

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA MARIA  
CENTRO DE CIÊNCIAS SOCIAIS E HUMANAS  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ADMINISTRAÇÃO**

**Raphael Silveira Amaro**

**COMPARAÇÃO DA CAPACIDADE PREDITIVA DE MODELOS  
HETEROCEDÁSTICOS ATRAVÉS DA ESTIMAÇÃO DO VALUE-AT-  
RISK**

Santa Maria, RS  
2016

**Raphael Silveira Amaro**

**COMPARAÇÃO DA CAPACIDADE PREDITIVA DE MODELOS  
HETEROCEDÁSTICOS ATRAVÉS DA ESTIMAÇÃO DO VALUE-AT-RISK**

Dissertação de mestrado apresentada ao curso do Programa de Pós-Graduação em Administração, da Universidade Federal de Santa Maria (UFSM, RS), como requisito parcial para obtenção do título de **Mestre em Administração**.

Orientador: Prof. Dr. Paulo Sergio Ceretta

Santa Maria, RS  
2016

**Raphael Silveira Amaro**

**COMPARAÇÃO DA CAPACIDADE PREDITIVA DE MODELOS  
HETEROCEDÁSTICOS ATRAVÉS DA ESTIMAÇÃO DO VALUE-AT-RISK**

Dissertação de mestrado apresentada ao curso do Programa de Pós-Graduação em Administração, da Universidade Federal de Santa Maria (UFSM, RS), como requisito parcial para obtenção do título de **Mestre em Administração**.

**Aprovado em 22 de julho de 2016:**

---

**Paulo Sergio Ceretta, Dr. (UFSM)**  
(Presidente/ Orientador)

---

**Igor Bernardi Sonza, Dr. (UFSM)**

---

**Bruno Milani, Dr. (IF-FARROUPILHA)**

Santa Maria, RS  
2016

## RESUMO

### COMPARAÇÃO DA CAPACIDADE PREDITIVA DE MODELOS HETEROCEDÁSTICOS ATRAVÉS DA ESTIMAÇÃO DO VALUE-AT-RISK

AUTOR: Raphael Silveira Amaro  
ORIENTADOR: Paulo Sergio Ceretta

Em um ambiente econômico cada vez mais competitivo, como é no atual contexto mundial, a gestão de risco torna-se indispensável para a sobrevivência de empresas e de gestores de carteiras de investimento. Tanto as empresas quanto os gestores precisam de um modelo que seja capaz de quantificar os riscos inerentes aos seus investimentos financeiros da melhor maneira possível, de forma a orientá-los na tomada de decisões para que obtenham o maior retorno esperado de seus investimentos. Atualmente, existem inúmeros modelos heterogêneos que buscam quantificar riscos, tornando a escolha de um determinado modelo bastante complexa. Com o intuito de confrontar e encontrar modelos que possam servir, de forma eficiente, à quantificação de riscos, o objetivo desta pesquisa é o de comparar a capacidade preditiva de cinco modelos de heterocedasticidade condicional através da estimação do *Value-at-Risk*, levando em consideração oito distribuições de probabilidade estatística diferentes, para as séries de índices financeiros do mercado de capitais dos cinco maiores países emergentes: Brasil, Rússia, Índia, China e África do Sul, no período compreendido entre 26 de fevereiro de 2001 e 31 de dezembro de 2015. Para alcançar tal objetivo, realizaram-se previsões do *Value-at-Risk* para 50 passos à frente, em todos os modelos concorrentes em estudo, com reajuste dos parâmetros a cada passo. Uma vez que todas as previsões foram computadas para todos os passos à frente, foi possível realizar a comparação da capacidade preditiva dos modelos concorrentes estudados por meio de determinadas funções de perda específicas. As evidências encontradas sugerem que o modelo heterocedástico *Component GARCH* é preferível, para realizar previsões do *Value-at-Risk*, a todos os outros modelos concorrentes, porém a distribuição de probabilidade estatística que este modelo utiliza interfere demasiadamente nos resultados das previsões obtidas por ele. Os dados de cada índice financeiro estudado mostraram-se adequar-se a um determinado tipo de função de densidade de probabilidade diferente, não refletindo uma distribuição que possa ser considerada superior a todas as outras. Deste modo, os resultados encontrados não oferecem uma ferramenta única e ideal para ser utilizada na mensuração de risco, de forma generalizada, para todos os mercados de capitais dos países emergentes estudados, apenas fornecem ferramentas pontuais para serem utilizadas em cada índice financeiro de forma individual. Os resultados obtidos podem servir para os fins descritos anteriormente ou para elaborar fórmulas estatísticas que combinem diferentes modelos estimados com a finalidade de obter melhores medidas de previsão de volatilidades para que se possa mensurar, de forma mais precisa, os riscos de mercado.

**Palavras-chave:** *Value-at-Risk*. Modelos heterocedásticos. Distribuições de probabilidade. Capacidade preditiva.

## ABSTRACT

### PREDICTIVE ABILITY COMPARISON OF HETEROSKEDASTIC MODELS BY ESTIMATING THE VALUE-AT-RISK

AUTHOR: Raphael Silveira Amaro

ADVISOR: Paulo Sergio Ceretta

In an increasingly competitive economic environment, as in the current global context, risk management becomes essential for the survival of companies and investment portfolio managers. Both companies and managers need to have a model that can be able to quantify the risks inherent in their investments in the best possible way in order to guide them in making decisions to get the highest expected return on their investments. Currently, there are several heterogeneous models which seek to quantify risk, making the choice of a particular model very complex. In order to confront and find models that can serve, efficiently, to the quantification of risk, the objective of this research is to compare the predictive ability of five models of conditional heteroskedasticity by estimating the Value-at-Risk, assuming eight different statistical probability distributions, for the series of financial ratios of the capital market of the five largest emerging countries: Brazil, Russia, India, China and South Africa, in the period between February 26, 2001 and December 31, 2015. For this goal was achieved, were held predictions of Value-at-Risk for 50 steps ahead, for all competing models in the study, with adjustment of parameters at every step. Since all the forecasts have been computed for every steps forward, it was possible to compare predictive ability of competing models studied by means of some loss functions. The evidences suggests that heteroscedastic Component GARCH is preferable, to make predictions of Value-at-Risk, to all other competing models, however the distribution of statistical probability that this model uses interferes too much in the results of forecasts obtained by it. The data for each financial index studied showed to adapt themselves to a particular different type of probability density function, not reflecting a distribution which can be considered superior to all other. Thus, the results do not provide a single and ideal tool for use in the risk measurement, of generalized form, for all capital markets of emerging countries studied, only provide specific tools to be used in each financial index individually. The results found can be used for the purposes previously described or to elaborate statistical formulas that combine different models estimated in order to get better volatilities forecast measures so that it can measure, more precisely, the market risks.

**Keywords:** Value-at-Risk. Heteroskedastic models. Probability distributions. Predictive ability.

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Exposição das etapas que compõem o método utilizado para alcançar o objetivo proposto.....	41
Figura 2 – Evolução dos valores do preço de fechamento, em pontos e em primeira diferença dos logaritmos neperianos, de cada índice financeiro em estudo, no período compreendido entre 26 de fevereiro de 2001 e 31 de dezembro de 2015.....	53
Figura 3 – Evolução dos valores do preço de fechamento, em pontos, de cada índice financeiro estudado e os seus respectivos pontos de mudanças estruturais identificados (destacados pelas linhas verticais), no período compreendido entre 26 de fevereiro de 2001 e 31 de dezembro de 2015.....	57
Figura 4 – Evolução dos valores do preço de fechamento, em pontos, de cada índice financeiro estudado, no período compreendido entre o último ponto de quebra estrutural identificado de cada índice e o dia 31 de dezembro de 2015. A linha vertical pontilhada diferencia o período dentro da amostra (lado esquerdo) do período fora da amostra (lado direito) para 50 passos à frente.....	59

## LISTA DE QUADROS

Quadro 1 – Síntese de trabalhos publicados sobre capacidade preditiva de modelos heterocedásticos que serviram como referencial para o desenvolvimento deste estudo. ....	35
---	----

## LISTA DE TABELAS

Tabela 1	– Exposição dos modelos concorrentes, que são formados pela combinação de cinco modelos heterocedásticos e de oito distribuições de probabilidade estatística. ....	38
Tabela 2	– Resumo dos países e dos seus respectivos índices financeiros do mercado de capitais. ....	39
Tabela 3	– Exposição do período e do número de observações utilizados para cada série temporal financeira. ....	40
Tabela 4	– Estatísticas dos testes <i>Cumulative Sum Control Chart</i> (CUSUM), <i>Moving Sums of Residuals</i> (MOSUM), <i>supF</i> , <i>aveF</i> e <i>expF</i> para as séries temporais financeiras. ....	54
Tabela 5	– Estatísticas da <i>Residual Sum of Square</i> (RSS) e do <i>Bayes Information Criterion</i> (BIC) para as séries temporais financeiras. ....	55
Tabela 6	– Datas em que ocorreram as mudanças estruturais identificadas em cada série temporal. ....	56
Tabela 7	– Exposição do período estudado e do seu número de observações para cada série temporal financeira. ....	58
Tabela 8	– Estatísticas descritivas das séries temporais financeiras para o período identificado após a última mudança estrutural constatada. ....	60
Tabela 9	– Estatísticas dos testes <i>Augmented Dickey–Fuller</i> (ADF) e <i>Kwiatkowski–Phillips–Schmidt–Shin</i> (KPSS) para as séries temporais financeiras, no período identificado após a última mudança estrutural constatada. ....	63
Tabela 10	– Resumo dos resultados obtidos pelas três funções de perda utilizadas para comparar a capacidade preditiva dos modelos concorrentes, utilizando previsões para 50 passos à frente com reajuste dos parâmetros a cada um passo, classificados por ordem crescente dos valores estimados pela estatística da função de perda <i>Root Mean Square Error</i> (RMSE). ....	65
Tabela A1	– Resultados obtidos pelas três funções de perda utilizadas para comparar a capacidade preditiva dos 160 modelos concorrentes para a série Ibov, utilizando previsões para 50 passos à frente com reajuste dos parâmetros a cada um passo para cada modelo concorrente. ....	74
Tabela A2	– Resultados obtidos pelas três funções de perda utilizadas para comparar a capacidade preditiva dos 160 modelos concorrentes para a série Irts, utilizando previsões para 50 passos à frente com reajuste dos parâmetros a cada um passo para cada modelo concorrente. ....	78
Tabela A3	– Resultados obtidos pelas três funções de perda utilizadas para comparar a capacidade preditiva dos 160 modelos concorrentes para a série Ibse, utilizando previsões para 50 passos à frente com reajuste dos parâmetros a cada um passo para cada modelo concorrente. ....	82
Tabela A4	– Resultados obtidos pelas três funções de perda utilizadas para comparar a capacidade preditiva dos 160 modelos concorrentes para a série Isse, utilizando previsões para 50 passos à frente com reajuste dos parâmetros a cada um passo para cada modelo concorrente. ....	87
Tabela A5	– Resultados obtidos pelas três funções de perda utilizadas para comparar a capacidade preditiva dos 160 modelos concorrentes para a série Isa40, utilizando previsões para 50 passos à frente com reajuste dos parâmetros a cada um passo para cada modelo concorrente. ....	91

## LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

ABS-GARCH	<i>Absolute GARCH</i>
ADF	<i>Augmented Dickey–Fuller</i>
AGARCH	<i>Asymmetric GARCH</i>
APARCH	<i>Asymmetric Power ARCH</i>
APGARCH	<i>Asymmetric Power GARCH</i>
AR	<i>Autoregressive model</i>
ARCH	<i>Autoregressive Conditional Heteroscedastic</i>
AS	<i>Asymmetric Slope</i>
<i>aveF</i>	<i>Average F statistics</i>
AVGARCH	<i>Absolute Value GARCH</i>
BIC	<i>Bayes Information Criterion</i>
BRICS	<i>Brazil, Russia, India, China, South Africa</i>
CAViaR	<i>Conditional Autoregressive Value-at-Risk</i>
CGARCH	<i>Component GARCH</i>
CUSUM	<i>Cumulative Sum Control Chart</i>
EGARCH	<i>Exponential GARCH</i>
EWMA	<i>Exponential Weighted Moving Average</i>
<i>expF</i>	<i>Exponential F statistics</i>
GARCH	<i>Generalized ARCH</i>
GARCH-M	<i>GARCH in Mean</i>
GAS	<i>Generalised Autoregressive Score</i>
Ged	<i>Generalized Error Distribution</i>
Ghyp	<i>Generalized Hyperbolic Distribution</i>
GJR-GARCH	<i>GJR GARCH</i>
GJR-PGARCH	<i>GJR Power GARCH</i>
Ibov	<i>Índice Bovespa</i>
Ibse	<i>Índice BSE Sensex 30</i>
IGARCH	<i>Integrated GARCH</i>
INorm	<i>Inverse Normal Distribution</i>
Irts	<i>Índice RTS</i>
Isa40	<i>Índice South Africa 40</i>
Isse	<i>Índice SSE</i>
Jsu	<i>Johnson's Su Distribution</i>
KPSS	<i>Kwiatkowski–Phillips–Schmidt–Shin</i>
LOG-GARCH	<i>Logarithmic GARCH</i>
MA	<i>Simple Moving Average</i>
MAD	<i>Mean Absolute Deviation</i>
MBI 10	<i>Índice do mercado de ações da Macedônia</i>
MOSUM	<i>Moving Sums of Residuals</i>
MSE	<i>Mean Squared Error</i>
NGARCH	<i>Nonlinear GARCH</i>
NGARCHK	<i>Nonlinear GARCH With One Shift</i>
Norm	<i>Normal Distribution</i>
NPGARCH	<i>Nonlinear Power GARCH</i>
NPGARCHK	<i>Nonlinear Power GARCH With One Shift</i>
OMXC20	<i>OMX Copenhagen 20</i>
OMXH25	<i>OMX Helsinki 25</i>

OMXS30	OMX Stockholm 30
PGARCH	<i>Power GARCH</i>
QGARCH	<i>Quadratic GARCH</i>
RB	<i>Ruído Branco</i>
RMSE	<i>Root Mean Square Error</i>
RSS	<i>Residual Sum of Square</i>
SAGARCH	<i>Simple Asymmetric GARCH</i>
SAV	<i>Symmetric Absolute Value</i>
SGed	<i>Skew Generalized Error Distribution</i>
SNorm	<i>Skew Normal Distribution</i>
SStd	<i>Skew Student-t Distribution</i>
Std	<i>Student-t distribution</i>
ST-GARCH	<i>Smooth Transition GARCH</i>
<i>supF</i>	<i>Supreme F statistics</i>
SV	<i>Stochastic Volatility</i>
SXA1E	<i>North America 600</i>
SXP1E	<i>Asia/Pacific 600</i>
SXW1E	<i>Global 1800</i>
SXXP	<i>Europe 600</i>
TARCH	<i>Threshold ARCH</i>
TGARCH	<i>Threshold GARCH</i>
VaR	<i>Value-at-Risk</i>

## SUMÁRIO

<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO.....</b>	<b>11</b>
1.1	PROBLEMA DE PESQUISA.....	12
1.2	OBJETIVO GERAL .....	13
1.3	OBJETIVOS ESPECÍFICOS.....	13
1.4	JUSTIFICATIVA .....	13
1.5	ESTRUTURA DO TRABALHO.....	15
<b>2</b>	<b>VALUE-AT-RISK .....</b>	<b>16</b>
<b>3</b>	<b>MODELOS HETEROCEDÁSTICOS.....</b>	<b>19</b>
3.1	MODELO GARCH .....	20
3.2	MODELO <i>EXPONENTIAL</i> GARCH .....	21
3.3	MODELO GJR-GARCH .....	22
3.4	MODELO <i>ASYMMETRIC POWER</i> ARCH.....	22
3.5	MODELO <i>COMPONENT</i> GARCH .....	23
<b>4</b>	<b>DISTRIBUIÇÕES DE PROBABILIDADE ESTATÍSTICA .....</b>	<b>25</b>
4.1	DISTRIBUIÇÃO NORMAL .....	25
4.2	DISTRIBUIÇÃO NORMAL ASSIMÉTRICA.....	26
4.3	DISTRIBUIÇÃO <i>STUDENT-T</i> .....	26
4.4	DISTRIBUIÇÃO <i>STUDENT-T</i> ASSIMÉTRICA .....	27
4.5	DISTRIBUIÇÃO GENERALIZADA DO ERRO .....	28
4.6	DISTRIBUIÇÃO GENERALIZADA DO ERRO ASSIMÉTRICA.....	28
4.7	DISTRIBUIÇÃO <i>JOHNSON'S SU</i> .....	29
4.8	DISTRIBUIÇÃO HIPERBÓLICA GENERALIZADA .....	29
<b>5</b>	<b>ESTUDOS EMPÍRICOS ANTERIORES .....</b>	<b>31</b>
<b>6</b>	<b>MÉTODO E BASE DE DADOS .....</b>	<b>38</b>
6.1	QUEBRA ESTRUTURAL .....	42
<b>6.1.1</b>	<b>Testes de flutuações generalizadas .....</b>	<b>43</b>
<b>6.1.2</b>	<b>Testes baseados na estatística F .....</b>	<b>44</b>
6.2	PROCESSOS ESTOCÁSTICOS ESTACIONÁRIOS .....	45
<b>6.2.1</b>	<b><i>Augmented Dickey–Fuller</i> (ADF).....</b>	<b>46</b>
<b>6.2.2</b>	<b><i>Kwiatkowski–Phillips–Schmidt–Shin</i> (KPSS).....</b>	<b>47</b>
6.3	COMPARAÇÃO DA CAPACIDADE PREDITIVA DE MODELOS CONCORRENTES.....	48
<b>7</b>	<b>EVIDÊNCIAS EMPÍRICAS .....</b>	<b>51</b>
<b>8</b>	<b>CONSIDERAÇÕES FINAIS .....</b>	<b>67</b>
	<b>REFERÊNCIAS.....</b>	<b>70</b>
	<b>APÊNDICE A – RESULTADOS OBTIDOS PELAS FUNÇÕES DE PERDA.....</b>	<b>74</b>
	<b>APÊNDICE B – CÓDIGO DESENVOLVIDO PARA O SOFTWARE LIVRE R.....</b>	<b>96</b>

## 1 INTRODUÇÃO

Em um ambiente econômico cada vez mais competitivo, como é no atual panorama mundial, a gestão de risco torna-se indispensável para a sobrevivência de empresas e de gestores de carteiras de investimento. As empresas precisam tomar decisões a respeito de quanto e onde devem investir seus recursos, de forma a maximizar a probabilidade da relação entre perda e ganho. Esta tarefa é bastante complexa, uma vez que existe uma correlação positiva entre risco e retorno, isto é, quanto maior for o risco inerente ao investimento, maior deverá ser o seu retorno (MARKOWITZ, 1952). Grande parte dos gestores não conseguem efetuar uma gestão de risco consistente e acabam obtendo resultados não muito satisfatórios. A recente crise financeira global, que teve início no ano de 2008, fez com que diversas instituições financeiras decretassem falência, constituindo bons exemplos de empresas que falharam na sua gestão de risco (ORHAN; KÖKSAL, 2012).

Saber gerir riscos é uma tarefa obrigatória para quase todos os países e setores de atividades econômica, pois o seu conhecimento permite que as empresas sejam mais competitivas no mercado e não sejam expulsas pelos seus concorrentes globais. Decidir sobre quanto se deve investir em um portfólio alternativo ou em um ativo particular é fundamental, uma vez que tanto níveis baixos quanto níveis altos de investimentos podem ser prejudiciais para a saúde financeira da empresa. As empresas precisam ter controle e avaliar de forma correta a relação entre perda e ganho, ajustando o seu portfólio para que se obtenham o maior retorno esperado possível (ORHAN; KÖKSAL, 2012). Deste modo, é preciso haver uma ferramenta adequada para quantificar os riscos inerentes ao processo.

As empresas em geral estão expostas ao risco de mercado, que representa as possíveis perdas financeiras associadas às oscilações do mercado. Uma medida popular e intuitiva para mensurar este tipo de risco é a denominada de *Value-at-Risk* (VaR). O VaR pode ser utilizado para mensurar o risco em uma variedade de instrumentos financeiros, como, por exemplo, ações, títulos da dívida, *commodities*, câmbio, opções, futuros, *forwards* e *swaps* (SADORSKY, 2006). A popularidade do VaR resulta da sua maneira simples em agregar vários componentes de risco de mercado em um único número (GENÇAY; SELÇUK; ULUGÜLYAĞCI, 2003). O cálculo da medida do VaR pode ser considerado uma função determinística da volatilidade de um ativo financeiro, representando, em sua forma paramétrica, uma aplicação natural dos modelos de volatilidade (GIOT; LAURENT, 2004). A justificativa da utilização da volatilidade para mensurar o VaR vem do fato de que ela pode representar um parâmetro para medir o risco, pois demonstra a intensidade e a frequência das oscilações do

preço de um determinado ativo dentro de um intervalo de tempo estipulado (DAVIS, 2012). Assim, quanto maior for a volatilidade, maior será o risco associado ao ativo ou a um determinado portfólio.

Embora existam inúmeras pesquisas e trabalhos acadêmicos a respeito da volatilidade, ainda não há um consenso sobre qual o modelo mais adequado para a sua estimação. Em 1982, Engle demonstrou que algumas séries temporais podem apresentar heterocedasticidade condicional na sua volatilidade e, para que a variância da série seja estimada de forma mais precisa, propôs o modelo *Autoregressive Conditional Heteroscedastic* (ARCH). Durante as últimas décadas, inúmeros modelos, variantes da família ARCH, têm sido desenvolvidos, estimados e validados tanto de uma perspectiva teórica quanto de uma perspectiva empírica (BERNARDI; CATANIA, 2015). Para a estimação dos modelos de heterocedasticidade condicional é comum a utilização da distribuição de probabilidade Gaussiana, entretanto esta distribuição nem sempre é a mais adequada. Geralmente, as séries financeiras apresentam uma distribuição com caudas mais pesadas do que a distribuição Gaussiana e são, normalmente, leptocúrticas (VALLE; AZZALINI, 2013). Esta constatação demonstra a importância de se utilizarem distribuições de probabilidade estatística diferentes da distribuição Gaussiana para a modelagem de séries financeiras.

Devido à disponibilidade de um grande número de modelos e de distribuições de probabilidade estatística que estes modelos podem utilizar, prever o futuro nível de volatilidade de um ativo financeiro distancia-se muito da trivialidade, e avaliar o desempenho de previsão de um determinado modelo apresenta um desafio ainda maior (WENNSTRÖM, 2014).

## 1.1 PROBLEMA DE PESQUISA

Com base no conteúdo exposto previamente, emerge o seguinte problema de pesquisa: **Entre 160 modelos concorrentes heterogêneos, qual modelo heterocedástico, utilizando uma determinada distribuição de probabilidade estatística específica e assumindo um número específico de graus de polinômios  $(p, q)$ , possui uma capacidade preditiva superior para estimar o VaR dos índices financeiros do mercado de ações dos principais países emergentes?**

## 1.2 OBJETIVO GERAL

Comparar a capacidade preditiva, por meio da estimação do VaR, de 160 modelos heterogêneos concorrentes compostos pela combinação de cinco modelos de heterocedasticidade condicional, observando as limitações  $1 \leq p \leq 2$  e  $1 \leq q \leq 2$  para os seus graus de polinômios  $(p, q)$ , e de oito distribuições de probabilidade estatística diferentes, para as séries de índices financeiros do mercado de capitais dos cinco maiores países emergentes: Brasil, Rússia, Índia, China e África do Sul, no período compreendido entre 26 de fevereiro de 2001 e 31 de dezembro de 2015.

## 1.3 OBJETIVOS ESPECÍFICOS

- Verificar a existência de mudanças estruturais nas cinco séries temporais durante o período estudado;
- Analisar se as séries temporais são geradas por processos estocásticos estacionários;
- Estimar os parâmetros dos 160 modelos heterogêneos concorrentes e realizar as previsões do VaR para 50 passos à frente, com reajuste dos parâmetros a cada passo;
- Comparar a capacidade preditiva dos modelos concorrentes por meio de medidas estatísticas estabelecidas.

## 1.4 JUSTIFICATIVA

As séries utilizadas para alcançar o objetivo proposto referem-se a cinco séries de índices financeiros, que representam o desempenho médio das cotações dos ativos de maior negociabilidade e representatividade dos mercados de ações, dos cinco principais países emergentes, cujas letras iniciais de seus nomes compõem o termo BRICS (*Brazil, Russia, India, China, South Africa*). As economias destes países se diferenciam das economias dos demais países por suas potencialidades demográficas e por apresentarem elevadas perspectivas de crescimento econômico para os próximos anos.

Os mercados financeiros dos BRICS compartilharam características interessantes em comum nos últimos tempos, como, por exemplo, uma elevada e consistente taxa média de retorno de investimento. Com isso, os mercados acionários destes países têm atraído a atenção de diversos investidores, de agências financeiras e de gestores de carteira de investimento, uma vez que lhes apresentam benefícios, além dos elevados retornos financeiros, como a diversificação de carteiras de investimento (MENSI et al., 2016).

Por outro lado, os países emergentes, por ainda não serem países desenvolvidos e não possuírem uma economia sólida e estável, apresentam níveis altos de risco e, por este motivo, necessitam de uma investigação mais cuidadosa do *trade-off* entre risco e retorno dos investimentos que possam ser realizados em seus mercados financeiros. Deste modo, este estudo é uma contribuição à literatura existente pois fornece uma importante ferramenta de auxílio para que se possa calcular uma medida mais precisa da exposição ao risco de mercado dos cinco maiores países emergentes do mundo.

As evidências encontradas podem apontar caminhos para que as empresas, ou os gestores de carteira de investimentos, tomem decisões a respeito de quanto e onde devem investir seus recursos, de forma a maximizar a probabilidade da relação entre perda e ganho de seus investimentos. Uma maior eficiência no planejamento sobre a viabilidade de investimentos pode proporcionar para as empresas um incremento nas suas margens de lucro, o que pode viabilizar novos investimentos e elevar a otimização dos níveis de qualidade do serviço prestado, tornando-as mais competitivas no mercado em que se inserem.

Além disso, o método utilizado neste trabalho para comparar a capacidade preditiva dos modelos heterogêneos concorrentes difere, expressivamente, dos métodos tradicionais utilizados em trabalhos semelhantes (ANGELIDIS; BENOS E DEGIANNAKIS, 2004; RIVERA; LEE E MISHRA, 2004; ORHAN E KÖKSAL, 2012; BUCEVSKA, 2012; ALI, 2013; WENNSTRÖM, 2014), pois apresentam, por meio da ajuda de sistemas computacionais, um grande número de previsões para cada modelo concorrente, o que possibilita uma análise mais realista e mais precisa sobre os seus desempenhos preditivos.

Ademais, os resultados obtidos podem servir para os fins descritos anteriormente ou para elaborar fórmulas estatísticas que combinem diferentes modelos estimados para obter melhores medidas de previsão de volatilidades. Para finalizar, as evidências encontradas podem ser úteis para novos estudos estatísticos que proporcionem métodos alternativos de mensuração de riscos de mercado, ou que utilizem modelos concorrentes diferentes aos que foram utilizados neste estudo.

## 1.5 ESTRUTURA DO TRABALHO

Além desta primeira seção contendo a introdução, o restante deste estudo está organizado da seguinte forma: a seção 2 apresenta, em detalhes, o conceito e o modo de cálculo da medida do VaR, que será utilizada para mensurar o risco de mercado dos ativos financeiros; a seção 3 fornece as características e as fórmulas matemáticas dos modelos de heterocedasticidade condicional; a seção 4 mostra as diferentes distribuições de probabilidade estatística utilizadas para modelar o termo de erro dos modelos heterocedásticos; a seção 5 expõe uma síntese de trabalhos publicados sobre modelos heterocedásticos utilizados para calcular e prever a volatilidade empregada nos modelos de mensuração de risco; a seção 6 expõe a base de dados e o método proposto para cumprir o objetivo estabelecido previamente; a seção 7 explora a análise dos dados e exhibe os resultados obtidos, discutindo-os em sua minuciosidade e analisando-os estatisticamente; e, por fim, a seção 8 manifesta as considerações finais da presente dissertação, as suas limitações e as sugestões para pesquisas que podem ser realizadas posteriormente.

## 2 VALUE-AT-RISK

As empresas, de um modo geral, estão expostas ao que se denomina risco de mercado, que é uma representação das possíveis perdas financeiras associadas às oscilações do mercado. Com o intuito de prevenir e de evitar perdas inesperadas relativas à volatilidade do mercado, as instituições financeiras, na década de 1990, desenvolveram uma ferramenta, para mensurar o risco de suas carteiras de investimentos, denominada de *Value-at-Risk* (VaR) (ALOUÍ; MABROUK, 2010). O VaR corresponde à variação potencial máxima do valor de um ativo financeiro, com uma dada probabilidade, em um determinado período de tempo específico (SADORSKY, 2006), representando, desta forma, uma medida do grau de incerteza sobre retornos líquidos futuros.

O VaR tem sido amplamente utilizado na gestão de risco, uma vez que pode ser empregado para mensurar o risco em uma variedade de instrumentos financeiros, como, por exemplo, ações, títulos da dívida, commodities, câmbio, opções, futuros, *forwards* e *swaps* (SADORSKY, 2006). A popularidade do VaR resulta da sua maneira simples de agregar vários componentes de risco de mercado em um único número, facilitando em demasia a mensuração e a gestão de risco de ativos financeiros (GENÇAY; SELÇUK; ULUGÜLYAGCI, 2003).

Os métodos utilizados para estimar o VaR podem ser divididos em três categorias diferentes: paramétrico, não-paramétrico e semi-paramétrico. A abordagem paramétrica envolve uma parametrização do comportamento dos preços do ativo financeiro. Os quantis do VaR são estimados utilizando uma previsão da volatilidade com o pressuposto de uma determinada função de distribuição de probabilidade específica sobre os retornos do ativo. A aplicação natural da abordagem paramétrica pode ser representada pelos modelos de heterocedasticidade condicional (GIOT; LAURENT, 2004). Já a abordagem não-paramétrica utiliza dados históricos diretamente, sem a imposição de uma determinada função de distribuição de probabilidade. O VaR é estimado como o quantil da distribuição empírica de retornos históricos de uma janela móvel dos períodos mais recentes. A representante mais simples e mais utilizada pela abordagem não-paramétrica é a simulação histórica (ALLEN; BOUDOUKH; SAUNDERS, 2004, p. 35). Por fim, a abordagem semi-paramétrica faz uso da teoria dos valores extremos e de regressões quantílicas. A classe de modelos mais utilizados na abordagem semi-paramétrica é a *Conditional Autoregressive Value-at-Risk* (CAViaR), introduzida por Engle e Manganelli (2004). Modelos CAViaR envolvem a modelagem autorregressiva direta dos quantis condicionais, não realizando nenhuma suposição para a função de distribuição de probabilidade (GIOT; LAURENT, 2004).

A especificação do VaR, válida para qualquer função de distribuição de probabilidade, discreta ou contínua, pode ser expressa por meio de termos probabilísticos. Uma vez que  $r_t$  representa a série de retornos de um ativo financeiro no tempo  $t$ , o  $VaR_t(\alpha)$  no percentil  $(1 - \alpha)$  é definido por  $Pr(r_t \leq VaR_t(\alpha)) = \alpha$ , que calcula a probabilidade do retorno no tempo  $t$  ser menor do que, ou igual a,  $VaR_t(\alpha)$ , dado um nível de significância  $\alpha \in (0, 1)$ . Em termos probabilísticos, o VaR é simplesmente um quantil da distribuição de perda (MCNEIL; FREY; EMBRECHTS, 2005, p. 38).

Sendo o valor de um ativo financeiro, no final do horizonte temporal, representado por  $w = w_0(1 + r_t)$ , em que  $w_0$  expressa o investimento inicial, o VaR mede, por meio de um número positivo, a pior perda em um dado nível de significância  $\alpha \in (0, 1)$ , que é definida por  $w^* = w_0(1 + r_t^*)$ . Na sua forma mais geral, o VaR pode ser derivado de uma função de distribuição de probabilidade do valor futuro de um ativo  $f(w)$  (JORION, 2007, p. 109). Formalmente, deseja-se encontrar a pior possibilidade de realização de  $w^*$  de tal modo que a probabilidade de exceder esse valor seja  $\alpha$ :

$$\alpha = \int_{w^*}^{\infty} f(w)dw, \quad (1)$$

ou de tal modo que a probabilidade de encontrar um valor menor do que  $w^*$  seja  $(1 - \alpha)$ :

$$1 - \alpha = \int_{-\infty}^{w^*} f(w)dw = Pr(w \leq w^*) = p. \quad (2)$$

Percebe-se que a área da integral entre  $-\infty$  e  $w^*$  deve somar  $p = 1 - \alpha$ . Neste caso,  $w^*$  é chamado de quantil da distribuição e representa o valor de corte com uma probabilidade fixa de ser excedido (JORION, 2007, p. 109).

O cálculo do VaR pode ser consideravelmente simplificado na medida em que se utiliza uma abordagem paramétrica, uma vez que o VaR pode ser derivado diretamente a partir do desvio-padrão do ativo financeiro utilizando um fator multiplicativo que depende do nível de significância. Além disso, a abordagem paramétrica é um método simples e conveniente que produz medidas precisas (JORION, 2007, p. 110), pois, neste caso, o VaR pode ser considerado uma função determinística da volatilidade de um ativo financeiro, representando uma aplicação natural dos modelos de volatilidade (GIOT; LAURENT, 2004). Deste modo, com o intuito de alcançar o objetivo proposto, que é o de comparar a capacidade preditiva de modelos

heterocedásticos, este trabalho utiliza-se da abordagem paramétrica para calcular a medida do VaR.

