

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA MARIA
CENTRO DE TECNOLOGIA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM
ENGENHARIA ELÉTRICA**

**CONTROLE SEM SENSORES MECÂNICOS PARA
GERADOR SÍNCRONO A ÍMÃ PERMANENTE**

TESE DE DOUTORADO

Thiago Araújo Bernardes

**Santa Maria, RS, Brasil
2013**

CONTROLE SEM SENSORES MECÂNICOS PARA GERADOR SÍNCRONO A ÍMÃ PERMANENTE

Thiago Araújo Bernardes

Tese apresentada ao Curso de Doutorado do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica, Área de Concentração em Processamento de Energia Elétrica, da Universidade Federal de Santa Maria (UFSM,RS), como requisito parcial para obtenção do grau de **Doutor em Engenharia Elétrica.**

Orientador: Prof. Humberto Pinheiro

**Santa Maria, RS, Brasil
2013**

Ficha catalográfica elaborada através do Programa de Geração Automática da Biblioteca Central da UFSM, com os dados fornecidos pelo(a) autor(a).

Bernardes, Thiago Araújo

Controle sem sensores mecânicos para gerador síncrono a ímã permanente / Thiago Araújo Bernardes - 2013

253 p.; 30 cm

Orientador: Humberto Pinheiro

Tese (doutorado) – Universidade Federal de Santa Maria, Centro de Tecnologia, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica, RS, 2013

1. Gerador síncrono a ímã permanente 2. Controle vetorial de corrente 3. Modos deslizantes discretos 4. Função de Lyapunov 5. Observadores de posição e de velocidade rotóricas I. Pinheiro, Humberto II. Título.

© 2013

Todos os direitos autorais reservados a Thiago Araújo Bernardes. A reprodução de partes ou do todo deste trabalho só poderá ser feita com autorização por escrito do autor.

Endereço: Av. Roraima, Nº 1000, Bairro Camobi, Santa Maria, RS, Brasil, CEP: 97105-900;

Endereço Eletrônico: thiagobernardes83@gmail.com.

Universidade Federal de Santa Maria
Centro de Tecnologia
Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica

A Comissão Examinadora, abaixo assinada,
aprova a Tese de Doutorado

**CONTROLE SEM SENSORES MECÂNICOS
PARA GERADOR SÍNCRONO A ÍMÃ
PERMANENTE**

elaborada por
Thiago Araújo Bernardes

como requisito parcial para obtenção do grau de
Doutor em Engenharia Elétrica

COMISSÃO EXAMINADORA:



Humberto Pinheiro, Ph.D.
(Presidente/Orientador)



Fábio Eeké Bisogno, Dr. (UFSM)



Vinícius Foletto Montagner, Dr. (UFSM)



Jean Patric da Costa, Dr. (UTFPR)



Selene Isaac Seleme Júnior, Dr. (UFMG)

Santa Maria, 29 de Julho de 2013

Aos meus pais, Julio Cesar e Aldenila, à minha irmã, Elaina, ao meu irmão, Julio Cesar Jr., e, especialmente, à minha esposa, Tarcila, pelo amor, apoio, carinho e confiança.

AGRADECIMENTOS

Inicialmente, eu expresso minha sincera gratidão ao prof. Humberto Pinheiro pelas orientações, pela confiança, pelo apoio e pelo convívio durante o desenvolvimento deste estudo.

Eu agradeço também ao prof. Hilton Abílio Gründling pelas orientações e pelos conselhos que contribuíram para o sucesso deste trabalho. Estendo meus agradecimentos aos demais professores e funcionários do Programa de Pós-graduação em Engenharia Elétrica (PPGEE), que ajudaram-me ao longo desta jornada.

Eu agradeço a todos os meus amigos do Grupo de Eletrônica de Potência e Controle (GEPOC), pelo ambiente harmonioso para adquirir conhecimento, bem como pela excelente convivência.

Eu agradeço à CAPES, à Universidade Federal de Santa Maria, ao PPGEE e ao GEPOC pelo apoio financeiro e pela estrutura laboratorial, técnico e administrativo que disponibilizaram.

Eu agradeço aos meus pais, Julio Cesar e Aldenila, à minha irmã, Elaina, e ao meu irmão, Julio Cesar Jr., pelo apoio e pelo carinho.

Eu agradeço ainda aos meus avôs, José Maria e José Rufino, e às minhas falecidas avós, Nila e Tereza, pelo incentivo e pela ternura que eles tiveram por mim desde os meus primeiros dias de vida. Eu agradeço a eles pela educação que chegou a mim por meio dos meus pais.

Especialmente, eu agradeço à minha esposa, Tarcila, pelo amor, pelo apoio e pela paciência em suportar a minha ausência durante a realização deste trabalho. A imagem dela guiava os meus pensamentos, mantendo-me focado para concluir com excelência este estudo e para retornar para o lado dela.

*“Verás que um filho teu não foge
à luta,
Nem teme, quem te adora, a
própria morte.”*

Hino Nacional

RESUMO

Tese de Doutorado
Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica
Universidade Federal de Santa Maria, RS, Brasil

CONTROLE SEM SENSORES MECÂNICOS PARA GERADOR SÍNCRONO A ÍMÃ PERMANENTE

AUTOR: THIAGO ARAÚJO BERNARDES

ORIENTADOR: HUMBERTO PINHEIRO

Local da Defesa e Data: Santa Maria, 29 de Julho de 2013.

Esta Tese propõe esquemas de controle vetorial sem sensores mecânicos de posição e de velocidade que combinam observadores projetados no domínio de tempo discreto para estimar essas variáveis para um gerador síncrono a ímãs permanentes de polos não salientes. Dois esquemas de controle são propostos. O primeiro esquema baseia-se em um observador de corrente por modos deslizantes discretos em série com um observador adaptativo de força eletromotriz. Então, as condições de deslizamento que asseguram os modos deslizantes em torno da superfície de deslizamento são estabelecidas no domínio de tempo discreto para garantir a estabilidade do observador de corrente e um inovador procedimento de projeto para ele é proposto. Em seguida, o observador de força eletromotriz é projetado usando o método direto de Lyapunov discreto, que fornece a posição e a velocidade rotóricas estimadas. O segundo esquema estende a metodologia desenvolvida para o primeiro, considerando as incertezas paramétricas bem como eliminando as componentes de alta frequência de *chattering*. O segundo esquema usa um observador de corrente por modos deslizantes discretos como o primeiro. Entretanto, o observador de força eletromotriz é substituído por um retentor de fase em série com um diferenciador robusto por modos deslizantes discretos, que segue a metodologia proposta para o observador de corrente. Resultados experimentais validam a análise teórica desenvolvida e demonstram o desempenho dos esquemas de controle propostos considerando um sistema de conversão de energia eólica de pequeno porte. Além disso, os esquemas propostos são comparados com outros da literatura. Ressalta-se que a toda abordagem é desenvolvida no domínio de tempo discreto tornando-a apta para uma implementação em microcontroladores e em processadores digitais de sinais.

Palavras-chave: Máquina síncrona a ímã permanente, controle vetorial *sensorless*, modos deslizantes discretos, Método Direto de Lyapunov.

ABSTRACT

Doctoral Thesis

Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica
Universidade Federal de Santa Maria, RS, Brasil

SENSORLESS CONTROL OF PERMANENT MAGNET SYNCHRONOUS GENERATOR

AUTHOR: THIAGO ARAÚJO BERNARDES

ADVISOR: HUMBERTO PINHEIRO

Place and Date: Santa Maria, July 29st, 2013.

This Thesis proposes sensorless vector control schemes that combine designed observers in the discrete-time domain to estimate the rotor position and speed for a permanent magnet synchronous generator of non-salient poles. Two control schemes are proposed. The first scheme is based on a discrete sliding mode current observer in series with an adaptive electromotive force observer. Then, the sliding conditions that assure the sliding motion around the sliding surface are derived to ensure the stability of the current observer as well as an innovative design procedure is proposed for it. Moreover, the electromotive force observer is designed using Lyapunov's Discrete Direct Method, which provides the estimated rotor position and speed. The second scheme extends the developed methodology for the former, considering the parametric uncertainties and eliminating the high frequency components of chattering. The second scheme uses a discrete sliding mode current observer as in the first scheme. However, the electromotive force observer is replaced by a phase-locked loop in series with a discrete sliding mode robust differentiator, which follows the proposed methodology for the discrete sliding mode current observer. Experimental results validate the theoretical analysis and demonstrate the performance of the proposed control schemes considering a small scale wind energy conversion system. In addition, proposed schemes are compared with others of the literature. It should be noticed that the whole approach is carried out in discrete time domain making it suitable for a microcontroller or digital signal processor implementation.

Keywords: Permanent Magnet Synchronous Generator, sensorless vector control, discrete sliding mode, Lyapunov's Direct Method.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1.1 – Diagrama de blocos do esquema de controle por Wu e Slemon (1991).	42
Figura 1.2 – Diagrama de blocos do esquema de controle por Bolognani, Zigliotto e Zordan (2001).	43
Figura 1.3 – Diagrama de blocos do esquema de controle por Zhu et al. (2001). .	44
Figura 1.4 – Diagrama de blocos do esquema de controle por Morimoto et al. (2002).	45
Figura 1.5 – Diagrama de blocos do esquema de controle por Seok, Lee e Lee (2006).	46
Figura 1.6 – Diagrama de blocos do esquema de controle por Rashed et al. (2007).	46
Figura 1.7 – Diagrama de blocos do esquema de controle por Lian, Chiang e Tu (2007).	47
Figura 1.8 – Diagrama de blocos do esquema de controle por Genduso et al. (2010).	48
Figura 1.9 – Diagrama de blocos do esquema de controle por Lee et al. (2010). . .	49
Figura 1.10 – Diagrama de blocos do esquema de controle por Singh e Chandra (2011).	50
Figura 2.1 – Gerador síncrono de polos salientes, trifásica, dois polos e com estator conectado em estrela.	56
Figura 2.2 – Relação entre coordenadas $\alpha\beta$ e abc	61
Figura 2.3 – Relação entre os planos de coordenadas estacionárias $\alpha\beta$ e síncronas dq	64
Figura 2.4 – Circuito equivalente dinâmico de um PMSG ideal. Circuito equivalente: (a) eixo d e (b) eixo q	66
Figura 3.1 – Diagrama de blocos do observador de posição e velocidade rotórica em tempo contínuo.	71
Figura 3.2 – Diagrama de blocos do observador de corrente no domínio de tempo contínuo.	74
Figura 3.3 – Diagrama de blocos do observador de EMF adaptativo no domínio de tempo contínuo.	74
Figura 4.1 – Diagrama de bloco do observador de posição e velocidade rotórica em tempo discreto.	81
Figura 4.2 – Diagrama de blocos do observador de corrente por modos deslizantes em tempo discreto, em que $\bar{\mathbf{h}}_1 = (\mathbf{B}^{-1}\mathbf{A}\mathbf{B} + h_1\mathbf{I})$	84

Figura 4.3	– Um modo quase deslizante instável para uma superfície de deslizamento $\sigma_{i(k)} = x_2 = 0$ (SIRA-RAMIREZ, 1991, Exemplo 3.1).....	86
Figura 4.4	– Modo quase deslizante contido na superfície de deslizamento $\sigma_{2(k)}$, em que $x_{1(k+1)} = x_{2(k)}$, $x_{2(k+1)} = u_{(k)}$ e $u_{(k)} = a^2 x_{1(k)}$ com $ a < 1$ (SIRA-RAMIREZ, 1991, Exemplo 3.2).....	88
Figura 4.5	– Trajetórias dos estados $\mathbf{x}_{(k)}$ para $w_{(k)} = 0$, em que $x_{1(k)} = \sigma_{(k)}$ e $x_{2(k)} = \tilde{e}_{(k)}$	93
Figura 4.6	– Função de comutação $\sigma_{(k)}$ e perturbação $w_{(k)}$ para compreensão das condições de deslizamento.....	95
Figura 4.7	– Comparação entre a banda do modo quase deslizante pelo método de Gao, Wang e Homaifa σ_{\max_G} e pelo método proposto σ_{\max_B} , considerando: $\sigma_{(k+1)} = 0,95\sigma_{(k)} - 30 \text{sign} \sigma_{(k)} + w_{(k)}$; $w_{(k)} = 3 \sin(1000\pi k)$ e $T_s = 0,1\text{ms}$	96
Figura 4.8	– Pseudo-código para o projeto do observador de corrente DSM.....	97
Figura 4.9	– Diagrama de resposta em frequência para $F_{e(z)}$ para $h_1 = 1,8$; $h_3 = 2$ e $f_s = 10 \text{kHz}$	99
Figura 4.10	– Diagrama de blocos do observador adaptativo de EMF.....	100
Figura 5.1	– Diagrama de bloco do observador de posição e velocidade rotórica em tempo discreto com eliminação de <i>chattering</i>	107
Figura 5.2	– Diagrama de bloco do observador de corrente IDSM.....	110
Figura 5.3	– Diagramas de blocos das estruturas possíveis para determinar a EMF equivalente: (a) com realimentação positiva e (b) com malha aberta.....	111
Figura 5.4	– Mecanismo de busca do algoritmo PSO.....	115
Figura 5.5	– Pseudo-código para o projeto do observador de corrente IDSM por algoritmo PSO.....	117
Figura 5.6	– Resposta em frequência para $F_{e(z)}$ para $h_1 = 0,27$; $h_3 = 0,38$; $f_s = 10\text{kHz}$ e $\omega_b = 960\text{Hz}$	118
Figura 5.7	– Funções para a comutação.....	119
Figura 5.8	– Estratégia para eliminar o <i>chattering</i>	123
Figura 5.9	– Diagrama de blocos para a técnica de eliminação de <i>chattering</i>	124
Figura 5.10	– Diagrama de blocos para o filtro retentor de fase.....	125
Figura 5.11	– Diagrama de blocos do diferenciador robusto por modos deslizantes.....	128
Figura 6.1	– Diagrama de blocos do modelo síncrono dq do PMSG.....	132
Figura 6.2	– Atraso computacional.....	133

Figura 6.3	– Controlador de corrente PI com ação anti- <i>windup</i> e compensação do atraso da ação de controle, em que $\mathbf{v}_{dq(k+1)} = \mathbf{u}_{dq(k)}^L$.	134
Figura 7.1	– Diagrama de blocos para o controlador <i>sensorless</i> .	138
Figura 7.2	– <i>Sensorless</i> 1, velocidade próxima a zero: 5 rpm. Superior: velocidade mecânica real $\omega_{m(k)}$ e estimada $\hat{\omega}_{m(k)}$; Inferior: posição rotórica real $\theta_{e(k)}$ e estimada $\hat{\theta}_{e(k)}$.	141
Figura 7.3	– <i>Sensorless</i> 1, baixa rotação: 50 rpm. Superior: velocidade mecânica real $\omega_{m(k)}$ e estimada $\hat{\omega}_{m(k)}$; Centro: posição rotórica real $\theta_{e(k)}$ e estimada $\hat{\theta}_{e(k)}$; Inferior: erro percentual de estimação de posição $\tilde{\theta}_{e(k)}$ e de velocidade mecânica $\tilde{\omega}_{m(k)}$.	142
Figura 7.4	– <i>Sensorless</i> 1, metade da velocidade nominal: 400 rpm. Superior: velocidade mecânica real $\omega_{m(k)}$ e estimada $\hat{\omega}_{m(k)}$; Centro: posição rotórica real $\theta_{e(k)}$ e estimada $\hat{\theta}_{e(k)}$; Inferior: erro percentual de estimação de posição $\tilde{\theta}_{e(k)}$ e de velocidade mecânica $\tilde{\omega}_{m(k)}$.	143
Figura 7.5	– <i>Sensorless</i> 1, velocidade nominal: 800 rpm. Superior: velocidade mecânica real $\omega_{m(k)}$ e estimada $\hat{\omega}_{m(k)}$; Centro: posição rotórica real $\theta_{e(k)}$ e estimada $\hat{\theta}_{e(k)}$; Inferior: erro percentual de estimação de posição $\tilde{\theta}_{e(k)}$ e de velocidade mecânica $\tilde{\omega}_{m(k)}$.	144
Figura 7.6	– <i>Sensorless</i> 2, velocidade próxima a zero: 5 rpm. Superior: velocidade mecânica real $\omega_{m(k)}$ e estimada $\hat{\omega}_{m(k)}$; Inferior: posição rotórica real $\theta_{e(k)}$ e estimada $\hat{\theta}_{e(k)}$.	145
Figura 7.7	– <i>Sensorless</i> 2, baixa rotação: 50 rpm. Superior: velocidade mecânica real $\omega_{m(k)}$ e estimada $\hat{\omega}_{m(k)}$; Centro: posição rotórica real $\theta_{e(k)}$ e estimada $\hat{\theta}_{e(k)}$; Inferior: erro percentual de estimação de posição $\tilde{\theta}_{e(k)}$ e de velocidade mecânica $\tilde{\omega}_{m(k)}$.	146
Figura 7.8	– <i>Sensorless</i> 2, metade da velocidade nominal: 400 rpm. Superior: velocidade mecânica real $\omega_{m(k)}$ e estimada $\hat{\omega}_{m(k)}$; Centro: posição rotórica real $\theta_{e(k)}$ e estimada $\hat{\theta}_{e(k)}$; Inferior: erro percentual de estimação de posição $\tilde{\theta}_{e(k)}$ e de velocidade mecânica $\tilde{\omega}_{m(k)}$.	147
Figura 7.9	– <i>Sensorless</i> 2, velocidade nominal: 800 rpm. Superior: velocidade mecânica real $\omega_{m(k)}$ e estimada $\hat{\omega}_{m(k)}$; Centro: posição rotórica real $\theta_{e(k)}$ e estimada $\hat{\theta}_{e(k)}$; Inferior: erro percentual de estimação de posição $\tilde{\theta}_{e(k)}$ e de velocidade mecânica $\tilde{\omega}_{m(k)}$.	148
Figura 7.10	– <i>Sensorless</i> 1, velocidade próxima a zero: 5 rpm. Função de comutação $\sigma_{\alpha\beta(k)}$.	149

Figura 7.11 – <i>Sensorless</i> 1, velocidade próxima a zero: 50 rpm. Função de comutação $\sigma_{\alpha\beta(k)}$	149
Figura 7.12 – <i>Sensorless</i> 1, metade da velocidade nominal: 400 rpm. Função de comutação $\sigma_{\alpha\beta(k)}$	150
Figura 7.13 – <i>Sensorless</i> 1, velocidade nominal: 800 rpm. Função de comutação $\sigma_{\alpha\beta(k)}$	150
Figura 7.14 – <i>Sensorless</i> 2, velocidade próxima a zero: 5 rpm. Função de comutação $\sigma_{\alpha\beta(k)}$	151
Figura 7.15 – <i>Sensorless</i> 2, baixa rotação: 50 rpm. Função de comutação $\sigma_{\alpha\beta(k)}$...	151
Figura 7.16 – <i>Sensorless</i> 2, metade da velocidade nominal: 400 rpm. Função de comutação $\sigma_{\alpha\beta(k)}$	152
Figura 7.17 – <i>Sensorless</i> 2, velocidade nominal: 800 rpm. Função de comutação $\sigma_{\alpha\beta(k)}$	152
Figura 7.18 – <i>Sensorless</i> 1, velocidade próxima a zero: 5 rpm. Força eletromotriz eixo α . Superior: calculada e_α , estimada \hat{e}_α e equivalente sem <i>chattering</i> e_α^{eq} ; Inferior: e_α^{eq} e sua envoltória.	153
Figura 7.19 – <i>Sensorless</i> 1, baixa rotação: 50 rpm. Força eletromotriz eixo α . Superior: calculada e_α , estimada \hat{e}_α e equivalente sem <i>chattering</i> e_α^{eq} ; Inferior: e_α^{eq} e sua envoltória.	154
Figura 7.20 – <i>Sensorless</i> 1, metade da velocidade nominal: 400 rpm. Força eletromotriz eixo α . Superior: calculada e_α , estimada \hat{e}_α e equivalente sem <i>chattering</i> e_α^{eq} ; Inferior: e_α^{eq} e sua envoltória.	154
Figura 7.21 – <i>Sensorless</i> 1, velocidade nominal: 800 rpm. Força eletromotriz eixo α . Superior: calculada e_α , estimada \hat{e}_α e equivalente sem <i>chattering</i> e_α^{eq} ; Inferior: e_α^{eq} e sua envoltória.	155
Figura 7.22 – <i>Sensorless</i> 2, velocidade próxima a zero: 5 rpm. Força eletromotriz eixo α . Superior: calculada e_α , estimada \hat{e}_α ; Inferior: \hat{e}_α com <i>chattering</i> e sua envoltória.	155
Figura 7.23 – <i>Sensorless</i> 2, baixa rotação: 50 rpm. Força eletromotriz eixo α . Superior: calculada e_α , estimada \hat{e}_α ; Inferior: \hat{e}_α com <i>chattering</i> e sua envoltória.	156
Figura 7.24 – <i>Sensorless</i> 2, metade da velocidade nominal: 400 rpm. Força eletromotriz eixo α . Superior: calculada e_α , estimada \hat{e}_α ; Inferior: \hat{e}_α com <i>chattering</i> e sua envoltória.....	156

Figura 7.25 – <i>Sensorless 2</i> , velocidade nominal: 800 rpm. Força eletromotriz eixo α . Superior: calculada e_α , estimada \hat{e}_α ; Inferior: \hat{e}_α com <i>chattering</i> e sua envoltória.	157
Figura 7.26 – <i>Sensorless 1</i> , velocidade próxima a zero: 5 rpm. Corrente estatórica eixo α . Superior: real i_α e estimada sem <i>chattering</i> \hat{i}_α ; Inferior: envoltória da corrente estimada \hat{i}_α	158
Figura 7.27 – <i>Sensorless 1</i> , baixa rotação: 50 rpm. Corrente estatórica eixo α . Superior: real i_α e estimada sem <i>chattering</i> \hat{i}_α ; Inferior: envoltória da corrente estimada \hat{i}_α	158
Figura 7.28 – <i>Sensorless 1</i> , metade da velocidade nominal: 400 rpm. Corrente estatórica eixo α . Superior: real i_α e estimada sem <i>chattering</i> \hat{i}_α ; Inferior: envoltória da corrente estimada \hat{i}_α	159
Figura 7.29 – <i>Sensorless 1</i> , velocidade nominal: 800 rpm. Corrente estatórica eixo α . Superior: real i_α e estimada sem <i>chattering</i> \hat{i}_α ; Inferior: envoltória da corrente estimada \hat{i}_α	159
Figura 7.30 – <i>Sensorless 2</i> , velocidade próxima a zero: 5 rpm. Corrente estatórica eixo α . Superior: real i_α e estimada sem <i>chattering</i> \hat{i}_α ; Inferior: envoltória da corrente estimada \hat{i}_α	160
Figura 7.31 – <i>Sensorless 2</i> , baixa rotação: 50 rpm. Corrente estatórica eixo α . Superior: real i_α e estimada sem <i>chattering</i> \hat{i}_α ; Inferior: envoltória da corrente estimada \hat{i}_α	160
Figura 7.32 – <i>Sensorless 2</i> , metade da velocidade nominal: 400 rpm. Corrente estatórica eixo α . Superior: real i_α e estimada sem <i>chatter</i> \hat{i}_α ; Inferior: envoltória da corrente estimada \hat{i}_α	161
Figura 7.33 – <i>Sensorless 2</i> , velocidade nominal: 800 rpm. Corrente estatórica eixo α . Superior: real i_α e estimada sem <i>chatter</i> \hat{i}_α ; Inferior: envoltória da corrente estimada \hat{i}_α	161
Figura 7.34 – <i>Sensorless 1</i> sob variação de velocidade de 5 para 800 rpm, decrescendo para 400 rpm e retornando para 5 rpm. Superior: velocidade mecânica real $\omega_{m(k)}$ e estimada $\hat{\omega}_{m(k)}$; Centro: erro percentual de posição $\tilde{\theta}_{e(k)}$ e de velocidade $\tilde{\omega}_{m(k)}$. Inferior: corrente estatórica em coordenadas síncronas $\hat{i}_{dq(k)}$	163

Figura 7.35 – <i>Sensorless 2</i> sob variação de velocidade de 5 para 800 rpm, decrescendo para 400 rpm e retornando para 5 rpm. Superior: velocidade mecânica real $\omega_{m(k)}$ e estimada $\hat{\omega}_{m(k)}$; Centro: erro percentual de posição $\tilde{\theta}_{e(k)}$ e de velocidade $\tilde{\omega}_{m(k)}$. Inferior: corrente estatórica em coordenadas síncronas $\hat{i}_{dq(k)}$	164
Figura 7.36 – <i>Sensorless 1</i> , velocidade próxima a zero: 5 rpm. Corrente estatórica eixo $\alpha\beta$	165
Figura 7.37 – <i>Sensorless 2</i> , velocidade próxima a zero: 5 rpm. Corrente estatórica eixo $\alpha\beta$	165
Figura 7.38 – <i>Sensorless 1</i> , baixa rotação: 50 rpm. Corrente estatórica eixo $\alpha\beta$. . .	165
Figura 7.39 – <i>Sensorless 2</i> , baixa rotação: 50 rpm. Corrente estatórica eixo $\alpha\beta$. . .	166
Figura 7.40 – <i>Sensorless 1</i> , baixa rotação: 50 rpm. Superior: velocidade mecânica real $\omega_{m(k)}$ e estimada $\hat{\omega}_{m(k)}$; Inferior: posição rotórica real $\theta_{e(k)}$ e estimada $\hat{\theta}_{e(k)}$	166
Figura 7.41 – <i>Sensorless 2</i> , baixa rotação: 50 rpm. Superior: velocidade mecânica real $\omega_{m(k)}$ e estimada $\hat{\omega}_{m(k)}$; Inferior: posição rotórica real $\theta_{e(k)}$ e estimada $\hat{\theta}_{e(k)}$	167
Figura 7.42 – <i>Sensorless 1</i> sob variação de carga em 600 rpm. Superior: posição rotórica real $\theta_{e(k)}$ e estimada $\hat{\theta}_{e(k)}$; Centro: velocidade mecânica real $\omega_{m(k)}$ e estimada $\hat{\omega}_{m(k)}$; Inferior: corrente síncrona $i_q(k)$	168
Figura 7.43 – <i>Sensorless 2</i> sob variação de carga em 600 rpm. Superior: posição rotórica real $\theta_{e(k)}$ e estimada $\hat{\theta}_{e(k)}$; Centro: velocidade mecânica real $\omega_{m(k)}$ e estimada $\hat{\omega}_{m(k)}$; Inferior: corrente síncrona $i_q(k)$	169
Figura 7.44 – <i>Sensorless 1</i> sob reversão de velocidade. Superior: erro de estimação de posição $\tilde{\theta}_e$; Inferior: velocidade mecânica real $\omega_{m(k)}$ e estimada $\hat{\omega}_{m(k)}$	170
Figura 7.45 – <i>Sensorless 2</i> sob reversão de velocidade. Superior: erro de estimação de posição $\tilde{\theta}_e$; Inferior: velocidade mecânica real $\omega_{m(k)}$ e estimada $\hat{\omega}_{m(k)}$	170
Figura 7.46 – Yan-Utkin sinal, baixa rotação: 50 rpm. Superior: velocidade mecânica real $\omega_{m(k)}$ e estimada $\hat{\omega}_{m(k)}$; Centro: posição rotórica real $\theta_{e(k)}$ e estimada $\hat{\theta}_{e(k)}$; Inferior: erro percentual de estimação de posição $\tilde{\theta}_{e(k)}$ e de velocidade mecânica $\tilde{\omega}_{m(k)}$	172

Figura 7.47 – Yan-Utkin sinal+EMF, baixa rotação: 50 rpm. Superior: velocidade mecânica real $\omega_{m(k)}$ e estimada $\hat{\omega}_{m(k)}$; Centro: posição rotórica real $\theta_{e(k)}$ e estimada $\hat{\theta}_{e(k)}$; Inferior: erro percentual de estimação de posição $\tilde{\theta}_{e(k)}$ e de velocidade mecânica $\tilde{\omega}_{m(k)}$	173
Figura 7.48 – Yan-Utkin sigmoide, baixa rotação: 50 rpm. Superior: velocidade mecânica real $\omega_{m(k)}$ e estimada $\hat{\omega}_{m(k)}$; Centro: posição rotórica real $\theta_{e(k)}$ e estimada $\hat{\theta}_{e(k)}$; Inferior: erro percentual de estimação de posição $\tilde{\theta}_{e(k)}$ e de velocidade mecânica $\tilde{\omega}_{m(k)}$	174
Figura 7.49 – Yan-Utkin sinal, velocidade nominal: 800 rpm. Superior: velocidade mecânica real $\omega_{m(k)}$ e estimada $\hat{\omega}_{m(k)}$; Centro: posição rotórica real $\theta_{e(k)}$ e estimada $\hat{\theta}_{e(k)}$; Inferior: erro percentual de estimação de posição $\tilde{\theta}_{e(k)}$ e de velocidade mecânica $\tilde{\omega}_{m(k)}$	175
Figura 7.50 – Yan-Utkin sinal+EMF, velocidade nominal: 800 rpm. Superior: velocidade mecânica real $\omega_{m(k)}$ e estimada $\hat{\omega}_{m(k)}$; Centro: posição rotórica real $\theta_{e(k)}$ e estimada $\hat{\theta}_{e(k)}$; Inferior: erro percentual de estimação de posição $\tilde{\theta}_{e(k)}$ e de velocidade mecânica $\tilde{\omega}_{m(k)}$	176
Figura 7.51 – Yan-Utkin sigmoide, velocidade nominal: 800 rpm. Superior: velocidade mecânica real $\omega_{m(k)}$ e estimada $\hat{\omega}_{m(k)}$; Centro: posição rotórica real $\theta_{e(k)}$ e estimada $\hat{\theta}_{e(k)}$; Inferior: erro percentual de estimação de posição $\tilde{\theta}_{e(k)}$ e de velocidade mecânica $\tilde{\omega}_{m(k)}$	177
Figura 7.52 – Yan-Utkin sinal, baixa rotação: 50 rpm. Função de comutação $\sigma_{\alpha\beta(k)}$.	178
Figura 7.53 – Yan-Utkin sinal+EMF, baixa rotação: 50 rpm. Função de comutação $\sigma_{\alpha\beta(k)}$	178
Figura 7.54 – Yan-Utkin sigmoide, baixa rotação: 50 rpm. Função de comutação $\sigma_{\alpha\beta(k)}$	179
Figura 7.55 – Yan-Utkin sinal, velocidade nominal: 800 rpm. Função de comutação $\sigma_{\alpha\beta(k)}$	179
Figura 7.56 – Yan-Utkin sinal+EMF, velocidade nominal: 800 rpm. Função de comutação $\sigma_{\alpha\beta(k)}$	180
Figura 7.57 – Yan-Utkin sigmoide, velocidade nominal: 800 rpm. Função de comutação $\sigma_{\alpha\beta(k)}$	180
Figura 7.58 – Yan-Utkin sinal, baixa rotação: 50 rpm. Força eletromotriz: calculada e_{α} , estimada \hat{e}_{α} e equivalente e_{α}^{eq}	181
Figura 7.59 – Yan-Utkin sinal+EMF, baixa rotação: 50 rpm. Força eletromotriz: calculada e_{α} , estimada \hat{e}_{α} e equivalente e_{α}^{eq}	181

Figura 7.60 – Yan-Utkin sigmoide, baixa rotação: 50 rpm. Força eletromotriz: calculada e_α , estimada \hat{e}_α e equivalente e_α^{eq}	182
Figura 7.61 – Yan-Utkin sinal, velocidade nominal: 800 rpm. Força eletromotriz: calculada e_α , estimada \hat{e}_α e equivalente e_α^{eq}	182
Figura 7.62 – Yan-Utkin sinal+EMF, velocidade nominal: 800 rpm. Força eletromotriz: calculada e_α , estimada \hat{e}_α e equivalente e_α^{eq}	182
Figura 7.63 – Yan-Utkin sigmoide, velocidade nominal: 800 rpm. Força eletromotriz: calculada e_α , estimada \hat{e}_α e equivalente e_α^{eq}	183
Figura 7.64 – Yan-Utkin sinal, baixa rotação: 50 rpm. Corrente estatórica: real $i_{\alpha(k)}$ e estimada $\hat{i}_{\alpha(k)}$	184
Figura 7.65 – Yan-Utkin sinal+EMF, baixa rotação: 50 rpm. Corrente estatórica: real $i_{\alpha(k)}$ e estimada $\hat{i}_{\alpha(k)}$	184
Figura 7.66 – Yan-Utkin sigmoide, baixa rotação: 50 rpm. Corrente estatórica: real $i_{\alpha(k)}$ e estimada $\hat{i}_{\alpha(k)}$	184
Figura 7.67 – Yan-Utkin sinal, velocidade nominal: 800 rpm. Corrente estatórica: real $i_{\alpha(k)}$ e estimada $\hat{i}_{\alpha(k)}$	185
Figura 7.68 – Yan-Utkin sinal+EMF, velocidade nominal: 800 rpm. Corrente estatórica: real $i_{\alpha(k)}$ e estimada $\hat{i}_{\alpha(k)}$	185
Figura 7.69 – Yan-Utkin sigmoide, velocidade nominal: 800 rpm. Corrente estatórica: real $i_{\alpha(k)}$ e estimada $\hat{i}_{\alpha(k)}$	185
Figura 7.70 – Resultado experimental para o observador discretizado de Yan-Utkin na metade da velocidade nominal, 400 rpm. Corrente estatórica: real i_α e estimada \hat{i}_α . Superior: sinal; Inferior: sinal+EMF.....	186
Figura 7.71 – Resultado experimental para o observador discretizado de Yan-Utkin na metade da velocidade nominal, 400 rpm. Força eletromotriz: real e_α e estimada \hat{e}_α . Superior: sinal; Inferior: sinal+EMF.....	187
Figura 7.72 – Modelo-híbrido, velocidade próxima a zero: 5 rpm. Superior: velocidade mecânica real $\omega_{m(k)}$ e estimada $\hat{\omega}_{m(k)}$; Inferior: posição rotórica real $\theta_{e(k)}$ e estimada $\hat{\theta}_{e(k)}$	188
Figura 7.73 – Modelo-híbrido, velocidade nominal: 800 rpm. Superior: velocidade mecânica real $\omega_{m(k)}$ e estimada $\hat{\omega}_{m(k)}$; Centro: posição rotórica real $\theta_{e(k)}$ e estimada $\hat{\theta}_{e(k)}$; Inferior: erro percentual de estimação de posição $\tilde{\theta}_{e(k)}$ e de velocidade mecânica $\tilde{\omega}_{m(k)}$	189
Figura 7.74 – Modelo-híbrido, velocidade próxima a zero: 5 rpm. Corrente estatórica: real i_α e estimada sem <i>chattering</i> \hat{i}_α	189

Figura 7.75 – Modelo-híbrido, velocidade nominal: 800 rpm. Corrente estatístico: real i_α e estimada sem <i>chattering</i> \hat{i}_α	190
Figura 7.76 – Análise de sensibilidade paramétrica para carga de 15 A. Superior: observador proposto <i>Sensorless 2</i> ; Centro: observador discretizado de Yan-Utkin sinal; Inferior: observador discretizado de Modelo-híbrido.	192
Figura 7.77 – Análise de sensibilidade paramétrica para carga de 22,5 A. Superior: observador proposto <i>Sensorless 2</i> ; Centro: observador discretizado de Yan-Utkin sinal; Inferior: observador discretizado de Modelo-híbrido.	193
Figura 7.78 – Análise de sensibilidade paramétrica para carga de 45 A. Superior: observador proposto <i>Sensorless 2</i> ; Centro: observador discretizado de Yan-Utkin sinal; Inferior: observador discretizado de Modelo-híbrido.	194
Figura B.1 – Coeficientes de potência (C_p) em função do TSR (λ).	226
Figura B.2 – Curvas de potência para o gerador.	228
Figura B.3 – Curvas de potência versus velocidade para um WECS.	229
Figura B.4 – Curvas de conjugado para o gerador.	230
Figura C.1 – Representação para o sistema de acionamento do motor de indução.	231
Figura C.2 – Plataforma experimental: (a) componentes de automação; (b) componentes de potência, e (c) visão geral.	233
Figura C.3 – Diagrama de blocos simplificado para a bancada experimental.	235
Figura E.1 – Diagrama de blocos do observador de posição pelo método de fluxo ativo.	243

LISTA DE TABELAS

Tabela 7.1 – Ganhos para os observadores e diferenciador DSM.....	139
Tabela 7.2 – Valores do ponto fixo e máximo para as estruturas por DSM.....	139
Tabela 7.3 – Ganhos do controlador de corrente e do PLL do <i>Sensorless 2</i>	139
Tabela 7.4 – Ganhos dos observadores de Yan-Utkin e de Modelo-híbrido.	140
Tabela B.1 – Constantes de aproximação.	225
Tabela B.2 – Dados do gerador.	226
Tabela B.3 – Dados da turbina.	228
Tabela C.1 – Parâmetros do PMSG.....	232
Tabela C.2 – Ganhos dos controladores e do sincronismo.	236
Tabela F.1 – Projeto do controlador por norma \mathcal{H}_∞	251
Tabela F.2 – Projeto do controlador por índice de estritamente passivo de saída..	253

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

Aneel	Agência Nacional de Energia Elétrica
BIBO	<i>Bound Input-Bound Output</i>
CC	Corrente Contínua
CEF	<i>Chattering Elimination Filter</i>
DSM	<i>Discrete Sliding Mode</i>
DSP	<i>Digital Signal Processor</i>
EEMF	<i>Extended Electromotive Force</i>
EMF	<i>Electromotive Force</i>
EPE	Empresa de Pesquisa Energética
HOSM	<i>High Order Sliding Mode</i>
IDSM	<i>Integral Discrete Sliding Mode</i>
IFOC	<i>Indirect Field Oriented Control</i>
ISM	<i>Integral Sliding Mode</i>
LMI	<i>Linear Matrix Inequality</i>
LPF	<i>Low-Pass Filter</i>
LQR	<i>Linear-Quadratic Regulator</i>
MIMO	<i>Multi-Input-Multiple-Output</i>
MPPT	<i>Maximum Power Point Tracking</i>
MRAS	<i>Model Reference Adaptive System</i>
PI	Proporcional-Integral
PLL	<i>Phase-Locked Loop</i>
PMSG	<i>Permanent Magnet Synchronous Generator</i>
PMSM	<i>Permanent Magnet Synchronous Motor</i>
Proinfa	Programa de Incentivo às Fontes Alternativas de Energia Elétrica
PSO	<i>Particle Swarm Optimization</i>
PWM	<i>Pulse-Width Modulation</i>
RMS	<i>Root Mean Square</i>

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

SISO	<i>Single-Input-Single-Output</i>
SM	<i>Sliding Mode</i>
ST	<i>Super-Twisting</i>
TSR	<i>Tip Speed Ratio</i>
WECS	<i>Wind Energy Conversion System</i>
ZOH	<i>Zero-Order Hold</i>

LISTA DE SÍMBOLOS

λ	Autovalor de uma matriz
q	Deslocamento de avanço em que $x_{(k+1)} \equiv qx_{(k)}$
Δ	Diferença entre duas amostras sucessivas de uma variável ou incerteza paramétrica
e	Função exponencial
\boldsymbol{x}	Símbolo em negrito indica um vetor ou uma matriz
t	Tempo

Sobrescritos

a	Ativo
eq	Equivalente
lpf	Filtro passabaixas
sm	Forçante
r	Rotor
T	Transposição de matriz ou de vetor
L	Valor limitante ou limitado
$\hat{}$	Variável estimada
$\tilde{}$	Variável de erro de estimação ou de regulação
*	Variável de referência ou ponto fixo para uma variável

Subscritos

(k)	Amostra no instante k
$(k + 1)$	Amostra no instante $k + 1$
$(k + 2)$	Amostra no instante $k + 2$
c	Controlador
abc, a, b, c	Eixos de fase a, b e c
$\alpha\beta, \alpha, \beta$	Eixos estacionários α e β
dq, d, q	Eixos síncronos d e q
(z)	Função no domínio da variável z – transformada \mathcal{Z}

LISTA DE SÍMBOLOS

\max	Valor máximo
\min	Valor mínimo
opt	Valor ótimo

Variáveis

V	Candidata à função de Lyapunov
T_e, P_e	Conjugado e potência eletromecânicos
i	Corrente
ξ	Estado de ordem aumentada
ψ	Fluxo
e	Força eletromotriz
ω	Frequência
σ	Função de comutação
w, φ	Perturbações
θ_e, ω_e	Posição angular e velocidade rotóricas
P_{cu}	Potência dissipada pelas resistências estatóricas
P_{in}	Potência instantânea
v	Tensão
ω_m	Velocidade mecânica

Símbolos com redefinições

ϕ	Deslocamento angular ou variável de estado
ε	Erro de rastreamento para o PLL ou estado associado à ação integral da função de comutação
u	Função (de atração, equivalente e forçante) associada às estruturas por modos deslizantes ou saída de controladores
F	Função de transferência
L	Indutâncias
x	Variável de estado para um modelo dinâmico ou para um controlador

Parâmetros

ψ_{pm}	Fluxo magnético máximo
-------------	------------------------

L_a, L_b, L_c	Indutâncias próprias das fases
M_{ab}, M_{bc}, M_{ac}	Indutâncias mútuas entre as fases
N_p	Número de polos do gerador síncrono
L_m	Parcela de indutância estatórica associada à θ_e
L_s	Parcela de indutância estatórica sem associação com θ_e
R_s	Resistência estatórica

Matrizes, ganhos e constantes

ω_b	Banda passante do PLL
ω_{cut}, ω_o	Frequências de corte de filtros passabaixas
f_s, T_s	Frequência e período de amostragem
k_i, k_p, k_u, k_w	Ganhos de ação integral, proporcional, de atraso e de anti- <i>windup</i>
h_2, h_4	Ganhos de comutação
h_5, γ	Ganhos do observador
h_1, h_3	Ganhos proporcionais associados à função de comutação
K	Matriz de ganhos associada a um sistema dinâmico de ordem aumentada
I, J	Matriz identidade e matriz antissimétrica
G, H_{1σ+} ,	Matrizes associadas ao modelo dinâmico comutado
H_{1σ-}, H_{2(q)}	
Φ, Γ	Matrizes associadas a um modelo dinâmico no domínio de tempo contínuo
A, B	Matrizes associadas a um modelo dinâmico no domínio de tempo discreto
A_{ol}, B_{ol}, E_{ol}	Matrizes associadas a um sistema dinâmico de ordem aumentada
T_{αβ}, T_{dq}	Matrizes de transformação de <i>Clarke</i> e de <i>Park</i>
Otimização	
w, c_1, c_2	Ganho inercial e ganhos de aprendizagem
R₁, R₂	Matrizes de funções randômicas de números uniformemente distribuídos
p_{best}, g_{best}	Melhores partículas locais e globais
x	Partículas
v	Velocidade das partículas

LISTA DE APÊNDICES E ANEXOS

Apêndice A – Erro de truncamento em sistemas contínuos discretizados	219
Apêndice B – Especificação da turbina eólica	225
Apêndice C – Bancada experimental	231
Apêndice D – Determinação do ponto fixo para observadores por modos deslizantes discretos	239
Apêndice E – Observador por modelo de tensão e de corrente combinados – Modelo-híbrido	241
Apêndice F – Desigualdades matriciais lineares	245

SUMÁRIO

1 Introdução	39
1.1 Comentários iniciais	39
1.2 Revisão bibliográfica	42
1.3 Objetivos da tese	51
1.4 Organização da tese	52
2 Modelagem do gerador síncrono a ímã permanente	55
2.1 Introdução	55
2.2 Considerações iniciais	55
2.3 Representação em coordenadas abc	57
2.4 Representação em coordenadas estacionárias $\alpha\beta$	60
2.5 Representação em coordenadas síncronas dq	64
2.6 Considerações finais	67
3 Observador de posição e de velocidade rotóricas por modos deslizantes contínuos	69
3.1 Introdução	69
3.2 Considerações iniciais	69
3.3 Observador de posição e velocidade em tempo contínuo	70
3.3.1 Observador de corrente por modos deslizantes em tempo contínuo	71
3.3.2 Observador adaptativo EMF em tempo contínuo	74
3.4 Considerações finais	76
4 Observador de posição e de velocidade rotóricas por modos deslizantes discretos	79
4.1 Introdução	79
4.2 Considerações iniciais	79
4.2.1 Modelo do PMSG no domínio de tempo discreto	80
4.3 Observador de posição e velocidade em tempo discreto	81
4.3.1 Observador de corrente por modos deslizantes em tempo discreto	81

4.3.2 Condições de existência dos modos quase deslizantes em tempo discreto	85
4.3.3 Análise de estabilidade do observador de corrente DSM	89
4.3.4 Metodologia de projeto do observador de corrente	92
4.3.5 Relação entre a EMF real e EMF de referência	98
4.3.6 Observador adaptativo EMF em tempo discreto	100
4.4 Considerações finais	103
5 Observador de posição e de velocidade rotóricas por modos deslizantes discretos sem <i>chattering</i>	105
5.1 Introdução	105
5.2 Considerações iniciais	105
5.2.1 Modelo do PMSG no domínio de tempo discreto com incertezas paramétricas	106
5.3 Observador de posição e velocidade em tempo discreto	107
5.3.1 Observador de corrente por modos deslizantes em tempo discreto	108
5.3.2 Determinação da Força eletromotriz equivalente	111
5.3.3 Análise de estabilidade do observador de corrente DSM	112
5.3.4 Projeto do observador DSM por otimização por exames de partícula	114
5.3.5 Técnica de eliminação de <i>chattering</i>	118
5.3.6 Obtenção da posição rotórica estimada	124
5.3.7 Diferenciador robusto por modos deslizantes discretos	126
5.4 Considerações finais	128
6 Controle vetorial do PMSG	131
6.1 Introdução	131
6.2 Considerações iniciais	131
6.3 Controlador vetorial de corrente	133
6.3.1 Procedimento de projeto	134
6.4 Considerações finais	136
7 Resultados experimentais	137
7.1 Introdução	137
7.2 Considerações iniciais	137

7.3 Comparação entre observadores DSM propostos	140
7.4 Comparação com observadores do domínio de tempo contínuo discretizados por Euler	171
7.4.1 Observadores SM	171
7.4.2 Observador de Modelo-híbrido	187
7.5 Sensibilidade paramétrica	190
7.6 Considerações finais	194
8 Conclusão	199
8.1 Comentários finais	199
8.2 Publicações	201
8.3 Sugestões para trabalhos futuros	201
Referências	203
Apêndices	217

1 INTRODUÇÃO

1.1 Comentários iniciais

A crescente demanda por energia elétrica torna necessários investimentos constantes no setor elétrico. A crise energética de 2001 ocorrida no Brasil corrobora essa afirmativa. Naquela época, o crescimento do consumo de energia elétrica superou a geração, ocasionando em um déficit energético. Isso culminou no racionamento do consumo, que teve impacto de formas distintas nas regiões, bem como nas atividades comerciais e industriais do país (BARDELIN, 2004).

Para evitar que uma nova crise energética ocorra, a Câmara de Gestão da Crise de Energia Elétrica criou o Comitê de Revitalização do Modelo do Setor Elétrico por meio da Resolução nº 18, de 22 de junho de 2001. O objetivo era encaminhar propostas para corrigir as deficiências, além de aperfeiçoar o setor elétrico. Para esse fim, 33 medidas foram anunciadas, as quais oferecem um indicativo de que a geração distribuída contribui para reduzir a ocorrência de crises de energia elétrica.

O Decreto nº 5.163, de 30 de julho de 2004, regulamentou a comercialização de energia elétrica, as concessões e as autorizações de geração de energia elétrica. Segundo o Decreto, no artigo 14, a geração distribuída pode ser definida como a produção de energia elétrica proveniente de empreendimentos de agentes regularizados conectados diretamente ao sistema elétrico de distribuição do comprador. Além disso, todas as formas de energia elétrica são contempladas. Apesar de sua regulamentação em 2004, os estímulos para a descentralização da geração de energia elétrica são anteriores. Nesse sentido, a Lei nº 10.438, de 26 de abril de 2002, instituiu o Programa de Incentivo às Fontes Alternativas de Energia Elétrica (Proinfa). O propósito é favorecer a diversificação da Matriz Energética Brasileira, buscando aumentar a confiabilidade do fornecimento de energia elétrica ao consumidor, assim como aproveitar as potencialidades das localidades. Dentre as fontes alternativas de energia, destaca-se a energia eólica.

O aproveitamento da energia eólica está ganhando momento no mercado de eletricidade em razão do seu baixo impacto ambiental e ao reduzido tempo de instalação das turbinas se comparado à instalação de uma usina hidroelétrica. Entretanto, a viabilização econômica de um sistema de conversão de energia eólica (WECS) ainda é um desafio. Por outro lado, tem-se observado uma redução nos custos comprovada pelo Leilão de Energia A-3 e de Reserva de 2011, realizado pela Aneel (Agência Nacional de Energia Elétrica). Nesse Leilão, as usinas eólicas contribuíram com um total de venda de 1.067,7 MW de potência instaladas, a um preço médio de R\$ 99,58/MWh. Esse valor

representou uma queda de 23,91% em relação ao leilão realizado em 2010, cujo valor foi de R\$ 130,86/MWh. Já em 2012, foram gerados 5.020 GWh de energia eólica, 86% acima da geração de 2011, segundo a Empresa de Pesquisa Energética (EPE). Uma participação mais significativa pode ser esperada para o Leilão de Reserva de 2013, que o Governo Federal deverá promover no dia 23 de agosto, no qual 655 projetos de parques eólicos foram inscritos, perfazendo uma capacidade instalada de 16.040 MW.

Se por um lado é necessário que um WECS apresente um baixo custo, por outro lado, ele deve garantir uma elevada confiabilidade e eficiência. Dentre os conceitos, aqueles que operam com velocidade variável usando gerador síncrono a ímã permanente (PMSG) recebem uma significativa atenção, tanto pela comunidade acadêmica (CHINCHILLA; ARNALTES; BURGOS, 2006; MICHALKE; HANSEN; HARTKOPF, 2007; GRABIC; CELANOVIC; KATIC, 2008; BERNARDES, 2009) quanto pelas indústrias do setor. Dentre essas, as empresas IMPSA, Gamesa e Siemens comercializam turbinas eólicas de grande porte, de 2,1; 4,5 e 6 MW; enquanto a empresa brasileira Enersud comercializa turbinas de pequeno porte até 12 kW.

O interesse dos pesquisadores e das indústrias é justificado, pois o PMSG apresenta (GIERAS; WING, 2002):

- (i) uma elevada densidade de potência em relação ao peso;
 - (ii) uma elevada eficiência, resultado da eliminação das perdas de cobre do rotor;
 - (iii) uma possibilidade de entreferro maior, por causa de maiores densidades de força coerciva, e
 - (iv) uma estrutura simples, comparando-a com outras tecnologias de máquinas elétricas;
- apesar disso, os PMSGs possuem algumas desvantagens como:
- (i) uma perda de flexibilidade de controle de fluxo de campo;
 - (ii) um custo alto para obter ímãs permanentes de elevada densidade de fluxo;
 - (iii) uma mudança de características magnéticas com o tempo, e
 - (iv) uma perda de magnetização para temperaturas acima do ponto de Curie.

As vantagens, entretanto, superam os pontos negativos, indicado pelo uso dela pelas empresas. Em termos de controle, a técnica de controle vetorial ou orientado no campo (VAS, 1998) é normalmente usada para o acionamento de elevado desempenho de um PMSG. O princípio básico é regular as correntes do gerador para definir independentemente o conjugado eletromecânico e o fluxo estatórico (LEONHARD, 1997). Nesse caso, a informação da posição rotórica é necessária para efetuar o controle vetorial.

Para conhecer a posição, ela pode ser medida por meio de sensores mecânicos ou estimada por meio de métodos matemáticos. A comunidade científica e industrial, entretanto, afirma que o uso de sensores mecânicos resulta em desvantagens, como:

- (i) o aumento do custo de investimento, associado à compra e à instalação do sensor e

dos periféricos para a interface de comunicação com a unidade de controle;

- (ii) a sensibilidade a ruídos;
- (iii) a possibilidade de falhas mecânicas e elétricas, por causa das condições extremas no ambiente de operação,

reduzindo a confiabilidade de uma aplicação industrial (HOLTZ, 2005). Além disso, a instalação dos sensores pode ser inadequada ou ineficaz em aplicações em que há (PACAS, 2011): máquinas sem eixo (*hollow-shaft*), elevada temperatura ou velocidade. Agora, considerando uma aplicação em um WECS, duas situações podem ser abordadas: pequeno porte (até 100 kW) e média, e grande porte (acima de 100 kW). Para o primeiro, a redução de custos totais é desejável para viabilizar o empreendimento. Para o segundo, os custos associados aos sensores mecânicos podem ser insignificantes em relação aos custos totais. Entretanto, possuir uma redundância da informação da posição pode ser útil durante operações emergenciais, caso ocorra uma falha de comunicação com o sensor. Portanto, técnicas de controle sem sensores mecânicos podem ser usadas para estimar a posição rotórica, assegurando uma operação confiável e reduzindo os custos de investimento de uma aplicação.

As técnicas de controle sem sensores mecânicos ou *sensorless* podem ser divididas em duas classes (HOLTZ, 2005; ACARNLEY; WATSON, 2006; PACAS, 2011). A primeira classe baseia-se na injeção de sinais (CORLEY; LORENZ, 1998; OGASAWARA; AKAGI, 1998; BIANCHI; BOLOGNANI, 2007; BIANCHI et al., 2008; BRIZ; DEGNER, 2011; BENJAK; GERLING, 2010c; BRIZ; DEGNER, 2011). Ela explora as anisotropias do rotor com base em sinais de alta frequência que são injetados na máquina. Esse método opera em baixa rotação e com o rotor bloqueado. Entretanto, os sinais injetados podem produzir correntes harmônicas que podem aumentar as perdas elétricas e induzir oscilações de conjugado. A segunda classe depende do modelo matemático da máquina elétrica para geralmente estimar a força eletromotriz que fornece a informação da posição e da velocidade rotóricas (BENJAK; GERLING, 2010a, 2010b). Esse método denomina-se modelo fundamental. Ele é adequado para médias e altas rotações, porém pode oferecer um desempenho competitivo aos métodos de injeção de sinais usados para baixas rotações (HOLTZ, 2005). Desse modo, ele consiste na solução industrial padrão (PACAS, 2011).

Mediante o exposto, esta tese destaca o desenvolvimento, a análise e o projeto de observadores de posição e de velocidade rotóricas para geradores síncronos a ímãs permanentes, visando a um sistema de conversão de energia eólica de pequeno porte. Por tratar-se da solução industrial padrão, o método de modelo fundamental é usado. A metodologia adotada é completamente proposta no domínio de tempo discreto. Esta abordagem torna os controladores *sensorless* propostos adequados para serem implementados em um microcontrolador ou em um processador digital de sinais (DSP). Nesta tese, os procedimentos de projeto e os resultados experimentais validam a análise

teórica apresentada, além de demonstram a viabilidade dos esquemas de controle sem sensores mecânicos propostos.

1.2 Revisão bibliográfica

As primeiras publicações sobre esquemas de controle sem sensores mecânicos datam final da década de 70 e início da década de 80 (WRIGHT, 1979; PLUNKETT; TURNBULL, 1979; DAVOINE; PERRET; LE-HUY, 1983; IIZUKA et al., 1985), baseando-se em métodos de malha aberta. Ao longo do tempo, as pesquisas avançaram, e diversas abordagens foram investigadas, dentre elas observadores baseados em: modelo de referência adaptativos, filtro de Kalman e, mais recentemente, modos deslizantes (SM). Dessa forma, algumas das principais publicações são apresentadas a seguir, para contextualizar o objeto de pesquisa desta tese.

Wu e Slemon (1991) estimam a força eletromotriz a partir das medidas de tensão e corrente, usando amplificadores operacionais, que podem comprometer a precisão da estimativa. A velocidade rotórica é regulada por um controlador do tipo proporcional-integral que oferece a amplitude de referência das correntes estatóricas. Então, um controlador por histerese é usado para prover os sinais de comando para os interruptores semicondutores do inversor modulado por largura de pulso (PWM). A Figura 1.1 mostra o diagrama de blocos simplificado do esquema de controle.

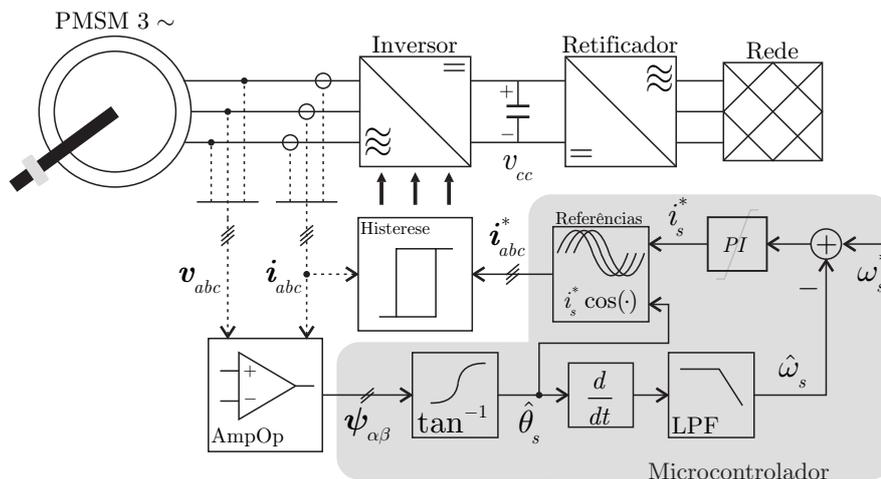


Figura 1.1 – Diagrama de blocos do esquema de controle por Wu e Slemon (1991).

Ressalta-se que a estimativa da posição pode ser degradada pela presença de não linearidades no inversor, de níveis de corrente contínua (CC) nas medições, das variações térmicas nos amplificadores operacionais e das incertezas paramétricas. Esses efeitos são ainda mais críticos em baixas rotações, nas quais a tensão estatórica é pequena. Para contornar esses problemas, Wu e Slemon propuseram um método de partida do motor

síncrono a ímã permanentes (PMSM) em malha aberta e de compensação das limitações dos amplificadores.

Bolognani, Zigliotto e Zordan (2001) usam um filtro de Kalman estendido com sintonia em tempo real do fluxo rotórico. Apesar de essa solução operar em um amplo intervalo de velocidade e em conjugado nominal com rotor bloqueado, ela requer um elevado esforço computacional para computar a matriz de ganho a partir da matriz de covariância em cada instante de amostragem. A Figura 1.2 mostra o diagrama de blocos simplificado do esquema de controle, em que $H(\cdot)$ é uma rotina para compensar o tempo morto do conversor e para efetuar o desacoplamento das correntes, e $G_{c(s)}$ é o controlador de velocidade.

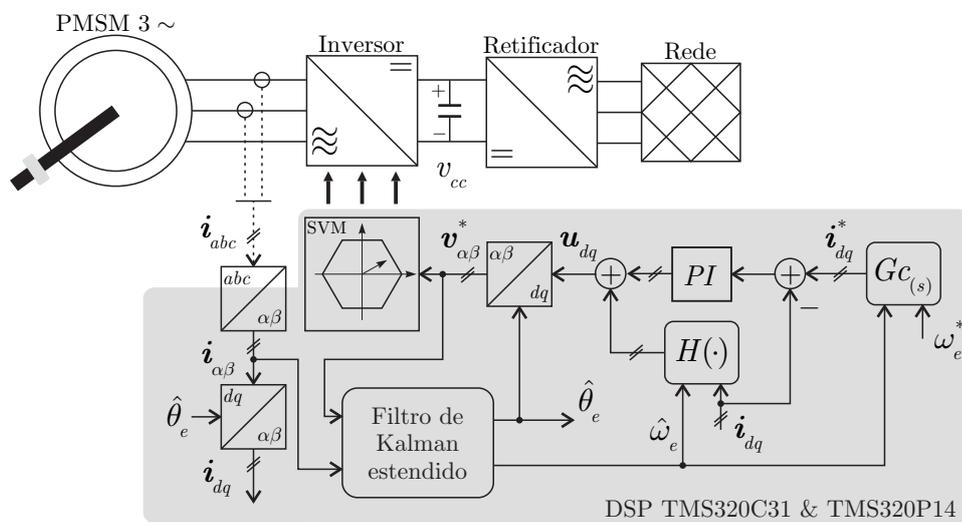


Figura 1.2 – Diagrama de blocos do esquema de controle por Bolognani, Zigliotto e Zordan (2001).

Zhu et al. (2001) propõem um esquema de controle que combina um controlador baseado na linearização exata com um observador não linear, que estima a posição e a velocidade rotóricas. A teoria de estabilidade de Lyapunov é usada para analisar a estabilidade do esquema de controle, estabelecendo uma condição suficiente para ele. Apesar de a estabilidade poder ser assegurada, Zhu et al. afirmam que existe um erro de estimação de posição, que não compromete o desempenho do controlador. Os resultados experimentais apresentados corroboram nesse sentido. A Figura 1.3 mostra o diagrama de blocos simplificado do esquema de controle.

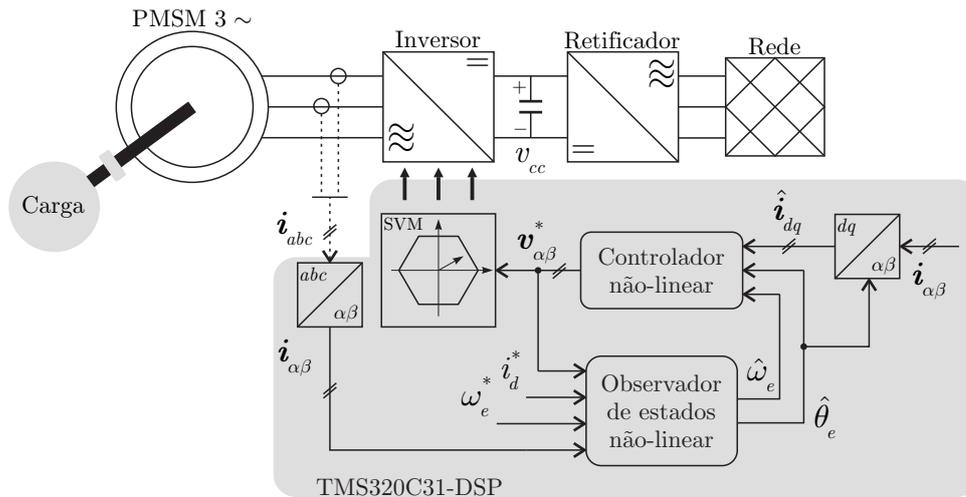


Figura 1.3 – Diagrama de blocos do esquema de controle por Zhu et al. (2001).

Salienta-se que o esquema de controle é projetado considerando o comportamento mecânico do PMSM. Então, ele depende dos parâmetros mecânicos: coeficiente de atrito e momento de inércia. Além disso, a formulação adotada evidencia a necessidade um método de partida, quando a frequência é nula.

Morimoto et al. (2002) usam o conceito do modelo de força eletromotriz estendida (EEMF) (CHEN et al., 2000b) para propor um controlador *sensorless*. Essa abordagem é usada para PMSM de polos salientes, cuja informação da posição rotórica está contida na força eletromotriz assim como nas indutâncias estatóricas. Sob esse conceito, a representação do modelo síncrono com referencial no fluxo rotórico é reescrita permitindo definir uma variável denominada por EEMF, que depende da força eletromotriz (EMF) tradicional, da saliência magnética e da variação de corrente. Segundo Chen et al. (2000b), essas características podem ser úteis para o acionamento em baixas rotações, pois a EEMF será nula apenas se a velocidade rotórica e variação de corrente forem nulas. A Figura 1.4 mostra o diagrama de blocos simplificado do esquema de controle, em que $Gc_{1(s)}$ e $Gc_{2(s)}$ são os controladores de corrente e de velocidade, e $Ge(s)$ é um compensador de posição.

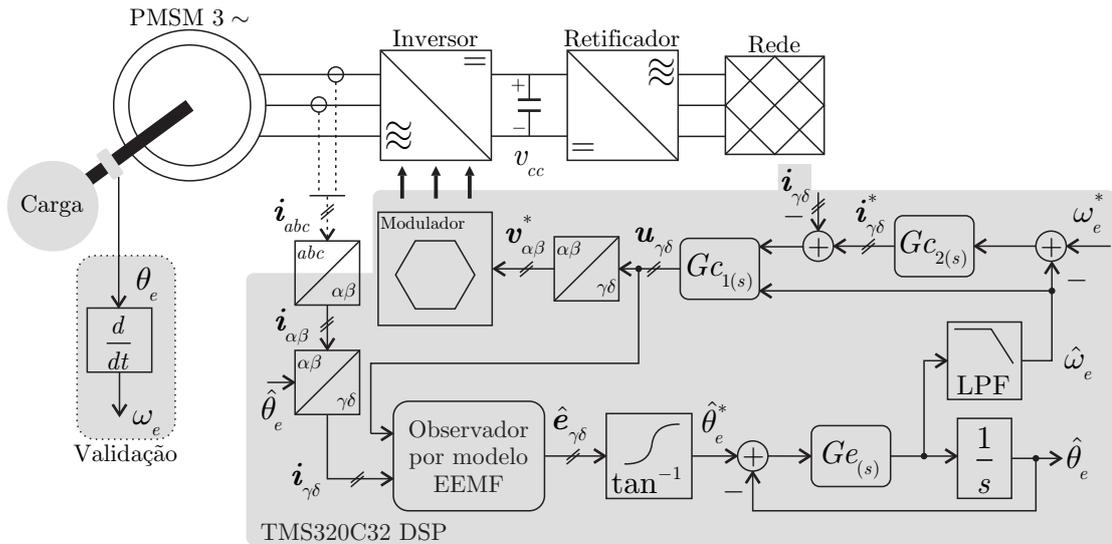


Figura 1.4 – Diagrama de blocos do esquema de controle por Morimoto et al. (2002).

Resultados experimentais são efetuados para validar o controlador *sensorless* proposto. Por um lado, o método EEMF mostra resultados promissores; por outro lado, ele indica que as incertezas paramétricas devem ser mitigadas para evitar comprometer o desempenho e ocasionar instabilidade do controlador, sendo críticas em operação sob baixas rotações. Nesses casos, Morimoto et al. sugerem que métodos de injeção de sinais ou de malha aberta sejam usados para acelerar o PMSM.

Bae et al. (2003) usam a tensão de referência de eixo d obtida de um controlador de corrente em coordenadas síncronas no referencial rotórica para estimar a posição rotórica. Esse método pode tornar-se instável em velocidade próximas a zero. Para contornar essa limitação, Seok, Lee e Lee (2006) modificam o controlador *sensorless* para que o ganho dependa da velocidade rotórica estimada, em rotações próximas a zero. A abordagem desenvolvida, no domínio da frequência, determina uma região de operação com uma banda passante¹ desejada. Dessa forma, por meio dos resultados experimentais, Seok, Lee e Lee sugerem que o esquema *sensorless* proposto pode operar em baixas rotações com carga nominal. A Figura 1.5 mostra o diagrama de blocos simplificado do esquema de controle, em que $Gc_{1(s)}$ e $Gc_{2(s)}$ são os controladores de corrente e de velocidade, e v_{dq}^{ff} são os termos de desacoplamento.

¹Outros autores traduzem o termo *bandwidth* por “faixa de passagem”. Nesta tese, ela é traduzida por “banda passante”, conforme Ogata (2003).

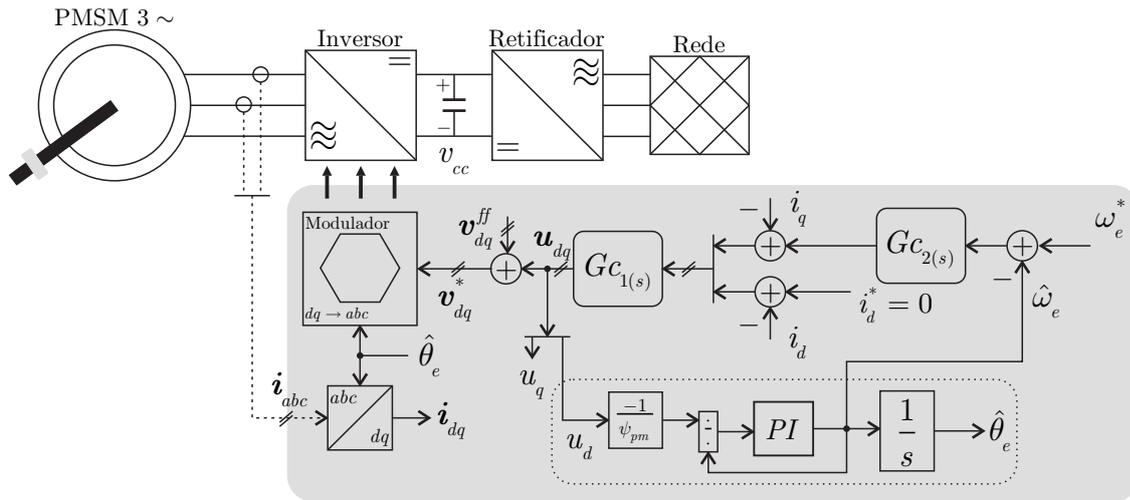


Figura 1.5 – Diagrama de blocos do esquema de controle por Seok, Lee e Lee (2006).

Apesar da simplicidade desse esquema, os termos de acoplamento devem ser perfeitamente compensados para evitar corromper a estimativa de posição a partir da tensão de referência de eixo d .

Rashed et al. (2007) descrevem um controlador *sensorless* indiretamente orientado no campo rotórico (IFOC), que aborda a sensibilidade a ruídos e à incerteza na resistência estatórica. A velocidade rotórica e a resistência estatórica ou a velocidade e a magnitude do fluxo rotóricos são estimados usando sistemas adaptativos por modelo de referência. Rashed et al. demonstram que o primeiro esquema de estimação tem um melhor desempenho para operar em baixas velocidades; enquanto o segundo é mais adequado em altas velocidades. A Figura 1.6 mostra o diagrama de blocos simplificado do esquema de controle.

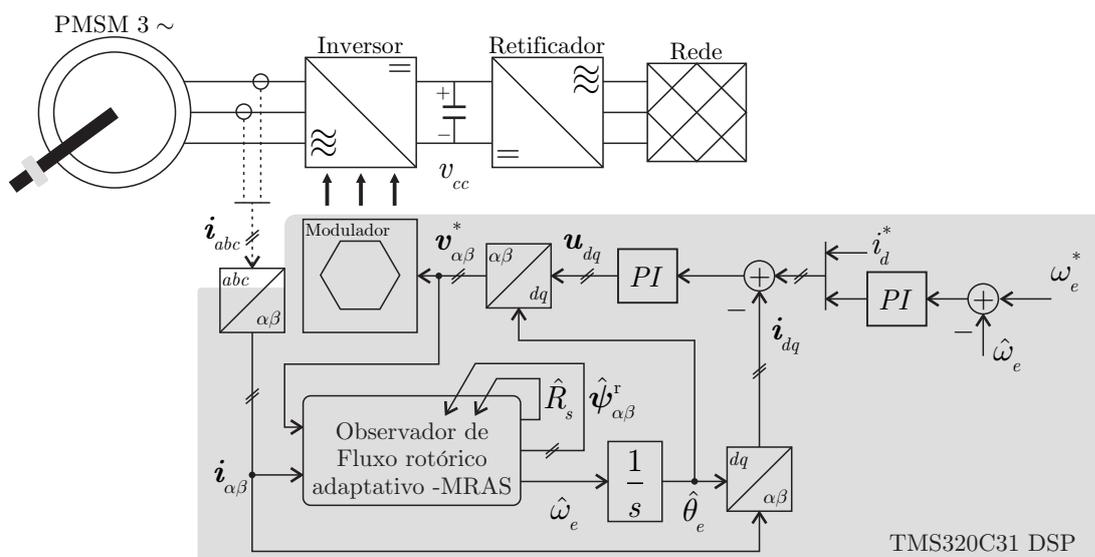


Figura 1.6 – Diagrama de blocos do esquema de controle por Rashed et al. (2007).

Lian, Chiang e Tu (2007) propõem um esquema de controle *sensorless* baseado

no método *fuzzy* de Takagi-Sugeno (TAKAGI; SUGENO, 1985). Por esse método, um sistema não linear pode ser decomposto em vários sistemas lineares tais que controladores e observadores podem ser projetados pela técnica de compensação distributiva paralela (WANG; TANAKA; GRIFFIN, 1995). Dessa forma, múltiplos controladores lineares podem ser estabelecidos localmente para fornecer um controlador global. Nesse sentido, Lian, Chiang e Tu definem diversos controladores e observadores de acordo com regras *fuzzy* pré-determinadas, que são projetados usando desigualdades matriciais lineares. A Figura 1.7 mostra o diagrama de blocos simplificado do esquema de controle.

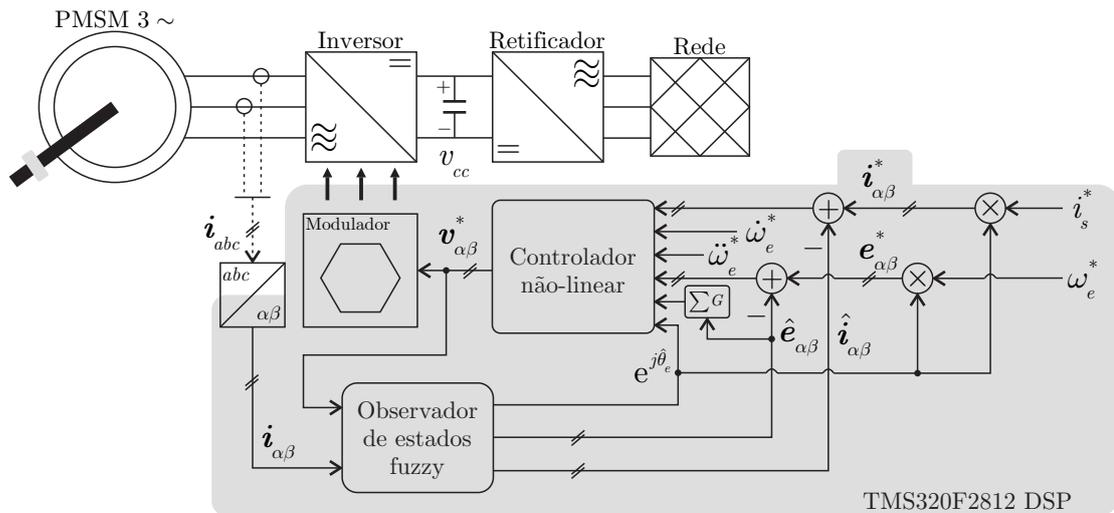


Figura 1.7 – Diagrama de blocos do esquema de controle por Lian, Chiang e Tu (2007).

No trabalho em questão, os resultados experimentais revelam que o controlador *sensorless* pode operar em baixas rotações. Ele necessita, contudo, de muitos ganhos (160) e das derivadas 1° e 2° da referência de velocidade, que configuram como desvantagens.

Piippo, Hinkkanen e Luomi (2008) combinam os métodos de modelo fundamental e de injeção de sinais usando um observador por sistema adaptativo por modelo de referência (PIIPPO; LUOMI, 2005). Essa solução melhora a operação em baixa rotação, entretanto oscilações de conjugado podem aparecer em virtude dos sinais injetados.

Genduso et al. (2010) propõem um controlador *sensorless* evitando medir as tensões de linha e usando os amplificadores operacionais como proposto por Wu e Slemmon (1991), mas mantendo a simplicidade e compensando o atraso computacional. A Figura 1.8 mostra o diagrama de bloco do controlador em questão.

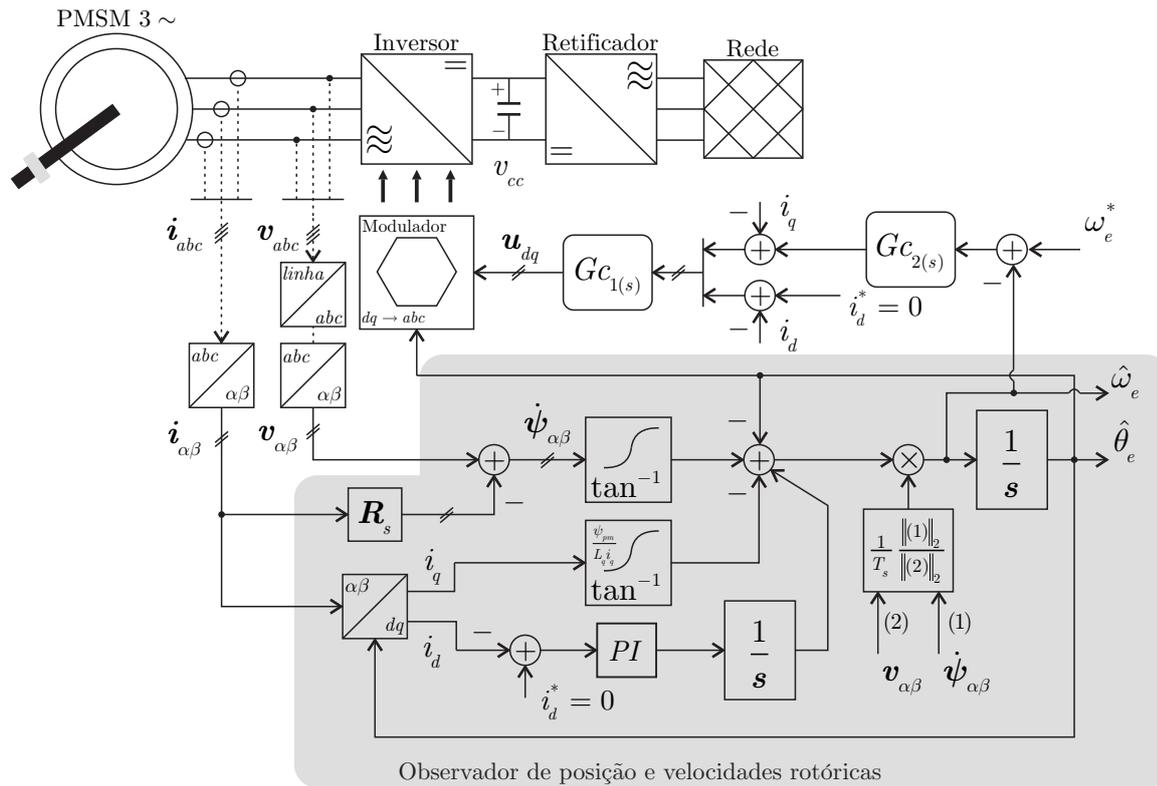


Figura 1.8 – Diagrama de blocos do esquema de controle por Genduso et al. (2010).

Embora os resultados experimentais atestem a viabilidade do esquema proposto, ele é estabelecido considerando a estratégia de controle $i_d = 0$. Então, é necessário avaliar o impacto de outras de estratégias de controle, em que $i_d \neq 0$, ocasionará na estimativa da posição rotórica.

Lee et al. (2010) propõem um observador não linear combinado com o método de injeção de sinais para estimar a posição rotórica. Aqui, o método de injeção de sinais é usado para melhorar o desempenho da estimativa da posição nas baixas rotações. Dessa forma, pode-se obter resultados satisfatórios em uma ampla faixa de velocidade. As oscilações de conjugado devem ser, entretanto, evitadas. A Figura 1.9 mostra o diagrama de bloco do esquema de controle proposto.

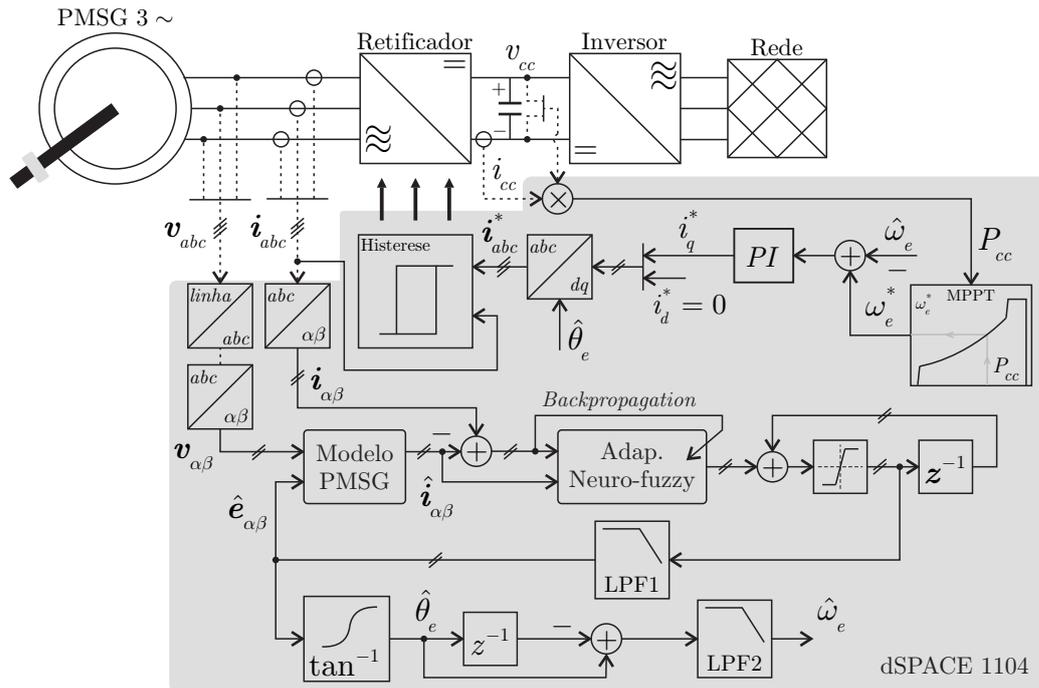


Figura 1.10 – Diagrama de blocos do esquema de controle por Singh e Chandra (2011).

Dentre outras técnicas, os esquemas baseados em observadores por SM destacam-se por serem uma técnica de controle robusta. As principais razões que os tornam atrativos são (ITKIS, 1976; UTKIN, 1977; UTKIN, 1993):

- (i) a inerente robustez na presença de incertezas paramétricas e de distúrbios e
- (ii) a simplicidade de implementação,

que são características desejáveis em um esquema de controle sem sensores mecânicos. Sua desvantagem é, entretanto, a existência de oscilações de elevada frequência *chattering*, que podem excitar as dinâmicas não modeladas de um sistema e resultar em instabilidade. Usualmente, isso é mitigado usando filtros passabaixas (LPF), funções lineares por partes ou ganhos adaptativos (HUNG; GAO; HUNG, 1993; UTKIN; GULDNER; SHIJUN, 1999).

Os principais trabalhos relacionados ao tema são citados a seguir, de acordo com a sua aplicação para:

revisão bibliográfica – (YAN; UTKIN, 2002);

motor de relutância – (MCCANN; ISLAM; HUSAIN, 2001);

motor CC sem escovas – (FURUHASHI; SANGWONGWANICH; OKUMA, 1992; CHEN et al., 2000a);

motor de indução – (YAN; JIN; UTKIN, 2000; LASCU; BOLDEA; BLAABJERG, 2005; WANG; CHEN, 2005);

PMSM – (HAN; CHOI; KIM, 2000; CHI; ZHANG; XU, 2009; COLLI; STEFANO; MARIGNETTI, 2010); (FOO; RAHMAN, 2010b, 2010a); (KIM; SON; LEE, 2011);

QIAO et al., 2013; WANG; YANG; XU, 2013; WANG et al., 2013; MORALES-CAPORAL et al., 2013; LEE; LEE, 2013; YUAN et al., 2013), e

WECS usando um PMSG – (QIAO; YANG; GONG, 2012).

Nessas publicações, é importante salientar que o projeto e a análise da estabilidade dos observadores por modos deslizantes são usualmente efetuados no domínio de tempo contínuo; enquanto a sua implementação é executada no domínio de tempo discreto. Como consequência, as condições de modos deslizantes estabelecidas para o tempo contínuo podem falhar para prever a estabilidade do observador (SARPTURK; ISTEANOPULOS; KAYNAK, 1987; SIRA-RAMIREZ, 1991). Para contornar esse problema, Vieira et al. (2012) e Zhao, Qiao e Wu (2013) propuseram observadores de posição e de velocidade rotóricas baseados em modos deslizantes discretos (DSM) para motor de indução e para motor síncrono a ímãs permanentes. Essas abordagens são mais recomendadas para implementar o controlador *sensorless* em um microcontrolador ou em um processador digital de sinais (DSP).

Esta tese insere-se no contexto cujo foco é analisar, projetar e implementar observadores de posição e de velocidade rotóricas baseados em modos deslizantes discretos aplicados aos geradores síncronos a ímãs permanentes, usados em sistemas de conversão de energia eólica de pequeno porte. A seção seguinte exhibe os objetivos específicos desta tese.

1.3 Objetivos da tese

O escopo desta tese é propor um controlador *sensorless* robusto no domínio de tempo discreto para acionamento de um gerador síncrono a ímãs permanentes de polos não salientes. A estratégia proposta é validada para um sistema de conversão de energia eólica com turbinas de velocidade variável de pequeno porte. Os objetivos principais desta tese são listados abaixo:

- (i) propor observadores de corrente por modos deslizantes no domínio de tempo discreto;
- (ii) determinar as condições de estabilidade em tempo discreto dos observadores de corrente propostos;
- (iii) propor uma metodologia de projeto e de análise para observadores por modos deslizantes discretos que possibilite determinar a amplitude do *chattering*;
- (iv) propor uma técnica para eliminação de *chattering*;
- (v) propor um algoritmo para estimar a posição e a velocidade rotóricas com estabilidade garantida por uma candidata à função de Lyapunov discreta;
- (vi) propor e projetar estruturas de reguladores para as técnicas de controle vetorial de

corrente;

- (vii) validar experimentalmente os controladores *sensorless* propostos e comparar com outras estruturas de controladores *sensorless*, e
- (viii) avaliar experimentalmente o desempenho do controlador *sensorless* proposto sob incertezas paramétricas, comparando com outras estruturas.

Esses objetivos são alcançados seguindo a organização da tese descrita na seção seguinte.

1.4 Organização da tese

Esta tese é dividida em 8 capítulos. Esta organização visa a compreensão didática. Nesse sentido, cada capítulo contém as informações necessárias para o seu desenvolvimento. Segue abaixo uma breve descrição dos Capítulos 2 ao 8.

O Capítulo 2 exibe o modelo dinâmico para um PMSG. Inicialmente, uma representação matemática em coordenadas abc é apresentada. Baseado nela, as equações dinâmicas em coordenadas estacionárias $\alpha\beta$ são determinadas. Em seguida, o modelo dinâmico em coordenadas síncronas dq no referencial do fluxo rotórico é obtido.

O Capítulo 3 descreve o controlador *sensorless* apresentado por Yan e Utkin (2002), desenvolvido no domínio de tempo contínuo em coordenadas estacionárias $\alpha\beta$. Ele consiste em dois observadores. O primeiro é um observador de corrente por modos deslizantes. O segundo é um observador adaptativo de força eletromotriz estabelecido pelo Método Direto de Lyapunov. As desvantagens do controlador deste capítulo motivam o controlador proposto nesta tese.

O Capítulo 4 propõe um controlador *sensorless* integralmente desenvolvido no domínio de tempo discreto. Um observador de corrente por modos deslizantes discretos é proposto. Então, as condições de existência dos modos quase deslizantes são estabelecidas. Em seguida, uma metodologia de projeto é proposta para o observador, para assegurar os modos quase deslizantes e para determinar a amplitude do *chattering*. Por fim, um observador adaptativo de força eletromotriz é proposto pelo Método Direto de Lyapunov considerando o domínio de tempo discreto.

O Capítulo 5 propõe um novo controlador *sensorless* que representa uma extensão do controlador anterior. Aqui, a metodologia de projeto é ajustada para contemplar as incertezas paramétricas do PMSG. Além disso, ela é combinada com a técnica de otimização por exame de partículas para determinar os ganhos do observador. Em seguida, uma técnica de eliminação de *chattering* é proposta. Então, um retentor de fase (PLL) é usado para estimar a posição rotórica. Por fim, um diferenciador robusto por modos deslizantes discretos é proposto para estimar a velocidade rotórica, baseado na metodologia desenvolvida.

O Capítulo 6 explana sobre um controlador de corrente para o gerador síncrono a ímã permanente. Ele é estabelecido em espaço de estados no domínio de tempo discreto considerando o efeito de sobrecarga dos seus estados e o atraso computacional. O objetivo deste capítulo é apresentar o controlador usado para validar os observadores de posição e de velocidade propostos, por meio dos resultados experimentais.

O Capítulo 7 valida os controladores *sensorless* propostos. Inicialmente, uma comparação entre os controladores dos Capítulos 4 e 5 é efetuada. Em seguida, os resultados experimentais são mostrados para o controlador descrito no Capítulo 3 e para o observador de posição e velocidade rotórica proposto por Jansen, Lorenz e Novotny (1994) para enfatizar a eficácia dos controladores propostos nesta tese. Por fim, resultados experimentais para avaliar o desempenho sob variação paramétrica são apresentados.

O Capítulo 8 expõe os comentários finais da tese e mostra as sugestões para trabalhos futuros.

2 MODELAGEM DO GERADOR SÍNCRONO A ÍMÃ PERMANENTE

2.1 Introdução

Os geradores síncronos correspondem a uma ampla classe de máquinas elétricas que apresentam provavelmente a maior diversidade de tamanho, de forma, de geometria e de configuração se comparada com outras classes (NASAR; BOLDEA; UNNEWEHR, 1993). Dentre eles, os PMSGs destacam-se por possuírem uma elevada eficiência e uma simplicidade estrutural, e por substituírem os anéis coletores e os enrolamentos no campo por elementos magnéticos.

Neste capítulo, os modelos matemáticos que descrevem o comportamento dinâmico de um PMSG são abordados. Três representações clássicas são apresentadas de acordo com as coordenadas (NOVOTNY; LIPO, 1996; KRAUSE; WASYNCZUK; SUDHOFF, 2002): estatóricas abc , estacionárias $\alpha\beta$ e síncronas dq . A primeira é o modelo em coordenadas de fase, obtida pela análise de circuitos pelas Leis de Kirchhoff. A segunda consiste em uma transformação linear do modelo abc cujo objetivo é simplificar a análise de um sistema trifásico para um equivalente bifásico de mesma frequência. A terceira representa um modelo cujo plano de referência está em sincronismo com o fluxo magnético do PMSG, podendo ser obtido a partir do modelo $\alpha\beta$. Como consequência, as correntes, as tensões e os fluxos do PMSG tornam-se em grandezas constantes, considerando uma operação em regime permanente, sendo desejável sob o ponto de vista de teoria de controle. Cada modelo tem um propósito específico que será explorado ao longo desta tese.

O capítulo é organizado como segue. A Seção 2.2 apresenta as hipóteses assumidas para modelar o PMSG. A Seção 2.3 descreve o modelo em coordenadas estatóricas abc . A Seção 2.4 discorre sobre o modelo em coordenadas estacionárias $\alpha\beta$. A Seção 2.5 trata do modelo em coordenadas síncronas dq com o referencial no fluxo rotórico. A Seção 4.4 mostra as considerações finais do capítulo.

