

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA MARIA  
CENTRO DE TECNOLOGIA  
CURSO DE GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ACÚSTICA

Lucas Martinho Dowsley

**DESENVOLVIMENTO DE METAMATERIAIS ACÚSTICOS COM O USO  
DE ALGORITMO GENÉTICO E MANUFATURA ADITIVA**

Santa Maria, RS  
2023

Lucas Martinho Dowsley

**DESENVOLVIMENTO DE METAMATERIAIS ACÚSTICOS COM O USO DE  
ALGORITMO GENÉTICO E MANUFATURA ADITIVA**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Curso de Graduação em Engenharia Acústica da Universidade Federal de Santa Maria (UFSM, RS), como requisito parcial para obtenção do grau de **Bacharel em Engenharia Acústica**. Defesa realizada por videoconferência.

Orientador: Prof. Paulo Henrique Mareze

Santa Maria, RS  
2023



**Lucas Martinho Dowsley**

**DESENVOLVIMENTO DE METAMATERIAIS ACÚSTICOS COM O USO DE  
ALGORITMO GENÉTICO E MANUFATURA ADITIVA**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao  
Curso de Graduação em Engenharia Acústica da  
Universidade Federal de Santa Maria (UFSM, RS),  
como requisito parcial para obtenção do grau de  
**Bacharel em Engenharia Acústica.**

**Aprovado em 22 de setembro de 2023:**

---

**Paulo Henrique Mareze, Prof. Dr. Eng. (UFSM)**  
**(Presidente/Orientador)**

---

**Giovanna Pisticchio Zanoni, Profa. Dra. Eng. (UFSM)**

---

**Christian dos Santos, Prof. Dr. Eng. (UFSM)**

Santa Maria, RS  
2023

## AGRADECIMENTOS

A Deus, que é a essência da vida e sustenta todas as coisas.

Aos meus pais, Carlos e Sandra, que abriram mão de muitas coisas para darem essa oportunidade a mim e aos meus irmãos. Eles são os maiores responsáveis por nosso sucesso.

Aos meus irmãos, Felipe e Hugo, por sempre apoiarem e darem suporte de diversas formas. Como irmão mais novo, com certeza meu caminho foi facilitado pelo suporte deles.

À Domi, minha amiga, namorada, noiva e colega de turma, por todo suporte, auxílio e companhia nessa jornada. Sua presença em minha vida me faz uma pessoa melhor, além de ter sido fundamental durante o período em Santa Maria.

Aos amigos que o Farol e a Comunidade me deram. Vocês foram parte fundamental no período da graduação e espero que continuem sendo ao longo da vida.

Aos professores do curso de Engenharia Acústica, pelos ensinamentos dentro e fora de sala de aula. Agradeço em especial ao professor Deboni, pela amizade, excelentes aulas e disposição em ajudar em todo momento.

Agradeço ao professor Paulo, orientador deste trabalho, pela amizade, pelas aulas excelentes, que sempre despertam a nossa curiosidade, pelo empenho em nos fazer aprender de verdade e pela paciência na orientação deste trabalho.

Aos colegas de turma, pela amizade e auxílio em todo o período da graduação.

Aos funcionários da UFSM, que realizam um excelente trabalho, transformando a universidade em um lugar acolhedor e que com certeza deixará saudades.

A todos que tiveram alguma influência na minha formação profissional e como pessoa. Muito obrigado.

Tudo o que temos de decidir é o que fazer com o tempo que nos é dado

(Gandalf - O Senhor dos Anéis)

## RESUMO

### DESENVOLVIMENTO DE METAMATERIAIS ACÚSTICOS COM O USO DE ALGORITMO GENÉTICO E MANUFATURA ADITIVA

AUTOR: Lucas Martinho Dowsley

Orientador: Paulo Henrique Mareze

Materiais de absorção sonora são utilizados para mitigar o ruído em diversas aplicações, como ambientes corporativos, indústrias automobilística e aeronáutica, fábricas, entre outros. Embora muito eficientes em altas frequências, para obter considerável absorção sonora em médias e baixas frequências, grandes espessuras de material são requeridas. Isso causa aumento de massa e de custo dos dispositivos. Com o objetivo de superar os problemas mencionados, o advento da manufatura aditiva (popularmente conhecida como impressão 3D) e o desenvolvimento cada vez maior da computação, permite o projeto de novas formas de materiais com estruturas mais complexas. Estas novas estruturas são conhecidas como metamateriais acústicos e possuem a propriedade de apresentarem características incomuns não encontradas na natureza. Desta forma, o presente trabalho faz uso de teorias acústicas bem estabelecidas em conjunto com técnicas de otimização por algoritmos genéticos. O trabalho também utiliza software livre de modelagem tridimensional para obtenção de geometrias de metamateriais com capacidade de absorção sonora controlada nas bandas de frequência de interesse. A modelagem foi integrada com o uso da linguagem de programação Python. Os materiais projetados foram fabricados com a tecnologia de manufatura aditiva e posteriormente caracterizados experimentalmente com medições em tubo de impedância. Os resultados experimentais mostraram boa convergência com os modelos analíticos e numéricos desenvolvidos. O erro percentual nas frequências de ressonância, tomando como referência o modelo analítico, foi de 17% e 6%, respectivamente, para os modelos numéricos e experimentais da primeira geometria avaliada, e de 6% e 0,7% para os modelos numéricos e experimentais para a segunda geometria. Além disso, foi possível obter uma relação entre a espessura do dispositivo (32 mm) e os comprimentos de onda de ambas as frequências de ressonância da amostra medida de aproximadamente 0,058 e 0,084, respectivamente. Os resultados mostram que o modelo proposto pode ser utilizado com confiança para geração de novos materiais que venham a contribuir com o estudo dos metamateriais acústicos.

**Palavras-chave:** Metamateriais acústicos. Absorção sonora. Otimização. Manufatura aditiva.

## ABSTRACT

### DEVELOPMENT OF ACOUSTIC METAMATERIALS USING GENETIC ALGORITHMS AND ADDITIVE MANUFACTURING.

AUTHOR: Lucas Martinho Dowsley

ADVISOR: Paulo Henrique Mareze

Sound absorption materials are used to mitigate noise in various applications, such as corporate environments, automotive and aeronautical industries, factories, among others. Although highly effective at high frequencies, achieving significant sound absorption at medium and low frequencies requires large material thicknesses. This leads to increased mass and device costs. With the advent of additive manufacturing (commonly known as 3D printing) and the continuous development of computing, new ways of designing these materials with more complex structures are being used to overcome these issues. These new structures are known as acoustic metamaterials and possess unusual characteristics not found in nature. In this work, well-established acoustic theories are employed in conjunction with optimization techniques using genetic algorithms. Open-source 3D modeling software is also used to obtain metamaterial geometries with controlled sound absorption properties in the target frequency bands. All of this is integrated using the Python programming language. The designed materials were manufactured using additive manufacturing technology and subsequently experimentally characterized through impedance tube measurements. The experimental results showed good agreement with the developed analytical and numerical models. The percentage error in the resonance frequencies, with respect to the analytical model, was approximately 17% and 6%, respectively, for the numerical and experimental models of the first evaluated geometry, and 6% and 0.7% for the numerical and experimental models of the second geometry. Furthermore, a relationship was established between the device thickness (32 mm) and the wavelengths of both resonance frequencies of the measured sample, approximately 0.058 and 0.084, respectively. The results demonstrate that the proposed model can be confidently used for generating new materials that contribute to the study of acoustic metamaterials.

**Keywords:** Acoustic metamaterials. Sound absorption. Optimzation. Additive manufacturing



## LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Representação do perfil de velocidade em um duto para diferentes frequências. ....	18
Figura 2 – Representação da camada limite viscosa de um fluido em função da frequência. ....	19
Figura 3 – Representação do perfil de velocidade em função do número de onda de cisalhamento. ....	22
Figura 4 – Representação da matriz de 4 polos. ....	23
Figura 5 – Duto de seção constante. ....	25
Figura 6 – (a) Dutos interconectados e (b) respectivo modelo unidimensional. ....	26
Figura 7 – Metamateriais baseados em ressonadores em espiral. ....	30
Figura 8 – Metamateriais baseados em inclusões. ....	31
Figura 9 – Metamateriais baseados em membranas. ....	32
Figura 10 – Metamateriais difusores acústicos. ....	32
Figura 11 – Metamateriais que permitem a passagem de ar. ....	33
Figura 12 – Metamaterial baseado em múltiplos ressonadores. ....	34
Figura 13 – Estrutura básica de um algoritmo genético. ....	39
Figura 14 – Amostras fabricadas por diferentes tecnologias de impressão. ....	41
Figura 15 – Discretização da geometria do metamaterial. ....	48
Figura 16 – Convergência do algoritmo em função das probabilidades de mutação e <i>crossover</i> . ....	56
Figura 17 – Comparação do coeficiente de absorção para diferentes restrições impostas ao algoritmo genético. ....	57
Figura 18 – Distribuição dos diâmetros obtidos a partir do AG para diferentes restrições impostas. ....	58
Figura 19 – Geometria obtida a partir do arranjo de pequenos dutos interconectados. ....	59
Figura 20 – Geometria final após arranjo das células unitárias em um espaço 3D. ....	60
Figura 21 – Material impresso com camadas de 0,1 mm. ....	60
Figura 22 – Material impresso com camadas de 0,05 mm. ....	61
Figura 23 – Esquemático da medição em tubo de impedância. ....	64
Figura 24 – Cadeia de medição utilizada no ensaio. ....	65
Figura 25 – Esquemático das etapas para obtenção e validação do metamaterial proposto. ....	66
Figura 26 – Comparação entre os modelos de matriz de transferência e mobilidade para um duto reto. ....	67
Figura 27 – Material impresso com diferentes filamentos. ....	68
Figura 28 – Curva de absorção da amostra menor impressa com o filamento branco.	

Comparação entre experimental e analítico. ....	69
Figura 29 – Curvas experimental e teórica do metamaterial amarelo. ....	70
Figura 30 – Comparação entre as medições dos metamateriais impressos. ....	71
Figura 31 – Comparação entre as curvas do metamaterial amarelo após o ajuste do ensaio. ....	72
Figura 32 – Células unitárias das geometrias otimizadas. ....	73
Figura 33 – Geometria final otimizada. ....	74
Figura 34 – Distribuição dos diâmetros nas geometrias otimizadas. ....	74
Figura 35 – Resposta de absorção da geometria otimizada. Comparação entre o mo- delo analítico, numérico e a curva experimental. ....	75
Figura 36 – Coeficiente de absorção analítico da geometria 1 em função do número de células unitárias utilizadas para gerar a geometria final. ....	76
Figura 37 – Malhas das simulações para a geometria 1. ....	77
Figura 38 – Malhas das simulações para a geometria 2. ....	77
Figura 39 – Comparação entre as respostas do modelo de elementos finitos para as diferentes simulações feitas. ....	78
Figura 40 – Resposta de absorção da geometria otimizada após o ajuste feito no mo- delo analítico. ....	79
Figura 41 – Geometria gerada utilizando as configurações da segunda estratégia de otimização. ....	80
Figura 42 – Distribuição dos diâmetros para a segunda estratégia ....	80
Figura 43 – CAD da geometria otimizada pelo método das assíntotas móveis. ....	81
Figura 44 – Curva de absorção da geometria otimizada com elevado fator de mutação. ....	81
Figura 45 – Montagem do sistema constituído por um material poroso em série com o metamaterial. ....	82
Figura 46 – Coeficiente de absorção para a configuração poroso + metamaterial não otimizado. ....	83
Figura 47 – Coeficiente de absorção para a configuração poroso + metamaterial otimi- zado. ....	83
Figura 48 – Geometria gerada pela otimização dos dutos arrançados no espaço 3D. ..	84
Figura 49 – Distribuição dos diâmetros gerados pela otimização dos dutos arrançados no espaço 3D. ....	85
Figura 50 – Curva de absorção da geometria 3D otimizada. ....	85

## LISTA DE TABELAS

TABELA 1 – Conectividade dos elementos.....	26
TABELA 2 – Parâmetros do algoritmo genético em função da estratégia utilizada.....	56
TABELA 3 – Dimensões da célula unitária.....	58
TABELA 4 – Dimensões finais da peça.....	59
TABELA 5 – Especificações da impressão do material amarelo.....	61
TABELA 6 – Especificações da impressão do material branco.....	62
TABELA 7 – Configurações dos parâmetros do algoritmo genético.....	73
TABELA 8 – Frequências de ressonância para cada geometria e modelo.....	75
TABELA 9 – Quantidade de elementos de malha para as simulações de cada geometria.....	77
TABELA 10 – Configurações dos parâmetros do algoritmo para a segunda estratégia.....	79
TABELA 11 – Parâmetros do material poroso.....	82

## LISTA DE ABREVIATURAS

LRF	Low reduced frequency
MEF	Método dos elementos finitos
CAD	Computer-aided design
AG	Algoritmo genético
MA	Manufatura aditiva

## LISTA DE SÍMBOLOS

$\delta_v$	Espessura da camada limite viscosa (m).
$\eta$	Viscosidade dinâmica do ar atmosférico (Pa.s).
$\omega$	Frequência angular (rad/s).
$\rho_0$	Densidade do ar (ou massa específica, kg/m <sup>3</sup> ).
$\delta_t$	Espessura da camada limite térmica (m).
$P_r$	Número de Prandtl (-).
$K_f$	Condutibilidade térmica (W/m.K).
$C_p$	Calor específico à pressão constante (J/kg.K).
$T$	Temperatura total do fluido (K).
$R_0$	Constante universal dos gases ideais (J/kg.K).
$\eta_b$	Viscosidade de volume do ar (Pa.s).
$e$	Número de Euler (-).
$p$	Pressão acústica (Pa).
$k$	Número de onda (m <sup>-1</sup> ).
$u$	Velocidade de partícula (m/s).
$\tilde{\rho}_{ef}$	Densidade efetiva do fluido (kg/m <sup>3</sup> ).
$\tilde{K}_{ef}$	Módulo de compressibilidade dinâmico efetivo do fluido (m <sup>2</sup> /N).
$\gamma$	Razão de calores específicos à pressão e volume constantes (-).
$j$	$\sqrt{-1}$ .
$J_0$	Função de Bessel de primeira espécie de ordem zero.
$J_2$	Função de Bessel de primeira espécie de ordem dois.
$P$	Pressão estática, ou atmosférica (Pa).
$s$	Número de onda de cisalhamento (-).
$\tilde{Z}$	Impedância acústica específica (Rayls).

$Q$	Velocidade de volume ( $\text{m}^3/\text{s}$ ).
$\Gamma$	Constante de propagação complexa (-).
$c_0$	Velocidade do som ( $\text{m}/\text{s}$ ).
$\alpha$	Coefficiente de absorção sonora (-).
$J$	Matriz Jacobiana.

## SUMÁRIO

<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO</b>	<b>15</b>
1.1	OBJETIVOS	15
1.2	ORGANIZAÇÃO DO DOCUMENTO	16
<b>2</b>	<b>FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA E REVISÃO BIBLIOGRÁFICA</b>	<b>17</b>
2.1	ABSORÇÃO SONORA	17
<b>2.1.1</b>	<b>Mecanismos de absorção sonora</b>	<b>17</b>
2.1.1.1	Viscosidade do ar	17
2.1.1.2	Difusão térmica	18
<b>2.1.2</b>	<b>Equação da onda com dissipação</b>	<b>19</b>
<b>2.1.3</b>	<b>Propagação sonora em dutos cilíndricos</b>	<b>21</b>
2.1.3.1	Modelo de Zwikker e Kosten	21
2.2	MODELOS DE MATRIZES DE QUATRO POLOS	23
<b>2.2.1</b>	<b>Matriz de transferência</b>	<b>24</b>
<b>2.2.2</b>	<b>Matriz de mobilidade</b>	<b>25</b>
2.2.2.1	Montagem e resolução do sistema global	26
<b>2.2.3</b>	<b>Correção do comprimento equivalente</b>	<b>27</b>
<b>2.2.4</b>	<b>Coeficiente de absorção sonora</b>	<b>28</b>
2.3	METAMATERIAIS ACÚSTICOS	29
2.4	MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS	34
<b>2.4.1</b>	<b>MEF 3D viscotérmico</b>	<b>35</b>
2.5	ALGORITMOS DE OTIMIZAÇÃO	36
<b>2.5.1</b>	<b>Algoritmo genético</b>	<b>37</b>
2.5.1.1	Operadores genéticos	38
2.6	MANUFATURA ADITIVA	39
<b>3</b>	<b>METODOLOGIA</b>	<b>42</b>
3.1	GERAÇÃO DA GEOMETRIA	42
<b>3.1.1</b>	<b>FreeCad</b>	<b>43</b>
3.2	ALGORITMOS DE CÁLCULO	45
<b>3.2.1</b>	<b>Implementação do método da matriz de mobilidade</b>	<b>45</b>
<b>3.2.2</b>	<b>Implementação do Método de Elementos Finitos</b>	<b>47</b>
3.2.2.1	Malha tridimensional	47
3.2.2.2	Aplicação do efeito viscotérmico	48
3.2.2.3	Cálculo do coeficiente de absorção sonora	49
<b>3.2.3</b>	<b>Processo de otimização</b>	<b>51</b>
3.2.3.1	DEAP Python	51
3.2.3.2	Construção do código	52

3.2.3.3	Função objetivo e estratégias de configurações dos operadores genéticos .....	55
3.3	GEOMETRIAS GERADAS .....	58
<b>3.3.1</b>	<b>Geometria de teste .....</b>	<b>58</b>
3.4	MEDIÇÃO DO COEFICIENTE DE ABSORÇÃO SONORA.....	62
<b>3.4.1</b>	<b>Medição em tubo de impedância.....</b>	<b>62</b>
<b>3.4.2</b>	<b>Medição dos metamateriais fabricados .....</b>	<b>64</b>
3.5	FLUXOGRAMA DAS ETAPAS DA METODOLOGIA .....	66
<b>4</b>	<b>RESULTADOS .....</b>	<b>67</b>
4.1	COMPARAÇÃO ENTRE OS MÉTODOS DE MATRIZ DE TRANSFERÊNCIA E MOBILIDADE.....	67
4.2	COEFICIENTE DE ABSORÇÃO SONORA DAS AMOSTRAS FABRICADAS ..	68
<b>4.2.1</b>	<b>Geometria não otimizada .....</b>	<b>69</b>
<b>4.2.2</b>	<b>Geometria 2D otimizada.....</b>	<b>72</b>
<b>4.2.3</b>	<b>Combinações da geometria otimizada .....</b>	<b>82</b>
<b>4.2.4</b>	<b>Geometria 3D otimizada.....</b>	<b>84</b>
<b>5</b>	<b>CONSIDERAÇÕES FINAIS.....</b>	<b>86</b>
5.1	TRABALHOS FUTUROS .....	87
	<b>REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS .....</b>	<b>88</b>



## 1 INTRODUÇÃO

O tema da absorção sonora é de suma importância no contexto da Engenharia Acústica. Dentre as principais técnicas de controle de ruído, a capacidade de dissipação de energia dos materiais é uma das mais exploradas e utilizadas em diversos setores, como na acústica de salas, indústria automotiva, aeronáutica e no desenvolvimento de produtos em geral. Ao longo do desenvolvimento das teorias acústicas, diversos modelos e materiais foram explorados e demonstraram grande capacidade para a resolução dos problemas de ruído enfrentados.

Entretanto, com o desenvolvimento da indústria e da tecnologia, novas demandas passam a existir, como a redução de custo, massa e tamanho dos materiais. Parte desses desafios não podem ser sanados com as técnicas até agora conhecidas e, nos anos mais recentes, uma nova forma de projetar materiais acústicos vem sendo estudada. Aliado a isso, o desenvolvimento computacional, que permite a exploração de novas geometrias por meio de algoritmos de otimização, e de novas técnicas de fabricação permite a exploração de novas formas de construção de dispositivos acústicos e até mesmo da aplicação de teorias já conhecidas, que antes não poderiam ser implementadas.

A esta nova forma de concepção dos materiais, dá-se o nome de metamateriais acústicos, que permitem a investigação de propriedades não antes acessadas, como a microgeometria dos materiais e o acoplamento de diversas teorias acústicas num mesmo dispositivo. Limitações como a necessidade de grandes espessuras e massas de material para atenuação de baixas frequências, por exemplo, começam a ser superadas.

O presente trabalho tem como proposta o projeto e fabricação de um metamaterial absorvedor acústico para atenuação de médias e baixas frequências. Com o uso de teorias acústicas já estabelecidas, códigos computacionais para geração e otimização da geometria por algoritmo genético e técnicas modernas de fabricação, espera-se propor um fluxo de projeto capaz de contribuir para o desenvolvimento de novos materiais acústicos.

### 1.1 OBJETIVOS

Os objetivos deste trabalho são:

- **Geral:**

- Projetar e fabricar metamateriais de absorção sonora para atenuação de médias e baixas frequências.

- **Específicos:**

- Desenvolver códigos computacionais para geração das geometrias e cálculos acústicos;
- Implementar um algoritmo genético fazendo uso de pacotes computacionais livres;
- Fabricar o material projetado e caracterizá-lo experimentalmente.

## 1.2 ORGANIZAÇÃO DO DOCUMENTO

O trabalho se inicia com uma fundamentação teórica dos principais aspectos importantes para o desenvolvimento do projeto, como equações básicas, conceito de metamaterial e informações a respeito das técnicas utilizadas. O capítulo 3 trata da metodologia empregada e aborda os códigos computacionais desenvolvidos ao longo do estudo. No capítulo 4 os resultados obtidos serão mostrados e discutidos. Por fim, no capítulo 5, algumas conclusões a respeito do conteúdo exposto serão feitas, além de ideias para prosseguimento da pesquisa.

## **2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA E REVISÃO BIBLIOGRÁFICA**

Este capítulo será destinado à apresentação dos principais conceitos e equações utilizados ao longo do trabalho.

### **2.1 ABSORÇÃO SONORA**

Um dos principais efeitos que há possibilidade de ocorrer quando uma onda sonora atinge uma superfície é a absorção sonora. Este efeito é primordialmente importante dentro das técnicas de controle de ruído e sua compreensão é imprescindível para o desenvolvimento de novos materiais absorvedores de ruído.

A absorção sonora se dá, principalmente, pela transformação da energia da onda acústica em energia térmica e é promovida por quatro mecanismos principais: viscosidade do fluido, trocas térmicas, dissipação estrutural e relaxação molecular. Os dois últimos não serão abordados neste trabalho, pois possuem menor importância no desenvolvimento do projeto, visto que os materiais propostos podem ser considerados de estrutura rígida e a relaxação é mais importante em grandes dimensões ou meios externos.

#### **2.1.1 Mecanismos de absorção sonora**

Os efeitos de atrito da viscosidade do ar, assim como as trocas de calor com a estrutura, por meio das rápidas expansões e compressões do ar, serão detalhadas a seguir.

##### **2.1.1.1 Viscosidade do ar**

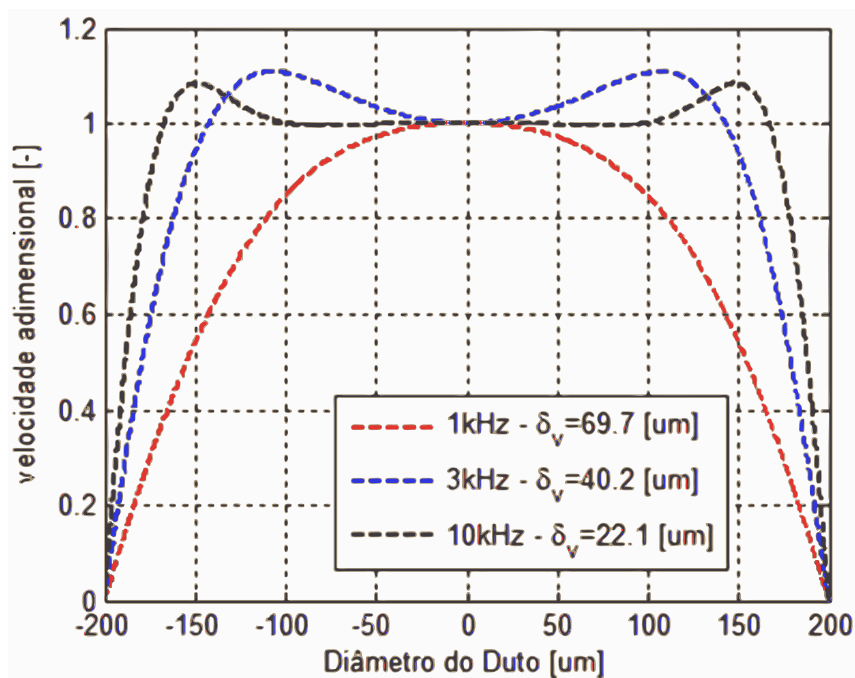
Os efeitos de fricção viscosa são a principal causa da absorção sonora no contexto de materiais porosos e dutos estreitos, correspondendo de 60% a 70% da absorção total (MAREZE, 2013). Este efeito surge da interação do fluido (neste caso, o ar) com a parede ou a interface sólida de uma estrutura, o que gera uma descontinuidade de velocidade de partícula e propagação e conseqüentemente uma tensão cisalhante, transformando a energia cinética da onda sonora em calor, sendo este um processo irreversível. Essa descontinuidade de velocidade na verdade representa uma região de transição, denominada camada limite viscosa, que é mais espessa para fluidos mais viscosos e menos para fluidos menos viscosos. A espessura da camada limite também varia com a frequência da onda sonora, sendo mais espessa nas baixas frequências. Entretanto, vale ressaltar que

baixas frequências são mais difíceis de serem absorvidas em comparação com as altas frequências. Assim, uma fina camada limite viscosa é suficiente para promover dissipação considerável na região mais alta do espectro sonoro. A Figura 1 representa o perfil de velocidade criado em um duto devido à influência da camada limite viscosa. A espessura da camada é calculada por:

$$\delta_v = \sqrt{\frac{2\eta}{\omega\rho_0}}, \quad (2.1)$$

sendo  $\eta$  a viscosidade dinâmica do ar,  $\omega$  a frequência angular e  $\rho_0$  a densidade do ar.

Figura 1 – Representação do perfil de velocidade em um duto para diferentes frequências.