Para calcular o VaR, por meio da abordagem paramétrica, precisa-se transformar uma função de distribuição geral  $f(w)$  em uma função de distribuição padrão  $\phi(\varepsilon_t)$ , em que  $\varepsilon_t$  possui média zero e desvio padrão unitário. Para isso, associa-se  $w^*$  com o retorno de corte  $r_t^*$  e o  $r_t^*$  com um desvio padrão normal  $\delta$ :

$$1 - \alpha = \int_{-\infty}^{w^*} f(w)dw = \int_{-\infty}^{r_t^*} f(r_t)dr = \int_{-\infty}^{-\delta} \phi(\varepsilon_t)d\varepsilon. \quad (3)$$

Sendo assim, o problema de encontrar o VaR torna-se equivalente a encontrar o desvio  $\delta$  de tal modo que a área à esquerda da distribuição seja  $1 - \alpha$ . Na medida em que se supõe que  $r_t$  segue um processo  $r_t = \mu + \varepsilon_t$ , onde  $\varepsilon_t$  utiliza uma função de distribuição  $\phi$  com média zero e variância  $\sigma_t^2$ , a medida do VaR pode ser calculada através da seguinte expressão matemática:

$$VaR_t(\alpha) = \mu + \sigma_t \phi^{-1}(\alpha). \quad (4)$$

Em que  $\phi^{-1}(\alpha)$  representa o valor do  $q$ -quantil ( $q = 1 - \alpha$ ) da função de distribuição  $\phi$ ,  $\mu$  expressa a média e  $\sigma_t$  expõe o desvio-padrão (volatilidade) do ativo financeiro que pode ser estimado através de um modelo estatístico (GENÇAY; SELÇUK; ULUGÜLYAGCI, 2003), como, por exemplo, os modelos heterocedásticos descritos na seção posterior.

### 3 MODELOS HETEROCEDÁSTICOS

O risco, ou a incerteza, desempenha um papel importante dentro da análise financeira e, geralmente, é medido pela volatilidade do ativo financeiro em questão ou de uma carteira de ativos financeiros. A volatilidade, diferente do preço do ativo, não pode ser facilmente observada, tornando-se necessário utilizar um modelo específico para medi-la ou estimá-la de forma correta. Algumas séries temporais financeiras podem apresentar períodos com grande volatilidade seguidos de períodos com volatilidade relativamente baixa, ou seja, podem apresentar uma variância condicional que não é constante no tempo (CHEN, 2013). Estas condições tornam a suposição de homocedasticidade, isto é, da variância das perturbações dos modelos econométricos condicionais ser constante ao longo do tempo, inapropriada para muitas séries de dados financeiros, tornando-se necessária a utilização de modelos que permitam a ocorrência de mudanças no comportamento da variância condicional ao longo do tempo.

O modelo *Autoregressive Conditional Heteroscedasticity* (ARCH), introduzido por Engle (1982), foi o primeiro a fornecer um caminho para modelar a heterocedasticidade condicional na volatilidade, dando início a uma nova classe de modelos que considera a variância condicional um processo estocástico condicionado aos erros de previsão observados no passado. Embora o modelo ARCH seja simples e intuitivo, ele apresenta um inconveniente: a volatilidade da série temporal possui uma grande persistência, o que requer a estimação de um grande número de parâmetros para descrever corretamente o seu processo, tornando a aplicação do modelo ARCH desaconselhável para estimar a volatilidade de ativos financeiros. Durante as últimas décadas, inúmeros modelos, variantes da família ARCH, têm sido desenvolvidos, estimados e validados, tanto de uma perspectiva teórica quanto de uma perspectiva empírica, com o intuito de mensurar o comportamento da volatilidade das séries temporais de forma mais precisa e confiável.

Neste trabalho, optou-se por utilizar os seguintes modelos variantes: *Generalized ARCH* (GARCH), *Exponential GARCH* (EGARCH), *GJR GARCH* (GJR-GARCH), *Asymmetric Power ARCH* (APARCH) e *Component GARCH* (CGARCH). Justifica-se a utilização destes modelos pelo fato de que cada um deles busca modelar a variância condicional de forma distinta, estipulando fatos estilizados diferentes, tornando-os heterogêneos entre si e convenientes para terem as suas capacidades preditivas comparadas. Ademais, por apresentarem uma estrutura matemática mais complexa, possuem capacidade de exibir características mais peculiares da volatilidade de ativos financeiros e, conseqüentemente,

devem apresentar uma capacidade preditiva melhor do que a dos modelos mais simplificados. Nesta seção, os modelos heterocedásticos citados são discutidos em detalhes.

### 3.1 MODELO GARCH

O modelo *Generalized Autoregressive Conditional Heteroscedasticity* (GARCH), desenvolvido por Bollerslev (1986), representa uma extensão do modelo clássico ARCH, uma vez que expressa a variância condicional como uma função linear do quadrado dos erros passados e dos próprios valores passados da série temporal. Esta especificação torna o modelo capaz de capturar os principais fatos estilizados que caracterizam as séries financeiras (FRANCQ; ZAKOIAN, 2010, p. 19). Seja  $v_t$  uma sequência de variáveis aleatórias independente e identicamente distribuídas (i.i.d.), com uma função de distribuição de probabilidade  $\eta$ , um processo  $\varepsilon_t$  é denominado de GARCH(p, q) se  $\varepsilon_t = \sigma_t v_t$ , em que  $\sigma_t^2$  representa a variância condicional e é uma função de  $\{\varepsilon_s, s < t\}$ , que pode ser descrita pela seguinte equação matemática:

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \sum_{i=1}^p \alpha_i \varepsilon_{t-i}^2 + \sum_{j=1}^q \beta_j \sigma_{t-j}^2, \quad t \in \mathbb{Z}, \quad (5)$$

em que  $\varepsilon_{t-i} = r_{t-i} - \mu$ , para  $i = 1, 2, \dots, p$  no tempo  $t = 1, 2, \dots, T$ ,  $\mu \in \mathbb{R}$  e expressa a média de  $r_t$ ,  $\alpha_0$  é uma constante maior que zero,  $0 \leq \alpha_i < 1, \forall i = 1, 2, \dots, p$  e  $0 \leq \beta_j < 1, \forall j = 1, 2, \dots, q$  com  $\sum_{i=1}^p \alpha_i + \sum_{j=1}^q \beta_j < 1$  para preservar a estacionariedade e positividade na variância condicional. A equação 5 pode ser escrita de forma mais compacta como:  $\sigma_t^2 = \alpha_0 + \alpha(B)\varepsilon_t^2 + \beta(B)\sigma_t^2$ , em que  $t \in \mathbb{Z}$ ,  $B$  é o operador de defasagem ( $B^i \varepsilon_t^2 = \varepsilon_{t-i}^2$  e  $B^i \sigma_t^2 = \sigma_{t-i}^2$ ,  $\forall i \in \mathbb{Z}$ ),  $\alpha(\cdot)$  e  $\beta(\cdot)$  são os polinômios de grau  $p$  e  $q$ , representados, respectivamente, por  $\alpha(B) = \sum_{i=1}^p \alpha_i B^i$  e  $\beta(B) = \sum_{j=1}^q \beta_j B^j$ . Percebe-se que, caso  $\beta(\varepsilon) \equiv 0$ , a série temporal  $\{r_t\}$  se resume a um processo ARCH, definido por  $\sigma_t^2 = \alpha_0 + \sum_{i=1}^p \alpha_i \varepsilon_{t-i}^2$  (FRANCQ; ZAKOIAN, 2010, p. 20).

A estrutura do processo GARCH(p, q) representa uma ferramenta flexível e poderosa, pois permite que a magnitude de  $\varepsilon_t$  seja função de seus valores passados, fazendo com que períodos de grande volatilidade sejam seguidos por períodos em que as flutuações apresentam uma amplitude menor, isto é, os grandes valores absolutos, mesmo não sendo uniformemente distribuídos em todo o período, tendem a se agrupar. Deste modo, o processo permite modelar

o fenômeno denominado de *volatility clustering*, assim como capturar os principais fatos estilizados que caracterizam as séries financeiras, como, por exemplo, excesso de curtose e assimetria incondicional dos retornos (BERNARDI; CATANIA, 2015).

O processo GARCH(p, q) é eficiente para modelar a persistência da volatilidade, mas ele apresenta um ponto fraco: a sua estrutura assume que choques positivos e negativos possuem o mesmo impacto na volatilidade atual do ativo financeiro, desconsiderando que as inovações podem apresentar impactos assimétricos na volatilidade, principalmente em séries de dados financeiros (WENNSTRÖM, 2014). Esta constatação fez com que fossem desenvolvidos modelos alternativos para mensurar a assimetria dos choques, como, por exemplo, os modelos: EGARCH, GJR-GARCH, APARCH e CGARCH, discutidos em detalhes na sequência deste trabalho.

### 3.2 MODELO *EXPONENTIAL* GARCH

Com o intuito de ser capaz de modelar o comportamento assimétrico que as inovações causam na volatilidade dos ativos financeiros e de superar outros pontos fracos do modelo GARCH, Nelson (1991) propôs a primeira extensão do modelo de Bollerslev (1986), denominada de modelo *Exponential* GARCH (EGARCH). Seja  $v_t$  uma sequência de variáveis aleatórias i.i.d., com  $E(v_t) = 0$  e  $Var(v_t) = 1$ , um processo  $\varepsilon_t$  é denominado de EGARCH(p, q) se  $\varepsilon_t = \sigma_t v_t$ , em que  $\sigma_t^2$  representa a variância condicional e é uma função de  $\{\varepsilon_s, s < t\}$ , que pode ser descrita pela seguinte equação matemática:

$$\log(\sigma_t^2) = \alpha_0 + \sum_{i=1}^p \left[ \alpha_i \frac{\varepsilon_{t-i}}{\sigma_{t-i}} + \gamma_i \left( \left| \frac{\varepsilon_{t-i}}{\sigma_{t-i}} \right| - E \left| \frac{\varepsilon_{t-i}}{\sigma_{t-i}} \right| \right) \right] + \sum_{j=1}^q \beta_j \log(\sigma_{t-j}^2), \quad (6)$$

em que  $\alpha_0, \alpha_i, \gamma_i$  e  $\beta_j \in \mathbb{R}$  e o parâmetro  $\gamma_i$  representa a resposta da assimetria dos choques. Caso  $\gamma_i < 0$ , isto é, se caso  $\varepsilon_{t-1} < 0$ , o impacto de choques negativos sobre a volatilidade futura será maior do que o de choques positivos de mesma magnitude, o que corrobora com as evidências empíricas do efeito denominado de alavancagem (WENNSTRÖM, 2014). Note que, diferentemente do modelo GARCH clássico, os parâmetros  $\alpha_i, \beta_j$  e  $\gamma_i$  não possuem restrições impostas para a positividade na variância condicional, pois o modelo utiliza uma especificação logarítmica para ser estimado, impedindo que a variância seja negativa (FRANCO; ZAKOIAN, 2010, p. 247).

### 3.3 MODELO GJR-GARCH

Um caminho alternativo para modelar o impacto de choques assimétricos foi proposto por Glosten, Jagannathan e Runkle (1993) através do modelo denominado GJR-GARCH, que pode ser interpretado como um modelo *Threshold* (CHEN, 2013). Seja  $v_t$  uma sequência de variáveis aleatórias i.i.d. com  $E(v_t) = 0$  e  $Var(v_t) = 1$ , um processo  $\varepsilon_t$  é denominado de GJR-GARCH(p, q) se  $\varepsilon_t = \sigma_t v_t$ , em que  $\sigma_t^2$  representa a variância condicional e é uma função de  $\{\varepsilon_s, s < t\}$ , que pode ser descrita pela seguinte equação matemática:

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \sum_{i=1}^p [\alpha_i \varepsilon_{t-i}^2 + \gamma_i \varepsilon_{t-i}^2 I_{(\varepsilon_{t-i} > 0)}] + \sum_{j=1}^q \beta_j \sigma_{t-j}^2, \quad (7)$$

em que  $I_{(\cdot)}$  representa uma função que assume um valor unitário se  $\varepsilon_{t-i} < 0, \forall i = 1, 2, \dots, p$  e valor zero se  $\varepsilon_{t-i} > 0, \forall i = 1, 2, \dots, p$ . Observe que, devido a presença de  $I_{(\cdot)}$ , a persistência da especificação do modelo depende da assimetria da distribuição condicional utilizada para modelar  $\varepsilon_t$ :  $P = \sum_{i=1}^p \alpha_i + \sum_{j=1}^q \beta_j + \sum_{i=1}^p \gamma_i \mathbb{P}(\varepsilon_{t-i} \leq 0)$ , onde  $\mathbb{P}(\varepsilon_{t-i} \leq 0)$  representa a probabilidade de observar choques negativos. Além disso, as condições  $\alpha_0 > 0, \alpha_i \geq 0, \forall i = 1, 2, \dots, p, \gamma_i \geq 0, \forall i = 1, 2, \dots, p$  e  $\beta_j \geq 0, \forall j = 1, 2, \dots, q$  são necessárias para garantir que a variância condicional seja positiva (BERNARDI; CATANIA, 2015). Percebe-se que o modelo especifica a variância condicional como uma função das partes positivas e negativas das inovações passadas (FRANCQ; ZAKOIAN, 2010, p. 250).

As propriedades estatísticas do modelo GJR-GARCH(p, q) são bem similares às do modelo EGARCH(p, q), uma vez que ambos os modelos são capazes de capturar os efeitos assimétricos dos choques positivos e negativos, o que faz com que se torne uma tarefa difícil distinguir um critério para escolher qual deles representa o melhor modelo (WENNSTRÖM, 2014).

### 3.4 MODELO ASYMMETRIC POWER ARCH

O modelo *Asymmetric Power ARCH* (APARCH), em sua forma generalizada, foi proposto por Ding, Granger e Engle (1993) e apresenta uma fórmula flexível, capaz de produzir, com algumas restrições, as principais características de alguns modelos sugeridos anteriormente. Seja  $v_t$  uma sequência de variáveis aleatórias i.i.d. com  $E(v_t) = 0$  e  $Var(v_t) =$

1, um processo  $\varepsilon_t$  é denominado de APARCH(p, q) se  $\varepsilon_t = \sigma_t v_t$ , em que  $\sigma_t^2$  representa a variância condicional e é uma função de  $\{\varepsilon_s, s < t\}$ , que pode ser descrita pela seguinte equação matemática:

$$\sigma_t^\delta = \alpha_0 + \sum_{i=1}^p \alpha_i (|\varepsilon_{t-i}| - \gamma_i \varepsilon_{t-i})^\delta + \sum_{j=1}^q \beta_j \sigma_{t-j}^\delta, \quad (8)$$

em que  $\delta \in \mathbb{R}^+$  e incrementa a flexibilidade do modelo, permitindo a seleção de um poder arbitrário. Além disso,  $\alpha_0 > 0$ ,  $\alpha_i \geq 0, \forall i = 1, 2, \dots, p$ ,  $\gamma_i \geq 0, \forall i = 1, 2, \dots, p$  e  $\beta_j \geq 0, \forall j = 1, 2, \dots, q$  são as restrições impostas nos parâmetros para garantir a positividade da variância condicional (FRANCQ; ZAKOIAN, 2010, p. 256). A flexibilidade do modelo APARCH se origina da sua especificação matemática, que pode dar origem a submodelos da família ARCH, tais como:

- (a) O modelo GARCH de Bollerslev (1986), quando  $\delta = 2$  e  $\gamma_i = 0, \forall i = 1, 2, \dots, p$ ;
- (b) O modelo *Threshold* GARCH (TGARCH) de Zakoian (1994), quando  $\delta = 1$ ;
- (c) O modelo GJR-GARCH de Glosten, Jagannathan e Runkle (1993), quando  $\delta = 2$  e  $0 \geq \gamma_i \geq 1, \forall i = 1, 2, \dots, p$ ;
- (d) O modelo *Absolute Value* GARCH (AVGARCH) de Taylor (1986) e Schwert (1990), quando  $\delta = 1$  e  $\gamma_i = 0, \forall i = 1, 2, \dots, p$ ;
- (e) O modelo *Nonlinear* ARCH (NGARCH) de Higgins e Bera (1992), quando  $\beta_j = 0, \forall j = 1, 2, \dots, q$  e  $\gamma_i = 0, \forall i = 1, 2, \dots, p$ ;
- (f) O modelo log-ARCH de Geweke (1986) e Pantula (1986), quando  $\delta \rightarrow 1$  e  $\gamma_i = 0, \forall i = 1, 2, \dots, p$ ;

### 3.5 MODELO COMPONENT GARCH

Em 1993, Engle e Lee propuseram o modelo denominado *Component GARCH* (CGARCH), que decompõe a variância condicional em dois componentes: um componente permanente e outro transitório, de modo a investigar os componentes de longo e de curto prazo da volatilidade da série financeira. Seja  $v_t$  uma sequência de variáveis aleatórias i.i.d. com  $E(v_t) = 0$  e  $Var(v_t) = 1$ , um processo  $\varepsilon_t$  é denominado de CGARCH(p, q) se  $\varepsilon_t = \sigma_t v_t$ , em

que  $\sigma_t^2$  representa a variância condicional e é uma função de  $\{\varepsilon_s, s < t\}$ , que pode ser descrita pela seguinte equação matemática:

$$\sigma_t^2 = \omega_t + \sum_{i=1}^p \alpha_i (\varepsilon_{t-i}^2 - \omega_{t-i}) + \sum_{j=1}^q \beta_j (\sigma_{t-j}^2 - \omega_{t-i}), \quad (9)$$

em que  $\omega_t = \alpha_0 + \rho\omega_{t-1} + \eta(\varepsilon_{t-1}^2 - \sigma_{t-1}^2)$ ,  $\sum_{i=1}^p \alpha_i + \sum_{j=1}^q \beta_j < 1$  e  $\rho < 1$  são condições necessárias para garantir a estacionariedade do processo. Percebe-se que o intercepto do modelo varia ao longo do tempo e segue um tipo dinâmico de autorregressivo de primeira ordem (BERNARDI; CATANIA, 2015). As restrições dos parâmetros para que a variância condicional seja positiva são expostas por Engle e Lee (1993).

Observe que estes modelos considerados são variantes da família de modelos de heterocedasticidade condicional, sendo que cada um deles possui a sua característica peculiar para estimar a evolução da variância da série temporal, por meio de uma função matemática exata. Os modelos considerados possuem o mesmo objetivo, porém diferem no modo como tentam alcançá-lo, uma vez que cada modelo se concentra em um determinado fato estilizado, o que faz com que os modelos sejam considerados heterogêneos.

## 4 DISTRIBUIÇÕES DE PROBABILIDADE ESTATÍSTICA

Em estudos relativos a séries temporais é comum a utilização da distribuição de probabilidade Gaussiana, entretanto esta distribuição nem sempre é a mais adequada. Geralmente, as séries de dados financeiros apresentam uma distribuição com caudas mais pesadas do que a distribuição Gaussiana e são, normalmente, leptocúrticas (VALLE; AZZALINI, 2013). Esta constatação demonstra a importância de se utilizar distribuições de probabilidade estatística diferentes da distribuição Gaussiana para modelar as séries financeiras. Neste trabalho, optou-se por utilizar as seguintes distribuições: *Normal Distribution*, *Skew Normal Distribution*, *Student-t Distribution*, *Skew Student-t Distribution*, *Generalized Error Distribution*, *Skew Generalized Error Distribution*, *Johnson's Su Distribution* e *Generalized Hyperbolic Distribution*, por serem as distribuições mais populares utilizadas pelos econométricos para modelar o termo de erro  $\varepsilon_t$  dos modelos de heterocedasticidade condicional (BERNARDI; CATANIA, 2015). Estas distribuições citadas empregam diferentes parâmetros para mensurar as suas funções de densidade de probabilidade, tornando-as caracteristicamente diferentes umas das outras e convenientes para comparar o comportamento das observações de séries financeiras. Nesta seção, as distribuições de probabilidade estatística são discutidas em detalhes.

### 4.1 DISTRIBUIÇÃO NORMAL

Uma distribuição de probabilidade estatística pode ser resumida a partir de suas características, conhecidas como momentos da distribuição. A distribuição condicional mais popular é a Gaussiana, conhecida como *Normal Distribution* (Norm), que pode ser descrita pelos seus dois primeiros momentos: pela sua média e pela sua variância (WALCK, 2007, p. 119). Formalmente, a função de densidade de probabilidade (f.d.p.) de uma variável aleatória  $x$  que segue uma Norm pode ser expressa pela notação  $x \sim N(\mu, \sigma^2)$  e definida como:

$$f(x|\mu, \sigma) = \frac{e^{-0,5\frac{(x-\mu)^2}{\sigma^2}}}{\sigma\sqrt{2\pi}}, \quad x \in (-\infty, \infty), \quad \mu \in (-\infty, \infty), \quad \sigma > 0, \quad (10)$$

em que  $\mu$  representa a média,  $\sigma^2$  é a variância e  $x \in \mathbb{R}$ . A Norm geralmente é representada por  $N(\mu, \sigma^2)$  e a sua função de distribuição cumulativa é dada por  $f(x|\mu, \sigma) = \int_{-\infty}^x f(t|\mu, \sigma)dt$ .

Deste modo, uma variável aleatória com  $\mu = 0$  e  $\sigma = 1$  é denominada de variável aleatória normal.

#### 4.2 DISTRIBUIÇÃO NORMAL ASSIMÉTRICA

A Norm é a distribuição mais utilizada para modelar dados univariados de uma população ou de um experimento, uma vez que só utiliza duas variáveis: a média e a variância (KRISHNAMOORTHY, 2006, p. 119). Entretanto, a suposição de simetria para os dados pode fazer com que sejam feitas inferências errôneas sobre os parâmetros de interesse. Neste sentido, a fim de minimizar problemas devidos à assimetria dos dados, Azzalini (1985) propôs a *Skew Normal Distribution* (SNorm) como uma generalização do modelo normal. Formalmente, a f.d.p. de uma variável aleatória  $x$  que segue uma SNorm pode ser expressa pela notação  $x \sim SN(0, 1, k)$  e definida como:

$$f(x|0, 1, k) = 2\phi(x)\Phi(kx), \quad (11)$$

em que  $x$  e  $k \in \mathbb{R}$ ,  $\phi(\cdot)$  representa a função de densidade normal padrão,  $\Phi(\cdot)$  expõe a função de distribuição e  $k$  expressa o parâmetro de assimetria. Caso  $k = 0$ , a Eq. 11 se reduz a uma Norm. Já se  $k \rightarrow \pm\infty$ , a SNorm torna-se a metade de uma Norm (ELING, 2014). Os parâmetros de média,  $\mu$ , e de variância,  $\sigma^2$ , são incluídos por meio de uma transformação linear comum  $y = \mu + \sigma x$ , que segue uma SNorm e pode ser expressa pela notação  $y \sim SN(\mu, \sigma^2, k)$ , em que  $\sigma > 0$ . Para uma descrição mais detalhada sobre a SNorm, ver Azzalini (1985).

#### 4.3 DISTRIBUIÇÃO *STUDENT-T*

Outra distribuição bastante utilizada no campo estatístico é a *Student-t distribution* (Std). As características da Std são semelhantes às da distribuição Gaussiana, porém possuem caudas mais pesadas, possibilitando a utilização de valores mais extremos. Seja  $Z$  e  $S$  variáveis aleatórias independentes, de tal modo que  $Z \sim N(0,1)$  e  $nS^2 \sim \chi_n^2$ , a distribuição de  $t = Z/S$  é denominada de Std com  $df = n$  (KRISHNAMOORTHY, 2006, p. 171). Deste modo, a f.d.p. de uma variável aleatória  $x$  que segue uma Std com  $n$  graus de liberdade pode ser expressa pela notação  $x \sim t_n$  e definida como:

$$f(x|n) = \frac{\Gamma[(n+1)/2]}{\Gamma(n/2)\sqrt{n\pi}} \frac{1}{(1+x^2/n)^{(n+1)/2}}, \quad x \in (-\infty, \infty), \quad n \geq 1, \quad (12)$$

onde  $n$  representa um número inteiro positivo,  $x \in \mathbb{R}$  e  $\Gamma(\cdot)$  representa a função gama definida por  $\Gamma(x) = \int_0^\infty z^{x-1} e^{-z} dz$ . Nota-se que quanto maior for o grau de liberdade  $n$  mais próxima a Std será da Norm (KRISHNAMOORTHY, 2006, p. 171).

#### 4.4 DISTRIBUIÇÃO *STUDENT-T* ASSIMÉTRICA

A Snorm representa uma distribuição mais flexível do que a Norm devido ao parâmetro  $a$  que regula a assimetria dos dados. Este fato, combinado com as propriedades formais que a distribuição oferece, faz da Snorm uma proposta atrativa para os trabalhos estatísticos. Entretanto, algumas séries temporais, tais como as que utilizam dados financeiros, possuem caudas mais pesadas do que as da distribuição normal, fazendo com que a presença de um único parâmetro para regular a forma da densidade da distribuição não seja suficiente (VALLE; AZZALINI, 2013). Nestes casos, a utilização da *Skew Student-t Distribution* (SStd), desenvolvida por Branco e Dey (2001), mostra-se mais robusta e mais adequada que a SNorm, pois permite regular tanto a assimetria quanto a curtose, que são essenciais para modelagem de determinadas séries temporais. Seja  $Z$  e  $S$  variáveis aleatórias independentes, de tal modo que  $Z \sim N(0, 1, k)$  e  $nS^2 \sim \chi_n^2$ , a distribuição de  $t = Z/\sqrt{S/n}$  é denominada de SStd com  $df = n$  (ELING, 2014). Deste modo, a f.d.p. de uma variável aleatória  $x$  que segue uma SStd com  $n$  graus de liberdade pode ser expressa pela notação  $x \sim SStd(k, \xi)$  e definida como:

$$f(x|k, \xi) = 2t_n(x)T_{n+1}\left(kx \sqrt{\frac{1+\xi}{\xi+x^2}}\right), \quad x \in (-\infty, \infty), \quad n \geq 1, \quad (13)$$

em que  $t_n(\cdot)$  representa a f.d.p. de uma Std padrão com  $n$  graus de liberdade,  $t_{n+1}$  a função de distribuição acumulada de uma Std padrão com  $n+1$  graus de liberdade,  $k$  expressa o parâmetro de assimetria e  $\xi$  o parâmetro de curtose. Caso  $k = 0$ , a Eq. 13 se reduz a uma Std padrão. Já se  $k \rightarrow \pm\infty$ , a SStd torna-se a metade de uma Std. Com a inclusão dos parâmetros de média,  $\mu$ , e de variância,  $\sigma^2$ , por meio de uma transformação linear comum  $y = \mu + \sigma x$ , obtém-se uma generalização da Std padrão, onde  $x \sim SStd(k, \xi)$ , e pode ser representada por  $y \sim SStd(\mu, \sigma^2, k, \xi)$  (ELING, 2014).

#### 4.5 DISTRIBUIÇÃO GENERALIZADA DO ERRO

Uma outra possibilidade de distribuição é a *Generalized Error Distribution* (Ged), introduzida por Subbotin (1923), e que pertence a uma família exponencial. A densidade condicional da Ged é definida por três momentos:  $\mu \in (-\infty, \infty)$ , que determina a posição da curva em relação à origem,  $\sigma \in (0, \infty)$ , que determina a dispersão da curva da distribuição e  $k \in (0, \infty)$ , que controla o grau de assimetria (GILLER, 2005). Deste modo, a f.d.p. de uma variável aleatória  $x$  que segue uma Ged pode ser expressa pela notação  $x \sim G(\mu, \sigma^2, k)$  e definida como:

$$df(x|\mu, \sigma, k) = \frac{e^{-\frac{1}{2} \left| \frac{x-\mu}{\sigma} \right|^{\frac{1}{k}}}}{2^{k+1} \sigma \Gamma(k+1)} dx. \quad (14)$$

Se  $k = 1/2$ , a Eq. 14 representa uma f.d.p. de uma Norm univariada, isto é,  $G(\mu, \sigma^2, \frac{1}{2}) = N(\mu, \sigma^2)$ . Caso  $k = 1$ , a Eq. 9 refere-se a uma f.d.p. de uma distribuição Laplace,  $L(\mu, 4\sigma^2)$ . Já no limite  $k \rightarrow 0$  a f.d.p. tende a uma distribuição uniforme,  $U(\mu - \sigma, \mu + \sigma)$ . Estas propriedades podem fazer com que a Ged descreva melhor as mudanças de preços do mercado financeiro (GILLER, 2005).

#### 4.6 DISTRIBUIÇÃO GENERALIZADA DO ERRO ASSIMÉTRICA

Do mesmo modo que a SNorm e a SStd, a *Skew Generalized Error Distribution* (SGed), introduzida por Theodossiou (1998), se refere a uma extensão da Ged que objetiva regular a assimetria e a curtose dos dados, tornando-se mais robusta para ser utilizada em dados de séries financeiras. Formalmente, a f.d.p. de uma variável aleatória  $x$  que segue uma SGed pode ser expressa pela notação  $x \sim SG(\mu, \sigma^2, k, \xi)$  e definida como:

$$f(x|\mu, \sigma, k, \xi) = \frac{C}{\sigma} \exp\left(-\frac{1}{[1 - \text{sign}(x - \mu + \psi\sigma)k]^\xi \theta^\xi \sigma^\xi} |x - \mu + \psi\sigma|^\xi\right). \quad (15)$$

Em que  $C = \frac{\xi}{2\theta} \Gamma\left(\frac{1}{\xi}\right)^{-1}$ ,  $\theta = \Gamma\left(\frac{1}{\xi}\right)^{\frac{1}{2}} \Gamma\left(\frac{3}{\xi}\right)^{-\frac{1}{2}} S(k)^{-1}$ ,  $\psi = 2kAS(k)^{-1}$ ,  $S(k) = \sqrt{1 + 3k^2 - 4A^2k^2}$ ,  $A = \Gamma\left(\frac{2}{\xi}\right) \Gamma\left(\frac{1}{\xi}\right)^{-\frac{1}{2}} \Gamma\left(\frac{3}{\xi}\right)^{-\frac{1}{2}}$ ,  $\mu$  representa a média,  $\sigma$  expõe a variância,  $k \in (0, \infty)$  controla o grau de assimetria,  $\xi$  controla a curtose, isto é, a altura e as caudas da função de densidade,  $sign$  é a função sinal e  $\Gamma(\cdot)$  representa a função gama definida por  $\Gamma(x) = \int_0^\infty z^{x-1} e^{-z} dz$  (THEODOSSIOU, 1998).

#### 4.7 DISTRIBUIÇÃO JOHNSON'S SU

A *Johnson's Su Distribution* (Jsu), desenvolvida por Johnson (1949), pode ser obtida a partir de uma transformação de uma variável aleatória normal padrão. A densidade condicional da Jsu é definida por quatro momentos:  $\mu \in (-\infty, \infty)$ , que determina a posição da curva em relação à origem,  $\sigma \in (0, \infty)$ , que determina a dispersão da curva da distribuição,  $k \in (0, \infty)$ , que controla o grau de assimetria e  $\xi \in (0, \infty)$ , que determina a curtose, isto é, o grau de elevação ou achatamento da distribuição. Formalmente, a f.d.p. de uma variável aleatória  $x$  que segue uma Jsu pode ser expressa pela notação  $x \sim Jsu(\mu, \sigma^2, k, \xi)$  e definida como:

$$f(x|\mu, \sigma, k, \xi) = \frac{\xi}{\sigma \sqrt{1 + \left(\frac{x - \mu}{\sigma}\right)^2}} \phi \left[ k + \xi \sinh^{-1} \left( \frac{x - \mu}{\sigma} \right) \right], \quad \sigma > 0, \quad (16)$$

em que  $\sinh^{-1}$  é a inversa da função seno hiperbólico,  $\phi$  é a f.d.p. de uma Norm,  $N(0,1)$ , e  $\xi$ , como dito anteriormente, deve ser interpretado como um parâmetro de curtose e deve ser positivo. A Jsu, por considerar em sua expressão matemática a assimetria e a curtose, pode ser capaz de se aproximar da verdadeira distribuição desconhecida dos modelos da família ARCH (YAN, 2005).

#### 4.8 DISTRIBUIÇÃO HIPERBÓLICA GENERALIZADA

A *Generalized Hyperbolic Distribution* (Ghyp), introduzida por Barndorff e Halgreen (1977), é bastante utilizada no tratamento de dados financeiros, uma vez que os seus parâmetros estimados são suficientemente flexíveis a ponto de se adequarem aos mais variados conjuntos de dados e contextos. A densidade condicional da Ghyp é definida por cinco momentos:  $\mu \in$

$(-\infty, \infty)$ , que determina a posição da curva em relação à origem,  $\sigma \in (0, \infty)$ , que determina a dispersão da curva da distribuição,  $k \in (0, \infty)$ , que controla o grau de assimetria,  $\xi \in (0, \infty)$ , que determina a curtose, ou seja, o grau de elevação ou achatamento da distribuição e  $\beta \in (0, \infty)$ , que expõe a forma da distribuição de probabilidade (NECULA, 2009). Formalmente, a f.d.p. de uma variável aleatória  $x$  que segue uma Ghyp pode ser expressa pela notação  $x \sim Ghyp(\mu, \sigma^2, k, \xi, \beta)$  e definida como:

$$f(x|\mu, \sigma, k, \xi, \beta) = a(\mu, \sigma, k, \xi, \beta)[\sigma^2 + (x - \mu)^2]^{1/2\xi - 1/4} \cdot B\left(\xi - 0.5, \beta\sqrt{\sigma^2 + x^2 - 2x\mu + \mu^2}\right) e^{k(x-\mu)}, \quad (17)$$

em que

$$a(\mu, \sigma, k, \xi, \beta) = \frac{(\beta^2 - k^2)^{1/2\xi}}{\sqrt{2\pi\beta^{\xi-1/2}\sigma^\xi B(\xi, \sigma\sqrt{\beta^2 - k^2})}}$$

$B(\xi, \cdot)$  representa a função de Bessel modificada de terceira espécie com índice  $\xi$  e  $x \in \mathbb{R}$ . O domínio de variação dos parâmetros é representado por  $\mu \in \mathbb{R}$ , assim como:  $\sigma \geq 0$  e  $|k| < \beta$  se  $\xi > 0$ ;  $\sigma > 0$  e  $|k| < \beta$  se  $\xi = 0$ ,  $\sigma > 0$  e  $|k| \leq \beta$  se  $\xi < 0$  (EBERLEIN; HAMMERSTEIN, 2004). Torna-se claro que o nome da distribuição vem do fato de que o logaritmo da sua f.d.p. representa uma equação hiperbólica (NECULA, 2009).