2.2 Considerações iniciais

Um gerador síncrono de polos salientes, trifásico, com estator conectado em estrela e dois polos é mostrado pela Figura 2.1. Os enrolamentos estatóricos a , b e c são idênticos, distribuídos senoidalmente, deslocados em 120° , com resistência R_s e L_i , em que $i = a, b, c$ são as fases. O rotor possui enrolamentos de campo fd , com uma resistência R_{fd} e com uma indutância L_{fd} . Assume-se a direção positiva das correntes do estator saindo dos

terminais para descrever a ação de um gerador (KRAUSE; WASYNCZUK; SUDHOFF, 2002).

Na Figura 2.1, os enrolamentos a , b e c denotam os eixos magnéticos dos enrolamentos estático. Os eixos em quadratura q e direto d indicam os eixos magnéticos rotóricos. O eixo d é o eixo magnético dos enrolamentos fd . A velocidade e a posição da força magnetomotriz são denominadas por velocidade ω_e e posição θ_e rotóricas, em que $\frac{d\theta_e}{dt} = \omega_e$. O símbolo \odot indica que a direção positiva da corrente é saindo do papel. O símbolo \otimes indica que a direção positiva da corrente é entrando no papel.

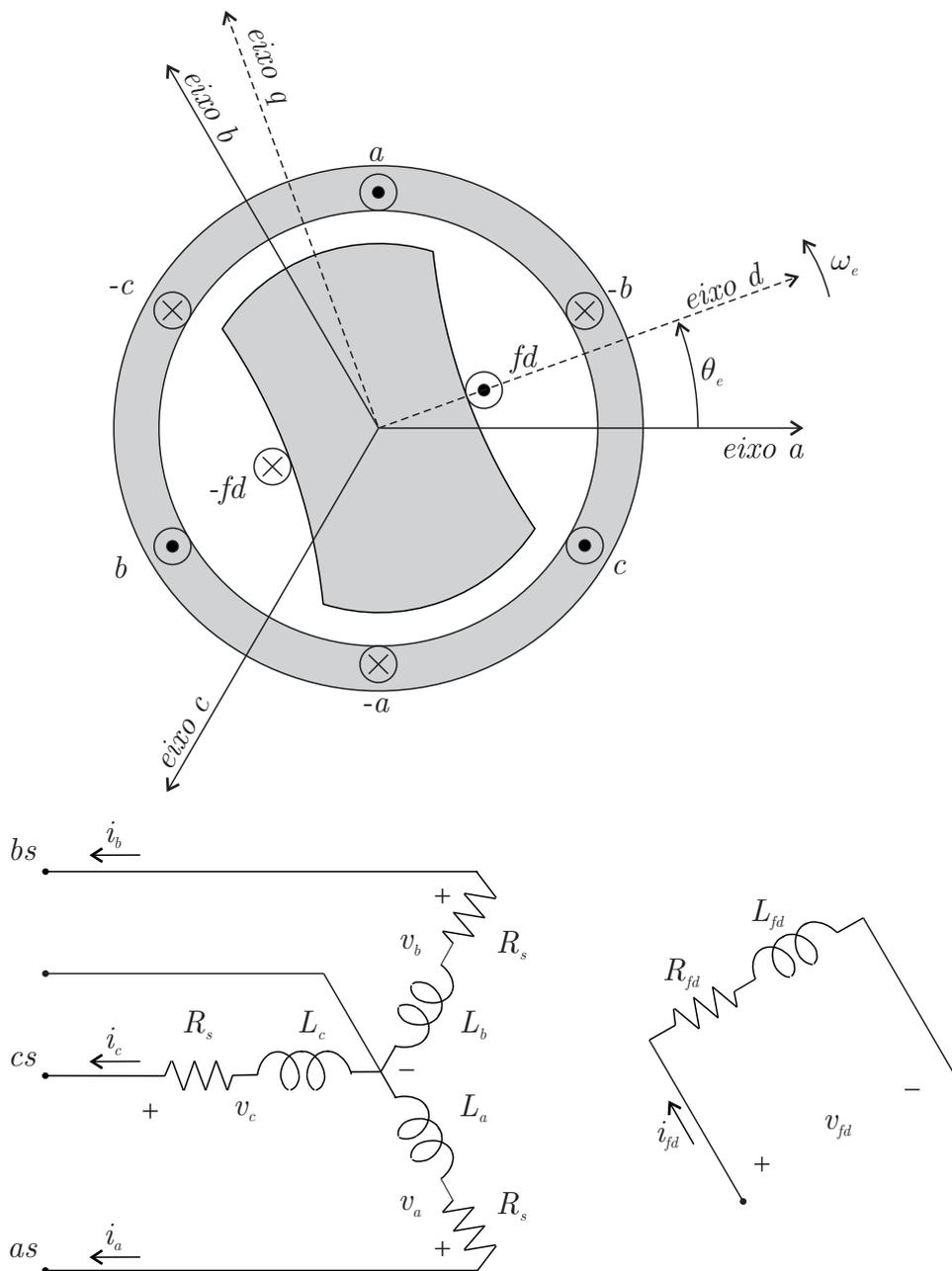


Figura 2.1 – Gerador síncrono de polos salientes, trifásico, dois polos e com estator conectado em estrela.

A representação matemática de quaisquer geradores síncronos pode ser descrita

modificando a estrutura da máquina síncrona mostrada na Figura 2.1. Então, para analisar um PMSG, os enrolamentos rotóricos podem ser substituídos por elementos magnéticos (BOLDEA, 2005a). As seguintes hipóteses são admitidas para obter um modelo dinâmico (KRISHNAN, 2009):

- (i) os enrolamentos estatóricos são balanceados com a força magnetomotriz distribuída senoidalmente;
- (ii) as indutâncias são funções senoidais da posição rotórica;
- (iii) a saturação e as incertezas paramétricas são negligenciadas;
- (iv) as resistências estatóricas são consideradas iguais, e
- (v) as perdas do ferro são desprezadas.

Essas hipóteses são clássicas, assumidas pela literatura, para modelar um PMSG. Além delas, o entreferro pode ser considerado uniforme, simplificando o modelo a ser obtido. Isso, contudo, é efetuado no momento oportuno para obter um modelo simplificado do PMSG por meio de um modelo geral. De antemão, todavia, o entreferro é assumido uniforme em sistemas de conversão de energia eólica usando um PMSG de polos não salientes.

Na seção seguinte, o modelo do PMSG em coordenadas estatóricas abc é apresentado.

2.3 Representação em coordenadas abc

A representação matemática em coordenadas abc do PMSG pode ser obtida por meio das leis de Kirchhoff aplicadas aos circuitos elétricos da Figura 2.1, os quais o circuito rotórico e o circuito estatórico estão magneticamente acoplados, tal que (BOLDEA, 2005b)

$$\begin{bmatrix} v_a \\ v_b \\ v_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_s & 0 & 0 \\ 0 & R_s & 0 \\ 0 & 0 & R_s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{i}_a \\ \dot{i}_b \\ \dot{i}_c \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{d\psi_a}{dt} \\ \frac{d\psi_b}{dt} \\ \frac{d\psi_c}{dt} \end{bmatrix} \quad (2.1)$$

$$\begin{bmatrix} \psi_a \\ \psi_b \\ \psi_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_a & M_{ab} & M_{ac} \\ M_{ab} & L_b & M_{bc} \\ M_{ac} & M_{bc} & L_c \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \psi_a^r \\ \psi_b^r \\ \psi_c^r \end{bmatrix} \quad (2.2)$$

em que v_i , i_i , ψ_i e L_i são as tensões, as correntes, os fluxos e as indutâncias estatóricas; ψ_i^r denota os fluxos magnéticos rotóricos para o índice $i = a, b, c$; R_s indica a resistência estatórica, e M_{ij} representa as indutâncias mútuas entre as fases i e j .

Conforme Krause, Wasynczuk e Sudhoff (2002, Seção 1.5), as indutâncias própria

e mútua dos enrolamentos do PMSG podem ser expressas, em relação à posição angular rotórica θ_e , por

$$\begin{aligned}
 L_a &= L_s - L_m \cos(2\theta_e) \\
 L_b &= L_s - L_m \cos\left(2\theta_e - \frac{4\pi}{3}\right) \\
 L_c &= L_s - L_m \cos\left(2\theta_e + \frac{4\pi}{3}\right) \\
 M_{ab} &= -\frac{1}{2}L_s - L_m \cos\left(2\theta_e - \frac{2\pi}{3}\right) \\
 M_{bc} &= -\frac{1}{2}L_s - L_m \cos(2\theta_e) \\
 M_{ac} &= -\frac{1}{2}L_s - L_m \cos\left(2\theta_e + \frac{2\pi}{3}\right),
 \end{aligned} \tag{2.3}$$

em que L_s e L_m são parâmetros físicos que dependem da permeabilidade do vácuo, das dimensões internas do estator, do número de voltas dos enrolamentos e do entreferro do gerador. Usualmente, o entreferro pode ser considerado (a) constante, como no caso de um gerador de polos não salientes ou (b) uma função periódica do deslocamento sobre o entreferro, como no caso do gerador de polos salientes (KRAUSE; WASYNCZUK; SUDHOFF, 2002). O caso (a) implica $L_m = 0$; enquanto o caso (b) resulta em $L_m \neq 0$. Por sua vez, os fluxos magnéticos ψ_a^r , ψ_b^r e ψ_c^r são funções senoidais e podem ser expressos por (BOLDEA, 2005b)

$$\begin{aligned}
 \psi_a^r &= \psi_{pm} \cos(\theta_e) \\
 \psi_b^r &= \psi_{pm} \cos\left(\theta_e - \frac{2\pi}{3}\right) \\
 \psi_c^r &= \psi_{pm} \cos\left(\theta_e + \frac{2\pi}{3}\right)
 \end{aligned} \tag{2.4}$$

se as harmônicas de fluxo são desprezadas, sendo ψ_{pm} o fluxo magnético máximo nas fases do estator. Portanto, (2.1) e (2.2) podem ser escritas na forma matricial por

$$\mathbf{v}_{abc} = \mathbf{R}_s \mathbf{i}_{abc} + \frac{d\boldsymbol{\psi}_{abc}}{dt} \tag{2.5}$$

$$\boldsymbol{\psi}_{abc} = \mathbf{L}_{abc} \mathbf{i}_{abc} + \boldsymbol{\psi}_{abc}^r \tag{2.6}$$

sendo os vetores dados por

$$\begin{aligned}
 \mathbf{v}_{abc} &= [v_a \quad v_b \quad v_c]^T \\
 \mathbf{i}_{abc} &= [i_a \quad i_b \quad i_c]^T \\
 \boldsymbol{\psi}_{abc} &= [\psi_a \quad \psi_b \quad \psi_c]^T \\
 \boldsymbol{\psi}_{abc}^r &= [\psi_a^r \quad \psi_b^r \quad \psi_c^r]^T,
 \end{aligned} \tag{2.7}$$

em que $\mathbf{R}_s = \text{diag}(R_s, R_s, R_s)$ é uma matriz diagonal e

$$\mathbf{L}_{abc} = \begin{bmatrix} L_a & M_{ab} & M_{ac} \\ M_{ab} & L_b & M_{bc} \\ M_{ac} & M_{bc} & L_c \end{bmatrix} \quad (2.8)$$

é a matriz de indutância em coordenadas estatóricas abc .

O balanço de potência instantânea P_{in} pode ser determinada por

$$P_{\text{in}} = \mathbf{i}_{abc}^T \mathbf{v}_{abc} \quad (2.9)$$

que por meio de (2.5) e de (2.6) resulta em

$$P_{\text{in}} = \mathbf{i}_{abc}^T \left(\mathbf{R}_s \mathbf{i}_{abc} + \frac{d\theta_e}{dt} \frac{\partial \mathbf{L}_{abc}}{\partial \theta_e} \mathbf{i}_{abc} + \mathbf{L}_{abc} \frac{d\mathbf{i}_{abc}}{dt} + \frac{d\theta_e}{dt} \frac{\partial \psi_{abc}^r}{\partial \theta_e} \right).$$

que por meio da expressão

$$\frac{d\mathbf{i}_{abc}^T}{dt} \mathbf{L}_{abc} \mathbf{i}_{abc} = \frac{1}{2} \frac{d}{dt} \left(\mathbf{i}_{abc}^T \mathbf{L}_{abc} \mathbf{i}_{abc} \right) - \frac{1}{2} \mathbf{i}_{abc}^T \frac{\partial \mathbf{L}_{abc}}{\partial \theta_e} \mathbf{i}_{abc} \frac{d\theta_e}{dt}$$

obtida pela regra da cadeia, obtém-se

$$P_{\text{in}} = \mathbf{i}_{abc}^T \mathbf{R}_s \mathbf{i}_{abc} + \frac{1}{2} \frac{d}{dt} \left(\mathbf{i}_{abc}^T \mathbf{L}_{abc} \mathbf{i}_{abc} \right) + \left(\frac{1}{2} \mathbf{i}_{abc}^T \frac{\partial \mathbf{L}_{abc}}{\partial \theta_e} \mathbf{i}_{abc} + \mathbf{i}_{abc}^T \frac{\partial \psi_{abc}^r}{\partial \theta_e} \right) \omega_e, \quad (2.10)$$

no qual $\frac{d\theta_e}{dt} = \omega_e$.

A potência instantânea nos terminais do PMSG pode ser separada em três termos.

O primeiro termo

$$P_{\text{cu}} = R_s \|\mathbf{i}_{abc}\|_2^2, \quad (2.11)$$

denota a potência dissipada pela resistência estatórica ou perdas do cobre. O segundo refere-se a taxa de variação da energia armazenada nas indutâncias estatórica. O terceiro termo, que corresponde à

$$P_e = \left(\frac{1}{2} \mathbf{i}_{abc}^T \frac{\partial \mathbf{L}_{abc}}{\partial \theta_e} \mathbf{i}_{abc} + \mathbf{i}_{abc}^T \frac{\partial \psi_{abc}^r}{\partial \theta_e} \right) \omega_e, \quad (2.12)$$

é a potência convertida da forma mecânica para elétrica ou a potência eletromecânica.

Então, o conjugado eletromecânico T_e produzido pode ser determinado por

$$P_e = T_e \omega_m, \quad (2.13)$$

e a velocidade mecânica ω_m pode ser obtida pela relação

$$\omega_e = \frac{N_p}{2} \omega_m, \quad (2.14)$$

em que N_p é o número de polos do PMSG. Logo, o conjugado eletromecânico é computado por

$$T_e = \frac{N_p}{2} \left(\frac{1}{2} \mathbf{i}_{abc}^T \frac{\partial \mathbf{L}_{abc}}{\partial \theta_e} \mathbf{i}_{abc} + \mathbf{i}_{abc}^T \frac{\partial \psi_{abc}^r}{\partial \theta_e} \right). \quad (2.15)$$

Embora seja factível usar o modelo em coordenadas abc , especialmente para simulações na presença de conversores de potência bem como de distribuição trapezoidal da força eletromotriz, modelos mais simples são preferidos para projeto de observadores assim como de controladores. Dessa forma, a modelagem em coordenadas estacionárias $\alpha\beta$ é abordada na seção seguinte.

2.4 Representação em coordenadas estacionárias $\alpha\beta$

Usualmente, sistemas trifásicos são submetidos a transformações lineares para obter sistemas equivalentes que possibilitem determinar o seu desempenho de forma simplificada. Nesse sentido, CLARKE (1965, Capítulo 10) aborda detalhadamente os componentes α , β e 0 de um sistema trifásico o qual se ele é simétrico e opera em condições balanceadas, então o componente 0 é nulo e obtém-se um sistema bifásico equivalente em coordenadas $\alpha\beta$. Essa transformação é denominada por *transformada de Clarke*, sendo caracterizada pela matriz

$$\mathbf{T}_{\alpha\beta} = \frac{2}{3} \begin{bmatrix} 1 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix}, \quad (2.16)$$

que conduz um sistema em coordenadas abc para $\alpha\beta$. A Figura 2.2 mostra a relação entre as coordenadas estacionárias $\alpha\beta$ e de fase abc , em que o eixo α coincide com o eixo a e o eixo β é 90 graus atrasado em relação ao eixo α .

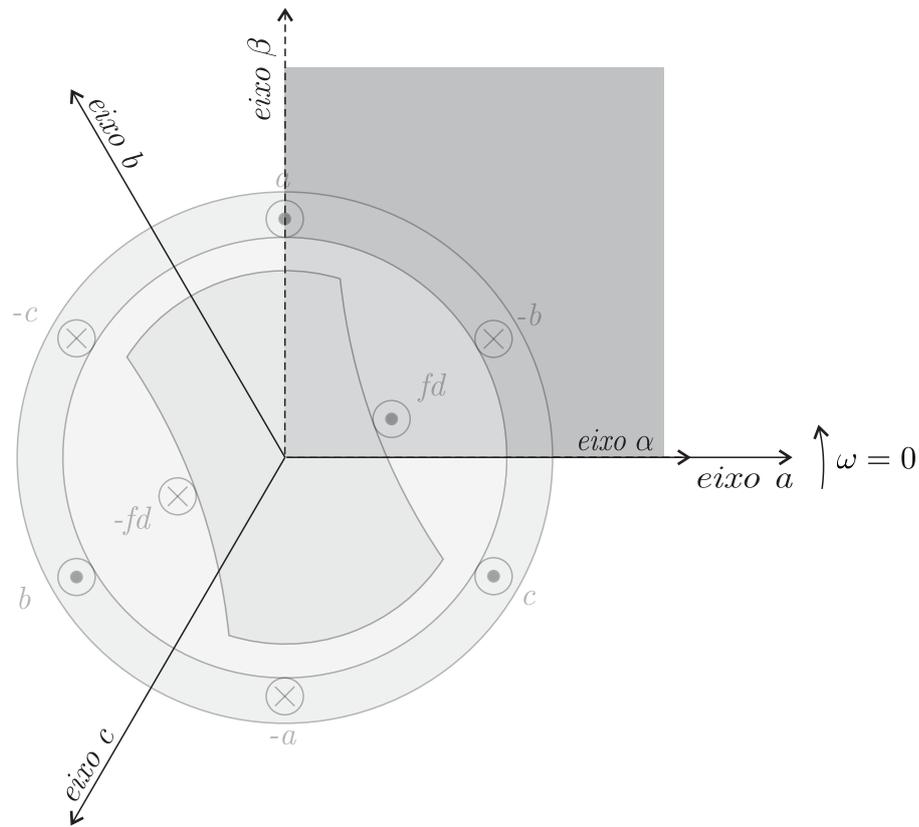


Figura 2.2 – Relação entre coordenadas $\alpha\beta$ e abc .

Agora, assumindo que o PMSG é um sistema a três fios balanceado, então

$$i_a + i_b + i_c = 0,$$

que implica $i_0 = 0$. Nesse caso, as variáveis do componente de sequência 0 podem ser omitidas. Portanto, os componentes $\alpha\beta$ para a tensão, a corrente e o fluxo estáticos e o fluxo rotórico podem ser obtidos por

$$\begin{aligned} \mathbf{v}_{\alpha\beta} &= \mathbf{T}_{\alpha\beta} \mathbf{v}_{abc} \\ \mathbf{i}_{\alpha\beta} &= \mathbf{T}_{\alpha\beta} \mathbf{i}_{abc} \\ \boldsymbol{\psi}_{\alpha\beta} &= \mathbf{T}_{\alpha\beta} \boldsymbol{\psi}_{abc} \\ \boldsymbol{\psi}_{\alpha\beta}^r &= \mathbf{T}_{\alpha\beta} \boldsymbol{\psi}_{abc}^r \end{aligned} \quad (2.17)$$

em que os vetores são definidos por

$$\begin{aligned} \mathbf{v}_{\alpha\beta} &= [v_\alpha \quad v_\beta]^T \\ \mathbf{i}_{\alpha\beta} &= [i_\alpha \quad i_\beta]^T \\ \boldsymbol{\psi}_{\alpha\beta} &= [\psi_\alpha \quad \psi_\beta]^T \\ \boldsymbol{\psi}_{\alpha\beta}^r &= [\psi_\alpha^r \quad \psi_\beta^r]^T. \end{aligned} \quad (2.18)$$

Dessa forma, o modelo dinâmico de tensão dado por

$$\mathbf{v}_{\alpha\beta} = \mathbf{R}_s \mathbf{i}_{\alpha\beta} + \frac{d\boldsymbol{\psi}_{\alpha\beta}}{dt} \quad (2.19)$$

$$\boldsymbol{\psi}_{\alpha\beta} = \mathbf{L}_{\alpha\beta} \mathbf{i}_{\alpha\beta} + \boldsymbol{\psi}_{\alpha\beta}^r \quad (2.20)$$

pode ser obtido usando a transformada de Clarke (2.16) em (2.5) e (2.6), sendo a matriz de indutância $\mathbf{L}_{\alpha\beta}$ dada por

$$\mathbf{L}_{\alpha\beta} = \frac{3}{2} \begin{bmatrix} L_s - L_m \cos(2\theta_e) & -L_m \sin(2\theta_e) \\ -L_m \sin(2\theta_e) & L_s + L_m \cos(2\theta_e) \end{bmatrix} \quad (2.21)$$

e o fluxo magnético rotórico corresponde à

$$\boldsymbol{\psi}_{\alpha\beta}^r = \psi_{pm} \begin{bmatrix} \cos \theta_e \\ \sin \theta_e \end{bmatrix}. \quad (2.22)$$

Então, o comportamento dinâmico que governa as correntes estatóricas $\alpha\beta$ pode ser obtido substituindo (2.20) em (2.19), resultando em

$$\frac{d\mathbf{i}_{\alpha\beta}}{dt} = -\mathbf{L}_{\alpha\beta}^{-1} \left(\mathbf{R}_s + \omega_e \frac{\partial \mathbf{L}_{\alpha\beta}}{\partial \theta_e} \right) \mathbf{i}_{\alpha\beta} + \mathbf{L}_{\alpha\beta}^{-1} \mathbf{v}_{\alpha\beta} - \mathbf{L}_{\alpha\beta}^{-1} \mathbf{e}_{\alpha\beta}, \quad (2.23)$$

tal que $\mathbf{e}_{\alpha\beta} = [e_\alpha \ e_\beta]^T$ denota a força eletromotriz

$$\frac{d\boldsymbol{\psi}_{\alpha\beta}^r}{dt} = \mathbf{e}_{\alpha\beta} = \psi_{pm} \omega_e \begin{bmatrix} -\sin \theta_e \\ \cos \theta_e \end{bmatrix} \quad (2.24)$$

e ω_e é a velocidade rotórica. Na forma matricial, (2.23) é reescrita como

$$\frac{d\mathbf{i}_{\alpha\beta}}{dt} = \boldsymbol{\Phi} \mathbf{i}_{\alpha\beta} + \boldsymbol{\Gamma} \mathbf{v}_{\alpha\beta} - \boldsymbol{\Gamma} \mathbf{e}_{\alpha\beta}, \quad (2.25)$$

tal que

$$\boldsymbol{\Phi} = -\mathbf{L}_{\alpha\beta}^{-1} \left(\mathbf{R}_s + \omega_e \frac{\partial \mathbf{L}_{\alpha\beta}}{\partial \theta_e} \right) \quad (2.26)$$

$$\boldsymbol{\Gamma} = \mathbf{L}_{\alpha\beta}^{-1}. \quad (2.27)$$

A modelagem apresentada assume que o PMSG possui polos salientes. Contudo, se os polos são não salientes, então o entreferro é considerado uniforme, resultando que o parâmetro físico L_m é nulo (KRISHNAN, 2009). Portanto, as indutâncias estatóricas próprias e mutuas independem da posição rotórica. Dessa forma, as matrizes (2.26) e (2.27) tornam-se em matrizes diagonais $\boldsymbol{\Phi} = \text{diag} \left(\frac{-R_s}{L_s}, \frac{-R_s}{L_s} \right)$ e $\boldsymbol{\Gamma} = \text{diag} \left(\frac{1}{L_s}, \frac{1}{L_s} \right)$;

simplificando (2.23) para

$$\frac{d\mathbf{i}_{\alpha\beta}}{dt} = -\frac{R_s}{L_s}\mathbf{i}_{\alpha\beta} + \frac{1}{L_s}\mathbf{v}_{\alpha\beta} - \frac{1}{L_s}\mathbf{e}_{\alpha\beta}. \quad (2.28)$$

Em coordenadas estacionárias, o balanço de potência é obtido usando as relações (2.17) em (2.9), resultando em

$$P_{\text{in}} = \frac{3}{2}\mathbf{i}_{\alpha\beta}^T \mathbf{v}_{\alpha\beta} \quad (2.29)$$

em que o fator $3/2$ advém da transformada de Clarke (2.16), que é invariante em tensão, isto é, o componente de tensão α é igual àquele da fase a . Executando o mesmo procedimento para obter (2.9) e usando (2.19) e (2.20), ocasiona que

$$P_{\text{in}} = \frac{3}{2}\mathbf{i}_{\alpha\beta}^T \mathbf{R}_s \mathbf{i}_{\alpha\beta} + \frac{3}{2} \frac{1}{2} \frac{d}{dt} \left(\mathbf{i}_{\alpha\beta}^T \mathbf{L}_{\alpha\beta} \mathbf{i}_{\alpha\beta} \right) + \frac{3}{2} \left(\frac{1}{2} \mathbf{i}_{\alpha\beta}^T \frac{\partial \mathbf{L}_{\alpha\beta}}{\partial \theta_e} \mathbf{i}_{\alpha\beta} + \mathbf{i}_{\alpha\beta}^T \frac{\partial \psi_{\alpha\beta}^r}{\partial \theta_e} \right) \omega_e \quad (2.30)$$

sendo as perdas do cobre P_{cu} e a potência eletromecânica P_e dadas por

$$P_{\text{cu}} = \frac{3}{2} R_s (i_\alpha^2 + i_\beta^2), \quad (2.31)$$

$$P_e = \frac{3}{2} \left(\frac{1}{2} \mathbf{i}_{\alpha\beta}^T \frac{\partial \mathbf{L}_{\alpha\beta}}{\partial \theta_e} \mathbf{i}_{\alpha\beta} + \mathbf{i}_{\alpha\beta}^T \frac{\partial \psi_{\alpha\beta}^r}{\partial \theta_e} \right) \omega_e \quad (2.32)$$

e o conjugado eletromecânico T_e segue

$$T_e = \frac{3}{2} \frac{N_p}{2} \left(\frac{1}{2} \mathbf{i}_{\alpha\beta}^T \frac{\partial \mathbf{L}_{\alpha\beta}}{\partial \theta_e} \mathbf{i}_{\alpha\beta} + \mathbf{i}_{\alpha\beta}^T \frac{\partial \psi_{\alpha\beta}^r}{\partial \theta_e} \right). \quad (2.33)$$

Então, é possível demonstrar que

$$\frac{1}{2} \mathbf{i}_{\alpha\beta}^T \frac{\partial \mathbf{L}_{\alpha\beta}}{\partial \theta_e} \mathbf{i}_{\alpha\beta} + \mathbf{i}_{\alpha\beta}^T \frac{\partial \psi_{\alpha\beta}^r}{\partial \theta_e} = \psi_\alpha i_\beta - \psi_\beta i_\alpha$$

após algumas simplificações usando (2.21) e (2.22). Portanto, a potência e o conjugado eletromecânicos podem ser reescrita por

$$P_e = \frac{3}{2} \omega_e (\psi_\alpha i_\beta - \psi_\beta i_\alpha) \quad (2.34)$$

$$T_e = \frac{3}{2} \frac{N_p}{2} (\psi_\alpha i_\beta - \psi_\beta i_\alpha). \quad (2.35)$$

Embora o modelo em coordenadas estacionárias $\alpha\beta$ propicie uma análise simplificada do PMSG, é desejável ainda que as variáveis do sistema assumam valores constantes em equilíbrio, ao invés de senoidais no domínio do tempo para propósito de controle. Isso pode ser conseguido por meio de um plano de referência que gira na mesma frequência angular das variáveis senoidais. Dessa forma, a velocidade angular entre o plano de referência e as variáveis senoidais é nula e as senóides tornam-se em grandezas constantes para o plano adotado. A modelagem do PMSG em coordenadas no referencial rotórico é

tratada pela seção seguinte.

2.5 Representação em coordenadas síncronas dq

PARK (1929, 1933) estabeleceu uma nova abordagem para a análise de máquinas elétricas. Na prática, ele transformou as variáveis (tensões, correntes e fluxos acoplados) associadas com os enrolamentos estatóricas em outras, as quais associam-se com enrolamentos fictícios síncrono com o rotor. Em outras palavras, ele adotou um plano cuja referência é o plano de coordenadas rotóricas. Esta transformação foi denominada por *transformada de Park* e permitiu desenvolver uma análise cujas variáveis senoidais e as indutâncias variantes no tempo foram virtualmente eliminadas.

O plano no referencial rotórico é designado por coordenadas síncronas dq sendo orientado no fluxo magnético rotórico $\psi_{\alpha\beta}^r$. A Figura 2.3 mostra a relação entre os planos de coordenadas estacionárias $\alpha\beta$ e síncronas dq sendo caracterizada pela matriz de transformação

$$\mathbf{T}_{dq} = \begin{bmatrix} \cos \theta_e & \sin \theta_e \\ -\sin \theta_e & \cos \theta_e \end{bmatrix} \quad (2.36)$$

que mapeia os componentes de coordenadas $\alpha\beta$ em dq .

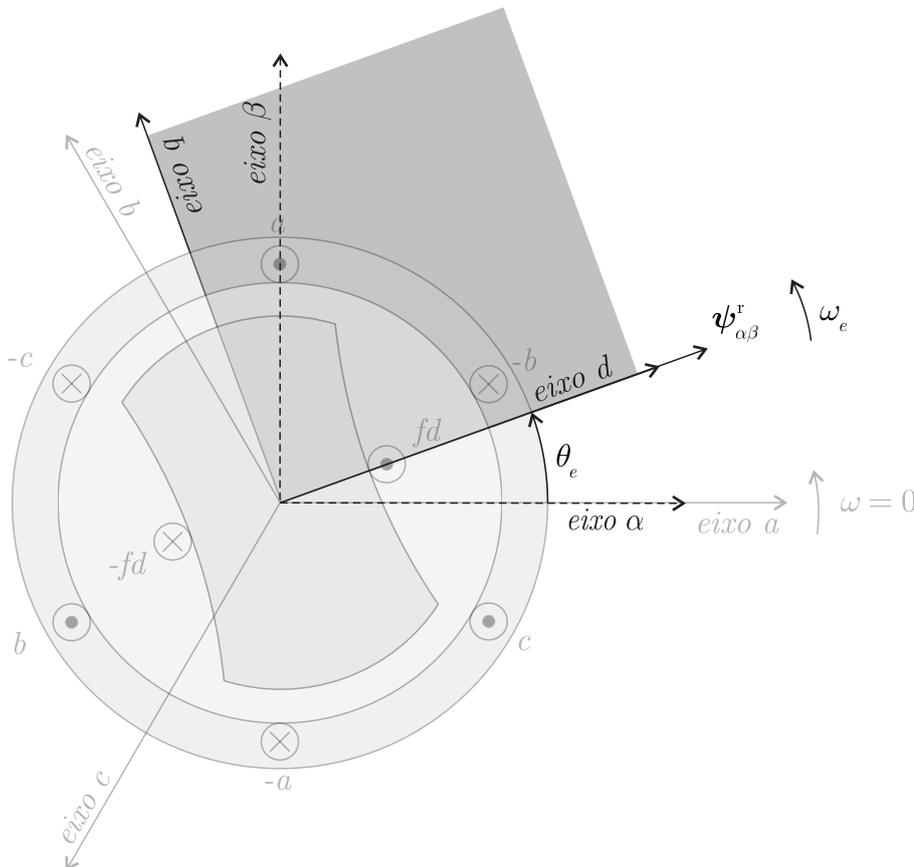


Figura 2.3 – Relação entre os planos de coordenadas estacionárias $\alpha\beta$ e síncronas dq .

Considerando o PMSG, a tensão, a corrente e o fluxo estatórico em coordenadas síncronas podem ser obtidos por meio dos componentes estacionários por

$$\begin{aligned} \mathbf{v}_{dq} &= \mathbf{T}_{dq} \mathbf{v}_{\alpha\beta} \\ \mathbf{i}_{dq} &= \mathbf{T}_{dq} \mathbf{i}_{\alpha\beta} \\ \boldsymbol{\psi}_{dq} &= \mathbf{T}_{dq} \boldsymbol{\psi}_{\alpha\beta} \end{aligned} \quad (2.37)$$

em que os vetores correspondem a

$$\begin{aligned} \mathbf{v}_{dq} &= [v_d \quad v_q]^T \\ \mathbf{i}_{dq} &= [i_d \quad i_q]^T \\ \boldsymbol{\psi}_{dq} &= [\psi_d \quad \psi_q]^T. \end{aligned} \quad (2.38)$$

Então, o modelo de tensão do PMSG em coordenadas síncronas dq pode ser dado por

$$\mathbf{v}_{dq} = \mathbf{T}_{dq} \mathbf{R}_s \mathbf{T}_{dq}^{-1} \mathbf{i}_{dq} + \omega_e \left(\mathbf{T}_{dq} \frac{\partial \mathbf{T}_{dq}^{-1}}{\partial \theta_e} \right) \boldsymbol{\psi}_{dq} + \left(\mathbf{T}_{dq} \mathbf{T}_{dq}^{-1} \right) \frac{d\boldsymbol{\psi}_{dq}}{dt} \quad (2.39)$$

$$\boldsymbol{\psi}_{dq} = \mathbf{T}_{dq} \mathbf{L}_{\alpha\beta} \mathbf{T}_{dq}^{-1} \mathbf{i}_{dq} + \boldsymbol{\psi}_{dq}^r \quad (2.40)$$

obtido substituindo (2.37) em (2.19) e em (2.20), em que $\boldsymbol{\psi}_{dq}^r = [\psi_{pm} \quad 0]^T$. As equações (2.39) e (2.40) podem ser simplificadas para

$$\mathbf{v}_{dq} = \mathbf{R}_s \mathbf{i}_{dq} + \omega_e \mathbf{J} \boldsymbol{\psi}_{dq} + \frac{d\boldsymbol{\psi}_{dq}}{dt} \quad (2.41)$$

$$\boldsymbol{\psi}_{dq} = \mathbf{L}_{dq} \mathbf{i}_{dq} + \boldsymbol{\psi}_{dq}^r \quad (2.42)$$

em que a matriz auxiliar \mathbf{J} e a matriz de indutância síncronas \mathbf{L}_{dq} são

$$\mathbf{J} = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (2.43)$$

$$\mathbf{L}_{dq} = \begin{bmatrix} L_d & 0 \\ 0 & L_q \end{bmatrix} \quad (2.44)$$

tal que as indutâncias de eixo d e de eixo q equivalem a

$$\begin{aligned} L_d &= \frac{3}{2} (L_s - L_m) \\ L_q &= \frac{3}{2} (L_s + L_m). \end{aligned} \quad (2.45)$$

sendo grandezas constantes no tempo, se incertezas paramétricas são desprezadas. Assim,

o comportamento dinâmicas das correntes síncronas dq pode ser expressa por

$$v_d = R_s i_d - \omega_e L_q i_q + L_d \frac{di_d}{dt} \quad (2.46)$$

$$v_q = R_s i_q + \omega_e (L_d i_d + \psi_{pm}) + L_q \frac{di_q}{dt} \quad (2.47)$$

que é obtida após substituição de (2.42) em (2.41) e após algumas simplificações, tal que isolando os termos diferenciais de corrente assume a forma matricial dada por

$$\frac{d\mathbf{i}_{dq}}{dt} = \begin{bmatrix} -\frac{R_s}{L_d} & \omega_e \frac{L_q}{L_d} \\ -\omega_e \frac{L_d}{L_q} & -\frac{R_s}{L_q} \end{bmatrix} \mathbf{i}_{dq} + \begin{bmatrix} \frac{1}{L_d} & 0 \\ 0 & \frac{1}{L_q} \end{bmatrix} \mathbf{v}_{dq} - \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{\psi_{pm}}{L_q} \end{bmatrix} \omega_e. \quad (2.48)$$

Salienta-se que sempre será $L_q > L_d$ em PMSG, mesmo em estruturas cujos elementos magnéticos são fixados no rotor. Isso é um efeito dos caminhos magnéticos ao longo dos eixos dq que resulta em uma relutância magnética menor no eixo q em relação ao eixo d (NASAR; BOLDEA; UNNEWEHR, 1993; BOLDEA, 2005a). Normalmente, a diferença entre as indutâncias síncronas dq é da ordem de 5 a 15% para um PMSG de polos não salientes, sendo usual supor $L_q = L_d$. Por outro lado, a diferença entre elas pode superar a 200% para um PMSG de polos salientes (KRISHNAN, 2009). A Figura 2.4 mostra o circuito equivalente em coordenadas síncronas dq para um PMSG ideal.

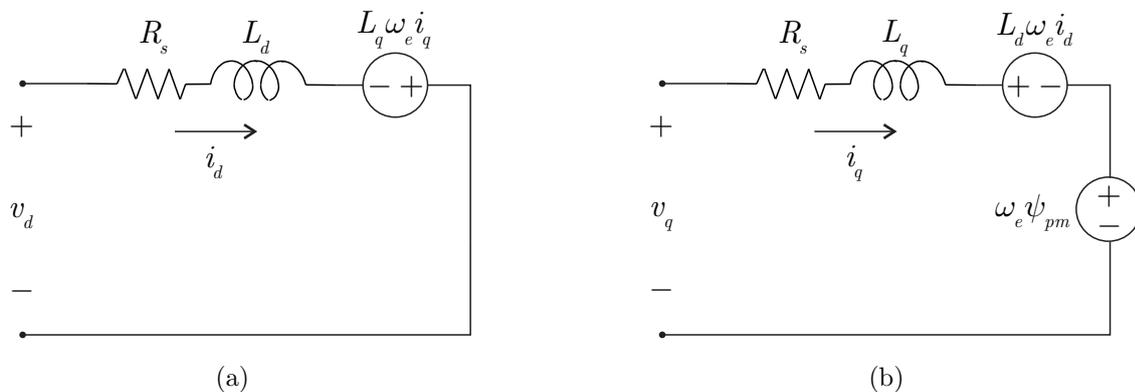


Figura 2.4 – Circuito equivalente dinâmico de um PMSG ideal. Circuito equivalente: (a) eixo d e (b) eixo q .

O balanço de potência para as coordenadas síncronas pode ser obtido substituindo as transformadas (2.37) em (2.29) de modo que as perdas do cobre P_{cu} , a potência e o

conjugado eletromecânicos são expressos por

$$P_{cu} = \frac{3}{2} R_s (i_d^2 + i_q^2) \quad (2.49)$$

$$P_e = \frac{3}{2} \omega_e (\psi_d i_q - \psi_q i_d) \quad (2.50)$$

$$T_e = \frac{3}{2} \frac{N_p}{2} (\psi_d i_q - \psi_q i_d). \quad (2.51)$$

Usualmente, o conjugado T_e é representado em função das correntes síncronas. Então, substituindo (2.42) em (2.51), obtém-se que

$$T_e = \frac{3}{2} \frac{N_p}{2} [\psi_{pm} + (L_d - L_q) i_d] i_q \quad (2.52)$$

tal que, dentro dos colchetes, o primeiro termo fornece o conjugado resultante da excitação do campo magnético e o segundo termo provê o conjugado de relutância. Para um PMSG de polos não salientes, em que pode-se assumir $L_q = L_d$, o conjugado pode ser expresso por

$$T_e = \frac{3}{2} \frac{N_p}{2} \psi_{pm} i_q \quad (2.53)$$

exibindo uma relação linear entre o conjugado eletromecânico e a corrente em quadratura, similar a uma máquina de corrente contínua.

Na seção seguinte, as considerações finais do capítulo são apresentadas.

2.6 Considerações finais

Neste capítulo, os modelos matemáticos de um PMSG foram abordados para as coordenadas estatóricas abc , estacionárias $\alpha\beta$ e síncronas dq . Os três modelos foram obtidos considerando um gerador puramente senoidal, com parâmetros nominais e sem perdas no ferro.

Na Seção 2.3, um modelo do PMSG foi apresentado em coordenadas abc . Apesar de ser pouco usada para analisar o desempenho transitório ou de regime permanente, essa representação propiciou os fundamentos para obter modelos matemáticos em outros planos referenciais.

Na Seção 2.4, a transformação de Clarke simplificou o modelo em coordenadas abc , provendo um modelo bifásico equivalente e desacoplado em coordenadas estacionárias $\alpha\beta$. As variáveis continuaram, porém, variante no tempo. Na Seção 2.5, essa dependência foi eliminada por meio da transformada de Park, o qual forneceu um modelo em coordenadas síncronas com o fluxo rotórico. O sistema tornou-se, entretanto, acoplado. Desse modo, o modelo estacionário $\alpha\beta$ destaca-se por projetar observadores desacoplados. Por outro lado, o modelo síncrono dq sobressai-se por sintetizar controladores, pois as variáveis

elétricas tais como: correntes, tensões, fluxos e forças eletromotrizes assumem valores constantes, considerando a condição de equilíbrio em regime permanente.

Os modelos apresentados neste capítulo nortearam o desenvolvimento dos capítulos seguintes e contribuíram para elaborar os trabalhos futuros. Por exemplo, o PMSG poderá ser modelado em um plano cujo referencial será o fluxo estatórico, usando o modelo estacionário $\alpha\beta$, para efetuar o controle direto de conjugado (VAS, 1998; KAZMIERKOWSKI et al., 2002). Ainda, a saturação magnética e as perdas do ferro poderão ser incluídas no modelo síncrono dq para abordar técnicas de maximização de eficiência do PMSG (BERNARDES, 2009).

Finalizando, os observadores de posição e velocidade rotóricas que serão abordados nos próximos capítulos usarão os modelos aqui apresentados, os quais serão representados no domínio de tempo discreto quando necessário.

3 OBSERVADOR DE POSIÇÃO E DE VELOCIDADE ROTÓRICAS POR MODOS DESLIZANTES CONTÍNUOS

3.1 Introdução

Este capítulo descreve o observador de posição e de velocidade rotóricas para um PMSG de polos não salientes, apresentado por Yan e Utkin (2002, Seção 9). O observador é desenvolvido no domínio de tempo contínuo em coordenadas estacionária $\alpha\beta$, contendo dois observadores: um de corrente e outro de força eletromotriz. O primeiro baseia-se na técnica de modos deslizantes cuja função é determinar a EMF. O segundo fundamenta-se no Método Direto de Lyapunov, cujo objetivo é estimar a velocidade rotórica. Esse esquema fornece os princípios para estimar a posição rotórica baseado na técnica por modos deslizantes. Dessa forma, o observador de posição e de velocidade rotóricas descrito aqui oferece a motivação e os fundamentos para desenvolver o trabalho desta tese.

O capítulo é organizado como segue. A Seção 3.2 apresenta os modelos dinâmicos usados para estabelecer o observador de posição e de velocidade. A Seção 3.3 descreve o observador de posição e de velocidade rotórica, que compreende: (i) o observador de corrente por modos deslizantes e (ii) o observador adaptativo de EMF. Além disso, a análise de estabilidade para cada um deles é descrita nesta seção. A Seção 3.4 mostra as considerações finais do capítulo.

3.2 Considerações iniciais

O comportamento dinâmico (2.25) das correntes estatóricas é dado por

$$\frac{d\mathbf{i}_{\alpha\beta}}{dt} = \mathbf{\Phi}\mathbf{i}_{\alpha\beta} + \mathbf{\Gamma}\mathbf{v}_{\alpha\beta} - \mathbf{\Gamma}\mathbf{e}_{\alpha\beta} \quad (3.1)$$

nos quais os vetores

$$\begin{aligned} \mathbf{v}_{\alpha\beta} &= [v_{\alpha} \ v_{\beta}]^T \\ \mathbf{i}_{\alpha\beta} &= [i_{\alpha} \ i_{\beta}]^T \\ \mathbf{e}_{\alpha\beta} &= [e_{\alpha} \ e_{\beta}]^T \end{aligned} \quad (3.2)$$

indicam a corrente e a tensão estatóricas e força eletromotriz (EMF) em coordenadas estacionárias $\alpha\beta$; as matrizes $\mathbf{\Phi}$ e $\mathbf{\Gamma}$, dadas por (2.26) e (2.27), podem ser representadas

por

$$\mathbf{\Phi} = \begin{bmatrix} -\frac{R_s}{L_s} & 0 \\ 0 & -\frac{R_s}{L_s} \end{bmatrix}; \quad \mathbf{\Gamma} = \begin{bmatrix} \frac{1}{L_s} & 0 \\ 0 & \frac{1}{L_s} \end{bmatrix} \quad (3.3)$$

para um PMSG de polos não salientes, em que R_s e L_s são a resistência e a indutância estatóricas. Assume-se que elas representam os parâmetros nominais do PMSG. Por sua vez, a EMF, dada por (2.24), segue

$$\mathbf{e}_{\alpha\beta} = \psi_{pm}\omega_e \begin{bmatrix} -\sin\theta_e \\ \cos\theta_e \end{bmatrix}, \quad (3.4)$$

em que ψ_{pm} é o fluxo magnético; θ_e e ω_e denotam a posição e a velocidade rotóricas. Se a velocidade varia lentamente em relação às variáveis elétricas, então pode-se considerar que

$$\frac{d\omega_e}{dt} \approx 0. \quad (3.5)$$

Essa condição é justificada, pois a constante de tempo mecânica é superior à constante de tempo elétrica. Esse princípio é usado em sistemas de controle em cascata, em que uma malha interna tem uma banda passante superior à externa. Como consequência, o comportamento dinâmico pode ser escrito pela expressão simplificada

$$\frac{d\mathbf{e}_{\alpha\beta}}{dt} = \omega_e \mathbf{J} \mathbf{e}_{\alpha\beta}, \quad (3.6)$$

em que a dinâmica associada à frequência elétrica é desprezada, evitando um acoplamento entre a EMF e as correntes elétricas estatóricas, no qual

$$\mathbf{J} = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}.$$

Na seção seguinte é apresentado o observador de posição e velocidade rotórica por modos deslizantes, proposto por Yan e Utkin (2002).

3.3 Observador de posição e velocidade em tempo contínuo

Esta seção aborda o observador de posição e velocidade rotórica em tempo contínuo, contendo dois blocos. O primeiro consiste em um observador de corrente por modos deslizantes (SM). O segundo é um observador adaptativo de EMF projetado pelo Método Direto de Lyapunov. A corrente $\mathbf{i}_{\alpha\beta}$ e a tensão $\mathbf{v}_{\alpha\beta}$ estatóricas em coordenadas estacionárias são as entradas do observador de corrente cuja saída é um vetor de EMF equivalente $\mathbf{e}_{\alpha\beta}^{eq}$. O observador de EMF usa esse último para estimar a posição e a velocidade rotóricas. A Figura 3.1 mostra o diagrama de blocos desse conjunto.

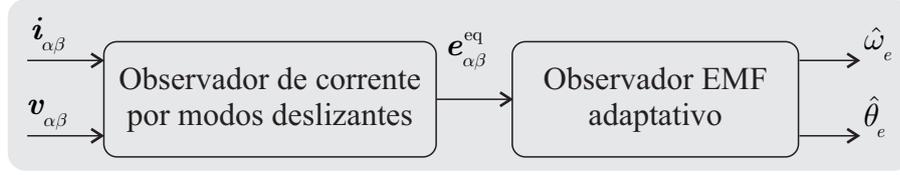


Figura 3.1 – Diagrama de blocos do observador de posição e velocidade rotórica em tempo contínuo.

As subseções seguintes examinam cada um desses blocos.

3.3.1 Observador de corrente por modos deslizantes em tempo contínuo

O observador de corrente SM é definido por

$$\frac{d\hat{\mathbf{i}}_{\alpha\beta}}{dt} = \mathbf{\Phi}\hat{\mathbf{i}}_{\alpha\beta} + \mathbf{\Gamma}\mathbf{v}_{\alpha\beta} - \mathbf{\Gamma}\mathbf{u}_{\alpha\beta}, \quad (3.7)$$

nos quais os vetores

$$\hat{\mathbf{i}}_{\alpha\beta} = [\hat{i}_\alpha \quad \hat{i}_\beta]^T$$

$$\mathbf{u}_{\alpha\beta} = [u_\alpha \quad u_\beta]^T$$

denotam a corrente estatórica estimada e uma função de atração. O erro de estimação de corrente é estabelecido por

$$\tilde{\mathbf{i}}_{\alpha\beta} = \hat{\mathbf{i}}_{\alpha\beta} - \mathbf{i}_{\alpha\beta}. \quad (3.8)$$

Yan e Utkin (2002) designam uma função de comutação dada por

$$\boldsymbol{\sigma}_{\alpha\beta} = \tilde{\mathbf{i}}_{\alpha\beta}, \quad (3.9)$$

tal que a função de atração seja

$$\mathbf{u}_{\alpha\beta} = h_2 \mathbf{I} \mathbf{sign}(\boldsymbol{\sigma}_{\alpha\beta}), \quad (3.10)$$

no qual h_2 é um ganho positivo e

$$\mathbf{sign}(\boldsymbol{\sigma}_{\alpha\beta}) = [\mathbf{sign}(\sigma_\alpha) \quad \mathbf{sign}(\sigma_\beta)]^T,$$

sendo $\mathbf{sign}()$ a função sinal² definida por

$$\mathbf{sign}(x) = \begin{cases} 1, & \text{se } x > 0, \\ -1, & \text{se } x < 0. \end{cases}$$

Em sistemas dinâmicos, baseados na técnica de controle por modos deslizantes,

²A função sinal é indefinida na origem, contudo, conforme a linguagem de computação técnica MATLAB[®], pode-se assumir que $\mathbf{sign}(x) = 0$, se $x = 0$, para implementá-la.

é necessário provar que uma função de comutação σ converge para a superfície de deslizamento $\sigma = 0$. Sob a superfície de deslizamento, o sistema torna-se invariante em relação a perturbações externas e paramétricas. Desse modo, é pertinente garantir a existência dos modos deslizantes para assegurar a propriedade de invariância. Nesse intuito, Itkis (1976) define o termo *modo deslizante* baseado nos resultados de Filippov (1988)³, tal que se a condição

$$\lim_{\sigma \rightarrow 0} \sigma \frac{d\sigma}{dt} \leq 0, \quad (3.11)$$

a convergência para a superfície $\sigma = 0$ é garantida. Além disso, a condição (3.11) pode ser reescrita por

$$\lim_{\sigma \rightarrow 0} \frac{d(\sigma^2)}{dt} \leq 0,$$

o qual sugere que os modos deslizantes podem ser assegurados por meio da análise de estabilidade por Lyapunov (ITKIS, 1976).

O Teorema a seguir prova a convergência da função de comutação (3.9) para a superfície $\sigma_{\alpha\beta} = \mathbf{0}$.

Teorema 3.3.1. *Considere o observador de corrente (3.7) sujeito à função de comutação (3.9) e à função de atração (3.10). A função de comutação converge para a superfície de deslizamento $\sigma_{\alpha\beta} = \mathbf{0}$, se o ganho h_2 satisfaz a condição*

$$h_2 > \max(|e_\alpha|, |e_\beta|).$$

Consequentemente, $\hat{\mathbf{i}}_{\alpha\beta} \rightarrow \mathbf{i}_{\alpha\beta}$. ◇

Prova. O comportamento dinâmico do erro de estimação de corrente é obtido subtraindo (3.7) por (3.1), resultando em

$$\frac{d\tilde{\mathbf{i}}_{\alpha\beta}}{dt} = \mathbf{\Phi}\tilde{\mathbf{i}}_{\alpha\beta} + \mathbf{\Gamma}e_{\alpha\beta} - \mathbf{\Gamma}\mathbf{u}_{\alpha\beta}. \quad (3.12)$$

Se $\mathbf{\Phi}$ e $\mathbf{\Gamma}$ são matrizes diagonais dadas por (3.3), então (3.12) torna-se em

$$\frac{d\tilde{\mathbf{i}}_{\alpha\beta}}{dt} = -\frac{R_s}{L_s}\tilde{\mathbf{i}}_{\alpha\beta} + \frac{1}{L_s}e_{\alpha\beta} - \frac{1}{L_s}\mathbf{u}_{\alpha\beta}. \quad (3.13)$$

Usando (3.9), advém que o comportamento dinâmico que rege a função de comutação é dado por

$$\frac{d\sigma_{\alpha\beta}}{dt} = -\frac{R_s}{L_s}\sigma_{\alpha\beta} + \frac{1}{L_s}e_{\alpha\beta} - \frac{1}{L_s}\mathbf{u}_{\alpha\beta}. \quad (3.14)$$

Escolhe-se uma candidata à função de Lyapunov, definida semipositiva, dada por

$$V = \frac{1}{2}\sigma_{\alpha\beta}^T\sigma_{\alpha\beta}. \quad (3.15)$$

³A primeira versão desse livro data de 1960, escrito em russo.

Então, é necessário que a variação de Lyapunov

$$\frac{dV}{dt} = \boldsymbol{\sigma}_{\alpha\beta}^T \frac{d\boldsymbol{\sigma}_{\alpha\beta}}{dt} \quad (3.16)$$

seja definida seminegativa, ou seja, $\frac{dV}{dt} \leq 0$ para assegurar a convergência das trajetórias dos estados (3.14) para a superfície de deslizamento $\boldsymbol{\sigma}_{\alpha\beta} = \mathbf{0}$. Portanto, substituindo (3.14) em (3.16), obtém-se

$$\frac{dV}{dt} = -\frac{R_s}{L_s} \|\boldsymbol{\sigma}_{\alpha\beta}\|_2^2 + \frac{1}{L_s} \boldsymbol{\sigma}_{\alpha\beta}^T \mathbf{e}_{\alpha\beta} - \frac{1}{L_s} \boldsymbol{\sigma}_{\alpha\beta}^T \mathbf{u}_{\alpha\beta}, \quad (3.17)$$

e, usando a função de atração (3.10) em (3.17), resulta em

$$\frac{dV}{dt} = -\frac{R_s}{L_s} \|\boldsymbol{\sigma}_{\alpha\beta}\|_2^2 + \frac{1}{L_s} \left[\boldsymbol{\sigma}_{\alpha\beta}^T \mathbf{e}_{\alpha\beta} - h_2 (|\sigma_\alpha| + |\sigma_\beta|) \right]. \quad (3.18)$$

Logo, se existe um ganho h_2 tal que a condição

$$h_2 > \max(|e_\alpha|, |e_\beta|) \quad (3.19)$$

é satisfeita, então $\frac{dV}{dt}$ é negativa. Como resultado, a função candidata à Lyapunov (3.15) decai a zero quando o tempo $t \rightarrow \infty$. Consequentemente, o vetor de erro de estimação $\tilde{\mathbf{i}}_{\alpha\beta}$ converge para a origem, isto é, $\hat{\mathbf{i}}_{\alpha\beta} \rightarrow \mathbf{i}_{\alpha\beta}$. ■

Se o ganho h_2 é escolhido tal que desigualdade (3.19) seja violada, então a estabilidade do observador de corrente (3.7) e a convergência de $\hat{\mathbf{i}}_{\alpha\beta}$ para $\mathbf{i}_{\alpha\beta}$ dependerão da negatividade de (3.18). Por outro lado, se o observador satisfaz o Teorema 3.3.1 e opera em regime permanente, então tem-se

$$\frac{d\boldsymbol{\sigma}_{\alpha\beta}}{dt} = \boldsymbol{\sigma}_{\alpha\beta} = \mathbf{0} \quad (3.20)$$

depois que ocorrem os modos deslizantes. Assim, o comportamento dinâmico da função de comutação (3.14) torna-se em

$$\mathbf{0} = \mathbf{e}_{\alpha\beta} - \mathbf{u}_{\alpha\beta} \Rightarrow \mathbf{e}_{\alpha\beta} = \mathbf{u}_{\alpha\beta}.$$

Portanto, a função de atração $\mathbf{u}_{\alpha\beta}$ contém os componentes de baixa frequência que equivalem à EMF real, $\mathbf{e}_{\alpha\beta}$. Segundo o método do controle equivalente (UTKIN, 1992; UTKIN; GULDNER; SHIJUN, 1999), estes componentes podem ser obtidos por meio de um filtro passabaixa por

$$\mathbf{e}_{\alpha\beta}^{\text{eq}} = \text{LPF}(\mathbf{u}_{\alpha\beta}),$$

em que $\mathbf{e}_{\alpha\beta}^{\text{eq}}$ é denominada por EMF equivalente. Ressalta-se que, por um lado, a banda passante do filtro deve ser escolhida tal que seja suficientemente grande para passar os componentes de baixa frequência da função de atração $\mathbf{u}_{\alpha\beta}$. Por outro lado, ela deve ser

pequena o suficiente para mitigar os componentes de elevada frequência causadas pelas não idealidades e dinâmicas não modeladas do sistema (DRAKUNOV; UTKIN, 1995). A Figura 3.2 mostra o diagrama de blocos para o observador de corrente (3.7).

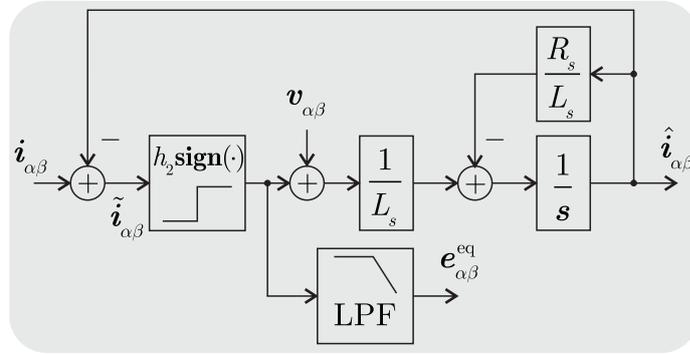


Figura 3.2 – Diagrama de blocos do observador de corrente no domínio de tempo contínuo.

Na próxima seção, um observador adaptativo EMF é apresentado, cuja entrada é a EMF equivalente para estimar a velocidade e a posição rotóricas.

3.3.2 Observador adaptativo EMF em tempo contínuo

Nesta seção, um observador de EMF em tempo contínuo é apresentado usando o Método Direto de Lyapunov para determinar a posição e a velocidade rotóricas (YAN; UTKIN, 2002). A Figura 3.3 mostra o diagrama de blocos do observador adaptativo, cuja entrada é a EMF equivalente.

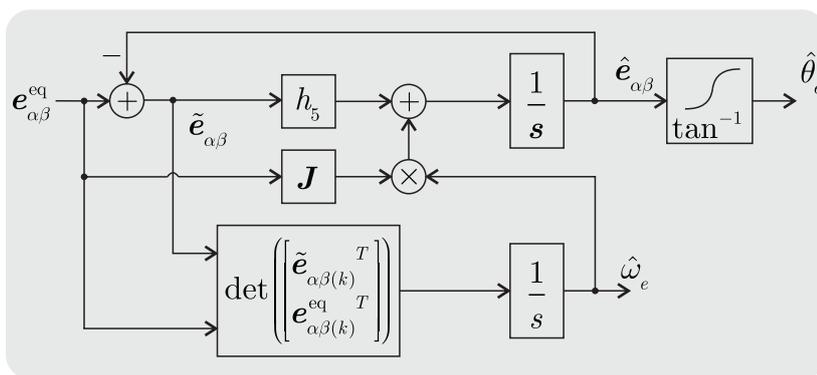


Figura 3.3 – Diagrama de blocos do observador de EMF adaptativo no domínio de tempo contínuo.

Hipótese 3.3.1. Assume-se que: (i) o observador de corrente SM (3.7) encontra-se sob a superfície de deslizamento $\sigma_{\alpha\beta} = 0$, e (ii) a EMF equivalente $e_{\alpha\beta}^{\text{eq}}$ é exatamente igual à EMF real $e_{\alpha\beta}$, ou seja, $e_{\alpha\beta}^{\text{eq}} = e_{\alpha\beta}$.

◇

Seja o observador de EMF definido por

$$\frac{d\hat{e}_{\alpha\beta}}{dt} = \hat{\omega}_e \mathbf{J} e_{\alpha\beta}^{\text{eq}} - h_5 \mathbf{I} \tilde{e}_{\alpha\beta}, \quad (3.21)$$

se a velocidade rotórica ω_e varia lentamente em relação às grandezas elétricas (correntes, tensões, fluxos), tal que, pode-se admitir $\frac{d\omega_e}{dt} \approx 0$, em que h_5 é o ganho do observador; $\hat{\omega}_e$ denota a velocidade rotórica estimada e

$$\begin{aligned} \hat{e}_{\alpha\beta} &= [\hat{e}_\alpha \quad \hat{e}_\beta]^T \\ \tilde{e}_{\alpha\beta} &= [\tilde{e}_\alpha \quad \tilde{e}_\beta]^T \end{aligned} \quad (3.22)$$

são os vetores de EMF estimada e de erro de estimação, sendo

$$\tilde{e}_{\alpha\beta} = \hat{e}_{\alpha\beta} - e_{\alpha\beta}^{\text{eq}}. \quad (3.23)$$

O Teorema a seguir estabelece a lei adaptativa para estimar a velocidade rotórica.

Teorema 3.3.2. *Seja o observador de EMF (3.21) sujeito à Hipótese 3.3.1. Assume-se que (i) a velocidade rotórica ω_e varia lentamente, tal que a condição $\frac{d\omega_e}{dt} \approx 0$ é válida, e (ii) uma lei de adaptação resulta no erro de estimação de velocidade, dado por*

$$\frac{d\tilde{\omega}_e}{dt} = \tilde{e}_\alpha e_\beta^{\text{eq}} - \tilde{e}_\beta e_\alpha^{\text{eq}}. \quad (3.24)$$

Portanto, se o ganho h_5 é positivo, então o observador (3.21) é estável, e o vetor de EMF $\hat{e}_{\alpha\beta}$ e a velocidade $\hat{\omega}_e$ estimados convergem para os seus valores reais $e_{\alpha\beta}$ e ω_e . \diamond

Prova. Seja uma equação dinâmica dada pela diferença entre (3.21) e (3.6) por

$$\frac{d\hat{e}_{\alpha\beta}}{dt} - \frac{de_{\alpha\beta}}{dt} = \hat{\omega}_e \mathbf{J} e_{\alpha\beta}^{\text{eq}} - \omega_e \mathbf{J} e_{\alpha\beta} - h_5 \mathbf{I} \tilde{e}_{\alpha\beta}, \quad (3.25)$$

resultando em

$$\frac{d\hat{e}_{\alpha\beta}}{dt} - \frac{de_{\alpha\beta}}{dt} = \tilde{\omega}_e \mathbf{J} e_{\alpha\beta}^{\text{eq}} - h_5 \mathbf{I} \tilde{e}_{\alpha\beta} + \omega_e \mathbf{J} (e_{\alpha\beta}^{\text{eq}} - e_{\alpha\beta}) \quad (3.26)$$

após algumas operações matemáticas, no qual

$$\tilde{\omega}_e = \hat{\omega}_e - \omega_e \quad (3.27)$$

denota o erro de estimação de velocidade rotórica.

Então, conforme a Hipótese 3.3.1, o comportamento dinâmico do erro de estimação de EMF pode ser representado por

$$\frac{d\tilde{e}_{\alpha\beta}}{dt} = \tilde{\omega}_e \mathbf{J} e_{\alpha\beta}^{\text{eq}} - h_5 \mathbf{I} \tilde{e}_{\alpha\beta} \quad (3.28)$$

em que $\tilde{e}_{\alpha\beta}$ é o erro de estimação (3.23).

Considerando o Método Direto de Lyapunov, escolhe-se uma função candidata à Lyapunov

$$V = \frac{1}{2} \left(\tilde{\mathbf{e}}_{\alpha\beta}^T \tilde{\mathbf{e}}_{\alpha\beta} + \tilde{\omega}_e^2 \right) \quad (3.29)$$

definida semipositiva, tal que sua derivada

$$\frac{dV}{dt} = \tilde{\mathbf{e}}_{\alpha\beta}^T \frac{d\tilde{\mathbf{e}}_{\alpha\beta}}{dt} + \frac{d\tilde{\omega}_e}{dt} \tilde{\omega}_e \quad (3.30)$$

deve ser definida seminegativa para que o comportamento dinâmico (3.28) seja estável. Então, substituindo as equações (3.24) e (3.28) em (3.30), obtém-se

$$\frac{dV}{dt} = -h_5 \|\tilde{\mathbf{e}}_{\alpha\beta}\|_2^2 + \tilde{\mathbf{e}}_{\alpha\beta}^T \tilde{\omega}_e \mathbf{J} \mathbf{e}_{\alpha\beta}^{\text{eq}} + \tilde{\omega}_e \left(\tilde{e}_\alpha e_\beta^{\text{eq}} - \tilde{e}_\beta e_\alpha^{\text{eq}} \right),$$

resultando em

$$\frac{dV}{dt} = -h_5 \|\tilde{\mathbf{e}}_{\alpha\beta}\|_2^2. \quad (3.31)$$

Portanto, a equação dinâmica (3.28) é estável e a função candidata à Lyapunov decai de um valor constante para $\forall h_5 > 0$. Por outro lado, $\frac{dV}{dt}$ é nula em regime permanente, tal que $\tilde{\mathbf{e}}_{\alpha\beta} \rightarrow 0$ quando o tempo $t \rightarrow \infty$. Então, o erro de velocidade $\tilde{\omega}_e$ também converge para um valor nulo que implica: $V \rightarrow 0$. Logo, o vetor de EMF $\hat{\mathbf{e}}_{\alpha\beta}$ e a velocidade $\hat{\omega}_e$ estimados convergem para os seus valores reais $\mathbf{e}_{\alpha\beta}$ e ω_e . ■

Assim, pela condição $\frac{d\omega_e}{dt} \approx 0$ e pela definição $\tilde{\omega}_e = \hat{\omega}_e - \omega_e$, a lei de adaptação pode ser dada por

$$\frac{d\hat{\omega}_e}{dt} = \tilde{e}_\alpha e_\beta^{\text{eq}} - \tilde{e}_\beta e_\alpha^{\text{eq}}. \quad (3.32)$$

Finalmente, a posição rotórica θ_e pode ser estimada por

$$\hat{\theta}_e = \tan^{-1} \left(-\frac{\hat{e}_\alpha}{\hat{e}_\beta} \right), \quad (3.33)$$

por meio de (3.4).

A seção seguinte exhibe as considerações finais do capítulo.

3.4 Considerações finais

Este capítulo abordou o observador de posição e de velocidade rotóricas proposto no domínio de tempo contínuo por Yan e Utkin (2002, Seção 9). O observador continha dois elementos conectados em série: (i) um observador de corrente por modos deslizantes e (ii) um observador adaptativo EMF. O primeiro foi examinado na Seção 3.3.1, o qual a condição para a convergência para a superfície de deslizamento foi apresentada, e um vetor equivalente ao EMF real foi fornecido. O segundo foi tratado pela Seção 3.3.2. Ele

usou o vetor equivalente para estimar o vetor de EMF e a velocidade rotórica, que foi determinada por meio de uma lei de adaptação do tipo gradiente e obtida pelo Método Direto de Lyapunov. A posição rotórica foi computada pela EMF estimada.

Salienta-se que o observador de posição e de velocidade apresentado aqui concebeu as diretrizes para propor os observadores neste trabalho de tese. No presente capítulo, o projeto e a análise de estabilidade foram desenvolvidos no domínio de tempo contínuo. Em aplicações reais, entretanto, nas quais um processador digital de sinais será usado, as provas de estabilidade para o domínio de tempo contínuo perderão a validade, pois as condições de existência dos modos deslizantes e a função candidata à Lyapunov diferirão do domínio de tempo contínuo para o discreto. Portanto, a estabilidade e o desempenho do observador de posição e de velocidade abordados aqui poderão falhar em uma implementação no domínio de tempo discreto. Os capítulos seguintes e os resultados experimentais confirmarão essa afirmação.

Para contornar esses problemas, observadores de posição e de velocidade projetados e analisados no domínio de tempo discreto serão propostos nos dois capítulos seguintes.

4 OBSERVADOR DE POSIÇÃO E DE VELOCIDADE ROTÓRICAS POR MODOS DESLIZANTES DISCRETOS

4.1 Introdução

Este capítulo propõe um observador de posição e de velocidade rotóricas projetado no domínio de tempo discreto, para contrapor-se àquele descrito pelo Capítulo 3. O referido observador é composto por: um observador de corrente por modos deslizantes e um observador de EMF, pelo Método Direto de Lyapunov.

O desenvolvimento inicia-se do modelo dinâmico discreto do PMSG, em coordenadas estacionárias $\alpha\beta$. Desse modo, o observador de corrente por modos deslizantes discretos é proposto. Então, as condições de existência dos modos deslizantes discretos são estabelecidas, fornecendo um intervalo para os ganhos do observador, tal que assegurem a existência de uma superfície de deslizamento. Em seguida, uma nova metodologia de análise é proposta, para garantir o comportamento deslizante, quando o sistema é sujeito à frequência de amostragem finita e a perturbações limitadas. Como consequência, as características dos componentes de alta frequência de *chattering* são determinadas, podendo ser mitigadas. Logo após, o observador de EMF é proposto pelo Método Direto de Lyapunov discreto, para estimar a posição e a velocidade rotóricas.

O capítulo é organizado como segue. A Seção 4.2 apresenta o modelo do PMSG, em tempo discreto. A Seção 4.3 descreve o observador de posição e de velocidade rotóricas, que compreende: (i) o observador de corrente por modos deslizantes discretos e (ii) o observador adaptativo de EMF. Além disso, a análise de estabilidade e a metodologia de projeto também são apresentados nesta seção. A Seção 4.4 apresenta as considerações finais do capítulo.

4.2 Considerações iniciais

Nesta seção, o modelo dinâmico no domínio de tempo discreto é apresentado para um PMSG de polos não salientes, em coordenadas estacionárias $\alpha\beta$. O Capítulo 2 descreve a modelagem da PMSG, no domínio de tempo contínuo. Aqui, o modelo discreto em questão considera: os parâmetros elétricos nominais e uma distribuição de fluxo senoidal sem saturação. Esta seção é colocada neste capítulo para tornar o desenvolvimento da metodologia fluido.

4.2.1 Modelo do PMSG no domínio de tempo discreto

O comportamento dinâmico das correntes estatóricas do PMSG, no domínio de tempo discreto, pode ser obtido pela discretização de (3.1) por retentor de ordem zero (ZOH), resultando em

$$\mathbf{i}_{\alpha\beta(k+1)} = \mathbf{A}\mathbf{i}_{\alpha\beta(k)} + \mathbf{B}\mathbf{v}_{\alpha\beta(k)} - \mathbf{B}\mathbf{e}_{\alpha\beta(k)} \quad (4.1)$$

em que os vetores

$$\begin{aligned} \mathbf{i}_{\alpha\beta(k)} &= \begin{bmatrix} i_{\alpha(k)} & i_{\beta(k)} \end{bmatrix}^T \\ \mathbf{v}_{\alpha\beta(k)} &= \begin{bmatrix} v_{\alpha(k)} & v_{\beta(k)} \end{bmatrix}^T \\ \mathbf{e}_{\alpha\beta(k)} &= \begin{bmatrix} e_{\alpha(k)} & e_{\beta(k)} \end{bmatrix}^T \end{aligned}$$

denotam a corrente e a tensão estatóricas e a força eletromotriz, em coordenadas estacionárias $\alpha\beta$ no instante k ; as matrizes \mathbf{A} e \mathbf{B} são definidas por

$$\mathbf{A} = e^{\mathbf{\Phi}T_s} \text{ e } \mathbf{B} = \int_0^{T_s} e^{\mathbf{\Phi}\tau} \mathbf{\Gamma} d\tau;$$

T_s é o período de amostragem, e $\mathbf{\Phi}$ e $\mathbf{\Gamma}$ são as matrizes para o modelo dinâmico contínuo (3.1).

A equação (4.1) determina o observador de corrente a ser proposto. Todavia, é necessário obter o comportamento dinâmico para a força eletromotriz $\mathbf{e}_{\alpha\beta}$, para propor um observador de EMF e para calcular a posição rotórica θ_e . A dinâmica, em tempo contínuo, de EMF pode ser expressa por

$$\frac{d\mathbf{e}_{\alpha\beta}}{dt} = \omega_e \mathbf{J} \mathbf{e}_{\alpha\beta}, \quad (4.2)$$

por meio de (2.24), em que

$$\mathbf{J} = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix},$$

se a constante de tempo das dinâmicas mecânicas é maior que a constante de tempo elétrica. Logo, a velocidade rotórica ω_e pode ser considerada constante, ou seja, $\frac{d\omega_e}{dt} \approx 0$. Então, pela discretização por Euler de (4.2), o comportamento dinâmico para a força eletromotriz, em tempo discreto, pode ser estabelecido por

$$\mathbf{e}_{\alpha\beta(k+1)} = \mathbf{e}_{\alpha\beta(k)} + T_s \omega_{e(k)} \mathbf{J} \mathbf{e}_{\alpha\beta(k)}, \quad (4.3)$$

se $\Delta\omega_{e(k)} \approx 0$. Ainda por meio de (2.24), é evidente que a posição rotórica pode ser

calculada, em tempo discreto, por

$$\theta_{e(k)} = \tan^{-1} \left(-\frac{e_{\alpha(k)}}{e_{\beta(k)}} \right), \quad (4.4)$$

em que $\tan^{-1}()$ é a função arcotangente.

Na seção seguinte, o observador de posição e velocidade rotórica em tempo discreto é proposto para um PMSG de polos não salientes, usando (4.1), (4.3) e (4.4).

4.3 Observador de posição e velocidade em tempo discreto

Esta seção descreve o observador de posição e velocidade rotórica, em tempo discreto, que abrange dois blocos. O primeiro consiste em um observador de corrente por modos deslizantes discretos (DSM). O segundo é um observador adaptativo de EMF. A corrente $\mathbf{i}_{\alpha\beta(k)}$ e a tensão $\mathbf{v}_{\alpha\beta(k)}$ estatóricas, em coordenadas estacionárias, são as entradas do observador de corrente, cuja saída é um vetor de referência de EMF $\mathbf{e}_{\alpha\beta(k)}^*$. Então, o observador de EMF usa $\mathbf{e}_{\alpha\beta(k)}^*$ para estimar a posição e a velocidade rotóricas. A Figura 4.1 mostra o diagrama de blocos desse conjunto.

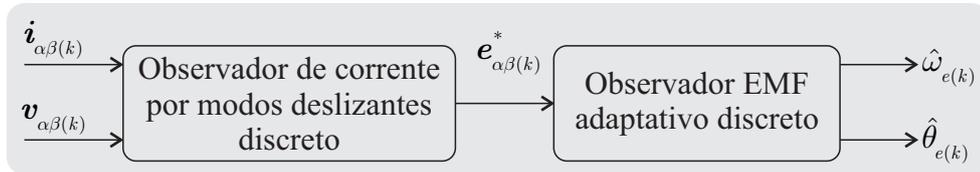


Figura 4.1 – Diagrama de bloco do observador de posição e velocidade rotórica em tempo discreto.

As subseções seguintes descrevem em detalhes, provam a estabilidade e fornecem uma metodologia de projeto para o observador de corrente DSM, para assegurar o movimento quase deslizante das trajetórias dos estados do observador, no domínio de tempo discreto, sob frequência de amostragem finita e perturbações limitadas.

4.3.1 Observador de corrente por modos deslizantes em tempo discreto

O observador de corrente DSM é proposto por

$$\hat{\mathbf{i}}_{\alpha\beta(k+1)} = \mathbf{A}\hat{\mathbf{i}}_{\alpha\beta(k)} + \mathbf{B}\mathbf{v}_{\alpha\beta(k)} - \mathbf{B}\mathbf{u}_{\alpha\beta(k)}, \quad (4.5)$$

pelo modelo (4.1), em que os vetores

$$\begin{aligned}\hat{\mathbf{i}}_{\alpha\beta(k)} &= \begin{bmatrix} \hat{i}_{\alpha(k)} & \hat{i}_{\beta(k)} \end{bmatrix}^T \\ \mathbf{u}_{\alpha\beta(k)} &= \begin{bmatrix} u_{\alpha(k)} & u_{\beta(k)} \end{bmatrix}^T\end{aligned}$$

denotam a corrente estatórica estimada e uma função de atração, para uma superfície de deslizamento.

O erro de estimação de corrente $\tilde{\mathbf{i}}_{\alpha\beta(k)}$ é definido por

$$\tilde{\mathbf{i}}_{\alpha\beta(k)} = \hat{\mathbf{i}}_{\alpha\beta(k)} - \mathbf{i}_{\alpha\beta(k)}. \quad (4.6)$$

Usualmente, uma função de comutação é escolhida por uma combinação linear dos estados (DRAZENOVIC, 1969; UTKIN, 1992). Aqui, a função de comutação $\sigma_{\alpha\beta(k)}$ é definida por

$$\sigma_{\alpha\beta(k)} = \mathbf{B}^{-1}\tilde{\mathbf{i}}_{\alpha\beta(k)}, \quad (4.7)$$

em que \mathbf{B} é uma matriz não singular; enquanto a função de atração $\mathbf{u}_{\alpha\beta(k)}$ é proposta por

$$\mathbf{u}_{\alpha\beta(k)} = \mathbf{u}_{\alpha\beta(k)}^{\text{eq}} + \mathbf{u}_{\alpha\beta(k)}^{\text{sm}} \quad (4.8)$$

consistindo em dois componentes. O primeiro, $\mathbf{u}_{\alpha\beta(k)}^{\text{eq}}$, é uma função linear determinada pelo Método de Controle Equivalente (UTKIN, 1977; BARTOLINI; ZOLEZZI, 1985; UTKIN; GULDNER; SHIJUN, 1999). Neste trabalho, ela é nomeada por função equivalente. Se perturbações e não linearidades são desprezadas, então a função equivalente denota uma solução para o controle por modos deslizantes, que mantém os estados sob a superfície de deslizamento, para cada instante de amostragem. A condição que estabelece $\mathbf{u}_{\alpha\beta(k)}^{\text{eq}}$ pode ser dada por (SU; DRAKUNOV; ÖZGÜNER, 2000; ABIDI; XU; XINGHUO, 2007)

$$\sigma_{\alpha\beta(k+1)} \Big|_{\mathbf{u}_{\alpha\beta(k)} = \mathbf{u}_{\alpha\beta(k)}^{\text{eq}}} = \mathbf{0}. \quad (4.9)$$

O Lema a seguir designa a função equivalente $\mathbf{u}_{\alpha\beta(k)}^{\text{eq}}$, que assegura a condição (4.9).

Lema 4.3.1. *Seja o observador de corrente (4.5) sujeito à função de comutação (4.7) e à função de atração (4.8). Se a função equivalente $\mathbf{u}_{\alpha\beta(k)}^{\text{eq}}$ é dada por*

$$\mathbf{u}_{\alpha\beta(k)}^{\text{eq}} = \sigma_{\alpha\beta(k)} + \mathbf{e}_{\alpha\beta(k)} + \mathbf{B}^{-1}(\mathbf{A} - \mathbf{I})\tilde{\mathbf{i}}_{\alpha\beta(k)}, \quad (4.10)$$

então a função de comutação no instante $k + 1$ é nula, pela condição (4.9), isto é, $\sigma_{\alpha\beta(k+1)} = \mathbf{0}$. \diamond

Prova. O comportamento dinâmico do erro de estimação de corrente é obtido, pela diferença entre (4.1) e (4.5), por

$$\tilde{\mathbf{i}}_{\alpha\beta(k+1)} = \mathbf{A}\tilde{\mathbf{i}}_{\alpha\beta(k)} + \mathbf{B}\mathbf{e}_{\alpha\beta(k)} - \mathbf{B}\mathbf{u}_{\alpha\beta(k)}, \quad (4.11)$$

em que $\tilde{\mathbf{i}}_{\alpha\beta(k)}$ é dado por (4.6). No instante $k + 1$, a função de comutação (4.7) é dada por

$$\boldsymbol{\sigma}_{\alpha\beta(k+1)} = \mathbf{B}^{-1}\tilde{\mathbf{i}}_{\alpha\beta(k+1)}, \quad (4.12)$$

resultando em

$$\boldsymbol{\sigma}_{\alpha\beta(k+1)} = \mathbf{B}^{-1} \left(\mathbf{A}\tilde{\mathbf{i}}_{\alpha\beta(k)} + \mathbf{B}\mathbf{e}_{\alpha\beta(k)} - \mathbf{B}\mathbf{u}_{\alpha\beta(k)} \right), \quad (4.13)$$

por meio de (4.11), o qual subtraída pela função de comutação (4.7), obtém-se

$$\boldsymbol{\sigma}_{\alpha\beta(k+1)} = \boldsymbol{\sigma}_{\alpha\beta(k)} + \mathbf{B}^{-1} \left[(\mathbf{A} - \mathbf{I})\tilde{\mathbf{i}}_{\alpha\beta(k)} + \mathbf{B}\mathbf{e}_{\alpha\beta(k)} - \mathbf{B}\mathbf{u}_{\alpha\beta(k)} \right]. \quad (4.14)$$

Portanto, a função equivalente (4.10) implica

$$\boldsymbol{\sigma}_{\alpha\beta(k+1)} = \mathbf{0},$$

conforme a condição (4.9). ■

Apesar de a função equivalente (4.10) ser uma solução para o controle por modos deslizantes, ela é impraticável, pois necessita da força eletromotriz $\mathbf{e}_{\alpha\beta(k)}$, que é desconhecida. Então, a função equivalente é modificada, sendo proposta por

$$\begin{aligned} \mathbf{u}_{\alpha\beta(k)}^{\text{eq}} &= \boldsymbol{\sigma}_{\alpha\beta(k)} + \mathbf{e}_{\alpha\beta(k)}^{\text{eq}} + \mathbf{B}^{-1} (\mathbf{A} - \mathbf{I})\tilde{\mathbf{i}}_{\alpha\beta(k)} \\ &= \mathbf{e}_{\alpha\beta(k)}^{\text{eq}} + \mathbf{B}^{-1}\mathbf{A}\tilde{\mathbf{i}}_{\alpha\beta(k)} \\ &= \mathbf{e}_{\alpha\beta(k)}^{\text{eq}} + \mathbf{B}^{-1}\mathbf{A}\mathbf{B}\boldsymbol{\sigma}_{\alpha\beta(k)}, \end{aligned} \quad (4.15)$$

em que o vetor de força eletromotriz real $\mathbf{e}_{\alpha\beta(k)}$ é substituído por um vetor $\mathbf{e}_{\alpha\beta(k)}^{\text{eq}}$, que contém um sinal equivalente à $\mathbf{e}_{\alpha\beta(k)}$. Nesta tese, $\mathbf{e}_{\alpha\beta(k)}^{\text{eq}}$ é denominada por força eletromotriz (EMF) equivalente. Como resultado, a solução dos modos deslizantes torna-se em

$$\boldsymbol{\sigma}_{\alpha\beta(k+1)} = -\tilde{\boldsymbol{\epsilon}}_{\alpha\beta(k)},$$

em que $\tilde{\boldsymbol{\epsilon}}_{\alpha\beta(k)}$ denota o erro de estimação de EMF, definida por

$$\tilde{\boldsymbol{\epsilon}}_{\alpha\beta(k)} = \mathbf{e}_{\alpha\beta(k)}^{\text{eq}} - \mathbf{e}_{\alpha\beta(k)}. \quad (4.16)$$

Como $\boldsymbol{\sigma}_{\alpha\beta(k+1)}$ depende de $\tilde{\boldsymbol{\epsilon}}_{\alpha\beta(k)}$, a ideia é adicionar uma ação que opõe-se a $\tilde{\boldsymbol{\epsilon}}_{\alpha\beta(k)}$. Assim, o segundo componente de (4.8), $\mathbf{u}_{\alpha\beta(k)}^{\text{sm}}$, é proposto por

$$\mathbf{u}_{\alpha\beta(k)}^{\text{sm}} = h_1\mathbf{I}\boldsymbol{\sigma}_{\alpha\beta(k)} + h_2\mathbf{I}\text{sign} \left(\boldsymbol{\sigma}_{\alpha\beta(k)} \right), \quad (4.17)$$

para forçar as trajetórias dos estados a permanecer na superfície de deslizamento e para rejeitar o erro proveniente de $\tilde{\boldsymbol{\epsilon}}_{\alpha\beta(k)}$, em que

$$\text{sign} \left(\boldsymbol{\sigma}_{\alpha\beta(k)} \right) = \left[\text{sign} \left(\sigma_{\alpha(k)} \right) \quad \text{sign} \left(\sigma_{\beta(k)} \right) \right]^T,$$

$\text{sign}()$ é a função sinal, e $\mathbf{I} \in \mathbb{R}^{2 \times 2}$ é uma matriz identidade. O vetor $\mathbf{u}_{\alpha\beta(k)}^{\text{sm}}$ é designado por função forçante. Então, usando (4.15) e (4.17), a função de atração $\mathbf{u}_{\alpha\beta(k)}$ (4.8) é reescrita por

$$\mathbf{u}_{\alpha\beta(k)} = \mathbf{e}_{\alpha\beta(k)}^{\text{eq}} + (\mathbf{B}^{-1}\mathbf{A}\mathbf{B} + h_1\mathbf{I})\boldsymbol{\sigma}_{\alpha\beta(k)} + h_2\mathbf{I}\text{sign}(\boldsymbol{\sigma}_{\alpha\beta(k)}). \quad (4.18)$$

Pelo princípio do modelo inverso, a EMF equivalente pode ser estimada, por meio de (4.1) (MORGAN; ÖZGÜNER, 1985; SU; DRAKUNOV; ÖZGÜNER, 2000; ABIDI; XU; XINGHUO, 2007). No entanto, esse método é uma boa aproximação se a frequência de amostragem for muito superior à máxima frequência que compõe o sinal estimado (MORGAN; ÖZGÜNER, 1985). Então, para contornar essa limitação, um filtro passabaixa, LPF1, fornece a EMF equivalente, usando $\mathbf{u}_{\alpha\beta(k)}$, dado por

$$\mathbf{e}_{\alpha\beta(k+1)}^{\text{eq}} = (1 - T_s\omega_{\text{cut}})\mathbf{I}\mathbf{e}_{\alpha\beta(k)}^{\text{eq}} + T_s\omega_{\text{cut}}\mathbf{I}\mathbf{u}_{\alpha\beta(k)}, \quad (4.19)$$

em que ω_{cut} é a frequência de corte do LPF1. A Figura 4.2 mostra o diagrama de blocos do observador de corrente DSM.

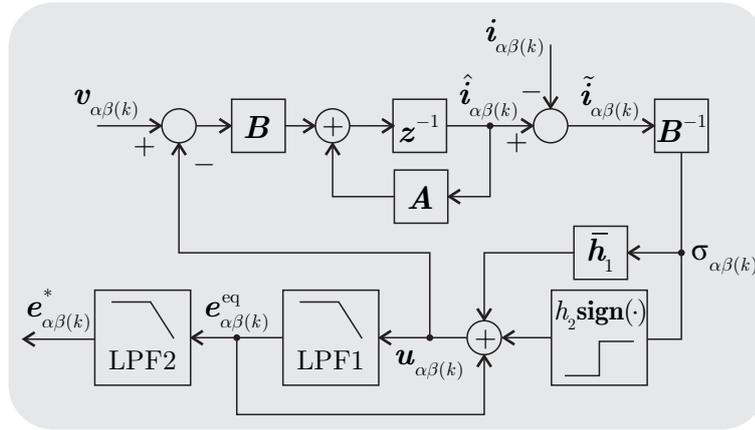


Figura 4.2 – Diagrama de blocos do observador de corrente por modos deslizantes em tempo discreto, em que $\bar{\mathbf{h}}_1 = (\mathbf{B}^{-1}\mathbf{A}\mathbf{B} + h_1\mathbf{I})$.

Nota-se que um segundo filtro passabaixa, LPF2, é adicionado ao observador. Seu objetivo é reduzir a amplitude do *chattering* existente em $\mathbf{e}_{\alpha\beta(k)}^{\text{eq}}$. Então, o vetor $\mathbf{e}_{\alpha\beta(k)}^*$ é dado por

$$\mathbf{e}_{\alpha\beta(k+1)}^* = (1 - T_s\omega_o)\mathbf{I}\mathbf{e}_{\alpha\beta(k)}^* + T_s\omega_o\mathbf{I}\mathbf{e}_{\alpha\beta(k)}^{\text{eq}}, \quad (4.20)$$

nomeado por EMF de referência, em que ω_o é a frequência de corte do LPF2. A EMF de referência $\mathbf{e}_{\alpha\beta(k)}^*$ é usada para estimar a posição e a velocidade rotórica.

Na seção seguinte, as condições de existência dos modos quase deslizantes são apresentadas.

4.3.2 Condições de existência dos modos quase deslizantes em tempo discreto

A técnica por modos deslizantes exige que: (i) uma superfície de deslizamento exista, e (ii) as trajetórias do estados converjam para ela. Esses critérios são avaliados por condições de convergência, as quais as trajetórias dos estados deslocam-se na direção e alcançam a superfície, garantido os modos deslizantes. Se essas trajetórias permanecem em uma banda limitada no espaço de estados, então as dinâmicas no interior dela podem ser chamadas por modos quase deslizantes. Usualmente, a literatura especifica a condição de convergência por três métodos (HUNG; GAO; HUNG, 1993):

(i) função de comutação direta, definida por

$$\sigma_i \frac{d\sigma_i}{dt} \leq 0, \quad (4.21)$$

para $i = 1$ a n , em que n é o número de funções de comutação, que pode ser designada por (ITKIS, 1976; UTKIN, 1977)

$$\begin{aligned} \lim_{\sigma_i \rightarrow 0^+} \frac{d\sigma_i}{dt} &< 0 \\ \lim_{\sigma_i \rightarrow 0^-} \frac{d\sigma_i}{dt} &> 0; \end{aligned} \quad (4.22)$$

(ii) função de Lyapunov, determinada por uma candidata à função de Lyapunov, dada por

$$V = \boldsymbol{\sigma}^T \boldsymbol{\sigma} > 0, \quad (4.23)$$

tal que $\frac{dV}{dt} < 0$ quando $\boldsymbol{\sigma} \neq 0$, e

(iii) lei de aproximação, que especifica o comportamento dinâmico para a função de comutação $\boldsymbol{\sigma}$. A forma geral segue

$$\frac{d\boldsymbol{\sigma}}{dt} = -\mathbf{H}_1 \mathbf{f}(\boldsymbol{\sigma}) - \mathbf{H}_2 \text{sign}(\boldsymbol{\sigma}), \quad (4.24)$$

em que \mathbf{H}_1 e \mathbf{H}_2 são matrizes diagonais positivas, e \mathbf{f} é um vetor de funções escalares que satisfazem a $\sigma_i f_i > 0$, quando $\sigma_i \neq 0$, para $i = 1, \dots, n$.

