso delas. Destaca Libâneo (2004, p. 6):

> O que está em questão é como o ensino pode impulsionar o desenvolvimento das competências cognitivas mediante a formação de conceitos e desenvolvimento do pensamento teórico, e por quais meios os alunos podem melhorar e potencializar sua aprendizagem.

Uma vez que todo processo educativo se dá em meio a relações sociais, é intrínseco ao ato educativo organizar um ensino que promova o desenvolvimento. No entanto, não é qualquer ensino que promoverá o desenvolvimento dos seres humanos, segundo Vygotsky (2007, p. 103) “o aprendizado adequadamente organizado resulta em desenvolvimento mental e põe em movimento vários processos de desenvolvimento que, de outra forma, seriam impossíveis de acontecer”.

As P2, P7, P30 e P39 defendem o uso da história da matemática, ao abordar o conteúdo de números negativos, inteiros ou relativos. A P36 usa a história da matemática para justificar as dificuldades de aprendizagem encontradas no Ensino Fundamental, Médio ou Superior, ao abordar os números inteiros, ressaltando que grande parte dos obstáculos que surgiram na história ainda causam dificuldades hoje. Discussão esta, que vai ao encontro da P2, que destaca que os alunos podem ter as mesmas dificuldades que o ser humano teve ao longo da história para chegar ao conceito de números negativos.

A partir dessa compreensão, a P30 defende o estudo prévio da história da matemática pelo professor, pois acredita que conhecer os obstáculos que os matemáticos enfrentaram, o levará a compreender os erros que os alunos cometem e a propor alternativas que minimizem esse problema em sala de aula. Assim como a P30, a P48 igualmente defende que o professor conheça os obstáculos historicamente enfrentados pelos alunos no ensino de números inteiros.

Os materiais para o ensino de matemática podem ser aliados significativos, desde que atrelados à intencionalidade bem definida pelo educador, pois, ao mesmo tempo em que podem servir para definir um novo conceito, também podem ser desenvolvidos a partir das aprendizagens já estabelecidas, ideia exposta pelas P10, P45 e P6.

Cabe lembrar que o uso do jogo pode exigir do professor uma atitude diferente da que normalmente ele assumia. Cabral (2021, p. 114) chama a atenção para o fato de que, assim como a produção destes, muitas são as tarefas do professor:

> Independentemente das diretrizes escolhidas pelo professor para executar sua prática educativa em sala de aula, é público que exercer a docência não se resume a ministrar ou conduzir aulas, mas, sobretudo, envolve a produção de materiais e a preparação e correção de trabalhos e provas.

Ao determinar o objetivo da sua ação, o jogo, por exemplo, pode ser usado como introdução ou fixação de um conceito, o que pode valorizar, segundo Moura (1992) não só a definição tradicional, que entende o jogo como sendo diferente de uma situação de trabalho, mas também a dimensão lúdica do jogo como auxiliar do ensino. O autor define jogo pedagógico com "aquele adotado intencionalmente de modo a permitir tanto o desenvolvimento de um conceito matemático novo como a aplicação de outro já dominado pela criança" (MOURA,1992, p.53).

Infelizmente, conforme a P1, muitas vezes, os professores têm receio em utilizar jogos em sala de aula, pois receiam não dar conta da gama de conteúdos a desenvolver e cumprir durante o ano. A P4 afirma que, muitas vezes, a escola entende o jogo apenas como um descanso ou uma forma de gastar a energia dos alunos, não percebendo, assim, sua relevância no processo de ensino e aprendizagem. Ao brincar, o aluno constrói seu próprio conhecimento.

As cinco pesquisas recentemente citadas, assim como as P3; P11; P18; P19; P22; P31; P39; P44; P43; P45; P51; P49; P56 e P58, também destacam as vantagens de utilizar jogos ou materiais manipuláveis em sala de aula, sendo uma delas cooperar com a aprendizagem e, consequentemente, o desenvolvimento dos alunos. Ainda, a P6 ressalta que os jogos estão em consonância com o pensamento matemático, pois têm regras, instruções, operações, definições, utilização de normas e o desenvolvimento de novos conhecimentos.

Além do mais, os jogos e os materiais didáticos permitem que o aluno se aproprie de conceitos para depois atingir um nível de abstração, como nos informa a P44. A P58 discute igualmente a influência do jogo na Zona de Desenvolvimento Iminente, pois, ao mesmo tempo em que o indivíduo cria a realidade com sistemas simbólicos, ele se socializa em seu contexto social e cultural. Com isso, conforme Moura (2011), a importância do jogo está nas possibilidades de aproximar os alunos do conhecimento científico. As tecnologias também são citadas pelas pesquisas, caso das P8; P16; P20; P31; P39 e P56, como possibilidades para o ensino de números negativos.

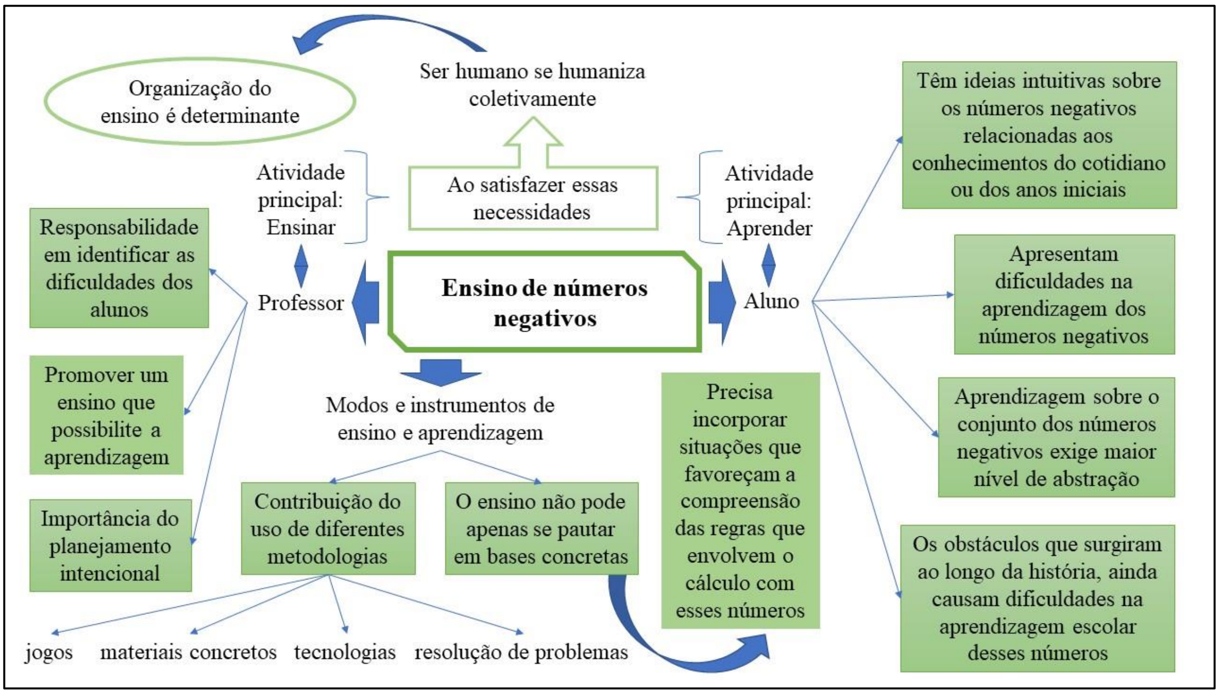
Materiais utilizados para o ensino de matemática, que são aliados do modo de ensinar adotado pelo professor, conforme a P49, podem trabalhar tanto conceitos matemáticos, como conceitos sociais, os quais são fundamentais para a formação do cidadão. Amador e Fajardo (2019, p. 135) afirmam que "a Matemática contribui muito para a formação básica do cidadão, ajudando a estruturar o pensamento, o raciocínio dedutivo, a criatividade, a iniciativa pessoal, o trabalho coletivo e as diversas formas de abordar e resolver problemas cotidianos". Porém, como afirma a P16, a escola não pode se restringir apenas a preparar seus educandos para exercer funções sociais, pois isso é consequência da aprendizagem.

Tanto a atividade de ensino como a atividade de aprendizagem possuem um sentido pessoal. Afinal elas foram desencadeadas, por um motivo, o qual colocou esses sujeitos na necessidade de se organizarem para realizar ações e será “a articulação entre motivos, ações e modo de ação que constituem a atividade” (MOURA, 2004, p. 259). Para realizar essas atividades, professor e aluno precisam estar movidos por um motivo pessoal, o qual precisa estar em consonância com necessidades comuns.

A despeito de os professores compartilharem significados na coletividade, isto é, com outros educadores e em cursos de formação, cada um carrega sua subjetividade na atividade de ensino. Assim, também, os modos de aprender dos alunos são subjetivos, cada um aprende de uma forma e no seu tempo. Tantos os estudos de Vigotski (2009) como os de Leontiev (1978) apontam os períodos de desenvolvimento, quando certas funções podem ser amadurecidas e formadas. Todavia isso não quer dizer que todos os alunos conseguirão se apropriar dos mesmos conceitos ao mesmo tempo.

A Figura 5 resume as ideias discutidas neste isolado referentes ao ensino de números negativos.

Figura 5 – Sistematização do isolado ensino de números negativos



Fonte: Elaborado pela autora

Finalizando este isolado, esclarecemos que, apesar das pesquisas citarem exemplos em que os números negativos podem ser utilizados no dia a dia, ou ainda indicarem modos, tendências ou materiais para ensiná-los, algumas delas não problematizam essas situações e tampouco as discutem teoricamente. Diante disso, chamamos a atenção para o fato de que pode ser ingenuidade achar que a solução para o problema de aprendizagem esteja simplesmente na relação da matemática com o cotidiano ou na utilização de jogos, ou outra estratégia, sem a devida compreensão dos conceitos, principalmente no que compete às operações com números inteiros.

Há de se pensar que a escola, “enquanto produtora e transmissora de cultura (s), onde se ensina e aprende matemática” (BÚRIGO; DALCIN, 2021, p. 2), desempenha um papel fundamental na formação dos indivíduos, em relação tanto à sua personalidade, como à apropriação dos conceitos científicos. Por isso que, ao organizar seu ensino, o professor precisa levar em conta que os conceitos matemáticos foram elaborados historicamente, a partir de necessidades humanas e “[...] considerar sua organização lógica-histórica, que leva à compreensão do movimento histórico de produção do conhecimento que também é lógico” (LOPES, 2018, p. 123). Portanto, a história do conceito precisa estar materializada nas propostas de ensino do professor, para que os alunos possam compreender como se deu esse movimento e se sintam parte dessa história. Sobre isto discutiremos no próximo isolado.

4.3 SOBRE O MOVIMENTO HISTÓRICO DOS NÚMEROS NEGATIVOS: O QUE AS PESQUISAS APONTAM

A partir de agora, nosso olhar se direciona àquelas pesquisas que trazem elementos acerca do movimento histórico de constituição dos números negativos, a fim de contemplar nossa ação investigativa de compreender a constituição do movimento histórico dos números negativos por meio do que é apresentado em pesquisas brasileiras. Defendemos a relevância da unidade lógico-histórica, na medida em que, para revelar a essência do objeto, é necessário reproduzir o processo histórico real de seu desenvolvimento, tendo o lógico atuando como meio de conhecimento do histórico (KOPNIN, 1978). Contudo, esta não é a premissa de todas as pesquisas do nosso *corpus*, o que nos levou a optar por enfatizar o histórico, em especial na primeira parte deste isolado, partindo da ideia de que este vai nos desvelar o processo de mudança do objeto, neste momento definido como os números negativos, suas etapas de surgimento e seu desenvolvimento. Das 59 investigações, um pouco mais da metade traz um capítulo ou item sobre a história desse conceito, seja pela denominação números negativos, números inteiros ou números relativos. Assim, nesse isolado analisamos 39 pesquisas, conforme o Quadro 5.

Quadro 5 – Isolado movimento histórico

ISOLADO	
Movimento histórico	
PESQUISAS	
P5	Todesco (2006)
P7	Soares (2007)
P10	Soares (2008)
P11	Bacury (2009)
P12	Rodrigues (2009)
P14	Morais (2010)
P18	Neves (2010)
P16	Machado (2010)
P15	Rocha Neto (2010)
P17	Pontes (2010)
P19	Bordin (2011)
P20	Salgado (2011)
P21	Roque (2012)
P24	Silva (2012)
P22	Liell (2012)
P25	Teodoro (2013)
P26	Hillesheim (2013)
P29	Rêgo (2014)
P30	Deixa (2014)
P28	Pereira (2014)
P27	Oliveira (2014)
P33	Cunha Júnior (2015)
P35	Danczuk (2016)
P40	Sales (2016)
P37	Chiarotti (2016)
P38	Gonçalves (2016)
P41	Santos (2016)
P39	Sousa (2016)
P44	Correia (2017)
P46	Rios (2017)
P42	Pinho (2017)
P49	Fantini (2018)
P50	Ferreira (2018)
P48	Falquetto (2018)
P51	Gajko (2018)
P53	Ferreira (2019)
P57	Vasconcelos (2020)
P59	Felipe (2021)
P47	Santos (2018) [28]

Fonte: Elaborado pela autora

[28] Esclarecemos que a pesquisa de Santos (2018) é voltada especificamente à história do matemático José Anastácio da Cunha. Contudo, faz parte do nosso *corpus* por se referir a aspectos relativos ao ensino deste matemático sobre quantidades negativas.

De modo geral, os principais fatos históricos apresentados são comuns à maior parte das pesquisas, sendo que algumas apresentam mais detalhes e outras são mais breves. Assim, discorremos acerca do que ficou mais evidente em cada uma delas sobre o movimento histórico dos números negativos para, no próximo item, apresentar seus entrelaçamentos.

Algumas pesquisas, apesar de mencionarem aspectos históricos, não foram selecionadas para esse isolado, pois remetiam a estes apenas em algum momento de sua discussão, para justificar a importância da temática da pesquisa ou a necessidade de fundamentar a dificuldade dos matemáticos em legitimarem esses números e, consequentemente, as dificuldades dos alunos ao estudarem. Assim, não contemplaram nossa seleção pelo critério de exclusão, ou sejam, não apresentaram um capítulo ou item específicos sobre o tema.

A primeira pesquisa selecionada foi a P5, que investiga a possibilidade e a eficiência de introduzir o número inteiro negativo na 3.ª série do Ensino Fundamental. Dentro do capítulo referente ao aporte teórico, há um item destinado ao histórico dos números negativos. Neste, ressalta que apresentará um resumo sobre o aparecimento destes números, conforme três pesquisas, sendo elas: Jahn (1994, p.27 – 33), Passoni (2002, p.15 – 18) e Nieto (1994, p. 33 - 37) [29]. Apoiado nelas, traz apontamentos sobre Hankel[30], Diofanto, a civilização chinesa, hindu com Brahmagupta e Bhaskara, e a árabe com Al-Khowarizmi. Além de citar matemáticos como Fibonacci, Chuquet, Cardano, Viète, Stifel, Widman.

A próxima pesquisa que selecionamos para esse isolado é a de P7 que levanta e analisa concepções predominantes entre professores de matemática sobre conhecimentos prévios e o seu uso em sala de aula acerca do conjunto dos números inteiros. Apresenta em um item dos seus elementos teóricos um breve relato histórico sobre os números inteiros, baseado no livro didático de Campos (2001), na pesquisa de Passoni (2002) e na obra de González *et al*. (1995). Cita como era a matemática dos chineses, babilônios e hindus. A partir disso, termina com uma sistematização histórica, tomando por base o livro de González *et al.* (1995) e afirma que essa análise mostra que os números inteiros encontraram diversas barreiras antes de serem aceitos.

A P10 investiga a potencialidade de reintroduzir os números inteiros negativos a partir da resolução de problemas, utilizando jogos. Em seu primeiro capítulo destaca o ponto de vista

[29] A pesquisa de Passoni (2002) faz parte do nosso *corpus* de pesquisas, porém, ao fazermos a leitura de seu título, resumo, palavras-chave e sumário, ela não trazia nenhum indicativo de pertencer a esse isolado, pelo critério de exclusão determinado nas etapas metodológicas. Jahn (1994) e Nieto (1994) não fazem parte do nosso *corpus*, pois são anteriores às plataformas usadas para nossa coleta de dados e, portanto, não foram localizadas.

[30] A forma de mencionar os matemáticos divergia nas pesquisas: algumas traziam nome, sobrenome e data de nascimento e morte; outras traziam somente o sobrenome (ou nome mais conhecido). Nesta primeira parte, optamos por fazer menção somente ao sobrenome (ou nome mais conhecido).

da matemática na evolução histórica, de forma breve, e não faz referência a nenhum autor. Destaca a matemática na China e cita o matemático grego Diofanto, bem como os matemáticos hindus, com Brahmagupta, e os matemáticos árabes, fazendo menção a Al-Khowarizmi. Depois, cita Fibonacci, Cardano, Viète, Stifel, Widman e Descartes. Finaliza, dizendo que, a partir de 1650, os matemáticos começaram a se acostumar com os números negativos.

A P11 volta-se ao uso de jogos no conjunto dos números inteiros. Em seu primeiro capítulo, traz um item que contempla algumas reflexões acerca da construção histórica da matemática em geral e, para isso, descreve um movimento que vai desde a pré-história e as civilizações mais antigas até a matemática construída no século XX. Ao citar os números negativos, utiliza como referência Guelli (2005a) e Guelli (2005b). Cita a passagem da Idade Média para a Idade Moderna e diz que, nesse período, se discutia sobre um novo tipo de número. Discorre sobre a matemática na China e pontua também as necessidades que foram estabelecidas durante o renascimento. Por fim, salienta que foi muito difícil a aceitação desses números pelos matemáticos e que, com a representação por meio de uma reta numérica, passaram a aceitá-los e difundi-los pelo resto do mundo.

A P12 objetiva a construção de um objeto de aprendizagem sobre números inteiros. Em seu segundo capítulo, discorre sobre o movimento lógico-histórico do conceito de números inteiros, usando vários autores da história da matemática, em especial Eves (2004), Boyer (1996) e Schubring (2000). Inicia trazendo a civilização chinesa e os hindus, com Brahmagupta e Bhaskara. Faz menção a Descartes, Viète, Diofanto, Stifel, Cardano, Bombelli, D'Alembert, Carnot, Euler e Hankel, este último que buscou a legitimação dos números negativos nas leis lógico-formais.

A P14, voltada à aprendizagem das operações com números positivos e negativos, tem um capítulo sobre os números inteiros, no qual aborda a história da construção do conjunto dos números positivos e negativos com base no livro de matemática de Reid (1959) e nos livros de história da matemática de Eves (2004) e Kline (1953; 1972). Faz menção a Diofanto, à matemática árabe e à civilização hindu, com Bhaskara. Ainda, cita Cardan, Chuquet, Stifel, Viète e Descartes. Por fim, conta que a legitimação desses números se deu foi no século XIX.

A P18, sobre o uso de jogos em sala de aula para dar significado ao conceito de números inteiros, traz um capítulo voltado à história dos números negativos que se baseou, principalmente, em Glaeser (1969). Ressalta a matemática da civilização chinesa, assim como faz menção aos matemáticos indianos, com Brahmagupta. Atribui a Diofanto a origem da regra de sinais. Depois disso, menciona as contribuições de Stifel, Stevin, Euler, D`Alembert, Laplace, Cauchy e Hankel, que conseguem em suas demonstrações desvendar por completo os números relativos e todas as dúvidas a eles relacionadas.

A P16 está voltada a uma estratégica pedagógica com o uso de tecnologias diversas na aprendizagem das regras de sinais. Em sua justificativa apresenta um item, contendo um breve histórico sobre a abordagem dos números inteiros, fazendo menção principalmente a autores da didática como Almouloud (2007), da epistemologia, como Glaeser (1985), e da história da matemática, como Eves (2004), Boyer (2003) e Garbi (2007). Neste, afirma que a existência dos números negativos consistia em um problema na matemática. Chama a atenção para as dificuldades de consolidação e aceitação dos números negativos pelos matemáticos chineses, hindus, árabes e europeus.

A P15, que estuda as dificuldades dos alunos com números inteiros, apresenta, em um capítulo suscintamente um histórico que vai da origem dos números naturais à formalização dos números inteiros com base principalmente no livro da história da matemática de Ifrah (1997). Discorre sobre a matemática na China e sobre os indianos com Brahmagupta. Cita também Chuquet, Widman, Stevin e explica que a formalização dos números inteiros se deu na metade do século XIX nas obras de Weierstrass e Hankel. Enfatiza que foi Hankel que compreendeu e formalizou as operações com números relativos.

A P17, que busca identificar justificativas da multiplicação entre números inteiros entre os alunos, registra em sua investigação um capítulo voltado à história dos números inteiros, pautado principalmente na pesquisa de Anjos (2008)[31], em obras de história da matemática, como Eves (1995), Struik (1997), Boyer (1974), e de epistemologia de Glaeser (1985). Ao abordar os números negativos, ressalta a civilização egípcia, grega, chinesa e hindu, com Brahmagupta e Bhaskara. Explica que os números negativos, na civilização europeia, são mencionados a partir do século XIII. Depois fala sobre os matemáticos Fibonacci, Widman, Cardano, Viète, Stevin, Descartes, Fermat, D’Alembert, Carnot, Cauchy, Euler, Newton e MacLaurin. Por fim, traz Peacock que revolucionou a matemática de sua época. Como consequência disso, em 1867, o matemático alemão Hankel superou alguns obstáculos relacionados à aceitação dos números negativos.

A pesquisa de P19 visa analisar o uso de jogos pedagógicos e materiais manipuláveis para a compreensão das operações com números inteiros. Em sua fundamentação teórica, há um item destinado aos números inteiros, à sua história e propriedades, pautado nos livros de história da matemática de Boyer (1985), no de matemática de Caraça (2003), de epistemologia

[31] A pesquisa de Anjos (2008) não faz parte do nosso *corpus* de 59 pesquisas, pois se trata de uma pesquisa bibliográfica voltada exclusivamente à história da matemática.

de Glaeser (1985) e de ensino e compreensão de números relativos de Borba (2003). Destaca a matemática dos chineses e a dos alemães, que utilizavam os símbolos + e –; e a dos italianos, as letras p e m. Cita Cardano, Diofanto de Alexandria, Stevin, Descartes, MacLaurin, Euler, D'Alembert e Carnot.

A P20 tem como intencionalidade investigar o ensino de número inteiros por meio de atividade com calculadora e jogos. Em suas análises preliminares, traz um item voltado aos aspectos históricos sobre os números inteiros o qual tem como principais referenciais o trabalho de Anjos (2008); o artigo de Anjos, Cardoso e Sá (2009) e o livro de história da matemática de Boyer (1998). Inicialmente faz menção à matemática dos chineses e explica que esses números não surgiram na contagem e, sim, na resolução de equações, as quais se concretizaram com Diofanto. Outros matemáticos também são apontados, como Stifel, Bombelli, Viète, Stevin, Cardano, Girard e Hankel. Explica que este último buscou a justificativa para os números negativos no princípio da permanência proposto por Peacock.

A pesquisa de P21 busca investigar as potencialidades pedagógicas da história da matemática em sala de aula. Nos seus aportes teóricos, há um item voltado à história dos números negativos, utilizando como principal referência o livro de González *et al.* (1990) e a epistemologia de Glaeser (2010). Faz menção à matemática da China, a Grécia com Diofanto, aos hindus com Brahmagupta, e aos matemáticos árabes. Depois discorre sobre Stifel, Cardano, Stevin, Descartes, Girard, D'Alembert e Carnot. Ressalta que, no século XIX, apareceu Hermann Hankel, o qual contribuiu de forma decisiva para a legitimação dos números negativos.

A P24 analisa as elaborações explicitadas por estudantes do 7.º ano do Ensino Fundamental sobre números inteiros e suas operações. Disserta sobre a história dos números inteiros em seu segundo capítulo, utilizando principalmente os livros de história da matemática de Eves (2004) e Boyer (1996) e a pesquisa de Rodrigues (2009)[32]. Explica sobre a matemática na China, a Índia com Brahmagupta e Bhaskara, e ainda sobre os matemáticos gregos, como Diofanto. Descartes, Stifel, Viète e Euler também são citados ao longo do seu capítulo. Para finalizar, discorre sobre as contribuições de Peacock e, principalmente, Hankel.

A P22 propõe-se a verificar se a aplicação de atividades matemáticas envolvendo um jogo contribuiu para aprendizagem dos números inteiros. No capítulo de seu referencial teórico, aborda as dificuldades de aceitação dos números inteiros ao longo da história e, para isso, traz

[32] A pesquisa de Rodrigues (2009) faz parte nosso corpus de 59 pesquisas e já foi descrita aqui no nosso inesperado.

os PCN (BRASIL, 1998), as pesquisas de Rossi (2009)[33] e Soares (2008)[34] e o artigo de Chamorro, Pinheiro e Rodrigues (2006). Menciona a matemática na China, os matemáticos gregos, como Diofanto, e os matemáticos árabes, como Al-Khowarizmi. Além disso, cita Fibonacci, Chuquet, Stifel, Viète, Descartes e Euler. Por fim, remete-se ao século XIX, quando os números negativos foram aceitos pelos matemáticos.

A P25 consiste em um estudo acerca das dificuldades e obstáculos no ensino de números inteiros. Em seu segundo capítulo, destina um item à história dos números e, para isso, utiliza como referenciais os livros de história da matemática de Ifrah (1998) e Boyer (1974). Menciona os gregos com Diofanto, os hindus com Brahmagupta e os matemáticos árabes. Após, discorre sobre Cardano, Viète, Stifel, Girard, Descartes, Newton e Fahrenheit. Ainda alude às contribuições da China e da Índia para matemática. Finda seu capítulo com a ideia de que muitos obstáculos precisaram ser superados tanto na criação como na aceitação dos números negativos.

A P26 organiza uma sequência para o ensino dos números negativos em uma turma de 7.º ano do Ensino Fundamental. Em seu segundo capítulo, narra o contexto histórico do surgimento da regra de sinais, para isso utiliza os livros de história da matemática de Eves (2004), Boyer (2010) e Struik (1992), e a epistemologia de Glaeser (1985). Inicia, trazendo Diofanto de Alexandria, da Grécia, comenta sobre a matemática chinesa, os hindus com Brahmagupta e Bhaskara, e os matemáticos árabes al-Khowarizmi e Omar Khayyám. Depois, também aponta Fibonacci. Indica as contribuições e os posicionamentos de Chuquet, Stifel, Cardano, Bombelli, Viète, Girard, Stevin, Fermat, Harriot, Euler e MacLaurin, quanto aos números negativos, durante a idade moderna. Depois, na idade contemporânea, cita Gauss, Cauchy, Laplace, Peacock e Hankel. Finda seu capítulo, ressaltando que, mesmo após a revolução que a obra de Hankel representou na matemática, a não aceitação dos números negativos se manteve por mais um tempo.

A P29 mostra a construção histórica dos conjuntos numéricos, apresentando fatos concretos sobre as dificuldades encontradas pelos alunos em operações fundamentais da matemática. Em seu segundo capítulo, trata dos números inteiros e mostra um breve histórico, no qual não menciona nenhuma referência. Este contempla desde o período em que o homem era nômade até sua fixação em cidades e a criação do comércio, quando apareceram as dívidas

---

[33] Nossa busca de dissertações e teses foram feitas em dois portais: Catálogo de Teses e Dissertações da CAPES e a Biblioteca Digital de Teses e Dissertações (BDTD). Apesar dessa ampla busca, a pesquisa de Rossi (2009) não aparece em nenhum desses portais.

[34] A pesquisa de Soares (2008) também faz parte do nosso *corpus* de pesquisas e já foi esmiuçada aqui.

e, consequentemente, os números inteiros. Explica que, a partir disso, se podem desenvolver operações, envolvendo números positivos e negativos e surgiu o conjunto dos números inteiros.

A P30 elabora uma proposta de ensino para o trabalho com números inteiros relativos para a educação escolar. Em seu primeiro capítulo, há um item destinado ao desenvolvimento histórico dos números inteiros relativos, no qual se baseia principalmente no livro de história da matemática de Boyer (1991) e na epistemologia de Glaeser (1985). Inicia evidenciando as contribuições dos indianos com o matemático Brahmagupta. Depois traz Cardan, Viète, Descartes, Fermat, Newton, Leibniz, Euler, Lagrange, Gauss, Cauchy e Diofanto. Diz que a regra de sinais só conseguiu ser justificada por Hankel em 1867.

A P28 faz um estudo sobre o ensino e aprendizagem dos números relativos e das operações de adição e subtração. Em seu capítulo destinado aos referenciais teóricos, trata sobre a compreensão dos números relativos pelos matemáticos e utiliza o livro de Schubring (2007) e a epistemologia de Glaeser (1985). A partir deste histórico, explica que muitos matemáticos relutaram em aceitar os números negativos. Ressalta que a regra de sinais é atribuída a Diofanto, apesar de não fazer qualquer referência aos números negativos. Depois indica seis obstáculos epistemológicos que dificultaram a aceitação dos números relativos.

A P27 investiga as estratégias de resolução de problemas de subtração de alunos de 1.º a 5.º ano do Ensino Fundamental acerca de números negativos. No seu primeiro capítulo, faz uma retomada histórica do número negativo na qual utiliza como referência os livros de história da matemática de Eves (2004) e Boyer (2002) e a epistemologia de Glaeser (1985). Aborda a matemática da civilização babilônica, egípcia, chinesa, grega com Diofanto, hindus com Brahmagupta e Bhaskara, e os árabes. Depois, discorre sobre Stevin, Cardano, Viète, Descartes, MacLaurin, Euler, D' Alembert, Cauchy e Hankel, que abandonou o ponto de vista prático, adotou o formal e, consequentemente, os números inteiros foram aceitos completamente.

A P33 analisa o uso de truques matemáticos, jogos pedagógicos e algoritmos alternativos para a aprendizagem das operações de multiplicação e divisão de números inteiros positivos. Apresenta dois capítulos históricos, um voltado às formas alternativas para realizar multiplicação de números inteiros; e outro, às formas alternativas para realizar divisões de números inteiros. Ao buscarmos pelo movimento histórico dos números negativos não encontramos nenhuma referência a este, apenas formas de realizar multiplicações e divisões em cada povo da antiguidade.

A P35 apresenta uma proposta metodológica que tenciona o aprendizado dos conceitos formais de números inteiros, do contexto histórico e das quatro operações. Ao olhar para o histórico sobre os números inteiros, o autor traz um item em seu segundo capítulo que se baseia crucialmente no livro de história da matemática de Eves (2004) e no livro de tópicos da história da matemática de Roque e Carvalho (2012). Aponta as contribuições do matemático hindu Brahmagupta e dos matemáticos chineses. Depois elucida o pensamento de Fibonacci, Widman, Viète, Diofanto, Chuquet, Cardano, Descartes, Girard, Stevin, MacLaurin, Argand, Euler, Cauchy, Dedekind e Hankel, ao qual se deve a legitimidade dos números negativos.

A P40 propõe atividades para o ensino de matemática a partir de dois modelos concretos: um deles voltado às operações com números inteiros; e o outro, às operações com frações. Ao escrever sobre o surgimento dos números negativos, em seu primeiro capítulo, não pontua quais as referências utilizadas, apenas em um momento aparece uma citação de um artigo de Medeiros e Medeiros (1992). Explicita sobre a matemática na China, na Grécia e no Egito. Além disso, também apresenta as contribuições de Diofanto e da civilização hindu com os matemáticos Brahmagupta e Bhaskara. Depois, cita Chuquet, Cardano, Viète, Harriot, Descartes, Stevin, Cramer, D'Alembert, Carnot, Euler, Gauss, Newton e Peacock. Este último distinguiu a álgebra aritmética da álgebra simbólica e, assim, as regras que regiam os inteiros positivos também deveriam reger os inteiros negativos.

A P37 apresenta uma proposta de tratamento para o conjunto dos números inteiros, um dos conteúdos básicos do 7.º ano do Ensino Fundamental. No capítulo dois da investigação aparecem os números inteiros a partir de um estudo da história da matemática que vai até o século XX, o qual tem como referências os livros de história da matemática de Boyer (1996), Eves (2011) e Katz (2010). Sobre a Grécia traz Diofanto, depois discorre sobre a matemática na China e na Índia, citando Brahmagupta e Bhaskara. Na idade média na Europa, indica Fibonacci. Também aponta no renascimento europeu Chuquet, Widman, Stifel, Cardano, Bombelli, Viète, Harriot, Girard, Descartes. No século XVII, cita Stevin, Newton e Leibniz. Na idade moderna, século XVIII, aparecem MacLaurin e Euler. Para finalizar, nos séculos XIX e XX, traz Maseres, Frend, Peacock, Hamilton e Hankel.

A P38 busca compreender distanciamentos e aproximações entre a construção dos números inteiros e propostas de ensino das operações de adição e subtração. No segundo capítulo da sua pesquisa, mostra os aspectos epistemológicos e históricos do conjunto dos números inteiros, utilizando as pesquisas de Anjos e Sá (2011) e Pommer (2010)[35], o livro de Schubring (2012) sobre os números negativos e a epistemologia de Glaeser (1985). Faz menção à matemática da China e hindu, com Brahmagupta e Bhaskara, e aos matemáticos árabes com Al-Khowarizmi. Conta que, entre os séculos XVI, XVII e XVIII, os matemáticos que se

[35] Ao olharmos as referências do estudo de P38, Gonçalves (2016), notamos que as duas pesquisas utilizadas são, na verdade, artigos científicos.

destacaram foram: Viète, Descartes, Leibniz, Fermat, Cardano, Arnauld, Prestet, Wallis, Newton, Wolff, MacLaurin, D'Alembert, Bézout, Condillac e Hankel. Explica que se deve a este último a aceitação dos números negativos, apesar de não ter sido unanimidade entre os matemáticos da época.

A P41 apresenta estratégias diferenciadas, que visam potencializar a aprendizagem dos educandos em relação aos números inteiros. Em seu segundo capítulo, tem um item voltado à história dos números inteiros, para isso, baseia-se principalmente no artigo de Medeiros e Medeiros (1992). Inicia, destacando sobre a matemática na China, na Índia com Brahmagupta e explicita as contribuições de Diofanto. Depois, cita Chuquet, Stifel, Frend e Wallis, que substituiu a ideia de os números negativos representarem quantidade pela ideia de representarem posição, porém essa questão demorou para ser concebida entre os matemáticos.

A P39 investiga a aprendizagem das operações com números inteiros, fazendo uso de jogos pedagógicos. No seu primeiro capítulo, menciona os aspectos sócio-históricos e teóricos do conjunto dos números inteiros com base na pesquisa de Rocha Neto (2010)[36] e no livro de Caraça (1951). Com isso, cita a matemática dos chineses e dos hindus. Depois faz referências a Chuquet e Euler. Finalizando, ressalta e explica que a formalização do conjunto dos números inteiros se deu a partir das obras de Weierstrass e Hankel.

A P44 mostra uma sequência didática que auxilia na representação, compreensão, manipulação e fixação das operações com números inteiros. Em seu referencial teórico, destina um item aos aspectos históricos sobre os números inteiros no qual utiliza basicamente as pesquisas de Soares (2008) e Salgado (2011)[37]. Parte da matemática dos chineses e depois enfatiza as contribuições do grego Diofanto, do hindu Brahmagupta, do árabe Al-Khowarizmi, além de trazer Fibonacci, Cardan, Viète, Stifel, Descartes, Widman e Cardano. A partir desse movimento histórico, destaca a divergência de opiniões entre os matemáticos e a dificuldade de aceitação dos números negativos.

A P46 compara as dificuldades presentes no processo histórico e, atualmente, em sala de aula, com a finalidade de disponibilizar ao professor um material de consulta. No terceiro capítulo da investigação, escreve sobre a história dos números negativos, a qual tem como fundamento teórico a pesquisa de Anjos e Sá (2011), a epistemologia de Glaeser (1985) e os livros de história da matemática de Boyer (1974) e Eves (2011). Na antiguidade, faz alusão à

[36] A pesquisa de Rocha Neto (2010) faz parte do nosso *corpus* de 59 pesquisas e também desse isolado, voltado ao movimento histórico dos números negativos.
[37] Como já destacamos anteriormente, a pesquisa de Soares (2008) não apareceu em nossa busca, já a de Salgado (2011) faz parte das 59 investigações selecionadas e também das que fazem parte desse isolado.

matemática dos chineses e dos gregos. Já na idade média, traz os hindus com os matemáticos Brahmagupta e Bhaskara. Na idade moderna, cita Stevin, Stifel, Cardano, Fermat, MacLaurin, Euler e D'Alembert. Na idade contemporânea, aparecem Cauchy e Hankel, o qual eliminou as dúvidas relacionadas aos números negativos.

A P42 objetiva elaborar o jogo trilha da adição de números inteiros como objeto auxiliar e facilitador no processo de ensino. Ao trazer a história dos números inteiros em seu segundo capítulo, baseia-se principalmente nos livros de história da matemática de Rogers (2008) e Rooney, (2012). Aponta a matemática da China, Diofanto e a civilização hindu com Brahmagupta. Depois, menciona Newton, Chuquet e Girard. Explica que, no final do século XVII e início do século XVIII, foi realizada a interpretação geométrica dos números negativos e positivos, numa reta numerada e orientada e que, no século XIX, com a sistematização axiomática, que se deu a partir do trabalho de Descartes, o conjunto dos números inteiros foi criado.

A P49 indica alguns materiais didáticos manipuláveis que podem ser utilizados nas aulas sobre números inteiros, a partir do 7.º ano do Ensino Fundamental. No seu capítulo de fundamentos teóricos, conta um pouco de história com base nos livros de história da matemática de Ifrah (1992) e Crosby (1999). Destaca que, na época do renascimento, muitos comerciantes anotavam os recebimentos e as despesas com sinais mais (+) e menos (-), além de ressaltar que esses sinais tinham sido registrados por Widman. Em outro item destinado a discorrer sobre os obstáculos epistemológicos, traz a obra de Glaeser (1985), e afirma que a construção formal do conjunto dos números inteiros demorou muitos séculos e, somente em meados do século XIX, Hankel propôs uma explicação formal para eles.

A P50 propõe a sequência Fedathi como metodologia na organização de sessões didáticas para o ensino dos números inteiros. No capítulo dois, apresenta um breve histórico dos números inteiros, focando essencialmente a pesquisa de Salgado (2011). Inicia falando sobre os matemáticos gregos, com Diofanto, depois menciona o matemático árabe Al-Khowarizmi e o matemático indiano Brahmagupta. No século XVI aponta osmatemáticos Cardano, Viète, Stifel. No século XVII, cita Girard; e no século XIX, Hankel, que legitimou os números negativos, a partir do princípio da permanência introduzido por Peacock.

A P48 analisa como um material didático produzido coletivamente sobre números negativos contribuiu para o processo de formação de alunos do Proeja. Nas reflexões teóricas destina um item à história dos números inteiros, no qual utiliza as contribuições do livro de história da matemática de Boyer (1974). Explica que os números negativos se originaram de diversos povos, dentre eles, os egípcios, os chineses, os hindus e os ingleses. Além disso, cita as contribuições de alguns matemáticos como: Brahmagupta, Diofanto, Fibonacci, Stifel, Cardano e Viète. Para finalizar, ressalta que o reconhecimento e a aceitação dos números negativos aconteceu no século XVIII com o matemático Newton.

A P51 mostra uma experiência de aplicação de sequência de atividades, cujo tema central é números relativos, envolvendo o uso de jogos em uma turma de 7.º ano. No seu segundo capítulo, aponta aspectos da história dos números negativos com base na obra de González *et al*. (1990). Inicia, falando que, por muito tempo, os números menores que zero permaneceram na "clandestinidade". Um dos motivos seria o fato de a matemática grega estar orientada pela geometria. Também aborda a matemática da China e da Índia, com Brahmagupta. Além disso, outros matemáticos são citados como Stifel, Cardano, Bombelli, Stevin, Harriot, Ozanan, Girard, Descartes, Newton, D'Alembert, L. Carnot, Euler, Laplace e, finalmente, Hankel que deu uma contribuição decisiva para a legitimação dos números negativos.