Fonte: (MAREZE, 2013)

#### 2.1.1.2 Difusão térmica

O movimento oscilatório das ondas sonoras cria regiões de compressão e rarefação no ar, gerando um fluxo de calor da região mais quente para a região mais fria. A perda de energia associada a este fenômeno termodinâmico pode ser relativamente pequena considerando uma onda sonora se propagando em campo livre. Entretanto, quando em contato com uma superfície sólida, o gradiente de temperatura entre esta e o ar circundante é responsável por uma considerável perda de energia da onda sonora, correspondendo de 20% a 30% da dissipação sonora total (MAREZE, 2021). Novamente uma camada limite (agora térmica) é criada na interface do sólido com o ar e as mesmas considerações feitas

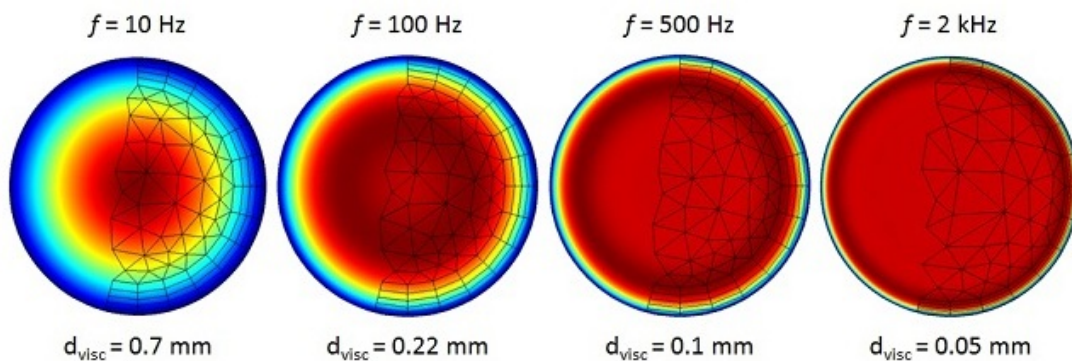
para o caso da camada limite viscosa se aplicam à camada térmica. A espessura da camada limite térmica é obtida por:

$$\delta_t = \sqrt{\frac{2\eta}{\omega\rho_0 P_r}}, \quad (2.2)$$

sendo  $P_r$  o número de Prandtl.

A Figura 2 mostra mais uma representação da variação da camada limite na interface com um sólido em função da frequência. Os efeitos de camada limite térmica e viscosa se estendem a uma distância da ordem de  $\delta_t$  e  $\delta_v$ , respectivamente (TEMKIN, 2001), assim é interessante notar que quanto menor a dimensão do duto ou poro, maiores são os efeitos das camadas termo viscosas na propagação sonora.

Figura 2 – Representação da camada limite viscosa de um fluido em função da frequência.



Fonte: (COMSOL, 2016).

### 2.1.2 Equação da onda com dissipação

A fim de representar os efeitos acima citados, pode-se escrever a equação da onda clássica com os efeitos de dissipação. As equações básicas, de acordo com Temkin (2001) e Eerden (2000), são a equação da continuidade, da conservação da quantidade de movimento, da energia e a equação de estado para um gás ideal, dadas respectivamente por

$$\rho_0 \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial p}{\partial t} = 0, \quad (2.3)$$

$$\rho_0 \frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial p}{\partial x} = \frac{4}{3} \eta' \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}, \quad (2.4)$$

$$\rho_0 C_p \frac{\partial T}{\partial t} = K_f \Delta T + \frac{\partial p}{\partial t}, \quad (2.5)$$

$$p = \rho R_0 T, \quad (2.6)$$

sendo  $p$  a pressão sonora dada em Pa,  $u$  a velocidade de partícula em m/s,  $\rho_0 = 1,21 \text{ kg/m}^3$  a densidade do ar,  $K_f = 0,026 \text{ W/m.K}$  a condutibilidade térmica,  $C_p = 1,0048 \text{ kJ/kg.K}$  o calor específico à pressão constante e  $R_0 = 287,031 \text{ J/kg.K}$  a constante do gás. O termo  $\eta'_0$  é

$$\eta'_0 = \eta \left[ 1 + \frac{3\eta_b}{4\eta} \right], \quad (2.7)$$

em que  $\eta = 1,84 \cdot 10^{-5} \text{ Pa.s}$  é a viscosidade dinâmica do ar e  $\eta_b = 0,66\eta \text{ Pa.s}$  é a viscosidade de volume. Os valores dados são referentes à temperatura, pressão e umidade ambientes e podem variar com a alteração destas quantidades.

Alguns comentários podem ser feitos acerca das equações 2.3 a 2.6. Primeiro, note que as variáveis são escritas somente em termos da coordenada espacial  $x$ , que é o caso de interesse do trabalho e que será melhor explicitado posteriormente. Além disso, as variáveis são escritas em termos de seu valor total, isto é, seu valor médio mais a perturbação causada pela propagação sonora, exceto as variáveis que apresentam subíndices, as quais expressam um valor constante. Por último, é importante notar que os termos responsáveis pela dissipação sonora (viscosidade e condutibilidade térmica do ar) são agora acrescentados. Na derivação da equação da onda sem dissipação, estes termos são considerados nulos.

Considerando uma variação harmônica temporal do tipo  $p(x, t) = \tilde{P}(x)e^{j\omega t}$  para a pressão acústica, obtém-se a formulação dada na Equação 2.8, conhecida como Equação de *Helmholtz* com dissipação:

$$\frac{\partial^2 \tilde{P}(x)}{\partial x^2} + \tilde{k}^2 \tilde{P}(x) = 0, \quad (2.8)$$

e a solução do campo de pressão e velocidade de partícula assumem a forma:

$$\tilde{p}(x, t) = \left( \tilde{p}_a e^{-j\tilde{k}_c x} + \tilde{p}_b e^{+j\tilde{k}_c x} \right) e^{j\omega t}, \quad (2.9)$$

$$\tilde{u}(x, t) = \frac{1}{\tilde{Z}_c} \left( \tilde{p}_a e^{-j\tilde{k}_c x} - \tilde{p}_b e^{+j\tilde{k}_c x} \right) e^{j\omega t}. \quad (2.10)$$

O termo complexo  $\tilde{k}$  é o número de onda e é da forma  $\tilde{k} = k_1 + jk_2$  e é responsável por acrescentar os efeitos de dissipação nas equações, com  $k_1$  representando a propagação da onda e  $k_2$  a atenuação. Da Equação 2.8, pode-se escrever  $\tilde{k}^2$  na forma (MAREZE, 2021)

$$\tilde{k}^2 = \omega^2 \frac{\tilde{\rho}_{\text{ef}}(\omega)}{\tilde{K}_{\text{ef}}(\omega)}, \quad (2.11)$$

em que o fluido é representado como um novo fluido equivalente pela densidade e módulo de compressibilidade efetivos. Essas quantidades agora são complexas e variáveis com a frequência  $\omega$ , e, para alguns modelos teóricos, dependem do tipo de área de seção transversal (cilíndrica, triangular, quadrangular etc).

### 2.1.3 Propagação sonora em dutos cilíndricos

A propagação sonora em dutos estreitos é fortemente influenciada pelos efeitos termo viscosos expostos até aqui. Diversos autores propuseram diferentes modelos analíticos que descrevem a propagação com dissipação da onda sonora em função da densidade  $\tilde{\rho}_{ef}(\omega)$  e do módulo de compressibilidade  $\tilde{K}_{ef}(\omega)$  efetivos. A seguir, o modelo para dutos com seção transversal circular, conhecido como *low reduced frequency* (LRF), será abordado.

#### 2.1.3.1 Modelo de Zwikker e Kosten

O modelo LRF foi proposto por Zwikker e Kosten (1949) e parte das equações 2.3 a 2.6, porém, para que o modelo seja válido, as seguintes hipóteses e condições de contorno devem ser consideradas (MAREZE, 2013):

- O meio deve ser homogêneo;
- Não há a presença de escoamento;
- Devem haver apenas perturbações de pequena amplitude, sem recirculação e sem turbulência;
- O tubo é suficientemente longo, de maneira que os efeitos de terminações são insignificantes;
- O raio do duto é muito menor que o comprimento de onda em propagação, ou seja,  $K_0 R \ll 1$ ;
- A parede do duto é rígida;
- A velocidade radial do fluido é igual a zero sobre o raio do tubo;
- A condutividade e a capacidade térmica da parede do tubo são grandes, comparadas às do fluido.

Assim, levando em consideração as premissas acima e a propagação da onda na direção axial, os autores apresentam as novas propriedades do fluido equivalente como

$$\tilde{K}_{\text{ef}}(\omega) = P_0 \gamma / \left[ \gamma + (\gamma - 1) \frac{J_2(j^{3/2} s \sqrt{\text{Pr}})}{J_0(j^{3/2} s \sqrt{\text{Pr}})} \right], \quad (2.12)$$

$$\tilde{\rho}_{\text{ef}}(\omega) = -\rho_0 \frac{J_0(j^{3/2} s)}{J_2(j^{3/2} s)}, \quad (2.13)$$

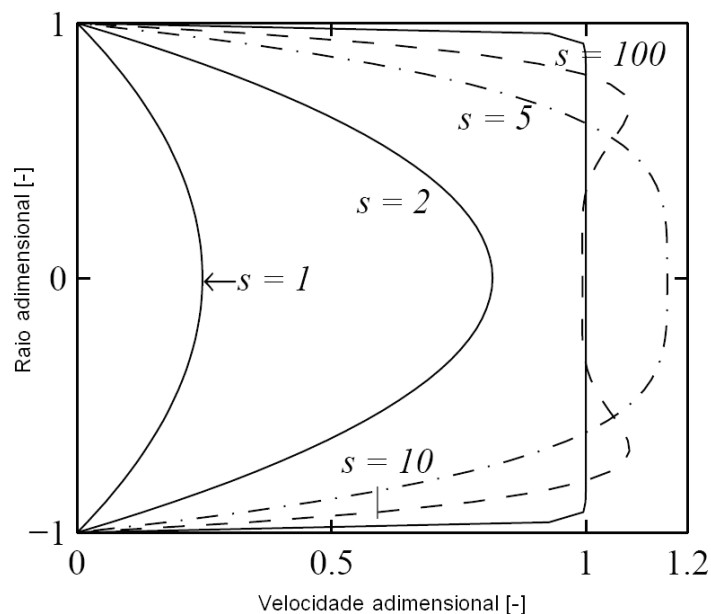
sendo  $\text{Pr} = 0,71$  o número de Prandtl,  $P_0 = 101325$  Pa a pressão estática,  $\gamma = 1,4$  a razão de calores específicos a pressão e a volume constante,  $j = \sqrt{-1}$  e  $J_0$  e  $J_2$  funções de Bessel de primeira espécie e ordem 0 e 2, respectivamente. A variável  $s$  é conhecida como o número de onda de cisalhamento (ou número de Reynolds acústico) e representa uma medida da razão entre as forças inerciais e viscosas, sendo determinada por

$$s = R \sqrt{\frac{\rho_0 \omega}{\eta}}, \quad (2.14)$$

em que  $R$  é o raio do duto e  $\omega$  a frequência angular.

Para  $s \ll 1$  os efeitos viscosos são dominantes e o tubo pode ser considerado estreito. Para  $s \gg 1$  os efeitos de inércia são dominantes e o tubo é considerado largo (EERDEN, 2000). A Figura 3 ilustra os perfis de velocidade formados no tubo em função do número de onda de cisalhamento. Percebe-se que para pequenos valores de  $s$ , o perfil se aproxima do caso da curva de 1 kHz da Figura 1 e para grandes valores de  $s$ , o perfil se aproxima do caso da curva de 10 kHz.

Figura 3 – Representação do perfil de velocidade em função do número de onda de cisalhamento.



Fonte: (MAREZE, 2009).



Das equações 2.12 e 2.13, pode-se obter a nova impedância característica e o número de onda, ambos complexos, de acordo com Zwikker e Kosten (1949)

$$\tilde{Z}_c(\omega) = \sqrt{\tilde{\rho}_{\text{ef}} \tilde{K}_{\text{ef}}}, \quad (2.15)$$

$$\tilde{k}_c(\omega) = \omega \sqrt{\frac{\tilde{\rho}_{\text{ef}}}{\tilde{K}_{\text{ef}}}}. \quad (2.16)$$

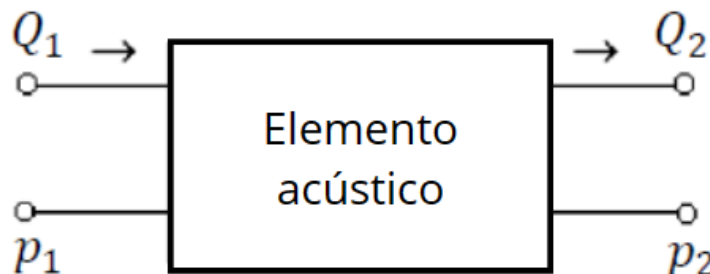
Dessa forma, tem-se um novo fluido equivalente modificado pelos efeitos dissipativos. É interessante notar que os efeitos viscosos e térmicos são tratados separadamente pelos termos  $\tilde{\rho}_{\text{ef}}$  e  $\tilde{K}_{\text{ef}}$ , respectivamente. Esta solução pode ser aplicada a dutos com raio variando de  $10^{-3}$  cm a muitos centímetros (ALLARD; ATALLA, 2009) e até o limite de ondas planas com  $f_c = 1,84c_0/\pi d$ , sendo  $d$  o diâmetro do duto e  $c_0$  a velocidade do som.

## 2.2 MODELOS DE MATRIZES DE QUATRO POLOS

Na modelagem de materiais acústicos, muitas vezes é de interesse do projetista a combinação de vários elementos. No entanto, a resolução do sistema de equações considerando o campo de pressão e velocidade acústicas pode se tornar complexa quando se tem múltiplas entradas e saídas. Para tal aplicação, os modelos de matrizes de quatro polos (ou *n-port methods*) são de extrema utilidade.

Considerando os campos de pressão e velocidade para ondas planas dados nas equações 2.9 e 2.10, pode-se representar um elemento acústico prescrevendo essas duas variáveis de estado na entrada e na saída deste (GLAV; ABOM, 1997), assim como representado pela Figura 4, em que  $Q(x, t)$  é a velocidade de volume.

Figura 4 – Representação da matriz de 4 polos.



Fonte: Adaptado de (MAREZE, 2013).

Desta forma, cada elemento de comprimento  $L_e$  e área  $S_e$  é representado como uma matriz de 4 polos (ou matriz 2x2). Atribuindo uma condição de pressão ou velocidade conhecida na entrada do sistema, pode-se obter a variável de interesse na saída e vice

versa. Além disso, é possível obter a impedância na superfície do elemento.

### 2.2.1 Matriz de transferência

Considerando um elemento de área de seção transversal constante e que a onda acústica se propaga somente em uma direção, pode-se escrever a relação entre as variáveis de entrada e saída como

$$\begin{Bmatrix} p_1 \\ Q_1 \end{Bmatrix} = [T_e] \begin{Bmatrix} p_2 \\ Q_2 \end{Bmatrix}, \quad (2.17)$$

em que  $T_e$  é a matriz de transferência do elemento e os subíndices 1 e 2 representam a entrada e a saída do sistema, respectivamente. Para o caso particular de um duto, como mostrado na Figura 5, e considerando a identidade  $e^{j\omega t} = \cos(\omega t) + j\sin(\omega t)$ , a matriz  $T_e$  é dada por (MAREZE, 2021)

$$T_e = \begin{bmatrix} \cos(\tilde{k}_c L_e) & j\frac{\tilde{Z}_e}{S_e} \sin(\tilde{k}_c L_e) \\ j\frac{S_e}{\tilde{Z}_c} \sin(\tilde{k}_c L_e) & \cos(\tilde{k}_c L_e) \end{bmatrix}. \quad (2.18)$$

O termo  $S_e$  vem da relação  $Q(x, t) = u(x, t)S_e$ . Observe que os termos  $\tilde{k}_c$  e  $\tilde{Z}_c$  acrescentam dissipação ao sistema e são calculados conforme apresentado na sessão anterior. Para o caso em que se deseja concatenar diversos elementos em série, a matriz global  $T_g$  do sistema será a multiplicação das matrizes individuais de cada elemento que o compõe. Desta forma, podemos escrever

$$\mathbf{T}_g = \prod_{n=1}^{N_e} \mathbf{T}_e = \begin{bmatrix} A_g & B_g \\ C_g & D_g \end{bmatrix} \quad (2.19)$$

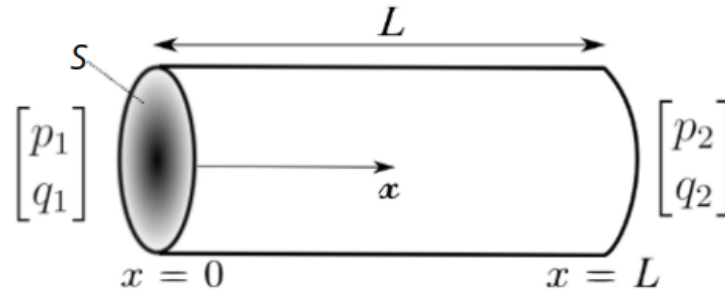
Segundo Scavone (1997), a impedância na superfície do sistema pode ser obtida por

$$\tilde{Z}_s(\omega) = S_0 \frac{B_g + A_g \tilde{Z}_L(\omega)}{D_g + C_g \tilde{Z}_L(\omega)} \quad (2.20)$$

em que  $\tilde{Z}_L$  é a impedância de radiação na saída e  $S_0$  a área de entrada no ponto de aplicação de pressão (ou de velocidade de volume). Para o caso particular de terminação de parede rígida, tem-se

$$\tilde{Z}_s(\omega) = S_0 \frac{A_g}{C_g}. \quad (2.21)$$

Figura 5 – Duto de seção constante.



Fonte: Adaptado de (SILVA et al., 2021).

### 2.2.2 Matriz de mobilidade

Uma outra abordagem, conhecida como método da matriz de mobilidade (MMM), estende o método da matriz de transferência para múltiplas portas, ou seja, é possível prever e obter múltiplas entradas e saídas para o sistema. Isto é possível, segundo Tuozzo et al. (2021) e Frid (1989), escrevendo os vetores nodais em termos das mesmas variáveis de campo (um para pressão e outro para velocidade) e realizando algumas manipulações algébricas, de forma a obter o seguinte sistema

$$\left[ K_e \right] \left\{ p \right\} = \left\{ q \right\}, \quad (2.22)$$

em que a matriz  $K_e$  é a matriz de mobilidade do elemento. Nota-se que a equação acima possui a mesma forma do clássico sistema acústico de elementos finitos (MAREZE et al., 2021), porém os termos de massa, rigidez e amortecimento são condensados em uma única matriz. Além disso, a montagem do sistema global ocorre da mesma forma em ambos os métodos. Por isso, o método da matriz de mobilidade também é conhecido como FETM (do inglês, *Finite Element Transfer Method*) (MAREZE et al., 2021).

De acordo com Eerden (2000), a matriz  $K_e$  para um elemento de duto semelhante ao da Figura 5, considerando os efeitos de dissipação termo viscosas, é escrita como

$$\mathbf{K}_e = \frac{S_e G_e}{c_0 \sinh(\Gamma_e k_0 L_e)} \begin{bmatrix} \cosh(\Gamma_e k_0 L_e) & -1 \\ -1 & \cosh(\Gamma_e k_0 L_e) \end{bmatrix}, \quad (2.23)$$

em que  $k_0$  é número de onda do ar. A variável  $\Gamma_e$  é conhecida como uma constante de propagação complexa, dada por

$$\Gamma = j \frac{\tilde{k}_c}{k_0}. \quad (2.24)$$

O coeficiente  $G_e$ , segundo Mareze et al. (2021), representa um fator de correção para a

nova impedância característica complexa e é obtido por

$$G_e = \frac{j}{\Gamma} \left( \frac{\gamma P_0}{\tilde{K}_{ef}} \right). \quad (2.25)$$

### 2.2.2.1 Montagem e resolução do sistema global

Para a montagem do sistema global de equações, as condições de equilíbrio e continuidade devem ser satisfeitas em cada nó acústico (MAREZE et al., 2021), isto é, as pressões são as mesmas em todos os nós conectados e a soma dos fluxos de massa (ou velocidade de volume) nos nós de saída deve ser igual ao fluxo aplicado nos nós de entrada. Considere a Figura 6, que representa quatro dutos conectados.

Figura 6 – (a) Dutos interconectados e (b) respectivo modelo unidimensional.



Fonte: (MAREZE et al., 2021).

Cada elemento possui dois nós e cada nó (representado pelos números 1, 2, 3, 4 e 5) possui um grau de liberdade (a pressão acústica). Além disso, assume-se que cada elemento possui condição de parede rígida e que a velocidade de partícula é nula nas fronteiras, exceto para os elementos em que a velocidade é imposta. Dessa forma, é possível montar uma tabela de conectividades (Tabela 1), que representa os nós que formam cada elemento.

Tabela 1 – Conectividade dos elementos.

Número do elemento	Conectividade
1	1 - 2
2	2 - 3
3	2 - 4
4	2 - 5

Fonte: (MAREZE et al., 2021).

A matriz global é montada inserindo-se cada termo das matrizes elementares em uma posição de acordo com a tabela de conectividades, como demonstra a Equação 2.26

$$K = \begin{bmatrix} K_{11}^{e1} & K_{12}^{e1} & 0 & 0 & 0 \\ K_{21}^{e1} & C & K_{12}^{e2} & K_{12}^{e3} & K_{12}^{e4} \\ 0 & K_{21}^{e2} & K_{22}^{e2} & 0 & 0 \\ 0 & K_{21}^{e3} & 0 & K_{22}^{e3} & 0 \\ 0 & K_{21}^{e4} & 0 & 0 & K_{22}^{e4} \end{bmatrix}, \quad (2.26)$$

sendo  $C = K_{22}^{e1} + K_{11}^{e2} + K_{11}^{e3} + K_{11}^{e4}$ , em que o subscrito representa a posição na matriz elementar e o sobrescrito indica o número do elemento, de acordo com a Figura 6. A fim de resolver o sistema da Equação 2.22 para a pressão acústica, impõe-se uma condição de velocidade  $u$  no nó 1, de forma a se obter

$$\begin{bmatrix} K_{11}^{e1} & K_{12}^{e1} & 0 & 0 & 0 \\ K_{21}^{e1} & C & K_{12}^{e2} & K_{12}^{e3} & K_{12}^{e4} \\ 0 & K_{21}^{e2} & K_{22}^{e2} & 0 & 0 \\ 0 & K_{21}^{e3} & 0 & K_{22}^{e3} & 0 \\ 0 & K_{21}^{e4} & 0 & 0 & K_{22}^{e4} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} p_1 \\ p_2 \\ p_3 \\ p_4 \\ p_5 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \rho_0 S_{e1} u_1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix}, \quad (2.27)$$

em que o termo  $\rho_0 S_{e1} u_1$  representa o fluxo de massa nodal. A solução do sistema é obtida por:

$$\{\mathbf{p}\} = [\mathbf{K}]^{-1} \{\mathbf{q}\}, \quad (2.28)$$

e a impedância de superfície

$$\tilde{Z}_s(\omega) = \frac{1}{n_s} \sum_{j=1}^{n_s} \frac{p_j}{u_j}, \quad (2.29)$$

sendo  $n_s$  o número de nós na superfície e  $p_j$  e  $u_j$  as pressões e velocidades nodais nas superfícies dos elementos, respectivamente. Para o exemplo apresentado, o contador  $j$  é igual a 1.

### 2.2.3 Correção do comprimento equivalente

Devido à efeitos de inércia na propagação da onda sonora, o comprimento acústico dos dutos difere do comprimento geométrico. Assim, uma correção devido à este fenômeno deve ser aplicada em ambos os modelos expostos até aqui.

As equações para aplicação desta correção diferem de acordo com o arranjo dos dutos, porém para dutos adjacentes conectados à dutos principais, considerando o arranjo

que será mostrado na seção de metodologia, Mareze (2013) recomenda a redução dos dutos adjacentes (horizontais) considerando o valor do diâmetro dos dutos principais. Desta forma, o comprimento equivalente dos dutos adjacentes é

$$L_{\text{eq}} = L - \frac{1}{N} \sum_{v=1}^N d_v, \quad (2.30)$$

sendo  $L$  o comprimento geométrico do duto adjacente,  $N$  o número de dutos verticais conectados a ele e  $d_v$  o diâmetro de cada duto vertical. Este deve ser o comprimento dos dutos horizontais aplicado às equações do método da matriz de mobilidade neste trabalho.

#### 2.2.4 Coeficiente de absorção sonora

Como visto, é possível recuperar a impedância de superfície através de ambos os métodos apresentados. Porém, esta ainda deve ser corrigida pela porosidade  $\phi$  do sistema, dada pela razão entre a área de entrada e a área total do mesmo. Assim, a impedância final é da forma

$$\tilde{Z}_f(\omega) = \frac{\tilde{Z}_s(\omega)}{\phi}. \quad (2.31)$$

A partir da impedância, obtém-se o coeficiente de reflexão sonora, calculado por

$$R = \frac{\tilde{Z}_s - \rho_0 c_0}{\tilde{Z}_s + \rho_0 c_0}, \quad (2.32)$$

e o coeficiente de absorção por incidência normal

$$\alpha = 1 - |R|^2. \quad (2.33)$$

O termo  $\rho_0 c_0$  é a impedância característica do ar.

Caso seja desejado associar mais de um conjunto de dutos por meio de suas impedâncias, como no caso de ressonadores associados em paralelo, pode-se obter a impedância total do sistema por

$$\tilde{Z}_t = \frac{1}{\sum_{i=1}^n \frac{1}{\tilde{Z}_f}}, \quad (2.34)$$

em que  $\tilde{Z}_f$  é a impedância final obtida anteriormente.