Esses métodos asseguram a existência dos modos deslizantes para o domínio de tempo contínuo. Eles diferem, porém, conceitualmente. O método (i) resulta em uma condição de convergência em que cada hiperplano de comutação e suas interseções são superfícies de deslizamento. Por outro lado, o método (ii) resulta em uma condição cuja interseção dos hiperplanos de comutação é a única superfície de deslizamento. Quanto ao método (iii), a estabilidade da equação diferencial para $\boldsymbol{\sigma}$ contempla a condição de convergência (GAO; HUNG, 1993). Além disso, ele pode especificar as características dinâmicas para $\boldsymbol{\sigma}$, pelas matrizes \mathbf{H}_1 e \mathbf{H}_2 .

Considerando uma implementação no domínio de tempo discreto, os elementos de comutação são substituídos por rotinas computacionais, que mudam a estrutura do sistema, nos instantes de amostragem. Isso opõe-se à implementação no domínio de tempo contínuo, em que a estrutura pode variar em qualquer instante, tão logo as trajetórias dos estados cruzem a hiperplano de comutação. Desde que, a ação de controle é computada em instantes discretos e aplicada durante o período de amostragem, inevitavelmente, um modo deslizante não ideal surgirá. Esse efeito difere daquele que pode ocorrer em sistemas contínuos, por causa do comportamento não linear dos componentes analógicos, podendo resultar em instabilidade (SARPTURK; ISTEFPANOPULOS; KAYNAK, 1987).

Para assegurar a estabilidade de um sistema por modos deslizantes discretos, a condição de convergência deve ser modificada em relação ao tempo contínuo. Nesse sentido, a condição (4.21) pode ser discretizada por Euler, dada por

$$\sigma_{i(k)} (\sigma_{i(k+1)} - \sigma_{i(k)}) \leq 0. \tag{4.25}$$

Essa condição é necessária, porém insuficiente para garantir os modos quase deslizantes. Uma instabilidade pode ocorrer, se a amplitude do *chattering* das trajetórias dos estados aumenta ao longo do cruzamento pela superfície de deslizamento, mesmo que a condição (4.25) seja satisfeita, como mostra a Figura 4.3.

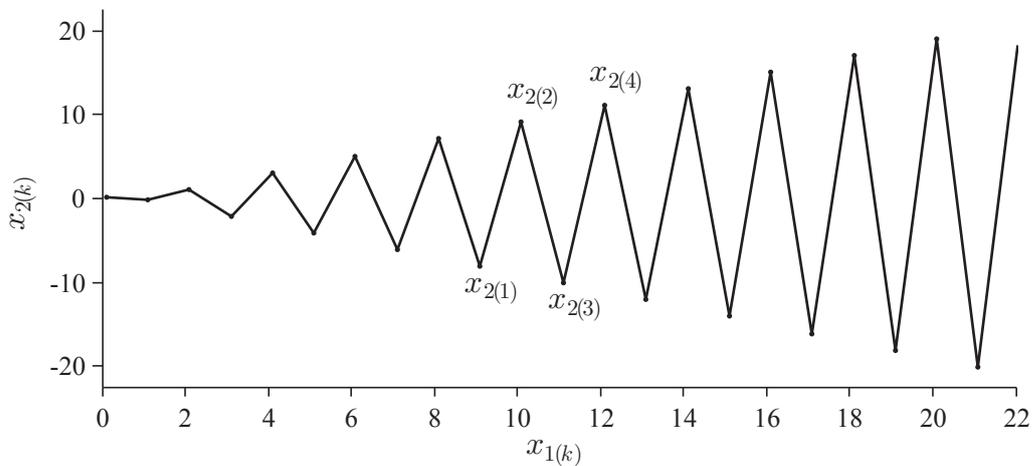


Figura 4.3 – Um modo quase deslizante instável para uma superfície de deslizamento $\sigma_{i(k)} = x_2 = 0$ (SIRA-RAMIREZ, 1991, Exemplo 3.1).

Por outro lado, Sarpturk, Istefanopulos e Kaynak (1987) propuseram uma condição necessária e suficiente, dada por

$$|\sigma_{i(k+1)}| < |\sigma_{i(k)}| \tag{4.26}$$

para assegurar a existência dos modos deslizantes discretos e a convergência das trajetórias dos estados para uma superfície de deslizamento, contornando a deficiência da condição

(4.25). Além disso, a condição (4.26) contempla duas inequações, obtidas por

$$\begin{aligned} |\sigma_{i(k+1)}|^2 &< |\sigma_{i(k)}|^2 \Rightarrow \\ \Rightarrow \sigma_{i(k+1)}^2 &< \sigma_{i(k)}^2 \Rightarrow \\ \Rightarrow \sigma_{i(k+1)}^2 - \sigma_{i(k)}^2 &< 0, \end{aligned} \quad (4.27)$$

tal que multiplicada por $\text{sign}^2(\sigma_{i(k)}) = 1$, para $\sigma_{i(k)} \neq 0$, resulta em

$$\left[(\sigma_{i(k+1)} - \sigma_{i(k)}) \text{sign}(\sigma_{i(k)}) \right] \left[(\sigma_{i(k+1)} + \sigma_{i(k)}) \text{sign}(\sigma_{i(k)}) \right] < 0,$$

sendo decomposta em

$$(\sigma_{i(k+1)} - \sigma_{i(k)}) \text{sign}(\sigma_{i(k)}) < 0 \quad (4.28)$$

$$(\sigma_{i(k+1)} + \sigma_{i(k)}) \text{sign}(\sigma_{i(k)}) \geq 0. \quad (4.29)$$

A inequação (4.28) equivale à (4.25). Então, ela garante que as trajetórias de estados apontam a direção da superfície de deslizamento $\sigma_{i(k)} = 0$. A inequação (4.29) oferece uma condição suficiente para a estabilidade, do modo quase deslizante. Pela Figura 4.3, averigua-se que, se a inequação (4.29) é satisfeita, então a amplitude do *chattering* das trajetórias dos estados diminui para $\sigma_{i(k)} = 0$ ou permanece em um intervalo, isto é, ela não aumenta entre sucessivos instantes de amostragem. As inequações (4.28) e (4.29) são nomeadas por condição de deslizamento e de convergência. Elas estabelecem os limites superior e inferior para os ganhos de comutação (MONSEES, 2002).

Drakunov e Utkin (1989) sugerem que, para sistemas no domínio de tempo discreto, as trajetórias dos estados devem alcançar uma superfície de deslizamento em um intervalo de tempo finito e, após isso, elas devem limitar-se a uma região para garantir a existência de modos deslizantes discretos.

Furuta (1990) propôs uma condição de existência dos modos deslizantes discretos, equivalente à condição (4.26), usando o método de estabilidade por Lyapunov, definindo uma candidata à função de Lyapunov discreta, dada por

$$V_{(k)} = \sigma_{i(k)}^2 > 0,$$

cuja equação de diferença

$$\Delta V_{(k)} = \sigma_{i(k+1)}^2 - \sigma_{i(k)}^2 \quad (4.30)$$

deve ser negativa para existir os modos deslizantes discretos. Em seguida, Sira-Ramirez (1991) analisa e propõe uma condição similar à (4.26), dada por

$$\left| \sigma_{i(k+1)} \sigma_{i(k)} \right| < \sigma_{i(k)}^2. \quad (4.31)$$

Sira-Ramirez demonstra que o modo quase deslizante pode surgir em uma superfície de deslizamento diferente, quando a condição (4.26) é válida. Ainda, o modo deslizante pode ser proveniente de uma ação de controle sem descontinuidade. A Figura 4.4 mostra um caso em que duas superfícies de deslizamento $\sigma_{1(k)}$ e $\sigma_{2(k)}$, para um sistema, satisfazem (4.26), porém apenas $\sigma_{2(k)}$ contém os modos quase deslizantes.

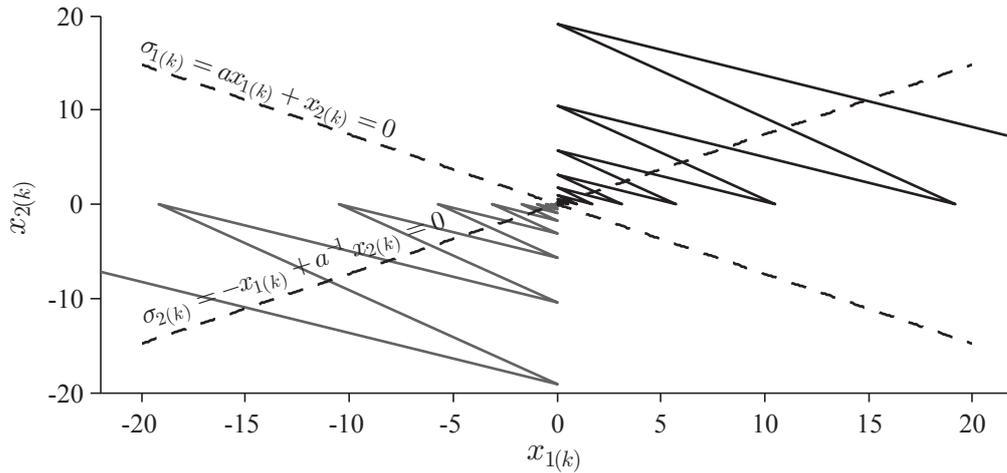


Figura 4.4 – Modo quase deslizante contido na superfície de deslizamento $\sigma_{2(k)}$, em que $x_{1(k+1)} = x_{2(k)}$, $x_{2(k+1)} = u(k)$ e $u(k) = a^2 x_{1(k)}$ com $|a| < 1$ (SIRA-RAMIREZ, 1991, Exemplo 3.2).

As condições apresentadas podem, portanto, não garantir que as trajetórias do sistema cruzem uma dada superfície de deslizamento.

Gao, Wang e Homaifa (1995) sugerem que as trajetórias dos estados de um sistema por modo deslizante discreto devem possuir os seguintes atributos:

- (A) as trajetórias movem-se monotonicamente em direção à superfície de deslizamento, cruzando-a em um intervalo de tempo finito e partindo de qualquer condição inicial;
- (B) as trajetórias cruzam a superfície de deslizamento sucessivamente a cada período de amostragem, após o primeiro cruzamento, ocasionando um modo de comutação em torno da superfície, e
- (C) as trajetórias permanecem em uma região limitada e especificada, e a amplitude do modo de comutação não aumenta em torno da superfície.

Segundo Gao, Wang e Homaifa, esses atributos definem os modos deslizantes discretos e uma condição de convergência. Dessa forma, se as trajetórias dos estados satisfazem os atributos (B) e (C), então elas são designadas por modos quase deslizantes. Além disso, o intervalo, que as contém, é nomeado por banda de modo quase deslizante, definida por

$$|\sigma(k)| \leq \sigma_{\max}, \tag{4.32}$$

cuja largura é $2\sigma_{\max}$. Quanto à condição de convergência, ela é satisfeita se todos os atributos são garantidos. Isso pode ser obtido pela lei de aproximação (4.24), discretizada

por

$$\sigma_{(k+1)} = (1 - h_1 T_s) \sigma_{(k)} - h_2 T_s \operatorname{sign}(\sigma_{(k)}), \quad (4.33)$$

em que T_s é o período de amostragem, $0 < h_1 < 2/T_s$, e h_2 é o ganho de comutação. Assim, Gao, Wang e Homaifa determinam que a largura da banda é dada, por meio de (4.33) e $\sigma_{(k+1)} = 0$, por

$$\sigma_{(k)} = \frac{h_2 T_s}{1 - h_1 T_s} \operatorname{sign}(\sigma_{(k)}),$$

resultando que os modos deslizantes são confinados em uma região definida por

$$|\sigma_{(k)}| < \frac{h_2 T_s}{1 - h_1 T_s}, \quad (4.34)$$

em que

$$2\sigma_{\max} = 2 \frac{h_2 T_s}{1 - h_1 T_s}.$$

Por fim, Bartoszewicz (1998) considera que os modos quase deslizantes na vizinhança de uma superfície $\sigma_{(k)} = 0$ devem satisfazer a desigualdade (4.32), e a condição de convergência é garantida se e somente se a condição

$$|\sigma_{(k)}| \leq \sigma_{\max} \Rightarrow |\sigma_{(k+1)}| \leq \sigma_{\max}$$

for assegurada. Sob essa condição, o cruzamento da superfície de deslizamento pelas trajetórias dos estados é facultativo, portanto pode-se usar uma ação de controle sem descontinuidade, eliminando o *chattering*.

Na seção seguinte, os modos quase deslizantes discretos, por Sarpturk, Istefanopulos e Kaynak e por Gao, Wang e Homaifa, são usados para estabelecer uma condição de convergência para o observador de corrente DSM (4.5), sujeito à função de atração (4.18).

4.3.3 Análise de estabilidade do observador de corrente DSM

Nesta seção, a análise de estabilidade do observador (4.5) segue os conceitos dados por Sarpturk, Istefanopulos e Kaynak e por Gao, Wang e Homaifa, para os modos quase deslizantes discretos. Dessa forma, pode-se dizer que: se um sistema por modos deslizantes discretos satisfaz a condição de convergência (4.29), e os modos quase deslizantes estão confinados em uma região, segundo a desigualdade (4.32), então a condição (4.29) pode ser reescrita por

$$\sigma_{i(k+1)} \operatorname{sign}(\sigma_{i(k)}) + \sigma_{i\max} \geq 0, \quad (4.35)$$

em que $\sigma_{i\max}$ é o valor máximo da função de comutação.

O Teorema seguinte estabelece os limites dos ganhos do observador de corrente DSM (4.5).

Teorema 4.3.1. *Considere o observador de corrente (4.5), sujeito à função de comutação (4.7) e à função de atração (4.18), na qual a dinâmica do filtro passabaixa 1 (LPF1) é desprezada. A função de comutação converge e permanece em uma região de atração em torno da superfície de deslizamento $\sigma_i = 0$, para um valor máximo $\sigma_{i\max}$, em que $|\sigma_{i(k)}| \leq \sigma_{i\max}$, $i = \alpha, \beta$, se o ganho positivo h_2 satisfaz*

$$\max \left(\begin{bmatrix} 1 & -1 - h_1 \end{bmatrix} \mathbf{M} \right) \leq h_2 < \min \left(\begin{bmatrix} 1 & 1 - h_1 \end{bmatrix} \mathbf{M} \right),$$

em que

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} \tilde{e}_{\alpha\max} & \tilde{e}_{\beta\max} \\ \sigma_{\alpha\max} & \sigma_{\beta\max} \end{bmatrix} \quad (4.36)$$

para algum ganho h_1 , com $\tilde{e}_{\alpha\beta(k)}$ sendo o erro entre $e_{\alpha\beta(k)}^{\text{eq}}$ e $e_{\alpha\beta(k)}$, em que $|\tilde{e}_{i(k)}| \leq \tilde{e}_{i\max}$ é o limite superior. \diamond

Prova. A equação de diferenças do erro de estimação de corrente é obtida subtraindo (4.1) por (4.5), resultando em

$$\tilde{\mathbf{i}}_{\alpha\beta(k+1)} = \mathbf{A}\tilde{\mathbf{i}}_{\alpha\beta(k)} + \mathbf{B}e_{\alpha\beta(k)} - \mathbf{B}u_{\alpha\beta(k)}. \quad (4.37)$$

Então, o comportamento dinâmico da função de comutação pode ser determinado por (4.7), resultando em

$$\sigma_{\alpha\beta(k+1)} = \mathbf{B}^{-1} \left[\mathbf{A}\tilde{\mathbf{i}}_{\alpha\beta(k)} + \mathbf{B}e_{\alpha\beta(k)} - \mathbf{B}u_{\alpha\beta(k)} \right],$$

e usando a função de atração (4.18), obtém-se

$$\sigma_{\alpha\beta(k+1)} = -\tilde{e}_{\alpha\beta(k)} - h_1 \mathbf{I} \sigma_{\alpha\beta(k)} - h_2 \mathbf{I} \text{sign} \left(\sigma_{\alpha\beta(k)} \right). \quad (4.38)$$

Considerando os componentes de eixo α , a condição de deslizamento (4.28) e de convergência (4.35) são reescritas por

$$\begin{aligned} (\sigma_{\alpha(k+1)} - \sigma_{\alpha(k)}) \text{sign} \left(\sigma_{\alpha(k)} \right) &< 0 \\ \sigma_{\alpha(k+1)} \text{sign} \left(\sigma_{\alpha(k)} \right) + \sigma_{\alpha\max} &\geq 0. \end{aligned}$$

Substituindo-se a função de comutação, no instante de $(k+1)$, do componente de eixo α , $\sigma_{\alpha(k+1)}$, de (4.38) nas desigualdades acima, obtém-se

$$\begin{aligned} -(1 + h_1) |\sigma_{\alpha(k)}| - h_2 - \tilde{e}_{\alpha(k)} \text{sign} \left(\sigma_{\alpha(k)} \right) &< 0 \\ \sigma_{\alpha\max} - h_1 |\sigma_{\alpha(k)}| - h_2 - \tilde{e}_{\alpha(k)} \text{sign} \left(\sigma_{\alpha(k)} \right) &\geq 0, \end{aligned}$$

para $\sigma_{\alpha(k)} \neq 0$. Se $\sigma_{\alpha(k)}$ e $\tilde{e}_{\alpha(k)}$ possuem sinais opostos, $|\sigma_{\alpha(k)}| \leq \sigma_{\alpha\max}$ e $|\tilde{e}_{\alpha(k)}| \leq \tilde{e}_{\alpha\max}$,

então as desigualdades anteriores resultam em

$$\begin{aligned} -(1 + h_1) \sigma_{\alpha\max} - h_2 + \tilde{e}_{\alpha\max} &< 0 \\ (1 - h_1) \sigma_{\alpha\max} - h_2 + \tilde{e}_{\alpha\max} &\geq 0, \end{aligned}$$

que podem ser agrupadas na forma

$$\tilde{e}_{\alpha\max} - (1 + h_1) \sigma_{\alpha\max} < h_2 \leq \tilde{e}_{\alpha\max} + (1 - h_1) \sigma_{\alpha\max}. \quad (4.39)$$

O mesmo procedimento é válido para os componentes de eixo β . Então, pode-se inferir que, se

$$\max \left(\begin{bmatrix} 1 & -1 - h_1 \end{bmatrix} \mathbf{M} \right) < h_2 \leq \min \left(\begin{bmatrix} 1 & 1 - h_1 \end{bmatrix} \mathbf{M} \right) \quad (4.40)$$

para algum ganho h_1 , em que a matriz \mathbf{M} é dada por (4.36), então a função de comutação converge e permanece em uma região de atração em torno de $\sigma_i = 0$, em que $\sigma_{i\max}$ é o valor máximo. ■

Por um lado, o Teorema 4.3.1 estabelece a existência dos modos deslizantes por meio dos limites dos ganhos do observador e determina o comportamento dinâmico da função de comutação (4.38). Por outro lado, ele negligencia as dinâmicas do LPF1, que afetam a estabilidade do observador. Então, é necessário uma análise que contemple os seus efeitos. Para tanto, a função de atração (4.15) é inserida na equação dinâmica $\mathbf{e}_{\alpha\beta}^{\text{eq}}$ (4.19), resultando em

$$\mathbf{e}_{\alpha\beta}^{\text{eq}(k+1)} = \mathbf{e}_{\alpha\beta}^{\text{eq}(k)} + \mathbf{h}_3 \boldsymbol{\sigma}_{\alpha\beta(k)} + \mathbf{h}_4 \text{sign} \left(\boldsymbol{\sigma}_{\alpha\beta(k)} \right), \quad (4.41)$$

em que

$$\begin{aligned} \mathbf{h}_3 &= T_s \omega_{\text{cut}} \left(\mathbf{B}^{-1} \mathbf{A} \mathbf{B} + h_1 \mathbf{I} \right) \mathbf{e} \\ \mathbf{h}_4 &= T_s \omega_{\text{cut}} h_2 \mathbf{I} \end{aligned} \quad (4.42)$$

são variáveis auxiliares. Assim, o comportamento dinâmico do erro de estimação de EMF $\tilde{\mathbf{e}}_{\alpha\beta(k)}$ (4.16) pode ser obtido somando em ambos os lados da igualdade (4.41) a diferença entre duas amostras sucessivas da EMF real, isto é, $\mathbf{e}_{\alpha\beta(k+1)} - \mathbf{e}_{\alpha\beta(k)}$, resultando em

$$\tilde{\mathbf{e}}_{\alpha\beta(k+1)} = \tilde{\mathbf{e}}_{\alpha\beta(k)} + \mathbf{h}_3 \boldsymbol{\sigma}_{\alpha\beta(k)} + \mathbf{h}_4 \text{sign} \left(\boldsymbol{\sigma}_{\alpha\beta(k)} \right) - (q - 1) \mathbf{I} \mathbf{e}_{\alpha\beta(k)}, \quad (4.43)$$

em que $\tilde{\mathbf{e}}_{\alpha\beta(k)} = \mathbf{e}_{\alpha\beta}^{\text{eq}(k)} - \mathbf{e}_{\alpha\beta(k)}$, e q é o operador deslocamento de avanço, tal que um sinal qualquer $x_{(k+1)}$ pode ser representado por $qx_{(k)}$. Desse modo, considerando um dos componentes de eixo $\alpha\beta$, as equações de diferenças para a função de comutação (4.38) e para o erro de estimação de EMF (4.43) podem ser representadas por

$$\begin{bmatrix} \sigma_{(k+1)} \\ \tilde{e}_{(k+1)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -h_1 & -1 \\ h_3 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_{(k)} \\ \tilde{e}_{(k)} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -h_2 & 0 \\ h_4 & 1 - q \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \text{sign} \left(\sigma_{(k)} \right) \\ e_{(k)} \end{bmatrix}, \quad (4.44)$$

que descreve o comportamento dinâmico do observador de corrente DSM com o LPF1, sendo reescrita por

$$\mathbf{x}_{(k+1)} = \mathbf{G}\mathbf{x}_{(k)} + \mathbf{H}_i + \mathbf{H}_{2(q)}w_{(k)}, \quad (4.45)$$

em que o vetor de estados é

$$\mathbf{x}_{(k)} = \begin{bmatrix} x_{1(k)} & x_{2(k)} \end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix} \sigma_{(k)} & \tilde{e}_{(k)} \end{bmatrix}^T,$$

a perturbação $w_{(k)}$ é $e_{(k)}$, as matrizes \mathbf{G} e $\mathbf{H}_{2(q)}$ são

$$\mathbf{G} = \begin{bmatrix} -h_1 & -1 \\ h_3 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.46)$$

$$\mathbf{H}_{2(q)} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 - q \end{bmatrix}, \quad (4.47)$$

e a matriz de comutação \mathbf{H}_i é

$$\mathbf{H}_i = \begin{cases} \mathbf{H}_{1\sigma_+} = \begin{bmatrix} -h_2 & h_4 \end{bmatrix}^T & \text{se } \sigma_{(k)} > 0, \\ \mathbf{H}_{1\sigma_-} = \begin{bmatrix} h_2 & -h_4 \end{bmatrix}^T & \text{se } \sigma_{(k)} < 0, \end{cases} \quad (4.48)$$

para $\sigma_{(k)} \neq 0$. Portanto, o comportamento dinâmico do observador de corrente DSM, descrito por (4.45), é sistema linear comutado, cuja entrada é a sequência limitada $\left(\begin{bmatrix} 1 & w_{(k)} \end{bmatrix}^T\right)$. Assim, se a matriz \mathbf{G} é Schur, então o sistema (4.45), considerando a dinâmica do LPF1, satisfaz a condição de estabilidade de entrada e saída limitadas (BIBO) (MICHALETZKY; GERENCSEK, 2002; DAAFOUZ; BERNUSSOU, 2001).

Na seção seguinte, uma metodologia de projeto é desenvolvida por meio do modelo (4.45), para assegurar a estabilidade do observador de corrente e a existência dos modos quase deslizantes.

4.3.4 Metodologia de projeto do observador de corrente

Mapeamentos de Poincaré são usados para determinar a estabilidade de solução periódicas de equações diferenciais pela estabilidade de uma solução fixa de uma equação de diferenças de ordem reduzida (BOIKO et al., 2007; DI BERNARDO et al., 2007; AROUDI; DEBBAT; MARTINEZ-SALAMERO, 2007). Similarmente, o comportamento dinâmico de (4.45) é analisado pelo mapeamento de $\mathbf{x}_{(k)} \rightarrow \mathbf{x}_{(k+2)}$. Isso resulta em uma equação discreta linear, que fornece a evolução da função de comutação $\sigma_{(k)}$ e do erro de estimação de EMF $\tilde{e}_{(k)}$ do instante de amostragem k até $(k+2)$. Assim, uma metodologia de projeto pode ser proposta para assegurar os modos quase deslizantes, em torno de uma superfície de deslizamento $\sigma_i = 0$, sob uma perturbação limitada, e para computar a

amplitude do *chattering*.

Os atributos dos modos quase deslizantes discretos estabelecem que as trajetórias dos estados devem interceptar a superfície de deslizamento em instantes de amostragem sucessivos, após o primeiro cruzamento (GAO; WANG; HOMAIFA, 1995). Então, considerando o sistema (4.45) e definindo uma superfície de deslizamento por $\mathbf{x}_{(k)} = 0$, a Figura 4.5 mostra os modos quase deslizantes, que devem ser assegurados, sob uma perturbação limitada $w_{(k)}$.

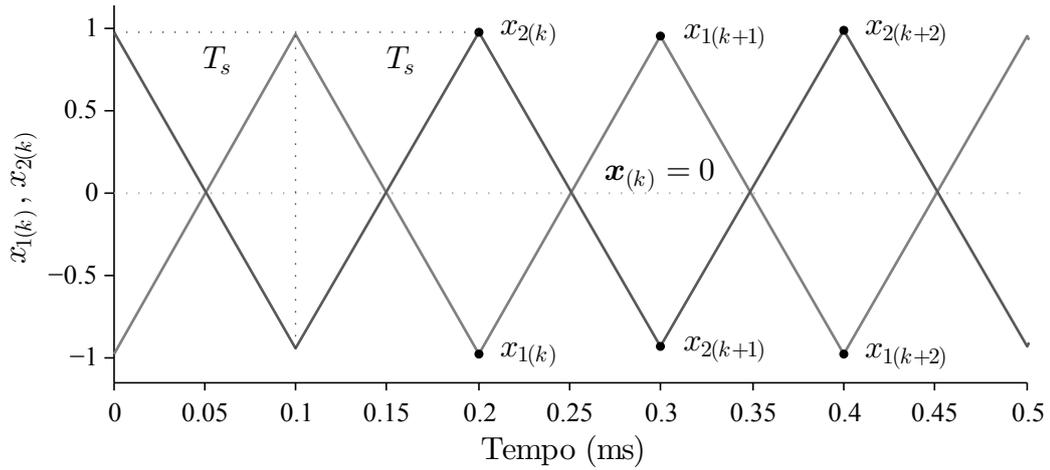


Figura 4.5 – Trajetórias dos estados $\mathbf{x}_{(k)}$ para $w_{(k)} = 0$, em que $x_{1(k)} = \sigma_{(k)}$ e $x_{2(k)} = \tilde{e}_{(k)}$.

Para investigar o comportamento dos modos deslizantes, o sistema linear comutado (4.45) é mapeado de $\mathbf{x}_{(k)}$ para $\mathbf{x}_{(k+2)}$, examinando a Figura 4.5 e a matriz \mathbf{H}_i (4.48). No instante k , $x_{1(k)} < 0$, porém $x_{1(k+1)} > 0$, logo o sistema comutado pode ser descrito, em cada instante de amostragem, por

$$\begin{aligned} \mathbf{x}_{(k+1)} &= \mathbf{G}\mathbf{x}_{(k)} + \mathbf{H}_{1\sigma_-} + \mathbf{H}_{2(q)}w_{(k)} \\ \mathbf{x}_{(k+2)} &= \mathbf{G}\mathbf{x}_{(k+1)} + \mathbf{H}_{1\sigma_+} + \mathbf{H}_{2(q)}w_{(k+1)}, \end{aligned}$$

resultando em um sistema mapeado, dado por

$$\mathbf{x}_{(k+2)} = \mathbf{G}^2\mathbf{x}_{(k)} + \left(\mathbf{G}\mathbf{H}_{1\sigma_-} + \mathbf{H}_{1\sigma_+}\right) + \left(\mathbf{G}\mathbf{H}_{2(q)} + q\mathbf{H}_{2(q)}\right)w_{(k)} \quad (4.49)$$

que caracteriza os modos deslizantes e os efeitos do *chattering*, por meio do: (i) ponto fixo⁴, $\mathbf{x}^* = (x_1^*, x_2^*)$, e (ii) impacto da perturbação $w_{(k)}$. Fazendo $\mathbf{x}_{(k+2)} = \mathbf{x}_{(k)}$ e $w_{(k)} = 0$,

⁴Em análise de sistemas discretos, os pontos fixos podem ser: (i) de primeira ordem, em que $x_{(k+1)} = x_{(k)} = f(x_{(k)})$, equivalendo a pontos de equilíbrio; (ii) de segunda ordem, em que $x_{(k+2)} = x_{(k)} = f(f(x_{(k)})) = f^{[2]}(x_{(k)})$, correspondendo a uma órbita periódica de período 2, e (iii) de n-ésima ordem, em que $x_{(k)} = f^{[n]}(x_{(k)})$, associando-se a uma órbita de período n (VIANA, 2012). Nesta tese, os pontos fixos relacionados aos modos deslizantes discretos são de segunda ordem ou de período 2.

o primeiro é calculado por

$$\mathbf{x}^* = (\mathbf{I} - \mathbf{G}^2)^{-1} (\mathbf{G}\mathbf{H}_{1\sigma_-} + \mathbf{H}_{1\sigma_+}), \quad (4.50)$$

resultando em

$$x_1^* = \frac{h_4 - 2h_2}{h_3 - 2h_1 + 2} \quad (4.51)$$

$$x_2^* = \frac{(1 - h_1)h_4 + h_2h_3}{h_3 - 2h_1 + 2}. \quad (4.52)$$

O ponto fixo indica que a amplitude do *chattering* nos componentes do vetor \mathbf{x} é calculada por (4.51) e (4.52) na ausência de perturbação. Por outro lado, é necessário calcular a função de transferência que relaciona os estados do sistema mapeado (4.49) com a perturbação $w_{(k)}$, para determinar a amplitude do *chattering*. Nesse caso, um vetor de função de transferência $\mathbf{F}_{(z)} = [F_{1(z)} \quad F_{2(z)}]^T$ pode ser obtido por

$$\mathbf{F}_{(z)} = (z^2\mathbf{I} - \mathbf{G}^2)^{-1} (\mathbf{G}\mathbf{H}_{2(z)} + z\mathbf{H}_{2(z)}), \quad (4.53)$$

por meio da transformada \mathcal{Z} e do princípio da superposição, tal que

$$F_{1(z)} = \frac{x_{1(z)}}{w_{(z)}} = \frac{z - 1}{z^2 + (h_1 - 1)z - h_1 + h_3} \quad (4.54)$$

$$F_{2(z)} = \frac{x_{2(z)}}{w_{(z)}} = -\frac{z^2 + (h_1 - 1)z - h_1}{z^2 + (h_1 - 1)z - h_1 + h_3}. \quad (4.55)$$

Portanto, o valor absoluto máximo dos componentes do vetor $\mathbf{x}_{(k)}$ pode ser especificado por

$$x_{i\max} = |x_i^*| + |F_{i(z)}| |w_{(k)}|_{\max}, \quad (4.56)$$

para $i = 1, 2$, caracterizando a amplitude máxima do *chattering*, em que $|w_{(k)}|_{\max}$ e $|F_{i(z)}|$ denotam o valor absoluto máximo e o ganho do vetor de função de transferência (4.53), para a frequência máxima da perturbação $w_{(k)}$.

O objetivo dessa metodologia é: (i) determinar a amplitude máxima do *chattering* e (ii) assegurar os modos quase deslizantes. A primeira meta é contemplada por (4.56). A segunda pode ser atingida considerando uma função de comutação $\sigma_{(k)}$ e uma perturbação senoidal $w_{(k)}$, em que σ^* é o valor da função de comutação no ponto fixo e na ausência de $w_{(k)}$, como mostra Figura 4.6.

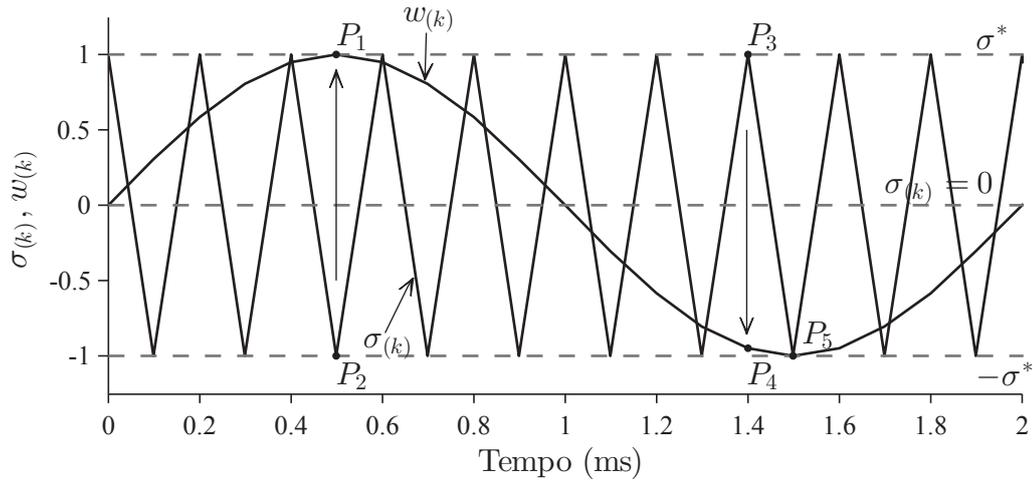


Figura 4.6 – Função de comutação $\sigma(k)$ e perturbação $w(k)$ para compreensão das condições de deslizamento.

A perturbação atua na função de comutação deslocando o ponto P_2 e P_3 na direção dos pontos P_1 e P_4 , tal que $\sigma(k)$ siga a forma de onda de $w(k)$. Além disso, se a função de transferência que relaciona $\sigma(k)$ e $w(k)$ possui um ganho unitário, então o valor mínimo de $\sigma(k)$ ocorre no ponto P_5 , cuja amplitude é $|\sigma^*| + |w(k)|_{\max}$. No ponto P_2 , $\sigma(k) < 0$ e no instante de amostragem seguinte $\sigma(k) > 0$, que corrobora o atributo (B). Contudo, se $|\sigma^*| < |w(k)|_{\max}$, então $w(k)$ muda para positivo o sinal de $\sigma(k)$, que contraria o atributo (B). É, portanto, necessário que seja $|\sigma^*| > |w(k)|_{\max}$ para evitar isso. Uma nova condição de deslizamento é, então, proposta por

$$|x_i^*| - |F_{i(z)}| |w(k)|_{\max} > \delta_i, \quad (4.57)$$

em que $\delta \geq 0$ é uma constante de limite, para assegurar os modos quase deslizantes, sob uma perturbação limitada, e $i = 1, 2$.

Note que a metodologia proposta pode ser considerada como uma extensão da metodologia de Gao, Wang e Homaifa. Eles analisam os modos quase deslizantes, considerando perturbações, porém não determinam uma função de transferência que relaciona a função de comutação com a perturbação. Como resultado, a banda dos modos quase deslizantes difere entre as duas abordagens, como mostra a Figura 4.7.

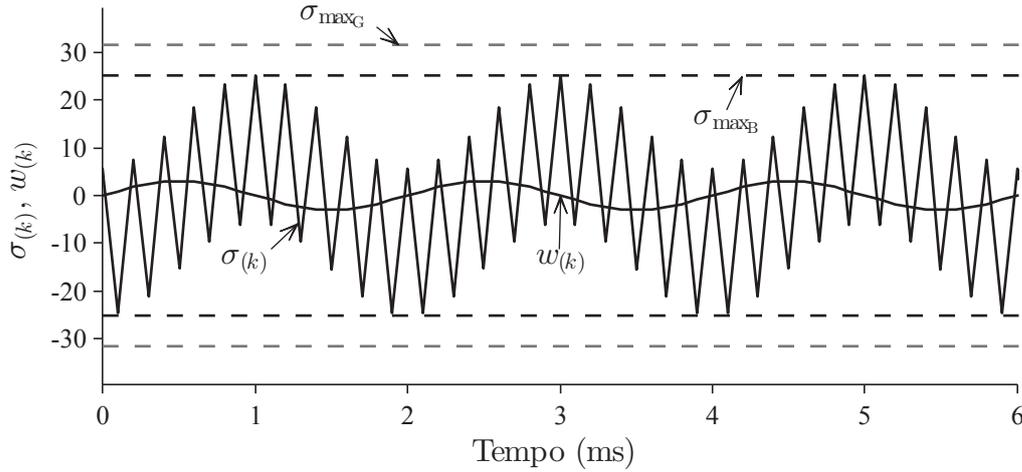


Figura 4.7 – Comparação entre a banda do modo quase deslizante pelo método de Gao, Wang e Homaifa σ_{\max_G} e pelo método proposto σ_{\max_B} , considerando: $\sigma_{(k+1)} = 0,95\sigma_{(k)} - 30 \text{ sign } \sigma_{(k)} + w_{(k)}$; $w_{(k)} = 3 \sin(1000\pi k)$ e $T_s = 0,1\text{ms}$.

Dessa forma, pode-se afirmar que: o método de Gao, Wang e Homaifa é conservador, e sua banda dos modos quase deslizantes contém a banda determinada pelo método proposto aqui. Pela condição (4.57), o segundo objetivo dessa metodologia é atingida, e um procedimento de projeto pode ser estabelecido.

Aqui, o projeto dos ganhos do observador h_1 e h_2 e da frequência de corte ω_{cut} é executado em duas etapas. A primeira computa o ganho h_1 e frequência de corte ω_{cut} , considerando a amplitude e a frequência máximas da perturbação $w_{(k)}$. Os passos seguem:

- (i) define-se um intervalo de busca para o ganho h_1 e para a frequência de corte ω_{cut} assim como uma região dentro do círculo de raio unitário, para os autovalores da matriz \mathbf{G}^2 ;
- (ii) computa-se os ganhos das funções de transferência $F_{1(z)}$ (4.54) e $F_{2(z)}$ (4.55) para cada ponto $(h_1, \omega_{\text{cut}})$;
- (iii) seleciona-se o ponto $(h_1, \omega_{\text{cut}})$, que resulta no autovalor de \mathbf{G}^2 dentro da região definida, que fornece o menor valor da soma dos ganhos de $F_{1(z)}$ e de $F_{2(z)}$.

A segunda etapa determina o ganho de comutação h_2 , para o ponto $(h_1, \omega_{\text{cut}})$ escolhido, seguindo os passos

- (iv) define-se um intervalo de busca para o ganho de comutação h_2 ;
- (v) computa-se o ponto fixo (x_1^*, x_2^*) , por (4.51) e (4.52), para cada h_2 ;
- (vi) computa-se os valores máximos $x_{i\max}$ (4.56), para $i = 1, 2$, considerando a amplitude e a frequência máximas de $w_{(k)}$;
- (vii) verifica-se as condições de deslizamento (4.57), para $i = 1, 2$, e
- (viii) escolhe-se o ganho de comutação h_2 , que resulta no menor somatório de $x_{i\max}$.

A Figura 4.8 mostra um pseudo-código, que exemplifica o procedimento. Os dados de

entrada são: os parâmetros do sistema; os intervalos de busca para os ganhos; o período de amostragem T_s ; o valor máximo λ_{\max} e o mínimo λ_{\min} , para os autovalores da matriz \mathbf{G}^2 ; os limitantes da condição de deslizamento δ_1 e δ_2 , e a amplitude w_{\max} e a frequência $f_{w_{\max}}$ máximas da perturbação $w_{(k)}$. A saída são os ganhos $h_{1\text{opt}}$, $h_{2\text{opt}}$ e ω_{cutopt} . As funções apresentadas no pseudo-código são referenciadas nos comentários ou na linguagem de computação técnica MATLAB[®].

```

Entrada: Os intervalos de busca para:  $h_1, h_2, \omega_{\text{cut}}$ ; os parâmetros:  $T_s, w_{\max},$ 
            $f_{w_{\max}}, \lambda_{\max}, \lambda_{\min}, \delta_1, \delta_2$ ; e os dados do sistema.
Saída   : Os ganhos do observador:  $h_{1\text{opt}}, h_{2\text{opt}}$  e  $\omega_{\text{cutopt}}$ .

// Usada nas funções de transferência em  $\mathcal{Z}$ .
 $z \leftarrow \exp(1j 2\pi f_{w_{\max}} T_s)$  ;

// Etapa para determinar  $h_{1\text{opt}}$  e  $\omega_{\text{cutopt}}$ .
for  $n \leftarrow 1$  to  $\text{length}(h_1)$  do
    for  $m \leftarrow 1$  to  $\text{length}(\omega_{\text{cut}})$  do
         $g_{1(n,m)} \leftarrow \text{abs}(F_1(z, h_{1(n)}, \omega_{\text{cut}(m)}))$  ;           /* Ganho 1 - (4.54) */
         $g_{2(n,m)} \leftarrow \text{abs}(F_2(z, h_{1(n)}, \omega_{\text{cut}(m)}))$  ;           /* Ganho 2 - (4.55) */
         $\text{auto} \leftarrow \text{abs}(\text{eig}(G^2(T_s, h_{1(n)}, \omega_{\text{cut}(m)})))$  ;           /*  $\mathbf{G}^2$  */
        if  $\max(\text{auto}) > \lambda_{\max}$  or  $\min(\text{auto}) > \lambda_{\min}$  then
             $g_{1(n,m)} \leftarrow 10^5$  ;
             $g_{2(n,m)} \leftarrow 10^5$  ;
     $[n_{\text{opt}} \ m_{\text{opt}}] \leftarrow \text{find}(\min(g_1 + g_2))$  ;
     $[h_{1\text{opt}} \ \omega_{\text{cutopt}}] \leftarrow [h_{1(n_{\text{opt}})} \ \omega_{\text{cut}(m_{\text{opt}})}]$  ;
     $[g_{1\text{opt}} \ g_{2\text{opt}}] \leftarrow [g_{1(n_{\text{opt}}, m_{\text{opt}})} \ g_{2(n_{\text{opt}}, m_{\text{opt}})}]$  ;

// Etapa para determinar  $h_{2\text{opt}}$ .
for  $n \leftarrow 1$  to  $\text{length}(h_2)$  do
    for  $m \leftarrow 1$  to 2 do
         $x_m^* \leftarrow \text{fixo}(T_s, h_{1\text{opt}}, \omega_{\text{cutopt}}, h_{2(n)})$  ; /* Ponto fixo - (4.51) e (4.52) */
         $x_{m \max(n)} \leftarrow x_m^* + g_{m\text{opt}} w_{\max}$  ;           /* Máximo - (4.56) */
         $r_m \leftarrow x_m^* - g_{m\text{opt}} w_{\max}$  ;           /* Condição DSM - (4.57) */
        if  $r_m < \delta_m$  then
             $x_{m \max(n)} \leftarrow 10^5$  ;
     $n_{\text{opt}} \leftarrow \text{find}(\min(r_1 + r_2))$  ;
     $h_{2\text{opt}} \leftarrow h_{2(n_{\text{opt}})}$  ;

```

Figura 4.8 – Pseudo-código para o projeto do observador de corrente DSM.

Com os ganhos computados, o Teorema 4.3.1 pode ser verificado. Isso é, contudo, uma avaliação redundante, pois a metodologia é desenvolvida para satisfazer os atributos dos modos quase deslizantes discretos.

A seção seguinte aborda a relação entre a EMF real $e_{\alpha\beta(k)}$ e a EMF de referência $e_{\alpha\beta(k)}^*$, usada para o observador adaptativo de EMF.

4.3.5 Relação entre a EMF real e EMF de referência

A seção anterior estabeleceu as diretrizes para obter a relação entre a EMF real e a de referência. Conforme a Figura 4.2 e (4.19), a EMF de referência $e_{\alpha\beta(k)}^*$ é obtida por um filtro passabaixa (4.20), cuja entrada é a EMF equivalente $e_{\alpha\beta(k)}^{\text{eq}}$.

Considerando o sistema linear mapeado (4.49), a função de transferência (4.55) pode ser reescrita por

$$F_{2(z)} = \frac{x_{2(z)}}{w(z)} = \frac{\tilde{e}(z)}{e(z)} = \frac{e_{(z)}^{\text{eq}} - e(z)}{e(z)} = \frac{e_{(z)}^{\text{eq}}}{e(z)} - 1, \quad (4.58)$$

resultando na função de transferência entre $e_{(z)}^{\text{eq}}$ e $e(z)$, dada por

$$F_{e(z)} = \frac{e_{(z)}^{\text{eq}}}{e(z)} = \frac{h_3}{z^2 + (h_1 - 1)z - h_1 + h_3} \quad (4.59)$$

que representa um filtro digital, proporcionando um ganho de amplitude e um deslocamento de fase. A Figura 4.9 mostra um diagrama da resposta em frequência da transferência $F_{e(z)}$.

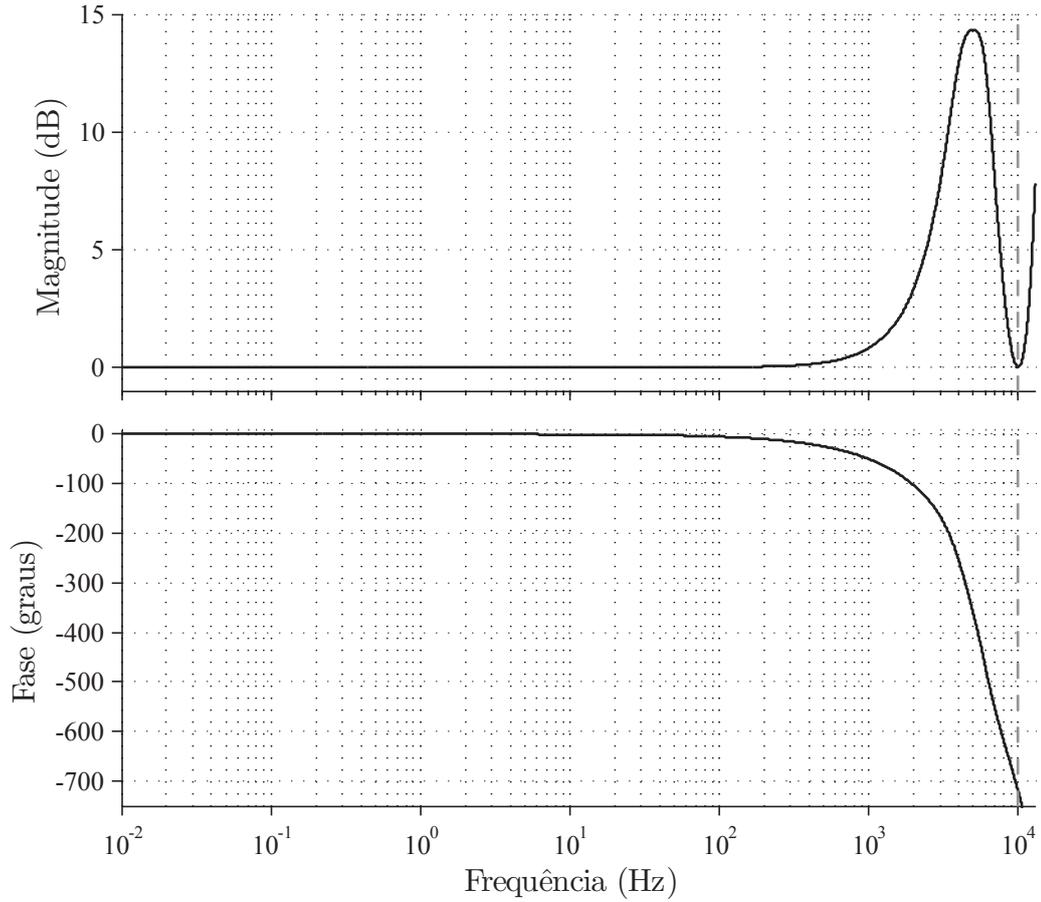


Figura 4.9 – Diagrama de resposta em frequência para $F_{e(z)}$ para $h_1 = 1,8$; $h_3 = 2$ e $f_s = 10$ kHz.

Então, a função de transferência entre $e_{(z)}^*$ e $e_{(z)}^{\text{eq}}$ pode ser dada por

$$\frac{e_{(z)}^*}{e_{(z)}^{\text{eq}}} = \frac{T_s \omega_o}{z - (1 - T_s \omega_o)}, \quad (4.60)$$

por meio de (4.20). Desse modo, a relação entre $e_{(z)}^*$ e $e_{(z)}$ contribui com: (i) um ganho de amplitude e (ii) um desvio de fase, ocasionados pelo observador de corrente DSM e pelo filtro passabaixa. No entanto, o segundo é mais significativo que o primeiro para estimar a posição rotórica. Portanto, os deslocamentos de fase, provocados pelo observador $\phi_{(k)}^{\text{sm}}$ e pelo filtro $\phi_{(k)}^{\text{lpf}}$, podem ser calculados e compensados por

$$\phi_{(k)}^{\text{sm}} = -\tan^{-1} \left[\frac{\sin(2T_s \omega_{(k)}) + (h_1 - 1) \sin(T_s \omega_{(k)})}{\cos(2T_s \omega_{(k)}) + (h_1 - 1) \cos(T_s \omega_{(k)}) + h_3 - h_1} \right] \quad (4.61)$$

$$\phi_{(k)}^{\text{lpf}} = -\tan^{-1} \left[\frac{\sin(T_s \omega_{(k)})}{\cos(T_s \omega_{(k)}) - 1 + T_s \omega_o} \right], \quad (4.62)$$

em que $\omega_{(k)}$ é a frequência do sinal, substituindo $z = \exp(iT_s \omega_{(k)})$ em (4.59) e (4.60).

Por fim, o LPF2 é projetado, considerando o sistema mostrado pela Figura 4.2, tal

que a banda passante deve ser escolhida para atenuar os componentes de alta frequência do *chattering*, contidas em $\mathbf{e}_{\alpha\beta(k)}^{\text{eq}}$, e para prover o vetor $\mathbf{e}_{\alpha\beta(k)}^*$.

Na próxima seção, a EMF de referência $\mathbf{e}_{\alpha\beta(k)}^*$ e os deslocamentos de fase são usados pelo observador adaptativo de EMF, para estimar a posição e a velocidade rotóricas e para compensar o desvio de fase.

4.3.6 Observador adaptativo EMF em tempo discreto

Nesta seção, um observador de EMF, em tempo discreto, é proposto usando o Método Direto de Lyapunov. Pelo observador, a posição rotórica é calculada, e a velocidade rotórica é determinada por um algoritmo adaptativo. A Figura 4.10 mostra o diagrama de blocos do observador adaptativo.

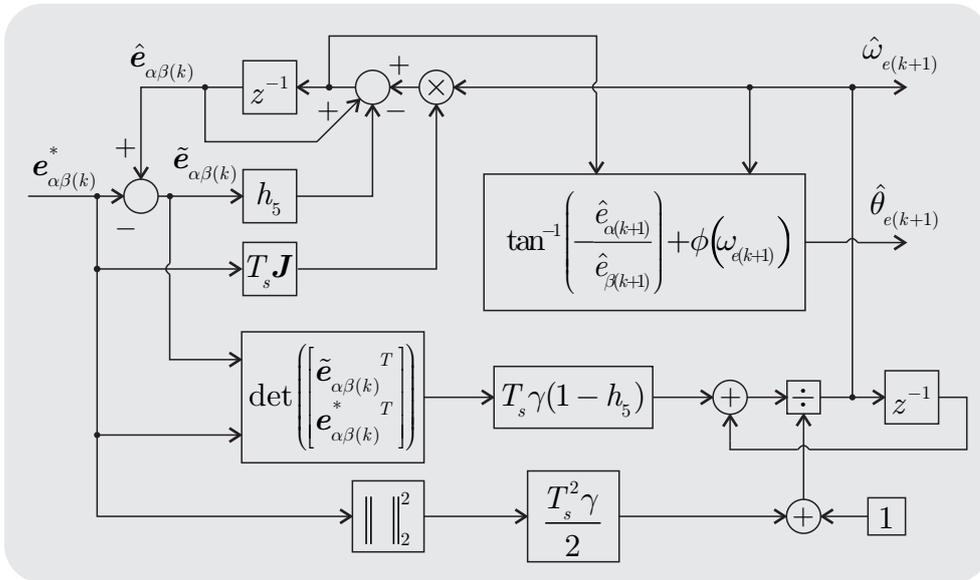


Figura 4.10 – Diagrama de blocos do observador adaptativo de EMF.

O observador de EMF baseia-se no comportamento dinâmico (4.3), escrito por

$$\mathbf{e}_{\alpha\beta(k+1)} = \mathbf{e}_{\alpha\beta(k)} + T_s \omega_{e(k+1)} \mathbf{J} \mathbf{e}_{\alpha\beta(k)}, \quad (4.63)$$

se a velocidade rotórica $\omega_{e(k)}$ varia lentamente entre dois sucessivos instantes de amostragem, isto é, $\Delta\omega_{e(k)} = \omega_{e(k+1)} - \omega_{e(k)} \approx 0$, em relação às grandezas elétricas como: correntes, tensões, fluxos estático e rotórico, e força eletromotriz.

Hipótese 4.3.1. Assume-se que: (i) o observador de corrente DSM (4.11) encontra-se sobre a superfície de deslizamento $\boldsymbol{\sigma}_{\alpha\beta(k)} = \mathbf{0}$, e (ii) a função de transferência que relaciona $\mathbf{e}_{\alpha\beta(k)}^*$ e $\mathbf{e}_{\alpha\beta(k)}$ possui ganho unitário e desvio de fase nulo, tal que $\mathbf{e}_{\alpha\beta(k)}^* = \mathbf{e}_{\alpha\beta(k)}$ seja válida para todo instante de amostragem. \diamond

Seja o observador de EMF definido por

$$\hat{\mathbf{e}}_{\alpha\beta(k+1)} = \hat{\mathbf{e}}_{\alpha\beta(k)} + T_s \hat{\omega}_{e(k+1)} \mathbf{J} \mathbf{e}_{\alpha\beta(k)}^* - h_5 \mathbf{I} \tilde{\mathbf{e}}_{\alpha\beta(k)}, \quad (4.64)$$

em que h_5 e $\hat{\omega}_{e(k+1)}$ denotam o ganho do observador e a velocidade rotórica estimada um passo para frente, e

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{e}}_{\alpha\beta(k)} &= \begin{bmatrix} \hat{e}_{\alpha(k)} & \hat{e}_{\beta(k)} \end{bmatrix}^T \\ \tilde{\mathbf{e}}_{\alpha\beta(k)} &= \begin{bmatrix} \tilde{e}_{\alpha(k)} & \tilde{e}_{\beta(k)} \end{bmatrix}^T \end{aligned} \quad (4.65)$$

são os vetores de EMF estimada e de erro estimação, sendo

$$\tilde{\mathbf{e}}_{\alpha\beta(k)} = \hat{\mathbf{e}}_{\alpha\beta(k)} - \mathbf{e}_{\alpha\beta(k)}^*. \quad (4.66)$$

O Teorema a seguir estabelece a lei adaptativa para estimar a velocidade rotórica.

Teorema 4.3.2. *Seja o observador de EMF (4.64), sujeita à Hipótese 4.3.1. Assume-se que: (i) a velocidade rotórica $\omega_{e(k)}$ varia lentamente entre duas amostras sucessivas, e (ii) uma lei de adaptação resulta no erro de estimação de velocidade dado por*

$$\tilde{\omega}_{e(k+1)} = \frac{\tilde{\omega}_{e(k)}}{1 + \frac{T_s^2}{2} \gamma \|\mathbf{e}_{\alpha\beta(k)}^*\|_2^2} - \frac{T_s \gamma (1 - h_5) (\tilde{\mathbf{e}}_{\alpha\beta(k)}^T \mathbf{J} \mathbf{e}_{\alpha\beta(k)}^*)}{1 + \frac{T_s^2}{2} \gamma \|\mathbf{e}_{\alpha\beta(k)}^*\|_2^2}, \quad (4.67)$$

em que γ é uma constante positiva. Portanto, se o ganho h_5 pertence ao intervalo $(0, 2)$, então o observador de EMF é estável, bem como o vetor de EMF $\hat{\mathbf{e}}_{\alpha\beta(k)}$ e a velocidade $\hat{\omega}_{e(k)}$ estimadas convergem para os valores reais $\mathbf{e}_{\alpha\beta(k)}$ e $\omega_{e(k)}$. \diamond

Prova. Sejam as equações de diferenças (4.63) e (4.64) e o erro de estimação (4.66), tal que a subtração entre as duas primeiras resulta em

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{e}}_{\alpha\beta(k+1)} - \mathbf{e}_{\alpha\beta(k+1)} &= \hat{\mathbf{e}}_{\alpha\beta(k)} - \mathbf{e}_{\alpha\beta(k)} + T_s \hat{\omega}_{e(k+1)} \mathbf{J} \mathbf{e}_{\alpha\beta(k)}^* + \\ &\quad - T_s \omega_{e(k+1)} \mathbf{J} \mathbf{e}_{\alpha\beta(k)} - h_5 \mathbf{I} (\hat{\mathbf{e}}_{\alpha\beta(k)} - \mathbf{e}_{\alpha\beta(k)}^*). \end{aligned}$$

Somando e subtraindo os termos $T_s \omega_{e(k+1)} \mathbf{J} \mathbf{e}_{\alpha\beta(k)}^*$ e $h_5 \mathbf{I} \mathbf{e}_{\alpha\beta(k)}$ no lado direito da igualdade, obtém-se, após simplificação,

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{e}}_{\alpha\beta(k+1)} - \mathbf{e}_{\alpha\beta(k+1)} &= (1 - h_5) \mathbf{I} (\hat{\mathbf{e}}_{\alpha\beta(k)} - \mathbf{e}_{\alpha\beta(k)}) + T_s \tilde{\omega}_{e(k+1)} \mathbf{J} \mathbf{e}_{\alpha\beta(k)}^* + \\ &\quad + T_s \omega_{e(k+1)} \mathbf{J} (\mathbf{e}_{\alpha\beta(k)}^* - \mathbf{e}_{\alpha\beta(k)}) + h_5 \mathbf{I} (\mathbf{e}_{\alpha\beta(k)}^* - \mathbf{e}_{\alpha\beta(k)}). \end{aligned} \quad (4.68)$$

Pela Hipótese 4.3.1, o comportamento dinâmico que governa o erro de estimação de EMF é dado por

$$\tilde{\mathbf{e}}_{\alpha\beta(k+1)} = (1 - h_5) \mathbf{I} \tilde{\mathbf{e}}_{\alpha\beta(k)} + T_s \tilde{\omega}_{e(k+1)} \mathbf{J} \mathbf{e}_{\alpha\beta(k)}^*, \quad (4.69)$$

em que $\tilde{\omega}_{e(k)} = \hat{\omega}_{e(k)} - \omega_{e(k)}$ denota o erro de estimação de velocidade, e $\tilde{\mathbf{e}}_{\alpha\beta(k)}$ é (4.66).

Escolhe-se uma candidata à função de Lyapunov, definida positiva, dada por

$$V_{(k)} = \tilde{\mathbf{e}}_{\alpha\beta(k)}^T \tilde{\mathbf{e}}_{\alpha\beta(k)} + \gamma^{-1} \tilde{\omega}_{e(k)}^2, \quad (4.70)$$

em que γ é uma constante positiva. Então, é necessário que a variação de Lyapunov

$$\Delta V_{(k)} = V_{(k+1)} - V_{(k)} \quad (4.71)$$

seja definida semi-negativa, ou seja, $\Delta V_{(k)} \leq 0$ para assegurar a estabilidade do observador de EMF. Logo, por (4.70), (4.71) pode ser escrita por

$$\Delta V_{(k)} = \tilde{\mathbf{e}}_{\alpha\beta(k+1)}^T \tilde{\mathbf{e}}_{\alpha\beta(k+1)} - \tilde{\mathbf{e}}_{\alpha\beta(k)}^T \tilde{\mathbf{e}}_{\alpha\beta(k)} + \gamma^{-1} \left(\tilde{\omega}_{e(k+1)}^2 - \tilde{\omega}_{e(k)}^2 \right). \quad (4.72)$$

Além disso, a variação do erro de velocidade é definido por $\Delta \tilde{\omega}_{e(k)} = \tilde{\omega}_{e(k+1)} - \tilde{\omega}_{e(k)}$, que conduz a

$$\tilde{\omega}_{e(k+1)}^2 - \tilde{\omega}_{e(k)}^2 = -\Delta \tilde{\omega}_{e(k)}^2 + 2\Delta \tilde{\omega}_{e(k)} \tilde{\omega}_{e(k+1)}. \quad (4.73)$$

Dessa forma, a variação de Lyapunov (4.72) torna-se em

$$\begin{aligned} \Delta V_{(k)} = & \left[(1 - h_5)^2 - 1 \right] \left\| \tilde{\mathbf{e}}_{\alpha\beta(k)} \right\|_2^2 - \gamma^{-1} \Delta \tilde{\omega}_{e(k)}^2 + T_s^2 \left\| \mathbf{e}_{\alpha\beta(k)}^* \right\|_2^2 \tilde{\omega}_{e(k+1)}^2 + \\ & + 2\gamma^{-1} \Delta \tilde{\omega}_{e(k)} \tilde{\omega}_{e(k+1)} + 2T_s (1 - h_5) \tilde{\omega}_{e(k+1)} \tilde{\mathbf{e}}_{\alpha\beta(k)}^T \mathbf{J} \mathbf{e}_{\alpha\beta(k)}^*, \end{aligned} \quad (4.74)$$

por meio de (4.69) e (4.73). Pela definição de $\Delta \omega_{e(k)}$, (4.74) pode ser escrita por

$$\begin{aligned} \Delta V_{(k)} = & \left[(1 - h_5)^2 - 1 \right] \left\| \tilde{\mathbf{e}}_{\alpha\beta(k)} \right\|_2^2 - \gamma^{-1} \Delta \tilde{\omega}_{e(k)}^2 + \left(2\gamma^{-1} + T_s^2 \left\| \mathbf{e}_{\alpha\beta(k)}^* \right\|_2^2 \right) \tilde{\omega}_{e(k+1)}^2 + \\ & + 2 \left[\gamma^{-1} \tilde{\omega}_{e(k)} + T_s (1 - h_5) \tilde{\mathbf{e}}_{\alpha\beta(k)}^T \mathbf{J} \mathbf{e}_{\alpha\beta(k)}^* \right] \tilde{\omega}_{e(k+1)}, \end{aligned} \quad (4.75)$$

após fatoração, resultando em

$$\Delta V_{(k)} = \left[(1 - h_5)^2 - 1 \right] \left\| \tilde{\mathbf{e}}_{\alpha\beta(k)} \right\|_2^2 - \gamma^{-1} \Delta \tilde{\omega}_{e(k)}^2 \quad (4.76)$$

pela equação dinâmica (4.67), para o erro de estimação de velocidade $\tilde{\omega}_{e(k)}$.

Portanto, se o ganho h_5 pertence ao intervalo $(0, 2)$, então $\Delta V_{(k)} \leq 0$, para $\forall \tilde{\mathbf{e}}_{\alpha\beta(k)}, \Delta \tilde{\omega}_{e(k)}$, tal que $\tilde{\omega}_{e(k)}$ converge para um valor constante enquanto $\tilde{\mathbf{e}}_{\alpha\beta(k)} \rightarrow 0$. Por outro lado, o erro de estimação de velocidade $\tilde{\omega}_{e(k)}$ deverá convergir para um valor constante igual a zero, considerando (4.69). Logo, o observador de EMF (4.64) é estável, e as grandezas estimadas $\hat{\mathbf{e}}_{\alpha\beta(k)}$ e $\hat{\omega}_{e(k)}$ convergem para os valores reais $\mathbf{e}_{\alpha\beta(k)}$ e $\omega_{e(k)}$. ■

Assim, por $\Delta \omega_{e(k)} \approx 0$ e por $\tilde{\omega}_{e(k)} = \hat{\omega}_{e(k)} - \omega_{e(k)}$, se $\hat{\omega}_{e(k)}$ e $\omega_{e(k)}$ possuem as mesmas condições iniciais, então a lei de adaptação dada por

$$\hat{\omega}_{e(k+1)} = \frac{\hat{\omega}_{e(k)}}{1 + \frac{T_s^2}{2} \gamma \left\| \mathbf{e}_{\alpha\beta(k)}^* \right\|_2^2} - \frac{T_s \gamma (1 - h_5) \left(\tilde{\mathbf{e}}_{\alpha\beta(k)}^T \mathbf{J} \mathbf{e}_{\alpha\beta(k)}^* \right)}{1 + \frac{T_s^2}{2} \gamma \left\| \mathbf{e}_{\alpha\beta(k)}^* \right\|_2^2} \quad (4.77)$$

pode ser obtida pela equação de diferenças (4.67). Por fim, a posição rotórica $\theta_{e(k)}$ (4.4) é estimada por

$$\hat{\theta}_{e(k+1)} = \tan^{-1} \left(-\frac{\hat{e}_{\alpha(k+1)}}{\hat{e}_{\beta(k+1)}} \right) - \phi_{(k)} \Big|_{\omega_{(k)} = \hat{\omega}_{e(k+1)}}, \quad (4.78)$$

em que

$$\phi_{(k)} = \phi_{(k)}^{\text{sm}} + \phi_{(k)}^{\text{lpf}} \quad (4.79)$$

compensa o deslocamento de fase ocasionado pelo observador de corrente DSM (4.61) e pelo LPF2 (4.62).

Na seção seguinte, as considerações finais do capítulo são apresentadas.

4.4 Considerações finais

Neste capítulo, um observador de posição e de velocidade foi proposto em tempo discreto, consistindo em: um observador de corrente por modos deslizantes e um observador de EMF. Na Seção 4.2, o modelo dinâmico do PMSG foi apresentado em tempo discreto, considerando os parâmetros nominais. Na Seção 4.3.1, esse modelo foi usado para propor um observador de corrente por modos deslizantes. Por ele, uma estimativa da força eletromotriz foi obtida por um filtro passabaixa, LPF1, realimentando o observador. Um segundo filtro passabaixa, LPF2, foi usado para reduzir a amplitude do *chattering* da EMF estimada.

A Seção 4.3.2 apresentou as condições de existência dos modos quase deslizantes. Primeiramente, as condições no domínio de tempo contínuo foram contempladas. Em seguida, foi ilustrado e explicado que a transposição de uma condição de existência do tempo contínuo para o tempo discreto pôde invalidar a existência de uma superfície de deslizamento. Uma revisão bibliográfica foi, então, efetuada para abordar os atributos para assegurar os movimentos quase deslizantes, no domínio de tempo discreto. Desse modo, a Seção 4.3.3 estabeleceu o Teorema 4.3.1, que limitou os ganhos do observador de corrente. A dinâmica do LPF1 foi, contudo, desprezada, porém a análise de estabilidade por um sistema linear comutado contornou isso.

Na Seção 4.3.4, o sistema comutado por modos deslizantes proveu um sistema linear que mapeou os estados, nos instantes de amostragem k para $k + 2$, para eliminar a comutação. Dessa forma, uma metodologia de projeto foi proposta, para assegurar os atributos dos modos quase deslizantes discretos e para computar os valores máximos da função de comutação e do erro de estimação de EMF, que pôde ser verificado pelo Teorema 4.3.1. Ainda, o método proposto mostrou-se vantajoso em relação ao método de Gao, Wang e Homaifa por determinar com exatidão qual foi a largura de banda para a função de comutação. Na Seção 4.3.5, uma função de transferência entre a grandeza estimada e a real foi obtida. Assim, o ganho de amplitude e o deslocamento de fase da

EMF estimada puderam ser analisados. Aqui, o objetivo foi obter uma estimativa de referência de EMF para o observador de EMF, descrito na Seção 4.3.6.

Na Seção 4.3.6, um observador adaptativo de EMF foi proposto em tempo discreto, usando o Método Direto de Lyapunov, para estimar a posição e a velocidade rotóricas. A estabilidade do observador foi provada pelo Teorema 4.3.2, se a Hipótese 4.3.1 fora válida. Na prática, ela poderá, entretanto, falhar se existir um erro entre a EMF real e a EMF de referência. Por outro lado, se as trajetórias do estados do observador de corrente estiverem sob a superfície de deslizamento, então o observador de EMF continuará estável, porém com um erro de estimação limitado. Um efeito similar deverá ocorrer se a velocidade rotórica variar rapidamente em relação às variáveis elétricas.

Este capítulo apresentou uma metodologia consistente e detalhada para projeto de observador por modos deslizantes discretos. Há, contudo, pontos a destacar:

- (i) o modelo do PMSG considerou os parâmetros nominais;
- (ii) a função de comutação $\sigma_{\alpha\beta(k)}$ foi um ganho proporcional ao erro de estimação de corrente;
- (iii) o sistema linear comutado dependeu dos parâmetros nominais do gerador;
- (iv) os ganhos do observador de corrente, computados pelo pseudo-código da Figura 4.8, resultou em uma função de transferência (4.59) que ofereceu ganho nas altas frequências;
- (v) a amplitude do *chattering* foi atenuada por um filtro passabaixa, LPF2;
- (vi) a dinâmica mecânica foi considerada lenta, tal que a variação da velocidade pôde ser assumida nula, e
- (vii) o observador de EMF requereu a Hipótese 4.3.1 para provar sua estabilidade.

No próximo capítulo, esses tópicos serão abordados, e um novo observador de posição e de velocidade rotóricas será proposto.

5 OBSERVADOR DE POSIÇÃO E DE VELOCIDADE ROTÓRICAS POR MODOS DESLIZANTES DISCRETOS SEM *CHATTERING*

5.1 Introdução

Este capítulo propõe um novo observador de posição e de velocidade rotóricas, no domínio de tempo discreto, que expande a metodologia proposta no Capítulo 4, para contemplar os itens (i) ao (vii), descritos na Seção 4.4. Destacam-se como diferenciais:

- (i) a inclusão das incertezas paramétricas na análise e no projeto do observador por modos deslizantes discretos;
- (ii) a substituição do método de projeto de busca em intervalos definidos por uma técnica de otimização estocástica;
- (iii) a proposição de uma técnica de eliminação de *chattering* e
- (iv) a proposição de um diferenciador robusto por modos deslizantes discretos para estimar a velocidade rotórica, que confirma a versatilidade da metodologia proposta e substitui o observador adaptativo EMF.

O capítulo é organizado como segue. A Seção 5.2 apresenta o modelo do PMSG em tempo discreto, considerando as incertezas paramétricas. A Seção 5.3.1 contempla o observador de corrente por modos deslizantes discretos. A Seção 5.3.2 aborda o mecanismo para determinar uma estimativa para a EMF. A Seção 5.3.3 discorre sobre a análise de estabilidade do observador de corrente. A Seção 5.3.4 descreve o método de projeto do observador. A Seção 5.3.5 exhibe a técnica de eliminação de *chattering*. A Seção 5.3.6 explana sobre a estimativa da posição rotórica. A Seção 5.3.7 estende a metodologia exposta para propor um diferenciador robusta, para estimar a velocidade rotórica. A Seção 5.4 destaca as considerações finais.

5.2 Considerações iniciais

Nesta seção, o modelo dinâmico em tempo discreto é apresentado para um PMSG de polos não salientes, em coordenadas estacionárias $\alpha\beta$, considerando as incertezas paramétricas. Como anteriormente, esta seção é adicionada neste capítulo, ao invés do Capítulo 2, para facilitar o progresso da metodologia proposta.

5.2.1 Modelo do PMSG no domínio de tempo discreto com incertezas paramétricas

Seja o modelo dinâmico do PMSG no domínio de tempo contínuo, usando (2.28), reescrito por

$$\frac{d\mathbf{i}_{\alpha\beta}}{dt} = -\frac{R_s + \Delta R_s}{L_s + \Delta L_s} \mathbf{i}_{\alpha\beta} + \frac{1}{L_s + \Delta L_s} \mathbf{v}_{\alpha\beta} - \frac{1}{L_s + \Delta L_s} \mathbf{e}_{\alpha\beta}, \quad (5.1)$$

em que ΔR_s e ΔL_s denotam as incertezas paramétricas na resistência e na indutância estatóricas. Então, reorganizando os termos obtém-se

$$\frac{d\mathbf{i}_{\alpha\beta}}{dt} = -\frac{R_s}{L_s} \mathbf{i}_{\alpha\beta} + \frac{1}{L_s} \mathbf{v}_{\alpha\beta} - \frac{1}{L_s} \mathbf{e}_{\alpha\beta} - \frac{1}{L_s} \boldsymbol{\varphi}_{\alpha\beta}, \quad (5.2)$$

em que

$$\boldsymbol{\varphi}_{\alpha\beta} = -\frac{R_s \Delta L_s - L_s \Delta R_s}{L_s + \Delta L_s} \mathbf{i}_{\alpha\beta} + \frac{\Delta L_s}{L_s + \Delta L_s} \mathbf{v}_{\alpha\beta} - \frac{\Delta L_s}{L_s + \Delta L_s} \mathbf{e}_{\alpha\beta} \quad (5.3)$$

representa as parcelas de perturbação de amplitude limitada, decorrentes das incertezas paramétricas. Então, uma representação do comportamento dinâmico das correntes estatóricas do PMSG, em tempo discreto, pode ser obtida discretizando (5.2) por ZOH, tal que é aproximada por

$$\mathbf{i}_{\alpha\beta(k+1)} = \mathbf{A} \mathbf{i}_{\alpha\beta(k)} + \mathbf{B} \mathbf{v}_{\alpha\beta(k)} - \mathbf{B} \mathbf{e}_{\alpha\beta(k)} - \mathbf{B} \boldsymbol{\varphi}_{\alpha\beta(k)}, \quad (5.4)$$

em que os vetores

$$\begin{aligned} \mathbf{i}_{\alpha\beta(k)} &= \begin{bmatrix} i_{\alpha(k)} & i_{\beta(k)} \end{bmatrix}^T \\ \mathbf{v}_{\alpha\beta(k)} &= \begin{bmatrix} v_{\alpha(k)} & v_{\beta(k)} \end{bmatrix}^T \\ \mathbf{e}_{\alpha\beta(k)} &= \begin{bmatrix} e_{\alpha(k)} & e_{\beta(k)} \end{bmatrix}^T \\ \boldsymbol{\varphi}_{\alpha\beta(k)} &= \begin{bmatrix} \varphi_{\alpha(k)} & \varphi_{\beta(k)} \end{bmatrix}^T \end{aligned}$$

denotam a corrente e a tensão estatóricas, a força eletromotriz e a perturbação paramétrica, em coordenadas estacionárias $\alpha\beta$, no instante k ; as matrizes \mathbf{A} e \mathbf{B} são definidas por

$$\mathbf{A} = e^{\boldsymbol{\Phi} T_s} \text{ e } \mathbf{B} = \int_0^{T_s} e^{\boldsymbol{\Phi} \tau} \boldsymbol{\Gamma} d\tau;$$

T_s é o período de amostragem, e $\boldsymbol{\Phi}$ e $\boldsymbol{\Gamma}$ são as matrizes do modelo contínuo (2.28) com parâmetros nominais. Nota-se que a representação (5.4) separa as parcelas dependentes dos parâmetros nominais de suas incertezas, que contribui para desenvolver o método a seguir.

Aqui, o comportamento dinâmico da EMF é desnecessário. É preciso estabelecer, todavia, os mecanismos para obter a posição θ_e e a velocidade ω_e rotóricas, em tempo

discreto. A primeira pode ser determinada, usando (4.4), por

$$\theta_{e(k)} = \tan^{-1} \left(-\frac{e_{\alpha(k)}}{e_{\beta(k)}} \right), \quad (5.5)$$

sendo insensível a variação do fluxo magnético, conforme (2.24). A segunda é definida por $\frac{d\theta_e}{dt} = \omega_e$, tal que a discretização exata pode ser dada por

$$\theta_{e(k+1)} = \theta_{e(k)} + T_s \omega_{e(k)} + \mathcal{O}(T_s^2), \quad (5.6)$$

segundo o Apêndice A, em que o termo $\mathcal{O}(T_s^2)$ indica o erro de truncamento de magnitude na ordem de T_s^2 .

Na seção seguinte, o observador de posição e velocidade rotórica é proposto em tempo discreto, para um PMSG, considerando as perturbações paramétricas e usando (5.4), (5.5) e (5.6).

5.3 Observador de posição e velocidade em tempo discreto

Esta seção revela o observador de posição e velocidade rotórica em tempo discreto, que abrange três blocos. O primeiro consiste em um observador de corrente por modos deslizantes discretos (DSM), com eliminação de *chattering*. O segundo é um retentor de fase (PLL), para estimar a posição rotórica. O terceiro é um diferenciador robusto por modos deslizantes, para estimar a velocidade rotórica. A Figura 5.1 mostra o diagrama de blocos desse conjunto.

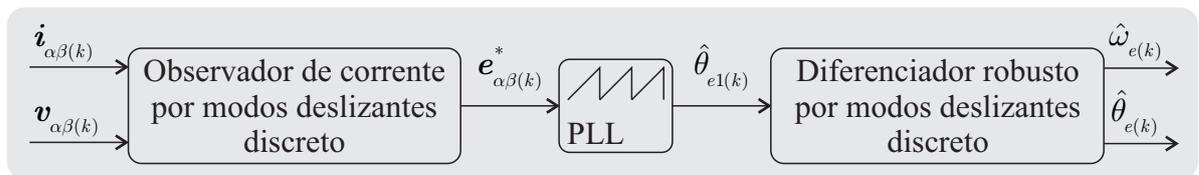


Figura 5.1 – Diagrama de bloco do observador de posição e velocidade rotórica em tempo discreto com eliminação de *chattering*.

As subseções seguintes descrevem em detalhes e provam a estabilidade desses observadores. Além disso, uma metodologia de projeto, distinta do Capítulo 4, é proposta para assegurar os modos quase deslizantes discreto, sob perturbações limitadas. Também, o PLL é designado e projetado a seguir.

5.3.1 Observador de corrente por modos deslizantes em tempo discreto

O observador de corrente DSM é proposto por

$$\hat{\mathbf{i}}_{\alpha\beta(k+1)} = \mathbf{A}\hat{\mathbf{i}}_{\alpha\beta(k)} + \mathbf{B}\mathbf{v}_{\alpha\beta(k)} - \mathbf{B}\mathbf{u}_{\alpha\beta(k)}, \quad (5.7)$$

em que os vetores

$$\hat{\mathbf{i}}_{\alpha\beta(k)} = \begin{bmatrix} \hat{i}_{\alpha(k)} & \hat{i}_{\beta(k)} \end{bmatrix}^T$$

$$\mathbf{u}_{\alpha\beta(k)} = \begin{bmatrix} u_{\alpha(k)} & u_{\beta(k)} \end{bmatrix}^T$$

denotam a corrente estatórica estimada e uma função de atração para uma superfície de deslizamento. O erro de estimação de corrente $\tilde{\mathbf{i}}_{\alpha\beta(k)}$ é definido por

$$\tilde{\mathbf{i}}_{\alpha\beta(k)} = \hat{\mathbf{i}}_{\alpha\beta(k)} - \mathbf{i}_{\alpha\beta}. \quad (5.8)$$

No Capítulo 4, o observador (4.5) é proposto pela técnica de controle por modos deslizantes, cuja função de comutação é uma combinação linear dos estados da equação dinâmica que governa o erro de estimação. Então, as propriedades de robustez inerentes só podem ser asseguradas quando as trajetórias dos estados atingem a superfície de deslizamento. Durante o modo de aproximação, isto é, antes dos modos deslizantes ocorrerem, o observador é sensível a incertezas paramétricas e a perturbações externas (UTKIN; GULDNER; SHIJUN, 1999). Para contornar essa limitação, Matthews e DeCarlo (1988) e Utkin e Shi (1996) propuseram a técnica de modos deslizantes integral (ISM), em que a função de comutação σ pode ser definida por

$$\sigma = \sigma_o + \varepsilon \quad (5.9)$$

com σ , σ_o e $\varepsilon \in \mathbb{R}^m$, em que m é o número de entrada de um sistema. A função de comutação consiste em duas partes: a primeira σ_o pode ser escolhida por uma combinação linear do estados; e, a segunda ε induz a parcela integral, podendo ser determinada pelo Método do Controle Equivalente.

A técnica ISM pode ser aplicada para projetar controladores robustos para sistemas sujeitos a perturbações, considerando o domínio de tempo contínuo (CAO; XU, 2004; CASTANOS; FRIDMAN, 2006) ou discreto (ABIDI; XU; XINGHUO, 2007). Aqui, a técnica é usada para projetar observadores no domínio de tempo discreto. Desse modo, a função de comutação $\sigma_{\alpha\beta(k)}$ é definida por

$$\sigma_{\alpha\beta(k)} = \mathbf{B}^{-1} \left(\tilde{\mathbf{i}}_{\alpha\beta(k)} + \boldsymbol{\varepsilon}_{\alpha\beta(k)} \right) \quad (5.10)$$

$$\boldsymbol{\varepsilon}_{\alpha\beta(k+1)} = \boldsymbol{\varepsilon}_{\alpha\beta(k)} - (\mathbf{A} - \mathbf{I}) \tilde{\mathbf{i}}_{\alpha\beta(k)}, \quad (5.11)$$

em que $\boldsymbol{\varepsilon}_{\alpha\beta(k)}$ é a variável de estado de integração da função de comutação. A função de

atração $\mathbf{u}_{\alpha\beta(k)}$ continua sendo definida por

$$\mathbf{u}_{\alpha\beta(k)} = \mathbf{u}_{\alpha\beta(k)}^{\text{eq}} + \mathbf{u}_{\alpha\beta(k)}^{\text{sm}}, \quad (5.12)$$

em que a função equivalente $\mathbf{u}_{\alpha\beta(k)}^{\text{eq}}$ garante os modos deslizantes ideais, na ausência de perturbações, e a função de forçante $\mathbf{u}_{\alpha\beta(k)}^{\text{sm}}$ age para compensar as perturbações.

Para definir a função equivalente, a condição (4.9) é usada, assumindo o modelo nominal (5.4), ou seja, $\boldsymbol{\varphi}_{\alpha\beta} = 0$. Então, o lema a seguir pode ser estabelecido.

Lema 5.3.1. *Seja o observador de corrente (5.7) sujeito à função de comutação, definida por (5.10) e (5.11), e à função de atração (5.12). Se a função equivalente $\mathbf{u}_{\alpha\beta(k)}^{\text{eq}}$ é dada por*

$$\mathbf{u}_{\alpha\beta(k)}^{\text{eq}} = \boldsymbol{\sigma}_{\alpha\beta(k)} + \mathbf{e}_{\alpha\beta(k)}, \quad (5.13)$$

então a função de comutação no instante $k + 1$ é nula, isto é, $\boldsymbol{\sigma}_{\alpha\beta(k+1)} = 0$, pela condição (4.9) e para os parâmetros nominais do modelo (5.4). \diamond

Prova. Considerando os parâmetros nominais, tal que $\boldsymbol{\varphi}_{\alpha\beta(k)} = 0$, o comportamento dinâmico do erro de estimação de corrente é obtido, pela diferença entre (5.4) e (5.7), por

$$\tilde{\mathbf{i}}_{\alpha\beta(k+1)} = \mathbf{A}\tilde{\mathbf{i}}_{\alpha\beta(k)} + \mathbf{B}\mathbf{e}_{\alpha\beta(k)} - \mathbf{B}\mathbf{u}_{\alpha\beta(k)}, \quad (5.14)$$

em que $\tilde{\mathbf{i}}_{\alpha\beta(k)}$ é dado por (5.8). No instante $k + 1$, a função de comutação (5.10) é dada por

$$\boldsymbol{\sigma}_{\alpha\beta(k+1)} = \mathbf{B}^{-1} \left(\tilde{\mathbf{i}}_{\alpha\beta(k+1)} + \boldsymbol{\varepsilon}_{\alpha\beta(k+1)} \right), \quad (5.15)$$

tal que substituindo (5.11) e (5.14) nela, resulta em

$$\boldsymbol{\sigma}_{\alpha\beta(k+1)} = \mathbf{B}^{-1} \left(\mathbf{A}\tilde{\mathbf{i}}_{\alpha\beta(k)} + \mathbf{B}\mathbf{e}_{\alpha\beta(k)} - \mathbf{B}\mathbf{u}_{\alpha\beta(k)} + \boldsymbol{\varepsilon}_{\alpha\beta(k)} - (\mathbf{A} - \mathbf{I})\tilde{\mathbf{i}}_{\alpha\beta(k)} \right), \quad (5.16)$$

que subtraída pela função de comutação (5.10), obtém-se

$$\boldsymbol{\sigma}_{\alpha\beta(k+1)} = \boldsymbol{\sigma}_{\alpha\beta(k)} + \mathbf{B}^{-1} \left[\mathbf{B}\mathbf{e}_{\alpha\beta(k)} - \mathbf{B}\mathbf{u}_{\alpha\beta(k)} \right], \quad (5.17)$$

após simplificação.

Portanto, a função equivalente (5.13) implica

$$\boldsymbol{\sigma}_{\alpha\beta(k+1)} = \mathbf{0},$$

conforme a condição (4.9). \blacksquare

Igualmente ao Capítulo 4, a função equivalente (5.13) necessita da força eletromotriz $\mathbf{e}_{\alpha\beta(k)}$, logo (5.13) é impraticável. Então, ela é proposta por

$$\mathbf{u}_{\alpha\beta(k)}^{\text{eq}} = \boldsymbol{\sigma}_{\alpha\beta(k)} + \mathbf{e}_{\alpha\beta(k)}^{\text{eq}}, \quad (5.18)$$

em que $e_{\alpha\beta(k)}^{\text{eq}}$ é a força eletromotriz, dita equivalente à real, $e_{\alpha\beta(k)}$.

Considerando a função equivalente implementável (5.18) e as incertezas paramétricas, o comportamento dinâmico da função comutação pode ser obtida, similarmente à (5.17), por

$$\begin{aligned}\sigma_{\alpha\beta(k+1)} &= \sigma_{\alpha\beta(k)} + e_{\alpha\beta(k)} - \left(\mathbf{u}_{\alpha\beta(k)}^{\text{eq}} + \mathbf{u}_{\alpha\beta(k)}^{\text{sm}} \right) + \varphi_{\alpha\beta(k)} \\ \sigma_{\alpha\beta(k+1)} &= -\tilde{e}_{\alpha\beta(k)} + \varphi_{\alpha\beta(k)} - \mathbf{u}_{\alpha\beta(k)}^{\text{sm}},\end{aligned}\quad (5.19)$$

em que

$$\tilde{e}_{\alpha\beta(k)} = e_{\alpha\beta(k)}^{\text{eq}} - e_{\alpha\beta(k)} \quad (5.20)$$

denota o erro de estimação de EMF. Seguindo o Capítulo 4, a segunda parcela, $\mathbf{u}_{\alpha\beta(k)}^{\text{sm}}$, da função de atração pode também ser proposta por

$$\mathbf{u}_{\alpha\beta(k)}^{\text{sm}} = h_1 \mathbf{I} \sigma_{\alpha\beta(k)} + h_2 \mathbf{I} \text{sign} \left(\sigma_{\alpha\beta(k)} \right), \quad (5.21)$$

em que h_1 e h_2 são os ganhos do observador, $\text{sign}()$ é a função sinal, e \mathbf{I} é a matriz identidade. Assim, a função de atração $\mathbf{u}_{\alpha\beta(k)}$ (5.12) é reescrita por

$$\mathbf{u}_{\alpha\beta(k)} = e_{\alpha\beta(k)}^{\text{eq}} + (1 + h_1) \mathbf{I} \sigma_{\alpha\beta(k)} + h_2 \mathbf{I} \text{sign} \left(\sigma_{\alpha\beta(k)} \right), \quad (5.22)$$

por meio de (5.18) e (5.21).

A Figura 5.2 mostra o diagrama de blocos do observador de corrente por modo deslizante discreto integral (IDSMD), no qual o bloco CEF é um filtro de eliminação de *chattering*, que atua exclusivamente nos componentes de alta frequência do *chattering*.

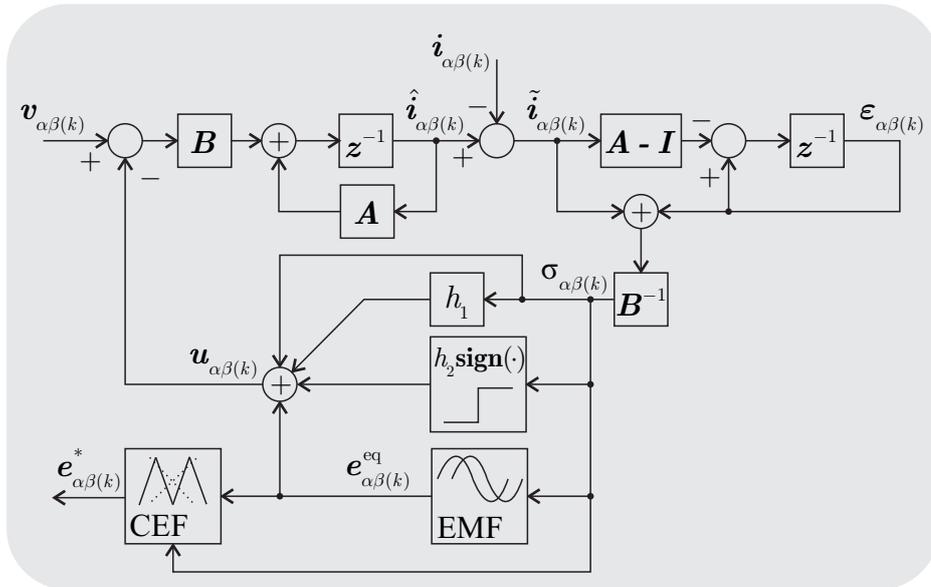


Figura 5.2 – Diagrama de bloco do observador de corrente IDSMD.

Nas próximas seções os blocos EMF e CEF são descritos. Primeiramente, o bloco

EMF é explanado, para obter a EMF equivalente $e_{\alpha\beta(k)}^{\text{eq}}$. Em seguida, a análise de estabilidade e o projeto do observador de corrente são abordados. Então, a técnica para eliminar o *chattering* é apresentada.

5.3.2 Determinação da Força eletromotriz equivalente

No Capítulo 4, a força eletromotriz equivalente $e_{\alpha\beta(k)}^{\text{eq}}$, (4.19), é determinada por um filtro passabaixa de 1ª ordem, cuja entrada é a função de atração $u_{\alpha\beta(k)}$. Contudo, a realimentação positiva da EMF equivalente altera a natureza do filtro, tornando-o um integrador em malha fechada, como mostra a Figura 4.2 e conforme (4.41). Há, então, um grau de liberdade para definir a estrutura da EMF equivalente. A Figura 5.3 mostra duas estruturas possíveis.