Cada distribuição de erro possui uma característica específica na sua função de densidade, portanto estimar os modelos concorrentes com distribuições alternativas possibilita que o termo de erro gerado por eles possa assumir um comportamento distinto do previsto pela distribuição Gaussiana, permitindo um resultado mais preciso da capacidade preditiva dos modelos heterocedásticos.

## 5 ESTUDOS EMPÍRICOS ANTERIORES

O conhecimento sobre a mensuração do risco de mercado é fundamental para a sobrevivência de empresas e de gestores de carteiras de investimento. Tanto as empresas quanto os gestores precisam tomar decisões sobre quanto investir em um portfólio alternativo ou em um ativo particular, de forma a maximizar a relação entre perda e ganho, ajustando o seu portfólio para que obtenham o maior retorno esperado possível (ORHAN; KÖKSAL, 2012). Com isso, torna-se fundamental o conhecimento de gestão de riscos, uma vez que ele permite às empresas o aumento de suas margens de lucro e uma melhor competitividade no mercado em que se inserem.

Estudos empíricos sobre a mensuração do risco de mercado vêm crescendo dentro do campo profissional e acadêmico de diversos países. Em outubro de 1994, o banco J. P. Morgan, com o intuito de tentar estabelecer um padrão de mercado, desenvolveu uma metodologia de cálculo para a medida do VaR, denominada de *RiskMetrics<sup>TM</sup>* (ALoui; MABROUK, 2010). A publicação do *RiskMetrics<sup>TM</sup>*, por possuir uma base de dados – a qual continha as informações necessárias para que o modelo fosse estimado – acessível ao público, fez com que surgissem inúmeras pesquisas nas áreas de valor em risco e de gestão de risco em geral, tornando a medida do VaR bastante popular (ALLEN; BOUDOUKH; SAUNDERS, 2004).

Em sua forma paramétrica, o VaR pode ser estimado por meio da aplicação dos modelos de heterocedasticidade condicional. Contudo, como dito anteriormente, devido à disponibilidade de um grande número de modelos heterocedásticos e de distribuições de probabilidade estatística, prever o futuro nível de volatilidade de um ativo financeiro ou de um portfólio distancia-se muito da trivialidade e avaliar o desempenho de previsão de um determinado modelo apresenta um desafio ainda maior (WENNSTRÖM, 2014). Deste modo, nesta seção, apresenta-se uma sucinta explicação destes estudos, que serviram como referencial para o desenvolvimento desta pesquisa.

Angelidis; Benos e Degiannakis (2004) efetuaram um estudo com o objetivo de avaliar a capacidade preditiva de três modelos variantes da família ARCH para estimar a medida do VaR, levando em consideração três distribuições de probabilidade estatística e quatro tamanhos de amostra dos dados diferentes (500, 1.000, 1.500 e 2.000). Os modelos de volatilidade utilizados foram: GARCH, *Threshold ARCH* (TARCH) e EGARCH. Já as distribuições de probabilidade utilizadas foram: Norm, Std e Ged. As séries temporais utilizadas se referem à log-retornos diários de cinco diferentes índices de ações: CAC 40, DAX 30, FTSE 100, NIKKEI 225 e S&P 500, do período compreendido entre 09 de julho de 1987 e 18 de outubro

de 2002. Os resultados encontrados mostraram que a especificação do melhor modelo heterocedástico foi divergente para cada índice de ações utilizado. Com relação às distribuições de probabilidade, as evidências demonstraram que as distribuições leptocúrticas (Std e Ged) são capazes de produzir melhores previsões da medida do VaR para um passo à frente, sendo preferíveis à distribuição Norm. Por fim, os autores mostraram que a escolha do tamanho da amostra é importante para a precisão das previsões, uma vez que houve diferenças significativas nas previsões do VaR de um mesmo modelo utilizando tamanhos de amostra diferentes.

Rivera; Lee e Mishra (2004) analisaram o desempenho preditivo de vários modelos de volatilidade, utilizando apenas a distribuição de probabilidade Norm, por meio de duas funções de perda econômica (uma função de precificação de opções e uma função de utilidade) e de duas funções de perda estatística (uma função de ajuste para o cálculo do VaR e uma função de verossimilhança preditiva). Os modelos analisados foram: *Simple Moving Average* (MA), *Exponential Weighted Moving Average* (EWMA), ARCH, GARCH, *Integrated GARCH* (IGARCH), TGARCH, *Smooth Transition GARCH* (ST-GARCH), EGARCH, *Quadratic GARCH* (QGARCH), *Absolute GARCH* (ABS-GARCH), *Logarithmic GARCH* (LOG-GARCH), *Simple Asymmetric GARCH* (SAGARCH) e *Stochastic Volatility* (SV). As séries temporais utilizadas se referem aos log-retornos diários do índice S&P 500 e do preço de fechamento das opções de compra do índice S&P 500, no período compreendido entre 01 de abril de 1970 e 17 de novembro de 2000. As evidências encontradas sugerem que os modelos preferidos dependem fortemente da função de perda escolhida pelo pesquisador. No caso da função de precificação de opções, os modelos mais simples como os MA, EWMA ou qualquer modelo GARCH forneceram um resultado tão bom quanto outros modelos que utilizam especificações mais sofisticadas. Já para a função de utilidade, o modelo QGARCH assimétrico mostrou-se mais adequado para diferentes graus de aversão ao risco. Com relação à função baseada no VaR, o modelo SV mostrou-se preferível, pois superou todos os outros modelos. Por fim, para a função de verossimilhança preditiva, os autores chegaram à conclusão que modelar o desvio padrão condicional é preferível a modelar a variância por si só.

Orhan e Köksal (2012) realizaram um estudo a respeito da comparação de 16 modelos variantes da família ARCH, para estimar o VaR, levando em consideração duas distribuições de probabilidade estatística: Norm e Std. Os modelos heterocedásticos utilizados foram: ARCH, GARCH, IGARCH, AVGARCH, SAGARCH, TGARCH, GJR-GARCH, *GJR Power GARCH* (GJR-PGARCH), EGARCH, *Power GARCH* (PGARCH), NGARCH, *Asymmetric GARCH* (AGARCH), *Nonlinear GARCH With One Shift* (NGARCHK), *Asymmetric Power GARCH* (APGARCH), *Nonlinear Power GARCH* (NPGARCH) e *Nonlinear Power GARCH With One*

*Shift* (NPGARCHK). As séries temporais que foram utilizadas se referem aos índices do mercado acionário de países emergentes: Brasil e Turquia; e de países desenvolvidos: Alemanha e Estados Unidos da América. O conjunto de dados utilizados fez referência aos log-retornos diários dos índices financeiros no período compreendido entre janeiro de 2006 e agosto de 2009. Os resultados encontrados revelam que o modelo que teve a melhor performance para mensurar e prever a volatilidade foi o modelo ARCH, seguido pelo modelo GARCH(1, 1), e a distribuição Std mostrou-se ligeiramente superior à Norm.

Bucevska (2012) comparou o desempenho de cinco modelos da família ARCH para estimar o VaR, levando em consideração duas distribuições de probabilidade: Norm e Std. Os modelos heterocedásticos utilizados foram: GARCH, EGARCH, GJR-GARCH, APARCH e *GARCH in Mean* (GARCH-M). A série de dados utilizada se refere ao log-retorno do índice do mercado de ações da Macedônia (MBI 10), no período compreendido entre 04 de janeiro de 2005 e 31 de outubro de 2011. As evidências encontradas sugerem que o modelo EGARCH, utilizando tanto a distribuição Std quanto a distribuição Norm, e o modelo GJR-GARCH, utilizando a distribuição normal, são adequados e com capacidades preditivas semelhantes, levando a crer que existe mais de um modelo adequado para estimar e prever a volatilidade do mercado de ações da Macedônia.

Ali (2013) realizou um estudo dentro da área ambiental, comparando os modelos EGARCH, IGARCH, TGARCH, GJR-GARCH, NGARCH, AVGARCH e APARCH, para estimar e prever a volatilidade do indicador de patógenos na praia de Huntington, localizada em Ohio, Estados Unidos da América. As distribuições de probabilidade utilizadas foram: Norm, Std, Ged, SNorm, SGed, SStd e *Inverse Normal Distribution* (INorm). Os dados da série temporal referem-se a 225 observações diárias coletadas no período entre os anos de 2006 e 2008. Os resultados encontrados mostraram uma certa superioridade do modelo TGARCH, utilizando a distribuição Ged, para capturar a volatilidade do indicador de patógenos. Ademais, o autor não encontrou nenhuma relevância forte na utilização de distribuições alternativas de probabilidade.

Wennström (2014) realizou um estudo comparando seis modelos utilizados para estimar a volatilidade de ativos financeiros: MA, EWMA, ARCH, GARCH, EGARCH e GJR-GARCH, levando em consideração duas distribuições de probabilidade estatística: Norm e Std. O autor buscou comparar os modelos tanto em termos de ajuste dos parâmetros dentro da amostra quanto em termos das suas capacidades preditivas para fora da amostra. As séries temporais utilizadas referem-se aos log-retornos de três índices nórdicos de ações: OMX Stockholm 30 (OMXS30), OMX Copenhagen 20 (OMXC20) e OMX Helsinki 25 (OMXH25), no período

compreendido entre 02 de janeiro de 2002 e 15 de abril de 2014. Para comparar a capacidade preditiva dos modelos concorrentes o autor utilizou quatro diferentes funções de perda. As evidências encontradas não apontaram para um único modelo preferível para todas as quatro funções de perda, tornando o resultado inconclusivo, pois nenhum modelo se mostrou superior a todos os outros para realizar previsões da volatilidade dos três índices financeiros utilizados.

Bentes (2015) verificou a performance dos modelos GARCH, IGARCH e FIGARCH para realizar previsões da volatilidade dos retornos do preço do ouro diário no mercado mundial, no período compreendido entre 02 de agosto de 1976 e 06 de fevereiro de 2015. Os resultados encontrados mostraram que o melhor modelo, tanto para capturar as dependências lineares da variância condicional quanto para realizar previsões da volatilidade, foi o modelo FIGARCH com ordem de integração 0,52166.

Bernardi e Catania (2016) realizaram um estudo comparando as previsões do VaR, por meio do procedimento *Model Confidence Set* (MCS), para os modelos: *Symmetric Absolute Value* (SAV), *Asymmetric Slope* (AS), GARCH, EGARCH, APARCH, AVARCH, GJR-GARCH, TGARCH, NGARCH, CGARCH e *Generalised Autoregressive Score* (GAS), utilizando as distribuições de probabilidade: Norm e Std. As séries temporais utilizadas foram os índices financeiros: *Asia/Pacific 600* (SXP1E), *North America 600* (SXA1E), *Europe 600* (SXXP) e *Global 1800* (SXW1E), no período compreendido entre 31 de dezembro de 1991 e 24 de julho de 2014. Os resultados empíricos encontrados mostraram que durante a crise da dívida soberana europeia, que ocorreu entre os anos de 2009 e 2010, os modelos de volatilidade altamente não-lineares foram preferíveis para realizar previsões do VaR para os índices europeus. Já com relação aos índices da América do Norte e da Ásia, os resultados obtidos das previsões foram bastante homogêneos por ambos os modelos comparados, não demonstrando a superioridade de um determinado tipo de modelo.

Os trabalhos publicados citados sobre modelos heterocedásticos utilizados para calcular e prever a volatilidade utilizada nos modelos de mensuração de risco encontram-se resumidos no Quadro 1.

Quadro 1 – Síntese de trabalhos publicados sobre capacidade preditiva de modelos heterocedásticos que serviram como referencial para o desenvolvimento deste estudo.

(continua)

<b>Autores</b>	<b>Séries financeiras</b>	<b>Período</b>	<b>Modelos</b>	<b>D.P.E.</b>	<b>Principais resultados</b>
Angelidis, Benos e Degiannakis (2004)	CAC 40, DAX 30, FTSE 100, NIKKEI 225 e S&P 500	09/07/1987 a 18/10/2002	GARCH, TARARCH e EGARCH	Norm, Std e Ged	A especificação do melhor modelo heterocedástico foi divergente para cada índice de ações utilizado. Já as distribuições Std e Ged são preferíveis à Norm para realizar previsões do VaR.
Rivera, Lee e Mishra (2004)	S&P 500	01/04/1970 a 17/11/2000	MA, EWMA, ARCH, GARCH, IGARCH, TGRARCH, ST-GARCH, EGARCH, QGARCH, ABS-GARCH, LOG-GARCH, SAGARCH e SV	Norm	Os modelos preferidos dependem fortemente da função de perda escolhida pelo pesquisador.
Orhan e Köksal (2012)	Índices do mercado acionário dos seguintes países: Brasil, Turquia, Alemanha e Estados Unidos.	01/01/2006 a 31/08/2009	ARCH, GARCH, IGARCH, AVGARCH, SAGARCH, TGARCH, GJR-GARCH, GJR-PGARCH, EGARCH, PGARCH, NGARCH, AGARCH, NGARCHK, APGARCH, NPGARCH e NPGARCHK	Norm, Std	A especificação ARCH obteve a melhor performance, seguido pelo modelo GARCH(1, 1), e a distribuição Std mostrou-se ligeiramente superior à Norm.
Bucevska (2012)	MBI 10	04/01/2005 a 31/10/2011	GARCH, EGARCH, GJR-GARCH, APARCH e GARCH-M	Norm e Std	O modelo EGARCH, utilizando tanto a distribuição Std quanto a distribuição Norm, e o modelo GJR-GARCH, utilizando a distribuição normal, mostraram-se adequados e com capacidades preditivas semelhantes, sugerindo que existe mais de um modelo adequado para estimar e prever a volatilidade do mercado de ações da Macedônia.

Quadro 1 – Síntese de trabalhos publicados sobre capacidade preditiva de modelos heterocedásticos que serviram como referencial para o desenvolvimento deste estudo.

(conclusão)

<b>Autores</b>	<b>Séries financeiras</b>	<b>Período</b>	<b>Modelos</b>	<b>D.P.E.</b>	<b>Principais resultados</b>
Ali (2013)	Indicador de patógenos na praia de Huntington	Entre os anos de 2006 e 2008	EGARCH, IGARCH, TGARCH, GJR-GARCH, NGARCH, AVGARCH e APARCH	Norm, Std, Ged, SNorm, SGed, SStd e INorm	O modelo TGARCH, utilizando a distribuição Ged, mostrou-se superior, a todos os outros modelos, para capturar a volatilidade do indicador de patógenos.
Wennström (2014)	OMXS30, OMXC20 e OMXH25	02/01/2002 a 15/04/2014	MA, EWMA, ARCH, GARCH, EGARCH e GJR-GARCH	Norm e Std	Não existe um único modelo preferível para prever a volatilidade dos três índices financeiros, com base em todas as quatro funções de perda utilizadas.
Bentes (2015)	Preço do Ouro no mercado mundial	02/08/1976 a 06/02/2015	GARCH, IGARCH e FIGARCH	Norm	O melhor modelo, tanto para capturar as dependências lineares da variância condicional quanto para realizar previsões da volatilidade, foi o modelo FIGARCH com ordem de integração 0,52166.
Bernardi e Catania (2016)	SXP1E, SXA1E, SXXP e SXW1E	31/12/1991 a 24/06/2014	GARCH, EGARCH, APARCH, AVARCH, GJR-GARCH, TGARCH, NGARCH, CGARCH, GAS, SAV e AS	Norm e Std	Durante a crise da dívida soberana europeia os modelos de volatilidade altamente não-lineares foram preferíveis para os índices europeus. Já com relação aos índices da América do Norte e da Ásia, os resultados obtidos das previsões foram bastante homogêneos por ambos os modelos comparados

D.P.E.: Distribuições de Probabilidade Estatística.

Fonte: Elaboração do autor.

Devido à sua importância, estudos empíricos relacionados à mensuração do risco de mercado vêm crescendo nas últimas décadas. Uma atenção especial tem sido dada aos estudos referentes à capacidade preditiva de modelos de volatilidade, pois estes modelos podem ser utilizados para prever e estimar a principal variável dos modelos de mensuração de risco de mercado. O surgimento de novos modelos de volatilidade, assim como o surgimento de novos métodos de avaliação das suas capacidades preditivas, vem alimentando este campo de pesquisa nos últimos anos.

Este estudo propõe-se a contribuir para a literatura existente analisando a capacidade preditiva de uma gama de modelos heterogêneos composta por cinco modelos de volatilidade que podem utilizar oito distribuições de probabilidade estatísticas e assumir valores diferentes para os graus de polinômios  $(p, q)$ . Para que esta tarefa seja realizada, o método proposto neste trabalho busca evidenciar, através da estimação do VaR, qual modelo se adapta melhor às séries financeiras do mercado de capitais dos países emergentes que compõem o termo BRICS. Como diferencial, dos trabalhos relatados, citam-se: a base de dados, os modelos heterocedásticos, as distribuições de probabilidade e o método utilizado de avaliação das previsões do VaR, que tem como intuito apontar qual modelo, entre uma gama de modelos, se ajusta de forma mais adequada possível às séries de dados em referência, diferenciando-se dos métodos tradicionais utilizados nas pesquisas relatadas.

## 6 MÉTODO E BASE DE DADOS

Esta pesquisa tem como intuito comparar a capacidade preditiva de cinco modelos de heterocedasticidade condicional através da estimação do VaR, levando em consideração oito distribuições de probabilidade estatística diferentes. Esta combinação fornece um total de 40 modelos concorrentes heterogêneos, que podem assumir diferentes graus de polinômios ( $p, q$ ). A Tabela 1 apresenta um resumo das combinações, entre os modelos heterocedásticos e as distribuições de probabilidade estatística, que formam os 40 modelos concorrentes.

Tabela 1 – Exposição dos modelos concorrentes, que são formados pela combinação de cinco modelos heterocedásticos e de oito distribuições de probabilidade estatística.

(continua)

<b>Modelo heterocedástico</b>	<b>Distribuição de Probabilidade Estatística</b>	<b>Abreviação</b>
<i>Asymmetric Power ARCH</i>	<i>Generalized Error Distribution</i>	APARCH-Ged
<i>Asymmetric Power ARCH</i>	<i>Generalized Hyperbolic Distribution</i>	APARCH-Ghyp
<i>Asymmetric Power ARCH</i>	<i>Johnson's Su Distribution</i>	APARCH-Jsu
<i>Asymmetric Power ARCH</i>	<i>Normal Distribution</i>	APARCH-Norm
<i>Asymmetric Power ARCH</i>	<i>Skew Generalized Error Distribution</i>	APARCH-SGed
<i>Asymmetric Power ARCH</i>	<i>Skew Normal Distribution</i>	APARCH-SNorm
<i>Asymmetric Power ARCH</i>	<i>Skew Student-t Distribution</i>	APARCH-SStd
<i>Asymmetric Power ARCH</i>	<i>Student-t distribution</i>	APARCH-Std
<i>Component GARCH</i>	<i>Generalized Error Distribution</i>	CGARCH-Ged
<i>Component GARCH</i>	<i>Generalized Hyperbolic Distribution</i>	CGARCH-Ghyp
<i>Component GARCH</i>	<i>Johnson's Su Distribution</i>	CGARCH-Jsu
<i>Component GARCH</i>	<i>Normal Distribution</i>	CGARCH-Norm
<i>Component GARCH</i>	<i>Skew Generalized Error Distribution</i>	CGARCH-SGed
<i>Component GARCH</i>	<i>Skew Normal Distribution</i>	CGARCH-SNorm
<i>Component GARCH</i>	<i>Skew Student-t Distribution</i>	CGARCH-SStd
<i>Component GARCH</i>	<i>Student-t distribution</i>	CGARCH-Std
<i>Exponential GARCH</i>	<i>Generalized Error Distribution</i>	EGARCH-Ged
<i>Exponential GARCH</i>	<i>Generalized Hyperbolic Distribution</i>	EGARCH-Ghyp
<i>Exponential GARCH</i>	<i>Johnson's Su Distribution</i>	EGARCH-Jsu
<i>Exponential GARCH</i>	<i>Normal Distribution</i>	EGARCH-Norm
<i>Exponential GARCH</i>	<i>Skew Generalized Error Distribution</i>	EGARCH-SGed
<i>Exponential GARCH</i>	<i>Skew Normal Distribution</i>	EGARCH-SNorm
<i>Exponential GARCH</i>	<i>Skew Student-t Distribution</i>	EGARCH-SStd
<i>Exponential GARCH</i>	<i>Student-t distribution</i>	EGARCH-Std
<i>GARCH</i>	<i>Generalized Error Distribution</i>	GARCH-Ged
<i>GARCH</i>	<i>Generalized Hyperbolic Distribution</i>	GARCH-Ghyp
<i>GARCH</i>	<i>Johnson's Su Distribution</i>	GARCH-Jsu
<i>GARCH</i>	<i>Normal Distribution</i>	GARCH-Norm
<i>GARCH</i>	<i>Skew Generalized Error Distribution</i>	GARCH-SGed

Tabela 1 – Exposição dos modelos concorrentes, que são formados pela combinação de cinco modelos heterocedásticos e de oito distribuições de probabilidade estatística.

(conclusão)

<b>Modelo heterocedástico</b>	<b>Distribuição de Probabilidade Estatística</b>	<b>Abreviação</b>
<i>GARCH</i>	<i>Skew Normal Distribution</i>	GARCH-SNorm
<i>GARCH</i>	<i>Skew Student-t Distribution</i>	GARCH-SStd
<i>GARCH</i>	<i>Student-t distribution</i>	GARCH-Std
<i>GJR-GARCH</i>	<i>Generalized Error Distribution</i>	GJR-GARCH-Ged
<i>GJR-GARCH</i>	<i>Generalized Hyperbolic Distribution</i>	GJR-GARCH-Ghyp
<i>GJR-GARCH</i>	<i>Johnson's Su Distribution</i>	GJR-GARCH-Jsu
<i>GJR-GARCH</i>	<i>Normal Distribution</i>	GJR-GARCH-Norm
<i>GJR-GARCH</i>	<i>Skew Generalized Error Distribution</i>	GJR-GARCH-SGed
<i>GJR-GARCH</i>	<i>Skew Normal Distribution</i>	GJR-GARCH-SNorm
<i>GJR-GARCH</i>	<i>Skew Student-t Distribution</i>	GJR-GARCH-SStd
<i>GJR-GARCH</i>	<i>Student-t distribution</i>	GJR-GARCH-Std

Fonte: Elaboração do autor.

As séries financeiras utilizadas para alcançar o objetivo proposto referem-se a cinco séries de índices financeiros, que representam o desempenho médio das cotações dos ativos de maior negociabilidade e representatividade dos mercados de ações, dos cinco maiores países emergentes do mundo, conhecidos como BRICS. Os países, cujas letras iniciais de seus nomes compõem o termo BRICS são, respectivamente, Brasil, Rússia, Índia, China e África do Sul (*South Africa*). Deste modo, para indicar o desempenho médio do mercado acionário dos países em questão, os índices financeiros utilizados são representados, respectivamente, por: índice *Bovespa* (Ibov); índice *RTS* (Irts); índice *BSE Sensex 30* (Ibse); índice *SSE* (Isse); e índice *South Africa 40* (Isa40). A Tabela 2 apresenta um resumo dos países e dos seus respectivos índices financeiros do mercado de capitais utilizados neste trabalho.

Tabela 2 – Resumo dos países e dos seus respectivos índices financeiros do mercado de capitais.

<b>País</b>	<b>Índice financeiro do mercado de capitais</b>
Brasil	Índice <i>Bovespa</i> (Ibov)
Rússia	Índice <i>RTS</i> (Irts)
Índia	Índice <i>BSE Sensex 30</i> (Ibse)
China	Índice <i>SSE</i> (Isse)
África do Sul	Índice <i>South Africa 40</i> (Isa40)

Fonte: Elaboração do autor.

Os dados das séries temporais foram coletados no sítio do Yahoo<sup>1</sup> e do Investing.com<sup>2</sup> e correspondem a informações diárias, no período compreendido entre 26 de fevereiro de 2001 e 31 de dezembro de 2015, do preço de fechamento, em pontos, de cada índice financeiro. A escolha da data inicial deve-se à disponibilidade dos dados para todas as cinco séries financeiras utilizadas. Já a data final se justifica pelo período de elaboração deste trabalho. A preferência por estas séries financeiras pode ser justificada pelo propósito de estudar e comparar o comportamento dos modelos econométricos concorrentes dentro dos mercados acionários dos cinco maiores países emergentes, possibilitando uma análise mais realista dentro do cenário em que os países se inserem.

Com relação ao período analisado, verifica-se a existência de: 3.675 observações diárias para a série Ibov; 3.708 observações diárias para a série Irts; 3.670 observações diárias para a série Ibse; 3.590 observações diárias para a série Isse; e 3.703 observações diárias para a série Isa40. A diferença do número de observações entre as séries financeiras pode ser explicada pela divergência, entre os países, de dias em que não houve negociação no mercado acionário. A Tabela 3 apresenta um resumo do período e do número de observações utilizado para cada série temporal.

Tabela 3 – Exposição do período e do número de observações utilizados para cada série temporal financeira.

Série temporal	Período		Número de observações
	Início	Final	
Ibov	26/02/2001	31/12/2015	3.675
Irts	26/02/2001	31/12/2015	3.708
Ibse	26/02/2001	31/12/2015	3.670
Isse	26/02/2001	31/12/2015	3.590
Isa40	26/02/2001	31/12/2015	3.703

Fonte: Elaboração do autor.

Outro ponto a destacar é o de que as séries temporais financeiras podem possuir propriedades estatísticas comuns a outras séries temporais, como, por exemplo, tendências, sazonalidades, pontos influentes e não-linearidade (MORETTIN, 2008, p. 15). Em vista disto, com o intuito de minimizar ou até mesmo eliminar algumas destas características, utilizam-se

<sup>1</sup> Disponível em <<http://finance.yahoo.com/>>.

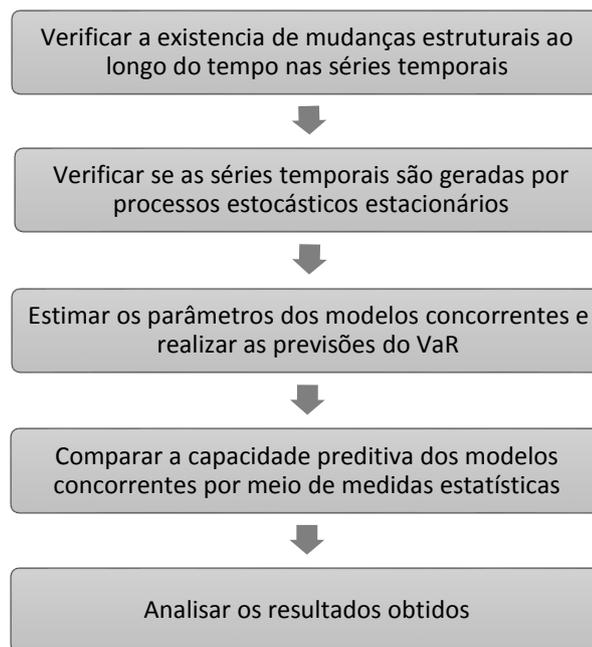
<sup>2</sup> Disponível em <<http://www.investing.com/>>.

dos retornos diários das séries temporais financeiras citadas, que podem ser definidos pela primeira diferença dos logaritmos neperianos dos preços dos índices financeiros, conforme a seguinte expressão matemática:

$$r_t = (\ln(P_t) - \ln(P_{t-1})).100, \quad (18)$$

em que  $P_t$  representa o preço de fechamento em pontos de um determinado índice financeiro no tempo  $t$ . Após a especificação das séries temporais financeiras, inicia-se o método aplicado para que se possa alcançar o objetivo proposto por este trabalho. Este processo é composto por 5 etapas, que estão representadas e resumidas na Figura 1.

Figura 1 – Exposição das etapas que compõem o método utilizado para alcançar o objetivo proposto.



Fonte: Elaboração do autor.

A primeira etapa consiste em analisar se as séries temporais possuem mudanças estruturais ao longo do tempo e, em caso afirmativo, precisa-se escolher um período em que os parâmetros estimados pelos modelos concorrentes sejam válidos para todas as observações da amostra, isto é, um período em que não ocorrem mudanças estruturais ao longo do tempo. Os detalhes da análise de mudanças estruturais nas séries e os testes estatísticos utilizados para este fim são discutidos na seção 6.1.

A segunda etapa consiste em verificar se as séries temporais são geradas por processos estocásticos estacionários, uma vez que a condição de estacionariedade nas séries é indispensável para que seja possível realizar inferências estatísticas para períodos de tempo fora do conjunto de dados observado. Os tipos de processos estacionários e os testes utilizados para a sua verificação estão expostos, em detalhes, na seção 6.2.

Na terceira etapa, estimam-se todos os parâmetros para todos os modelos concorrentes. Em seguida, realizam-se as previsões do VaR para todos os passos à frente, com reajuste dos parâmetros a cada passo. Após todas as previsões serem computadas para todos os passos à frente, inicia-se a quarta etapa, descrita em detalhes na seção 6.3, que consiste na comparação da capacidade preditiva dos modelos concorrentes a partir de medidas estatísticas pré-estabelecidas.

Para que sejam realizadas as etapas 3 e 4, este trabalho faz uso do software livre R<sup>3</sup>, versão 3.2.4 *Revised*, e de um código-fonte de programação próprio, desenvolvido pelo autor e exposto no Apêndice B. Por fim, a quinta e última etapa compreende a fase de análise dos resultados obtidos pelos modelos concorrentes. Nas seções subsequentes, todas estas etapas são discutidas com maiores particularidades.

## 6.1 QUEBRA ESTRUTURAL

Ao especificar um modelo econométrico, assume-se que os seus pressupostos se aplicam a todas as observações da amostra dos dados. Os parâmetros estimados pelo modelo não podem ser divergentes em diferentes subconjuntos da amostra, isto é, a série temporal não pode apresentar mudanças estruturais na relação entre os parâmetros estimados pelo modelo econométrico, pois, caso presente, o modelo estimado torna-se inapropriado para realizar inferências sobre todos os períodos da série temporal utilizada (GREENE, 2003, p. 130).

Neste trabalho, para verificar a presença de mudanças estruturais nas séries temporais utilizadas, realizam-se duas classes de testes diferentes. A primeira classe refere-se a estrutura de testes de flutuações generalizadas e é representada pelos testes de *Cumulative Sum Control Chart* (CUSUM), desenvolvido por Brown, Durbin e Evans (1975), e *Moving Sums of Residuals* (MOSUM), proposto por Bauer e Hackl (1978). A segunda classe refere-se aos testes baseados na estatística F e é representada pelos testes: *supF*, desenvolvido por Andrews (1993),

---

<sup>3</sup> Disponível em <[http:// www.R-project.org />](http://www.R-project.org/).

e  $aveF$  e  $expF$ , propostos por Andrews e Ploberger (1994). Nesta seção, as duas classes de testes de mudanças estruturais são discutidas sucintamente.

### 6.1.1 Testes de flutuações generalizadas

Os testes de flutuações generalizadas ajustam um modelo, com os dados apresentados, e derivam um processo empírico que captura a flutuação com base nos resíduos ou nas estimações do modelo econométrico. O processo CUSUM, que contém as somas acumuladas dos resíduos padronizados, representa um caso em que a ideia subjacente é testar a estabilidade do modelo econométrico por meio dos seus resíduos. O CUSUM representa um teste mais geral, uma vez que não requer uma especificação prévia de quando pode ter ocorrido uma alteração estrutural na série temporal (GREENE, 2003, p. 135). Formalmente, o teste CUSUM pode ser definido pela seguinte expressão:

$$W_n(t) = \frac{1}{\tilde{\sigma}\sqrt{\eta}} \sum_{i=k+1}^{k+\lfloor t\eta \rfloor} \tilde{\mu}_i, \quad (19)$$

em que  $0 \leq t \leq 1$ ,  $\mu_i$  expõe os resíduos recursivos,  $\tilde{\sigma}$  é a variância estimada,  $n$  é o tamanho da amostra,  $k$  é o número de parâmetros do modelo,  $\eta = n - k$  representa o número de resíduos recursivos e  $\lfloor \cdot \rfloor$  expõe a parte inteira de  $\cdot$ . Na hipótese nula, o processo limitante para as flutuações empíricas,  $W_n(t)$ , é o movimento Browniano padrão,  $W(t)$ , em que o Teorema Central do Limite Funcional segue  $W_n \Rightarrow W$ , com  $n \rightarrow \infty$ , em que representa uma fraca convergência das medidas de probabilidade associadas. Já na hipótese alternativa, se existir um único ponto de mudança estrutural, dito  $t_0$ , os resíduos recursivos só terão média zero até o ponto  $t_0$  (BROWN; DURBIN; EVANS, 1975).

Outra possibilidade de detectar mudanças estruturais em séries temporais é analisar a soma dos resíduos em movimento. O processo MOSUM representa a soma de um número fixo de resíduos dentro de uma janela de dados que é determinada pelo parâmetro de largura de banda  $h \in (0, 1)$ . Esta janela de dados se move ao longo de todo o período da amostra. Formalmente, o processo MOSUM pode ser definido pela seguinte expressão:

$$M_n(t|h) = \frac{1}{\tilde{\sigma}\sqrt{\eta}} \sum_{i=k+\lfloor N_\eta t \rfloor + 1}^{k+\lfloor N_\eta t \rfloor + \lfloor \eta h \rfloor} \tilde{\mu}_i, \quad (20)$$

em que  $0 \leq t \leq 1 - h$ ,  $\mu_i$  expõe os resíduos recursivos,  $\tilde{\sigma}$  é a variância estimada,  $n$  é o tamanho da amostra,  $k$  é o número de parâmetros do modelo,  $\eta = n - k$  representa o número de resíduos recursivos,  $\lfloor \cdot \rfloor$  expõe a parte inteira de  $\cdot$  e  $M_n(t|h)$  pode ser representado por  $W_n\left(\frac{\lfloor N_\eta t \rfloor + \lfloor \eta h \rfloor}{\eta}\right) - W_n\left(\frac{\lfloor N_\eta t \rfloor}{\eta}\right)$ , onde  $N_\eta = (\eta - \lfloor \eta h \rfloor)/(1 - h)$ . Os processos limitantes para o processo MOSUM são os incrementos de um movimento Browniano ou uma ponte Browniana e, como no processo CUSUM, se ocorrer uma simples mudança estrutural em  $t_0$ , ocorrerá uma forte mudança em torno de  $t_0$ , representando uma mudança estrutural na série de dados (BAUER; HACKL, 1978).