A P53 apresenta uma trajetória de ensino e aprendizagem para o estudo de números inteiros que foi elaborada e aplicada na perspectiva da Educação Matemática Realística. Em seu primeiro capítulo, ao contar um pouco sobre a história dos números inteiros, o primeiro item inicia pelo desenvolvimento do conceito de números, utilizando como principais referências os livros de história da matemática de Eves (2004) e Boyer (2010) e a epistemologia de Glaeser (1985). Indica a matemática dos chineses, dos gregos com Diofanto e dos hindus com Brahmagupta. Depois, discorre sobre Stifel, Cardano, Bombelli, Viète, Fibonacci, Pacioli, Stevin, Colin Maclaurin, Euler, D'Alembert, Carnot, Cauchy e, por fim, Hankel, que liquidou o problema dos números relativos.

A P57 analisa indícios de aprendizagem resultantes da aplicação de uma sequência didática, envolvendo as quatro operações com números inteiros em uma turma de EJA. Quando disserta sobre a evolução histórica dos números inteiros, em seu terceiro capítulo, se baseia em autores da história da matemática como Eves (2004), Boyer (2010) e Schubring (2018) e na pesquisa de Roque (2012)[38]. Faz menção à matemática dos chineses, dos gregos com Diofanto, da civilização árabe e a matemática indiana com Bhaskara e Brahmagupta. Nesta seara, ainda considera como importantes: Chuquet, Stifel, Cardano, Girard, Descartes e n Hankel, que, de fato, legitimou os números negativos.

A P59 investiga as contribuições do *soroban* dos inteiros para a significação de números inteiros por estudantes cegos. Quando discorre sobre a perspectiva lógica-histórica e os nexos conceituais dos números inteiros, em um item do seu terceiro capítulo, dialoga com a pesquisa

[38] A pesquisa de Roque (2012) faz parte do nosso *corpus* de 59 pesquisas e também pertence ao nosso inesperado do movimento histórico dos números negativos

de Rodrigues (2009)[39]. A partir disso, identifica Diofanto algebrista grego, o qual realizava operações de adição e subtração com números positivos e negativos, mas não aceitava números negativos como soluções de problemas. Os chineses são apontados como a primeira civilização a reconhecer os números negativos.

Por fim, a P47 discorre sobre José Anastácio da Cunha (1744-1787) e aspectos de seu ensino e sobre a natureza das quantidades negativas. Trata-se de uma pesquisa de cunho teórico sobre o matemático citado, que é dividida em três capítulos, sendo que no primeiro traz as considerações iniciais da pesquisa, além do enquadramento desta na história da matemática, no qual utiliza Glaeser (1985) e Schubring (2005). Já no segundo, apresenta a bibliografia do protagonista, e no terceiro capítulo discorre sobre a natureza das quantidades negativas, no qual retrata um duelo literário em que este estava envolvido. Sua fundamentação contempla a epistemologia de Glaeser (1985), o livro de matemática de Schubring (2005), o livro de história da matemática de Roque (2012) e duas cartas manuscritas sobre a natureza das quantidades negativas. Discorre sobre a civilização babilônica, grega e chinesa. Explica que, a partir do século XIII, a Europa passou a demonstrar algum desenvolvimento quanto às quantidades negativas, expressando dificuldades em aceitar a existência desses números. Posteriormente, foca em Simpson, René Descartes, Bézout, Euler e D'Alembert.

As pesquisas deste isolado expressam fatos e elementos sobre o movimento histórico dos números negativos, inteiros ou relativos e, dentre o que revelam é possível evidenciar:

- A necessidade de criação dos números negativos.
- Os seis obstáculos epistemológicos evidenciados por Glaeser (1985).
- Possíveis contribuições de civilizações como: egípcia, babilônica, grega, árabe, hindu e chinesa.
- Estudos de Diofanto de Alexandria; al-Khowarizmi; Brahmagupta; Bhaskara; Leonardo de Pisa (Fibonacci); Nicolas Chuquet; Michael Stifel; Johann Widman; Simon Stevin; Gerônimo Cardano; François Viète; Albert Girard; Thomas Harriot; René Descartes; John Wallis; Isaac Newton; Jean le Rond D'Alembert; Leonard Euler; Jean-Robert Argand; Colin MacLaurin; Pierre-Simon Laplace; Lazare Carnot; Hermann Hankel.

Estas orientam nossas reflexões sobre o movimento histórico referente aos números negativos.

---

[39] A pesquisa de Rodrigues (2009) pertence ao nosso inesperado e foi descrita aqui.

4.3.1 Síntese integrativa: entrelaçamentos do movimento histórico dos números negativos

Embora dentre as pesquisas aqui analisadas somente uma, explicitamente, se caracterizava como histórica, entendemos que o fato das demais apontarem para elementos históricos traz indicativos de sua importância para a aprendizagem de números negativos. Ao se remeterem ao movimento histórico, algumas trazem uma discussão mais vasta e pautam-se, principalmente em autores clássicos de livros de história da matemática, principalmente em Eves (2004), Boyer (1996), ou ainda em Glaeser (1985) e Schubring (2000), os quais também referenciaremos neste item, além de outros como Cajori (2007), Ifrah (2010) e Roque (2012). Outras, contudo, se pautaram somente em pesquisas, ou ainda, em livros didáticos e paradidáticos para fundamentar esse movimento. Embora reconheçamos o esforço para tentar aproximar a história da matemática do seu ensino a não ida a fontes primárias pode representar uma tentativa de busca por modos de ensinar que acabam simplificando ou apontando soluções empíricas que não contribuem para a apropriação do conhecimento teórico, na medida em que não permitem a aproximação à essência do conhecimento, expresso no seu movimento histórico.

Neste capítulo nossa discussão parte do pressuposto de que, para o desenvolvimento das máximas capacidades intelectuais dos estudantes, torna-se fundamental a apropriação de conhecimentos teóricos. Para chegar a eles, é relevante uma apropriação do movimento histórico na expectativa de que conhecer o percurso que a humanidade fez para desenvolvê-los, bem como os modos de ação que as novas gerações vão elaborando para conseguir apropriar-se deles, é um passo importante para compreender sua lógica, possibilitando chegar à sua essência, tal como aponta Kopnin (1978).

O indivíduo, como ser social, desenvolve-se a partir das relações que estabelece com seus pares. Além disso, toda nova aprendizagem surge com base em uma necessidade, pois "desde o início da humanidade, o combustível que move o homem é a necessidade" (MOURA, s.d., p. 3). Ao acompanharmos o percurso histórico da produção do conhecimento matemático, percebemos que existiram inicialmente diferentes soluções para problemas encontrados, métodos que foram deixando de ser usados, dando lugar para maneiras mais simples e rápidas de resolver a mesma situação-problema. Portanto, "cada grande matemático acrescenta algo ao que veio antes" (BOYER; MERZBACH, 2012, p. 15).

É importante destacar que o movimento histórico de criação dos conceitos matemáticos, não aconteceu de maneira linear, muitos foram os avanços e retrocessos ao longo dos tempos, um exemplo disso são os próprios números negativos, que não surgiram de uma hora para outra e nem pela contribuição de um só povo. Por isso, ao discutirmos aspectos relacionados a isto, integramos esse desenvolvimento, bem como a apropriação da cultura humana, uma vez que a formação dos seres humanos ocorre por meio de processos históricos e culturais.

Como forma de organizarmos a apresentação destes processos, o faremos em dois subitens, trazidos a seguir.

4.3.1.1 As primeiras ideias sobre os números negativos

Ao pensarmos no processo de constituição dos números negativos, buscamos compreender a necessidade histórica que levou à sua criação. A P39 afirma que os números negativos surgiram de várias inquietações, isto é, da busca por satisfazer necessidades instauradas pelo ser humano. Nesta perspectiva podemos dizer que foram necessidades cotidianas e da própria matemática.

Enganamo-nos, quando pensamos que tudo ocorreu de forma cronológica, que primeiro surgiram os números naturais e depois os números negativos. Com a formalização do conjunto dos números naturais, ficou mais fácil conceber que os números negativos são seus simétricos, em relação ao zero. Mas isso não foi um movimento simples, pelo contrário, como afirma Ifrah (2010, p. 337, grifos do autor), ao destacar que a humanidade

> durante muito tempo, ela viveu na impossibilidade de conceber os números “negativos” (-1, -2, -3 -4 etc.), dos quais nos servimos correntemente hoje em dia para exprimir, por exemplo, uma temperatura abaixo de zero, ou ainda um saldo devedor numa conta bancária. Assim, durante muito tempo uma subtração como 3 – 5 foi considerada impossível. Sabemos como a descoberta do zero varreu este obstáculo e permitiu, de acordo com a famosa “regra de sinais”, a extensão dos números aritméticos ordinários (ditos “naturais”) até os números “relativos”, por adjunção a eles de seus “simétricos” em relação a zero.

O autor expressa que com os números utilizados para contar, os naturais, até poderia existir a ideia intuitiva de números negativos, apesar de esses últimos levarem muito tempo para serem sistematizados. Segundo a P20, a construção lógico-histórica dos números inteiros começou a partir do surgimento dos números negativos. E, mesmo assim, a compreensão pelos próprios matemáticos levou muito tempo. Conforme Glaeser (1985), foi preciso esperar mais de 1500 anos para afirmar que a regra de sinais não apresenta qualquer dificuldade à compreensão. Afinal, por muito tempo os matemáticos e os estudiosos trabalhavam com os números negativos, tendo apenas uma compreensão parcial deles e, de acordo com o que é ressaltado por várias pesquisas, como a P19, a aceitação deles foi lenta e muito questionada.

Glaeser (1985) também cita seis obstáculos epistemológicos que acompanharam esse processo, os quais são mencionados por P16; P17; P21; P30; P28; P38; P49 e P47.

> 1. Inaptidão para manipular quantidades isoladas.
> 2. Dificuldades em dar um sentido a quantidades negativas isoladas.
> 3. Dificuldade em unificar a reta numérica. Isto se manifesta, por exemplo, quando se insiste nas diferenças qualitativas entre as quantidades negativas e os números positivo; ou quando se descreve a reta como uma justaposição de duas semi-retas opostas com sinais heterogêneos; ou quando não se consideram simultaneamente as características e estágios dos números.
> 4. A ambiguidade dos dois zeros.
> 5. Estagnação no estágio das operações concretas (em confronto com o estágio das operações formais). É a dificuldade de afastar-se de um sentido "concreto" atribuído aos seres numéricos.
> 6. Desejo de um modelo unificador. É a intenção de fazer funcionar um "bom" modelo aditivo, igualmente válido para ilustrar o campo multiplicativo, em que esse modelo é inoperante. (GLAESER, 1985, p. 39-40)

Esses obstáculos acompanharam o movimento histórico dos números negativos e, embora não nos deteremos em especificamente explicar cada um deles, julgamos relevante pontuá-los, uma vez que foram importantes para a aceitação e a legitimação desses números. Com isso, como colocado na P16, a existência dos números negativos consistia em um problema na matemática.

Quando o ser humano começou a desenvolver-se a partir do trabalho, nas primeiras civilizações conhecidas, como, por exemplo, a egípcia e a babilônica, ele passou a dominar os movimentos quantitativos, aprendeu como preparar suas terras para o plantio, construir grandes obras e a entender como os animais se reproduziam e a dominá-los. Aqui vemos os primeiros esforços para criação da escrita numérica, apesar dos números ainda serem mais manipulados do que pensados e suas escritas serem repetitivas. Segundo Schubring (2018), na matemática dos babilônios não houve uso de grandezas negativas e na do Egito observa-se o mesmo fato.

Sobre isso, a P17 afirma que a civilização egípcia utilizava linhas e níveis, malhas quadriculadas, as quais sugestionavam o uso posicional do número na construção de pirâmides, porém, o surgimento dos números negativos não é observado, questão que é também reforçada por P27 e P40. A P7 indica que os babilônicos tinham um bom domínio sobre as regras de cálculo, porém, conforme P27 e P47, eles não faziam uso de números negativos.

Cajori (2007) explica que a civilização grega herdou dos egípcios e babilônicos a utilização dos números como ferramentas e, diferentemente destas, não dependia tanto da natureza, afinal sua localização geográfica a favorecia e acabavam não precisando lutar tanto pela sua sobrevivência. Isso fez com que pudesse dedicar-se aos movimentos quantitativos da troca e do comércio, tornando-se o centro do conhecimento de sua cultura. A Figura 6 ilustra como os gregos escreviam os números.

Figura 6 – Sistema de numeração grega.

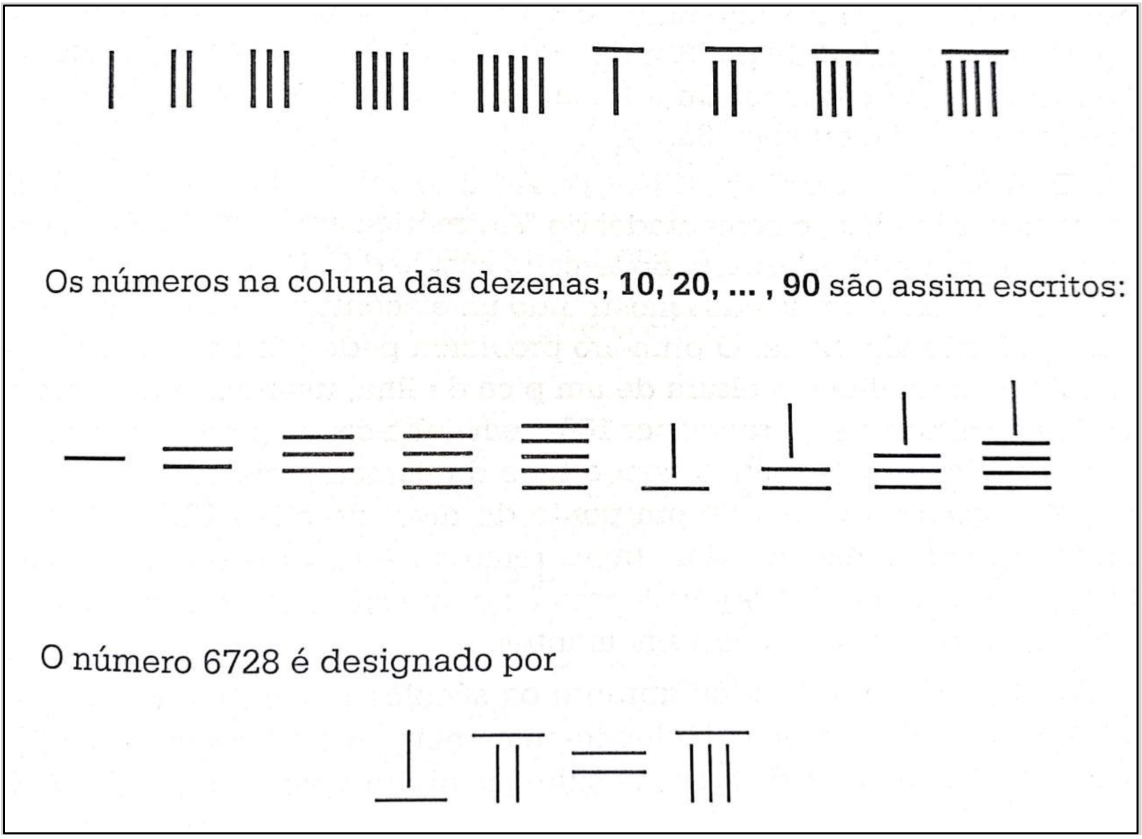
α	β	γ	δ	ε	ς	ζ	η	θ
1	2	3	4	5	6	7	8	9
ι	κ	λ	μ	ν	ξ	ο	π	ϙ
10	20	30	40	50	60	70	80	90
ρ	σ	τ	υ	ϕ	χ	ψ	ω	ϡ
100	200	300	400	500	600	700	800	900
,α	,β	,γ	etc...					
1.000	2.000	3.000						
					M	$\overset{\beta}{M}$	$\overset{\gamma}{M}$	etc...
					10.000	20.000	30.000	

Fonte: Cajori (2007, p. 89)

Assim, o número que era apenas ferramenta para resolver problemas do dia a dia tornou-se pensamento. Além disso, assim como a civilização egípcia e babilônica, não há vestígios da ideia de números negativos na civilização grega, pois, para eles, só era aceitável o que pudesse ser representado geometricamente, isto é, se especializaram na geometria, como expressam, respectivamente, P17 e P47; P14; P40; P50 e P57. Complementando essas ideais, a P51, afirma que a “clandestinidade” dos números negativos perdurou por muito tempo, e um dos motivos é o fato de a matemática grega estar orientada pela geometria.

Segundo Boyer (1996, p.137), “a ideia de números negativos parece não ter causado muitas dificuldades aos chineses [...]” pois utilizavam um sistema de numerais em barras, que consistia em duas coleções, sendo uma vermelha para representar quantidades positivas e uma preta para as quantidades a serem subtraídas, Figura 7. Ainda, “os bastonetes representavam operações com quantidades e não representavam números; encontra-se então o emprego de grandezas subtrativas” (SCHUBRING, 2018, p. 48).

Figura 7 – Sistema de numerais em barras



Fonte: Cajori (2007, p. 117)

Boyer e Merzbach (2012) destacam que, na China antiga e medieval, não era aceita a ideia de que um número negativo poderia ser solução de uma equação. Schubring (2018) traz um exemplo contido no livro clássico de matemática *Jiu-Shang suan shu* (nove capítulos de prática aritmética, aproximadamente 250 a.C.):

$$2x + 5y - 13z = 1000$$
$$3x - 9y + 3z = 0$$
$$-5x + 6y + 8z = -600$$

cujas soluções são $x = 1200, y = 500, z = 300$.

Ao selecionar esse exemplo, o autor tenta mostrar que os números negativos eram permitidos somente como valores intermediários durante o cálculo, mas não como soluções de sistemas de equações. Através de pesquisas mais recentes como a de Schubring (2018), percebemos que os chineses somente operavam com grandezas subtrativas, o que quer dizer que não podemos atribuir a eles o conceito de números negativos. A maioria das pesquisas descritas nesse isolado igualmente mostra as contribuições da civilização chinesa para os números negativos, especialmente a de P33.

Os gregos tinham uma matemática de "caráter geométrico e não algébrico, o objetivo sendo de comparar grandezas, e não medi-las" (SCHUBRING, 2018, p. 49). Assim, eles não concebiam os números negativos, porque não conseguiam representá-los graficamente mediante um segmento (GONZÁLEZ *et al.*, 1990).

Diofanto de Alexandria (nascido entre 201 e 214 e falecido entre 284 e 298), também chamado de Diofantes de Alexandria, um matemático do período alexandrino, que era influenciado pelas civilizações egípcia e babilônica e preocupava-se em resolver problemas práticos, é considerado por muitos o pai da álgebra "porque introdujo una notación abreviada para representar las potencias y las cantidades desconocidas, y porque abordo la resolución de las ecuaciones algebraicas sin recurrir a la geometría" (GONZÁLEZ *et al*., 1990, p. 23). No começo de sua obra *Aritmética*, ele "postula a regra dos sinais, sem detalhar ou explicar" (SCHUBRING, 2018, p. 49) aplicando-a a multiplicação de binômios. Glaeser (1985, p. 47) confirma isso, quando ressalta que "a origem da regra de sinais é atribuída geralmente a Diofantes de Alexandria (fim do século III d.C.)".

Além disso, Cajori (2007, p. 89) postula que "Diofanto não tinha nenhuma noção do que significavam os números negativos por si mesmos", o que confirma isso é o fato dele somente considerar as raízes positivas das equações. As pesquisas P5; P10; P12; P14; P18; P19; P20; P21; P24; P22; P25; P26; P30; P28; P27; P35; P40; P37; P41; P44; P46; P42; P50; P48; P53; P57 e P59 também pontuaram os feitos de Diofanto.

A matemática da Grécia clássica tinha a geometria como suporte da álgebra, enquanto os matemáticos do período alexandrino, movidos pela necessidade de resolver problemas práticos, deixaram as justificações geométricas de lado e oportunizaram a ampliação do campo dos números, porém os números negativos ainda não eram essenciais. Com relação a isso, Glaeser (1985, p. 50) explica que:

> Embora desejassem evitar o emprego dos números negativos, a prática do cálculo vai forçá-los à sua introdução, como intermediários do cálculo. Durante muito tempo eles se espantaram ao perceber que cálculos efetuados com "falsos números" levavam afinal ao resultado exato.

Assim, o primeiro obstáculo epistemológico pontuado por Glaeser, inaptidão para manipular quantidades isoladas, foi superado, pois os matemáticos começaram a calcular com números negativos. Os matemáticos árabes operavam "com grandezas subtrativas" (SCHUBRING, 2018, p. 49) e conheciam as regras de sinais, mas na álgebra somente aceitavam soluções positivas para seus problemas "*y no utilizan ningún tipo de abreviatura o símbolos de* *notación*" (GONZÁLEZ *et al.*, 1990, p. 25). O matemático árabe que ganhou grande popularidade foi al-Khowarizmi (nasceu em torno de 780 e morreu por volta do ano 850) e, de acordo com Boyer (1996), através da sua aritmética e do título de seu livro mais importante, *Al-jabr Wa'l muqabalah,* veio o termo álgebra, e foi por esse livro que mais tarde a Europa aprendeu este ramo da matemática. Esta obra "*trata de la resolución de ecuaciones de segundo grado por métodos algebraicos y geométricos*" (GONZÁLEZ *et al.*, 1990, p. 25).

Como já ressaltamos anteriormente, muitos afirmam que Diofanto é o pai da álgebra, no entanto, ao estudar a obra de Boyer (1996) percebemos que, na verdade, esse título pertence mais a al-Khowarizmi. Ainda, de acordo com Boyer (1996), a obra de al-Khowarizmi apresenta dois retrocessos, o primeiro deles refere-se ao nível dos problemas, que são mais elementares que os de Diofanto; e o segundo é que a sua álgebra é expressa em palavras, inclusive os números são escritos em palavras ao invés de símbolos. Isto quer dizer que sua álgebra era totalmente retórica. Utilizava a linguagem natural e carecia de um simbolismo específico (GONZÁLEZ *et al.*, 1990), o que mostra que os matemáticos árabes sofreram influências da álgebra babilônica, também é retórica. Apesar disso, as soluções apresentadas no seu livro se aproximam mais da álgebra elementar de hoje, principalmente para a resolução de equações do 2.º grau.

Esse mesmo autor afirma que na obra de al-Khowarizmi havia regras para operar com expressões binomiais, como, por exemplo: $(10+2)(10-1)\ e\ (10+x)(10-x)$. Embora os matemáticos árabes rejeitassem as raízes negativas e grandezas negativas, eles faziam uso de regras semelhantes a que hoje conhecemos como regra de sinais. Quanto aos árabes, as pesquisas de P5; P10; P14; P16; P17; P21; P22; P25; P26; P27; P35; P38; P44; P50 e P57, também trazem o esquivo dos números negativos.

Enfim, ao não considerar as raízes negativas das equações, a matemática árabe sofria influência da álgebra geométrica grega, pois não conseguiam conceber as magnitudes negativas, isto quer dizer que utilizavam métodos geométricos para resolver equações. González *et al.* (1990, p. 26) confirmam isso, quando escreve que "*los árabes tropezaran con el obstáculo que impidió durante siglos la aceptación de los negativos como números, a saber, la identificación de número con magnitud*". Isto mostra que a matemática árabe era de ordem mais prática, que eles se preocuparam primeiramente em resolver problemas ligados à terra do que aqueles mais complexos.

Na Índia antiga, encontramos alguns registros que evidenciam as contribuições de Brahmagupta (d.C. 598-668 d.C.). Diferentemente dos matemáticos chineses, gregos e árabes, que não aceitavam que um número negativo poderia ser solução de uma equação, Brahmagupta encontrou “soluções gerais de equações quadráticas, inclusive duas raízes mesmo quando uma delas é negativa” (BOYER, 1996, p. 150). Para mais, na álgebra, os hindus utilizavam algumas abreviaturas e símbolos para as operações.

Boyer e Merzbach (2012, p. 159) afirmam que “a aritmética sistematizada dos números negativos e do zero, na verdade, encontra-se pela primeira vez em sua obra”. Enquanto Diofanto aplicava a regra de sinais à multiplicação de binômios, sem a explicar, “os hindus as converteram em regras numéricas sobre números negativos e positivos” (BOYER; MERZBACH, 2012, p. 159). Contribuindo com essas discussões, Cajori (2007, p. 147, grifos do autor) destaca que:

> Os indianos foram os primeiros a reconhecerem a existência de quantidades absolutamente negativas. Criaram a diferença entre quantidades negativas e positivas dando uma ideia de “possessão” e a outra de “débito”. Também a concepção de direções opostas sobre uma reta, com interpretações do + e do –, não era estranha a eles.

Eles utilizavam os números negativos nos cálculos, assim como os viam como quantidades isoladas e expressavam suas regras operatórias sem fazer uso da geometria. As P5; P7; P10; P12; P14; P18; P16; P15; P17; P21; P24; P25; P26; P30; P27; P35; P40; P37; P38; P41; P39; P44; P46; P42; P50; P48; P51; P53 e P57, discorrem sobre a matemática da civilização hindu. Além disto, estas, com exceção das pesquisas de P7; P14; P16 e P39, trazem também as ideias do matemático Brahmagupta.

Os matemáticos indianos progrediram em relação a outras civilizações e podemos dizer que Brahmagupta se baseou nos avanços gregos de Diofanto e foram além “ao observarem que uma quadrática (equação), possuindo raízes reais, estas eram em número de duas” (CAJORI, 2007, p. 147). Entretanto, os matemáticos indianos, de modo geral, rejeitavam as soluções negativas, como pontua Schubring (2018, p. 49), ao comentar sobre a obra de Bhaskara:

> Enquanto ele rejeita uma solução de uma equação negativa de segundo grau, porque seriam -5 macacos, em outro caso efetua uma reinterpretação: um comprimento negativo é reinterpretado como sendo na direção oposta à considerada positiva. Esta abordagem de reinterpretar uma solução negativa no caso em que a situação o permite, há de generalizar-se muito mais tarde.

Assim, vemos a concepção de direções opostas presentes, quando Bhaskara (1114-1185) reinterpretou a raiz negativa da equação, a qual Cajori (2007) já havia citado como um dos avanços da civilização indiana. Enquanto em um primeiro momento ele rejeitou essa solução, tendo em vista que a rejeição às raízes negativas era algo naturalizado, pois eram consideradas inadequadas, em outro momento ele a aceitou. Ao encontro disso, a P5 evidencia que Bhaskara tinha uma posição oscilante em relação aos números negativos. Essa situação, apesar de parecer contraditória, é explicada na obra de Cajori (2007, p. 147), ao dizer que "comentadores desta posição dos indianos falam que as raízes eram vistas, mas não admitidas". Outras pesquisas do nosso isolado, além de P5, igualmente tratam sobre Bhaskara, sendo elas: P12; P14; P17; P24; P26; P27; P40; P37; P38; P46 e P57.

4.3.1.2 Os números negativos da idade média a idade contemporânea

Muitas dessas produções que citamos anteriormente caíram no esquecimento e somente séculos depois foram recuperadas. Conforme Glaeser (1985, p.51, grifos do autor): "As obras indianas da época são apenas coletâneas de sentenças, acompanhadas de exemplos de aplicação numérica. Não há, contudo, preocupação de explicar por que "o negativo multiplicado pelo negativo dá o afirmativo".

O início da idade média foi marcado pela queda de Roma em 476 d.C. e este período é considerado de grande estagnação matemática, pois sofreu forte influência religiosa. Um matemático dessa época considerado importante foi Leonardo de Pisa (1170-1240), conhecido como Fibonacci, e filho de um comerciante italiano, "*en cuanto a los números negativos Fibonaci sigue la tradición árabe de no aceptar las raíces negativas de una ecuación, posiblemente por considerarlas no significativas*" (GONZÁLEZ *et al.*, 1990, p. 27).

Ainda segundo esse autor, com base em alguns historiadores, em problemas envolvendo dinheiro, ele interpretou um número negativo como uma perda, afirmação esta também presente na P5 e P10. Ademais, as P17; P22; P26; P35; P37; P44; P48 e P53 discorrem sobre a posição de Finonacci quanto aos números negativos.

Tanto a matemática árabe como a europeia não reconheceram os avanços dos matemáticos hindus, o que mostra certo retrocesso intelectual. Assim, na época medieval, "*no sólo no se consideran a los negativos como entidades aisladas sino que comienza a considerarse que tales entes no se deben considerar*" (GONZÁLEZ *et al.*, 1990, p. 27) e com isso, iniciou-se o período de clandestinidade dos números negativos.

Na idade média, a economia que prevaleceu foi o feudalismo. Cada feudo produzia tudo que precisava, alimento, roupas e objetos de uso geral. A economia era de subsistência, ou seja, produziam apenas para consumo próprio, e o contato com outros feudos era bem restrito, pois naquela época poucas pessoas viajavam muito longe.

No renascimento, de acordo com González *et al.* (1990, p. 28), apareceu pela primeira vez um número negativo isolado em uma equação algébrica:

> […] *en la obra del matemático francés Nicolás Chuquet (1445-1500). Se trata de su «Triparty» escrita en 1484. Aquí aparece lo que hoy escribiríamos 4x = -2 (entonces no existían los símbolos algebraicos «x», «=» y «-»). Hay que recordar que el álgebra heredada de los árabes era retórica, progresivamente se fueron introduciendo abreviaturas y símbolos, pero hasta el siglo XVII no se convirtió en simbólica*.

As P5; P14; P15; P22; P26; P35; P40; P37; P41; P39; P42 e P57 discorrem sobre Nicolas Chuquet (1445- 1488), sendo que a P57 destaca ter ele aceitado qualquer resultado obtido como solução de uma equação, desde que a satisfaça.

Os primeiros sinais para representar as operações matemáticas começaram a surgir com os comerciantes italianos e ingleses. Conforme Boyer e Merzbach (2012), as letras *p* e *m* eram amplamente utilizadas na Itália para indicar adição e subtração. Em vista disso, a pesquisa de P12 esclarece que a adição era expressa por *plus* (mais) e a subtração *minus* (menos), que foram abreviadas por p e m, com um traço acima, e estas foram substituídas mais tarde por Michael Stifel (1487-1567) pelos sinais germânicos + e -.

Ainda no renascimento, em 1489, Johann Widman (1460-1498) publicou um livro de aritmética comercial, *Rechnung auff allen Kauffmanschafften*, considerado o mais antigo livro em que os sinais de + e - aparecem impressos, os quais eram "usados inicialmente para indicar excesso e deficiência em medidas em armazéns, mais tarde tornaram-se símbolos para as operações aritméticas familiares" (BOYER; MERZBACH, 2012, p. 199). As P5; P10; P15; P17; P35; P37; P44 e P49 também informam o registro dos sinais + e – por Johann Widman. Ainda, a pesquisa de P19 destaca que enquanto os alemães na metade do século XVI utilizavam os símbolos + e –, os italianos usavam as letras p e m, e as pesquisas de P29 e P49 afirmam que durante o renascimento, com a efervescência do comércio, os comerciantes começaram a utilizar os símbolos + e – para anotar os recebimentos e despesas, consequentemente seus lucros e prejuízos.

Até então, muitas vezes, quando um matemático, ao resolver alguma situação, chegasse a um número negativo, ele a deixava de lado, chamando esse resultado de um número absurdo ou fictício. Não que isso não tenha acontecido após a época do renascimento, mas aqui temos um marco histórico para a aceitação desses números e para que eles fossem mais bem vistos, já que estavam sendo muito utilizados no comércio.

Glaeser (1985, p. 52-53) se refere a Simon Stevin (1548 – 1620), explicando que, "ao longo da sua obra, ele trata abundantemente de números negativos, utilizados como artifícios de cálculos”. Isto é, ele os aceitava como raízes e coeficientes, porém não sabia interpretá-los, tampouco as raízes negativas de uma equação. Por isso. ao invés de dizer, por exemplo, “diminua 5”, dizia “acrescente -5”. Este processo de evitar a utilização dos números negativos, adotando outro processo, configura-se como o segundo obstáculo epistemológico, que é a dificuldade de dar sentido às quantidades negativas, e esta gera o sintoma de evitação, tão falado por Glaeser (1981). Simon Stevin também é citado nas pesquisas de P18; P15; P17; P19; P20; P21; P26; P27; P35; P40; P37; P46; P51 e P53.

Na metade do século XVI, surgiram alguns livros alemães de álgebra, dentre elas, Boyer (1996) destaca a *Arithmetica Integra* (1544), de Michael Stifel, a qual trouxe como contribuição mais importante para a época o

> [...] tratamento dos números negativos, radicais e potências. Usando coeficientes negativos em equações, Stifel pôde reduzir a multiplicidade de casos de equações quadráticas ao que aparecia como uma única forma; mas teve que explicar, por uma regra especial, quando usar + e quando -. (BOYER; MERZBACH, 2012, p. 199).

Aqui não temos como saber qual regra especial foi essa e se era baseada nas que os matemáticos hindus conheciam. Mas, assim como os matemáticos chineses, gregos e árabes, Michael Stifel, segundo Boyer (1996), recusou-se a admitir que uma equação poderia ter raízes com números negativos, apesar de ser um dos muitos autores germânicos que difundiu os símbolos de + e –, às custas da notação italiana p e m, letras estas, utilizadas na Itália para indicar adição e subtração. Além disso, Michael Stifel conhecia muito bem as propriedades dos números negativos, os quais chamava de *numeri absurdi*. As pesquisas de P5; P10; P14; P18; P20; P21; P24; P22; P25; P26; P37; P41; P44; P46; P50; P48; P51; P53; P57 e P47 também citam Michael Stifel e sua forma de conceber os números negativos.

Boyer (1996), ao falar sobre a obra de Gerônimo Cardano (1501-1576), *Ars Magna*, afirma que ele avançou em relação a Michael Stifel, que só trazia em seu livro as equações quadráticas. Gerônimo Cardano apresentou não só a resolução de equações cúbicas, como quárticas, mas admite que não foi ele quem as desenvolveu, pois baseou-se em sugestões de outros estudiosos. No entanto, os números negativos causaram certa dificuldade para ele, “porque não são aproximáveis por números positivos, mas a noção de sentido sobre uma reta tornou-os plausíveis” (BOYER, 1996, p. 197). Aí vem a noção de reta para auxiliar nessa questão, então ele usou os números negativos, mas os chamou de *numeri ficti*. Gerônimo Cardano também é mencionado nas pesquisas de P5; P10; P12; P14; P17; P19; P20; P21; P25; P26; P30; P27; P35; P40; P37; P38; P44; P46; P50; P48; P51; P53 e P57.

Uma curiosidade que o autor citado traz é que, se um algebrista desejava negar a existência dos números negativos, ele dizia, assim como os matemáticos gregos antigos faziam, que as equações $x^2 = 2$ e $x + 2 = 0$, não são resolúveis, isto é, "não havia necessidade de considerar raízes quadradas de números negativos" (BOYER, 1996, p. 197). Aqui podemos perceber que como os povos antigos não conheciam os números negativos, ou até conheciam, mas achavam difícil compreendê-los. Muitas vezes sua existência foi negada ao longo da história, e os problemas, que deles dependiam, acabavam ficando sem resolução.

González *et al.* (1990, p. 28) explicam que, no renascimento, "*ya no son ignorados como en la época anterior; se les reconoce, aunque dándoles el papel de «cenicientos», rechazados por todos pero utilizados también*". Então, nessa época temos uma relação de rejeição e ao mesmo tempo de tolerância, pois eles apareciam, mas ainda sofriam rejeições e "*la actitud de los matemáticos frente a ellos es diversa y, aunque ninguno los considera como números, la mayoría los utiliza como tales*" (GONZÁLEZ *et al*., 1990, p. 30). Em suma, havia ainda uma grande resistência que se perduraria por mais alguns anos.

O desenvolvimento da matemática durante o século XVII foi marcado pelo nascimento da ciência moderna e pelo estudo dos fenômenos naturais, isto é, os estudiosos procuravam explicações na natureza. Também foi um século de circulação do conhecimento, pois os cientistas se comunicavam por cartas. Eles ainda não aceitavam os números negativos, porém durante esse século, "*se amplía el uso de los negativos, persiste el rechazo ellos e aparecen los primeros intentos de legitimación*" (GONZÁLEZ *et al.*, 1990, p. 31).

A relação entre raízes e coeficientes teve grande destaque na álgebra de François Viète (1540-1603), todavia ele apenas conhecia as raízes positivas, apesar de ter chegado bem perto de descobrir as negativas. Em suas equações, François Viète "empregou a Cruz de Malta (+), e o símbolo (-) para a subtração" (CAJORI, 2007, p. 203). As P5; P10; P12; P14; P17; P20; P24; P22; P25; P26; P30; P27; P35; P40; P37; P38; P44; P50; P48 e P53 trazem François Viète e sua recusa aos números negativos.

Segundo Boyer (1996, p. 209), "coube a Girard em 1629, em *Invention nouvelle en l'algèbre*, enunciar claramente as relações entre raízes e coeficientes, pois ele admitiu raízes negativas e imaginárias, ao passo que Viète reconhecia apenas as raízes positivas". De acordo com esse mesmo autor, Albert Girard (1595-1632) percebeu que uma equação tem sempre tantas raízes quanto for o seu grau. As contribuições de Albert Girard aparecem nas pesquisas selecionadas no nosso isolado, das quais citamos P20; P21; P25; P26; P35; P37; P42; P50; P51 e P57.

Thomas Harriot (1560-1621), de acordo com Boyer (1996), foi um importante matemático inglês, porém, só teve seus estudos publicados 10 anos após sua morte, em 1621. Conforme, Boyer (1996, p. 210), "Harriot conhecia as relações entre raízes e coeficientes e entre raízes e fatores, mas como Viète ele era prejudicado por não reconhecer raízes negativas e imaginárias". A ele atribui-se a criação de duas notações: > maior que e < menor que, as quais foram utilizadas para substituir as palavras menor e maior, quando se quisesse comparar dois números positivos e negativos. As pesquisas de P26; P40; P37 e P51 destacam a importância desse matemático.

O matemático e filósofo René Descartes (1596-1650), segundo Boyer (1996), em sua última obra da trilogia *La géométrie*, resolveu muitas questões que geravam dúvidas no passado por parte de outras civilizações ou matemáticos. Aqui ele ressalta a teoria elementar das equações:

> Diz como descobrir raízes racionais, se existem, como abaixar o grau da equação quando se conhece uma raiz, como aumentar ou diminuir as raízes de uma equação de qualquer quantidade, ou multiplicá-las ou dividi-las por um número, como eliminar o segundo termo, como determinar o número de possíveis raízes "verdadeiras ou "falsas" (isto é, positivas e negativas) pela bem conhecida "regra dos sinais de Descartes" e como achar a solução algébrica de equações cúbicas ou quárticas. (BOYER, 1996, p. 237).

Com isso, as equações, consideradas por muitos povos como não resolúveis por conta de apresentarem soluções não possíveis com números naturais, recebem notoriedade nessa obra, uma solução, o que é confirmado por Glaeser (1985, p. 57), ao explicar que "a partir do século XVII, os números negativos aparecem naturalmente nos trabalhos científicos". As P10; P12; P14; P17; P19; P21; P24; P22; P25; P30; P27; P35; P40; P37; P38; P44; P42; P51; P57 e P47 também evidenciam a importante colaboração de René Descartes.

Provavelmente, essas produções matemáticas de René Descartes partiram de avanços que outros matemáticos já tinham feito, das quais ele partiu, apresentando novas soluções para problemas antes ignorados. Moura (s.d., p.7) fundamenta essa afirmação, ao escrever que:

> Consideramos que o desenvolvimento da necessidade do conhecimento matemático está ligado à capacidade do sujeito relacionar-se com o conhecimento reflexivamente. E isto é o mesmo que adquirir a capacidade de olhar para o que já foi produzido de forma indagadora em busca de otimizar o que já parece bom.

Isto nos leva a entender que todo esse processo passado ao longo dos tempos tanto por aqueles que se dedicavam ao estudo da matemática, quanto pelos que lidavam com problemas cotidianos que a envolvem para tentar atender suas necessidades imediatas, faz parte de um movimento de produção de novos conhecimentos a partir do que já foi produzido e vivenciado por gerações anteriores, suas dúvidas, frustração e também pela generalização de novas soluções para um mesmo problema. Isto se configura como um forte indicativo da relevância de conhecermos mais sobre os caminhos trilhados.