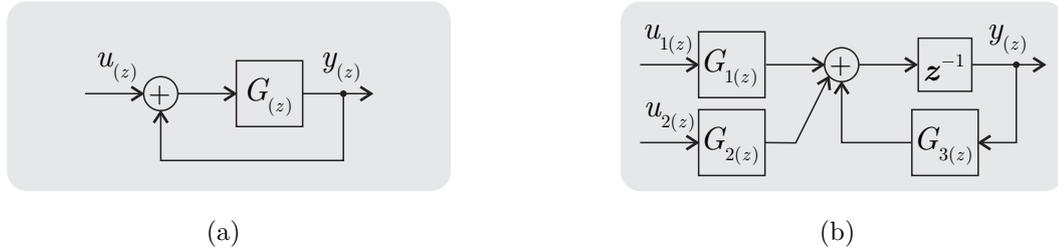


Figura 5.3 – Diagramas de blocos das estruturas possíveis para determinar a EMF equivalente: (a) com realimentação positiva e (b) com malha aberta.

A Figura 5.3(a) mostra a estrutura como a realimentação positiva. Esse caso representa (4.19), em que a entrada $u(z)$ é a função de atração, a saída $y(z)$ é a EMF equivalente, e a função de transferência $G(z)$ é o filtro passabaixa. Em geral, a função $G(z)$ pode assumir a forma

$$G(z) = \frac{b_0 z^m + b_1 z^{m-1} + \dots + b_m}{z^n + a_1 z^{n-1} + \dots + a_n}, \quad (5.23)$$

em que $m \leq n$, e se $m = n$, então $b_0 \neq 1$, para o sistema em malha fechada ser causal. A Figura 5.3(b) mostra uma outra alternativa, a qual comparada com (4.41), pode-se estabelecer: a entrada $u_{1(z)}$ sendo função de comutação; $u_{2(z)} = \mathcal{Z} [\text{sign}(\sigma(k))]$; $G_{1(z)}$ e $G_{2(z)}$ sendo os ganhos (4.42), e $G_{3(z)} = 1$. Todavia, as funções $G_{i(z)}$ podem assumir a forma (5.23).

Por simplicidade e para obter graus de liberdade no projeto do observador, a EMF equivalente é proposta por

$$e_{\alpha\beta(k+1)}^{\text{eq}} = e_{\alpha\beta(k)}^{\text{eq}} + h_3 \mathbf{I} \sigma_{\alpha\beta(k)} + h_4 \mathbf{I} \text{sign}(\sigma_{\alpha\beta(k)}), \quad (5.24)$$

em que h_3 e h_4 são ganhos que independem dos ganhos da função de atração (5.22) e dos parâmetros do modelo nominal.

O impacto de uma alternativa reflete-se no sistema linear comutado e, consequentemente, na análise de estabilidade, que são abordados na seção seguinte.

5.3.3 Análise de estabilidade do observador de corrente DSM

Nesta seção, a análise de estabilidade segue a metodologia desenvolvida nas Seção 4.3.3 e 4.3.4. O Teorema 4.3.1 pode ser estendido para o observador de corrente IDSM (5.7). Dessa forma, a análise de estabilidade para o observador (5.7) pode ser realizada com poucas modificações em relação ao já apresentado.

O comportamento dinâmico do erro de estimação de EMF $\tilde{e}_{\alpha\beta(k)}$ (4.16) pode ser dado por

$$\tilde{e}_{\alpha\beta(k+1)} = \tilde{e}_{\alpha\beta(k)} + h_3 \mathbf{I} \sigma_{\alpha\beta(k)} + h_4 \mathbf{I} \text{sign}(\sigma_{\alpha\beta(k)}) - (q-1) \mathbf{I} e_{\alpha\beta(k)}, \quad (5.25)$$

por meio da igualdade (5.24), em que $\tilde{e}_{\alpha\beta(k)}$ é (5.20), e q é o operador deslocamento de avanço, tal que um sinal qualquer $x_{(k+1)}$ pode ser representado por $qx_{(k)}$. Considerando um dos componentes de eixo $\alpha\beta$, o modelo dinâmico que governa a função de comutação $\sigma_{\alpha\beta(k)}$ e o erro de estimação de EMF $\tilde{e}_{\alpha\beta(k)}$ segue

$$\begin{bmatrix} \sigma_{(k+1)} \\ \tilde{e}_{(k+1)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -h_1 & -1 \\ h_3 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_{(k)} \\ \tilde{e}_{(k)} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -h_2 & 0 & 1 \\ h_4 & 1-q & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \text{sign}(\sigma_{(k)}) \\ e_{(k)} \\ \varphi_{(k)} \end{bmatrix}, \quad (5.26)$$

sendo obtida por (5.19), (5.21) e (5.25), resultando em uma forma compacta dada por

$$\mathbf{x}_{(k+1)} = \mathbf{G}\mathbf{x}_{(k)} + \mathbf{H}_i + \mathbf{H}_{2(q)}\mathbf{w}_{(k)}, \quad (5.27)$$

em que os vetores de estados são

$$\begin{aligned} \mathbf{x}_{(k)} &= \begin{bmatrix} x_{1(k)} & x_{2(k)} \end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix} \sigma_{(k)} & \tilde{e}_{(k)} \end{bmatrix}^T \\ \mathbf{w}_{(k)} &= \begin{bmatrix} w_{1(k)} & w_{2(k)} \end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix} e_{(k)} & \varphi_{(k)} \end{bmatrix}^T, \end{aligned}$$

as matrizes \mathbf{G} e $\mathbf{H}_{2(q)}$ são

$$\mathbf{G} = \begin{bmatrix} -h_1 & -1 \\ h_3 & 1 \end{bmatrix} \quad (5.28)$$

$$\mathbf{H}_{2(q)} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1-q & 0 \end{bmatrix}, \quad (5.29)$$

e a matriz de comutação \mathbf{H}_i é

$$\mathbf{H}_i = \begin{cases} \mathbf{H}_{1\sigma_+} = \begin{bmatrix} -h_2 & h_4 \end{bmatrix}^T & \text{se } \sigma(k) > 0, \\ \mathbf{H}_{1\sigma_-} = \begin{bmatrix} h_2 & -h_4 \end{bmatrix}^T & \text{se } \sigma(k) < 0, \end{cases} \quad (5.30)$$

para $\sigma(k) \neq 0$. Como no Capítulo 4, se a matriz \mathbf{G} é Schur, então o sistema linear comutado é BIBO estável, cuja entrada é uma seqüência limitada $\left(\begin{bmatrix} 1 & \mathbf{w}_{(k)}^T \end{bmatrix}^T \right)$.

Por meio da evolução de $\mathbf{x}_{(k)} \rightarrow \mathbf{x}_{(k+2)}$, o sistema mapeado pode ser dado por

$$\mathbf{x}_{(k+2)} = \mathbf{G}^2 \mathbf{x}_{(k)} + \left(\mathbf{G}\mathbf{H}_{1\sigma_-} + \mathbf{H}_{1\sigma_+} \right) + \left(\mathbf{G}\mathbf{H}_{2(q)} + q\mathbf{H}_{2(q)} \right) \mathbf{w}_{(k)}. \quad (5.31)$$

Então, seguindo os procedimentos desenvolvidos na Seção 4.3.4, o ponto fixo $\mathbf{x}^* = (x_1^*, x_2^*)$ (4.50) é determinado por

$$x_1^* = \frac{h_4 - 2h_2}{h_3 - 2h_1 + 2} \quad (5.32)$$

$$x_2^* = \frac{(1 - h_1) h_4 + h_2 h_3}{h_3 - 2h_1 + 2}. \quad (5.33)$$

Ressalta-se que os ganhos h_3 e h_4 são distintos em (5.32) e (5.33) em relação à (4.51) e (4.52). Nas primeiras, eles representam os ganhos da equação de diferenças da EMF equivalente; enquanto, nas outras, eles são variáveis auxiliares, que dependem dos ganhos da função forçante, da frequência de corte do filtro e dos parâmetros nominais do sistema.

Os valores absolutos máximos $x_{i\max}$ dos componentes do vetor $\mathbf{x}_{(k)}$ podem ser determinados por (4.53). Aqui, a função de transferência $\mathbf{F}_{(z)}$ é a matriz de transferência

$$\mathbf{F}_{(z)} = \begin{bmatrix} F_{11(z)} & F_{12(z)} \\ F_{21(z)} & F_{22(z)} \end{bmatrix}, \quad (5.34)$$

em que

$$F_{11(z)} = \frac{x_{1(z)}}{w_{1(k)}} = \frac{z - 1}{z^2 + (h_1 - 1)z - h_1 + h_3} \quad (5.35)$$

$$F_{12(z)} = \frac{x_{1(z)}}{w_{2(k)}} = \frac{z - 1}{z^2 + (h_1 - 1)z - h_1 + h_3} \quad (5.36)$$

$$F_{21(z)} = \frac{x_{2(z)}}{w_{1(k)}} = -\frac{z^2 + (h_1 - 1)z - h_1}{z^2 + (h_1 - 1)z - h_1 + h_3} \quad (5.37)$$

$$F_{22(z)} = \frac{x_{2(z)}}{w_{2(k)}} = \frac{h_3}{z^2 + (h_1 - 1)z - h_1 + h_3} \quad (5.38)$$

determinam os valores máximos por

$$x_{i\max} = |x_i^*| + \sum_{j=1}^2 |F_{ij(z)}| |w_{j(k)}|_{\max}, \quad (5.39)$$

para $i = 1, 2$, caracterizando a amplitude máxima do *chattering*, sob efeito das incertezas paramétricas. Além disso, para assegurar a existência dos modos quase deslizantes, a condição de deslizamento

$$|x_i^*| - \sum_{j=1}^2 |F_{ij(z)}| |w_{j(k)}|_{\max} > \delta_i \quad (5.40)$$

deve ser satisfeita, em que $\delta_i \leq 0$ é uma constante positiva.

Finalmente, a relação entre a EMF de referência e real é obtida por (5.37), que resulta em

$$F_{e(z)} = \frac{e_{(z)}^{\text{eq}}}{e_{(z)}} = \frac{h_3}{z^2 + (h_1 - 1)z - h_1 + h_3}, \quad (5.41)$$

cujos deslocamento de fase é dada por

$$\phi_{(k)}^{\text{sm}} = -\tan^{-1} \left[\frac{\sin(2T_s\omega_{(k)}) + (h_1 - 1)\sin(T_s\omega_{(k)})}{\cos(2T_s\omega_{(k)}) + (h_1 - 1)\cos(T_s\omega_{(k)}) + h_3 - h_1} \right]. \quad (5.42)$$

Na seção seguinte é apresentada a metodologia de projeto e, em seguida, a estratégia para eliminar os componentes do *chattering*.

5.3.4 Projeto do observador DSM por otimização por exames de partícula

No Capítulo 4, o projeto do observador de corrente DSM foi executado por um processo de busca em um intervalo previamente definido e dividido em duas etapas, conforme mostra a Figura 4.8. Uma melhor alternativa é, no entanto, usar uma técnica de otimização, efetuada em uma única etapa. Nesse intuito, a técnica de otimização por exames de partículas (PSO) é adotada.

A técnica PSO foi desenvolvida por Kennedy e Eberhart (1995), sendo um algoritmo baseado no comportamento de bandos de pássaros. Durante o voo, as aves buscam por alimentos e interagem entre si, tal que modelam um mecanismo de otimização. Dessa forma, a área sobrevoada equivale ao espaço de busca, e o local com comida encontrado corresponde à solução ótima. Nessa analogia, o bando de pássaros representa uma população, denominada de enxame, que move-se aleatoriamente em um espaço de busca para encontrar uma solução ótima para um dado problema. Esse algoritmo é conceitualmente simples, eficiente e fácil para implementar, sendo usado com êxito em diversas aplicações (BANKS; VINCENT; ANYAKOHA, 2007, 2008) (VALLE et al., 2008; ALRASHIDI; EL-HAWARY, 2009; RINI; SHAMSUDDIN; YUHANIZ, 2011).

O algoritmo PSO é semelhante ao algoritmo genético, assumindo que a população inicial é gerada aleatoriamente, por meio de uma distribuição uniforme dentro de um espaço de busca factível. Contudo, os processos de busca deles diferem um do outro. O algoritmo genético usa operadores evolucionários, como seleção, mutação e cruzamento, para procurar a solução ótima. O algoritmo PSO atribui uma velocidade v para cada elemento do enxame, denominado por partícula x , e percorre o espaço de busca para encontrar a solução ótima (EBERHART; SHI, 2007; YANG, 2010).

Cada partícula controla suas coordenadas no espaço de busca, conforme sua velocidade, que associa-se a três fatores. O primeiro é a inércia, que tende manter a partícula na mesma direção. O segundo é a experiência própria, que refere-se a melhor posição p_{best} já alcançada pela partícula, sendo memorizada. Esta experiência pode ser comunicada a uma parte ou a todo o enxame, indicando o movimento em direção às regiões mais promissoras para encontrar a solução ótima. O terceiro é a cooperação, que relaciona-se ao conhecimento da melhor posição g_{best} do enxame como um todo (EBERHART; SHI, 2001; CHAN; TIWARI, 2007). Estas posições são obtidas por meio de uma avaliação de uma função custo, que mede o desempenho da solução possível. A Figura 5.4(a) mostra uma comunicação global entre as partículas. A Figura 5.4(b) mostra a evolução do posicionamento de uma partícula para encontrar a melhor posição.

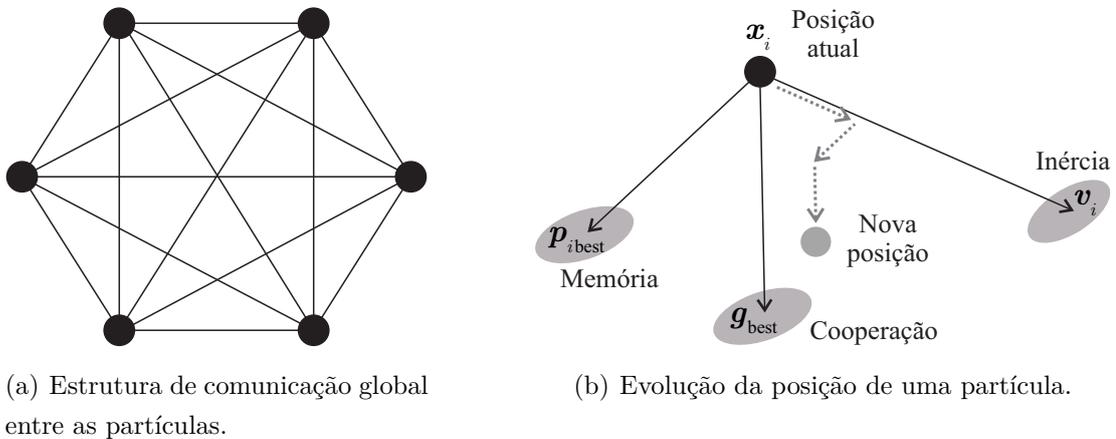


Figura 5.4 – Mecanismo de busca do algoritmo PSO.

Seguindo os conceitos estabelecidos, a implementação do algoritmo PSO pode ser dada por (SHI; EBERHART, 1998)

$$\mathbf{v}_{(k+1)} = w\mathbf{v}_{(k)} + c_1\mathbf{R}_1 \odot (\mathbf{p}_{\text{best}} - \mathbf{x}_{(k)}) + c_2\mathbf{R}_2 \odot (\mathbf{g}_{\text{best}} - \mathbf{x}_{(k)}) \quad (5.43)$$

$$\mathbf{x}_{(k+1)} = \mathbf{x}_{(k)} + \mathbf{v}_{(k+1)}, \quad (5.44)$$

em que $\mathbf{x}, \mathbf{v} \in \mathbb{R}^{m \times n}$ denotam o enxame de partículas e a velocidade; $\mathbf{R}_1, \mathbf{R}_2 \in \mathbb{R}^{m \times n}$ são funções randômicas de números uniformemente distribuídos entre 0 e 1; $\mathbf{p}_{\text{best}}, \mathbf{g}_{\text{best}} \in \mathbb{R}^{m \times n}$ denotam a melhor posição encontrada por cada partícula e por todo o enxame; m é o

tamanho do enxame; n é a ordem do espaço do problema; w denota o ganho inercial que controla a habilidade de exploração e de aproveitamento do enxame; c_1 e c_2 são parâmetros de aprendizagem cognitiva e social que indicam o grau de confiança na posição: \mathbf{p}_{best} e \mathbf{g}_{best} , e \odot denota o produto Schur, $[\mathbf{u} \odot \mathbf{v}]_{ij} = u_{ij}v_{ij}$.

A simplicidade do PSO é verificada pelo ajuste de apenas 4 parâmetros: o tamanho do enxame m ; os ganhos de aprendizagem c_1 e c_2 e o ganho inercial w . O tamanho do enxame depende do problema. Os ganhos de aprendizagem são geralmente idênticos. O ganho inercial pode pertencer ao intervalo $[0,9 \ 0,4]$. Eberhart e Shi (2000, 2007) sugerem, contudo, que $m \in [20 \ 50]$, $c_1 = c_2 = 1,494$ e $w = 0,729$ podem ser adequados para a maioria das aplicações. O processo de implementação pode ser descrito por:

- (i) Inicializa o enxame de partículas \mathbf{x} e a matriz de velocidade \mathbf{v} randomicamente dentro de espaço de busca factível de ordem n ;
- (ii) Calcula a função de custo para cada partícula;
- (iii) Atualiza as melhores posições \mathbf{p}_{best} e \mathbf{g}_{best} , com base na função de custo;
- (iv) Atualiza a velocidade e a posição das partículas por (5.43) e (5.44);
- (v) Retorna ao passo (ii), até atingir o critério de parada.

Desse modo, considerando o observador de corrente IDSM (5.7), sujeito à restrição (5.40), o projeto dele resume-se a um problema de otimização com restrições não lineares, que é solucionado por um algoritmo PSO. Cada partícula é definida pelo vetor $\mathbf{x}_i = [h_1 \ h_2 \ h_3 \ h_4]$, em que h_i são os ganhos do observador. A função de custo $f(\mathbf{x}_i)$ é determinada pelo critério de banda passante (OGATA, 2003), dada por

$$f(\mathbf{x}_i) = \left(3 + 20 \log \left| F_{e(z)}(\mathbf{x}_i) \Big|_{z=e^{jT_s\omega_b}} \right|^2 \right) \quad [\text{dB}^2], \quad (5.45)$$

em que ω_b é a banda passante da função de transferência (5.41). Os passos de projeto são contemplados pelos itens (i) ao (v), em que as restrições se inserem no item (ii). A Figura 5.5 mostra um pseudo-código, que descreve o processo de otimização. Os dados de entrada são: um espaço de busca factível no \mathbb{R}^4 ; o período de amostragem T_s ; o valor máximo λ_{max} e o mínimo λ_{min} , para os autovalores da matriz \mathbf{G}^2 ; os limitantes da condição de deslizamento δ_i , para $i = 1, 2$, e o vetor de perturbação \mathbf{w} na frequência máxima de seus componentes. A saída é a melhor posição do enxame de partículas, $\mathbf{g}_{\text{best},i}$, que denota os ganhos h_i , para $i = 1, 2, 3, 4$. As funções apresentadas no pseudo-código são referenciadas nos comentários ou na linguagem de computação técnica MATLAB[®].

```

Entrada: O espaço de busca e os parâmetros:  $T_s, \mathbf{w}, \lambda_{\max}, \lambda_{\min}, \delta_i$ 
Saída : Melhor posição global:  $\mathbf{g}_{\text{best}}$ .

Inicialização do enxame  $\mathbf{x}$ , da matriz de velocidade  $\mathbf{v}$  e do contador  $k$  ;
 $\mathbf{p}_{\text{best}} \leftarrow \mathbf{x}$  ; /* Melhores posições individuais iniciais. */
// Usada nas funções de transferência em  $\mathcal{Z}$ , no qual  $z$  é um vetor.
 $\mathbf{z} \leftarrow \exp(1j \mathbf{w} T_s)$  ;

while Critério de parada do
   $k \leftarrow k + 1$ ;
  // Função custo para cada partícula  $\mathbf{x}_i$  no instante  $k$ .
  for  $i \leftarrow 1$  to  $m$  do
     $e \leftarrow \text{fixo}(\mathbf{x}_i)$  ; /* Ponto fixo - (5.32) e (5.33) */
     $g \leftarrow \text{abs}(\mathbf{F}(\mathbf{z}, \mathbf{x}_i))$  ; /* Ganho - (5.34) */
     $r \leftarrow \text{cond}(e, g, \mathbf{w})$  ; /* Condição DSM - (5.40) */
     $\text{auto} \leftarrow \text{abs}(\text{eig}(G^2(T_s, \mathbf{x}_i)))$  ; /*  $G^2$  */
    // Restrições de projeto.
    if  $\max(\text{auto}) > \lambda_{\max}$  or  $\min(\text{auto}) > \lambda_{\min}$  or  $r_1 < \delta_1$  or  $r_2 < \delta_2$  then
      |  $\text{cost}_i \leftarrow 10^5$  ;
    else
      |  $\text{cost}_i \leftarrow f(\mathbf{x}_i)$  ; /* (5.45) */

  // Comparar o cost de  $\mathbf{x}$  com  $\mathbf{p}_{\text{best}}$  e de  $\mathbf{p}_{\text{best}}$  com  $\mathbf{g}_{\text{best}}$ .
  Atualizar a melhor posição individual  $\mathbf{p}_{\text{best}}$  ;
  Atualizar a melhor posição global  $\mathbf{g}_{\text{best}}$  ;

  // Atualização do enxame  $\mathbf{x}$  e da matriz de velocidade  $\mathbf{v}$ .
   $\mathbf{v}_{(k+1)} \leftarrow \text{speed}(\mathbf{x}_{(k)}, \mathbf{p}_{\text{best}}, \mathbf{g}_{\text{best}}, \mathbf{v}_{(k)})$  ; /* (5.43) */
   $\mathbf{x}_{(k+1)} \leftarrow \mathbf{x}_{(k)} + \mathbf{v}_{(k+1)}$  ; /* (5.44) */

```

Figura 5.5 – Pseudo-código para o projeto do observador de corrente IDSM por algoritmo PSO.

A Figura 5.6 mostra um gráfico da resposta em frequência para a função de transferência (5.41). Então, o observador de corrente DSM pode atuar como um filtro passabaixa, em relação à EMF equivalente $\mathbf{e}_{\alpha\beta(k)}^{\text{eq}}$ e a real $\mathbf{e}_{\alpha\beta(k)}$. Além disso, o comportamento dinâmico entre o erro de estimação de EMF $\tilde{\mathbf{e}}_{\alpha\beta(k)}$ e as perturbações paramétricas $\varphi_{\alpha\beta(k)}$ é governado pela função de transferência (5.38), equivalente à (5.41). Como resultado, o aumento da frequência reduz impacto das perturbações paramétrica na estimativa da EMF.

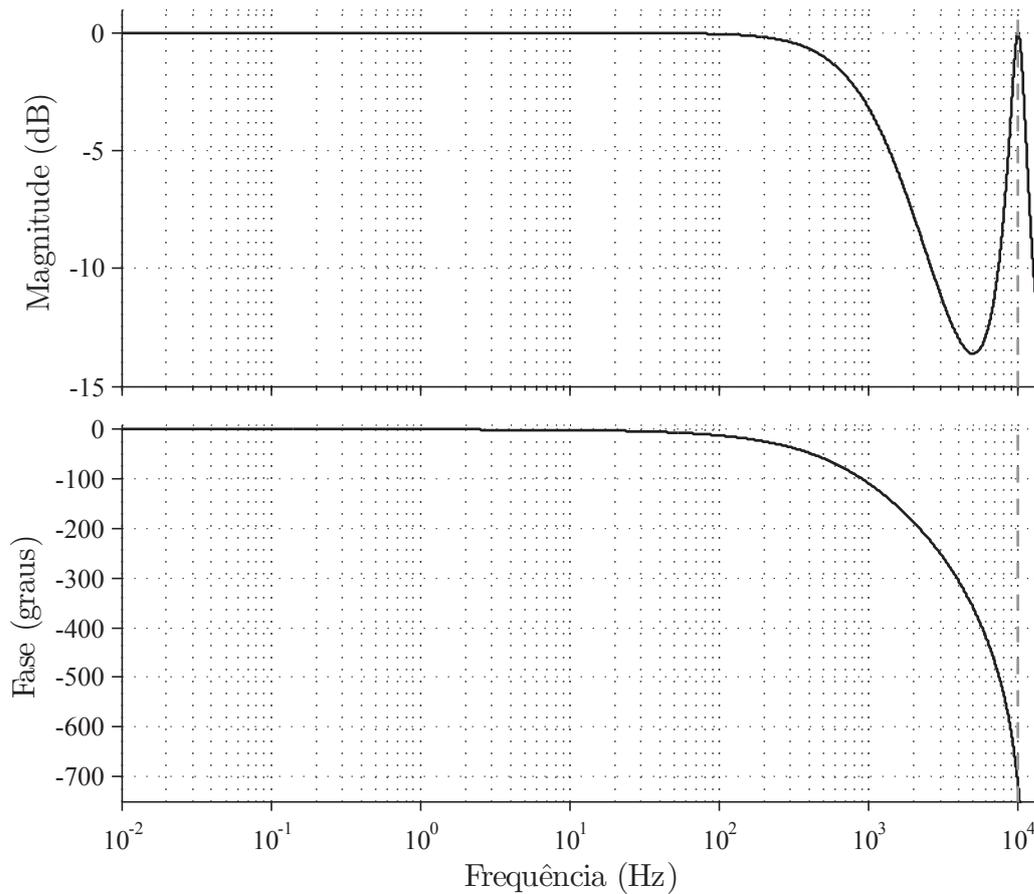


Figura 5.6 – Resposta em frequência para $F_{e(z)}$ para $h_1 = 0,27$; $h_3 = 0,38$; $f_s = 10\text{kHz}$ e $\omega_b = 960\text{Hz}$.

Se o observador de corrente IDS_M é adequadamente projetado, então a última etapa é mitigar os efeitos do *chattering*. Na seção seguinte, uma técnica para eliminar os componentes de alta frequência do *chattering* é proposta, sem afetar o componente fundamental da EMF equivalente $e_{\alpha\beta(k)}^{\text{eq}}$.

5.3.5 Técnica de eliminação de *chattering*

Apesar da propriedade de invariância dos sistemas por modos deslizantes, o *chattering* representa sua principal desvantagem. Segundo Utkin, Guldner e Shijun (1999), o termo *chattering* descreve o fenômeno de oscilações de amplitude e frequência finitas, que aparecem em implementações por modos deslizantes. Dentre suas causas estão: (i) a presença de atrasos na ação de controle, (ii) as limitações dos atuadores e (iii) a frequência de amostragem limitada. Desde que é impossível obter uma comutação a uma taxa infinita, o *chattering* aparece como uma oscilação de alta frequência sobre o ponto fixo, podendo excitar as dinâmicas não modeladas de um sistema. Salienta-se, contudo, que a frequência do *chattering* é conhecida e igual à metade da frequência de

amostra em implementações no domínio de tempo discreto, constituindo uma vantagem em relação ao tempo contínuo. De todo modo, os seus efeitos devem ser mitigados, seja qual for o domínio de tempo assumido. Nesse sentido, três soluções podem ser usadas para mitigar o *chattering*: (i) aproximação contínua (HUNG; GAO; HUNG, 1993), (ii) ganho de comutação adaptativo (LEE; OH, 1998; MONSEES; SCHERPEN, 2000; PLESTAN et al., 2010) e (iii) modos deslizantes de elevada ordem (BARTOLINI; FERRARA; USANI, 1998; LEVANT, 2010).

Na solução por aproximação contínua, uma camada limite é introduzida em torno da superfície de deslizamento. Dentro dela, a função de atração produz uma ação de controle sem descontinuidade. Desse modo, ela pode ser interpretada por uma ação de controle com elevada ganho, próximo a superfície. A Figura 5.7 mostra quatro tipos de funções de comutação (HUNG; GAO; HUNG, 1993).

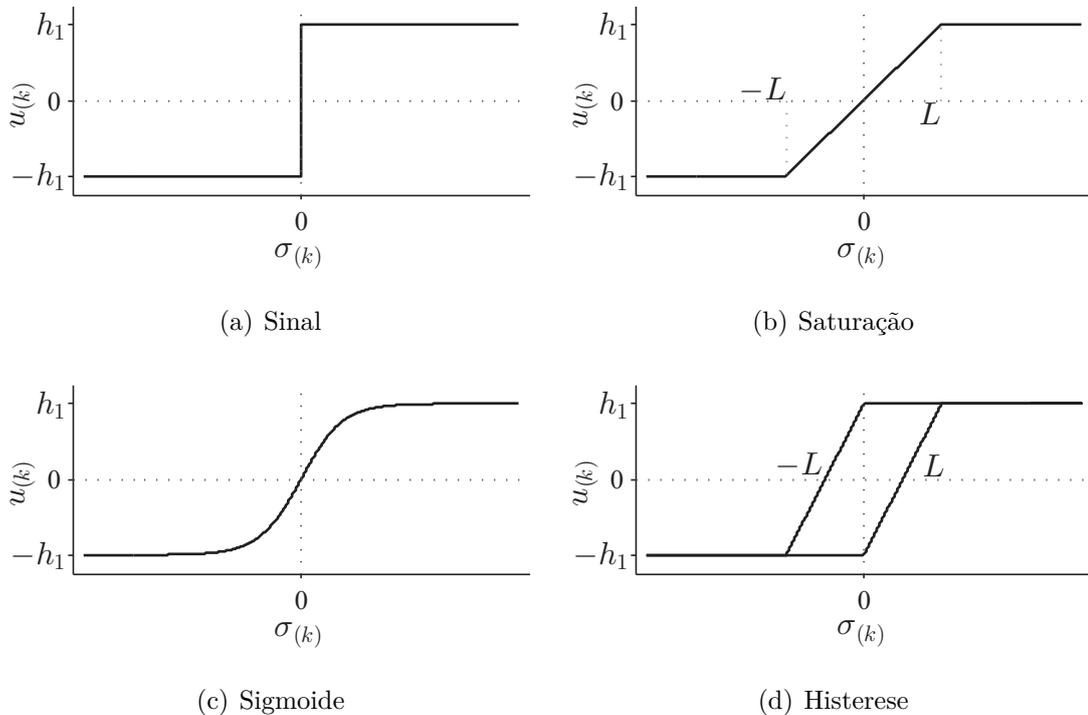


Figura 5.7 – Funções para a comutação.

A Figura 5.7(a) é a função sinal, definida por

$$u_{(k)} = h_1 \operatorname{sign}(\sigma_{(k)}) = \begin{cases} h_1, & \text{se } \sigma_{(k)} > 0 \\ -h_1, & \text{se } \sigma_{(k)} < 0, \end{cases} \quad (5.46)$$

em que h_1 é o ganho de comutação. Ela representa o controle ideal, comutando instantaneamente em torno de $\sigma_{(k)} = 0$ e sendo invariante a incertezas paramétricas e a perturbações, ou seja, mantendo a propriedade de invariância.

A Figura 5.7(b) representa uma função saturação, dada por

$$u_{(k)} = h_1 \text{sat}(\sigma_{(k)}) = \begin{cases} h_1, & \text{se } \sigma_{(k)} > 0 \\ \frac{h_1}{L} \sigma_{(k)} & \text{se } |\sigma_{(k)}| \leq L \\ -h_1, & \text{se } \sigma_{(k)} < 0, \end{cases} \quad (5.47)$$

em que $L > 0$ e $\pm L$ define o limiar para a entrada na camada limite. Fora da camada, o comportamento é idêntico a função sinal. Dentro dela, ele atua, porém, como uma ação de controle linear. Apesar de as trajetórias dos estados serem conduzidas para a camada limite, elas podem abster-se de seguir $\sigma_{(k)} = 0$.

A Figura 5.7(c) corresponde a uma função sigmoide, podendo ser dada por

$$u_{(k)} = h_1 \left[\frac{2}{1 + \exp(-\tau \sigma_{(k)})} - 1 \right], \quad (5.48)$$

em que $\tau > 0$ é diretamente proporcional a inclinação da curva. Note que a função sigmoide comporta-se como um sistema de primeira ordem. Então, pode-se assumir que o valor L o qual $u_{(k)} = \pm 63,2\% h_1$ estabelece o limiar da camada limite, no qual os comentários feitos para a função saturação também são válidos.

A Figura 5.7(d) é uma função histerese, dada por

$$u_{(k)} = h_1 \text{hyst}(\sigma_{(k)}) = \begin{cases} \text{Se } \sigma_{(k)} > L \text{ ou } (\Delta\sigma_{(k)} < 0 \text{ e } |\sigma_{(k)}| < L) \\ \frac{2h_1}{L} \sigma_{(k)} + h_1, & \text{se } \sigma_{(k)} < 0, \text{ senão} \\ h_1, & \\ \text{Se } \sigma_{(k)} < -L \text{ ou } (\Delta\sigma_{(k)} > 0 \text{ e } |\sigma_{(k)}| < L) \\ \frac{2h_1}{L} \sigma_{(k)} - h_1, & \text{se } \sigma_{(k)} > 0, \text{ senão} \\ -h_1, & \end{cases} \quad (5.49)$$

em que $\Delta\sigma_{(k)}$ é a variação da função de comutação. Além de possuir o mesmo comportamento linear dentro da camada limite que as demais funções, ela pode apresentar dois pontos fixos estáveis: um para $\sigma_{(k)} = -L$ e outro para $\sigma_{(k)} = L$. Logo, um erro de regime permanente poderá existir.

As funções avaliadas, exceto a função sinal, possuem uma característica de uma ação de controle linear, dentro da camada limite, que pode evitar o *chattering*, porém pode deteriorar a propriedade de invariância. Além disso, considerando uma região em torno de $\sigma_{(k)} = 0$, a função sinal fornece uma ação de controle de amplitude superior àquelas que procedem das demais funções de aproximação. Desse forma, o ganho h_1 , eventualmente, deva ser incrementado para essas funções, para obter o desempenho que

forneceria a função sinal. Portanto, deve existir um compromisso entre: (i) a largura da camada limite, (ii) o desempenho dentro e fora dela, (iii) a atenuação do *chattering* e (iv) o grau de robustez desejado. É evidente que o método de aproximação invalida os atributos dos modos deslizantes, segundo Gao, Wang e Homaifa (1995). Contudo, esse método satisfaz as condições impostas por Bartoszewicz (1998), que eximi a função de comutação de cruzar a superfície de deslizamento, entre instantes de amostragem sucessivas.

Na solução por ganho adaptativo, uma técnica usa a lei de aproximação exponencial, dada por (GAO; HUNG, 1993)

$$\frac{d\sigma}{dt} = -h_1 |\sigma|^\alpha \text{sign}(\sigma), \quad (5.50)$$

em que $0 < \alpha < 1$. Esta lei incrementa a velocidade de aproximação quando a função de comutação está longe da superfície de deslizamento, porém reduz a taxa quando a função está próxima. Assim, pode-se obter uma aproximação rápida e uma baixa amplitude do *chattering*. Versões discretas são descritas por Zheng e Jing (2006). Nota-se que uma contrapartida discreta de uma lei de aproximação exponencial pode desobedecer os atributos DSM, segundo Gao, Wang e Homaifa, pois a exponencial pode comportar-se de modo similar a uma função sigmoide em torno da superfície de deslizamento. Monsees (2002) propõe ganhos de comutação adaptativos em tempo discreto, destacando o algoritmo dado por

$$h_{1(k+1)} = \left| h_{1(k)} + \gamma \text{sign}(\sigma_{(k+1)}) \text{sign}(\sigma_{(k)}) \right|, \quad (5.51)$$

em que $\gamma > 0$ é uma constante, que determina a velocidade de adaptação. Idealmente, o termo $\text{sign} \sigma_{(k+1)} \text{sign} \sigma_{(k)}$ deve mudar de sinal regularmente para (5.51) ser estável. Em outras palavras, a condição

$$0 = \sum_{k=0}^{\infty} \text{sign}(\sigma_{(k+1)}) \text{sign}(\sigma_{(k)}) \quad (5.52)$$

deve ser satisfeita, para que o ganho $h_{1(k)}$ convirja para uma região dada por

$$h_o - \gamma < h_{1(k)} < h_o + \gamma, \quad (5.53)$$

em que h_o é o menor ganho de comutação possível, que conduz as trajetórias do sistema para uma superfície de deslizamento. Entretanto, a função de comutação não cruza a superfície em cada instante de amostragem, em regime permanente, caso contrário a condição (5.52) seria violada (MONSEES; SCHERPEN, 2000). Então, o ganho adaptativo (5.51) pode oferecer apenas modos deslizantes discretos, segundo Bartoszewicz (1998).

Na solução por modos deslizantes de elevada ordem (HOSM), o conceito dos modos deslizantes é generalizado, de modo que uma função de comutação σ possui sucessivas

derivadas, $\frac{d\sigma}{dt}, \frac{d^2\sigma}{dt^2}, \dots, \frac{d^{(r-1)}\sigma}{dt^{(r-1)}}$, tal que

$$\sigma = \frac{d\sigma}{dt} = \dots = \frac{d^{(r-1)}\sigma}{dt^{(r-1)}} = 0 \quad (5.54)$$

é uma superfície de deslizamento, contendo os modos deslizantes de ordem r . Dessa forma, o HOSM mantém as principais vantagens do SM clássico e mitiga os efeitos do *chattering* (PERRUQUETTI; BARBOT, 2002). Sob esse princípio, Levant (1993) introduziu os conceitos para os modos deslizantes de 2ª ordem e estabeleceu o algoritmo *super-twisting* (ST), dado por

$$\begin{aligned} u &= u_1 - h_1 |\sigma|^{\frac{1}{2}} \text{sign}(\sigma) \\ \frac{du_1}{dt} &= -h_2 \text{sign}(\sigma), \end{aligned} \quad (5.55)$$

em que h_1 e h_2 são ganhos que asseguram a convergência das trajetórias dos estados em tempo finito para um superfície $\sigma = \frac{d\sigma}{dt} = 0$, dispensando determinar $\frac{d\sigma}{dt}$. O algoritmo ST pode ser usado para projetar controladores, diferenciadores exatos robustos e observadores (LEVANT, 1998; FRIDMAN; MORENO; IRIARTE, 2012).

Dentre as soluções examinadas, pode ocorrer: (i) uma falha na condição de cruzamento da superfície de deslizamento a cada instante de amostragem ou (ii) um incremento na complexidade para implementar a função de atração u . Neste trabalho de tese, optou-se pelo algoritmo por modos deslizantes de 1ª ordem, usando a função sinal. Então, os dois itens mencionados são contornados; enquanto a eliminação de *chattering* resulta da metodologia proposta. A técnica para eliminar o *chattering* é compreendida pela Figura 5.8.

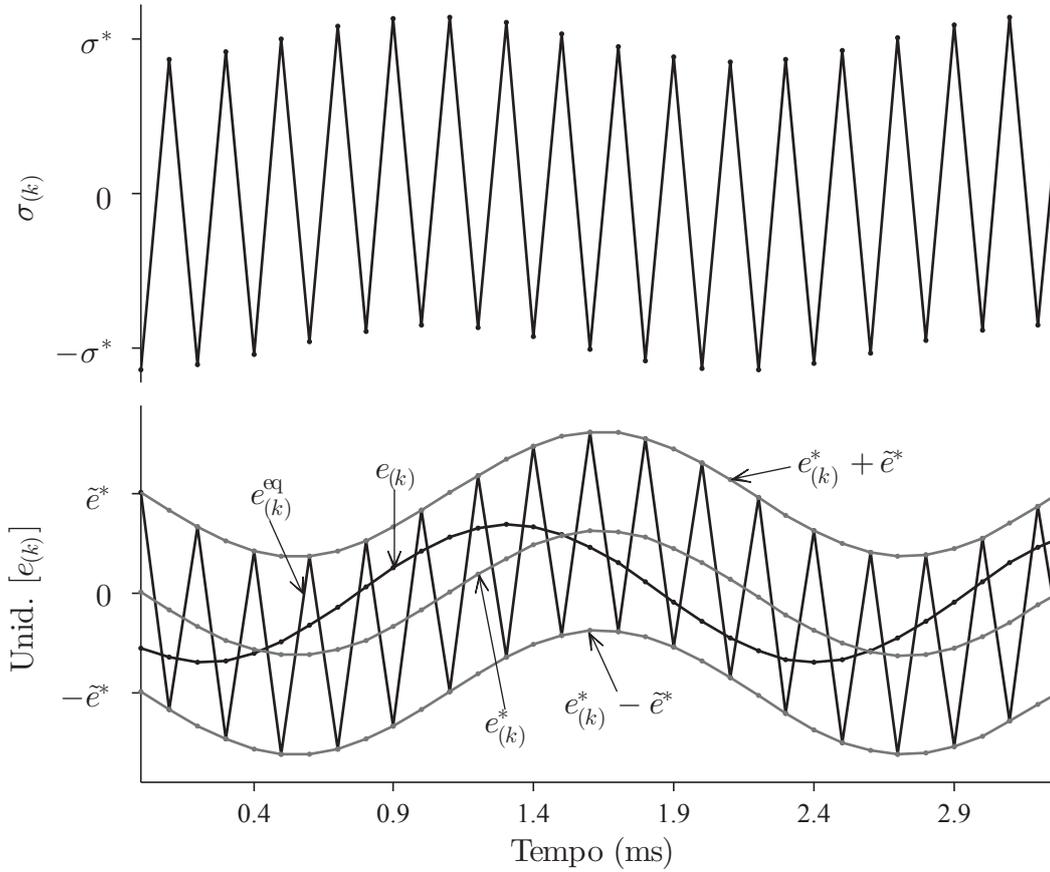


Figura 5.8 – Estratégia para eliminar o *chattering*.

Nessa análise, considera-se (5.19), (5.20), (5.21) e (5.24) sujeito a perturbações: $e(k)$ senoidal e $\varphi(k)$ nula. Conforme explicado pela Seção 4.3.4 e pela Figura 4.6, se a perturbação $e(k)$ é nula, então a amplitude do componente do *chattering*, na função de comutação $\sigma(k)$ e na EMF equivalente $e_{(k)}^{\text{eq}}$, correspondem aos valores do ponto fixo $(\sigma^*, \tilde{e}^*) = (x_1^*, x_2^*)$, determinados por (5.32) e (5.33). Por outro lado, se $e(k) \neq 0$, então $e_{(k)}^{\text{eq}}$ sofre uma alteração de amplitude e de fase, tal que seu componente fundamental $e_{(k)}^*$ é governado pela função de transferência (5.41). Assim, $e_{(k)}^{\text{eq}}$ descreve uma envoltória de amplitude igual a $2\tilde{e}^*$. Além disso, $\sigma(k)$ cruza a superfície de deslizamento, com sinal simétrico à $e_{(k)}^{\text{eq}}$, para cada instante de amostragem. Dessa forma, $e_{(k)}^{\text{eq}}$ pode ser escrita por

$$e_{(k)}^{\text{eq}} = e_{(k)}^* - \tilde{e}^* \text{sign}(\sigma(k)), \quad (5.56)$$

para o qual o componente fundamental é dado por

$$e_{(k)}^* = e_{(k)}^{\text{eq}} + \tilde{e}^* \text{sign}(\sigma(k)), \quad (5.57)$$

em que as demais variáveis são conhecidas, eliminando o componente de *chattering* existente na metade da frequência de amostragem. A técnica continua válida se $\varphi(k) \neq 0$, contudo $e_{(k)}^{\text{eq}}$ conterà informações das perturbações $e(k)$ e $\varphi(k)$. A Figura 5.9 mostra o

diagrama de blocos que representa o filtro de eliminação de *chattering* (CEF).

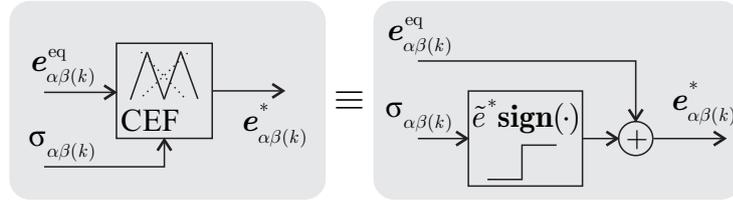


Figura 5.9 – Diagrama de blocos para a técnica de eliminação de *chattering*.

Diferentemente das outras soluções, a técnica de eliminação de *chattering* proposta vai ao encontro dos atributos DSM Gao, Wang e Homaifa (1995), é simples e evita um deslocamento de fase adicional provocado por um filtro passabaixa, como visto na Figura 4.2, no Capítulo 4. Na próxima seção, a posição estimada é obtida usando a EMF de referência $e_{\alpha\beta(k)}^*$.

5.3.6 Obtenção da posição rotórica estimada

Usualmente, a posição rotórica pode ser computada pela função arco-tangente, dada por

$$\theta_{e(k)}^* = \tan^{-1} \left(-\frac{e_{\alpha(k)}^*}{e_{\beta(k)}^*} \right). \quad (5.58)$$

Contudo, a existência de ruídos e harmônicas na EMF de referência podem prejudicar a estimativa da posição (MORALES-CAPORAL et al., 2013) (WANG; YANG; XU, 2013, 2013). Então, retentores de fase (PLL) (LINDSEY; CHIE, 1981; HSIEH; HUNG, 1996) podem usados para contornar esse problema. Neste trabalho de tese, implementa-se um PLL no domínio de tempo discreto, similar ao Harnefors e Nee (2000), dado por

$$\varepsilon(k) = \sin \left(\theta_{e(k)}^* - \hat{\theta}_{e1(k)} \right) \quad (5.59)$$

$$u(k) = k_i x(k) + k_p \varepsilon(k) \quad (5.60)$$

$$x(k+1) = x(k) + \varepsilon(k) \quad (5.61)$$

$$\hat{\theta}_{e1(k+1)} = \hat{\theta}_{e1(k)} + u(k), \quad (5.62)$$

em que k_i e k_p são os ganhos do PLL; $\hat{\theta}_{e1(k)}$ é uma estimativa da posição rotórica $\theta_{e(k)}^*$; $\varepsilon(k)$ é um erro de estimação não linear; $x(k)$ e $u(k)$ são o estado e a ação de controle do PLL. A Figura 5.10 mostra o diagrama de blocos do PLL.

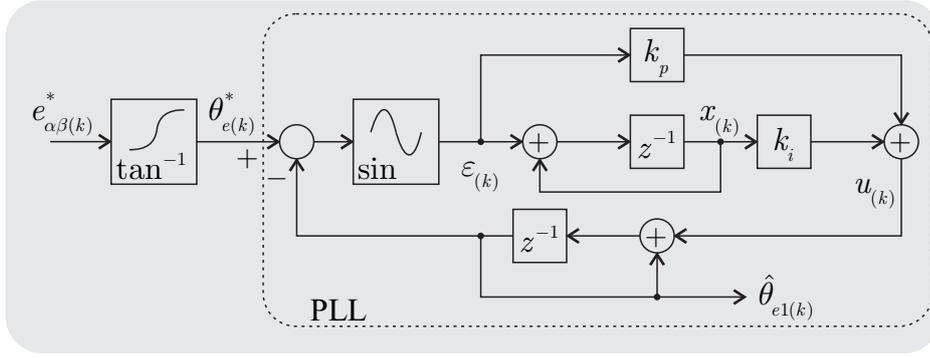


Figura 5.10 – Diagrama de blocos para o filtro retentor de fase.

Conforme (5.59) a (5.62), a função de transferência entre $\hat{\theta}_{e1(k)}$ e o erro não linear é dada por

$$\hat{\theta}_{e1(z)} = \frac{1}{z-1} \left(k_p + \frac{k_i}{z-1} \right) \varepsilon(z), \quad (5.63)$$

em que $\varepsilon(z) = \mathcal{Z} \left[\sin \left(\theta_{e(k)}^* - \hat{\theta}_{e1(k)} \right) \right]$. Considerando a expansão da função seno em série de Taylor e desprezando os termos de elevada ordem, pode-se assumir que

$$\varepsilon(k) \approx \theta_{e(k)}^* - \hat{\theta}_{e1(k)} \Rightarrow \varepsilon(z) \approx \theta_{e(z)}^* - \hat{\theta}_{e1(z)},$$

tal que (5.63) pode ser reescrita por

$$\frac{\hat{\theta}_{e1(z)}}{\theta_{e(z)}^*} = F_{\text{PLL}(z)} = \frac{k_p z + k_i - k_p}{z^2 + (k_p - 2)z + k_i - k_p + 1}. \quad (5.64)$$

A posição rotórica de referência $\theta_{e(k)}^*$ é um sinal crescente, que representa uma rampa, variando de 0 a 2π . Então, a função de transferência $F_{\text{PLL}(z)}$ possui erro de regime estacionário nulo quando submetido a $\theta_{e(k)}^*$, conforme o princípio do modelo interno e o Teorema do Valor Final (OGATA, 1995, 2003). Portanto, resta determinar os ganhos do PLL para especificar o desempenho transitório. Assim, o critério da banda passante é adotado, considerando a função de transferência linearizada (5.64), tal que

$$\left| F_{\text{PLL}(z)} \right|_{z=e^{jT_s\omega_b}} = -3 \quad [\text{dB}], \quad (5.65)$$

em que ω_b é a banda passante do PLL. A ferramenta de otimização PSO é usada para determinar os ganhos k_p e k_i . O pseudo-código segue o mesmo padrão daquele apresentado pela Figura 5.5. Ressalta-se que outras técnicas de projeto podem ser usadas, por exemplo, projeto por desigualdades matriciais lineares (BOYD et al., 1994).

Finalmente, a posição rotórica $\theta_{e(k)}$ (4.4) pode ser estimada por

$$\hat{\theta}_{e(k)} = \hat{\theta}_{e1(k)} - \phi_{(k)}^{\text{sm}} \Big|_{\omega_{(k)} = \hat{\omega}_{e(k)}}, \quad (5.66)$$

em que $\phi_{(k)}^{\text{sm}}$ compensa o deslocamento de fase, provocado pelo observador de corrente

IDSMS (5.7), e $\hat{\omega}_{e(k)}$ denota a velocidade rotórica estimada, que é contemplada na seção seguinte.

5.3.7 Diferenciador robusto por modos deslizantes discretos

Na seção anterior, a posição rotórica é estimada por um PLL. Então, uma estimativa da velocidade rotórica ω_e pode ser obtida pela ação de controle $u_{(k)}$, o qual é filtrado para remover os ruídos provenientes da posição rotórica de referência $\theta_{e(k)}^*$. Outra alternativa consiste, todavia, em diferenciadores robustos, que oferecem uma boa relação entre precisão e imunidade para ruídos (BARTOLINI et al., 2003; CORRADINI et al., 2012). Dessa forma, a metodologia de projeto para observador IDSMS é usada para propor um diferenciador robusto para estimar a velocidade rotórica ω_e .

Inicialmente, o comportamento dinâmico da posição rotórica (5.6) é reescrito por

$$\theta_{e(k+1)} = \theta_{e(k)} + \omega_{e(k)} + \varphi_{(k)}, \quad (5.67)$$

em que $\varphi_{(k)}$ denota o termo $\mathcal{O}(T_s^2)$, e $\omega_{e(k)}$ é uma variável auxiliar, que corresponde à $T_s\omega_{e(k)}$ também denominada de velocidade rotórica, para fazer uma economia de notação.

Seja um observador de posição DSM proposto por

$$\theta_{e(k+1)}^{\text{sm}} = \theta_{e(k)}^{\text{sm}} + u_{(k)}, \quad (5.68)$$

em que $\theta_{e(k)}^{\text{sm}}$ é uma estimativa da posição rotórica, cujo expoente *sm* indica *Sliding Mode*, e $u_{(k)}$ é uma função de atração, para uma superfície de deslizamento, dada por

$$u_{(k)} = u_{(k)}^{\text{eq}} + u_{(k)}^{\text{sm}}, \quad (5.69)$$

em que $u_{(k)}^{\text{eq}}$ é obtido pela condição de controle equivalente (4.9), e $u_{(k)}^{\text{sm}}$ é designado para compensar o termo $\varphi_{(k)}$. O erro de estimação de posição $\tilde{\theta}_{e(k)}$ é definido por

$$\tilde{\theta}_{e(k)} = \theta_{e(k)}^{\text{sm}} - \theta_{e(k)}, \quad (5.70)$$

tal que uma função de comutação pode ser estabelecida por

$$\sigma_{(k)} = \tilde{\theta}_{e(k)}. \quad (5.71)$$

O lema a seguir estabelece a função equivalente $u_{(k)}^{\text{eq}}$, em que o termo $\varphi_{(k)}$ é desprezado.

Lema 5.3.2. *Seja o observador de posição (5.68) sujeito à função de atração (5.69) e à função de comutação definida por (5.71). Se a função equivalente $u_{(k)}^{\text{eq}}$ é dada por*

$$u_{(k)}^{\text{eq}} = \omega_{e(k)} - \sigma_{(k)}, \quad (5.72)$$

então a função de comutação no instante $k + 1$ é nula, isto é, $\sigma_{(k+1)} = 0$, pela condição (4.9), desprezando o termo $\varphi_{(k)}$. \diamond

Prova. Considera-se que $\varphi_{(k)} = 0$, então o comportamento dinâmico do erro de estimação de posição é obtido, pela diferença entre (5.68) e (5.67), por

$$\tilde{\theta}_{e(k+1)} = \tilde{\theta}_{e(k)} - \omega_{e(k)} + u_{(k)} \quad (5.73)$$

em que $\tilde{\theta}_{e(k)}$ é dada por (5.70). No instante $k + 1$, a função de comutação (5.71) é dada por

$$\sigma_{(k+1)} = \tilde{\theta}_{e(k+1)}, \quad (5.74)$$

resultando em

$$\sigma_{(k+1)} = \sigma_{(k)} - \omega_{e(k)} + u_{(k)}. \quad (5.75)$$

Portanto, a condição (4.9) e a função equivalente (5.72) implicam $\sigma_{(k+1)} = 0$. \blacksquare

A variável $\omega_{e(k)}$ é desconhecida. Logo, em uma implementação prática, a função equivalente é dada por

$$u_{(k)}^{\text{eq}} = \omega_{e(k)}^{\text{eq}} - \sigma_{(k)}, \quad (5.76)$$

em que $\omega_{e(k)}^{\text{eq}}$ é uma estimativa de $\omega_{e(k)}$. Para compensar a perturbação $\varphi_{(k)}$, a função forçante é definida, similarmente à (5.21), por

$$u_{(k)}^{\text{sm}} = -h_1 \sigma_{(k)} - h_2 \text{sign}(\sigma_{(k)}), \quad (5.77)$$

em que h_1 e h_2 são ganhos constantes. Por sua vez, o comportamento dinâmico para a velocidade estimada $\omega_{e(k)}^{\text{eq}}$ é proposto, usando os princípios estabelecidos na Seção 5.3.2, por

$$\omega_{e(k+1)}^{\text{eq}} = \omega_{e(k)}^{\text{eq}} + h_3 \sigma_{(k)} + h_4 \text{sign}(\sigma_{(k)}), \quad (5.78)$$

em que h_3 e h_4 são os ganhos. Agora, os componentes de *chattering* em $\omega_{e(k)}^{\text{eq}}$ são removidos por um filtro de eliminação de *chattering* (CEF), ajustado para o ponto fixo adequado, conforme descrito na Seção 5.3.5. Então, o componente fundamental de $\omega_{e(k)}^{\text{eq}}$ é multiplicado pela frequência de amostragem f_s , fornecendo a velocidade rotórica estimada $\hat{\omega}_{e(k)}$.

Em uma aplicação sem sensores mecânicos, a posição rotórica é indisponível. Nesse caso, uma estimativa dela deve ser usada como sinal de entrada para o diferenciador robusto DSM. Aqui, usa-se a posição rotórica estimada $\hat{\theta}_{e1(k)}$, obtida pelo PLL descrito na Seção 5.3.6. A Figura 5.11 mostra o diagrama de blocos do diferenciador robusto proposto, contemplando a posição rotórica estimada $\hat{\theta}_{e(k)}$ (5.66).

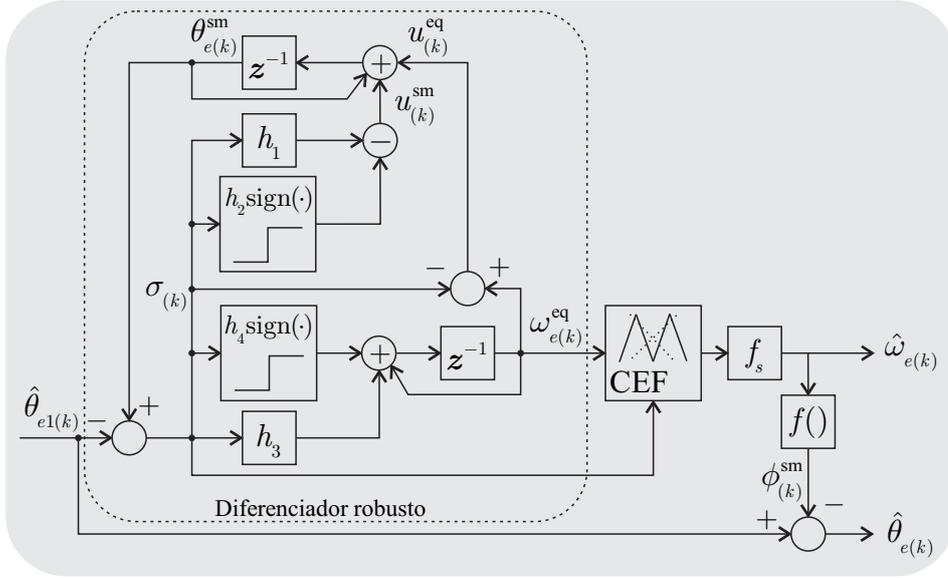


Figura 5.11 – Diagrama de blocos do diferenciador robusto por modos deslizantes.

Para projetar e para analisar a estabilidade do diferenciador proposto, os procedimentos realizados para o observador de corrente IDSM (5.7) devem ser desenvolvidos. Dessa forma, o comportamento dinâmico que governa o diferenciador é dado por

$$\begin{bmatrix} \sigma_{(k+1)} \\ \tilde{\omega}_{e(k+1)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -h_1 & -1 \\ h_3 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_{(k)} \\ \tilde{\omega}_{e(k)} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -h_2 & 0 & 1 \\ h_4 & 1 - q & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \text{sign}(\sigma_{(k)}) \\ \omega_{e(k)} \\ \varphi_{(k)} \end{bmatrix}, \quad (5.79)$$

sendo obtido por (5.69) e (5.75) a (5.78), em que $\tilde{\omega}_{e(k)} = \omega_{e(k)}^{eq} - \omega_{e(k)}$ é o erro de estimação de velocidade. Nota-se que (5.79) possui a mesma estrutura de (5.26), logo a abordagem proposta na Seção 5.3.3 e o pseudo-código da Figura 5.5 podem ser usados para analisar a estabilidade e para projetar o diferenciador.

As considerações finais são apresentadas na seção seguinte.

5.4 Considerações finais

Neste capítulo, um observador de posição e de velocidade foi proposto em tempo discreto, composto por: (i) um observador de corrente por modos deslizantes integral, (ii) um retentor de fase e (iii) um diferenciador robusto. O primeiro forneceu uma estimativa da força eletromotriz, que continha a informação da posição rotórica. O segundo usou essa informação para estimar a posição rotórica. O terceiro computou a velocidade rotórica e compensou o deslocamento de fase na posição rotórica, provocado pelo primeiro.

Os itens (i) ao (vii), destacados na Seção 4.4, motivaram a propor o observador de posição e de velocidade deste capítulo. Segue abaixo uma avaliação de cada item.

Item (i) – A Seção 5.2.1 apresentou o modelo dinâmico do PMSG, considerando as incertezas paramétricas. Esse modelo foi, então, discretizado, e as perturbações foram identificadas.

Item (ii) – A Seção 5.3.1 abordou um observador de corrente DSM, cuja função de comutação possuiu um componente integral, que contornou a limitação do modo de aproximação, em relação à técnica clássica dos modos deslizantes (UTKIN; GULDNER; SHIJUN, 1999).

Item (iii) – A Seção 5.3.2 estabeleceu uma alternativa para tornar o sistema comutado linear (5.26) independente dos parâmetros do gerador. Essa dependência adveio da equação de diferenças que regia a EMF equivalente. Como resultado, os valores dos ganhos do sistema linear comutado (5.26), que procederam do observador de corrente DSM, permaneceram inalterados, independente dos valores dos parâmetros de um gerador.

Item (iv) – A Seção 5.3.4 tratou do projeto do observador de corrente DSM como um problema de otimização e solucionou-o por meio da técnica de otimização por enxame de partículas (PSO). Assim, os ganhos do observador foram determinados em uma única etapa. Além disso, o critério de projeto foi modificado. No Capítulo 4, o objetivo foi reduzir a amplitude máxima do *chattering*. Vale salientar que quaisquer técnicas de otimização podiam ser usadas para projetar o observador. Aqui, a técnica de PSO foi adotada por sua simplicidade. No capítulo atual, o foco foi determinar a banda passante para a função de transferência que relacionava a EMF equivalente com a real. Desse modo, o observador de corrente também atuou como um filtro passabaixa.

Item (v) – A Seção 5.3.5 descreveu a técnica de eliminação de *chattering*, o qual foi proposto um filtro de eliminação de *chattering* (CEF). Esse filtro removeu a amplitude do *chattering*, por meio da subtração do ponto fixo do sinal a ser filtrado com o sinal da função de comutação. A técnica resultou da metodologia de projeto. O CEF mostrou ter um ganho unitário e um desvio de fase nulo para toda uma faixa de frequência, exceto para àquela do *chattering*. Na Seção 5.3.6, um PLL foi, então, usado para melhorar a estimativa da posição.

Item (vi) e (vii) – A Seção 5.3.7 extrapolou os conceitos apresentados para propor um diferenciador robusto, para estimar a velocidade rotórica usando a posição rotórica estimada. Dessa forma, foi desnecessário assumir que a velocidade era constante além de quaisquer hipóteses para a EMF.

Finalizando, a metodologia abordada neste capítulo foi uma evolução daquela abordada no Capítulo 4. No capítulo seguinte, o controlador de corrente será abordado, para ser usado com os dois observadores de posição e velocidade rotórica propostos.

6 CONTROLE VETORIAL DO PMSG

6.1 Introdução

Este capítulo aborda um controlador de corrente para um PMSG, descrito em espaço de estados, considerando o modelo síncrono dq com referencial no fluxo magnético. Duas características são assumidas: (i) os efeitos de sobrecarga dos estados do controlador, que qualifica o efeito dito *windup*, e (ii) o atraso computacional. Ressalta-se que duas abordagens podem ser discutidas aqui. Por um lado, se os termos de acoplamento do modelo síncrono são desprezados, então pode-se projetar um controlador do tipo entrada e saída únicas (SISO); por outro, se os termos são mantidos, pode-se sintetizar um controlador de entradas e saídas múltiplas (MIMO) por meio de desigualdades matriciais lineares (LMI), como descrito pelo Apêndice F. O controlador de corrente tratado é usado em conjunto com os observadores de posição e de velocidade rotóricas propostos nesta tese.

O capítulo é organizado como segue. A Seção 6.2 estabelece o modelo dinâmico no domínio de tempo discreto para designar um controlador. A Seção 6.3 define a estrutura do controlador e desenvolve um procedimento para o seu projeto. A Seção 6.4 apresenta as considerações finais do capítulo.

6.2 Considerações iniciais

No Capítulo 2, o comportamento dinâmico das correntes síncronas dq do PMSG é obtido por meio da transformada de Park, dado por

$$\frac{d\mathbf{i}_{dq}}{dt} = \begin{bmatrix} -\frac{R_s}{L_d} & \omega_e \frac{L_q}{L_d} \\ -\omega_e \frac{L_d}{L_q} & -\frac{R_s}{L_q} \end{bmatrix} \mathbf{i}_{dq} + \begin{bmatrix} \frac{1}{L_d} & 0 \\ 0 & \frac{1}{L_q} \end{bmatrix} \mathbf{v}_{dq} - \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{\psi_{pm}}{L_q} \end{bmatrix} \omega_e. \quad (6.1)$$

A Figura 6.1 mostra o diagrama de bloco para o modelo síncrono (6.1).

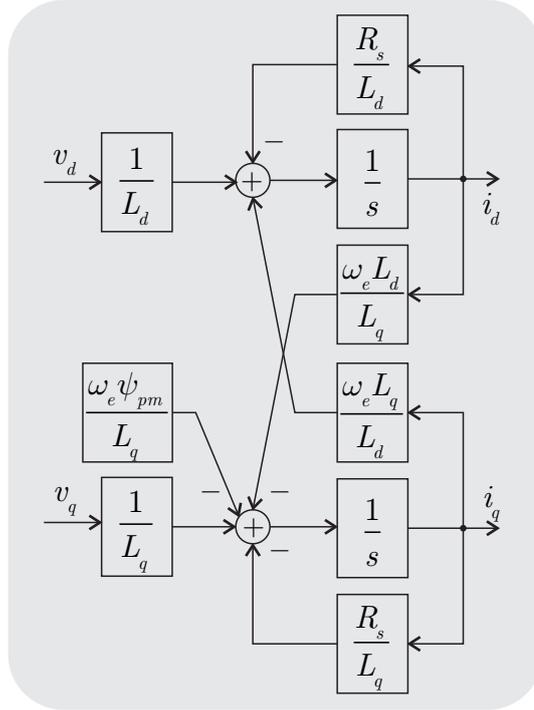


Figura 6.1 – Diagrama de blocos do modelo síncrono dq do PMSG.

Para o regime permanente, os componentes de eixos dq desse modelo são grandezas constantes no domínio do tempo, permitindo regular as correntes síncronas por meio de controladores clássicos, por exemplo, por um controlador do tipo proporcional-integral (PI).

Assume-se que

$$\mathbf{\Phi} = \begin{bmatrix} -\frac{R_s}{L_d} & \omega_e \frac{L_q}{L_d} \\ -\omega_e \frac{L_d}{L_q} & -\frac{R_s}{L_q} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{\Gamma} = \begin{bmatrix} \frac{1}{L_d} & 0 \\ 0 & \frac{1}{L_q} \end{bmatrix}$$

são as matrizes do modelo síncrono (6.1) no domínio de tempo contínuo, tal que o referido modelo pode ser reescrito por

$$\frac{d\mathbf{i}_{dq}}{dt} = \mathbf{\Phi}\mathbf{i}_{dq} + \mathbf{\Gamma}\mathbf{v}_{dq} - \mathbf{\Gamma}\mathbf{e}_{dq} \quad (6.2)$$

em que $\mathbf{e}_{dq} = [0 \ \psi_{pm}\omega_e]^T$. Então, o comportamento dinâmico que rege as correntes síncronas no domínio de tempo discreto pode ser dado por

$$\mathbf{i}_{dq(k+1)} = \mathbf{A}\mathbf{i}_{dq(k)} + \mathbf{B}\mathbf{v}_{dq(k)} - \mathbf{B}\mathbf{e}_{dq(k)} \quad (6.3)$$

sendo obtido discretizando (6.2) por ZOH, em que as matrizes são

$$\mathbf{A} = e^{\mathbf{\Phi}T_s}, \quad \mathbf{B} = \int_0^{T_s} e^{\mathbf{\Phi}\tau}\mathbf{\Gamma}d\tau$$

e T_s é o período de amostragem.

Na próxima seção, o controlador de corrente e o método de projeto são abordados considerando o domínio de tempo discreto.

6.3 Controlador vetorial de corrente

Um controlador PI é adotado para regular as correntes do PMSG. Duas modificações são, entretanto, adicionadas para compensar: (i) os efeitos de sobrecarga dos estados dos controladores (*windup*) e (ii) o atraso computacional. O primeiro pode ser entendido por uma incoerência entre os estados e as saídas de um controlador, quando as saídas saturam, podendo ocasionar a instabilidade de um sistema dinâmico (KOTHARE et al., 1994). O segundo é provocado tanto pelos conversores analógicos-digitais quanto pelos cálculos computacionais executados, por exemplo, por um DSP. A Figura 6.2 mostra a relação entre o sinal de entrada v de um sistema e a saída u de um controlador. O atraso corresponde a um período de amostragem. Então, a saída u determinada no instante $k-1$ é aplicada no sistema no instante k para conduzir $v_{(k)} \rightarrow v_{(k+1)}$.

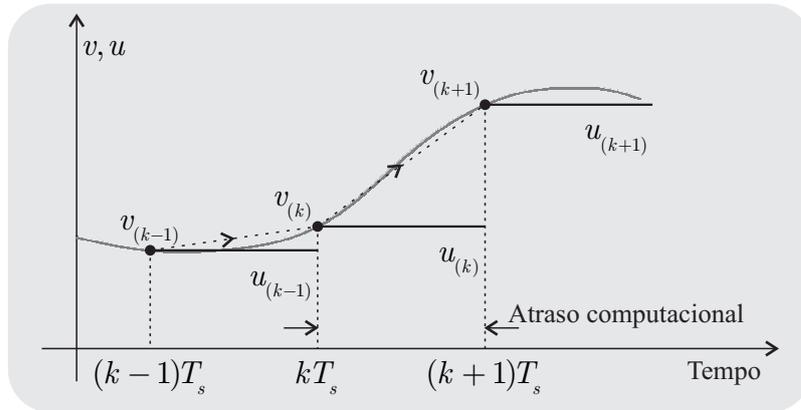


Figura 6.2 – Atraso computacional.

Para atender as características mencionadas, o controlador de corrente é definido no domínio de tempo discreto por

$$\mathbf{x}_{c(k+1)} = \mathbf{x}_{c(k)} + \tilde{\mathbf{i}}_{dq(k)} - \mathbf{k}_w (\mathbf{u}_{dq(k)} - \mathbf{u}_{dq(k)}^L) \quad (6.4)$$

$$\mathbf{v}_{dq(k+1)} = \mathbf{u}_{dq(k)}^L \quad (6.5)$$

$$\mathbf{u}_{dq(k)}^L = \text{sat} \left(\mathbf{k}_p \tilde{\mathbf{i}}_{dq(k)} + \mathbf{k}_i \mathbf{x}_{c(k)} + \mathbf{k}_u \mathbf{v}_{dq(k)} \right) \quad (6.6)$$

em que $\mathbf{x}_{c(k)} = [x_{d(k)} \ x_{q(k)}]^T$ é o vetor de estados do controlador em coordenadas síncronas, associado à ação integral; \mathbf{k}_i , \mathbf{k}_p , \mathbf{k}_u e \mathbf{k}_w são matrizes diagonais que indicam os ganhos integral, proporcional, de atraso e de anti-*windup*; o sobrescrito L denota vetor

limitado;

$$\tilde{\mathbf{i}}_{dq(k)} = \mathbf{i}_{dq(k)}^* - \mathbf{i}_{dq(k)} \quad (6.7)$$

indica o erro de regulação de corrente; $\mathbf{u}_{dq(k)}$ é a saída do controlador, e $\mathbf{v}_{dq(k)}$ denota a ação de controle. A função saturação é definida por

$$\text{sat}(\mathbf{u}_{dq(k)}) = \begin{cases} \mathbf{u}_{dq(k)}, & \text{se } \|\mathbf{u}_{dq(k)}\| \leq v_{\max}; \\ \frac{v_{\max}}{\|\mathbf{u}_{dq(k)}\|} \mathbf{u}_{dq(k)}, & \text{se } \|\mathbf{u}_{dq(k)}\| > v_{\max} \end{cases} \quad (6.8)$$

em que v_{\max} é a tensão máxima do barramento CC disponível pelo conversor PWM. A Figura 6.3 mostra um diagrama de blocos simplificado do controlador.

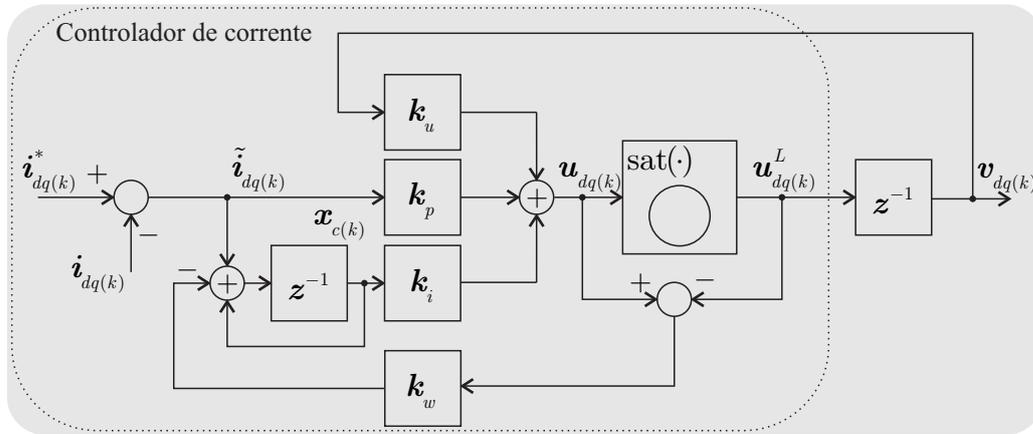


Figura 6.3 – Controlador de corrente PI com ação anti-*windup* e compensação do atraso da ação de controle, em que $\mathbf{v}_{dq(k+1)} = \mathbf{u}_{dq(k)}^L$.

A seguir, um procedimento para projetar o controlador (6.4) – (6.6) é fornecido.

6.3.1 Procedimento de projeto

O projeto do controlador é desenvolvido em espaço de estados. Além disso, considera-se que o vetor de referência de corrente é constante e a ação de controle $\mathbf{v}_{dq(k)}$ permanece na região linear, ou seja, $\mathbf{i}_{dq(k+1)}^* = \mathbf{i}_{dq(k)}^*$ e $\mathbf{u}_{dq(k)}^L = \mathbf{u}_{dq(k)}$. Então, a equação de diferenças (6.3) pode ser escrita em função do erro de regulação, dada por

$$\tilde{\mathbf{i}}_{dq(k+1)} = \mathbf{A}\tilde{\mathbf{i}}_{dq(k)} - \mathbf{B}\mathbf{v}_{dq(k)} + \mathbf{B}\mathbf{e}_{dq(k)} + (\mathbf{I} - \mathbf{A})\mathbf{i}_{dq(k)}^*. \quad (6.9)$$

O último termo do lado direito da igualdade é uma entrada constante exógena, logo ele pode ser omitido. Assim, a expressão (6.9) torna-se em

$$\tilde{\mathbf{i}}_{dq(k+1)} = \mathbf{A}\tilde{\mathbf{i}}_{dq(k)} - \mathbf{B}\mathbf{v}_{dq(k)} + \mathbf{B}\mathbf{e}_{dq(k)}. \quad (6.10)$$

Se o controlador opera na região linear, ele pode ser dado por

$$\mathbf{x}_{c(k+1)} = \mathbf{x}_{c(k)} + \tilde{\mathbf{i}}_{dq(k)} \quad (6.11)$$

$$\mathbf{v}_{dq(k+1)} = \mathbf{u}_{dq(k)} \quad (6.12)$$

$$\mathbf{u}_{dq(k)} = \mathbf{k}_p \tilde{\mathbf{i}}_{dq(k)} + \mathbf{k}_i \mathbf{x}_{c(k)} + \mathbf{k}_u \mathbf{v}_{dq(k)}. \quad (6.13)$$

Portanto, um sistema dinâmico de ordem aumentada pode ser designado por

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\xi}_{(k+1)} &= \mathbf{A}_{ol} \boldsymbol{\xi}_{(k)} + \mathbf{B}_{ol} \mathbf{u}_{dq(k)} + \mathbf{E}_{ol} \mathbf{e}_{dq(k)} \\ \mathbf{u}_{dq(k)} &= -\mathbf{K} \boldsymbol{\xi}_{(k)} \end{aligned} \quad (6.14)$$

no qual $\boldsymbol{\xi}_{(k)} = [\tilde{\mathbf{i}}_{dq(k)}^T \quad \mathbf{x}_{c(k)}^T \quad \mathbf{v}_{dq(k)}^T]^T$ denota o vetor de estados aumentados e as matrizes de ordem aumentada \mathbf{A}_{ol} , \mathbf{B}_{ol} , \mathbf{E}_{ol} e \mathbf{K} são determinadas por

$$\begin{aligned} \mathbf{A}_{ol} &= \begin{bmatrix} \mathbf{A} & \mathbf{0} & -\mathbf{B} \\ \mathbf{I} & \mathbf{I} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{bmatrix}, & \mathbf{E}_{ol} &= [\mathbf{B}^T \quad \mathbf{0} \quad \mathbf{0}]^T \text{ e} \\ \mathbf{B}_{ol} &= [\mathbf{0} \quad \mathbf{0} \quad \mathbf{I}]^T, & \mathbf{K} &= -[\mathbf{k}_p \quad \mathbf{k}_i \quad \mathbf{k}_u]. \end{aligned}$$

tal que o sistema de ordem aumentada em malha fechada pode ser descrito por

$$\boldsymbol{\xi}_{(k+1)} = (\mathbf{A}_{ol} - \mathbf{B}_{ol} \mathbf{K}) \boldsymbol{\xi}_{(k)} + \mathbf{E}_{ol} \mathbf{e}_{dq(k)} \quad (6.15)$$

que será estável se os polos da matriz $\mathbf{A}_{ol} - \mathbf{B}_{ol} \mathbf{K}$ estiverem contidos em um círculo de raio unitário, os quais podem ser alocados mediante a matriz de ganhos \mathbf{K} .

Diversas técnicas podem ser usadas para computar a matriz de ganhos \mathbf{K} . O Apêndice F explana sobre duas metodologias baseadas em LMIs usando os critérios de desempenho de: (i) norma \mathcal{H}_∞ ou ganho RMS e (ii) passividade. Outras técnicas podem ser: alocação de polos e reguladores quadráticos ótimos (OGATA, 1995, Capítulos 6 e 8). O projeto do ganho anti-*windup* \mathbf{k}_w pode ser desenvolvido por retroação de estados, resultando em $\mathbf{k}_w = \mathbf{k}_i^{-1}$ (MARCH; TURNER, 2009). Em outra alternativa, Silva J.M.G. e Tarbouriech (2005) projetam o controlador e o ganho anti-*windup* para expandir a região de estabilidade para sistemas lineares com saturação na entrada usando LMI. Ressalta-se que estas técnicas representam apenas algumas possibilidades dentro da teoria de controle.

Na seção seguinte, as considerações finais são apresentadas.

6.4 Considerações finais

Neste capítulo, um controlador de corrente com ação anti-*windup* e com compensação de atraso na ação de controle foi elaborado no domínio de tempo discreto para adequar-se aos observadores de posição e velocidade rotórica propostos nos capítulos anteriores. Inicialmente, a Seção 6.2 estabeleceu o modelo dinâmico MIMO. Em seguida, a Seção 6.3 definiu qual era o controlador e como projetá-lo. Nesse caso, o atraso de uma amostra foi considerado para descrever a técnica de projeto. Outro método, contudo, era determinar e compensar o tempo de atraso provocado pelo: conversor analógico-digital, cálculo computacional e atuador. Aqui, a primeira opção foi satisfatória para validar os observadores *sensorless* propostos.

Ressalta-se que o modelo do PMSG adotado foi MIMO e acoplado, como mostrou a Figura 6.1. Os termos de acoplamento aumentam proporcionalmente com a velocidade rotórica. Então, as correntes estatóricas em eixos síncronos e a velocidade rotórica medida ou estimada são comumente usadas para computar os termos de acoplamento, compensando-os na ação de controle, para mitigar os efeitos deles. Nesse caso, entretanto, o desempenho do controlador depende dos parâmetros da máquina (JUNG; NAM, 1999). Para contornar esse problema, um controlador robusto ou um observador de perturbações pode ser projetado. Essa abordagem, contudo, excede o escopo deste trabalho. Dessa forma, esses termos foram simplesmente desprezados, além de um PMSG ser assumido de polos não salientes. Assim, dois sistemas dinâmicos SISO, desacoplados e equivalentes compuseram o modelo dinâmico (6.3). Como resultado, foi necessário apenas projetar um controlador para um sistema SISO. Os controladores projetados dessa maneira são simples, capazes de assegurar a estabilidade e independentes dos parâmetros do PMSG. Portanto, eles atendem ao propósito desta tese.

Finalmente, os resultados experimentais serão obtidos e mostrados na seção seguinte.

7 RESULTADOS EXPERIMENTAIS

7.1 Introdução

Este capítulo apresenta os resultados experimentais para validar a análise teórica e para demonstrar o desempenho dos esquemas de controle *sensorless* propostos. Os resultados são obtidos por meio da plataforma para ensaios experimentais descrita no Apêndice C, que emula um sistema de conversão de energia eólica de pequeno porte. Inicialmente, os esquemas propostos são extensivamente comparados. Em seguida, resultados experimentais para estruturas clássicas de observadores por modos deslizantes são apresentados e comparados com aqueles propostos nesta tese. Por fim, uma análise experimental é efetuada para avaliar a susceptibilidade para as incertezas paramétricas.

O capítulo é estruturado como segue. A Seção 7.2 descreve as considerações iniciais para obter os resultados. A Seção 7.3 compara os resultados entre os observadores propostos. As Seções 7.4.1 e 7.4.2 avaliam os resultados para os observadores proposto por Yan e Utkin (2002) e por Foo e Rahman (2010b) em relação àqueles propostos neste trabalho de tese. A Seção 7.5 examina os resultados para sensibilidade paramétrica. Por fim, a Seção 7.6 relata as considerações finais.

7.2 Considerações iniciais

Os resultados experimentais a seguir são obtidos na plataforma para ensaios experimentais descrita no Apêndice C, para emular um sistema de conversão de energia eólica (WECS), cujos parâmetros do gerador são mostrados na Tabela C.1. A Figura 7.1 mostra o diagrama de blocos do controlador *sensorless* proposto. A Figura C.2 mostra as imagens da plataforma; enquanto a Figura C.3 exhibe o diagrama de blocos completo para a plataforma experimental.

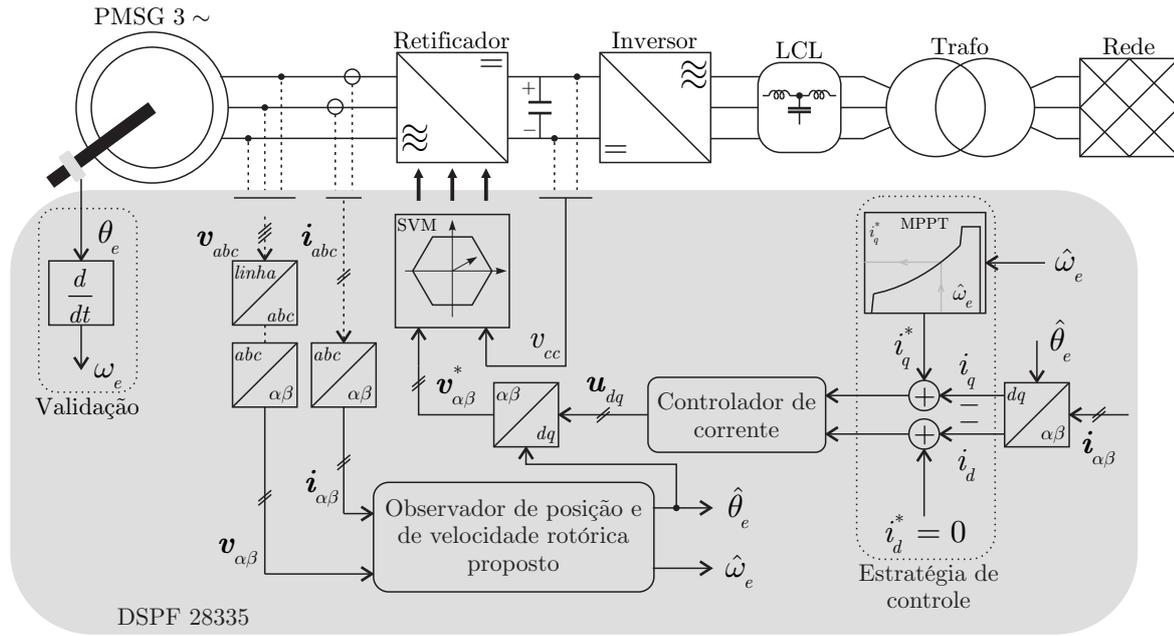


Figura 7.1 – Diagrama de blocos para o controlador *sensorless*.

A estratégia de controle para corrente de eixo d nula, isto é, $i_d^* = 0$, é usada para validar o esquema de controle proposto. Essa estratégia lineariza o conjugado eletromecânico (2.52) em relação à corrente i_q . Assim, para obter a maximização de eficiência aerodinâmica, a referência de corrente de eixo q pode ser determinada pelo controle de conjugado, dada por

$$i_{q(k)}^* = k_{\text{opt}} \hat{\omega}_m^2(k), \quad (7.1)$$

para rastrear o ponto de máxima potência da turbina eólica, emulando um WECS, conforme apresentado no Apêndice B, em que k_{opt} é a constante ótima de corrente, dada por

$$k_{\text{opt}} = K_{t_{\text{opt}}} \left(\frac{3 N_p}{2} \psi_{pm} \right)^{-1}, \quad (7.2)$$

e $\hat{\omega}_m$ denota a velocidade mecânica estimada, dada por

$$\hat{\omega}_m(k) = \frac{2}{N_p} \hat{\omega}_e(k), \quad (7.3)$$

em que N_p é o número de polos, ψ_{pm} denota o fluxo magnético e $K_{t_{\text{opt}}}$ é a constante ótima de conjugado, cujo valor é dado na Tabela B.3. Após substituir os valores pertinentes, obtém-se $k_{\text{opt}} = 6,84 \text{ mA} / \left(\frac{\text{rad}}{\text{s}} \right)^2$. Por esse método, a potência gerada P_g é diretamente proporcional a $i_q^{\frac{3}{2}}$, portanto por meio de i_q pode-se inferir sobre P_g .

Neste capítulo, os observadores de posição e de velocidade rotóricas propostos nos Capítulos 4 e 5 são nomeados por observadores *Sensorless* 1 e 2; enquanto os observadores de corrente deles são nomeados por Observador 1 e 2. Os *Sensorless* 1 e 2 são projetados

conforme os pseudo-códigos descritos nas Figuras 4.8 e 5.5, cujos ganhos são apresentados na Tabela 7.1.

Tabela 7.1 – Ganhos para os observadores e diferenciador DSM.

	h_1	h_2	h_3	h_4	h_5	γ
Observador 1	1,845	252,000	1176,000	200,000	0,009	10,
Observador 2	0,275	4864,395	0,382	1092,011	—	—
Diferenciador	-0,944	-0,678	3,402	-2,333	—	—

Para o Observador 1, h_3 e h_4 entende-se ω_{cut} e ω_o [Hz].

As Figuras 4.9 e 5.6 mostram a resposta em frequência para os Observadores 1 e 2. A Tabela 7.2 exhibe os valores máximos e o valor do ponto fixo para: (i) a função de comutação e (ii) as variáveis estimadas, considerando os Observadores 1, 2 e o diferenciador projetados pela metodologia proposta; e \tilde{i}^* é determinado segundo o Apêndice D.

Tabela 7.2 – Valores do ponto fixo e máximo para as estruturas por DSM.

	σ_{max}	σ^*	\tilde{e}_{max}	\tilde{e}^*	\tilde{i}^*
Observador 1	966,565	785,132	1431,250	-915,625	63,365
Observador 2	4819,804	4714,852	1597,341	-1447,125	383,314
Diferenciador	1,750	1,750	1,771	1,760	1,750

Para o diferenciador, \tilde{e}_{max} , \tilde{e}^* e \tilde{i}^* entende-se $\tilde{\omega}_{e\text{max}}$, $\tilde{\omega}_e^*$ e $\tilde{\theta}_e^*$.

O PLL contido no *Sensorless 2* é sintonizado para uma banda passante igual a 125 Hz. O controlador de corrente é projetado pelo método do regulador quadrático linear (LQR), considerando o sistema dinâmico de ordem aumentada (6.14). A Tabela 7.3 revela os ganhos deles.

Tabela 7.3 – Ganhos do controlador de corrente e do PLL do *Sensorless 2*.

	k_p	k_i	k_w	k_u
Controlador	1,880	0,099	10,068	-0,097
PLL	752,700	3223,529	—	—

Conforme exposto no Apêndice C, a técnica de modulação vetorial é adotada para fornecer os sinais de comando para os interruptores semicondutores em uma frequência

de comutação de 5 kHz, resultando em uma frequência de amostragem de 10 kHz. Para validar os observadores, um sensor de posição é usado, que prover a velocidade rotórica (C.5), e o barramento CC é igual a 525V.

Para atestar o desempenho do *Sensorless* 1 e 2, eles são comparados com os observadores de posição propostos por Yan e Utkin (2002) e por Foo e Rahman (2010b). Esses são denominados por observadores de: Yan-Utkin e Modelo-híbrido, que são projetados no Capítulo 3 e no Apêndice E, no domínio de tempo contínuo. Aqui, eles são discretizados pelo método de Euler e implementados assumindo os parâmetros nominais. Para o observador de Yan-Utkin, três situações são avaliadas em relação à função de atração, usando: a função sinal com e sem realimentação da EMF estimada e uma função sigmoide. A Tabela 7.4 mostra os ganhos adotados para esses observadores.

Tabela 7.4 – Ganhos dos observadores de Yan-Utkin e de Modelo-híbrido.

Observador de	h_2	h_5	k
Yan-Utkin sinal	300	0,12	—
Yan-Utkin sinal+EMF	200	0,12	—
Yan-Utkin sigmoide	300	0,12	0,050
Modelo-híbrido	—	—	0,00123

Para o observador de Yan-Utkin sigmoide, o ganho k é a constante de tempo da função sigmoide (5.48).

Exceto para o *Sensorless* 2, um LPF é usado para atenuar os ruídos na velocidade estimada, cuja banda passante é 25 Hz. Todos os resultados experimentais, salvo quando mencionado, são obtidos visando um sistema de conversão de energia eólica de pequeno porte, de modo que a potência gerada é injetada na rede elétrica, por meio de conversores PWM. Os resultados experimentais são discutidos nas próximas seções.

7.3 Comparação entre observadores DSM propostos

Nesta seção, os resultados experimentais concernem ao *Sensorless* 1 e 2. As Figuras 7.2 a 7.5 demonstram o desempenho de regime permanente para o *Sensorless* 1, para as velocidades mecânicas: 5, 50, 400 e 800 rpm. Elas mostram os valores reais e estimados para: a posição rotórica θ_e e a velocidade mecânica ω_m , assim como os erros de estimação. A Figura 7.2 evidencia que o *Sensorless* 1 pode operar em velocidades próximas a zero, isto é, inferior a 1% da velocidade nominal, apesar de um erro de estimação ser visível. Nota-se que a posição é a mais ruidosa do que a velocidade para o caso estimado,

contudo ocorre o contrário para o caso medido. Esse efeito é justificado em virtude: (i) à posição medida ser obtida pelo sensor mecânico de posição, enquanto à velocidade ser determinada por um método derivativo por meio da posição medida, a qual sujeita-se à resolução do sensor, para o caso medido, e (ii) à posição e à velocidade estimadas serem computadas por modelos dinâmicos, que perdem desempenho em baixa rotação, sendo usado um LPF para atenuar os ruídos na velocidade, conforme mencionado anteriormente, para o caso estimado. Apesar disso, o desempenho do algoritmo *Sensorless 1* melhora se a velocidade aumenta, como atestam as Figuras 7.3 a 7.5. A região ampliada nessas figuras ratificam a eficácia do *Sensorless 1*.

