UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA MARIA
CENTRO DE CIÊNCIAS NATURAIS E EXATAS
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA
E ENSINO DE FÍSICA

Caroline Schütz

MODELAGEM MATEMÁTICA E RECURSOS TECNOLÓGICOS: UMA EXPERIÊNCIA EM UM CURSO DE FORMAÇÃO INICIAL DE PROFESSORES

Santa Maria, RS

2015

Caroline Schütz

MODELAGEM MATEMÁTICA E RECURSOS TECNOLÓGICOS: UMA EXPERIÊNCIA EM UM CURSO DE FORMAÇÃO INICIAL DE PROFESSORES

Dissertação apresentada ao Curso de Mestrado do Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática e Ensino de Física, da Universidade Federal de Santa Maria (UFSM/RS), como requisito parcial para obtenção do grau de **Mestre em Educação Matemática**.

Orientadora: Profª Drª Sandra Eliza Vielmo

Santa Maria, RS

2015

Ficha catalográfica elaborada através do Programa de Geração Automática
da Biblioteca Central da UFSM, com os dados fornecidos pelo(a) autor(a).

Schütz, Caroline
MODELAGEM MATEMÁTICA E RECURSOS TECNOLÓGICOS: UMA EXPERIÊNCIA EM UM CURSO DE FORMAÇÃO INICIAL DE PROFESSORES / Caroline Schütz.-2015.
127 p.; 30cm

Orientadora: Sandra Elisa Vielmo
Dissertação (mestrado) - Universidade Federal de Santa Maria, Centro de Ciências Naturais e Exatas, Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática e Ensino de Física, RS, 2015

1. Modelagem Matemática 2. Recursos Tecnológicos 3. Formação Inicial de Professores I. Vielmo, Sandra Elisa II. Título.

Caroline Schtütz

MODELAGEM MATEMÁTICA E RECURSOS TECNOLÓGICOS: UMA EXPERIÊNCIA EM UM CURSO DE FORMAÇÃO INICIAL DE PROFESSORES

Dissertação apresentada ao Curso de Mestrado do Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática e Ensino de Física, da Universidade Federal de Santa Maria (UFSM/RS), como requisito parcial para obtenção do grau de **Mestre em Educação Matemática**.

Aprovado em 14 de dezembro de 2015:

Sandra Eliza Vielmo, Dra. (UFSM)
(Presidente/Orientadora)

Inês Farias Ferreira, Dra. (UFSM)

Vanilde Bisognin

Vanilde Bisognin, Dra. (UNIFRA)

Santa Maria, RS
2015

À minha família.

AGRADECIMENTO

Este trabalho foi concluído, principalmente, pelo apoio, compreensão e dedicação de várias pessoas que me incentivaram ao longo desta jornada. Infelizmente, torna-se impossível, mencionar o nome de cada uma, porém, agradeço imensamente a todos que de alguma maneira estiveram presente durante este processo.

De maneira especial, agradeço:

A minha orientadora, a professora Sandra Eliza Vielmo, que acreditou em mim desde o princípio. Agradeço a sua paciência e dedicação. Obrigada por me possibilitar tanto aprendizado;

Ao meu esposo, pela paciência, compreensão e dedicação. Daniel, te amo muito. Obrigada por estar sempre ao meu lado;

Aos meus pais, irmãos, irmãs, sobrinhos e afilhados. Obrigada por compreenderem as minhas ausências e por sempre me apoiarem;

Aos meus amigos, obrigada por entenderem as ausências;

Aos professores e professoras do curso, em especial a professora Inês e a professora Carmen, as quais além de me oportunizarem novos conhecimentos em suas aulas, também, contribuiram para a melhoria deste trabalho. Neste sentido, agradeço também a professora Vanilde, que fez parte da banca examinadora deste trabalho, e contribuiu imensamente para a melhoria deste. Obrigada as três, pelas maravilhosas contribuições;

Aos meus colegas de curso, sem os quais as experiências vividas jamais seriam as mesmas. Obrigada por terem feito parte da minha trajetória;

Aos meus colegas de trabalho, pelo apoio e incentivo;

Aos alunos que fizeram parte deste trabalho. Obrigada por tornarem esta pesquisa possível.

Enfim, obrigada a todos que contribuiram, de uma maneira ou de outra, para que esta se realizasse.