### 6.1.2 Testes baseados na estatística F

Uma maneira alternativa de verificar a presença de mudanças estruturais em séries temporais é testar a hipótese nula,  $H_0$ , da não existência de mudança estrutural na série, com base na estatística F. Uma diferença importante sobre os testes baseados na estatística F é que a hipótese alternativa é especificada, isto é, os testes são designados para testar  $H_0$  contra uma única potencial mudança estrutural escolhida (CHOW, 1960) ou contra todas as potenciais mudanças estruturais dentro de um intervalo de dados, dito  $[\underline{l}, \bar{l}]$  (GREENE, 2003, p. 139).

O primeiro passo para verificar a presença de mudanças estruturais em um intervalo  $[\underline{l}, \bar{l}]$  é calcular a estatística F para  $k < \underline{l} \leq i \leq \bar{l} < n - k$ , em que  $n$  é o tamanho da amostra e  $k$  é o número de parâmetros do modelo econométrico. Logo após, precisa-se agregar a estatística F em uma estatística de teste. Andrews (1993) e Andrews e Ploberger (1994) propuseram três diferentes estatísticas de teste que são representadas pelas seguintes expressões:

$$\sup F = \sup_{\underline{l} \leq i \leq \bar{l}} F_i, \quad (21)$$

$$\text{ave} F = \frac{1}{\bar{l} - \underline{l} + 1} \sum_{i=\underline{l}}^{\bar{l}} F_i, \quad (22)$$

$$\exp F = \log \left( \frac{1}{\bar{i} - \underline{i} + 1} \sum_{i=\underline{i}}^{\bar{i}} \exp(0,5 \cdot F_i) \right). \quad (23)$$

A estatística  $\sup F$  é simplesmente o supremo da estatística F individual, a estatística  $\text{ave} F$  é a média das estatísticas F individuais e a estatística  $\exp F$  representa uma função exponencial natural das estatísticas F individuais. Deste modo, as estatísticas  $\sup F$  e a  $\text{ave} F$  rejeitam a hipótese nula,  $H_0$ , da não existência de mudança estrutural na série, quando, respectivamente, o supremo ou a média da estatística F for muito elevado. Já a estatística  $\exp F$  rejeita  $H_0$  quando o valor da estatística F for grande (ANDREWS; PLOBERGER, 1994).

Após a especificação das observações das séries temporais financeiras, precisa-se analisar se as mesmas são geradas por processos estocásticos estacionários, pois, caso não sejam, será impossível realizar inferências estatísticas para períodos de tempo fora do conjunto de dados observado. A descrição de um processo estocástico estacionário e os testes utilizados para a sua identificação são discutidos na seção subsequente.

## 6.2 PROCESSOS ESTOCÁSTICOS ESTACIONÁRIOS

A estacionariedade desempenha um papel central na análise de séries temporais, uma vez que representa um caminho natural para substituir a hipótese de que as observações são uma sequência de variáveis aleatórias independentes e identicamente distribuídas (i.i.d.). Um processo  $(X_t)$  é dito estritamente estacionário se os vetores  $(X_1, \dots, X_k)'$  e  $(X_{1+h}, \dots, X_{k+h})'$  possuem a mesma distribuição conjunta para qualquer  $k \in \mathbb{N}$  e para qualquer  $h \in \mathbb{Z}$  (FRANCQ; ZAKOIAN, 2010, p. 01). O conceito de estacionariedade estrita exige que todos os momentos da sua distribuição de probabilidade não variem com o tempo. Um conceito um pouco menos rigoroso, e suficiente para este estudo, é o de estacionariedade de segunda ordem. Um processo  $(X_t)$  é dito estacionário de segunda ordem se: (a)  $EX_t^2 < \infty, \forall t \in \mathbb{Z}$ ; (b)  $EX_t = \mu, \forall t \in \mathbb{Z}$ ; e (c)  $Cov(X_t, X_{t+h}) = \gamma x(h), \forall t, h \in \mathbb{Z}$ . Seguindo estes pressupostos, as observações da série temporal tendem a retornar para a sua média e as flutuações ao redor da média tendem a apresentar uma amplitude mais ou menos constante, viabilizando a realização de inferências estatísticas sobre o conjunto de dados (FRANCQ; ZAKOIAN, 2010, p. 02).

Para verificar se as séries temporais apresentam desvios aparentes da condição de estacionariedade, este estudo utiliza-se dos seguintes testes de raiz unitária: (a) *Augmented Dickey–Fuller* (ADF), desenvolvido por Dickey e Fuller (1981); e (b) *Kwiatkowski–Phillips–*

*Schmidt–Shin* (KPSS), desenvolvido por Kwiatkowski, Phillips, Schmidt e Shin (1992). Os testes de raiz unitária, em geral, supõem que a série temporal possa ser representada por um processo auto-regressivo de primeira ordem, dito  $AR(1)$ , expresso por  $X_t - \mu = \phi_1(X_{t-1} - \mu) + \varepsilon_t$ , em que  $X_1, \dots, X_n$  são observações do modelo  $AR(1)$ ,  $(\varepsilon_t) \sim RB(0, \sigma^2)$ ,  $|\phi_1| < 1$  e  $\mu = EX_t$ . Para um conjunto  $n$  grande, o estimador  $\hat{\phi}_1$  de  $\phi_1$ , pelo método de máxima verossimilhança, deve ser, aproximadamente,  $N(\phi_1, (1 - \phi_1^2)/n)$ , entretanto, na presença de raiz unitária na série, esta aproximação não é aplicável, mesmo em grandes amostras, evidenciando uma situação de não-estacionariedade (BROCKWELL; DAVIS, 2002, p. 194).

Se uma série temporal específica, representada por um conjunto de observações  $\{X_1, \dots, X_n\}$ , seguir um processo estocástico linear não-estacionário, precisa-se transformar os dados para gerar uma nova série que possua as propriedades de estacionariedade. Este processo de transformação pode ser alcançado pelo método de diferenciação. O número de diferenças necessárias para tornar uma série estacionária é denominado ordem de integração e é representado por  $d$  (HANSEN, 2015, p. 314). Na sequência, os dois testes de raiz unitária utilizados para verificar a estacionariedade das séries estudadas são discutidos brevemente.

### 6.2.1 *Augmented Dickey–Fuller* (ADF)

Uma abordagem intuitiva para detectar a presença de raiz unitária na série temporal é o teste *Augmented Dickey–Fuller* (ADF), desenvolvido por Dickey e Fuller (1981). O teste ADF supõe que uma série, representada por  $\{X_t\}$ , segue um processo auto-regressivo de ordem  $p$ , dito  $AR(p)$ , com média  $\mu$ , expresso por:  $X_t - \mu = \phi_1(X_{t-1} - \mu) + \dots + \phi_p(X_{t-p} - \mu) + \varepsilon_t$ , em que  $(\varepsilon_t) \sim RB(0, \sigma^2)$ . Para facilitar a análise, este modelo pode ser reescrito pela seguinte expressão matemática:

$$\Delta X_t = \phi_0 + \phi_1^* X_{t-1} + \phi_2^* \Delta X_{t-1} + \dots + \phi_p^* \Delta X_{t-p+1} + \varepsilon_t, \quad (24)$$

cujo  $\phi_0 = \mu(1 - \phi_1 - \dots - \phi_p)$ ,  $\phi_1^* = \sum_{i=1}^p \phi_i - 1$  e  $\phi_j^* = \sum_{i=j}^p \phi_i, \forall j = 2, \dots, p$ . O teste ADF testa a hipótese de existência de raiz unitária na série,  $H_0 : \phi_1 = 1$ , contra a hipótese alternativa de ausência de raiz unitária,  $H_1 : \phi_1 < 1$ . Caso o polinômio auto-regressivo contenha uma raiz unitária, então  $\phi(1) = 0$ , isto é,  $1 - \phi_1 - \dots - \phi_p = 0$ , e, com isso,  $\phi_1^* = 0$ , o que evidencia que a série  $\{X_t\}$  não segue um processo estacionário. Note que, testar a hipótese de existência de raiz unitária no polinômio auto-regressivo torna-se equivalente a testar

a hipótese de que  $\phi_1^* = 0$  (BROCKWELL; DAVIS, 2002, p. 195). Vale ressaltar que se o conjunto de dados  $\{X_t\}$  seguir um processo não-estacionário, a distribuição do teste ADF passa a divergir da distribuição  $t$ , até mesmo para grandes amostras, tornando-se necessário a utilização da estatística  $\tau$  para testar as hipóteses do teste ADF. Para maiores detalhes, ver Dickey e Fuller (1979).

### 6.2.2 Kwiatkowski–Phillips–Schmidt–Shin (KPSS)

O teste KPSS, desenvolvido por Kwiatkowski, Phillips, Schmidt e Shin (1992), veio como uma abordagem alternativa ao teste ADF. No teste KPSS o processo gerador de dados pode ser derivado a partir do modelo  $X_t = \beta' \mathbf{D}_t + z_t + u_t$ , em que  $z_t = z_{t-1} + \varepsilon_t$ ,  $(\varepsilon_t) \sim RB(0, \sigma^2)$ ,  $\mathbf{D}_t$  contém componentes determinísticos e  $u_t$  é um processo estacionário. Note que  $z_t$  é um passeio aleatório puro com variância  $\sigma^2$  e se essa variância for nula, o processo pode ser definido como estacionário (ZIVOT; WANG, 2006, p. 129). Assim, o teste KPSS testa a hipótese nula de que a série  $X_t$  seja estacionária,  $H_0 : \sigma^2 = 0$ , contra a hipótese alternativa de que a série seja não-estacionária,  $H_1 : \sigma^2 > 0$ . Para testar as hipóteses, o teste KPSS utiliza o multiplicador de Lagrange conforme a equação:

$$KPSS = \left( T^{-2} \sum_{t=1}^T \hat{S}_t^2 \right) / \hat{\lambda}^2, \quad (25)$$

em que  $\hat{S}_t^2 = \sum_{j=1}^t \hat{\mu}_j$ ,  $\hat{\mu}_t$  representa os resíduos da regressão de  $X_t$  com  $\mathbf{D}_t$ , e  $\hat{\lambda}^2$  é um estimador consistente da variância de longo prazo de  $\mu_t$  usando  $\hat{\mu}_t$  (ZIVOT; WANG, 2006, p. 130). Se  $X_t$  seguir um processo não-estacionário, então o numerador da equação vai crescer sem limites e o teste resultará em um valor elevado, tornando impossível não rejeitar a hipótese nula. Após verificar que os parâmetros dos modelos econométricos estimados aplicam-se a todas as observações da amostra dos dados escolhida e que estas observações seguem um processo estocástico estacionário, pode-se dar sequência ao trabalho, estimando todos modelos concorrentes e comparando as suas capacidades preditivas.

### 6.3 COMPARAÇÃO DA CAPACIDADE PREDITIVA DE MODELOS CONCORRENTES

Cada série temporal completa é composta de um número  $T$  de observações e é representada por  $X_1, X_2, \dots, X_T$ . O número total de observações se divide em dois subconjuntos:  $\{X_1, X_2, \dots, X_n\}$  e  $\{X_{n+1}, X_{n+2}, \dots, X_T\}$ , em que  $n$  representa o início da previsão. O primeiro subconjunto refere-se ao período denominado dentro da amostra, em que os parâmetros dos modelos concorrentes são estimados. O segundo subconjunto refere-se ao período denominado fora da amostra, em que as previsões dos modelos concorrentes são realizadas e avaliadas. Após a divisão da amostra, o processo de previsão e de avaliação da previsão para fora da amostra se inicia com os seguintes passos:

1. Define-se  $z = n$  para ser o ponto de origem da previsão. Logo após, estimam-se os parâmetros dos modelos concorrentes usando o subconjunto  $\{X_1, X_2, \dots, X_z\}$ .
2. Realiza-se a previsão para um passo à frente, para cada modelo concorrente, usando os seus parâmetros estimados no passo (1).
3. Aumenta-se a origem da previsão em uma observação ( $z = z + 1$ ) e recomeça-se o processo no passo (1). Este procedimento é repetido até que se chegue na última observação disponível da série temporal, em que a origem da previsão  $z$  seja igual ao ponto  $T$ .

Conhecidos os passos do processo de previsão, realizam-se previsões para 50 passos à frente com reajuste dos parâmetros a cada passo para todos os modelos concorrentes. A escolha de 50 observações para o período para fora da amostra estabeleceu-se de forma arbitrária, justificando-se por apresentar um número suficiente, sem prejudicar o período de estimação dos parâmetros, para mensurar o desempenho de previsão dos modelos. Uma vez que os modelos heterocedásticos utilizados, para realizar previsões, referem-se a processos que podem ser representados por diferentes graus de polinômios  $(p, q)$ , neste trabalho, respeitam-se as seguintes limitações:  $1 \geq p \geq 2$  e  $1 \geq q \geq 2$ . Estas limitações impostas fazem com que o número total de modelos concorrentes seja limitado em 160, o que resulta em uma matriz com um total de 8.000 previsões estimadas para cada série temporal utilizada. Totalizando, para todas as cinco séries temporais, 40.000 previsões.

Uma vez definida a especificação dos modelos heterocedásticos, os seus graus de polinômios e a suas distribuições do termo de erro, realizam-se as previsões para todos os modelos concorrentes. Após todas as previsões serem computadas para todos os passos à frente, inicia-se a comparação da capacidade preditiva dos modelos a partir de uma medida estatística estabelecida. A escolha desta medida estatística irá depender das preferências e da utilização pretendida das previsões, pois não existe um critério universal para selecionar o melhor modelo entre os modelos concorrentes (HANSEN; LUNDE, 2005). Neste trabalho, em vez da utilização de uma só medida estatística, utilizam-se três funções de perda para avaliação do desempenho de previsão dos modelos: *Mean Squared Error* (MSE), *Root Mean Square Error* (RMSE) e *Mean Absolute Deviation* (MAD). As suas expressões matemáticas são descritas a seguir:

$$MSE = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n (\hat{X}_t - X_t)^2; \quad (26)$$

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{t=1}^n (\hat{X}_t - X_t)^2}; \quad (27)$$

$$MAD = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n |\hat{X}_t - X_t|; \quad (28)$$

em que  $\hat{X}_t$  é o vetor de  $n$  previsões no tempo  $t$  e  $X_t$  é o vetor dos valores observados no tempo  $t$  que correspondem às entradas para a função que gerou as previsões. A função *MAD* (28) foi sugerida por Hansen e Lunde (2005) e as funções *MSE* (26) e *RMSE* (27) foram sugeridas por Bollerslev, Engle e Nelson (1994). A função *MAD* é considerada uma medida robusta para valores anormalmente extremos, conhecidos como *outliers*, pois a sua função atribui pesos iguais tanto para um grande desvio de tamanho  $x$ , quanto para vários desvios pequenos que somam  $x$ . Em contrapartida, a função *MSE* atribui um peso maior aos grandes desvios do que à soma equivalente de pequenos desvios, pois eleva as diferenças individuais ao quadrado. Por fim, a função *RMSE* é similar a *MSE*, porém com a vantagem de apresentar valores dos desvios nas mesmas dimensões da variável analisada. Percebe-se que as funções de perda utilizadas possuem como intuito avaliar a qualidade das previsões obtidas pelos modelos concorrentes por

meio do cálculo do erro das previsões. Sendo assim, o modelo que fornecer os menores valores para as funções estabelecidas possuirá a melhor capacidade preditiva.

## 7 EVIDÊNCIAS EMPÍRICAS

Nesta seção, as evidências empíricas da performance de previsão do VaR, para os índices financeiros dos cinco países emergentes que compõem o termo BRICS, por meio dos modelos heterocedásticos concorrentes, são examinadas em detalhes. Inicia-se expondo, através da Figura 2, a evolução dos valores do preço de fechamento ao longo do tempo, em pontos e em primeira diferença dos logaritmos neperianos, para cada índice financeiro em estudo, no período compreendido entre 26 de fevereiro de 2001 e 31 de dezembro de 2015. Nota-se que as séries Ibov, Irts, Ibse, Isse e Isa40 apresentaram uma valorização nominal expressiva, totalizando, respectivamente, 172,80%, 353,81%, 535,05%, 81,06% e 419,90% no acumulado do período total. No entanto, a evolução destes crescimentos nominais mostrou-se bastante volátil ao longo do tempo, exibindo um comportamento com grandes oscilações de valores.

No ano de 2008, provavelmente pelo efeito da crise financeira mundial, percebe-se a existência de variações negativas expressivas nos preços de fechamento de todos os índices financeiros, levando-os a grandes desvalorizações em um período relativamente curto de tempo. As intensidades destas desvalorizações podem ser verificadas por meio dos vales deixados pelos gráficos dos índices no período em questão. Já a velocidade com que ocorreram as desvalorizações pode ser associada a um possível efeito de pânico nos mercados financeiros, que pode ser identificado pelo aumento da volatilidade no período.

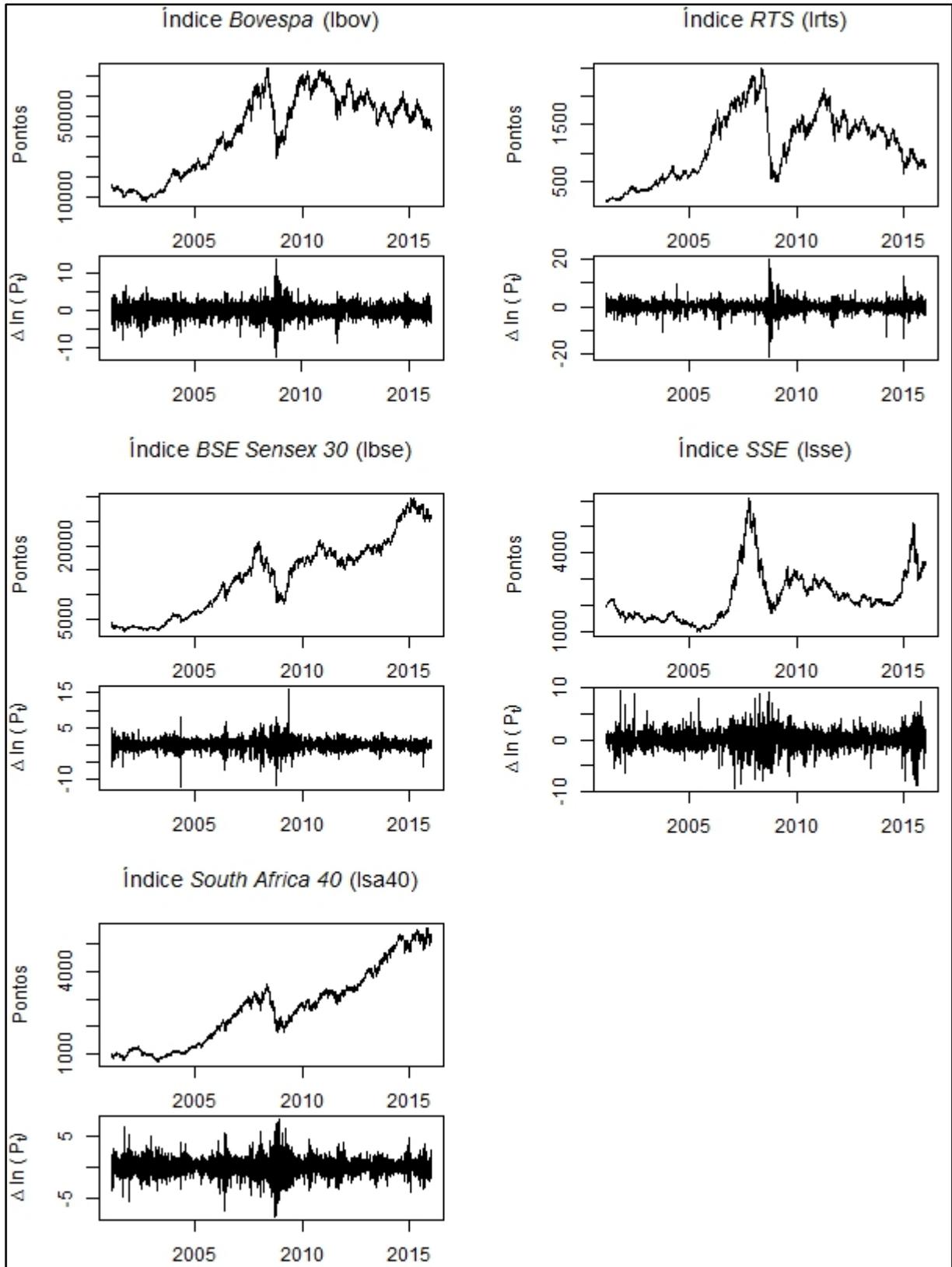
Embora tenham apresentado uma queda significativa dos seus valores no ano de 2008, no acumulado do período total estudado, os índices financeiros apresentaram um crescimento nominal acentuado, porém com comportamentos distintos entre eles ao longo do tempo. O Ibov apresentou um crescimento expressivo, de forma gradual e consistente, de 26 de fevereiro de 2001 até 20 de maio de 2008, totalizando 362,63% de valorização no acumulado do período. Logo após esta data, o Ibov iniciou uma forte trajetória decrescente de valor que se prolongou até 27 de outubro de 2008, representando 59,96% de desvalorização em apenas 113 dias de negociação. A queda acentuada do Ibov em um curto período de tempo fez com que o seu valor se distanciasse expressivamente do seu valor médio de negociação, o que pode ter sido a explicação para que o índice iniciasse, após o dia 27 de outubro de 2008, uma nova trajetória de valorização e recuperação do seu valor perdido nos últimos dias deste período. Esta nova tendência de alta formada foi interrompida em 04 de novembro de 2010, data em que o Ibov deu início a uma nova tendência decrescente de valor, desta vez menos intensa do que a verificada em 2008, que perdurou até o final do período estudado.

Com relação ao Irts, percebe-se um comportamento similar ao do Ibov, porém com variações muito mais intensas e expressivas ao longo dos anos. O Irts apresentou um crescimento muito acelerado no período compreendido entre os dias 26 de fevereiro de 2001 e 19 de maio de 2008, totalizando 1.391,38% de valorização nominal no acumulado do período. Logo após esta data, também deu início a uma tendência forte de baixa de preços que durou até 23 de janeiro de 2009, representando 79,98% de desvalorização em apenas 168 dias de negociação. Posteriormente, o índice estabeleceu uma tendência de recuperação, que persistiu até 08 de abril de 2011, do seu valor perdido e, em seguida, estabeleceu uma nova tendência de desvalorização que se preservou até 31 de dezembro de 2015.

Diferentemente do comportamento dos índices Ibov e Irts, o Ibse apresentou uma tendência de alta ao longo de todo o período analisado. O primeiro período de crescimento expressivo dos preços deu-se entre os dias 26 de fevereiro de 2001 e 08 de janeiro de 2008, totalizando 407,53% de valorização nominal no acumulado do período. Logo após esta data, o Ibse refletiu o período em que ocorreram perturbações nos mercados financeiros, provavelmente, ocasionado pela crise financeira mundial, iniciando uma trajetória decrescente de valor, até 09 de março de 2009, que totalizou 60,91% de desvalorização nominal em 285 dias de negociação. Posteriormente, percebe-se que o Ibse deu início a uma nova trajetória de valorização que persistiu até o final do período estudado.

Em referência a série do Isse, nota-se um comportamento com movimentos de altas e baixas de preços bastante significativos em determinados períodos do tempo. O Isse começou expondo uma trajetória decrescente de valor, entre os dias 26 de fevereiro de 2001 e 11 de julho de 2005, que resultou em 48,25% de desvalorização nominal no acumulado do período. Logo em seguida, o índice estabeleceu uma tendência forte de valorização dos preços, acumulando, até 16 de outubro de 2007, um total de 502,28% de valorização nominal. No entanto, grande parte dessa forte valorização dos últimos anos foi revertida na tendência de baixa de preços que a sucedeu. Entre o período de 16 de outubro de 2007 e 04 de novembro de 2008, o Isse desvalorizou-se, nominalmente, em 71,98%. Posteriormente, o índice apresentou uma trajetória sem grandes movimentos de altas ou de baixas em seu preço até o ano de 2014, em que estabeleceu uma segunda trajetória forte de valorização que continuou até o final do período total estudado.

Figura 2 – Evolução dos valores do preço de fechamento, em pontos e em primeira diferença dos logaritmos neperianos, de cada índice financeiro em estudo, no período compreendido entre 26 de fevereiro de 2001 e 31 de dezembro de 2015.



Fonte: Elaboração do autor.

Por fim, a trajetória de valorização do Isa40 assemelha-se com o comportamento verificado na série do Ibse, porém de forma mais consistente e com menos volatilidade ao longo dos anos. No período compreendido entre 26 de fevereiro de 2001 e 31 de dezembro de 2015, o Isa40 apresentou somente uma queda expressiva do seu valor, que ocorreu entre as datas de 22 de maio de 2008 e 20 de novembro de 2008 e durou 129 dias de negociação, representando 49,21% de desvalorização nominal no período. Logo em seguida, o Isa40 retomou a sua trajetória de valorização que se conservou até 31 de dezembro de 2015.

Após a inspeção visual do comportamento da evolução dos valores dos preços de fechamento dos cinco índices financeiros, foi realizada a análise sobre a existência de mudanças estruturais ao longo do tempo em todas as séries financeiras. Os resultados dos cinco testes estatísticos aplicados para este fim estão expostos na Tabela 4.

Tabela 4 – Estatísticas dos testes *Cumulative Sum Control Chart* (CUSUM), *Moving Sums of Residuals* (MOSUM), *supF*, *aveF* e *expF* para as séries temporais financeiras.

Série temporal	CUSUM		MOSUM		<i>supF</i>		<i>expF</i>		<i>aveF</i>	
	Est.	p-valor	Est.	p-valor	Est.	p-valor	Est.	p-valor	Est.	p-valor
Ibov	26,261	< 0,010	14,412	0,010	14.078,000	< 0,010	∞	NA	4.575,300	< 0,010
Irts	22,165	< 0,010	13,374	0,010	5.747,100	< 0,010	∞	NA	1.511,800	< 0,010
Ibse	24,807	< 0,010	14,110	0,010	8.895,000	< 0,010	∞	NA	4.728,200	< 0,010
Isse	20,108	< 0,010	10,776	0,010	3.222,900	< 0,010	∞	NA	760,920	< 0,010
Isa40	23,870	< 0,010	15,761	0,010	6.875,200	< 0,010	∞	NA	4.892,200	< 0,010

NA: Não se aplica.

Fonte: Elaboração do autor.

Percebe-se que todos os testes aplicados, com exceção do teste *expF* que não pode ser calculado com precisão devido à sua função exponencial explosiva, rejeitam a hipótese nula da não existência de mudanças estruturais ao longo do tempo. Estes resultados evidenciam que os parâmetros dos modelos econométricos estimados são inapropriados para realizarem inferências estatísticas para todos os períodos das séries temporais estudadas. Deste modo, precisa-se identificar quantas mudanças estruturais ocorreram ao longo do tempo nas séries financeiras e definir em qual período devem ser realizadas as previsões do VaR utilizando os modelos concorrentes.

A identificação do número de mudanças estruturais foi realizada através da estatística da *Residual Sum of Square* (RSS) e do critério de informação *Bayes Information Criterion* (BIC), uma vez que não existe um número verdadeiro de mudanças estruturais em cada série e sim um número de mudanças que se aproxima da realidade mas que causa perdas de

informações. Logo, o número de mudanças estruturais que apresenta menores perdas de informações, isto é, os menores valores para a estatística da RSS e do critério BIC, foi o número escolhido para ser utilizado neste trabalho por ser o mais próximo da realidade. Os resultados das estatísticas calculadas para todas as séries financeiras estão em evidência na Tabela 5.

Tabela 5 – Estatísticas da *Residual Sum of Square* (RSS) e do *Bayes Information Criterion* (BIC) para as séries temporais financeiras.

Estatísticas	Número de Mudanças Estruturais					
	0	1	2	3	4	5
<b>Ibov</b>						
RSS	13.480.000	2.790.000	1.897.000	1.647.000	<b>1.296.000</b>	1.343.000
BIC	82.920	77.150	75.740	75.240	<b>74.380</b>	74.520
<b>Irts</b>						
RSS	12.170	4.772	3.381	2.950	2.507	<b>2.076</b>
BIC	57.640	54.180	52.920	52.430	51.840	<b>51.160</b>
<b>Ibse</b>						
RSS	2.091.000	610.600	267.300	174.300	<b>146.700</b>	157.100
BIC	75.970	71.470	68.450	66.900	<b>66.290</b>	66.550
<b>Isse</b>						
RSS	32.840	17.300	14.540	14.200	13.260	<b>12.970</b>
BIC	59.480	57.200	56.590	56.520	56.290	<b>56.230</b>
<b>Isa40</b>						
RSS	68.640	24.020	6.319	3.946	3.574	<b>3.460</b>
BIC	63.970	60.100	55.170	53.440	53.090	<b>52.990</b>

RSS: Residual Sum of Squares [100.000]

BIC: Bayes Information Criterion

Fonte: Elaboração do autor.

Uma vez que os menores valores obtidos pelas estatísticas RSS e BIC evidenciam o número mais provável de mudanças estruturais que ocorreram em cada série financeira no período estudado, percebe-se, por meio da Tabela 5, que a melhor escolha para as séries Ibov, Irts, Ibse, Isse e Isa40 se refere, respectivamente, a 4, 5, 4, 5 e 5 mudanças estruturais. As datas em que ocorreram estas quebras no comportamento dos parâmetros dos modelos econométricos estão expostas na Tabela 6.

Tabela 6 – Datas em que ocorreram as mudanças estruturais identificadas em cada série temporal.

Série temporal	Mudanças Estruturais				
	1	2	3	4	5
Ibov	13/09/2004	01/12/2006	09/09/2009	11/05/2012	NA
Irts	14/08/2003	18/01/2006	22/08/2008	18/11/2010	10/10/2013
Ibse	27/11/2003	20/02/2006	04/09/2009	26/09/2013	NA
Isse	05/06/2003	04/12/2006	23/02/2009	08/07/2011	27/09/2013
Isa40	02/04/2004	28/06/2006	15/09/2008	02/12/2010	08/08/2013

NA: Não se aplica.

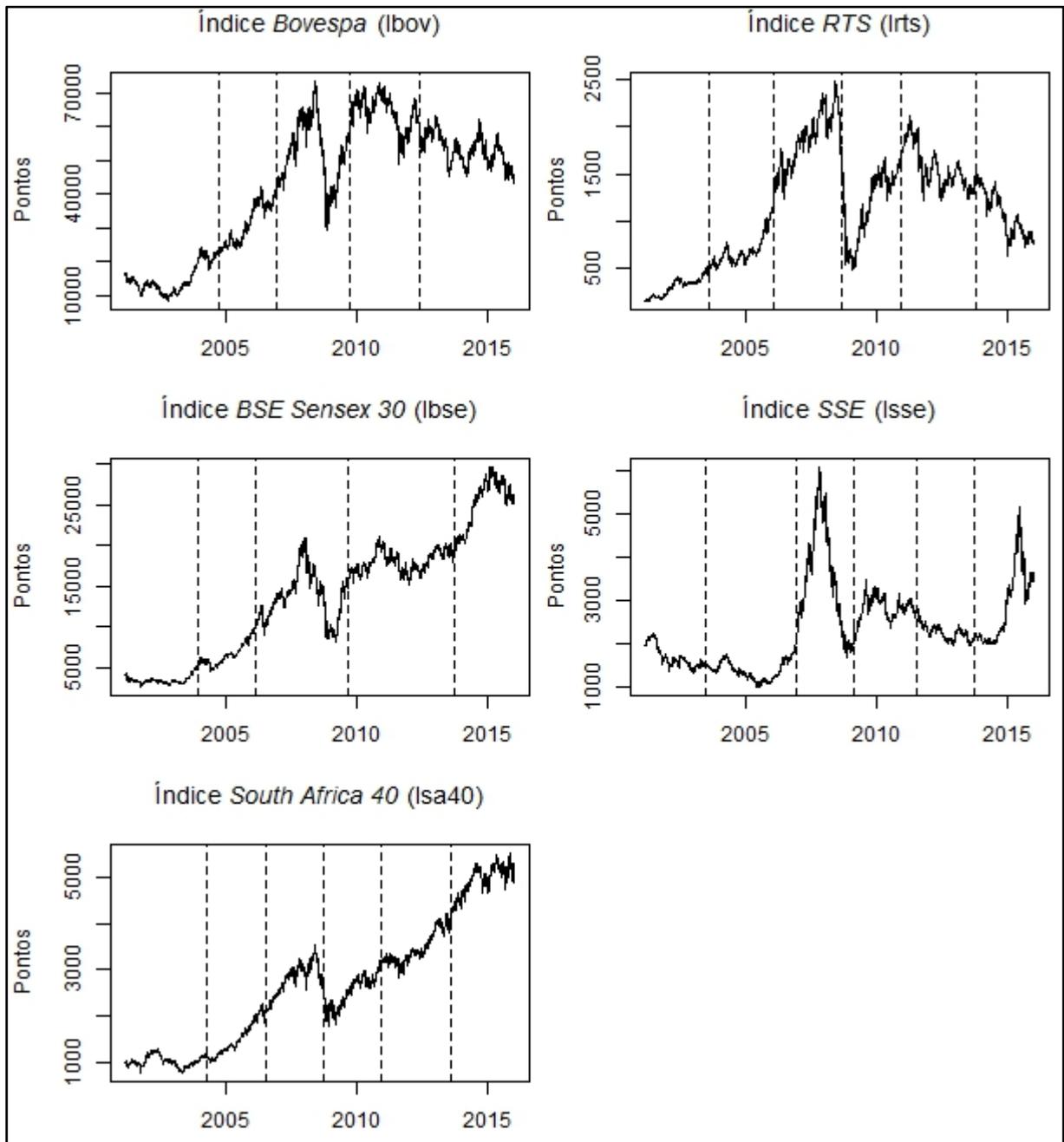
Fonte: Elaboração do autor.