De acordo com Cajori (2007, p. 205), foram “poucos algebristas antes e durante a Renascença que entenderam o significado e até mesmo de quantidades negativas”. Diante disso, esse autor faz um estudo, destacando que François Viète descartou as raízes negativas de equações e que:

> Fibonacci raramente as usou, Pacioli estabeleceu a regra “menos vezes menos resulta mais”, mas realmente a aplicou somente no desenvolvimento do produto (a – b)(c – d); quantidades negativas puras não aparecem em seu trabalho. O alemão “Cossist” (algebrista), Michael Stifel, fala, em 1544, de números que são “absurdos” ou “fictícios abaixo de zero”, e que surgem quando “números reais acima de zero” são subtraídos de zero, e Cardano, por último, fala de um “menos puro”; “mas estas ideias”, diz H. Hankel, “permanecem esparsas, e até o início do século XVII, os matemáticos lidam exclusivamente com quantidades positivas absolutas”. Um dos algebristas que ocasionalmente coloca uma quantidade negativa propriamente dita em um dos termos de uma equação é T. Harriot na Inglaterra. Com respeito ao reconhecimento de raízes negativas, Cardano e Bombelli estavam bem a frente de todos os escritores da Renascença, incluindo Viète, mas mesmo assim, eles mencionavam estas chamadas raízes fictícias somente de passagem, sem alcançarem sua real significância e importância. Neste particular Cardano e Bombelli avançaram até ao mesmo ponto do hindu Bhaskara que viu as raízes negativas, mas não deu aprovação para elas. A generalização da concepção de quantidade para incluir a negativa foi um lento e ardoroso processo de desenvolvimento da álgebra. (CAJORI, 2007, p. 205, grifo do autor)

Outro matemático a ser lembrado foi Johann Hudde (1628-1704), pois ele foi o primeiro “a permitir que um coeficiente literal numa equação represente qualquer número real, seja positivo seja negativo” (BOYER, 1996, p. 256). Além disso, esse passo final foi feito na obra de Hudde intitulada *De reductione aequationum*, no processo de generalização das notações de Viète na teoria das equações.

Ainda é importante citar John Wallis (1628-1704), “*el más importante de los matemáticos ingleses anteriores a Newton, aceptó los negativos con todas sus consecuencias, hizo uso de ellos y llegó a dar reglas para operar con potencias de exponentes negativos*” (GONZÁLEZ *et al*., 1990, p. 32). Apesar disso, ainda faltava uma fundamentação lógica para isso. A P38 cita duas obras desse matemático, mas não detalha suas ideias, enquanto a P41 afirma que John Wallis substituiu a ideia de os números negativos representarem quantidade pela ideia de representarem posição, mas isso demorou a ser aceito pelos matemáticos.

Além desses avanços, foi possível observar na Inglaterra a aceitação dos números negativos, pois “*tras mostrar su posibilidad y eficacia son aceptados y utilizados como* *artificios de cálculo*" (GONZÁLEZ *et al.*, 1990, p. 32). No entanto, apesar de já estarem sendo utilizados, a rejeição a eles ainda persistia, assim como algumas tentativas de legitimá-los ainda no século XVII, como podemos acompanhar na apresentação deste isolado.

Não muito distante dessa época, no século XVIII, houve a expansão do ensino e, consequentemente, a publicação de muitos livros pelos matemáticos. De acordo com González et al. (1990, p. 36), "*la ausencia de rigor durante los siglos XVI y XVII permitió el progreso de las matemáticas. Durante el XVIII continuó esta tónica, pero los matemáticos comenzaron a resentirse de ella*". Mas foi Isaac Newton (1643-1727), "que desenvolveu de maneira mais abrangente as operações com grandezas negativas e concedeu-lhes o status de conceitos legítimos na matemática" (SCHUBRING, 2018, p.67). As pesquisas de P17; P25; P30; P40; P37; P38; P42; P48 e P51 também exprimem o pensamento de Isaac Newton.

Mais precisamente no ano de 1750, segundo Roque (2012), difundiu-se na França um intenso debate que chegou até a Inglaterra, sobre as quantidades negativas. De acordo com essa mesma autora, para Bernard le Bouvier de Fontenelle (1657-1757), as quantidades negativas não poderiam ser entendidas somente como subtrativas, ou seja, aquelas que devem ser retiradas de outras. Mas sim, em dois aspectos: um quantitativo, o qual era admitido com maior frequência; e outra qualitativo, relacionado à ideia de oposição. Alexis Claude de Clairaut (1713-1765), assim como Bernard le Bouvier de Fontenelle, admitiu soluções negativas para equações. Já Jean le Rond D'Alembert (1717-1783) criticou em *Encyclopédie*, os números negativos de maneira bem equivocada. Ele aceitava a regra dos sinais nas operações, mas considerava incorreta a ideia de quantidades negativas menores que zero.

Apesar disso, de acordo com Schubring (2018), Jean le Rond D'Alembert identificou o zero com o nada e negava a existência de grandezas negativas isoladas, por exemplo: o sinal de – em uma expressão algébrica, indica apenas a sua posição e não tem influência sobre a sua quantidade. As P12; P18; P17; P19; P21; P27; P40; P38; P46; P51; P53 e P47 mencionaram Jean le Rond D'Alembert e sua crítica à aceitação dos números negativos.

A partir disso, podemos concluir que, durante esse século, os matemáticos se preocupavam mais com a utilidade dos resultados do que com o rigor lógico de suas demonstrações. González *et al*. (1990, p. 37) explicam:

> Así pues, durante el siglo XVIII y comienzos del XIX continúa el rechazo hacia los negativos y a la vez se multiplican los esfuerzos por legitimarlos, de dos formas: dando interpretaciones concretas de los negativos y tratando de justificar lógicamente sus propiedades, en especial la regla de los signos.

Coerente com esta ideia, Glaeser (1985, p. 54) afirma que "[...] até o fim do século XVIII, as quantidades negativas não tinham adquirido o status de números". No século XIX, houve muitas discussões na França diante das ideias de Jean le Rond D'Alembert sobre os números negativos. Com isso, houve uma grande proliferação dos métodos algébricos e, consequentemente, a expansão das operações. Também temos a figura de outro matemático, Leonard Euler (1707-1783), que defendia que todas as grandezas podiam ser expressas por números e operações.

> Para Euler, o modo de se obter os números negativos era similar ao modo de se obter os positivos. No caso destes, somamos continuamente a unidade para obter os números naturais (assim denominados por ele): 0, +1, +2, ... Se, ao invés de continuar esse processo com adições sucessivas continuássemos na direção oposta, subtraindo unidades, obteríamos a série dos números negativos: 0, -1, -2... . Esses números fossem positivos ou negativos, deveriam, segundo ele, ser chamados de "números inteiros". (ROQUE, 2012, p. 442)

Vemos, assim, uma primeira definição para o conjunto dos números inteiros, tal como temos hoje. Esta informação também se encontra na P12, que destaca que Leonard Euler aceitava os números negativos e tentou reuni-los com números positivos, sob um único conceito de números inteiros. No entanto, toda sua influência com relação aos números negativos não teve grande repercussão na França.

A posição de Leonard Euler quanto aos números negativos também está presente nas P12; P18; P17; P19; P24; P22; P26; P30; P27; P35; P40; P37; P39; P46; P51; P53 e P47. Além disso, conforme a P47, Leonard Euler trabalhou com quantidades negativas e tentou explicar a regra de sinais.

A partir daí, muitas pessoas passaram a publicar trabalhos sobre a representação geométrica dos números negativos. O padre Adrien-Quentin Buée (1745-1825)[40], segundo ainda Roque (2012, p. 443),

> [...] usava a distinção entre os aspectos quantitativos e qualitativos dos números negativos proposta por Fontenelle, esclarecendo que os sinais de mais e de menos tem dois significados distintos que é preciso interpretar. O primeiro designa uma operação aritmética que, quando aplicada a um segmento de reta, define seu comprimento; já o segundo pode ser visto como uma operação geométrica que remete à ideia de direção.

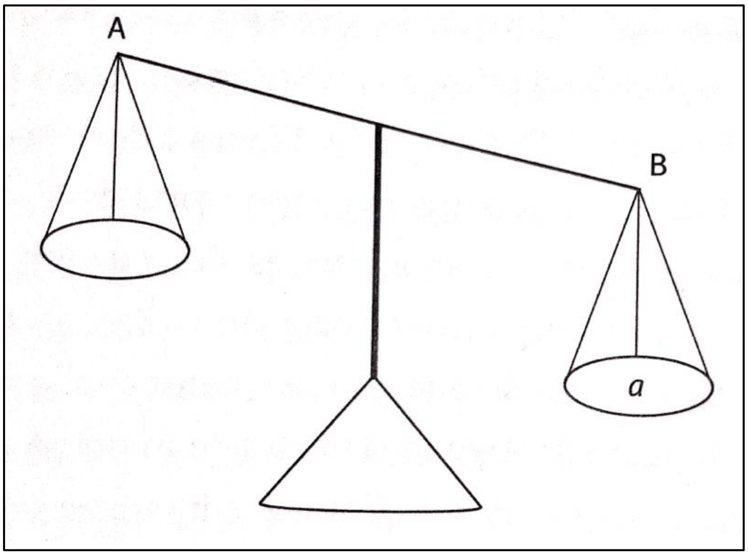
Ele levou em consideração as contribuições de Bernard le Bouvier de Fontenelle e trouxe outras, como a ideia de direção. Além desse, temos Jean-Robert Argand (1768-1822),

[40] Nas referências consultadas, há divergências em relação aos anos de nascimento e morte deste matemático.

que conforme essa mesma autora, publicou em 1813 um artigo denominado “Ensaio sobre uma maneira de representar as quantidades imaginárias nas construções geométricas”, no qual “ele começa por tratar das quantidades negativas, afirmando que estas não podiam ser rejeitadas, sob o risco de se ter de questionar diversos resultados algébricos importantes” (ROQUE, 2012, p. 443). A P35 também discorre sobre Jean-Robert Argand.

Jean-Robert Argand propõe a construção de uma balança com dois pratos, A e B, para explicar melhor e assegurar a existência dos números negativos. A ideia era acrescentar certa quantidade ao prato A, fazendo assim com que este lado ficasse mais “pesado”. Para restabelecer o equilíbrio, ele sugere tirar uma quantidade do prato A de cada vez. Quando chegasse em zero quantidade no prato A, segundo Jean-Robert Argand seria possível continuar retirando quantidades, desde que estas fossem acrescentadas ao prato B. Entende-se que “retirar do prato A significa acrescentar ao prato B” (ROQUE, 2012, p. 444). Então, por exemplo, para representar a grandeza - a, ele usa a Figura 8:

Figura 8 – Representação da grandeza negativa – a



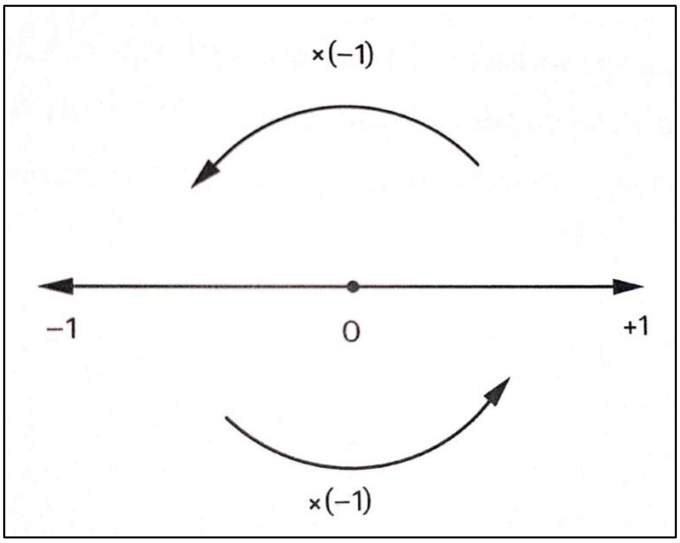
Fonte: Roque (2012, p. 444)

Através desse experimento, ele assegura “alguma ‘realidade’ a esses termos, que, de outro modo, seriam somente ‘imaginários’” (ROQUE, 2012, p. 444, grifo do autor). Percebemos, assim, que o termo imaginário também era usado para designar os números negativos e, na tentativa de torná-los mais próximos do que poderia ser considerado real, Jean-Robert Argand utiliza a balança.

> A representação dos números negativos foi fruto da concepção de uma oposição entre duas direções, estabelecida a partir de um ponto neutro definido como ponto 0 (zero). Na balança de Argand, o 0 pode ser visto como ponto de apoio entre os braços. Esse 0 não é propriamente um "nada", nem o número negativo é um "menos que nada"; o 0 é o referencial que permite a escolha (decisão) de uma orientação que tornará um número positivo ou negativo. (ROQUE, 2012, p. 447, grifos do autor)

Jean-Robert Argand busca atribuir um sentido às operações com números negativos, por isso, também propõe que a multiplicação por –1 é uma reflexão em relação a origem da reta numérica. Com isso, ele tenta facilitar o entendimento da multiplicação por -1, conforme ilustra a Figura 9:

Figura 9 – Multiplicação por –1



Fonte: Roque (2012, p. 445)

A partir disto, durante o século XVIII e XIX "*las cantidades negativas como símbolos formales, de los que se sabe que siguen una reglas al operar con ellos*" (GONZÁLEZ et al., 1990, p. 41). Mas enquanto estes tentam dar um significado a essas quantidades negativas, surge um grande problema, pois eles acreditam que a matemática descrevia fenômenos físicos, isto é, buscam explicações e exemplos práticos extraídos da natureza.

Colin MacLaurin (1698-1746) e Euler tentaram justificar a regra de sinais. O primeiro deles, "*en lo que se refiere a los negativos trata de darles una existencia real, que le lleva a negar la existencia de cantidades negativas aisladas, recayendo en la concepción empirista que predominaba en su época*" (GONZÁLEZ *et al.*, 1999, p. 43). Ele não teve seguidores imediatos e, além disso, foi um período em que a matemática inglesa teve alguns conflitos que perduraram até meados do século XIX, pois Isaac Newton e Gottfried Wilhelm Leibniz travaram uma verdadeira briga para saber quem era o inventor do cálculo infinitesimal.

Glaeser (1985, p. 60) afirma que Colin MacLaurin, em sua obra *Tratado dos fluxos* (1742), se deparara com o obstáculo 3, que se refere à dificuldade em unificar a reta numérica, "condenando o emprego da relação entre números positivos e negativos, considerados como quantidades incomparáveis heterogêneas". Inclusive, em sua obra, *Tratado de álgebra,* segundo o autor, ele esbarra no obstáculo 3 e 4, o que não permite que compreenda os números negativos totalmente. Apesar disso, em sua obra, podemos levar em consideração seu grande progresso em abordar formalmente a regra de sinais, mas não entraremos em detalhes nessas demonstrações. Ademais, as P17; P19; P26; P27; P35; P37; P38; P46 e P53 destacaram Colin MacLaurin como importante pensador matemático.

Com isso, a matemática francesa e a suíça tiveram grande destaque. Leonard Euler, matemático suíço, ciado anteriormente, trabalhava apenas com representações geométricas e, ao tentar demonstrar a regra de sinais, mostrava alguns argumentos confusos, nos quais não nos deteremos aqui, apenas evidenciaremos que ele "*pensaba que ∞ separaba a los positivos de los negativos, de la misma forma que lo hace el 0*" (GONZÁLEZ *et al.*, 1990, p. 44). Além disso, conforme a P47, Leonard Euler trabalhou com quantidades negativas e tentou explicar a regra de sinais, porém suas justificativas não conduziam a uma fundamentação rigorosa.

Pierre-Simon Laplace (1749-1827) também tentou justificar a regra de sinais e situá-la em um plano formal, no entanto, "*la justificación lógica de la regla de los signos está en función de hacerla real, lo que pone de manifiesto que Laplace aún no está totalmente situado en el plano formal*" (GONZÁLEZ *et al.,* 1990, p. 44). As P18; P26 e P51 expõem as realizações de Pierre-Simon Laplace.

Neste período, os matemáticos e estudiosos já tinham compreendido as propriedades aditivas e, assim, os obstáculos epistemológicos 5 e 6, estagnação no estágio das operações concretas e desejo de um modelo unificador, respectivamente, assumiram grande importância. As tentativas de superação desses obstáculos permitem "uma justificativa aceitável para a regra dos sinais da multiplicação dos números relativos isolados" (GLAESER, 1985, p. 94).

Lazare Carnot (1753-1823), matemático francês, foi responsável por questionar algumas inconsistências da época para os números negativos e é mencionado também nas P12; P17; P19; P21; P40; P51 e P53. Segundo Glaeser (1985, p. 81), ele "participou amplamente do progresso matemático no que concerne aos números relativos, não atribuindo respostas válidas às questões levantadas, mas desempenhando um papel provocador". Isto é, ele mostra algumas contradições da época, mas não consegue achar uma solução para resolvê-las. Um exemplo disso é:

> *Si se admite la concepción de que una cantidad negativa es aquella menor que cero, además de considerar que quitar algo de la nada es una operación imposible, argumenta la misma contradicción que Arnauld acerca de la proposición 1/-1 = -1/1. Y en relación a las desigualdades dice: – 3 será menor que 2, mientras que (-3)² será más grande que 2^2, es decir que entre dos cantidades desiguales el cuadrado de la más grande será menor que el cuadrado de la más pequeña, lo que está en contra de todas las ideas claras que se pueden formar de cantidad*. (GONZÁLEZ *et al*., 1990, p. 39)

A partir disso percebemos, com base em González *et al*. (1990), que ele esbarra em algumas contradições da época, como admitir que as quantidades positivas e negativas são da mesma natureza, mas em sentidos opostos, o que não é verdade. Se calcularmos a raiz quadrada de uma um número negativo, por exemplo, – 16, obtemos um número imaginário 4i, enquanto raiz quadrada de um número positivo, + 16 resulta em 4. Portanto, elas não são de mesma natureza.

Desde então, os matemáticos e os estudiosos começaram a questionar-se se realmente a matemática descrevia apenas o mundo real, os fenômenos da natureza, crenças estas, que os levaram a negligenciar a existência dos números negativos. Conforme Glaeser (1985, p. 91), "[...] na metade do século XIX os números negativos conquistaram condição de igualdade com os números positivos". Apesar disso, os sintomas de evitação perduram por algum tempo. Então, seria nesse século que esses números seriam aceitos definitivamente. Glaeser (1985, p. 102, grifos do autor) conta que:

> Em 1867, surge a obra de Herman Hankel, "Teoria dos sistemas dos números complexos", onde todos os obstáculos referentes à teoria dos números são ultrapassados. De fato, a mudança essencial – passagem do ponto de vista "concreto" ao ponto de vista "formal" –, foi efetuada antes em outros campos da matemática. No caso de que tratamos, Hankel limitou-se a aplicar ideias que já começavam a desenvolver-se.

Dessa forma, este matemático causou uma ruptura de pensamento para a época, pois não se tratava mais de explicar os números negativos através de exemplos práticos, era necessário formalizar uma explicação para a regra de sinais das operações, a qual causava grande desconforto nos matemáticos. Eles ainda não tinham uma explicação clara e consistente para ela, pois muitos acreditavam que esta estaria na natureza e, por muitas vezes, acabavam desprezando esse problema. Enquanto outros se pautavam em exemplos práticos para demonstrá-la, todavia sempre chegavam em alguma inconsistência.

Contudo, Hermann Hankel (1839-1873) aborda os números negativos em outra dimensão, entendendo que “tais números não são mais descobertos, mas inventados, imaginados” (GLAESER, 1985, p. 105). Em sua obra, tinha como pretensão apresentar a teoria dos números complexos, mas, em suas demonstrações, acabou eliminando uma tensão que persistia por muitos anos em relação aos números negativos e, com isso, demonstra de forma consistente a regra de sinais, pois ele revolucionou ao recursar a busca por um modelo, rompendo com o último obstáculo epistemológico.

> Conhecendo, por exemplo, as propriedades aditivas de $\mathbb{R}$ e a multiplicação de $\mathbb{R}^+$, Hankel propõe explicitamente estender a multiplicação de $\mathbb{R}^+$ a $\mathbb{R}$, respeitando um princípio de permanência [...]. A existência e unicidade dessa extensão resulta do seguinte teorema: a única multiplicação em $\mathbb{R}$, que estende a multiplicação usual em $\mathbb{R}^+$, respeitando a distributividade (à esquerda e à direita) está de acordo com a regra dos sinais. (GLAESER, 1985, p. 105-106)

Isso reitera a ideia de a regra de sinais ser uma produção do ser humano. Com isso, Schubring (2018) afirma que, como estas extensões constituem convenções, portanto, não podem existir provas para as definições assim conseguidas. Então, não há demonstrações para as regras de sinais. A solução do problema de fundamentar as operações no campo numérico ampliado dos números inteiros, segundo Schubring (2018), foi proposta pela primeira vez em 1817, por um professor do secundário, que, mesmo com o apoio de Gauss, só recebeu aceitação na comunidade matemática em 1867 com a publicação do livro de Hermann Hankel.

Por conta disso, podemos considerar esta obra como decisiva para a legitimação dos números negativos, fundamentação esta que encontramos também nas P5; P12; P18; P15; P17; P20; P21; P24; P26; P30; P27; P35; P37; P38; P39; P46; P49; P50; P51; P53 e P57. Ainda, a P26 destaca que, mesmo com a revolução causada por Hermann Hankel, a não aceitação dos números negativos se manteve por mais um tempo.

Ao longo deste item, pontuamos o movimento histórico percorrido pelos números negativos e, em especial, alguns dos obstáculos epistemológicos enfrentados pelos matemáticos e estudiosos ao longo dos anos até serem legitimados, levando à compreensão de que a aceitação destes números pelos matemáticos foi muito difícil, pois conforme a P11 muitos se mostravam desfavoráveis quanto à sua importância. Glaeser (1985), em sua obra *Epistemologia dos Números Relativos*, esquematiza um quadro, contentando alguns autores importantes, e indica em quais obstáculos eles esbarraram ao manipular os números negativos, os quais impediram que eles fossem entendidos totalmente, conforme Quadro 6.

Quadro 6 – Obstáculos epistemológicos dos números negativos

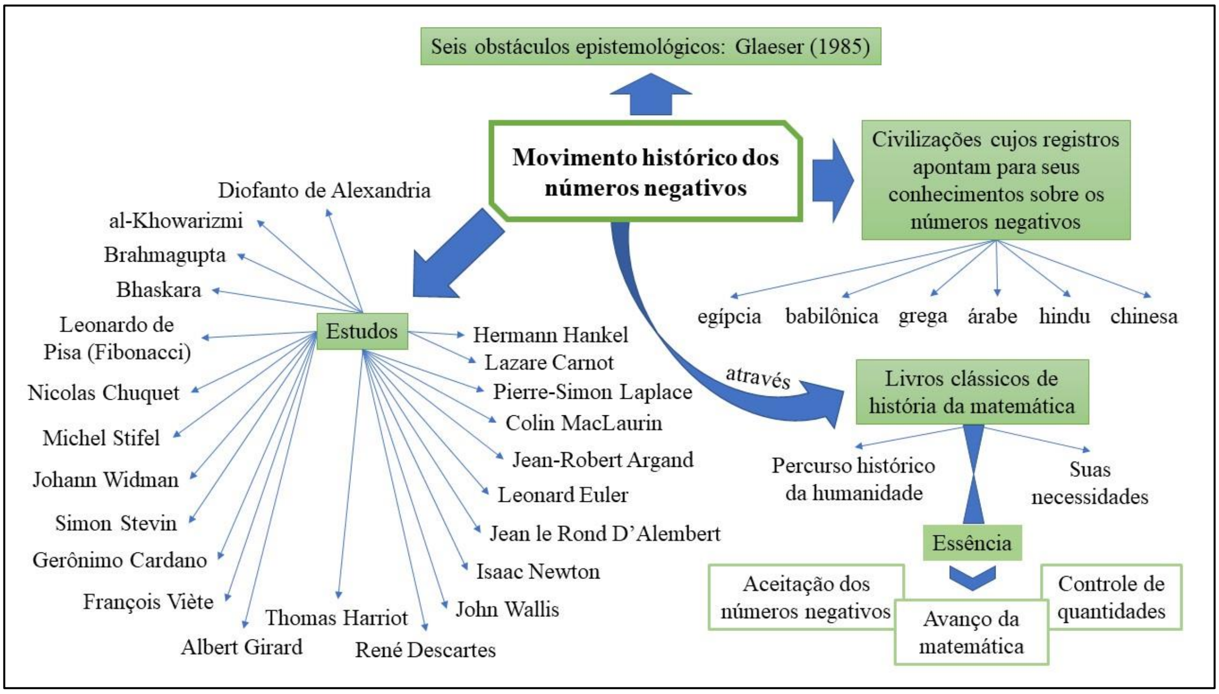
Obstáculos						
Autores	1	2	3	4	5	6
Diofantes	–					
Simon Stevin	+	–	–	–	–	–
René Descartes	+	?	–	?		
Colin Maclaurin	+	+	–	–	+	+
Leonard Euler	+	+	+	?	–	–
Jean d'Alembert	+	–	–	–	–	–
Lazare Carnot	+	–	–	–	–	–
Pierre de Laplace	+	+	+	?	–	?
Augustin Cauchy	+	+	–	–	+	?
Herman Hankel	+	+	+	+	+	+

Fonte: Glaeser (1985, p. 42)

Estes matemáticos foram citados ao longo de nossa escrita sobre o movimento histórico, pois apareceram nas pesquisas de nosso estudo e em nossas referências, as quais sejam livros e artigos de história da matemática. Como já ressaltado, não nos detemos em discutir cada um desses obstáculos, mas mostramos esse quadro, a fim de sintetizar essas ideias e dar um panorama geral dos acontecimentos e de quando foram superados, o qual está representado pelo sinal de "+" e pelo de "-" os que não foram dominados. Já os pontos de interrogação colocados pelo autor nos colocam na dúvida se foi ou não vencido.

A Figura 10 sintetiza os aspectos discutidos neste isolado, referentes ao movimento histórico dos números negativos.

Figura 10 – Sistematização do isolado movimento histórico dos números negativos



Fonte: Elaborado pela autora

Por meio da escrita deste isolado, apresentamos aspectos sobre o movimento histórico dos números negativos, os obstáculos enfrentados, bem como conflitos, avanços e retrocessos no caminho de sua produção e aceitação, como vimos nas obras aqui estudadas. Reconhecemos que o que está aqui escrito não reflete todos os acontecimentos, o que não seria possível trazer e nem era nossa intenção, mas que, como um isolado, se constitui como um recorte da realidade que nos possibilita acompanhar a essência do movimento dos números negativos que, como produção humana, resultaram da busca inicial da satisfação da necessidade de controlar quantidades, levando a números que não eram compreendidos no conjunto dos números naturais. Além disso, da necessidade do desenvolvimento deles para o avanço da própria matemática, como nos apontam as pesquisas, a partir dos autores que as ampararam, na resolução de equações, nas quais eles já apareciam, mas muitas vezes não eram considerados como solução.

Por fim, destacamos que, através dos apontamentos das pesquisas que selecionamos e da nossa discussão histórica por meio dos autores que apresentamos, podemos dizer que os números negativos surgiram de várias inquietações e, no desejo por atender necessidades, vários sujeitos, em diferentes tempos, espaços e povos, como ilustra a Figura 10, se detiveram a estudá-los e construíram a síntese que temos hoje. Estudar a história deste desenvolvimento pode favorecer uma compreensão mais profunda de sua essência e ser um elemento essencial para a aprendizagem. Contudo, ressalta-se, novamente, a relevância de que se busquem fontes primárias para este estudo.

No próximo item, discutiremos o último isolado que compõe nosso estudo sobre a aprendizagem de números negativos.

4.4 SOBRE OS DOCUMENTOS CURRICULARES: O QUE AS PESQUISAS APONTAM

Neste item temos como objetivo verificar o que os documentos curriculares indicados por pesquisas brasileiras orientam sobre o processo de ensino de números negativos. Das pesquisas que compõem nosso *corpus* de análise, selecionamos para esse isolado aquelas que tratam sobre os Parâmetros Curriculares Nacionais e/ou a Base Nacional Comum Curricular, considerando os critérios de exclusão já especificados. Nossa investigação percorre 19 anos de história, isto é, de 2002 a 2021 (intervalo de publicação das pesquisas selecionadas) e, por isto, optamos por esses documentos já que foram os principais indicados por elas.

Embora várias façam menção em seu resumo aos PCN ou à BNCC, na leitura do texto na íntegra, muitas vezes, apareciam apenas algumas breves menções sem relação ou discussão mais aprofundada da investigação com os documentos que pudessem trazer indicativos de resultados relacionados a eles. Assim, chegamos a 16 pesquisas que abordam em um capítulo um dos documentos curriculares, citados conforme o Quadro 7.

Quadro 7 – Isolado documentos curriculares

ISOLADO	
Documentos curriculares	
PESQUISAS	
P3	Costa (2003)
P34	Simão (2016)
P39	Sousa (2016)
P9	Bini (2008)
P11	Bacury (2009)
P19	Bordin (2011)
P5	Todesco (2006)
P10	Soares (2008)
P25	Teodoro (2013)
P26	Hillesheim (2013)
P41	Santos (2016)
P46	Rios (2017)

P53	Ferreira (2019)
P55	Beck (2019)
P56	Souza (2019)
P52	Luna (2019)

Fonte: Elaborado pela autora

A partir dos dados que estas nos revelaram, observamos que algumas se detiveram mais nos aspectos gerais trazidos pelos documentos, sejam eles voltados à formação do aluno, à organização e estrutura desses documentos ou à matemática de modo geral. Outras trataram da especificidade dos números negativos por meio das orientações sobre os números inteiros, pois assim são apresentados nos documentos.

As P3; P34; P39; P9; P11e P19 abordam os documentos de modo geral, sem se deter especificamente no conteúdo de números negativos, apesar de esse ser tema comum a todas elas. Dentre estas, as três primeiras trazem um item voltado aos PCN, enquanto as outras dedicam um item ao uso de jogos com base nos PCN.

A P3 verifica a eficiência de um jogo para o ensino e aprendizagem de números inteiros. Em seu primeiro capítulo, discorre sobre as orientações oficiais para a Educação Nacional, apontando dois itens. No primeiro deles, menciona aspectos dos PCN (1998)[41] e começa explicando qual a finalidade da Educação Básica, citando a Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional (LDB) de 1996, cujo objetivo é desenvolver o educando, assegurando-lhe uma formação para o exercício da cidadania fornecendo-lhe meios para progredir no trabalho e em estudos posteriores. Também pontua os objetivos do Ensino Fundamental, os quais, segundo esse mesmo documento são: desenvolver a capacidade de aprender, tendo como meios básicos o pleno domínio da leitura, da escrita e do cálculo; compreender o ambiente natural e social, do sistema político, da tecnologia, das artes e dos valores em que se fundamenta a sociedade; desenvolver a capacidade de aprendizagem, tendo em vista a aquisição de conhecimentos e habilidades e a formação de atitudes e valores; e fortalecer os vínculos de família, os laços de solidariedade humana e tolerância recíproca em que se assenta a vida social.

Ao se referir aos PCN (1998), destaca alguns aspectos deste documento: não descartam a atividade construtiva do aluno; dão relevante importância aos conteúdos, tanto os específicos quanto os procedimentais e os atitudinais; consideram o professor como indispensável no processo educativo e, como os demais segmentos da escola, tem a responsabilidade de formar cidadãos. Em seguida, sublinha a avaliação em matemática nos PCN (1998), a qual deve

[41] Ao citar os documentos curriculares, iremos nos basear, nesse primeiro momento, naqueles que foram apontados pelas pesquisas do nosso *corpus*. Caso em algum momento não nos referirmos ao ano do documento é porque a pesquisa descrita não o fez.

contemplar duas dimensões: social e pedagógica. Continua essa discussão sobre avaliação e autoavaliação, mas sem citar novamente algum documento curricular.

Ainda neste capítulo de orientações oficiais para a Educação Nacional, mas no item conteúdos escolares, começa a discorrer que tanto o Brasil como outros países vêm adequando os currículos à realidade e às necessidades então atuais (a pesquisa é de 2003), propondo mudanças no enfoque curricular. A partir disso, apresenta o que considera uma nova visão de educação orientada pelos PCN (1998), tendo como base os conteúdos específicos ou conceituais; conteúdos procedimentais e conteúdos atitudinais, o que altera significativamente a atuação do professor. Reitera que os conteúdos conceituais devem promover a construção de capacidades intelectuais para operar com símbolos, ideias, imagens e representações que permitem organizar a realidade. Também, que a memorização não deve ser um processo mecânico e, sim, um recurso que torna o aluno capaz de representar informações e, mais tarde, relacioná-las com outros conteúdos.

Explicita que os conteúdos procedimentais expressam o saber fazer, o tomar decisões e o realizar ações ordenadas em busca de atingir metas, e envolvem aspectos do cotidiano escolar, como hábitos, técnicas, estratégias, habilidades, etc. A pesquisa de P3 afirma, segundo os PCN (1998), que os conteúdos atitudinais dizem respeito a atitudes, valores e normas. Assim, cada disciplina envolverá tanto os conteúdos específicos quanto os procedimentais e atitudinais. Ainda, escreve que o ensino e a aprendizagem de condutas exigem “da equipe escolar um posicionamento sobre o que e como se vai ensinar”, o qual estará explicito no Projeto Político Pedagógico das escolas. Define atitudes com base em alguns autores, já que, para ela, os PCN não a definem e chega à conclusão de que “a inclusão de ‘atitudes’, ‘valores’ e ‘normas’ como conteúdo escolar não significa uma maneira de controlar o comportamento dos alunos” (P3, p. 19). Assim, a intenção é de que a escola intervenha de forma sistematizada e permanente na formação do cidadão. Para terminar, destaca que os PCN (1998) indicam o trabalho com Temas Transversais para abordar os conteúdos atitudinais.

A P34 busca relatar a construção e a aplicação de atividade e avaliações para auxiliar no processo de ensino-aprendizagem dos números inteiros. Em seu primeiro capítulo, destina um breve item para discutir os PCN (1998), e explica que eles realçam a importância de o professor conhecer o contexto histórico, os conhecimentos prévios, as características sociais, culturais e psicológicas dos educandos. Aponta que, como o papel do professor é ensinar, ele precisa deter conhecimentos, e entender a matemática como uma ciência dinâmica. Por fim, evidencia que o conhecimento só é completo, se aplicado em diferentes contextos.

A P39 investiga a aprendizagem das operações com números inteiros, fazendo uso de jogos pedagógicos. Ao falar, em seu segundo capítulo, sobre os entraves e as perspectivas no ensino da matemática na Educação Básica, em um dos itens trata sobre a funcionalidade da matemática e os PCN. Essa pesquisa, ao perceber as consonâncias das Tendências em Educação Matemática com o que propõe o documento, opta por fundamentar seu estudo nele destacando, assim, sua eficiência. Explica que os PCN são referências para o Ensino Fundamental e Ensino Médio de todo País e que têm como objetivo garantir a todas crianças e jovens "o direito de desfrutar dos conhecimentos reconhecidos como necessários para o exercício da cidadania, mesmo quando esses sujeitos se encontrarem em localidades diferenciadas com condições socioeconômicas desfavoráveis" (P39, p. 40).

Quando reflete sobre os PCN (2001) de matemática, salienta que eles, além de trazerem a formação básica para cidadania, discutem as condições humanas de sobrevivência, como se dá a inserção de pessoas no contexto profissional, bem como, suas relações culturais e sociais, e também o desenvolvimento crítico dos sujeitos. Enfatiza que, apesar de não ser uma receita pronta a ser seguida, cabe pensar na sua efetivação e em seu papel na formação de capacidades intelectuais, para que o aluno consiga associar as vivências em sala de aula com a vida cotidiana e conhecimentos matemáticos com os conhecimentos de outras áreas.

A P39 ainda traz o Art. 27 da LDB e destaca que os PCN (2001) concordam com ela, ao tratar da transversalidade como perspectiva a ser partilhada pelos docentes de diferentes áreas do conhecimento, incluindo a matemática. Com isso, cita os Temas Transversais delineados nos PCN: Ética, Orientação Sexual, Meio Ambiente, Saúde, Pluralidade Cultural, Trabalho e Consumo. Explica que tais temas objetivam uma prática pedagógica, sistematizada e contínua, que repensa a ideia limitada que entende que ensinar matemática se reduz a transmitir conteúdos curriculares. Com base em Yus (1998), afirma que os Temas Transversais são os eixos condutores da atividade escolar e são comuns a todas as disciplinas.

Por fim, levanta algumas questões sobre o ensino de matemática, destacando sua importância na vida cotidiana e que "a matemática se manifesta na ação do homem sobre a realidade por ele vivida" (P39, p. 42). Assim, o professor está diante de muitas possibilidades, as quais podem promover uma prática mais consistente, desde que ele dimensione as vivências cotidianas de modo a conseguir se aproximar dos alunos, fortalecendo seus saberes.

As três investigações sobre as quais iremos discorrer a seguir, P9; P11 e P19; contemplam um item destinado ao uso de jogos com base nos PCN.

A P9 analisa se uma abordagem metodológica de ensino contribuiu para o conhecimento dos alunos da 6.ª série do Ensino Fundamental, no campo conceitual dos números inteiros. Em seu segundo capítulo, em que aborda os pressupostos teóricos da pesquisa, discorre em um dos itens sobre a importância da atividade interativa (jogos) segundo os PCN. Neste, explica que os jogos e os desafios beneficiam a construção do conhecimento, pois o erro, nesse caso, serve como uma nova possibilidade de tentar novamente, sem o aluno se sentir incapaz e inibido. Alerta, também, que essa possibilidade que o jogo proporciona não acontece na resolução de exercícios. Salienta que o erro é uma maneira de o estudante recomeçar e se superar e, quando ele percebe isso, aprende algo que vai para além da sala de aula. Para concluir, aponta que os PCN (1997) também recomendam os jogos como um recurso didático que auxilia a escola no cumprimento de sua função.

O estudo da P11 volta-se ao uso de jogos no conjunto dos números inteiros. No seu primeiro capítulo, há um item destinado a discutir o jogo através dos PCN como forma de inclusão no ensino da matemática. Ao tratar sobre o ensino de matemática, enfatiza que os educandos que têm dificuldades durante a vida escolar as carregam para a vida adulta. Explica que, de acordo com o documento, uma vez que não há um único caminho que pode ser identificado como o melhor para o ensino, é preciso conhecer as diversas possibilidades de organizar o ensino em sala de aula e, dentre elas, esse documento destaca: História da Matemática, as tecnologias da comunicação e os jogos. Também explica que, para cooperar para a construção de uma escola inclusiva, cabe considerar as experiências que os alunos trazem no seu processo de aprendizagem.

Em seguida, cita a LDB (1996) e os PCN (1998), afirmando que fundamentam a necessidade de valorização dos saberes socialmente construídos pelos alunos de forma a estabelecer relações com os conhecimentos curriculares. Finaliza esse capítulo, indicando autores que defendem o uso de jogos, dizendo ter seguido os preceitos básicos estabelecidos nos PCN (1998), e pontuando que o uso de jogos poderá desenvolver o raciocínio lógico-matemático da criança.

A investigação P19 visa analisar o uso de jogos pedagógicos e materiais manipuláveis para compreender as operações com números inteiros. Em sua fundamentação teórica, apresenta um item sobre os jogos pedagógicos, as diretrizes do município onde foi desenvolvida a pesquisa e os PCN. E ressalta que os objetivos desse ensino "concretizam as interações educativas em termos de capacidades que devem ser desenvolvidas pelos alunos ao longo da escolaridade" (P19, p. 23). Depois disso, expõe que a metodologia do professor é determinante na transformação de conhecimentos prévios em novas aprendizagens para os alunos e sugere como metodologia auxiliar a utilização de jogos pedagógicos nas aulas de matemática.