RESUMO

MODELAGEM MATEMÁTICA E RECURSOS TECNOLÓGICOS: UMA EXPERIÊNCIA EM UM CURSO DE FORMAÇÃO INICIAL DE PROFESSORES

AUTORA: Caroline Schütz
ORIENTADORA: Sandra Eliza Vielmo

Esta dissertação descreve os resultados de uma pesquisa de ensino e aprendizagem em um ambiente de Modelagem Matemática aliado à utilização de recursos tecnológicos, desenvolvida no segundo semestre do ano de 2014, junto aos alunos da disciplina Métodos Matemáticos, no Curso de Matemática- Licenciatura da Universidade Federal de Santa Maria. A utilização da metodologia de Modelagem Matemática se justifica por proporcionar ao aluno a possibilidade de estudar matemática através de problemas reais do cotidiano, os quais tornam-se mais relevantes no momento de compreender, aplicar e interpretar conteúdos matemáticos. A pesquisa foi realizada numa abordagem qualitativa e os instrumentos utilizados foram: questionários, entrevistas, projetos de Modelagem Matemática, observações e percepções da pesquisadora e da professora da disciplina. O referencial teórico baseou-se em pesquisadores da área de Educação Matemática que defendem a utilização da Modelagem Matemática e dos recursos tecnológicos em sala de aula. A partir dos pressupostos teóricos, das observações e reflexões, procedeu-se à análise dos documentos oriundos dessa pesquisa. A análise sugere que a utilização da Modelagem Matemática, aliada aos recursos tecnológicos, pode contribuir de maneira positiva no ensino e aprendizagem de conteúdos matemáticos. Constatou-se também que se faz necessária sua utilização em outros momentos ao longo da graduação, para que alunos e professores sintam-se mais confortáveis em relação a esta metodologia.

Palavras-chave: Modelagem Matemática. Recursos Tecnológicos. Formação Inicial de Professores.

ABSTRACT

MODELING MATHEMATICS AND TECHNOLOGICAL RESOURCES: AN EXPERIENCE IN A COURSE OF INITIAL TRAINING TEACHERS

AUTHOR: Caroline Schütz
ADVISOR: Sandra Eliza Vielmo

This study describes the results of a teaching and learning research in a mathematical modeling environment, combined with the use of technological resources. It was developed in the second half of 2014, with the students of the Mathematical Methods discipline of Mathematics Course Degree from the Federal University of Santa Maria. The use of mathematical modeling methodology is justified by providing the student the opportunity to study mathematics through real everyday problems, which become more relevant at the time to understand, apply and interpret mathematical content. The survey was conducted by a qualitative approach and the instruments used were: questionnaires, interviews, modeling projects Mathematics, observations and perceptions of the researcher and teacher of the discipline. The theoretical framework was based on Mathematics Education Area researchers who advocate the use of mathematical modeling and technological resources in the classroom. Starting from the theoretical assumptions, the observations and reflections, the analysis of documents from this research provided evidences that the use of Mathematical Modeling, coupled with technological resources, can contribute positively in teaching and learning of mathematical content. The study also suggests that the use of these methodologies is important at other times during graduation so students and teachers may feel more comfortable about this methodology.

Keywords: Mathematical Modeling. Technological Resources. Initial Teacher Training.

LISTA DE FIGURAS

LISTA DE QUADROS

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

ACG	Atividade Complementar de Graduação
BOLEMA	Boletim de Educação Matemática
CEFETRS	Centro Federal de Educação Tecnológica de Pelotas
CCNE	Centro de Ciências Naturais e Exatas
CCR	Centro de Ciências Rurais
CFE	Conselho Federal de Educação
DCG	Disciplina Complementar de Graduação
EaD	Educação à Distância
EGEM	Encontro Gaúcho de Educação Matemática
FURG	Universidade Federal do Rio Grande
GRUPEMAT	Grupo de Pesquisas sobre Modelagem Matemática e Educação Matemática
IBGE	Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística
LAVIC	Laboratório de Avicultura
LIBRAS	Lingua Brasileira de Sinais
MMQ	Método dos Mínimos Quadrados
NDE	Núcleo Docente Estruturante
PUCRS	Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul
REVEMAT	Revista Eletrônica de Educação Matemática
REGESD	Rede Gaúcha de Educação Superior à Distância
TCLE	Termo de Consentimento Livre e Esclarecido
UCS	Universidade de Caxias do Sul
UERGS	Universidade Estadual do Rio Grande do Sul
UFPEL	Universidade Federal de Pelotas
UFRGS	Universidade Federal do Rio Grande do Sul
UFSC	Universidade Federal de Santa Catarina
UFSM	Universidade Federal de Santa Maria
ULBRA	Universidade Luterana do Brasil
UNESP	Universidade Estadual Paulista
UNISC	Universidade de Santa Cruz do Sul
VCN	Visual Computational Numerical

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO

Esta pesquisa está organizada em cinco capítulos, além das referências bibliográficas, anexos e apêndices. No presente capítulo são descritas as motivações e inquietações que conduziram a esta investigação, relacionadas a trajetória acadêmica e profissional da pesquisadora. Também, são apresentadas a justificativa e objetivos relacionados ao problema de pesquisa.