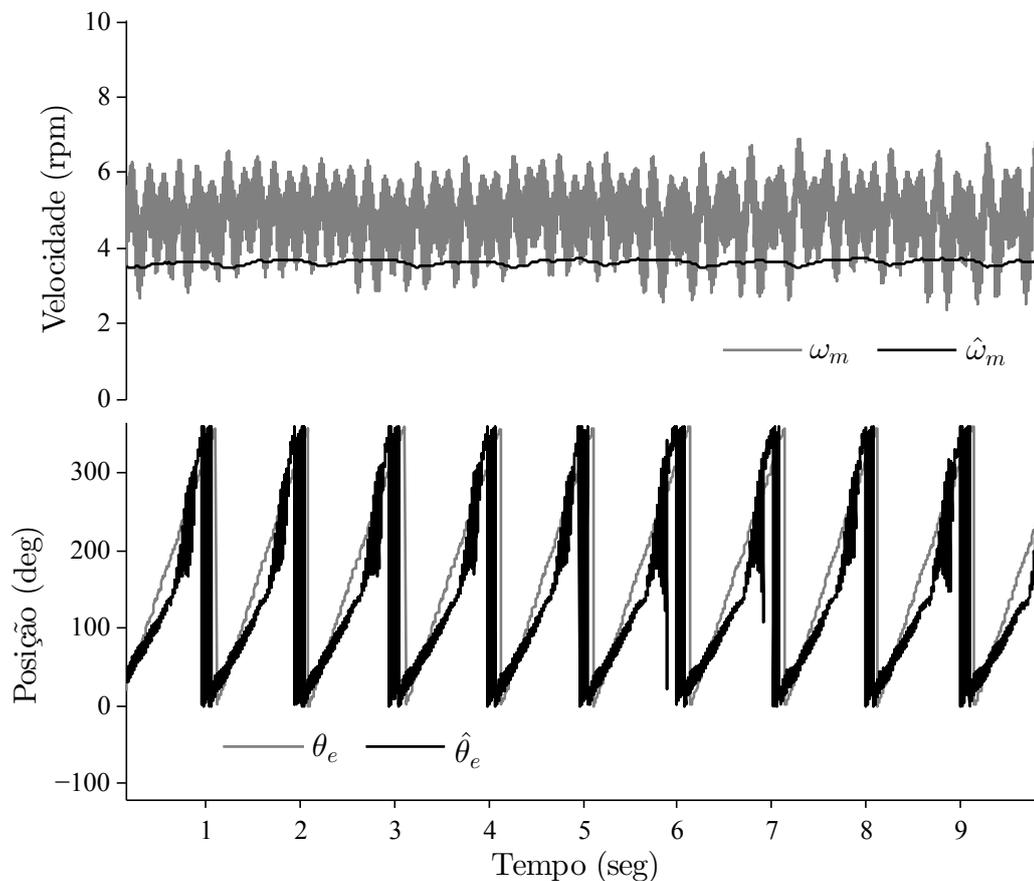


Figura 7.2 – *Sensorless 1*, velocidade próxima a zero: 5 rpm. Superior: velocidade mecânica real $\omega_{m(k)}$ e estimada $\hat{\omega}_{m(k)}$; Inferior: posição rotórica real $\theta_{e(k)}$ e estimada $\hat{\theta}_{e(k)}$.

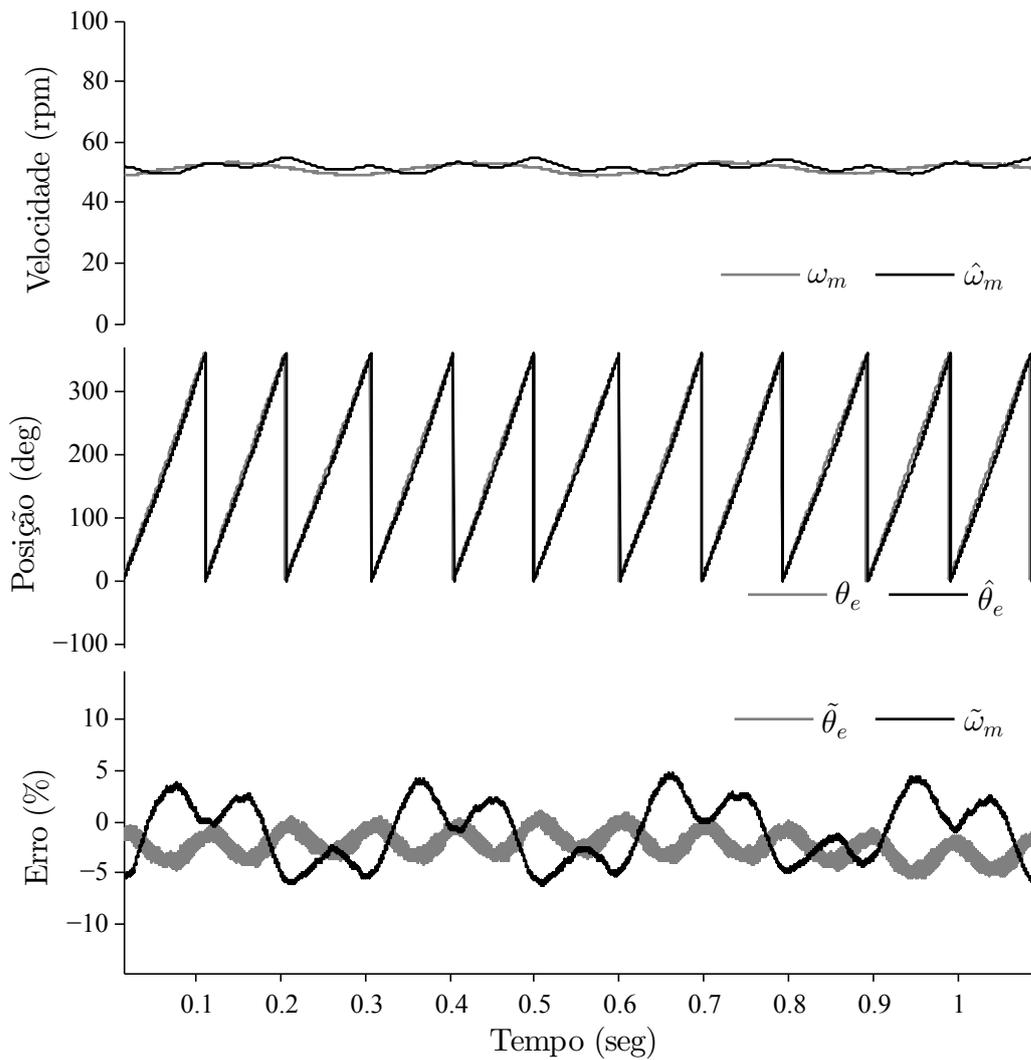


Figura 7.3 – *Sensorless 1*, baixa rotação: 50 rpm. Superior: velocidade mecânica real $\omega_{m(k)}$ e estimada $\hat{\omega}_{m(k)}$; Centro: posição rotórica real $\theta_{e(k)}$ e estimada $\hat{\theta}_{e(k)}$; Inferior: erro percentual de estimação de posição $\tilde{\theta}_{e(k)}$ e de velocidade mecânica $\tilde{\omega}_{m(k)}$.

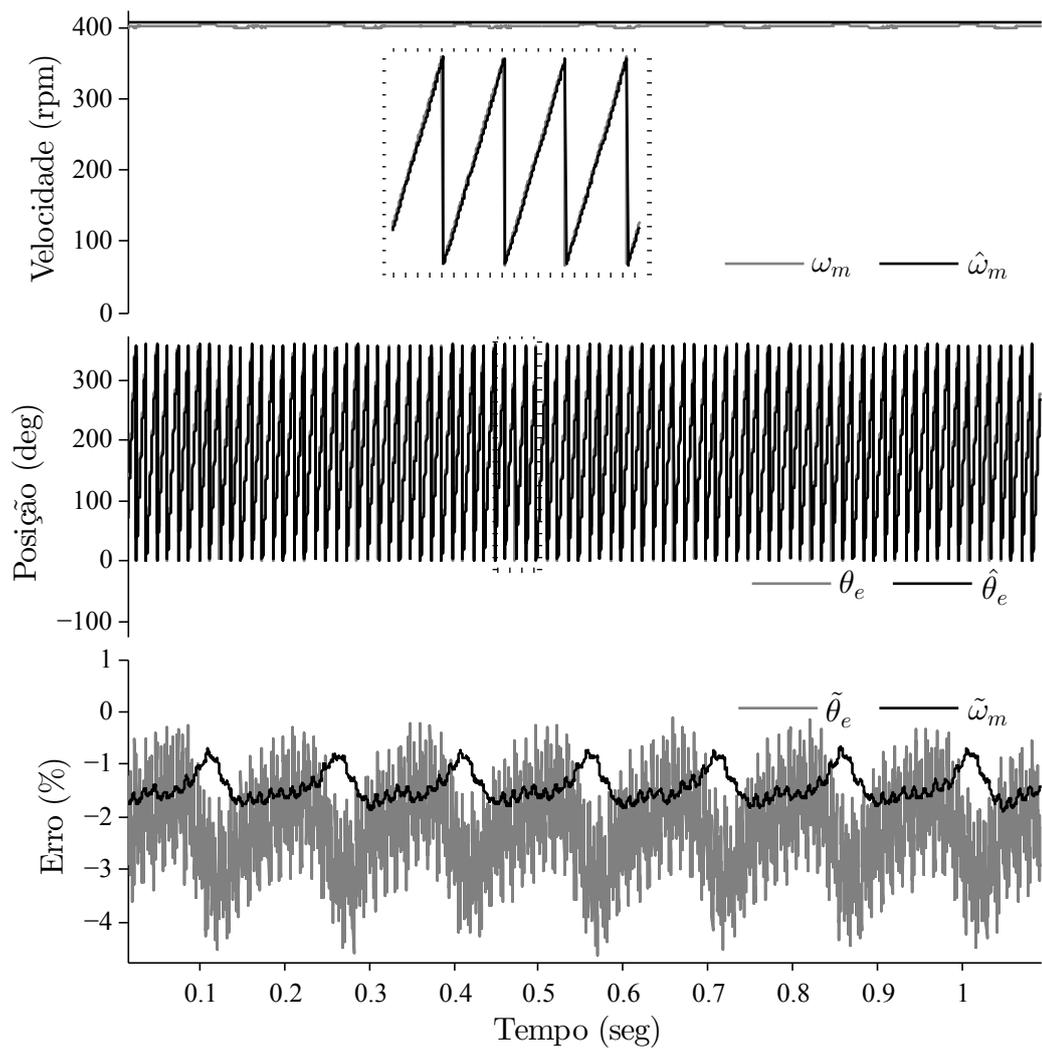


Figura 7.4 – *Sensorless* 1, metade da velocidade nominal: 400 rpm. Superior: velocidade mecânica real $\omega_{m(k)}$ e estimada $\hat{\omega}_{m(k)}$; Centro: posição rotórica real $\theta_{e(k)}$ e estimada $\hat{\theta}_{e(k)}$; Inferior: erro percentual de estimação de posição $\tilde{\theta}_{e(k)}$ e de velocidade mecânica $\tilde{\omega}_{m(k)}$.

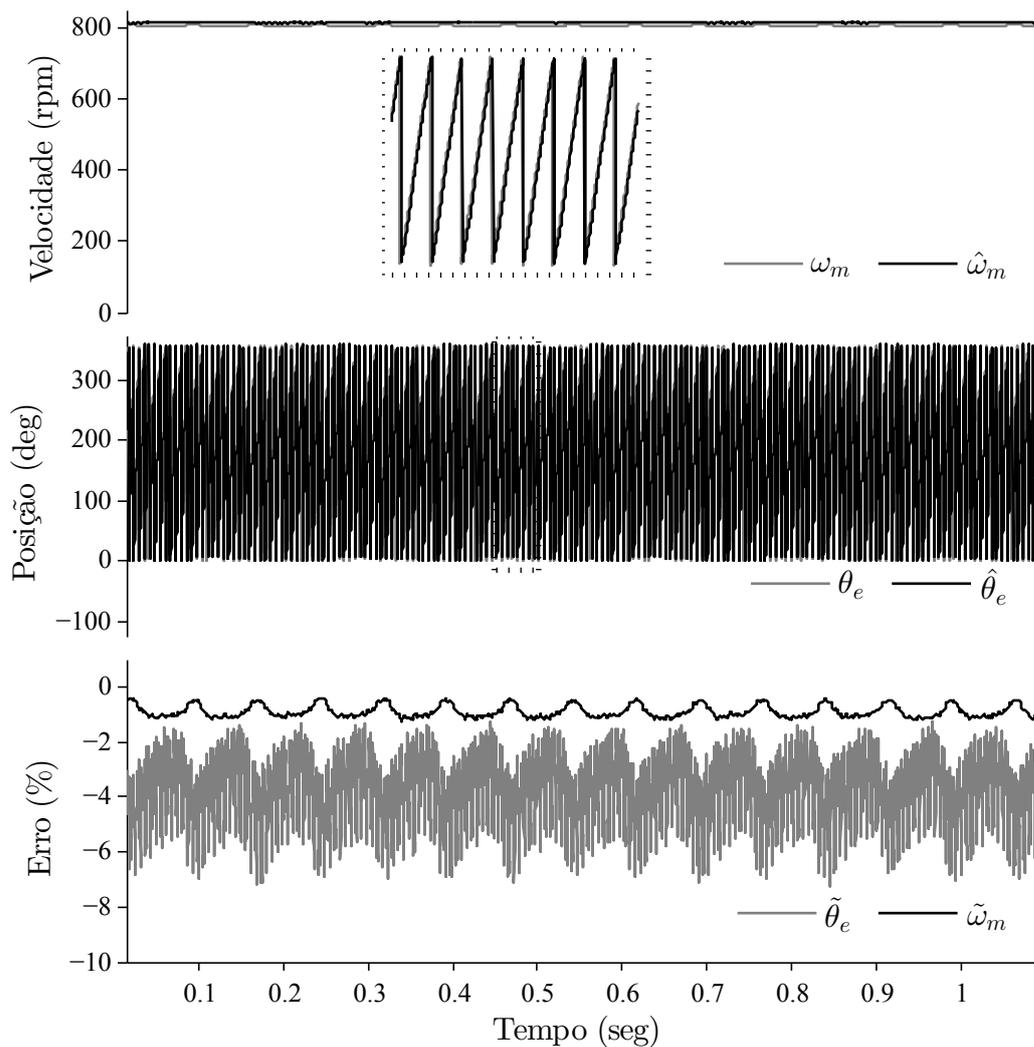


Figura 7.5 – *Sensorless 1*, velocidade nominal: 800 rpm. Superior: velocidade mecânica real $\omega_{m(k)}$ e estimada $\hat{\omega}_{m(k)}$; Centro: posição rotórica real $\theta_{e(k)}$ e estimada $\hat{\theta}_{e(k)}$; Inferior: erro percentual de estimação de posição $\tilde{\theta}_{e(k)}$ e de velocidade mecânica $\tilde{\omega}_{m(k)}$.

As Figuras 7.6 a 7.9 demonstram o desempenho de regime permanente para o *Sensorless 2*, sob as mesmas condições dos resultados anteriores. Por um lado, a Figura 7.6 mostra que o *Sensorless 2* pode operar em baixas rotações; por outro lado, ele exibe oscilações na velocidade estimada. Salienta-se que ambos os *Sensorless 1* e *2* possuem deformações na posição estimada em torno de 180° . O primeiro estima, entretanto, a velocidade por uma lei adaptativa e usa um LPF para atenuar os ruídos; enquanto o segundo usa apenas um diferenciador robusto. Dessa forma, aparentemente, o *Sensorless 1* estima melhor a velocidade em relação ao *Sensorless 2*. Apesar disso, o *Sensorless 2* atenua os ruídos na estimativa da posição, comparando as Figuras 7.2 e 7.6, decorrente do método de projeto deles. Além disso, é perceptível a redução do erro de estimação de velocidade em relação ao *Sensorless 1*, quando a velocidade rotórica aumenta, como mostram as Figuras 7.7 a 7.9.

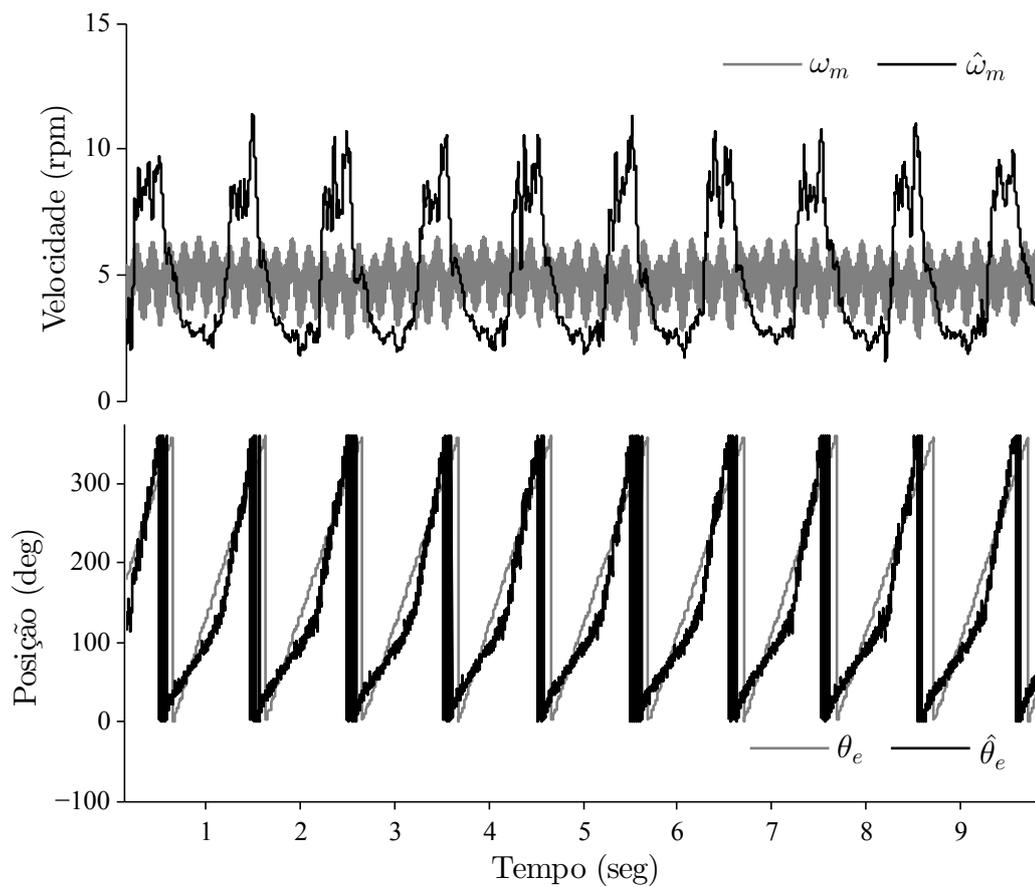


Figura 7.6 – *Sensorless 2*, velocidade próxima a zero: 5 rpm. Superior: velocidade mecânica real $\omega_{m(k)}$ e estimada $\hat{\omega}_{m(k)}$; Inferior: posição rotórica real $\theta_{e(k)}$ e estimada $\hat{\theta}_{e(k)}$.

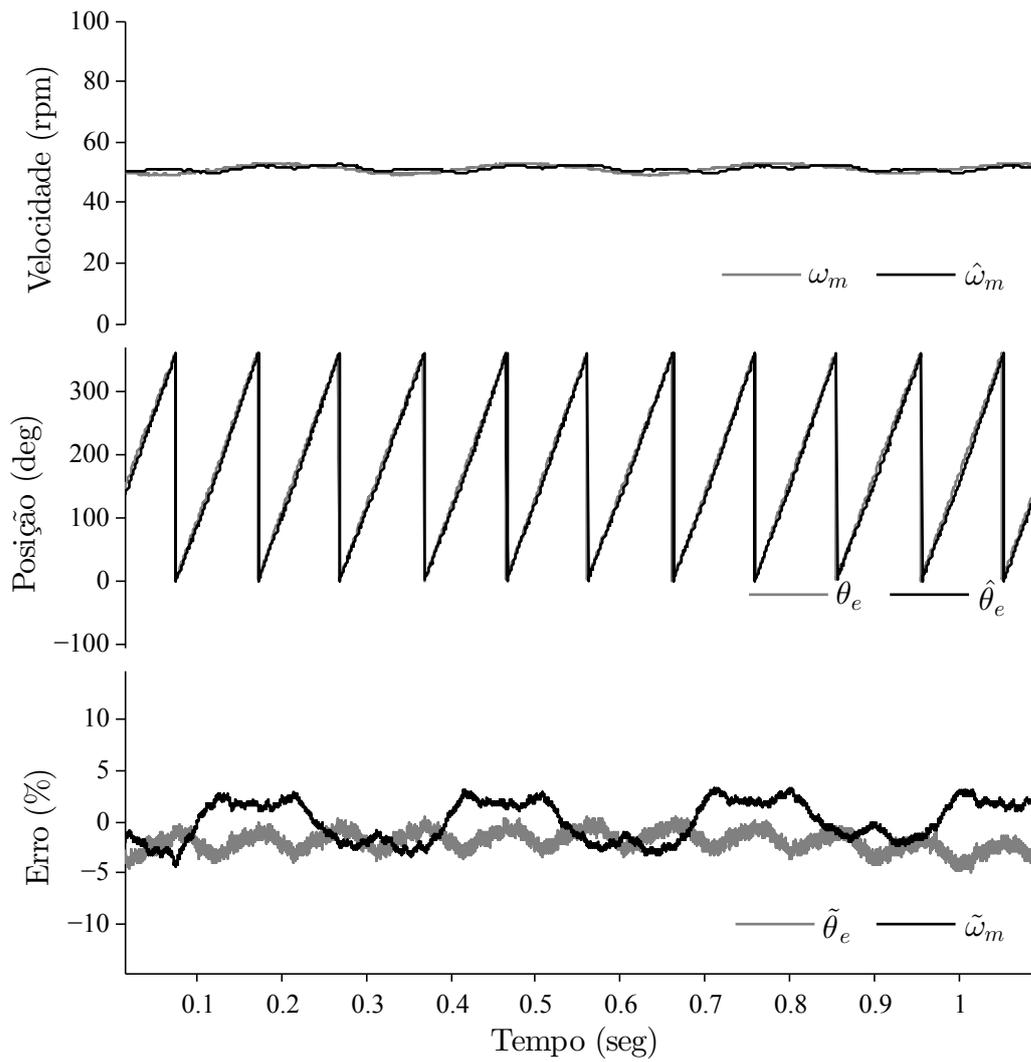


Figura 7.7 – *Sensorless 2*, baixa rotação: 50 rpm. Superior: velocidade mecânica real $\omega_{m(k)}$ e estimada $\hat{\omega}_{m(k)}$; Centro: posição rotórica real $\theta_{e(k)}$ e estimada $\hat{\theta}_{e(k)}$; Inferior: erro percentual de estimação de posição $\tilde{\theta}_{e(k)}$ e de velocidade mecânica $\tilde{\omega}_{m(k)}$.

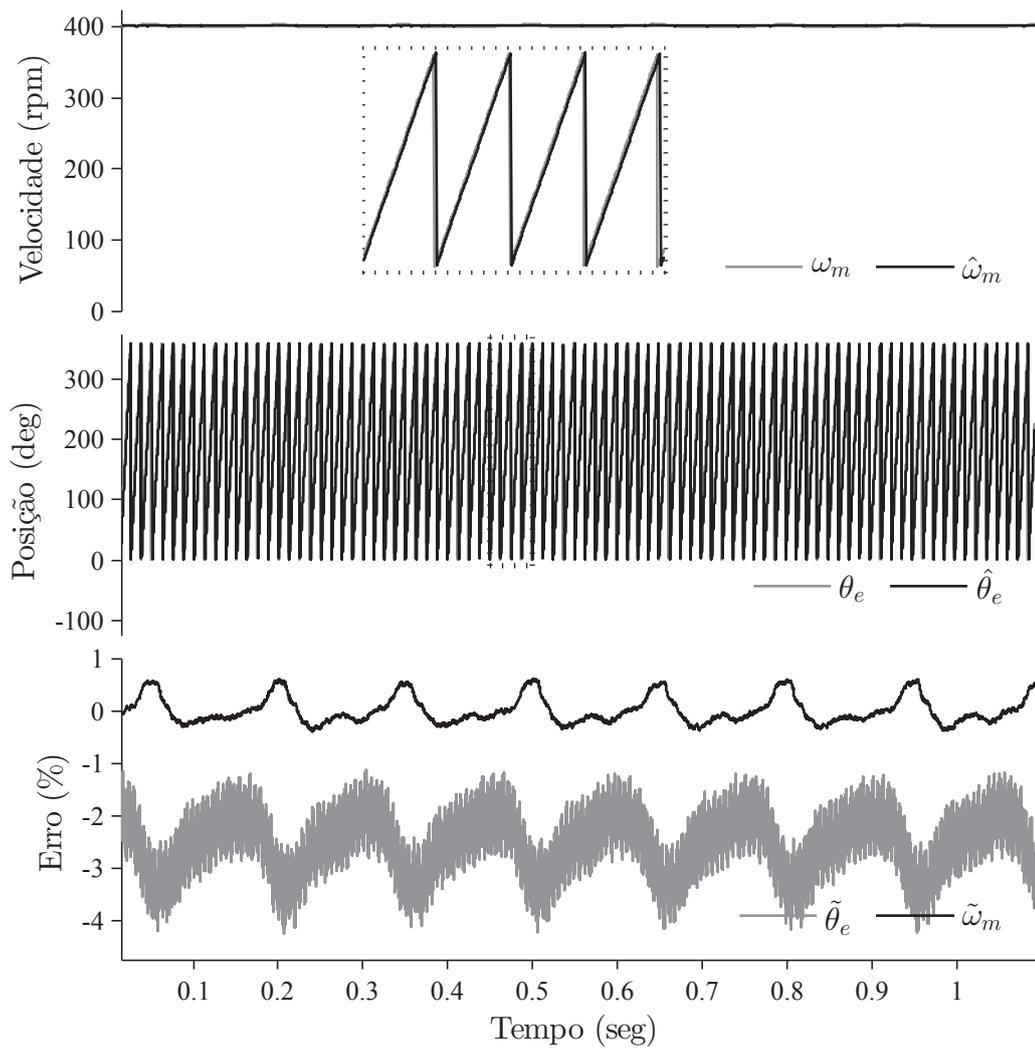


Figura 7.8 – *Sensorless 2*, metade da velocidade nominal: 400rpm. Superior: velocidade mecânica real $\omega_{m(k)}$ e estimada $\hat{\omega}_{m(k)}$; Centro: posição rotórica real $\theta_{e(k)}$ e estimada $\hat{\theta}_{e(k)}$; Inferior: erro percentual de estimação de posição $\tilde{\theta}_{e(k)}$ e de velocidade mecânica $\tilde{\omega}_{m(k)}$.

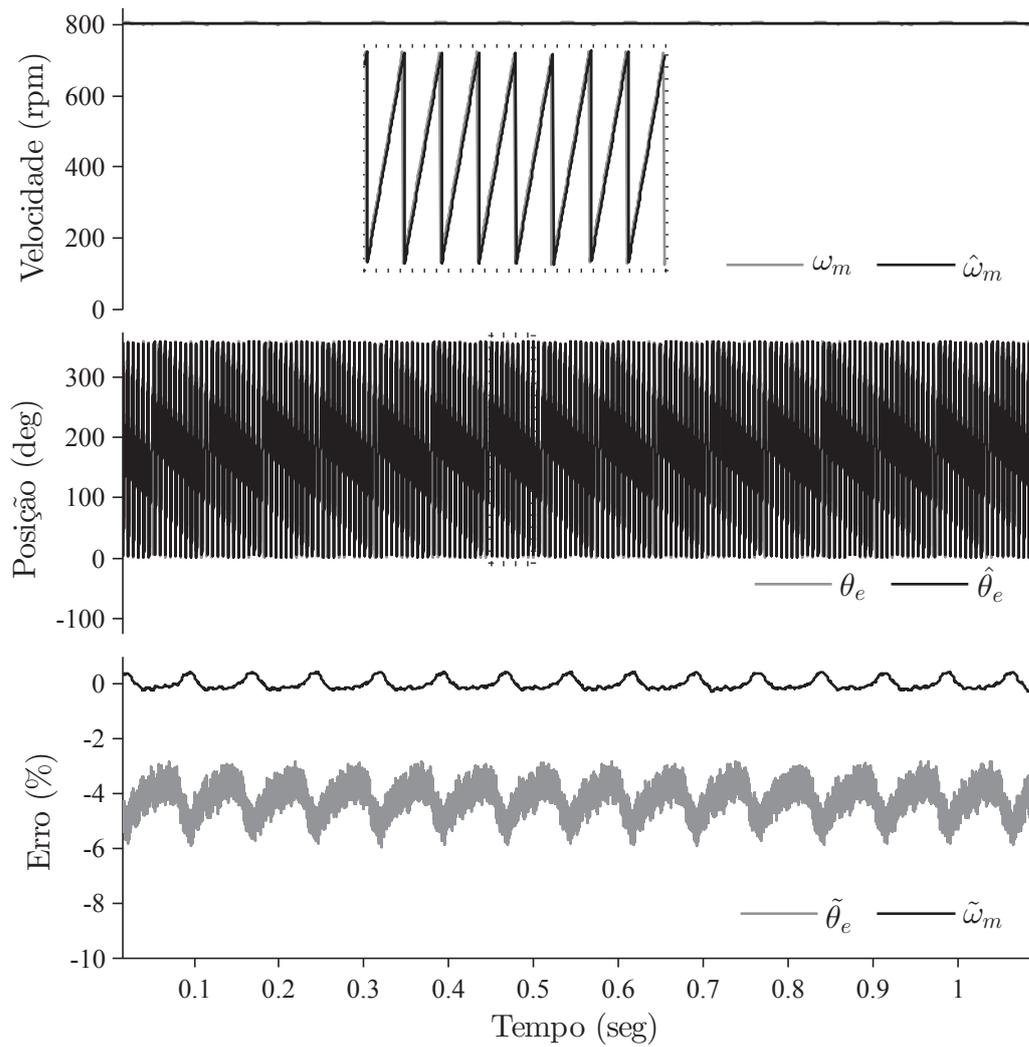


Figura 7.9 – *Sensorless 2*, velocidade nominal: 800 rpm. Superior: velocidade mecânica real $\omega_{m(k)}$ e estimada $\hat{\omega}_{m(k)}$; Centro: posição rotórica real $\theta_{e(k)}$ e estimada $\hat{\theta}_{e(k)}$; Inferior: erro percentual de estimação de posição $\tilde{\theta}_{e(k)}$ e de velocidade mecânica $\tilde{\omega}_{m(k)}$.

As Figuras 7.10 a 7.13 e as Figuras 7.14 a 7.17 mostram as funções de comutação $\sigma_{\alpha\beta(k)}$ para o *Sensorless 1* e 2, obtidas a partir da memória externa do DSP, para as velocidades: 5, 50, 400 e 800 rpm. Observa-se por meio das imagens ampliadas que os modos deslizantes são assegurados em torno da superfície de deslizamento $\sigma_{\alpha\beta(k)} = \mathbf{0}$, de acordo com as metodologias descritas nos Capítulos 4 e 5. Os valores experimentais do ponto fixo σ^* e máximo σ_{\max} condizem com os valores teóricos, mostrados na Tabela 7.2. Além disso, a função $\sigma_{\alpha\beta(k)}$ permanece em um intervalo de $2\sigma_{\max}$. Nas imagens ampliadas nas Figuras 7.14 a 7.17, pode-se notar o efeito do incremento da velocidade em $\sigma_{\alpha\beta(k)}$. Em baixa rotação, $\|\sigma_{\alpha\beta(k)}\| \approx \sigma^* \sqrt{2}$, mas os componentes de $\sigma_{\alpha\beta(k)}$ oscilam em torno de σ^* em alta rotação, mantendo os modos deslizantes, como mostram as Figuras 7.14 e 7.17. Ressalta-se que o *Sensorless 1* usa um LPF para atenuar a amplitude do *chattering*; enquanto o *Sensorless 2* usa um CEF para eliminá-lo. Então, o *chattering* é irrelevante para o *Sensorless 2*. Esses resultados experimentais validam as previsões teóricas.

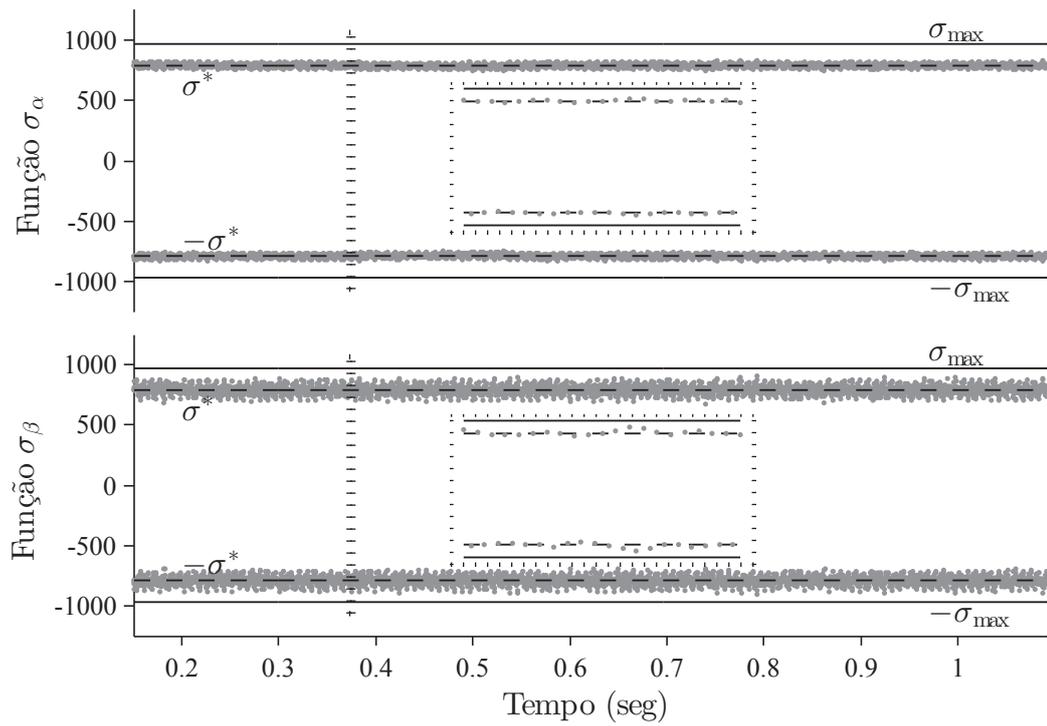


Figura 7.10 – *Sensorless 1*, velocidade próxima a zero: 5 rpm. Função de comutação $\sigma_{\alpha\beta(k)}$.

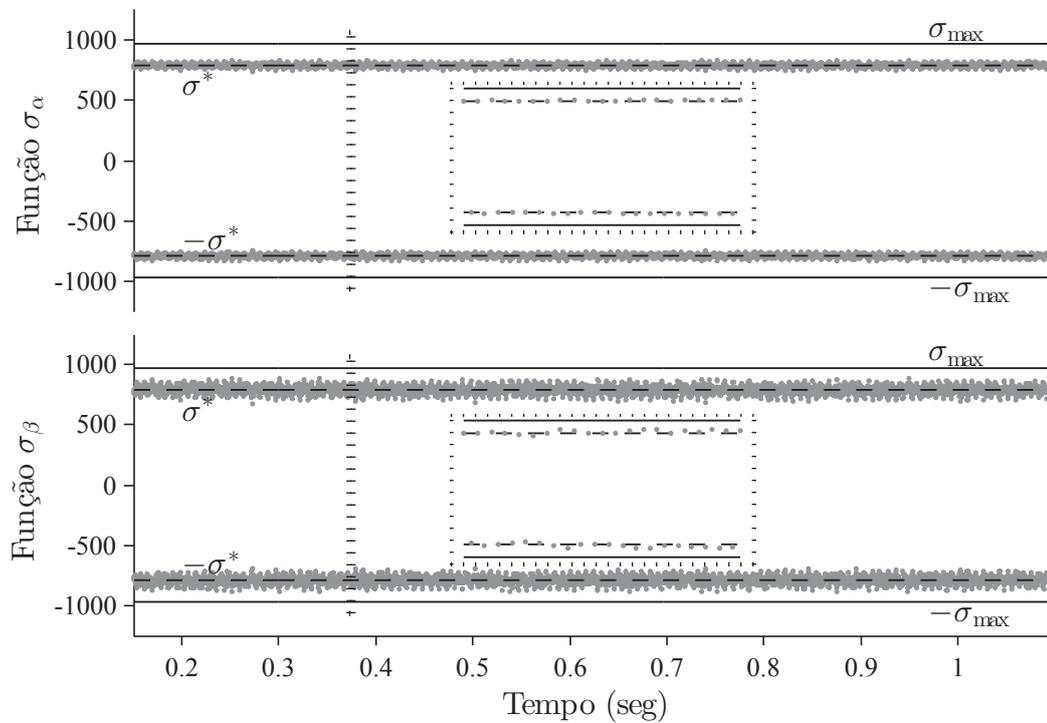


Figura 7.11 – *Sensorless 1*, velocidade próxima a zero: 50 rpm. Função de comutação $\sigma_{\alpha\beta(k)}$.

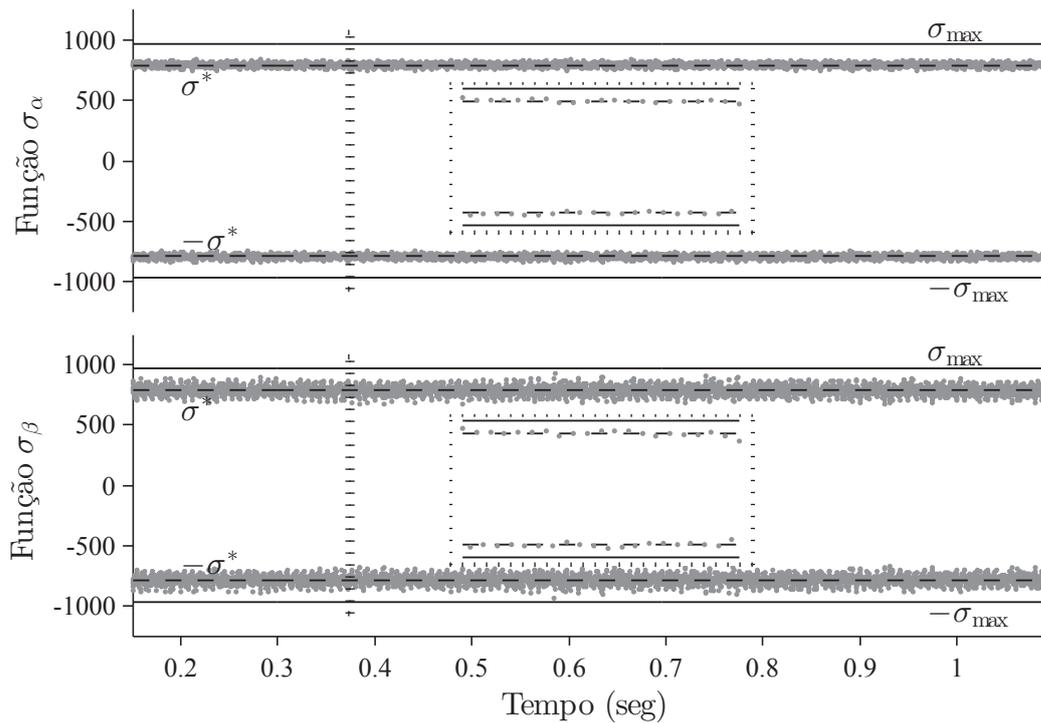


Figura 7.12 – *Sensorless 1*, metade da velocidade nominal: 400 rpm. Função de comutação $\sigma_{\alpha\beta(k)}$.

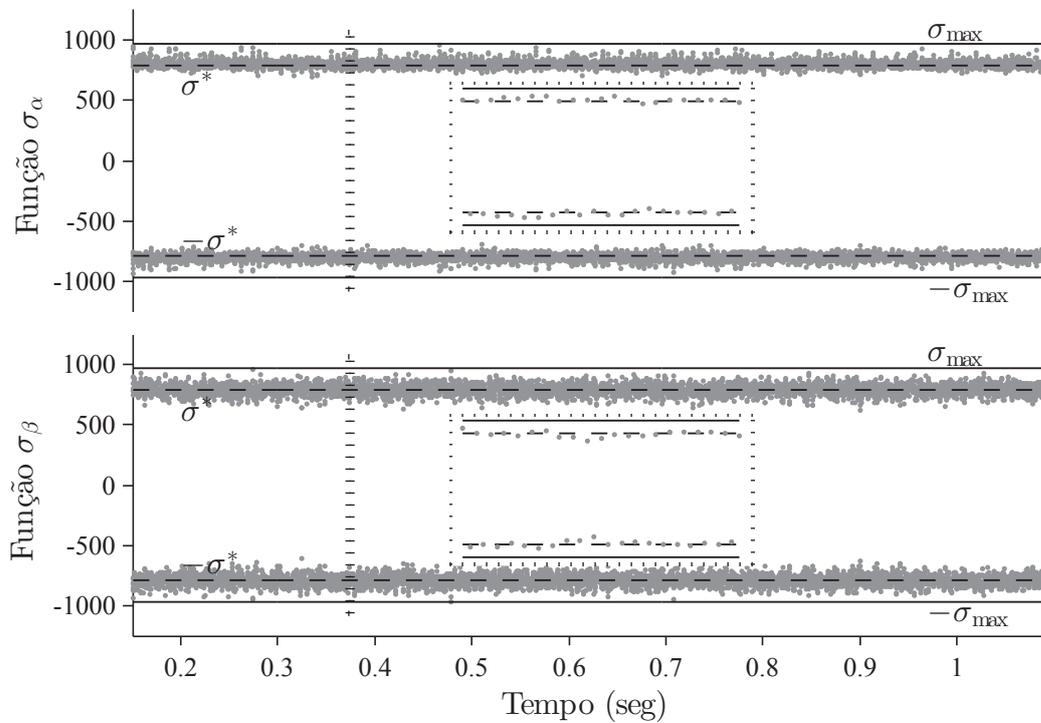


Figura 7.13 – *Sensorless 1*, velocidade nominal: 800 rpm. Função de comutação $\sigma_{\alpha\beta(k)}$.

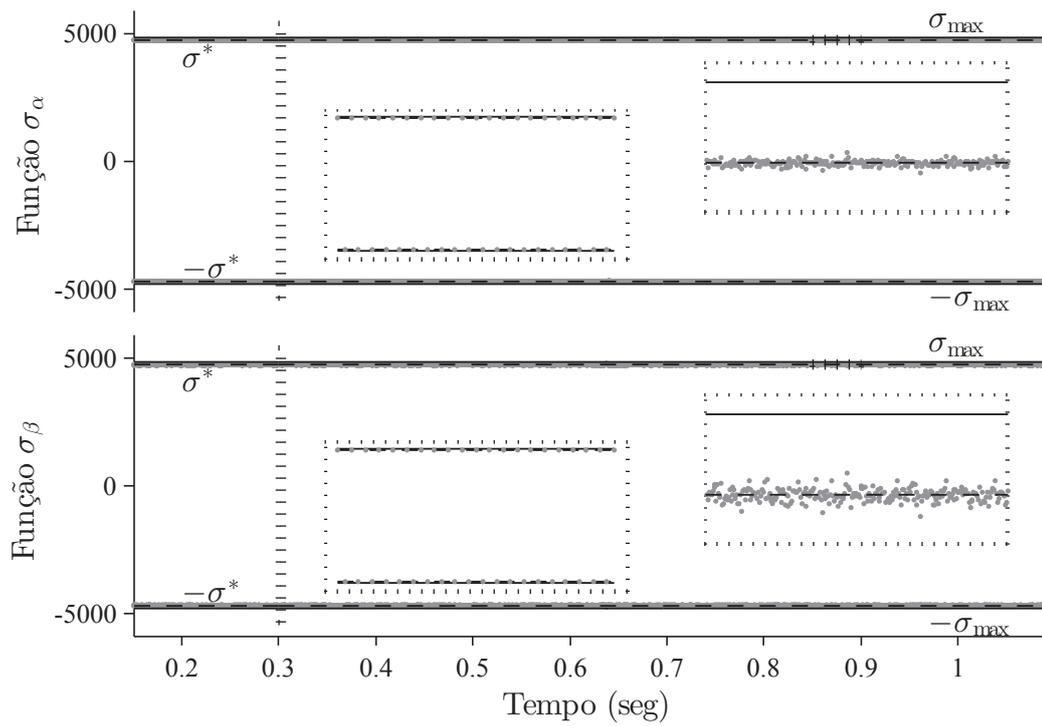


Figura 7.14 – *Sensorless 2*, velocidade próxima a zero: 5 rpm. Função de comutação $\sigma_{\alpha\beta(k)}$.

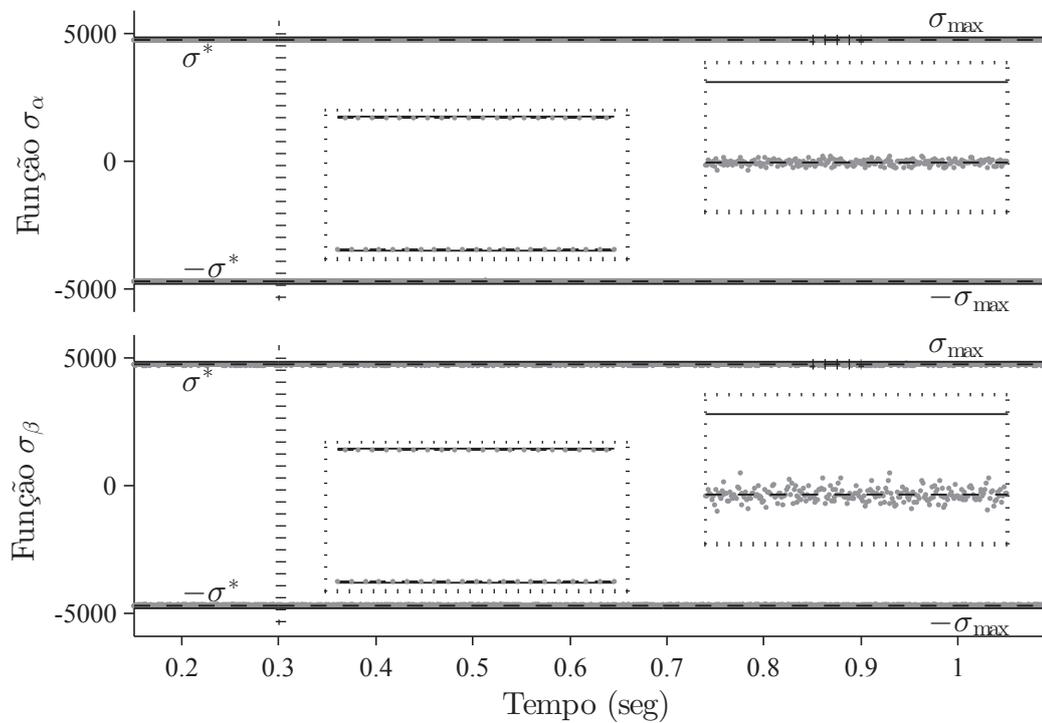


Figura 7.15 – *Sensorless 2*, baixa rotação: 50 rpm. Função de comutação $\sigma_{\alpha\beta(k)}$.

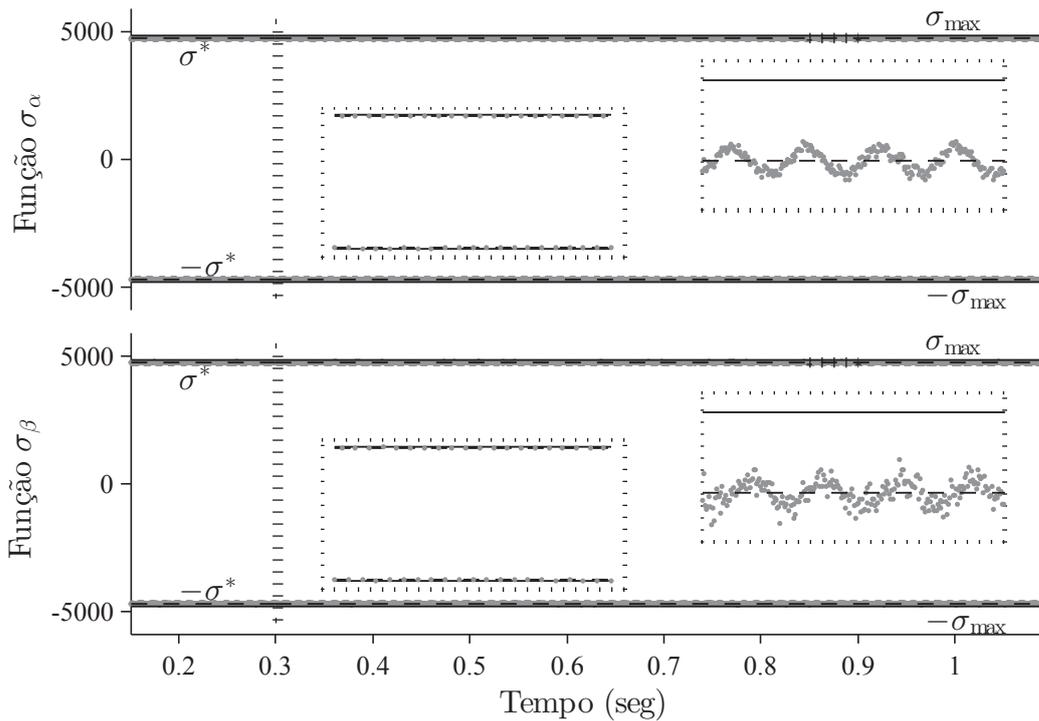


Figura 7.16 – *Sensorless 2*, metade da velocidade nominal: 400 rpm. Função de comutação $\sigma_{\alpha\beta(k)}$.

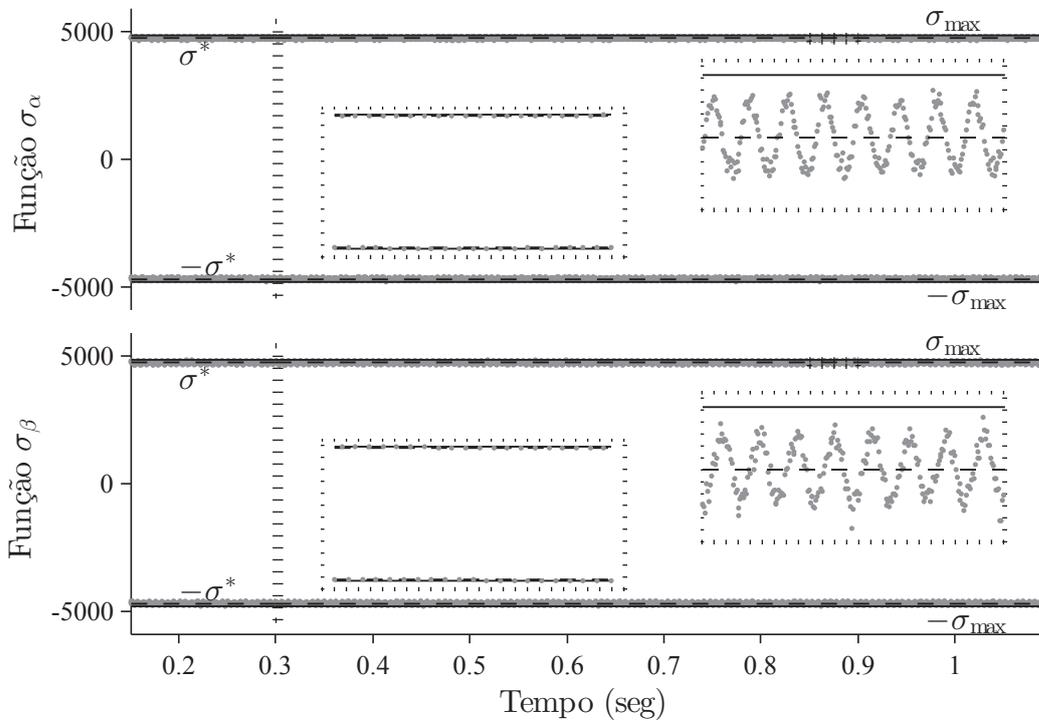


Figura 7.17 – *Sensorless 2*, velocidade nominal: 800 rpm. Função de comutação $\sigma_{\alpha\beta(k)}$.

As Figuras 7.18 a 7.21 e as Figuras 7.22 a 7.25 exibem as EMFs de eixo α calculada $e_{\alpha(k)}$, estimada $\hat{e}_{\alpha(k)}$ e equivalente $e_{\alpha(k)}^{\text{eq}}$, para o *Sensorless 1* e *2*, para as velocidades: 5,

50, 400 e 800 rpm. Note que a EMF real é indisponível, e a EMF calculada é determinada por (2.24) usando a posição $\theta_{e(k)}$ e a velocidade $\omega_{e(k)}$ rotóricas. Assim, a EMF calculada pode ser considerada o componente fundamental da EMF real, se a velocidade é mantida constante. Para o *Sensorless 1*, um CEF é usado em $e_{\alpha(k)}^{\text{eq}}$, apenas para visualização. Para o *Sensorless 2*, $\hat{e}_{\alpha(k)}$ com *chattering* equivale à $e_{\alpha(k)}^{\text{eq}}$. As Figuras 7.18 e 7.22 mostram que $\hat{e}_{\alpha(k)}$ segue $e_{\alpha(k)}$ em velocidade próxima a zero, 5 rpm. As distorções de EMF são atribuídas principalmente às oscilações de velocidade decorrentes do acoplamento gerador-motor e das não linearidades de acionamento do motor. Por outro lado, as Figuras 7.19 a 7.21 e 7.23 a 7.25 mostram que $\hat{e}_{\alpha(k)}$ segue precisamente $e_{\alpha(k)}$. Para torná-la exata, é preciso efetuar a compensação de fase. Isso é, contudo, executado diretamente na posição estimada que permite uma estimação eficiente em uma ampla faixa de velocidade, como demonstrado pelas Figuras 7.2 a 7.9. Salienta-se que o desvio de fase advém do LPF e do Observador 1, para o *Sensorless 1*, e do Observador 2, para o *Sensorless 2*. Ainda, é visível a diferença entre o $e_{\alpha(k)}^{\text{eq}}$, do *Sensorless 1*, e o $\hat{e}_{\alpha(k)}$, do *Sensorless 2*, ambos sem *chattering*. Isso decorre do método de projeto. Enquanto, o Observador 2 atenua os ruídos, o Observador 1 amplifica-os.

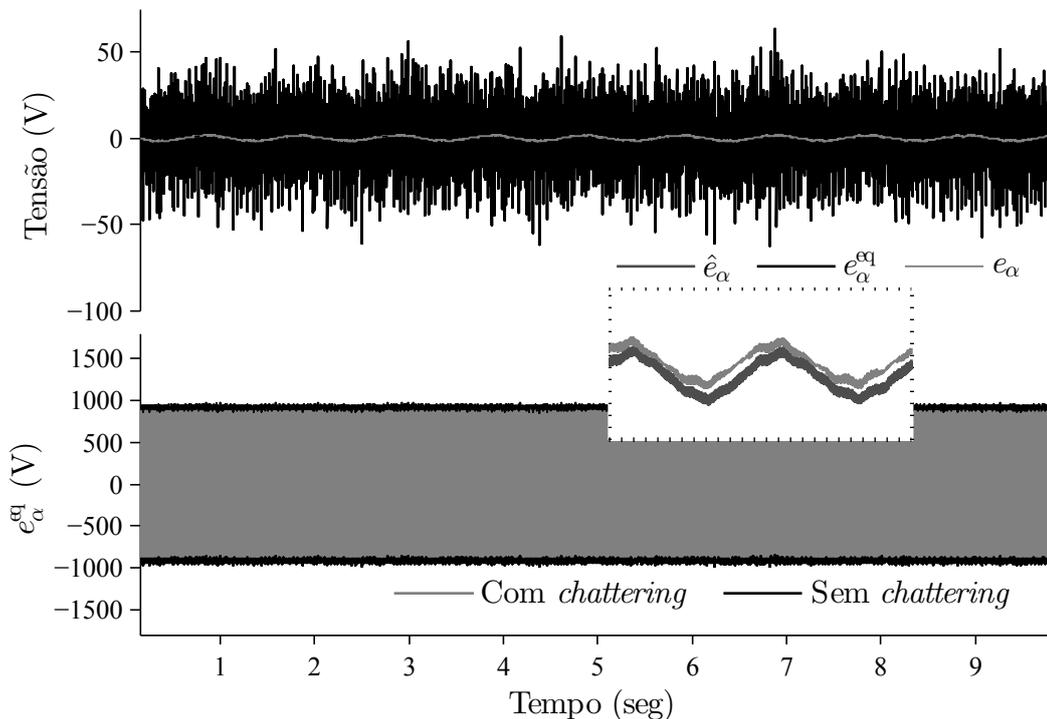


Figura 7.18 – *Sensorless 1*, velocidade próxima a zero: 5 rpm. Força eletromotriz eixo α . Superior: calculada e_{α} , estimada \hat{e}_{α} e equivalente sem *chattering* e_{α}^{eq} ; Inferior: e_{α}^{eq} e sua envoltória.

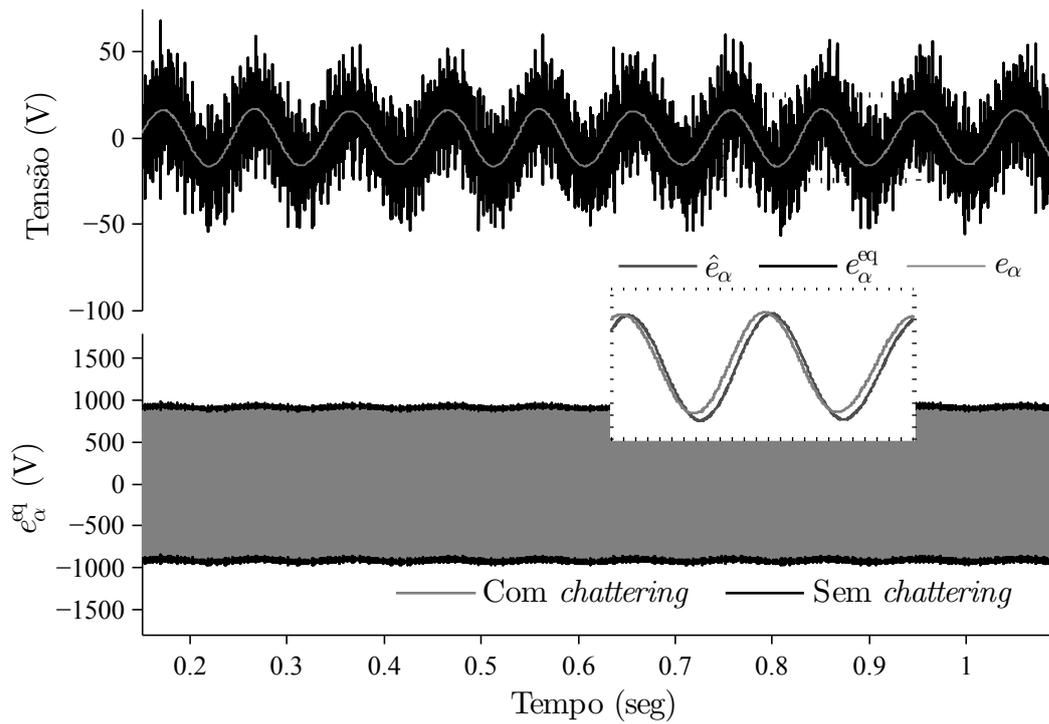


Figura 7.19 – *Sensorless 1*, baixa rotação: 50 rpm. Força eletromotriz eixo α . Superior: calculada e_α , estimada \hat{e}_α e equivalente sem *chattering* e_α^{eq} ; Inferior: e_α^{eq} e sua envoltória.

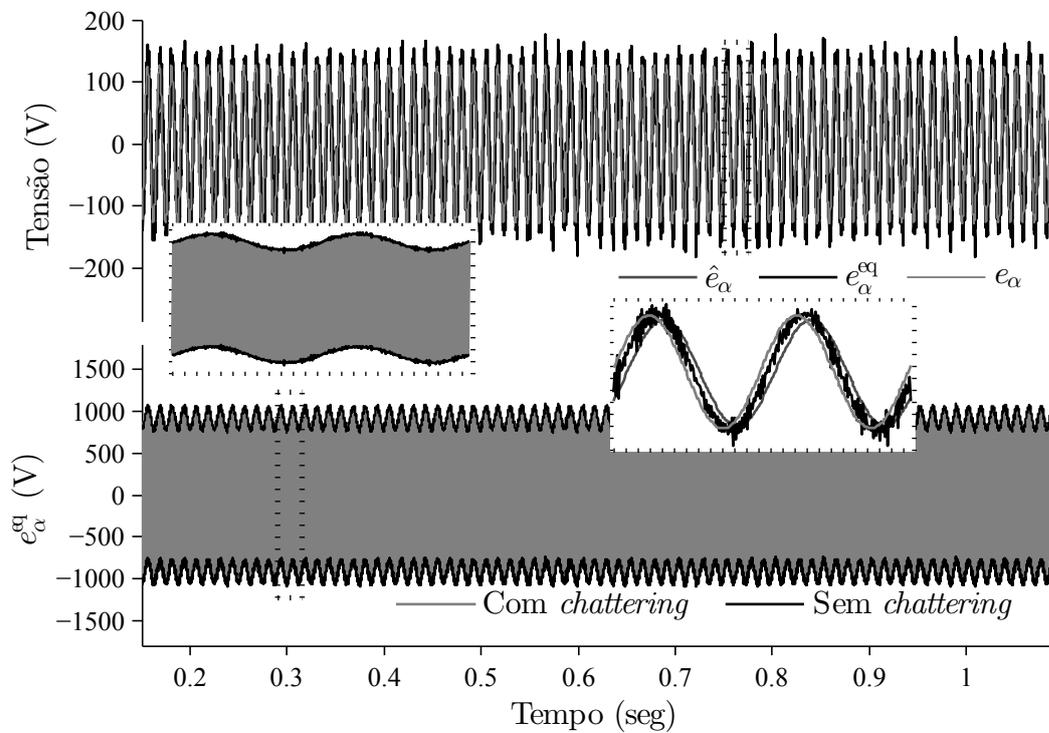


Figura 7.20 – *Sensorless 1*, metade da velocidade nominal: 400 rpm. Força eletromotriz eixo α . Superior: calculada e_α , estimada \hat{e}_α e equivalente sem *chattering* e_α^{eq} ; Inferior: e_α^{eq} e sua envoltória.

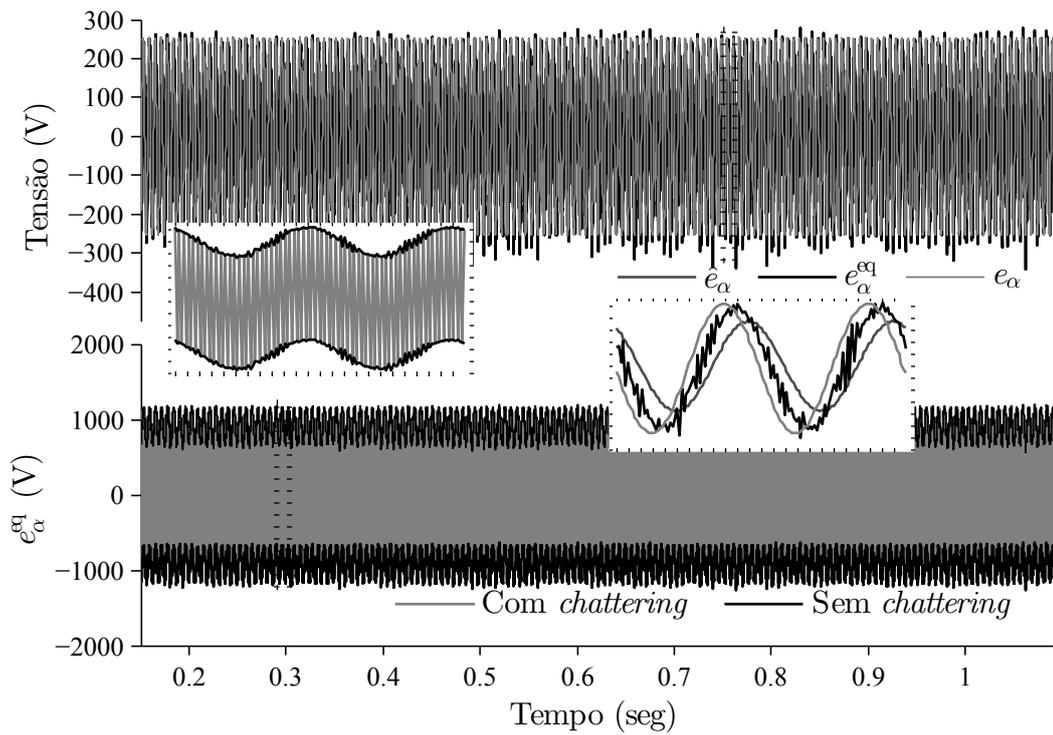


Figura 7.21 – *Sensorless 1*, velocidade nominal: 800 rpm. Força eletromotriz eixo α . Superior: calculada e_α , estimada \hat{e}_α e equivalente sem *chattering* e_α^{eq} ; Inferior: e_α^{eq} e sua envoltória.

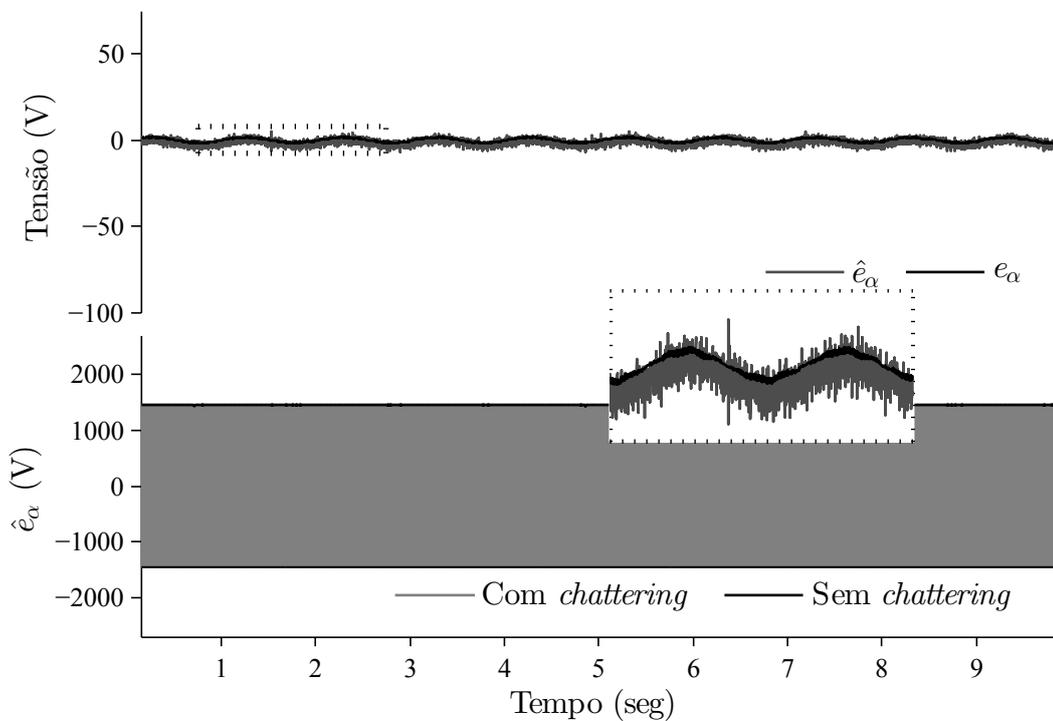


Figura 7.22 – *Sensorless 2*, velocidade próxima a zero: 5 rpm. Força eletromotriz eixo α . Superior: calculada e_α , estimada \hat{e}_α ; Inferior: \hat{e}_α com *chattering* e sua envoltória.

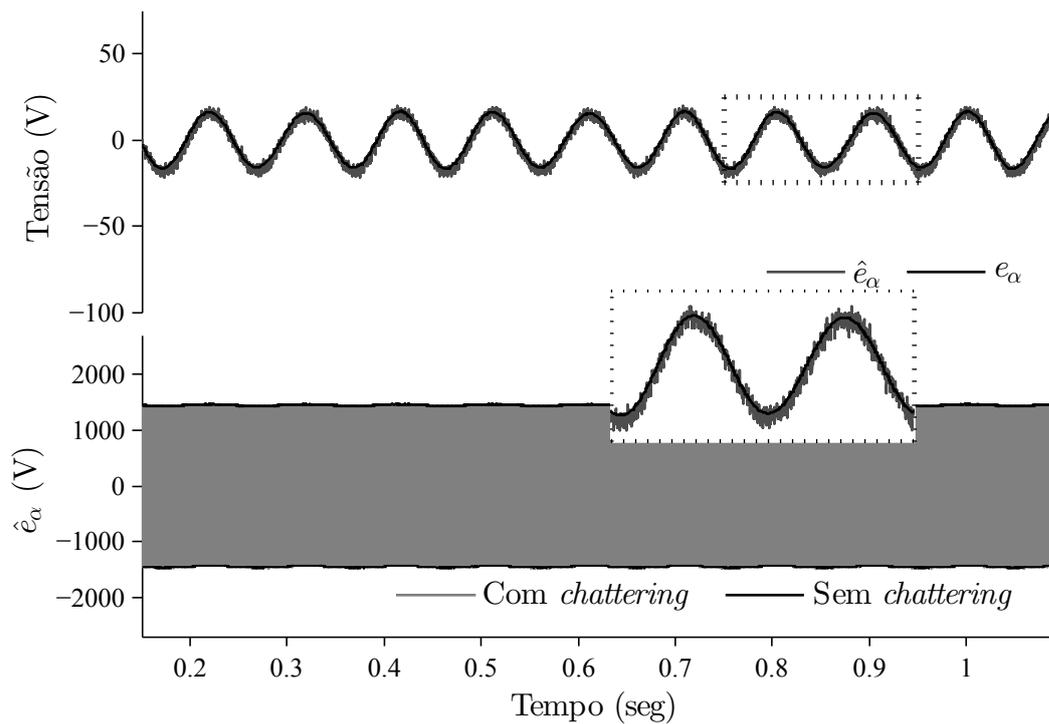


Figura 7.23 – *Sensorless 2*, baixa rotação: 50 rpm. Força eletromotriz eixo α . Superior: calculada e_α , estimada \hat{e}_α ; Inferior: \hat{e}_α com *chattering* e sua envoltória.

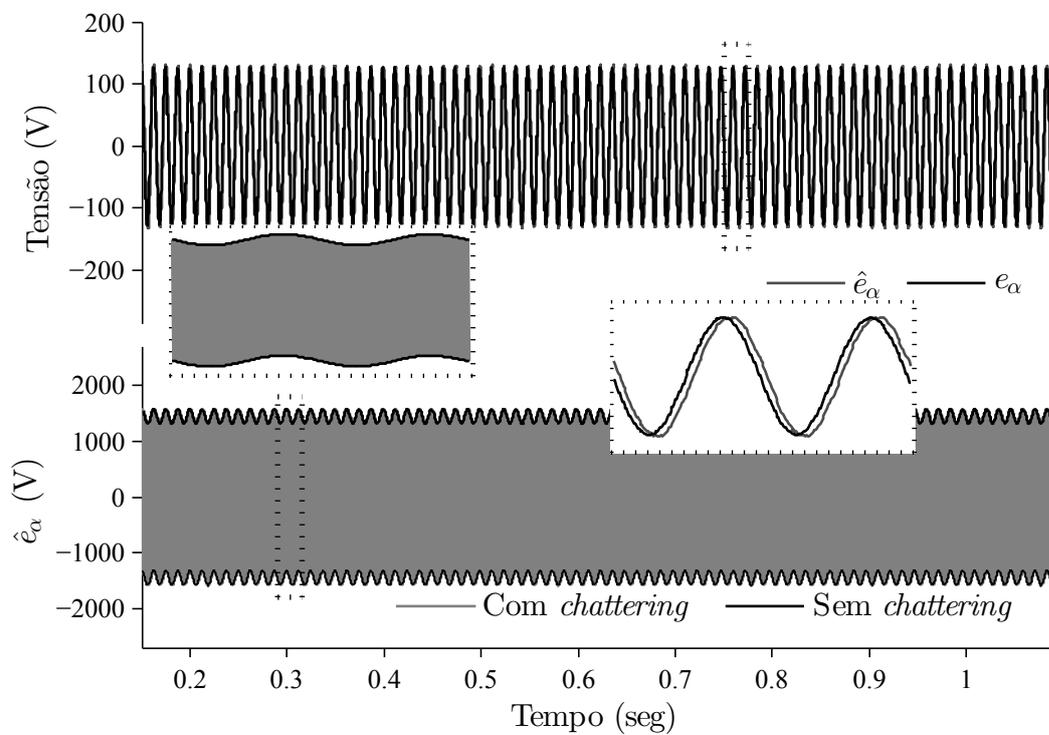


Figura 7.24 – *Sensorless 2*, metade da velocidade nominal: 400 rpm. Força eletromotriz eixo α . Superior: calculada e_α , estimada \hat{e}_α ; Inferior: \hat{e}_α com *chattering* e sua envoltória

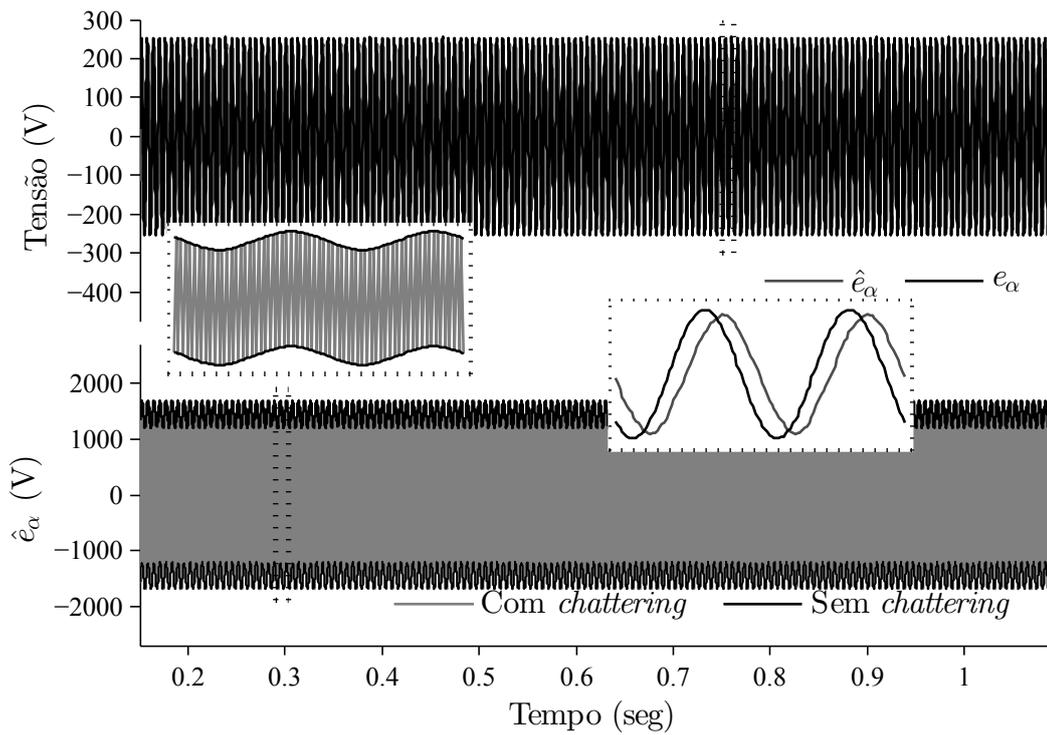


Figura 7.25 – *Sensorless 2*, velocidade nominal: 800 rpm. Força eletromotriz eixo α . Superior: calculada e_α , estimada \hat{e}_α ; Inferior: \hat{e}_α com *chattering* e sua envoltória.

As Figuras 7.26 a 7.29 e as Figuras 7.30 a 7.33 mostram as correntes de eixo α real $i_{\alpha(k)}$ e estimada $\hat{i}_{\alpha(k)}$, com e sem *chattering* para o *Sensorless 1* e *2*, para as velocidades: 5, 50, 400 e 800 rpm. Um CEF é usado para extrair o *chattering*. Nota-se que $\hat{i}_{\alpha(k)}$ converge precisamente para $i_{\alpha(k)}$. Contudo, o Observador 2 converge com mais exatidão para o seu valor real, como mostram as imagens ampliadas nas Figuras 7.29 e 7.33. Ressalta-se que o objetivo é estimar a posição e a velocidade rotóricas, contudo as elementos primordiais para obtê-las são os Observadores 1 e 2, ou seja, os observadores de corrente. Portanto, a convergência de $\hat{i}_{\alpha(k)}$ para $i_{\alpha(k)}$ reflete na eficácia da estimativa da posição e da velocidade rotóricas.

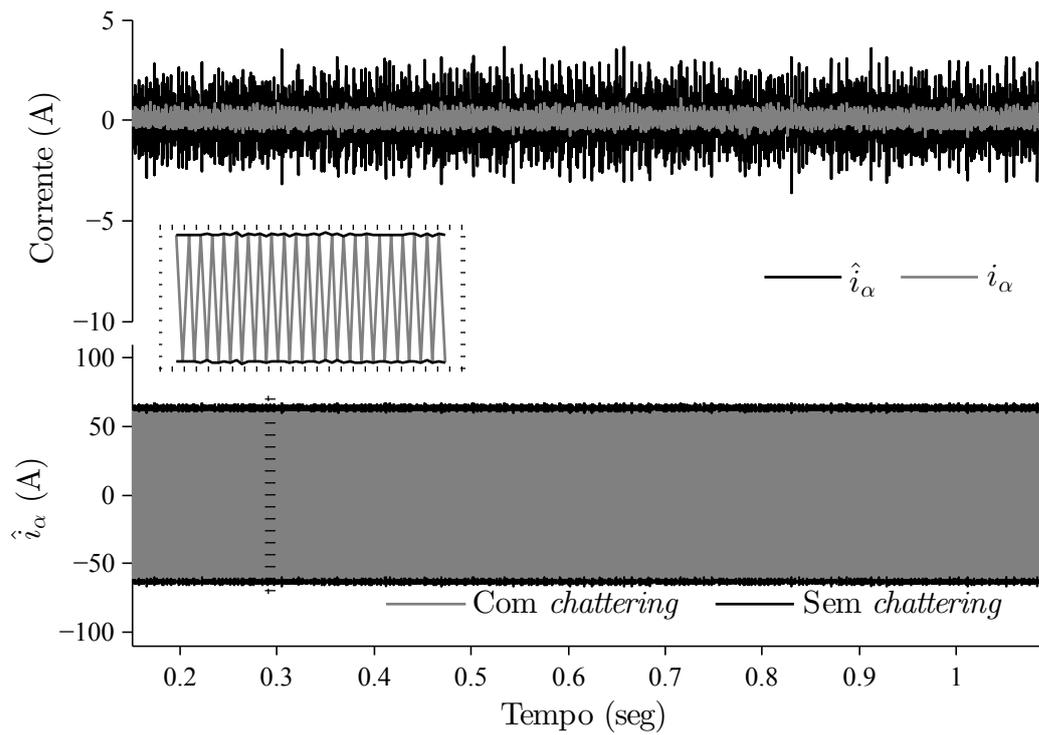


Figura 7.26 – *Sensorless 1*, velocidade próxima a zero: 5 rpm. Corrente estática eixo α . Superior: real i_α e estimada sem *chattering* \hat{i}_α ; Inferior: envoltória da corrente estimada \hat{i}_α .

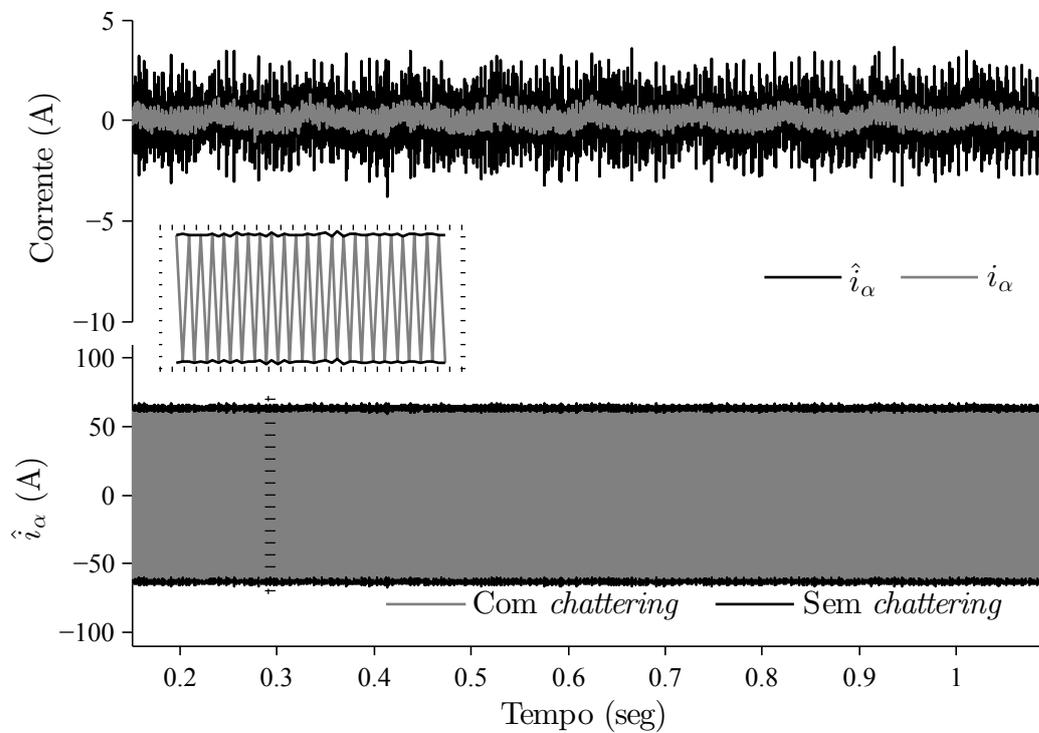


Figura 7.27 – *Sensorless 1*, baixa rotação: 50 rpm. Corrente estática eixo α . Superior: real i_α e estimada sem *chattering* \hat{i}_α ; Inferior: envoltória da corrente estimada \hat{i}_α .

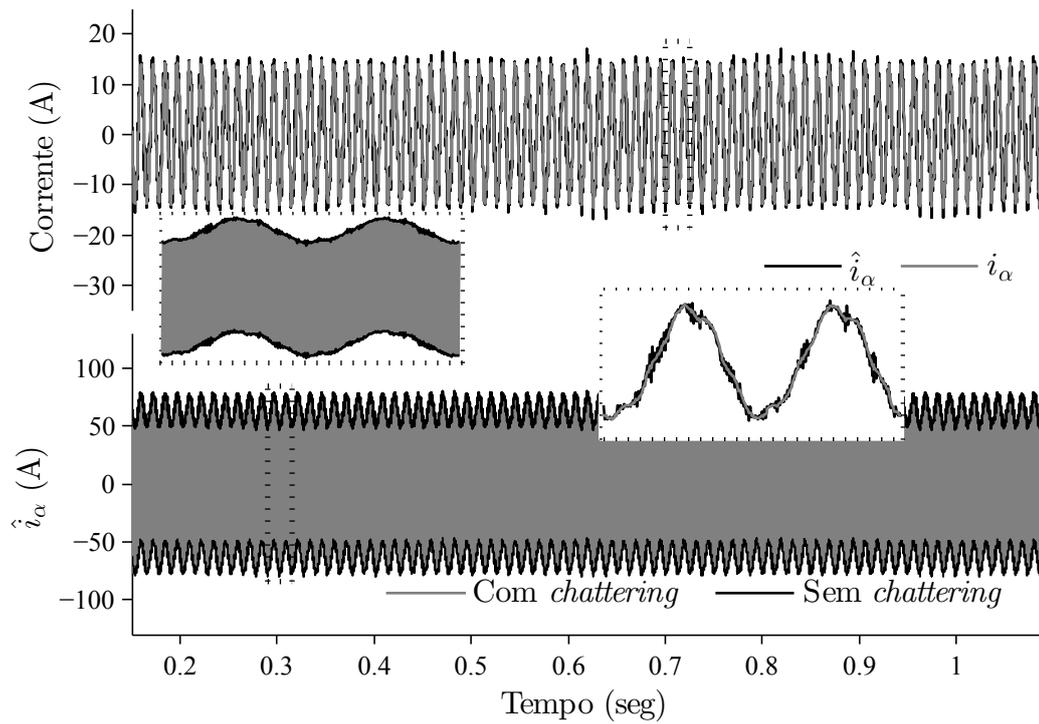


Figura 7.28 – *Sensorless 1*, metade da velocidade nominal: 400 rpm. Corrente estatórica eixo α . Superior: real i_α e estimada sem *chattering* \hat{i}_α ; Inferior: envoltória da corrente estimada \hat{i}_α .

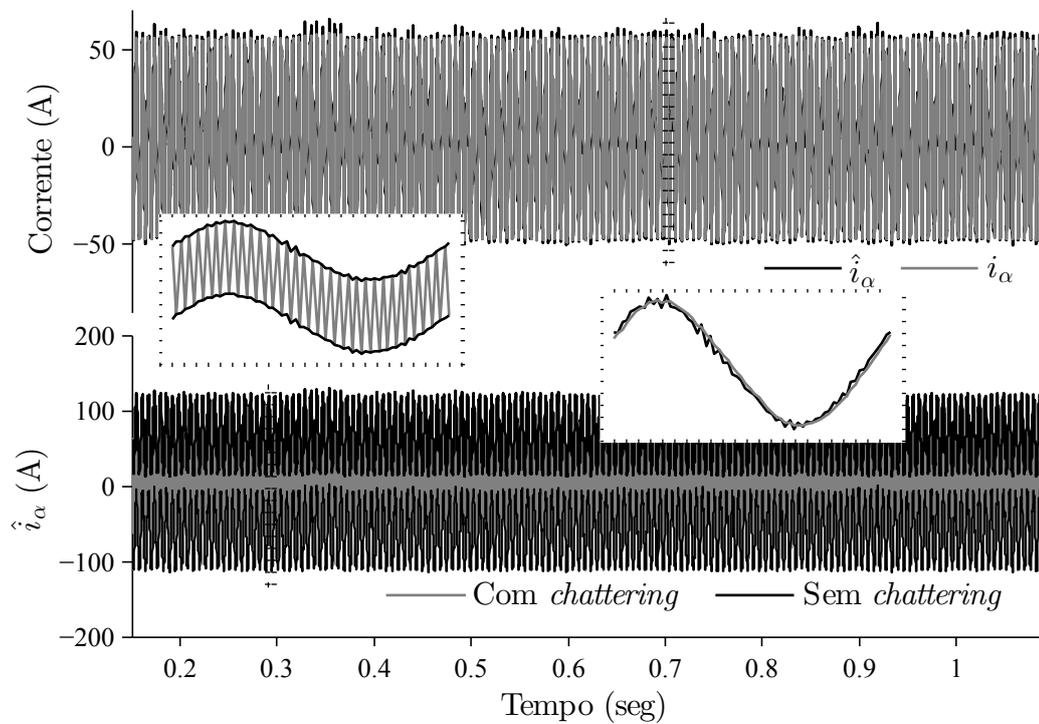


Figura 7.29 – *Sensorless 1*, velocidade nominal: 800 rpm. Corrente estatórica eixo α . Superior: real i_α e estimada sem *chattering* \hat{i}_α ; Inferior: envoltória da corrente estimada \hat{i}_α .

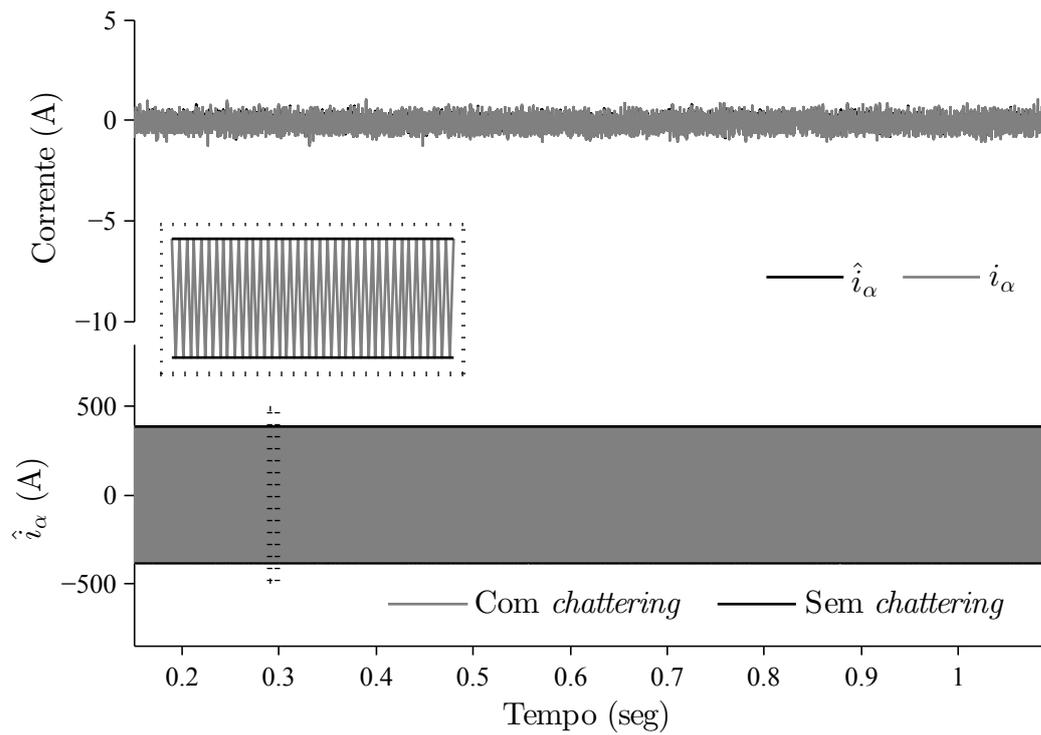


Figura 7.30 – *Sensorless 2*, velocidade próxima a zero: 5 rpm. Corrente estática eixo α . Superior: real i_α e estimada sem *chattering* \hat{i}_α ; Inferior: envoltória da corrente estimada \hat{i}_α .