Após fundamentar essa metodologia e sua importância, traz uma citação dos PCN (1997) no final desse subcapítulo, a qual indica que o professor precisa ter clareza acerca de suas concepções sobre a matemática, pois sua prática pedagógica está ligada a elas. Então, encerra, dizendo que, para o professor mudar sua prática pedagógica é difícil, pois isso demanda tempo para o preparo dos jogos e estudo. Ademais, comenta que ele precisa sair da zona de conforto em que se encontra, ou seja, pesquisar novas estratégias que possibilitem a aprendizagem dos alunos.

As P5; P25; P26; P41; P46; P53; P55; P56 e P52 apresentam em um dos seus capítulos a abordagem dos números inteiros a partir dos documentos curriculares.

A P5 investiga a possibilidade e a eficiência de introduzir o número inteiro negativo na 3.ª série do Ensino Fundamental. Dentro do capítulo destinado aos seus aportes teóricos, tem um item que discorre sobre os números inteiros negativos na escola e, nesse, há um subitem voltado aos PCN. Em relação aos PCN (1997), afirma que referentes às 1.ª a 4.ª séries, os números inteiros negativos não constam explicitamente nos objetivos gerais do Ensino Fundamental no primeiro e segundo ciclos. Agora, quanto às 5.ª a 8.ª séries, terceiro e quarto ciclo dos PCN (1998), ressalta que os números inteiros negativos se relacionam aos objetos gerais do Ensino Fundamental e traz citações desse documento para fundamentar isso.

Conclui que os números inteiros negativos não ganham importância nos PCN, pois estão relacionados com a álgebra e um pouco no campo de grandeza e número e justifica que este pode ser um dos motivos da dificuldade de abordar esse assunto na escola. Também salienta que, como consequência disso, os livros didáticos tratam dos números inteiros negativos somente em blocos na 6.ª série.

A P10 investiga a potencialidade de reintroduzir os números inteiros negativos a partir da resolução de problemas utilizando jogos como recurso didático. Em seu primeiro capítulo, aborda os números inteiros e, mais especificamente, os PCN em um dos itens deste. Explica que os conteúdos do terceiro e do quarto ciclos estão organizados em blocos e discorre sobre cada um deles.

Especificamente sobre os números inteiros no terceiro ciclo, destaca que seu estudo “não pode estar restrito às ideias intuitivas que os alunos têm sobre números, mas incorporar situações que permitam a compreensão das regras do cálculo com os inteiros” (P10, p. 27), de modo a observar regularidades e aplicar as propriedades das operações com números naturais. Finaliza, especificando que o estudo dos números inteiros está relacionado aos blocos números, medidas e álgebra, mas que isso não tem muito destaque nos PCN (1998).

A P25 consiste em um estudo acerca das dificuldades e dos obstáculos no ensino de números inteiros. Em seu quarto capítulo, fala sobre os documentos oficiais para Educação Básica e, dentro desse, há um item sobre os números inteiros e os PCN, e outro sobre os números inteiros e as Diretrizes Curriculares Estaduais (DCE) do Paraná. No primeiro deles, P25 verifica quais são as orientações dos PCN (1998) para o ensino de matemática e, mais especificamente, para o ensino de números inteiros.

Ressalta que, segundo os PCN (1998), o ponto de partida para o ensino de matemática é a resolução de problemas e que "esta prática faz com que alunos se sintam desafiados a resolver tais situações, de forma a desenvolver estratégias de resolução" (P25, p. 65). Sendo assim, o conhecimento matemático passará a ter significado para o aluno, perdendo o aspecto de somente dominar algoritmos.

Além deste recurso, com base nos PCN (1998), aponta outros caminhos para fazer matemática, tais como: os jogos matemáticos, a história da matemática e o uso de Tecnologias da Informação e da Comunicação. Explica que, dentre os blocos de conteúdos, o ensino de números inteiros se encontra em Números e Operações. Indica que é relevante que "os alunos compreendam a importância de conhecer e dominar as operações com os elementos desse novo conjunto" (P25, p. 68). Aponta, ainda, a necessidade de ampliar o conhecimento sobre os números positivos e negativos, possibilitando que o aluno domine os números inteiros, sabendo como operar com eles em situações cotidianas e nas apresentadas pelo professor.

Também evidencia que, ao trabalhar com esse conjunto, como nem sempre é possível trazer situações concretas, os PCN (1998) recomendam o ensino formal desses números. Por conseguinte, elucida, de acordo com esse documento, que os alunos nos anos iniciais já desenvolvem noções intuitivas de números negativos através de sua própria experiência ou com familiares e exemplifica com a perda de pontos em um jogo, temperatura ou saldos bancários. Em assim sendo, destaca ser importante abordar esses números a partir dessas situações, permitindo assim a construção de significados. Faz menção à importância da abordagem geométrica; da reta numérica, da utilização do ábaco dos inteiros e da construção de tabelas. Apesar dessas sugestões, reitera que os PCN (1998) reconhecem as dificuldades de trabalhar com os números inteiros, visto o baixo desempenho dos alunos nas avaliações.

Com base ainda nos PCN (1998), salienta alguns obstáculos encontrados pelos alunos ao estudarem os números negativos, e a importância deles serem conhecidos pelo professor. A P25 enfatiza que os obstáculos apresentados pelos PCN (1998) têm relação com a noção de obstáculos epistemológicos, apresentada por Brousseau (1976), e, ao recorrer à concepção desse autor, classifica os quatro primeiros citados pelos PCN (1998) como obstáculos epistemológicos, “pois estão diretamente relacionados ao conhecimento do conceito que o aluno possui de números naturais” (P25, p. 70), e para ele é difícil pensar em coisas ou objetos menores que zero. Além do zero ter que ser compreendido em seus dois significados, o de valor absoluto, como quantidade e como ponto de origem para uma reta numérica que agora tem um sentido contrário ao dos números naturais.

A P26 organiza uma sequência para o ensino dos números negativos em uma turma de 7.º ano do Ensino Fundamental. Trata sobre os PCN e os números inteiros relativos no terceiro capítulo de sua investigação. Inicia, escrevendo que os números negativos são pouco citados nos parâmetros de matemática para as séries iniciais do Ensino Fundamental, tanto no primeiro ciclo (1.ª e 2.ª séries) como no segundo ciclo (3.ª e 4.ª séries). Já nos anos finais do Ensino Fundamental, 5.ª a 8.ª séries, mais especificamente no 3.º e 4.º ciclos, os números inteiros surgem como uma ampliação do campo aditivo, podendo representar diferença, falta, orientação e posições relativas. Além disso, destaca que a apresentação desses números pode partir do que os alunos trazem, isto é, situações que eles vivenciaram, como ganhos e perdas em um jogo, débitos e créditos, temperaturas, etc. No entanto, os PCN (1998) chamam a atenção que o estudo dos números inteiros não pode apenas restringir-se a situações práticas, cotidianas, “deve abranger outros aspectos que promovam a compreensão das regras do cálculo, com esses números, pela observação de regularidades” (P26, p. 78).

Outro dado que a P26 apresenta é que a regra de sinais para a multiplicação de números inteiros não consta nos PCN (1998) do terceiro ciclo do Ensino Fundamental, assim como não está explícito como deve ocorrer o ensino das operações de adição e subtração. Realça que os números inteiros são trabalhados no quarto ciclo com mais detalhes e, inclusive, é apresentada brevemente a história dos números negativos. Depois disso, ressalta que os PCN (1998) afirmam que, na escola, o estudo dos números inteiros apresenta dificuldades e que a aprendizagem ao longo do Ensino Fundamental tem sido insatisfatória. Em seguida, aponta os cinco obstáculos que os PCN (1998) elencam e oferece alguns exemplos de recursos: a reta numérica orientada e o ábaco de inteiros. Conclui, assim, que ensinar os números inteiros tem muitas dificuldades, principalmente no que tange à multiplicação e às suas regras de sinais.

A P41 indica estratégias diferenciadas, que visam potencializar a aprendizagem dos educandos em relação aos números inteiros. Em seu primeiro capítulo, no qual discute sua fundamentação teórica, um dos seus itens traz um subitem voltado aos PCN e os números inteiros, no qual disserta que estes são referências básicas para o Ensino Fundamental e Ensino Médio de todo País. Também, que são flexíveis, não são obrigatórios, e podem ser adaptados de acordo com as peculiaridades locais.

Ao se referir especificamente aos números inteiros, destaca que, de acordo com os PCN (1998), o ensino de números inteiros é cercado de dificuldades e a aprendizagem desse conteúdo no decorrer do Ensino Fundamental tem sido insatisfatória. Depois disso, indica, também, as cinco dificuldades que os alunos podem ter ao entrar em contato com esses números. Ao mostrar as orientações para trabalhar com os números inteiros, elucida, com base nos PCN (1998), que as ações propostas não devem se limitar apenas a situações concretas.

A P46 apresenta o processo histórico de construção dos números negativos com a finalidade de identificar as dificuldades em sala de aula. Aborda sobre os documentos, no segundo capítulo de sua pesquisa, e dentro deste, dois itens trazem os PCN. O primeiro deles discorre sobre questões gerais, destacando que este documento se constituiu como uma proposta curricular norteadora dos currículos, o qual respeitava a diversidade e a particularidade de cada região do Brasil.

O segundo item fala, mais especificamente, sobre os números inteiros nos PCN (1998) e aponta que "na escola, o estudo dos números inteiros é cercado por dificuldades e os resultados obtidos no processo de ensino e aprendizagem de tal temática têm sido insatisfatórios" (P46, p. 5). Também determina as cinco principais dificuldades enfrentadas pelos alunos no estudo dos números inteiros, evidenciadas pelos PCN (1998). Finalizando esse item, e tomando como base esse documento, escreve que o trabalho pedagógico que se baseia apenas na memorização de regras para efetuar cálculos não promove para os alunos a compreensão dos números inteiros como uma extensão do conjunto dos números naturais. Sugere que os professores comecem pela abordagem de ações práticas e que levem em consideração os conhecimentos sobre números naturais e as noções intuitivas de números negativos, presentes nos anos anteriores, e finaliza com uma citação dos PCN (1998) que orienta que o trabalho com esses números não pode se limitar apenas a situações concretas.

A P56 propõe uma sequência didática para o ensino de operações com números inteiros para alunos da Educação de Jovens e Adultos (EJA). Fundamenta uma breve discussão sobre os documentos em seu terceiro capítulo, no item números inteiros nos PCN. Explica que os números inteiros estão inseridos na temática Números e Operações e traz uma citação dos PCN (1998), a qual conta sobre o surgimento dos números negativos. Ultimando, defende que, segundo os PCN (1998), o conjunto de conhecimentos e habilidades acerca dos números inteiros deve ser construído pelos alunos através do seu contato com o conjunto numérico, que ocorrerá durante o processo de resolução de problemas, valorizando inter-relações, suas propriedades e constituição histórica.

Duas pesquisas fizeram menção aos PCN e à BNCC: P55 e P52. A P55 faz uma reflexão sobre o ensino das propriedades e operações (adição e subtração) no conjunto dos números inteiros. Em um de seus capítulos, há um item destinado a discutir o ensino de números inteiros nos documentos oficiais. Inicia, dizendo que os PCN (1998), do Ensino Fundamental 2, definem o conjunto dos números inteiros no bloco de conteúdos Números e Operações. Expõe que, no terceiro ciclo, os números inteiros podem surgir como uma ampliação do campo aditivo através da análise de diferentes situações como diferença, falta, orientação e posições relativas, bem como em exemplos de situações de perdas e ganhos em um jogo, débitos e créditos bancários ou outras situações. Explica que "os números inteiros devem estar relacionados com situações do tipo referencial, em que o valor envolvido possui magnitude e sentido" (P55, p. 48). Ainda, elucida que a construção desse conjunto é mais abstrata, se compararmos com os números naturais ou racionais e que as regras que envolvem o cálculo com números inteiros devem surgir a partir da observação de resultados já consolidados, de modo a buscar a sistematização dos algoritmos, a definição de propriedades e os resultados.

Além dos PCN (1998), P55 cita a BNCC (2017) e escreve que os números inteiros estão dentro da unidade temática Números, e indica a finalidade dessa unidade, bem como deve ser feita a apresentação dos campos numéricos, que é a partir da ampliação desses campos, alicerçado em discussões sobre registros, aplicações, significados e operações. Para terminar, reforça que na seção específica de matemática no Ensino Fundamental, o estudo dos números inteiros deve ser voltado aos seus usos, história, ordenação, associação com pontos da reta numérica e operações, além de apontar duas habilidades da BNCC (2017), que devem ser desenvolvidas pelos alunos. Observa, assim, que os documentos oficiais se preocupam em dois pontos, um voltado à resolução de problemas do cotidiano; e outro, à conexão com a perspectiva histórica da matemática elencada pela BNCC (2017).

A P52 busca compreender quais elementos devem conter uma atividade para o ensino dos números inteiros, de modo a propiciar uma melhor aprendizagem para os alunos. Desfia sobre os documentos oficiais no seu segundo capítulo, que são expressos através da BNCC, PCN e o currículo do estado onde foi realizada, buscando orientações para o ensino de matemática e mais especificamente para o ensino de números inteiros.

Começa evidenciando que, com o objetivo de propor novas orientações curriculares, a LDB, em 20 de novembro de 1996, propõe os PCN (1998), e explicita a divisão dos conteúdos de matemática em blocos. Ainda com base nos PCN (1998), ressalta a importância de os alunos compreenderem o conjunto dos números inteiros como ampliação do conjunto dos números naturais, e também considerar os conhecimentos prévios que os alunos trazem, tendo como objetivo eles perceberem que os números inteiros estão presentes em várias situações cotidianas. Enfatiza a evolução histórica dos números negativos, a qual é abordada nos PCN (1998), e conta que “por muito tempo não houve necessidade de pensar em números negativos, e por esse motivo o surgimento desses números representou para o homem um grande desafio” (P52, p. 26). Diante disso, compara a BNCC (2017) com os PCN (1998) e sublinha que os dois documentos indicam o trabalho com a análise da evolução histórica como um caminho que pode auxiliar na compreensão dos números inteiros. Apesar disso, diz que a história está ausente nas situações que são apresentadas pelos PCN (1998), pois elas estão baseadas em situações práticas ou do cotidiano para o desenvolvimento do conceito de números inteiros.

Ao apresentar a BNCC (2017), explica o que esse documento define e que se destina à Educação Básica. Sobre o desenvolvimento dos números inteiros, menciona que a expectativa é que os alunos resolvam problemas com números naturais, inteiros e racionais, os quais envolvam as operações fundamentais e diferentes estratégias de modo a permitir o conhecimento dos processos envolvidos. Ainda, traz uma tabela com a relação de objetos de conhecimento e habilidades para o 7.º ano do Ensino Fundamental no que se refere aos números inteiros. Nos objetos de conhecimento dos números inteiros destaca: usos, história, ordenação, associação com pontos da reta numérica e operações, e traz as duas habilidades correspondentes. A BNCC (2017), segundo a pesquisa de P52, sugere, além do uso dos números inteiros, a utilização dos mesmos em diferentes contextos, incluindo o contexto histórico.

Por fim, a P53, que se baseia somente na BNCC, possivelmente dado o período de seu desenvolvimento. Ela propõe a sequência Fedathi como metodologia na organização de sessões didáticas para o ensino dos números inteiros. Destina um capítulo da sua investigação aos números inteiros e, neste discorre em um dos seus subitens sobre os documentos oficiais, inclusive os do estado onde foi realizada. Explica que a BNCC (2018) apresenta na unidade temática Números o objeto de conhecimento, números inteiros: usos, história, ordenação, associação com pontos da reta numérica e operações. Além disso, também especifica quais são as habilidades desse objeto de conhecimento. Finda com a discussão de que a expectativa da BNCC (2018) com a unidade temática números é que educandos consigam resolver problemas que envolvam as operações fundamentais com números naturais, inteiros e racionais, utilizando diferentes estratégias, de modo que consigam compreender os processos.

Elencadas as pesquisas, cabe reiterar que nem todas fazem uma discussão aprofundada sobre os documentos que citam em seus capítulos ou itens a eles destinados, tampouco apresentam ou discutem diversidades que vão de aspectos mais gerais envolvendo a formação do cidadão, sua organização, estrutura ou a matemática como um todo até particularidades referentes aos números inteiros ou seu objetivo. Apesar disto, há indicativos da relevância em conhecer e analisar os documentos curriculares orientadores, tais como as seguintes evidências:

- Relações com situações práticas, concretas e cotidianas, as quais são necessárias ou nem sempre são possíveis de serem feitas.
- Uso de metodologias e recursos.
- Dificuldades/ obstáculos que envolvem os números inteiros.
- Atuação do professor.
- Abordagem dos números negativos nos anos iniciais.

Estas orientam nossas reflexões sobre o que discutem os documentos curriculares, que serão tratadas no próximo item.

4.4.1 Síntese integrativa: entrelaçamentos e análise dos documentos curriculares

Para melhor compreendermos o que trazem as pesquisas sobre os documentos curriculares, retomemos alguns indicativos das legislações. Para garantir o direito de todos à educação e o pleno desenvolvimento dos cidadãos, conforme artigo 205 da Constituição Federal Brasileira de 1988, foi promulgada a Lei n.º 9394/1996 que estabelece as Diretrizes e Bases da Educação Nacional em 20 de dezembro de 1996, a qual define os princípios e fins da Educação Nacional, bem como sua organização. A primeira LDB foi sancionada em 1961 e a última em 1996, além disso, a elaboração dessa lei já estava prevista na Constituição Brasileira de 1934.

A LDB atual, em seu Art. 2.º, especifica que a educação é dever da família e do estado e tem como finalidade o pleno desenvolvimento do aluno, bem como seu preparo para o exercício da cidadania e a qualificação para o trabalho. Sem o amparo de grupos tais como a família (seja ela qual configuração tenha) ou escola, os seres humanos não conseguiriam se desenvolver socialmente. Esta lei prevê as Diretrizes Curriculares Nacionais (DCN) no seu Art. 9.º, inciso IV, assinalando que é incumbência da união:

> Estabelecer, em colaboração com os Estados, o Distrito Federal e os Municípios, competências e diretrizes para a educação infantil, o ensino fundamental e o ensino médio, que nortearão os currículos e seus conteúdos mínimos, de modo a assegurar formação básica comum. (BRASIL, 1996, p. 4)

As DCN configuram-se como normas obrigatórias para a educação e orientam a elaboração dos currículos referentes aos níveis e modalidades do ensino. Ainda, segundo o Art.

2.º da resolução n.º 4, de 13 de julho de 2010, que define as Diretrizes Curriculares Nacionais Gerais para a Educação Básica, elas têm por objetivos:

> I - sistematizar os princípios e as diretrizes gerais da Educação Básica contidos na Constituição, na Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional (LDB) e demais dispositivos legais, traduzindo-os em orientações que contribuam para assegurar a formação básica comum nacional, tendo como foco os sujeitos que dão vida ao currículo e à escola;
> II - estimular a reflexão crítica e propositiva que deve subsidiar a formulação, a execução e a avaliação do projeto político-pedagógico da escola de Educação Básica;
> III - orientar os cursos de formação inicial e continuada de docentes e demais profissionais da Educação Básica, os sistemas educativos dos diferentes entes federados e as escolas que os integram, indistintamente da rede a que pertençam

De acordo, ainda com a LDB (1996) em seu Art. 21.º, a Educação Básica é organizada em dois níveis, Educação Básica e Educação Superior, sendo a primeira dividida em três etapas: Educação Infantil, Ensino Fundamental e Ensino Médio. Sobre as modalidades do ensino, temos sete: Educação de Jovens e Adultos, Educação Especial, Educação a Distância, Educação Profissional e Tecnológica, Educação do Campo, Educação Indígena e Educação Quilombola, essas modalidades visam atender públicos específicos da Educação. As DCN para o Ensino Fundamental de 9 (nove) anos foram aprovadas em 2010 pelo Conselho Nacional de Educação (CNE), através do parecer CNE/CEB n.º 11/2010.

Como nosso interesse de pesquisa são os números negativos, na tentativa de dar destaque aos documentos que fundamentaram e fundamentam a aprendizagem e seu ensino, nosso foco será o Ensino Fundamental. Assim, faremos uma reflexão sobre os principais documentos brasileiros que nortearam e norteiam os currículos de 2002 a 2021, período este que abrange a gama de pesquisas que compõem nosso *corpus* de análise.

Ao estudar e acompanhar o movimento histórico da sociedade e, mais especificamente das políticas públicas nesses 19 anos, percebemos que os principais documentos curriculares foram os Parâmetros Curriculares Nacionais e a Base Nacional Comum Curricular, sendo estes também os citados nas pesquisas. Assim, pretendemos verificar o que os documentos curriculares indicados por pesquisas brasileiras orientam sobre o processo de ensino de números negativos. Sabemos também da existência de propostas curriculares estaduais e municipais que foram desenvolvidas nesse período e procuraram embasar-se nos documentos curriculares vigentes, levando em consideração o contexto social, cultural e econômico. No entanto, apesar de várias delas terem sido citadas nas pesquisas analisadas, por serem específicas de cada região, iremos nos deter em suas bases orientadoras, nesse caso, os PCN e a BNCC, visando identificar o contexto de sua elaboração, estrutura, objetivos, e mais especificamente o que tratam sobre os números negativos.

4.4.1.1 Parâmetros Curriculares Nacionais

Conforme consta na introdução do livro 1 dos Parâmetros Curriculares Nacionais, seu processo de elaboração passou pelo lançamento de uma versão preliminar em 1995 e 1996. Esta decorreu de um processo de discussão que envolveu professores universitários, técnicos de secretarias estaduais e municipais da educação, educadores, dentre outros.

Para o lançamento dessa versão foi realizado um estudo das propostas curriculares de estados e municípios brasileiros pela Fundação Carlos Chagas, assim como a análise de propostas internacionais (BRASIL, 1997). A criação dos PCN foi produto de um movimento que se deu na década de 1990, impulsionado por acontecimentos sociopolíticos que influenciaram as ideias de como deveria ser o currículo brasileiro. Apesar de ser um documento de caráter norteador, isto é, não obrigatório, tinha o objetivo de reformular o ensino em todo território nacional e subsidiar a elaboração dos programas curriculares das escolas públicas e privadas, tudo com o intuito de melhorar a qualidade da educação no País.

Porém, muitas críticas foram feitas ao documento, principalmente no que se refere à falta de envolvimento da sociedade em sua elaboração. Assim, o que foi relatado na introdução dos PCN, e que foi reproduzido aqui no início deste texto, como sendo um processo que envolveu toda uma sociedade, na verdade se deu através de um processo considerado não democrático, como explica Cunha (1996, p. 61):

> Em vez de se partir das propostas curriculares existentes para se chegar aos PCN, o que se fez foi apresentar aos estupefactos assistentes os parâmetros já elaborados. Esse procedimento insólito serviu para desestimular docentes e pesquisadores a darem seu parecer sobre os documentos, quando solicitados pela Secretaria do Ensino Fundamental.

Ainda segundo esse autor, o Ministério da Educação, na mesma sessão em dezembro de 1995, divulgou os resultados da pesquisa feita pela Fundação Carlos Chagas e uma versão preliminar dos PCN, o que gerou descontentamento. Para os educadores da época era um absurdo apresentar um documento já elaborado, que desconsiderou as propostas brasileiras, e toda uma caminhada curricular e depois de praticamente pronto pede parecer aos professores, o que era uma contradição, e reforça a ideia de que o processo foi opressivo.

A primeira versão dos PCN foi elaborada por “professores de uma pequena escola privada da cidade de São Paulo [...]” (CUNHA, 1996, p. 61), ou seja, não foi feita a convocação da universidade em um primeiro momento. E quando esta foi feita, os prazos foram considerados insuficientes e muitos docentes e pesquisadores universitários acabaram não contribuindo com seus pareceres.

> O centralismo apresentou-se mais nitidamente na formação dos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN), os quais, embora tenham contado com a participação da sociedade civil em um dos momentos de sua discussão, pecaram por ignorar a universidade e as pesquisas sobre currículo e não contemplaram, desde início de sua elaboração, o debate com a sociedade educacional. A ampla utilização da mídia no processo de adoção dos PCN trouxe aprovação para o governo, apesar da manutenção de uma política mais centralizadora, especialmente na *alma do processo educativo* (LIBÂNEO; OLIVEIRA; TOSCHI, 2012, p.161, grifos dos autores).

A partir das críticas realizadas naquela época, ficamos nos perguntando se realmente os PCN eram de “proposição pedagógica, sem caráter obrigatório” (BRASIL, 1997a, p. 5), como o parecer do CNE n.º 03/97 ressalta, ou se foram de certa forma impostos pelo MEC. Conforme Búrigo (2019, p. 14-15) “na segunda metade dos anos 1990, várias lideranças da SBEM participam da produção dos Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Fundamental (PCNs) como redatores ou pareceristas”. Além disso, essa autora também pontua que os PCN foram debatidos no VI Encontro Nacional de Educação Matemática (ENEM) em 1998, porém foram formulados vários questionamentos sobre o processo de sua produção e a necessidade desse documento, e não houve consenso, tanto é que, Búrigo (2021) esclarece que a SBEM não se posicionou contrária ou favorável aos PNC nesse encontro e nem nos seguintes.

Em 1997, foram publicados os PCN em dez volumes para o Ensino Fundamental, do 1.º a 5.º ano, e em 1998 mais dez volumes, do 6.º ao 9.º ano. Com uma visão idealista e inovadora, os Parâmetros Curriculares Nacionais serviram de modelo para renovar e elaborar as propostas curriculares das escolas, além de provocar nos educadores inquietações sobre sua prática pedagógica, tendo em vista seu caráter entendido como prescritivo sobre objetivos, conteúdos, encaminhamento das tarefas, expectativas de aprendizagem e modos de avaliar. Ou seja, a partir daí direcionaram o que e como trabalhar desde as séries iniciais até o Ensino Médio com os PCN+ em 2000, e influenciaram o Programa Nacional do Livro e do Material Didático (PNLD) e a matriz do Sistema de Avaliação da Educação Básica (SAEB), a prova disto é a referência a eles nas pesquisas de nosso *corpus*.

Em sua organização, explicitam o papel do professor:

> O papel do professor nesse processo é, portanto, crucial, pois a ele cabe apresentar os conteúdos e atividades de aprendizagem de forma que os alunos compreendam o porquê e o para que do que aprendem, e assim desenvolvam expectativas positivas em relação à aprendizagem e sintam-se motivados para o trabalho escolar. (BRASIL, 1997, p. 48)

A valorização do papel do professor pode ser considerada como um aspecto relevante deste documento, o que é mencionado na P3, ao se referir ao professor como fundamental no processo educativo, o qual tem como uma de suas responsabilidades formar cidadãos. De acordo com os PCN, a necessidade de formar cidadãos críticos, autônomos e atuantes levou à sua estruturação na perspectiva de contribuir para melhoria da qualidade do ensino, respeitando as diversidades culturais, regionais e políticas do nosso país.

Também, conforme expresso nos documentos, buscaram aproximar os currículos das diferentes regiões, de modo que toda criança, jovem e adulto pudesse se apropriar dos conhecimentos construídos socialmente. A P39 explica que os PCN tinham como intencionalidade garantir a todos o direito de usufruir dos conhecimentos, necessários para o exercício da cidadania, mesmo que estes sujeitos estivessem em localidades diversas ou em diferentes condições socioeconômicas. Em suma, propunham-se a orientar para suprir diferentes necessidades de aprendizagem, de acordo com cada região, como também garantir que todo estudante tivesse acesso aos mesmos conhecimentos.

> Os Parâmetros Curriculares Nacionais constituem, portanto, um referencial para fomentar a reflexão, que já vem ocorrendo em diversos locais, sobre os currículos estaduais e municipais. O conjunto das proposições, expressas nos Parâmetros Curriculares Nacionais, tem como objetivo estabelecer referenciais a partir dos quais a educação possa atuar, decisivamente, no processo de construção da cidadania (BRASIL, 1998, p. 50)

Embora explicitando a ideia de que sua implementação seria um processo que geraria a renovação e a elaboração das propostas curriculares, provocando reflexões nos sujeitos envolvidos no processo educativo, faz-se relevante destacar que “por não ser obrigatório e não atender as expectativas de grande parte dos educadores, sua adesão não ocorreu de maneira expressiva” (BRANCO; IWASSE e BRANCO, 2017, p. 6). Sabemos que toda mudança gera estranhamento em um primeiro momento, e com os PCN não foi diferente, principalmente pela forma como se deu sua implementação, que foi lenta.

A estrutura dos PCN para o Ensino Fundamental tem em sua base os objetivos gerais do Ensino Fundamental, os quais indicam as capacidades que os alunos precisam desenvolver, “relativas aos aspectos cognitivo, afetivo, físico, ético, estético, de atuação e de inserção social, de forma a expressar a formação básica necessária para o exercício da cidadania e nortear a seleção de conteúdos" (BRASIL, 1998, p. 52). Depois, apresentam os documentos das áreas do conhecimento, que contemplavam oito, sendo elas: Língua Portuguesa, Matemática, Ciências Naturais, História, Geografia, Arte, Física e Língua Estrangeira. Todos têm uma mesma estrutura, iniciando pela caracterização da área e depois a definição dos objetivos gerais da área; explicitando como cada área pretende cumprir seu propósito e as capacidades que os alunos devem desenvolver.

Com a proposta de abordar questões sociais urgentes, daquela época, foram integrados aos PCN os Temas Transversais: Ética, Saúde, Meio Ambiente, Orientação Sexual, Pluralidade Cultural, Trabalho e Consumo. Estes devem ser incorporados aos currículos das áreas e, conforme cita a pesquisa de P39, podem atribuir uma visão mais ampla ao ensino de matemática. Os objetivos e os conteúdos da área são organizados em quatro ciclos, em que cada um contemplava duas séries: 1.º ciclo (1.º e 2.º série); 2.º ciclo (3.º e 4.º série); 3.º ciclo (5.º e 6.º série) e 4.º ciclo (7.º e 8.º série).

Além disso, para cada ciclo são indicados critérios de avaliação que "se constituem em indicadores para a reorganização do processo de ensino e aprendizagem" (BRASIL, 1998, p. 53), embora reconhecendo que estes não devem ser confundidos como critérios de aprovação e reprovação de alunos. No que se restringe à matemática, mais especificamente, lembramos a P3 que escreve que a avaliação matemática contempla duas dimensões a social e a pedagógica. Por último, aparecem as orientações didáticas que se propõem a discutir "questões sobre a aprendizagem de determinados conteúdos, como ensiná-los de maneira coerente com a fundamentação explicitada nos documentos" (BRASIL, 1998, p. 53).

Os cadernos de matemática, tanto do 1.º e 2.º ciclos como do 3.º e 4.º ciclos, são organizados em quatro blocos de conteúdos, sendo eles: Números e Operações; Espaço e Forma; Grandezas e Medidas e Tratamento da Informação. Inicialmente olhamos para o documento de matemática do 1.º e 2.º ciclos, atualmente contemplados do 1.º ao 5.º ano.

Iremos nos deter no bloco Números e Operações, pois é ali que encontramos referências aos números negativos. Nele é apresentada a ideia de que os conhecimentos numéricos são assimilados pelos alunos ao longo do Ensino Fundamental e que estes irão se deparar com diversas categorias numéricas e, dentre estas, cita os números inteiros positivos e negativos, de modo que, ao se defrontarem com diferentes situações-problema irão ampliando seus conceitos. A referência a números inteiros negativos aparece novamente nas orientações didáticas para o 2.º ciclo, quando é explicado que, neste ciclo, se trabalha apenas com os naturais e ainda não com os inteiros negativos e, mesmo os números racionais a serem tratados, são quocientes de números naturais. A partir disso, percebemos que os números inteiros negativos não serão abordados nesse ciclo e muito menos no primeiro.

Esta confirmação é feita na P26, quando ressalta que os números negativos são citados em poucos momentos nas séries iniciais, embora no primeiro e segundo ciclo o aluno já pudesse perceber as diferentes categorias de números através dos problemas enfrentados pela humanidade ao longo da história. Convergindo com esta ideia, a P5 reitera que os números inteiros negativos não constam como objetivos gerais dos primeiros ciclos do Ensino Fundamental, explicitamente. Como a matemática é resultado de soluções de problemas que as relações humanas criaram (MOURA, s.d), entendemos que as possibilidades de constituir processos de generalizar conhecimentos poderia ser oportunizado com abordagem mais ampla dos números a partir do início da escolarização.

Como já explicado, apesar do nosso interesse de pesquisa serem os números negativos, iremos trazer as orientações curriculares no que se refere aos números inteiros, por serem abrangidos por estes. Eles são contemplados mais especificamente no caderno de matemática do terceiro e do quarto ciclos.

Inicialmente olharemos para o terceiro ciclo, onde aparecem pela primeira vez em dois objetivos. O primeiro objetivo do pensamento numérico propõe que o aluno amplie e construa novos significados para os números – naturais, inteiros e racionais – a partir da utilização no contexto social e da análise de problemas históricos. O segundo se refere a identificar, a interpretar e a utilizar diferentes representações desses números, isto é, notações, de modo a vinculá-los a vários contextos, sejam eles matemáticos ou não.

Quanto aos conteúdos propostos para o ensino de matemática, no bloco Números e Operações, o documento explicita que “é fundamental a proposição de situações-problema que possibilitem o desenvolvimento do sentido numérico e os significados das operações” (BRASIL, 1998, p. 66). Nessa concepção, esse documento diz ainda que:

> Os números inteiros podem surgir como uma ampliação do campo aditivo, pela análise de diferentes situações em que esses números estejam presentes. Eles podem representar diferença, “falta”, orientação e posições relativas. As primeiras abordagens dos inteiros podem apoiar-se nas ideias intuitivas que os alunos já têm sobre esses números por vivenciarem situações de perdas e ganhos num jogo, débitos e créditos bancários ou outras situações. (BRASIL, 1998, p. 66)

Estas ideias presentes nos PCN são destacadas nas pesquisas de P26 e P55, explicitando que esse documento apresenta uma forma de iniciar o ensino dos números inteiros, através do que os alunos já sabem e vivenciam no seu cotidiano. A intenção é que, a partir disso, o professor poderá trabalhar com situações-problema que envolvam essas vivências e através da resolução destas os alunos poderão chegar à síntese do conceito. Retomamos aqui o que foi discutido no isolado anterior. É preciso cuidado com a utilização de situações reais, pois no esforço de tentar aproximar o conteúdo ao conhecimento do estudante, corre-se o risco de ficar no empirismo e não levar à generalização. Ou seja, os PCN podem ter passado uma visão simplista para os professores de que isto bastaria para a apropriação dos conceitos, embora posteriormente chamem a atenção para tal.

O documento recomenda que o ensino das regras que envolvem os cálculos com esses números não pode se restringir apenas às situações do cotidiano dos alunos, como, por exemplo, "situações de perdas e ganhos num jogo, débitos e créditos bancários ou outras situações" (BRASIL, 1998, p. 66). Dessa forma, é preciso propor situações que promovam a compreensão das regras necessárias para resolver operações com números inteiros, e, como afirma a pesquisa de P26, com base nos PCN, o ensino desses números deve abranger outros aspectos, como a observação de regularidades para promover a compreensão das regras que envolvem o cálculo com esses números.

Esses exemplos se voltam às operações de adição e subtração, entretanto o documento não mostra uma forma de trabalhar com a multiplicação e a divisão. A pesquisa de P26 confirma isso, quando relata que a regra de sinais da multiplicação de números inteiros, interesse de estudo desta pesquisa, não consta nos PCN, assim como não deixa totalmente evidente como ensinar as operações de adição e subtração. Com isso, a pesquisa de P55 evidencia que as regras que envolvem as operações com números inteiros podem surgir a partir da observação de resultados já consolidados e, assim, tencionar a sistematização dos algoritmos, definições e resultados. Reiteramos que a limitação dos PCN em relação a isto pode ser superada pelo estudo do movimento histórico, como apresentamos no isolado anterior, que subsidia uma compreensão mais ampla sobre a organização das operações.

Lembramos que os PCN se referem a conteúdos específicos ou conceituais, conteúdos procedimentais e conteúdos atitudinais, o que é considerado por algumas pesquisas, como a de P3, uma inovação. Sobre os conceitos e procedimentos para o bloco Números e Operações no terceiro ciclo, sobre os números inteiros, temos os seguintes:

> - Reconhecimento de números inteiros em diferentes contextos - cotidianos e históricos - e exploração de situações-problema em que indicam falta, diferença, orientação (origem) e deslocamento entre dois pontos.
> - Análise, interpretação, formulação e resolução de situações-problema, compreendendo diferentes significados das operações, envolvendo números naturais, inteiros e racionais, reconhecendo que diferentes situações-problema podem ser

> resolvidas por uma única operação e que eventualmente diferentes operações podem resolver um mesmo problema.
> - Cálculos (mentais ou escritos, exatos ou aproximados) envolvendo operações - com números naturais, inteiros e racionais -, por meio de estratégias variadas, com compreensão dos processos nelas envolvidos, utilizando a calculadora para verificar e controlar resultados. (BRASIL, 1998, p. 71-72)

Neste tópico do documento, aparecem os conceitos a serem desenvolvidos com os alunos de 5.ª e 6.ª série do Ensino Fundamental. Focando naqueles que envolvem os números inteiros, temos o reconhecimento desses números em diferentes contextos, sejam eles relacionados ao cotidiano ou ao movimento que envolve a criação desses números, e o desenvolvimento de situações-problema que instiguem os alunos a resolvê-las para poderem conseguir se apropriar dos conceitos que envolvem esses números.

Evidencia ser importante trabalhar com situações-problema, tanto com as que indicam falta ou que deem a orientação desses números, nessa última podemos pensar na reta numérica. Lembramos que, apesar de estas orientações serem dos anos de 1990, conforme aponta a P10, a resolução de problemas ainda é pouco trabalhada em sala de aula, e isso pode contribuir para que os alunos sintam dificuldades.

Por último, temos os tipos de cálculos (mentais ou escritos, exatos ou aproximados), que podem ser explorados por diferentes estratégias e, aqui, temos o uso da calculadora. Se pensarmos além, essas estratégias não precisam apenas restringir-se a ela, o professor pode utilizar materiais lúdicos e jogos para despertar o interesse dos alunos e poder explorar os tipos de cálculo. Conforme, ainda, a P11, os jogos podem ser utilizados como estratégia de inclusão no ensino de matemática. Além disso, essa pesquisa destaca que, quando as dificuldades não são superadas, os alunos as carregam por toda sua vida.

O incentivo dos PCN para o uso de materiais lúdicos e os jogos matemáticos que podem auxiliar os alunos no processo de abstração também é ressaltado na P11, que explica que, por meio deles, a criança desenvolve seu raciocínio lógico-matemático. Ainda, de acordo com a P9, os jogos e desafios contribuem com a construção do conhecimento, pois, ao errar, o aluno tem a possibilidade de recomeçar e superar sua dificuldade.

Contudo, fazemos a ressalva de que não podemos ver essas estratégias como a solução de todas as dificuldades que cercam o ensino de matemática, mas como uma possibilidade, pois segundo Moysés (2006, p. 47):

> Através do brinquedo a criança aprende a agir numa esfera de conhecimento, sendo livre para determinar suas próprias ações. Segundo ela, o brinquedo estimula a curiosidade e a autoconfiança, proporcionando desenvolvimento da linguagem, do pensamento, da concentração e da atenção. Mas principalmente levando em conta o

> conhecimento que a criança já traz consigo nunca construindo em cima do que ainda não foi internalizado no entanto, o educador não pode submeter sua metodologia de ensino a algum tipo de material apenas porque ele é atraente ou lúdico. Nenhum material é válido por si só.

Somente a utilização de materiais lúdicos e jogos não irá garantir uma melhor aprendizagem da disciplina de matemática. Como explicita a P19, a organização do ensino do professor é determinante nesse processo, principalmente no que se refere a potencializar os conhecimentos que os alunos já trazem e transformá-los em novas aprendizagens.

Sobre os critérios de avaliação nesse ciclo, os PCN "explicitam as expectativas de aprendizagem, considerando objetivos e conteúdos propostos para a Matemática" (BRASIL, 1998, p. 75), isto é, aquilo a que os alunos deveriam ter acesso para seu desenvolvimento e consequentemente sua socialização. Nessa perspectiva, o documento orienta o seguinte sobre os números inteiros: "Utilizar os diferentes significados e representações dos números naturais, inteiros, racionais e das operações envolvendo esses números, para resolver problemas, em contextos sociais, matemáticos ou de outras áreas do conhecimento" (BRASIL, 1998, p. 76).