No capítulo 2 é apresentado o referencial teórico que dá embasamento a este trabalho, relacionado a Modelagem Matemática, aos Recursos Tecnológicos e o papel da formação inicial de professores.

O capítulo 3 dedica-se a descrição do contexto da pesquisa relacionado à instituição, curso, disciplina e sujeitos de pesquisa, bem como, a abordagem e metodologia adotadas.

No capítulo 4 são apresentados os dados obtidos na pesquisa e a análise dos mesmos, a partir do referencial teórico utilizado.

As reflexões finais encontram-se no capítulo 5, onde a questão inicial é retomada com o objetivo de compreender e tecer algumas considerações sobre as contribuições que esta pesquisa pode trazer ao processo de ensino e aprendizagem da Matemática, assim como a identificação de limitações e novas pesquisas a partir desta.

1.1 TRAJETÓRIA ACADÊMICA E PROFISSIONAL

Como acadêmica de graduação, cursei Licenciatura em Matemática na Universidade Federal de Santa Maria (UFSM), no período de 2000 a 2004. Do ano de 2005 a 2006 cursei a Especialização em Gestão Educacional na mesma instituição, cujo interesse ocorreu devido ao fato, que, a meu ver, a matriz curricular do Curso de Matemática Licenciatura não contemplava de modo aprofundado, as questões relativas a gestão escolar. Assim, fui buscar este aperfeiçoamento para melhorar minha futura prática docente. Contudo, apesar desta pós-graduação ter fornecido imensos conhecimentos sobre questões da organização e gestão escolar, pouco contribuiu nas questões referentes a prática educativa.

Profissionalmente, em 2009 tomei posse como professora de Matemática no Ensino Fundamental, no município de Agudo. Até aquele momento não fazia ideia de como a falta de disciplinas e conhecimentos relacionados a prática educativa me afetariam, e o quanto me sentiria despreparada para a função de educadora e mediadora. Observei que lecionar para este nível de ensino, exigiria muito mais que um preparo matemático. Havia também a necessidade de uma formação que me preparasse para trabalhar com as adversidades, como por exemplo: turmas imensas com alunos de diferentes faixas etárias, poucas horas-aula para trabalhar determinados conteúdos, cobrança para cumprir todo conteúdo programático, dificuldade em implementar aulas com uma metodologia diferenciada a fim de cativar a atenção dos alunos, fazendo com que se envolvessem com as atividades de ensino propostas.

Devido a estas constatações e frustrações, decidi me aventurar em outras áreas e, em 2012, fui nomeada como Assistente Administrativa em Educação na UFSM. Ainda na área educacional, em 2012, atuei como tutora à distância na disciplina Seminário Integrador VII, no Curso de Matemática Licenciatura oferecido pela REGESD[1] – Rede Gaúcha de Educação Superior à Distância, onde tive o primeiro contato com a metodologia da Modelagem Matemática.

No ano de 2013 fui convidada por uma das professoras da disciplina, a participar de um projeto de Extensão na UFSM, intitulado “A contextualização no ensino de Matemática através da Modelagem Matemática”. O interesse que havia sido despertado em mim, sobre o ensino da Matemática por meio da Modelagem Matemática se intensificou à medida que, neste projeto, percebi as potencialidades que esta abordagem metodológica proporcionava.

No ano de 2014 foi aberto o primeiro edital para o Curso de Mestrado em Educação Matemática e Ensino de Física. Como no momento não estava lecionando, me questionei o porquê de fazê-lo e, percebi que, seria uma oportunidade de agregar a minha formação outros conhecimentos e consolidar diversos aspectos relacionados ao ser docente, fazendo com que, talvez, futuramente retornasse a docência. Pois bem, enfrentei o desafio e consegui a chance de me aperfeiçoar.

[1]A REGESD foi constituída pelas seguintes instituições: CEFETRS, FURG, UCS, UFPel, UFSM, UERGS, UFRGS e UNISC. O Objetivo era fornecer de maneira viável, cursos de graduação em licenciaturas, otimizando recursos físicos e financeiros por meio da educação à distância. Os referidos cursos eram oferecidos a professores em atuação no sistema público de ensino, mas sem formação adequada. Maiores informações, <http://www.regesd.tche.br/>.

1.2 JUSTIFICATIVA E PROBLEMA DE PESQUISA

As dificuldades encontradas em interligar os conteúdos matemáticos e os problemas reais de diferentes áreas é uma constante nas atividades educacionais, em todos os níveis de ensino, como afirma D' Ambrósio, no prefácio do livro de Bassanezi (2010, p.11): "Os sistemas educacionais têm sido dominados, nos últimos duzentos anos, pelo que se poderia chamar de uma fascinação pelo teórico e abstrato". Afirma ainda, que a teoria e a técnica são apresentadas aos alunos sem relação alguma com a realidade, e quando há a tentativa de fazê-lo, aparecem, na maioria das vezes, de maneira artificial.