Nota-se que algumas séries apresentaram mudanças estruturais em datas próximas, refletindo, possivelmente, mudanças financeiras globais ou, talvez, a existência de um efeito de contágio entre os índices financeiros estudados. Vale ressaltar que um determinado choque local na estrutura econômica de um país nem sempre provoca mudanças estruturais significativas, estatisticamente, nas séries temporais de seus índices financeiros. Além disso, mudanças no comportamento de um índice financeiro podem não estar relacionadas com fatos locais de natureza econômica e sim com fatos de natureza econômica de outros países, devido à existência de uma forte integração entre os mercados mundiais.

Deste modo, embora as mudanças no comportamento dos parâmetros possam estar relacionadas à ocorrência de fatos de natureza econômica, locais ou globais, foge do escopo deste trabalho apontá-los ou discuti-los, uma vez que a identificação da ocorrência de mudanças estruturais nas séries temporais de forma estatística é suficiente e preferível para que se possa estimar, de forma adequada, os parâmetros dos modelos concorrentes e, com isso, alcançar o objetivo proposto de realizar uma comparação das capacidades preditivas dos modelos heterocedásticos de forma adequada.

Realizar associações entre as mudanças estruturais estatisticamente identificadas nas séries temporais com a ocorrência de fundamentos econômicos mostra-se ímproba e desnecessária, pois as mudanças identificadas estatisticamente demonstram, através do comportamento das séries temporais, que, nas datas apontadas, os parâmetros estimados pelos modelos sofreram alterações, tornando inviável, independente da conjuntura econômica, a utilização destes períodos de forma integral. A Figura 3 expõe, graficamente, os pontos em que ocorreram as mudanças estruturais apontadas no período compreendido entre 26 de fevereiro de 2001 e 31 de dezembro de 2015, para cada índice financeiro.

Figura 3 – Evolução dos valores do preço de fechamento, em pontos, de cada índice financeiro estudado e os seus respectivos pontos de mudanças estruturais identificados (destacados pelas linhas verticais), no período compreendido entre 26 de fevereiro de 2001 e 31 de dezembro de 2015.



Fonte: Elaboração do autor.

Uma vez que os parâmetros estimados pelos modelos não podem ser divergentes em diferentes subconjuntos da amostra, isto é, as séries não podem apresentar mudanças estruturais ao longo do tempo, utilizou-se neste trabalho o último período identificado após a última mudança estrutural de cada série financeira para estimar os modelos concorrentes e realizar as

previsões para o VaR. Deste modo, o período utilizado neste trabalho e o número total de observações para cada série temporal encontram-se detalhados na Tabela 7.

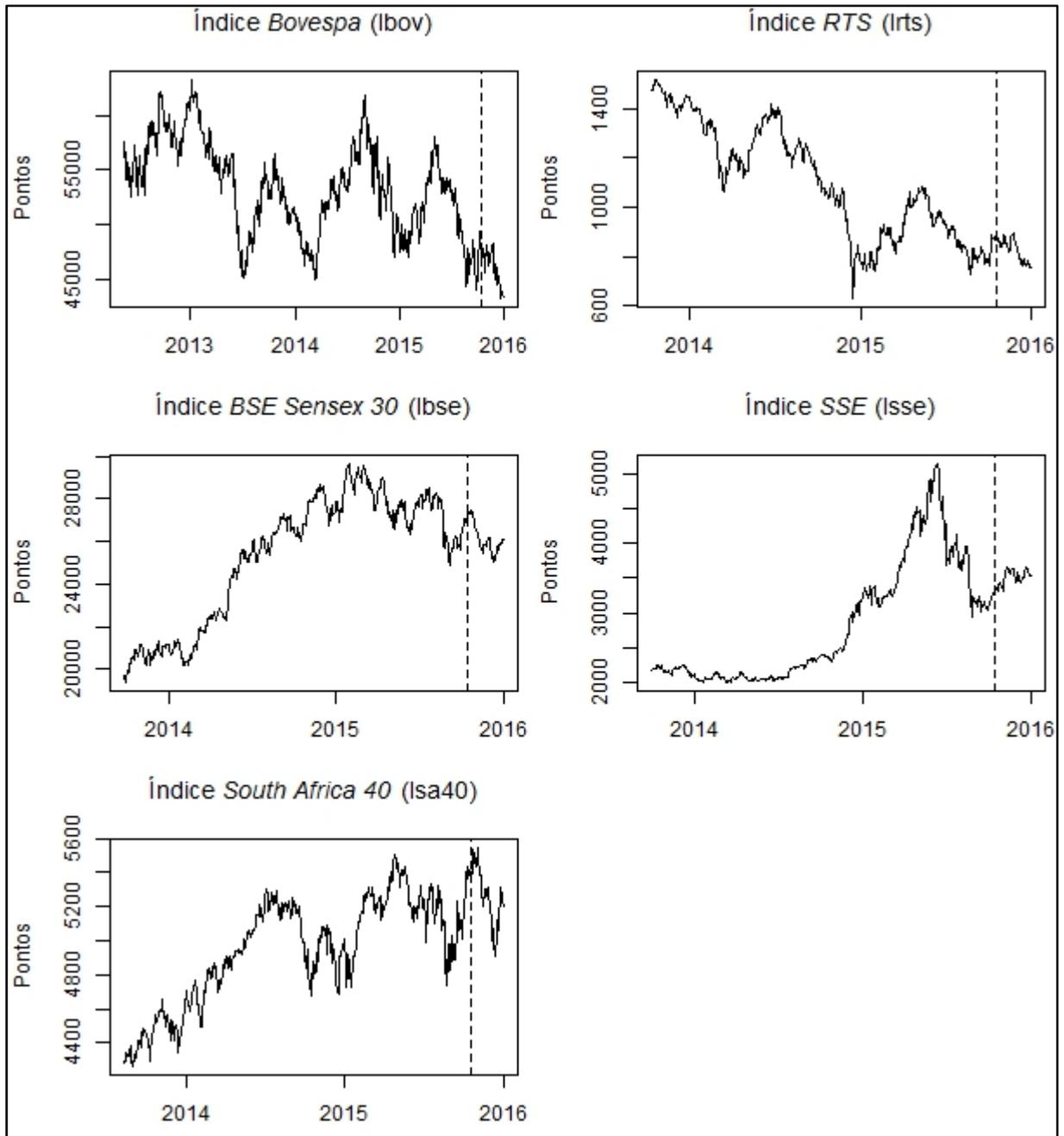
Tabela 7 – Exposição do período estudado e do seu número de observações para cada série temporal financeira.

Série temporal	Período		Número de observações
	Início	Final	
Ibov	11/05/2012	31/12/2015	902
Irts	10/10/2013	31/12/2015	556
Ibse	26/09/2013	31/12/2015	550
Isse	27/09/2013	31/12/2015	538
Isa40	08/08/2013	31/12/2015	595

Fonte: Elaboração do autor.

Percebe-se que as datas em que ocorreram as últimas mudanças estruturais foram relativamente próximas entre os índices financeiros, com exceção a do Ibov, em que a última mudança ocorreu aproximadamente um ano antes dos demais índices. A proximidade entre as datas, da ocorrência da última mudança estrutural, evidencia um ponto forte de ruptura no ano de 2013 ou uma forte indicação de um eventual efeito contágio entre os índices Irts, Ibse, Isse e Isa40 neste período. A evolução dos valores do preço de fechamento, em pontos, de cada índice financeiro estudado, no período compreendido entre o último ponto de quebra estrutural identificado de cada índice e o dia 31 de dezembro de 2015, encontra-se em evidência na Figura 4.

Figura 4 – Evolução dos valores do preço de fechamento, em pontos, de cada índice financeiro estudado, no período compreendido entre o último ponto de quebra estrutural identificado de cada índice e o dia 31 de dezembro de 2015. A linha vertical pontilhada diferencia o período dentro da amostra (lado esquerdo) do período fora da amostra (lado direito) para 50 passos à frente.



Fonte: Elaboração do autor.

O comportamento da evolução dos preços dos índices financeiros após a última mudança estrutural identificada diverge significativamente entre as séries temporais. No período indicado, os índices Ibov e Irts mostraram-se em uma tendência de desvalorização dos

seus preços, uma vez que os vales deixados pelos seus gráficos se aprofundam ao longo do tempo. Já em relação aos índices Ibse, Isse e Isa40, percebe-se uma tendência oposta, isto é, uma tendência de valorização de preços. No entanto, ressalta-se que cada índice financeiro revelou um comportamento peculiar em sua tendência de evolução no tempo, evidenciando que, neste período, os índices encontraram-se não correlacionados uns com os outros e, provavelmente, não seguiram uma tendência global única de valorização ou de desvalorização.

As estatísticas descritivas das séries temporais encontram-se apresentadas na Tabela 8. Como esperado, percebem-se evidências de não-normalidade nas funções de distribuição de todos os índices financeiros, pois ambos os índices apresentaram excesso de curtose e um pouco de assimetria na sua distribuição. Estes resultados demonstraram que as séries possuem caudas mais pesadas do que a distribuição Gaussiana e são leptocúrticas. Além disso, o teste Jarque-Bera rejeita a hipótese nula de normalidade para quase todas as séries financeiras, com exceção de alguns períodos para fora da amostra. Entende-se que a aceitação da normalidade para os períodos para fora da amostra ocorre pelo fato de que eles possuem um número muito pequeno de observações. Em 2007, Thadewald e Büning demonstraram que, quando as amostras são pequenas, o teste de normalidade de Jarque-Bera possui uma baixa performance, apresentando um baixo percentual de acertos.

Tabela 8 – Estatísticas descritivas das séries temporais financeiras para o período identificado após a última mudança estrutural constatada.

(continua)

Estatísticas	50 passos à frente	
	Dentro da amostra	Fora da amostra
<b>Ibov</b>		
Observações	852	50
Média	53.382,427	46.099,380
Mediana	53.634,500	46.294,000
Máximo	63.312,000	48.284,000
Mínimo	43.957,000	43.200,000
Desvio Padrão	4.147,763	1.436,532
Assimetria	-0,004	-0,389
Excesso de Curtose	2,311	2,091
Jarque-Bera	16,861	2,985

Tabela 8 – Estatísticas descritivas das séries temporais financeiras para o período identificado após a última mudança estrutural constatada.

(continua)

Estatísticas	50 passos à frente	
	Dentro da amostra	Fora da amostra
<b>Irts</b>		
Observações	506	50
Média	1.096,940	826,691
Mediana	1.076,370	839,200
Máximo	1.518,540	897,560
Mínimo	629,150	756,070
Desvio Padrão	226,096	42,921
Assimetria	0,089	-0,227
Excesso de Curtose	1,727	1,680
Jarque-Bera	34,818	4,062
<b>Ibse</b>		
Observações	500	50
Média	25.320,177	26.066,396
Mediana	26.354,720	25.877,555
Máximo	29.681,770	27.470,811
Mínimo	19.379,770	25.036,051
Desvio Padrão	2.965,154	638,925
Assimetria	-0,552	0,712
Excesso de Curtose	1,824	2,784
Jarque-Bera	54,224	4,317
<b>Isse</b>		
Observações	488	50
Média	2.808,903	3.520,412
Mediana	2.334,910	3.535,345
Máximo	5.166,350	3.651,770
Mínimo	1.991,250	3.316,700
Desvio Padrão	868,095	100,166
Assimetria	0,944	-0,415
Excesso de Curtose	2,710	2,005
Jarque-Bera	74,196	3,497

Tabela 8 – Estatísticas descritivas das séries temporais financeiras para o período identificado após a última mudança estrutural constatada.

Estatísticas	50 passos à frente	
	Dentro da amostra	Fora da amostra
(conclusão)		
<b>Isa40</b>		
Observações	545	50
Média	4.948,275	5.264,506
Mediana	4.996,500	5.275,050
Máximo	5.510,800	5.550,000
Mínimo	4.261,400	4.912,200
Desvio Padrão	308,674	171,529
Assimetria	-0,482	-0,284
Excesso de Curtose	2,180	2,191
Jarque-Bera	36,397	2,037

Fonte: Elaboração do autor.

Após a análise das estatísticas descritivas das séries temporais financeiras, precisa-se analisar se as mesmas são geradas por processos estocásticos estacionários, pois, caso não o sejam, será impossível realizar inferências estatísticas para períodos de tempo fora do conjunto de dados observado. A Tabela 9 expressa os resultados obtidos pelos testes de identificação de estacionariedade que foram aplicados nas séries temporais. Como resultado, percebe-se que todas as séries possuem uma ordem de integração unitária, isto é, todos os índices seguem um processo estocásticos estacionário apenas em sua primeira diferença dos logaritmos neperianos, com 1% de significância, para os testes ADF e KPSS.

Tabela 9 – Estatísticas dos testes *Augmented Dickey–Fuller* (ADF) e *Kwiatkowski–Phillips–Schmidt–Shin* (KPSS) para as séries temporais financeiras, no período identificado após a última mudança estrutural constatada.

Série temporal	ADF		KPSS	
	Estatística	p-valor	Estatística	p-valor
Ibov	-2,6094	0,3204	4,1453	< 0,0100
$\Delta \ln(\text{Ibov})$	-10,5470	< 0,0100	0,0534	> 0,1000
Irts	-2,5628	0,3401	7,6289	< 0,0100
$\Delta \ln(\text{Irts})$	-8,0609	< 0,0100	0,0407	> 0,1000
Ibse	-1,0934	0,9237	6,4494	< 0,0100
$\Delta \ln(\text{Ibse})$	-8,5441	< 0,0100	0,3313	> 0,1000
Isse	-2,0175	0,5709	6,8736	< 0,0100
$\Delta \ln(\text{Isse})$	-7,4097	< 0,0100	0,1547	> 0,1000
Isa40	-2,7593	0,2569	6,4616	< 0,0100
$\Delta \ln(\text{Isa40})$	-9,5442	< 0,0100	0,0824	> 0,1000

Fonte: Elaboração do autor.

Uma vez que os comportamentos das séries temporais foram analisados, foi realizado o processo descrito na seção 6 para obter as previsões das estimativas do VaR para 50 passos à frente com reajuste dos parâmetros a cada passo para todos os modelos concorrentes. Após todas as previsões serem computadas, iniciou-se o processo de comparação da capacidade preditiva dos modelos heterocedásticos por meio do cálculo das funções de perda. As Tabelas A1 até A5, do Apêndice A, apresentam os resultados obtidos para as três funções de perdas calculadas através das 8.000 previsões realizadas, pelos 160 modelos concorrentes estabelecidos, para cada índice financeiro. Os resultados encontram-se expressos em forma de *ranking*, dos menores valores para os maiores, dando prioridade de ordenação para a função de perda RMSE.

De modo semelhante, a Tabela 10 apresenta de forma resumida os cinco melhores resultados obtidos, classificados por ordem crescente dos valores estimados da estatística da função de perda RMSE, para todas as séries temporais. As evidências revelam uma certa divergência entre os melhores modelos encontrados para os cinco índices financeiros estudados.

Para o Ibov os modelos EGARCH e CGARCH apresentaram as melhores capacidades preditivas para todas as três funções de perda, ficando nas primeiras posições do *ranking* dos modelos com as melhores previsões realizadas, uma vez que estes modelos apresentaram os menores erros nas previsões. Estas evidências encontradas demonstram que os modelos com estruturas matemáticas mais complexas, que levam em conta características mais peculiares da volatilidade dos índices financeiros, possuem uma capacidade superior, de previsão do VaR, à

dos modelos com estruturas matemáticas mais simplificadas. Com relação às distribuições de probabilidade estatística, nota-se que as distribuições que se sobressaíram no Ibov foram as assimétricas SStd e SNorm, demonstrando que a função de densidade da distribuição utilizada em tais modelos precisa considerar a existência de assimetria nos dados para que não sejam feitas inferências errôneas sobre os parâmetros de interesse.

Em referência ao Irts, os modelos que revelaram os melhores desempenhos nas previsões realizadas do VaR foram o GJR-GARCH, que permite modelar o impacto assimétrico dos choques através de uma função binária, e o CGARCH, que permite investigar os componentes de longo e de curto prazo da volatilidade do índice financeiro. Para ambos os modelos citados, a distribuição Norm mostrou-se superior a todas as outras distribuições, contradizendo as evidências preliminares obtidas por meio da análise das estatísticas descritivas da série em questão.

Já nas evidências encontradas pelos índices Ibse, Isse e Isa40, percebe-se uma certa superioridade do modelo CGARCH para realizar previsões do VaR. Nestes índices citados, o modelo CGARCH ocupou as primeiras posições do *ranking* para todas as três funções de perda, divergindo apenas pelas distribuições de probabilidade estatística e pelos graus dos polinômios utilizados nos modelos concorrentes. Os resultados encontrados indicaram, mais uma vez, que os modelos que possuem estruturas mais complexas são superiores, para realizar previsões do VaR, aos modelos que possuem estruturas mais simplificadas, como o GARCH.

As distribuições de probabilidade apresentaram um resultado consideravelmente diferente entre os índices Ibse, Isse e Isa. Para o Ibse a distribuição Norm mostrou-se mais relevante, ocupando as primeiras posições do *ranking*, o que contradiz, novamente, as evidências encontradas na análise das estatísticas descritivas da série em questão. Já para os índices Isse e Isa40 não existe uma distribuição predominantemente superior a todas as outras. Os modelos que ocuparam as primeiras posições do *ranking* do Isse utilizaram as distribuições Jsu, SStd e Ghyp, mostrando que a função de densidade da distribuição utilizada precisa empregar outros parâmetros que não estão presentes nas funções de densidade das distribuições com estruturas mais simplificadas. Já os modelos que ocuparam as primeiras posições do *ranking* do Isa40 utilizaram a distribuição Ged seguida pela distribuição assimétrica SNorm, evidenciando que o parâmetro que determina o grau de assimetria da distribuição é indispensável para que não sejam feitas inferências errôneas sobre os dados utilizados.

Na análise dos resultados divergentes encontrados, entre os índices financeiros, sobre os graus dos polinômios utilizados nos modelos heterocedásticos concorrentes, percebe-se que não existe uma predominância de qual grau é o ideal para empregar na estimação de um

determinado modelo. Cada índice respondeu de maneira diferente aos graus dos polinômios utilizados nos modelos, tornando o resultado, de certa forma, inconclusivo.

Tabela 10 – Resumo dos resultados obtidos pelas três funções de perda utilizadas para comparar a capacidade preditiva dos modelos concorrentes, utilizando previsões para 50 passos à frente com reajuste dos parâmetros a cada um passo, classificados por ordem crescente dos valores estimados pela estatística da função de perda *Root Mean Square Error* (RMSE).

Série temporal/Modelos	RMSE		MSE		MAD	
	Estatística	Posição	Estatística	Posição	Estatística	Posição
<b>Ibov</b>						
EGARCH-SStd (1,1)	0,036407	1	0,001325	1	0,032804	1
CGARCH-SNorm (2,1)	0,036722	2	0,001348	2	0,033249	4
CGARCH-SNorm (2,2)	0,036810	3	0,001355	3	0,033098	2
EGARCH-SStd (1,2)	0,036839	4	0,001357	4	0,033321	5
GARCH-SNorm (2,1)	0,036860	5	0,001359	5	0,033376	7
<b>Irts</b>						
GJR-GARCH-Norm (1,2)	0,046936	1	0,002203	1	0,042928	2
GJR-GARCH-Norm (1,1)	0,047021	2	0,002211	2	0,043008	3
CGARCH-Norm (1,2)	0,047157	3	0,002224	3	0,043159	5
CGARCH-Norm (2,1)	0,047248	4	0,002232	4	0,042772	1
CGARCH-Norm (1,1)	0,047290	5	0,002236	5	0,043247	6
<b>Ibse</b>						
CGARCH-Norm (2,2)	0,020353	1	0,000414	1	0,018942	1
CGARCH-Norm (1,1)	0,020536	2	0,000422	2	0,019196	2
CGARCH-Norm (1,2)	0,020559	3	0,000423	3	0,019207	3
CGARCH-Norm (2,1)	0,020798	4	0,000433	4	0,019485	4
GARCH-Norm (2,1)	0,021218	5	0,000450	5	0,019776	5
<b>Isse</b>						
CGARCH-Jsu (2,2)	0,189343	1	0,035851	1	0,082784	1
CGARCH-Jsu (2,1)	0,189344	2	0,035851	2	0,082784	2
CGARCH-SStd (2,2)	0,206110	3	0,042481	3	0,083883	3
CGARCH-SStd (2,1)	0,206114	4	0,042483	4	0,083884	4
CGARCH-Ghyp (2,2)	0,208852	5	0,043619	5	0,085426	8
<b>Isa40</b>						
CGARCH-Ged (1,1)	0,028816	1	0,000830	1	0,026134	3
CGARCH-Ged (2,1)	0,028865	2	0,000833	2	0,026227	7
CGARCH-Ged (1,2)	0,028872	3	0,000834	3	0,026217	6
CGARCH-SNorm (1,2)	0,028895	4	0,000835	4	0,026197	4
CGARCH-SNorm (1,1)	0,028912	5	0,000836	5	0,026106	2

Fonte: Elaboração do autor.

Os modelos que ofereceram as piores previsões para o VaR também divergiram entre os índices financeiros estudados. As últimas oito posições no *ranking* do Ibov, para as funções RMSE e MSE, referem-se aos modelos EGARCH e CGARCH. De modo inesperado, para o Ibov, os modelos heterocedásticos que apresentaram os melhores desempenhos também foram os que apresentaram os piores desempenhos, refletindo a importância da utilização de uma distribuição de probabilidade estatística adequada para os dados. As distribuições Norm, Std, Ged e Jsu mostraram-se inadequadas para estimar os modelos EGARCH e CGARCH, quando utilizados para realizar previsões do VaR para a série do Ibov.

Na análise dos resultados das piores previsões para o VaR do Irts, percebe-se que, independentemente da distribuição de probabilidade estatística utilizada, o modelo APARCH mostrou-se inferior a todos os outros modelos concorrentes para todas as três funções de perda. Este resultado mostra-se, de certa forma, curioso, uma vez que o modelo APARCH possui uma estrutura matemática flexível que pode dar origem a vários outros submodelos da família ARCH e, com isso, o modelo deveria apresentar uma boa capacidade preditiva do VaR. Já com relação as distribuições de probabilidade, percebe-se que as distribuições Ghyp, Jsu, SGed e Ged refletiram resultados relativamente inferiores às demais.

Em referência ao Ibse, as piores previsões do VaR foram realizadas pelos modelos EGARCH e APARCH, independentemente da distribuição utilizada para sua estimação. Ademais, nota-se que as distribuições que utilizam funções de densidade mais complexas, com um maior número de parâmetros estimados, mostraram-se inferiores às distribuições com funções mais simplificadas, como, por exemplo, a Norm, a SNorm, e a Std.

Já para o Isse, as evidências apontaram que o modelo GARCH, que possui a estrutura matemática mais simples dentre os modelos concorrentes, realizou as piores previsões do VaR do índice para todas as três funções de perda. Este resultado encontrado está de acordo com o esperado, uma vez que o modelo GARCH não possui a capacidade de diferenciar os impactos assimétricos entre os choques positivos e negativos, representando um modelo deficitário para realizar previsões do VaR. Com relação às distribuições de probabilidade estatística utilizada nos modelos, percebe-se um comportamento oposto ao expresso pela série do Ibse, isto é, as distribuições com os piores desempenhos foram as que possuíam as funções de densidade mais simplificadas, com menores números de parâmetros estimados. Por fim, os modelos que forneceram os piores desempenhos para prever o VaR do Isa40 foram os modelos EGARCH. Além disso, as distribuições Ghyp, jsu, SStd e Std apresentam desempenhos inferiores às demais, como, por exemplo, a Ged, a SGed e a SNorm.

## 8 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Este trabalho teve como objetivo comparar a capacidade preditiva de cinco modelos de heterocedasticidade condicional através da estimação do VaR, levando em consideração oito distribuições de probabilidade estatística diferentes, para os índices financeiros dos mercados de ações dos cinco principais países emergentes, conhecidos como BRICS. A análise *a priori* indicou que os índices possuem diferentes comportamentos em seus preços e em suas volatilidades ao longo do tempo, sinalizando que, embora em alguns momentos eles possam caminhar para uma direção em comum, eles possuem, na maior parte do tempo, observações que seguem caminhos e intensidades heterógenas entre si.

Os países emergentes em estudo são industrializados e possuem grandes pesos no cenário econômico global, porém não são considerados países desenvolvidos por apresentarem baixos níveis para determinados indicadores econômicos e sociais, como, por exemplo, os indicadores que medem a distribuição equitativa de renda. Além disso, os países emergentes, por ainda não serem países desenvolvidos e com uma economia sólida e estável, apresentam níveis altos de risco para investimentos, uma vez que os seus ambientes econômicos e de negócios estão sucessíveis a grandes impactos ou grandes mudanças negativas em suas estruturas. Deste modo, como o risco de investir em países emergentes é maior, os índices financeiros refletem altos níveis de volatilidade em seus ativos financeiros, podendo proporcionar grandes rentabilidades para as empresas e para os gestores de carteiras de investimentos que se encontram preparados e que possuem uma ferramenta adequada para mensurar os riscos inerentes ao processo de investimento nesses ativos.

Entretanto, a tarefa de fornecer um modelo ideal perfeito para que se possa quantificar todos os riscos de mercado inerentes ao processo de investimento de todos os países que compõem o termo BRICS, de forma generalizada, mostrou-se inadequada. Embora se possa dizer que o modelo heterocedástico CGARCH se sobressaiu, entre todos os modelos concorrentes, como o modelo que melhor prevê a estimação do VaR para os cinco índices financeiros, a distribuição de probabilidade estatística que este modelo utiliza interfere demasiadamente nos resultados das previsões obtidas por ele.

Os dados de cada índice financeiro estudado mostraram-se adequar-se a um determinado tipo de função de densidade de probabilidade diferente, não refletindo uma distribuição que possa ser considerada superior a todas as outras, o que impossibilita a indicação de uma determinada distribuição ideal a ser utilizada como padrão nos modelos de mensuração de risco dos investimentos realizados nos índices dos países emergentes estudados. Ademais, também

mostrou-se inconclusiva a utilização de diferentes graus de polinômios na estimação dos modelos heterocedásticos, pois em nenhum resultado encontrado existiu uma predominância de qual grau é o melhor para ser utilizado na estimação de um determinado modelo concorrente. Desta forma, em resumo, pode-se concluir que, entre os 160 modelos concorrentes analisados, não existe um único modelo heterocedástico que, utilizando uma determinada distribuição de probabilidade estatística e um número específico de graus de polinômios  $(p, q)$ , possua uma capacidade preditiva superior a todos os outros modelos para estimar o VaR de todos os índices financeiros do mercado de ações dos principais países emergentes, de forma generalizada.

Contudo, percebeu-se que existe uma certa superioridade na capacidade preditiva da estimação do VaR quando se utilizam modelos heterocedásticos que possuem uma estrutura matemática mais complexa. Este apontamento revela que os modelos que levam em conta características mais peculiares da volatilidade dos índices financeiros, como, por exemplo, o modelo CGARCH, são preferíveis aos modelos com estruturas matemáticas mais simplificadas, como o modelo GARCH.

Deste modo, as evidências encontradas neste trabalho podem servir como orientação ou como uma ferramenta complementar para que as empresas, ou os gestores de carteira de investimentos, tomem decisões a respeito de quanto e onde devem investir seus recursos, de forma a maximizar a probabilidade da relação entre perda e ganho de seus investimentos. Entretanto, este trabalho não fornece uma ferramenta única e ideal para todos os tipos de mensuração de riscos de todos os mercados de capitais dos países emergentes estudados, apenas fornece ferramentas pontuais para serem utilizadas em cada índice financeiro de forma individual, ou seja, sem generalizar para todos os índices.

Adicionalmente, vale ressaltar que os resultados obtidos podem ser utilizados também para a criação de modelos mistos que utilizem ponderações dos resultados encontrados dos melhores modelos heterocedásticos apontados neste estudo, o que pode resultar, possivelmente, em um método mais atrativo e mais realístico de mensuração de risco de mercado do que os métodos tradicionais utilizados.

Outro ponto a destacar é que os países desenvolvidos, por possuírem uma economia estável e sem grandes choques na sua estrutura econômica, devem apresentar comportamentos mais homogêneos nas observações dos seus índices financeiros e sem grandes volatilidades. Deste modo, acredita-se que exista uma padronização, nas suas distribuições de probabilidade estatística, que não existiu nos índices dos países emergentes. Sendo assim, como alternativa, sugere-se que sejam realizadas novas pesquisas com índices financeiros de países

desenvolvidos para contrastar com os resultados obtidos para os índices dos países emergentes estudados neste trabalho.

Propõe-se também, para estudos futuros, a utilização de um número diferente de observações para o período para fora da amostra, com o intuito de verificar se ocorrem mudanças significativas nos resultados encontrados, tanto para os modelos heterocedásticos quanto para as distribuições de probabilidade estatística utilizadas por eles. Em referência aos diferentes graus de polinômios que os modelos heterocedásticos podem utilizar, aconselha-se, para trabalhos futuros, a utilização das seguintes limitações:  $1 \geq p \geq 3$  e  $1 \geq q \geq 3$ , com a finalidade de verificar se os graus dos polinômios utilizados nos modelos concorrentes são significativos ou não, pois com as limitações utilizadas no presente trabalho não foi possível identificar a existência de um padrão nos graus dos polinômios que representasse uma certa superioridade nas estimações dos modelos.

Por fim, com o intuito de comparar as três abordagens existentes de mensuração do VaR e verificar em qual abordagem obtém-se resultados superiores e mais próximos da realidade do mercado acionário dos países emergentes que compõem o termo BRICS, aconselha-se que sejam elaboradas pesquisas realizando previsões do VaR por meio dos métodos não-paramétrico e semi-paramétrico, de modo a comparar com os resultados obtidos nesta pesquisa através do método paramétrico.

## REFERÊNCIAS

- ALI, G. EGARCH, GJR-GARCH, TGARCH, AVGARCH, NGARCH, IGARCH and APARCH Models for Pathogens at Marine Recreational Sites. **Journal of Statistical and Econometric Methods**, v. 2, n. 3, p. 57-73, sept. 2013.
- ALLEN, L.; BOUDOUKH, J.; SAUNDERS, A. **Understanding market, credit, and operational risk: the value at risk approach**. 1. ed. United States: Blackwell Publishing, 2004. 284 p.
- ALOUI, C.; MABROUK, S. Value-at-risk estimations of energy commodities via long-memory, asymmetry and fat-tailed GARCH models. **Energy Policy**, v. 38, n. 5, p. 2326-2339, may 2010.
- ANDREWS, D. W. K. Tests for parameter instability and structural change with unknown change point. **Econometrica**, v. 61, n. 4, p. 821-856, july 1993.
- ANDREWS, D. W. K.; PLOBERGER, W. Optimal tests when a nuisance parameter is present only under the alternative. **Econometrica**, v. 62, n. 6, p. 1383-1414, nov. 1994.
- ANGELIDIS, T.; BENOS, A.; DEGIANNAKIS, S. The use of GARCH models in VaR estimation. **Statistical Methodology**, v. 1, n. 1-2, p. 105-128, dec. 2004.
- AZZALINI, A. A class of distributions which includes the normal ones. **Scandinavian Journal of Statistics**, v. 12, n. 1, p. 171-178, 1985.
- BARNDORFF, N. O.; HALGREEN, C. Infinite divisibility of the hyperbolic and generalized inverse Gaussian distributions. **Zeitschrift für Wahrscheinlichkeitstheorie und Verwandte Gebiete**, v. 38, n. 4, p. 309-311, dec. 1977.
- BAUER, P.; HACKL, P. The use of Mosums for quality control. **Technometrics**, v. 20, n. 4, p. 431-436, nov. 1978.
- BENTES, S. R. Forecasting volatility in gold returns under the GARCH, IGARCH and FIGARCH frameworks: New evidence. **Physica A: Statistical Mechanics and its Applications**, v. 438, p. 355-364, nov. 2015.
- BERNARDI, M.; CATANIA, L. Comparison of Value-at-Risk models using the MCS approach. **Computational Statistics**, v. 31, n. 2, p. 579-608, feb. 2016.
- BERNARDI, M.; CATANIA, L. The Model Confidence Set package for R. **CEIS Tor Vergata No. 362**, v. 13, n. 11, nov. 2015.
- BOLLERSLEV, T. Generalized autoregressive conditional heteroskedasticity. **Journal of Econometrics**, v. 31, n. 3, p. 307-327, apr. 1986.
- BOLLERSLEV, T.; ENGLE, R.F.; NELSON, D. Arch models. **Handbook of Econometrics**. 1. ed. United States: Elsevier, 1994, v. 4, cap. 49, editado por Engle, R.F e McFadden D.L, p. 2959-3038.
- BRANCO, M. D.; DEY, D. K. A general class of multivariate skew-elliptical distributions. **Journal of Multivariate Analysis**, v. 79, n. 1, p. 99-113, oct. 2001.
- BROWN, R. L.; DURBIN, J.; EVANS, J. M. Techniques for testing the constancy of regression relationships over time. **Journal of the Royal Statistical Society B**, v. 37, n. 2, p. 149-163, 1975.