Através desse critério, o professor pode perceber se o aluno consegue comparar e ordenar os números inteiros, bem como efetuar cálculos de adição, subtração, multiplicação e divisão. Ademais, também pode avaliar por processos escritos ou cálculo mental quais procedimentos os alunos utilizam para realizar esses cálculos. Em relação a isto, a P25 sublinha sobre a relevância de dominar as operações com números inteiros, ampliando o conhecimento sobre números positivos e negativos, de modo que consiga operar com eles tanto em situações cotidianas como nas propostas pelo professor.

Indo agora para o quarto ciclo, observamos que os números inteiros aparecem em dois objetivos que se referem ao pensamento numérico, que, por meio de situações de aprendizagem, leve o aluno a "resolver situações-problema envolvendo números naturais, inteiros, racionais e irracionais, ampliando e consolidando os significados da adição, subtração, multiplicação, divisão, potenciação e radiciação" (BRASIL, 1998, p. 81). Esse objetivo é semelhante àquele que aparece no terceiro ciclo, só que ao invés de ampliar e construir novos significados para as operações, aqui fala em ampliar e consolidar esses significados. O segundo objetivo em que aparecem os números inteiros se refere a "selecionar e utilizar diferentes procedimentos de cálculo com números naturais, inteiros, racionais e irracionais" (BRASIL, 1998, p. 81). Porém, o documento não explicita quais seriam esses procedimentos. No item Conteúdos propostos para o ensino de matemática, é elucidado que um dos objetivos nesse ciclo é consolidar os Números e Operações que os alunos já conhecem. Dessa forma expressa que é fundamental que o professor “Proponha aos alunos a análise, interpretação, formulação e resolução de novas situações-problema, envolvendo números naturais, inteiros e racionais e os diferentes significados das operações, e que valorize as resoluções “aritméticas” tanto quanto as ‘algébricas’” (BRASIL, 1998, p. 83, grifo do autor).

Também há menção à calculadora, mas não mais como uma estratégia de ensino para verificar e controlar resultados, como no terceiro ciclo, mas sim, como “um instrumento para produzir resultados e construir estratégias de verificação desses resultados” (BRASIL, 1998, p. 83). Então, o que era somente utilizado pelo aluno para conferir se chegou ao resultado correto das operações que realizou, agora serviria para construção de estratégias diversificadas para chegar no mesmo resultado.

Quanto aos Conceitos e Procedimentos, do bloco Números e Operações, no quarto ciclo aparece somente um envolvendo números inteiros, o qual destaca a “análise, interpretação, formulação e resolução de situações-problema, compreendendo diferentes significados das operações, envolvendo números naturais, inteiros, racionais e irracionais aproximados por racionais” (BRASIL, 1998, p. 87). Este já tinha aparecido no terceiro ciclo, com a mesma redação, porém de forma mais completa. Sobre a resolução de problemas, que já vem aparecendo desde o terceiro ciclo, destacamos com base nas P25 e P56 que esta prática faz com que os alunos se sintam desafiados a buscar estratégias de resolução e valorize as interrelações, suas propriedades e constituição histórica.

Os critérios de avaliação desse ciclo indicam utilizar “diferentes significados e representações dos números naturais, inteiros, racionais e das operações envolvendo esses números, para resolver problemas, em contextos sociais, matemáticos ou de outras áreas do conhecimento” (BRASIL, 1998, p. 76). De acordo com os PCN, por meio desse critério, no que se refere aos números inteiros, o professor pode ver se o aluno conseguiu se apropriar do movimento de comparar e ordenar esses números.

Sobre as operações envolvendo esses números, os PCN destacam a adição, subtração, multiplicação, divisão e potenciação, para as quais o professor pode escolher os procedimentos de cálculo que o aluno pode utilizar, dependendo da situação-problema proposta, bem como “dos números e das operações envolvidas” (BRASIL, 1998, p. 76). A pesquisa de P25 recomenda com base nos PCN, que as operações de adição e subtração, podem ser abordadas com o uso da reta numérica, o ábaco dos inteiros e a construção de tabelas.

Por último, este documento traz as Orientações Didáticas para terceiro e quarto ciclos e esclarece que têm como intuito “contribuir para a reflexão a respeito de como ensinar, abordando aspectos ligados às condições em que se constituem os conhecimentos matemáticos”

(BRASIL, 1998, p. 95). A ideia explicitada não é esgotar as formas de ensinar os conceitos matemáticos, mas propor alguns aspectos que podem ser trabalhados e ampliados através de estudos por parte do professor e de outros documentos complementares.

O bloco Números e Operações, mais especificamente no que se refere aos números inteiros, é dividido em duas partes (Números; Operações) e, em cada uma destes, são abordados individualmente os números naturais, inteiros, racionais e irracionais. Na subdivisão Números – números inteiros –, ele traz a história dos números negativos de forma bem breve e reforça as dificuldades em conceber a formalização desses números.

Nessa breve história, evidencia que surgiram de situações cotidianas e na resolução de equações algébricas, mas que sua aceitação demandou uma longa trajetória. Somente no século XIX, os números negativos foram interpretados como extensão dos naturais e, assim, foram incorporados às leis da aritmética, explicação esta também presente na P56 que, assim como a P52, se pauta nos aspectos históricos apresentados pelos PCN para fazer uma breve discussão quando se referem aos documentos. Mais especificamente sobre isso, tratamos no isolado destinado ao movimento histórico, e chamamos a atenção de que a abordagem histórica também pode ser considerada como um aspecto inovador dos PCN e, a partir destes, é possível identificar o esforço em incorporá-la ao processo de ensino, como pudemos constatar nas pesquisas de nossa investigação. Contudo, neste documento é tratada de forma breve e a sua utilização, tendo por base somente o que nele consta, indica uma limitação à potencialidade de a história contribuir no processo de aprendizagem.

Ainda, as P46, P26 e P41 apontam que o estudo dos números inteiros é cercado de dificuldades, e a aprendizagem desse conteúdo ao longo do Ensino Fundamental tem sido insatisfatória, corroborando o que o próprio documento aponta. A P25 reconhece, com base nos PCN, essa dificuldade, levando em consideração o desempenho insuficiente nas avaliações. Os alunos encontram muitas dificuldades em compreender os números inteiros, e isso talvez esteja relacionado à não apropriação dos conhecimentos relacionados a esse conteúdo, bem como a aspectos que envolvem a organização do ensino de forma intencional.

Como forma de discutir sobre a superação dessa dificuldade, os PCN indicam alguns obstáculos enfrentados pelos alunos, ao terem contato com esses números.

> - Conferir significado às quantidades negativas;
> - Reconhecer a existência de números em dois sentidos a partir de zero, enquanto para os naturais a sucessão acontece num único sentido;
> - Reconhecer diferentes papéis para o zero (zero absoluto e zero-origem);

> - Perceber a lógica dos números negativos, que contraria a lógica dos números naturais - por exemplo, é possível "adicionar 6 a um número e obter 1 no resultado", como também é possível "subtrair um número de 2 e obter 9";
> - Interpretar sentenças do tipo x = - y, (o aluno costuma pensar que necessariamente x é positivo e y é negativo). (BRASIL, 1998, p. 98)

Estas dificuldades são pontuadas pelas P25; P26; P46 e P41. A P25 esmiúça esses obstáculos, e ressalta que os quatro primeiros estão relacionados as aprendizagens que os alunos têm acerca dos números naturais. A P26, na tentativa de superar esses obstáculos, traz alguns exemplos de recursos que podem ser aliados ao ensino e à aprendizagem dos números inteiros, citando, primeiramente, a representação geométrica dos números inteiros numa reta numérica orientada e, para as operações e adição e subtração, sugere o ábaco de inteiros; e para multiplicação, o uso de tabelas. Para a abordagem geométrica, também a P25 propõe a reta numérica, a utilização do ábaco e a construção de tabelas.

A partir do reconhecimento desses possíveis obstáculos que os alunos podem vir a enfrentar no processo de aprendizagem dos números inteiros, começamos a refletir se poderiam derivar da ênfase que é dada às regras de sinais e a não a compreensão de conceitos que envolvem esse conteúdo. Quanto a isso, os PCN revelam que os alunos "apesar de memorizarem as regras de cálculo, não as conseguem aplicar adequadamente, por não terem desenvolvido uma maior compreensão do que seja o número inteiro" (BRASIL, 1998, p. 98). O documento pontua que os alunos nas séries iniciais desenvolvem noções intuitivas dos números negativos, as quais surgem de situações práticas, "como perder no jogo, constatar saldos negativos, observar variações de temperaturas, comparar alturas, altitudes, etc" (BRASIL, 1998, p. 98) e isso permite que eles já consigam fazer algumas comparações entre os números inteiros. A P25 salienta que essas noções podem ser desenvolvidas através das experiências dos alunos ou com base nas interações com seus familiares e, com isso, defende a abordagem desses números a partir dessas situações, pois elas irão permitir a construção de significados.

Com isso, os PCN (BRASIL, 1998, p. 98) ressaltam que "os contatos dos alunos com os significados dos números inteiros podem surgir da análise de situações-problema do campo aditivo". Situações essas que podem indicar falta, diferença, posição ou deslocamento na reta numérica. Assim, vão mostrando situações de ensino ou recursos que podem ser exploradas com os alunos e citam, em seguida a representação geométrica numa reta orientada. Depois disso, para a adição e a subtração reforçam o uso do ábaco de inteiros, e mostram como construí-lo e quais as vantagens de utilizá-lo. Como terceiro recurso, sugere a construção de tabelas, as quais permitem observar regularidades e padrões de comportamento da série numérica e pontua que estas podem ser utilizadas na multiplicação e divisão de números inteiros.

Os PCN indicam que o professor pode, através de situações cotidianas e do conhecimento que os alunos têm sobre números naturais, organizar seu ensino de forma que se apropriem dos aspectos formais que envolvem os números inteiros. Assim, orientam que o professor se baseie nos conceitos espontâneos, que são aqueles que os alunos já trazem, e afirmam que "ao desenvolver um tratamento exclusivamente formal no trabalho com os números inteiros, corre-se o risco de reduzir seu estudo a um formalismo vazio, que geralmente leva a equívocos e é facilmente esquecido" (BRASIL, 1998, p. 100). Além disto, os próprios PCN, no item Números – números inteiros, recomendam que a abordagem desse conteúdo deve ir além de "situações concretas, pois nem sempre essas concretizações explicam os significados das noções envolvidas" (BRASIL, 1998, p. 100), o que é enfatizado nas pesquisas de P25; P26; P41 e P46. Já comentamos sobre a limitação do uso de materiais e aproximações com a realidade e, embora os PCN façam esta ressalva, há de se questionar em que medida esta dicotomia entre o real e o abstrato é tratada, tanto nos documentos, quanto no ensino em sala de aula.

No item Operações aparece a menção aos números inteiros somente em Adição e subtração: significados. Mesmo que as operações de adição e subtração já tenham aparecido na primeira subdivisão do bloco Números e Operações – números, elas aparecem novamente aqui, com a justificativa de os alunos demorarem para conseguir se apropriar dos conceitos que integram essas operações, frente a sua complexidade. Diante disso, o documento orienta sobre quais situações-problema devem ser utilizadas na organização do ensino dessas duas operações, apresentando exemplos práticos.

A partir do olhar para os PCN, mais especificamente para o caderno de matemática do terceiro e quarto ciclo, percebemos o quanto é destacado aproximar a matemática do contexto do aluno, trazer situações-problema cotidianas, bem como problemas que motivaram a construção desses números. Contudo, faz-se importante alertar que a aproximação do cotidiano exige uma organização do ensino que permita ao aluno ir além da empiria destes exemplos. Moura *et al*. (2016, p. 104) explicam que as ações do professor na organização do ensino: "[..] concorrem para que a aprendizagem também ocorra de forma sistemática, intencional e organizada. Isso nos permite retomar a tese de Vigotski de que o "bom ensino" é somente aquele que se adianta ao desenvolvimento, atuando na zona de desenvolvimento proximal".

Acreditamos que um ensino organizado dessa forma, em que o professor procura saber o que os alunos já trazem, isto é, seus conceitos espontâneos, e atue na Zona de

Desenvolvimento Iminente, poderá fazer com que os alunos se apropriem de conceitos científicos e desenvolvam o pensamento teórico. Vigotski (2009) considera essa formação de conceitos essencial para a evolução do pensamento. Mas isto não acontece de forma espontânea.

Cabe ainda destacar algumas evidências apontadas pelas pesquisas a partir do que é proposto nos PCN. A P56 ressalta a importância da matemática na vida cotidiana, pois ela se manifesta na ação do homem. Pensando na realidade vivida no processo de ensino e aprendizagem, com base nos PCN, a P34 pontua que é relevante para o professor conhecer o contexto histórico, os conhecimentos que os alunos trazem e suas características sociais, culturais e psicológicas. Afinal, como apresenta a P11, se buscamos uma escola inclusiva, que contemple todos, é preciso considerar as experiências que os educandos já trazem para o processo de aprendizagem. Para superar as dificuldades, a P19 afirma que o professor precisa sair da zona de conforto, pesquisando novas metodologias as quais permitam a aprendizagem dos alunos. Em vista disso, ao indicar alguns caminhos para "fazer matemática" na sala de aula, a P11 evidencia a história da matemática, as tecnologias da comunicação e os jogos, como recursos que podem auxiliar a prática do professor.

Em síntese, os PCN foram um documento importante para a época e até recentemente, uma vez que orientaram a prática pedagógica do professor por um longo período. Eles podem ser considerados como inovadores em algumas de suas orientações, tomando por base o que se tinha anteriormente diante das discussões sobre Educação Matemática que afloravam na época. Mostram uma preocupação com a organização de um ensino que promova a aprendizagem, criando um discurso envolvente, todavia não condicente com a realidade educacional brasileira, uma vez que se pautaram em propostas internacionais. Além disso, como alerta Gebran (2003, p. 39), as proposições apresentadas pelo MEC, principalmente a partir da LDB 9394/96, centram-se "num processo que objetiva a adequação das ordens social e política à ordem econômica e impõe a necessidade de racionalização de recursos, provocando a redução dos investimentos no campo social particularmente na educação".

Isto nos leva a compreender o porquê da falta de diálogo e a imposição de um documento orientador praticamente pronto e que, mesmo posteriormente, não dispunha de tempo hábil para colaboração e reinvindicações dos principais envolvidos no processo de ensino e aprendizagem. Com isso, criou uma ideia idealista de professor, escola e aluno, os quais não tiveram voz em sua elaboração. Como afirma Kaercher (1997, p. 31):

> Os Parâmetros Curriculares Nacionais vistos pela lógica interna do texto parecem extremamente sedutores, pois estão bem escritos e com reflexões sensatas e

> progressistas. Ele cria uma redoma em torno de si: como discordarmos de palavras, conteúdos e objetivos tão sensatos e nobres?

Apesar de estarem bem escritos e serem “sedutores” àqueles que os liam, a falta de envolvimento da sociedade em sua elaboração contribuiu para a dificuldade de aceitação, ainda mais que muitos estados e municípios já tinham suas propostas curriculares elaboradas e teriam que refazê-las diante dessa nova determinação do MEC, e este foi outro fator que desfavoreceu a concretização da proposta dos PCN. Apesar de não serem obrigatórios e, sim, um subsídio para a reelaboração das propostas curriculares, os estados e municípios se sentiram na obrigação de adequar seu programa curricular. Isso só confirma o quanto esse documento não respeitou a realidade escolar.

Postulado isso, é importante destacar que no que se refere à matemática, os números inteiros negativos não ganham relevância neste documento. Contudo, apresenta uma vasta descrição de como trabalhar esse conteúdo, como pudemos ver através dessa escrita descritiva. Englobam desde a história da matemática até exemplos que podem ser trabalhados no dia a dia, além de destacar a relevância de o professor considerar os conhecimentos que os alunos já trazem, valorizando os saberes socialmente construídos, propondo situações-problema que contemplem as vivências cotidianas dos alunos e ir para além destas, possibilitando que estes façam conjecturas e cheguem à síntese do conceito.

Por fim, a partir do que foi trazido até aqui, se faz importante pontuar que os PCN foram lançados oficialmente em 1997 e, apesar de não terem se constituído a partir de um processo democrático, trouxeram elementos pontuais e orientadores para a ação pedagógica. Possivelmente, por isso, estes aspectos acabaram se tornando norteadores e serviram de referência para a (re)elaborar as propostas curriculares e foram citados e levados em consideração em pesquisas desenvolvidas no período do nosso estudo.

As atuais DCN são posteriores aos PCN e são normas obrigatórias, determinadas por lei, e constituem um conjunto de definições as quais englobam princípios, fundamentos e procedimentos na Educação Básica e, ainda de acordo com o parecer CEB 04/98, “que orientarão as escolas brasileiras dos sistemas de ensino, na organização, na articulação, no desenvolvimento e na avaliação de suas propostas pedagógica” (BRASIL, 1998, p. 4). No entanto, embora reconheçamos sua importância, elas são citadas, mas pouco discutidas nas pesquisas, o que nos levou a não as apresentar neste momento, entendendo que os PCN e a BNCC tem mais influência no que ocorre efetivamente na escola.

Posterior aos PCN, veio a Base Nacional Comum Curricular, sobre a qual discorreremos a seguir.

4.4.1.2 Base Nacional Comum Curricular

A Base Nacional Comum Curricular já vinha sendo idealizada há muitos anos antes de sua concretização, inclusive estava prevista desde a LDB de 1996 em seu Art. 26, que evidencia que “os currículos da educação infantil, do ensino fundamental e do ensino médio devem ter base nacional comum”[42] (BRASIL, 2013, p. 3) e esta deve ser complementada “em cada sistema de ensino e estabelecimento escolar, por uma parte diversificada, exigida pelas características regionais e locais da sociedade, da cultura, da economia e da clientela” (BRASIL, 2013, p. 3-4). Mesmo com a criação dos PCN, o parecer do CNE n.º 3/97, não dispensava “a necessidade de formulação de Diretrizes Curriculares Nacionais [...] e a base nacional comum dos currículos em caráter obrigatório para todo território nacional” (BRASIL, 1997, p. 5). Além disso, a lei n. 13 005, de 25 de junho de 2014, que aprova o Plano Nacional de Educação (PNE), o qual tem vigência de dez anos, também cita o estabelecimento e implementação de uma base nacional curricular comum.

A BNCC tem caráter normativo e define um conjunto de aprendizagens que os estudantes devem desenvolver ao longo da Educação Básica. Não é um currículo e, sim, um documento que serve como referência para a construção e a adaptação das propostas curriculares e pedagógicas das escolas públicas e privadas, e sua execução é obrigatória. O histórico da BNCC apresentado no *site* do MEC[43] contempla marcos importantes, dentre eles, a regulamentação do PNE em 2014, o qual possui 20 metas para a melhoria da qualidade da Educação Básica, além de sacramentar a obrigatoriedade de uma Base Nacional Comum Curricular. Em novembro desse mesmo ano, aconteceu a 2.ª Conferência Nacional pela Educação (CONAE), a qual foi importante para mobilizar propostas e reflexões para a educação e resultou em um documento que impulsionou a elaboração da BNCC. Em 2015, foi instituída a comissão de especialistas para a sua elaboração através da Portaria n. 592 de 17 de junho de 2015. Em 16 de setembro do mesmo ano, a primeira versão foi apresentada para consulta pública, e de 2 a 15 de dezembro as escolas se mobilizaram para discutir esse documento preliminar.

Em maio de 2016, a segunda versão, que foi redigida a partir das contribuições, foi disponibilizada e de 23 de junho a 10 de agosto especialistas, gestores e professores participaram de seminários estaduais para debater essa versão. Com base nela, em agosto

[42] Na redação original da lei n.º 9394 de 20 de dezembro de 1996, a educação infantil não constava no Art. 26. Somente em 4 de abril de 2013, com a lei n,º 12 796, que alterou sua redação, que ela passou a ser incluída.
[43] Disponível em: http://basenacionalcomum.mec.gov.br/historico/

começou a ser redigida a terceira versão da BNCC. Finalmente, no dia 20 de dezembro de 2017. a BNCC para a Educação Infantil e Ensino Fundamental foi homologada, e no dia 22 o CNE apresenta a resolução N. º2 que institui e orienta a implementação da BNCC.

Ainda de acordo com o *site* do MEC, com a entrega da terceira versão da BNCC do Ensino Médio para o CNE em 2 de abril de 2018, começaram as audiências públicas para discuti-la. Então, as escolas se mobilizaram e novamente técnicos, gestores e professores sugeriram melhorias ao documento através do preenchimento de um formulário *online*, em 2 de agosto de 2018. Com a conclusão dessa etapa, a BNCC para o Ensino Médio foi homologada no dia 14 de dezembro de 2018.

Esse breve histórico denota o caráter idealista da elaboração desse documento, que parece ter ocorrido tranquilamente, com ampla participação de todos os segmentos envolvidos. Embora retratado pelo MEC como um processo democrático e discutido, tentando suprir as críticas à primeira versão, não foi bem assim aconteceu. Búrigo (2019, p.16) explica que a SBEM foi convidada a participar de uma “reunião com o MEC em maio de 2015 e, a partir daí, os Grupos de Trabalho são provocados a se manifestarem”, porém:

> Como sabemos, o processo de discussão da BNCC, a partir de 2016, foi ainda mais restrito do que aquele que havia gerado a versão preliminar de 2015. Pareceres críticos e algumas centenas de contribuições, conforme levantamento realizado por Bigode (2019), não foram considerados na versão final, aprovada e homologada em 2017. (BÚRIGO, 2019, p.17)

Antes de tudo, não podemos discordar que a implementação da BNCC rompeu com o processo de debate com os maiores envolvidos no processo de educação do país, o que não é muito diferente dos PCN que foram instituídos por um processo não democrático. Contudo, além da pouca consideração dada às contribuições, em meio ao cenário de discussões sobre a definição da BNCC e suas versões preliminares, alguns conflitos foram instaurados. Silva e Almeida (2017, p. 1) ressaltam em relação a BNCC para o Ensino Médio que:

> [...] até a segunda versão havia um processo de construção que foi interrompido de maneira abrupta. Como pontuaremos, tal ruptura é resultado de uma interferência político-econômica no processo de construção da Base e em outros processos democráticos no país. A terceira versão seria apresentada a sociedade depois da Reforma do Ensino Médio, outorgada por meio de Medida Provisória, dentro desse mesmo processo de ruptura democrática. Esta última versão, como seria de se esperar foi totalmente reformulada, embora tenha sido ela apresentada como uma continuidade em relação as versões anteriores.

A partir do que colocam os autores, percebemos que nem tudo foi amplamente discutido e incorporado na terceira versão da BNCC. Enquanto a primeira vem para iniciar o diálogo com os envolvidos no processo educativo, receber críticas e propostas, a segunda incorpora parte dessas contribuições e a terceira acaba se destoando das anteriores. Inclusive o famoso dia D, que tinha como objetivo debater a BNCC do Ensino Médio foi convocado em pleno recesso escolar e de maneira abrupta, no mês de julho de 2018. Os professores deveriam analisar o documento e responder questionários, a fim de contribuir nesse processo, porém, será que não foi uma estratégia do governo, diante das resistências a BNCC do Ensino Médio? Não cabe aqui esmiuçar esse processo, porque não é nosso interesse de pesquisa o Ensino Médio, mas quisemos mostrar que nem tudo ocorreu como o esperado e por meio de um processo democrático.

Além disso, esses mesmos autores citam que “junto ao documento da terceira versão, o governo teve o cuidado de lançar um Estudo Comparativo entre a Versão 2 e a Versão Final da Base” que, para os autores, parece que “o documento cria um modo de ler as mudanças, uma maneira de validar tais mudanças criando um caminho para se entender as alterações tidas como necessárias” (SILVA; ALMEIDA, 2017 p. 5). No que se refere à BNCC do Ensino Fundamental, entre os destaques plausíveis de fazermos aqui, cabe dizer que a terceira e última versão reduz o período de alfabetização para até o final do segundo ano, enquanto na segunda versão o prazo era até o terceiro ano. A língua inglesa se torna obrigatória, sendo que, na versão anterior, a escolha pela língua era das redes de ensino. A despeito de esses destaques não estarem relacionados à área de matemática, são importantes de serem frisados. Mudanças essas que não foram discutidas com a sociedade brasileira, foram simplesmente alteradas na última versão e impostas à sociedade.

Um fato interessante de elucidar é que das pesquisas que foram concluídas, após a homologação da BNCC e que compõem nossa análise, (P53; P55; P56 e P52); apenas a P56 não fundamenta seu capítulo teórico com a BNCC. Provavelmente isso seja em decorrência da sua temática, que propõe uma sequência didática para o ensino de operações com números inteiros para alunos da Educação de Jovens e Adultos, modalidade esta da Educação Básica,não contemplada na BNCC, isto é, não tem um capítulo específico para discuti-la.

A EJA só aparece uma vez no documento, na parte introdutória, quando este menciona o Pacto interfederativo e a implementação da BNCC no subtítulo Base Nacional Comum Curricular e Currículos. Neste afirma que a BNCC e os currículos têm papéis complementares para assegurar as aprendizagens essenciais definidas para cada etapa da Educação Básica, as quais se materializam em um conjunto de decisões que se referem a ações, as quais são esmiuçadas no documento. Depois, destaca que estas devem ser contempladas nas diferentes modalidades de ensino, cita as várias modalidades da Educação Básica e, dentre elas, aparece a Educação de Jovens e Adultos.

Na sequência, o documento não cita mais essa modalidade e, ao longo de sua redação, se refere a crianças, jovens e adultos na Educação Básica da mesma forma, o que "tornou ainda mais homogêneo o currículo, desconsiderando qualquer especificidade da Educação de Jovens e Adultos" (CATELLI, 2019, p. 1). Como sabemos, as necessidades de desenvolvimento de uma criança ou adolescente, bem como suas realidades sociais e econômicas, são diferentes de um adulto. O público da EJA, na maioria das vezes, é de pessoas que voltaram a estudar por exigência do mercado de trabalho e por buscarem uma melhor qualidade de vida. Alguns trabalham de dia e estudam à noite, portanto, manter-se em sala de aula se torna um desafio, pois eles têm outras responsabilidades. Com isso, há necessidade de adotar práticas de ensino inovadoras que motivem essas pessoas a permanecerem na escola e buscarem sua formação profissional. Desconsiderar isso denota o descanso dos documentos curriculares com essa modalidade.

Diante de todo esse processo de implementação da BNCC, o qual descrevemos brevemente aqui, ficam duas questões latentes: de um lado a possibilidade da sociedade se envolver e contribuir com esse documento; e do outro, algumas manobras governamentais que supostamente ignoraram certas discussões, acarretando em possíveis prejuízos para a educação brasileira. Contudo só poderemos confirmar isso com convicção daqui a alguns anos.

Segundo o *site* do governo federal, a BNCC deve nortear a formulação dos currículos escolares e, para isso, estabelece conhecimentos, competências e habilidades que os estudantes devem desenvolver durante o processo de escolarização. Além do mais, está orientada pelos princípios éticos, políticos e estéticos previstos pelas DCN e busca promover uma formação humana integral, cooperando para construir uma sociedade mais justa, democrática e inclusiva. De acordo com o expresso no *site* do MEC, as DCN e a BNCC são documentos complementares e obrigatórios, enquanto o primeiro oferece a estrutura; o segundo determina o que é essencial de ser ensinado, isto é, mostra onde se quer chegar, definindo objetivos e direitos de aprendizagem.

Portanto, as DCN visam incentivar as escolas a estruturarem seu próprio currículo, dando-lhes autonomia para elaborar sua proposta pedagógica, que deve ser estruturada de acordo com sua realidade, ou seja, ponderar a necessidade dos alunos, a região que está localizada e aspectos locais. Já a BNCC é mais específica, indicando os conteúdos obrigatórios, habilidades e competências que devem ser desenvolvidas ao longo da Educação Infantil, Ensino

Fundamental e Ensino Médio, sem excluir a autonomia que as escolas têm de estruturar seu currículo.

A BNCC está organizada em textos introdutórios; competências gerais que são aquelas que os alunos devem desenvolver ao longo das etapas da Educação Básica; competências específicas de cada área do conhecimento e dos componentes curriculares; e direitos de aprendizagem ou habilidades relativas a diversos objetos de conhecimento (conteúdos, conceitos e processos) que os educandos também devem desenvolver. A estrutura da BNCC inicia-se pelas competências gerais da Educação Básica e cada etapa, Educação Infantil, Ensino Fundamental e Ensino Médio, é pensada de uma forma. Ainda sobre as competências gerais, elas visam assegurar os direitos de aprendizagem dos alunos, além de declarar que tipo de estudante queremos formar e "é definida como a mobilização de conhecimentos (conceitos e procedimentos), habilidades (práticas, cognitivas e socioemocionais), atitudes e valores para resolver demandas complexas da vida cotidiana, do pleno exercício da cidadania e do mundo do trabalho (BRASIL, 2018, p. 8).

A qualidade da educação se dará a partir do desenvolvimento das dez competências gerais. Iremos nos deter no que se refere à etapa do Ensino Fundamental, nosso interesse de pesquisa. Este é organizado em cinco áreas do conhecimento: linguagens, matemática, ciências da natureza, ciências humanas e ensino religioso, sendo que cada uma destas possui competências específicas a serem desenvolvidas pelos alunos. Dentro de cada área, temos os componentes curriculares:

- Linguagens: Língua Portuguesa; Artes; Educação Física e Língua Inglesa.
- Matemática: Matemática.
- Ciências da Natureza: Ciências.
- Ciências Humanas: Geografia e História.
- Ensino Religioso: Ensino Religioso.

Assim, como cada área tem suas competências específicas, os componentes curriculares também as têm. Para desenvolver as competências específicas de cada componente curricular é apresentado um conjunto de habilidades que estão relacionadas a objetos de conhecimento (conteúdos, conceitos e processos), os quais são organizados por unidades temáticas. Estas últimas, "definem um arranjo dos objetos de conhecimento ao longo do Ensino Fundamental adequado às especificidades dos diferentes componentes curriculares" (BRASIL, 2018, p. 29). Por conseguinte, as unidades temáticas contemplam uma determinada quantidade de objetos de conhecimento, e estes se relacionam às habilidades.

No que se refere à área do conhecimento de matemática ÷ componente curricular matemática – a BNCC aponta oito competências específicas que devem ser desenvolvidas e garantidas aos alunos.

> 1. Reconhecer que a Matemática é uma ciência humana, fruto das necessidades e preocupações de diferentes culturas, em diferentes momentos históricos, e é uma ciência viva, que contribui para solucionar problemas científicos e tecnológicos e para alicerçar descobertas e construções, inclusive com impactos no mundo do trabalho.
> 2. Desenvolver o raciocínio lógico, o espírito de investigação e a capacidade de produzir argumentos convincentes, recorrendo aos conhecimentos matemáticos para compreender e atuar no mundo.
> 3. Compreender as relações entre conceitos e procedimentos dos diferentes campos da Matemática (Aritmética, Álgebra, Geometria, Estatística e Probabilidade) e de outras áreas do conhecimento, sentindo segurança quanto à própria capacidade de construir e aplicar conhecimentos matemáticos, desenvolvendo a autoestima e a perseverança na busca de soluções.
> 4. Fazer observações sistemáticas de aspectos quantitativos e qualitativos presentes nas práticas sociais e culturais, de modo a investigar, organizar, representar e comunicar informações relevantes, para interpretá-las e avaliá-las crítica e eticamente, produzindo argumentos convincentes.
> 5. Utilizar processos e ferramentas matemáticas, inclusive tecnologias digitais disponíveis, para modelar e resolver problemas cotidianos, sociais e de outras áreas de conhecimento, validando estratégias e resultados.
> 6. Enfrentar situações-problema em múltiplos contextos, incluindo-se situações imaginadas, não diretamente relacionadas com o aspecto prático-utilitário, expressar suas respostas e sintetizar conclusões, utilizando diferentes registros e linguagens (gráficos, tabelas, esquemas, além de texto escrito na língua materna e outras linguagens para descrever algoritmos, como fluxogramas, e dados).
> 7. Desenvolver e/ou discutir projetos que abordem, sobretudo, questões de urgência social, com base em princípios éticos, democráticos, sustentáveis e solidários, valorizando a diversidade de opiniões de indivíduos e de grupos sociais, sem preconceitos de qualquer natureza.
> 8. Interagir com seus pares de forma cooperativa, trabalhando coletivamente no planejamento e desenvolvimento de pesquisas para responder a questionamentos e na busca de soluções para problemas, de modo a identificar aspectos consensuais ou não na discussão de uma determinada questão, respeitando o modo de pensar dos colegas e aprendendo com eles. (BRASIL, 2018, p. 267).

Para mais, ainda propõe cinco unidades temáticas, que irão orientar o desenvolvimento das habilidades que devem ser desenvolvidas ao longo do Ensino Fundamental, sendo elas: Números; Álgebra; Geometria; Grandezas e Medidas e Probabilidade e Estatística. O conteúdo de números negativos, que é nosso interesse de pesquisa, aparece na BNCC englobado na denominação números inteiros, sendo citados apenas uma vez os números negativos.

Na unidade temática Números, com referência aos anos finais do Ensino Fundamental, a expectativa, segundo as pesquisas de P53 e P52, com base na BNCC, é que os alunos resolvam problemas com números naturais, inteiros e racionais, envolvendo as operações fundamentais, seus diferentes significados e estratégias, permitindo compreender os processos envolvidos. A primeira vez em que o conteúdo de números inteiros surge ao longo do Ensino Fundamental é no 7.º ano, na unidade temática Números e é especificado através dos objetos de conhecimento onde se destacam pontualmente: seu uso, história, ordenação, associação com pontos da reta numérica e operações. Esta observação está presente também na pesquisa de P55, ao pontuar que o estudo dos números inteiros deve ser voltado a esses aspectos. Como habilidades, determina duas:

- (EF07MA03) Comparar e ordenar números inteiros em diferentes contextos, incluindo o histórico, associá-los a pontos da reta numérica e utilizá-los em situações que envolvam adição e subtração.
- (EF07MA04) Resolver e elaborar problemas que envolvam operações com números inteiros.

Estes aspectos também são contemplados no terceiro ciclo dos PCN, 5.º e 6.º séries, que hoje se referem ao 6.º e 7.º ano. A partir disso, percebe-se que a BNCC inicia a abordagem do conteúdo de números inteiros exatamente no 7.º ano, enquanto que os PNC se referem a eles no terceiro ciclo, que seria 5.ª e 6.ª série e no quarto ciclo, 7.ª e 8.ª série.

Além disso, esse conteúdo também está presente em uma das habilidades do 8.º ano da BNCC: "(EF08MA01) Efetuar cálculos com potências de expoentes inteiros e aplicar esse conhecimento na representação de números em notação científica" (BRASIL, 2018, p. 313). Esta habilidade associa-se à unidade temática de números e ao objeto de conhecimento, notação científica e ressalta o uso dos números inteiros em expoentes de potências. Fazendo um paralelo com os PCN, as operações com potência encontram-se dentro do 4.º ciclo (7.ª e 8.ª série), correspondente ao 8.º e 9.º ano.

Por último, no 9.º ano na mesma unidade temática de números, vemos o conteúdo de números inteiros atrelado ao de potência, quando ele apresenta o objeto de conhecimento potências de expoentes negativos e fracionários. No entanto, a habilidade voltada a esse conhecimento (EF09MA03) apenas detalha a realização de cálculos com números reais, incluindo potências com expoentes fracionários, não citando, assim, expoentes negativos novamente.

A pesquisa de P55 pontua em relação aos PCN e a BNCC, que esses documentos têm duas preocupações, a resolução de problemas inseridos no cotidiano e a conexão com a perspectiva histórica da matemática. Contudo, diferentemente dos PCN que abordam brevemente a história dos números negativos e indicam sua importância como um caminho para ensino de matemática, a BNCC somente cita a história como um dos objetos do conhecimento dos números inteiros, sem detalhar quais questões históricas seriam estas. Apesar disso, a P52, ao comparar a BNCC e os PCN, afirma que esses dois documentos indicam a evolução histórica como um caminho que pode auxiliar na compreensão dos números inteiros.

Ainda sobre a BNCC, é importante destacar que ela não discute as dificuldades que os alunos enfrentam ao tentar se apropriar dos números inteiros, apenas destaca pontualmente o que deve ser trabalhado dentro desse conteúdo e depois apresenta as habilidades que são as aprendizagens essenciais que devem ser garantidas aos alunos, sem detalhar como trabalhá-las e nem dar exemplos, como faziam os PCN.

É possível identificar que a organização da BNCC pode parecer bastante prática e rápida para o professor localizar quais objetos do conhecimento relacionados aos números negativos (inteiros) devem ser trabalhados dentro de cada conteúdo, assim como as habilidades que precisam ser desenvolvidas. Contudo, isto pode assumir uma conotação prescritiva, em especial, quando os professores são obrigados a preencher "lacunas" do seu planejamento fazendo referências a eles, perdendo sua autonomia e automatizando o planejamento. Neste aspecto, podemos dizer que os PCN ofereceram um melhor direcionamento ao professor, trazendo indicativos de reflexões sobre possibilidades metodológicas.

Ao fazer uma análise, arriscamos dizer que os PCN são mais completos e orientavam o currículo de forma mais detalhada, diferente da BNCC, que apresenta aspectos mais pontuais, isto é, não há indicações sobre como as competências e as habilidades devem ser trabalhadas. Apesar disso, ela deixa mais claro em qual ano trabalhar exatamente cada conteúdo relacionado aos números inteiros, enquanto os PNC permitiam maior autonomia ao professor, por estarem organizados por ciclos, dando a possibilidade de um conteúdo relacionado a certo ciclo, por exemplo terceiro, ser ensinado tanto na 5.ª como 6.ª série.

Destacamos a importância de discutir sobre as políticas educacionais e avaliar os efeitos das políticas de padronização curricular para a convergência de um bom processo de ensino e aprendizagem, o qual atenda às necessidades da sociedade e motive os educandos e educadores, respeitando seu dinamismo, instigando a necessidade de discutir e refletir sobre o currículo, o qual acontece na escola, e é um documento que deve ser elaborado de forma coletiva, assim como o Projeto Político Pedagógico (PPP). Lima (2007, p. 26) afirma que "o currículo é um fator que interfere no desenvolvimento da pessoa", isto é, ele impacta nos sujeitos e nas relações sociais que estes estabelecem, e ainda, segundo essa mesma autora, se materializa nas escolas e nas salas de aula. Daí ser necessário refletirmos sobre que currículo desejamos-a partir do que está indicado na BNCC, pois ele engendra a sociedade que queremos construir.

Indo ao encontro destas ideias, Moura (2017) defende o desenvolvimento do currículo como uma dimensão formadora, na qual os sujeitos tenham como atividade a concepção de sociedade e indivíduo que se objetiva formar. A participação nessa atividade que se concretiza na escola através dos conteúdos e na formalização dos conceitos científicos é uma tarefa coletiva, a ser discutida criticamente e, uma vez que um currículo carrega consigo aspectos políticos, ele não é neutro, pelo contrário, ele impacta os sujeitos e as relações estabelecidas entre eles. Para mais, é ele que norteará as aprendizagens e o desenvolvimento integral dos indivíduos. Moreira (2007, p. 18) destaca que:

> [...] as discussões sobre o currículo incorporam, com maior ou menor ênfase, discussões sobre os conhecimentos escolares, sobre os procedimentos e as relações sociais que conformam o cenário em que os conhecimentos se ensinam e se aprendem, sobre as transformações que desejamos efetuar nos alunos e alunas, sobre os valores que desejamos inculcar e sobre as identidades que pretendemos construir.