Esta pesquisa, justifica-se, por estas constatações e pelo interesse despertado por experiência anteriores da pesquisadora. Para o desenvolvimento da mesma, foi escolhido o ambiente da disciplina Métodos Matemáticos do Curso de Matemática Licenciatura, cujos conteúdos programáticos[2] mostravam-se adequados para a utilização desta metodologia.

Esta pesquisa é produto de um repensar em relação a prática educativa, que se fez necessário em virtude das dificuldades e do desinteresse que os estudantes apresentam em sala de aula. O repasse e acúmulo de informações não é mais o que o estudante espera, havendo a necessidade de estratégias que o motive a se envolver de forma mais eficaz no processo de ensino e aprendizagem, desenvolvendo a criticidade e o espírito investigativo. Assim, no desenvolvimento dessa investigação, a postura do professor de transmissor de conhecimentos foi substituída pela postura de mediador. Desta forma, desestabilizando e desafiando os alunos com a utilização de uma metodologia diferenciada no desenvolvimento da disciplina de Métodos Matemáticos do Curso de Matemática Licenciatura da UFSM.

Assim, o problema de pesquisa consiste em investigar:

Como a realização de Projetos de Modelagem Matemática, com apoio de recursos tecnológicos, contribui para o processo de ensino e aprendizagem de conteúdos do programa da disciplina de Métodos Matemáticos do Curso de Matemática Licenciatura da UFSM ?

[2] Anexo A.

1.3 OBJETIVOS DA PESQUISA

Para responder ao problema de pesquisa, foram estabelecidos alguns objetivos que conduziram a investigação realizada.

1.3.1 Objetivo geral

Identificar contribuições que o desenvolvimento de projetos de Modelagem Matemática com o apoio de recursos tecnológicos possibilitam no ensino e aprendizagem de conteúdos da disciplina de Métodos Matemáticos, do Curso de Matemática Licenciatura da UFSM.

1.3.2 Objetivos específicos

- Analisar os projetos de Modelagem Matemática desenvolvidos pelos alunos na disciplina;
- Verificar a opinião dos alunos, frente a metodologia adotada e sua relevância para a aprendizagem dos conteúdos matemáticos estudados;
- Verificar a opinião da professora da disciplina em relação ao desafio de trabalhar com a metodologia da Modelagem Matemática e com a utilização dos recursos tecnológicos;
- Verificar se as habilidades e competências descritas no Projeto Político do Curso de Matemática Licenciatura da UFSM foram desenvolvidas ao longo da disciplina;
- Tornar os alunos, mais críticos e reflexivos frente a utilização dos conteúdos matemáticos da disciplina no contexto social.

2 MODELAGEM MATEMÁTICA, RECURSOS TECNOLÓGICOS E FORMAÇÃO INICIAL DE PROFESSORES

2.1 MODELAGEM MATEMÁTICA: ALGUMAS PERSPECTIVAS

Desde a antiguidade, os nossos antepassados utilizavam-se de modelos matemáticos para resolver problemas do cotidiano ou fazer previsões. Segundo Biembengut e Hein (2007, p.7) "[...] a modelagem é tão antiga quanto a própria matemática, surgindo de aplicações na rotina diária de povos antigos." Com o passar do tempo e com o desenvolvimento, tanto industrial como tecnológico, esses problemas ficaram mais complexos e modelos mais sofisticados foram sendo necessários. Porém, a essência permanece a mesma, ou seja, resolver problemas da realidade a partir de ferramentas matemáticas conhecidas.

Dessa maneira serão abordadas algumas perspectivas de Modelagem Matemática[3], sob o ponto de vista de alguns pesquisadores.

Malheiros (2004) esclarece que a MM é vista por alguns pesquisadores como um método de pesquisa, enquanto para outros, como uma metodologia de ensino e aprendizagem. Como método de pesquisa, é utilizada tanto na Matemática Pura quanto na Matemática Aplicada, com vistas a compreender, generalizar e criar modelos, sem nenhuma finalidade educativa. Enquanto que, como uma metodologia de ensino e aprendizagem, busca na realidade do aluno, temas/assuntos que podem transformar a maneira como se trabalha os diferentes conteúdos de matemática.

Klüber (2012b) em sua tese de doutorado, buscou responder (não categoricamente) o que é Modelagem Matemática na Educação Matemática, a partir da análise de textos mais relevantes de oito pesquisadores. Segundo ele, além de ser utilizada em vários níveis do saber, o mais instigante é que "[...] para além de manifestações dos seus usos, revela-se uma multiplicidade de compreensões sobre ela." (KLÜBER, 2012b, p.13).