Além disso, a impedância obtida do modelo de matriz de mobilidade, pode ser combinada, por exemplo, em série com um material poroso. Para este sistema, a impedância

final é

$$\tilde{Z}_s = \tilde{Z}_c \left( \frac{\tilde{Z}_{\text{meta}} + j\tilde{Z}_c \tan(\tilde{k}_c L)}{\tilde{Z}_c + j\tilde{Z}_{\text{meta}} \tan(\tilde{k}_c L)} \right), \quad (2.35)$$

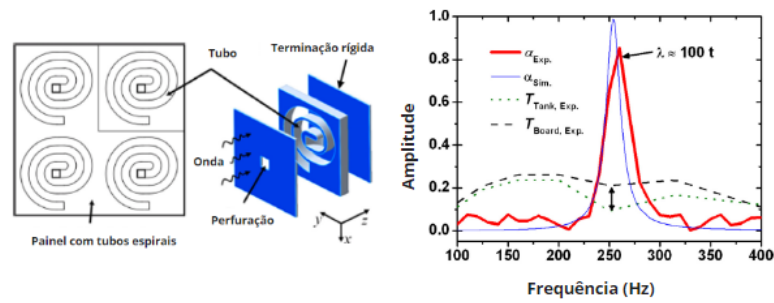
em que  $\tilde{Z}_c$  é a impedância característica,  $\tilde{k}_c$  o número de onda e  $L$  a espessura do material poroso.  $\tilde{Z}_{\text{meta}}$  é a impedância de superfície do metamaterial, obtida das equações acima. Note a função tangente utilizada na equação, pois, neste caso, o material poroso está apoiado sobre o metamaterial, configurando um sistema aberto-aberto.

### 2.3 METAMATERIAIS ACÚSTICOS

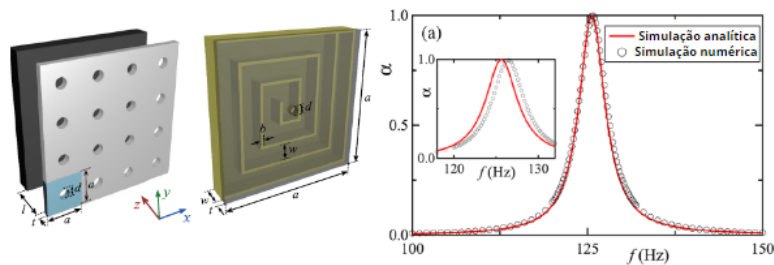
Metamateriais acústicos são materiais que apresentam características acústicas atípicas e incomuns em comparação com os materiais naturalmente encontrados na natureza (MAREZE et al., 2021; ALMEIDA, 2019). Este comportamento advém primordialmente da sua geometria e estrutura em vez do material em que são fabricados (KUMAR; LEE, 2019), sendo possível construí-los para um fim específico.

Existem diversas topologias de metamateriais acústicos para diferentes aplicações. Em se tratando de absorção sonora, diversos autores reportaram trabalhos envolvendo variadas metodologias para a construção de um metamaterial. Cai et al. (2014) reportaram um meta absorvedor acústico formado por espaços enrolados com espessura de subcomprimento de onda (Figura 7a). O absorvedor consiste de um tubo em espiral coplanar embutido em uma placa perfurada tradicional apoiada em superfície rígida, que absorve quase que totalmente a energia sonora incidente para uma frequência específica, funcionando de maneira semelhante a um ressonador de Helmholtz, porém com espessura total muito menor do que o requerido com um absorvedor desse tipo. De forma semelhante, Li e Assouar (2016) propuseram uma meta superfície ultrafina para completa absorção na região de baixas frequências consistindo de uma placa perfurada seguida de um tubo de seção quadrada enrolada em uma cavidade apoiada em superfície rígida (Figura 7b).

Figura 7 – Metamateriais baseados em ressonadores em espiral.



(a)



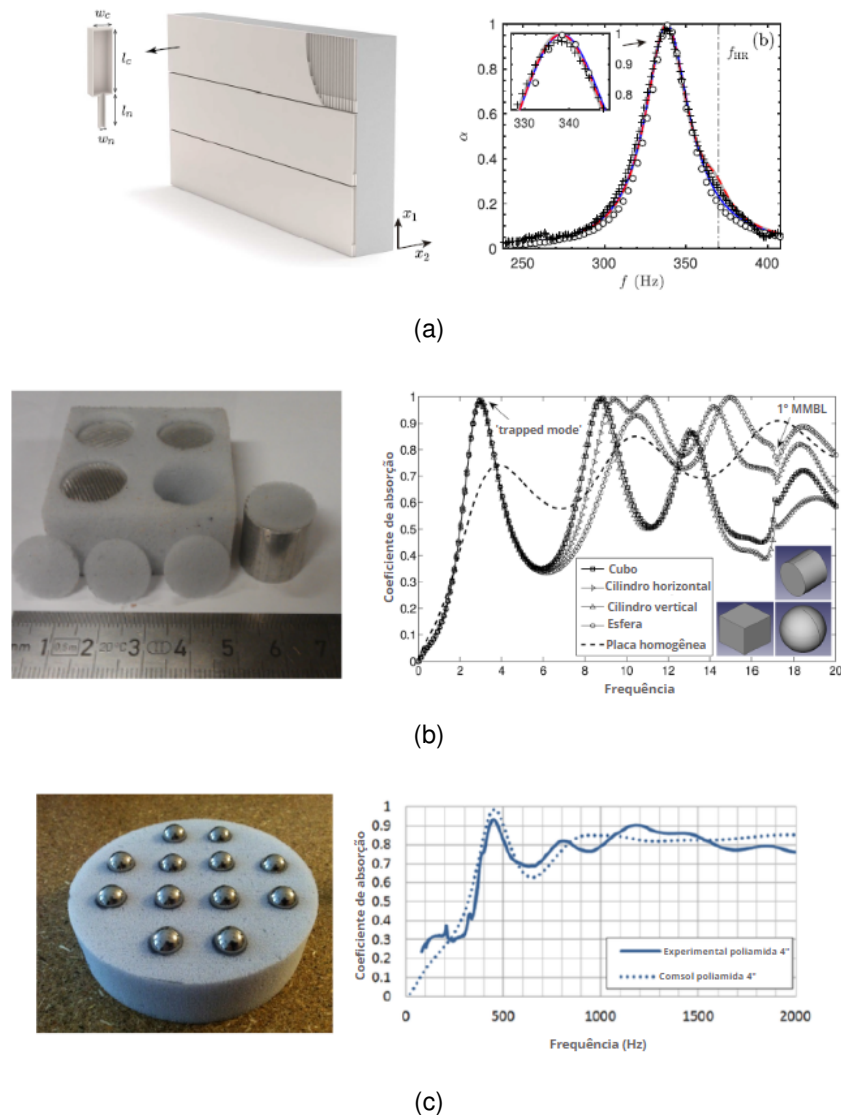
(b)

Fonte: (a) Adaptado de Cai et al. (2014) (b) Adaptado de Li e Assouar (2016).

Jiménez et al. (2016) reportaram um meta absorvedor acústico quasi-omnidirecional com uma espessura de subcomprimento de onda. O material consiste em um arranjo de ressonadores de Helmholtz cobertos com um painel de fendas periódicas (Figura 8a). Groby et al. (2014) estudaram o efeito de inclusões rígidas em materiais porosos (Figura 8b). Os autores utilizaram inclusões esféricas, cônicas, cúbicas, cilíndricas e em formato de anel em uma espuma de melamina e observaram, além de outros fatores, o efeito de diferentes espessuras e formatos das inclusões na curva de absorção sonora. Eles concluíram que tais inclusões geram um efeito de aumento da absorção na região de baixas frequências. Além das características das inclusões, a característica do material poroso também afeta o mecanismo de absorção, principalmente a resistividade ao fluxo do material. Slagle e Fuller (2015) também estudaram o efeito de inclusões rígidas em uma espuma melamínica (Figura 8c). Neste estudo, as inclusões possuíam formato esférico, porém o material das esferas pôde ser variado. Da mesma forma, observou-se um aumento na curva de absorção sonora na região de baixas frequências, principalmente no caso de esferas mais massivas. O primeiro comportamento, generalizado para qualquer tipo de inclusão, é explicado pelo fato de as inclusões causarem efeitos de espalhamento e difração na propagação da onda sonora no interior do material poroso. O último, segundo os autores, deve-se ao fato de que inclusões com massas maiores se deslocam mais dentro do material poroso, amplificando os efeitos de amortecimento da onda sonora dentro do material.



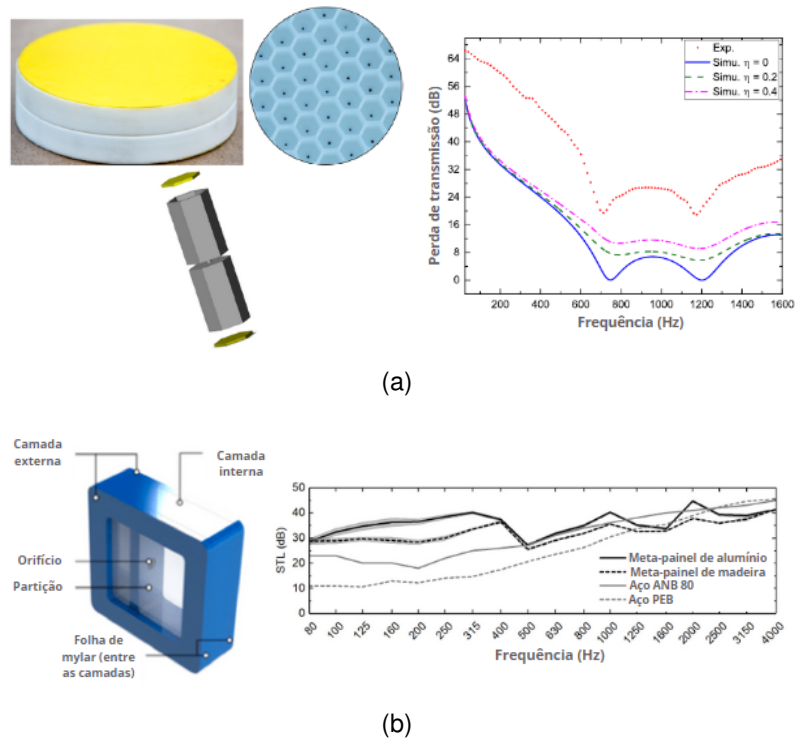
Figura 8 – Metamateriais baseados em inclusões.



Fonte: (a) (JIMÉNEZ et al., 2016) (b) Adaptado de Groby et al. (2014) (c) Adaptado de Slagle e Fuller (2015).

Metamateriais também podem ser otimizados para atuarem como barreiras acústicas para espaços internos e externos. Kumar et al. (2018) demonstraram um metamaterial do tipo membrana para mitigação do som em baixas frequências. O material consiste em um tubo de seção hexagonal em ambas as extremidades fechadas com uma membrana. Demonstrou-se que é possível obter uma perda de transmissão de 45 dB ponderado em A em frequências abaixo de 500 Hz (Figura 9a). Ang, Koh e Lee (2019) reportaram uma meta superfície para controle de ruído em baixas frequências, consistindo de duas placas finas de Mylar seguidas de um ressonador montadas com duas placas rígidas externas. O material mostrou desempenho acústico superior em comparação com os isolantes disponíveis no mercado (Figura 9b).

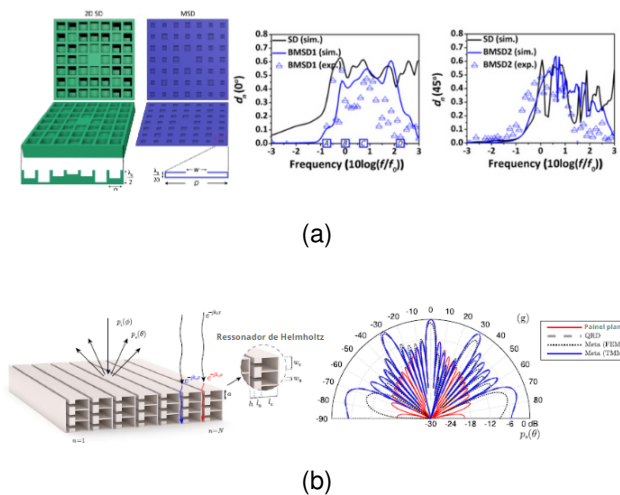
Figura 9 – Metamateriais baseados em membranas.



Fonte: (a) (KUMAR et al., 2018) (b) Adaptado de Ang, Koh e Lee (2019).

Outra aplicação interessante dos metamateriais acústicos é no campo dos materiais difusores. Zhu et al. (2017) e Jimenez et al. (2017) reportaram meta superfícies difusoras consistindo de arranjos de ressonadores de Helmholtz e fendas estreitas cuja performance é similar ou superior aos difusores tradicionais, porém com espessura total 10 a 40 vezes menor do que o comprimento de onda projetado (Figuras 10a e 10b).

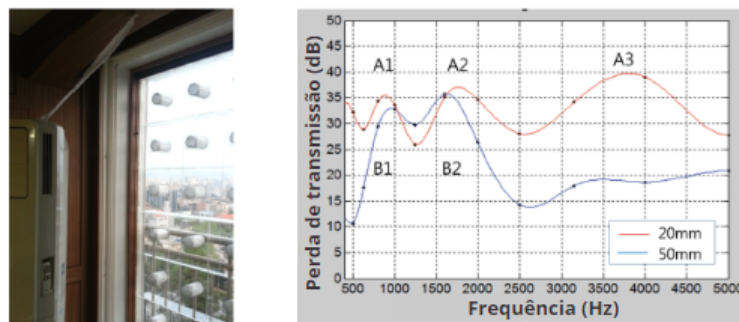
Figura 10 – Metamateriais difusores acústicos.



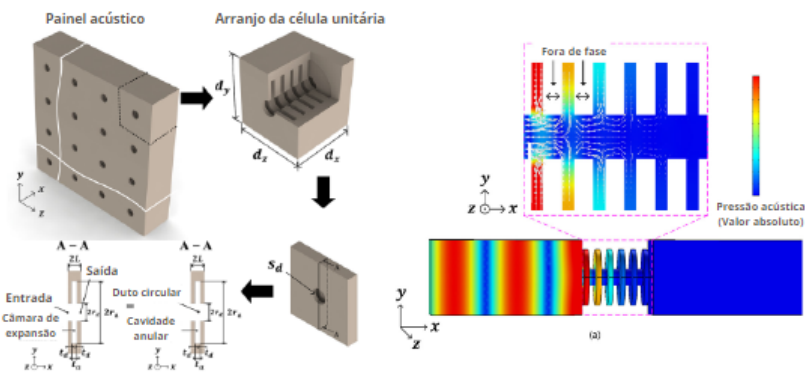
Fonte: (a) (ZHU et al., 2017) (b) Adaptado de Jimenez et al. (2017).

Além das aplicações citadas, metamateriais também podem ser usados em sistemas onde é necessária a circulação de ar juntamente ao controle do ruído. Kim e Lee (2014) apresentaram uma janela à prova de som para médias a baixas frequências que permite a passagem de ar, consistindo de um arranjo de ressonadores agregados a aplicação de um material dissipativo. O material apresentou perda de transmissão significativa de 20 a 35 dB na faixa de 700 Hz a 2200 Hz (Figura 11a). Jung, Kim e Lee (2018) apresentaram um *muffler* consistindo de um duto central fechado por um arranjo de cavidades anulares. A atenuação é alcançada devido ao descasamento de impedância entre a seção do duto e da cavidade (Figura 11b).

Figura 11 – Metamateriais que permitem a passagem de ar.



(a)



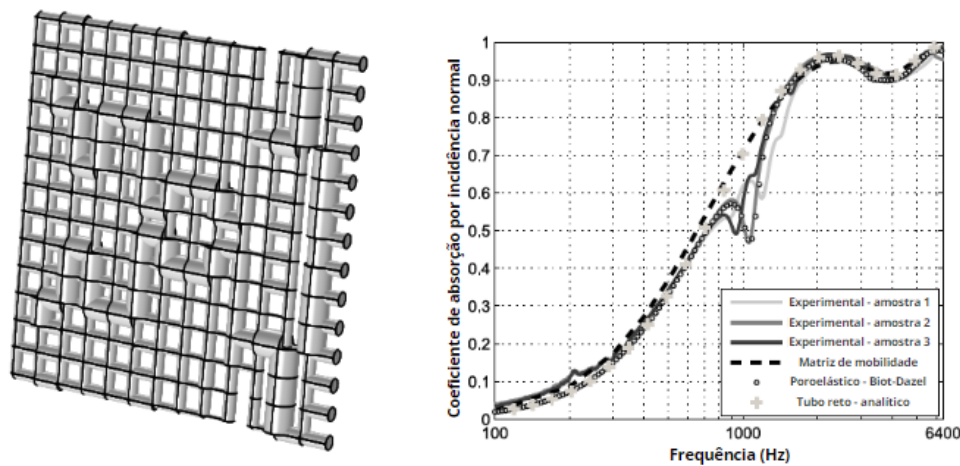
(b)

Fonte: (a) Adaptado de Kim e Lee (2014) (b) Adaptado de Jung, Kim e Lee (2018).

Entretanto, meta absorvedores não se limitam apenas a princípios ressonantes ou estruturas periódicas. Em um sentido mais amplo, guias de onda sub micrométricos que apresentam características acústicas que não são originadas pela composição química do material ou não são naturalmente encontradas na natureza, também podem ser chamados de metamateriais acústicos (ARJUNAN; BAROUTAJI; ROBINSON, 2021). Mareze et al. (2021) utilizaram uma rede de micro dutos (Figura 12) para modelagem de materiais porosos. A abordagem utilizada pelos autores foi primeiro introduzida por Eerden (2000) e combina efeitos dissipativos e reativos, já que os espaços criados pelos tubos estreitos po-

dem ser vistos como pequenos ressonadores, que produzem um efeito de descasamento de impedância devido à variação dos diâmetros e conferem elevada dissipação viscotérmica à passagem da onda sonora devido aos diâmetros de ordem submilimétrica. Neste estudo, o modelo desenvolvido foi comparado a dados experimentais de uma amostra de espuma de melamina e de alumínio poroso, além de modelos analíticos, como o JCA, e resultados satisfatórios foram obtidos. A metodologia empregada, segundo os autores, permite a aplicação de um algoritmo de otimização visando a absorção sonora de médias e baixas frequências, porém mantendo ou diminuindo a espessura da amostra.

Figura 12 – Metamaterial baseado em múltiplos ressonadores.



Fonte: Adaptado de (MAREZE et al., 2021).

## 2.4 MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS

O método dos elementos finitos (MEF) é um procedimento bem estabilizado e difundido nas mais diversas áreas da engenharia, portanto a intenção desta sessão é elucidar os principais aspectos relacionados à sua aplicação no presente trabalho.

O método consiste na decomposição de um domínio (ou geometria) em um número finito de subdomínios (ou elementos) (MADENCI; GUVEN, 2015) de forma a avaliar uma função em pontos específicos do espaço, conhecido como nós. Para um problema acústico, pode-se avaliar, por exemplo, pressões acústicas nestes pontos. Fazendo uso de uma analogia acústico-mecânica, pode-se escrever a relação das pressões nodais com uma força (ou velocidade de volume) imposta como condição de contorno, da seguinte forma

$$[H + j\omega D - \omega^2 Q] \{p\} = -j\omega \{q\}, \quad (2.36)$$

em que H é conhecida como matriz de rigidez acústica, D a matriz de amortecimento

acústica e  $Q$  a matriz de massa acústica. Na forma integral, as matrizes de massa e rigidez para um problema tridimensional podem ser escritas como (ATALLA; SGARD, 2015)

$$H(\hat{p}, \delta\hat{p}) = \int_{\Omega_f} \frac{1}{\rho_0} (\nabla\hat{p} \cdot \nabla\delta\hat{p}) \, dV, \quad (2.37)$$

$$Q(\hat{p}, \delta\hat{p}) = \int_{\Omega_f} \frac{1}{\rho_0 c_0^2} \hat{p} \delta\hat{p} \, dV, \quad (2.38)$$

sendo  $\hat{p}$  o campo de pressão exato do problema,  $\delta\hat{p}$  uma pequena variação admissível para este campo,  $dV$  o elemento de volume e  $\Omega_f$  o domínio contínuo do problema acústico. Na prática, o domínio  $\Omega_f$  é dividido em subdomínios  $\Omega_e$ , que por sua vez são computados em termos de elementos de referência  $\Omega_r$ .

#### 2.4.1 MEF 3D viscotérmico

A matriz de amortecimento foi propositalmente omitida, pois está relacionada à dissipação do sistema. No presente estudo, o domínio acústico é modelado como um fluido equivalente e portanto, a dissipação será acrescentada ao sistema em termos da densidade e velocidade de som.

Como elucidado anteriormente, em um sistema dissipativo, a densidade do meio se transforma em uma densidade complexa e variável com a frequência. Assim, a formulação dada na Equação 2.13 é utilizada no lugar da variável real  $\rho_0$ . Além da densidade, a velocidade do som também pode ser representada em termos de uma nova velocidade complexa e variável com a frequência. Na verdade, esta é uma consequência direta da relação  $k_0 = \omega/c_0$ . Considerando a Equação 2.16, tem-se que

$$\tilde{c}_c = \frac{\omega}{\tilde{k}_c}, \quad (2.39)$$

ou de forma equivalente

$$\tilde{c}_c = \sqrt{\frac{\tilde{K}_{ef}}{\tilde{\rho}_{ef}}} = j \frac{c_0}{\Gamma}, \quad (2.40)$$

sendo  $\Gamma$  a constante de propagação complexa, assim como definido na equação 2.24. Assim, a fim de representar os fenômenos dissipativos no modelo de elementos finitos, os novos termos de densidade e velocidade complexos são utilizados nas equações 2.37 e 2.38.

Após a obtenção das pressões nodais, de acordo com Mareze (2022), pode-se calcular a velocidade de partícula para cada elemento utilizando a equação de Euler, na

forma

$$u_e = -\frac{\nabla p_i}{j\omega\tilde{\rho}_{\text{ef}}(\omega)}. \quad (2.41)$$

Essa formulação é válida considerando funções de forma lineares para tetraedros (um grau de liberdade por nó), tal que:

$$N_i = \left\{ \begin{array}{c} 1 - \xi_i - \xi_j - \xi_k \\ \xi_i \\ \xi_j \\ \xi_k \end{array} \right\}, \quad (2.42)$$

na qual,  $\xi_i$ ,  $\xi_j$  e  $\xi_k$  são as coordenadas do sistema local (adimensional). Portanto, o gradiente dessas funções de forma é encontrado como:

$$\nabla N_i = \begin{bmatrix} -1 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (2.43)$$

Neste caso, a velocidade de partícula é constante no interior dos elementos. O termo  $\nabla p_i$ , calculado por

$$\nabla p_i = \{\text{dir}\}_{(1 \times 3)} \cdot [J^{-1} \cdot \nabla N_i]_{(3 \times 4)} \cdot \{p_i\}_{(4 \times 1)}, \quad (2.44)$$

representa o gradiente da pressão nos nós que formam o elemento. A variável  $\{\text{dir}\} = \{0, 1, 0\}$  é o vetor direção da velocidade de partícula (nesse caso avaliada no eixo y) e  $J^{-1}$  o inverso da matriz Jacobiana.

Por fim, pode-se obter a impedância acústica de superfície pela relação entre pressão acústica e velocidade de partícula, de acordo com as equações 2.29 e 2.31, exceto pelo termo  $n_s$ , que se torna o número de elementos da malha na superfície.

## 2.5 ALGORITMOS DE OTIMIZAÇÃO

O processo de otimização pode ser definido como o ato de obter o melhor resultado sob certas circunstâncias, ou ainda, o processo de encontrar condições que resultem no máximo ou no mínimo valor de uma função (RAO, 2020). De forma geral, segundo Rao (2020), um problema de otimização pode ser definido da seguinte forma:

$$\text{Encontre } \mathbf{X} = \begin{Bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{Bmatrix} \text{ que minimize } f(\mathbf{X}),$$

sujeito às restrições

$$\begin{aligned} g_j(\mathbf{X}) &\leq 0, \quad j = 1, 2, \dots, m, \\ l_j(\mathbf{X}) &= 0, \quad j = 1, 2, \dots, p, \end{aligned} \quad (2.45)$$

em que  $\mathbf{X}$  é conhecido, do inglês, como *design vector*,  $f(X)$  é a função objetivo e  $g_j(\mathbf{X})$  e  $l_j(\mathbf{X})$  são conhecidas como restrições de igualdade e desigualdade. O problema posto acima é conhecido como um problema de otimização restrita. Em problemas de otimização irrestritos, as condições postas pela Equação 2.45 inexistem.

Existem diversas abordagens e algoritmos de otimização, como os métodos baseados em gradiente e os baseados em probabilidade (conhecidos como heurísticos). A seguir, o método utilizado neste trabalho será apresentado em maiores detalhes. Este método faz parte de uma família de algoritmos conhecidos como *evolutivos*.

### 2.5.1 Algoritmo genético

Algoritmos genéticos (AGs) são algoritmos computadorizados de busca e otimização baseados na mecânica da genética natural e da seleção natural e foram originalmente propostos por John Holland em 1975 (RAO, 2020). Estes algoritmos podem ser incluídos na classe de métodos de otimização heurísticos, que possuem as seguintes características principais (RAO, 2020): são abordagens estocásticas ou probabilísticas; são intuitivos ou baseados em tentativa e erro; utilizam estratégias que imitam o comportamento ou as características da natureza; tendem a encontrar o máximo global de uma função; e tendem a encontrar uma solução ótima, mas não necessariamente sempre. AGs diferem dos métodos tradicionais de otimização nos seguintes aspectos (RAO, 2020):

- Uma população de *design vectors* é utilizada para iniciar a busca em vez de somente um indivíduo. Esta é uma das características que evitam que o algoritmo encontre um máximo e/ou mínimo local;
- Utilizam somente o valor da função objetivo, sem levar em consideração suas derivadas, o que faz com que seja menos custoso computacionalmente em relação aos métodos determinísticos (a depender da quantidade de variáveis do problema);
- As variáveis podem ser representadas como vetores binários, embora vetores de números reais também possam ser utilizados;

- A cada nova geração, uma nova população é criada utilizando métodos randômicos de seleção e mutação (assim como na teoria da evolução natural). Embora randômicos, os métodos exploram novas combinações de forma eficiente, baseados nos valores obtidos da função objetivo.

As características citadas são abordadas pelos AGs a partir de três componentes principais, a saber: seleção, cruzamento e mutação. Além destas, o processo de otimização envolve a criação da população inicial e da avaliação da função objetivo. A seguir, cada uma destas etapas serão abordadas de forma sucinta.