- BUCEVSKA, V. An Empirical Evaluation of GARCH Models in Value-at-Risk Estimation: Evidence from the Macedonian Stock Exchange. **Business System Research**, v. 4, n. 1, p. 49-64, dec. 2012.
- CHEN, M. Y. **Time Series Analysis: Conditional Volatility Models**. 1. ed. Taiwan: Department of Finance. National Chung Hsing University, feb. 2015. 47 p.
- CHOW, G. C. Tests of equality between sets of coefficients in two linear regressions. **Econometrica**, v. 28, n. 3, p. 591-605, july 1960.
- DAVIS, R. **ARMA-GARCH models applied to Exchange-Traded Funds**. 2012. 75 p. Dissertação (Master of Science) - Department of Mathematical Sciences. The University of Texas at El Paso, Texas, United States, 2012.
- DICKEY, D. A.; W. A. FULLER. Distribution of the estimators for autoregressive time series with a unit root. **Journal of the American Statistical Association**, v. 74, n. 366, p. 427-431, 1979.
- DICKEY, D. A.; W. A. FULLER. Likelihood ratio statistics for autoregressive time series with a unit root. **Econometrica**, v. 49, n. 4, p. 1057-1072, 1981.
- DING, Z.; GRANGER, C. W. J.; ENGLE, R. F. A long memory property of stock Market returns and a new model. **Journal of Empirical Finance**, v. 1, n. 1, p. 83-106, june 1993.
- EBERLEIN, E.; HAMMERSTEIN, E. A. V. Generalized Hyperbolic and Inverse Gaussian Distributions: Limiting Cases and Approximation of Processes. **Seminar on Stochastic Analysis, Random Fields and Applications IV**, Volume 58 da série Progress in Probability. Birkhäuser, Basel, 2004, p. 221-264.
- ELING, M. Fitting asset returns to skewed distributions: Are the skew-normal and skew-student good models?. **Insurance: Mathematics and Economics**, v. 59, p. 45-56, nov. 2014.
- ENGLE, R. F. Autoregressive conditional heteroscedasticity with estimates of the variance of United Kingdom inflation. **Econometrica**, v. 50, n. 4, p. 987-1007, july 1982.
- ENGLE, R. F.; Lee, G. G. **A permanent and transitory component model of stock return volatility**. University of California at San Diego, Economics Working Paper Series, 1993.
- FRANCQ, C.; ZAKOIAN, J. M. **GARCH Models: Structure, Statistical Inference and Financial Applications**. 1. ed. United Kingdom: Wiley, Chichester, 2010. 489 p.
- GENÇAY, R.; SELÇUK, F.; ULUGÜLYAĞCI, A. High volatility, thick tails and extreme value theory in Value-at-Risk estimation. **Insurance: Mathematics and Economics**, v. 33, n. 2, p. 337-356, oct. 2003.
- GEWEKE, J. Modeling the Persistence of Conditional Variances: A Comment. **Econometric Review**, v. 5, n. 1, p. 57-61, 1986.
- GILLER, G. L. **A Generalized Error Distribution**. Giller Investments Research Note, 2005.
- GIOT, P., LAURENT, S. Modelling daily Value-at-Risk using realized volatility and ARCH type models. **Journal of Empirical Finance**, v. 11, n. 3, p. 379-398, june 2004.
- GLOSTEN, L. R.; JAGANATHAN, R.; RUNKLE, D. E. On the relation between the expected value and the volatility of the nominal excess returns on stocks. **Journal of Finance**, v. 48, n. 5, p. 1779-1801, dec. 1993.
- GREENE, W. H. **Econometric analysis**. 5. ed. United States: Prentice Hall, 2002. 802 p.

- HANSEN, B. E. **Econometrics**: manuscript. United States: University of Wisconsin, Department of Economics, 2015. 378 p.
- HANSEN, P. R.; LUNDE, A. A forecast comparison of volatility models: does anything beat a GARCH(1,1)? **Journal of Applied Econometrics**, v. 20, n. 7, p. 873–889, dec. 2005.
- HIGGINS, M. L., BERA, A. K. A class of nonlinear arch models. **International Economic Review**, v. 33, n. 1, p. 137-158, feb. 1992.
- INVESTING.COM, 2016. Disponível em: <<http://www.investing.com/>>. Acesso em: 15 jan. 2016.
- JOHNSON, N. L. Systems of frequency curves generated by methods of translation. **Biometrika**, v. 36, n. 1-2, p. 149-176, 1949.
- JORION, P. **Value at Risk: The New Benchmark for Managing Financial Risk**. 3. ed. United States: The McGraw-Hill Companies, 2007. 602 p.
- KRISHNAMOORTHY, K. **Handbook of statistical distributions with applications**. 1. ed. United States: Boca Raton: Chapman & Hall/CRC, 2006. 344 p.
- KWIATKOWSKI, D.; P. C. B. PHILLIPS; P. SCHMIDT; Y. SHIN. Testing the Null Hypothesis of Stationarity against the Alternative of a Unit Root. **Journal of Econometrics**, v. 54, n. 1-3, p. 159-178, dec. 1992.
- MARKOWITZ, H. Portfolio selection. **Journal of Finance**, v. 7, n. 1, p. 77-99, 1952.
- MCNEIL, A. J.; FREY, R.; EMBRECHTS, P. **Quantitative Risk Management: Concepts, Techniques, and Tools**. 1nd. ed. United States: Princenton University Press, 2005. 538 p.
- MENSI, W. et al. Global financial crisis and spillover effects among the U.S. and BRICS stock markets. **International Review of Economics & Finance**, v.42, p. 257-276, Mar. 2016.
- MORETTIN, P. A. **Econometria financeira: um curso de séries temporais financeiras**. 1. ed. Brasil: São Paulo, Blucher, 2008. 319 p.
- NECULA, C. Modeling heavy-tailed stock index returns using the generalized hyperbolic distribution. **Romanian Journal of Economic Forecasting**, v. 6, n. 2, p. 118-131, june 2009.
- NELSON, D. B. Conditional heteroskedasticity in asset return: a new approach. **Econometrica**, v. 59, n. 2, p. 347-370, mar. 1991.
- ORHAN, M.; KÖKSAL, B. A Comparison of GARCH models for VaR estimation. **Expert Systems with Applications**, v. 39, n. 3, p. 3582-3592, feb. 2012.
- PANTULA, S.G. Modeling the Persistence of Conditional Variances: A Comment. **Econometric Review**, v. 5, n. 1, p. 71-74, 1986.
- R Core Team (2016). **R: A language and environment for statistical computing**. R Foundation for Statistical Computing, Vienna, Austria. Available: <<https://www.R-project.org/>>.
- RIVERA, G. G.; LEE, T. H.; MISHRA, S. Forecasting volatility: A reality check based on option pricing, utility function, value-at-risk, and predictive likelihood. **International Journal of Forecasting**, v. 20, n. 4, p. 629-645, oct./dec. 2004.
- SADORSKY, P. Modeling and forecasting petroleum futures volatility. **Energy Economics**, v. 28, n. 4, p 467-488, july 2006.
- SCHWERT, G. Stock volatility and the crash of '87. **Review of Financial Studies**, v. 3, n. 1, p. 77-102, 1990.

- SUBBOTIN, M. T. On the Law of Frequency of Error. **Matematicheskii Sbornik**, v. 31, n. 2, p. 296-301, 1923.
- TAYLOR, S. J. **Modelling Financial Times Series**. 1. ed. United Kingdom: Wiley, Chichester, 1986. 296 p.
- THADEWALD, T.; BÜNING, H. Jarque-Bera test and its competitors for testing normality - A power comparison. **Journal of Applied Statistics**, v. 34, n. 1, p. 87-105, 2007.
- THEODOSSIOU, P. Financial Data and the Skewed Generalized t Distribution. **Management Science**, v. 44, n. 12, p. 1650-1661, dec. 1998.
- VALLE, R. B. A.; AZZALINI, A. The centred parameterization and related quantities of the skew-t distribution. **Journal of Multivariate Analysis**, v. 113, p. 73-90, Jan. 2013.
- WALCK, C. **Hand-book on statistical distributions for experimentalists**. 2. ed. Sweden: University of Stockholm, Stockholm 2007. 190 p.
- WENNSTRÖM, A. **Volatility Forecasting Performance: Evaluation of GARCH type volatility models on Nordic equity indices**. 2014. 61 p. Dissertação (Master of Science) - Department of Mathematics. Royal Institute of Technology (KTH), Stockholm, Sweden, 2014.
- YAHOO FINANCE, 2016. Disponível em: <<http://finance.yahoo.com/>>. Acesso em: 15 jan. 2016.
- YAN, J. **Asymmetry, Fat-tail, and Autoregressive Conditional Density in Financial Return Data with Systems of Frequency Curves**. Working Paper in Department of Statistics and Actuarial Science, University of Iowa, USA, 2005.
- ZAKOIAN, J. M. Threshold heteroskedastic models. **Journal of Economic Dynamics and Control**, v. 18, n. 5, p. 931-955, sept. 1994.
- ZIVOT, E.; WANG, J. **Modelling Financial Time Series with S-PLUS**. 2. ed. United States: Springer, 2006, 998 p.

## APÊNDICE A – RESULTADOS OBTIDOS PELAS FUNÇÕES DE PERDA

Tabela A1 – Resultados obtidos pelas três funções de perda utilizadas para comparar a capacidade preditiva dos 160 modelos concorrentes para a série Ibov, utilizando previsões para 50 passos à frente com reajuste dos parâmetros a cada um passo para cada modelo concorrente.

(continua)

Modelos	RMSE		MSE		MAD	
	Estatística	Posição	Estatística	Posição	Estatística	Posição
EGARCH-SStd (1,1)	0,036407	1	0,001325	1	0,032804	1
CGARCH-SNorm (2,1)	0,036722	2	0,001348	2	0,033249	4
CGARCH-SNorm (2,2)	0,036810	3	0,001355	3	0,033098	2
EGARCH-SStd (1,2)	0,036839	4	0,001357	4	0,033321	5
GARCH-SNorm (2,1)	0,036860	5	0,001359	5	0,033376	7
GARCH-SNorm (1,2)	0,036946	6	0,001365	6	0,033609	16
GARCH-SNorm (1,1)	0,036948	7	0,001365	7	0,033611	17
CGARCH-SStd (2,1)	0,037013	8	0,001370	8	0,033554	11
CGARCH-Jsu (2,1)	0,037050	9	0,001373	9	0,033591	15
GARCH-SNorm (2,2)	0,037053	10	0,001373	10	0,033358	6
CGARCH-Ghyp (2,1)	0,037079	11	0,001375	11	0,033623	18
EGARCH-SNorm (2,1)	0,037133	12	0,001379	12	0,033227	3
EGARCH-Jsu (1,2)	0,037173	13	0,001382	13	0,033669	19
CGARCH-SGed (2,1)	0,037192	14	0,001383	14	0,033750	22
CGARCH-SStd (2,2)	0,037227	15	0,001386	15	0,033549	10
GARCH-SStd (2,1)	0,037234	16	0,001386	16	0,033787	23
CGARCH-Jsu (2,2)	0,037244	17	0,001387	17	0,033560	13
CGARCH-Ghyp (2,2)	0,037260	18	0,001388	18	0,033580	14
GARCH-Jsu (2,1)	0,037264	19	0,001389	19	0,033820	26
GARCH-Ghyp (2,1)	0,037294	20	0,001391	20	0,033852	28
CGARCH-SGed (2,2)	0,037366	21	0,001396	21	0,033710	20
GARCH-SStd (1,1)	0,037374	22	0,001397	22	0,034083	37
GARCH-SStd (1,2)	0,037380	23	0,001397	23	0,034089	39
EGARCH-Ghyp (2,1)	0,037392	24	0,001398	24	0,033507	8
EGARCH-Jsu (1,1)	0,037409	25	0,001399	25	0,033744	21
EGARCH-SStd (2,1)	0,037410	26	0,001399	26	0,033523	9
GARCH-Jsu (1,1)	0,037411	27	0,001400	27	0,034121	42
GARCH-Jsu (1,2)	0,037423	28	0,001400	28	0,034135	43
GARCH-SGed (2,1)	0,037432	29	0,001401	29	0,034006	34
EGARCH-SGed (2,1)	0,037435	30	0,001401	30	0,033557	12
GARCH-SStd (2,2)	0,037452	31	0,001403	31	0,033789	24
GARCH-Jsu (2,2)	0,037467	32	0,001404	32	0,033800	25
GARCH-Ghyp (1,1)	0,037471	33	0,001404	33	0,034188	45
GARCH-Ghyp (1,2)	0,037479	34	0,001405	34	0,034197	46
EGARCH-Std (1,1)	0,037481	35	0,001405	35	0,033968	31
GARCH-Ghyp (2,2)	0,037493	36	0,001406	36	0,033827	27
GJR-GARCH-SNorm (1,1)	0,037498	37	0,001406	37	0,034000	33

Tabela A1 – Resultados obtidos pelas três funções de perda utilizadas para comparar a capacidade preditiva dos 160 modelos concorrentes para a série Ibov, utilizando previsões para 50 passos à frente com reajuste dos parâmetros a cada um passo para cada modelo concorrente.

Modelos	(continuação)					
	RMSE		MSE		MAD	
	Estatística	Posição	Estatística	Posição	Estatística	Posição
GJR-GARCH-SNorm (1,2)	0,037529	38	0,001408	38	0,034036	35
GJR-GARCH-SNorm (2,1)	0,037567	39	0,001411	39	0,033942	29
GARCH-SGed (1,1)	0,037593	40	0,001413	40	0,034323	60
GJR-GARCH-SNorm (2,2)	0,037595	41	0,001413	41	0,033960	30
GARCH-SGed (1,2)	0,037599	42	0,001414	42	0,034330	62
GARCH-SGed (2,2)	0,037616	43	0,001415	43	0,033977	32
APARCH-SNorm (2,2)	0,037654	44	0,001418	44	0,034091	40
GJR-GARCH-Jsu (2,1)	0,037706	45	0,001422	45	0,034092	41
GJR-GARCH-Jsu (2,2)	0,037713	46	0,001422	46	0,034085	38
APARCH-SNorm (2,1)	0,037714	47	0,001422	47	0,034145	44
GJR-GARCH-Jsu (1,1)	0,037733	48	0,001424	48	0,034259	50
GJR-GARCH-SStd (1,1)	0,037751	49	0,001425	49	0,034276	52
APARCH-SNorm (1,1)	0,037753	50	0,001425	50	0,034314	58
GJR-GARCH-Jsu (1,2)	0,037775	51	0,001427	51	0,034306	56
GJR-GARCH-SStd (1,2)	0,037782	52	0,001427	52	0,034311	57
EGARCH-SGed (1,2)	0,037801	53	0,001429	53	0,034607	78
APARCH-SNorm (1,2)	0,037805	54	0,001429	54	0,034376	66
GJR-GARCH-Ghyp (1,1)	0,037830	55	0,001431	55	0,034361	65
GJR-GARCH-SStd (2,1)	0,037834	56	0,001431	56	0,034229	47
GJR-GARCH-SGed (2,2)	0,037859	57	0,001433	57	0,034250	48
GJR-GARCH-SGed (2,1)	0,037860	58	0,001433	58	0,034263	51
GJR-GARCH-Ghyp (1,2)	0,037862	59	0,001434	59	0,034399	67
GJR-GARCH-SStd (2,2)	0,037867	60	0,001434	60	0,034253	49
EGARCH-SGed (1,1)	0,037876	61	0,001435	61	0,034667	81
GJR-GARCH-Ghyp (2,1)	0,037879	62	0,001435	62	0,034277	53
APARCH-Jsu (1,1)	0,037886	63	0,001435	63	0,034467	70
GJR-GARCH-Ghyp (2,2)	0,037892	64	0,001436	64	0,034278	54
EGARCH-SStd (2,2)	0,037893	65	0,001436	65	0,034060	36
APARCH-SStd (2,2)	0,037897	66	0,001436	66	0,034300	55
GJR-GARCH-SGed (1,1)	0,037907	67	0,001437	67	0,034450	69
APARCH-SGed (2,2)	0,037907	68	0,001437	68	0,034323	61
APARCH-Jsu (2,1)	0,037917	69	0,001438	69	0,034347	63
APARCH-Jsu (2,2)	0,037921	70	0,001438	70	0,034315	59
APARCH-Ghyp (2,2)	0,037936	71	0,001439	71	0,034351	64
GJR-GARCH-SGed (1,2)	0,037951	72	0,001440	72	0,034500	73
APARCH-Jsu (1,2)	0,037963	73	0,001441	73	0,034554	74
APARCH-SStd (2,1)	0,037967	74	0,001441	74	0,034420	68
APARCH-SStd (1,1)	0,037984	75	0,001443	75	0,034563	75
APARCH-Ghyp (2,1)	0,038014	76	0,001445	76	0,034467	71

Tabela A1 – Resultados obtidos pelas três funções de perda utilizadas para comparar a capacidade preditiva dos 160 modelos concorrentes para a série Ibov, utilizando previsões para 50 passos à frente com reajuste dos parâmetros a cada um passo para cada modelo concorrente.

Modelos	(continuação)					
	RMSE		MSE		MAD	
	Estatística	Posição	Estatística	Posição	Estatística	Posição
APARCH-SGed (2,1)	0,038033	77	0,001446	77	0,034496	72
APARCH-SStd (1,2)	0,038077	78	0,001450	78	0,034675	82
EGARCH-Norm (1,2)	0,038083	79	0,001450	79	0,034599	77
APARCH-Ghyp (1,1)	0,038090	80	0,001451	80	0,034681	84
EGARCH-Ghyp (1,2)	0,038093	81	0,001451	81	0,034777	88
EGARCH-SGed (2,2)	0,038098	82	0,001451	82	0,034589	76
EGARCH-Norm (1,1)	0,038152	83	0,001456	83	0,034645	80
GARCH-Norm (2,1)	0,038166	84	0,001457	84	0,034806	91
APARCH-SGed (1,1)	0,038167	85	0,001457	85	0,034771	87
EGARCH-Std (1,2)	0,038171	86	0,001457	86	0,034841	93
APARCH-Ghyp (1,2)	0,038173	87	0,001457	87	0,034778	89
CGARCH-Norm (2,2)	0,038179	88	0,001458	88	0,034608	79
GARCH-Norm (1,2)	0,038184	89	0,001458	89	0,034965	98
GARCH-Norm (1,1)	0,038192	90	0,001459	90	0,034973	99
APARCH-SGed (1,2)	0,038222	91	0,001461	91	0,034840	92
EGARCH-Ghyp (1,1)	0,038241	92	0,001462	92	0,034851	94
EGARCH-Ghyp (2,2)	0,038343	93	0,001470	93	0,034767	86
GARCH-Norm (2,2)	0,038363	94	0,001472	94	0,034797	90
CGARCH-Norm (2,1)	0,038378	95	0,001473	95	0,035082	102
EGARCH-SNorm (2,2)	0,038389	96	0,001474	96	0,034728	85
EGARCH-Norm (2,1)	0,038461	97	0,001479	97	0,034676	83
CGARCH-Std (2,1)	0,038482	98	0,001481	98	0,035163	103
CGARCH-SNorm (1,2)	0,038509	99	0,001483	99	0,035322	108
CGARCH-SNorm (1,1)	0,038516	100	0,001483	100	0,035329	111
EGARCH-SNorm (1,2)	0,038634	101	0,001493	101	0,034929	97
GARCH-Std (2,1)	0,038650	102	0,001494	102	0,035340	112
CGARCH-Ged (2,1)	0,038671	103	0,001495	103	0,035370	115
EGARCH-Std (2,1)	0,038690	104	0,001497	104	0,034926	96
EGARCH-Norm (2,2)	0,038722	105	0,001499	105	0,034917	95
CGARCH-Std (2,2)	0,038730	106	0,001500	106	0,035210	104
EGARCH-Ged (1,1)	0,038733	107	0,001500	107	0,035277	106
GARCH-Std (1,2)	0,038747	108	0,001501	108	0,035583	123
GARCH-Std (1,1)	0,038749	109	0,001501	109	0,035586	124
EGARCH-Ged (1,2)	0,038770	110	0,001503	110	0,035317	107
GJR-GARCH-Norm (1,1)	0,038788	111	0,001505	111	0,035412	116
EGARCH-SNorm (1,1)	0,038793	112	0,001505	112	0,034984	100
GJR-GARCH-Norm (1,2)	0,038803	113	0,001506	113	0,035430	118
EGARCH-Ged (2,1)	0,038809	114	0,001506	114	0,035056	101
CGARCH-Ged (2,2)	0,038858	115	0,001510	115	0,035348	113

Tabela A1 – Resultados obtidos pelas três funções de perda utilizadas para comparar a capacidade preditiva dos 160 modelos concorrentes para a série Ibov, utilizando previsões para 50 passos à frente com reajuste dos parâmetros a cada um passo para cada modelo concorrente.

Modelos	(continuação)					
	RMSE		MSE		MAD	
	Estatística	Posição	Estatística	Posição	Estatística	Posição
GARCH-Ged (2,1)	0,038863	116	0,001510	116	0,035572	122
GARCH-Std (2,2)	0,038893	117	0,001513	117	0,035362	114
GJR-GARCH-Norm (2,1)	0,038926	118	0,001515	118	0,035423	117
APARCH-Norm (2,2)	0,038943	119	0,001517	119	0,035446	120
GJR-GARCH-Norm (2,2)	0,038955	120	0,001517	120	0,035441	119
GARCH-Ged (1,1)	0,038993	121	0,001520	121	0,035852	138
GARCH-Ged (1,2)	0,038996	122	0,001521	122	0,035856	139
CGARCH-SStd (1,1)	0,039000	123	0,001521	123	0,035840	136
EGARCH-Std (2,2)	0,039014	124	0,001522	124	0,035221	105
APARCH-Norm (2,1)	0,039048	125	0,001525	125	0,035593	125
GARCH-Ged (2,2)	0,039051	126	0,001525	126	0,035547	121
GJR-GARCH-Std (1,1)	0,039052	127	0,001525	127	0,035702	129
CGARCH-SStd (1,2)	0,039054	128	0,001525	128	0,035872	140
GJR-GARCH-Std (1,2)	0,039070	129	0,001526	129	0,035720	130
APARCH-Norm (1,1)	0,039076	130	0,001527	130	0,035761	131
EGARCH-Ged (2,2)	0,039098	131	0,001529	131	0,035327	110
CGARCH-Jsu (1,1)	0,039101	132	0,001529	132	0,035972	145
CGARCH-Jsu (1,2)	0,039106	133	0,001529	133	0,035921	142
APARCH-Norm (1,2)	0,039147	134	0,001532	134	0,035840	137
GJR-GARCH-Std (2,1)	0,039165	135	0,001534	135	0,035680	126
APARCH-Std (2,2)	0,039185	136	0,001535	136	0,035693	127
GJR-GARCH-Std (2,2)	0,039197	137	0,001536	137	0,035699	128
CGARCH-Ghyp (1,2)	0,039232	138	0,001539	138	0,036111	149
CGARCH-Ghyp (1,1)	0,039241	139	0,001540	139	0,036121	150
APARCH-Ged (2,2)	0,039253	140	0,001541	140	0,035775	133
APARCH-Std (2,1)	0,039254	141	0,001541	141	0,035816	135
GJR-GARCH-Ged (2,2)	0,039255	142	0,001541	142	0,035770	132
GJR-GARCH-Ged (2,1)	0,039260	143	0,001541	143	0,035788	134
CGARCH-SGed (1,2)	0,039269	144	0,001542	144	0,036153	151
APARCH-Std (1,1)	0,039273	145	0,001542	145	0,035969	144
CGARCH-SGed (1,1)	0,039279	146	0,001543	146	0,036164	152
GJR-GARCH-Ged (1,1)	0,039279	147	0,001543	147	0,035949	143
GJR-GARCH-Ged (1,2)	0,039312	148	0,001545	148	0,035986	147
APARCH-Std (1,2)	0,039379	149	0,001551	149	0,036103	148
APARCH-Ged (2,1)	0,039395	150	0,001552	150	0,035974	146
APARCH-Ged (1,1)	0,039558	151	0,001565	151	0,036290	153
APARCH-Ged (1,2)	0,039613	152	0,001569	152	0,036354	154
CGARCH-Norm (1,2)	0,039682	153	0,001575	153	0,036596	155
CGARCH-Norm (1,1)	0,039686	154	0,001575	154	0,036600	156

Tabela A1 – Resultados obtidos pelas três funções de perda utilizadas para comparar a capacidade preditiva dos 160 modelos concorrentes para a série Ibov, utilizando previsões para 50 passos à frente com reajuste dos parâmetros a cada um passo para cada modelo concorrente.

(conclusão)

Modelos	RMSE		MSE		MAD	
	Estatística	Posição	Estatística	Posição	Estatística	Posição
EGARCH-Jsu (2,1)	0,040003	155	0,001600	155	0,035322	109
CGARCH-Std (1,1)	0,040363	156	0,001629	156	0,037357	157
CGARCH-Std (1,2)	0,040463	157	0,001637	157	0,037445	158
CGARCH-Ged (1,2)	0,040626	158	0,001650	158	0,037624	159
EGARCH-Jsu (2,2)	0,040627	159	0,001651	159	0,035908	141
CGARCH-Ged (1,1)	0,040633	160	0,001651	160	0,037632	160

Fonte: Elaboração do autor.

Tabela A2 – Resultados obtidos pelas três funções de perda utilizadas para comparar a capacidade preditiva dos 160 modelos concorrentes para a série Irts, utilizando previsões para 50 passos à frente com reajuste dos parâmetros a cada um passo para cada modelo concorrente.

(continua)

Modelos	RMSE		MSE		MAD	
	Estatística	Posição	Estatística	Posição	Estatística	Posição
GJR-GARCH-Norm (1,2)	0,046936	1	0,002203	1	0,042928	2
GJR-GARCH-Norm (1,1)	0,047021	2	0,002211	2	0,043008	3
CGARCH-Norm (1,2)	0,047157	3	0,002224	3	0,043159	5
CGARCH-Norm (2,1)	0,047248	4	0,002232	4	0,042772	1
CGARCH-Norm (1,1)	0,047290	5	0,002236	5	0,043247	6
GJR-GARCH-Norm (2,1)	0,047311	6	0,002238	6	0,043337	7
GARCH-Norm (1,1)	0,047354	7	0,002242	7	0,043426	8
GARCH-Norm (2,1)	0,047378	8	0,002245	8	0,043452	9
GARCH-Norm (1,2)	0,047383	9	0,002245	9	0,043467	10
GARCH-Norm (2,2)	0,047529	10	0,002259	10	0,043541	11
CGARCH-Norm (2,2)	0,047546	11	0,002261	11	0,043030	4
GJR-GARCH-Norm (2,2)	0,047649	12	0,002270	12	0,043590	12
GJR-GARCH-Std (2,2)	0,048096	13	0,002313	13	0,044140	13
CGARCH-SNorm (2,1)	0,048462	14	0,002349	14	0,044309	14
GJR-GARCH-SNorm (1,2)	0,048542	15	0,002356	15	0,044673	16
GJR-GARCH-SNorm (1,1)	0,048701	16	0,002372	16	0,044844	17
GJR-GARCH-SNorm (2,1)	0,048757	17	0,002377	17	0,044913	18
CGARCH-SNorm (2,2)	0,048813	18	0,002383	18	0,044530	15
GJR-GARCH-SNorm (2,2)	0,048898	19	0,002391	19	0,045150	19
CGARCH-SNorm (1,1)	0,048968	20	0,002398	20	0,045180	21
CGARCH-SNorm (1,2)	0,048985	21	0,002399	21	0,045176	20
GJR-GARCH-Std (1,2)	0,049299	22	0,002430	22	0,045402	22
GJR-GARCH-Ghyp (2,2)	0,049309	23	0,002431	23	0,045456	23

Tabela A2 – Resultados obtidos pelas três funções de perda utilizadas para comparar a capacidade preditiva dos 160 modelos concorrentes para a série Irts, utilizando previsões para 50 passos à frente com reajuste dos parâmetros a cada um passo para cada modelo concorrente.

Modelos	(continuação)					
	RMSE		MSE		MAD	
	Estatística	Posição	Estatística	Posição	Estatística	Posição
GJR-GARCH-Std (1,1)	0,049381	24	0,002439	24	0,045597	24
CGARCH-Std (2,2)	0,049510	25	0,002451	25	0,045770	25
GARCH-SNorm (1,1)	0,049511	26	0,002451	26	0,045800	26
GARCH-SNorm (2,1)	0,049516	27	0,002452	27	0,045805	27
CGARCH-SStd (2,2)	0,049565	28	0,002457	28	0,045810	28
GARCH-SNorm (1,2)	0,049613	29	0,002461	29	0,045918	29
CGARCH-Std (1,2)	0,049749	30	0,002475	30	0,045932	30
GARCH-SNorm (2,2)	0,049788	31	0,002479	31	0,046076	34
GJR-GARCH-Ged (1,2)	0,049800	32	0,002480	32	0,045982	32
GJR-GARCH-SStd (1,2)	0,049805	33	0,002481	33	0,045951	31
GJR-GARCH-Std (2,1)	0,049869	34	0,002487	34	0,046036	33
CGARCH-SStd (2,1)	0,049882	35	0,002488	35	0,046188	36
CGARCH-Std (1,1)	0,049889	36	0,002489	36	0,046189	37
GJR-GARCH-SStd (1,1)	0,049976	37	0,002498	37	0,046236	38
GJR-GARCH-Ged (1,1)	0,050019	38	0,002502	38	0,046269	39
CGARCH-Std (2,1)	0,050154	39	0,002515	39	0,046420	46
EGARCH-Norm (2,2)	0,050162	40	0,002516	40	0,046152	35
GJR-GARCH-SStd (2,1)	0,050166	41	0,002517	41	0,046358	43
EGARCH-Norm (2,1)	0,050184	42	0,002518	42	0,046321	40
GJR-GARCH-Ged (2,1)	0,050206	43	0,002521	43	0,046447	47
EGARCH-Norm (1,2)	0,050210	44	0,002521	44	0,046332	41
CGARCH-Jsu (2,1)	0,050220	45	0,002522	45	0,046516	48
CGARCH-Jsu (1,1)	0,050228	46	0,002523	46	0,046518	49
EGARCH-Norm (1,1)	0,050229	47	0,002523	47	0,046356	42
GJR-GARCH-Ged (2,2)	0,050259	48	0,002526	48	0,046377	45
CGARCH-Jsu (1,2)	0,050264	49	0,002526	49	0,046558	50
CGARCH-SStd (1,2)	0,050389	50	0,002539	50	0,046665	52
GJR-GARCH-SStd (2,2)	0,050397	51	0,002540	51	0,046374	44
CGARCH-SStd (1,1)	0,050401	52	0,002540	52	0,046627	51
CGARCH-Jsu (2,2)	0,050499	53	0,002550	53	0,046817	53
GJR-GARCH-Jsu (1,2)	0,050650	54	0,002565	54	0,046868	54
CGARCH-Ged (2,2)	0,050821	55	0,002583	55	0,047037	55
GJR-GARCH-Jsu (1,1)	0,050843	56	0,002585	56	0,047167	58
CGARCH-Ged (1,2)	0,050862	57	0,002587	57	0,047203	60
CGARCH-Ged (2,1)	0,050871	58	0,002588	58	0,047102	57
GJR-GARCH-Jsu (2,1)	0,050925	59	0,002593	59	0,047185	59
APARCH-Norm (1,1)	0,050930	60	0,002594	60	0,047054	56
GJR-GARCH-SGed (1,2)	0,051043	61	0,002605	61	0,047320	62
APARCH-Norm (1,2)	0,051052	62	0,002606	62	0,047212	61

Tabela A2 – Resultados obtidos pelas três funções de perda utilizadas para comparar a capacidade preditiva dos 160 modelos concorrentes para a série Irts, utilizando previsões para 50 passos à frente com reajuste dos parâmetros a cada um passo para cada modelo concorrente.

Modelos	(continuação)					
	RMSE		MSE		MAD	
	Estatística	Posição	Estatística	Posição	Estatística	Posição
CGARCH-Ged (1,1)	0,051243	63	0,002626	63	0,047579	63
GJR-GARCH-SGed (1,1)	0,051306	64	0,002632	64	0,047652	65
CGARCH-Ghyp (2,2)	0,051344	65	0,002636	65	0,047757	68
GJR-GARCH-SGed (2,1)	0,051422	66	0,002644	66	0,047752	67
GARCH-SStd (1,1)	0,051436	67	0,002646	67	0,047997	69
GARCH-SStd (2,1)	0,051503	68	0,002653	68	0,048070	71
GJR-GARCH-Jsu (2,2)	0,051518	69	0,002654	69	0,047625	64
GJR-GARCH-SGed (2,2)	0,051524	70	0,002655	70	0,047690	66
GARCH-SStd (2,2)	0,051561	71	0,002659	71	0,048100	72
GARCH-SStd (1,2)	0,051563	72	0,002659	72	0,048102	73
GARCH-Std (1,1)	0,051576	73	0,002660	73	0,048147	75
GARCH-Std (2,1)	0,051667	74	0,002669	74	0,048247	78
GARCH-Std (1,2)	0,051714	75	0,002674	75	0,048265	80
GARCH-Std (2,2)	0,051717	76	0,002675	76	0,048268	81
GJR-GARCH-Ghyp (1,2)	0,051775	77	0,002681	77	0,048058	70
CGARCH-Ghyp (1,1)	0,051812	78	0,002684	78	0,048153	76
GJR-GARCH-Ghyp (1,1)	0,051843	79	0,002688	79	0,048241	77
CGARCH-SGed (2,2)	0,051909	80	0,002695	80	0,048300	82
CGARCH-Ghyp (1,2)	0,051913	81	0,002695	81	0,048263	79
CGARCH-Ghyp (2,1)	0,051915	82	0,002695	82	0,048347	83
CGARCH-SGed (1,2)	0,051961	83	0,002700	83	0,048362	84
GARCH-Ged (1,1)	0,052047	84	0,002709	84	0,048585	88
GARCH-Ged (2,1)	0,052082	85	0,002713	85	0,048624	89
GJR-GARCH-Ghyp (2,1)	0,052085	86	0,002713	86	0,048421	85
GARCH-Jsu (1,1)	0,052165	87	0,002721	87	0,048766	93
GARCH-Ged (2,2)	0,052166	88	0,002721	88	0,048705	90
GARCH-Ged (1,2)	0,052166	89	0,002721	89	0,048706	91
CGARCH-SGed (1,1)	0,052180	90	0,002723	90	0,048562	86
GARCH-Jsu (2,1)	0,052208	91	0,002726	91	0,048815	94
GARCH-Jsu (1,2)	0,052299	92	0,002735	92	0,048881	95
GARCH-Jsu (2,2)	0,052300	93	0,002735	93	0,048882	96
CGARCH-SGed (2,1)	0,052336	94	0,002739	94	0,048710	92
EGARCH-SNorm (2,2)	0,052376	95	0,002743	95	0,048571	87
APARCH-Norm (2,1)	0,052766	96	0,002784	96	0,048128	74
EGARCH-SNorm (2,1)	0,052882	97	0,002796	97	0,049232	97
GARCH-SGed (1,1)	0,052986	98	0,002807	98	0,049589	101
GARCH-SGed (2,1)	0,052993	99	0,002808	99	0,049600	103
EGARCH-SNorm (1,2)	0,053091	100	0,002819	100	0,049425	98
EGARCH-SNorm (1,1)	0,053131	101	0,002823	101	0,049476	99

Tabela A2 – Resultados obtidos pelas três funções de perda utilizadas para comparar a capacidade preditiva dos 160 modelos concorrentes para a série Irts, utilizando previsões para 50 passos à frente com reajuste dos parâmetros a cada um passo para cada modelo concorrente.