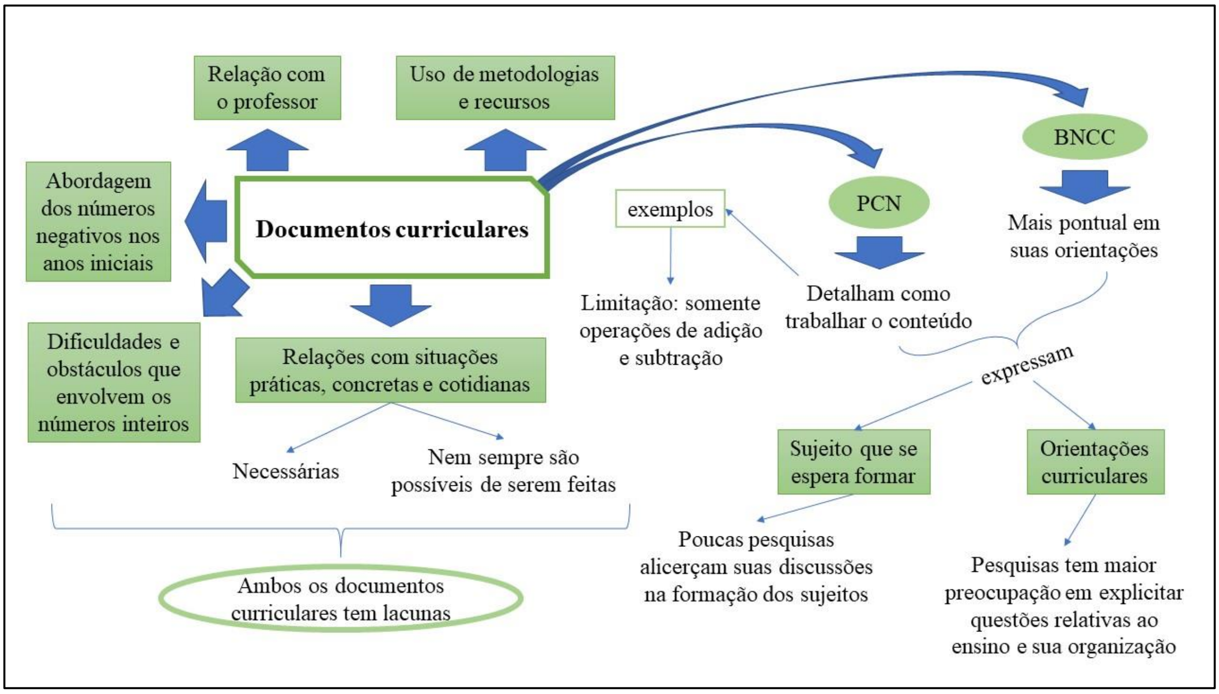
Em vista disso, as propostas curriculares refletem uma determinada formação e são a base de qualquer instituição de ensino. A BNCC não foi formulada para ser um currículo, mas sim, para orientar a elaboração de currículos das escolas estaduais, municipais e privadas, afinal é praticamente impossível um currículo contemplar todas as especificidades escolares.

Quando a BNCC detalha os conteúdos e as competências, os currículos dos sistemas de ensino passaram a ser elaborados respeitando estas especificidades. Ela não tem como intenção engessar os currículos escolares, pelo contrário, o contexto e a realidade de cada região são primordiais segundo esse documento. Contudo há de se questionar em que medida o modo como está prescrita possibilitaria atender às diversidades.

Lembramos que foram somente três as pesquisas do período da nossa investigação que se referenciam a ela, dada ao fato de que a proposta referente à Educação Básica foi lançada no final de 2017 e praticamente ainda está em fase de implementação. Mas as observações que indicamos até aqui nos levam à reflexão sobre a importância de analisarmos os limites e as possibilidades dos documentos propostos, para identificar as reais potencialidades de eles serem orientadores da organização curricular. Entretanto, não será apenas a estruturação de um currículo que permitirá que alcancemos a qualidade da educação que desejamos e que sejam superadas as dificuldades em relação aos números negativos, como expressado nos documentos e ressaltado pelas pesquisas aqui apresentadas. Para isso, cumpre o envolvimento de toda a comunidade escolar, pois “para se construir o conhecimento é imprescindível o trabalho árduo e reflexões constantes” (AMADOR; FAJARDO, 2019, p. 145).

A Figura 11 resume as considerações discutidas neste isolado, referentes aos documentos curriculares.

Figura 11 – Sistematização do isolado documentos curriculares



Fonte: Elaborado pela autora

Ademais, as condições de trabalho do professor também se tornam cruciais para o bom desenvolvimento da sua atividade de ensino, bem como sua remuneração e formações que promovam uma mudança de qualidade em seu trabalho. Para tudo isso, precisamos também de políticas públicas eficazes, pautadas nas demandas da comunidade escolar e que valorizem os profissionais da educação. Em consonância com isso, "é de se convir, portanto, que os currículos acompanhem esse movimento. É por isso que eles mudam, se reformulam" (MOURA, 2017, p. 102). O currículo é produto da organização do conhecimento e se objetiva na escola no processo de ensino e aprendizagem, carregando consigo seu processo de desenvolvimento. Afinal, como afirma Vigotski (2005, p. 41) "a aprendizagem escolar orienta e estimula processos internos de desenvolvimento". Então, o desenvolvimento do currículo está relacionado com a aprendizagem, isto é, a aprendizagem da organização do ensino por parte do professor e da apropriação do conhecimento pelos alunos conduz ao desenvolvimento desses sujeitos, o que é determinante para as opções referentes ao currículo e às mudanças que ocorrem ao longo de sua historicidade.

No próximo capítulo, teceremos nossas considerações finais acerca deste estudo que se deu através de pesquisas brasileiras sobre a aprendizagem de números negativos, orientado por quatro isolados de análise.

5 FINDANDO UM CAMINHO, MAS NÃO O CAMINHAR

Findar um processo de pesquisa sempre é um desafio e investigar sobre educação não se esgota em um problema de pesquisa. Mesmo que o respondamos, sabemos que de uma investigação outros desdobramentos emanam, originando outros caminhos e continuidades possíveis, afinal, somos seres humanos e mudamos com o tempo e através dele, pois estamos em constante formação. E para aqueles que estão imersos na educação, seja como pesquisadores seja como professores, porque não dizer, em constante aprendizagem da docência.

Neste movimento de pesquisa, várias dificuldades foram enfrentadas e possibilidades foram buscadas para que seu desenvolvimento fosse possível e chegássemos à gênese do nosso objeto de pesquisa, a aprendizagem de números negativos. Algumas ideias ficaram para outro momento e opções tiveram que ser feitas, pois, como Caraça (1951) já destacava, é impossível abraçar a totalidade de um fenômeno e daí a necessidade de eleger isolados, os quais permitam mostrar o fenômeno a que nos propusemos a estudar em sua totalidade. Fomos fazendo escolhas ao longo dessa empreitada e foram elas que deram forma à nossa tese. Aprendemos que os desafios também nos formam como pesquisadores e nos mostram o que queremos fazer e quem queremos ser, e isso faz parte do processo de pesquisa.

Desenvolver uma pesquisa em meio a uma pandemia foi um agravante, principalmente pelas alterações que tivemos que fazer em relação à intenção inicial de pesquisa. Mas também pelo isolamento imposto, a latência das tecnologias, as dificuldades de acesso a materiais físicos, o novo modo de nos relacionarmos que se instaurava, além de todas as perdas que tivemos. Tudo isso levou à necessidade de mudar nossos rumos e tomar decisões, fazendo-nos voltar nossa investigação para teses e dissertações já desenvolvidas e que versassem sobre nosso interesse de investigação.

Como forma de trazermos os nossos achados, iniciamos a escrita “Apresentando a pesquisa: do sentido pessoal ao significado da atividade de pesquisa”. Neste capítulo, discorremos sobre o ensinar e o aprender matemática, sua importância para o desenvolvimento humano e abordamos sobre o ensino e aprendizagem como elementos da atividade pedagógica e objeto geral das pesquisas em educação alicerçadas na Teoria Histórico-Cultural.

Dividimos esse capítulo em dois subitens, um voltado à trajetória acadêmica e profissional da pesquisadora incluindo, os motivos que a levaram a pesquisar sobre essa temática; e o outro, contemplando o objeto particular da pesquisa, a aprendizagem de números negativos. Fomos movidas pelo problema: o que pesquisas brasileiras revelam acerca dos números negativos que impactam na educação escolar básica? Para revelar a essência desse fenômeno, elencamos como objetivo geral: descrever e analisar elementos inerentes à educação escolar revelados em pesquisas brasileiras de programas de pós-graduação *stricto sensu* sobre números negativos.

No capítulo 2, “Pressupostos teóricos para a investigação”, evidenciamos os conceitos orientadores da nossa pesquisa, a Teoria Histórico-Cultural (THC) e, mais especificamente a Teoria da Atividade (TA), buscando compreendê-las através do delineamento e do esclarecimento de conceitos, os quais nos permitiram elencar aspectos que nos auxiliaram entender elementos relativos à educação escolar. Passamos por dois subitens: a aprendizagem como produto das interações sociais e a apropriação do conhecimento como promotor de desenvolvimento.

Esses pressupostos nos conduziram a entender o ser humano como produto de duas naturezas, a biológica e a sócio-histórica, nas quais, a primeira marca a relação instintiva nos primeiros meses de vida, e a última, as relações sociais que vão se estabelecendo entre os indivíduos e fazem parte do processo pelo qual o ser humano se desenvolve, humanização. Durante seu desenvolvimento, que se dá por toda vida, ele é movido por necessidades, as quais engendram uma intencionalidade que pode ser satisfeita através de ações que, quando ganham um motivo, se constituem como uma atividade. Será pela atividade que o ser humano se desenvolve, e o ensino e aprendizagem fazem parte da atividade humana e contribuem para o desenvolvimento das Funções Psicológicas Superiores.

Compreender os números negativos como signos produzidos historicamente que carregam consigo muitas informações levou-nos a considerar o acesso à sua aprendizagem como decorrência da educação escolar, organizada intencionalmente pelo professor e determinada por orientações curriculares. Assim, a perspectiva de que a atividade pedagógica se concretize, ou seja, a atividade de ensino se torne aprendizagem, direcionou nosso olhar para o professor, o ensino, o movimento histórico e as orientações curriculares. Passamos a considerar esses quatro aspectos, como essenciais para revelar o fenômeno investigado.

No capítulo 3, “O movimento da pesquisa: os rumos que tomamos”, detalhamos o desenvolvimento desta pesquisa e como compusemos nosso processo de análise. Para isso, apresentamos a THC como base teórica para apreensão da realidade, num movimento que vai do objeto geral – a atividade pedagógica –, em direção ao objeto particular.

A pesquisa é por nós concebida como atividade, com duas dimensões que precisam ser contempladas, a orientadora e a executora. A primeira delas é delineada por nossos pressupostos teóricos, aqueles que nos orientam e auxiliam na compreensão do processo de humanização e da aprendizagem de números negativos e, coerente com eles, elencamos nossos isolados de análise: Professor que Ensina Matemática (PEM), o ensino de números negativos, o movimento histórico dos números negativos e os documentos curriculares. Na dimensão executora, mobilizamos as ações da pesquisa que se deram através de uma Revisão Sistemática de Literatura, de acordo com Okoli (2019), que abrange oito etapas. Ao passar por cada uma delas, adotamos o Portal de Teses e Dissertações da CAPES e a BDTD como repositórios e, ao realizar nossas buscas e refinamentos, bem como as seleções sistemáticas e a adoção de critérios de exclusão, compusemos o *corpus* de análise com 59 investigações.

No capítulo quatro, “A revelação dos dados: o que as pesquisas apresentam”, apresentamos e analisamos nossos dados por meio dos quatro isolados de análise divididos em dois momentos. O primeiro voltado ao que as pesquisas traziam sobre aquele isolado; e o outro, a uma síntese integrativa, que faz uma discussão teórica orientada pelos apontamentos do primeiro momento.

O isolado sobre o Professor que Ensina Matemática foi composto por quatro pesquisas e tinha como pretensão elencar aspectos que pesquisas brasileiras que envolvem números negativos descrevem como importantes sobre o Professor que Ensina Matemática. Ao expor o que elas apontam, na primeira parte do isolado, ficou evidente a importância de o professor ter diferentes tipos de conhecimentos, os quais lhe possibilitam refletir sobre os problemas da prática docente, buscar por sua superação e, consequentemente, promover a aprendizagem dos alunos. Além disso, também destacamos sobre a necessidade de repensar a formação dos professores.

Entrelaçar e discutir esses apontamentos levaram à percepção de que ser um bom professor de matemática envolve aspectos para além do domínio do conteúdo, como formas mais eficazes de aprender através de novos instrumentos de ensino. Isto aponta para a importância de a organização do ensino do professor ser sensível às necessidades e às dificuldades dos alunos, a fim de promover sua aprendizagem. Para isso, instaura-se a necessidade de mudanças e reflexões sobre a formação inicial e continuada, o que reforça a complexa relação em se tornar professor e ampliar seus conhecimentos ao longo da sua vida.

Como organizador do processo educativo e responsável por um processo que contribui para a humanização, as relações sociais que o professor estabelece são essenciais para sua formação. Como sujeito que propicia a apropriação do conhecimento, ele ensina e aprende com outros professores, alunos e demais indivíduos. Portanto, o trabalho do professor é o ensino, e é por meio dele que se constituiu como sujeito participante de uma cultura. Contudo, como destacamos em nossas análises, não será qualquer ação que se tornará formadora para o professor que idealizamos, mas sim, aquelas influenciadas por questões tanto subjetivas quanto objetivas. Nesse processo, ele também estará formando sua personalidade, a qual determinará o modo como desenvolve o seu trabalho. Tudo isso nos mostra que refletir sobre o Professor que Ensina Matemática contempla aspectos que ultrapassam o conteúdo a ser ensinado, englobando a discussão sobre a formação desse professor, entendendo que o seu trabalho está intrinsicamente relacionado à organização do ensino, que se configura como nosso próximo isolado.

O isolado sobre o ensino de números negativos abrangeu 40 pesquisas brasileiras e visou identificar o que elas apontam sobre o ensino dos números negativos. Para apresentar os apontamentos dessas investigações de acordo com o que as pesquisas traziam, o fizemos em dois momentos, um mais geral voltado ao ensino e à aprendizagem de matemática; e o outro, especificamente ao ensino e à aprendizagem de números negativos, inteiros ou relativos. As evidências reveladas pelas pesquisas vislumbram sobre aspectos que contemplam aluno, professor e modos e instrumentos de ensino e aprendizagem.

Sobre o aluno, foi destacado que eles têm ideias intuitivas de números negativos, as quais podem estar associadas a conhecimentos cotidianos ou dos anos iniciais. Além disso, apresentam dificuldades na aprendizagem desses números pela exigência de maior abstração, bem como pelo fato de que os obstáculos que surgiram durante a história desses números ainda estão presentes no contexto escolar. Quanto ao professor, se destaca sua responsabilidade na identificação das dificuldades dos alunos e na organização de um ensino que promova a aprendizagem e aí se instaura a relevância de um planejamento intencional. Para os modos e instrumentos, ficou evidente o uso de diferentes metodologias, dentre elas: jogos, materiais concretos, tecnologias, resolução de problemas. Ademais, que o ensino não pode se assentar apenas em bases de exemplos concretas, precisa também contemplar situações que favoreçam o entendimento das regras que rodeiam as operações com esses números.

Ao integrar esses apontamentos com nossas discussões teóricas, retomamos a ideia de que a atividade principal do professor é ensinar e a do aluno é aprender. Ao satisfazer essas necessidades, o ser humano se forma, se humaniza coletivamente. Com isso, destacamos o conhecimento matemático como instrumento para o desenvolvimento das funções psíquicas dos indivíduos, que se dá na escola graças às relações estabelecidas na apropriação do conhecimento pelos alunos, o qual passa pelo modo humano de produzi-lo e pela compreensão de seu significado social, de modo que gere no aluno um sentido pessoal.

A organização do ensino do professor é determinante para que isso aconteça e há diferentes modos de concebê-la, o que instituiu a complexidade do ensino de matemática, e envolve professor, aluno e os modos e instrumentos de ensino e aprendizagem, como bem já destacamos ao apresentar a essência desse fenômeno através do que as pesquisas mostraram. Ressaltamos ainda outros fatores que influenciam para além do método de ensino, como o interesse dos alunos. Somente a busca por novos modos de ensinar não solucionará este problema, é preciso investimento em educação, mudanças na formação inicial e continuada e a participação efetiva dos educadores na elaboração de propostas curriculares. Quanto a, especificamente, números negativos, reiteramos a necessidade de uma organização intencional do ensino, que contemple o movimento histórico dos conceitos matemáticos, considere os conceitos espontâneos dos alunos de modo que estes não criem obstáculos para aprendizagem e aliem isso a utilização de diferentes materiais/instrumentos que facilitem o processo de aprendizagem dos alunos e, consequentemente, promovam a apropriação do conhecimento teórico. Quanto a discussão sobre o movimento histórico dos números negativos, nosso próximo isolado a abordou.

O isolado sobre o movimento histórico dos números negativos abarcou 39 pesquisas e tinha como intuito compreender a constituição do movimento histórico dos números negativos por meio do que é apresentado em pesquisas brasileiras. A descrição dessas pesquisas revelou a identificação de seis obstáculos epistemológicos, elencados por Glaeser (1985), que dificultaram a aceitação dos números negativos. Apontou possíveis conhecimentos sobre os números negativos nas civilizações: egípcia, babilônica, grega, árabe, hindu e chinesa. Além de destacarem os feitos de Diofanto de Alexandria, al-Khowarizmi, Brahmagupta, Bhaskara, Leonardo de Pisa (Fibonacci), Nicolas Chuquet, Michael Stifel, Johann Widman, Simon Stevin, Gerônimo Cardano, François Viète, Albert Girard, Thomas Harriot, René Descartes, John Wallis, Isaac Newton, Jean le Rond D’Alembert, Leonard Euler, Jean-Robert Argand, Colin MacLaurin, Pierre-Simon Laplace, Lazare Carnot, George Peacock e Hermann Hankel.

No entrelaçamento dessas pesquisas com a história dos números negativos, buscamos fazer um movimento diferente de algumas delas que compuseram o isolado, as quais se pautaram em livros paradidáticos e tentaram aproximar a história aos modos de ensinar, o que acabou limitando esse movimento e trazendo apenas contribuições empíricas. A partir dessa constatação, tentamos nos aproximar da essência dos números negativos através do conhecimento teórico, o qual buscamos em livros clássicos de história da matemática. Ao compreender o percurso histórico da humanidade para se chegar aos números negativos e desenvolvê-los, isto é, sua necessidade, almejamos nos aproximar de sua essência, a qual engendra o controle de quantidades até então não compreendidas e o avanço da matemática através da aceitação de um número negativo como solução de uma equação. Para nosso próximo isolado, passamos pelos documentos curriculares que orientam o currículo escolar.

O isolado sobre documentos curriculares abarcou 16 pesquisas e pretendia verificar o que os documentos curriculares indicados por pesquisas brasileiras orientam sobre o processo de ensino de números negativos. Ao descrever os apontamentos dessas pesquisas, percebemos que algumas traziam orientações gerais sobre os documentos, enquanto outras contemplavam especificamente os documentos e o ensino de números inteiros. Como aspectos relevantes dessas pesquisas, ponderamos a relevância e a limitação diante da utilização de situações práticas, concretas e cotidianas; o uso de metodologias e recursos; as dificuldades e os obstáculos que cercam os números inteiros; os números negativos nos anos iniciais; e a relação do professor nesse processo.

Ao analisar esses apontamentos e para melhor encaminhar as discussões, optamos por uma síntese integrativa, olhando para as especificidades dos Parâmetros Curriculares Nacionais e da Base Nacional Comum Curricular, bases orientadoras apontadas pelas pesquisas que compuseram esse isolado. As orientações curriculares sobre os números negativos estão contempladas dentro dos números inteiros. A partir disso, é perceptível que os PCN trazem de forma mais detalhada como trabalhar esse conteúdo, inclusive com exemplos, enquanto a BNCC é mais pontual em suas orientações. Em um primeiro momento, pode até parecer mais prático para o professor pautar-se na BNCC, mas os PCN subsidiam melhor o seu planejamento, dando mais suporte para suas práticas. Apesar disso, os PCN trazem apenas exemplos que envolvem as operações de adição e subtração, o que seria uma limitação.

Para mais, tanto os PCN como a BNCC expressam orientações curriculares, mas subjacentes a elas estão questões sobre a formação dos sujeitos, isto é, o sujeito que queremos formar nas instituições de ensino. Aspecto este, que não foi muito destacado nas pesquisas que fazem parte desse isolado, uma vez que parecem mais preocupadas em explicitar de forma mais clara as orientações pragmáticas que dizem respeito às ações do ensino. Poucas são aquelas que alicerçam suas discussões na formação do sujeito. Portanto, parte considerável das pesquisas se referem aos documentos curriculares orientadores, contudo o que tem como preocupação maior em explicar e tornar como orientador é aquilo que se refere mais especificamente ao pragmatismo. Poucas valem-se desses documentos como fundamento para compreender o que está por trás de uma política pública, influenciando o tipo de sujeito que está sendo formado.

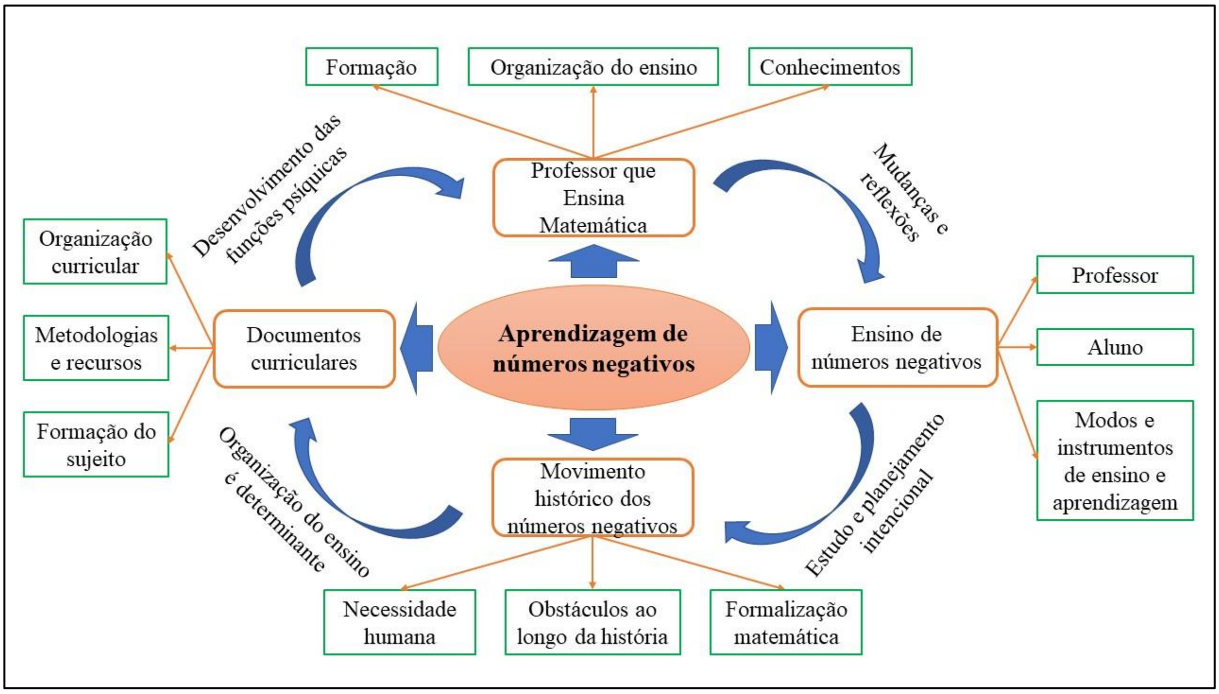
Podemos concluir, ainda, que ambos os documentos curriculares têm lacunas, o que reforça a importância de refletirmos sobre orientações e políticas públicas que são propostas para reestruturar o currículo. Uma educação de qualidade visando ã aprendizagem, como a dos números negativos, bem como a superação das dificuldades que cercam esse conteúdo implica no envolvimento de toda comunidade escolar na proposição de políticas públicas que atendam às necessidades da escola e promovam melhores condições de trabalho ao professor, juntamente com todos os aspectos que passam pelos nossos quatro isolados de análise, que contemplam a formação inicial e continuada do professor.

A partir da análise desses quatro isolados, concluímos nossa pesquisa com a tese de que a formação do professor, a organização intencional do ensino, o conhecimento do movimento histórico e as orientações das propostas curriculares, são determinantes para promover um ensino voltado à aprendizagem do conhecimento teórico sobre números negativos. Assim sendo, não há como discutir sobre a aprendizagem, se não entendermos que, embora ela seja uma ação do sujeito, não é inata, constitui-se como atividade social e, portanto, faz parte de uma unidade composta por outros elementos, tal como defendemos no decorrer desta pesquisa.

Estamos cientes das limitações de qualquer pesquisa, e não negamos a existência de outros elementos que podem impactar no processo de aprendizagem de números negativos, no entanto, neste momento, elencamos os que ficaram evidentes nos nossos estudos teóricos e convergiram com o que foi pontuado pelas pesquisas. Ou seja, a teoria adotada, os critérios estabelecidos e as opções metodológicas nos indicaram esses resultados.

Como desdobramentos desse movimento de pesquisa, indicamos a possibilidade e a relevância de que outras investigações sejam desenvolvidas inclusive para identificar de forma mais apurada cada um desses elementos que foram identificados como impactantes para a apropriação do conhecimento teórico sobre os números negativos. Ademais, como essa investigação percorreu 19 anos, de 2002 a setembro de 2021, também seria interessante olhar, no Portal de Teses e Dissertações da Capes e na Biblioteca Digital de Teses e Dissertações, para as pesquisas que foram desenvolvidas após esse período. Em vista de todo esse processo de pesquisa, reiteramos a necessidade de promovermos a aprendizagem de números negativos através de espaços que desencadeiem um processo educativo que contribua para formação e humanização dos sujeitos, visando à apropriação do conhecimento. A Figura 12 mostra a síntese final da pesquisa.

Figura 12 – Síntese final



Fonte: Elaborado pela autora

A partir de todo esse movimento de pesquisa que culminou na tese aqui defendida, esmiuçamos, através dessa síntese, os quatro elementos que se mostraram relevantes para aprendizagem de números negativos. Os aspectos que ficaram evidentes, quanto ao professor que ensina matemática, referem-se, de modo geral, à reflexão e à superação dos problemas da formação docente, a uma organização do ensino que vise à aprendizagem dos alunos e à relação da sua atividade de formação com os conhecimentos que são essenciais para desenvolver seu trabalho. Estes são essenciais para promover mudanças e reflexões no ensino de números negativos, que perpassa pela atividade do professor, pelo ensino, pela atividade do aluno, pelo aprender, e pelos modos e instrumentos de ensino e aprendizagem.

Para isso, é fundamental o estudo e o planejamento intencional, considerando o movimento histórico dos números negativos que surgiu a partir de uma necessidade humana e passou por obstáculos ao longo da história até a sua formalização matemática. Para que tudo isso aconteça é determinante, uma organização do ensino, pautada nos documentos curriculares, os quais apontam diretrizes para as metodologias e recursos e a formação do sujeito, para que, a partir desses quatro elementos se tenha o desenvolvimento das funções psíquicas. Encaminhamentos estes que convergem para o que acreditamos ser uma educação humanizadora, no que se refere ao ensino e à aprendizagem de números negativos.

Ao revisitar nossos questionamentos iniciais, os quais nos mobilizaram a pesquisar sobre a aprendizagem de números negativos, percebemos que eles foram sendo respondidos ao longo desse movimento de pesquisa, o que provocou mudanças na nossa forma de conceber a organizar do ensino. Por isso, com base nos estudos teóricos realizados ao longo desta pesquisa, nas investigações que compõem nosso *corpus* e no que evidenciamos, concluímos que a aprendizagem de números negativos envolve um longo processo, e que o professor, como organizador do ensino, precisa agir impulsionado pela necessidade de promover a aprendizagem dos alunos.

Sabendo disso e, tendo como foco os quatro elementos que defendemos como determinantes para a aprendizagem do conhecimento teórico sobre números negativos, é possível pensar em caminhos para o ensino desse conteúdo. Apesar deste não ser nosso objeto particular de pesquisa e sabendo dos limites da nossa investigação, fica o anseio de continuar nessa temática e promover ações de ensino alicerçadas nesses resultados.

REFERÊNCIAS

ABREU, A. P. M. de. **Resolução de Problemas***:* ensinar e aprender as quatro operações com números inteiros no 7.º ano do Ensino Fundamental. 2010. 155 f. Dissertação (Mestrado profissionalizante em ensino de física e de matemática) - Instituição de Ensino: Centro Universitário Franciscano, Santa Maria. 2010.

ALVES, E. L. **Menos com menos é menos ou é mais? resolução de problemas de multiplicação e divisão de números inteiros por alunos do ensino regular e da educação de jovens e adultos**. Recife, 2012. 205p. Dissertação (mestrado) - UFPE, Centro de Educação, Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática e Tecnológica. 2012.

AMADOR, I. P.; FAJARDO, R. A matemática nos anos finais do ensino Fundamental: um estudo sobre as principais dificuldades de ensino e aprendizagem em Cachoeira do Sul (rs). *In*: GONÇALVES, F. A. M. F. **Ensino de ciências e educação matemática**. Ponta Grossa (PR): Atena Editora, 2019.

ARAUJO, E. S. **Da formação e do formar-se: a atividade de aprendizagem docente em uma escola pública.** 2003. 186 p. Tese (Doutorado)-Universidade de São Paulo, São Paulo, 2003.

ARAUJO, E. S.; MORAES, S. P. G. de. Dos princípios d pesquisa em educação como atividade. *In*: MOURA, M. O. (org.). **Educação escolar e pesquisa na teoria histórico-cultural.** São Paulo: Edições Layola, 2017. p. 47-70.

ARAÚJO, N. A. de. **O professor em atividade de aprendizagem de conceitos matemáticos**. 2015. 188p. Tese (Doutorado)-Faculdade de Educação da Universidade de São Paulo, São Paulo, 2015.

AVELLO, R. G. B. **Jogos como estratégia para facilitar o ensino-aprendizagem de operações com números inteiros**. 2006. 67p. Dissertação (Mestrado Profissionalizante em Ensino de Física e Matemática) - Centro Universitário Franciscano, Santa Maria – RS. 2006.

BACURY, G. R. **O jogo como ferramenta de aprendizagem da matemática para os alunos do 7º ano.** 2009. 132 p. Dissertação (Mestrado em Educação) - Instituição de Ensino: Universidade Federal do Amazonas, Manaus. 2009.

BALDINO, R. R. Sobre a epistemologia dos números inteiros. **Educação Matemática em Revista**. São Paulo: Sociedade Brasileira de Educação Matemática. v. 3, n. 5, p. 4-11, 1996.

BASSO, I. S.. Significado e sentido do trabalho docente. **Cad. CEDES,** Campinas, [online]., v.19, n.44, p.19-32. 1998.

BECK, M. M. **Campo Aditivo no Conjunto dos Números Inteiros**: um estudo a partir da teoria dos campos conceituais. 2019. 197 p. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Matemática) - Instituição de Ensino: Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre. 2019.

BINI, M. B. **Atividades interativas como geradoras de situações no campo conceitual da matemática.** 2008. 136 p. Dissertação (Mestrado em Ciências e Matemática) - Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2008.

BOYER, C. B. **História da matemática.** São Paulo: Edgard Blücher LTDA, 1996.

BOYER, C. B.; MERZBACH, U. C. **História da matemática.** São Paulo: Blucher, 2012.

BORDIN, L. M. **Os Materiais Manipuláveis e os Jogos Pedagógicos como Facilitadores do Processo de Ensino e Aprendizagem das Operações com Números Inteiros**. 2011. 102 p. Profissionalizante em ensino de física e de matemática. Instituição de Ensino: Centro Universitário Franciscano, Santa Maria. 2011.

BRAGA, J. M.; CARNEIRO, R. F. O que dizem as narrativas de estudantes de Pedagogia sobre sua formação matemática? **Revista Brasileira de Pesquisa (Auto)Biográfica**, Salvador, v. 04, n. 10, p. 230-249, 2019.

BRANCO, E. P.; IWASSE, L. F. A.; BRANCO, A. B. de. G. Os parâmetros curriculares nacionais e a organização curricular. *In*: CONGRESSO NACIONAL DE EDUCAÇÃO, 8., 2017, Curitiba. **Anais** [...]. Curitiba: PUC, 2017. p. 9269-9283.

BRASIL. **Lei n.º 9394,** de 20 de dezembro de 1996. Estabelece as diretrizes e bases da educação nacional. Disponível em: http://portal.mec.gov.br/seesp/arquivos/pdf/lei9394_ldbn1.pdf. Acesso em: 15 dez. 2020.

BRASIL. **Lei n.º 12 796**, de 4 de abril de 2013. Altera a Lei nº 9.394, de 20 de dezembro de 1996, que estabelece as diretrizes e bases da educação nacional, para dispor sobre a formação dos profissionais da educação e dar outras providências. Disponível em: https://www.planalto.gov.br/ccivil_03/_ato2011-2014/2013/lei/l12796.htm#:~:text=LEI%20N%C2%BA%2012.796%2C%20DE%204%20DE%20ABRIL%20DE%202013.&text=Altera%20a%20Lei%20n%C2%BA%209.394,educa%C3%A7%C3%A3o%20e%20dar%20outras%20provid%C3%AAncias. Acesso em: 15 dez. 2020.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular.** Brasília, 2018.

BRASIL. **Parecer n.º 04/98**. Diretrizes Curriculares Nacionais para o Ensino Fundamental. Disponível em: http://portal.mec.gov.br/cne/arquivos/pdf/1998/pceb004_98.pdf. Acesso: 19 dez. 2020.

BRASIL. **Resolução CEB n.º 2,** de 7 de abril de 1998. Instituiu as Diretrizes Curriculares Nacionais para o Ensino Fundamental. Disponível em: http://portal.mec.gov.br/dmdocuments/resolucao_ceb_0298.pdf. Acesso: 15 dez. 2020.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais**: introdução aos parâmetros curriculares nacionais / Secretaria de Educação Fundamental. – Brasília: MEC/SEF, 1997. 79 p.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais**: terceiro e quarto ciclos do Ensino Fundamental: introdução aos parâmetros curriculares nacionais / Secretaria de Educação Fundamental. – Brasília: MEC/SEF, 1998. 174 p.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais**: terceiro e quarto ciclos do Ensino Fundamental: Matemática / Secretaria de Educação Fundamental. – Brasília: MEC/SEF, 1998. 152 p.

BÚRIGO, E. Z. A Sociedade Brasileira de Educação Matemática e as Políticas Educacionais. **Bolema**, Rio Claro (SP), v. 33, n. 64, p. vii-xxvi, ago. 2019

BÚRIGO, E. Z. Matemática moderna: progresso e democracia na visão de educadores brasileiros nos anos 60. **Teoria e Educação,** Porto Alegre, v. 2, p. 255-265, 1990.

BÚRIGO, E. Z. O movimento da matemática moderna no Brasil: encontro de certezas e ambiguidades. **Revista Diálogo Educacional,** Curitiba, v. 6, n.18, p.35-47, maio./ago. 2006.

BÚRIGO, E. Z. Professores modernos para uma nova escola: a formação de professores de matemática nos anos 1960 e 1970. **Rematec,** Natal (RN), Ano 8, n. 13, Mai.-Ago. 2013

BÚRIGO, E. Z. Quando os números falam mais alto: imposições, consentimentos e contestações ao reducionismo curricular. **Revista e-Curriculum**, São Paulo, v. 19, n. 4, p. 1513-1541 out./dez. 2021.

BÚRIGO, E. Z.; DALCIN, A. Saberes Matemáticos na Formação e na Constituição de Profissionalidades Docentes. **Educação & Realidade**, Porto Alegre, v. 46, n. 2, e118078, 2021.

CABRAL, T. C. B. Desafios e perspectivas para a educação matemática: o normal como novo remoto. **Educação Matemática em Revista,** v. 2, n. 22, p. 111-118, 2021.

CAJORI, F. **Uma história da matemática**. Rio de Janeiro: Editora Ciência Moderna Ltda., 2007.

CANDAU, V. (coord.). Novos rumos da licenciatura. *In*: **Estudos e Debates 1** - Brasília: INEP; Rio de Janeiro: PUC/RJ, 1988, 93p.

CARAÇA, B. de J. **Conceitos Fundamentais da Matemática.** Lisboa: Tipografia Matemática, 1951.

CATELLI Jr, R.; Lugar da EJA na BNCC: O não lugar da Educação de Jovens e Adultos na BNCC. *In*: CATELLI Jr, R.; CÁSSIO, F. (orgs.). **Educação é a base?** 23 educadores discutem a BNCC. Ação educativa em parceira com a UFABC, 2019.

CEDRO, W. L. **O motivo e a atividade de aprendizagem do professor de Matemática**: uma perspectiva histórico cultural. 2008. 242 p. Tese (Doutorado) - Universidade de São Paulo, São Paulo, 2008.

CHIAROTTI, J. P. **Números inteiros:** Uma Proposta de tratamento para o ensino fundamental a partir das ideias de Descartes e Hilbert. 2016. 147 p. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) - Instituição de Ensino: Universidade Estadual de Londrina, Rio de Janeiro, 2016.

CHILDE, G. **A evolução cultural do homem**. Rio de Janeiro: Zahar, 1975.

CORREIA, L. P. **Uma intervenção no ensino de operações com números inteiros**. 2017. 114 p. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) - Instituição de Ensino: Universidade Estadual do Norte Fluminense Darcy Ribeiro, Rio de Janeiro, 2017.

COSTA, A. S. da. **Utilização de materiais alternativos numa intervenção pedagógica para uma aprendizagem significativa das operações dos números inteiros**. 2015. 164 p. Dissertação (Mestrado Profissional em ensino de ciências exatas) - Instituição de Ensino: Fundação Vale do Taquari de Educação e Desenvolvimento Social - FUVATES, Lajeado. 2015.

COSTA, L. de. Q. **Um jogo em grupos co-operativos, alternativa para a construção do conceito de números inteiros e para a abordagem dos conteúdos: procedimentos, condutas e normas**. 2003. 179p. Tese (Doutorado) - Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de Educação, Campinas, SP. 2003.

CUNHA, A. C. Temas em debate. Os parâmetros curriculares para o ensino fundamental: convívio social e ética. **Cad. Pesq**., São Paulo, n.99, p. 60-72, nov. 1996.

CUNHA JUNIOR, L. C. **Matemática Lúdica na Educação de Jovens e Adultos do Centro de Progressão Penitenciária do Distrito Federal**. 2015. 124 P. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) - Instituição de Ensino: Universidade Federal de Goiás, Rio de Janeiro, 2015.

DANCZUK, F. E. **Diversificação de tarefas como proposta metodológica no ensino dos números inteiros.** 2016. 196 p. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) - Instituição de Ensino: Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Rio de Janeiro, 2016.

DAVIDOV, V. V. Análise dos princípios didáticos da escola tradicional e dos possíveis princípios do ensino em um futuro próximo. *In*: LONGAREZI, A. M.; PUENTES, R. V. **Antologia**. Minas Gerais: EDUFU, 2017. p. 211 – 223.

DAVIDOV, V. **La enseñanza escolar y el desarrollo psíquico**. Tradução de Marta Shuare. Moscú: Progresso, 1988.

DEIXA, G. V. **Uma Abordagem dos Números Inteiros Relativos na 8ª classe:** indicadores para uma proposta de formação de professores. 2014. 153 p. Tese (Doutorado em ensino de ciências e educação matemática) - Instituição de Ensino: Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2014.

DINIZ, F. de. O. **A atividade de situações problema na aprendizagem com números inteiros nas operações aritmética fundamentadas em Galperin e Majmutov com os estudantes de 7º ano do ensino fundamental na escola estadual Fernando Grangeiro**.

2019. 184 p. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Ciências) - Instituição de Ensino: Universidade Estadual de Roraima, Boa Vista, 2019.

FALQUETTO, J. M. **Uma proposta de material didático para o ensino de números negativos no proeja:** contribuições de uma pedagogia libertadora. 2018. 161p. Dissertação (Mestrado Profissional em educação em ciências e matemática) - Instituição de Ensino: Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Espírito Santo, 2018.

FELIPE, N. A. **A significação dos números inteiros por estudantes cegos e de baixa visão a partir do material soroban dos inteiros**. 2021. 124 p. Dissertação (Mestrado Profissional em ensino de ciência e tecnologia) - Instituição de Ensino: Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Ponta Grossa, 2021.