#### 2.5.1.1 Operadores genéticos

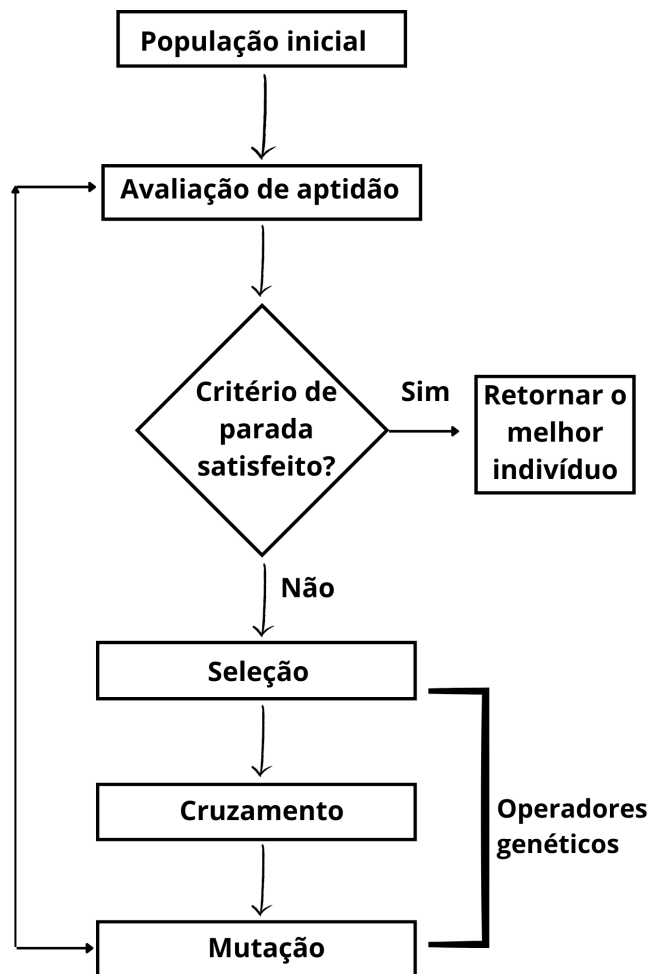
- **Criação da população inicial:** A população inicial é um conjunto de soluções possíveis para o problema, escolhidas de forma randômica. Um indivíduo de uma população é formado por um conjunto de características (genes), sendo representado computacionalmente por um vetor de números inteiros ou reais. Na prática, estas características são as variáveis que se deseja otimizar ao final do processo;
- **Avaliação da função objetivo:** A função objetivo representa a condição que se deseja otimizar. O valor da função é calculado para cada indivíduo da população na primeira e a cada nova geração. Os indivíduos com maiores valores são mais aptos a permanecerem na geração seguinte;
- **Seleção:** Este operador é responsável por escolher os indivíduos que serão os pais da nova geração. É um procedimento baseado em probabilidade, que por sua vez é relacionada ao valor da função objetivo para cada indivíduo;
- **Cruzamento:** Nesta etapa, os indivíduos da nova população são gerados através da combinação das características dos “pais”.
- **Mutação:** Na etapa de mutação, os novos indivíduos gerados podem sofrer pequenas alterações em suas características. Este processo geralmente ocorre com uma baixa probabilidade e é responsável por inserir diversidade na população (WIR-SANSKY, 2020).

Além destes operadores, AGs podem ser implementados com o uso de elitismo, que consiste em repassar os indivíduos com os maiores valores da função objetivo diretamente para a próxima geração. Este processo pode ser feito com o objetivo de evitar a perda de possíveis boas soluções para o problema. Cada operador citado pode ser implementado de diversas formas. Rao (2020) e Wirsansky (2020) abordam alguns detalhes



destas implementações, sendo algumas delas apresentadas na metodologia deste trabalho. O ciclo básico do processo de otimização por algoritmos genéticos pode ser visto na Figura 13. Após a geração da população inicial, a aptidão de cada indivíduo é avaliada de acordo com a função objetivo. Caso o critério de parada (número máximo de iterações, erro relativo entre outros) não seja satisfeito, os operadores genéticos são utilizados para selecionar os indivíduos mais aptos a permanecerem na próxima geração e modificá-los de forma a inserir diversidade na população. Este ciclo se repete até que o critério de parada seja satisfeito. Os detalhes da implementação deste algoritmo no presente trabalho serão dados na seção 3.2.3.

Figura 13 – Estrutura básica de um algoritmo genético.



Fonte: O autor.

## 2.6 MANUFATURA ADITIVA

Popularmente conhecida como impressão 3D, a manufatura aditiva (MA) pode, segundo Volpato (2021), ser definida como um processo de fabricação por meio da adição de

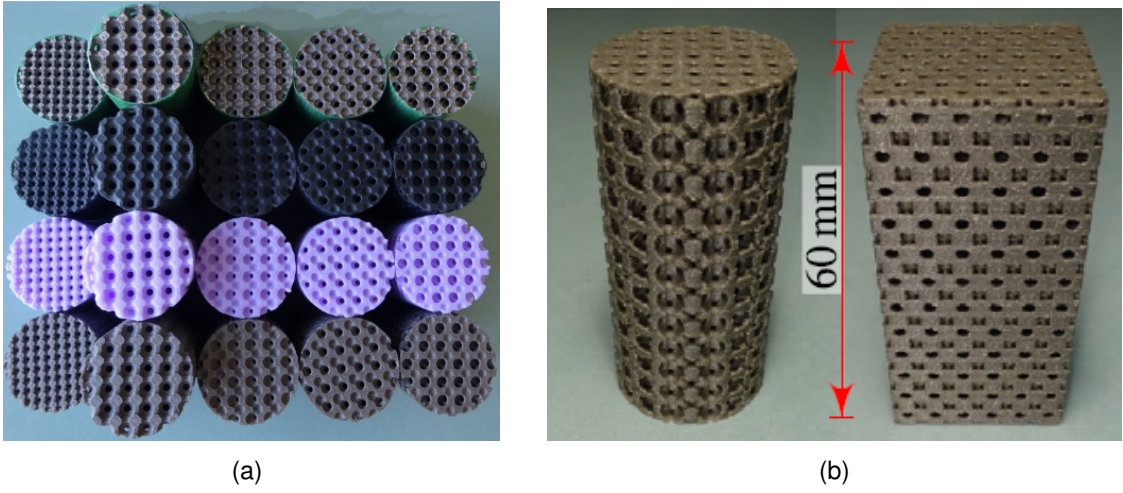
material na forma de camadas, com informações provenientes de modelos CAD (*computer-aided design*). Trata-se de um processo automatizado e que é baseado nas seguintes etapas: modelagem tridimensional da peça, obtenção do modelo em um formato apropriado (por exemplo, STL), planejamento do processo (fatiamento, definição de estruturas de suporte e estratégias de deposição de material), fabricação da peça e pós-processamento (limpeza, acabamento e etapas adicionais de processamento).

Além disso, o princípio de processamento das camadas dá origem a diversas classificações para o processo de manufatura aditiva. Dentre eles, estão o processo por extrusão de material (em que o material é extrudado através de um bico), o qual é utilizado na modelagem por fusão e deposição (do inglês, FDM), a fusão em Leito de pó, utilizado na tecnologia de sinterização seletiva a laser (do inglês, SLS) e a fotopolimerização em cuba, utilizada na tecnologia conhecida como estereolitografia (do inglês, SLA).

Embora possua limitações, principalmente quanto ao acabamento superficial e precisão das peças, a manufatura aditiva permite a fabricação de objetos complexos em um tempo relativamente curto, pensando em uma menor escala de fabricação. Por este motivo, esta tecnologia vem sendo utilizada para fabricação de materiais acústicos. Aliada ao desenvolvimento computacional, a MA permite a elaboração e investigação de novas formas de projeto de materiais acústicos, como os já citados metamateriais.

Zieliski et al. (2020) estudaram a influência de diversas tecnologias de fabricação (Figura 14a) no coeficiente de absorção sonora de uma peça previamente estabelecida e, de acordo com os autores, a tecnologia SLA foi a mais indicada para a fabricação das amostras. Opiela e Zieliski (2020) utilizaram a tecnologia de fabricação FDM para investigar e fabricar um material acústico por meio de modificações em sua microestrutura e reportaram discrepâncias entre o modelo teórico e as medições realizadas, devido a imperfeições nas amostras fabricadas, como inconsistências nos formatos e tamanhos, rugosidade da superfície, vazamentos etc. O material fabricado pode ser visto na Figura 14b.

Figura 14 – Amostras fabricadas por diferentes tecnologias de impressão.



Fonte: (a) (ZIELISKI et al., 2020) (b) (OPIELA; ZIELISKI, 2020).

### 3 METODOLOGIA

Neste capítulo, o metamaterial proposto será abordado, o qual se baseia no trabalho de Mareze et al. (2021). A geometria gerada será apresentada, bem como as ferramentas utilizadas para sua concepção computacional e fabricação. Os algoritmos e pacotes computacionais utilizados para a elaboração do algoritmo genético e para os cálculos analítico e numérico também serão apresentados. Todos eles foram escritos na linguagem de programação *Python*, versão 3.7.

#### 3.1 GERAÇÃO DA GEOMETRIA

A ideia básica da concepção do modelo de metamaterial proposto é a interconexão de pequenos dutos, de forma a criar um sistema de múltiplos ressonadores aliado à elevada dissipação viscotérmica. Esta dissipação está associada ao pequeno diâmetro dos dutos de ordem milimétrica ou submilimétrica.

Para a geração das coordenadas espaciais dos nós que formam a geometria, utilizou-se um código cedido pelo professor orientador deste trabalho, Paulo Mareze, escrito originalmente em *Matlab* e adaptado para a linguagem *Python*, o qual pode ser visto no Código. 3.1.

Código 3.1: Código utilizado para geração dos pontos que dão origem aos dutos.

```
1
2 import numpy as np
3 def gen_mesh(L1,L2,nelx,nely):
4
5     nnosx = nelx+1
6     nnosy = nely+1
7     dx = L1/(nelx)
8     dy = L2/(nely)
9     NumNos = nnosx*nnosy
10
11     #Coordenadas
12     Coord = []
13     for j in range(1,nnosy+1):
14         for i in range(1,nnosx+1):
15             Coord.append([(i-1)*dx,(j-1)*dy]) # em x e em y
16
17     #Conectividades
18     ix = 0
19     Conect = []
20     for j in range(0,nely):
```

```

21     for i in range(0,nelx):
22         Conect.append([ix,ix+nnosx])
23         #Elementos transversais
24         Conect.append([ix+nnosx,ix+nnosx+1])
25
26         #Elemento de cima que falta
27         if i==(nelx-1):
28             Conect.append([ix+1,ix+nnosx+1])
29
30         ix += 1
31     ix += 1
32     Coord = np.array(Coord)
33     Conect = np.array(Conect)
34     Num_elem = len(Conect)
35
36     return Coord,Conect,Num_elem,NumNos

```

Com os nós e as conectividades de cada elemento em mãos, pode-se gerar a geometria CAD de forma paramétrica. Isto foi feito com o uso do programa FreeCad e será abordado em mais detalhes a seguir.

### 3.1.1 FreeCad

FreeCAD é uma aplicação de código aberto para modelagem tridimensional paramétrica. Sua interface é subdividida em bancadas de trabalho, dentro das quais é possível criar e gerar esboços 2D, modelagens tridimensionais, operações booleanas e malhas. Além disso, o programa possui um ambiente intitulado “Macros”, o qual permite a criação e edição de geometrias por linha de comando, utilizando-se de comandos próprios e da linguagem de programação *Python*. Este ambiente foi utilizado para a geração das geometrias neste trabalho e a versão utilizada do programa foi a 0.19.

Com as informações das conectividades e coordenadas dos elementos descritas anteriormente, é possível gerar a rede de dutos distribuída no espaço bidimensional, como mostra o Código. 3.2, escrito para a geração desta geometria. Como pode ser visto, o ambiente Macros é um editor *Python* que opera dentro do *FreeCad*. Desta forma, com algumas linhas de código, é possível importar as informações necessárias e criar a geometria de interesse de forma paramétrica. Vale notar que os comandos contidos nas linhas 5 a 9 são necessários para que o programa reconheça a criação de uma nova geometria e a habilite para ser mostrada na interface gráfica do usuário.

A criação dos dutos individuais é feita pela geração de cilindros provenientes da bancada de trabalho *Part*. Após isso, novamente a bancada de trabalho *Part* pode ser utilizada para realizar a união final da geometria diretamente na interface gráfica do *software*,

obtendo desta forma um único objeto sólido. A partir deste momento, o objeto criado pode ser exportado em formatos apropriados para a realização de uma análise numérica, como os formatos .step ou .brep, ou ainda exportado em formato .stl para ser impresso.

Código 3.2: Código escrito no ambiente Macros do FreeCad para geração da rede de dutos.

```

1 import FreeCAD as App
2 import Part
3 import numpy as np
4
5 App.newDocument("rede_dutos_2D")
6 App.setActiveDocument("rede_dutos_2D")
7 App.ActiveDocument = App.getDocument("rede_dutos_2D")
8 Gui.ActiveDocument = Gui.getDocument("rede_dutos_2D")
9 doc = App.activeDocument()
10
11 coord = np.load('C:/Users/lucas/OneDrive/Area de trabalho/Eng acustica/
    TCC/CAD/FreeCad/Macros/geometria_2D/Coord_5dutos.npy')
12 coord = coord*1000
13 conect = np.load('C:/Users/lucas/OneDrive/Area de trabalho/Eng acustica/
    TCC/CAD/FreeCad/Macros/geometria_2D/Conect_5dutos.npy')
14 D = 1.5
15 Height = 4
16 lista_vol = []
17
18 for c in conect:
19
20     pos1 = coord[c[0]]
21     pos2 = coord[c[1]]
22
23     dx = pos2[0] - pos1[0]
24     dy = pos2[1] - pos1[1]
25     dz = 0
26     vec1 = App.Vector(pos1[0], pos1[1], 0)
27     vec2 = App.Vector(dx, dy, 0)
28
29     partCylinder = Part.makeCylinder(D/2, Height, vec1, vec2, 360)
30     lista_vol.append(partCylinder)
31
32     Part.show(partCylinder)

```

## 3.2 ALGORITMOS DE CÁLCULO

Nesta sessão, os algoritmos implementados para os cálculos analíticos, numéricos e para a otimização da geometria serão abordados em mais detalhes.

### 3.2.1 Implementação do método da matriz de mobilidade

Para a criação do algoritmo do método da matriz de mobilidade, as conectividades e as coordenadas dos elementos de duto abordados anteriormente são utilizadas. Além disso, a geometria do problema deve ser definida e o cálculo da impedância característica e do número de onda complexos são realizados, conforme mostrado no Código. 3.3.

Código 3.3: Definição e cálculo dos principais parâmetros para a montagem da matriz de mobilidade.

```

1 freq = np.arange(50,7010,10)
2 co = 343
3 ko = (2*np.pi*freq)/co
4 rho = 1.21
5
6 L1=0.016      #Comprimento total em x
7 L2=0.032      #Comprimento total em y
8 nelx=4        #Número de elementos em x
9 nely=8        #Número de elementos em y
10 Coord,Conect,num_elem,num_nos = gm.gen_mesh(L1,L2,nelx,nely)
11 #Características do duto
12 D = 0.0015*np.ones(len(Conect)) #Diâmetro do duto em [m]
13 Se = (np.pi*(D**2))/4
14
15 #Comprimento de cada elemento
16 Ln = np.array([np.sqrt(((Coord[i[1],0] - Coord[i[0],0])**2) + ((Coord[i
    [1],1] - Coord[i[0],1])**2)) for i in Conect])
17
18 #Correção do comprimento equivalente
19 hor_ducts = np.array([(valor, idx) for idx, valor in enumerate(Conect)
    if Coord[valor[0], 1] == Coord[valor[1], 1]])
20
21 i=0
22 for elem in hor_ducts[:,0]:
23     corr1 = [idx for idx,value in enumerate(Conect) if value[0] == elem
    [0] or value[1] == elem[0]]
24     corr2 = [idx for idx,value in enumerate(Conect) if value[0] == elem
    [1] or value[1] == elem[1]]
25

```

```

26     corr = list(np.unique(np.concatenate((corr1, corr2))))
27     for value in corr:
28         if value in hor_ducts[:,1]:
29             corr.remove(value)
30
31     Ln[hor_ducts[i,1]] -= np.mean(D[corr])
32     i+=1
33 #
34 kc = np.zeros(len(D), dtype=object)
35 zc = np.zeros(len(D), dtype=object)
36 visco = viscoterm(freq)
37 for i in range(len(D)):
38     kc[i], zc[i] = visco.circ(D[i]/2)

```

Após esta etapa, realiza-se a montagem das matrizes individuais e da matriz global, além da imposição das velocidades de volume nos nós de entrada. O cálculo da matriz inversa para resolução do sistema linear é feito com o uso da biblioteca *numpy* e da função *linalg.inv*. Após isso, pode-se calcular as pressões nodais e a impedância na superfície do material. O ajuste da porosidade de entrada é feito considerando a área total do dispositivo e a soma das áreas de cada duto de entrada. Com esta correção aplicada à impedância, calcula-se os coeficientes de reflexão e absorção. Este cálculo é mostrado no Código. 3.4.

#### Código 3.4: Imposição das velocidades

```

1 Zs = np.zeros(len(freq), dtype=complex) #Impedância de superfície [rayl]
2
3 N = 4 #quantidade de fileiras da célula unitária
4 q = np.zeros(len(Coord))
5 index = np.squeeze(np.argwhere(Coord[:,1]==0))
6 inlet_duct = [idx for idx, elem in enumerate(Conect) if elem[0] in index
7 ]
8 q[index] = (Se[inlet_duct]*1)/(rho*co)
9 area_in = np.sum(Se[inlet_duct])*N #Área de entrada
10 d_ext = 0.0275 #Diâmetro da amostra
11 por = area_in/((np.pi*(d_ext**2))/4)
12
13 for i in range(0, len(freq)):
14     K = np.zeros((num_nos, num_nos), dtype=complex) #Matriz de mobilidade
15     global
16     for j in range(len(Conect)):
17         Mat_mob = mt.mat_mob(ko[i], kc[j][i], zc[j][i], Ln[j], D[j])
18         l = int(Conect[j,0])
19         c = int(Conect[j,1])
20
21         K[l,l] += Mat_mob[0,0]

```



```

20     K[l,c] += Mat_mob[0,1]
21     K[c,l] += Mat_mob[1,0]
22     K[c,c] += Mat_mob[1,1]
23     K_inv = np.linalg.inv(K)
24     p = K_inv@q
25     Zs[i] =(np.sum(p[index]/(q[index]/Se[inlet_duct])))/((nelx+1)*por)
26
27 reflex = (Zs - (rho*co)) / (Zs + (rho*co))
28 absorcao = 1 - (np.abs(reflex)**2)

```

### 3.2.2 Implementação do Método de Elementos Finitos

A seguir, a implementação computacional do método de Elementos Finitos será apresentada. Para tal, utilizou-se um programa escrito em *Python* do aluno do curso de Engenharia Acústica da Universidade Federal de Santa Maria, Luiz Alvim, o qual pode ser encontrado em <https://github.com/gutoalvim/femder>. Algumas modificações no código original foram feitas de forma a adaptá-lo para o atual problema, tais como: cálculo da absorção sonora a partir das pressões nodais, aplicação da velocidade do som e densidade variáveis com a frequência e montagem das matrizes globais para cada frequência.

#### 3.2.2.1 Malha tridimensional

O código original utiliza o *software Gmsh* para a construção da malha de volume, o qual pode ser definido como um gerador de malha tridimensional de elementos finitos de código aberto, que se baseia em quatro módulos principais: geração da geometria, geração da malha, *solver* e pós-processamento (GEUZAINÉ; REMACLE, 2009). Estes módulos podem ser operados por meio de uma interface gráfica ou fazendo uso de uma API (*Application Programming Interface*), fornecida nas linguagens C++, C, *Python* ou Julia. O Código. 3.5 realiza a configuração dos principais parâmetros da malha, utilizando a API na linguagem *Python*.

Código 3.5: Configuração dos principais parâmetros da malha de volume.

```

1 import gmsh
2 filename,file_extension = os.path.splitext(path_to_geo)
3
4 if file_extension == '.geo' or file_extension == '.geo_unrolled' or
   file_extension == '.brep' or file_extension == '.step':
5
6     gmsh.initialize(sys.argv)

```

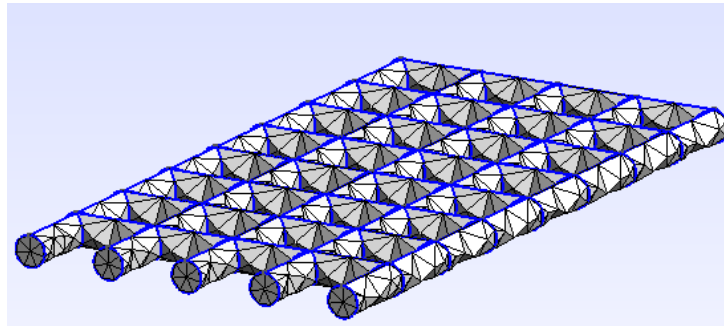
```

7  gmsh.open(self.path_to_geo)
8  gmsh.option.setNumber("Mesh.MeshSizeMax", Max_mesh_value)
9  gmsh.option.setNumber("Mesh.MeshSizeMin", Min_mesh_value)
10 gmsh.option.SetNumber("Mesh.Algorithm", 5)
11 gmsh.option.SetNumber("Mesh.Algorithm3D", 1)

```

A Figura 15 mostra uma malha gerada para a geometria base desse trabalho, que contém 3410 elementos de volume. Neste trabalho, os elementos de volume são tetraedros de 4 nós (lineares) e seus tamanhos máximos foram mantidos menores que o raio do maior duto.

Figura 15 – Discretização da geometria do metamaterial.



Fonte: O autor.

### 3.2.2.2 Aplicação do efeito viscotérmico

As conectividades e coordenadas dos elementos 1D do modelo analítico da matriz de mobilidade foram utilizadas como referência para o modelo MEF 3D. A aplicação da velocidade do som e densidade complexas é feita por meio do mapeamento dos elementos de malha que estão mais próximos de um determinado elemento 1D. Este elemento possui associado a si um diâmetro, que por sua vez está relacionado a uma velocidade do som e densidade efetivas. Assim, os elementos tetraédricos que estiverem mais próximos de um certo centro do elemento 1D (duto) receberão as propriedades do mesmo, como mostra o Código. 3.6.

Código 3.6: Mapeamento dos elementos da malha 3D em relação aos elementos 1D do modelo analítico.

```

1 centers3D_elem = [tetraCentroid(self.nos[elem[:]]) for elem in self.
    elem_vol]
2 centers2D_elem = [linecenter(self.nos_ref[elem[:]]) for elem in self.
    elem_ref]

```

```

3
4 list_dist = []
5 for elem in centers3D_elem:
6     list_aux = [distance(elem,elem_ref) for elem_ref in centers2D_elem]
7     min_dist = np.argwhere(list_aux == min(list_aux))
8     list_dist.append(min_dist)
9
10 list_dist = np.array(np.squeeze(list_dist))
11 self.list_dist = list_dist

```

A variável *list\_dist* tem tamanho igual ao número de elementos de volume da malha, sendo assim contém a informação do índice dos vetores de velocidade e densidade associado a eles. A velocidade do som e densidade complexas são calculadas em passo anterior ao início do cálculo do MEF, portanto são passadas como parâmetros das funções utilizadas nos cálculos, como mostra o Código. 3.7. A cada passo de frequência, os valores destas variáveis são modificados e um novo vetor relacionado ao diâmetro de cada duto é criado.

Código 3.7: Atribuição da velocidade do som e densidade complexas ao modelo MEF. Apenas a parte modificada do código é apresentada.

```

1 assemble_Q_H_4_ULTRAFAST(NumElemC, NumNosC, elem_vol, nos, c0, rho0, list_dist
    ):
2
3     .
4     .
5     .
6     argHe_, detJa_ = detJa_pre(Ja_, GNi, rho0, list_dist)
7     ptx, pty, ptz = gauss_4_points()
8     .
9     .
10    .
11    He, Qe = nint_tetra_4gauss(np.complex64(c0[list_dist[e]]), numba.
    complex64(rho0[list_dist[e]]), numba.complex64(argHe), detJa, ptx, pty,
    ptz)

```

### 3.2.2.3 Cálculo do coeficiente de absorção sonora

Após a obtenção das pressões nodais, o gradiente de pressão é calculado para cada elemento e para cada frequência, conforme apresenta o Código. 3.8.

Código 3.8: Cálculo do gradiente de pressão.

```

1 def compute_pressure_grad(self):
2
3     gradp = np.zeros((len(self.freq), self.NumElemC), dtype=np.complex64
4     )
5     B = invja_shapefunc(self.NumElemC, self.elem_vol, self.nos)
6     diry = np.array([0,1,0]) #Vetor de direção para cálculo da
7     velocidade de partícula
8     p_elem = self.pN[:, self.elem_vol[:]]
9
10    i = 0
11    j = 0
12    for i in range(len(self.freq)):
13        for j in range(self.NumElemC):
14            gradp[i,j] = diry@B[:, :, j]@np.transpose([p_elem[i, j, :]])
15
16    self.gradp = np.array(gradp)

```

Assim, pode-se calcular as velocidades de partícula para cada elemento como pode ser visto no Código. 3.9. Note que a variável “obj.rho0” aqui representa a densidade efetiva complexa, mantida com esse nome apenas por questões de compatibilidade com o algoritmo original.

#### Código 3.9: Cálculo da velocidade de partícula.

```

1 obj.compute_pressure_grad()
2
3 vel_part = np.zeros((len(obj.freq), obj.NumElemC), dtype=np.complex64)
4 for i in range(obj.NumElemC):
5     vel_part[:, i] = -((obj.gradp[:, i])/(1j*obj.w*obj.rho0[:, obj.
6     list_dist[i]]))

```

A partir deste momento, com o mapeamento dos elementos que estão na superfície do material, pode-se obter a impedância na superfície conforme o Código. 3.10. O coeficiente de absorção sonora é obtido de acordo com a subseção 2.2.4.