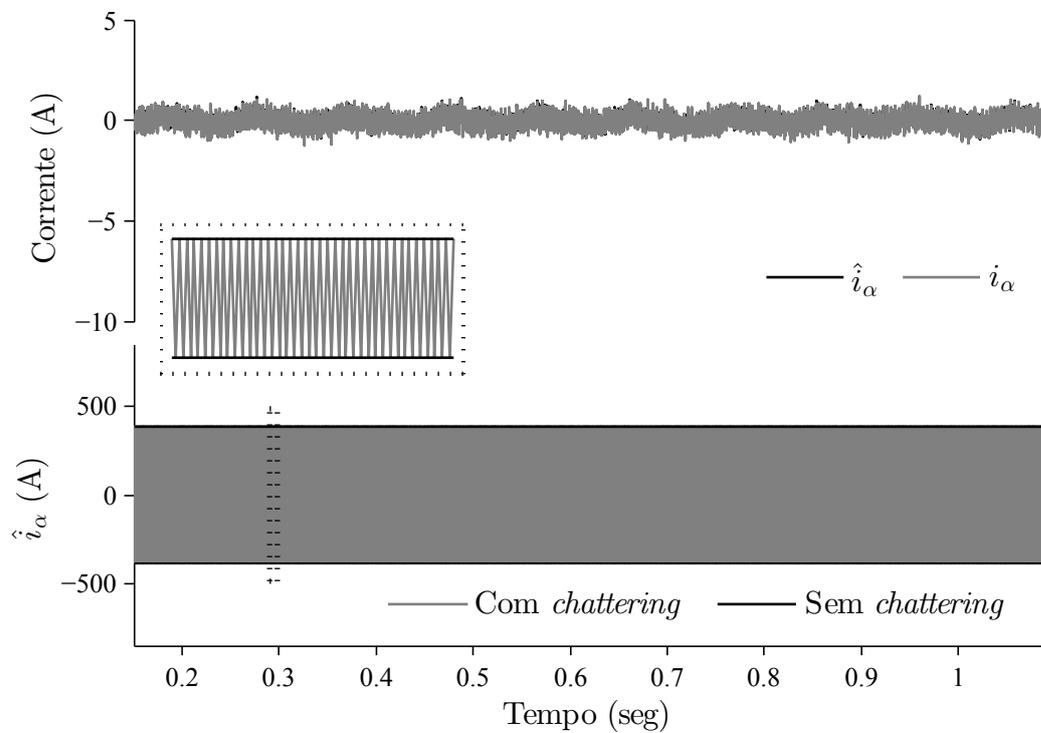


Figura 7.31 – *Sensorless 2*, baixa rotação: 50 rpm. Corrente estática eixo α . Superior: real i_α e estimada sem *chattering* \hat{i}_α ; Inferior: envoltória da corrente estimada \hat{i}_α .

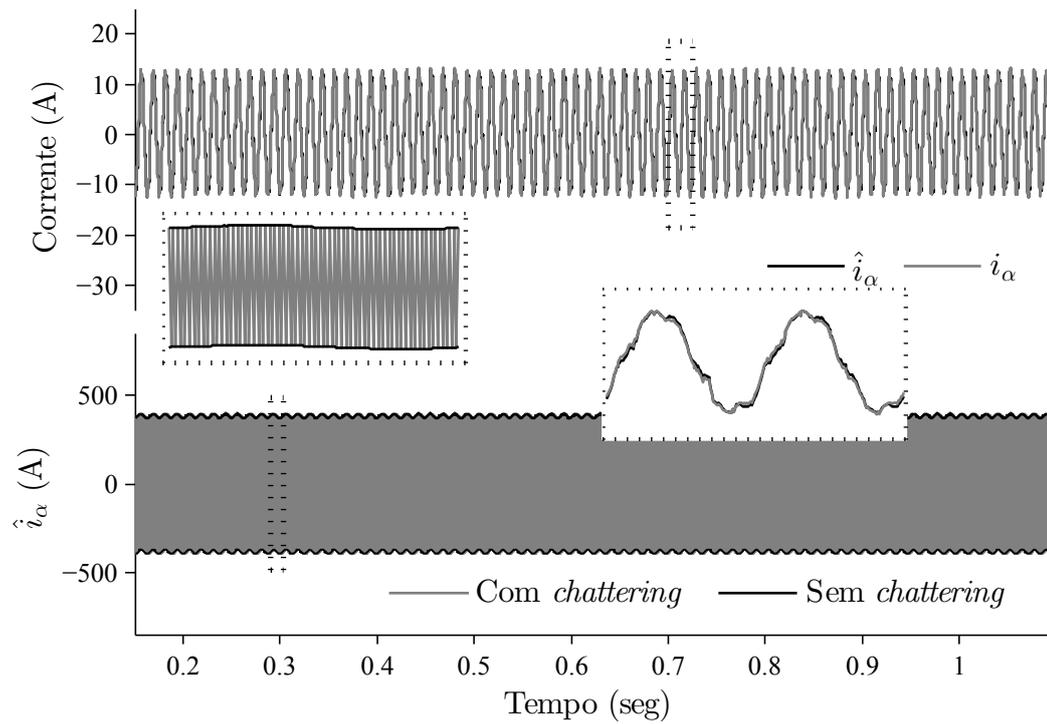


Figura 7.32 – *Sensorless 2*, metade da velocidade nominal: 400 rpm. Corrente estatórica eixo α . Superior: real i_α e estimada sem *chatter* \hat{i}_α ; Inferior: envoltória da corrente estimada \hat{i}_α .

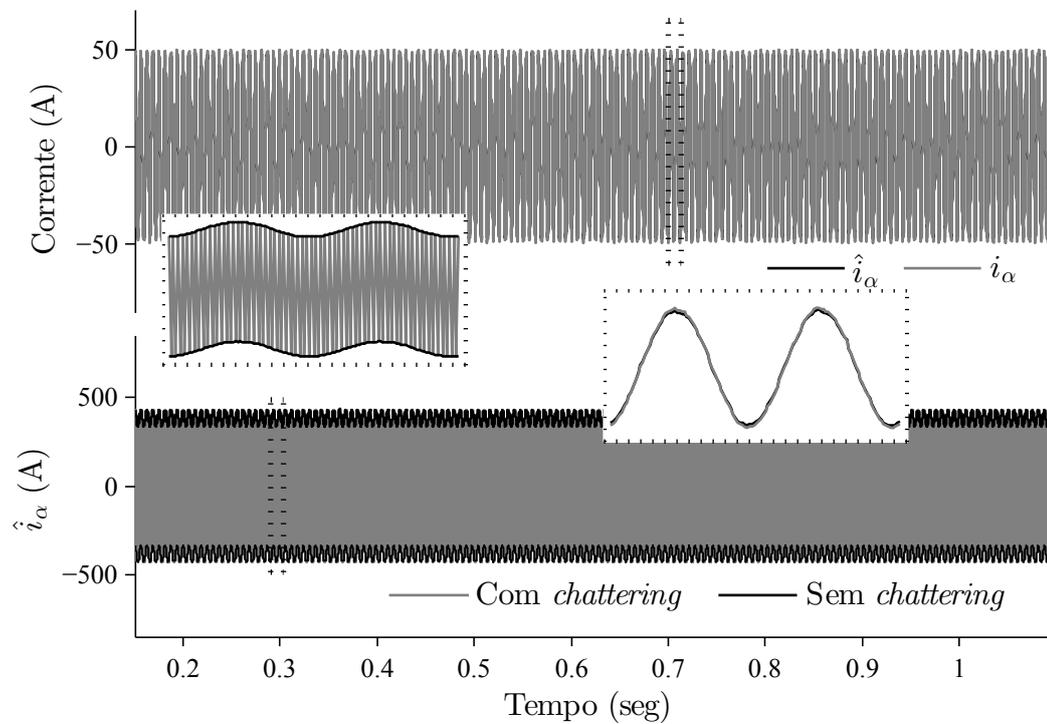


Figura 7.33 – *Sensorless 2*, velocidade nominal: 800 rpm. Corrente estatórica eixo α . Superior: real i_α e estimada sem *chatter* \hat{i}_α ; Inferior: envoltória da corrente estimada \hat{i}_α .

As Figuras 7.34 e 7.35 mostram o comportamento de malha fechada para o

Sensorless 1 e 2. A velocidade mecânica aumenta de 5 para 800 rpm, diminui para 400 rpm e retorna para 5 rpm, em uma taxa de 13,25 rpm/s. Assim que a velocidade atinge 1% do valor nominal, os erros de estimativa diminuem significativamente à medida que a velocidade aumenta. O *Sensorless* 1 revela um pequeno erro de estimação de velocidade em regime permanente, como mostra a imagem ampliada na Figura 7.34–superior. O erro de regime permanente é insignificante para o *Sensorless* 2, como exhibe a Figura 7.35–superior. Mesmo em velocidades próximas a zero, os controladores *sensorless* propostos garantem um desempenho aceitável, como mostram as Figuras 7.34 e 7.35–inferiores.

Em WECSs, o gerador fornece potência para a rede elétrica, quando a velocidade do vento atinge a velocidade de *cut-in*. Antes disso, a potência gerada supre as perdas elétricas. Para a turbina eólica projetada no Apêndice B, a velocidade de *cut-in* corresponde a um ponto operacional em que a velocidade mecânica do gerador equivale a 23% do valor nominal. Abaixo desse valor, então, os resultados experimentais podem ser considerados irrelevantes em termos práticos. As Figuras 7.34 e 7.35 mostram duas regiões nessa situação. Aqui, o objetivo é ressaltar que os controladores proposto operaram em quaisquer regiões de interesse, sem a necessidade de um método de partida.

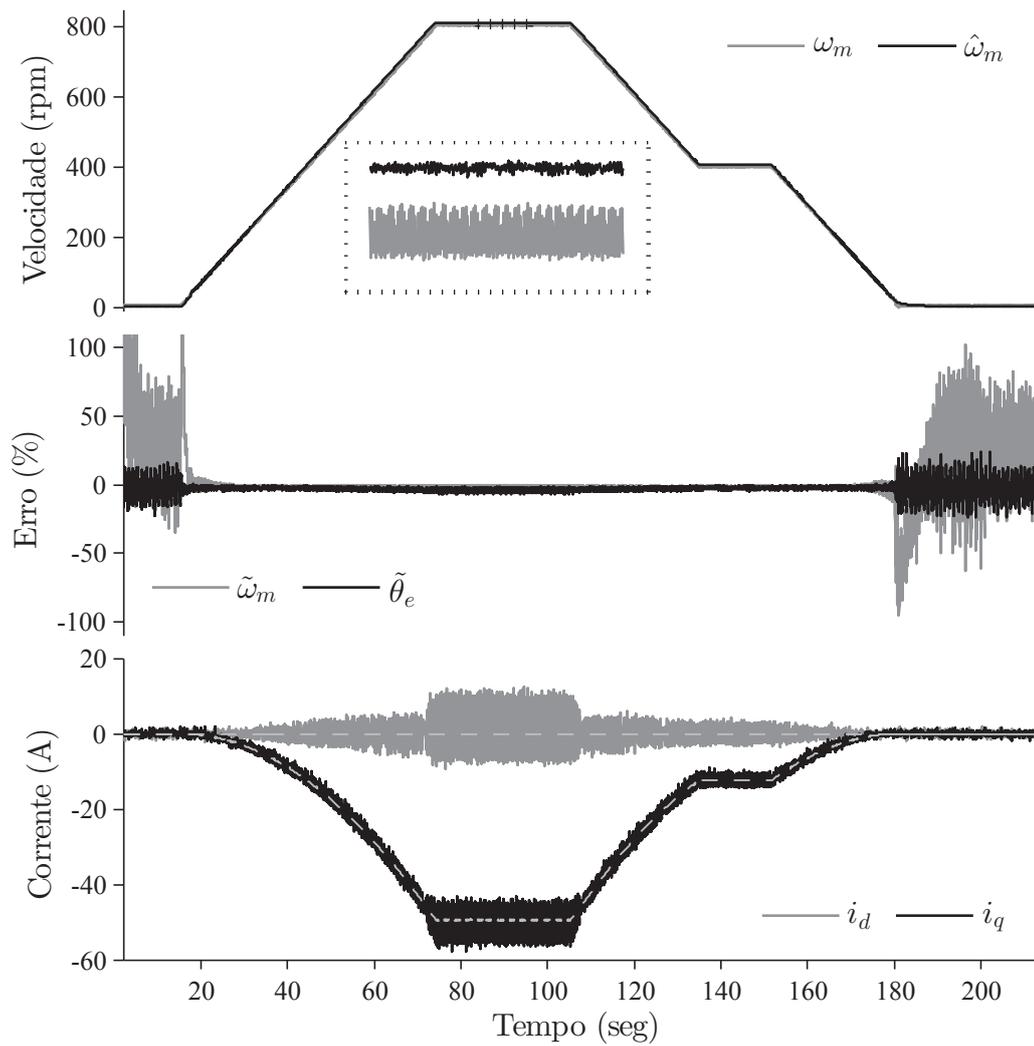


Figura 7.34 – *Sensorless 1* sob variação de velocidade de 5 para 800 rpm, decrescendo para 400 rpm e retornando para 5 rpm. Superior: velocidade mecânica real $\omega_{m(k)}$ e estimada $\hat{\omega}_{m(k)}$; Centro: erro percentual de posição $\tilde{\theta}_{e(k)}$ e de velocidade $\tilde{\omega}_{m(k)}$. Inferior: corrente estática em coordenadas síncronas $i_{dq(k)}$.

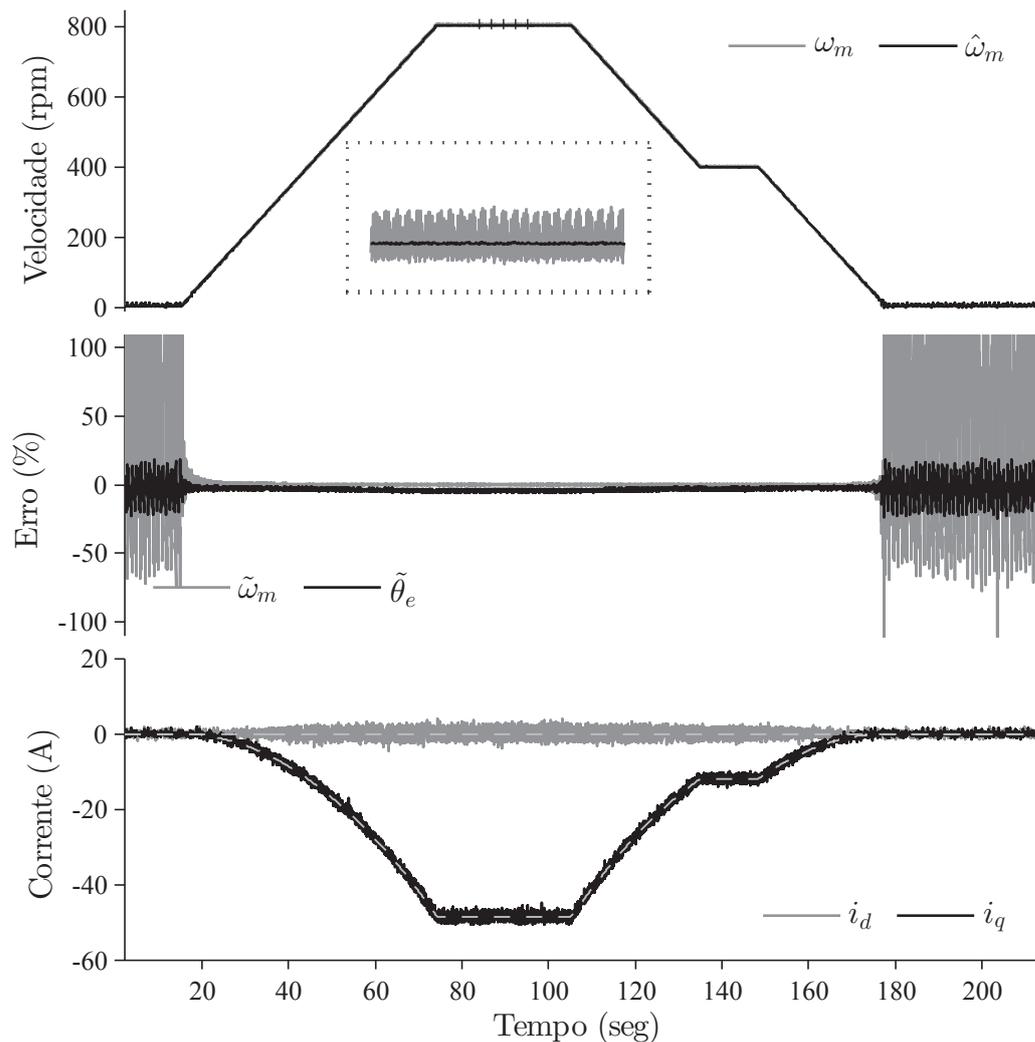
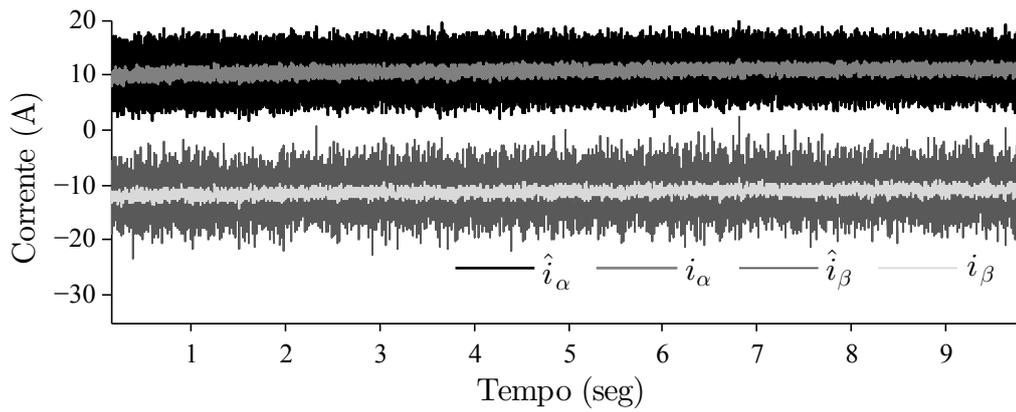
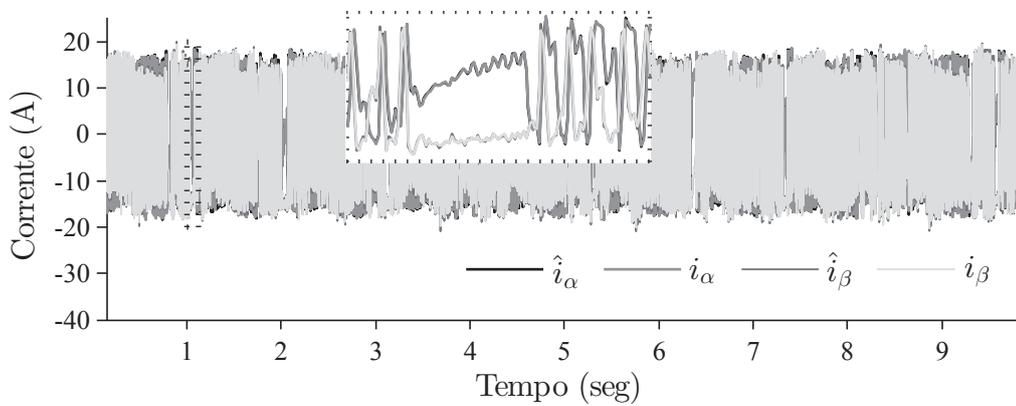
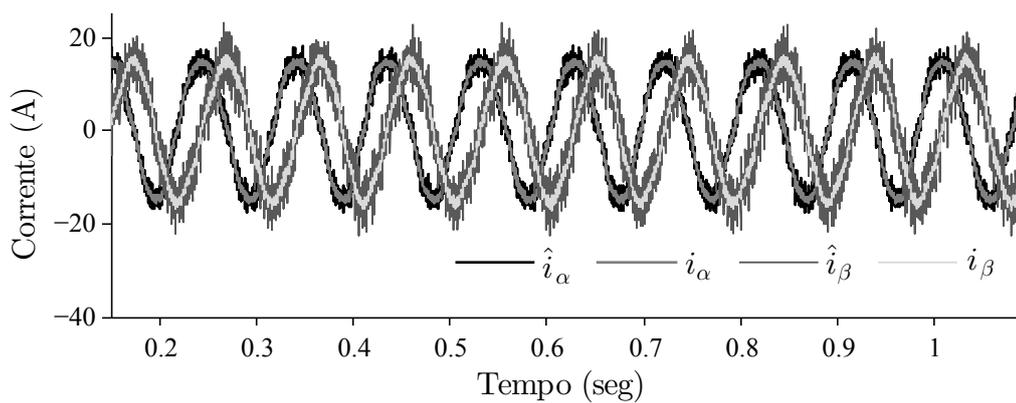


Figura 7.35 – *Sensorless 2* sob variação de velocidade de 5 para 800 rpm, decrescendo para 400 rpm e retornando para 5 rpm. Superior: velocidade mecânica real $\omega_{m(k)}$ e estimada $\hat{\omega}_{m(k)}$; Centro: erro percentual de posição $\tilde{\theta}_{e(k)}$ e de velocidade $\tilde{\omega}_{m(k)}$. Inferior: corrente estatórica em coordenadas síncronas $\hat{i}_{dq(k)}$.

As Figuras 7.36 e 7.38 e as Figuras 7.37 e 7.39 mostram as correntes em coordenadas estacionárias $\alpha\beta$, real $i_{\alpha\beta(k)}$ e estimada $\hat{i}_{\alpha\beta(k)}$, para o *Sensorless 1* e *2*, para as velocidades 5, 50 rpm, considerando uma referência de $i_{q(k)}^* = -15$ A. As Figuras 7.36 e 7.37 indicam uma queda de desempenho para operação em baixa rotação com elevado conjugado de carga. Para o *Sensorless 1*, o eixo do gerador fica bloqueado e para *Sensorless 2*, o eixo permanece livre, mas com degradação do desempenho. Apesar disso, a eficiência é restabelecida quando a velocidade aumenta, como mostram as Figuras 7.38 e 7.41, em que o *Sensorless 2* evidencia uma melhor rejeição para ruídos para a corrente e para a velocidade.

Figura 7.36 – *Sensorless 1*, velocidade próxima a zero: 5 rpm. Corrente estatórica eixo $\alpha\beta$.Figura 7.37 – *Sensorless 2*, velocidade próxima a zero: 5 rpm. Corrente estatórica eixo $\alpha\beta$.Figura 7.38 – *Sensorless 1*, baixa rotação: 50 rpm. Corrente estatórica eixo $\alpha\beta$.

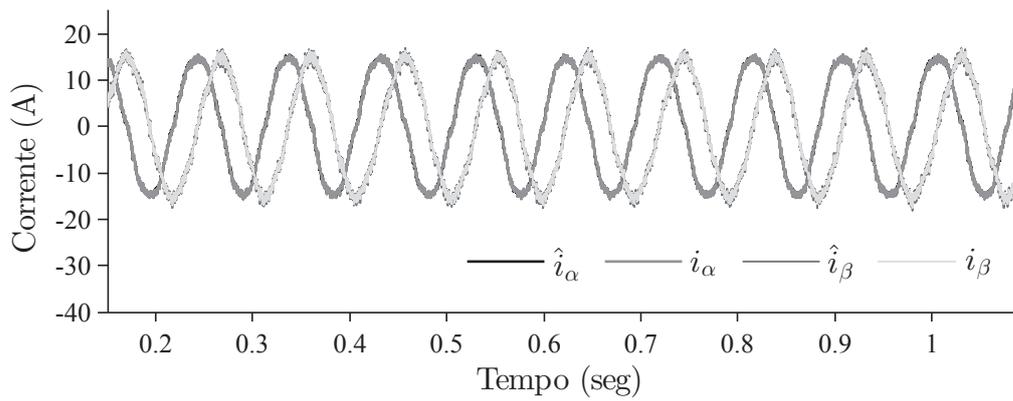


Figura 7.39 – *Sensorless 2*, baixa rotação: 50 rpm. Corrente estatórica eixo $\alpha\beta$.

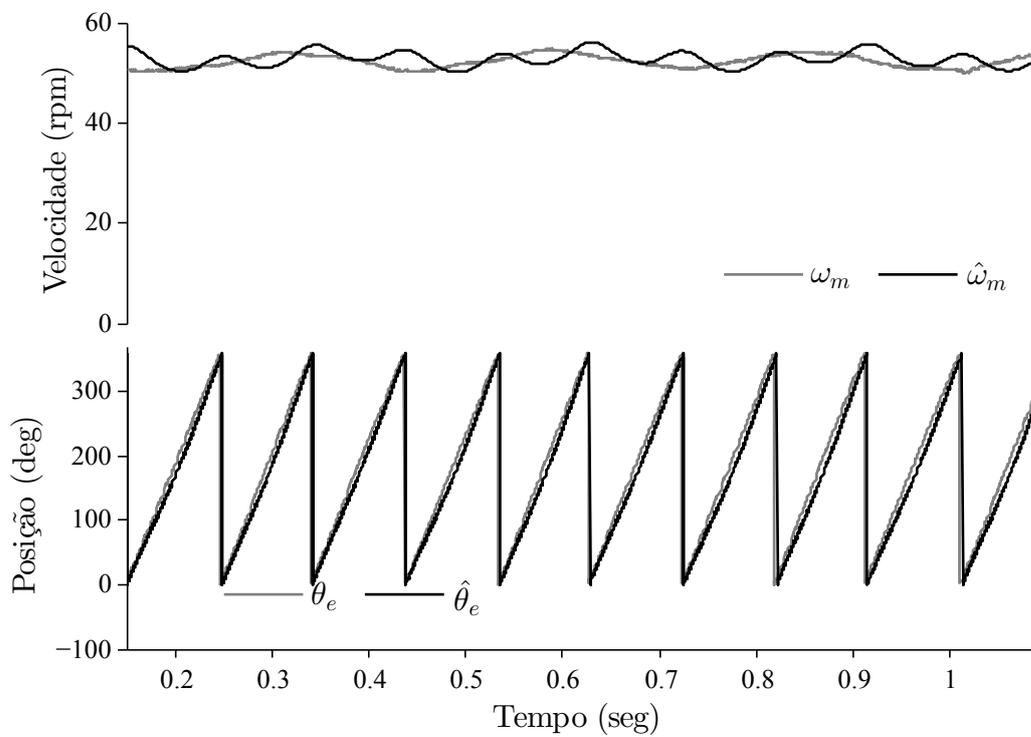


Figura 7.40 – *Sensorless 1*, baixa rotação: 50 rpm. Superior: velocidade mecânica real $\omega_{m(k)}$ e estimada $\hat{\omega}_{m(k)}$; Inferior: posição rotórica real $\theta_{e(k)}$ e estimada $\hat{\theta}_{e(k)}$.

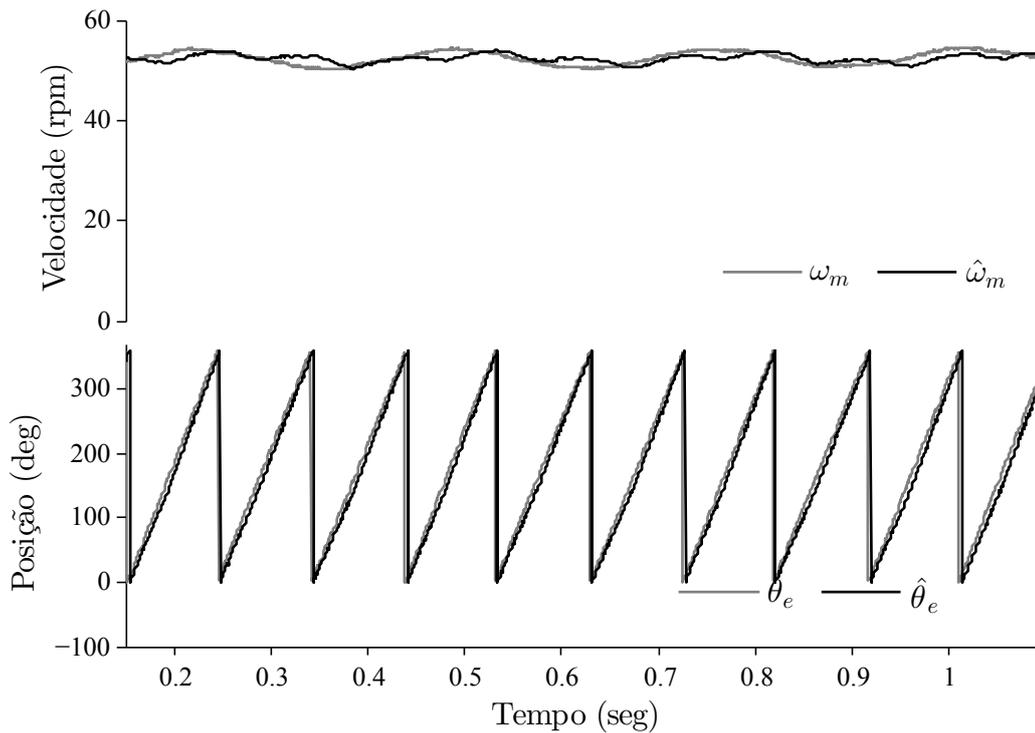


Figura 7.41 – *Sensorless 2*, baixa rotação: 50 rpm. Superior: velocidade mecânica real $\omega_{m(k)}$ e estimada $\hat{\omega}_{m(k)}$; Inferior: posição rotórica real $\theta_{e(k)}$ e estimada $\hat{\theta}_{e(k)}$.

As Figuras 7.42 e 7.43 mostram um transitório de corrente provocado por degraus na referência de $i_q(k)$, para o *Sensorless 1* e 2. A velocidade estimada sofre um transitório em ambos, rastreado em seguida a velocidade real no regime permanente. As imagens ampliadas exibem que a posição estimada $\hat{\theta}_{e(k)}$ permanece próxima a posição real durante o transitório de corrente, considerando o primeiro degrau. Comparando os esquemas *sensorless*, o transitório de velocidade se equivalem, entretanto o *Sensorless 2* fornece uma estimativa mais exata da velocidade; enquanto o erro de velocidade para o *Sensorless 1* decorre da Hipótese 4.3.1, que afeta a resposta de regime permanente.

O objetivo desses ensaios é avaliar a resposta dinâmica dos controladores *Sensorless 1* e 2, quando submetidos a uma variação abrupta de carga. Todavia, em um WECS real, uma variação de carga dessa natureza é improvável, visto que: (i) a velocidade do vento não varia abruptamente, e (ii) a inércia da turbina eólica amortece as oscilações de velocidade que podem se manifestar como variação de carga. De todo modo, esses ensaios são válidos, pois nenhuma variação de carga, em uma aplicação real, excederá a variação aplicada aqui. Portanto, pode-se presumir que os controladores *Sensorless 1* e 2 funcionarão adequadamente em um WECS prático.

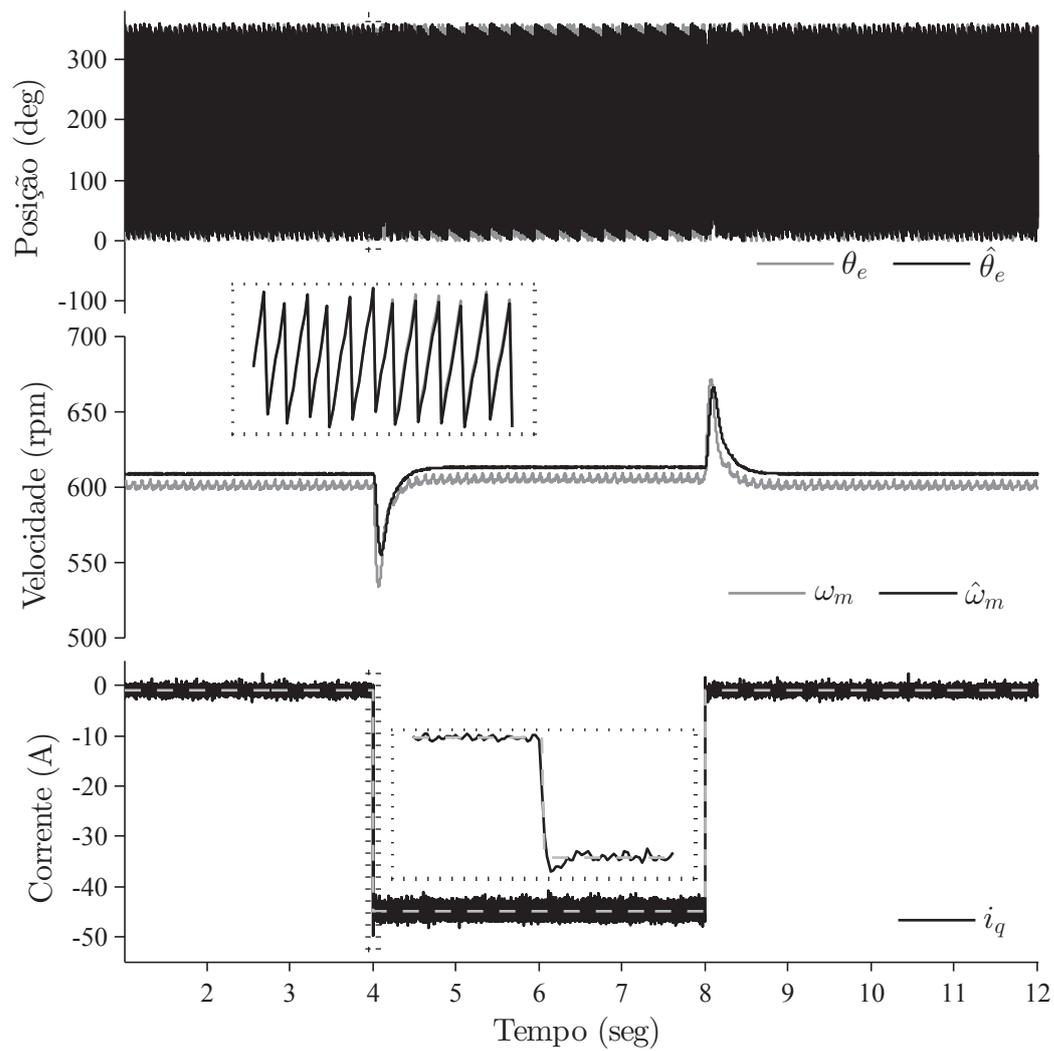


Figura 7.42 – *Sensorless 1* sob variação de carga em 600 rpm. Superior: posição rotórica real $\theta_{e(k)}$ e estimada $\hat{\theta}_{e(k)}$; Centro: velocidade mecânica real $\omega_{m(k)}$ e estimada $\hat{\omega}_{m(k)}$; Inferior: corrente síncrona $i_{q(k)}$.

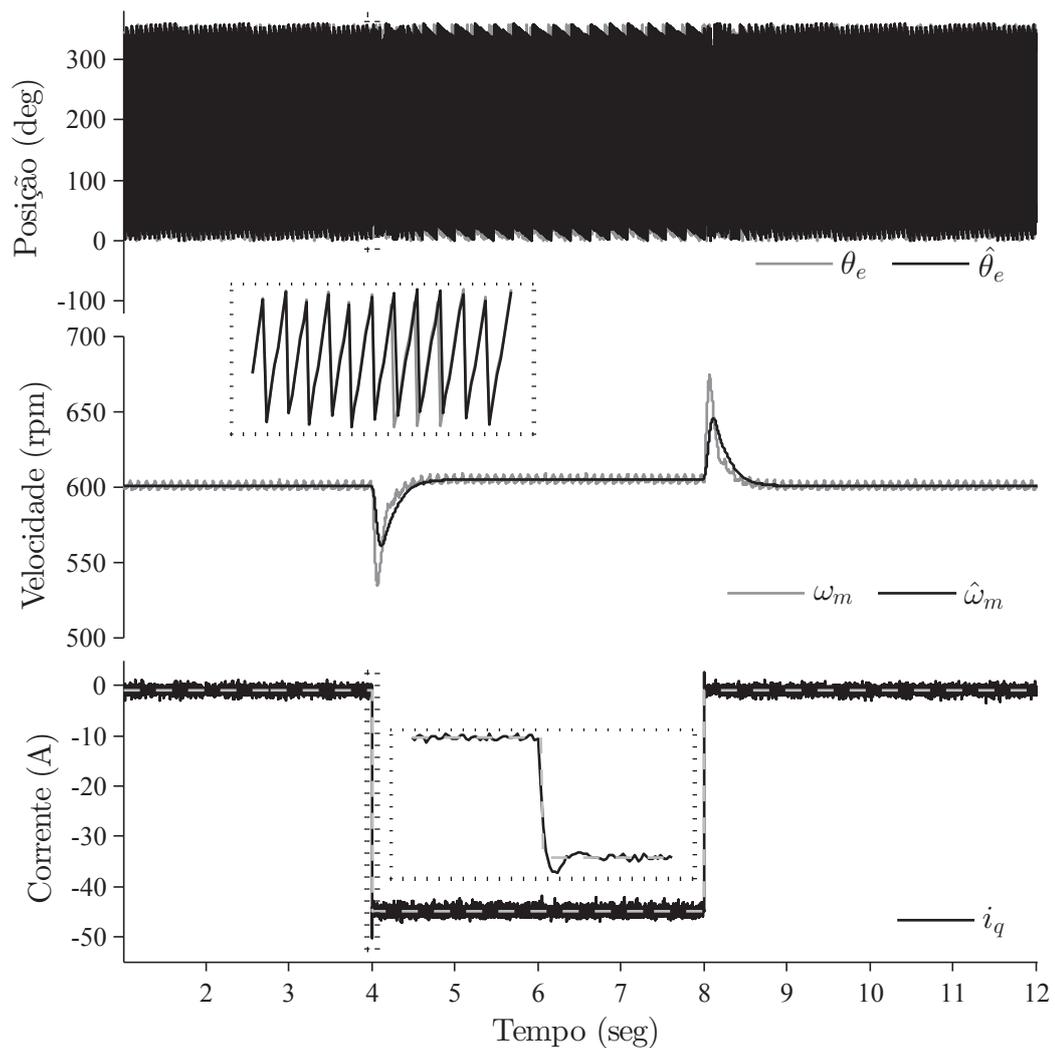


Figura 7.43 – *Sensorless 2* sob variação de carga em 600 rpm. Superior: posição rotórica real $\theta_{e(k)}$ e estimada $\hat{\theta}_{e(k)}$; Centro: velocidade mecânica real $\omega_{m(k)}$ e estimada $\hat{\omega}_{m(k)}$; Inferior: corrente síncrona $i_{q(k)}$.

Embora os ensaios experimentais considerem uma aplicação para WECS, as Figuras 7.44 e 7.45 mostram uma operação com reversão de velocidade de 50 para -50 rpm, para o *Sensorless 1* e 2, com $i_{q(k)}^* = -15$ A, para demonstrar o desempenho da estimativa de velocidade proposta.

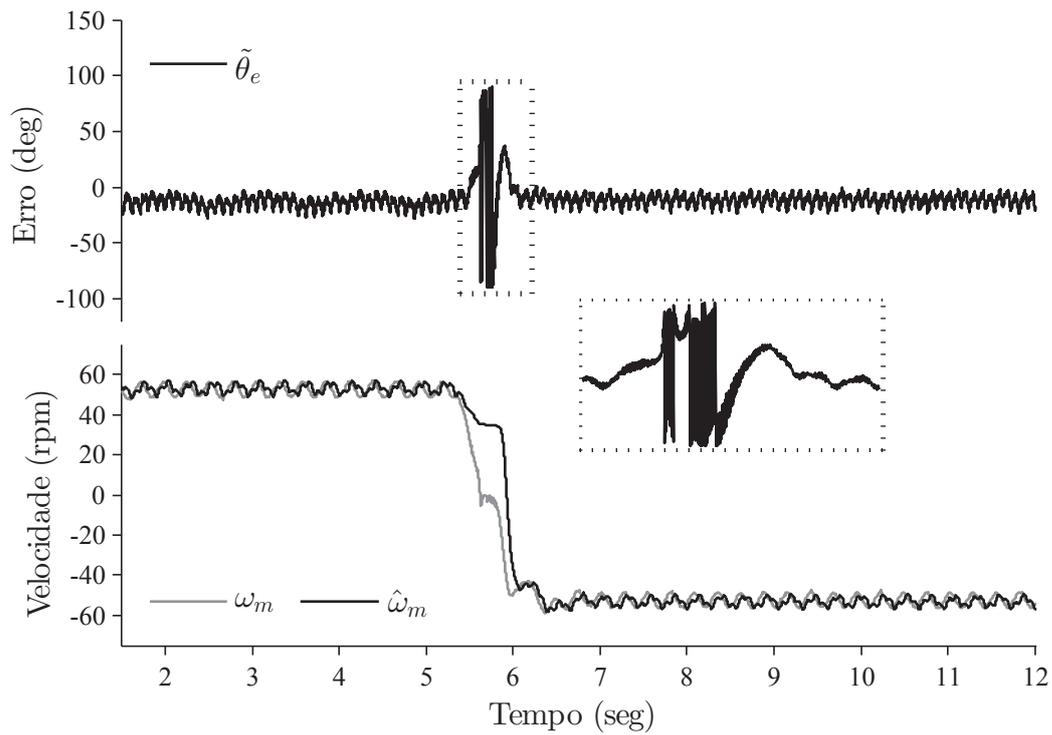


Figura 7.44 – *Sensorless 1* sob reversão de velocidade. Superior: erro de estimação de posição $\tilde{\theta}_e$; Inferior: velocidade mecânica real $\omega_{m(k)}$ e estimada $\hat{\omega}_{m(k)}$.

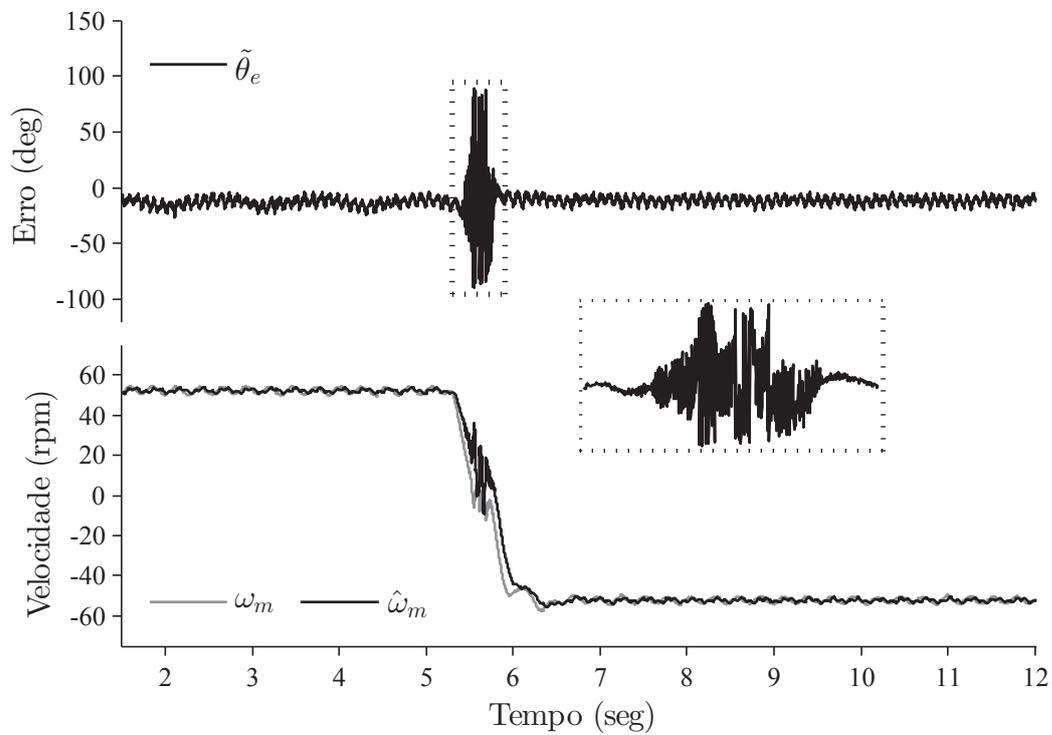


Figura 7.45 – *Sensorless 2* sob reversão de velocidade. Superior: erro de estimação de posição $\tilde{\theta}_e$; Inferior: velocidade mecânica real $\omega_{m(k)}$ e estimada $\hat{\omega}_{m(k)}$.

Na seção seguinte, os resultados experimentais são apresentados para o observador

de posição por modos deslizantes no domínio de tempo contínuo proposto por Yan e Utkin (2002). O observador é discretizado por Euler, e a função de atração é avaliada para: (i) função sinal com e sem realimentação da EMF estimada e (ii) função sigmoide. O desvio de fase do LPF é compensado para o caso (i); enquanto um LPF é desnecessário para o caso (ii), pois o *chattering* é inexistente. Os ganhos são apresentados na Tabela 7.4. O LPF é sintonizado em 200 Hz.

7.4 Comparação com observadores do domínio de tempo contínuo discretizados por Euler

7.4.1 Observadores SM

As Figuras 7.46, 7.47 e 7.48 bem como as Figuras 7.49, 7.50 e 7.51 mostram as velocidades e as posições reais e estimadas assim como os seus erros de estimação para as velocidades 50 e 800 rpm, para os observadores de Yan-Utkin: sinal, sinal+EMF e sigmoide. Nota-se uma evolução na qualidade das estimativas de posição, considerando esses ensaios. Por um lado, o observador de Yan-Utkin sinal oferece a pior estimativa de posição para baixa rotação; por outro, ele conserva a fase da posição estimada para alta rotação, como revelam as Figuras 7.46 e 7.49. Os desvios de fase verificados nas Figuras 7.50 e 7.51 para os observadores sinal+EMF e sigmoide derivam: (i) da realimentação da EMF equivalente, que altera a característica dinâmica do LPF, para o primeiro e (ii) da função sigmoide, para o segundo. O desvio de fase do primeiro pode ser compensado seguindo a metodologia deste trabalho de tese.

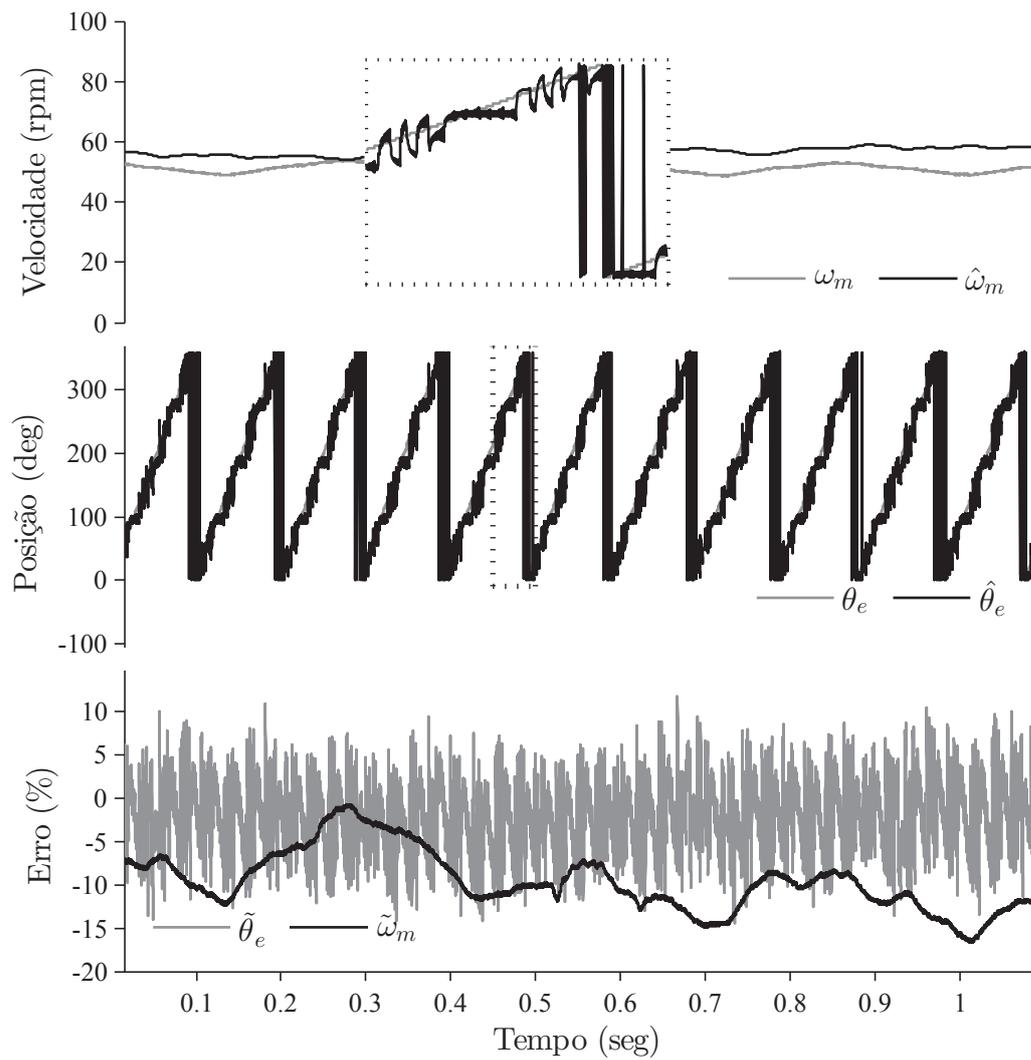


Figura 7.46 – Yan-Utkin sinal, baixa rotação: 50 rpm. Superior: velocidade mecânica real $\omega_{m(k)}$ e estimada $\hat{\omega}_{m(k)}$; Centro: posição rotórica real $\theta_{e(k)}$ e estimada $\hat{\theta}_{e(k)}$; Inferior: erro percentual de estimação de posição $\tilde{\theta}_{e(k)}$ e de velocidade mecânica $\tilde{\omega}_{m(k)}$.

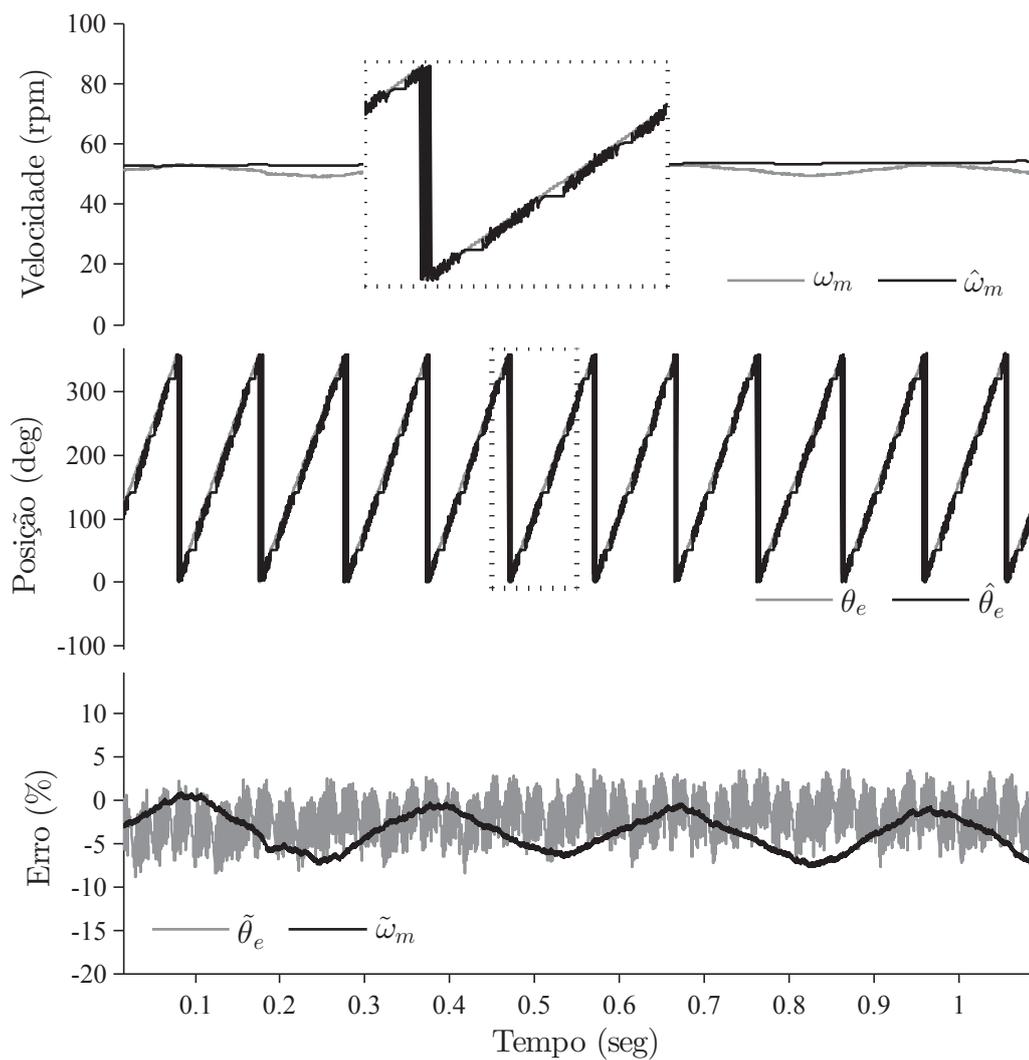


Figura 7.47 – Yan-Utkin sinal+EMF, baixa rotação: 50 rpm. Superior: velocidade mecânica real $\omega_{m(k)}$ e estimada $\hat{\omega}_{m(k)}$; Centro: posição rotórica real $\theta_{e(k)}$ e estimada $\hat{\theta}_{e(k)}$; Inferior: erro percentual de estimação de posição $\tilde{\theta}_{e(k)}$ e de velocidade mecânica $\tilde{\omega}_{m(k)}$.

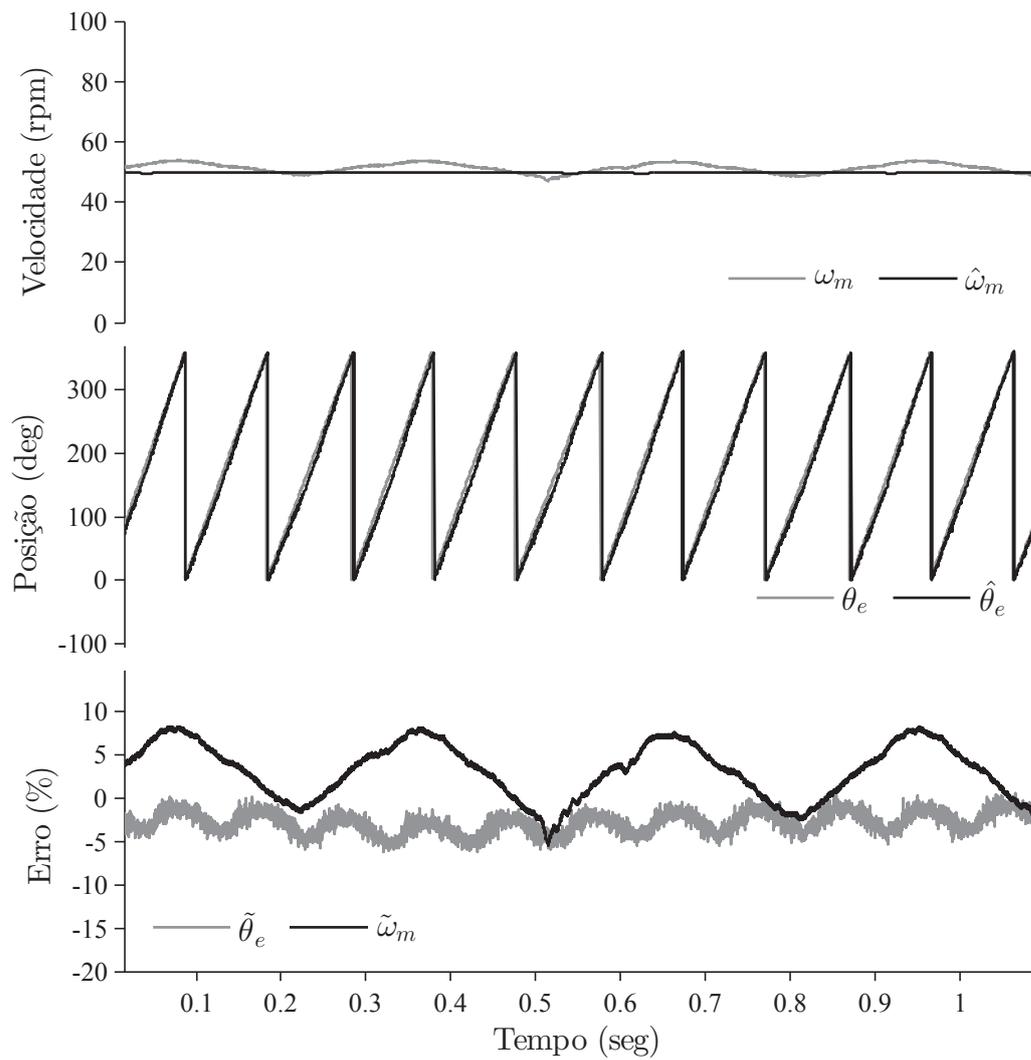


Figura 7.48 – Yan-Utkin sigmoide, baixa rotação: 50 rpm. Superior: velocidade mecânica real $\omega_{m(k)}$ e estimada $\hat{\omega}_{m(k)}$; Centro: posição rotórica real $\theta_{e(k)}$ e estimada $\hat{\theta}_{e(k)}$; Inferior: erro percentual de estimação de posição $\tilde{\theta}_{e(k)}$ e de velocidade mecânica $\tilde{\omega}_{m(k)}$.

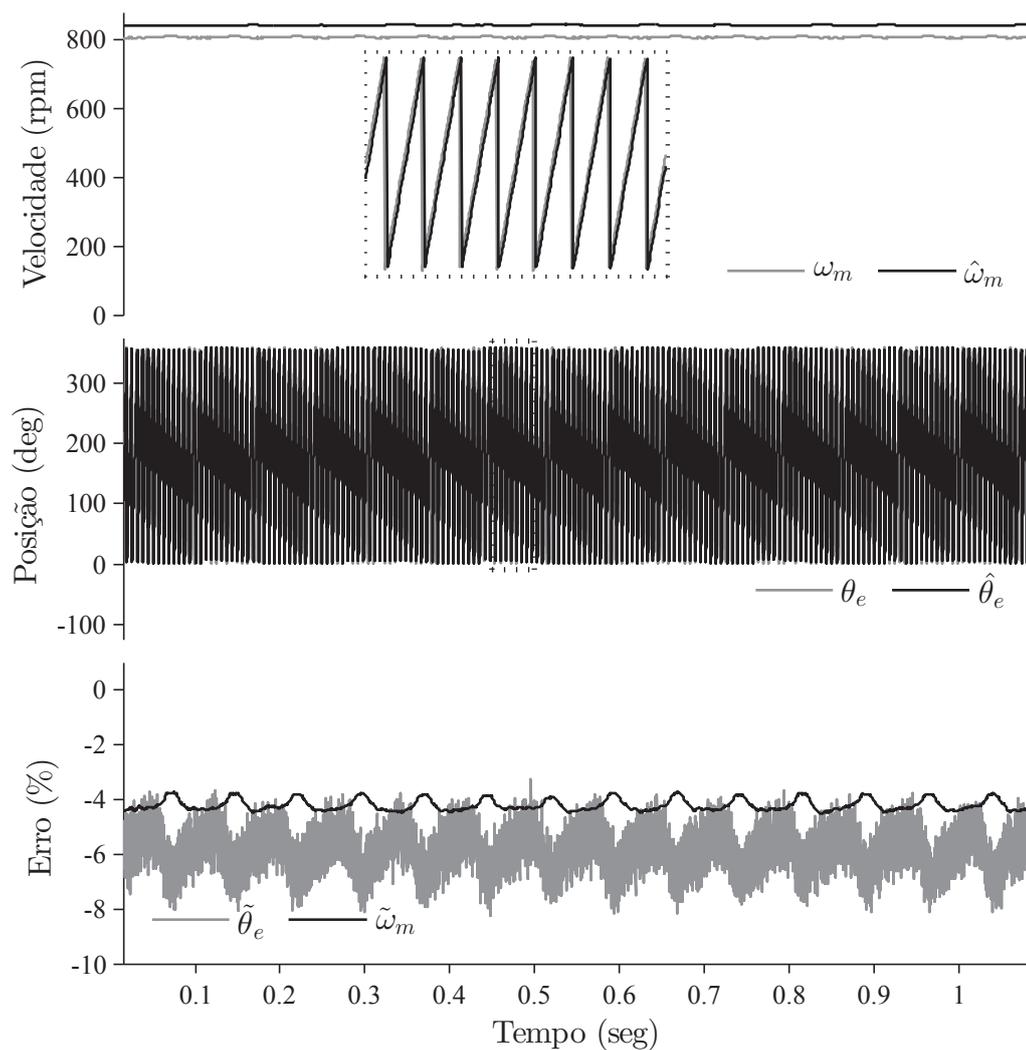


Figura 7.49 – Yan-Utkin sinal, velocidade nominal: 800 rpm. Superior: velocidade mecânica real $\omega_{m(k)}$ e estimada $\hat{\omega}_{m(k)}$; Centro: posição rotórica real $\theta_{e(k)}$ e estimada $\hat{\theta}_{e(k)}$; Inferior: erro percentual de estimação de posição $\tilde{\theta}_{e(k)}$ e de velocidade mecânica $\tilde{\omega}_{m(k)}$.

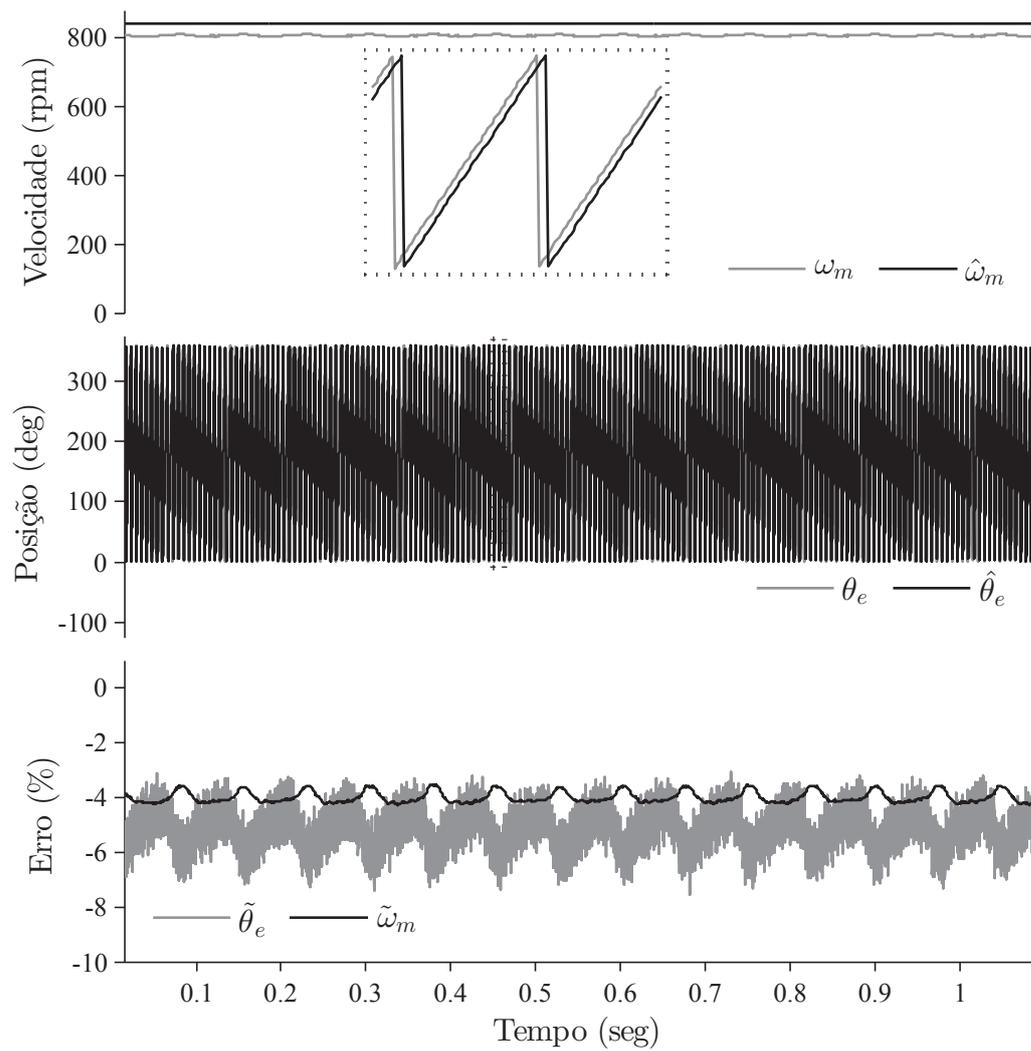


Figura 7.50 – Yan-Utkin sinal+EMF, velocidade nominal: 800 rpm. Superior: velocidade mecânica real $\omega_{m(k)}$ e estimada $\hat{\omega}_{m(k)}$; Centro: posição rotórica real $\theta_{e(k)}$ e estimada $\hat{\theta}_{e(k)}$; Inferior: erro percentual de estimação de posição $\tilde{\theta}_{e(k)}$ e de velocidade mecânica $\tilde{\omega}_{m(k)}$.

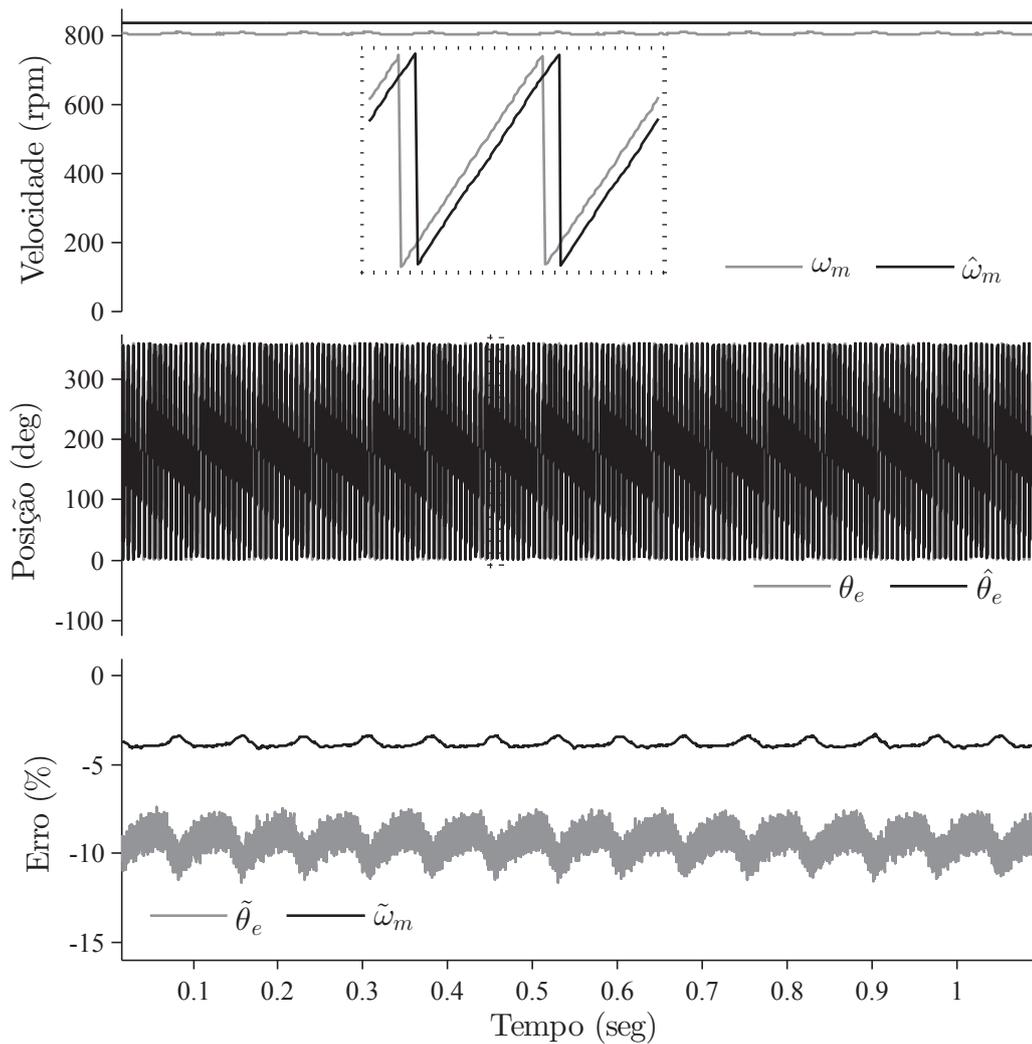


Figura 7.51 – Yan-Utkin sigmoide, velocidade nominal: 800 rpm. Superior: velocidade mecânica real $\omega_{m(k)}$ e estimada $\hat{\omega}_{m(k)}$; Centro: posição rotórica real $\theta_{e(k)}$ e estimada $\hat{\theta}_{e(k)}$; Inferior: erro percentual de estimação de posição $\tilde{\theta}_{e(k)}$ e de velocidade mecânica $\tilde{\omega}_{m(k)}$.

As Figuras 7.52, 7.53 e 7.54 assim como as Figuras 7.55, 7.56 e 7.57 mostram as funções de comutação para as velocidades 50 e 800 rpm, para os observadores Utkin: sinal, sinal+EMF e sigmoide. Em todos os resultados, os observadores violam os atributos dos modos quase deslizantes segundo Gao, Wang e Homaifa (1995), que requer o cruzamento da superfície de deslizamento pela função de comutação para cada instante de amostragem. Essa é uma importante característica que deve ser mantida para assegurar um comportamento previsível do *chattering*, refletindo no desempenho do observador como demonstrado na Seção 7.3. Ressalta-se que o *chattering* pode ser suprimido usando uma função sigmoide; por outro lado, comprometendo as propriedades de invariância.

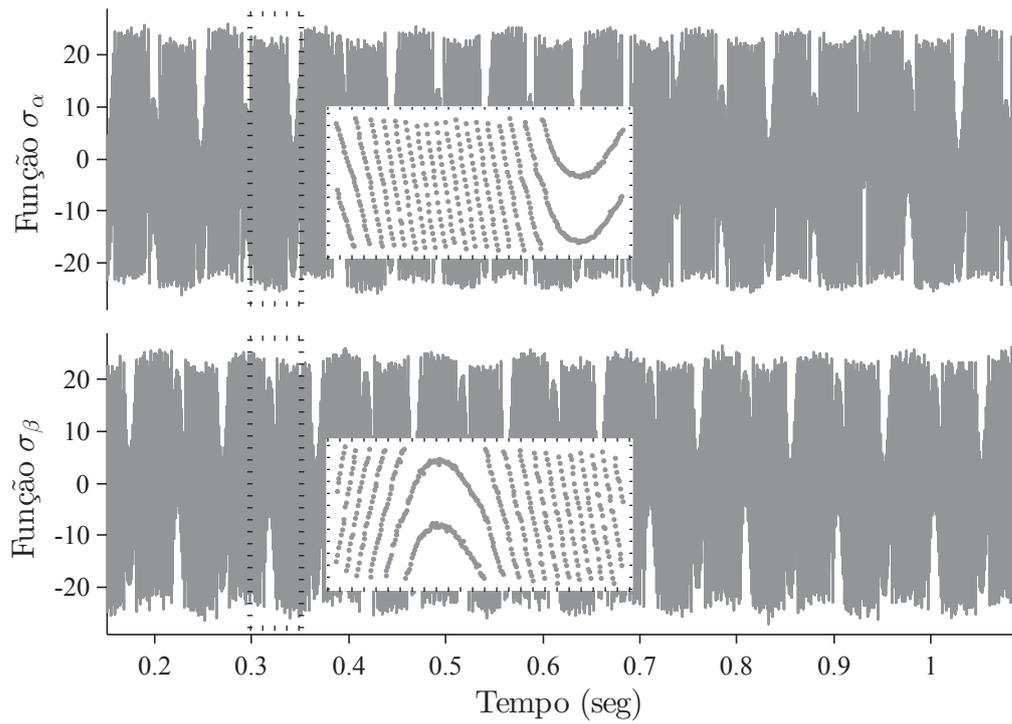


Figura 7.52 – Yan-Utkin sinal, baixa rotação: 50 rpm. Função de comutação $\sigma_{\alpha\beta(k)}$.

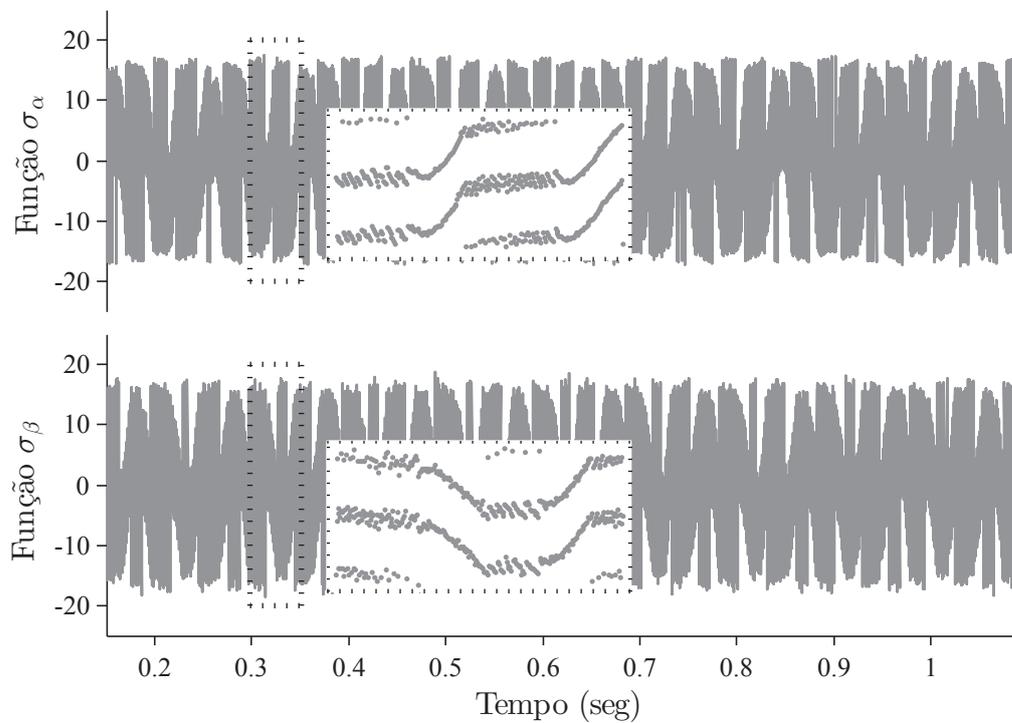


Figura 7.53 – Yan-Utkin sinal+EMF, baixa rotação: 50 rpm. Função de comutação $\sigma_{\alpha\beta(k)}$.

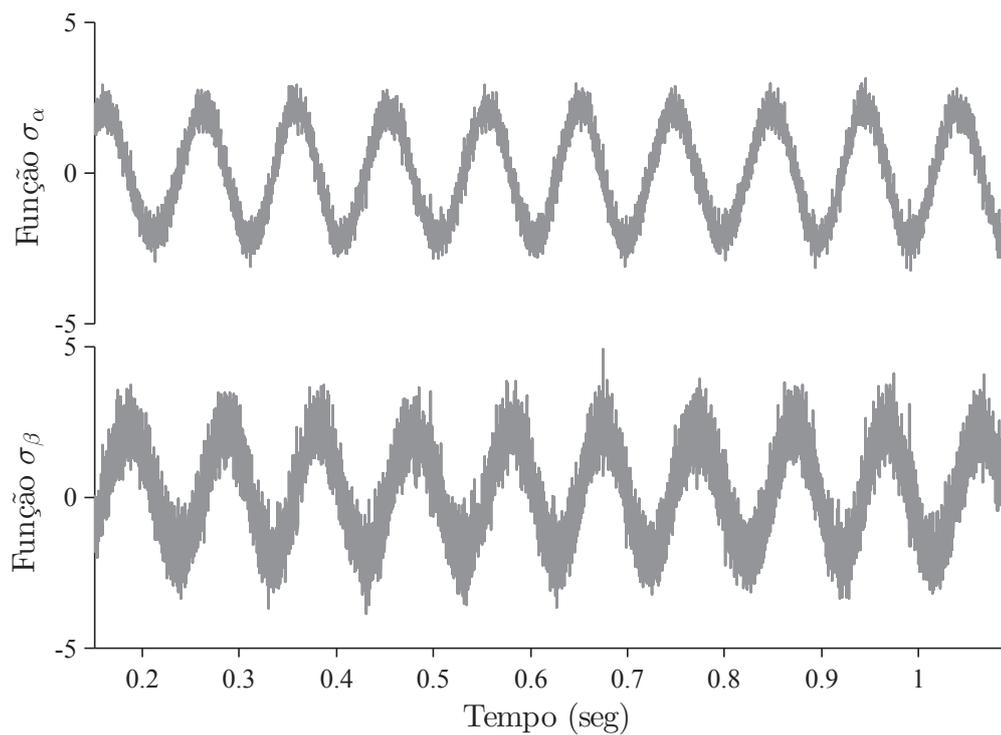


Figura 7.54 – Yan-Utkin sigmoide, baixa rotação: 50 rpm. Função de comutação $\sigma_{\alpha\beta(k)}$.

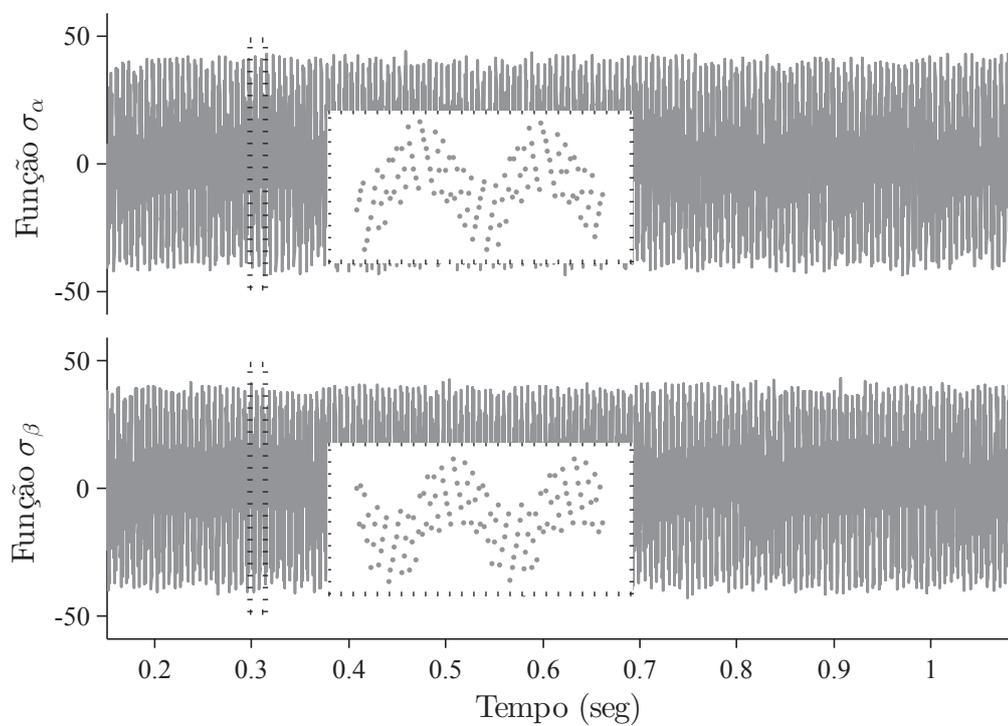


Figura 7.55 – Yan-Utkin sinal, velocidade nominal: 800 rpm. Função de comutação $\sigma_{\alpha\beta(k)}$.

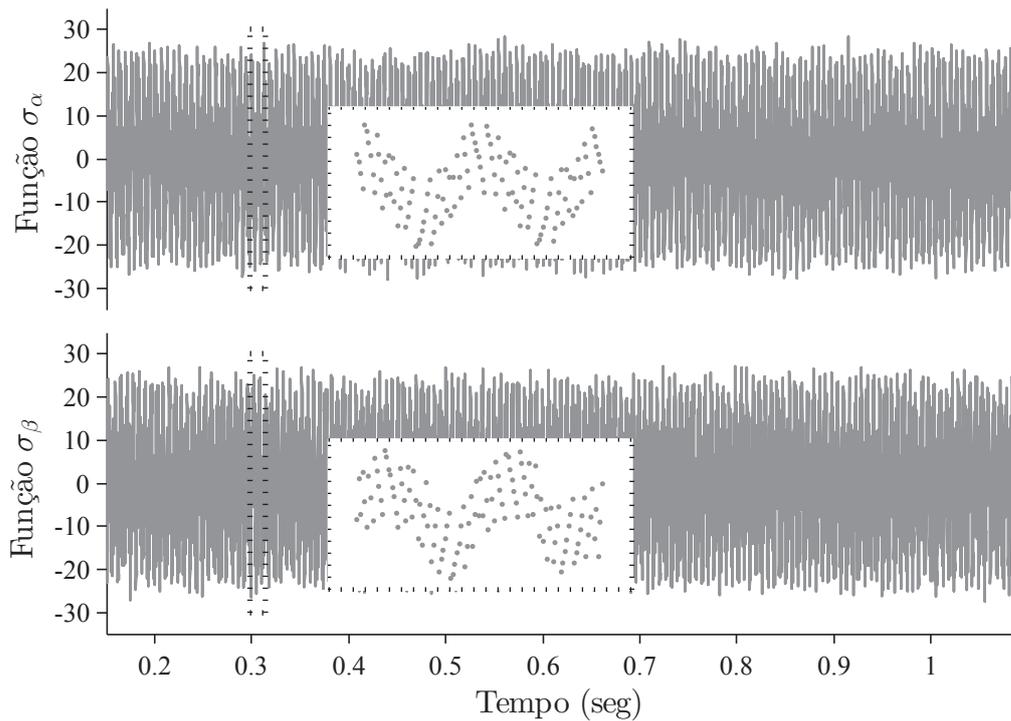


Figura 7.56 – Yan-Utkin sinal+EMF, velocidade nominal: 800 rpm. Função de comutação $\sigma_{\alpha\beta(k)}$.

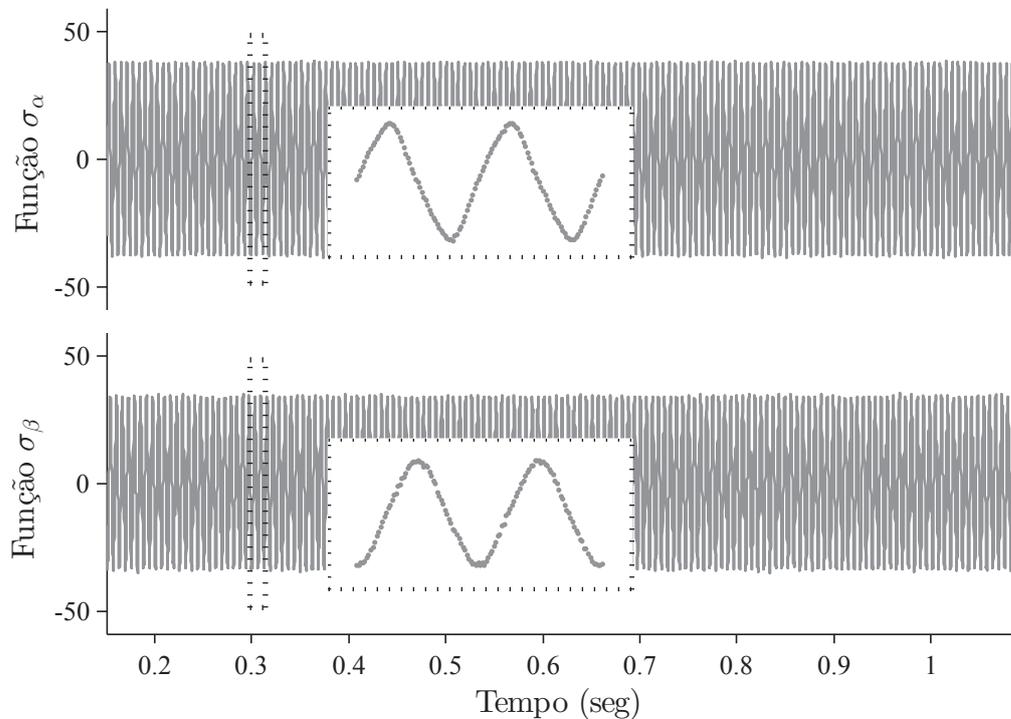


Figura 7.57 – Yan-Utkin sigmoide, velocidade nominal: 800 rpm. Função de comutação $\sigma_{\alpha\beta(k)}$.

As Figuras 7.58, 7.59 e 7.60 bem como as Figuras 7.61, 7.62 e 7.63 mostram a EMF de eixo α calculada $e_{\alpha(k)}$, estimada $\hat{e}_{\alpha(k)}$ e equivalente $e_{\alpha(k)}^{eq}$, para as velocidades

50 e 800 rpm, para os observadores de Yan-Utkin: sinal, sinal+EMF e sigmoide. A EMF estimada afeta na eficácia da estimativa da posição. Fica evidente, então, que as distorções na posições expostas nas Figuras 7.46 a 7.51 originam-se da estimativa da EMF, que relaciona-se com a função de comutação $\sigma_{\alpha\beta(k)}$ por meio da função de atração $u_{\alpha\beta(k)}$. Destaca-se que a desvio de fase entre $e_{\alpha(k)}$ e $\hat{e}_{\alpha(k)}$ provém:

- (i) do LPF, para o observador de Yan-Utkin sinal;
- (ii) do próprio observador, para o observador de Yan-Utkin sinal+EMF, e
- (iii) da função sigmoide, para o observador de Yan-Utkin sigmoide.

Neste trabalho de tese, uma metodologia para compensar a defasagem do próprio observador é estabelecida.

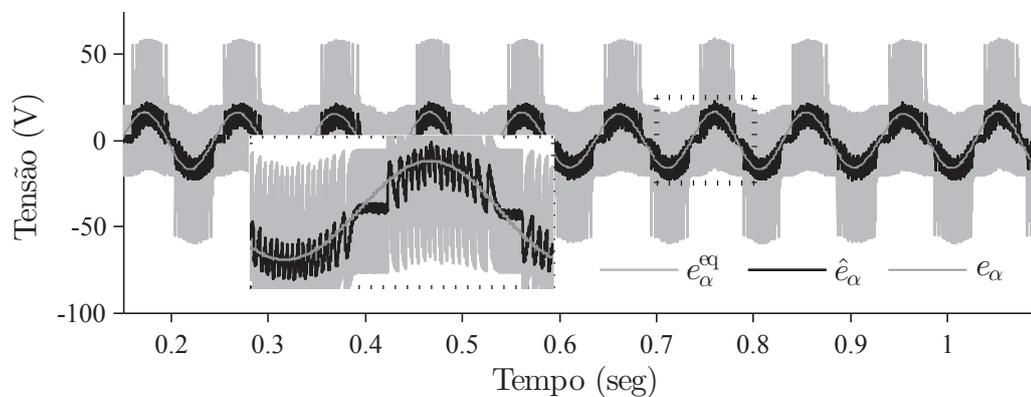


Figura 7.58 – Yan-Utkin sinal, baixa rotação: 50 rpm. Força eletromotriz: calculada e_{α} , estimada \hat{e}_{α} e equivalente e_{α}^{eq} .

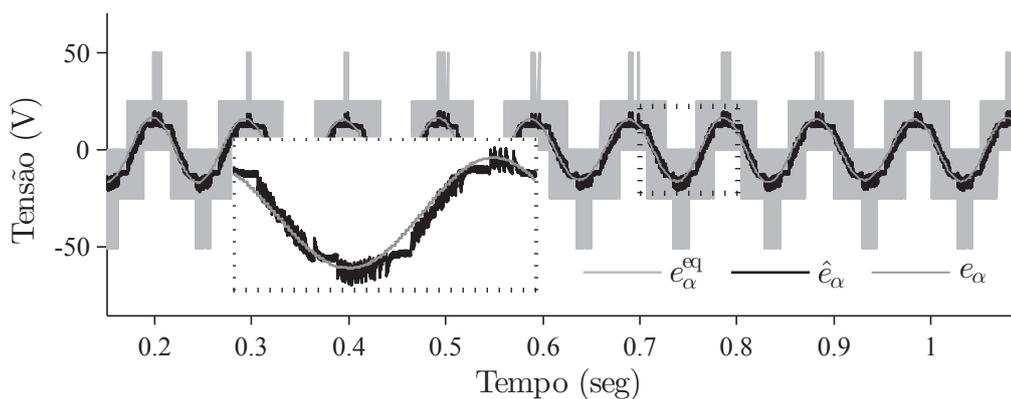


Figura 7.59 – Yan-Utkin sinal+EMF, baixa rotação: 50 rpm. Força eletromotriz: calculada e_{α} , estimada \hat{e}_{α} e equivalente e_{α}^{eq} .

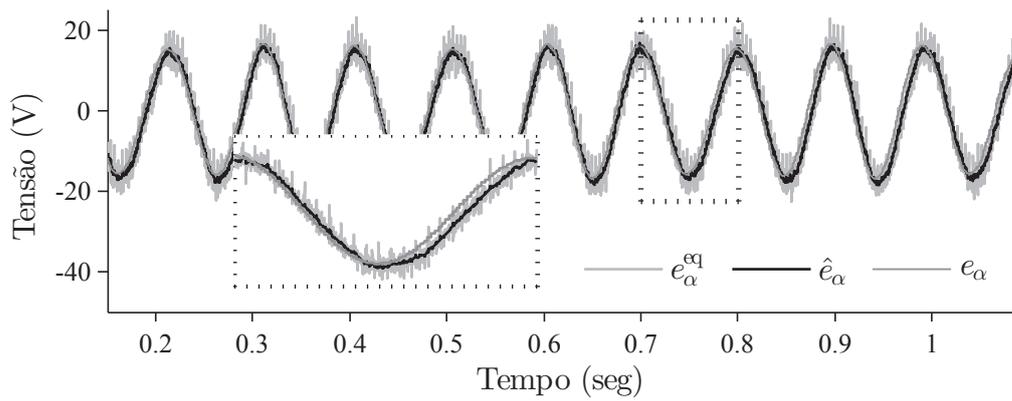


Figura 7.60 – Yan-Utkin sigmoide, baixa rotação: 50 rpm. Força eletromotriz: calculada e_α , estimada \hat{e}_α e equivalente e_α^{eq} .

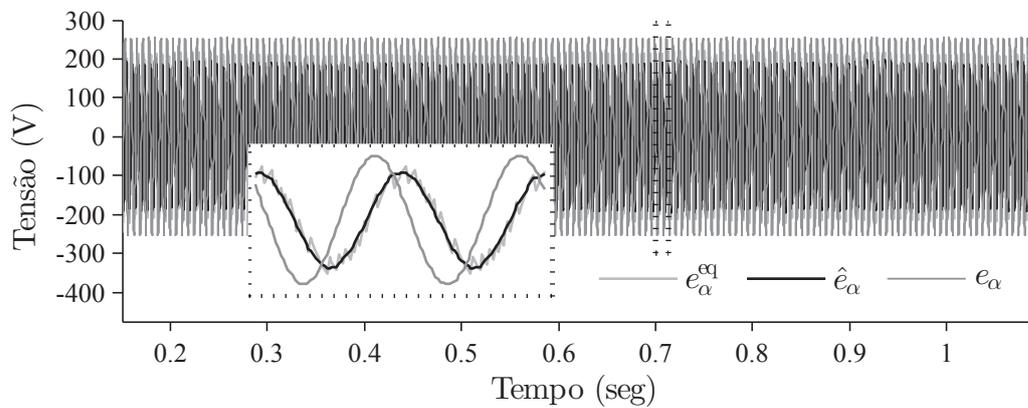


Figura 7.61 – Yan-Utkin sinal, velocidade nominal: 800 rpm. Força eletromotriz: calculada e_α , estimada \hat{e}_α e equivalente e_α^{eq} .