FANTINI, P. **Sugestões de materiais didáticos manipuláveis a fim de diminuir os obstáculos na aprendizagem dos números inteiros.** 2018. 89 p. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) - Instituição de Ensino: Universidade de São Paulo (São Carlos), Rio de Janeiro, 2018.

FERREIRA, R. N. R. **A sequência fedathi como proposta de mediação do professor no ensino dos números inteiros.** 2018. 104 p. Dissertação (Mestrado Acadêmico ou Profissional em XX) – Universidade Estadual do Ceará, 2018.

FERREIRA, F. I. A. **Uma trajetória de ensino e aprendizagem para o estudo de números inteiros**. 2019. 100 p. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) - Instituição de Ensino: Universidade Estadual de Londrina, Rio de Janeiro. 2019.

FIORENTINI, D. **Alguns modos de ver e conceber o ensino da matemática no Brasil. Zetetiké**. Ano 3, n. 4, p.1-37, 1995.

FREITAS, M. T. A. A abordagem sócio-histórica como orientadora da pesquisa qualitativa. **Cadernos de Pesquisa**, São Paulo, n. 116, p. 20-39, jul. 2002.

GARCEZ, B. P. **Jogos de matemática voltados para a aprendizagem de números inteiros no ensino fundamental**: propostas a partir da classificação ESAR. 2021. 50 p. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) - Instituição de Ensino: Universidade Estadual de Mato Grosso do Sul, Rio de Janeiro. 2021.

GAJKO, T. C. **Uma investigação sobre o uso de jogos no ensino de números relativos**. 2018. 133p. Dissertação (Mestrado profissional em Ensino de Matemática) – Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2018.

GEBRAN, R. A. Geografia, ensino e reestruturação curricular. *In:* SEMANA DE GEOGRAFIA FCT/UNESP, 4. **Anais**[...]. Presidente Prudente, 2003.

GLAESER, G. Epistemologia dos números relativos. **Boletim GEPEM**, n. 17, p. 29-124, 1985.

GOLIN, A. L. **As matrizes curriculares do curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Federal de Santa Maria:** discussões sobre a formação inicial do professor.

2021. 324 p. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática e Ensino de Física) – Universidade Federal de Santa Maria, Santa Maria, RS, 2021.

GONÇALVES, K. R. **A teoria antropológica do didático como ferramenta para o estudo de transposições didáticas**: o caso das operações de adição e subtração dos números inteiros no 7º ano do ensino fundamental. 2016. 129 p. Dissertação (Mestrado em educação matemática) -. Instituição de Ensino: Fundação Universidade Federal de Mato Grosso do Sul, Campo Grande, 2016.

GONÇALVES, R. S. **Um estudo com os números inteiros usando o programa Aplusix com alunos de 6ª série do ensino fundamental**. 2007. 143 p. Dissertação (Mestrado em Educação) - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2007.

GONZÁLEZ, J.L. *et al*. **Numeros Enteros**. Madrid: Editorial Sintesis, 1990. 207p. (Colección Matemáticas: Cultura y Aprendizaje).

HILLESHEIM, S. F. **Os números inteiros em sala de aula: perspectivas de ensino para a regra de sinais.** 2013. 216 p. Dissertação (Mestrado em educação cientifica e tecnológica) -. Instituição de Ensino: Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis Biblioteca Depositária: Biblioteca Central da UFSC, 2013.

IASI, M. L. **Processo de consciência**. São Paulo: CPV, 1999.

IFRAH, G. **Os números:** a história de uma grande invenção. 11. ed. São Paulo: Globo, 2010.

JUNQUEIRA, S. M. da. S.; MANRIQUE, A. L. Reformas curriculares em cursos de licenciatura de Matemática: intenções necessárias e insuficientes. **Ciênc. Educ**., Bauru, v. 21, n. 3, p. 623-635, 2015.

KAERCHER, N. A. PCN: Futebolistas e padres se encontram num Brasil que não conhecemos. **Terra Livre**, n. 13, 1997. p. 30 – 41.

KIMURA, C. F. K. **O jogo como ferramenta no trabalho com números negativos:** um estudo sob a perspectiva da epistemologia genética de Jean Piaget. 2005. 262 p. Tese (Doutorado em Educação) - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2005.

KOPNIN, P. **A dialética como lógica e teoria do conhecimento**. Rio de Janeiro: Civilização Brasileira, 1978.

KRONBAUER, C. F**. Diálogos com professoras que ensinam matemática em início de carreira.** 2016, 150p. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade Federal de Santa Maria, Santa Maria, RS, 2016.

LEONTIEV. A. N. **O desenvolvimento do psiquismo.** Lisboa: Horizonte Universitário, 1978.

LEONTIEV, A. N. **Atividade.** Consciência. Personalidade. 1. ed. Bauru, SP: Mireveja, 2021.

LEONTIEV, A. N. **Actividad, conciencia, personalidad.** Habana: Editorial Pueblo y Educacion, 1985.

LEONTIEV, A. N. Uma contribuição à teoria do desenvolvimento da psique infantil. *In*: VIGOTSKII, L. S.; LURIA, A. R; LEONTIEV, A. N. **Linguagem, desenvolvimento e aprendizagem**. 15. ed. São Paulo: Ícone, 2017. p. 59-83.

LIBÂNEO, J. C.; OLIVEIRA, J. F. de; TOSCHI, M. S. **Educação escolar:** políticas, estrutura e organização. 10. ed. São Paulo: Cortez, 2012. 544 p.

LIBÂNEO, J. C. A aprendizagem escolar e a formação de professores na perspectiva da psicologia histórico-cultural e da teoria da atividade. **Educar**, Curitiba, n. 24, p. 113-147, 2004. Editora UFPR.

LIBÂNEO, J. C.; FREITAS, R. A. M. da M. Vasily Vasilyevich Davydov: a escola e a formação do pensamento teórico-científico. *In*: LONGAREZI, M. A. E PUENTES, V. R. (orgs.). **Ensino desenvolvimental**: vida, pensamento e obra dos principais representantes russos. Uberlândia: EDUFU, 2017.

LIELL, C. C. **Jogo roletrando dos inteiros:** uma abordagem dos números inteiros na 6ª série do ensino fundamental. 2012. 158 p. Dissertação (Mestrado profissionalizante em Ensino de Ciências Exatas) - Instituição de Ensino: Fundação vale do Taquari de educação e desenvolvimento social, Lajeado, 2012.

LIMA, E. S. **Indagações sobre currículo:** currículo e desenvolvimento humano. Organização do documento Jeanete Beauchamp, Sandra Denise Pagel, Aricélia Ribeiro do Nascimento. – Brasília: Ministério da Educação, Secretaria de Educação Básica, 2007.

LIMA, B. L. C.; CARNEIRO, R. F. O tornar-se professor de matemática em um Programa de Residência Docente. **Educ. Matem. Pesq.,** São Paulo, v. 24, n.4, p. 331-359, 2022.

LOPES, A. R. L. V. **Aprendizagem da docência em matemática**: o Clube de Matemática como espaço de formação inicial de professores. Passo Fundo: Editora UPF, 2009.

LOPES, A. R. L. V. Processos formativos e a aprendizagem da docência: alguns princípios orientadores. *In:* TREVISOL, M. T.; FELDKERCHER, N.; PENSIN, D. P. (orgs.). **Diálogos sobre a formação docente e práticas de ensino**. São Paulo: Mercado de letras. 1. ed. 2018.

LUNA, E. L. S. de. **O pensamento dos comerciantes medievais como elemento textual para o ensino dos números inteiros na educação básica**. 2019. 79 p. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) - Instituição de Ensino: Universidade de São Paulo (São Carlos), 2019.

MACHADO, M. de. S. **Estratégias pedagógicas com uso de Tecnologias de Informação e Comunicação**: uma abordagem para a construção do conhecimento em operações aritméticas básicas e nas chamadas regras de sinais. 2010. 120 p. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - Instituição de Ensino: Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2010

MANRIQUE, A. L. Licenciatura em matemática: formação para a docência X formação específica. **Educ. Matem. Pesq.,** São Paulo, v.11, n. 3, 2009.

MARÇAL, B. E. de C.; BARROS, M. S. F.; e FRANCO, S. A. P. Pensamento e linguagem: funções psíquicas essenciais no desenvolvimento da criança pequena. *In*: SEMANA DA EDUCAÇÃO, 16, ; SIMPÓSIO DE PESQUISA E PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO, 6. 2015, Londrina/ PR. **Anais**[...]. Londrina/PR: Universidade Estadual de Londrina, 2015. p. 596-608.

MARTINS, L. M. **A formação social da personalidade do professor:** um enfoque vigotskiano. 2. ed. Campinas, SP: Autores associados, 2015.

MARTINS, L. M. **O desenvolvimento do psiquismo e a educação escolar:** contribuições à luz da psicologia histórico cultural e da pedagogia histórico-crítica. Tese de livre docência. Bauru, 2011.

MARTINS, L. M. O legado do século XX para a formação de professores. *In*: MARTINS, L. M.; DUARTE, N. (orgs.). **Formação de professores:** limites contemporâneos e alternativas necessárias. [online]. São Paulo: Editora UNESP; São Paulo: Cultura Acadêmica, 2010. 191 p. ISBN 978-85-7983-103-4.

MENDES, I. A.; BÚRIGO, E. Z. Saberes profissionais para ensinar matemática: tensões na constituição e institucionalização. **Revista de História da Educação Matemática**. v. 7, p. 1-24, 2021.

MIORIN, M. A. **Introdução à história da educação matemática**. São Paulo: Atual, 1998.

MORAIS, A. D. de. **Fórmula (-1):** desenvolvendo objetos digitais de aprendizagem para as operações com números positivos e negativos. 2010. 223 p. Dissertação (Mestrado profissionalizante em ensino de matemática) - Instituição de Ensino: Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2010.

MOREIRA, A. F. B. **Indagações sobre currículo:** currículo, conhecimento e cultura. [Antônio Flávio Barbosa Moreira, Vera Maria Candau]; organização do documento Jeanete Beauchamp, Sandra Denise Pagel, Aricélia Ribeiro do Nascimento. – Brasília: Ministério da Educação, Secretaria de Educação Básica, 2007.

MORETTI, V. D. **Professores de matemática em atividade de ensino**: uma perspectiva histórico-cultural para a formação docente. 2007, 206 f. Tese (Doutorado em Educação: Ensino de Ciências e Matemática) – Universidade de São Paulo, São Paulo, 2007.

MOURA, M. O. A atividade de ensino como ação formadora. *In*: CASTRO, A. D. de.; CARVALHO, A. M. P. de. **Ensinar a ensinar:** didática para a escola fundamental e media. São Paulo: Pioneira. 2001.

MOURA, M. O. et al. A atividade orientadora de ensino como unidade entre ensino e aprendizagem. *In*: MOURA, M. O. (org.). **A atividade pedagógica na teoria histórico-cultural.** Campinas, SP: Autores Associados, 2016. p. 93-125.

MOURA, M.O. **A Construção do Signo Numérico em Situação de Ensino**. 1992. 251p. Tese (Doutorado) - Faculdade de Educação, Universidade de São Paulo, São Paulo, 1992.

MOURA, M. O. A objetivação do currículo na atividade pedagógica. **R. de Didat. e Psic. Pedag**, Uberlândia, MG. v.1. n. 1. 2017.

MOURA, M. O. A séria busca no jogo: do lúdico na matemática. *In*: KISHIMOTO, T. M. (org.). **Jogo, brinquedo, brincadeira e a educação**. 14. ed. São Paulo: Cortez, 2011.

MOURA, M. O. **Educar com a Matemática:** saber específico e saber pedagógico. Universidade de São Paulo, São Paulo [S.d.].

MOURA, M. O. Formar e formar-se em espaços designificação da atividade pedagógica. *In*: LIBÂNEO, J. A.; ROSA, S. V. L.; ECHALAR, A. D. L. F.; SUANNO, M. V. R. (orgs.). **Didática e formação de professores:** embates com as políticas curriculares neoliberais. Goiânia: Cegraf UFG, 2022

MOURA, M. O. O educador matemático na coletividade de formação. *In*: TIBALLI, E. F. A.; CHAVES, S. M. **Concepções e práticas em formação de professores:** diferentes olhares. Rio de Janeiro: DP&A. 2003.

MOURA, M. O. **O educador matemático na coletividade de formação**: uma experiência com a escola pública. Tese (Livre Docência)-FEUSP, São Paulo, 2000.

MOURA, M. O. Pesquisa colaborativa: um foco na ação formadora. *In*: BARBOSA, R. L. L. (org.). **Trajetórias e perspectivas da formação de educadores**. São Paulo: Editora UNESP, 2004.

MOURA, M. O. Matemática na infância. *In*: MIGUEIS, M. R. e AZEVEDO, M. G. **Educação Matemática na infância**: abordagens e desafios. Serzedo – Vila Nova de Gaia: Gailivro, 2007. p. 39-64.

MOURA, M. O. Teoria da atividade: contribuições para a pesquisa em educação matemática. *In*: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA – ENEM, 11. 2013, Curitiba. **Anais**[...]. 2013. ISSN 2178-034X.

MOYSÉS, L. **Aplicações de Vigotsky a educação matemática**. 7. ed. São Paulo: Papirus, 2006.

NEVES, R. S. **O uso de jogos na sala de aula para dar significado ao conceito de números inteiros.** 2010. 110 p. Dissertação (Mestrado em Ciências Exatas e da Terra) - Universidade Federal de São Carlos, São Carlos, 2010.

NÚÑEZ, I. B. **Vygotsky, Leontiev e Galperin:** formação de conceitos e princípios didáticos. Brasília: Liber livro, 2009.

OKOLI, C. **Guia para realizar uma Revisão Sistemática de Literatura**. Tradução de David Wesley Amado Duarte; Revisão técnica e introdução de João Mattar. EaD em Foco, 2019.

OLIVEIRA, C. A. de. **Números negativos**: estratégias de resolução de problemas de alunos do 1º ao 5ºano do ensino fundamental de uma escola pública de Maceió. 2014. 149 p. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática) - Instituição de Ensino: Universidade Federal de Alagoas, Maceió, 2014.

OLIVEIRA, D. A. A reestruturação do trabalho docente: precarização e flexibilização. **Educação e Sociedade**, Campinas, v. 25, n.89, p. 1127-1144, 2004.

OLIVEIRA, M. K. de. **Vygotsky aprendizado e desenvolvimento:** um processo sócio-histórico. São Paulo: Scipione, 2002.

ONETTA, A. A. **O problema do ensino dos números inteiros dentro da matemática e a apresentação de um protótipo alternativo valorizando o uso dos jogos**. 2002. 72 p. Dissertação (Mestrado em ciências da computação) - Instituição de Ensino: Universidade Federal de Santa Catarina, FLORIANÓPOLIS, 2002.

OTTES, A. B.; FAJARDO, R. Um olhar sobre a hierarquia das quatro operações aritméticas nas expressões numéricas. **Educação Matemática Debate**, Montes Claros, v. 1, n. 2, p. 197-219, maio/ago. 2017.

PASSONI, J. C. **(Pré-) álgebra:** introduzindo os números inteiros negativos. 2002. 226 p. Dissertação (Mestrado em Educação) - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo. 2002.

PEREIRA, C. C.**Números Relativos:** uma proposta de ensino. 2014. 224 p. Dissertação (Mestrado Profissional em ensino de matemática) - Instituição de Ensino: Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2014.

PINHO, C. de. O. **Avaliação do modelo e aplicação do jogo trilha da adição de números inteiros como recurso pedagógico no ensino de adição de números inteiros**. 2017. 107 p. Dissertação (Mestrado Profissional em Educação Escolar) - Instituição de Ensino: Universidade Federal de Rondônia, Porto, 2017.

PINO, A. **As marcas do humano:** às origens da constituição cultural da criança na perspectiva de Lev S. Vigotski. São Paulo: Cortez, 2005.

POBLETE, J. C. N.; CARNEIRO, R. F.; MARTÍNEZ, P. F. La reflexión sobre la práctica del profesor de matemática: el caso de la enseñanza de las operaciones con números enteros. **Revista: Iberoamericana de Educación Matemática,** n. 34, 2013.

PONTES, M. de. O. **Obstáculos superados pelos matemáticos no passado e vivenciados pelos alunos na atualidade:** a polêmica multiplicação de números inteiros. 2010. 158 p. Tese (Doutorado em Educação) - Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Natal. 2010.

POZEBON, S. **A formação de futuros professores de matemática:** o movimento de aprendizagem da docência em um espaço formativo para o ensino de medidas**.** 2017, 307 p. Tese (Doutorado em Educação) – Universidade Federal de Santa Maria, Santa Maria, RS, 2017.

PRESTES, Z. R. **Quando não é quase a mesma coisa análise de traduções de Lev Semionovitch Vigotski no Brasil repercussões no campo educacional**. 2010. 295 p. Tese (Doutorado em Educação) – Universidade de Brasília, Brasília, DF, 2010.

RÊGO, F. R. do. **As dificuldades dos alunos da EEM Virgílio Correia Lima em operações básicas com números naturais, inteiros e racionais**. 2014. 69 p. Dissertação (Mestrado em Matemática em Rede Nacional) – Centro de Ciências, Universidade Federal do Ceará,Juazeiro do Norte, 2014.

REIS, M. V. A. **Banco Imobiliário Educacional:** uma ferramenta para o ensino de Matemática. 2017. 134 p. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) - Instituição de Ensino: Universidade Federal Fluminense, Rio de Janeiro, 2017.

RIGON, A. J. **Ser sujeito na atividade de ensino e aprendizagem**. 2011. 213 p. Tese (Doutorado) - Universidade de São Paulo, São Paulo, 2011.

RIGON, A. J.; ASBAHR, F. da S. F.; MORETTI, V. D. Sobre o processo de humanização. *In*: MOURA, M. O. (org.). **A atividade pedagógica na teoria histórico-cultural.** Campinas, SP: Autores Associados, 2016. p. 15-50.

RIOS, N. M. **Os números inteiros:** construção histórica e as dificuldades atuais em sala de aula. 2017. 48 p. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) - Instituição de Ensino: Universidade Federal de São Paulo, Rio de Janeiro, 2017.

ROCHA NETO, F. T. da. **Dificuldades na aprendizagem operatória de números inteiros no ensino fundamental.** 2010. 81 p. Dissertação (Mestrado Profissional no Ensino de Ciências e Matemática) - Centro de Ciências, Universidade Federal do Ceará. 2010.

RODRIGUES, R. V. R. **A construção e utilização de um Objeto de Aprendizagem através da perspectiva lógico-histórica na formação do conceito números inteiros**. 2009. 219 p. Dissertação (Mestrado) - Universidade Estadual Paulista, Faculdade de Ciências e Tecnologia, 2009.

ROPELATO, G. **Conceitos básicos dos números inteiros a partir de situações problema**. 2016. 66 p. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Ciências Naturais e Matemática) - Instituição de Ensino: Universidade Regional de Blumenau, Blumenau, 2016.

ROQUE, A. C. C. **Uma investigação sobre a participação da História da Matemática em uma sala de aula do ensino Fundamental**. 2012. 148 p. Dissertação (Mestrado em educação) - Instituição de Ensino: Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, 2012.

ROQUE, T. **História da matemática:** uma visão crítica, desfazendo mitos e lendas. Rio de Janeiro: Zahar, 2012.

ROSA, J. E.; DAMAZIO, A.; MATOS, C. F. Princípios didáticos da teoria de Davýdov: uma reflexão sobre sua proposição para a interpretação de problemas matemáticos. *In*: LONGAREZI, A. M.; PUENTES, R. V. **Fundamentos psicológicos do ensino desenvolvimental**. Minas Gerais: UDUFU, 2017. p. 351-376.

ROSA, J. E., MORAES, S. P. G. de, CEDRO, W. L. As particularidades do Pensamento Empírico e do Pensamento Teórico na Organização do Ensino. *In*: MOURA, M. O.de (org.). **A Atividade Pedagógica na teoria Histórico Cultural.** 2. ed. Campinas: Autores Associados, 2016a. Cap. 3. pp. 77-92.

SACCONI, L. A. **Minidicionário Sacconi da língua portuguesa.** 1. ed. São Paulo: Escala educacional, [S.d].

SALES, M. C. R. **Operações com números inteiros e racionais de forma lúdica**. 2016. 88 p. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) - Instituição de Ensino: Universidade Federal da Bahia, Rio de Janeiro, 2016.

SALGADO, R. C. da. S. **O ensino de números inteiros por meio de atividades com calculadora e jogos.** 2011. 272 p. Dissertação (Mestrado em Educação) - Instituição de Ensino: Universidade do Estado do Pará, Belém. 2011.

SANTOS, A. M. dos. **José Anastácio da Cunha (1744-1787) e aspectos de seu ensino: "sobre a natureza das quantidades negativas**". 2018. 157 p. Tese (Doutorado em educação matemática) - Instituição de Ensino: Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2018.

SANTOS, J. C. A. de. P. A formação docente em cursos de licenciatura em matemática: algumas reflexões sobre experiências vividas. **Pandora Brasil,** n**.** 49, dez. 2012.

SANTOS, S. G. dos. **Números inteiros: estratégias que visam facilitar a compreensão de conceitos e operações.** 2016. 96 p. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) - Instituição de Ensino: Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2016.

SAVIANI, D. Formação de professores: aspectos históricos e teóricos do problema no contexto brasileiro. **Revista Brasileira de Educação**. v. 14, n. 40, jan./abr. 2009.

SCALABRIN, T. B. **De estudante a professor:** a formação do futuro professor de matemática no contexto do estágio supervisionado. 2018. 166p. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática e Ensino de Física) – Universidade Federal de Santa Maria, Santa Maria, RS, 2018.

SCHUBRING, G. **Os números negativos:** exemplos de obstáculos epistemológicos? São Paulo: Editora Livraria da Física, 2018.

SILVA, A. F.; MENDES, A. A.; MÜLLER, M. G. Formação docente durante a pandemia da COVID-19: Percepções dos/as estudantes da Licenciatura em Física sobre o Estágio Supervisionado de forma remota. **Insignare Scientia,** v. 5, n. 3, 2022.

SILVA, D. F. da. **O jogo como recurso pedagógico de ensino:** uma proposta para os números relativos. 2017. 139 p. Dissertação (Mestrado Profissional em projetos educacionais de ciências) - Escola de Engenharia de Lorena, Lorena. 2017.

SILVA, M. A. **Elaboração de estudantes do 7º ano do Ensino Fundamental sobre números inteiros e suas operações**. 2012. 117 p. Dissertação (Mestrado profissionalizante em ensino de ciências exatas) - Instituição de Ensino: Universidade Federal de São Carlos, São Carlos, 2012.

SILVA, M. A. D. da.; ALMEIDA, P. F. de. Um estudo comparativo das versões da base nacional comum curricular para o ensino médio. *In*: CONGRESSO NACIONAL DE EDUCAÇÃO – CONEDU,5., **Anais** [...], 2017.

SIMÃO, A. O. **A fixação da aprendizagem dos números inteiros e suas operações na educação básica.** 2016. 39 p. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) - Instituição de Ensino: Universidade Estadual de Santa Cruz, Rio de Janeiro, 2016.

SOARES, L. H. **Os conhecimentos prévios e o ensino de números inteiros**. 2007. 99 p. Dissertação (Mestrado em Educação, Linguagem e Cultura; Políticas Sociais) - Universidade Estadual da Paraíba, Campina Grande, 2007.

SOARES, P. J. **O jogo como recurso didático na apropriação dos números inteiros:** uma experiência de sucesso. 2008. 157 p. Dissertação (Mestrado profissionalizante em Educação Matemática) - Instituição de Ensino: Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo. 2008.

SOUSA, M. A. da. S. **Jogos pedagógicos como elemento facilitador da aprendizagem dos números inteiros nos anos finais do Ensino Fundamental**. 2016. 151 p. Dissertação (Mestrado em Ensino) - Instituição de Ensino: Universidade do Estado do Rio Grande do Norte, Pau dos Ferros Biblioteca Depositária: UERN, 2016.

SOUZA, R. G. V. de. **Uma proposta de sequência didática para o ensino de operações com números inteiros para alunos da EJA**. 2019. 80 p. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) - Instituição de Ensino: Universidade do Estado do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2019.

STRUTZ, E. **Autismo:** aprendizagem baseada em problemas com foco na inclusão. 2016. 61 p. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Ciências Naturais e Matemática). Instituição de Ensino: Universidade Regional de Blumenau, Blumenau, FURB. 2016.

TEIXEIRA, L. R. M. Aprendizagem Operatória de números inteiros: obstáculos e dificuldades. **Pro-Posições,** Campinas, v. 4, n. 1[10], mar. 1993.

TEODORO, F. P. *et al.* Licenciatura em matemática: um estudo do projeto político pedagógico de um curso. **Arquivos do MUDI**, v 21, n 03, p. 38-52, 2017.

TEODORO, M. M. **Obstáculos e dificuldades relacionados à aprendizagem de números inteiros.** 2013. 120 p. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) - Instituição de Ensino: Universidade Anhanguera de São Paulo, São Paulo, 2013.

TODESCO, H. **Um estudo com os números inteiros nas séries iniciais:** re-aplicação da Pesquisa de Passoni. 2006. 222 f. Dissertação (Mestrado em Educação) - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2006.

VALENTE, W. R. História e cultura em educação matemática: a produção da matemática do ensino. **Rematec: Revista de Matemática, Ensino e Cultura**, Ano 15, n. 36, p.164-174, 2020.

VALENTE, W. R. História da educação matemática: considerações sobre suas potencialidades na formação do professor de matemática. **Bolema,** Rio Claro (SP), v. 23, n. 35A, p. 123-136, abr. 2010.

VALENTE, W. R. História da educação matemática: sua importância na formação de professores. **Tangram**, MS, v.04, n. 03, jul. / set. 2021, p. 2595-0967, 2021.

VASCONCELOS, A. M. **Uma sequência didática para o ensino das operações de adição, subtração, multiplicação e divisão de números inteiros**. 2020. 202 p. Dissertação (Mestrado Profissional em ensino de matemática) - Instituição de Ensino: Universidade do Estado do Pará, Belém, 2020.

VÁSQUEZ, A. S. **Filosofia da práxis**. 2. Ed. Rio de Janeiro: Paz e Terra, 1977.

VIGOTSKI, L. S. **A construção do pensamento e da linguagem**. Tradução de Paulo Bezerra. 2. ed. São Paulo: WMF Martins Fontes, 2009. (Biblioteca pedagógica)

VIGOTSKI, L. **A formação social da mente**: o desenvolvimento dos processos psicológicos superiores. 7. ed. São Paulo: Martins Fontes, 2007.

VIGOTSKI, L**. Psicologia pedagógica.** Trad. Claudia Schilling – Porto Alegre: Armed, 2003.

VYGOTSKI, L. S. **Obras escogidas – III**: Problemas del desarrollo de la psique. Madrid: Machado grupo de distribución, S. L., 2012.

VYGOTSKY, L. S.; LURIA, A. R. **Estudo sobre a história do comportamento:** o macaco, o primitivo e a criança. Trad. Lólio Lorenço de Oliveira. – Porto Alegre: Artes Médicas, 1996.

VYGOTSKY, L. S. Aprendizagem e desenvolvimento intelectual na idade escolar. *In*: LEONTIEV. A. *et al*. **Psicologia e pedagogia:** bases psicológicas da aprendizagem e do desenvolvimento. São Paulo: Centauro, 2005. p. 25-42.

REFERÊNCIAS UTILIZADAS PELAS PESQUISAS[44]

ALMEIDA, P. N. **Educação lúdica:** técnicas e jogos pedagógicos. 11 ed. São Paulo: Loyola, 2003.

ALMOULOUD, Saddo Ag. **Fundamentos da didática da matemática**. – Curitiba: Ed. UFPR, 2007. 218 p.

ANJOS. L. J. S. dos; CARDOSO. A. F.; SÁ. P. F. de. **Números relativos**. Belém: 2009 (não publicado).

ANJOS, Marta F. **A difícil aceitação dos números negativos**: um estudo da teoria dos números de Peter Barlow (1776-1862). 2008. 96 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências Naturais e Matemática) - Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Natal – RN, 2008.

ARAÚJO, I. R. O. **A utilização de lúdicos para auxiliar a aprendizagem e desmistificar o ensino da matemática.** Dissertação de Mestrado, Departamento de Engenharia de Produção, Universidade Federal de Santa Catarina, Santa Catarina, Brasil, 2000.

ASSIS NETO, F. R. de. Duas ou três coisas sobre o "menos vezes menos dá mais". Semana de Estudos em Psicologia da Educação Matemática: Livro de Resumos, 1995, Recife. **Anais[...].** Recife: UFPE, 1995.

BARBOSA, S. L. P.; CARVALHO, T. O. **Jogos Matemáticos como Metodologia de Ensino Aprendizagem das Operações com Números Inteiros**. Disponível em: <http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/pde/arquivos/1948-8.pdf>. Acesso em: 07 de dez. 2010.

BARBOSA, S. L. P.; CARVALHO, T. O. d. Jogos matemáticos como metodologia de ensino aprendizagem das operações com números inteiros. **Projeto de Intervenção Pedagógica na Escola apresentado ao Programa de Desenvolvimento Educacional da Universidade Estadual de Londrina (UEL),** p. 1948–8, 2008.

BARDIN, E., BAGNI.G T., GRUGNETTI, L., KRONFELLNER M., LAKOMA, E., MENGHINI, M. Integrating History: research perspectives, In: FAUVEL, J.; MAANEN, J. V. (orgs.). **History in Mathematics Education**: The ICMI Study. London: Kluwer Academic Publisher, P. 63-90, 2000.

BORBA, Rute. **O ensino e a compreensão de números relativos**. A compreensão de conceitos matemáticos: ensino e pesquisa, in Schliemann, Analúcia e Carraher, David. Campinas: Papirus, 1998.

BORDIN, L. M**. Os Materiais Manipuláveis e os Jogos Pedagógicos como Facilitadores do Processo de Ensino e Aprendizagem das Operações com Números Inteiros**. 2011. 102

[44] Esta lista apresenta as referências utilizadas pelos autores das pesquisas de nosso corpus, e que foram por nós citadas, de acordo com o texto original das pesquisas. Algumas referências por ela citadas e em nosso texto mencionadas não constavam na lista final de referências completas destas pesquisas e, portanto, não estão listadas aqui.

p. Profissionalizante em ensino de física e de matemática. Instituição de Ensino: Centro Universitário Franciscano, Santa Maria. 2011.

BOYER, C. B. **História da Matemática**. 7. ed. São Paulo: Edgard Blucher, 1996.

BOYER, C. **História da matemática.** 3 ed. São Paulo: Blucher, 2010.

BOYER, C.B. **História da Matemática**. São Paulo: Bluches, 1974. 508 p.

BOYER, C. B. **História da Matemática.** Tradução de Elza F. Gomide. São Paulo, SP: Edgard Blücher, 2003.

BOYER, C. B. **História da matemática**. Tradução: Elza F. Gomide. São Paulo: Edgard Blücher, 1974.

BOYER, C. B. **História da Matemática**. Tradução de Elza F. Gomide. São Paulo: Edgar Blucher, 1991.

BOYER, C. B. **História da Matemática.** Tradução de Elza Gomide. São Paulo: Edusp, 1996.

BOYER, C. B. **História da Matemática**; tradução Elza F. G. São Paulo: Edgard Blücher, Ed. da USP, 1985.

BORBA, R. E. de S. R. **O ensino e a compreensão de números relativos.** *In:* SCHLIEMANN, Analúcia; CARRAHER, David (orgs). **A compreensão de conceitos aritméticos.** Campinas, SP: Papirus, 2003. p.121 - 151 (Perspectivas em educação matemática).

BRASIL. Conselho Nacional de Educação. Câmara de Educação Básica. **Parecer n. 03/97**. Parecer sobre os Parâmetros Curriculares Nacionais. Brasília: CNE, 1997a. Disponível em: http://portal.mec.gov.br/conselho-nacional-de-educacao/atos-normativos--sumulas-pareceres-e-resolucoes. Acesso em: 25 nov. 2022.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**: Educação Infantil e Ensino Fundamental. Brasília: MEC/Secretaria de Educação Básica, 2018. Disponível em: <http://basenacionalcomum.mec.gov.br/abase>. Acesso em: 30 ago. 2020.

BRASIL, Ministério da Educação. (2017). **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília. Disponível em: http://basenacionalcomum.mec.gov.br/wp-content/uploads/2018/02/bncc-20dez-site.pdf.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Proposta preliminar. Segunda versão revista. Brasília: MEC, 2016. Disponível em: http://basenacionalcomum.mec.gov.br/documentos/bncc-2versao.revista.pdf>. Acesso em: 16 julho. 2017.

BRASIL. Ministério da Educação, Secretaria de Ensino Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais**: ensino fundamental. Brasília: 2001.

BRASIL. **Parâmetros Curriculares Nacionais** 5a a 8a séries: Matemática. Secretaria de Educação Fundamental, MEC/SEF, Brasília, 1998.

BRASIL. **Parâmetros curriculares nacionais: matemática.** [S.l.], 1998.

BRASIL. **Parâmetros Curriculares Nacionais** Temas Transversais, Secretaria de Educação Fundamental, MEC/SEF, Brasília, 1998.

BRASIL. Secretaria de Educação Especial. **Parâmetros Curriculares Nacionais**: Adaptações Curriculares. Brasília: MEC/SEF/SEESP. 1998. Disponível em: http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/livro03.pdf Acesso em: 03 set. 2020.

BRASIL. SECRETARIA DE EDUCAÇÃO FUNDAMENTAL. **Introdução aos Parâmetros Curriculares Nacionais**, 5a a 8a séries, Secretaria de Educação Fundamental, MEC/SEF, Brasília, 1998.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais:** Matemática. Brasília: MEC/SEF, 1998.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais:** terceiro e quarto ciclos do ensino fundamental. Brasília: MEC/SEF, 1998.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática** –Brasília: MEC / SEF, 2001.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **PCN:** Orientações curriculares para matemática e suas tecnologias - Ensino de quinta a oitava séries. Brasília: MEC, 1998. Disponível em: http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/matematica.pdf>. Acesso em: 10 julho. 2017.

BRASIL. Ministério da educação. **Consulta ao Índice de Desenvolvimento da Educação Básica – IDEB**. 2007. Disponível em: < http://ideb.inep.gov.br/Site/ >. Acesso em: 15 de set de 2007.

BRASIL. Secretaria da Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais**: matemática: Ensino de Primeira à quarta série. Brasília: MEC/SEF. Volume 3. 1997ª

BRENELLI, R. P. **Intervenção pedagógica, via jogos Quilles e Cilada, para favorecer a construção de estruturas operatórias e noções aritméticas em crianças com dificuldades de aprendizagem**. 1993, Tese (Doutorado em Educação), Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 1993.

BRENELLI, R. P. **O Jogo como espaço para pensar**. A construção de noções lógicas e aritméticas, Campinas, Ed. Papirus, 1996.

BROUSSEAU, G. Les obstacles épistémologiques et les problèmes en mathématiques. In: BROUSSEAU, G. **La problématique et l'enseignement de la mathématique**. France: Louvain-la-neuve, 1976. p. 101-117.

CAMPOS, Tânia Maria M. **Transformando a prática das aulas de matemática**. São Paulo: PROEM, 2001.

CARAÇA, B. de. J. **Conceitos Fundamentais da Matemática.** 3. ed. Lisboa: Tipografia Matemática, LDA, 2003.

CARAÇA, B. de. J. **Conceitos Fundamentais da Matemática.** Lisboa: Tipografia Matemática, LDA, 1951.

CARDOSO, A. A.; PINO, M. A. B. D.; DORNELES, C. L.; **Os Saberes Profissionais dos Professores na Perspectiva de Tardif e Gauhier: Contribuições para o Campo de Pesquisa sobre os Saberes Docentes no Brasil.**; Caxias do Sul, 2012. IX Seminário de Pesquisa em Educação da Região Sul, 2012.

CHAMORRO, Carla Cristine Wittmann; PINHEIRO, Josaine de Moura; RODRIGUES, Tatiana Favero Netto Rodrigues. **Números Inteiros:** Uma Aproximação com o Cotidiano do Aluno. Práticas Pedagógicas em Matemática nos Anos Finais – RS. São Leopoldo, p. 23 – 33, 2006.

CHEPTULIN, Alexandre. **A Dialética Matemática. Categorias e Leis da Dialética.** Tradução Leda Rita Cintra Ferraz. São Paulo: Editora Alfa-Omega, 1982.

CHINAZZO, Suzana Salete Raymundo. **Epistemologia das Ciências Sociais**. Curitiba: InterSaberes, 2013.

COQUIN-VIENNOT, Danièle. Complexité mathématique et ordre d‟aquisition : une hierarchie de conceptions à propos des relatifs. **RDM**. v. 6, n. 2.3, 1985.

CROSBY, Alfred W. **A mensuração da realidade: a quantificação e a sociedade ocidental, 1250 - 1600.** Tradução: Vera Ribeiro. São Paulo: Editora UNESP. (UNESP/Cambridge), 1999.

CURY, Helena N.; BAZZO, W. A. *Formação crítica em matemática: uma questão curricular?* **Bolema**, v.14, n.16, pp. 29-47, 2001.

CURY, Helena N. A formação dos formadores de professores de Matemática: quem somos, o que fazemos, o que podemos fazer. In: CURY, Helena (org). **Formação de professores de matemática, uma visão multifacetada.** Porto Alegre: EDIPUCRS, 2001.

CURY, Helena N. (org). **Formação de professores de Matemática:** uma visão multifacetada. Porto Alegre: EDIPUCRS, 2001.

D’AMBROSIO, U. **Etnomatemática.** São Paulo: Editora Ática, 1990.

D’AMORE, B. **Epistemologia e didática da matemática**. Tradução de Maria Cristina Bonomi Barufi. São Paulo: Escrituras, 2005. (Coleção Ensaios Transversais).

D’AMBROSIO, U. História da matemática no Brasil: uma visão panorâmica até 1950. *In*: **Saber y Tiempo**, vol. 2, nº 8, júlio-dsciembre, p. 7-37, 1999.

Duval, R. Registros de Representações Semióticas e Funcionamento Cognitivo da Compreensão da Matemática. *In*: S. D. Machado, **Aprendizagem em Matemática: Registros de Representação Semiótica**. Campinas: Papirus, p. 11-34, 2005.

Duval, R. **Semiósis e pensamento humano:** registros semióticos e aprendizagens intelectuais. (Vol. Fascículo I). (L. F. Levy, & M. R. Silveira, Trads.) São Paulo: Livraria da Física, 2009.

EVES, H. **Introdução à história da Matemática.** Tradução de Hygino H. Domingues. Campinas, SP: Editora da UNICAMP, 2004.

EVES, H. **Introdução à história da matemática**. Tradução: Hygino H. Domingues. Campinas: Editora da UNICAMP, 1995.

EVES, Howard. **Introdução à Historia da Matemática.** Tradução de Hygino H. Domingues. 5.ed. Campinas: Editora da Unicamp, 2011.

FREITAS, R. C. O. **Educação Matemática na Formação Profissional de Jovens e Adultos**. Curitiba: Appris, 2011.

FONSECA, M. da C. F. R. **Educação Matemática de Jovens e Adultos***:* especificidades, desafios e contribuições. 3. ed. Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2012. (Coleção Tendências em Educação Matemática).

FORTUNA, Tânia Ramos. Jogo em aula: recurso permite repensar as relações de ensino aprendizagem. **Revista do Professor**, Porto Alegre, n.75, p.15-19, Jul./Set. 2003.

GARBI, Gilberto G. **O romance das equações algébricas.** 2. ed ver. e ampl. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2007. p. 63-75.

GLAESER, G. Epistemologia dos números relativos. **Boletim GEPEM**, n. 17, p. 29-124, 1985.

GLAESER, G. Epistemologia dos números negativos: uma reflexão necessária e atual para a sala de aula de matemática. **Boletim do GEPEM**, Seropédica, v. 17, p. 29–124, 1985.

GLAESER, G. Epistemologia dos Números Relativos. **Boletim GEPEM**, Rio de Janeiro, n. 57, p. 65-102, dez. 2010.