#### Código 3.10: Cálculo da impedância de superfície.

```

1 Zs = np.zeros(len(obj.freq), dtype=np.complex64)
2 Zs_total = np.zeros((len(obj.freq), len(ext_list)), dtype=np.complex64)
3
4 p_points = obj.q[:].indices
5 for j in range(len(ext_list)):
6     vel_part_media = vel_part[:, ext_list[j]]
7     vel_part_media = np.mean(vel_part_media, axis=1, dtype=np.complex128)
8

```

```

9     pts = obj.elem_vol[ext_list[j]]
10    p = obj.pN[:,p_points[j]]
11    Zs = p/vel_part_media
12    Zs_total[:,j] = Zs
13
14 Zs_total = np.sum(Zs_total,axis=1)/len(ext_list)

```

O tempo de computação deste algoritmo para cada frequência considerando a quantidade de elementos utilizada é de aproximadamente 2,5 segundos. Utilizou-se um computador com memória RAM de 8 GB e processador intel core i5 de sétima geração.

### 3.2.3 Processo de otimização

Para a implementação do algoritmo genético discutido na subseção 2.5.1, fez-se uso de um pacote computacional de código aberto, o qual será abordado a seguir. O parâmetro escolhido para a otimização do metamaterial é o diâmetro dos dutos. Um ponto a se destacar, é que o algoritmo proposto utiliza o modelo analítico do método de matriz de mobilidade para o cálculo da função objetivo. Isto faz com que o processo de otimização se torne mais rápido em comparação a modelos que utilizam métodos numéricos.

#### 3.2.3.1 DEAP Python

*Distributed Evolutionary Algorithms in Python* (DEAP) é um pacote computacional escrito em *Python*, que permite a criação e teste de algoritmos evolutivos de uma forma rápida e eficiente (FORTIN et al., 2012). Este pacote foi escolhido pela sua facilidade de implementação, escrita clara do código e vasta documentação disponível.

DEAP utiliza o paradigma de programação orientado ao objeto, assim sua construção é baseada na definição de diferentes classes, métodos e atributos que compõem o objeto. Os três principais módulos necessários para a concepção de um algoritmo neste ambiente são o *creator*, o *base* e o *algorithms*. O módulo *creator* oferece ao usuário a capacidade da definição das primeiras características do processo de otimização, como a escolha de um problema de maximização ou minimização e a forma como os indivíduos da população serão gerados. O módulo *base* fornece as definições dos atributos do indivíduo e da população, como as restrições para a geração de novas características e tamanho do indivíduo (quantidade de genes que o descrevem), além da definição dos algoritmos dos operadores genéticos utilizados ao longo do processo. Por fim, o módulo *algorithms* reúne as informações configuradas e inicializa a execução do algoritmo genético. Dentro deste módulo existem algumas opções de algoritmos *built-in*, entretanto é possível customizá-los.

### 3.2.3.2 Construção do código

Uma parte do código utilizado para a inicialização do algoritmo genético é mostrado no Código. 3.11. Como pode ser visto, o *script* se inicia por meio da importação dos módulos *base* e *creator* da biblioteca DEAP. Com o módulo *creator*, a classe *FitnessMax* é criada e herda as características da classe<sup>1</sup> *base.Fitness (built-in)*, com o adicional do atributo *weights*, que define os pesos que serão dados aos valores obtidos da função objetivo. Desta forma, cria-se uma estratégia de maximização da função objetivo. Em contrapartida, caso o desejo seja minimizar esta função, o atributo *weights* recebe valores negativos. É importante ressaltar que os valores deste parâmetro devem ser do tipo de dado *tupla*, independentemente de se tratar de uma função multiobjetivo ou não.

Após isso, a classe *Individual* é criada e especifica o tipo de dado que conterà as características de cada indivíduo do processo de otimização. Neste caso, cada indivíduo gerado será do tipo *list* e terá como atributo adicional o valor da função de peso criada anteriormente. A partir deste momento, pode-se definir características mais específicas para a geração dos indivíduos e da população. Isto é feito com a classe *toolbox* do módulo *base*. Esta classe possui dois métodos principais, o *register* e o *unregister*, responsáveis por armazenar ou deletar as configurações feitas. Assim, por meio da função *gen\_float*, define-se que os genes que formam cada indivíduo serão gerados de forma aleatória com a utilização da função *uniform* do módulo *random* e que terão seus valores máximos e mínimos especificados pelos atributos *minD* e *maxD*. Estes representam os diâmetros dos dutos. Além disso, a função *individual* é responsável pela criação do indivíduo com um tamanho especificado pelo atributo *num\_elem* e com as características passadas pela função *gen\_float* e pela classe *Individual*. A criação da população é definida pela função *population* e é especificada como sendo do tipo *list* e contendo indivíduos provenientes da função *individual*. O tamanho da população é definido posteriormente.

Código 3.11: Configurações iniciais do algoritmo genético utilizando o pacote DEAP.

```

1
2 from deap import algorithms
3 from deap import base
4 from deap import creator
5 from deap import tools
6
7 creator.create("FitnessMax", base.Fitness, weights=(-1.0,))
8 creator.create("Individual", list, fitness=creator.FitnessMax)
9
10 toolbox = base.Toolbox()
11 toolbox.register("gen_float", random.uniform, minD, maxD)

```

<sup>1</sup>O segundo parâmetro passado ao método *create* representa uma classe da qual características serão herdadas. Parâmetros adicionais passados à função são interpretados como novos atributos desta classe.

```

12 toolbox.register("individual", tools.initRepeat, creator.Individual,
    toolbox.gen_float, num_elem)
13 toolbox.register("population", tools.initRepeat, list, toolbox.
    individual)

```

Após este processo inicial, pode-se definir a função objetivo e os algoritmos dos operadores genéticos. O pacote DEAP disponibiliza diversos algoritmos diferentes para a implementação dos operadores e, embora existam algumas estratégias ideais dependendo do tipo de problema existente, é importante que se faça alguns testes para que se possa escolher a melhor delas.

O Código. 3.12 mostra o trecho de código utilizado para a definição destas características do algoritmo genético. Na primeira linha de código do trecho, o apelido *evaluate* é dado à função *evalabs*, que é a função objetivo definida pelo usuário. Os parâmetros *Connect* e *Coord* são passados diretamente à função *evalabs* à cada vez que esta é executada e representam as conectividades e as coordenadas dos elementos, os quais são utilizados para o cálculo do coeficiente de absorção por meio do método da matriz de mobilidade.

Na próxima linha de código, o método de seleção por torneio é escolhido fazendo uso da classe *tools* e o parâmetro *toursize* especifica quantos indivíduos participarão do torneio a cada seleção. Este método se baseia unicamente no valor da função objetivo de cada indivíduo, assim o indivíduo mais apto é escolhido como pai da próxima geração. A estratégia de cruzamento é especificada pelo parâmetro *mate* e utiliza a função *cxSimulatedBinaryBounded*. Esta função é aplicada a vetores de números reais e gera novos indivíduos a partir dos atributos dos pais e do parâmetro de espalhamento *eta*. Quanto maior é o valor deste parâmetro, os novos indivíduos serão mais similares aos pais. Valores normalmente utilizados estão entre 10 e 20 (WIRSANSKY, 2020). Além disso, os parâmetros *low* e *up* especificam os limites para a geração de novas características (neste caso, o diâmetro).

Por fim, define-se a estratégia de mutação (*mutate*) fazendo uso da função *mutPolynomialBounded*. Esta função utiliza polinômios para gerar uma distribuição de probabilidade, definida pelo parâmetro *indpb*. Assim, gera-se uma variação no atributo do indivíduo que reside nas redondezas do valor original e tem seus limites estipulados pelos parâmetros *low* e *up*. Novamente, o fator de espalhamento *eta* pode ser utilizado, produzindo valores mais parecidos com o original a medida que aumenta.

Código 3.12: Definição da função objetivo e dos operadores genéticos.

```

1 toolbox.register("evaluate", evalabs, Conect = Conect, Coord = Coord)
2 toolbox.register("select", tools.selTournament, tournsize=2) # seleção
  por torneio
3 toolbox.register("mate", tools.cxSimulatedBinaryBounded, low=minD, up=
  maxD, eta=25)#
4 toolbox.register("mutate", tools.mutPolynomialBounded, low=minD, up=maxD
  , eta=1, indpb=0.5)

```

Com todas as configurações feitas, pode-se executar o algoritmo genético conforme o Código 3.13. O algoritmo utilizado denomina-se *eaSimpleWithElitism* e é uma variação da função original *eaSimple* do pacote DEAP, feita e disponibilizada por Wirsansky (2020). A modificação introduz a possibilidade de passar um indivíduo diretamente à próxima população pelo método conhecido por elitismo. Os parâmetros *cspb*, *mutpb* e *ngen* representam a probabilidade de cruzamento, mutação e o número de gerações, respectivamente. Este último é utilizado como critério de parada do algoritmo. Além disso, a classe *tools* disponibiliza o método *Statistics*, que pode ser utilizado para avaliar métricas da simulação, como valor médio e mínimo.

Código 3.13: Execução do algoritmo genético.

```

1 print('Execução do algoritmo genético:')
2
3 N_pop = 200 #tamanho da população
4 pop = toolbox.population(N_pop)
5 #hof = tools.ParetoFront()
6 hof = tools.HallOfFame(20) #Quantidade de individuos selecionados por
  elitismo
7 stats = tools.Statistics(lambda ind: ind.fitness.values)
8 stats.register("avg", np.mean, axis=0)
9 stats.register("min", np.min, axis=0)
10
11 pop, logbook = elitism.eaSimpleWithElitism(pop, toolbox, cspb=0.5, mutpb
  =0.7, ngen=150, stats=stats, halloffame=hof, verbose=True)

```

O retorno da função é o indivíduo mais apto entre todos da população. No contexto do trabalho, representa os melhores valores dos diâmetros dos dutos encontrados para que se obtenha um valor ótimo de absorção sonora. Este dado pode então ser utilizado para geração de uma geometria otimizada.



### 3.2.3.3 Função objetivo e estratégias de configurações dos operadores genéticos

As configurações dos itens descritos em 2.5.1.1 são de suma importância para um correto funcionamento do algoritmo de otimização. Dentre eles, a escolha da função objetivo deve representar adequadamente o comportamento que se deseja otimizar. Neste trabalho, para os casos em que se deseja otimizar a absorção sonora em mais de uma frequência, a função objetivo torna-se multiobjetivo e é uma manipulação direta do coeficiente de absorção. Baseado no trabalho de Mareze (2013), define-se a função como

$$F = \sum_{m=1}^n a_m F_0(\omega_m), \quad (3.1)$$

em que  $F_0$  é

$$F_0 = (1 - \alpha(\omega))^2, \quad (3.2)$$

com  $a_m$  sendo os pesos dados à cada frequência de ressonância e  $\omega$  as frequências em que se deseja otimizar a absorção. Destaca-se que se trata de uma função de minimização, portanto o algoritmo buscará soluções (conjunto de diâmetros) que retornem o menor valor da função  $F$ .

Em relação aos pesos dados a cada frequência, é possível fazer com que o algoritmo priorize uma frequência em detrimento de outra ou que se chegue a uma solução, cujo coeficiente de absorção é equilibrado entre essas frequências. Pode-se ainda obter uma região de ressonância com uma largura de banda grande, passando como parâmetro do algoritmo duas frequências de ressonância próximas.

Além da função objetivo, os operadores genéticos podem ser configurados de diversas formas, mas em geral a probabilidade atribuída ao *crossover* (no algoritmo, *cxpb*) é maior do que a atribuída à mutação (*mutpb*). Isto é feito, pois a mutação é responsável por fornecer diversidade e evitar que o algoritmo estacione em máximos locais sem descharacterizar a população completamente. Entretanto, segundo Linden (2006), em algumas aplicações pode-se utilizar elevadas probabilidades de mutação para aumentar o campo de busca do algoritmo.

Com a geometria utilizada neste trabalho, duas estratégias foram definidas: quando se deseja encontrar frequências de ressonância mais baixas, a probabilidade de *crossover* é maior do que a de mutação (estratégia 1) e quando se deseja encontrar mais de uma frequência de ressonância, a probabilidade de mutação é maior do que a de *crossover* (estratégia 2). Além disso, o fator  $\eta$  das funções de *crossover* e mutação é configurado de forma a assegurar que os indivíduos da próxima geração tenham características mais semelhantes e mais distintas a dos pais, respectivamente. Todavia, é importante destacar que a segunda estratégia deve ser utilizada em conjunto com a técnica do elitismo, caso contrário o algoritmo não convergirá para uma solução ótima. A tabela a seguir mostra os

valores dos parâmetros para cada uma das estratégias citadas.

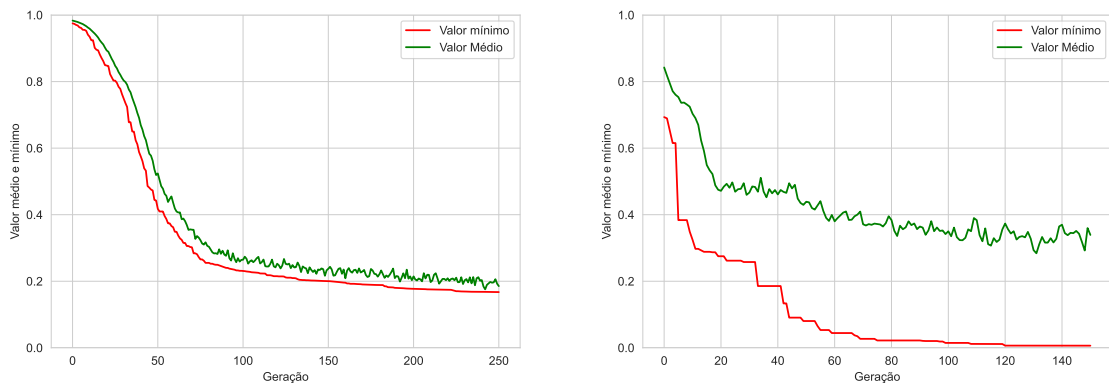
Tabela 2 – Parâmetros do algoritmo genético em função da estratégia utilizada.

Estratégia	cxpb	mutpb	eta <sub>cx</sub>	eta <sub>mut</sub>
1	0,9	0,1	10,0	5,0
2	0,5	0,7	25,0	1,0

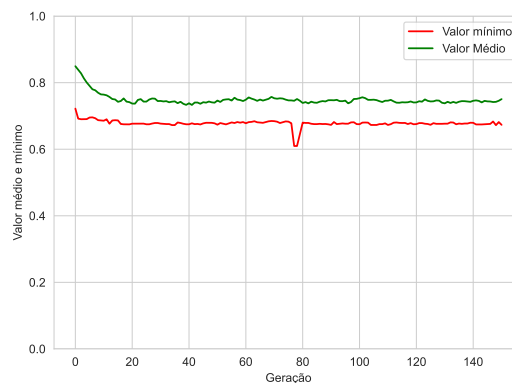
Fonte: O autor.

Para ilustrar o que foi posto, as figuras a seguir mostram a convergência das simulações para as estratégias citadas. Para o caso em que o fator de *crossover* é maior do que o de mutação (Figura 16a), a média e o valor mínimo convergem em conjunto ao longo das iterações. Entretanto, para os casos em que mutpb é maior que cxpb, a média não se aproxima do valor mínimo. Na Figura 16b, o valor mínimo converge em contraste com a média, pois o elitismo está sendo utilizado, já na Figura 16c, pode-se notar que próximo à geração de número 80 o valor mínimo cai e volta ao patamar anterior, pois o indivíduo que gerou este resultado provavelmente se perdeu devido ao elevado fator de mutação.

Figura 16 – Convergência do algoritmo em função das probabilidades de mutação e *crossover*.



(a) Convergência do algoritmo com  $cxpb > mutpb$ . (b) Convergência do algoritmo com  $mutpb > cxpb$ .

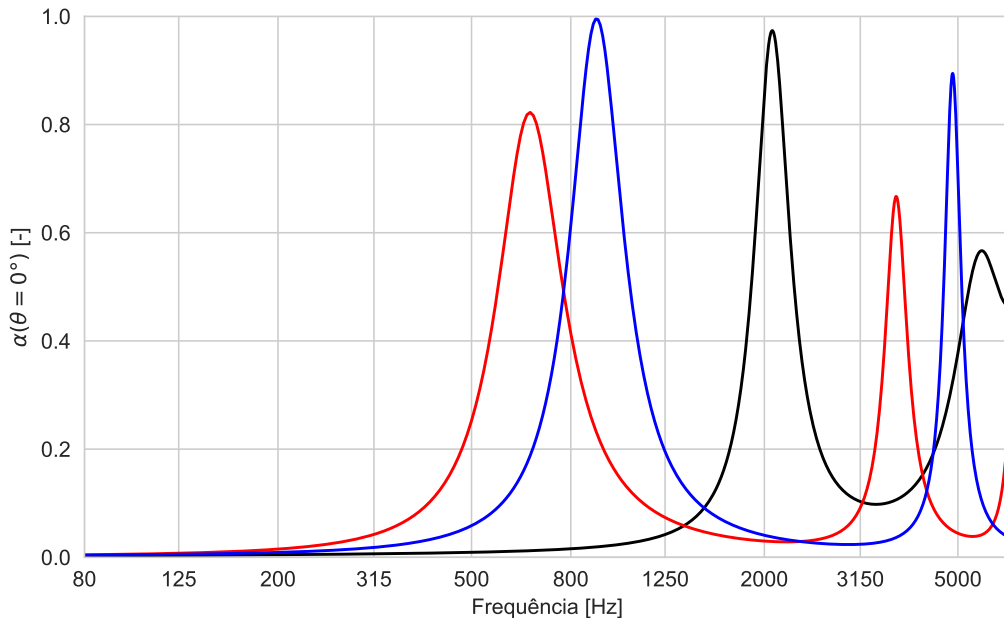


(c) Convergência do algoritmo com  $mutpb > cxpb$  sem elitismo.

Fonte: O autor.

Além das diferenças de estratégias postas, as restrições impostas ao algoritmo interferem diretamente no resultado. A Figura 17 mostra uma comparação entre três diferentes curvas de absorção obtidas a partir de diferentes restrições impostas ao algoritmo.

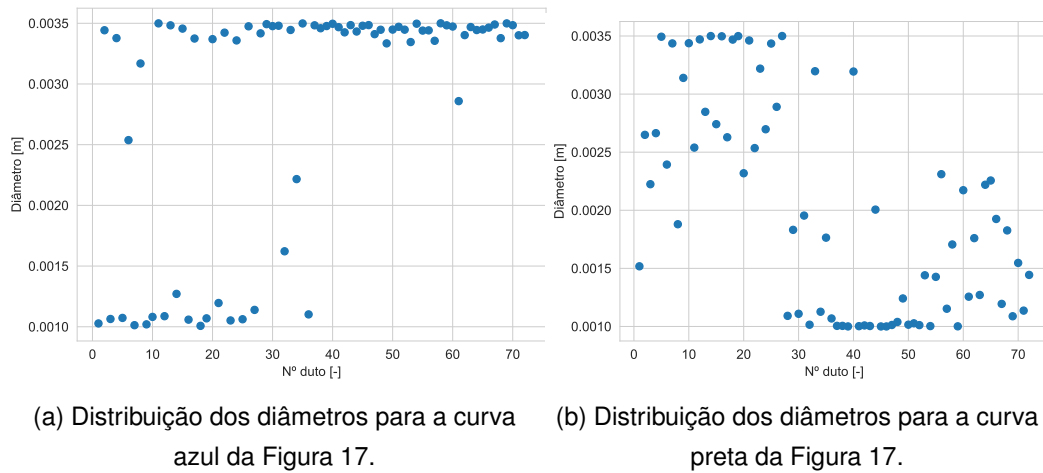
Figura 17 – Comparação do coeficiente de absorção para diferentes restrições impostas ao algoritmo genético.



Fonte: O autor.

A curva vermelha representa o comportamento quando o menor diâmetro permitido é de 0,8 mm. Já para a curva azul, o menor diâmetro permitido é de 1 mm. Além da restrição do menor diâmetro, a forma como os dutos se organizam no material também altera a característica de absorção. A Figura 18a mostra a distribuição dos diâmetros para o caso da curva azul e a Figura 18b mostra a distribuição para a curva preta. Percebe-se que o melhor resultado é obtido quando os menores diâmetros se concentram na entrada do material e os maiores no fim. Na Figura, a entrada do material equivale aos dutos de número menor que 20, em referência ao eixo das abscissas.

Figura 18 – Distribuição dos diâmetros obtidos a partir do AG para diferentes restrições impostas.



Fonte: O autor.

### 3.3 GEOMETRIAS GERADAS

Com as ferramentas descritas até aqui, as geometrias finais deste trabalho foram geradas. A seguir, as estratégias utilizadas em cada uma delas serão descritas.

#### 3.3.1 Geometria de teste

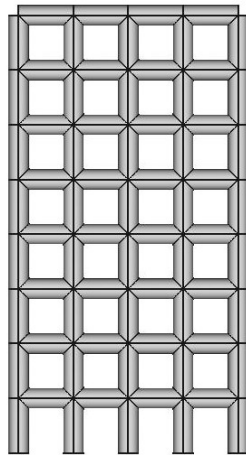
Primeiramente, optou-se por gerar uma geometria mais simples sem passar pelo processo de otimização para validar as ferramentas desenvolvidas e realizar os primeiros testes com a impressora 3D. A Figura 19 mostra a representação CAD desta geometria e as características dimensionais podem ser vistas na Tabela 3. As dimensões foram escolhidas de forma a se encontrar um compromisso entre as características absorvedoras do material, as limitações da impressora utilizada para fabricá-lo e as dimensões do tubo de impedância utilizado para o ensaio.

Tabela 3 – Dimensões da célula unitária.

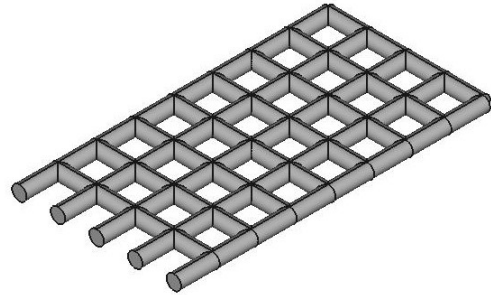
Comprimento do duto	Diâmetro do duto	Comprimento total	Largura total
4,0 mm	1,5 mm	32,0 mm	17,5 mm

Fonte: O autor.

Figura 19 – Geometria obtida a partir do arranjo de pequenos dutos interconectados.



(a) Vista de topo.



(b) Vista isométrica.

Fonte: O autor.

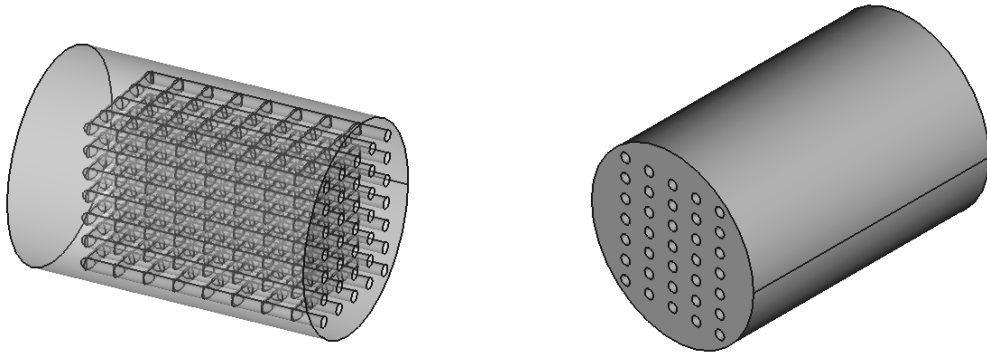
Com a obtenção da rede de dutos distribuída no espaço 2D, pode-se construir uma geometria visando o ensaio em tubo de impedância. Assim, sete células foram distribuídas em um cilindro e a peça final pode ser vista na Figura 20. Para a construção desta, uma operação booleana de subtração foi utilizada no *FreeCad* a fim de criar os espaços de ar no material. As dimensões finais são mostradas na Tabela 4. O cilindro possui um comprimento ligeiramente maior do que a rede de dutos para que se mantenha uma camada rígida no final dos dutos.

Tabela 4 – Dimensões finais da peça.

Comprimento do cilindro	Diâmetro do cilindro	Quantidade de células
40,0 mm	27,5 mm	7

Fonte: O autor.

Figura 20 – Geometria final após arranjo das células unitárias em um espaço 3D.



(a) 7 células unitárias arranjadas de forma paralela. Note a camada rígida deixada no fim do tubo.

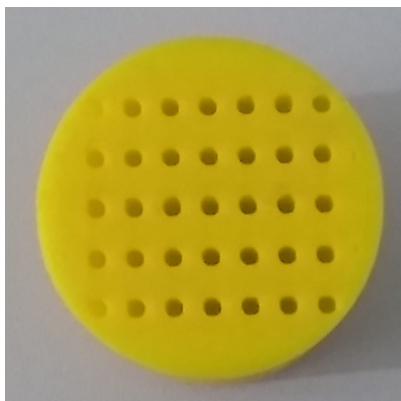
(b) Vista isométrica do dispositivo.

Fonte: O autor.

Por fim, a geometria pôde ser fabricada. O Centro de Tecnologia da Universidade Federal de Santa Maria dispõe de três modelos diferentes de impressoras 3D, assim duas foram utilizadas para impressão das amostras, a fim de se investigar qual obteria o melhor desempenho e para que se pudesse testar pequenas variações nas configurações de impressão. Para este caso, a variação testada foi a espessura da camada, variando de 0,1 mm para 0,05 mm entre as impressoras.

A Figura 21 mostra um dos materiais fabricados e a Tabela 5 mostra as especificações da impressão deste material.

Figura 21 – Material impresso com camadas de 0,1 mm.



(a)



(b)

Fonte: O autor.

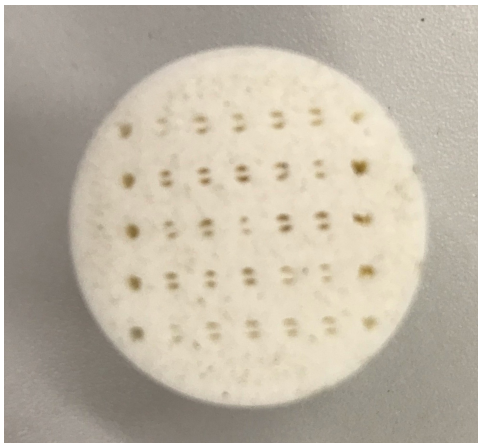
Tabela 5 – Especificações da impressão do material amarelo.