(continuação)

Modelos	RMSE		MSE		MAD	
	Estatística	Posição	Estatística	Posição	Estatística	Posição
GARCH-SGed (2,2)	0,053152	102	0,002825	102	0,049759	106
GARCH-SGed (1,2)	0,053154	103	0,002825	103	0,049761	107
APARCH-SNorm (2,2)	0,053259	104	0,002836	104	0,049578	100
APARCH-SNorm (2,1)	0,053270	105	0,002838	105	0,049592	102
APARCH-SNorm (1,1)	0,053306	106	0,002842	106	0,049630	104
APARCH-SNorm (1,2)	0,053329	107	0,002844	107	0,049657	105
GARCH-Ghyp (1,1)	0,053360	108	0,002847	108	0,050049	108
GARCH-Ghyp (2,1)	0,053434	109	0,002855	109	0,050130	109
GARCH-Ghyp (1,2)	0,053544	110	0,002867	110	0,050211	110
GARCH-Ghyp (2,2)	0,053547	111	0,002867	111	0,050213	111
EGARCH-Ged (2,2)	0,054228	112	0,002941	112	0,050476	112
EGARCH-Std (1,1)	0,054276	113	0,002946	113	0,050665	114
EGARCH-Std (1,2)	0,054353	114	0,002954	114	0,050752	115
APARCH-SStd (1,2)	0,054468	115	0,002967	115	0,050897	118
EGARCH-Ged (1,1)	0,054475	116	0,002968	116	0,050896	117
APARCH-SStd (2,2)	0,054508	117	0,002971	117	0,050866	116
EGARCH-Ged (1,2)	0,054525	118	0,002973	118	0,050950	119
EGARCH-Std (2,2)	0,054526	119	0,002973	119	0,050648	113
EGARCH-Std (2,1)	0,054582	120	0,002979	120	0,051010	122
APARCH-Std (2,2)	0,054631	121	0,002984	121	0,051004	121
EGARCH-Ged (2,1)	0,054637	122	0,002985	122	0,051119	123
APARCH-SStd (1,1)	0,054682	123	0,002990	123	0,051122	124
EGARCH-SStd (2,1)	0,054721	124	0,002994	124	0,051176	125
EGARCH-SStd (1,1)	0,054741	125	0,002997	125	0,051176	126
EGARCH-SStd (1,2)	0,054745	126	0,002997	126	0,051186	127
APARCH-Ged (2,1)	0,054749	127	0,002997	127	0,050990	120
APARCH-SStd (2,1)	0,054993	128	0,003024	128	0,051403	130
APARCH-Std (2,1)	0,055015	129	0,003027	129	0,051268	129
EGARCH-SStd (2,2)	0,055038	130	0,003029	130	0,051254	128
APARCH-Jsu (2,2)	0,055063	131	0,003032	131	0,051607	132
APARCH-Std (1,2)	0,055119	132	0,003038	132	0,051463	131
APARCH-Std (1,1)	0,055399	133	0,003069	133	0,051782	133
EGARCH-SGed (2,2)	0,055460	134	0,003076	134	0,051800	134
APARCH-Ged (2,2)	0,055474	135	0,003077	135	0,052052	137
APARCH-Jsu (1,2)	0,055579	136	0,003089	136	0,051977	135
EGARCH-Jsu (2,2)	0,055680	137	0,003100	137	0,052031	136
EGARCH-Jsu (2,1)	0,055760	138	0,003109	138	0,052276	138
EGARCH-Jsu (1,2)	0,055833	139	0,003117	139	0,052332	140
EGARCH-Jsu (1,1)	0,055845	140	0,003119	140	0,052342	141

Tabela A2 – Resultados obtidos pelas três funções de perda utilizadas para comparar a capacidade preditiva dos 160 modelos concorrentes para a série Irts, utilizando previsões para 50 passos à frente com reajuste dos parâmetros a cada um passo para cada modelo concorrente.

(conclusão)

Modelos	RMSE		MSE		MAD	
	Estatística	Posição	Estatística	Posição	Estatística	Posição
APARCH-Jsu (2,1)	0,055910	141	0,003126	141	0,052284	139
APARCH-SGed (2,1)	0,056058	142	0,003143	142	0,052547	142
EGARCH-SGed (2,1)	0,056069	143	0,003144	143	0,052630	143
EGARCH-SGed (1,1)	0,056197	144	0,003158	144	0,052722	144
EGARCH-SGed (1,2)	0,056202	145	0,003159	145	0,052729	145
APARCH-Jsu (1,1)	0,056292	146	0,003169	146	0,052754	146
APARCH-SGed (2,2)	0,056427	147	0,003184	147	0,053059	147
APARCH-Ghyp (2,1)	0,056505	148	0,003193	148	0,053078	148
APARCH-Ged (1,1)	0,056652	149	0,003209	149	0,053117	149
APARCH-Ghyp (2,2)	0,056657	150	0,003210	150	0,053193	150
APARCH-Ged (1,2)	0,056745	151	0,003220	151	0,053234	151
EGARCH-Ghyp (2,1)	0,057656	152	0,003324	152	0,054258	152
EGARCH-Ghyp (1,1)	0,057687	153	0,003328	153	0,054280	153
EGARCH-Ghyp (2,2)	0,057776	154	0,003338	154	0,054306	154
EGARCH-Ghyp (1,2)	0,057814	155	0,003343	155	0,054416	155
APARCH-SGed (1,2)	0,057938	156	0,003357	156	0,054499	157
APARCH-SGed (1,1)	0,058006	157	0,003365	157	0,054569	158
APARCH-Ghyp (1,2)	0,058018	158	0,003366	158	0,054439	156
APARCH-Ghyp (1,1)	0,058260	159	0,003394	159	0,054835	159
APARCH-Norm (2,2)	0,335129	160	0,112312	160	0,096611	160

Fonte: Elaboração do autor.

Tabela A3 – Resultados obtidos pelas três funções de perda utilizadas para comparar a capacidade preditiva dos 160 modelos concorrentes para a série Ibse, utilizando previsões para 50 passos à frente com reajuste dos parâmetros a cada um passo para cada modelo concorrente.

(continua)

Modelos	RMSE		MSE		MAD	
	Estatística	Posição	Estatística	Posição	Estatística	Posição
CGARCH-Norm (2,2)	0,020353	1	0,000414	1	0,018942	1
CGARCH-Norm (1,1)	0,020536	2	0,000422	2	0,019196	2
CGARCH-Norm (1,2)	0,020559	3	0,000423	3	0,019207	3
CGARCH-Norm (2,1)	0,020798	4	0,000433	4	0,019485	4
GARCH-Norm (2,1)	0,021218	5	0,000450	5	0,019776	5
GARCH-Norm (2,2)	0,021360	6	0,000456	6	0,019860	6
CGARCH-SNorm (2,2)	0,021506	7	0,000462	7	0,020166	7
GARCH-Norm (1,1)	0,021583	8	0,000466	8	0,020237	8
CGARCH-SNorm (1,2)	0,021655	9	0,000469	9	0,020385	9

Tabela A3 – Resultados obtidos pelas três funções de perda utilizadas para comparar a capacidade preditiva dos 160 modelos concorrentes para a série Ibse, utilizando previsões para 50 passos à frente com reajuste dos parâmetros a cada um passo para cada modelo concorrente.

(continuação)

Modelos	RMSE		MSE		MAD	
	Estatística	Posição	Estatística	Posição	Estatística	Posição
CGARCH-SNorm (1,1)	0,021663	10	0,000469	10	0,020394	10
GARCH-Std (2,2)	0,021709	11	0,000471	11	0,020412	11
GARCH-Std (2,1)	0,021747	12	0,000473	12	0,020452	12
CGARCH-Std (2,2)	0,021801	13	0,000475	13	0,020506	13
CGARCH-Std (2,1)	0,021830	14	0,000477	14	0,020540	14
GARCH-SNorm (2,1)	0,021893	15	0,000479	15	0,020686	17
CGARCH-Std (1,2)	0,021933	16	0,000481	16	0,020678	15
CGARCH-SNorm (2,1)	0,021937	17	0,000481	17	0,020696	18
CGARCH-Std (1,1)	0,021939	18	0,000481	18	0,020685	16
GARCH-Std (1,1)	0,021982	19	0,000483	19	0,020735	19
GARCH-Std (1,2)	0,021987	20	0,000483	20	0,020741	20
GARCH-Ged (2,2)	0,022046	21	0,000486	21	0,020760	21
GARCH-SNorm (1,1)	0,022118	22	0,000489	22	0,020835	22
GARCH-Ged (2,1)	0,022129	23	0,000490	23	0,020856	23
CGARCH-Ged (2,2)	0,022162	24	0,000491	24	0,020876	24
GARCH-SNorm (2,2)	0,022261	25	0,000496	25	0,021006	26
GARCH-SStd (2,1)	0,022298	26	0,000497	26	0,021024	28
GARCH-SStd (2,2)	0,022305	27	0,000498	27	0,021031	29
GJR-GARCH-Norm (2,1)	0,022323	28	0,000498	28	0,021008	27
GJR-GARCH-SNorm (2,2)	0,022365	29	0,000500	29	0,020953	25
CGARCH-Ged (1,1)	0,022371	30	0,000500	30	0,021129	34
GJR-GARCH-Std (2,1)	0,022374	31	0,000501	31	0,021087	30
GARCH-Ged (1,1)	0,022377	32	0,000501	32	0,021153	39
GARCH-Ged (1,2)	0,022385	33	0,000501	33	0,021162	40
CGARCH-Ged (1,2)	0,022389	34	0,000501	34	0,021143	37
GJR-GARCH-Std (1,1)	0,022393	35	0,000501	35	0,021090	31
GJR-GARCH-Std (1,2)	0,022395	36	0,000502	36	0,021096	32
CGARCH-SStd (2,2)	0,022400	37	0,000502	37	0,021137	36
GJR-GARCH-Std (2,2)	0,022414	38	0,000502	38	0,021135	35
CGARCH-SStd (2,1)	0,022439	39	0,000504	39	0,021175	41
CGARCH-Ged (2,1)	0,022445	40	0,000504	40	0,021150	38
GARCH-SStd (1,2)	0,022448	41	0,000504	41	0,021220	42
GARCH-SStd (1,1)	0,022460	42	0,000504	42	0,021232	43
CGARCH-SStd (1,1)	0,022480	43	0,000505	43	0,021248	44
CGARCH-SStd (1,2)	0,022486	44	0,000506	44	0,021252	45
GJR-GARCH-Norm (2,2)	0,022510	45	0,000507	45	0,021116	33
GJR-GARCH-Ged (2,1)	0,022579	46	0,000510	46	0,021296	48
GJR-GARCH-Ged (2,2)	0,022585	47	0,000510	47	0,021283	47
GARCH-Norm (1,2)	0,022599	48	0,000511	48	0,021378	52

Tabela A3 – Resultados obtidos pelas três funções de perda utilizadas para comparar a capacidade preditiva dos 160 modelos concorrentes para a série Ibse, utilizando previsões para 50 passos à frente com reajuste dos parâmetros a cada um passo para cada modelo concorrente.

Modelos	(continuação)					
	RMSE		MSE		MAD	
	Estatística	Posição	Estatística	Posição	Estatística	Posição
GJR-GARCH-Ged (1,1)	0,022640	49	0,000513	49	0,021336	50
GJR-GARCH-Norm (1,2)	0,022647	50	0,000513	50	0,021336	49
GJR-GARCH-Ged (1,2)	0,022658	51	0,000513	51	0,021357	51
APARCH-Norm (1,2)	0,022700	52	0,000515	52	0,021255	46
GARCH-SGed (2,2)	0,022711	53	0,000516	53	0,021449	54
GJR-GARCH-Norm (1,1)	0,022717	54	0,000516	54	0,021407	53
GARCH-SGed (2,1)	0,022777	55	0,000519	55	0,021530	59
EGARCH-Norm (2,1)	0,022785	56	0,000519	56	0,021471	55
GARCH-Jsu (2,1)	0,022797	57	0,000520	57	0,021551	61
GARCH-Jsu (2,2)	0,022798	58	0,000520	58	0,021550	60
GARCH-SNorm (1,2)	0,022835	59	0,000521	59	0,021553	62
EGARCH-Norm (1,2)	0,022851	60	0,000522	60	0,021485	56
APARCH-Norm (2,1)	0,022875	61	0,000523	61	0,021487	57
CGARCH-Jsu (2,2)	0,022883	62	0,000524	62	0,021643	66
CGARCH-SGed (2,2)	0,022897	63	0,000524	63	0,021626	64
EGARCH-Norm (1,1)	0,022901	64	0,000524	64	0,021526	58
GARCH-Ghyp (2,1)	0,022917	65	0,000525	65	0,021684	68
GARCH-Ghyp (2,2)	0,022918	66	0,000525	66	0,021684	67
CGARCH-SGed (1,2)	0,022945	67	0,000526	67	0,021737	73
CGARCH-SGed (1,1)	0,022952	68	0,000527	68	0,021746	74
GARCH-Jsu (1,2)	0,022956	69	0,000527	69	0,021757	75
GARCH-SGed (1,2)	0,022958	70	0,000527	70	0,021758	76
GARCH-SGed (1,1)	0,022961	71	0,000527	71	0,021760	77
CGARCH-SGed (2,1)	0,022965	72	0,000527	72	0,021708	70
GARCH-Jsu (1,1)	0,022971	73	0,000528	73	0,021771	79
EGARCH-Norm (2,2)	0,022975	74	0,000528	74	0,021582	63
GJR-GARCH-SStd (1,2)	0,022977	75	0,000528	75	0,021702	69
CGARCH-Jsu (2,1)	0,022985	76	0,000528	76	0,021730	72
CGARCH-Jsu (1,2)	0,022995	77	0,000529	77	0,021792	80
CGARCH-Jsu (1,1)	0,022997	78	0,000529	78	0,021796	81
GJR-GARCH-SStd (1,1)	0,023037	79	0,000531	79	0,021761	78
CGARCH-Ghyp (2,2)	0,023040	80	0,000531	80	0,021813	82
CGARCH-Ghyp (2,1)	0,023063	81	0,000532	81	0,021840	83
GJR-GARCH-SNorm (1,1)	0,023080	82	0,000533	82	0,021722	71
APARCH-Norm (1,1)	0,023080	83	0,000533	83	0,021632	65
GARCH-Ghyp (1,2)	0,023091	84	0,000533	84	0,021902	85
GARCH-Ghyp (1,1)	0,023112	85	0,000534	85	0,021923	87
CGARCH-Ghyp (1,2)	0,023191	86	0,000538	86	0,022002	88
CGARCH-Ghyp (1,1)	0,023193	87	0,000538	87	0,022006	89

Tabela A3 – Resultados obtidos pelas três funções de perda utilizadas para comparar a capacidade preditiva dos 160 modelos concorrentes para a série Ibse, utilizando previsões para 50 passos à frente com reajuste dos parâmetros a cada um passo para cada modelo concorrente.

(continuação)

Modelos	RMSE		MSE		MAD	
	Estatística	Posição	Estatística	Posição	Estatística	Posição
GJR-GARCH-SNorm (2,1)	0,023201	88	0,000538	88	0,021867	84
APARCH-SNorm (1,2)	0,023271	89	0,000542	89	0,021913	86
GJR-GARCH-SStd (2,1)	0,023286	90	0,000542	90	0,022038	90
GJR-GARCH-SGed (1,2)	0,023326	91	0,000544	91	0,022055	91
GJR-GARCH-SGed (1,1)	0,023360	92	0,000546	92	0,022086	92
GJR-GARCH-SNorm (1,2)	0,023408	93	0,000548	93	0,022109	93
GJR-GARCH-Jsu (1,2)	0,023447	94	0,000550	94	0,022198	95
GJR-GARCH-Jsu (1,1)	0,023518	95	0,000553	95	0,022267	96
GJR-GARCH-Ghyp (1,2)	0,023554	96	0,000555	96	0,022319	98
EGARCH-SNorm (1,2)	0,023620	97	0,000558	97	0,022308	97
GJR-GARCH-SGed (2,1)	0,023633	98	0,000558	98	0,022382	100
GJR-GARCH-SStd (2,2)	0,023639	99	0,000559	99	0,022424	103
GJR-GARCH-Ghyp (1,1)	0,023640	100	0,000559	100	0,022403	101
GJR-GARCH-SGed (2,2)	0,023725	101	0,000563	101	0,022447	104
APARCH-SNorm (1,1)	0,023730	102	0,000563	102	0,022328	99
EGARCH-SNorm (1,1)	0,023739	103	0,000564	103	0,022420	102
APARCH-Norm (2,2)	0,023765	104	0,000565	104	0,022184	94
EGARCH-SNorm (2,1)	0,023788	105	0,000566	105	0,022535	106
APARCH-SNorm (2,1)	0,023805	106	0,000567	106	0,022450	105
GJR-GARCH-Ghyp (2,1)	0,023941	107	0,000573	107	0,022733	108
EGARCH-SNorm (2,2)	0,024064	108	0,000579	108	0,022732	107
GJR-GARCH-Jsu (2,1)	0,024093	109	0,000580	109	0,022937	109
GJR-GARCH-Jsu (2,2)	0,024144	110	0,000583	110	0,022962	112
GJR-GARCH-Ghyp (2,2)	0,024166	111	0,000584	111	0,022951	111
APARCH-Std (2,1)	0,024285	112	0,000590	112	0,022950	110
EGARCH-Std (2,2)	0,024439	113	0,000597	113	0,023204	115
EGARCH-Std (2,1)	0,024454	114	0,000598	114	0,023216	116
APARCH-Std (1,2)	0,024506	115	0,000601	115	0,023172	113
APARCH-Ged (2,1)	0,024521	116	0,000601	116	0,023190	114
EGARCH-Std (1,2)	0,024522	117	0,000601	117	0,023237	117
EGARCH-Ged (2,2)	0,024532	118	0,000602	118	0,023299	118
EGARCH-Std (1,1)	0,024592	119	0,000605	119	0,023300	119
EGARCH-Ged (2,1)	0,024598	120	0,000605	120	0,023361	121
APARCH-Std (1,1)	0,024694	121	0,000610	121	0,023343	120
EGARCH-Ged (1,2)	0,024728	122	0,000611	122	0,023440	124
EGARCH-Ged (1,1)	0,024779	123	0,000614	123	0,023485	126
APARCH-SStd (1,2)	0,024817	124	0,000616	124	0,023506	127
APARCH-Ged (1,1)	0,024836	125	0,000617	125	0,023478	125
APARCH-Std (2,2)	0,024874	126	0,000619	126	0,023420	123

Tabela A3 – Resultados obtidos pelas três funções de perda utilizadas para comparar a capacidade preditiva dos 160 modelos concorrentes para a série Ibse, utilizando previsões para 50 passos à frente com reajuste dos parâmetros a cada um passo para cada modelo concorrente.

Modelos	(conclusão)					
	RMSE		MSE		MAD	
	Estatística	Posição	Estatística	Posição	Estatística	Posição
EGARCH-SStd (2,1)	0,024919	127	0,000621	127	0,023706	130
EGARCH-SStd (1,2)	0,024943	128	0,000622	128	0,023683	129
APARCH-SNorm (2,2)	0,024967	129	0,000623	129	0,023390	122
EGARCH-SStd (2,2)	0,024967	130	0,000623	130	0,023764	131
EGARCH-SStd (1,1)	0,025065	131	0,000628	131	0,023800	132
APARCH-SStd (1,1)	0,025142	132	0,000632	132	0,023820	133
APARCH-Ghyp (1,2)	0,025160	133	0,000633	133	0,023867	134
APARCH-Ged (2,2)	0,025172	134	0,000634	134	0,023661	128
APARCH-Jsu (1,2)	0,025177	135	0,000634	135	0,023878	135
APARCH-SStd (2,1)	0,025196	136	0,000635	136	0,023899	136
EGARCH-SGed (1,2)	0,025235	137	0,000637	137	0,023975	137
EGARCH-SGed (2,1)	0,025278	138	0,000639	138	0,024072	140
EGARCH-SGed (1,1)	0,025334	139	0,000642	139	0,024068	139
APARCH-SGed (1,2)	0,025336	140	0,000642	140	0,023992	138
EGARCH-Jsu (2,1)	0,025347	141	0,000642	141	0,024152	144
EGARCH-Jsu (1,2)	0,025384	142	0,000644	142	0,024143	143
APARCH-SGed (2,1)	0,025416	143	0,000646	143	0,024110	142
APARCH-Ged (1,2)	0,025436	144	0,000647	144	0,024159	145
EGARCH-Jsu (2,2)	0,025445	145	0,000647	145	0,024266	149
APARCH-SGed (1,1)	0,025452	146	0,000648	146	0,024095	141
EGARCH-Ghyp (2,1)	0,025458	147	0,000648	147	0,024274	150
EGARCH-SGed (2,2)	0,025462	148	0,000648	148	0,024249	147
EGARCH-Ghyp (1,2)	0,025469	149	0,000649	149	0,024239	146
EGARCH-Jsu (1,1)	0,025522	150	0,000651	150	0,024276	151
EGARCH-Ghyp (2,2)	0,025549	151	0,000653	151	0,024379	154
APARCH-Jsu (1,1)	0,025563	152	0,000653	152	0,024253	148
APARCH-Ghyp (1,1)	0,025619	153	0,000656	153	0,024321	152
EGARCH-Ghyp (1,1)	0,025636	154	0,000657	154	0,024402	155
APARCH-Jsu (2,1)	0,025654	155	0,000658	155	0,024376	153
APARCH-Ghyp (2,1)	0,025716	156	0,000661	156	0,024449	156
APARCH-SStd (2,2)	0,026023	157	0,000677	157	0,024602	157
APARCH-SGed (2,2)	0,026280	158	0,000691	158	0,024820	158
APARCH-Jsu (2,2)	0,026540	159	0,000704	159	0,025128	159
APARCH-Ghyp (2,2)	0,026683	160	0,000712	160	0,025283	160

Fonte: Elaboração do autor.

Tabela A4 – Resultados obtidos pelas três funções de perda utilizadas para comparar a capacidade preditiva dos 160 modelos concorrentes para a série Isse, utilizando previsões para 50 passos à frente com reajuste dos parâmetros a cada um passo para cada modelo concorrente.

(continua)

Modelos	RMSE		MSE		MAD	
	Estatística	Posição	Estatística	Posição	Estatística	Posição
CGARCH-Jsu (2,2)	0,189343	1	0,035851	1	0,082784	1
CGARCH-Jsu (2,1)	0,189344	2	0,035851	2	0,082784	2
CGARCH-SStd (2,2)	0,206110	3	0,042481	3	0,083883	3
CGARCH-SStd (2,1)	0,206114	4	0,042483	4	0,083884	4
CGARCH-Ghyp (2,2)	0,208852	5	0,043619	5	0,085426	8
CGARCH-Ghyp (2,1)	0,208854	6	0,043620	6	0,085409	7
CGARCH-SGed (2,2)	0,218280	7	0,047646	7	0,085622	9
CGARCH-SGed (2,1)	0,218284	8	0,047648	8	0,085623	10
CGARCH-Std (2,2)	0,227447	9	0,051732	9	0,085271	5
CGARCH-Std (2,1)	0,227449	10	0,051733	10	0,085272	6
CGARCH-Ged (2,1)	0,235694	11	0,055552	11	0,086756	11
CGARCH-Ged (2,2)	0,235694	12	0,055552	12	0,086756	12
CGARCH-Jsu (1,2)	0,241054	13	0,058107	13	0,089378	15
CGARCH-Jsu (1,1)	0,242925	14	0,059013	14	0,089726	16
CGARCH-SStd (1,2)	0,254867	15	0,064957	15	0,090076	18
CGARCH-SStd (1,1)	0,257021	16	0,066060	16	0,090413	20
CGARCH-SNorm (2,2)	0,261988	17	0,068638	17	0,087934	13
CGARCH-SNorm (2,1)	0,261989	18	0,068638	18	0,087934	14
APARCH-Jsu (1,1)	0,269833	19	0,072810	19	0,092508	46
APARCH-Jsu (1,2)	0,270465	20	0,073151	20	0,092640	53
APARCH-Ghyp (1,1)	0,272184	21	0,074084	21	0,092542	49
APARCH-Ghyp (1,2)	0,272570	22	0,074294	22	0,092643	54
APARCH-Jsu (2,2)	0,272872	23	0,074459	23	0,091738	26
APARCH-SGed (1,1)	0,273707	24	0,074916	24	0,092249	38
APARCH-SGed (1,2)	0,273846	25	0,074992	25	0,092317	42
APARCH-Jsu (2,1)	0,273850	26	0,074994	26	0,091740	27
APARCH-SGed (2,2)	0,275188	27	0,075728	27	0,091195	23
CGARCH-Ghyp (1,2)	0,276251	28	0,076314	28	0,093570	66
CGARCH-Ghyp (1,1)	0,276563	29	0,076487	29	0,093668	68
APARCH-Ghyp (2,2)	0,276992	30	0,076725	30	0,091862	32
APARCH-Ghyp (2,1)	0,277358	31	0,076928	31	0,091881	34
APARCH-Ged (1,1)	0,279258	32	0,077985	32	0,092326	43
APARCH-Ged (2,2)	0,279384	33	0,078056	33	0,091285	24
APARCH-SGed (2,1)	0,279488	34	0,078113	34	0,091764	28
APARCH-Ged (1,2)	0,279842	35	0,078312	35	0,092514	47
APARCH-SStd (1,1)	0,282268	36	0,079675	36	0,093019	57
CGARCH-SGed (1,2)	0,282680	37	0,079908	37	0,094096	72
CGARCH-SGed (1,1)	0,283064	38	0,080125	38	0,094164	74
APARCH-Ged (2,1)	0,283112	39	0,080152	39	0,091822	31

Tabela A4 – Resultados obtidos pelas três funções de perda utilizadas para comparar a capacidade preditiva dos 160 modelos concorrentes para a série Isse, utilizando previsões para 50 passos à frente com reajuste dos parâmetros a cada um passo para cada modelo concorrente.

Modelos	(continuação)					
	RMSE		MSE		MAD	
	Estatística	Posição	Estatística	Posição	Estatística	Posição
APARCH-SStd (1,2)	0,283358	40	0,080292	40	0,093406	61
EGARCH-Ghyp (2,2)	0,283474	41	0,080357	41	0,092536	48
EGARCH-Ghyp (2,1)	0,283780	42	0,080531	42	0,092588	51
EGARCH-Jsu (2,2)	0,283877	43	0,080586	43	0,092928	55
EGARCH-Jsu (2,1)	0,284192	44	0,080765	44	0,092999	56
EGARCH-SGed (2,2)	0,284467	45	0,080921	45	0,092214	37
EGARCH-SGed (2,1)	0,284794	46	0,081107	46	0,092289	41
APARCH-SStd (2,1)	0,285475	47	0,081496	47	0,092333	45
APARCH-SStd (2,2)	0,285485	48	0,081502	48	0,092327	44
EGARCH-Ged (2,2)	0,286327	49	0,081983	49	0,091681	25
EGARCH-Ged (2,1)	0,286747	50	0,082224	50	0,092260	39
EGARCH-Jsu (1,2)	0,287379	51	0,082587	51	0,094657	83
EGARCH-Jsu (1,1)	0,288231	52	0,083077	52	0,094621	82
EGARCH-Ghyp (1,2)	0,288365	53	0,083154	53	0,094522	78
EGARCH-Ghyp (1,1)	0,289443	54	0,083777	54	0,094524	79
CGARCH-Ged (1,2)	0,289624	55	0,083882	55	0,093814	70
CGARCH-Ged (1,1)	0,289873	56	0,084026	56	0,093850	71
CGARCH-Std (1,1)	0,290256	57	0,084249	57	0,093676	69
CGARCH-Std (1,2)	0,290394	58	0,084329	58	0,093665	67
GJR-GARCH-Jsu (1,2)	0,291295	59	0,084853	59	0,096528	101
GJR-GARCH-Jsu (1,1)	0,291787	60	0,085139	60	0,096564	102
EGARCH-SStd (2,2)	0,293615	61	0,086210	61	0,093372	60
APARCH-Std (1,1)	0,293703	62	0,086261	62	0,093519	65
APARCH-Std (2,1)	0,293764	63	0,086297	63	0,092585	50
APARCH-Std (2,2)	0,293784	64	0,086309	64	0,092589	52
EGARCH-SStd (2,1)	0,293842	65	0,086343	65	0,093424	62
EGARCH-SGed (1,2)	0,294915	66	0,086975	66	0,094598	80
APARCH-Std (1,2)	0,295306	67	0,087206	67	0,094195	75
EGARCH-SGed (1,1)	0,295846	68	0,087525	68	0,094599	81
APARCH-SNorm (2,2)	0,296211	69	0,087741	69	0,090380	19
CGARCH-Norm (2,1)	0,296302	70	0,087795	70	0,090420	21
CGARCH-Norm (2,2)	0,296303	71	0,087795	71	0,090421	22
EGARCH-Std (2,2)	0,297963	72	0,088782	72	0,093516	64
GJR-GARCH-Ghyp (1,2)	0,298104	73	0,088866	73	0,097055	103
EGARCH-Std (2,1)	0,298139	74	0,088887	74	0,093453	63
GJR-GARCH-Ghyp (1,1)	0,298365	75	0,089022	75	0,097061	104
GJR-GARCH-SGed (1,2)	0,299144	76	0,089487	76	0,096166	94
GJR-GARCH-SGed (1,1)	0,299457	77	0,089674	77	0,096195	96
EGARCH-SStd (1,2)	0,300543	78	0,090326	78	0,095508	90

Tabela A4 – Resultados obtidos pelas três funções de perda utilizadas para comparar a capacidade preditiva dos 160 modelos concorrentes para a série Isse, utilizando previsões para 50 passos à frente com reajuste dos parâmetros a cada um passo para cada modelo concorrente.

Modelos	(continuação)					
	RMSE		MSE		MAD	
	Estatística	Posição	Estatística	Posição	Estatística	Posição
EGARCH-Ged (1,2)	0,301055	79	0,090634	79	0,094845	85
EGARCH-SStd (1,1)	0,301388	80	0,090835	80	0,095415	89
EGARCH-Ged (1,1)	0,301968	81	0,091185	81	0,094844	84
APARCH-SNorm (1,1)	0,303958	82	0,092391	82	0,091789	29
APARCH-SNorm (1,2)	0,304734	83	0,092863	83	0,091875	33
APARCH-Norm (2,2)	0,306785	84	0,094117	84	0,089974	17
GJR-GARCH-Ged (1,2)	0,306802	85	0,094127	85	0,096378	99
GJR-GARCH-SStd (1,2)	0,306859	86	0,094163	86	0,097275	109
GJR-GARCH-Ged (1,1)	0,307089	87	0,094304	87	0,096400	100
GJR-GARCH-SStd (1,1)	0,307294	88	0,094430	88	0,097313	110
APARCH-SNorm (2,1)	0,310902	89	0,096660	89	0,091929	35
EGARCH-Std (1,2)	0,311631	90	0,097114	90	0,095930	92
GARCH-Jsu (1,2)	0,312224	91	0,097484	91	0,098398	117
EGARCH-Std (1,1)	0,312425	92	0,097610	92	0,095882	91
GARCH-Jsu (1,1)	0,312918	93	0,097918	93	0,098467	119
CGARCH-SNorm (1,2)	0,313184	94	0,098084	94	0,094114	73
CGARCH-SNorm (1,1)	0,313814	95	0,098479	95	0,094231	76
APARCH-Norm (1,1)	0,314856	96	0,099134	96	0,091807	30
APARCH-Norm (1,2)	0,316359	97	0,100083	97	0,092037	36
EGARCH-SNorm (2,1)	0,317168	98	0,100596	98	0,093228	58
GARCH-Ghyp (1,1)	0,319379	99	0,102003	99	0,098366	115
GJR-GARCH-Std (1,2)	0,319472	100	0,102062	100	0,097765	111
GARCH-Ghyp (1,2)	0,319634	101	0,102166	101	0,098836	122
GJR-GARCH-Std (1,1)	0,319971	102	0,102382	102	0,097810	112
GARCH-SGed (1,1)	0,321740	103	0,103517	103	0,098325	113
GARCH-SGed (1,2)	0,321925	104	0,103636	104	0,098357	114
APARCH-Norm (2,1)	0,322590	105	0,104064	105	0,092283	40
EGARCH-Norm (2,1)	0,323121	106	0,104407	106	0,093287	59
GJR-GARCH-Jsu (2,1)	0,324550	107	0,105332	107	0,100311	138
GJR-GARCH-SGed (2,1)	0,324642	108	0,105392	108	0,099066	129
GARCH-SStd (1,2)	0,325139	109	0,105715	109	0,098858	124
GJR-GARCH-Jsu (2,2)	0,325243	110	0,105783	110	0,100380	139
GARCH-SStd (1,1)	0,325245	111	0,105784	111	0,098845	123
GJR-GARCH-Ghyp (2,1)	0,325443	112	0,105913	112	0,100143	137
EGARCH-SNorm (1,2)	0,327440	113	0,107217	113	0,095220	87
GJR-GARCH-Ged (2,1)	0,327703	114	0,107389	114	0,098970	125
GARCH-Ged (1,1)	0,328339	115	0,107806	115	0,098396	116
GARCH-Ged (1,2)	0,328456	116	0,107884	116	0,098420	118
EGARCH-SNorm (1,1)	0,328481	117	0,107900	117	0,095265	88

Tabela A4 – Resultados obtidos pelas três funções de perda utilizadas para comparar a capacidade preditiva dos 160 modelos concorrentes para a série Isse, utilizando previsões para 50 passos à frente com reajuste dos parâmetros a cada um passo para cada modelo concorrente.