GLAESER, G. Epistemologie des nombres relatifs. **Recherche en Didactique des Mathematiques. v.2., n.3**, 1981. p. 303-346.

GONÇALVES, R. S. **Um estudo com os números inteiros usando o programa Aplusix com alunos de 6ª série do ensino fundamental**. Dissertação (Mestrado) - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, 2007.

GONZÁLEZ, J.L. *et al*. *Numeros Enteros.* Madrid: Editorial Sínteses, 1990. 207p. (Colección Matemáticas: Cultura e Aprendizaje).

GONZÁLEZ, José L et alli. **Numeros Enteros**. *Coleção: Matemáticas: Cultura y Aprendizaje*. Madrid: Editorial Sintesis, 1995.

GRANDO, R. C. **O conhecimento matemático e o uso de jogos na sala de aula**. 2000. 239p. Tese (Doutorado em Educação) – Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2000.

GUELLI, O. **Contando a história da matemática:** 1. A invenção dos números. 9 ed. São Paulo: Editora Ática, 2005a.

GUELLI, O. **Contando a história da matemática:** *7. Números com sinais: uma grande invenção.* 9 ed. São Paulo: Editora Ática, 2005b.

HUIZINGA, J. **Homo ludens**: o jogo como elemento da cultura. Tradução: João Paulo Monteiro, 5 ed. São Paulo: Perspectiva, 2007.

IFRAN, G. **História Universal dos Algarismos**. Tomo I e II. Rio de Janeiro: Ed. Nova Fronteira,1997.

IFRAH, G. **Os números:** A história de uma grande invenção. Tradução: Stella M. de Freitas Senra. 4ª edição. São Paulo: Editora Globo, 1992.

IFRAH, G. **Os Números:** história de uma grande invenção. 9ª Edição. ed. São Paulo: Globo, 1998.

JAHN, A. P. **Números Relativos: Construção e Estudo do Funcionamento de um Processo de Ensino sobre o Caso Aditivo**. Dissertação (Mestrado). São Paulo: PUC-SP, 1994.

KATZ, V.J. ***A* History of Mathematics:** an introduction. 2ª ed. New York: Addson-Wesley education Publisher, 1998.

KENSKI, Vani Moreira. **Educação e tecnologias:** O novo ritmo da informação. – Campinas-SP: Papirus, 2007. – (Coleção Papirus Educação).

KISHIMOTO, Tizuko Morchida (org.), MOURA Manoel Oriosvaldo, -
Jogo, Brinquedo, Brincadeira e a Educação. 3 ed. São Paulo: Cortez, 1997.

KISHIMOTO, T. M. **Jogo, brincadeira, brinquedo e a educação**. 6. ed. São Paulo: Cortez, 2002.

KISHIMOTO, T. M. (org.). **Jogo, brinquedo, brincadeira e a educação**. 10 ed. São Paulo: Cortês, 2007.

KISHIMOTO, T. M . **Jogos infantis: o jogo, a criança e a educação**. 14 ed. Petrópolis – RJ: Vozes, 2007.

KISHIMOTO, T. M. **O jogo e a educação infantil**. São Paulo: Pioneira, 1994.

KLINE, Morris: **Mathematics in Western Culture**. New York, Oxford Universty, 1953.

KLINE, Morris: **Mathematics Thought from Ancient to Modern Times**. New York, Oxford Universty, 1972.

LARA, I. C. M. de. **Jogando com a Matemática de 5ª a 8ª série.** São Paulo: Rêspel, 2003.

LINS, R. C; GIMENEZ, J. **Perspectivas em aritmética e álgebra para o século XXI**. São Paulo: Papirus, 1997.

LORENZATO, S. **O laboratório de ensino de matemática na formação de professores**. [S.l.]: v.1, Campinas, SP: Autores Associados, 2006.

LORENZATO, Sérgio. **Para aprender matemática –** Campinas, SP: Autores Associados, 2006 (Coleção Formação de Professores).

MACEDO, Lino; PETTY, Ana Lúcia Sícoli; PASSOS, Norimar Christe. **Os Jogos e o Lúdico na Aprendizagem Escolar**. Porto Alegre: Artmed, 2005.

MAJMUTOV, Mirza I. **La enseñanza problémica**. Havana: Pueblo y Educación, 1983.

MARKARIAN, R. A Matemática na escola. Alguns problemas e suas causas. **Revista do Professor de Matemática**, n.38, p.25-p.26, 1998.

MARTINS, C. W. **Uso de Tecnologia na Sala de Aula Ajuda a Prender a Atenção dos Alunos**. Disponível em: <http://noticias.uol.com.br/opiniao/coluna/2014/05/11/uso-de-tecnologia-na-sala-deaula-ajuda-a-prender-a-atencao-dos-alunos.html>. Acesso em: 9 set. 2014.

MEDEIROS, A.; MEDEIROS, C. **Números negativos: uma história de incertezas**. Bolema. Ano 7, nº 8, Rio Claro/SP: Unesp, 1992. p. 49-59.

MORETTI, M. T. A regra dos sinais para a multiplicação: ponto de encontro com a noção de congruência semântica e o princípio de extensão em Matemática. **Bolema**, Rio Claro (SP), v. 26, n. 42B, p. 691-714, abr. 2012.

MOURA, M. O. A atividade de ensino como ação formadora. In: CASTRO, A. D. de.; CARVALHO, A. M. P. de. **Ensinar a ensinar: didática para a escola fundamental e media.** São Paulo: Pioneira. 2001.

MÜLLER, G. C. Um Estudo de Intervenção com Jogos Matemáticos. Projeto – **Revista de Educação:** Matemática – RS. Porto Alegre, N.3. 2000 p. 2 – 6.

NCTM - National Council of Teachers of Mathematics. **Princípios e Normas para a Matemática Escolar**. Lisboa: Associação Portuguesa de Matemática, 2008.

NIETO, S. dos. S. **Antecipação do Ensino dos Números Inteiros Negativos para a Quarta Série do Primeiro Grau: Um Estudo das Possibilidades.** Dissertação de mestrado. São Paulo: MACKENZIE- SP, 1994.

PASSONI, J. C. (**Pré-)Álgebra:** Introduzindo os Números Inteiros Negativos. 2002. 227 p. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática). PUC-SP, 2002.

PIAGET, J. **A formação do símbolo na criança:** imitação, jogo e sonho, imagem e representação. 2. ed. Rio de Janeiro: Zahar, 1975.

PIAGET, J. **Psicologia e Pedagogia.** Tradução: Dirceu A. Lindoso & Rosa Maria R. da Silva.9 ed. Rio de Janeiro: Editora Forense, 2008.

POLYA, G. **Dez Mandamentos para professores**, Texto mimeografado. Artigo publicado no "Journal of Education". University of British Columbia, 1984.

POMMER, Wagner Marcelo. **Diversas abordagens das regras de sinais s elementares em Z.** São Paulo: USP, 2010. Disponível em: <http://www.uems.br/eventos/encontromatematica/arquivos/44_2012-08-26_18-35-53.pdf>. Acesso em: 01 jun. 2014.

PONTE, J. P. **A Calculadora e o Processo de Ensino-Aprendizagem**. Educação e Matemática. Lisboa, n. 11, 1989. p. 1-2.

PONTE, J. P. **O Ensino da Matemática em Portugal:** Uma prioridade educativa? In O ensino da Matemática: Situação e Perspectivas. Conselho Nacional de Educação (Org.) p. 21-56. Ministério da Educação. 2003.

RAMA, A. J. **Números inteiros nos ensinos fundamental e médio**. Dissertação (Mestrado) — Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, 2005.

REID, Constance. **Introduction to Higher Mathematics for the General Reader**. Cornwall Press, New York, 1959.

ROCHA NETO, F. T. **Dificuldades na aprendizagem operatória de Números Inteiros no Ensino Fundamental.** 2010. 81 p. Dissertação (Mestrado Profissional no Ensino de Ciências e Matemática. UFC. Fortaleza.

RODRIGUES, R. V. R. **A construção e utilização de um Objeto de Aprendizagem através da perspectiva lógico-histórica na formação do conceito números inteiros**. 2009. 219 f. Dissertação (Mestrado em Educação) - Universidade Estadual Paulista, Faculdade de Ciências e Tecnologia, 2009.

ROGERS, lEO. **The History of Negative Numbers**. Disponível em: https://nrich.maths.org/5961. Acesso em: 12 jul. 2017, 10:06.

ROONEY, Anne. **A História da Matemática:** desde a criação das pirâmides até a exploração do infinito. São Paulo: M. Books do Brasil, 2012

ROQUE, T. **História da matemática**: uma visão crítica, desfazendo mitos e lendas. Rio de Janeiro: Zahar, 2012.

ROQUE, T.; CARVALHO, J. B. P. de; **Tópicos de História da Matemática**. Coleção PROFMAT. 1. ed. Rio de Janeiro: SBM, 2012.

ROSSI, R. U. M. **Reflexão sobre o ensino dos números inteiros:** uma análise de livros didáticos de Matemática do ensino fundamental. Dissertação de mestrado em Ensino de Ciências e Matemática. São Paulo SP, 2009.

SALGADO, R. d. S**. O ensino de números inteiros por meio de atividades com calculadora e jogos**. 2011. 307 f. Dissertação (Mestrado) — Dissertação (Mestrado em Educação) Universidade do Estado do Pará, Belém, 2011.

SANTA CATARINA. **Proposta Curricular de Santa Catarina**: Disciplinas Curriculares. Florianópolis: IOESC, 1998. Disponível em: http://www.sed.sc.gov.br/documentos/ensino-89/proposta-curricular-156/1998-158/disciplinas-curriculares-232. Acesso em: 10 mar. 2018.

SANTOS, S. M. P. dos. (org.). **A ludicidade como ciência.** Petrópolis - RJ: Vozes, 2008.

SÁ, P.F.; ANJOS, L.J.S. Números Negativos: uma trajetória histórica. *In*: SEMINÁRIO NACIONAL DE HISTÓRIA DA MATEMÁTICA, 9., 2011, Aracaju. **Anais eletrônicos**... Rio Claro: SBHMat, 2011. Disponível em: <http://www.each.usp.br/ixsnhm/Anaisixsnhm/indicecom.php> Acesso em: 08 abril 2017.

SCHUBRING, Gert. **Conflicts between generalization. rigor, and intuition**: number concepts. California: Springer, 2005.

SCHUBRING, Gert. **Os números negativos –** exemplos de obstáculos epistemológicos? Rio de Janeiro: LIMC-UFRJ, 2012.

SCHUBRING, Gert. **Os números negativos: exemplos de obstáculos epistemológicos?** São Paulo: Editora Livraria da Física – (Série história da matemática para professores), 2018.

SCHUBRING, G. **Rupturas no Estatuto Matemático dos números negativos**. Trad. Rosa M. Mazo Reis. Boletim GEPEM. Nº 37, 2000. p. 51 – 64.

SCHUBRING, G. Um outro caso de obstáculo epistemológico: o princípio de permanência. **Bolema,** Rio Claro, Ano 20, n. 28, p. 1-20, 2007.

SHULMAN, L. S. "Knowledge and Teaching Foundations of the New Reform", a Harvard Educational Review, v. 57, n. 1, p. 1-22, primavera 1987 (Copyright by the President and Fellows of Harvard College). Traduzido e publicado com autorização. Tradução de Leda Beck e revisão técnica de Paula Louzano.

SHULMAN, L. S. Those Who Understand: Know ledge. In: **Teaching. Educational Researcher.** V. 15, n. 2, p. 4 –14, 1986.

SILVA, C. P. da. **A matemática no Brasil: história de seu desenvolvimento.** 3 ed. São Paulo: Editora Edgard Blücher Ltda, 2003.

SMIRNOV, A. A. LEONTIEV, A. N. RUBINSHTEIN, S.L. TIEPLOV, B. M. **Psicologia**. 16.ª ed.. México, D. F. Barcelona – Buenos Aires: Editora Grijalbo, 1960.

SMOLE, K. S; DINIZ, M. I.; MILANI, E. **Jogos de matemática de 6º a 9º ano**. 104 p. Porto Alegre: Artmed, 2007 (Série Cadernos de Mathema –Ensino Fundamental).

SOARES, E. M. do. S., org., Carla Beatris Valentini. **Aprendizagem em ambientes virtuais**: 2005. Disponível em: <http://www.ucs.br/etc/revistas/index.php/aprendizagem-ambientes virtuais/article/viewFile/393/323 >. Acesso em: 09 set. 2014.

SOARES, P. J. **O jogo como recurso didático na apropriação dos números inteiros**: uma experiência de sucesso. Dissertação (Mestrado) - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, 2008.

SOUSA, G. C., & OLIVEIRA, J. D. S. **O uso de materiais manipuláveis e jogos no ensino de matemática.** In Encontro Nacional de Educação Matemática, 10 (pp. 1-11). Salvador, Bahia: SBEM, 2010.

STRUIK, D. J. **História concisa das matemáticas.** Lisboa: Gradiva, 1992.

STRUIK D. J. **História concisa das matemáticas**. Tradução: João Cosme Santos Guerreiro. Lisboa: Gradiva, 1997.

TARDIF, M. **Saberes docentes e formação professional.** 14. ed. –Petrópolis, RJ: Vozes, 2012.

TEIXEIRA, LENY R. M. **Aprendizagem escolar de números inteiros: análise do processo na perspectiva construtivista Piagetiana**, Tese (Doutorado). São Paulo 1992.

TEIXEIRA, L. R. M. Aprendizagem Operatória de números inteiros: obstáculos e dificuldades. **Pro - Posições**, Campinas, v. 4, n. 1[10], mar. 1993.

VAN DEN HEUVEL-PANHUIZEN, M.(org.). **Los niños aprenden matemáticas.** México: Correo del maestro: La vasija, 2010

VASCONCELOS, C.; ALMEIDA, A. **Aprendizagem Baseada na Resolução de Problemas no Ensino de Ciências: Propostas de trabalho para Ciências Naturais, Biologia e Geologia**. 04. ed. Porto: Porto Editora, 2012. 128 p. (Coleção: Panorama).

VYGOTSKY, Lev Semonovich. **A formação social da mente:** o desenvolvimento dos processos psicológicos superiores. 6. ed. São Paulo: Martins Fontes, 1998.

YUS, R. **Temas Transversais:** em Busca de uma Nova Escola., Ed. Artmed, 1998.

APÊNDICE A – PESQUISAS QUE COMPÕEM NOSSO CORPUS DE ANÁLISE

Instituição	Nível	Ano	Título da pesquisa	Autor	Orientador	Objetivo/problemática[45]
Investigações de mestrado profissional						
PUC - SP	Mestrado profissional	2006	Um estudo com os números inteiros nas séries iniciais: Re-aplicação da Pesquisa de Passoni	Humberto Todesco	Sandra Maria Pinto Magina	Investigar a possibilidade e eficiência de se introduzir o número inteiro negativo na 3ª. série do Ensino Fundamental de uma escola pública, reaplicando parte do estudo desenvolvido por Passoni (2002).
UFN	Mestrado profissional	2006	Jogos como estratégia para facilitar o ensino-aprendizagem de operações com números inteiros	Rosane Garcia Bandeira Avello	Maria Joanete Martins da Silveira	Investigar se o uso de jogos facilita a aprendizagem das operações com números inteiros.
PUC - SP	Mestrado profissional	2007	Um estudo com os números inteiros usando o programa Aplusix com alunos de 6ª série do ensino fundamental	Renata Siano Gonçalves	Barbara Lutaif Bianchini	Investigar como alunos de 6ª série do Ensino Fundamental II resolvem situações-problema envolvendo Números Inteiros, utilizando o programa computacional chamado Aplusix.
PUC-SP	Mestrado profissional	2008	O jogo como recurso didático na apropriação dos números inteiros: uma experiência de sucesso	Pércio José Soares	Sandra Maria Pinto Magina	Investigar a potencialidade de se reintroduzir os números inteiros negativos, a partir de uma intervenção de ensino pautada

[45] Nas pesquisas que não apareciam explicitamente o objetivo, optamos por contextualizar sua problemática.

Instituição	Nível	Ano	Título da pesquisa	Autor	Orientador	Objetivo/problemática[45]
						em resolução de problemas, utilizando jogos como recurso didático.
UFN	Mestrado profissional	2010	Resolução de Problemas: Ensinar e Aprender as Quatro Operações com Números Inteiros no 7º ano do Ensino Fundamental	Ana Paula Magalhães de Abreu	Silvia Maria de Aguiar Isaia	Investigar as contribuições da metodologia de Resolução de Problemas e do uso do material concreto para o processo de ensino e de aprendizagem das quatro operações matemáticas com os números inteiros, com estudantes do sétimo ano do Ensino Fundamental.
UFRGS	Mestrado profissional	2010	Fórmula (-1): desenvolvendo objetos digitais de aprendizagem para as operações com números positivos e negativos	Anuar Daian de Morais	Marcus Vinicius de Azevedo Basso	Promover a aprendizagem das operações com números positivos e negativos sob a perspectiva da teoria dos Campos Conceituais de Gerard Vergnaud.
UFC	Mestrado profissional	2010	Dificuldades na aprendizagem operatória de números inteiros no ensino fundamental	Francisco Tavares da Rocha Neto	José Othon Dantas Lopes	Identificar as causas que levam os alunos a terem dificuldades com o estudo dos números inteiros, verificando até que ponto eles operam adequadamente com o sistema desses números, bem como conhecer erros e acertos mais frequentes cometidos pelos alunos.

Instituição	Nível	Ano	Título da pesquisa	Autor	Orientador	Objetivo/problemática[45]
UFSCar	Mestrado profissional	2010	O uso de jogos na sala de aula para dar significado ao conceito de números inteiros	Renato da Silva Neves	Pedro Luiz Malagutti	Investigar em quais aspectos os jogos auxiliam o professor a desenvolver uma aprendizagem prazerosa, lúdica e significativa para os alunos acerca dos números inteiros.
UFN	Mestrado profissional	2011	Os Materiais Manipuláveis e os Jogos Pedagógicos como Facilitadores do Processo de Ensino e Aprendizagem das Operações com Números Inteiros	Laura Moreira Bordin	Eleni Bisognin	Analisar como o uso de jogos pedagógicos e materiais manipuláveis contribuem para a compreensão das operações de adição, subtração, multiplicação, divisão e potenciação de números inteiros.
FUVATES	Mestrado profissional	2012	Jogo roletrando dos inteiros: uma abordagem dos números inteiros na 6ª série do ensino fundamental	Cláudio Cristiano Liell	Ana Cecília Togni	Verificar se a utilização do jogo Roletrando dos Inteiros contribui para a aprendizagem da noção de números inteiros e das operações básicas nesse conjunto numérico.
UFSCar	Mestrado profissional	2012	Elaboração de estudantes do 7º ano do Ensino Fundamental sobre números inteiros e suas operações	Maristela Alves Silva	Maria do Carmo de Souza	Analisar as principais elaborações explicitadas por estudantes do 7° ano de ensino fundamental sobre números inteiros e suas operações.
UFAL	Mestrado profissional	2014	Números negativos: estratégias de resolução de problemas de alunos do 1º ao 5º ano do	Catharina Adelino de Oliveira	Mercedes Betta Quintano de Carvalho Pereira dos Santos	Investigar as estratégias de resolução de problemas de subtração, de alunos do 1º ao 5º

Instituição	Nível	Ano	Título da pesquisa	Autor	Orientador	Objetivo/problemática[45]
			ensino fundamental de uma escola pública de Maceió			anos do Ensino Fundamental acerca de números negativos.
UFRGS	Mestrado profissional	2014	Números Relativos: uma proposta de ensino	Cristiano Cardoso Pereira	Elisabete Zardo Burigo	Promover a compreensão dos números relativos como operadores aditivos e como representação de posição relativa e das operações de adição e subtração.
FUVATES	Mestrado profissional	2015	Utilização de materiais alternativos numa intervenção pedagógica para uma aprendizagem significativa das operações dos números inteiros	Antonio Silva da Costa	Márcia Jussara Hepp Rehfeldt	Avaliar se o material alternativo é potencialmente significativo como recurso na aprendizagem dos números inteiros dos alunos do 7º ano da Escola Estadual Coema Souto Maior.
FURB	Mestrado profissional	2015	Autismo: aprendizagem baseada em problemas com foco na inclusão	Emerson Strutz	Mauro Scharf	Buscar a aprendizagem e valorização do aluno espectro autista além de propor uma proposta de ensino de modo que possibilite a inclusão do aluno com espectro autista, sendo seu objetivo específico a compreensão da teoria dos conjuntos de números inteiros.
UFG	Mestrado profissional	2015	Matemática Lúdica na Educação de Jovens e Adultos do Centro de Progressão Penitenciária do Distrito Federal	Lourival Carlos Cunha Junior	Igor dos Santos Lima	Analisar como o uso de truques matemáticos, jogos pedagógicos e algoritmos alternativos para a multiplicação e divisão de números inteiros contribuem

Instituição	Nível	Ano	Título da pesquisa	Autor	Orientador	Objetivo/problemática[45]
						para o aprendizado das operações multiplicação e divisão entre números inteiros positivos.
UESC	Mestrado profissional	2016	A fixação da aprendizagem dos números inteiros e suas operações na educação básica	Antonio Oliveira Simão	Sergio Mota Alves	Relatar a construção e aplicação de roteiro de aula, atividades e avaliação, utilizando o cotidiano do aluno e conhecimentos que são ministrados em outras disciplinas, para auxiliar no processo de ensino-aprendizagem dos números inteiros.
UTFPR	Mestrado profissional	2016	Diversificação de tarefas como proposta metodológica no ensino dos números inteiros	Fabulo Eugenio Danczuk	Janecler Aparecida Amorin Colombo	Apresentar uma Proposta Metodológica fundamentada na teoria de Ponte (2005, 2006, 2014) sobre Diversificação de Tarefas, afim de que esta coloque os alunos em Atividade e possibilite o aprendizado significativo dos conceitos formais de Números Inteiros, do contexto histórico e das quatro operações.
FURB	Mestrado profissional	2016	Conceitos Básicos dos Números Inteiros a partir de Situações Problema	Graziela Ropelato	Tania Baier	Verificar quais as contribuições do ensino, a partir de Situações Problema, dos conceitos básicos de Números Inteiros, para alunos

Instituição	Nível	Ano	Título da pesquisa	Autor	Orientador	Objetivo/problemática[45]
						do 7º ano do Ensino Fundamental em uma escola pública municipal na cidade de Timbó.
UEL	Mestrado profissional	2016	Números inteiros: Uma Proposta de tratamento para o ensino fundamental a partir das ideias de Descartes e Hilbert	Joao Paulo Chiarotti	Regina Celia Guapo Pasquini	Compreender os obstáculos didáticos encontrados no processo de ensino-aprendizagem dos números inteiros e, a partir desta compreensão auxiliar-nos e, aos professores dos sétimos ano do Ensino Fundamental que compartilham conosco o citado, na elaboração de suas aulas, quando o assunto a ser tratado é o conjunto dos números inteiros..
UFBA	Mestrado profissional	2016	Operações com Números Inteiros e Racionais de Forma Lúdica	Marilia Caribe Ribeiro Sales	Rita de Cassia de Jesus Silva	Propor atividades para o ensino de Matemática, a partir de dois modelos concretos.
UFRJ	Mestrado profissional	2016	Números inteiros: estratégias que visam facilitar a compreensão de conceitos e operações	Sanileni Gutemberg dos Santos	Maria Aguieiras Alvarez de Freitas	Disponibilizar aos leitores, em especial aos professores de Matemática do Ensino Fundamental, estratégias que possam ser utilizadas em sala de aula para auxiliar os alunos na construção do conhecimento de

Instituição	Nível	Ano	Título da pesquisa	Autor	Orientador	Objetivo/problemática[45]
						assuntos relevantes relacionados aos números inteiros.
UNIR	Mestrado profissional	2017	Avaliação do modelo e aplicação do jogo trilha da adição de números inteiros como recurso pedagógico no ensino de adição de números inteiros	Claudinei de Oliveira Pinho	Marinaldo Felipe da Silva	Desenvolver, aplicar e analisar o jogo “Trilha da adição de números inteiros” como recurso pedagógico no ensino do conteúdo de Adição de Números Inteiros.
USP	Mestrado profissional	2017	O jogo como recurso pedagógico de ensino: uma proposta para os números relativos	Daniel Fernandes da Silva	Estaner Claro Romão	Analisar o processo de ensino-aprendizagem e avaliar a eficiência de um jogo matemático como recurso de intervenção pedagógica, em relação ao conteúdo dos números relativos.
UFF	Mestrado profissional	2017	Banco Imobiliário Educacional: uma ferramenta para o ensino de Matemática	Marcus Vinicius Angelo Reis	Dirce Uesu Pesco	Investigou-se a importância que os jogos podem desempenhar para o aumento do interesse e do rendimento dos alunos, por meio de uma proposta de intervenção pedagógica.
UNIFESP	Mestrado profissional	2017	Os números inteiros: construção histórica e as dificuldades atuais em sala de aula	Neander Medeiros Rios	Marcelo Cristino Gama	Apresentar aos professores de matemática um breve resumo histórico do processo de formalização e aceitação dos números negativos, apresentar a construção do conjunto dos números inteiros a partir da

Instituição	Nível	Ano	Título da pesquisa	Autor	Orientador	Objetivo/problemática[45]
						estrutura algébrica do conjunto dos números naturais e do conceito de relações de equivalência e, assim, abrir espaço para uma reflexão sobre as semelhanças encontradas nas dificuldades atuais de nossos alunos e aquelas enfrentadas por importantes matemáticos integrantes deste processo.
IFES	Mestrado profissional	2018	Uma proposta de material didático para o ensino de números negativos no proeja: contribuições de uma pedagogia libertadora	Jessica Monteiro Falquetto	Alex Jordane de Oliveira	Analisar como um material didático produzido coletivamente sobre números negativos contribui para o processo de formação de alunos do Proeja.
USP	Mestrado profissional	2018	Sugestões de materiais didáticos manipuláveis a fim de diminuir os obstáculos na aprendizagem dos números inteiros	Patricia Fantini	Esther de Almeida Prado Rodrigues	Apresentar alguns materiais didáticos manipuláveis que podem ser utilizados nas aulas sobre números inteiros, a partir dos sétimos anos do Ensino Fundamental.
UECE	Mestrado profissional	2018	A Sequência Fedathi como proposta de mediação do professor no ensino dos números inteiros	Raimundo Nélio Rodrigues Ferreira	Francisco Edisom Eugenio de Sousa	Propor a Sequência Fedathi como metodologia na organização de sessões didáticas para o ensino dos Números

Instituição	Nível	Ano	Título da pesquisa	Autor	Orientador	Objetivo/problemática[45]
						Inteiros, de modo a proporcionar a mediação do professor.
URGS	Mestrado profissional	2018	Uma investigação sobre o uso de jogos no ensino de números relativos	Thiago Crestani Gajko	Elisabete Zardo Burigo	Apresentar uma experiência de aplicação de sequência de atividades cujo tema central é números relativos, envolvendo uso de jogos.
USP	Mestrado profissional	2019	O pensamento dos comerciantes medievais como elemento textual para o ensino dos números inteiros na educação básica	Everton Luiz Silva de Luna	Esther de Almeida Prado Rodrigues	Quais elementos devem conter uma atividade para o ensino dos números inteiros de modo a propiciar uma melhor aprendizagem para os alunos?
UEL	Mestrado profissional	2019	Uma trajetória de ensino e aprendizagem para o estudo de números inteiros	Francelise Ide Alves Ferreira	Magna Natalia Marin Pires	Fazer um estudo a respeito dos Números Inteiros, considerando seus conceitos matemáticos e seu desenvolvimento histórico, elaborar, aplicar e refletir sobre uma Trajetória de Ensino e Aprendizagem apoiada na abordagem da Educação Matemática Realística (EMR).
UERR	Mestrado profissional	2019	A atividade de situações problema na aprendizagem com números inteiros nas operações aritmética fundamentadas em Galperin e Majmutov com os estudantes de 7º ano do ensino	Francisma de Oliveira Diniz	Hector Jose Garcia Mendoza	Analisar a aprendizagem da Atividade de Situações Problema com números inteiros nas operações de adição, subtração, multiplicação e divisão, fundamentada nas teorias de formação por etapas

Instituição	Nível	Ano	Título da pesquisa	Autor	Orientador	Objetivo/problemática[45]
			fundamental na escola estadual Fernando Grangeiro			das ações mentais de Galperin, a direção da atividade de estudo de Talízina e ensino problematizador de Majmutov.
UFRGS	Mestrado profissional	2019	Campo Aditivo no Conjunto dos Números Inteiros: um estudo a partir da teoria dos campos conceituais	Miguel Melendo Beck	Luisa Rodriguez Doering	A partir da construção matemática do conjunto dos Números Inteiros, da análise de livros didáticos, das produções bibliográficas referentes ao assunto e das teorias de aprendizagem escolhidas, tem-se uma reflexão sobre o ensino das propriedades e operações (adição e subtração) neste conjunto.
UERJ	Mestrado profissional	2019	Uma proposta de sequência didática para o ensino de operações com números inteiros para alunos da EJA	Rodrigo Guerreiro Viana de Souza	Rogerio Luiz Quintino de Oliveira Junior	Intenta-se, por meio da aplicação de uma sequência didática, fazer os aprendizes proficientes em relação ao tema a partir de interações com o conteúdo, originadas por intermédio da utilização de estratégias diferenciadas de ensino que se valham do recurso ao uso de jogos juntamente com a exploração de novas tecnologias.

Instituição	**Nível**	**Ano**	**Título da pesquisa**	**Autor**	**Orientador**	**Objetivo/problemática**[45]
UEPA	Mestrado profissional	2020	Uma sequência didática para o ensino das operações de adição, subtração, multiplicação e divisão de números inteiros	Akilson Medeiros Vasconcelos	Natanael Freitas Cabral	Analisar os indícios de aprendizagem resultantes da aplicação de uma sequência didática envolvendo as quatro operações aritméticas mais elementares com números inteiros, em uma turma da 3ª etapa da educação de jovens e adultos (EJA) do ensino fundamental de uma escola pública estadual em Belém do Pará.
UTFPR	Mestrado profissional	2021	A significação dos números inteiros por estudantes cegos e de baixa visão a partir do material soroban dos inteiros	Natali Angela Felipe	Sani de Carvalho Rutz da Silva	Investigar as contribuições do material manipulável para a significação de números inteiros por alunos cegos.
UEMS	Mestrado profissional	2021	Jogos de matemática voltados para a aprendizagem de números inteiros no ensino fundamental: propostas a partir da classificação ESAR	Brenda Pavão Garcez	Aguinaldo Lenine Alves	Propor jogos matemáticos voltados para a aprendizagem de números inteiros no ensino fundamental a partir da classificação Exercícios, Simbólicos, Acoplagem e Regras (ESAR).
Investigações de mestrado acadêmico						
UFSC	Mestrado acadêmico	2002	O Problema do Ensino dos Números Inteiros dentro da Matemática e a Apresentação	Antonio Alberto Onetta	Joao Bosco da Motta Alves	Enfatizar a importância dos jogos dentro da matemática e dentro da matemática, utilizando jogos é desenvolver a

Instituição	Nível	Ano	Título da pesquisa	Autor	Orientador	Objetivo/problemática[45]
			de um Protótipo Alternativo Valorizando o Uso dos Jogos			problemática dos números inteiros, questão de relevância para o prosseguimento da compreensão e assimilação dos conteúdos matemáticos posteriores a eles.
PUC - SP	Mestrado acadêmico	2002	(Pré-) álgebra: introduzindo os números inteiros negativos	João Carlos Passoni	Tânia Maria Mendonça Campos	Investigar a possibilidade de introduzir os números inteiros simultaneamente com o que se chama, em ensino, (pré-)Álgebra, para crianças da terceira série (idade entre 8 e 9 anos).
UEPB	Mestrado acadêmico	2007	Os conhecimentos prévios e o ensino de números inteiros	Luís Havelange Soares	Rômulo Marinho do Rêgo	Pesquisar quais as concepções dos professores em relação aos conhecimentos prévios dos alunos e como se processa a sua utilização no ensino dos Números Inteiros, na 6ª Série do Ensino Fundamental.
PUC - RS	Mestrado acadêmico	2008	Atividades interativas como geradoras de situações no campo conceitual da matemática	Marcia Barbara Bini	Sayonara Salvador Cabral da Costa	Analisar se uma abordagem metodológica de ensino, priorizando situações interativas, pode contribuir para uma construção significativa do conhecimento de alunos de 6ª série do Ensino Fundamental, no

Instituição	**Nível**	**Ano**	**Título da pesquisa**	**Autor**	**Orientador**	**Objetivo/problemática[45]**
						campo conceitual dos números inteiros.
UFAM	Mestrado acadêmico	2009	O jogo como ferramenta de aprendizagem da matemática para os alunos do 7º ano	Gerson Ribeiro Bacury	Arminda Rachel Botelho Mourão	Verificar se os jogos contribuem para a melhoria do processo ensino-aprendizagem da Matemática.
UNESP	Mestrado acadêmico	2009	A construção e utilização de um Objeto de Aprendizagem através da perspectiva lógico-histórica na formação do conceito números inteiros	Renata Viviane Raffa Rodrigues	Klaus Schlünzen Junior	Construir um objeto de aprendizagem fundamentado na perspectiva lógico-histórica, de modo a analisar as suas potencialidades quanto à formação do conceito números inteiros.
PUC -SP	Mestrado acadêmico	2010	Estratégias pedagógicas com uso de Tecnologias de Informação e Comunicação: uma abordagem para a construção do conhecimento em operações aritméticas básicas e nas chamadas "regras de sinais”	Maurício de Souza Machado	Gerson Pastre de Oliveira	Verificar em que medida uma estratégia pedagógica com o uso de tecnologias diversas, tanto as tradicionais como aquelas conhecidas como TICs, poderia fomentar a aprendizagem dos conceitos envolvidos nas chamadas “regras de sinais” quando utilizadas em conjunto com as operações aritméticas.
UEPA	Mestrado acadêmico	2011	O ensino de números inteiros por meio de atividades com calculadora e jogos	Rosângela Cruz da Silva Salgado	Pedro Franco de Sá	Investigar se o ensino de números inteiros por meio de atividade com calculadora e jogos, proporciona uma aprendizagem significativamente

Instituição	Nível	Ano	Título da pesquisa	Autor	Orientador	Objetivo/problemática[45]
						favorável aos alunos do 7º anodo ensino fundamental.
UFMG	Mestrado acadêmico	2012	Uma investigação sobre a participação da História da Matemática em uma sala de aula do ensino Fundamental	Ana Catarina Cantoni Roque	Maria Laura Magalhaes Gomes	Investigar as potencialidades pedagógicas da História da Matemática, em uma sala de aula de Matemática de estudantes do Ensino Fundamental, tomando como referencial uma perspectiva de aprendizagem situada.
UFP	Mestrado acadêmico	2012	Menos com menos é menos ou é mais? Resolução de problemas de multiplicação e divisão de números inteiros por alunos do Ensino Regular e da Educação de Jovens e Adultos	Evanilson Landim Alves	Lícia de Souza Leão Maia	Analisar e comparar a compreensão de estudantes da 4ª fase da Educação de Jovens e Adultos e do 8º ano do Ensino Fundamental, que são ciclos escolares correspondentes, quando resolvem situações envolvendo multiplicação e divisão de números inteiros relativos.
Uniban	Mestrado acadêmico	2013	Obstáculos e dificuldades relacionados à aprendizagem de Números Inteiros	Márcia Maria Teodoro	Rosana Nogueira de Lima	Levantar, em pesquisas em Educação Matemática, dificuldades de aprendizagem e obstáculos para o ensino dos números inteiros, bem como, buscar orientações para o ensino desses números em documentos que regem a

Instituição	**Nível**	**Ano**	**Título da pesquisa**	**Autor**	**Orientador**	**Objetivo/problemática[45]**
						educação básica, verificando se essas orientações se fazem presentes em livros didáticos, por serem estes considerados como o principal material de apoio para o professor no trabalho em sala de aula.
UFSC	Mestrado acadêmico	2013	Os números inteiros relativos em sala de aula: perspectivas de ensino para a regra de sinais	Selma Felisbino Hillesheim	Mericles Thadeu Moretti	Analisar uma sequência de ensino em que as operações de adição, multiplicação e subtração com números inteiros relativos serão abordados por meio do "princípio de extensão", e verificar as suas possíveis contribuições no processo de ensino e aprendizagem.
UFC	Mestrado acadêmico	2014	As dificuldades dos alunos da EEM Virgílio Correia Lima em operações básicas com números naturais, inteiros e racionais	Francisco Rosiglei do Rêgo	Plácido Francisco de Assis Andrade	Mostrar as principais dificuldades dos alunos do 1º ano do Ensino Médio da E.E.M. Virgílio Correia Lima do município de Pereiro-Ceará em operações fundamentais envolvendo os conjuntos dos números naturais, inteiros e racionais.
UFMS	Mestrado acadêmico	2016	A teoria antropológica do didático como ferramenta para	Kleber Ramos Gonçalves	Marilena Bittar	Compreender distanciamentos e aproximações entre a construção

Instituição	Nível	Ano	Título da pesquisa	Autor	Orientador	Objetivo/problemática[45]
			o estudo de transposições didáticas: o caso das operações de adição e subtração dos números inteiros no 7º ano do ensino fundamental			dos números inteiros e propostas de ensino das operações de adição e subtração desse conjunto em um livro didático do 7º ano do ensino fundamental.
UERN	Mestrado acadêmico	2016	Jogos pedagógicos como elemento facilitador da aprendizagem dos números inteiros nos anos finais do Ensino Fundamental	Marcos Aurélio da Silva Sousa	Francisco Ernandes Matos Costa	Investigar a aprendizagem das operações com Números Inteiros (Z), fazendo uso de jogos pedagógicos
UENF	Mestrado acadêmico	2017	Uma intervenção no ensino de operações com números inteiros	Lyvia Poggian Correia	Liliana Angelina Leon Mescua	Proporcionar uma sequência didática que auxilie na representação, compreensão, manipulação e fixação das operações com números inteiros.
Investigações de doutorado						
UNICAMP	Doutorado	2003	Um jogo em grupos cooperativos. Alternativa para construção do conceito de números inteiros e para a abordagem dos conteúdos: procedimentos, condutas e normas	Lair de Queiroz Costa	Lucila Dihel Tolaine Fini	Verificar a eficiência do jogo, denominado "Maluco por Inteiro", para o ensino e aprendizagem de Números Inteiros.
PUC - SP	Doutorado	2005	O jogo como ferramenta no trabalho com números negativos: um estudo sob a	Cecilia Fukiko Kamei Kimura	Michael Otte	Desenvolver um estudo referente à construção do conhecimento e das estruturas necessárias, para auxiliar a orientação do

Instituição	Nível	Ano	Título da pesquisa	Autor	Orientador	Objetivo/problemática[45]
			perspectiva da epistemologia genética de Jean Piaget			aprendizado de números negativos.
UFRN	Doutorado	2010	Obstáculos superados pelos matemáticos no passado e vivenciados pelos alunos na atualidade: a polêmica multiplicação de números inteiros	Mércia de Oliveira Pontes	John Andrew Fossa	Identificar se o tipo de abordagem para a justificativa da multiplicação entre números inteiros é mais bem compreendida pelos alunos e se essas justificativas contém elementos de superação dos obstáculos epistemológicos, nos processos de ensino e aprendizagem de números inteiros.
UEL	Doutorado	2014	Uma Abordagem dos Números Inteiros Relativos na 8ª classe: indicadores para uma proposta de formação de professores	Geraldo Vernijo Deixa	Rosana Figueiredo Salvi	Elaborar uma proposta de ensino, para o trabalho com números inteiros relativos para a educação escolar que articule as dimensões de conhecimento dos números relativos (reta, contexto e abstrata) em uma proposta de tarefas para formação de professores de Matemática.
PUC - SP	Doutorado	2018	José Anastácio da Cunha (1744-1787) e aspectos de seu ensino: “Sobre a natureza das quantidades negativas”	Ângela Maria dos Santos	Gabriel Loureiro Lima	Analisar as atividades de JAC relacionadas ao ensino, no contexto dos números inteiros negativos.