No Brasil, os pesquisadores pioneiros na utilização da MM no ensino de Matemática são Ubiratan D'Ambósio e Rodney Bassanezi. Segundo D'Ambrósio (2012, p.3),

> [...] o ciclo de aquisição de conhecimento é deflagrado a partir da realidade, que é plena de fatos que informam o indivíduo. Este processa a informação e define motivações e estratégias para ação, a qual modificará a realidade, estabelecendo

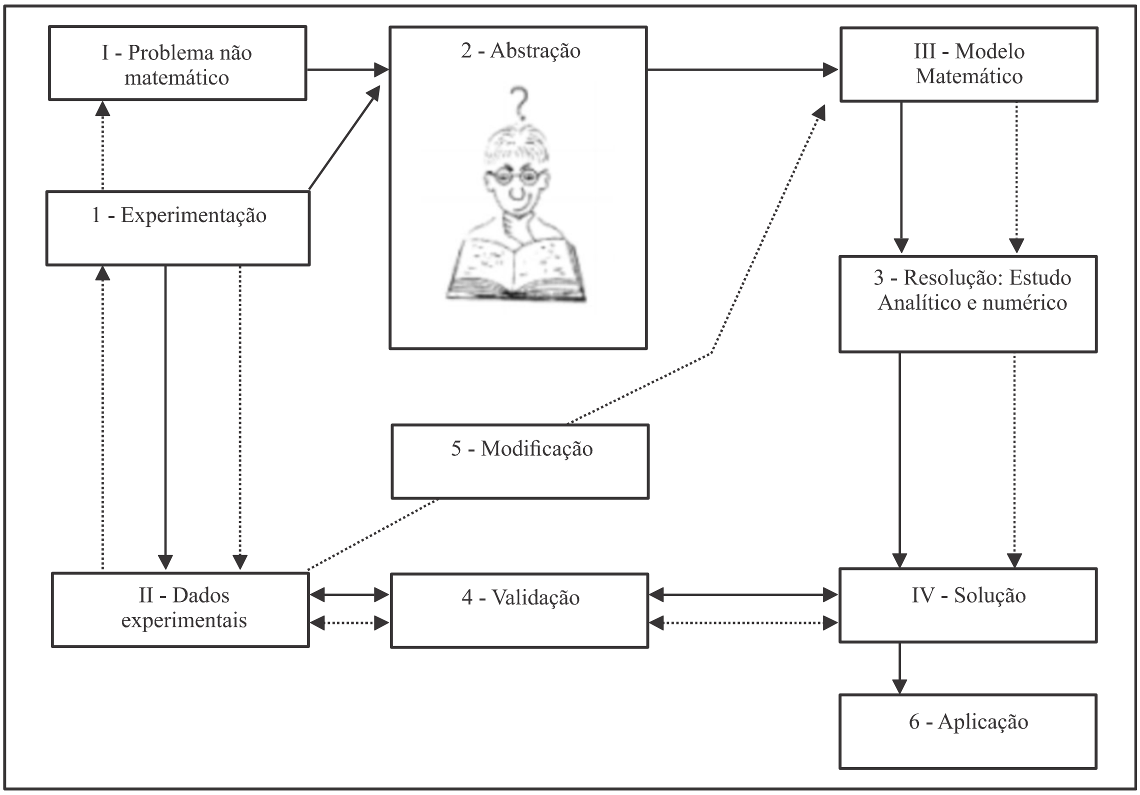
[3] Em alguns momentos, será utilizada a sigla MM para designar Modelagem Matemática.

> assim um ciclo: Realidade -> Indivíduo -> Ação ->Realidade. A Ação resulta de estratégias motivadas pela necessidade e/ou desejo que cada Indivíduo tem de explicar, conhecer, entender, lidar, planejar, conviver com a Realidade.

E, segundo Bassanezi (2010, p.16), a “modelagem matemática consiste na arte de transformar problemas da realidade em problemas matemáticos e resolvê-los interpretando suas soluções na linguagem do mundo real.” Para este autor, o processo de criação de modelos é a parte mais importante, pois é nesse momento que as estratégias são definidas. É o momento de ação do indivíduo, onde seus conhecimentos matemáticos e de sua realidade influenciam diretamente na construção do modelo. Ainda, para Bassanezi (2010), a eficiência da utilização da MM se dá pela conscientização de que se está trabalhando com aproximações da realidade, além de fomentar nos alunos e professores habilidades de modeladores, como a intuição e a criatividade. As etapas do processo de Modelagem Matemática sugeridas por Bassanezi (2010) podem ser observadas na Figura 1, onde a primeira aproximação está indicada pelas setas contínuas, enquanto que as setas pontilhadas descrevem o processo dinâmico que caracteriza a busca por um modelo matemático que melhor descreva o problema estudado.