(continuação)

Modelos	RMSE		MSE		MAD	
	Estatística	Posição	Estatística	Posição	Estatística	Posição
GJR-GARCH-SGed (2,2)	0,328639	118	0,108004	118	0,099669	133
EGARCH-SNorm (2,2)	0,328864	119	0,108152	119	0,094345	77
GJR-GARCH-Ghyp (2,2)	0,329089	120	0,108299	120	0,100697	142
GJR-GARCH-SNorm (1,2)	0,329209	121	0,108378	121	0,096213	97
GJR-GARCH-SNorm (1,1)	0,329550	122	0,108603	122	0,096249	98
GJR-GARCH-Ged (2,2)	0,333158	123	0,110994	123	0,099751	134
GARCH-Std (1,2)	0,334973	124	0,112207	124	0,099028	128
GARCH-Std (1,1)	0,335125	125	0,112309	125	0,099021	127
GJR-GARCH-SStd (2,1)	0,336409	126	0,113171	126	0,100642	141
EGARCH-Norm (2,2)	0,336734	127	0,113390	127	0,095082	86
GARCH-Jsu (2,2)	0,338382	128	0,114503	128	0,100982	146
GJR-GARCH-SStd (2,2)	0,339181	129	0,115043	129	0,101250	147
EGARCH-Norm (1,2)	0,341151	130	0,116384	130	0,096131	93
EGARCH-Norm (1,1)	0,342235	131	0,117125	131	0,096174	95
GJR-GARCH-Std (2,1)	0,342500	132	0,117306	132	0,100577	140
GJR-GARCH-Std (2,2)	0,342678	133	0,117428	133	0,100724	143
GARCH-Jsu (2,1)	0,346237	134	0,119880	134	0,101776	154
GARCH-Ghyp (2,2)	0,346652	135	0,120168	135	0,101740	153
GARCH-SGed (2,2)	0,348240	136	0,121271	136	0,100891	144
GJR-GARCH-Norm (1,2)	0,349561	137	0,122193	137	0,097192	105
CGARCH-Norm (1,1)	0,349644	138	0,122251	138	0,097210	106
GJR-GARCH-Norm (1,1)	0,349820	139	0,122374	139	0,097219	107
CGARCH-Norm (1,2)	0,349920	140	0,122444	140	0,097234	108
GJR-GARCH-SNorm (2,1)	0,351121	141	0,123286	141	0,098833	121
GARCH-SStd (2,2)	0,351325	142	0,123429	142	0,101422	148
GARCH-Ghyp (2,1)	0,352218	143	0,124058	143	0,101601	152
GARCH-SGed (2,1)	0,353831	144	0,125196	144	0,101492	150
GJR-GARCH-SNorm (2,2)	0,354037	145	0,125342	145	0,098978	126
GARCH-Ged (2,2)	0,355288	146	0,126229	146	0,100956	145
GARCH-SStd (2,1)	0,358216	147	0,128319	147	0,102089	156
GARCH-Ged (2,1)	0,359435	148	0,129193	148	0,101429	149
GARCH-SNorm (1,1)	0,359555	149	0,129280	149	0,099439	130
GARCH-SNorm (1,2)	0,359634	150	0,129336	150	0,099449	131
GJR-GARCH-Norm (2,1)	0,360461	151	0,129932	151	0,098686	120
GARCH-Std (2,2)	0,361993	152	0,131039	152	0,101582	151
GARCH-Std (2,1)	0,367115	153	0,134774	153	0,102122	157
GJR-GARCH-Norm (2,2)	0,369136	154	0,136261	154	0,099530	132
GARCH-Norm (1,1)	0,375749	155	0,141187	155	0,099822	135
GARCH-Norm (1,2)	0,376051	156	0,141414	156	0,099860	136

Tabela A4 – Resultados obtidos pelas três funções de perda utilizadas para comparar a capacidade preditiva dos 160 modelos concorrentes para a série Isse, utilizando previsões para 50 passos à frente com reajuste dos parâmetros a cada um passo para cada modelo concorrente.

(conclusão)

Modelos	RMSE		MSE		MAD	
	Estatística	Posição	Estatística	Posição	Estatística	Posição
GARCH-SNorm (2,2)	0,382563	157	0,146355	157	0,101894	155
GARCH-SNorm (2,1)	0,390433	158	0,152438	158	0,102677	159
GARCH-Norm (2,2)	0,401348	159	0,161080	159	0,102485	158
GARCH-Norm (2,1)	0,406462	160	0,165211	160	0,103068	160

Fonte: Elaboração do autor.

Tabela A5 – Resultados obtidos pelas três funções de perda utilizadas para comparar a capacidade preditiva dos 160 modelos concorrentes para a série Isa40, utilizando previsões para 50 passos à frente com reajuste dos parâmetros a cada um passo para cada modelo concorrente.

(continua)

Modelos	RMSE		MSE		MAD	
	Estatística	Posição	Estatística	Posição	Estatística	Posição
CGARCH-Ged (1,1)	0,028816	1	0,000830	1	0,026134	3
CGARCH-Ged (2,1)	0,028865	2	0,000833	2	0,026227	7
CGARCH-Ged (1,2)	0,028872	3	0,000834	3	0,026217	6
CGARCH-SNorm (1,2)	0,028895	4	0,000835	4	0,026197	4
CGARCH-SNorm (1,1)	0,028912	5	0,000836	5	0,026106	2
CGARCH-Std (1,1)	0,028973	6	0,000839	6	0,026067	1
CGARCH-SNorm (2,1)	0,029048	7	0,000844	7	0,026205	5
GARCH-SNorm (1,1)	0,029467	8	0,000868	8	0,026955	16
GARCH-SNorm (1,2)	0,029498	9	0,000870	9	0,026977	17
APARCH-Norm (2,2)	0,029691	10	0,000882	10	0,026466	8
APARCH-Norm (1,2)	0,029697	11	0,000882	11	0,026476	9
GARCH-Std (1,1)	0,029866	12	0,000892	12	0,026924	14
GARCH-Std (1,2)	0,029903	13	0,000894	13	0,026939	15
APARCH-Ged (2,2)	0,030118	14	0,000907	14	0,026638	10
APARCH-Ged (1,2)	0,030118	15	0,000907	15	0,026639	11
CGARCH-SGed (2,2)	0,030151	16	0,000909	16	0,027197	18
GARCH-Ged (1,1)	0,030311	17	0,000919	17	0,027340	19
GARCH-Ged (1,2)	0,030380	18	0,000923	18	0,027371	21
APARCH-Std (1,2)	0,030395	19	0,000924	19	0,026905	12
APARCH-Std (2,2)	0,030397	20	0,000924	20	0,026906	13
GARCH-SGed (2,1)	0,030482	21	0,000929	21	0,027551	23
GARCH-SGed (1,1)	0,030517	22	0,000931	22	0,027595	24
GARCH-SGed (1,2)	0,030520	23	0,000931	23	0,027597	25
GARCH-SGed (2,2)	0,030523	24	0,000932	24	0,027605	26
CGARCH-SSStd (1,2)	0,030580	25	0,000935	25	0,027640	28

Tabela A5 – Resultados obtidos pelas três funções de perda utilizadas para comparar a capacidade preditiva dos 160 modelos concorrentes para a série Isa40, utilizando previsões para 50 passos à frente com reajuste dos parâmetros a cada um passo para cada modelo concorrente.

(continuação)

Modelos	RMSE		MSE		MAD	
	Estatística	Posição	Estatística	Posição	Estatística	Posição
CGARCH-Ghyp (2,2)	0,030583	26	0,000935	26	0,027655	30
CGARCH-SStd (2,1)	0,030623	27	0,000938	27	0,027663	31
CGARCH-SStd (2,2)	0,030721	28	0,000944	28	0,027777	32
CGARCH-SGed (1,2)	0,030749	29	0,000946	29	0,027939	37
CGARCH-SNorm (2,2)	0,030799	30	0,000949	30	0,027369	20
CGARCH-Jsu (2,2)	0,030811	31	0,000949	31	0,027881	35
CGARCH-SGed (1,1)	0,030828	32	0,000950	32	0,028028	40
GARCH-Ghyp (2,1)	0,030847	33	0,000952	33	0,027930	36
GJR-GARCH-SNorm (2,1)	0,030864	34	0,000953	34	0,027634	27
GARCH-Ghyp (1,1)	0,030871	35	0,000953	35	0,027965	38
GJR-GARCH-SNorm (2,2)	0,030877	36	0,000953	36	0,027654	29
GARCH-Ghyp (1,2)	0,030878	37	0,000953	37	0,027970	39
GARCH-Ghyp (2,2)	0,030944	38	0,000958	38	0,028044	42
GARCH-SStd (1,1)	0,030980	39	0,000960	39	0,028074	43
GARCH-SStd (1,2)	0,030992	40	0,000961	40	0,028084	45
GARCH-SStd (2,1)	0,031000	41	0,000961	41	0,028074	43
CGARCH-Ghyp (1,2)	0,031053	42	0,000964	42	0,028252	53
GARCH-Jsu (2,1)	0,031064	43	0,000965	43	0,028148	46
GARCH-Jsu (1,1)	0,031066	44	0,000965	44	0,028171	47
GARCH-Jsu (1,2)	0,031077	45	0,000966	45	0,028180	49
CGARCH-SGed (2,1)	0,031077	46	0,000966	46	0,028337	58
GARCH-SStd (2,2)	0,031094	47	0,000967	47	0,028183	50
CGARCH-Jsu (1,2)	0,031098	48	0,000967	48	0,028275	54
CGARCH-Ghyp (1,1)	0,031190	49	0,000973	49	0,028407	59
GARCH-Jsu (2,2)	0,031195	50	0,000973	50	0,028295	55
CGARCH-SStd (1,1)	0,031236	51	0,000976	51	0,028448	60
APARCH-SNorm (1,2)	0,031260	52	0,000977	52	0,027864	33
APARCH-SNorm (2,2)	0,031262	53	0,000977	53	0,027865	34
GARCH-SNorm (2,2)	0,031267	54	0,000978	54	0,028036	41
CGARCH-Jsu (1,1)	0,031283	55	0,000979	55	0,028513	64
CGARCH-Std (1,2)	0,031376	56	0,000984	56	0,027538	22
CGARCH-Ghyp (2,1)	0,031488	57	0,000991	57	0,028782	71
GARCH-SNorm (2,1)	0,031501	58	0,000992	58	0,028216	51
EGARCH-Ghyp (2,2)	0,031509	59	0,000993	59	0,028299	57
CGARCH-Jsu (2,1)	0,031568	60	0,000997	60	0,028889	75
EGARCH-SStd (1,2)	0,032045	61	0,001027	61	0,028533	65
EGARCH-SGed (1,2)	0,032057	62	0,001028	62	0,028659	68
EGARCH-Jsu (1,2)	0,032149	63	0,001034	63	0,028476	61
EGARCH-Jsu (2,2)	0,032205	64	0,001037	64	0,029002	80

Tabela A5 – Resultados obtidos pelas três funções de perda utilizadas para comparar a capacidade preditiva dos 160 modelos concorrentes para a série Isa40, utilizando previsões para 50 passos à frente com reajuste dos parâmetros a cada um passo para cada modelo concorrente.

Modelos	(continuação)					
	RMSE		MSE		MAD	
	Estatística	Posição	Estatística	Posição	Estatística	Posição
EGARCH-SStd (2,2)	0,032249	65	0,001040	65	0,028708	69
GJR-GARCH-SGed (1,2)	0,032302	66	0,001043	66	0,028919	76
GJR-GARCH-SGed (2,2)	0,032344	67	0,001046	67	0,028941	77
GJR-GARCH-SGed (2,1)	0,032345	68	0,001046	68	0,028944	78
EGARCH-SNorm (1,2)	0,032442	69	0,001052	69	0,028842	73
APARCH-SGed (2,2)	0,032568	70	0,001061	70	0,029204	85
APARCH-SGed (1,2)	0,032570	71	0,001061	71	0,029207	87
APARCH-SGed (2,1)	0,032597	72	0,001063	72	0,029326	91
APARCH-SGed (1,1)	0,032609	73	0,001063	73	0,029336	92
APARCH-SNorm (2,1)	0,032647	74	0,001066	74	0,029206	86
EGARCH-Ghyp (1,2)	0,032721	75	0,001071	75	0,029120	82
GJR-GARCH-SStd (1,2)	0,032726	76	0,001071	76	0,029392	98
GJR-GARCH-SStd (2,2)	0,032745	77	0,001072	77	0,029384	95
GJR-GARCH-SStd (2,1)	0,032748	78	0,001072	78	0,029390	97
GJR-GARCH-Ghyp (1,2)	0,032760	79	0,001073	79	0,029405	99
GJR-GARCH-Ghyp (2,2)	0,032819	80	0,001077	80	0,029441	100
GJR-GARCH-Ghyp (2,1)	0,032821	81	0,001077	81	0,029445	101
EGARCH-SGed (2,2)	0,032882	82	0,001081	82	0,028868	74
GJR-GARCH-Jsu (1,2)	0,032924	83	0,001084	83	0,029583	104
GJR-GARCH-Jsu (2,2)	0,032959	84	0,001086	84	0,029589	105
GJR-GARCH-Jsu (2,1)	0,032963	85	0,001087	85	0,029598	106
APARCH-SNorm (1,1)	0,033008	86	0,001090	86	0,029353	93
GJR-GARCH-Jsu (1,1)	0,033011	87	0,001090	87	0,030063	128
GJR-GARCH-SStd (1,1)	0,033014	88	0,001090	88	0,030123	130
APARCH-Jsu (2,2)	0,033067	89	0,001093	89	0,029724	109
APARCH-Jsu (1,2)	0,033068	90	0,001094	90	0,029726	110
APARCH-SStd (2,2)	0,033154	91	0,001099	91	0,029802	113
APARCH-SStd (1,2)	0,033154	92	0,001099	92	0,029802	114
APARCH-Ghyp (2,2)	0,033223	93	0,001104	93	0,029871	118
APARCH-Ghyp (1,2)	0,033223	94	0,001104	94	0,029870	117
APARCH-Jsu (2,1)	0,033224	95	0,001104	95	0,029973	121
APARCH-Jsu (1,1)	0,033244	96	0,001105	96	0,029993	125
APARCH-Ghyp (1,1)	0,033250	97	0,001106	97	0,029986	122
APARCH-Ghyp (2,1)	0,033254	98	0,001106	98	0,029990	123
GJR-GARCH-Ghyp (1,1)	0,033256	99	0,001106	99	0,030309	135
APARCH-SStd (1,1)	0,033257	100	0,001106	100	0,030001	127
APARCH-SStd (2,1)	0,033258	101	0,001106	101	0,029999	126
EGARCH-Ghyp (2,1)	0,033384	102	0,001115	102	0,030177	133
EGARCH-SNorm (2,2)	0,033600	103	0,001129	103	0,028979	79

Tabela A5 – Resultados obtidos pelas três funções de perda utilizadas para comparar a capacidade preditiva dos 160 modelos concorrentes para a série Isa40, utilizando previsões para 50 passos à frente com reajuste dos parâmetros a cada um passo para cada modelo concorrente.

Modelos	(continuação)					
	RMSE		MSE		MAD	
	Estatística	Posição	Estatística	Posição	Estatística	Posição
GJR-GARCH-Std (2,1)	0,033689	104	0,001135	104	0,028478	62
EGARCH-Jsu (2,1)	0,033727	105	0,001137	105	0,030144	132
GJR-GARCH-Std (2,2)	0,033799	106	0,001142	106	0,028482	63
CGARCH-Norm (1,1)	0,033930	107	0,001151	107	0,028176	48
CGARCH-Norm (2,1)	0,034105	108	0,001163	108	0,028226	52
GJR-GARCH-SGed (1,1)	0,034236	109	0,001172	109	0,030599	139
GJR-GARCH-SNorm (1,2)	0,034362	110	0,001181	110	0,029390	96
CGARCH-Norm (1,2)	0,034440	111	0,001186	111	0,028297	56
EGARCH-SStd (2,1)	0,034555	112	0,001194	112	0,030311	136
GJR-GARCH-Ged (2,1)	0,034557	113	0,001194	113	0,028542	66
GJR-GARCH-Ged (2,2)	0,034848	114	0,001214	114	0,028586	67
GARCH-Ged (2,2)	0,035637	115	0,001270	115	0,029544	103
EGARCH-SGed (2,1)	0,035836	116	0,001284	116	0,030562	138
GARCH-Std (2,2)	0,036249	117	0,001314	117	0,029895	119
APARCH-Std (2,1)	0,036544	118	0,001335	118	0,029770	112
EGARCH-Std (1,2)	0,036634	119	0,001342	119	0,029018	81
APARCH-Std (1,1)	0,036896	120	0,001361	120	0,029862	115
APARCH-Ged (2,1)	0,036929	121	0,001364	121	0,029640	107
GARCH-Ged (2,1)	0,036966	122	0,001366	122	0,029991	124
GJR-GARCH-Std (1,2)	0,037073	123	0,001374	123	0,029360	94
APARCH-Ged (1,1)	0,037267	124	0,001389	124	0,029723	108
EGARCH-Ged (1,2)	0,037816	125	0,001430	125	0,029143	83
CGARCH-Std (2,2)	0,037839	126	0,001432	126	0,030284	134
GJR-GARCH-Norm (2,1)	0,038219	127	0,001461	127	0,028744	70
EGARCH-Norm (1,2)	0,038311	128	0,001468	128	0,029212	88
EGARCH-SNorm (2,1)	0,038467	129	0,001480	129	0,030785	141
GARCH-Std (2,1)	0,038483	130	0,001481	130	0,030602	140
CGARCH-Ged (2,2)	0,038728	131	0,001500	131	0,030314	137
GJR-GARCH-Ged (1,2)	0,038754	132	0,001502	132	0,029538	102
GJR-GARCH-Norm (2,2)	0,038788	133	0,001505	133	0,028826	72
APARCH-Norm (2,1)	0,040012	134	0,001601	134	0,029740	111
GARCH-Norm (1,1)	0,040343	135	0,001628	135	0,030098	129
EGARCH-Std (2,2)	0,040352	136	0,001628	136	0,029181	84
GARCH-Norm (1,2)	0,040491	137	0,001640	137	0,030132	131
APARCH-Norm (1,1)	0,040666	138	0,001654	138	0,029863	116
CGARCH-Std (2,1)	0,040814	139	0,001666	139	0,031120	142
GJR-GARCH-SNorm (1,1)	0,042123	140	0,001774	140	0,031219	144
EGARCH-Norm (2,2)	0,042249	141	0,001785	141	0,029322	90
EGARCH-Ged (2,2)	0,042254	142	0,001785	142	0,029288	89

Tabela A5 – Resultados obtidos pelas três funções de perda utilizadas para comparar a capacidade preditiva dos 160 modelos concorrentes para a série Isa40, utilizando previsões para 50 passos à frente com reajuste dos parâmetros a cada um passo para cada modelo concorrente.

(conclusão)

Modelos	RMSE		MSE		MAD	
	Estatística	Posição	Estatística	Posição	Estatística	Posição
GJR-GARCH-Norm (1,2)	0,044700	143	0,001998	143	0,029971	120
GJR-GARCH-Std (1,1)	0,046053	144	0,002121	144	0,031174	143
GARCH-Norm (2,2)	0,046573	145	0,002169	145	0,031628	147
EGARCH-Ghyp (1,1)	0,046814	146	0,002192	146	0,033693	155
GARCH-Norm (2,1)	0,047858	147	0,002290	147	0,031955	150
GJR-GARCH-Ged (1,1)	0,048696	148	0,002371	148	0,031417	145
EGARCH-Jsu (1,1)	0,049418	149	0,002442	149	0,033107	153
EGARCH-Std (2,1)	0,050215	150	0,002522	150	0,031575	146
EGARCH-SStd (1,1)	0,051564	151	0,002659	151	0,033569	154
CGARCH-Norm (2,2)	0,052395	152	0,002745	152	0,032683	152
EGARCH-Ged (2,1)	0,053431	153	0,002855	153	0,031894	149
EGARCH-SGed (1,1)	0,053900	154	0,002905	154	0,033759	156
EGARCH-Norm (2,1)	0,054918	155	0,003016	155	0,032010	151
GJR-GARCH-Norm (1,1)	0,056024	156	0,003139	156	0,031819	148
EGARCH-SNorm (1,1)	0,058184	157	0,003385	157	0,033887	157
EGARCH-Std (1,1)	0,074200	158	0,005506	158	0,034575	158
EGARCH-Ged (1,1)	0,076271	159	0,005817	159	0,034697	159
EGARCH-Norm (1,1)	0,077575	160	0,006018	160	0,034745	160

Fonte: Elaboração do autor.

## APÊNDICE B – CÓDIGO DESENVOLVIDO PARA O SOFTWARE LIVRE R

Apresenta-se, neste apêndice, o código desenvolvido pelo autor para realizar as previsões do VaR para os índices financeiros estudados e, também, para calcular as funções de perda estabelecidas para comparar a capacidade preditiva dos modelos concorrentes. O código-fonte proposto foi desenvolvido para ser executado no software livre R versão 3.2.4 Revised (2016-03-16 r70336), disponível em: <<https://www.R-project.org/>>.

```
# Código-fonte
```

```
library(rugarch)
```

```
library(MCS)
```

```
library(strucchange)
```

```
#Definir a série temporal
```

```
da_2 = índice_financeiro
```

```
#Definir os polinômios iniciais do processo
```

```
ord1 = 1
```

```
ord2 = 1
```

```
#Definir os modelos heterocedásticos e as distribuições de probabilidade estatísticas
```

```
Models = c("sGARCH", "eGARCH", "gjrGARCH", "apARCH", "csGARCH")
```

```
distributions = c("norm", "std", "ged", "snorm", "sstd", "sged", "jsu", "ghyp")
```

```
#Definir outros parâmetros a serem utilizados
```

```
N.prev = 50
```

```
N.total.modelos = 40*4
```

```
contador.modelos = 0
```

```
texte = c("GARCH-Norm (1,1)", "GARCH-Std (1,1)", "GARCH-Ged (1,1)", "GARCH-SNorm  
(1,1)", "GARCH-SStd (1,1)", "GARCH-SGed (1,1)", "GARCH-Jsu (1,1)", "GARCH-Ghyp  
(1,1)", "EGARCH-Norm (1,1)", "EGARCH-Std (1,1)", "EGARCH-Ged (1,1)", "EGARCH-  
SNorm (1,1)", "EGARCH-SStd (1,1)", "EGARCH-SGed (1,1)", "EGARCH-Jsu (1,1)",  
"EGARCH-Ghyp (1,1)", "GJR-GARCH-Norm (1,1)", "GJR-GARCH-Std (1,1)", "GJR-  
GARCH-Ged (1,1)", "GJR-GARCH-SNorm (1,1)", "GJR-GARCH-SStd (1,1)", "GJR-
```

GARCH-SGed (1,1)", "GJR-GARCH-Jsu (1,1)", "GJR-GARCH-Ghyps (1,1)", "APARCH-Norm (1,1)", "APARCH-Std (1,1)", "APARCH-Ged (1,1)", "APARCH-SNorm (1,1)", "APARCH-SStd (1,1)", "APARCH-SGed (1,1)", "APARCH-Jsu (1,1)", "APARCH-Ghyps (1,1)", "CGARCH-Norm (1,1)", "CGARCH-Std (1,1)", "CGARCH-Ged (1,1)", "CGARCH-SNorm (1,1)", "CGARCH-SStd (1,1)", "CGARCH-SGed (1,1)", "CGARCH-Jsu (1,1)", "CGARCH-Ghyps (1,1)", "GARCH-Norm (1,2)", "GARCH-Std (1,2)", "GARCH-Ged (1,2)", "GARCH-SNorm (1,2)", "GARCH-SStd (1,2)", "GARCH-SGed (1,2)", "GARCH-Jsu (1,2)", "GARCH-Ghyps (1,2)", "EGARCH-Norm (1,2)", "EGARCH-Std (1,2)", "EGARCH-Ged (1,2)", "EGARCH-SNorm (1,2)", "EGARCH-SStd (1,2)", "EGARCH-SGed (1,2)", "EGARCH-Jsu (1,2)", "EGARCH-Ghyps (1,2)", "GJR-GARCH-Norm (1,2)", "GJR-GARCH-Std (1,2)", "GJR-GARCH-Ged (1,2)", "GJR-GARCH-SNorm (1,2)", "GJR-GARCH-SStd (1,2)", "GJR-GARCH-SGed (1,2)", "GJR-GARCH-Jsu (1,2)", "GJR-GARCH-Ghyps (1,2)", "APARCH-Norm (1,2)", "APARCH-Std (1,2)", "APARCH-Ged (1,2)", "APARCH-SNorm (1,2)", "APARCH-SStd (1,2)", "APARCH-SGed (1,2)", "APARCH-Jsu (1,2)", "APARCH-Ghyps (1,2)", "CGARCH-Norm (1,2)", "CGARCH-Std (1,2)", "CGARCH-Ged (1,2)", "CGARCH-SNorm (1,2)", "CGARCH-SStd (1,2)", "CGARCH-SGed (1,2)", "CGARCH-Jsu (1,2)", "CGARCH-Ghyps (1,2)", "GARCH-Norm (2,1)", "GARCH-Std (2,1)", "GARCH-Ged (2,1)", "GARCH-SNorm (2,1)", "GARCH-SStd (2,1)", "GARCH-SGed (2,1)", "GARCH-Jsu (2,1)", "GARCH-Ghyps (2,1)", "EGARCH-Norm (2,1)", "EGARCH-Std (2,1)", "EGARCH-Ged (2,1)", "EGARCH-SNorm (2,1)", "EGARCH-SStd (2,1)", "EGARCH-SGed (2,1)", "EGARCH-Jsu (2,1)", "EGARCH-Ghyps (2,1)", "GJR-GARCH-Norm (2,1)", "GJR-GARCH-Std (2,1)", "GJR-GARCH-Ged (2,1)", "GJR-GARCH-SNorm (2,1)", "GJR-GARCH-SStd (2,1)", "GJR-GARCH-SGed (2,1)", "GJR-GARCH-Jsu (2,1)", "GJR-GARCH-Ghyps (2,1)", "APARCH-Norm (2,1)", "APARCH-Std (2,1)", "APARCH-Ged (2,1)", "APARCH-SNorm (2,1)", "APARCH-SStd (2,1)", "APARCH-SGed (2,1)", "APARCH-Jsu (2,1)", "APARCH-Ghyps (2,1)", "CGARCH-Norm (2,1)", "CGARCH-Std (2,1)", "CGARCH-Ged (2,1)", "CGARCH-SNorm (2,1)", "CGARCH-SStd (2,1)", "CGARCH-SGed (2,1)", "CGARCH-Jsu (2,1)", "CGARCH-Ghyps (2,1)", "GARCH-Norm (2,2)", "GARCH-Std (2,2)", "GARCH-Ged (2,2)", "GARCH-SNorm (2,2)", "GARCH-SStd (2,2)", "GARCH-SGed (2,2)", "GARCH-Jsu (2,2)", "GARCH-Ghyps (2,2)", "EGARCH-Norm (2,2)", "EGARCH-Std (2,2)", "EGARCH-Ged (2,2)", "EGARCH-SNorm (2,2)", "EGARCH-SStd (2,2)", "EGARCH-SGed (2,2)", "EGARCH-Jsu (2,2)", "EGARCH-Ghyps (2,2)", "GJR-GARCH-Norm (2,2)", "GJR-GARCH-Std (2,2)", "GJR-GARCH-Ged (2,2)", "GJR-GARCH-SNorm (2,2)", "GJR-GARCH-SStd (2,2)", "GJR-GARCH-SGed (2,2)", "GJR-GARCH-Jsu (2,2)", "GJR-GARCH-Ghyps (2,2)",

```
"APARCH-Norm (2,2)", "APARCH-Std (2,2)", "APARCH-Ged (2,2)", "APARCH-SNorm
(2,2)", "APARCH-SStd (2,2)", "APARCH-SGed (2,2)", "APARCH-Jsu (2,2)", "APARCH-
Ghyp (2,2)", "CGARCH-Norm (2,2)", "CGARCH-Std (2,2)", "CGARCH-Ged (2,2)",
"CGARCH-SNorm (2,2)", "CGARCH-SStd (2,2)", "CGARCH-SGed (2,2)", "CGARCH-Jsu
(2,2)", "CGARCH-Ghyp (2,2)")
```

```
ordem = c(ord1, ord2)
```

```
# Realizar as previsões
```

```
for( ord1 in 1:2 ) {
  for( ord2 in 1:2 ) {
    spec.comp = list()
    for( m in models ) {
      for( d in distributions ) {
        spec.comp[[paste( m, d, ord1, ord2, sep = "-" )]] =
          ugarchspec(mean.model = list(armaOrder = c(0, 0)),
            variance.model = list(model = m, garchOrder = c(ord1, ord2)),
            distribution.model = d)
      }
    }
    specifications = names( spec.comp )
    roll.comp = list()
    for( s in specifications ){
      roll.comp[[s]] = ugarchroll(spec = spec.comp[[s]], data = da_2,
        forecast.length = N.prev, refit.every = 1)
      contador.modelos = contador.modelos+1
      percentual.modelos=(contador.modelos/N.total.modelos)*100
      cat ( "##### Modelos rodados: ", contador.modelos, "-",
        percentual.modelos, "%\n")
    }
    VaR.comp=list()
    for( s in specifications ) {
      VaR.comp[[s]] = as.data.frame(roll.comp[[s]], which = "VaR")[, 1]
    }
  }
}
```

```

# Polinômios de ordem (1,x)
if ( ord1 == 1 ) {
  if ( ord2 == 1 ) {
    ordem11=list()
    for( s in specifications ) {
      ordem11[[s]]=VaR.comp[[s]]
    }
  }
  if ( ord2 == 2 ) {
    ordem12=list()
    for( s in specifications ) {
      ordem12[[s]]=VaR.comp[[s]]
    }
  }
}

# Polinômios de ordem (2,x)
if ( ord1 == 2 ) {
  if ( ord2 == 1 ) {
    ordem21=list()
    for( s in specifications ) {
      ordem21[[s]]=VaR.comp[[s]]
    }
  }
  if ( ord2 == 2 ) {
    ordem22=list()
    for( s in specifications ) {
      ordem22[[s]]=VaR.comp[[s]]
    }
  }
}

cat ( "\n#-----#n##### Polinômios rodados:", ord1, ", ",
ord2, "#####\n#-----#n\n")
ord2 = ord2 + 1
}

```

```

cat ( "\n#-----#\n##### Polinômios rodados:", ord1, ", ", ord2,
"#####\n#-----#\n\n")
ord1 = ord1 + 1
}

# Salvar as previsões realizadas
Todos.VaR = data.frame( ordem11 , ordem12 , ordem21 , ordem22 )
colnames(Todos.VaR) = texte

# Calcular a perda do VaR
Perda = do.call(cbind,lapply(texte, function(s) LossVaR(tau=0.01, realized=tail(da_2, N.prev),
evaluated = Todos.VaR[[s]])))
colnames(Perda) = texte

# Calcular as funções de perda estabelecidas: RMSE, MSE e MAD
contador = 1
for ( contador in 1:N.total.modelos ) {
  RMSE=list()
  for( contador in 1:N.total.modelos ) {
    RMSE[[contador]] = (((sum(Perda[,contador]^2))/N.prev)^0.5)
  }
  MSE=list()
  for( contador in 1:N.total.modelos ) {
    MSE[[contador]] = ((sum(Perda[,contador]^2))/N.prev)
  }
  MAD=list()
  for( contador in 1:N.total.modelos ) {
    MAD[[contador]] = ((sum(abs(Perda[,contador])))/N.prev)
  }
  contador = contador + 1
}
Todos.RMSE = data.frame( RMSE )
colnames(Todos.RMSE) = texte
Todos.MSE = data.frame( MSE )

```

```

colnames(Todos.MSE) = texte
Todos.MAD = data.frame( MAD )
colnames(Todos.MAD) = texte

# Resultado da função RMSE
cont = 1
cat ( "\n\n#####\n", "####\t\t
RMSE \t\t####\n", "#####\n" )
cat ( "\n Modelo \t\t\t RMSE\n\n" )
for( cont in 1:N.total.modelos ) {
    cat(texte[cont], "\t\t", Todos.RMSE[[cont]], "\n" )
    cont = cont + 1
}

# Resultado da função MSE
cont = 1
cat ( "\n\n#####\n", "####\t\t
MSE \t\t####\n", "#####\n" )
cat ( "\n Modelo \t\t\t MSE\n\n" )
for( cont in 1:N.total.modelos ) {
    cat(texte[cont], "\t\t", Todos.MSE[[cont]], "\n" )
    cont = cont + 1
}

# Resultado da função MAD
cont = 1
cat ( "\n\n#####\n", "####\t\t
MAD \t\t####\n", "#####\n" )
cat ( "\n Modelo \t\t\t MAD\n\n" )
for( cont in 1:N.total.modelos ) {
    cat(texte[cont], "\t\t", Todos.MAD[[cont]], "\n" )
    cont = cont + 1
}

# Fim do código-fonte

```