<b>Especificações da impressora 3D</b>	
Marca/modelo	Creality CR10Pro
Tecnologia	FDM
Material	PLA
Densidade	100%
Altura da camada	0,1 mm
Diâmetro do bico	0,4 mm
Precisão	$\pm 0,1$ mm
Temperatura da mesa	40° C
Temperatura do filamento	200° C

Fonte: O autor.

O segundo material fabricado é mostrado na Figura 22 e suas especificações são postas na tabela 6.

Figura 22 – Material impresso com camadas de 0,05 mm.



(a)



(b)

Fonte: O autor.

Tabela 6 – Especificações da impressão do material branco.

<b>Especificações da impressora 3D</b>	
Marca/modelo	Flashforge 3D Creator Pro
Tecnologia	FDM
Material	PLA
Densidade	100%
Altura da camada	0,05 mm
Diâmetro do bico	0,4 mm
Precisão	$\pm 0,2$ mm
Temperatura da mesa	40 °C
Temperatura do filamento	200 °C

Fonte: O autor.

Pelas fotos é possível ver que o material amarelo possui um melhor acabamento superficial e dos orifícios. Este fato influencia diretamente na curva de absorção do material e na sua capacidade de se aproximar dos modelos teóricos. Isto será mostrado na seção de resultados.

As demais geometrias geradas após o processo de otimização serão mostradas na seção de resultados. O único parâmetro modificado foram os diâmetros, pois passaram pelo processo de otimização. As configurações utilizadas para impressão dessas amostras são as mesmas da Tabela 5.

### 3.4 MEDIÇÃO DO COEFICIENTE DE ABSORÇÃO SONORA

Em se tratando da medição do coeficiente de absorção sonora de materiais, existem atualmente dois métodos principais, a saber: medição em câmara reverberante e medição em tubo de impedância utilizando o método da função de transferência. O primeiro requer grandes áreas de material e um campo sonoro difuso e é adequado principalmente para a caracterização de materiais que serão expostos a este tipo de campo. O segundo utiliza-se da teoria de ondas planas e é adequado para a medição de pequenas amostras. A seguir, mais detalhes sobre este método serão abordados.

#### 3.4.1 Medição em tubo de impedância

O método de medição do coeficiente de absorção sonora em tubo de impedância com a utilização de dois microfones é proposto pela Norma ISO 10534-2 de 1998 (ISO, 1998). A Figura 23 mostra um esquemático da cadeia de medição requerida.



Pode-se utilizar um ruído branco como sinal de excitação e, com os dados captados pelos dois microfones, é possível decompor a propagação da onda sonora em uma onda refletida e em uma onda incidente e, desta forma, calcular o coeficiente de reflexão, dado por:

$$R = \frac{H_{12}^* - e^{-j\tilde{k}s}}{e^{j\tilde{k}s} - H_{12}^*} e^{2j\tilde{k}x_1}, \quad (3.3)$$

em que  $x_1$  é a distância da amostra até o microfone mais distante e  $s$  é a distância entre os microfones. O termo  $H_{12}^*$  é a função de transferência entre os microfones, calculada pela razão entre os sinais complexos do microfone 2 em relação ao microfone 1. Entretanto, caso os microfones não sejam par casado, a norma recomenda uma correção devido à diferença de fase entre os mesmos. Esta correção é obtida através do intercâmbio entre as posições dos microfones e assim, a função de transferência final é:

$$H_{12}^* = (H_{12}^I)^{0,5} / (H_{12}^{II})^{0,5}, \quad (3.4)$$

com  $I$  referindo-se à medição com os microfones na posição original e  $II$  com os microfones na posição invertida.

O termo  $\tilde{k}$  na Equação 3.3 refere-se às perdas viscotérmicas que ocorrem no tubo. Segundo a norma, este termo pode ser calculado por:

$$\tilde{k} = \frac{\omega}{c_0} - j \cdot 1,94 \cdot 10^{-2} \cdot \frac{\sqrt{f}}{c_0 d}, \quad (3.5)$$

sendo  $d$  o diâmetro do tubo e  $f$  a frequência.

A fim de garantir a condição de ondas planas no interior do tubo, a maior frequência de análise pode ser calculada por:

$$f_c = \frac{1,84c_0}{\pi d}. \quad (3.6)$$

Entretanto, além do diâmetro do tubo, as distâncias entre os microfones também devem ser consideradas. Assim, para o limite de alta frequência, tem-se:

$$f_{\max} < 0,45 \frac{c_0}{s_1}, \quad (3.7)$$

com  $s_1$  sendo a menor distância entre os microfones. O valor a ser considerado como frequência limite de análise, é o menor valor entre as duas equações apresentadas. Para o limite de baixas frequências, a norma recomenda a condição:

$$f_{\min} > 0,05 \frac{c_0}{s_2}, \quad (3.8)$$

em que  $s_2$  é a maior distância entre os microfones. Estas distâncias são uma escolha no momento da medição, de forma que, para distâncias maiores, o limite de baixa frequência

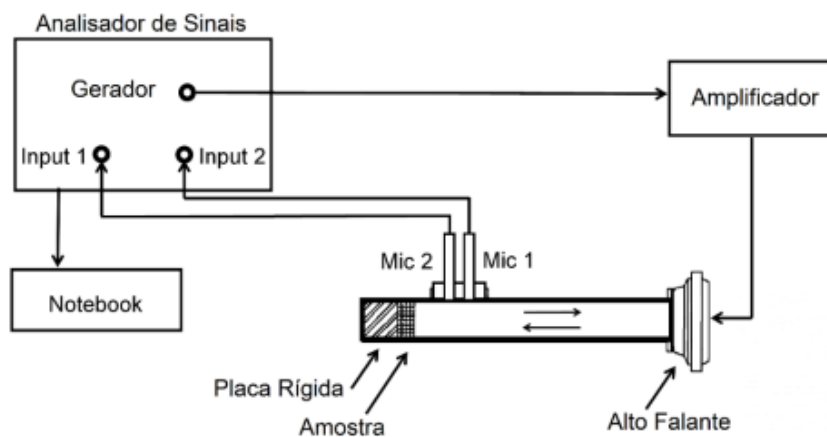
é estendido.

A partir do coeficiente de reflexão, obtém-se a impedância de superfície da amostra por:

$$\tilde{Z}_s = \rho_0 c_0 (1 + R) / (1 - R), \quad (3.9)$$

e o coeficiente de absorção pode ser calculado por meio da Equação 2.33.

Figura 23 – Esquemático da medição em tubo de impedância.



Fonte: (MAREZE, 2021).

### 3.4.2 Medição dos metamateriais fabricados

A instrumentação utilizada em todas as medições realizadas neste trabalho foi:

- Dois microfones B&K de campo livre de 1/2" polegada;
- Calibrador de microfone B&K 4231;
- Termo-higrômetro;
- Placa de aquisição da *National Instruments* 9234;
- Placa de áudio M-Audio para geração do sinal;
- Amplificador de potência B&K 5215; e
- Rotina de aquisição e pós processamento escrita em *Matlab* (cedida pelo Prof Paulo Mareze).

O tubo de impedância possui frequência de corte em 6400 Hz. Uma foto da cadeia de medição pode ser vista na Figura 24.

Figura 24 – Cadeia de medição utilizada no ensaio.

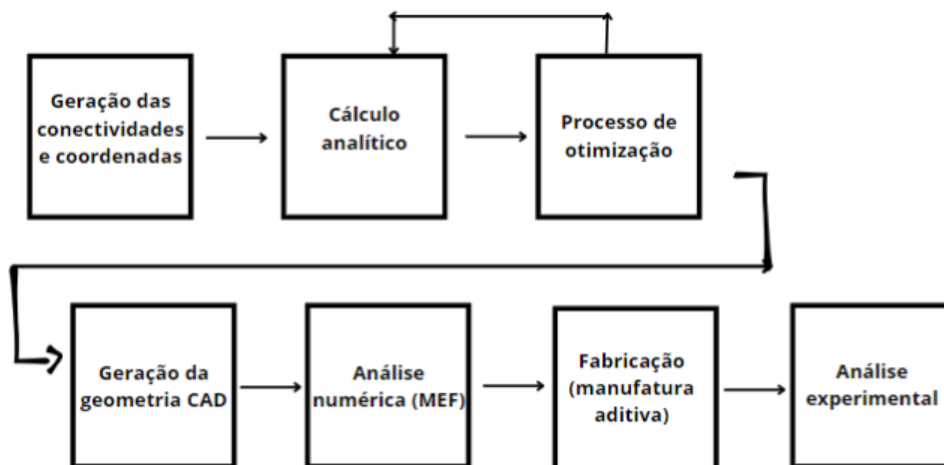


Fonte: O autor.

### 3.5 FLUXOGRAMA DAS ETAPAS DA METODOLOGIA

Para resumir as ideias que foram apresentadas, a Figura 25 mostra um fluxograma das etapas seguidas desde a concepção do metamaterial até a sua validação.

Figura 25 – Esquemático das etapas para obtenção e validação do metamaterial proposto.



Fonte: O autor

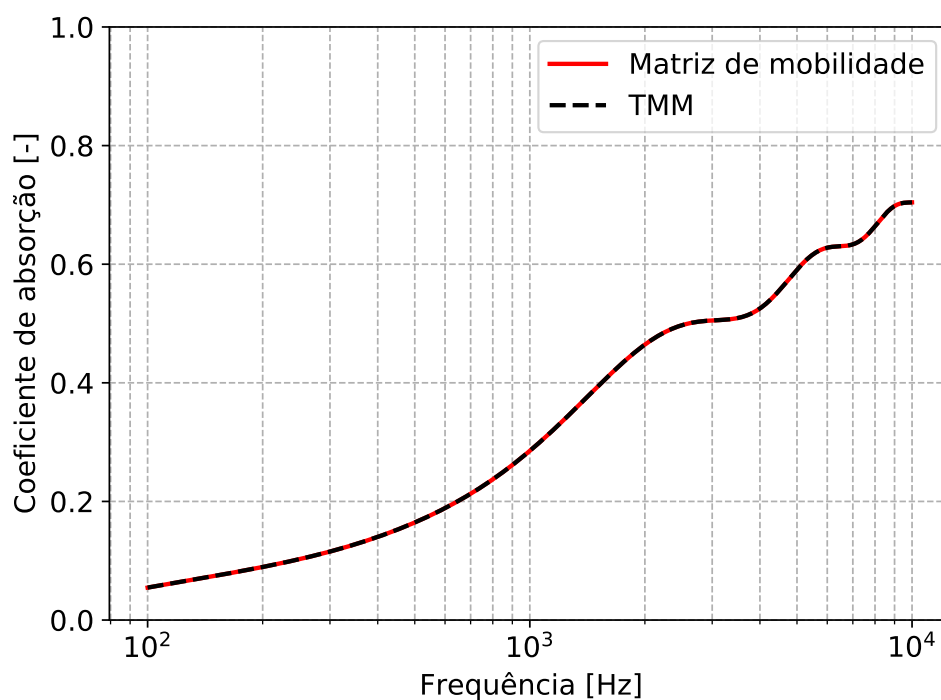
## 4 RESULTADOS

Neste capítulo, serão apresentados os resultados alcançados no desenvolvimento do projeto. Primeiramente, uma rápida comparação entre os modelos de matriz de transferência e mobilidade será feita, a fim de mostrar a equivalência entre os métodos. Posteriormente, as curvas analítica e numérica juntamente com as medições realizadas para ambos os metamateriais fabricados serão mostradas. Comenta-se ainda algumas limitações dos modelos teóricos e da fabricação, além de alguns cuidados que devem ser tomados no ensaio em tubo de impedância.

### 4.1 COMPARAÇÃO ENTRE OS MÉTODOS DE MATRIZ DE TRANSFERÊNCIA E MOBILIDADE

Para ilustrar a teoria apresentada na seção 2.2, a Figura 26 mostra uma simulação do coeficiente de absorção de um duto reto de 5 centímetros de comprimento e 1 milímetro de diâmetro. A porosidade é considerada unitária.

Figura 26 – Comparação entre os modelos de matriz de transferência e mobilidade para um duto reto.



Fonte: O autor.

Como pode ser visto, ambos os modelos retornam o mesmo resultado. Assim, para casos mais simples em que se tem elementos conectados em série ou considera-se

a propagação da onda em apenas uma direção, o modelo de matriz de transferência é preferível, pois é mais simples de ser implementado.

Em contrapartida, para casos mais complexos, como o metamaterial proposto, em que se tem diversos elementos conectados em série e/ou paralelo e possuindo ramificações e deseja-se analisar a propagação da onda com mudanças de direção, o método da matriz de transferência não pode ser utilizado. Nestes casos, o modelo de matriz de mobilidade é muito útil, pois ainda se trata de um modelo analítico e portanto, menos custoso computacionalmente. Em suma, o método da matriz de mobilidade amplia a aplicação da teoria de dutos a múltiplas portas, ou seja, é possível prescrever uma condição de contorno em múltiplas entradas do sistema e analisar o resultado em múltiplas saídas.

#### 4.2 COEFICIENTE DE ABSORÇÃO SONORA DAS AMOSTRAS FABRICADAS

A seguir, os resultados obtidos com a medição em tubo de impedância dos metamateriais fabricados serão mostrados e discutidos.

Entretanto, algumas considerações podem ser feitas acerca de algumas limitações da impressora 3D utilizada. A Figura 27 mostra duas amostras fabricadas com as mesmas configurações da tabela 5. Elas possuem metade do tamanho da geometria padrão deste trabalho e diâmetros de 0,8 mm.

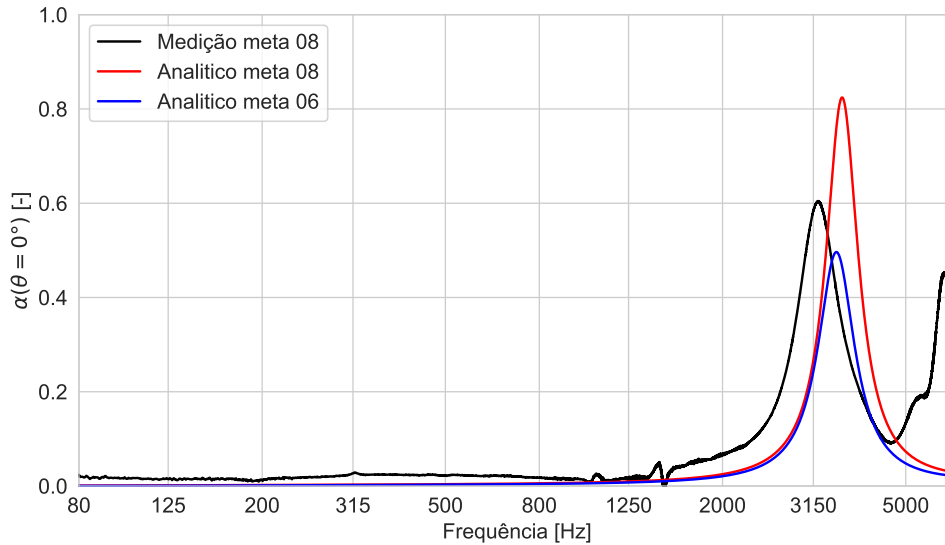
Figura 27 – Material impresso com diferentes filamentos.



Fonte: O autor.

A primeira consideração que pode ser feita é a respeito do filamento utilizado para impressão. O filamento cinza apresenta um pior acabamento superficial, resultando no fechamento dos dutos da superfície (e possivelmente da parte interna do material). O filamento branco apresentou um melhor acabamento superficial, entretanto a amostra fabricada não possui diâmetros de 0,8 mm, como era esperado. Isto pode ser constatado a partir da análise da curva de absorção mostrada na Figura 28, a seguir.

Figura 28 – Curva de absorção da amostra menor impressa com o filamento branco. Comparação entre experimental e analítico.



Fonte: O autor.

Nota-se que as curvas experimentais e teóricas não convergem e que, possivelmente, a amostra impressa não possui dutos de mesmo diâmetro como a geometria projetada. A curva azul mostra uma tentativa de ajuste do modelo ao resultado experimental, no qual os dutos tiveram seu diâmetro reduzido de 0,8 mm para 0,6 mm. Todavia, ainda assim, não foi possível recuperar o comportamento medido.

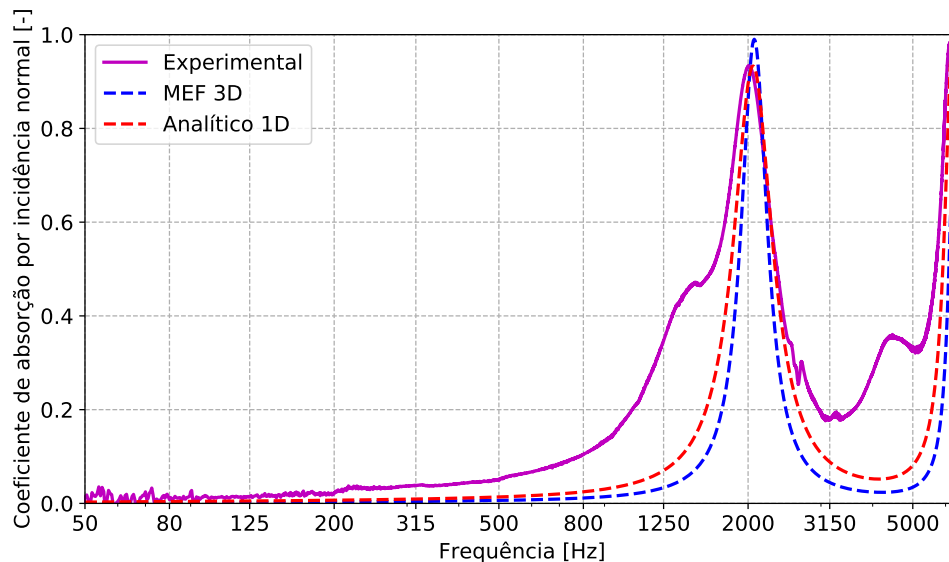
#### 4.2.1 Geometria não otimizada

A análise das amostras fabricadas começará com a curva obtida para o metamaterial amarelo (Figura 21). A Figura 29 mostra o coeficiente de absorção da amostra juntamente com os modelos analítico e numérico. É possível verificar grande similaridade entre as curvas em toda a região do espectro analisado. A primeira frequência de ressonância do dispositivo está em torno de 2000 Hz e a segunda em torno de 6000 Hz.

Em relação às respostas da simulação analítica e numérica, a largura de banda do material é maior no modelo analítico, além de apresentar um caráter mais amortecido. Isto pode ser observado no pico mais agudo e nas anti ressonâncias mais pronunciadas do modelo numérico. Entretanto, ambos os modelos apresentam limitações. A aplicação do efeito viscotérmico no modelo MEF pode apresentar inconsistências nas regiões de encontro entre os dutos, embora para o caso apresentado, em que todos os dutos têm o mesmo diâmetro, este efeito seja atenuado. Outro ponto possivelmente causador de desvios na resposta do modelo numérico é o grau de refino da malha. Para estudar este problema, uma análise de convergência pode ser feita a fim de garantir que a malha utilizada no

cálculo é a melhor possível. Pode-se dizer que a maior limitação do modelo analítico é a representação do comprimento acústico dos dutos, entretanto um erro nesta representação acarretaria em um maior distanciamento da frequência de ressonância do modelo em relação às medições e à análise numérica. Assim, pode-se afirmar que o comprimento equivalente está bem representado pela correção aplicada no presente trabalho.

Figura 29 – Curvas experimental e teórica do metamaterial amarelo.

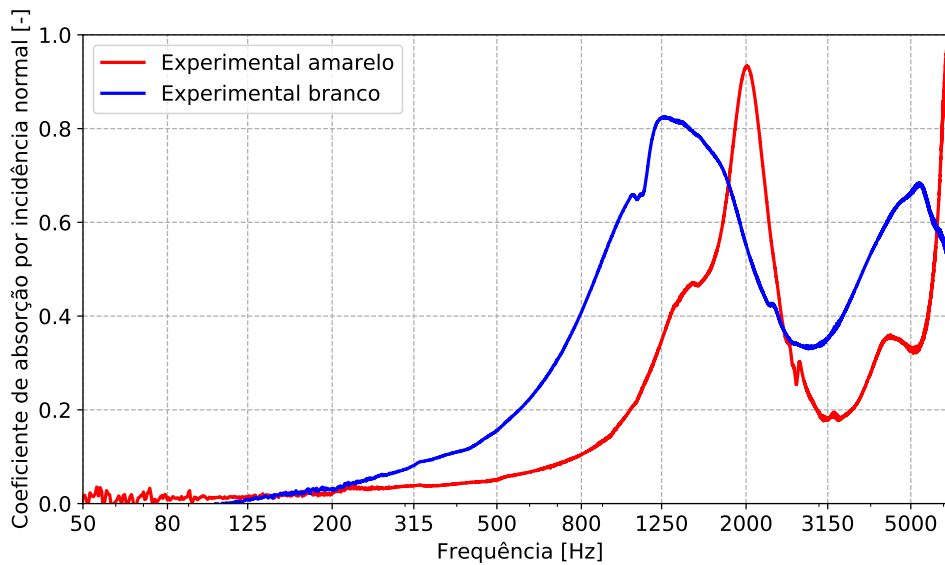


Fonte: O autor.

A curva experimental possui alguns desvios das curvas teóricas, percebendo-se uma maior largura de banda e alguns picos fora da região de ressonância. Problemas relacionados à manufatura aditiva de materiais de absorção sonora já foram reportados na literatura, como os trabalhos de Kennedy et al. (2019) e Zieliski et al. (2020), que analisaram desvios na absorção sonora destes dispositivos devido a imperfeições, como diferenças do tamanho dos poros em relação ao projetado, restos de material dentro dos poros e efeitos de dupla porosidade. Estes problemas se relacionam principalmente com a resolução da impressora 3D. Para ilustrar estas afirmações, a Figura 30 traz a comparação entre as medições do metamaterial amarelo e branco, cujas configurações e fotografias da impressão 3D estão na subseção 3.3.1. Fica nítido pela observação da figura, que o metamaterial branco apresentou um desvio significativo do modelo teórico e pela comparação entre a qualidade da impressão de ambos os dispositivos, este é o resultado esperado. A impressora utilizada para a fabricação do material branco possui uma menor resolução e a espessura da camada utilizada neste caso foi de 0,05 mm, em contraste com a impressora usada para o material amarelo, a qual possui melhor resolução e foi configurada para uma espessura de camada de 0,1 mm.



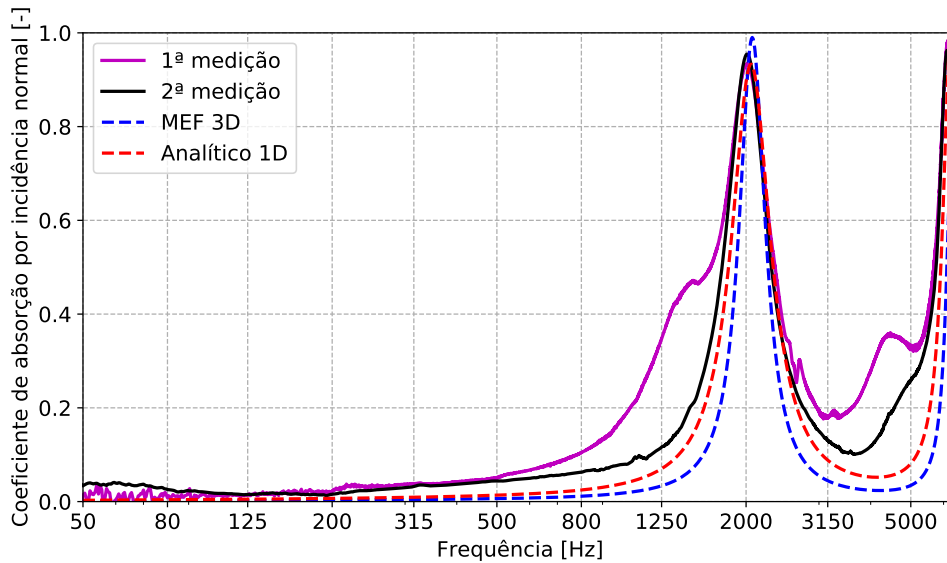
Figura 30 – Comparação entre as medições dos metamateriais impressos.



Fonte: O autor.

Todavia, erros de montagem no tubo de impedância, como pequenas folgas entre a estrutura do material e a parede do tubo, também podem ser causadores de desvios na curva experimental. A Figura 31 mostra uma comparação entre duas medições do metamaterial amarelo, sendo a segunda realizada com o fechamento das folgas existentes entre este e a parede do tubo, utilizando uma massa de calafetar em todo o contorno do material. Percebe-se que grande parte do erro da curva experimental foi atenuado e a medição acompanha de forma mais fidedigna os resultados dos modelos teóricos. Ainda assim, o dispositivo fabricado possui uma maior largura de banda, relacionado aos desvios já comentados das impressões 3D.

Figura 31 – Comparação entre as curvas do metamaterial amarelo após o ajuste do ensaio.



Fonte: O autor.

Em resumo, o metamaterial proposto possui uma forte característica de um ressonador de 1/4 de comprimento de onda (aberto-fechado), pois apresenta um comportamento ressonante com um harmônico pronunciado em uma região correspondente a 3 vezes o valor da primeira ressonância. Entretanto, pode-se notar um deslocamento desses picos em relação a um ressonador aberto-fechado comum (sem a presença de tubos adjacentes), o qual possuiria a primeira ressonância em torno de 2700 Hz considerando o comprimento total do dispositivo (32 mm). O ganho produzido pelos tubos adjacentes foi também constatado por Mareze (2013), que analisou um caso semelhante.

A seguir, os dispositivos obtidos após o processo de otimização serão apresentados. As características intrínsecas da geometria e do processo de fabricação, citados acima, também estão presentes nas amostras otimizadas, que diferenciam-se pela capacidade de absorção em frequências mais baixas.

#### 4.2.2 Geometria 2D otimizada

Duas células unitárias sintonizadas em frequências diferentes foram idealizadas e combinadas por meio da associação das impedâncias em paralelo, assim como elucidado em 2.2.4. Os parâmetros de configuração do algoritmo genético podem ser vistos na tabela 7, a seguir. Os únicos parâmetros modificados entre as duas simulações, foram a frequência de interesse e o diâmetro mínimo permitido.