Segundo Bassanezi (2010), para compreender o que cada etapa significa, o *problema não matemático* deve surgir a partir de um tema, que deve preferencialmente, ser escolhido pelos alunos para que sintam-se corresponsáveis pelo seu processo de aprendizagem. Após esta escolha, tem-se a *experimentação,* que compreende a obtenção dos dados ou informações do tema escolhido. Na sequência vem a *abstração*, que consiste na seleção das variáveis, na problematização, levantamento de hipóteses e simplificação. A *resolução* é o próximo passo, no qual são obtidas as equações, gráficos e figuras, passando então, para a *validação* do modelo (aceitação ou não do mesmo, que se dá pela comparação com os dados reais coletados na fase da experimentação). Caso o modelo não seja aceito/validado, tem-se o passo da *modificação* que consiste na melhoria ou alteração do modelo.

Figura 1 – Esquema das etapas da Modelagem Matemática.



Fonte: Bassanezi (2010, p. 27).

Este pesquisador, salienta ainda, que a Modelagem Matemática rigorosa como é proposta, muitas vezes fica inviável em um curso regular, pois requer tempo e pode prejudicar o cumprimento do programa curricular estipulado. Assim, para contornar esta dificuldade, propõe a *Modelação Matemática,* que é a Modelagem Matemática utilizada como estratégia de ensino e aprendizagem em sala de aula, que deve se ajustar a realidade de cada caso, tendo como foco o ensino e a aprendizagem dos conteúdos matemáticos. Nesse sentido Bassanezi (2010) afirma que:

> Na modelação a validação de um modelo pode não ser uma etapa prioritária. Mais importante que os modelos obtidos é o processo utilizado, a análise crítica e sua inserção no contexto sócio-cultural. O fenômeno modelado deve servir de pano de fundo ou motivação para o aprendizado das técnicas e conteúdos da própria matemática. (BASSANEZI, 2010, p. 38).

De forma semelhante, Biembengut e Hein (2007) formulam procedimentos que permitem representar uma situação real através de um modelo matemático. Quanto a MM como estratégia de ensino e aprendizagem, Biembengut e Hein (2007, p. 18) observam que esta estratégia "[...] no ensino pode ser um caminho para despertar no aluno o interesse por tópicos matemáticos que ele ainda desconhece[...] " pois, lhes é dado a "[...] oportunidade de estudar situações-problema por meio da pesquisa, desenvolvendo seu interesse e aguçando seu senso crítico." Para estes pesquisadores, o tema pode ser escolhido tanto pelos alunos como pelo professor, porém, concordam com Bassanezi (2010), que o ideal é que o tema seja escolhido pelos alunos, pois os fazem sentir-se mais participativos.

Além disso, de forma análoga à Bassanezi (2010), chamam de *Modelação Matemática,* a Modelagem Matemática aplicada em cursos regulares, considerando que:

> Em cursos regulares, nos quais há um programa a ser cumprido – currículo – e uma estrutura espacial e organizacional nos moldes "tradicionais" (como é a maioria das instituições de ensino), o processo da modelagem precisa sofrer algumas alterações, levando em consideração principalmente o grau de escolaridade dos alunos, o tempo disponível que terão para trabalho extraclasse, o programa a ser cumprido e o estágio em que o professor se encontra, seja em relação ao conhecimento da modelagem, seja no apoio por parte da comunidade escolar para implantar mudanças. (BIEMBENGUT; HEIN, 2007, p. 18).

Os pesquisadores Almeida, Silva e Vertuan (2012), percebem a MM como uma *alternativa pedagógica* na qual, uma situação-problema não essencialmente matemática, é abordada e resolvida mediante conhecimentos matemáticos. Grande importância é dada a comunicação e argumentação que os alunos adquirem com as atividades de MM, as quais constituem ações cognitivas em relação as fases da atividade. Estes pesquisadores trazem que a Modelagem Matemática deve ser apresentada aos alunos gradativamente em três momentos, para que o aluno se familiarize com atividades de MM. Assim, de maneira simplificada, no primeiro momento, o professor coloca os alunos em contato com uma situação-problema, a partir dos dados e informações necessárias a sua resolução. Sob orientação do professor, os alunos se encarregam da investigação, dedução, análise, definição das variáveis e hipóteses, simplificação e, por fim, na obtenção e validação do modelo matemático. Já, em um segundo momento, o professor sugere uma situação-problema na qual os alunos, sob sua orientação e em grupos devem coletar informações para a investigação da situação, de modo que a partir da coleta dos dados, possam dar seguimento a resolução, como feito no primeiro momento. Segundo estes autores, a mudança deste segundo momento em relação ao primeiro, é a independência dos estudantes em relação a definição dos procedimentos tanto matemáticos como não matemáticos adequados para a realização da investigação. Já, no terceiro momento, os alunos, sob orientação do professor e em grupos, são responsáveis por todo o processo de Modelagem Matemática, desde a definição da situação-problema até sua análise e comunicação dos resultados a comunidade escolar.