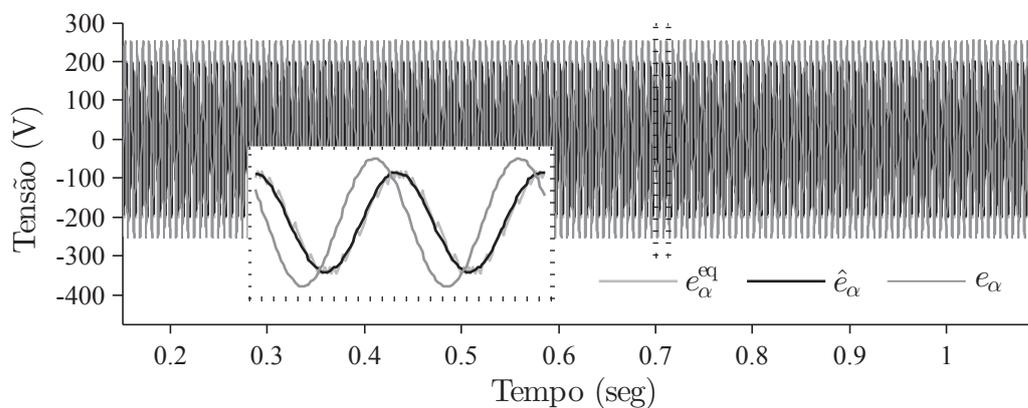


Figura 7.62 – Yan-Utkin sinal+EMF, velocidade nominal: 800 rpm. Força eletromotriz: calculada e_α , estimada \hat{e}_α e equivalente e_α^{eq} .

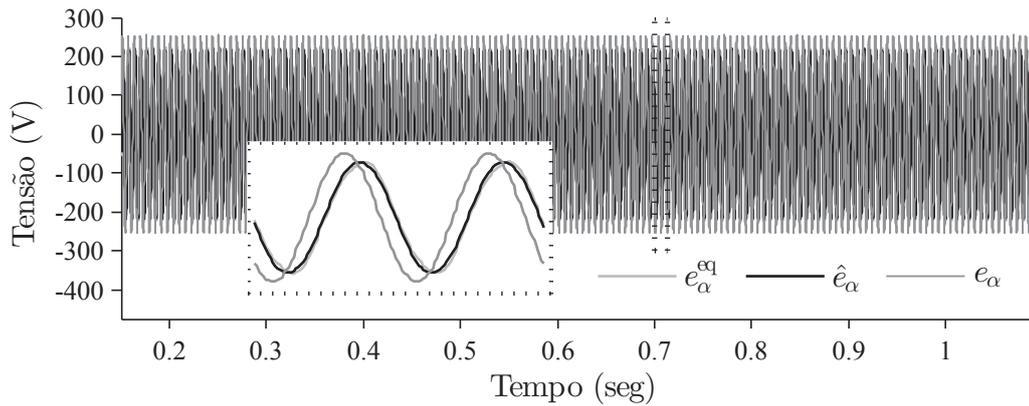


Figura 7.63 – Yan-Utkin sigmoide, velocidade nominal: 800 rpm. Força eletromotriz: calculada e_α , estimada \hat{e}_α e equivalente e_α^{eq} .

As Figuras 7.64, 7.65 e 7.66 bem como as Figuras 7.67, 7.68 e 7.69 mostram a corrente estática de eixo α real $i_{\alpha(k)}$ e estimada $\hat{i}_{\alpha(k)}$ para as velocidades 50 e 800 rpm, para os observadores de Yan-Utkin: sinal, sinal+EMF e sigmoide. Esses resultados são importantes para avaliar a eficácia da estimativa da posição. Em aplicações sem sensores mecânicos, a diferença entre a corrente medida e a estimada pode prever a qualidade da estimativa de posição. Note que se o erro de estimação de corrente difere de zero, então a função de atração $\mathbf{u}_{\alpha\beta}$ contém informações tanto da EMF quanto do erro de estimação, como pode-se averiguar por (3.13) considerando o regime permanente. Portanto, o observador de Yan-Utkin sigmoide pode ser desprezado, pois ele fornece uma péssima estimativa de corrente para baixas e altas velocidades, como evidenciam as Figuras 7.66 e 7.69. Considerando os observadores de Yan-Utkin sinal e sinal+EMF, o erro de estimação de corrente é significativamente maior, comparando-os com os observadores *Sensorless* 1 e 2 para baixa rotação, como exibem as Figuras 7.64 e 7.65 em relação às Figuras 7.26 e 7.30. Além disso, nota-se visualmente que o erro entre o componente fundamental de $\hat{i}_{\alpha(k)}$ e $i_{\alpha(k)}$ é maior para o observador de Yan-Utkin sinal do que para o observador de Yan-Utkin sinal+EMF, como expõem as Figuras 7.67 e 7.68.

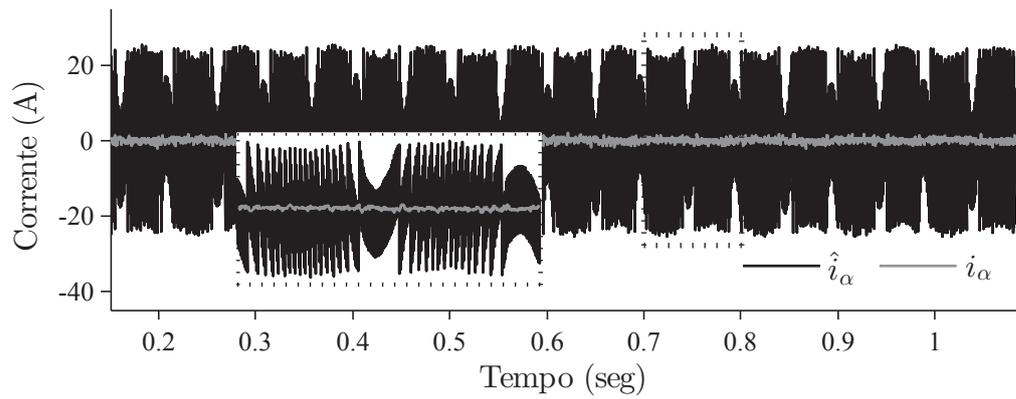


Figura 7.64 – Yan-Utkin sinal, baixa rotação: 50 rpm. Corrente estatórica: real $i_{\alpha(k)}$ e estimada $\hat{i}_{\alpha(k)}$.

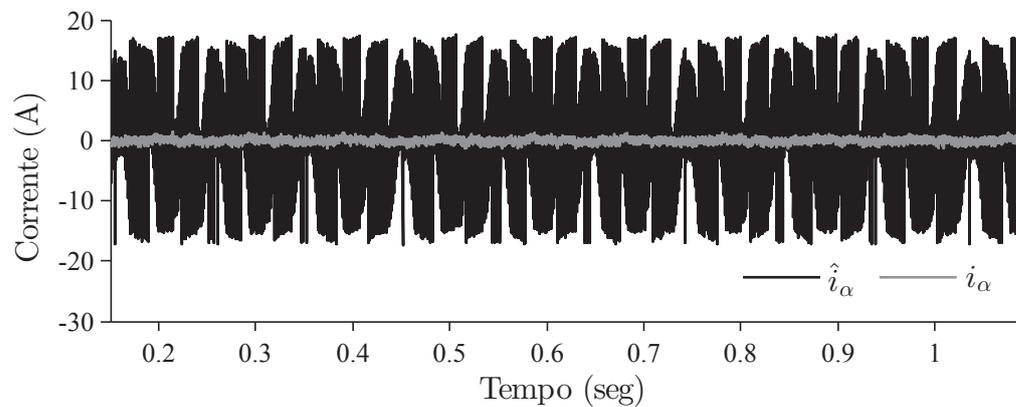


Figura 7.65 – Yan-Utkin sinal+EMF, baixa rotação: 50 rpm. Corrente estatórica: real $i_{\alpha(k)}$ e estimada $\hat{i}_{\alpha(k)}$.

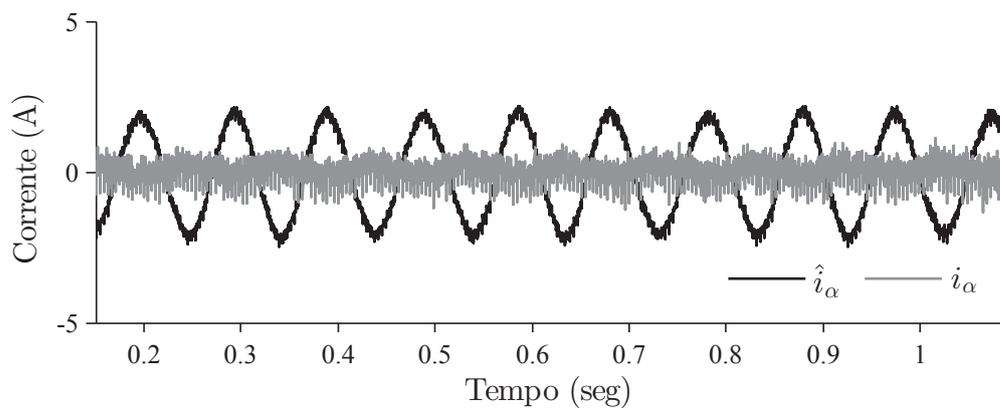


Figura 7.66 – Yan-Utkin sigmoide, baixa rotação: 50 rpm. Corrente estatórica: real $i_{\alpha(k)}$ e estimada $\hat{i}_{\alpha(k)}$.

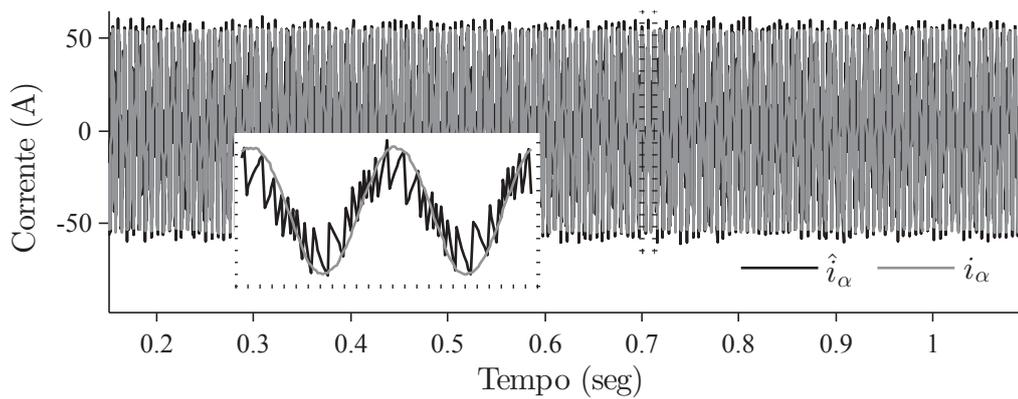


Figura 7.67 – Yan-Utkin sinal, velocidade nominal: 800 rpm. Corrente estatórica: real $i_{\alpha(k)}$ e estimada $\hat{i}_{\alpha(k)}$.

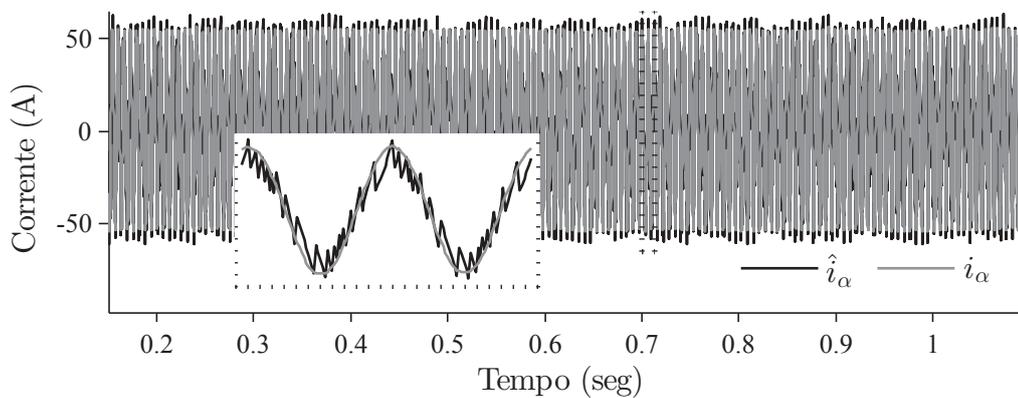


Figura 7.68 – Yan-Utkin sinal+EMF, velocidade nominal: 800 rpm. Corrente estatórica: real $i_{\alpha(k)}$ e estimada $\hat{i}_{\alpha(k)}$.

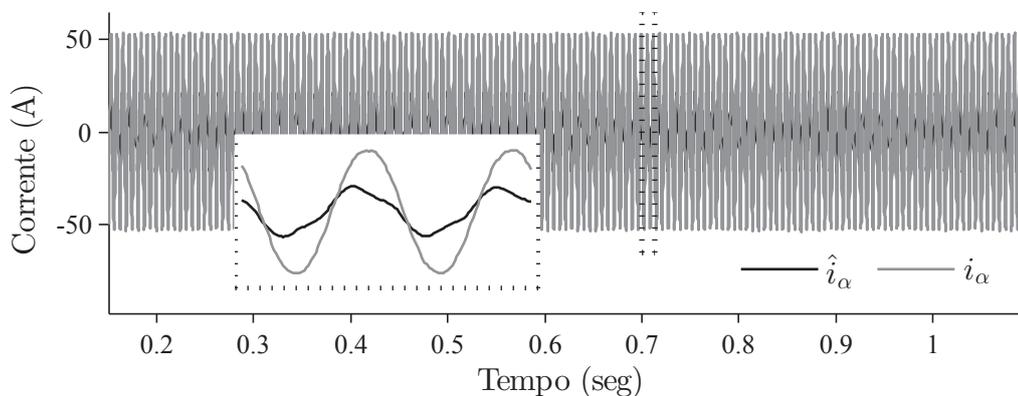


Figura 7.69 – Yan-Utkin sigmoide, velocidade nominal: 800 rpm. Corrente estatórica: real $i_{\alpha(k)}$ e estimada $\hat{i}_{\alpha(k)}$.

A Figura 7.70 mostra a corrente estatórica de eixo α real $i_{\alpha(k)}$ e estimada $\hat{i}_{\alpha(k)}$ para a velocidade 400 rpm com $h_2 = 100$, para os observadores de Yan-Utkin: sinal e

sinal+EMF. Esses resultados desprezam o efeito da realimentação da EMF equivalente em $\hat{i}_{\alpha(k)}$. Assumindo um mesmo ganho h_2 , o observador de Yan-Utkin sinal é incapaz de estimar adequadamente a corrente $i_{\alpha(k)}$, resultando em uma distorção na EMF estimada $\hat{e}_{\alpha(k)}$, como exhibe a Figura 7.71.

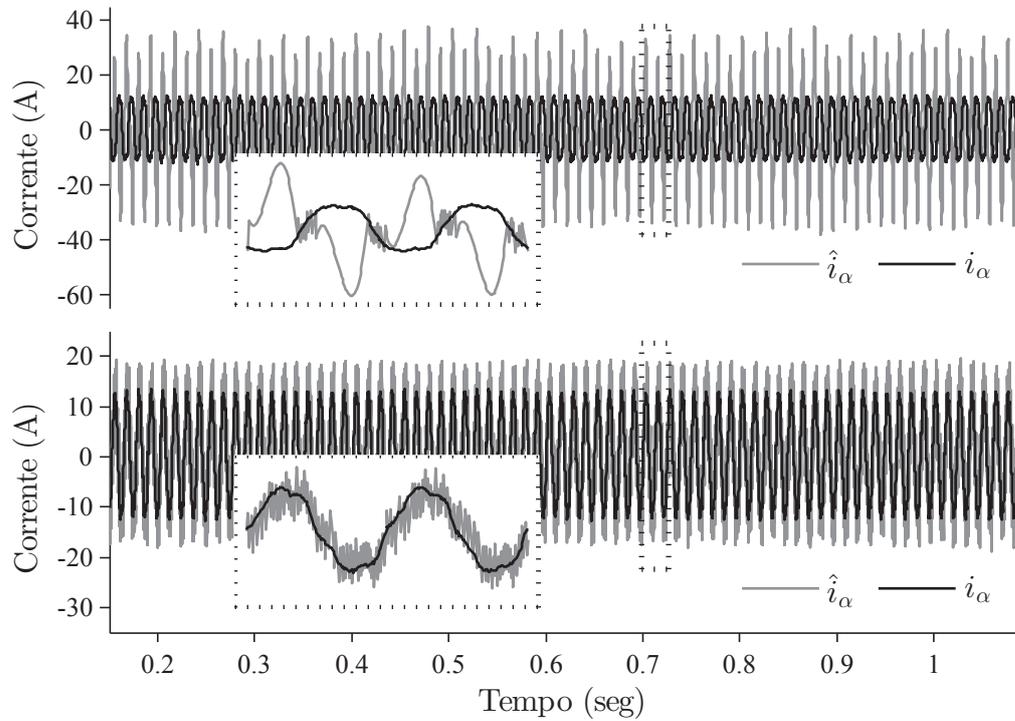


Figura 7.70 – Resultado experimental para o observador discretizado de Yan-Utkin na metade da velocidade nominal, 400 rpm. Corrente estatórica: real i_{α} e estimada \hat{i}_{α} . Superior: sinal; Inferior: sinal+EMF.

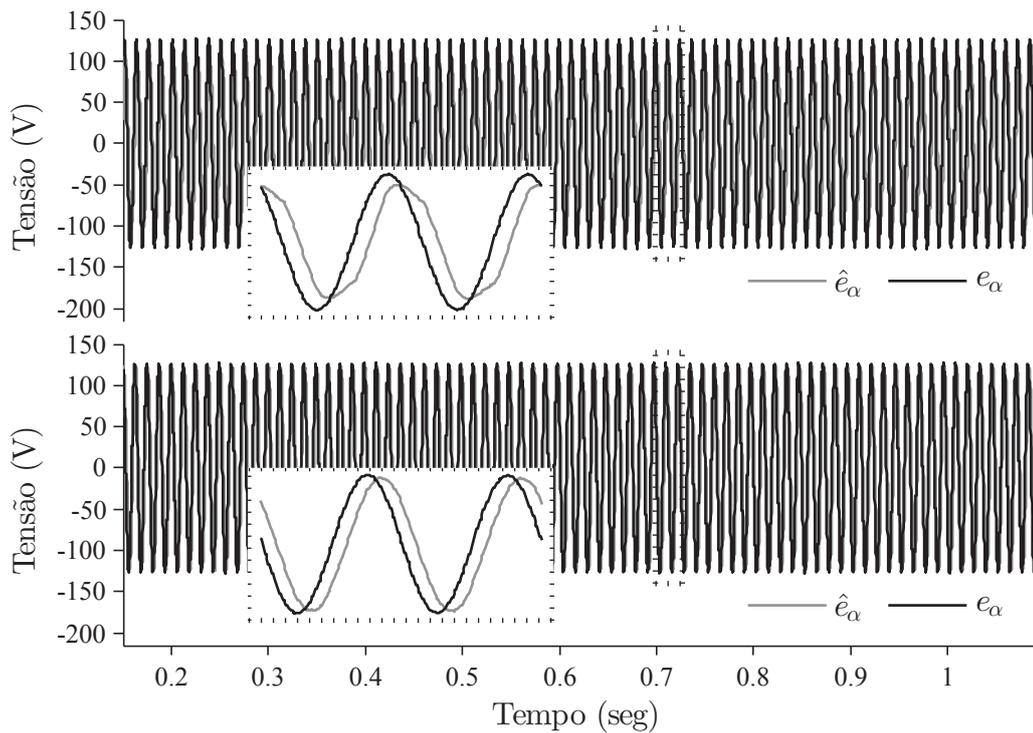


Figura 7.71 – Resultado experimental para o observador discretizado de Yan-Utkin na metade da velocidade nominal, 400 rpm. Força eletromotriz: real e_α e estimada \hat{e}_α . Superior: sinal; Inferior: sinal+EMF.

Na próxima seção, os resultados experimentais são obtidos para o observador proposto por Foo e Rahman (2010b), que combina o modelo de tensão e de corrente do PMSG para estimar a posição rotórica. O Apêndice E descreve-o.

7.4.2 Observador de Modelo-híbrido

As Figuras 7.72 e 7.73 mostram os valores reais e estimados para: a posição rotórica θ_e e a velocidade mecânica ω_m bem como os erros de estimação, para as velocidades 5 e 800 rpm, para o observador de Modelo-híbrido, cujo ganho é apresentado na Tabela 7.4. Para baixa rotação, esse observador revela um desempenho significativamente aquém daqueles apresentados pelos observador por modos deslizantes, sendo incapaz de rastrear a posição rotórica e a velocidade mecânica, como exibe a Figura 7.72. Por outro lado, o desempenho melhora quando a velocidade mecânica aumenta. O observador insere, entretanto, um desvio de fase na posição estimada, como mostra a Figura 7.73. O desempenho da estimativa de posição pode ser discutido por meio das Figuras 7.74 e 7.75, os quais podem exprimir o erro de estimação de corrente.

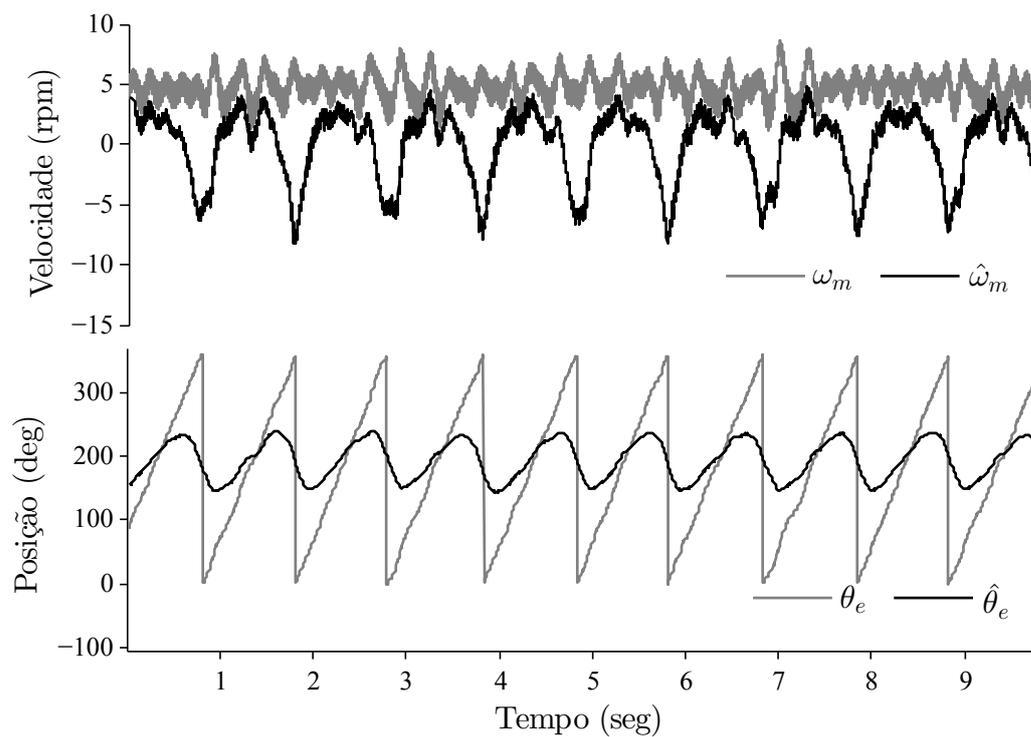


Figura 7.72 – Modelo-híbrido, velocidade próxima a zero: 5 rpm. Superior: velocidade mecânica real $\omega_{m(k)}$ e estimada $\hat{\omega}_{m(k)}$; Inferior: posição rotórica real $\theta_{e(k)}$ e estimada $\hat{\theta}_{e(k)}$.

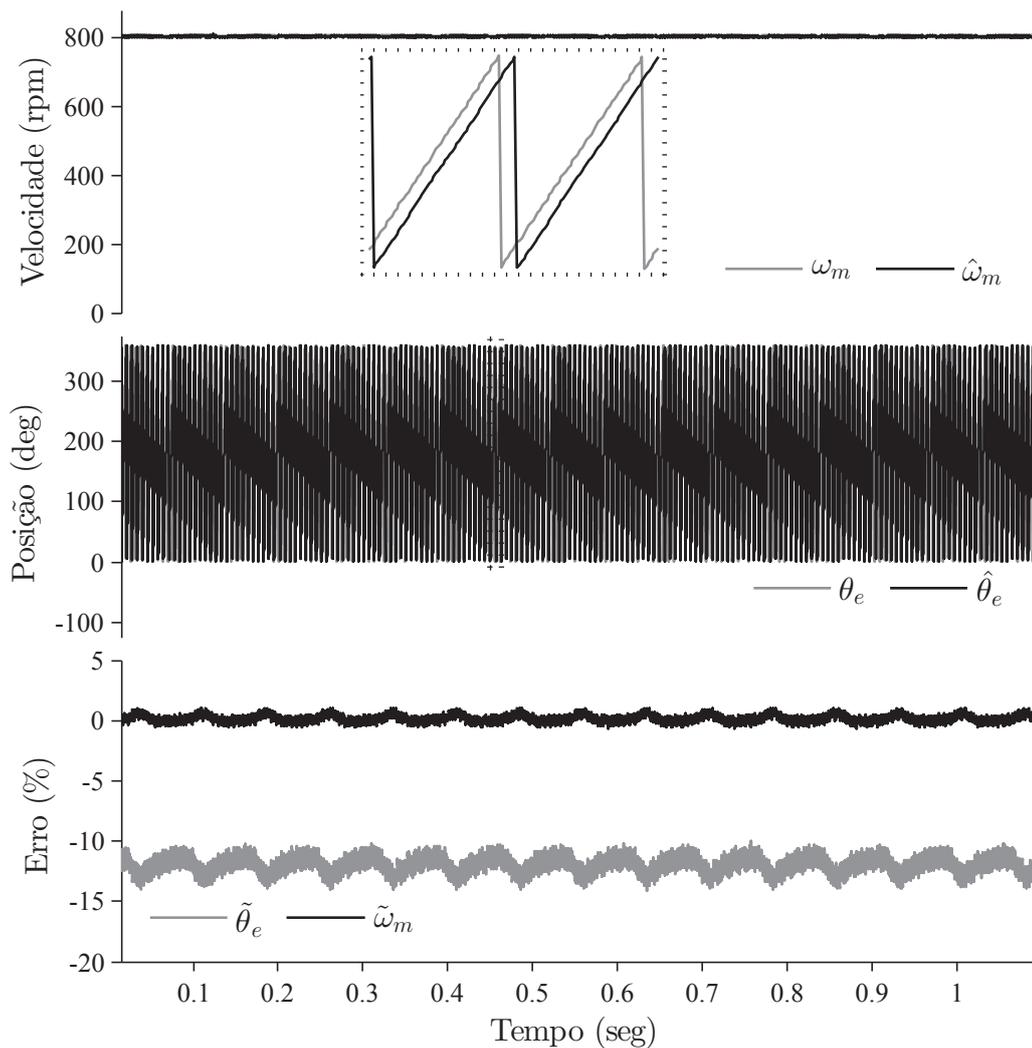


Figura 7.73 – Modelo-híbrido, velocidade nominal: 800 rpm. Superior: velocidade mecânica real $\omega_{m(k)}$ e estimada $\hat{\omega}_{m(k)}$; Centro: posição rotórica real $\theta_{e(k)}$ e estimada $\hat{\theta}_{e(k)}$; Inferior: erro percentual de estimação de posição $\tilde{\theta}_{e(k)}$ e de velocidade mecânica $\tilde{\omega}_{m(k)}$.

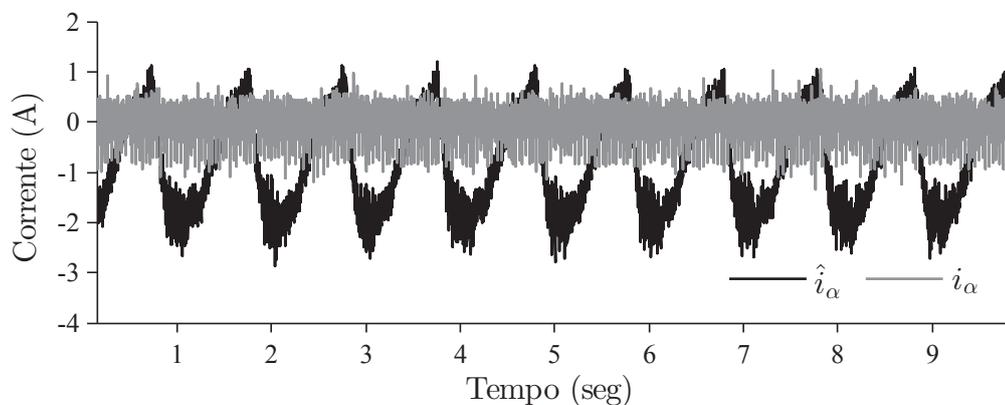


Figura 7.74 – Modelo-híbrido, velocidade próxima a zero: 5 rpm. Corrente estático: real i_α e estimada sem *chattering* \hat{i}_α .

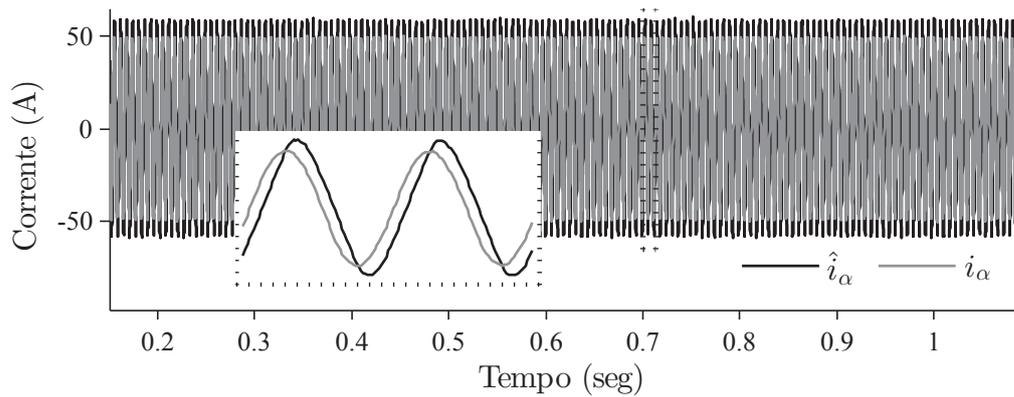


Figura 7.75 – Modelo-híbrido, velocidade nominal: 800 rpm. Corrente estatórico: real i_α e estimada sem *chattering* \hat{i}_α .

Na seção seguinte, a sensibilidade paramétrica é avaliada para os observadores:

- (i) *Sensorless 2*, que elimina o *chattering*;
- (ii) de Yan-Utkin sinal, que representa o observador SM convencional, e
- (iii) de Modelo-híbrido, que possui uma estrutura fixa.

A Tabela 7.1 exhibe os ganhos para o primeira, e a Tabela 7.4 mostra os ganhos para os demais observadores.

7.5 Sensibilidade paramétrica

As Figuras 7.76, 7.77 e 7.78 demonstram a sensibilidade paramétrica por meio do erro de estimação de posição $\tilde{\theta}_e$ — para uma referência de corrente constante de 15; 22,5 e 45A — para os observadores: (Superior) *Sensorless 2*, (Centro) de Yan-Utkin sinal e (Inferior) de Modelo-híbrido. Os resultados são obtidos para uma velocidade mecânica inicial em torno de 100 rpm até a velocidade nominal 800 rpm ou até o momento em que a proteção de corrente da bancada atuar. Cinco ensaios são efetuados em relação aos parâmetros do modelo dinâmico dos observadores: (i) nominal; (ii) $1,5R_s$; (iii) $0,5R_s$; (iv) $1,5L_s$, e (v) $0,5L_s$; em que R_s e L_s denotam a resistência e a indutância estatóricas nominais. Adota-se como curva de referência, para comparação, os ensaios executados para os parâmetros nominais.

Avaliando globalmente, o erro $\tilde{\theta}_e$ aumenta em módulo se a carga incrementa, assumindo uma mesma velocidade de operação para os observadores escolhidos. Além disso, as incertezas de indutância L_s revelam-se críticas, diferindo visivelmente da curva de referência para cada caso.

Considerando os observadores: *Sensorless 2* e de Yan-Utkin sinal; pode-se assumir que são insensíveis para incertezas de resistência R_s , pois os resultados indicam que o erro $\tilde{\theta}_e$ permanece próximo à curva de referência. Nota-se ainda que o erro $\tilde{\theta}_e$ diminui em

módulo para o *Sensorless 2* e permanece quase constante para o Yan-Utkin sinal, quando a velocidade aumenta, independente da carga. Esses efeitos já são esperados, pois:

- (i) o *Sensorless 2* apresenta a curva de resposta em frequência mostrada na Figura 5.5, atuando como um LPF, e
- (ii) o Yan-Utkin sinal depende apenas do sinal da função de comutação.

Considerando o observador por Modelo-híbrido, os resultados apontam que ele é altamente sensível a incertezas paramétricas. Nota-se que:

- (i) o erro $\tilde{\theta}_e$ incrementa em módulo se a velocidade mecânica aumenta, para todos os ensaios, inclusive o nominal;
- (ii) a proteção de sobrecorrente do gerador atuou para o ensaio $0,5L_s$, tal que atinge-se uma velocidade mecânica em torno de 480 rpm para as cargas 15A e 22,5A, e em torno de 380 rpm para a carga 45A.

Esses ensaios sugerem que o observador de Modelo-híbrido pode propender para a instabilidade para velocidades mais elevadas e torna-se instável, quando submetido a um ensaio cuja indutância é $0,5L_s$.

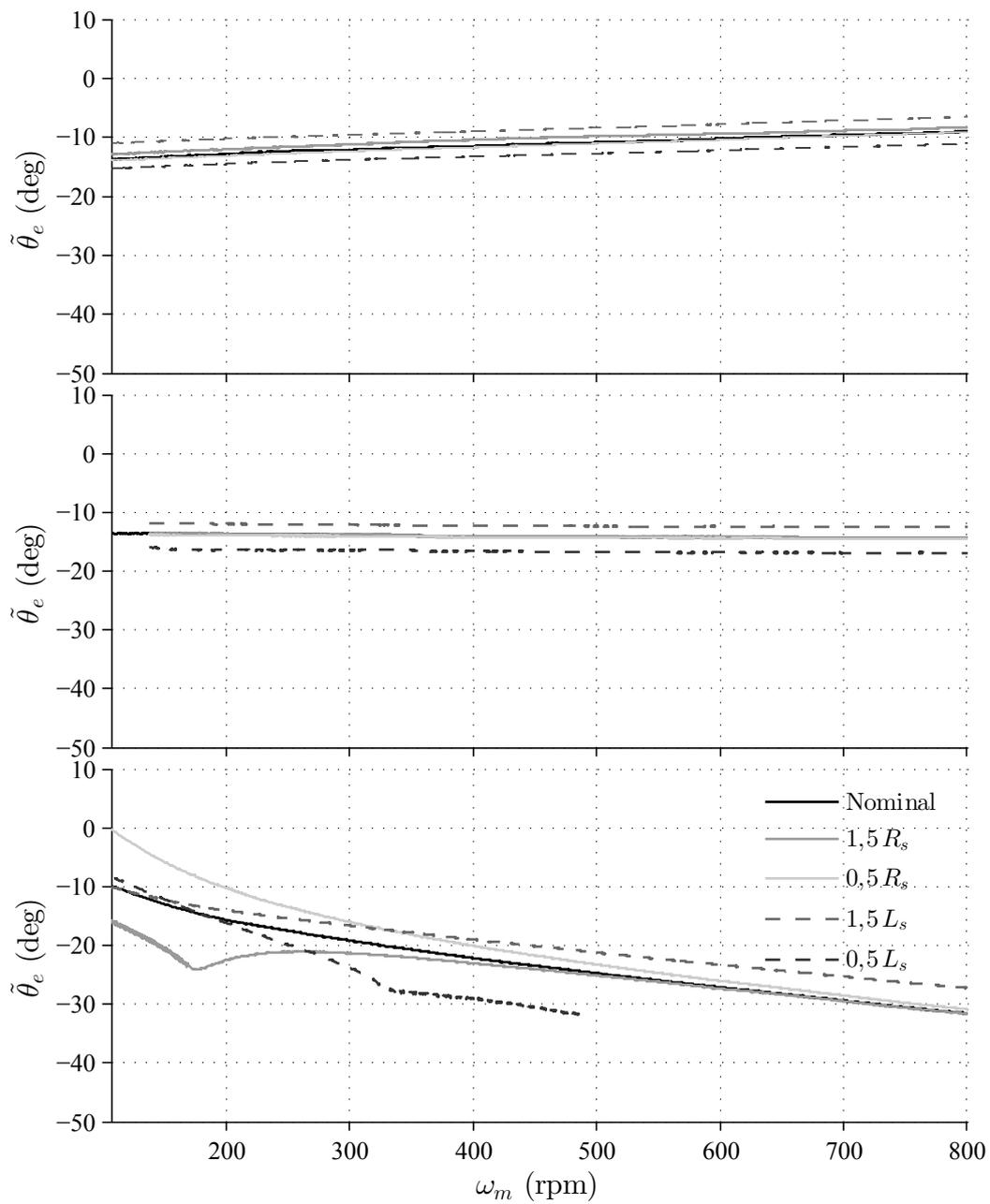


Figura 7.76 – Análise de sensibilidade paramétrica para carga de 15 A. Superior: observador proposto *Sensorless 2*; Centro: observador discretizado de Yan-Utkin sinal; Inferior: observador discretizado de Modelo-híbrido.

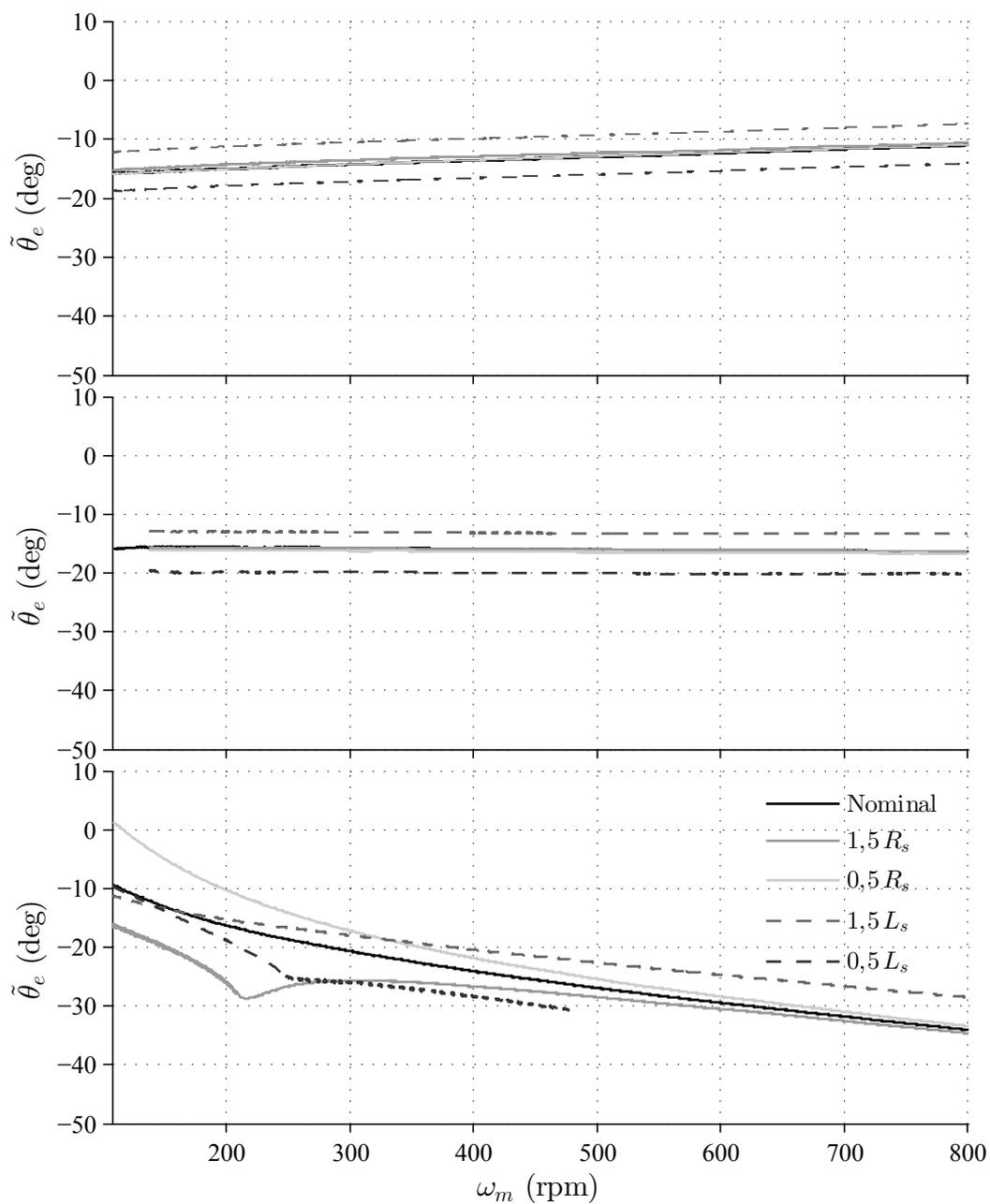


Figura 7.77 – Análise de sensibilidade paramétrica para carga de 22,5 A. Superior: observador proposto *Sensorless 2*; Centro: observador discretizado de Yan-Utkin sinal; Inferior: observador discretizado de Modelo-híbrido.

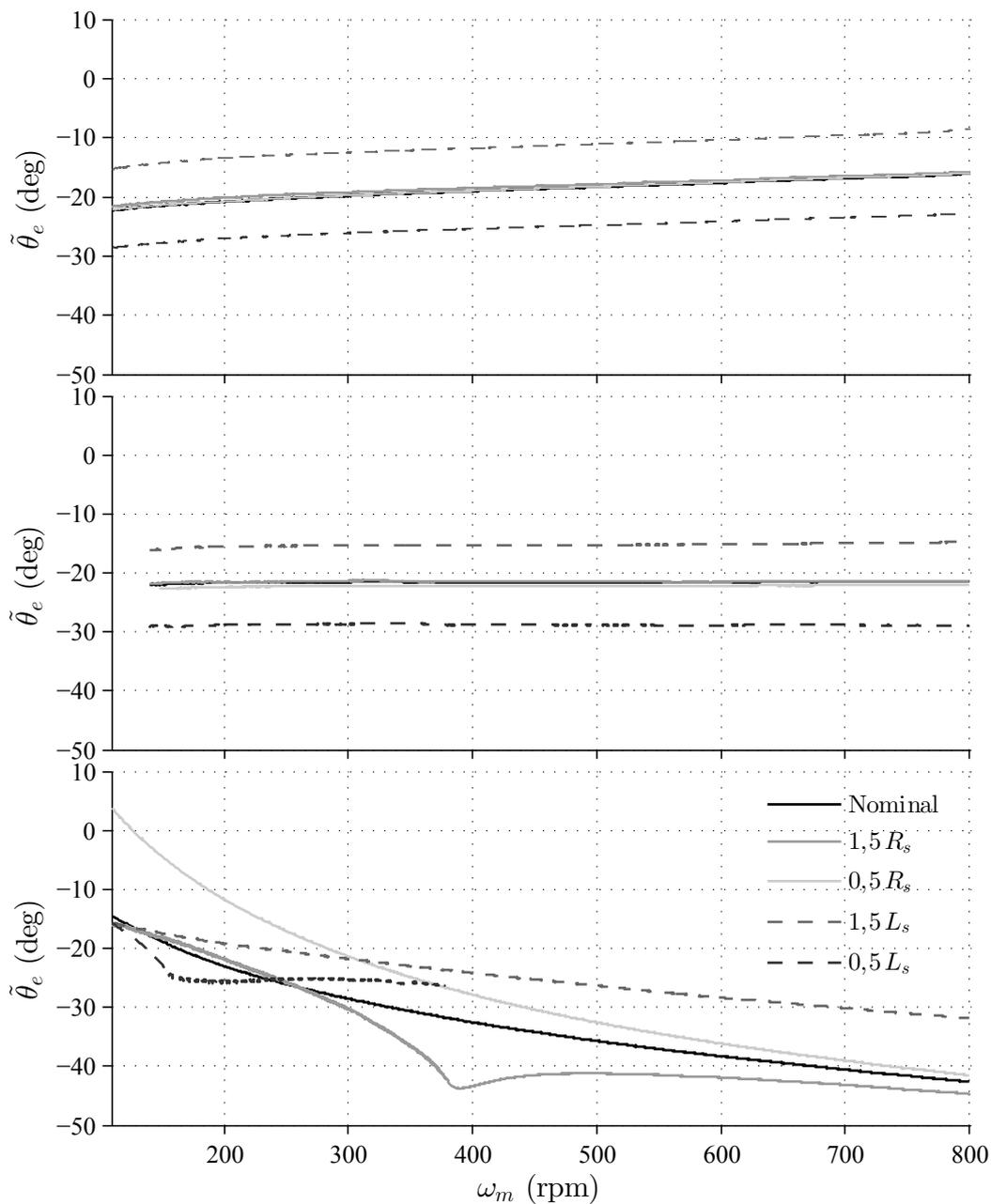


Figura 7.78 – Análise de sensibilidade paramétrica para carga de 45 A. Superior: observador proposto *Sensorless 2*; Centro: observador discretizado de Yan-Utkin sinal; Inferior: observador discretizado de Modelo-híbrido.

Na próxima seção, as considerações finais deste capítulo são apresentadas.

7.6 Considerações finais

Neste capítulo, os resultados experimentais foram apresentados e discutidos para os observadores de posição e de velocidade rotóricas propostos e para outras configurações de observadores baseados em modos deslizantes e em combinação de modelos de tensão e

de corrente para um PMSG.

Inicialmente, a Seção 7.2 estabeleceu as diretrizes as quais direcionaram os ensaios experimentais. Nesses ensaios, a estratégia de controle $i_d = 0$ foi usada, cujo objetivo foi validar os observadores de posição e de velocidade propostos. Outras estratégias de controle, contudo, podiam ser usadas, como (KRISHNAN, 2009):

- fator de potência unitário;
- amplitude constante do fluxo estatórico;
- ângulo entre os vetores de fluxo e corrente estatóricos;
- conjugado ótimo por unidade de corrente;
- perdas constantes baseado no limite de velocidade e conjugado máximo, e
- maximização de eficiência.

Ainda, Bernardes (2009) definiu modos de operação para um PMSG, aplicados a um WECS.

A Seção 7.3 examinou o desempenho dos observadores propostos comparando-os em termos de:

- (i) estimativa de posição rotórica e de velocidade mecânica;
- (ii) função de comutação;
- (iii) força eletromotriz calculada, estimada e equivalente;
- (iv) estimativa de corrente estatórica;
- (v) rampa de velocidade;
- (vi) referência de corrente constante;
- (vii) variação de carga, e
- (viii) reversão de velocidade.

Os ensaios (i) ao (v) emularam o desempenho dos observadores em um sistema de conversão de energia eólica. O ensaio (vi) averiguou o desempenho dos observadores operando em baixa rotação com carga. Nesse caso, adotou-se um carga equivalente a 15A, que correspondeu a um terço do valor nominal. O ensaio (vii) examinou o desempenho transitório. O ensaio (viii) avaliou o comportamento dos observadores, quando a velocidade passou por zero. Exceto para esse último, a potência ativa gerada foi injetada na rede elétrica durante os ensaios.

As diferenças entre o desempenho dos observadores propostos decorreram da metodologia de projeto. No Capítulo 4, o observador *Sensorless 1* minimizou o valor máximo da função de comutação. No Capítulo 5, o observador *Sensorless 2* aproveitou a sua característica de filtro passabaixa. Para o primeiro, um LPF atenuou a amplitude do *chattering*, afetando o componente fundamental. Para o segundo, um filtro denominado por CEF eliminou o *chattering*, sem afetar o componente fundamental. Para o observador *Sensorless 1*, foi desejável reduzir a amplitude do *chattering*, pois o LPF apenas atenuou-

a. Então, deverá haver um compromisso entre a atenuação do *chattering* e a integridade do componente fundamental, para projetar esse LPF. Para o observador *Sensorless 2*, a amplitude do *chattering* foi irrelevante, pois ela foi eliminada na variável de interesse.

Em relação às estimativas de velocidade, o observador *Sensorless 1* estimou-a por meio de um algoritmo adaptativo. O observador *Sensorless 2* estimou-a por meio de um diferenciador robusto por modos deslizantes. O primeiro indicou uma melhor estimativa em velocidades próximas a zero. Nessas velocidades, a estimativa da posição deteriorou-se, afetando a estimativa de velocidade realizada pelo segundo. Por outro lado, a estimativa de velocidade do segundo tornou-se mais eficaz à medida que velocidade aumentou, superando o primeiro. O erro de estimação de velocidade do *Sensorless 1* decorreu da Hipótese 4.3.1. Na prática, essa hipótese configurou uma inverdade que resultou em um erro de estimação em regime permanente. Apesar disso, o erro pôde ser minimizado, tornando-se aceitável por meio do projeto adequado do observador.

Em velocidades próximas a zero, quaisquer observadores de posição baseados na força eletromotriz perdem desempenho. Isso decorre da força eletromotriz ser pequena em baixa rotação, podendo ser corrompida por: ruídos de medição e incertezas paramétricas. Em virtude disso, na Seção 7.3, os resultados mostraram um erro perceptível de estimação de posição e de velocidade para rotação próxima a zero, 5 rpm, que justificou a ausência dos gráficos para os erros de estimação. Para contornar essa limitação, uma técnica de identificação paramétrica podia ser usada em tempo real. De todo modo, o desempenho dos observadores foram satisfatórios, considerando uma aplicação para WECS, em que a velocidade de partida foi aproximadamente 10% do valor nominal. Além disso, eles mostraram um potencial para outras aplicações.

Como descrito nos capítulos pertinentes, os observadores *Sensorless 1* e *2* contêm um observador de corrente por modos deslizantes discretos e uma estrutura para estimar a velocidade rotórica. Esses elementos são independentes, isto é, o observador de corrente de um pode ser combinado com a estrutura para estimar a velocidade do outro. De todo modo, é conveniente usar um CEF para eliminar o *chattering* em quaisquer combinações escolhidas.

A Seção 7.4 exibiu os resultados experimentais para observadores projetados no domínio de tempo contínuo e discretizados. A Seção 7.4.1 tratou dos resultados para os observadores de corrente por modos deslizantes usados na literatura, que foram denominados aqui por observadores de Yan-Utkin: sinal, sinal+EMF e sigmoide. O primeiro usou a função sinal em série com um filtro passabaixa, que forneceu a EMF equivalente. O segundo usou a estrutura do primeiro, realimentando a EMF equivalente. O terceiro usou uma função sigmoide para substituir a função sinal e para eliminar o *chattering*. Esses observadores foram projetados para atender o Teorema 3.3.1. Os resultados demonstraram que: (i) eles foram operacionais, (ii) a realimentação da EMF equivalente reduziu o erro de estimativa de corrente e (iii) eles possuíam um desempenho

inferior aos observadores propostos. Além disso, nenhum deles garantiu o cruzamento da superfície de deslizamento para cada instante de amostragem. Para isso, eles deviam ser projetados no domínio de tempo discreto. Nesse caso, os observadores de Yan-Utkin sinal e sinal+EMF configurariam casos particulares da metodologia proposta. Já o observador de Yan-Utkin sigmoide podia ser desconsiderado, pois o objetivo da função sigmoide era mitigar o *chattering*, que pôde ser eliminado por um CEF. Nessa seção, resultados experimentais foram apresentados para uma velocidade de rotação mínima de 50 rpm. Durante a análise, dois motivos fundamentaram essa escolha: (i) as técnicas *sensorless*, que dependeram do modelo dinâmico do gerador, perderam desempenho quando operaram com uma rotação próxima a zero, e (ii) o desempenho dos observadores de Yan-Utkin foi inferior ao desempenho dos observadores propostos, para a rotação de 50 rpm. Dessa forma, presumiu-se que os mesmos efeitos ocorreriam em 5 rpm. Portanto, considerou-se suficiente os resultados apresentados aqui para comparar e para atestar a eficácia dos controladores *sensorless* propostos.

A Seção 7.4.2 analisou o observador de posição, que combinou os modelos de tensão e de corrente do PMSG, denominado por Modelo-híbrido. Em Foo e Rahman (2010b), esse observador usou uma técnica de identificação paramétrica em tempo real para melhorar a eficácia da estimativa de posição. Na análise desenvolvida nesta tese, a identificação foi omitida, e todos os observadores foram comparados considerando os parâmetros fixos. Sob esse aspecto, os resultados mostraram que o desempenho do Modelo-híbrido foi inferior ao desempenho dos observadores por modos deslizantes. Melhores resultados, contudo, seriam esperados se a identificação paramétrica fosse implementada, beneficiando também os observadores por modos deslizantes.

A Seção 7.5 avaliou a sensibilidade paramétrica para os observadores: *Sensorless 2*, de Yan-Utkin sinal e de Modelo-híbrido. Os resultados confirmaram as previsões teóricas para o primeiro, o qual reduziu o erro de estimação de posição, quando a velocidade aumentou. Além disso, pôde-se assumir que os observadores por modos deslizantes foram insensíveis às incertezas paramétricas. O terceiro foi sensível a elas, podendo tornar-se instável.

Durante os ensaios, as tensões estatóricas medidas foram usadas para reduzir o impacto das não linearidades do conversor PWM (ZHAO; WU; KAWAMURA, 2004). Blaabjerg, Pedersen e Thøgersen (1997) forneceram várias técnicas para compensar as não linearidades de um conversor, como: o tempo morto; a oscilação de tensão do barramento CC, provocada pela carga, e a queda de tensão nos interruptores semicondutores. Estas técnicas podem ser usadas para evitar os sensores de tensão adicionais.

O capítulo seguinte apresentará as conclusões da tese.

8 CONCLUSÃO

8.1 Comentários finais

Esta tese apresentou contribuições para projetar observadores de posição e velocidade no domínio de tempo discreto para o controle vetorial sem sensores mecânicos para geradores síncronos a ímã permanente, usados em sistemas de conversão de energia eólica de pequeno porte. Esses observadores consistiam em: um observador de corrente por modos deslizantes discretos e uma estrutura para estimar a velocidade rotórica. Uma metodologia de análise foi proposta para estabelecer a amplitude máxima do *chattering* e eliminá-lo. O desenvolvimento do método proposto seguiu uma sequência estruturada e progressiva, para permitir a compreensão e a implementação dos observadores.

O Capítulo 2 abordou os modelos matemáticos para o gerador síncrono a ímã permanente. Inicialmente, o modelo em coordenadas estatóricas abc foi apresentado. Por ele, o modelo em coordenadas estacionárias $\alpha\beta$ foi obtido. Então, o modelo em coordenadas síncronas dq foi derivado. O modelo $\alpha\beta$ foi usado para projetar os observadores de corrente tratados por esta tese. Já o modelo dq foi adotado para definir e para sintetizar o controlador de corrente do gerador.

O Capítulo 3 examinou o observador de posição e de velocidade no domínio de tempo contínuo proposto por Yan e Utkin (2002). Este capítulo foi o agente motivacional para desenvolver esta tese. Por essa metodologia, dois observadores foram usados para estimar a posição e a velocidade rotóricas; enquanto um foi de corrente, por modos deslizantes, outro foi de força eletromotriz, pelo Método Direto de Lyapunov. Usualmente na literatura, os observadores por modos deslizantes são projetados no domínio de tempo contínuo e implementados no domínio discreto. Sabe-se, contudo, que as condições de existência dos modos deslizantes de um domínio de tempo para o outro diferem. O mesmo ocorre para a análise de estabilidade por Lyapunov. Então, é necessário que todo o observador de posição e de velocidade seja projetado no domínio de tempo discreto, para assegurar a sua estabilidade.

O Capítulo 4 apresentou o primeiro observador de posição e de velocidade, no domínio de tempo discreto, proposto nesta tese. Ele mitigou as falhas do observador apresentado no Capítulo 3, que foi projetado no domínio de tempo contínuo. Aqui, o observador de corrente usou a teoria dos modos deslizantes discretos. Então, a sua estrutura foi alterada, bem como as condições de existência dos modos deslizantes discretos foram estabelecidas. Nesse ponto, uma metodologia foi proposta para analisar os observadores por modos deslizantes discretos. Dessa forma, definiu-se com exatidão

a amplitude do *chattering*. Assim, o observador foi projetado para minimizá-la. O observador de EMF foi, por sua vez, proposto pelo Método Direto de Lyapunov no domínio discreto, resultando em uma lei de adaptação distinta da sua versão contínua. O observador de posição e de velocidade proposto neste capítulo compensou as deficiências daquele do capítulo anterior. No entanto, ele possuiu pontos, que foram listados no final do capítulo, que puderam ser melhorados e que foram tratados pelo capítulo seguinte.

O Capítulo 5 mostrou o segundo observador de posição e de velocidade, no domínio de tempo discreto, proposto nesta tese. A principal motivação para projetá-lo foi: a análise dos modos deslizantes discretos, desenvolvida no Capítulo 4, que estabeleceu o comportamento do *chattering*. Além disso, notou-se que o observador de corrente atuou como um filtro passabaixa. Então, outra técnica de projeto foi desenvolvida baseada em otimização por exames de partículas, e um filtro foi proposto para eliminar o *chattering*. Ainda, essa metodologia foi expandida para propor um diferenciador robusto por modos deslizantes discretos, que substituiu o observador de EMF. O observador de posição e de velocidade proposto neste capítulo bem como seu antecessor forneceram a posição rotórica, para efetuar o controle vetorial de corrente.

O Capítulo 6 definiu o controlador, por meio do modelo síncrono dq , que regulou as correntes do gerador. Ele foi especificado no domínio de tempo discreto, considerando os efeitos: (i) de sobrecarga dos estados do controlador, se ocorrer uma saturação da saída, e (ii) de atraso computacional, na ação de controle. Então, um sistema de ordem aumentada foi estabelecido, em uma formulação em espaço de estados, para projetar o controlador por meio de alocação de polos.

O Capítulo 7 expôs os resultados experimentais, que validaram a análise teórica desenvolvida e que atestaram o desempenho dos esquemas de controle *sensorless* propostos. Para enfatizar a eficiência deles, os seus resultados foram comparados com outros, considerando:

- (A) o observador de posição e de velocidade abordado no Capítulo 3, o qual o observador de corrente por modos deslizantes foi avaliado para: a função sinal; a função sinal com a realimentação da força eletromotriz equivalente, e a função sigmoide, e
- (B) o observador de Modelo-híbrido, proposto por Foo e Rahman (2010b), os quais sugeriram que ele operava em baixa rotação e com carga nominal.

Por meio de (A), concluiu-se que: (i) realimentar a força eletromotriz equivalente reduziu o erro de estimação de corrente; (ii) usar a função sinal representou um caso particular da metodologia proposta nesta tese, e (iii) adotar a função sigmoide foi desnecessário, pois o *chattering* pôde ser eliminado. Considerando (B), o observador de Modelo-híbrido apresentou um desempenho inferior em relação aos demais observadores avaliados, os quais foram implementados sem identificação paramétrica e com os parâmetros nominais do gerador. Dessa forma, comprovou-se que os observadores propostos nesta tese constituíram uma forma adequada para projetar um observador por modos deslizantes

discretos e foram competitivos com outros esquemas de controle *sensorless*.

Por fim, os Apêndices A ao F ofereceram o suporte para esta tese.

8.2 Publicações

Os trabalhos abaixo foram publicados durante o desenvolvimento deste trabalho.

Congresso:

- *Decoupling and sensorless vector control scheme for single-phase induction motor drives* (AZZOLIN et al., 2012);
- *Discrete time Sliding Mode Observers for Sensorless Vector Control of PMSM* (BERNARDES; GRUNDLING; PINHEIRO, 2012).

Patente:

- Sistema e Método de Controle Sensorless e Estimador Discreto de Posição e Velocidade para Acionamento de Máquinas Síncronas (BERNARDES et al., 2012);
- Sistema de Controle para Acionamento de Motor de Indução, Uso do referido Sistema de Controle em Motor de Indução e Método de Desacoplamento de Variáveis de Controle (AZZOLIN; GRUNDLING; BERNARDES, 2013).

Revista:

- *Discrete-time Sliding Mode Observer for Sensorless Vector Control of Permanent Magnet Synchronous Machine* (BERNARDES et al., 2013).

8.3 Sugestões para trabalhos futuros

Durante o desenvolvimento desta tese, alguns tópicos foram selecionados e ainda poderão ser investigados. Seguem abaixo as sugestões para trabalhos futuros:

Análise de estabilidade em malha fechada – Efetuar a análise de estabilidade considerando o sistema dinâmico completo, que contempla o observador de posição e de velocidade rotóricas e o controlador de corrente, em malha fechada.

Técnicas de projeto para o observador de corrente DSM – Avaliar outras técnicas e critérios de desempenho para projeto, por exemplo: desigualdades matriciais lineares e ganho RMS.

Análise do erro de estimação para algoritmos adaptativos gradiente – Investigar as características do algoritmo, para propor uma solução para reduzir o erro. Essa linha de pesquisa é motivada pela lei de adaptação (4.77), sujeita à Hipótese 3.3.1.

Estrutura para determinar o sinal equivalente – Avaliar outras formas para deter-

minar o sinal equivalente, tal que mantenha a integridade do sinal real desejado. A motivação surgiu por meio da Seção 5.3.2.

Controlador robusto – Estender o método proposto, para propor controladores robustos, com e sem observação de perturbações.

Controle direto de conjugado – Usar observadores DSM para estimar o conjugado eletromecânico e o fluxo estatórico, para efetuar o controle direto de conjugado.

Identificação paramétrica – Agregar a identificação paramétrica em tempo real aos observadores de posição e de velocidade rotóricas, para melhorar o desempenho, principalmente, em baixa rotação.

Compensação das não linearidades do conversor – Efetuar a compensação das não linearidades do conversor nas tensões de referência de modulação, para evitar sensores adicionais de tensão.

Outras aplicações – Averiguar o funcionamento do método proposto em outras aplicações, como: observador de conjugado de carga e sincronismo com a rede.

REFERÊNCIAS

- ABIDI, K.; XU, J.-X.; XINGHUO, Y. On the discrete-time integral sliding-mode control. *IEEE Transactions on Automatic Control*, v. 52, n. 4, p. 709–715, 2007.
- ACARNLEY, P.; WATSON, J. Review of position-sensorless operation of brushless permanent-magnet machines. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, v. 53, n. 2, p. 352 – 362, abril 2006.
- ALRASHIDI, M. R.; EL-HAWARY, M. A survey of particle swarm optimization applications in electric power systems. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, v. 13, n. 4, p. 913–918, 2009. Disponível em: <<http://ieeexplore.ieee.org/stamp/stamp.jsp?arnumber=4358752>>.
- AROUDI, A.; DEBBAT, M.; MARTINEZ-SALAMERO, L. Poincaré maps modeling and local orbital stability analysis of discontinuous piecewise affine periodically driven systems. *Nonlinear Dynamics*, Springer Netherlands, v. 50, p. 431–445, 2007.
- AZZOLIN, R. et al. Decoupling and sensorless vector control scheme for single-phase induction motor drives. In: *IECON 2012 - 38th Annual Conference on IEEE Industrial Electronics Society*. [S.l.: s.n.], 2012. p. 1713–1719. ISSN 1553-572X.
- Rodrigo Azzolin, Hilton A. Grundling e Thiago Bernardes. *Sistema de Controle para Acionamento de Motor de Indução, Uso do referido Sistema de Controle em Motor de Indução e Método de Desacoplamento de Variáveis de Controle*. 2013. BR10201300854.
- BAE, B.-H. et al. Implementation of sensorless vector control for super-high-speed PMSM of turbo-compressor. *IEEE Transactions on Industry Applications*, v. 39, n. 3, p. 811 – 818, may-june 2003.
- BANKS, A.; VINCENT, J.; ANYAKOHA, C. A review of particle swarm optimization. part I: background and development. Kluwer Academic Publishers, Hingham, MA, USA, v. 6, n. 4, p. 467–484, dez. 2007. ISSN 1567-7818. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1007/s11047-007-9049-5>>.
- _____. A review of particle swarm optimization. part II: hybridisation, combinatorial, multicriteria and constrained optimization, and indicative applications. Kluwer Academic Publishers, Hingham, MA, USA, v. 7, n. 1, p. 109–124, mar. 2008. ISSN 1567-7818. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1007/s11047-007-9050-z>>.
- BAO, J.; LEE, P. L. *Process Control: The Passive Systems Approach*. 1st. ed. [S.l.]: Springer, 2007. 273 p. (Advances in Industrial Control).
- BARDELIN, C. E. A. *Os efeitos do Racionamento de Energia Elétrica ocorrido no Brasil em 2001 e 2002 com ênfase no Consumo de Energia Elétrica*. 113 p. Dissertação (Dissertação de Mestrado) — Universidade de São Paulo, 2004.

- BARTOLINI, G. et al. Robust speed and torque estimation in electrical drives by second-order sliding modes. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, v. 11, n. 1, p. 84–90, 2003. ISSN 1063-6536.
- BARTOLINI, G.; FERRARA, A.; USANI, E. Chattering avoidance by second-order sliding mode control. *IEEE Transactions on Automatic Control*, v. 43, n. 2, p. 241–246, 1998. Disponível em: <<http://ieeexplore.ieee.org/stamp/stamp.jsp?arnumber=661074>>.
- BARTOLINI, G.; ZOLEZZI, T. Variable structure systems nonlinear in the control law. *IEEE Transactions on Automatic Control*, v. 30, n. 7, p. 681–684, 1985. Disponível em: <<http://ieeexplore.ieee.org/stamp/stamp.jsp?arnumber=1104025>>.
- BARTOSZEWICZ, A. Discrete-time quasi-sliding-mode control strategies. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, v. 45, n. 4, p. 633–637, 1998. Disponível em: <<http://ieeexplore.ieee.org/stamp/stamp.jsp?arnumber=704892>>.
- BENJAK, O.; GERLING, D. Review of position estimation methods for IPMSM drives without a position sensor part I: Nonadaptive methods. In: *2010 XIX International Conference on Electrical Machines (ICEM)*. [S.l.: s.n.], 2010. p. 1–6.
- _____. Review of position estimation methods for IPMSM drives without a position sensor part II: Adaptive methods. In: *2010 XIX International Conference on Electrical Machines (ICEM)*. [S.l.: s.n.], 2010. p. 1–6.
- _____. Review of position estimation methods for PMSM drives without a position sensor, part III: Methods based on saliency and signal injection. In: *2010 International Conference on Electrical Machines and Systems (ICEMS)*. [S.l.: s.n.], 2010. p. 873–878.
- BERNARDES, T.; GRUNDLING, H.; PINHEIRO, H. Discrete time sliding mode observers for sensorless vector control of PMSM. In: *XXth International Conference on Electrical Machines (ICEM), 2012*. [S.l.: s.n.], 2012. p. 893–899.
- Thiago Bernardes, Humberto Pinheiro, Hilton Abílio Gründling e Rodrigo Padilla Vieira. *Sistema e Método de Controle Sensorless e Estimador Discreto de Posição e Velocidade para Acionamento de Máquinas Síncronas*. 2012. BR1020120213150.
- BERNARDES, T. et al. Discrete-time sliding mode observer for sensorless vector control of permanent magnet synchronous machine. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, PP, n. 99, p. 1–1, 2013. ISSN 0278-0046.
- BERNARDES, T. A. *Análise e controle de gerador síncrono a ímã permanente aplicado a sistema de conversão de energia eólica*. Dissertação (Dissertação) — Universidade Federal de Santa Maria, Centro de Tecnologia, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica, RS., 2009. Disponível em: <http://cascavel.cpd.ufsm.br/tede/tde_busca/arquivo.php?codArquivo=2747>.

- BIANCHI, N.; BOLOGNANI, S. Influence of rotor geometry of an IPM motor on sensorless control feasibility. *IEEE Transactions on Industry Applications*, v. 43, n. 1, p. 87–96, 2007.
- BIANCHI, N. et al. Advantages of inset PM machines for zero-speed sensorless position detection. *IEEE Transactions on Industry Applications*, v. 44, n. 4, p. 1190–1198, 2008.
- BLAABJERG, F.; PEDERSEN, J. K.; THOEGERSEN, P. Improved modulation techniques for PWM-VSI drives. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, v. 44, n. 1, p. 87–95, 1997. Disponível em: <<http://ieeexplore.ieee.org/stamp/stamp.jsp?arnumber=557503>>.
- BOIKO, I. et al. Analysis of chattering in systems with second-order sliding modes. *IEEE Transactions on Automatic Control*, v. 52, n. 11, p. 2085–2102, 2007.
- BOLDEA, I. *Synchronous Generators*. [S.l.]: CRC Press, 2005. 448 p. (The Electric Generators Handbook).
- _____. *Variable Speed Generators*. [S.l.]: CRC, 2005. (Electric Power Engineering). ISBN 0849357152.
- BOLDEA, I.; PAICU, M.; ANDREESCU, G. Active flux concept for motion-sensorless unified AC drives. *IEEE Transactions on Power Electronics*, v. 23, n. 5, p. 2612–2618, 2008. ISSN 0885-8993.
- BOLOGNANI, S.; ZIGLIOTTO, M.; ZORDAN, M. Extended-range PMSM sensorless speed drive based on stochastic filtering. *IEEE Transactions on Power Electronics*, v. 16, n. 1, p. 110–117, 2001.
- BOYD, S. et al. *Linear Matrix Inequalities in System and Control Theory*. Philadelphia - PA: Society for Industrial and Applied Mathematics (SIAM), 1994. 193 p. (Studies in Applied Mathematics, v. 15).
- BRIZ, F.; DEGNER, M. Rotor position estimation. *IEEE Industrial Electronics Magazine*, v. 5, n. 2, p. 24–36, june 2011. ISSN 1932-4529.
- BROGLIATO, B. et al. *Dissipative Systems Analysis and Control: Theory and Applications*. 2nd. ed. [S.l.]: Springer, 2006. 590 p. (Communications and Control Engineering).
- CAO, W.-J.; XU, J.-X. Nonlinear integral-type sliding surface for both matched and unmatched uncertain systems. *IEEE Transactions on Automatic Control*, v. 49, n. 8, p. 1355–1360, 2004. Disponível em: <<http://ieeexplore.ieee.org/stamp/stamp.jsp?arnumber=1323177>>.
- CASTANOS, F.; FRIDMAN, L. Analysis and design of integral sliding manifolds for systems with unmatched perturbations. *IEEE Transactions on Automatic Control*, v. 51, n. 5, p. 853–858, 2006. Disponível em: <<http://ieeexplore.ieee.org/stamp/stamp.jsp?arnumber=1632319>>.

- CHAN, F. T.; TIWARI, M. K. (Ed.). *Swarm Intelligence, Focus on Ant and Particle Swarm Optimization*. [S.l.]: I-Tech Education and Publishing, 2007. 532 p.
- CHAPRA, S. C.; CANALE, R. P. *Numerical Methods for Engineers*. 5th. ed. [S.l.]: McGraw Hill, 2006. 927 p.
- CHEN, Z. et al. New adaptive sliding observers for position- and velocity-sensorless controls of brushless dc motors. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, v. 47, n. 3, p. 582–591, jun 2000.
- _____. Sensorless control of interior permanent magnet synchronous motor by estimation of an extended electromotive force. In: *Conference Record of the Industry Applications Conference, 2000. 2000 IEEE*. [S.l.: s.n.], 2000. v. 3, p. 1814–1819.
- CHI, S.; ZHANG, Z.; XU, L. Sliding-mode sensorless control of direct-drive PM synchronous motors for washing machine applications. *IEEE Transactions on Industry Applications*, v. 45, n. 2, p. 582–590, 2009.
- CHINCHILLA, M.; ARNALTES, S.; BURGOS, J. Control of permanent-magnet generators applied to variable-speed wind-energy systems connected to the grid. *IEEE Transactions on Energy Conversion*, v. 21, n. 1, p. 130–135, March 2006.
- CLARKE, E. *Circuit Analysis of A-C Power Systems*. [S.l.]: John Wiley & Sons, Inc., 1965. 661 p. (General Electric, I – Symmetrical and Related Components).
- COLLI, V. D.; STEFANO, R. D.; MARIGNETTI, F. A system-on-chip sensorless control for a permanent-magnet synchronous motor. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, v. 57, n. 11, p. 3822–3829, 2010. ISSN 0278-0046.
- CORLEY, M. J.; LORENZ, R. D. Rotor position and velocity estimation for a salient-pole permanent magnet synchronous machine at standstill and high speeds. *IEEE Transactions on Industry Applications*, v. 34, n. 4, p. 784–789, 1998.
- CORRADINI, M. et al. A quasi-sliding mode approach for robust control and speed estimation of PM synchronous motors. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, v. 59, n. 2, p. 1096–1104, 2012. ISSN 0278-0046.
- COSTA, J. P. da. *Contribuição ao Estudo da Máquina Assíncrona Trifásica Duplamente Alimentada Aplicada a Aerogeradores de Velocidade Variável*. 203 p. Dissertação (Dissertação de Mestrado) — Universidade Federal de Santa Maria, 2006.
- DAAFOUZ, J.; BERNUSSOU, J. Poly-quadratic stability and h_∞ performance for discrete systems with time varying uncertainties. In: *Proceedings of the 40th IEEE Conference on Decision and Control*. [S.l.: s.n.], 2001. v. 1, p. 267–272.
- DANNEHL, J.; WESSELS, C.; FUCHS, F. Limitations of voltage-oriented PI current control of grid-connected PWM rectifiers with filters. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, v. 56, n. 2, p. 380–388, 2009. ISSN 0278-0046.

- DAVOINE, J.; PERRET, R.; LE-HUY, H. Operation of a self-controlled synchronous motor without a shaft position sensor. *IEEE Transactions on Industry Applications*, IA-19, n. 2, p. 217–222, 1983. ISSN 0093-9994.
- DI BERNARDO, M. et al. *Piecewise-smooth Dynamical Systems: Theory and Applications*. 1st. ed. [S.l.]: Springer, 2007. 505 p. (Applied Mathematical Sciences, v. 163).
- DRAKUNOV, S.; UTKIN, V. On discrete-time sliding mode. In: *IFAC Symposium on Nonlinear Control System Design*. [S.l.: s.n.], 1989. p. 484–489.
- _____. Sliding mode observers. tutorial. In: *Proceedings of the 34th IEEE Conference on Decision and Control, 1995*. [S.l.: s.n.], 1995. v. 4, p. 3376–3378.
- DRAZENOVIC, B. The invariance conditions in variable structure systems. *Automatica*, v. 5, n. 3, p. 287 – 295, 1969. ISSN 0005-1098. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0005109869900715>>.
- Comparing inertia weights and constriction factors in particle swarm optimization*, v. 1. 84–88 p. Disponível em: <<http://ieeexplore.ieee.org/stamp/stamp.jsp?arnumber=870279>>.
- EBERHART, R. C.; SHI, Y. Particle swarm optimization: developments, applications and resources. In: *Evolutionary Computation, 2001. Proceedings of the 2001 Congress on*. [S.l.: s.n.], 2001. v. 1, p. 81–86 vol. 1.
- _____. *Computational Intelligence: Concepts to Implementations*. 1. ed. [S.l.]: Morgan Kaufmann, 2007. 496 p.
- FILIPPOV, A. F. *Differential Equations with Discontinuous Righthand Sides*. [S.l.]: Springer, 1988. 316 p. (Mathematics and Its Applications).
- FOO, G.; RAHMAN, M. Sensorless sliding-mode mtpa control of an ipm synchronous motor drive using a sliding-mode observer and hf signal injection. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, v. 57, n. 4, p. 1270–1278, april 2010. ISSN 0278-0046.
- _____. Sensorless vector control of interior permanent magnet synchronous motor drives at very low speed without signal injection. *Electric Power Applications, IET*, v. 4, n. 3, p. 131–139, 2010. ISSN 1751-8660.
- FRIDMAN, L.; MORENO, J.; IRIARTE, R. *Sliding Modes after the first Decade of the 21st Century*. [S.l.]: Springer, 2012. 598 p. (Lecture Notes in Control and Information Sciences, v. 412).
- FURUHASHI, T.; SANGWONGWANICH, S.; OKUMA, S. A position-and-velocity sensorless control for brushless DC motors using an adaptive sliding mode observer. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, v. 39, n. 2, p. 89–95, apr 1992.

- FURUTA, K. Sliding mode control of a discrete system. *Systems & Control Letters*, v. 14, n. 2, p. 145 – 152, 1990. ISSN 0167-6911. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/016769119090030X>>.
- GAO, W.; HUNG, J. Variable structure control of nonlinear systems: a new approach. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, v. 40, n. 1, p. 45–55, feb 1993. ISSN 0278-0046.
- GAO, W.; WANG, Y.; HOMAIFA, A. Discrete-time variable structure control systems. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, v. 42, n. 2, p. 117–122, apr 1995. ISSN 0278-0046.
- GENDUSO, F. et al. Back EMF sensorless-control algorithm for high-dynamic performance PMSM. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, v. 57, n. 6, p. 2092–2100, june 2010.
- GIERAS, J. F.; WING, M. *Permanent Magnet Motor Technology – Design and Applications*. [S.l.]: CRC Press, 2002. ISBN 0824707397.
- GOLESTAN, S. et al. Advantages and challenges of a type-3 PLL. *IEEE Transactions on Power Electronics*, v. 28, n. 11, p. 4985–4997, 2013. Disponível em: <<http://ieeexplore.ieee.org/stamp/stamp.jsp?arnumber=6412806>>.
- GRABIC, S.; CELANOVIC, N.; KATIC, V. Permanent magnet synchronous generator cascade for wind turbine application. *IEEE Transactions on Power Electronics*, v. 23, n. 3, p. 1136–1142, May 2008.
- HAN, Y.-S.; CHOI, J.-S.; KIM, Y.-S. Sensorless PMSM drive with a sliding mode control based adaptive speed and stator resistance estimator. *IEEE Transactions on Magnetics*, v. 36, n. 5, p. 3588–3591, sep 2000.
- HARNEFORS, L.; NEE, H.-P. A general algorithm for speed and position estimation of ac motors. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, v. 47, n. 1, p. 77–83, 2000. ISSN 0278-0046.
- HEIER, S. *Grid Integration of Wind Energy Conversion Systems*. [S.l.]: Wiley, 2006.
- HOLTZ, J. Sensorless control of induction machines – with or without signal injection? *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, v. 53, n. 1, p. 7–30, feb. 2005. ISSN 0278-0046.
- HSIEH, G.-C.; HUNG, J. Phase-locked loop techniques. a survey. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, v. 43, n. 6, p. 609–615, 1996. ISSN 0278-0046.
- HUA, G.; GENG, Y. A novel control strategy of mppt taking dynamics of wind turbine into account. In: . [S.l.: s.n.], 2006. p. 1–6.
- HUNG, J.; GAO, W.; HUNG, J. Variable structure control: a survey. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, v. 40, n. 1, p. 2–22, feb 1993. ISSN 0278-0046.

- IIZUKA, K. et al. Microcomputer control for sensorless brushless motor. *IEEE Transactions on Industry Applications*, IA-21, n. 3, p. 595–601, 1985. ISSN 0093-9994.
- ITKIS, U. *Control Systems of Variable Structure*. [S.l.]: Wiley & Sons, Incorporated, John, 1976. 214 p.
- JANG, J.-S. Anfis: adaptive-network-based fuzzy inference system. *IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics*, v. 23, n. 3, p. 665–685, may/jun 1993.
- JANSEN, P.; LORENZ, R. A physically insightful approach to the design and accuracy assessment of flux observers for field oriented induction machine drives. *IEEE Transactions on Industry Applications*, v. 30, n. 1, p. 101–110, 1994. ISSN 0093-9994.
- JANSEN, P.; LORENZ, R.; NOVOTNY, D. Observer-based direct field orientation: analysis and comparison of alternative methods. *IEEE Transactions on Industry Applications*, v. 30, n. 4, p. 945–953, 1994. ISSN 0093-9994.
- JUNG, J.; NAM, K. A dynamic decoupling control scheme for high-speed operation of induction motors. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, v. 46, n. 1, p. 100–110, 1999. ISSN 0278-0046.
- KAZMIERKOWSKI, M. P. et al. *Control in Power Electronics: Selected Problems*. 1st. ed. [S.l.]: Academic Press, 2002. ISBN 0124027725.
- KENNEDY, J.; EBERHART, R. Particle swarm optimization. In: *IEEE International Conference on Neural Networks, 1995. Proceedings*. [S.l.: s.n.], 1995. v. 4, p. 1942–1948.
- KHALIL, H. K. *Nonlinear Systems*. 3st. ed. [S.l.]: Prentice Hall, 2001. 750 p.
- KIM, H.; SON, J.; LEE, J. A high-speed sliding-mode observer for the sensorless speed control of a PMSM. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, v. 58, n. 9, p. 4069–4077, 2011.
- KOTHARE, M. V. et al. A unified framework for the study of anti-windup designs. *Automatica*, v. 30, n. 12, p. 1869 – 1883, 1994. ISSN 0005-1098. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0005109894900485>>.
- KRAUSE, P.; WASYNCZUK, O.; SUDHOFF, S. *Analysis of Electric Machinery and Drive Systems*. [S.l.]: Wiley-IEEE Press, 2002. ISBN 0-07-035436-7.
- KRISHNAN, R. *Permanent Magnet Synchronous and Brushless DC Motor Drives*. 1. ed. [S.l.]: CRC Press, 2009. 611 p. (Mechanical Engineering (Marcel Dekker)).
- LASCU, C.; BOLDEA, I.; BLAABJERG, F. Direct torque control of sensorless induction motor drives: a sliding-mode approach. *IEEE Transactions on Industry Applications*, v. 40, n. 2, p. 582–590, 2004. ISSN 0093-9994.

- _____. Comparative study of adaptive and inherently sensorless observers for variable-speed induction-motor drives. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, v. 53, n. 1, p. 57–65, 2005. ISSN 0278-0046.
- LEE, H.; LEE, J. Design of iterative sliding mode observer for sensorless pmsm control. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, v. 21, n. 4, p. 1394–1399, 2013. ISSN 1063-6536.
- LEE, J. et al. Sensorless control of surface-mount permanent-magnet synchronous motors based on a nonlinear observer. *IEEE Transactions on Power Electronics*, v. 25, n. 2, p. 290–297, feb. 2010.
- LEE, P.-M.; OH, J.-H. Improvements on vss-type self-tuning control for a tracking controller. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, v. 45, n. 2, p. 319–325, 1998. Disponível em: <<http://ieeexplore.ieee.org/stamp/stamp.jsp?arnumber=681231>>.
- LEONHARD, W. *Control of Electrical Drives*. [S.l.]: Springer, 1997. ISBN 3540593802.
- LEVANT, A. Sliding order and sliding accuracy in sliding mode control. *International Journal of Control*, v. 58, n. 6, p. 1247–1263, 1993.
- _____. Robust exact differentiation via sliding mode technique. *Automatica*, v. 34, n. 3, p. 379 – 384, 1998.
- _____. Chattering analysis. *IEEE Transactions on Automatic Control*, v. 55, n. 6, p. 1380–1389, 2010. Disponível em: <<http://ieeexplore.ieee.org/stamp/stamp.jsp?arnumber=5404431>>.
- LIAN, K.-Y.; CHIANG, C.-H.; TU, H.-W. LMI-based sensorless control of permanent-magnet synchronous motors. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, v. 54, n. 5, p. 2769–2778, oct. 2007.
- LINDSEY, W.; CHIE, C. M. A survey of digital phase-locked loops. *Proceedings of the IEEE*, v. 69, n. 4, p. 410–431, 1981. ISSN 0018-9219.
- LISERRE, M.; BLAABJERG, F.; HANSEN, S. Design and control of an LCL-filter-based three-phase active rectifier. *IEEE Transactions on Industry Applications*, v. 41, n. 5, p. 1281–1291, 2005. ISSN 0093-9994.
- MARCH, P.; TURNER, M. C. Anti-windup compensator designs for nonsalient permanent-magnet synchronous motor speed regulators. *IEEE Transactions on Industry Applications*, v. 45, n. 5, p. 1598–1609, 2009.
- MATTHEWS, G. P.; DECARLO, R. A. Decentralized tracking for a class of interconnected nonlinear systems using variable structure control. *Automatica*, v. 24, n. 2, p. 187 – 193, 1988. ISSN 0005-1098. Disponível em: <<http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0005109888900271>>.

- MCCANN, R.; ISLAM, M.; HUSAIN, I. Application of a sliding-mode observer for position and speed estimation in switched reluctance motor drives. *IEEE Transactions on Industry Applications*, v. 37, n. 1, p. 51–58, jan/feb 2001. ISSN 0093-9994.
- MICHALETZKY, G.; GERENCSEER, L. Bibo stability of linear switching systems. *IEEE Transactions on Automatic Control*, v. 47, n. 11, p. 1895–1898, 2002.
- MICHALKE, G.; HANSEN, A. D.; HARTKOPF, T. Control strategy of a variable speed wind turbine with multipole permanent magnet synchronous generator. In: . [S.l.: s.n.], 2007.
- MONSEES, G. *Discrete Time Sliding Mode Control*. 192 p. Tese (Doctor) — Technische Universiteit Delft, 2002.
- Adaptive switching gain for a discrete-time sliding mode controller*, v. 3. 1639–1643 p. Disponível em: <<http://ieeexplore.ieee.org/stamp/stamp.jsp?arnumber=879479>>.
- MORALES-CAPORAL, R. et al. Sensorless predictive DTC of a surface-mounted permanent-magnet synchronous machine based on its magnetic anisotropy. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, v. 60, n. 8, p. 3016–3024, 2013. ISSN 0278-0046.
- MORGAN, R. G.; ÖZGÜNER, Ü. A decentralized variable structure control algorithm for robotic manipulators. *IEEE Journal of Robotics and Automation*, v. 1, n. 1, p. 57–65, 1985. Disponível em: <<http://ieeexplore.ieee.org/stamp/stamp.jsp?arnumber=1086998>>.
- MORIMOTO, S. et al. Sensorless control strategy for salient-pole PMSM based on extended EMF in rotating reference frame. *IEEE Transactions on Industry Applications*, v. 38, n. 4, p. 1054–1061, jul/aug 2002.
- NAKAMURA, T. et al. Optimum control of ipmsg for wind generation system. In: *Proceedings of the Power Conversion Conference, 2002. PCC Osaka 2002*. [S.l.: s.n.], 2002. v. 3, p. 1435–1440 vol.3.
- NASAR, S. A.; BOLDEA, I.; UNNEWEHR, L. E. *Permanent Magnet, Reluctance and Self-Synchronous Motors*. 1. ed. [S.l.]: CRC Press, 1993. 288 p.
- NOVOTNY, D. W.; LIPO, N. T. A. *Vector Control And Dynamics Of Ac Drives*. [S.l.]: Oxford University Press, USA, 1996. ISBN 0198564392.
- OGASAWARA, S.; AKAGI, H. Implementation and position control performance of a position-sensorless IPM motor drive system based on magnetic saliency. *IEEE Transactions on Industry Applications*, v. 34, n. 4, p. 806–812, 1998.
- OGATA, K. *Discrete-Time Control Systems*. 2. ed. [S.l.]: Prentice Hall, 1995. 745 p.
- _____. *Engenharia de Controle Moderno*. 4. ed. [S.l.]: Prentice-Hall, 2003. 788 p.

- ORTEGA, R. et al. Estimation of rotor position and speed of permanent magnet synchronous motors with guaranteed stability. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, v. 19, n. 3, p. 601–614, may 2011. ISSN 1063-6536.
- PACAS, M. Sensorless drives in industrial applications. *IEE Industrial Electronics Magazine*, v. 5, n. 2, p. 16–23, june 2011. ISSN 1932-4529.
- PAICU, M. et al. Very low speed performance of active flux based sensorless control: interior permanent magnet synchronous motor vector control versus direct torque and flux control. *Electric Power Applications, IET*, v. 3, n. 6, p. 551–561, 2009. ISSN 1751-8660.
- PARK, R. Two-reaction theory of synchronous machines generalized method of analysis-I. *Transactions of the American Institute of Electrical Engineers*, v. 48, n. 3, p. 716–727, 1929. ISSN 0096-3860.
- _____. Two-reaction theory of synchronous machines-II. *Transactions of the American Institute of Electrical Engineers*, v. 52, n. 2, p. 352–354, 1933. ISSN 0096-3860.
- PERRUQUETTI, W.; BARBOT, J.-P. *Sliding Mode Control in Engineering*. 1st. ed. [S.l.]: CRC Press, 2002. 432 p. ISBN 0824706714.
- PIIPPO, A.; HINKKANEN, M.; LUOMI, J. Analysis of an adaptive observer for sensorless control of interior permanent magnet synchronous motors. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, v. 55, n. 2, p. 570–576, 2008.
- PIIPPO, A.; LUOMI, J. Adaptive observer combined with HF signal injection for sensorless control of PMSM drives. In: *2005 IEEE International Conference on Electric Machines and Drives*. [S.l.: s.n.], 2005. p. 674–681.
- PINHEIRO, H. et al. Space vector modulation for voltage-source inverters: a unified approach. In: *IECON 02 [28th Annual Conference of the Industrial Electronics Society, IEEE 2002]*. [S.l.: s.n.], 2002. v. 1, p. 23–29 vol.1.
- PLESTAN, F. et al. New methodologies for adaptive sliding mode control. *International Journal of Control*, v. 83, n. 9, p. 1907–1919, 2010. Disponível em: <<http://www.tandfonline.com/doi/abs/10.1080/00207179.2010.501385>>.
- PLUNKETT, A. B.; TURNBULL, F. G. Load-commutated inverter/synchronous motor drive without a shaft position sensor. *IEEE Transactions on Industry Applications*, IA-15, n. 1, p. 63–71, 1979. ISSN 0093-9994.
- QIAO, W.; YANG, X.; GONG, X. Wind speed and rotor position sensorless control for direct-drive PMG wind turbines. *IEEE Transactions on Industry Applications*, v. 48, n. 1, p. 3–11, 2012.
- QIAO, Z. et al. New sliding-mode observer for position sensorless control of permanent-magnet synchronous motor. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, v. 60, n. 2, p. 710–719, 2013.