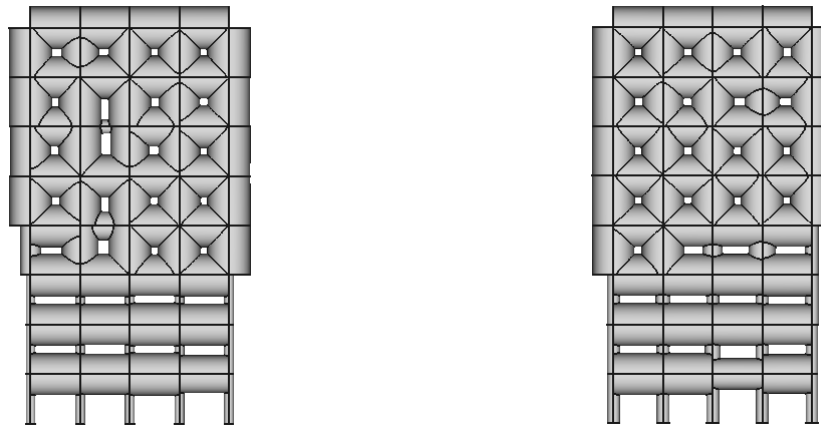
Tabela 7 – Configurações dos parâmetros do algoritmo genético.

Geometria	Frequência	Dmax	Dmin	Tamanho população	N° gerações
1	500 Hz	3,5 mm	0,8 mm	150	250
2	800 Hz	3,5 mm	1,0 mm	150	250

Fonte: O autor.

A figura a seguir mostra o desenho 3D das duas células unitárias geradas. Mais uma vez, as células foram arranjadas no espaço tridimensional para formar o cilindro final a ser medido. Neste caso, utilizou-se duas células de cada configuração.

Figura 32 – Células unitárias das geometrias otimizadas.



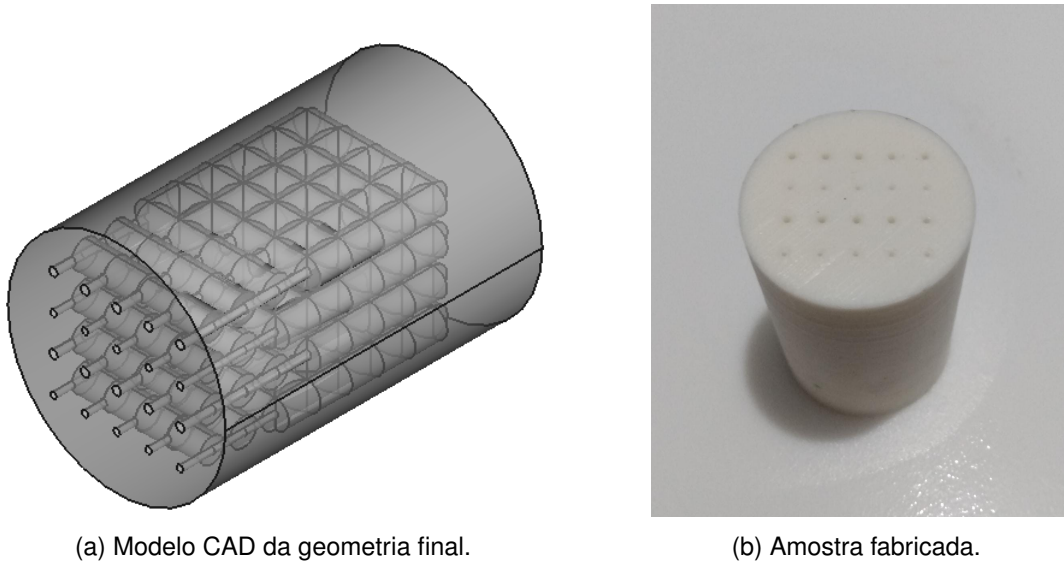
(a) Geometria 1. Ressonância em 500 Hz

(b) Geometria 2. Ressonância em 800 Hz

Fonte: O autor.

A representação 3D e a amostra fabricada são mostradas na Figura 33. Nota-se um padrão encontrado pelo algoritmo de otimização, em que os dutos com menor diâmetro ficam na entrada da amostra e no sentido de propagação da onda sonora, enquanto os dutos com maior diâmetro se encontram mais ao final da amostra. Para ilustrar esse fato, a Figura 34 mostra a distribuição dos diâmetros para ambas as células unitárias.

Figura 33 – Geometria final otimizada.

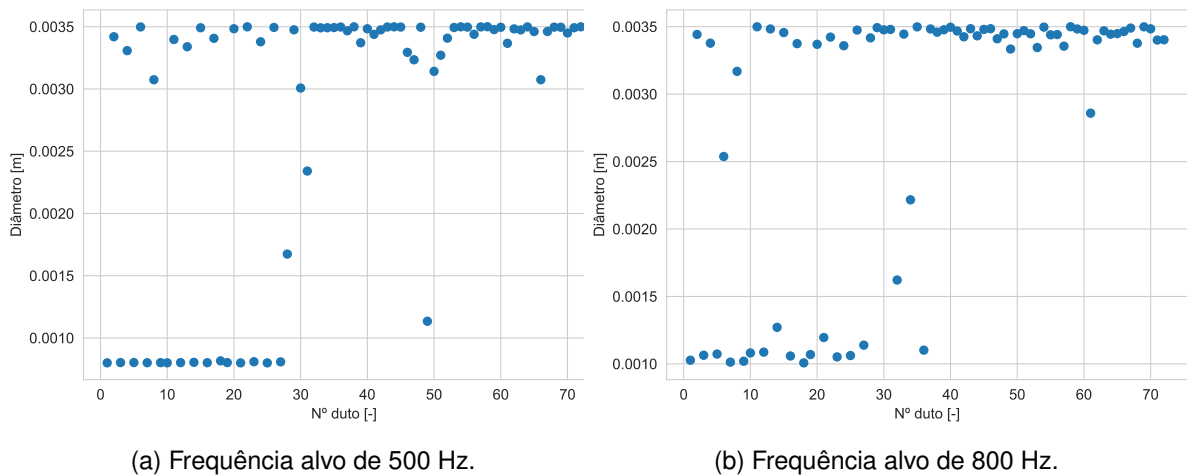


(a) Modelo CAD da geometria final.

(b) Amostra fabricada.

Fonte: O autor.

Figura 34 – Distribuição dos diâmetros nas geometrias otimizadas.



(a) Frequência alvo de 500 Hz.

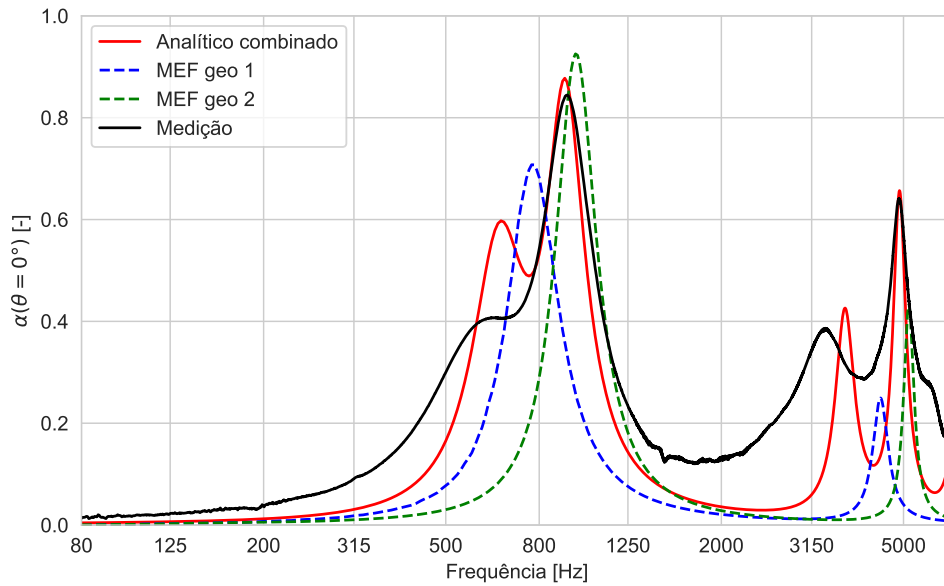
(b) Frequência alvo de 800 Hz.

Fonte: O autor.

A Figura 35 mostra a curva de absorção da geometria otimizada. Como esperado, existem dois picos de ressonância devido a associação das impedâncias das duas células unitárias em paralelo, embora o algoritmo não tenha sido capaz de encontrar uma absorção ótima nas frequências desejadas de 500 Hz e 800 Hz, estando esses picos localizados nas frequências dadas na Tabela 8. O erro percentual, nas frequências de ressonância, tomando como referência o modelo analítico é de 17% e 6%, respectivamente, para os modelos numéricos e experimentais da geometria 1, e de 6% e 0,7% para os modelos numéricos e experimentais da geometria 2. Também existem picos em regiões mais altas do espectro pelas características ressonantes do material aberto-fechado, como explicado anteriormente.

A menor amplitude do pico localizado em torno de 600 Hz se explica pela menor área de entrada desta célula unitária, pois os dutos de entrada são da ordem de 0,8 mm. Caso todo o material fosse preenchido somente com esta célula, a amplitude da curva de absorção seria maior nesta frequência, conforme ilustra a Figura 36.

Figura 35 – Resposta de absorção da geometria otimizada. Comparação entre o modelo analítico, numérico e a curva experimental.



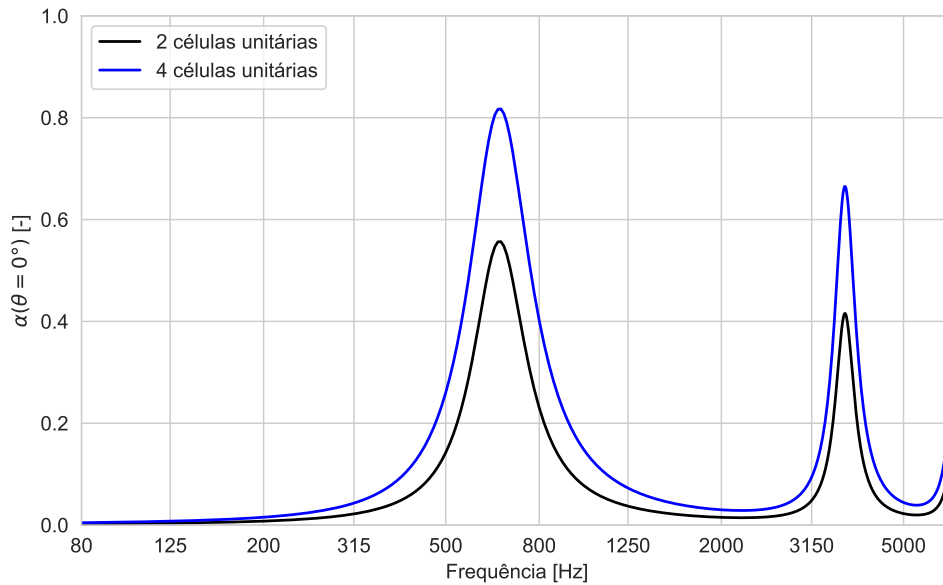
Fonte: O autor.

Tabela 8 – Frequências de ressonância para cada geometria e modelo.

<b>Geometria</b>	<b>Analítico</b>	<b>Numérico</b>	<b>Experimental</b>
1	657 Hz	770 Hz	620 Hz
2	905 Hz	959 Hz	911 Hz

Fonte: O autor.

Figura 36 – Coeficiente de absorção analítico da geometria 1 em função do número de células unitárias utilizadas para gerar a geometria final.

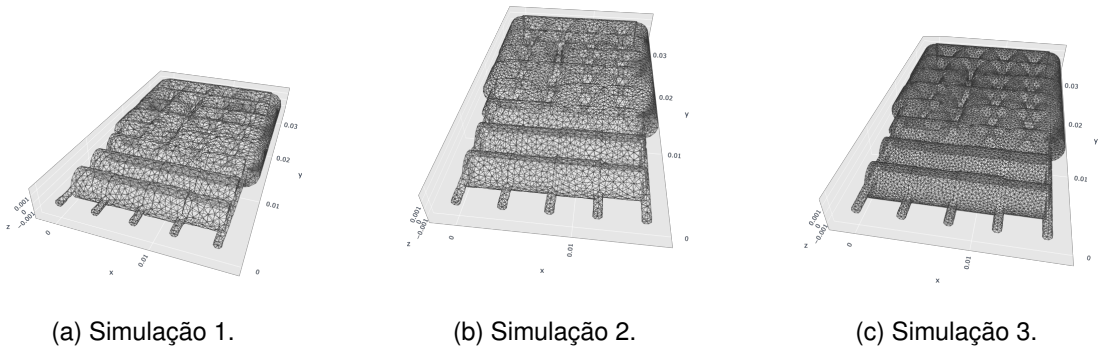


Fonte: O autor.

As curvas numéricas são mostradas separadamente para as geometrias 1 e 2, em que é possível observar que, para a geometria 2, o coeficiente de absorção obtido via MEF se aproxima mais dos resultados analítico e experimental. Isto pode ser atribuído à uma má qualidade da malha para a geometria 1, visto que o menor duto tem um diâmetro de 0,8 mm. Outro possível problema, é o método de determinação das propriedades do material dentro dos dutos, como já discutido anteriormente.

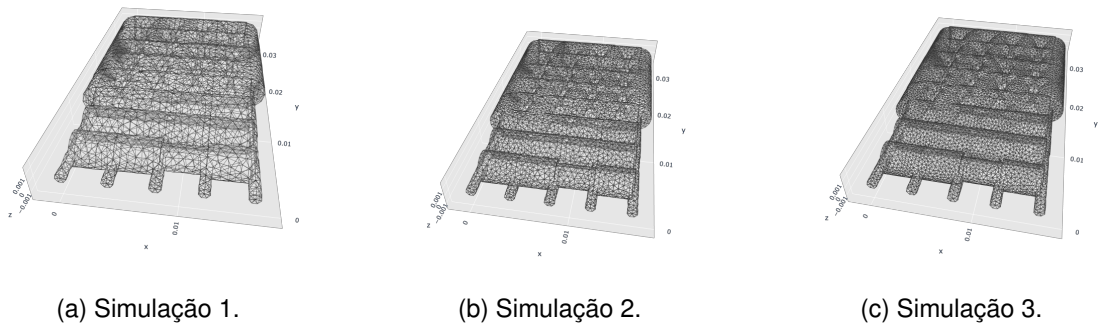
Testes de convergência foram feitos para as malhas de ambas as geometrias, conforme mostram as figuras 37 e 38, com a quantidade de elementos mostrados na Tabela 9. A Figura 39 mostra os coeficientes de absorção obtidos para as três simulações de cada geometria. Como esperado, um maior número de elementos de volume resultou em um comportamento mais adequado da curva de absorção numérica. Com menos elementos a geometria fica mais rígida e, por consequência, a frequência de ressonância do material se desloca para frequências mais altas.

Figura 37 – Malhas das simulações para a geometria 1.



Fonte: O autor.

Figura 38 – Malhas das simulações para a geometria 2.



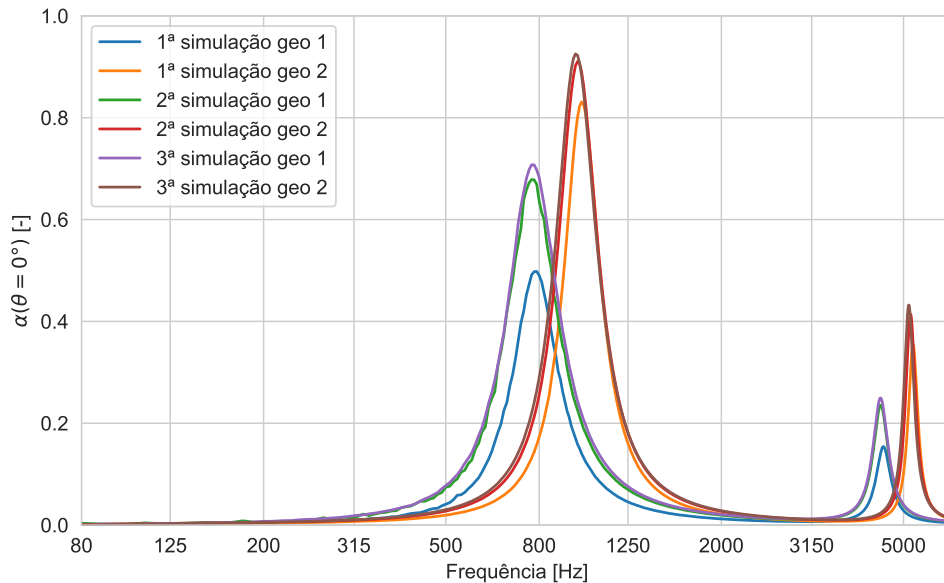
Fonte: O autor.

Tabela 9 – Quantidade de elementos de malha para as simulações de cada geometria.

Geometria	Quantidade de elementos de volume		
	Simulação 1	Simulação 2	Simulação 3
1	25950	40235	143115
2	25808	39630	80373

Fonte: O autor.

Figura 39 – Comparação entre as respostas do modelo de elementos finitos para as diferentes simulações feitas.



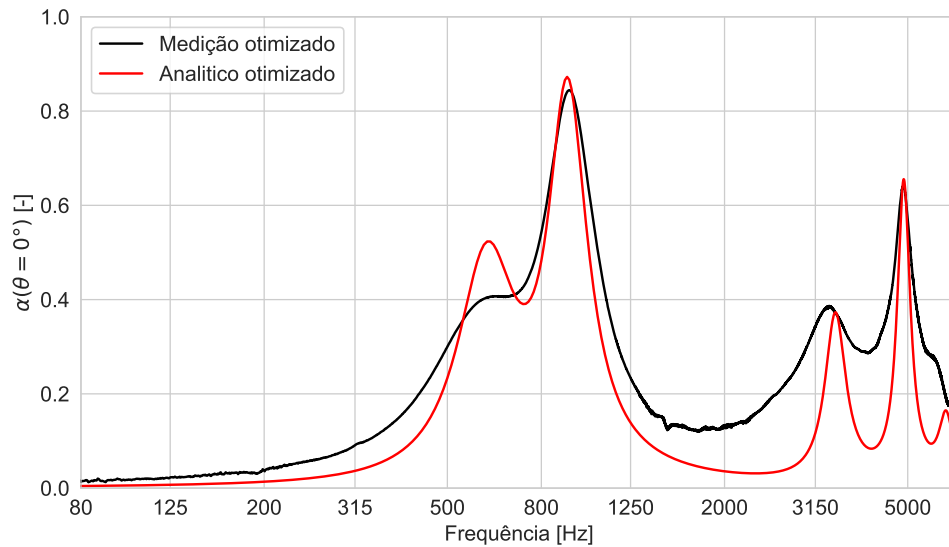
Fonte: O autor.

Comparando as curvas experimental e teórica, pode-se notar que o modelo representa bem o comportamento do material, principalmente nas frequências produzidas pela célula sintonizada em 905 Hz. Isso ocorre, pois a impressora 3D pôde reproduzir com maior exatidão os menores dutos desta célula, que são da ordem de 1 mm. Os menores dutos da célula sintonizada em 657 Hz ficaram menores do que 0,8 mm, ocasionando uma menor amplitude de absorção e um deslocamento da frequência de ressonância, produzido pelos maiores efeitos dissipativos dos dutos menores. Isto pode ser verificado por meio da análise da Figura 40, em que os dutos menores do modelo analítico foram ajustados para terem um diâmetro de 0,7 mm. Pode-se perceber que as frequências de ressonância das curvas se aproximam, assim como suas amplitudes. Nota-se ainda a maior largura de banda da curva experimental, ocasionada pelos mesmos problemas relatados para o caso da geometria não otimizada.

Uma característica notável dos resultados obtidos é o comportamento de subcomprimento de onda. A relação entre a espessura do dispositivo (32 mm) e os comprimentos de onda de ambas as frequências de ressonância da amostra medida é de  $\approx 0,058$  e  $\approx 0,084$ , respectivamente. Considerando um tubo reto aberto-fechado (ressonador de 1/4 de comprimento de onda) e sem efeitos de dissipação, a frequência sintonizada com a espessura de 32 mm seria  $\approx 2679$  Hz. Embora a frequência de 620 Hz não tenha sido alcançada de forma apropriada no resultado experimental, credita-se isto aos problemas já citados no processo de fabricação e não ao modelo teórico.



Figura 40 – Resposta de absorção da geometria otimizada após o ajuste feito no modelo analítico.



Fonte: O autor.

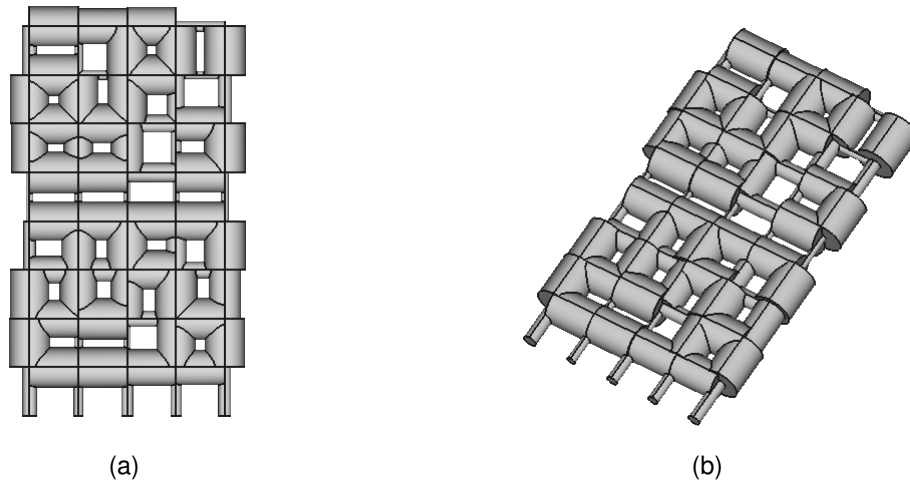
A fim de exemplificar a diferença entre as duas estratégias de otimização destacadas na metodologia, a Figura 41 mostra o modelo CAD gerado pela otimização com os parâmetros da Tabela 10 (os demais parâmetros estão postos na Tabela 2). Percebe-se que agora existem duas regiões marcadas pela presença de dutos com um pequeno diâmetro seguidos por dutos com diâmetros maiores. A Figura 42 traz a distribuição dos diâmetros de uma forma mais clara.

Tabela 10 – Configurações dos parâmetros do algoritmo para a segunda estratégia.

Frequência alvo 1	Frequência alvo 2	Dmax	Dmin	Tamanho população	N° gerações
1000 Hz	2500 Hz	3,5 mm	0,6 mm	150	200

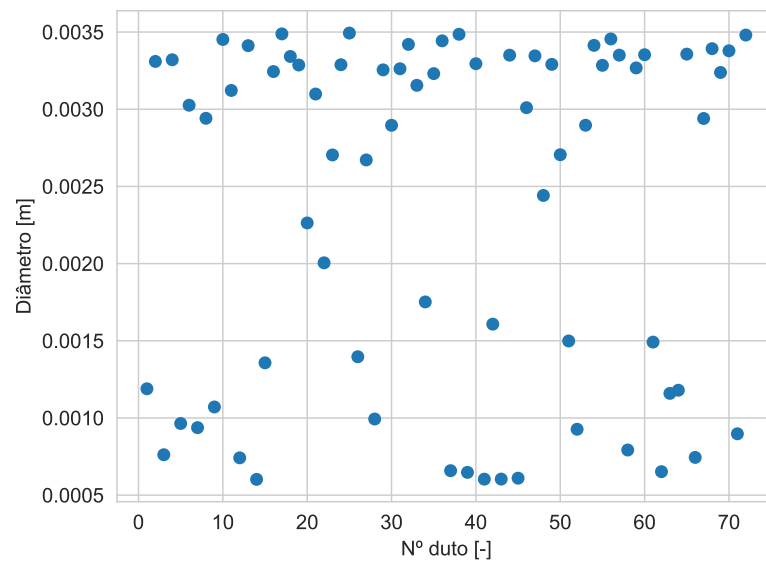
Fonte: O autor.

Figura 41 – Geometria gerada utilizando as configurações da segunda estratégia de otimização.



Fonte: O autor.

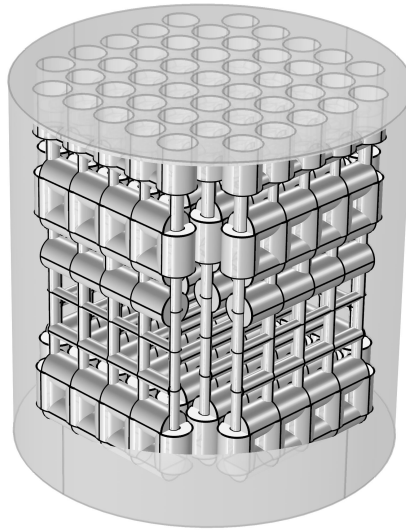
Figura 42 – Distribuição dos diâmetros para a segunda estratégia



Fonte: O autor.

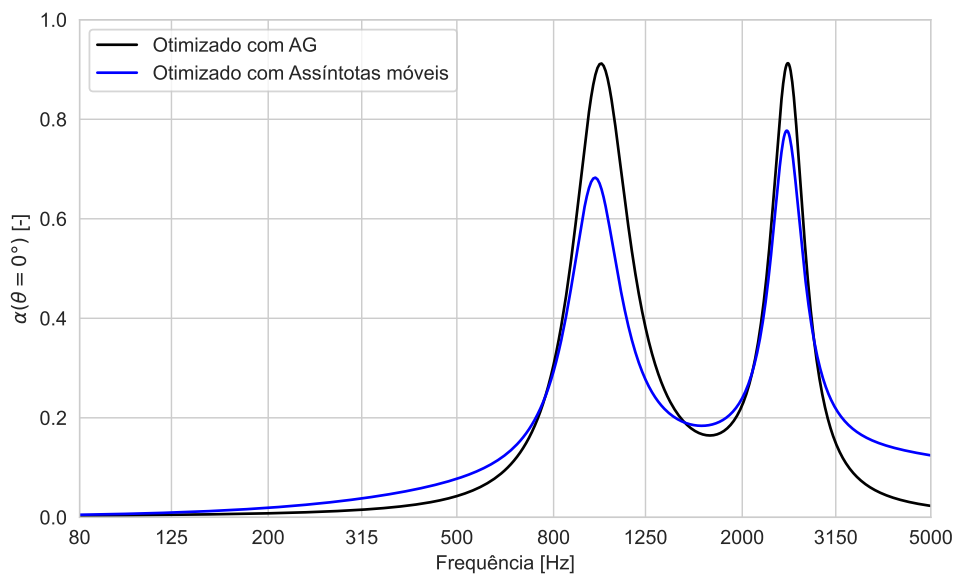
Para esta estratégia de otimização nenhuma amostra foi fabricada entretanto, a Figura 44 mostra a curva de absorção obtida pelo modelo analítico. Mostra-se também, para fins de comparação, uma curva de absorção analítica de uma geometria otimizada utilizando o método das assíntotas móveis (método baseado em gradiente), cedida pelo professor Paulo Mareze, orientador deste trabalho. Uma representação 3D desta última pode ser vista na Figura 43. A geometria base é a mesma utilizada neste trabalho, assim como as restrições geométricas impostas ao algoritmo de otimização.