Desta forma, quanto a escolha do tema gerador da situação-problema, Almeida, Silva e Vertuan (2012) seguem a mesma linha de Bassanezi (2010) e Biembengut e Hein (2007), admitindo a importância do aluno escolher o tema. Mas, no entanto, afirmam que não a torna necessária para o sucesso da atividade, sendo esta uma decisão que cabe ao professor. Salientam que o foco está nos procedimentos feitos durante a atividade.

Outro pesquisador relevante na área da MM é Skovsmose (2008) que traz a noção de cenários de investigação em contraponto ao paradigma do exercício. Para ele, nessa proposta de ensino, o aluno é convidado a formular questões e a procurar explicações acerca do que está pesquisando. Skovsmose (2001) afirma ainda que, esta concepção de cenários de investigação, como um novo ambiente de aprendizagem, no qual, traz a ideia de se trabalhar com projetos de Modelagem, a construção de modelos matemáticos com o intuito de compreender conceitos matemáticos, só é relevante se, os aspectos políticos e econômicos forem discutidos seguindo as concepções da Educação Matemática Crítica. Pois, segundo o pesquisador, três tipos diferentes de conhecimento surgem quando se está em uma atividade de MM: o conhecimento matemático, o conhecimento tecnológico e o conhecimento reflexivo. Conforme Skovsmose (2001, p.115-116) o conhecimento matemático, refere-se as habilidades matemáticas, ou seja, a capacidade de "[...] reprodução de teoremas e provas, bem como ao domínio de uma variedade de algoritmos[...] ", já, o conhecimento tecnológico, refere-se a capacidade de saber desenvolver e utilizar a tecnologia disponível, além de se referir "[...] às habilidades em aplicar a matemática e às competências na construção de modelos.", e por último, o conhecimento reflexivo, "[...] que se refere a competência de refletir sobre o uso da matemática e avaliá-lo."

Nesta mesma linha, o pesquisador Barbosa (2003, p.3) traz que a Modelagem Matemática é "[...] um ambiente de aprendizagem no qual os alunos são convidados a problematizar e investigar, por meio da matemática, situações com referência na realidade." Para ele, a problematização se refere ao ato de elaborar perguntas ou problemas, e a investigação está associada à busca, seleção, organização e manipulação das informações obtidas e a reflexão crítica sobre elas. Este pesquisador acredita no potencial que a Modelagem Matemática possui ao tornar os alunos cidadãos críticos e atuantes na sociedade.

Ainda, considera que uma das razões para a inclusão da Modelagem Matemática no currículo, é o desenvolvimento das habilidades de exploração e compreensão que a Matemática possui no processo sócio-cultural da humanidade. Destaca ainda, que a Modelagem Matemática como estratégia de ensino e aprendizagem não possui apenas uma maneira de ser trabalhada, nem uma maneira prescritiva de desenvolvê-la, apesar de especificar passos que culturalmente são utilizados na prática. Barbosa (2004), baseado em Skovsmose (2001) refere-se a diferentes níveis/casos de Modelagem Matemática que podem ser trabalhados com os alunos, mostrando a flexibilidade da MM frente as diversas realidades encontradas nos diferentes contextos escolares, elencando em cada caso, o papel do professor e do aluno, conforme o Quadro 1.

Quadro 1 – Tarefas do professor e do aluno em uma atividade de MM.

	Caso 1	Caso 2	Caso 3
Formulação do Problema	Professor	Professor	Professor/aluno
Simplificação	Professor	Professor/aluno	Professor/aluno
Coleta dos dados	Professor	Professor/aluno	Professor/aluno
Solução	Professor/aluno	Professor/aluno	Professor/aluno

Fonte: Barbosa (2004, p. 5).

Como pode ser observado, as diferenças entre os casos citados por Barbosa (2004) se dão em relação a função atribuída ao professor e ao aluno, onde o professor pode escolher com qual dos casos trabalhar, sem necessariamente começar pelo caso um. Diferentemente da proposta dos pesquisadores Almeida, Silva e Vertuan (2012), que colocam a necessidade de familiarização gradativa dos alunos com a Modelagem Matemática, através dos três momentos.