- RASHED, M. et al. Sensorless indirect-rotor-field-orientation speed control of a permanent-magnet synchronous motor with stator-resistance estimation. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, v. 54, n. 3, p. 1664–1675, 2007.
- RINI, D. P.; SHAMSUDDIN, S. M.; YUHANIZ, S. S. Particle swarm optimization: Technique, system and challenges. *International Journal of Computer Applications*, v. 14, n. 1, p. 19–27, January 2011. Published by Foundation of Computer Science.
- SARPTURK, S.; ISTEфанOPULOS, Y.; KAYNAK, O. On the stability of discrete-time sliding mode control systems. *IEEE Transactions on Automatic Control*, v. 32, n. 10, p. 930–932, oct 1987. ISSN 0018-9286.
- SCHAFT, A. van der. *L2-Gain and Passivity Techniques in Nonlinear Control*. 2nd. ed. [S.l.]: Springer, 2000. 249 p. (Communications and Control Engineering).
- SEOK, J.-K.; LEE, J.-K.; LEE, D.-C. Sensorless speed control of nonsalient permanent-magnet synchronous motor using rotor-position-tracking PI controller. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, v. 53, n. 2, p. 399 – 405, april 2006.
- SHI, Y.; EBERHART, R. A modified particle swarm optimizer. In: *The 1998 IEEE International Conference on Evolutionary Computation Proceedings, 1998. IEEE World Congress on Computational Intelligence*. [S.l.: s.n.], 1998. p. 69–73.
- SILVA J.M.G., J. da; TARBOURIECH, S. Antiwindup design with guaranteed regions of stability: an lmi-based approach. *Automatic Control, IEEE Transactions on*, v. 50, n. 1, p. 106–111, 2005. ISSN 0018-9286.
- SINGH, M.; CHANDRA, A. Application of adaptive network-based fuzzy inference system for sensorless control of pmsg-based wind turbine with nonlinear-load-compensation capabilities. *IEEE Transactions on Power Electronics*, v. 26, n. 1, p. 165–175, jan. 2011.
- SIRA-RAMIREZ, H. Nonlinear discrete variable structure systems in quasi-sliding mode. *International Journal of Control*, v. 54, n. 5, p. 1171–1187, oct 1991.
- SU, W.-C.; DRAKUNOV, S. V.; ÖZGÜNER, Ü. An $o(t^2)$ boundary layer in sliding mode for sampled-data systems. *IEEE Transactions on Automatic Control*, v. 45, n. 3, p. 482–485, 2000. Disponível em: <<http://ieeexplore.ieee.org/stamp/stamp.jsp?arnumber=847728>>.
- TAKAGI, T.; SUGENO, M. Fuzzy identification of systems and its applications to modeling and control. *IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics*, SMC-15, n. 1, p. 116–132, 1985. ISSN 0018-9472.
- UTKIN, V. Variable structure systems with sliding modes. *IEEE Transactions on Automatic Control*, v. 22, n. 2, p. 212–222, 1977. Disponível em: <<http://ieeexplore.ieee.org/stamp/stamp.jsp?arnumber=1101446>>.

- _____. *Sliding Modes in Control and Optimization*. 1 edition. ed. [S.l.]: Springer-Verlag, 1992. 286 p.
- _____. Sliding mode control design principles and applications to electric drives. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, v. 40, n. 1, p. 23–36, feb 1993.
- UTKIN, V.; GULDNER, J.; SHIJUN, M. *Sliding Mode Control in Electro-mechanical Systems*. [S.l.]: CRC Press, 1999. ISBN 0748401164.
- UTKIN, V.; SHI, J. Integral sliding mode in systems operating under uncertainty conditions. In: *Proceedings 35th IEEE Decision and Control, 1996*. [S.l.: s.n.], 1996. v. 4, p. 4591–4596.
- VALLE, Y. D. et al. Particle swarm optimization: Basic concepts, variants and applications in power systems. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, v. 12, n. 2, p. 171–195, 2008. Disponível em: <<http://ieeexplore.ieee.org/stamp/stamp.jsp?arnumber=4358769>>.
- VAS, P. *Sensorless Vector and Direct Torque Control*. [S.l.]: Oxford University Press, 1998. 768 p. (Monographs in Electrical and Electronic Engineering, 42).
- VIANA, R. L. Introdução à dinâmica não-linear e caos em economia. Universidade Federal do Paraná, Curitiba, Paraná. 2012.
- VIEIRA, R. P. et al. Discrete-time sliding mode speed observer for sensorless control of induction motor drives. *Electric Power Applications, IET*, v. 6, n. 9, p. 681–688, 2012. ISSN 1751-8660.
- WANG, G. et al. Quadrature PLL-based high-order sliding-mode observer for IPMSM sensorless control with online MTPA control strategy. *IEEE Transactions on Energy Conversion*, v. 28, n. 1, p. 214–224, 2013. ISSN 0885-8969.
- WANG, G.; YANG, R.; XU, D. DSP-based control of sensorless IPMSM drives for wide-speed-range operation. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, v. 60, n. 2, p. 720–727, feb 2013.
- WANG, H.; TANAKA, K.; GRIFFIN, M. Parallel distributed compensation of nonlinear systems by takagi-sugeno fuzzy model. In: *Fuzzy Systems, 1995. International Joint Conference of the Fourth IEEE International Conference on Fuzzy Systems and The Second International Fuzzy Engineering Symposium., Proceedings of 1995 IEEE International Conference on*. [S.l.: s.n.], 1995. v. 2, p. 531–538.
- WANG, W.-J.; CHEN, J.-Y. Passivity-based sliding mode position control for induction motor drives. *IEEE Transactions on Energy Conversion*, v. 20, n. 2, p. 316–321, june 2005. ISSN 0885-8969.
- Floyd H. Wright. *Method and apparatus for electronically commutating a direct current motor without position sensors*. 1979. 4162435.

- WU, R.; SLEMON, G. A permanent magnet motor drive without a shaft sensor. *IEEE Transactions on Industry Applications*, v. 27, n. 5, p. 1005–1011, sep/oct 1991.
- YAN, Z.; JIN, C.; UTKIN, V. Sensorless sliding-mode control of induction motors. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, v. 47, n. 6, p. 1286 – 1297, dec 2000. ISSN 0278-0046.
- YAN, Z.; UTKIN, V. Sliding mode observers for electric machines-an overview. In: . [S.l.: s.n.], 2002. v. 3, p. 1842–1847.
- YANG, X.-S. *Engineering Optimization: An Introduction with Metaheuristic Applications*. 1. ed. [S.l.]: Wiley, 2010. 347 p.
- YUAN, L. et al. Sensorless control of high-power interior permanent magnet synchronous motor drives at very low speed. *Electric Power Applications, IET*, v. 7, n. 3, p. –, 2013. ISSN 1751-8660.
- ZHAO, H.; WU, Q. M. J.; KAWAMURA, A. An accurate approach of nonlinearity compensation for VSI inverter output voltage. *IEEE Transactions on Power Electronics*, v. 19, n. 4, p. 1029–1035, 2004.
- ZHAO, Y.; QIAO, W.; WU, L. An adaptive quasi-sliding-mode rotor position observer-based sensorless control for interior permanent magnet synchronous machines. *IEEE Transactions on Power Electronics*, v. 28, n. 12, p. 5618–5629, 2013. ISSN 0885-8993.
- ZHENG, Y.; JING, Y. Approximation law for discrete-time variable structure control systems. *Journal of Control Theory and Applications*, Editorial Board of Control Theory & Applications, v. 4, n. 3, p. 291–296, 2006. ISSN 1672-6340. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1007/s11768-006-5172-6>>.
- ZHU, G. et al. A nonlinear state observer for the sensorless control of a permanent-magnet AC machine. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, v. 48, n. 6, p. 1098–1108, dec 2001.

APÊNDICES

APÊNDICE A – ERRO DE TRUNCAMENTO EM SISTEMAS CONTÍNUOS DISCRETIZADOS

Neste apêndice, a origem do erro de truncamento em sistemas contínuos discretizados é apresentada. Inicialmente, um sistema dinâmico no domínio de tempo contínuo é considerado. Em seguida, sua solução exata, no domínio de tempo contínuo, e sua representação no domínio de tempo discreto são apresentadas. Então, o erro de truncamento por série de Taylor é descrito. Por fim, o sistema discretizada é contemplado sob o erro de truncamento.

A.1 Discretização exata de um sistema contínuo

Considere um sistema dado por

$$\frac{dx(t)}{dt} = Ax(t) + Bu(t) + Dw(t), \quad (\text{A.1})$$

em que x é a variável de estado, u é a ação de controle, w é uma perturbação, A , B e D são as matrizes no domínio de tempo contínuo. Então, a solução exata de (A.1) pode ser dada por

$$x(t) = e^{A(t-t_0)}x(t_0) + \int_{t_0}^t e^{A(t-\tau)} [Bu(\tau) + Dw(\tau)] d\tau. \quad (\text{A.2})$$

Assim, uma representação no domínio de tempo discreto pode ser obtida por meio da mudança de variável $t = (k+1)T_s$ e $t_0 = kT_s$, em que T_s é o período de amostragem. Além disso, a ação de controle u é constante entre dois períodos de amostragem sucessivos, logo, $u(t) = u(k)$. Portanto, a equação (A.2) torna-se em

$$x_{(k+1)} = e^{AT_s}x_{(k)} + \int_{kT_s}^{(k+1)T_s} e^{A[(k+1)T_s-\tau]} [Bu_{(k)} + Dw_{(\tau)}] d\tau. \quad (\text{A.3})$$

Agora, pela mudança de variável $\lambda = (k+1)T_s - \tau$ em que

$$\tau = kT_s \Rightarrow \lambda = T_s \quad (\text{A.4})$$

$$\tau = (k+1)T_s \Rightarrow \lambda = 0 \text{ e} \quad (\text{A.5})$$

$$d\tau = -d\lambda, \quad (\text{A.6})$$

(A.3) é reescrita por

$$x_{(k+1)} = e^{AT_s}x_{(k)} - \int_{T_s}^0 e^{A\lambda} [Bu_{(k)} + Dw_{[(k+1)T_s-\lambda]}] d\lambda,$$

o qual, sem perdas de generalidades, assume a forma

$$x_{(k+1)} = e^{AT_s} x_{(k)} + \left(\int_0^{T_s} e^{A\tau} B d\tau \right) u_{(k)} + \int_0^{T_s} e^{A\tau} D w_{[(k+1)T_s - \tau]} d\tau, \quad (\text{A.7})$$

que corresponde à discretização exata do sistema (A.1).

Na seção seguinte, o Teorema de Taylor (CHAPRA; CANALE, 2006) é apresentado para determinar o erro de truncamento para um sistema discretizado.

A.2 Expansão por séries de Taylor

Dentro dos métodos numéricos, as séries de Taylor fornecem um meio para estimar o valor de uma função em um ponto em termos do valor da função e de suas derivadas em outro ponto. Portanto, se uma função $f_{(t)}$ é continuamente diferencial em um intervalo entre a e b , então a série de Taylor para a função f , dada por

$$f_{(b)} = f_{(a)} + \dot{f}_{(a)}(b-a) + \frac{\ddot{f}_{(a)}}{2!}(b-a)^2 + \frac{f_{(a)}^{(3)}}{3!}(b-a)^3 + \dots + \frac{f_{(a)}^{(n)}}{n!}(b-a)^n + R_n, \quad (\text{A.8})$$

pode determinar o valor da função em b , no qual o termo restante R_n é definido por

$$R_n = \int_a^b \frac{b-t}{n!} f_{(t)}^{(n+1)} dt, \quad (\text{A.9})$$

em que as sucessivas derivadas são computadas para $t = a$. Por outro lado, se o termo (A.9) for desprezado em (A.8), então tem-se uma aproximação polinomial de Taylor para $f_{(b)}$. Assim, pode-se obter uma aproximação de ordem zero, primeira, segunda ou n , dependendo de quantos termos são usados em (A.8).

Para simplificar (A.8), define-se um passo $h = b_{k+1} - b_k$, tal que

$$f_{(b_{k+1})} = f_{(b_k)} + \dot{f}_{(b_k)}h + \frac{\ddot{f}_{(b_k)}}{2!}h^2 + \frac{f_{(b_k)}^{(3)}}{3!}h^3 + \dots + \frac{f_{(b_k)}^{(n)}}{n!}h^n + R_n, \quad (\text{A.10})$$

no qual

$$R_n = \frac{f^{(n+1)}(\xi)}{(n+1)!} h^{n+1}, \quad (\text{A.11})$$

em que n denota que (A.11) é o restante para a aproximação de n -ésima ordem, e ξ é um valor de b que se encontra em algum lugar entre b_k e b_{k+1} . Usualmente, o termo (A.11) é expresso por

$$R_n = \mathcal{O}(h^{n+1}), \quad (\text{A.12})$$

em que a nomenclatura $\mathcal{O}(h^{n+1})$ indica o erro de truncamento de ordem h^{n+1} . Assim, pode-se avaliar o erro de truncamento em sistemas contínuos discretizados, baseados em

expansão de séries de Taylor.

A.3 Erro de truncamento em sistemas discretizados

Aqui, dois casos são avaliados. Para o primeiro, assume-se a ausência de perturbação, ou seja, $w_{(k)} = 0$; enquanto para o segundo, $w_{(k)} \neq 0$.

A.3.1 Caso 1: $w_{(k)} = 0$

Nesse caso, a representação discreta do sistema (A.1) pode ser dada por

$$x_{(k+1)} = e^{AT_s} x_{(k)} + \left(\int_0^{T_s} e^{A\tau} B d\tau \right) u_{(k)}. \quad (\text{A.13})$$

Resolvendo a integral do segundo termo da lado direito, obtém-se

$$x_{(k+1)} = e^{AT_s} x_{(k)} + A^{-1} (e^{AT_s} - I) B u_{(k)}, \quad (\text{A.14})$$

em que I é uma matriz identidade de mesma ordem da matriz A .

A expansão em série de Taylor para a função exponencial e^{AT_s} é dada por

$$e^{AT_s} = I + AT_s + \frac{1}{2} (AT_s)^2 + \frac{1}{3!} (AT_s)^3 + \dots + \frac{1}{n!} (AT_s)^n, \quad (\text{A.15})$$

em que $n \rightarrow \infty$. Considerando apenas os dois primeiros termos, isto é, $n = 1$, tem-se

$$e^{AT_s} = I + AT_s + \mathcal{O}(T_s^2), \quad (\text{A.16})$$

que substituída em (A.14), resulta em

$$\begin{aligned} x_{(k+1)} &= [I + AT_s + \mathcal{O}(T_s^2)] x_{(k)} + [T_s B + A^{-1} \mathcal{O}(T_s^2) B] u_{(k)} \Rightarrow \\ \Rightarrow x_{(k+1)} &= (I + AT_s) x_{(k)} + T_s B u_{(k)} + \mathcal{O}(T_s^2) x_{(k)} + A^{-1} \mathcal{O}(T_s^2) B u_{(k)}, \end{aligned}$$

que pode ser simplificada para

$$x_{(k+1)} = (I + AT_s) x_{(k)} + T_s B u_{(k)} + \mathcal{O}(T_s^2). \quad (\text{A.17})$$

Portanto, a aproximação de primeira ordem de um sistema contínuo discretizado resulta em um erro de truncamento na ordem de T_s^2 . Ressalta-se que se $T_s \rightarrow 0$, então (A.17) pode oferecer uma boa correlação com o sistema discreto exato (A.14).

A.3.2 Caso 2: $w_{(k)} \neq 0$

Nesse caso, assume-se o sistema no domínio de tempo discreto (A.7) dado por

$$x_{(k+1)} = A_d x_{(k)} + B_d u_{(k)} + d_{(k)}, \quad (\text{A.18})$$

em que

$$A_d = e^{AT_s} \quad (\text{A.19})$$

$$B_d = \int_0^{T_s} e^{A\tau} B d\tau \quad (\text{A.20})$$

$$d_{(k)} = \int_0^{T_s} e^{A\tau} D w_{[(k+1)T_s - \tau]} d\tau \quad (\text{A.21})$$

indicam as matrizes e a perturbação do sistema discretizado. Então, o termo $w_{[(k+1)T_s - \tau]}$ é expandido por séries de Taylor conforme (A.10) e (A.11), tal que

$$w_{[(k+1)T_s - \tau]} = w_{(k)} + \dot{w}_{(\xi)} (T_s - \tau), \quad (\text{A.22})$$

em que $\dot{w}_{(\xi)}$ denota o valor da derivada primeira da perturbação w em algum instante de tempo ξ entre kT_s e $(k+1)T_s$ (CHAPRA; CANALE, 2006). Substituindo (A.22) em (A.21), obtém-se

$$d_{(k)} = \int_0^{T_s} e^{A\tau} D w_{(k)} d\tau + \int_0^{T_s} e^{A\tau} D \dot{w}_{(\xi)} (T_s - \tau) d\tau, \quad (\text{A.23})$$

em que o termo interno da segunda integral é $\mathcal{O}(T_s)$. Uma vez que, a integral desse termo sempre será $\mathcal{O}(T_s^2)$, então (A.23) pode ser expressa por

$$d_{(k)} = D_d w_{(k)} + \mathcal{O}(T_s^2), \quad (\text{A.24})$$

em que

$$D_d = \int_0^{T_s} e^{A\tau} D d\tau \quad (\text{A.25})$$

representa a matriz que correlaciona a perturbação entre o domínio de tempo contínuo com o discreto. Assim, o sistema (A.18) pode ser dado por

$$x_{(k+1)} = A_d x_{(k)} + B_d u_{(k)} + D_d w_{(k)} + \mathcal{O}(T_s^2). \quad (\text{A.26})$$

Portanto, o erro de truncamento é da magnitude de $\mathcal{O}(T_s^2)$, para a aproximação de primeira ordem de um sistema contínuo discretizado na presença de perturbações, se essa é uma função suave no tempo.

A.4 Consideração final

Nesse apêndice, o erro de truncamento em virtude da discretização é abordado,

para compreender melhor os possíveis erros que podem existir em um algoritmo de estimação de parâmetros, de perturbações ou em observadores.

APÊNDICE B – ESPECIFICAÇÃO DA TURBINA EÓLICA

B.1 Introdução

Neste apêndice, o projeto para especificação da turbina eólica é apresentado. Inicialmente, o perfil aerodinâmico é escolhido. Em seguida, as condições nominais de operação são estabelecidas.

B.2 Perfil aerodinâmico

Em um sistema de conversão de energia eólica, a potência mecânica extraída do vento é dada por

$$P_m = \frac{1}{2} \rho \pi R_o^2 C_p(\lambda, \beta) V_w^3 \quad (\text{B.1})$$

sendo R_o o raio das pás da turbina eólica, ρ a densidade atmosférica, V_w a velocidade do vento, λ a relação de velocidade na ponta das pás (TSR), determinado por

$$\lambda = R_o \frac{\omega_t}{V_w}, \quad (\text{B.2})$$

em que ω_t é a velocidade da turbina e $C_p(\lambda, \beta)$ o coeficiente de potência, que representa o perfil aerodinâmico da turbina eólica. Adota-se, então, o perfil aerodinâmico dada por (HEIER, 2006)

$$C_p(\lambda, \beta) = c_1 \left(\frac{c_2}{\lambda_i} - c_3 \beta - c_4 \beta^x - c_5 \right) e^{-\frac{c_6}{\lambda_i}} + c_7 \lambda$$

$$\lambda_i = \frac{1}{\frac{1}{\lambda + 0,08\beta} - \frac{0,035}{\beta^3 + 1}} \quad (\text{B.3})$$

com β representando o ângulo de passo das pás; enquanto as constantes c_1 a c_6 são dadas na Tabela B.1.

Tabela B.1 – Constantes de aproximação.

c_1	c_2	c_3	c_4	c_5	c_6	c_7
0,5	116	0,4	0	5	21	0,01

A Figura B.1 apresenta as curvas do coeficientes de potência em função de λ para ângulos de passo especificados.

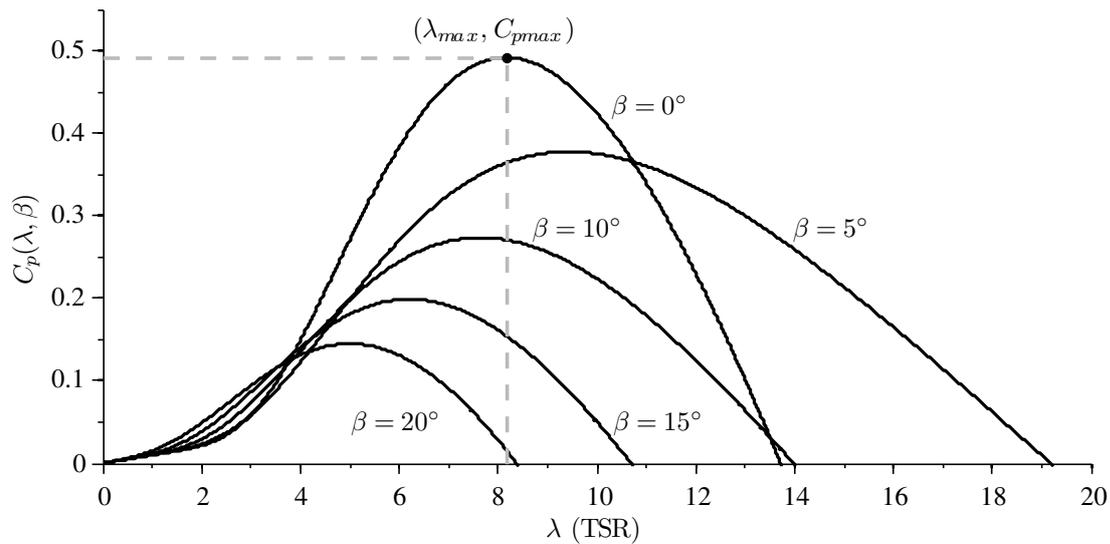


Figura B.1 – Coeficientes de potência (C_p) em função do TSR (λ).

Nota-se que o ponto de máxima eficiência aerodinâmica ocorre quando $\beta = 0$. Nesse caso, os valores aproximados para o coeficiente de desempenho C_{pmax} e para o TSR λ_{max} máximos são 0,492 e 8,18.

Estabelecido o perfil aerodinâmico, pode-se agora determinar o turbina eólica.

B.3 Turbina eólica

A turbina eólica usa um gerador síncrono a ímã permanente de polos não salientes da empresa francesa *Alxion Automatique & Productique*. A Tabela B.2 fornece os dados do gerador, conforme o fabricante.

Tabela B.2 – Dados do gerador.

Velocidade nominal [rpm]	800
Potência nominal [kW]	18,1
Eficiência [%]	92

Ressalta-se que a eficiência do gerador é um valor médio, conforme as curvas oferecidas pelo fabricante, para a operação com velocidade nominal.

Seja a densidade do ar ρ ao nível do mar igual a $1,2215 \text{ kg/m}^3$. Assume-se um valor típico de velocidade nominal do vento V_w seja de 13 m/s .

Sabe-se que o rendimento pode ser determinado por

$$\eta = \frac{P_g}{P_m}, \tag{B.4}$$

em que P_g é a potência gerada, e P_m é a potência mecânica de entrada (B.1). O raio da turbina pode, então, ser calculado por

$$R_o = \sqrt{\frac{2P_g}{\pi\eta\rho V_w^3 C_{pmax}}}, \quad (B.5)$$

considerando o perfil aerodinâmico especificado e as condições de operação nominais. Assumindo, agora, a utilização de uma caixa de engrenagem, a relação entre a velocidade do eixo da turbina ω_t e do gerador ω_m é expressa por

$$\omega_m = G\omega_t, \quad (B.6)$$

em que G é a relação da caixa de engrenagem. Dessa forma, a relação da caixa de engrenagem é dada por

$$G = \frac{R_o\omega_m}{\lambda_{max}V_w}, \quad (B.7)$$

conhecendo a raio da turbina e as condições nominais de projeto.

B.3.1 Controle de conjugado ótimo

Em um sistema de conversão de energia eólica com turbina de velocidade variável, é necessário implementar um algoritmo para efetuar o rastreamento do ponto de máxima potência (MPPT) (HUA; GENG, 2006). Dentre as técnicas de MPPT, pode-se citar o controle de conjugado ótimo. Sua função é ajustar o conjugado do gerador no ponto ótimo para diferentes velocidades do vento, tal que seja possível extrair a potência máxima (NAKAMURA et al., 2002).

Considerando o ponto de operação ótimo, a velocidade do vento pode ser obtida por

$$V_w = \frac{\omega_m}{\left(\frac{G\lambda_{max}}{R_o}\right)} \quad (B.8)$$

por meio de (B.2) e (B.6). Substituindo (B.8) em (B.1) e por (B.4), a potência máxima de saída do gerador pode, então, ser determinada por

$$P_{gopt} = K_{topt}\omega_m^3, \quad (B.9)$$

em que

$$K_{topt} = \frac{1}{2}\eta\rho\pi R_o^5 \frac{C_{pmax}}{(G\lambda_{max})^3} \quad (B.10)$$

é uma constante ótima que depende das características da turbina.

Sabe-se que a potência do gerador pode ser dada por

$$P_g = T_g \omega_m,$$

no qual T_g é o conjugado eletromagnético do gerador. O conjugado ótimo pode ser, assim, calculado por

$$T_{g_{opt}} = K_{t_{opt}} \omega_m^2, \tag{B.11}$$

e $K_{t_{opt}}$ é denominada por constante ótima de conjugado.

Conforme os passos de projeto, a Tabela B.3 mostra os parâmetros da turbina eólica.

Tabela B.3 – Dados da turbina.

Velocidade nominal do vento [m/s]	13
Raio (R_o) [m]	3,0767
Caixa de engrenagem (G)	2,425
Constante ótima de conjugado ($K_{t_{opt}}$) [$Nm / (rad/s)^2$]	0,03078

A Figura B.2 apresenta as curvas de potência para o gerador, considerando as velocidades do vento especificadas. As curvas de potência são obtidas por (B.4), com base na potência mecânica extraída (P_m) do vento e no rendimento (η) do gerador.

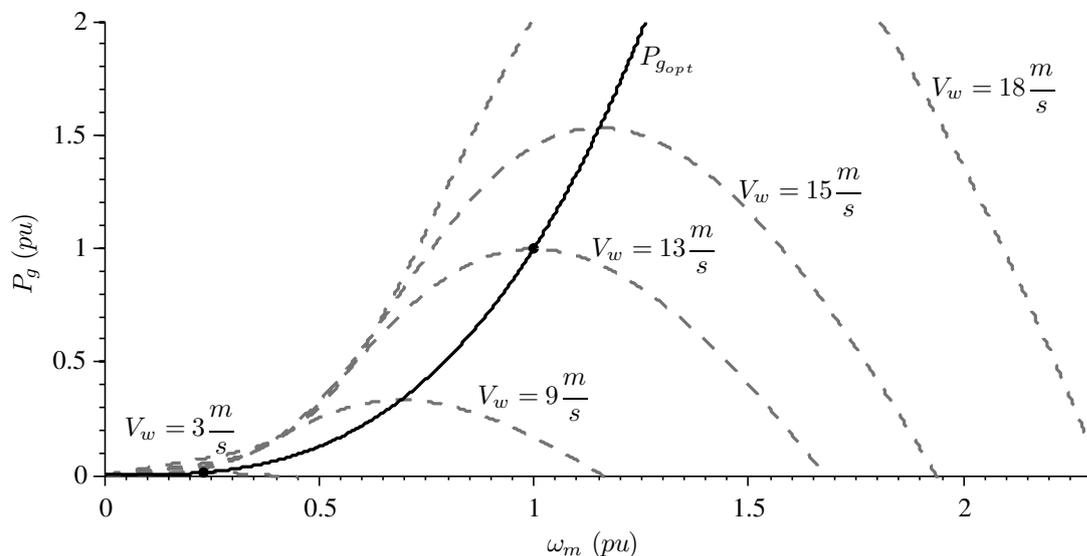


Figura B.2 – Curvas de potência para o gerador.

A geração de potência inicia quando a velocidade do vento é $3 m/s$. Essa velocidade é conhecida como velocidade de *cut-in*. A potência ótima do gerador é representada pela curva em destaque. Ela resulta do algoritmo de MPPT. A potência nominal é atingida quando a velocidade do vento corresponde a $13 m/s$. Nesse caso, um método de limitação de potência deverá ser aplicado. Eles podem se enquadrar em (HEIER, 2006):

- (i) controle por *yawing*,
- (ii) variação do ângulo de passo das pás,
- (iii) controle por *stall* (passivo ou ativo) e
- (iv) controle de potência, usando a variação da velocidade.

A curva típica de potência gerada versus a velocidade do vento, que caracteriza a operação de uma turbina eólica, é apresentada na Figura B.3.

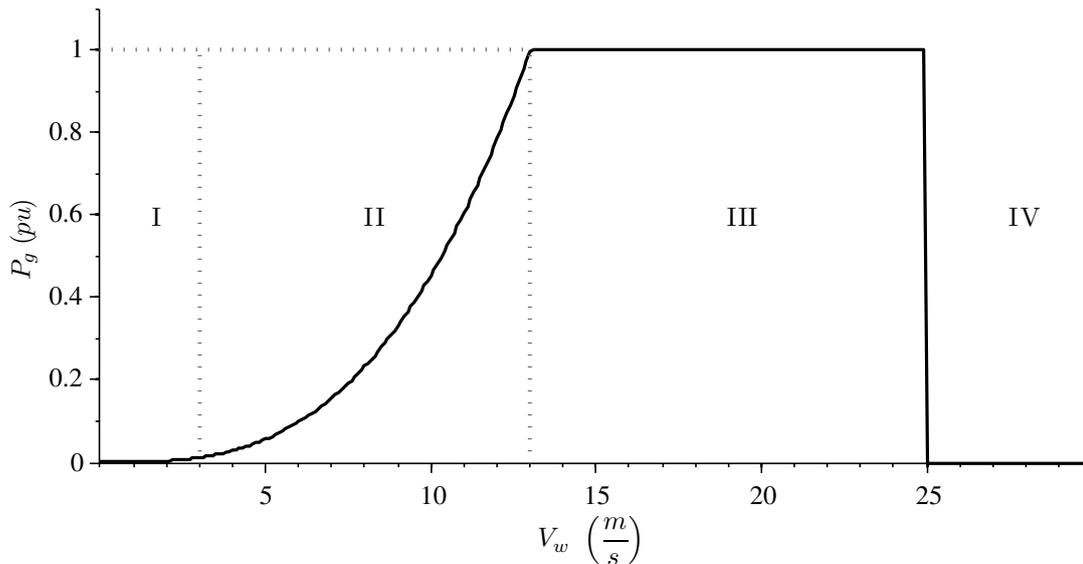


Figura B.3 – Curvas de potência versus velocidade para um WECS.

A região de I determina a velocidade mínima do vento para a turbina eólica iniciar a operação. Para a turbina em questão, a velocidade de *cut-in* é 3 m/s . A região II é a região de operação normal. Nessa região, realiza-se a maximização da eficiência aerodinâmica, por meio de algoritmos de MPPT (HUA; GENG, 2006). A região de limitação de potência III é usada para limitar a potência de saída no valor nominal da turbina eólica, matendo sua integridade mecânica. A velocidade do vento cuja turbina sai de operação é denominada *cut-out*. Usualmente, a velocidade de *cut-out* é 25 m/s . Além dessa velocidade, a região IV é atingida, e a geração é interrompida, resguardando a estrutura física da turbina eólica.

A Figura B.2 mostra as curvas de conjugado, para o gerador para as velocidades do vento especificadas. A curva em destaque indica o conjugado ótimo do gerador.

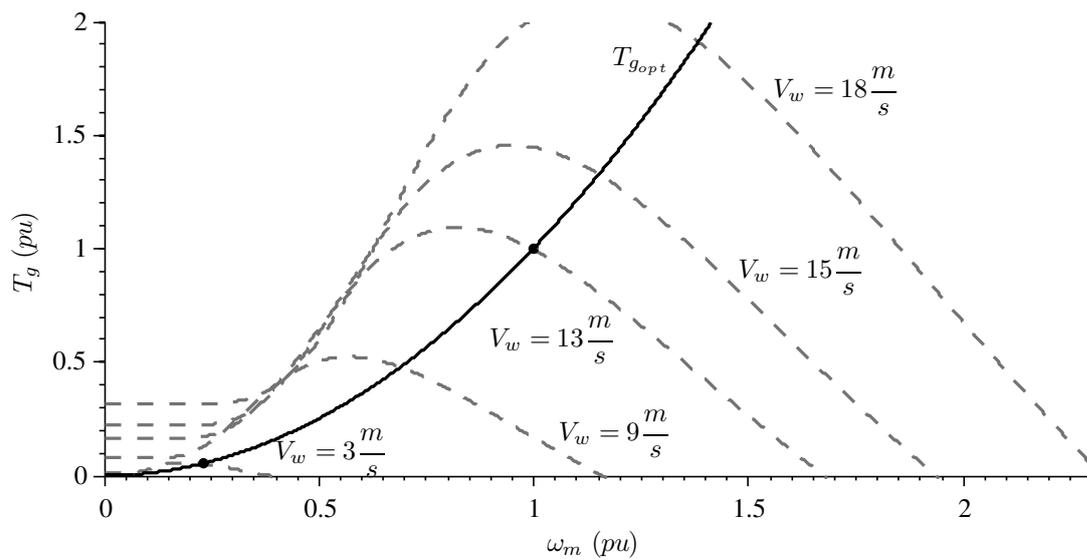


Figura B.4 – Curvas de conjugado para o gerador.

Nota-se que o ponto ótimo e máximo de conjugado diferem entre si, em relação à uma dada velocidade mecânica. Isso porque, a potência gerada é a grandeza maximizada, é regulada pelo conjugado.

APÊNDICE C – BANCADA EXPERIMENTAL

C.1 Plataforma experimental

Durante o desenvolvimento desta tese, esta plataforma para ensaios experimentais é projetada e montada, para validar as técnicas desenvolvidas. O propósito dela é emular um sistema de conversão de energia eólica (WECS), sendo composta por: (i) um motor de indução, (ii) um gerador síncrono a ímã permanente (PSMG) e (iii) um sistema de acionamento para cada uma das máquinas elétricas.

A máquina primária é um motor de indução *WEG* W22 Plus, cujos valores nominais de potência e velocidade são 22 kW e 885 rpm. Ele é acionado por um inversor *WEG* CFW11, o qual é operado por meio de um computador, via comunicação USB. Além disso, um sensor de posição absoluto, *Hengstler* AC580010AK42SGB de 10 bits, é acoplado ao eixo do motor, para fornecer a posição e para determinar a velocidade mecânica do PSMG. Estas grandezas são usadas para validar os algoritmos propostos. A Figura C.1 mostra uma representação para o sistema de acionamento do motor de indução.

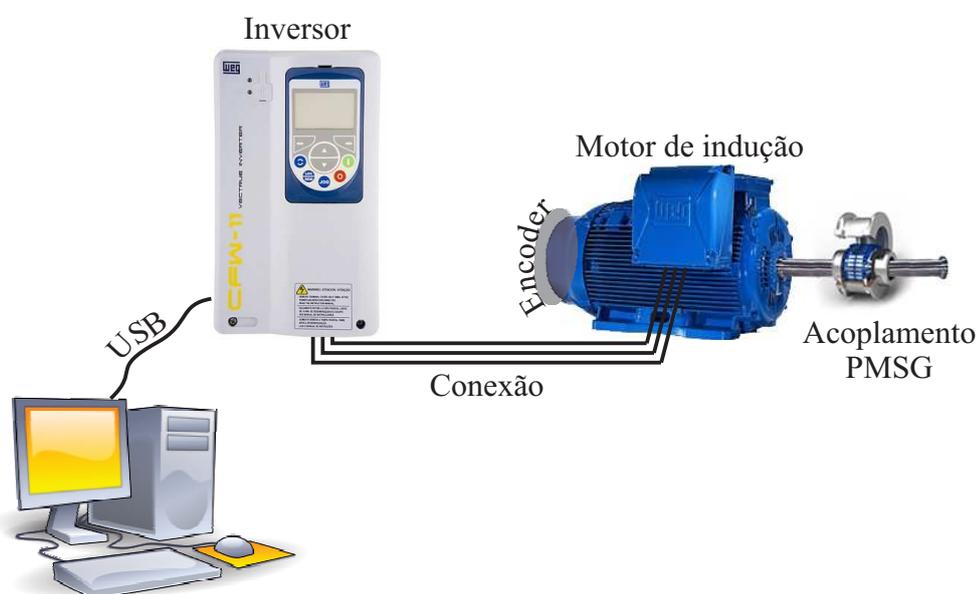


Figura C.1 – Representação para o sistema de acionamento do motor de indução.

A máquina secundária é um PMSG *Alxion* 400STK2M de polos não salientes. A Tabela C.1 mostra os seus parâmetros e os seus valores nominais, em que a indutância é especificada pelo fabricante. O fluxo magnético é determinado pelo ensaio a vazio.

Tabela C.1 – Parâmetros do PMSG.

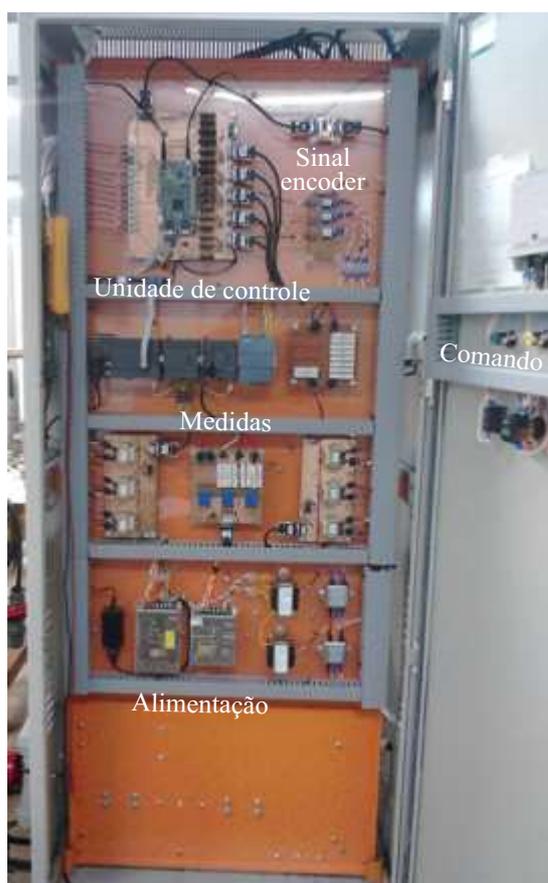
Parâmetro	Valor	Parâmetro	Valor
Velocidade nominal [rpm]	800	Número de polos	24
Potência nominal [kW]	18	Fluxo magnético [Wb]	0,25
Conjugado nominal [Nm]	216	Indutância estatórica [mH]	1,23
Corrente nominal [A]	45	Resistência estatórica [Ω]	0,18

A resistência é calculada aplicando uma tensão alternada em duas fases e por meio da corrente produzida determina-se a impedância.

A plataforma experimental que aciona o PMSG consiste em:

- (i) dois conversores PWM trifásicos e totalmente controlados, que compartilham um barramento CC. Um conversor opera como retificador e o outro como inversor. O retificador é conectado ao PMSG, e o inversor é conectado a rede, por meio de um transformador. Os conversores são denominados por conversor *back-to-back*, sendo do modelo *Semikron* SKS 88F (B6CI)2P 61 V12;
- (ii) um filtro LCL (indutor-capacitor-indutor) para conexão com a rede, projetado segundo Liserre, Blaabjerg e Hansen (2005), tal que: $L_c = 2,7$ mH (indutância do lado do conversor); $L_g = 150$ μ H (indutância do lado da rede) e $C = 100$ μ F (capacitância);
- (iii) um quadro de comando;
- (iv) uma contatora para pré-carga do barramento CC, cuja capacitância é 12 mF;
- (v) uma unidade de condicionamento de sinais de medição, e
- (vi) uma unidade de controle.

A Figura C.2 mostra imagens da plataforma destacando: (a) a parte de automação, que envolve a unidade de controle, o condicionamento de sinais e a alimentação; (b) a parte de potência, que envolve os filtros, a contatora de pré-carga e o conversor *back-to-back*, e (c) uma visão geral.



(a)



(b)



(c)

Figura C.2 – Plataforma experimental: (a) componentes de automação; (b) componentes de potência, e (c) visão geral.

Para acionar a plataforma, as medidas de tensão e de corrente são condicionadas e enviadas para a unidade de controle, contendo um kit *Spectrum Digital eZdsp*TM F28335, que fornece os sinais de comando para os interruptores semicondutores do conversor *back-to-back*. Além disso, rotinas de proteção contra sobrecorrente para a rede e para o gerador são implementadas. Adota-se uma corrente instantânea máxima de: 99A, para a rede, e 85A, para o gerador. O procedimento para o acionamento segue os passos:

- (i) realiza a pré-carga do barramento CC durante um intervalo de tempo definido;
- (ii) executa o sincronismo com a rede;
- (iii) regula o barramento CC com uma referência em rampa até atingir o valor desejado, enquanto as correntes da rede são controlados para manter um fator de potência unitário;
- (iv) troca a referência de tensão do barramento CC para o valor desejado, mantendo as regulações do barramento CC e das correntes da rede;
- (v) aciona o PMSG, segundo a estratégia de controle escolhida.

A Figura C.3 mostra um diagrama de blocos simplificado para o acionamento do PMSG.

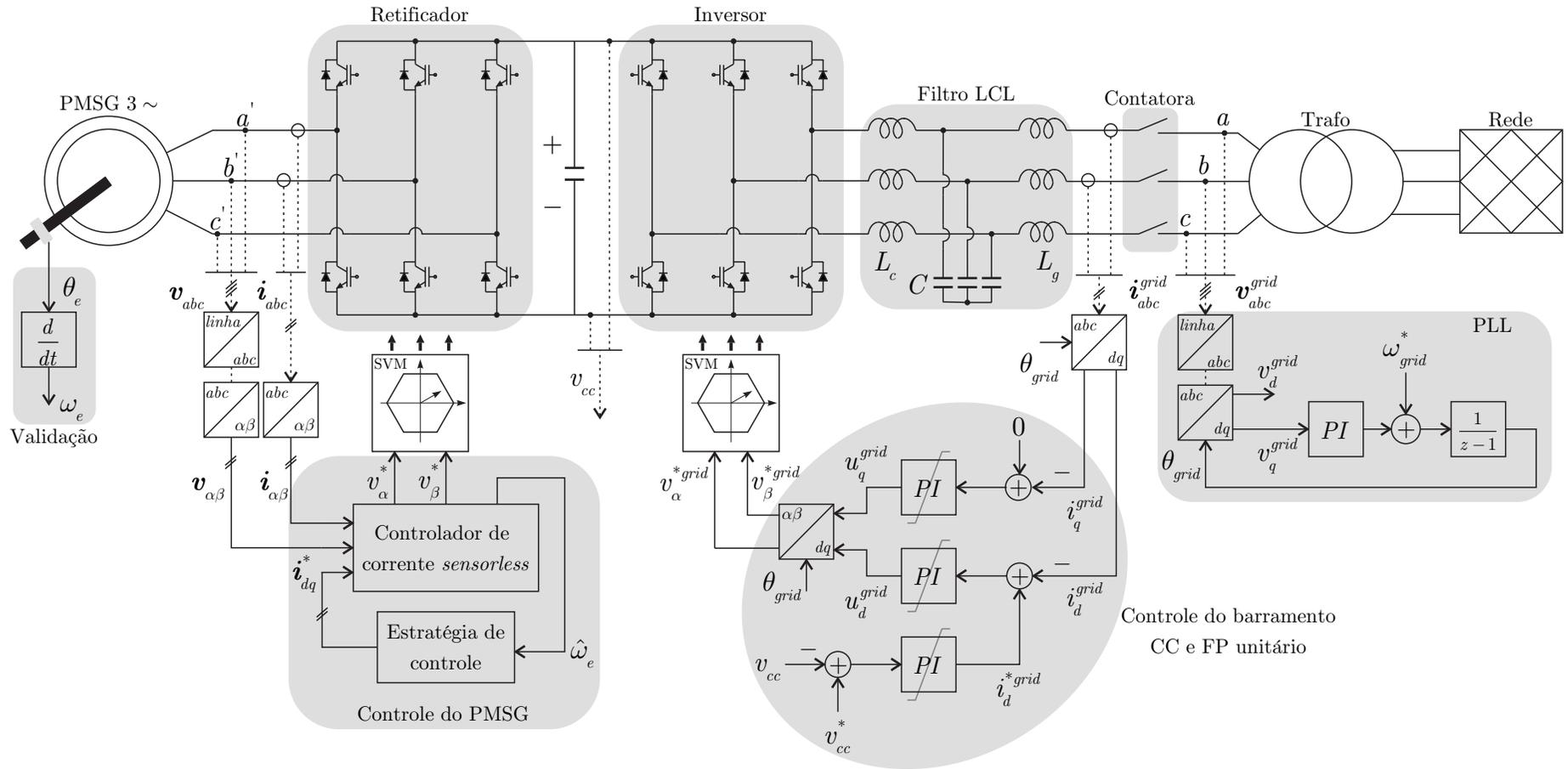


Figura C.3 – Diagrama de blocos simplificado para a bancada experimental.

O sincronismo com a rede elétrica é efetuado por um PLL em coordenadas síncronas convencional, que pode ser analisado conforme Golestan et al. (2013). As regulações do barramento CC e das correntes da rede são efetuadas por controladores PI. A referência de corrente i_d^{grid} corresponde à saída do controlador do barramento. A referência de corrente i_q^{grid} é nula, para resultar em um fator de potência unitário, no lado da rede. Os controladores são projetados pelo critério da banda passante (COSTA, 2006). Para conversores conectados à rede, por filtro LCL, um método de projeto e as limitações do controlador PI são tratados por Liserre, Blaabjerg e Hansen (2005) e por Dannehl, Wessels e Fuchs (2009). A Tabela C.2 mostra os ganhos dos controladores e do sincronismo.

Tabela C.2 – Ganhos dos controladores e do sincronismo.

	k_p	k_i
Barramento	0,64	8,63
Corrente da rede	0,73	200,
Sincronismo	10,	20,

Os sinais de comando para os interruptores semicondutores do conversor são obtidas por meio da técnica de modulação vetorial (*Space Vector Modulation*– SVM) seguindo Pinheiro et al. (2002), além de documentado por Bernardes (2009, Capítulo 3). Uma sequência de comutação assimétrica é adotada em uma frequência de comutação f_c igual a 5 kHz, resultando em uma frequência de amostragem f_s igual a 10 kHz.

O controle do PMSG deriva do trabalho desenvolvido nesta tese. A corrente de eixo d é regulada em zero, que lineariza o conjugado do gerador em relação à corrente de eixo q . Essa última é regulada proporcionalmente pelo quadrado da velocidade rotórica estimada, para efetuar o MPPT do gerador.

C.2 Cálculo da velocidade rotórica

O sensor de posição, acoplado ao eixo do motor, fornece a posição rotórica para validar as técnicas sem sensores mecânicos propostas na tese. A velocidade rotórica é computada pela posição, considerando duas funções

$$f_\alpha = \cos \theta_e \quad (\text{C.1})$$

$$f_\beta = \sin \theta_e, \quad (\text{C.2})$$

em que

$$\frac{d\theta_e}{dt} = \omega_e \Rightarrow \frac{d}{dt} \left(\tan^{-1} \frac{f_\beta}{f_\alpha} \right) = \omega_e, \quad (\text{C.3})$$

tal que

$$\omega_e = \frac{\dot{f}_\beta f_\alpha - f_\beta \dot{f}_\alpha}{f_\alpha^2 + f_\beta^2} \quad (\text{C.4})$$

pode ser discretizada, resultando em

$$\omega_{e(k)} = \frac{\sin(\theta_{e(k)} - \theta_{e(k-1)})}{T_s} \quad (\text{C.5})$$

após algumas simplificações, em que T_s é o período de amostragem. Então, um filtro passabaixa de 2ª ordem é usado para atenuar os ruídos, cuja frequência de corte adotada é 25 Hz.

C.3 Determinação do barramento CC

Sejam as tensões estatóricas (2.46) e (2.47) em coordenadas síncronas dada por

$$v_d = R_s i_d - \omega_e L_q i_q + L_d \quad (\text{C.6})$$

$$v_q = R_s i_q + \omega_e (L_d i_d + \psi_{pm}), \quad (\text{C.7})$$

assumindo o regime permanente para

$$\omega_e = \frac{N_p}{2} \omega_m, \quad (\text{C.8})$$

em que ω_m é a velocidade mecânica. Então, a amplitude da tensão estatórica pode ser determinada por

$$v_s = \omega_e \sqrt{(L_q i_q)^2 + \psi_{pm}^2}, \quad (\text{C.9})$$

se as quedas de tensão nas resistências são desprezadas, e a corrente i_d é nula.

Considerando a técnica de modulação vetorial, a tensão máxima disponível pelo barramento CC, para o conversor PWM operar na região linear, é dada por

$$v_{\max} = \frac{\sqrt{3}}{3} v_{cc}, \quad (\text{C.10})$$

em que v_{dc} é a tensão do barramento CC.

A tensão estatórica máxima ocorre quando o gerador opera na velocidade e na potência nominais. Logo, a tensão v_{cc} pode ser determinada usando (C.9), tal que

$$v_{cc} = \sqrt{3} \omega_e^{\text{nom}} \sqrt{(L_q i_q^{\text{nom}})^2 + \psi_{pm}^2}, \quad (\text{C.11})$$

no qual o sobrescrito *nom* denota valores nominais. Então, substituindo os valores pertinentes, o barramento CC teórico é igual a 445V. Portanto, adota-se um valor prático de

$$v_{cc} = 525\text{V}, \quad (\text{C.12})$$

para assegurar que o conversor opera na região linear.

APÊNDICE D – DETERMINAÇÃO DO PONTO FIXO PARA OBSERVADORES POR MODOS DESLIZANTES DISCRETOS

Para determinar o ponto fixo de um observador por modos deslizantes discretos, considera-se o observador de corrente (5.7), no qual o comportamento dinâmico do erro de estimação (5.14) segue

$$\tilde{\mathbf{i}}_{\alpha\beta(k+1)} = \mathbf{A}\tilde{\mathbf{i}}_{\alpha\beta(k)} + \mathbf{B}\mathbf{e}_{\alpha\beta(k)} - \mathbf{B}\mathbf{u}_{\alpha\beta(k)}, \quad (\text{D.1})$$

em que \mathbf{A} e \mathbf{B} são as matrizes da equação de diferenças (5.4); enquanto a função de atração (5.12) pode ser representada por

$$\mathbf{u}_{\alpha\beta(k)} = \tilde{\mathbf{u}}_{\alpha\beta(k)} - \mathbf{e}_{\alpha\beta(k)}, \quad (\text{D.2})$$

em que

$$\tilde{\mathbf{u}}_{\alpha\beta(k)} = \tilde{\mathbf{e}}_{\alpha\beta(k)} + (1 + h_1)\mathbf{I}\boldsymbol{\sigma}_{\alpha\beta(k)} + h_2\mathbf{I}\text{sign}(\boldsymbol{\sigma}_{\alpha\beta(k)}) \quad (\text{D.3})$$

é uma variável auxiliar. Então, substituindo (D.2) em (D.1), obtém-se

$$\tilde{\mathbf{i}}_{\alpha\beta(k+1)} = \mathbf{A}\tilde{\mathbf{i}}_{\alpha\beta(k)} - \mathbf{B}\tilde{\mathbf{u}}_{\alpha\beta(k)}. \quad (\text{D.4})$$

Pela metodologia proposta nesta tese, o erro de estimação de corrente $\tilde{\mathbf{i}}_{\alpha\beta(k)}$ altera o seu sinal para cada instante de amostragem. Então, considerando o sistema comutado (D.1), ocorre que

$$\tilde{\mathbf{i}}_{\alpha\beta}^* = \tilde{\mathbf{i}}_{\alpha\beta(k+2)} = \tilde{\mathbf{i}}_{\alpha\beta(k)} = -\tilde{\mathbf{i}}_{\alpha\beta(k+1)}, \quad (\text{D.5})$$

em regime permanente, que indica uma órbita de período 2, se os modos deslizantes são assegurados. Dessa forma, o ponto fixo $\tilde{\mathbf{i}}_{\alpha\beta}^*$ pode ser determinado, usando (D.4), por

$$\tilde{\mathbf{i}}_{\alpha\beta}^* = (\mathbf{I} + \mathbf{A})^{-1} \mathbf{B}\tilde{\mathbf{u}}_{\alpha\beta}^*, \quad (\text{D.6})$$

em que

$$\tilde{\mathbf{u}}_{\alpha\beta}^* = \tilde{\mathbf{e}}_{\alpha\beta}^* + (1 + h_1)\mathbf{I}\boldsymbol{\sigma}_{\alpha\beta}^* + h_2\mathbf{I}\text{sign}(\boldsymbol{\sigma}_{\alpha\beta}^*) \quad (\text{D.7})$$

é o ponto fixo de $\tilde{\mathbf{u}}_{\alpha\beta(k)}$, e $\boldsymbol{\sigma}_{\alpha\beta}^*$ e $\tilde{\mathbf{e}}_{\alpha\beta}^*$ são os pontos fixos de (5.32) e de (5.33). Portanto, se $\mathbf{A} = \text{diag}(a, a)$ e $\mathbf{B} = \text{diag}(b, b)$ são matrizes diagonais, em que a e b são os elementos da diagonal principal, então o ponto fixo (D.6) pode ser reescrito por

$$\tilde{i}^* = \frac{b}{1 + a}\tilde{u}^*, \quad (\text{D.8})$$

no qual $\tilde{i}_{\alpha}^* = \tilde{i}_{\beta}^* = \tilde{i}^*$ e $\tilde{u}_{\alpha}^* = \tilde{u}_{\beta}^* = \tilde{u}^*$.

Para analisar a estabilidade do ponto fixo (D.6), a metodologia proposta na Seção 5.3.3 pode ser usada. Afinal, se o ponto fixo para (5.27) for estável, então o ponto $\tilde{\mathbf{i}}_{\alpha\beta}^*$ também será; caso contrário, ele será instável. De todo modo, uma outra alternativa seria verificar a estabilidade do ponto fixo em torno de sua vizinhança de maneira que

$$\tilde{\mathbf{i}}_{\alpha\beta(k)} = \tilde{\mathbf{i}}^* + \boldsymbol{\delta}_{\alpha\beta(k)} \quad (\text{D.9})$$

$$\tilde{\mathbf{i}}_{\alpha\beta(k+2)} = F^{[2]}(\tilde{\mathbf{i}}_{\alpha\beta(k)}) = \tilde{\mathbf{i}}^* + \boldsymbol{\delta}_{\alpha\beta(k+2)}, \quad (\text{D.10})$$

em que $\tilde{\mathbf{i}}^*$ é um ponto fixo de segunda ordem; F é uma função que mapeia $\tilde{\mathbf{i}}_{\alpha\beta(k)}$ em $\tilde{\mathbf{i}}_{\alpha\beta(k+1)}$, no qual $F^{[2]} = F(F(\cdot))$, e $\boldsymbol{\delta}_{\alpha\beta(k)}$ é um vetor cujos componentes são bem pequenos.

Por fim, o procedimento acima descrito para determinar o ponto fixo pode ser usado para quaisquer observadores DSM que resultem em uma equação de diferenças do erro de estimação na forma (D.1).

APÊNDICE E – OBSERVADOR POR MODELO DE TENSÃO E DE CORRENTE COMBINADOS – MODELO-HÍBRIDO

Observadores que combinam o modelo de tensão e de corrente são analisados para efetuar orientação direta de campo de máquinas de indução (JANSEN; LORENZ; NOVOTNY, 1994, 1994a). Lascu, Boldea e Blaabjerg (2004, 2005, 2009) usam-os para executar o controle direto de conjugado (VAS, 1998), sem sensores mecânicos, para motor de indução e para motor síncrono a ímã permanente (PMSM).

Este apêndice exhibe o observador de posição rotórica para PMSM proposto por Foo e Rahman (2010b), baseado no método de fluxo ativo (BOLDEA; PAICU; ANDREESCU, 2008), que denota um fluxo magnético virtual para o PMSM.

E.1 Expressão para o fluxo ativo

Seja o conjugado eletromecânico (2.52) dado por

$$T_e = \frac{3}{2} \frac{N_p}{2} \psi^a i_q, \quad (\text{E.1})$$

em que

$$\psi^a = \psi_{pm} + (L_d - L_q) i_d \quad (\text{E.2})$$

denota fluxo ativo, sendo a soma do fluxo magnético com o fluxo por causa da saliência magnética.

O fluxo estatórico (2.42), em coordenadas síncronas- dq , é dado por

$$\psi_d = L_d i_d + \psi_{pm} \quad (\text{E.3})$$

$$\psi_q = L_q i_q. \quad (\text{E.4})$$

Substituindo (E.2) em (E.3), obtém-se

$$\boldsymbol{\psi}_{dq} = L_q \dot{\boldsymbol{i}}_{dq} + \begin{bmatrix} \psi^a \\ 0 \end{bmatrix} \quad (\text{E.5})$$

e transformando-a para as coordenadas estacionárias por meio da matriz de transformação (2.36), dada por

$$\mathbf{T}_{dq} = \begin{bmatrix} \cos \theta_e & \sin \theta_e \\ -\sin \theta_e & \cos \theta_e \end{bmatrix}, \quad (\text{E.6})$$

resulta em

$$\boldsymbol{\psi}_{\alpha\beta} = L_q \mathbf{i}_{\alpha\beta} + \boldsymbol{\psi}_{\alpha\beta}^a, \quad (\text{E.7})$$

similar à (2.37), em que

$$\boldsymbol{\psi}_{\alpha\beta}^a = \psi^a \begin{bmatrix} \cos \theta_e \\ \sin \theta_e \end{bmatrix} \quad (\text{E.8})$$

é o vetor de fluxo ativo, que contém a informação da posição rotórica, podendo ser determinada por

$$\theta_e = \tan^{-1} \left(\frac{\psi_{\beta}^a}{\psi_{\alpha}^a} \right). \quad (\text{E.9})$$

Note que se o PMSM possui polos não salientes, então $L_d = L_q$ resulta em $\psi^a = \psi_{pm}$, e o vetor de fluxo ativo (E.8) é igual ao vetor de fluxo rotórico (2.22).

E.2 Projeto do observador de posição

O observador pode ser projetado em coordenadas estacionárias $\alpha\beta$ usando o modelo de tensão (2.19) e de corrente (2.20), tal que, se o fluxo estatórico é definido como variável de estado e a corrente do estatórica como saída, um observador pode ser designado por

$$\dot{\hat{\boldsymbol{\psi}}}_{\alpha\beta} = \mathbf{v}_{\alpha\beta} - \mathbf{R}_s \mathbf{i}_{\alpha\beta} + \mathbf{k} (\mathbf{i}_{\alpha\beta} - \hat{\mathbf{i}}_{\alpha\beta}) \quad (\text{E.10})$$

$$\hat{\mathbf{i}}_{\alpha\beta} = \mathbf{L}_{\alpha\beta}^{-1} \left(\hat{\boldsymbol{\psi}}_{\alpha\beta} - \psi_{pm} \begin{bmatrix} \cos \hat{\theta}_e \\ \sin \hat{\theta}_e \end{bmatrix} \right), \quad (\text{E.11})$$

em que $\hat{\boldsymbol{\psi}}_{\alpha\beta}$ e $\hat{\mathbf{i}}_{\alpha\beta}$ denotam o fluxo e a corrente estatóricas estimadas; $\hat{\theta}_e$ é a posição rotórica estimada; \mathbf{k} é o ganho do observador, e a matriz de indutância $\mathbf{L}_{\alpha\beta}$ pode ser determinada por

$$\mathbf{L}_{\alpha\beta} = \mathbf{T}_{dq(\hat{\theta}_e)}^{-1} \begin{bmatrix} L_d & 0 \\ 0 & L_q \end{bmatrix} \mathbf{T}_{dq(\hat{\theta}_e)}, \quad (\text{E.12})$$

em que L_d e L_q são as indutâncias síncronas. A posição rotórica é estimada por meio do fluxo ativo (E.7), tal que

$$\boldsymbol{\psi}_{\alpha\beta}^a = \hat{\boldsymbol{\psi}}_{\alpha\beta} - L_q \mathbf{i}_{\alpha\beta} \quad (\text{E.13})$$

resulta em

$$\hat{\theta}_e = \tan^{-1} \left(\frac{\hat{\psi}_{\beta}^a}{\hat{\psi}_{\alpha}^a} \right). \quad (\text{E.14})$$

A velocidade rotórica estimada $\hat{\omega}_e$ é obtida por método derivativo similar à (C.4), assumindo que $\mathbf{f}_{\alpha\beta} = \dot{\hat{\boldsymbol{\psi}}}_{\alpha\beta}$. A Figura E.1 mostra um diagrama de blocos simplificado do observador de posição.

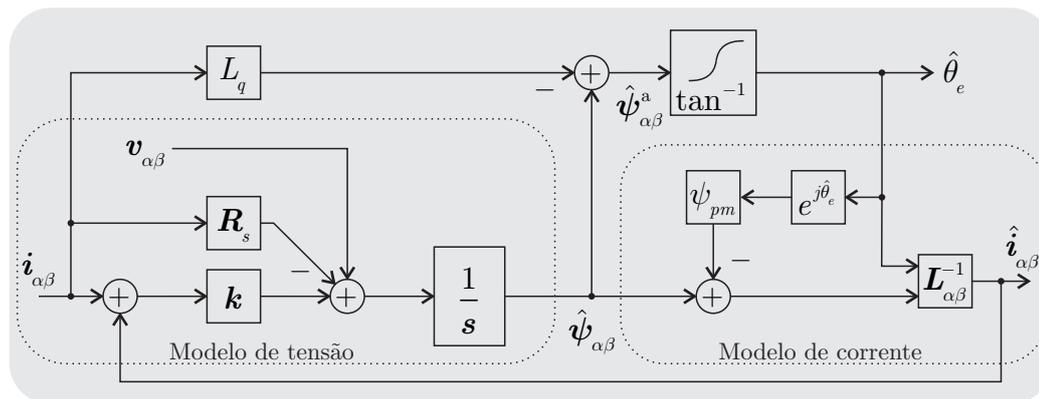


Figura E.1 – Diagrama de blocos do observador de posição pelo método de fluxo ativo.

Para determinar o ganho k e para analisar a estabilidade do observador, pode-se assumir os parâmetros nominais e usar o Método Direto de Lyapunov (FOO; RAHMAN, 2010b).

APÊNDICE F – DESIGUALDADES MATRICIAIS LINEARES

F.1 Introdução

Neste apêndice, duas metodologias para projetar controladores no domínio de tempo discreto por desigualdades matriciais lineares (LMI) são abordadas. O primeiro método considera o critério de desempenho de norma \mathcal{H}_∞ . O segundo admite as propriedades de passividades para assegurar as características de estritamente passivo de saída ou de estritamente passivo.

F.2 Considerações iniciais

Seja um sistema dinâmico no domínio de tempo discreto dado por

$$\begin{aligned}\mathbf{x}_{(k+1)} &= \mathbf{A}\mathbf{x}_{(k)} + \mathbf{B}\mathbf{u}_{(k)} + \mathbf{E}\boldsymbol{\varphi}_{(k)} \\ \mathbf{y}_{(k)} &= \mathbf{C}\mathbf{x}_{(k)},\end{aligned}\tag{F.1}$$

em que os vetores: $\mathbf{x}_{(k)} \in \mathbb{R}^n$ é variável de estado; $\mathbf{u}_{(k)} \in \mathbb{R}^m$ denota a ação de controle; $\mathbf{y}_{(k)} \in \mathbb{R}^q$ indica a saída; $\boldsymbol{\varphi}_{(k)} \in \mathbb{R}^p$ é a perturbação de magnitude limitada, e \mathbf{A} , \mathbf{B} , \mathbf{C} e \mathbf{E} são as matrizes do sistema. Considere um controlador definido por

$$\begin{aligned}\mathbf{x}_{c(k+1)} &= \mathbf{A}_c\mathbf{x}_{c(k)} + \mathbf{B}_c\mathbf{e}_{(k)} \\ \mathbf{u}_{(k)} &= \mathbf{C}_c\mathbf{x}_{c(k)} + \mathbf{D}_c\mathbf{e}_{(k)},\end{aligned}\tag{F.2}$$

em que o vetor $\mathbf{x}_{c(k)}$ é a variável de estado do controlador; \mathbf{A}_c , \mathbf{B}_c , \mathbf{C}_c e \mathbf{D}_c são as matrizes de ordens adequadas, e $\mathbf{e}_{(k)}$ é o erro de regulação dado por

$$\mathbf{e}_{(k)} = \mathbf{y}_{(k)}^* - \mathbf{y}_{(k)}.\tag{F.3}$$

Por meio de (F.1) e (F.2), o sistema de ordem aumentada é dado por

$$\begin{bmatrix} \mathbf{x}_{(k+1)} \\ \mathbf{x}_{c(k+1)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{A} & \mathbf{0} \\ -\mathbf{B}_c\mathbf{C} & \mathbf{A}_c \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{x}_{(k)} \\ \mathbf{x}_{c(k)} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{B} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} \mathbf{u}_{(k)} + \begin{bmatrix} \mathbf{E} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} \boldsymbol{\varphi}_{(k)}\tag{F.4}$$

$$\mathbf{u}_{(k)} = \begin{bmatrix} -\mathbf{D}_c\mathbf{C} & \mathbf{C}_c \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{x}_{(k)} \\ \mathbf{x}_{c(k)} \end{bmatrix},\tag{F.5}$$

em que a entrada exógena $\mathbf{y}_{(k)}^*$ é omitida, tal que em malha fechada, obtém-se

$$\begin{aligned}\boldsymbol{\xi}_{(k+1)} &= \mathbb{A}\boldsymbol{\xi}_{(k)} + \mathbb{E}\boldsymbol{\varphi}_{(k)} \\ \mathbf{y}_{(k)} &= \mathbb{C}\boldsymbol{\xi}_{(k)},\end{aligned}\tag{F.6}$$

em que $\boldsymbol{\xi}_{(k)} = [\mathbf{x}_{(k)}^T \quad \mathbf{x}_{c(k)}^T]^T$ é o vetor de estados aumentados, e

$$\mathbb{A} = \begin{bmatrix} \mathbf{A} - \mathbf{B}\mathbf{D}_c\mathbf{C} & \mathbf{B}\mathbf{C}_c \\ -\mathbf{B}_c\mathbf{C} & \mathbf{A}_c \end{bmatrix}\tag{F.7}$$

$$\mathbb{C} = [\mathbf{C} \quad \mathbf{0}]\tag{F.8}$$

$$\mathbb{E} = [\mathbf{E}^T \quad \mathbf{0}]^T\tag{F.9}$$

indicam as matrizes do sistema em malha fechada. Então, a ação de controle $\mathbf{u}_{(k)}$ (F.5) pode ser determinada por retroação de estados, sendo reescrita por

$$\mathbf{u}_{(k)} = -\mathbf{K}\boldsymbol{\xi}_{(k)},\tag{F.10}$$

em que \mathbf{K} é a matriz de ganhos. Então, a matriz (F.7) torna-se em

$$\mathbb{A} = \mathbf{A}_{ol} - \mathbf{B}_{ol}\mathbf{K},\tag{F.11}$$

em que \mathbf{A}_{ol} e \mathbf{B}_{ol} são as matrizes de ordem aumenta do sistema dinâmico (F.4), dadas por

$$\mathbf{A}_{ol} = \begin{bmatrix} \mathbf{A} & \mathbf{0} \\ -\mathbf{B}_c\mathbf{C} & \mathbf{A}_c \end{bmatrix}\tag{F.12}$$

$$\mathbf{B}_{ol} = \begin{bmatrix} \mathbf{B} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix}.\tag{F.13}$$

Se o atraso computacional é considerado, então o sistema dinâmico (F.1) pode ser dado por

$$\begin{aligned}\mathbf{x}_{(k+1)} &= \mathbf{A}\mathbf{x}_{(k)} + \mathbf{B}\boldsymbol{\phi}_{(k)} + \mathbf{E}\boldsymbol{\varphi}_{(k)} \\ \boldsymbol{\phi}_{(k+1)} &= \mathbf{u}_{(k)} \\ \mathbf{y}_{(k)} &= \mathbf{C}\mathbf{x}_{(k)}\end{aligned}\tag{F.14}$$

em que $\boldsymbol{\phi}_{(k)}$ é o estado adicional, que contempla o atraso computacional de um período de amostragem em $\mathbf{u}_{(k)}$. Assim, assumindo um controlador similar à (F.2), o sistema

dinâmico de ordem aumentada com atraso segue

$$\begin{bmatrix} \mathbf{x}_{(k+1)} \\ \mathbf{x}_{c(k+1)} \\ \boldsymbol{\phi}_{(k+1)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{A} & \mathbf{0} & \mathbf{B} \\ -\mathbf{B}_c\mathbf{C} & \mathbf{A}_c & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{x}_{(k)} \\ \mathbf{x}_{c(k)} \\ \boldsymbol{\phi}_{(k)} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{0} \\ \mathbf{I} \end{bmatrix} \mathbf{u}_{(k)} + \begin{bmatrix} \mathbf{E} \\ \mathbf{0} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} \boldsymbol{\varphi}_{(k)} \quad (\text{F.15})$$

$$\mathbf{u}_{(k)} = \begin{bmatrix} -\mathbf{D}_c\mathbf{C} & \mathbf{C}_c & \mathbf{F}_c \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{x}_{(k)} \\ \mathbf{x}_{c(k)} \\ \boldsymbol{\phi}_{(k)} \end{bmatrix},$$

em que \mathbf{F}_c é a matriz de ganho relacionada com o estado $\boldsymbol{\phi}_{(k)}$. Então, a representação do sistema em malha fechada (F.6), a lei de controle (F.10) e a matriz (F.11) permanecem válidas. Contudo, a vetor de estados aumentados torna-se em

$$\boldsymbol{\xi}_{(k)} = \begin{bmatrix} \mathbf{x}_{(k)}^T & \mathbf{x}_{c(k)}^T & \boldsymbol{\phi}_{(k)}^T \end{bmatrix}^T;$$

as matrizes de malha fechada alteram-se para

$$\begin{aligned} \mathbb{A} &= \begin{bmatrix} \mathbf{A} & \mathbf{0} & \mathbf{B} \\ -\mathbf{B}_c\mathbf{C} & \mathbf{A}_c & \mathbf{0} \\ -\mathbf{D}_c\mathbf{C} & \mathbf{C}_c & \mathbf{F}_c \end{bmatrix} \\ \mathbb{C} &= \begin{bmatrix} \mathbf{C} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \\ \mathbb{E} &= \begin{bmatrix} \mathbf{E}^T & \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{bmatrix}^T, \end{aligned} \quad (\text{F.16})$$

e as matrizes de ordem aumentada tornam-se em

$$\mathbf{A}_{ol} = \begin{bmatrix} \mathbf{A} & \mathbf{0} & \mathbf{B} \\ -\mathbf{B}_c\mathbf{C} & \mathbf{A}_c & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \quad (\text{F.17})$$

$$\mathbf{B}_{ol} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{0} \\ \mathbf{I} \end{bmatrix}. \quad (\text{F.18})$$

Na próxima seção, os critérios de desempenho são apresentados para projetar o controlador (F.2) usando LMIs.

F.3 Critérios de desempenhos

Nesta seção, dois critérios de desempenho são abordados. O primeiro é a norma \mathcal{H}_∞ ou o ganho RMS. O segundo é o índice de passividade. As condições que os garantem são apresentadas pelas LMIs.

A norma \mathcal{H}_∞ , para o sistema H (F.6), é definido por

$$\|H\|_\infty = \sup_{\|\varphi(k)\|_2 \neq 0} \frac{\|\mathbf{y}(k)\|}{\|\varphi(k)\|}, \quad (\text{F.19})$$

podendo ser determinado pelo Método Direto de Lyapunov (BOYD et al., 1994). Dessa forma, se existe um ganho δ e uma função de Lyapunov quadrática dada por

$$V_{(k)} = \boldsymbol{\xi}_{(k)}^T \mathbf{P} \boldsymbol{\xi}_{(k)},$$

em que \mathbf{P} é uma matriz simétrica positiva, tal que

$$\Delta V_{(k)} + \mathbf{y}_{(k)}^T \mathbf{y}_{(k)} - \delta^2 \boldsymbol{\varphi}_{(k)}^T \boldsymbol{\varphi}_{(k)} \leq 0 \quad (\text{F.20})$$

é satisfeita para todo instante k , em que $\Delta V_{(k)} = V_{(k+1)} - V_{(k)}$, então a norma \mathcal{H}_∞ é menor ou igual a δ .

A Teoria de Passividade é tratada por: Schaft (2000); Khalil (2001, Capítulo 6); Brogliato et al. (2006), e Bao e Lee (2007). Seja o sistema H (F.6), e assume-se que a perturbação $\boldsymbol{\varphi}_{(k)}$ seja uma entrada. Então, o sistema H é estritamente passivo de saída se

$$\boldsymbol{\varphi}_{(k)}^T \mathbf{y}_{(k)} \geq \Delta V_{(k)} + \delta \mathbf{y}_{(k)}^T \mathbf{y}_{(k)} \quad (\text{F.21})$$

for satisfeita e estritamente passivo se

$$\boldsymbol{\varphi}_{(k)}^T \mathbf{y}_{(k)} \geq \Delta V_{(k)} + \delta \boldsymbol{\xi}_{(k)}^T \boldsymbol{\xi}_{(k)} \quad (\text{F.22})$$

for assegurada. As condições de passividade mencionadas relacionam-se com a estabilidade do sistema, de modo que se um sistema é estritamente passivo, então ele é estável.

Conforme o Método Direto de Lyapunov, considerando o sistema (F.6), uma função candidata à Lyapunov dada por

$$V_{(k)} = \boldsymbol{\xi}_{(k)}^T \mathbf{P} \boldsymbol{\xi}_{(k)} \quad (\text{F.23})$$

e sua variação é dada por

$$\Delta V_{(k)} = V_{(k+1)} - V_{(k)}. \quad (\text{F.24})$$

Se (F.23) é definida positiva, e (F.24) é definida negativa, então o sistema (F.6) é estável. Para garantir para primeira condição, é necessário que a matriz \mathbf{P} seja simétrica e positiva. A segunda condição pode ser assegurada substituindo (F.23) em (F.24), tal que chegar-se a

$$\Delta V_{(k)} = \boldsymbol{\xi}_{(k+1)}^T \mathbf{P} \boldsymbol{\xi}_{(k+1)} - \boldsymbol{\xi}_{(k)}^T \mathbf{P} \boldsymbol{\xi}_{(k)} \quad (\text{F.25})$$

e, em seguida, substituindo (F.6), na expressão anterior, resulta em

$$\Delta V_{(k)} = \boldsymbol{\xi}_{(k)}^T \left(\mathbb{A}^T \mathbf{P} \mathbb{A} - \mathbf{P} \right) \boldsymbol{\xi}_{(k)} + 2 \boldsymbol{\xi}_{(k)}^T \mathbb{A}^T \mathbf{P} \mathbb{E} \boldsymbol{\varphi}_{(k)} + \boldsymbol{\varphi}_{(k)}^T \mathbb{E}^T \mathbf{P} \mathbb{E} \boldsymbol{\varphi}_{(k)}, \quad (\text{F.26})$$

após algumas simplificações, em que a matriz \mathbf{P} e os ganhos do controlador (F.2) devem ser determinados para assegurar $\Delta V_{(k)} < 0$.

Nas próximas seções, as condições (F.20) a (F.22) e (F.26) são estruturadas em LMIs, para atender o critério de desempenho desejado.

F.3.1 Norma \mathcal{H}_∞ ou ganho RMS

Sejam a condição da norma \mathcal{H}_∞ (F.20) e a variação de $V_{(k)}$ (F.26), que resultam em

$$\boldsymbol{\xi}_{(k)}^T \left(\mathbb{A}^T \mathbf{P} \mathbb{A} - \mathbf{P} \right) \boldsymbol{\xi}_{(k)} + 2 \boldsymbol{\xi}_{(k)}^T \mathbb{A}^T \mathbf{P} \mathbb{E} \boldsymbol{\varphi}_{(k)} + \boldsymbol{\varphi}_{(k)}^T \mathbb{E}^T \mathbf{P} \mathbb{E} \boldsymbol{\varphi}_{(k)} + \mathbf{y}_{(k)}^T \mathbf{y}_{(k)} - \delta^2 \boldsymbol{\varphi}_{(k)}^T \boldsymbol{\varphi}_{(k)} \leq 0 \quad (\text{F.27})$$

simplificada para

$$\boldsymbol{\xi}_{(k)}^T \left(\mathbb{A}^T \mathbf{P} \mathbb{A} - \mathbf{P} + \mathbb{C}^T \mathbb{C} \right) \boldsymbol{\xi}_{(k)} + 2 \boldsymbol{\xi}_{(k)}^T \mathbb{A}^T \mathbf{P} \mathbb{E} \boldsymbol{\varphi}_{(k)} + \boldsymbol{\varphi}_{(k)}^T \left(\mathbb{E}^T \mathbf{P} \mathbb{E} - \delta^2 \mathbf{I} \right) \boldsymbol{\varphi}_{(k)} \leq 0 \quad (\text{F.28})$$

e reescrita na forma matricial por

$$\begin{bmatrix} \boldsymbol{\xi}_{(k)} \\ \boldsymbol{\varphi}_{(k)} \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} \mathbb{A}^T \mathbf{P} \mathbb{A} - \mathbf{P} + \mathbb{C}^T \mathbb{C} & * \\ \mathbb{E}^T \mathbf{P} \mathbb{A} & \mathbb{E}^T \mathbf{P} \mathbb{E} - \delta^2 \mathbf{I} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \boldsymbol{\xi}_{(k)} \\ \boldsymbol{\varphi}_{(k)} \end{bmatrix} \leq \mathbf{0}. \quad (\text{F.29})$$

Portanto, o problema para assegurar a condição (F.20) e a negatividade de (F.26) torna-se em satisfazer a desigualdade matricial dada por

$$\begin{bmatrix} \mathbb{A}^T \mathbf{P} \mathbb{A} - \mathbf{P} + \mathbb{C}^T \mathbb{C} & * \\ \mathbb{E}^T \mathbf{P} \mathbb{A} & \mathbb{E}^T \mathbf{P} \mathbb{E} - \delta^2 \mathbf{I} \end{bmatrix} \leq \mathbf{0}. \quad (\text{F.30})$$

Segundo Boyd et al. (1994), o complemento de Schur é dado pela LMI

$$\begin{bmatrix} \mathbf{Q} & \mathbf{S} \\ \mathbf{S}^T & \mathbf{R} \end{bmatrix} > \mathbf{0},$$

equivalente a

$$\begin{aligned} \mathbf{R} &> \mathbf{0} \\ \mathbf{Q} - \mathbf{S} \mathbf{R}^{-1} \mathbf{S}^T &> \mathbf{0}, \end{aligned} \quad (\text{F.31})$$

em que \mathbf{Q} e \mathbf{R} são matrizes simétricas. Então, usando o complemento de Schur, a

desigualdade matricial (F.30) é reescrita por

$$\begin{bmatrix} \mathbf{P} - \mathbb{A}^T \mathbf{P} \mathbb{A} & \star \\ -\mathbb{E}^T \mathbf{P} \mathbb{A} & -\mathbb{E}^T \mathbf{P} \mathbb{E} + \delta^2 \mathbf{I} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \mathbb{C}^T \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbb{C} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \geq \mathbf{0}. \quad (\text{F.32})$$

Entretanto, a primeira matriz da expressão acima pode ser separada em

$$\begin{bmatrix} \mathbf{P} - \mathbb{A}^T \mathbf{P} \mathbb{A} & \star \\ -\mathbb{E}^T \mathbf{P} \mathbb{A} & -\mathbb{E}^T \mathbf{P} \mathbb{E} + \delta^2 \mathbf{I} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{P} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & -\delta^2 \mathbf{I} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \mathbb{A}^T \mathbf{P} \\ \mathbb{E}^T \mathbf{P} \end{bmatrix} \mathbf{P}^{-1} \begin{bmatrix} \mathbf{P} \mathbb{A} & \mathbf{P} \mathbb{E} \end{bmatrix},$$

usando o complemento de Schur. Assim, a desigualdade (F.32) torna-se em

$$\begin{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{P} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \delta^2 \mathbf{I} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \mathbb{A}^T \mathbf{P} \\ \mathbb{E}^T \mathbf{P} \end{bmatrix} \mathbf{P}^{-1} \begin{bmatrix} \mathbf{P} \mathbb{A} & \mathbf{P} \mathbb{E} \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} \mathbb{C}^T \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} \\ & \begin{bmatrix} \mathbb{C} & \mathbf{0} \end{bmatrix} & \mathbf{I} \end{bmatrix} \geq \mathbf{0},$$

sendo, novamente, decomposta em

$$\begin{bmatrix} \mathbf{P} & \mathbf{0} & \mathbb{C}^T \\ \mathbf{0} & \delta^2 \mathbf{I} & \mathbf{0} \\ \mathbb{C} & \mathbf{0} & \mathbf{I} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \mathbb{A}^T \mathbf{P} \\ \mathbb{E}^T \mathbf{P} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} \mathbf{P}^{-1} \begin{bmatrix} \mathbf{P} \mathbb{A} & \mathbf{P} \mathbb{E} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \geq \mathbf{0},$$

para prover a LMI dada por

$$\begin{bmatrix} \mathbf{P} & \mathbf{0} & \mathbb{C}^T & \mathbb{A}^T \mathbf{P} \\ \mathbf{0} & \delta^2 \mathbf{I} & \mathbf{0} & \mathbb{E}^T \mathbf{P} \\ \mathbb{C} & \mathbf{0} & \mathbf{I} & \mathbf{0} \\ \mathbf{P} \mathbb{A} & \mathbf{P} \mathbb{E} & \mathbf{0} & \mathbf{P} \end{bmatrix} \geq \mathbf{0}.$$

Então, mudanças de linhas e de colunas são realizadas, para obter

$$\begin{bmatrix} \mathbf{P} & \star & \star & \star \\ \mathbf{P} \mathbb{A} & \mathbf{P} & \star & \star \\ \mathbf{0} & \mathbb{E}^T \mathbf{P} & \delta^2 \mathbf{I} & \star \\ \mathbb{C} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{I} \end{bmatrix} \geq \mathbf{0},$$

sendo pré e pós multiplicada pela matriz diagonal $\mathbf{M} = \delta^{-1} \text{diag}(\mathbf{I}, \mathbf{I}, \mathbf{I}, \mathbf{I})$ e, em seguida, pela matriz diagonal $\mathbf{N} = \text{diag}(\mathbf{P}^{-1}, \mathbf{P}^{-1}, \mathbf{I}, \mathbf{I})$, resultando em

$$\begin{bmatrix} \mathbf{W} & \star & \star & \star \\ \mathbb{A} \mathbf{W} & \mathbf{W} & \star & \star \\ \mathbf{0} & \mathbb{E}^T & \mathbf{I} & \star \\ \mathbb{C} \mathbf{W} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \lambda \mathbf{I} \end{bmatrix} \geq \mathbf{0},$$

em que $\mathbf{W} = \mathbf{P}^{-1}$ e $\lambda = \delta^2$. Se a matriz \mathbb{A} corresponde à (F.11), a LMI acima torna-se

em

$$\begin{bmatrix} \mathbf{W} & \star & \star & \star \\ \mathbf{A}_{ol}\mathbf{W} - \mathbf{B}_{ol}\mathbf{Z} & \mathbf{W} & \star & \star \\ \mathbf{0} & \mathbb{E}^T & \mathbf{I} & \star \\ \mathbf{C}\mathbf{W} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \lambda\mathbf{I} \end{bmatrix} \geq \mathbf{0}, \quad (\text{F.33})$$

em que $\mathbf{K} = \mathbf{Z}\mathbf{W}^{-1}$ são os ganhos do controlador por retroação de estados.

Portanto, o projeto do controlador por retroação de estados, segundo o critério da norma \mathcal{H}_∞ , pode ser determinado pela solução do problema de otimização convexo da Tabela F.1, tal que na solução ótima $\mathbf{K} = \mathbf{Z}\mathbf{W}^{-1}$, assegura-se que $\|H\|_\infty = \lambda$.

Tabela F.1 – Projeto do controlador por norma \mathcal{H}_∞

Minimizar λ

$$\mathbf{Z}, \mathbf{W} = \mathbf{W}^T > 0$$

sujeito a:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{W} & \star & \star & \star \\ \mathbf{A}_{ol}\mathbf{W} - \mathbf{B}_{ol}\mathbf{Z} & \mathbf{W} & \star & \star \\ \mathbf{0} & \mathbb{E}^T & \mathbf{I} & \star \\ \mathbf{C}\mathbf{W} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \lambda\mathbf{I} \end{bmatrix} \geq \mathbf{0},$$

Na seção seguinte, as condições de projeto são estabelecidas por LMI, para contemplar o índice de passividade.

F.3.2 Índice de passividade

Inicialmente, a condição de estritamente passivo de saída (F.21) é considerada. Nesse caso, por (F.26), obtém-se

$$\boldsymbol{\xi}_{(k)}^T \left(\mathbb{A}^T \mathbf{P} \mathbb{A} - \mathbf{P} \right) \boldsymbol{\xi}_{(k)} + 2\boldsymbol{\xi}_{(k)}^T \mathbb{A}^T \mathbf{P} \mathbb{E} \boldsymbol{\varphi}_{(k)} + \boldsymbol{\varphi}_{(k)}^T \mathbb{E}^T \mathbf{P} \mathbb{E} \boldsymbol{\varphi}_{(k)} + \delta \mathbf{y}_{(k)}^T \mathbf{y}_{(k)} - \boldsymbol{\varphi}_{(k)}^T \mathbf{y}_{(k)} \leq 0,$$

resultando em

$$\boldsymbol{\xi}_{(k)}^T \left(\mathbb{A}^T \mathbf{P} \mathbb{A} - \mathbf{P} + \delta \mathbf{C}^T \mathbf{C} \right) \boldsymbol{\xi}_{(k)} + 2\boldsymbol{\xi}_{(k)}^T \left(\mathbb{A}^T \mathbf{P} \mathbb{E} - \frac{1}{2} \mathbf{C}^T \right) \boldsymbol{\varphi}_{(k)} + \boldsymbol{\varphi}_{(k)}^T \mathbb{E}^T \mathbf{P} \mathbb{E} \boldsymbol{\varphi}_{(k)} \leq 0,$$

cuja desigualdade matricial pode ser dada por

$$\begin{bmatrix} \mathbb{A}^T \mathbf{P} \mathbb{A} - \mathbf{P} + \delta \mathbf{C}^T \mathbf{C} & \star \\ \mathbb{E}^T \mathbf{P} \mathbb{A} - \frac{1}{2} \mathbf{C} & \mathbb{E}^T \mathbf{P} \mathbb{E} \end{bmatrix} \leq \mathbf{0}. \quad (\text{F.34})$$

Aplicando o complemento Schur, a desigualdade (F.34) torna-se em

$$\begin{bmatrix} \mathbf{P} - \mathbf{A}^T \mathbf{P} \mathbf{A} & \star \\ -\mathbf{E}^T \mathbf{P} \mathbf{A} + \frac{1}{2} \mathbf{C} & -\mathbf{E}^T \mathbf{P} \mathbf{E} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \mathbf{C}^T \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} \delta^{-1} \begin{bmatrix} \mathbf{C} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \geq \mathbf{0},$$

que equivale à

$$\begin{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{P} & \frac{1}{2} \mathbf{C}^T \\ \frac{1}{2} \mathbf{C} & \mathbf{0} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \mathbf{A}^T \mathbf{P} \\ \mathbf{E}^T \mathbf{P} \end{bmatrix} \mathbf{P}^{-1} \begin{bmatrix} \mathbf{P} \mathbf{A} & \mathbf{P} \mathbf{E} \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} \mathbf{C}^T \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} \\ & \begin{bmatrix} \mathbf{C} & \mathbf{0} \end{bmatrix} & \delta^{-1} \mathbf{I} \end{bmatrix} \geq \mathbf{0}.$$

A desigualdade matricial acima torna-se em

$$\begin{bmatrix} \mathbf{P} & \frac{1}{2} \mathbf{C}^T & \mathbf{C}^T & \mathbf{A}^T \mathbf{P} \\ \frac{1}{2} \mathbf{C} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{E}^T \mathbf{P} \\ \mathbf{C} & \mathbf{0} & \delta^{-1} \mathbf{I} & \mathbf{0} \\ \mathbf{P} \mathbf{A} & \mathbf{P} \mathbf{E} & \mathbf{0} & \mathbf{P} \end{bmatrix} \geq \mathbf{0},$$

após algumas simplificações, e por mudanças de linhas e de colunas, obtém-se

$$\begin{bmatrix} \mathbf{P} & \star & \star & \star \\ \mathbf{P} \mathbf{A} & \mathbf{P} & \star & \star \\ \frac{1}{2} \mathbf{C} & \mathbf{E}^T \mathbf{P} & \mathbf{0} & \star \\ \mathbf{C} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \delta^{-1} \mathbf{I} \end{bmatrix} \geq \mathbf{0},$$

que pré e pós multiplicada pela matriz diagonal $\mathbf{N} = \text{diag}(\mathbf{P}^{-1}, \mathbf{P}^{-1}, \mathbf{I}, \mathbf{I})$, chega-se a

$$\begin{bmatrix} \mathbf{W} & \star & \star & \star \\ \mathbf{A} \mathbf{W} & \mathbf{W} & \star & \star \\ \frac{1}{2} \mathbf{C} \mathbf{W} & \mathbf{E}^T & \mathbf{0} & \star \\ \mathbf{C} \mathbf{W} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \lambda \mathbf{I} \end{bmatrix} \geq \mathbf{0}, \quad (\text{F.35})$$

em que $\mathbf{W} = \mathbf{P}^{-1}$ e $\lambda = \delta^{-1}$.

Portanto, o projeto do controlador por retroação de estados para o índice de estritamente passivo de saída pode ser computado pela solução do problema de otimização convexo da Tabela F.2, tal que na solução ótima $\mathbf{K} = \mathbf{Z} \mathbf{W}^{-1}$, assegura-se que o ganho \mathcal{L}_2 é menor ou igual a λ .

Tabela F.2 – Projeto do controlador por índice de estritamente passivo de saída

Maximizar λ

$$\mathbf{Z}, \mathbf{W} = \mathbf{W}^T > \mathbf{0}$$

sujeito a:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{W} & * & * & * \\ \mathbf{A}_{ol}\mathbf{W} - \mathbf{B}_{ol}\mathbf{Z} & \mathbf{W} & * & * \\ \frac{1}{2}\mathbf{C}\mathbf{W} & \mathbb{E}^T & \mathbf{0} & * \\ \mathbf{C}\mathbf{W} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \lambda\mathbf{I} \end{bmatrix} \geq 0,$$

Para projetar um controlador estritamente passivo deve-se repetir os passos acima para a condição (F.22). Por outro lado, em virtude da similaridade entre as condições de estritamente passivo e estritamente passivo de saída, basta substituir o elemento (3, 1) da LMI (F.35) por $1/2\mathbf{W}$, e usá-la em um problema de otimização equivalente ao mostrado pela Tabela F.2.