Figura 43 – CAD da geometria otimizada pelo método das assíntotas móveis.



Fonte: Imagem cedida pelo Prof. Paulo Mareze.

Figura 44 – Curva de absorção da geometria otimizada com elevado fator de mutação.



Fonte: O autor.

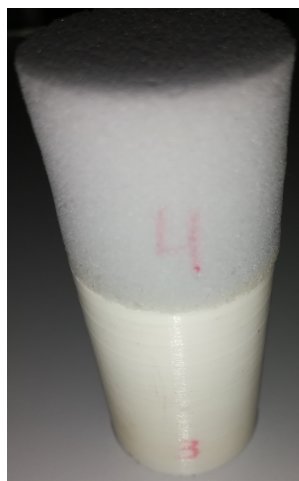
Neste caso, os dois picos sintonizados em 1000 Hz e 2500 Hz são produzidos por uma mesma geometria, ou seja, nenhuma associação de impedâncias foi feita. É interessante notar, que o algoritmo genético foi capaz de encontrar um pico adicional por ter seu fator de mutação aumentado. Como comentado anteriormente, o padrão da geometria (Figura 41) apresenta duas regiões de diminuição e aumento dos diâmetros dos dutos, cada uma sintonizada em sua respectiva frequência. Este comportamento não se repetiu quando as frequências de sintonia foram reduzidas para uma região mais baixa do espectro sonoro. O coeficiente de absorção da geometria cedida segue o mesmo comportamento,

entretanto com menor amplitude. Além disso, o método baseado em gradiente encontrou uma solução ótima após 432 iterações, enquanto o algoritmo genético convergiu após 150. Para esta geometria, a relação entre a espessura da amostra e o comprimento de onda para a frequência de 1000 Hz é de aproximadamente 0,093.

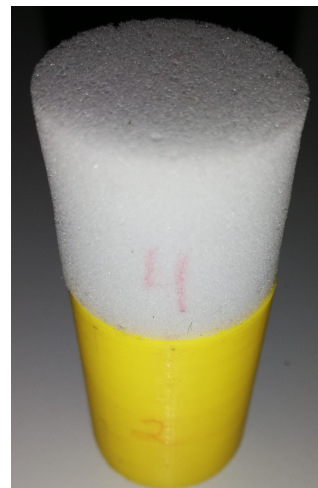
### 4.2.3 Combinações da geometria otimizada

A partir do metamaterial proposto novas combinações podem ser feitas, como por exemplo, a adição de um material poroso na entrada do sistema. Isto foi feito para o metamaterial otimizado e não otimizado e uma fotografia da montagem do sistema é exibida na Figura 45. Nesta configuração, a onda sonora incide sobre o material poroso com o metamaterial apoiado em uma terminação rígida.

Figura 45 – Montagem do sistema constituído por um material poroso em série com o metamaterial.



(a) Metamaterial otimizado



(b) Metamaterial não otimizado

Fonte: Fotos cedidas pelo Prof. Paulo Mareze.

O material poroso utilizado foi uma espuma de melamina, cujo os parâmetros macroscópicos estão postos na Tabela 11. A impedância de superfície deste sistema é calculada de acordo com a equação 2.35. Para obtenção da impedância característica e número de onda do material poroso, o modelo JCAL (Johnson-Champoux-Allard-Lafarge) foi utilizado (ALLARD; ATALLA, 2009).

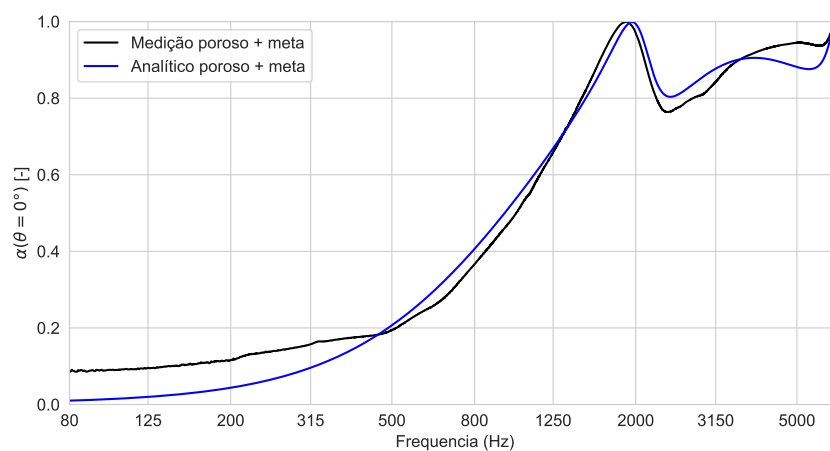
Tabela 11 – Parâmetros do material poroso.

Resistividade ao fluxo ( $\text{Ns/m}^4$ )	Porosidade (-)	Tortuosidade (-)	Comprimento característico térmico ( $\mu\text{m}$ )	Comprimento característico viscoso ( $\mu\text{m}$ )
11000	0,99	1,07	119	214

Fonte: O autor.

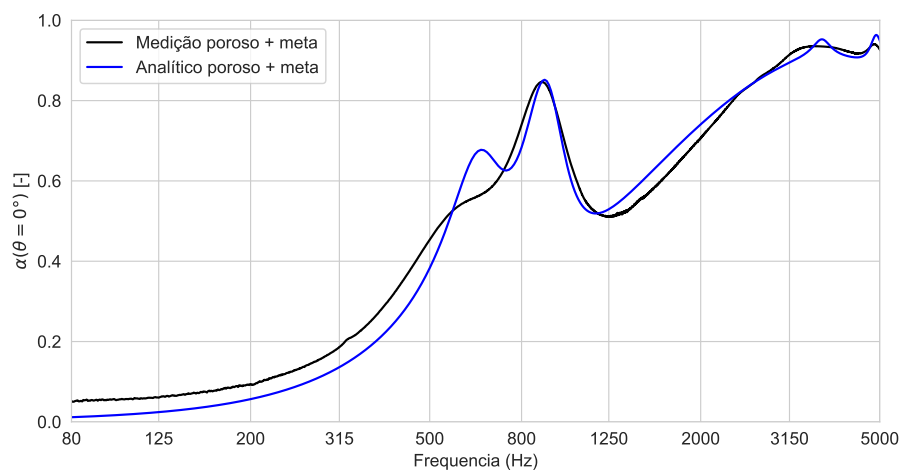
As Figuras 46 e 47 mostram a comparação entre as curvas experimental e analítica do sistema proposto. É interessante notar que ambas as curvas têm o mesmo comportamento para os dois casos testados e o modelo foi capaz de recuperar o comportamento real do sistema. Pode-se destacar que a maior largura de banda do material impresso na região até aproximadamente 1250 Hz para o ensaio com a amostra otimizada, se mantém assim como nos casos vistos e comentados anteriormente. Além disso, a maior amplitude de absorção na região de baixas frequências, onde o material poroso não é eficiente, é vista em ambos os ensaios, atestando mais uma vez os efeitos de dissipação adicionados pela rugosidade do material fabricado.

Figura 46 – Coeficiente de absorção para a configuração poroso + metamaterial não otimizado.



Fonte: O autor.

Figura 47 – Coeficiente de absorção para a configuração poroso + metamaterial otimizado.



Fonte: O autor.

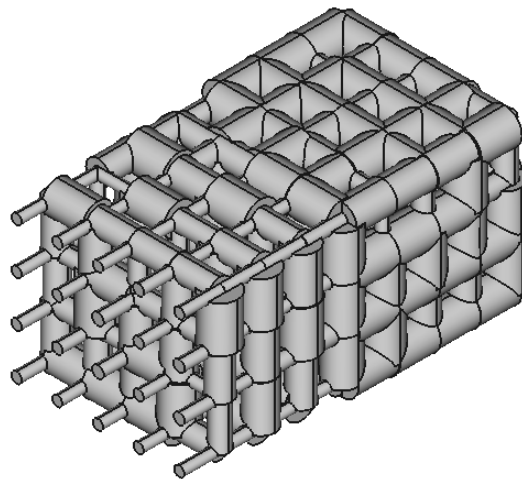
Vale ressaltar, que o comportamento obtido é característico da configuração material poroso em série com o metamaterial com a onda sonora incidindo sobre o material

poroso. Caso a configuração mude (por exemplo, metamaterial seguido de material poroso), a resposta de absorção pode ser significativamente diferente.

#### 4.2.4 Geometria 3D otimizada

Além da otimização da geometria bidimensional, alguns testes teóricos foram feitos com um modelo de dutos arranjados no espaço 3D. A Figura 48 mostra o resultado do processo de otimização baseado na estratégia 1 e utilizando os parâmetros da geometria 2 da Tabela 7, exceto pela frequência que, para este caso, foi de 400 Hz.

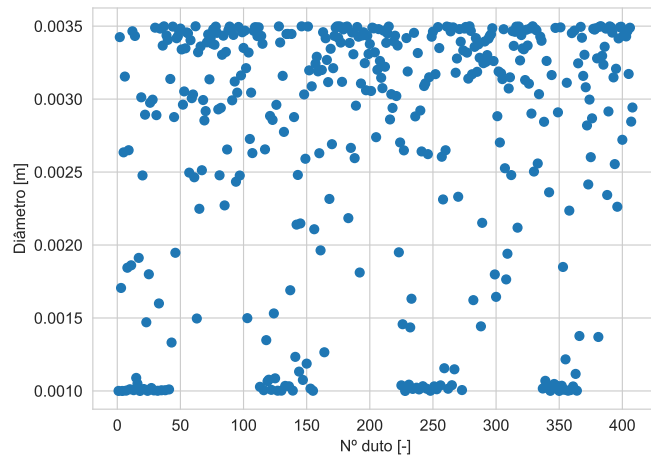
Figura 48 – Geometria gerada pela otimização dos dutos arranjados no espaço 3D.



Fonte: O autor.

A Figura 49 ilustra a distribuição dos diâmetros para este caso. Um comportamento semelhante ao da otimização da geometria 2D é notado, em que os dutos de menor diâmetro se concentram na entrada do material.

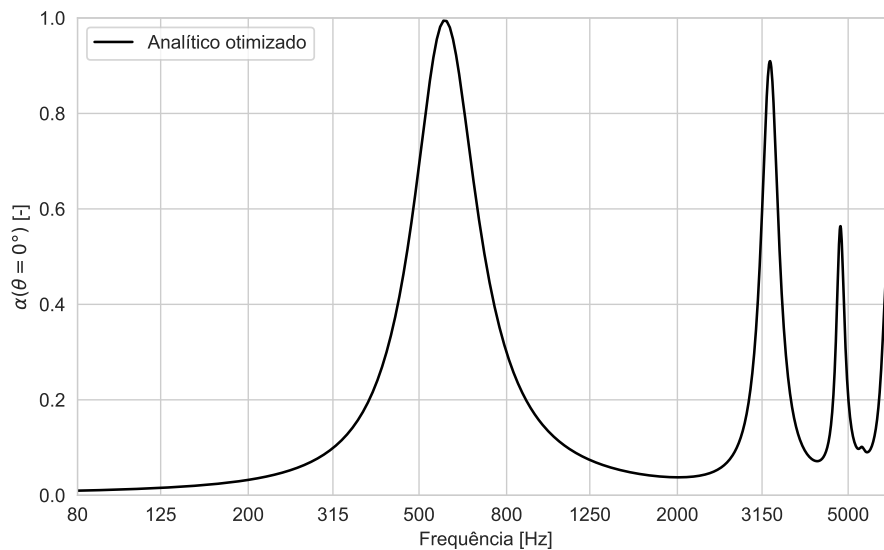
Figura 49 – Distribuição dos diâmetros gerados pela otimização dos dutos arranjados no espaço 3D.



Fonte: O autor.

A Figura 50 mostra a curva de absorção obtida com o modelo analítico para a geometria tridimensional.

Figura 50 – Curva de absorção da geometria 3D otimizada.



Fonte: O autor.

Em comparação à otimização da geometria 2D, observa-se um ganho na absorção das baixas frequências, pois o diâmetro mínimo foi mantido em 1 mm e foi possível sintonizar o dispositivo em torno de 600 Hz, obtendo uma relação entre a espessura do material e o comprimento de onda de  $\approx 0,055$ . Todavia, o custo computacional para este caso é maior, pois mais dutos fazem parte do processo de otimização. Assim, com uma impressora 3D com uma melhor resolução e precisão, é possível obter o mesmo resultado otimizando uma geometria menos complexa, e que possui menos elementos a serem otimizados, somente diminuindo a restrição do diâmetro mínimo.

## 5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Apresentou-se neste trabalho um modelo de metamaterial absorvedor acústico, que consiste no arranjo de pequenos dutos estreitos e rígidos. Este modelo combina efeitos ressonantes, como no caso de um ressonador de  $1/4$  de comprimento de onda, com elevada dissipação viscotérmica, devido aos diâmetros de ordem milimétrica e/ou submilimétrica.

Na primeira parte do documento, as teorias acústicas necessárias para o desenvolvimento do projeto foram elucidadas, como as equações básicas considerando efeitos dissipativos, o modelo analítico conhecido como *low reduced frequency* para modelagem do novo fluido equivalente dentro dos dutos e as teorias de matrizes de quatro polos. Além disso, as equações para obtenção da impedância de superfície da montagem final do sistema e do coeficiente de absorção foram apresentadas. Para a modelagem numérica, o método dos elementos finitos foi utilizado em conjunto com os modelos analíticos, a fim de se obter uma simulação considerando os efeitos de dissipação dentro dos dutos.

Além de teorias acústicas, o trabalho também abordou em algum nível de detalhe o algoritmo de otimização utilizado, o qual segue uma abordagem probabilística e iterativa, tendo como núcleo de funcionamento os operadores genéticos. A variável otimizada foi o diâmetros dos dutos.

Para a geração da geometria do metamaterial, códigos desenvolvidos na linguagem Python foram integrados com o *software* de modelagem paramétrica FreeCad. A técnica de fabricação de manufatura aditiva foi utilizada e algumas geometrias puderam ser impressas para os ensaios em tubo de impedância.

Os resultados experimentais mostraram semelhança satisfatória com os modelos desenvolvidos, tanto na amostra de teste quanto nas amostras otimizadas. Estas últimas foram capazes de maximizar a absorção sonora em bandas de frequências cujo comprimento de onda é consideravelmente maior do que a espessura do dispositivo, mostrando a eficácia do projeto.

Entretanto, algumas limitações foram percebidas. No modelo numérico, a forma de implementação da dissipação viscotérmica pode resultar em algumas incertezas, principalmente no encontro entre muitos dutos. Já no modelo analítico, para uma geometria mais complexa, a determinação do comprimento equivalente de cada duto pode se tornar mais difícil e incerta. Para a otimização das amostras, geometrias que resultam em um grande número de dutos podem tornar a utilização de algoritmos evolutivos um tanto proibitiva, uma vez que o custo computacional aumenta com o aumento do número de variáveis a ser otimizada. Uma saída para isto é utilizar métodos baseados em gradiente. Sobre a fabricação dos materiais, o método de impressão utilizado neste trabalho (FDM) confere maior rugosidade à superfície dos dispositivos, resultando em maiores larguras de bandas nas



amostras fabricadas. Além disso, a resolução da impressora 3D influencia diretamente na viabilidade de se fabricar amostras com diâmetros de ordem submilimétrica, o que é uma condição importante para se obter materiais com comportamento de subcomprimento de onda.

## 5.1 TRABALHOS FUTUROS

Portanto, para a continuação deste projeto, recomenda-se os seguintes passos:

- Elaboração de um script para geração de uma geometria com dutos dispostos no espaço 3D de forma aleatória. Isto poderia aumentar a tortuosidade do dispositivo e conseqüentemente a capacidade de absorção em baixas frequências;
- Medição das amostras fabricadas em campo difuso;
- Fabricação das amostras em uma impressora com maior capacidade de reproduzir diâmetros de ordem submilimétrica;
- Realização de outras montagens com as amostras fabricadas de forma a se obter novos sistemas, como dutos em L, espaços enrolados entre outras possibilidades;
- Investigação de outros algoritmos evolutivos ou baseados em gradiente para otimização dos metamateriais;
- Elaboração de um algoritmo de otimização com outras variáveis, como por exemplo, o comprimento dos dutos;
- Medição da tortuosidade do dispositivo. Para isso, é necessário fabricar uma amostra com ambas as extremidades abertas, porém este parâmetro poderia ser utilizado para investigar de forma mais profunda a influência da orientação dos dutos dentro do material.

## REFERÊNCIAS

ALLARD, J. F.; ATALLA, N. **Propagation of Sound in Porous Media: Modelling Sound Absorbing Materials**. Chichester: Wiley, 2009. 374 p.

ALMEIDA, G. do N. **ANÁLISE DE UM METAMATERIAL ACÚSTICO DO TIPO LABIRÍNTICO NA ABSORÇÃO SONORA DE BAIXAS FREQUÊNCIAS**. 2019. 190 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Mecânica) — Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2019.

ANG, L. Y. L.; KOH, Y. K.; LEE, H. P. Plate-type acoustic metamaterials: Experimental evaluation of a modular large-scale design for low-frequency noise control. **Acoustics**, v. 1, n. 2, p. 354–368, 2019. ISSN 2624-599X. Disponível em: <<https://www.mdpi.com/2624-599X/1/2/19>>.

ARJUNAN, A.; BAROUTAJI, A.; ROBINSON, J. Advances in acoustic metamaterials. Elsevier, 2021. Disponível em: <<http://hdl.handle.net/2436/624062>>.

ATALLA, N.; SGARD, F. **Finite Element and Boundary Methods in Structural Acoustics And Vibration**. 1. ed. Boca Raton: CRC Press, 2015. 470 p.

CAI, X. et al. Ultrathin low-frequency sound absorbing panels based on coplanar spiral tubes or coplanar helmholtz resonators. **Applied Physics Letters**, v. 105, n. 12, p. 121901, 2014. Disponível em: <<https://doi.org/10.1063/1.4895617>>.

COMSOL. **How to Model Thermoviscous Acoustics in COMSOL Multiphysics**. COMSOL Multiphysics, 2016. Acessado em 31 jul 2023. Disponível em: <<https://www.comsol.com/blogs/how-to-model-thermoviscous-acoustics-in-comsol-multiphysics/>>.

EERDEN, F. van der. **Noise reduction with coupled prismatic tubes**. 2000. 215 f. Tese — University of Twente, Enschede, 2000.

FORTIN, F.-A. et al. Deap: Evolutionary algorithms made easy. **J. Mach. Learn. Res.**, JMLR.org, v. 13, n. 1, p. 21712175, jul 2012. ISSN 1532-4435.

FRID, A. Fluid vibration in piping systems - a structural mechanics approach, i: Theory. **Journal of sound and vibration**, p. 423–438, 1989.

GEUZAIN, C.; REMACLE, J.-F. Gmsh: A 3-d finite element mesh generator with built-in pre- and post-processing facilities. **International Journal for Numerical Methods in Engineering**, v. 79, n. 11, p. 1309–1331, 2009. Disponível em: <<https://onlinelibrary.wiley.com/doi/abs/10.1002/nme.2579>>.

GLAV, R.; ABOM, M. A general formalism for analyzing acoustic 2-port networks. **Journal of Sound and Vibration**, p. 739–747, 1997.

GROBY, J.-P. et al. Using simple shape three-dimensional rigid inclusions to enhance porous layer absorption. **The Journal of the Acoustical Society of America**, v. 136, n. 3, p. 1139–1148, 2014. Disponível em: <<https://doi.org/10.1121/1.4892760>>.

INTERNATIONAL ORGANIZATION FOR STANDARDIZATION. **Acoustics Determination of sound absorption coefficient and impedance in impedance tubes Part 2: Transfer-function method**. 1. ed. [S.l.], 1998. 27 p.

JIMENEZ, N. et al. Metadiffusers: Sound diffusers with deep-subwavelength dimensions. **2017 11th International Congress on Engineered Materials Platforms for Novel Wave Phenomena (Metamaterials)**, p. 163–165, 2017.

JIMÉNEZ, N. et al. Ultra-thin metamaterial for perfect and quasi-omnidirectional sound absorption. **Applied Physics Letters**, v. 109, n. 12, p. 121902, 2016. Disponível em: <<https://doi.org/10.1063/1.4962328>>.

JUNG, J. W.; KIM, J. E.; LEE, J. W. Acoustic metamaterial panel for both fluid passage and broadband soundproofing in the audible frequency range. **Applied Physics Letters**, v. 112, n. 4, p. 041903, 2018. Disponível em: <<https://doi.org/10.1063/1.5004605>>.

KENNEDY, J. et al. The influence of additive manufacturing processes on the performance of a periodic acoustic metamaterial. **International Journal of Polymer Science**, v. 2019, p. 11, 2019.

KIM, S.-H.; LEE, S.-H. Air transparent soundproof window. **AIP Advances**, v. 4, n. 11, p. 117123, 2014. Disponível em: <<https://doi.org/10.1063/1.4902155>>.

KUMAR, S. et al. Double negative acoustic metastructure for attenuation of acoustic emissions. **Applied Physics Letters**, v. 112, n. 10, p. 101905, 2018. Disponível em: <<https://doi.org/10.1063/1.5022602>>.

KUMAR, S.; LEE, H. P. The present and future role of acoustic metamaterials for architectural and urban noise mitigations. **Acoustics**, v. 1, n. 3, p. 590–607, 2019. ISSN 2624-599X. Disponível em: <<https://www.mdpi.com/2624-599X/1/3/35>>.

LI, Y.; ASSOUAR, B. M. Acoustic metasurface-based perfect absorber with deep subwavelength thickness. **Applied Physics Letters**, v. 108, n. 6, p. 063502, 2016. Disponível em: <<https://doi.org/10.1063/1.4941338>>.

LINDEN, R. **Algoritmos genéticos - uma importante ferramenta da inteligência computacional**. 1. ed. Rio de Janeiro: Brasport, 2006.

MADENCI, E.; GUVEN, I. **The Finite Element Method and Applications in Engineering Using ANSYS**. 2. ed. London: Springer, 2015. 664 p.

MAREZE, P. Notas de aula da disciplina de controle de ruído. **UFSM**, 2021.

\_\_\_\_\_. Notas de aula da disciplina de métodos numéricos em acústica e vibrações. **UFSM**, 2022.

MAREZE, P. H. **APLICAÇÃO DE TUBOS RESSONANTES PARA ATENUAÇÃO SONORA DE CAVIDADES E FILTROS ACÚSTICOS**. 2009. 128 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Mecânica) — Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2009.

MAREZE, P. H. **ANÁLISE DA INFLUÊNCIA DA MICROGEOMETRIA NA ABSORÇÃO SONORA DE MATERIAIS POROSOS DE ESTRUTURA RÍGIDA**. 2013. 325 f. Tese — Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2013.

MAREZE, P. H. et al. Modeling of acoustic porous material absorber using rigid multiple micro-ducts network (validation of the proposed model). **Journal of sound and vibration**, p. 25, 2021.

OPIELA, K. C.; ZIELISKI, T. G. Microstructural design, manufacturing and dual-scale modeling of an adaptable porous composite sound absorber. **Composites Part B: Engineering**, v. 187, p. 107833, 2020. ISSN 1359-8368. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1359836819304524>>.

RAO, S. S. **Engineering Optimization: Theory and Practice**. 5. ed. Miami: Wiley, 2020. 827 p.

SCAVONE, G. P. **An acoustic analysis of single-reed woodwind instruments with an emphasis on design and performance issues and digital waveguide modeling techniques**. 1997. 244 f. Tese (Doctor of Philosophy) — Stanford University, Stanford, 1997.

SILVA, O. M. et al. Numerical modelling of low-frequency acoustically induced vibration in gas pipeline systems. **ISMA 2020**, 2021.

SLAGLE, A. C.; FULLER, C. R. Low frequency noise reduction using poro-elastic acoustic metamaterials. **21st AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference**, 2015. Disponível em: <<https://arc.aiaa.org/doi/abs/10.2514/6.2015-3113>>.

TEMKIN, S. **Elements of Acoustics**. New York: Acoustical Society of America, 2001. 515 p.

TUOZZO, D. M. et al. Openpulse - open source code for numerical modelling of low-frequency acoustically induced vibration in gas pipeline systems - theory reference: Acoustic gas pulsation module. **Mopt**, 2021.

VOLPATO, N. **Manufatura aditiva: tecnologias e aplicações da impressão 3D**. Editora Blucher, 2021. ISBN 9788521211518. Disponível em: <<https://books.google.com.br/books?id=ni9dDwAAQBAJ>>.

WIRSANSKY, E. **Hands-On Genetic Algorithms with Python: Applying genetic algorithms to solve real-world deep learning and artificial intelligence problems**. 1. ed. Mumbai: Packt, 2020. 334 p.

ZHU, Y. et al. Ultrathin acoustic metasurface-based schroeder diffuser. **Phys. Rev. X**, American Physical Society, v. 7, p. 021034, Jun 2017. Disponível em: <<https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevX.7.021034>>.

ZIELISKI, T. G. et al. Reproducibility of sound-absorbing periodic porous materials using additive manufacturing technologies: Round robin study. **Additive Manufacturing**, v. 36, p. 101564, 2020. ISSN 2214-8604. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S2214860420309362>>.

ZWIKKER, C.; KOSTEN, C. W. **Sound absorbing materials**. California: Elsevier, 1949. 173 p.