Nos idos dos anos 90, o pesquisador Dionísio Burak da área da Matemática Aplicada, compreendia a Modelagem Matemática como um “[...] conjunto de procedimentos cujo objetivo é construir um paralelo para tentar explicar matematicamente os fenômenos presentes no cotidiano do ser humano, ajudando-o a fazer predições e a tomar decisões.” (BURAK, 1992, p. 62). Neste contexto, tratava a MM segundo as etapas: “1) escolha do tema; 2) ação exploratória; 3) formulação do problema ou especificações do interesse; 4) construção do modelo (equacionamento do problema) e 5) Validação do modelo." (BURAK, 2010, p.34). Atualmente, a partir de sua pesquisa mais intensa no ambiente da escola básica, percebeu que estava lidando com uma nova realidade e as etapas supracitadas são remodeladas para: "[...] escolha do tema; pesquisa exploratória; levantamento dos problemas; resolução do(s) problema(s) e o desenvolvimento da Matemática relacionada ao tema e análise crítica da(s) solução(es)." (BURAK, 2010, p.35). O pesquisador defende que o trabalho seja desenvolvido em grupo de alunos e o conteúdo matemático, determinado pela necessidade de resolver o problema a partir da pesquisa exploratória realizada e não pela grade curricular, o que caracteriza um grande desafio, visto a demanda de conteúdos programáticos a serem desenvolvidos.

Já Caldeira (2009) compreende a Modelagem Matemática como uma concepção de Educação Matemática, onde:

> […] seja possível incorporá-la nas práticas dos professores e professoras, além do aspecto metodológico, também possíveis proposições matemáticas produzidas por meio dos vínculos sociais. Pensar a Modelagem Matemática como um dos possíveis caminhos de uma nova forma de estabelecer, nos espaços escolares, a inserção da maneira de pensar as relações dos conhecimentos matemáticos e a sociedade mais participativa e democrática. (CALDEIRA, 2009, p. 33).

Assim, este pesquisador concebe a MM como um instrumento de crítica, gerando a oportunidade dos alunos perceberem a importância da matemática no cotidiano, e consequentemente dos conteúdos matemáticos envolvidos. Destaca que o currículo não deve ser linear, pois torna o conhecimento matemático pronto e estático, contrariando os pressupostos básicos da MM que oportuniza a descoberta de novas maneiras de se fazer matemática. Ou seja, Caldeira (2009, p.47) coloca que "[...] a Modelagem Matemática deve servir para que possamos dar significado também pelo particular de uma cultura e não apenas para justificar uma matemática que está pronta, denominada universal".

As concepções/perspectivas supracitadas, apesar de apresentarem algumas diferenças, convergem para a ideia de que com a utilização da MM, vista como um diferencial no processo de ensino e aprendizagem, os alunos terão maiores chances de ampliar seu raciocínio, rever suas concepções e superar suas dificuldades, passando a perceber a Matemática como uma ciência construída histórico-socialmente, impregnada de valores que influenciam a vida humana.

De acordo com Meyer, Caldeira e Malheiros (2011, p. 29) “[...] quando trabalhamos não só com problemas matemáticos, mas com a Modelagem, em que o aluno é o sujeito do processo cognitivo, ele, com certeza, vai poder enxergar além.” Isso se verifica não apenas quanto ao conteúdo matemático, mas também na percepção de que o ensino dos conteúdos matemáticos, feitos a partir da Modelagem Matemática desencadeiam a criticidade e a reflexão perante os processos decisórios em sociedade.

Nesse sentido, é perceptível o quanto a MM inserida em um contexto de sala de aula, possibilita a utilização dos conhecimentos prévios e da realidade dos alunos para promover a aprendizagem a partir de assuntos de interesse destes e das interações que o processo possibilita.

Entre os pesquisadores que defendem a utilização da MM como uma metodologia de ensino e aprendizagem, todos concordam que esta pode ocorrer em períodos de tempo diferentes, dependendo do tema escolhido e do problema associado. Também, embora possa ser desenvolvida de várias maneiras, a mais defendida é a Modelagem Matemática associada a projetos, nos quais os alunos escolhem seus temas de interesse, tornando-se autores do seu processo de ensino e aprendizagem.

A partir da análise dessas concepções, esta pesquisa se identifica com a concepção de Modelagem Matemática sugerida por Bassanezi (2010), onde sua utilização como uma metodologia de ensino é capaz de tornar os alunos cidadãos mais críticos, mais preocupados em relacionar os conteúdos matemáticos a sua realidade sociocultural, sem desconsiderar o rigor matemático quanto a obtenção de um modelo matemático, o qual deverá ser resolvido e validado. Além disso, como os sujeitos desta pesquisa são futuros professores de Matemática, optou-se pela possibilidade do tema ser escolhido pelos mesmos, pois os fazem sentir-se mais participativos, conforme destacam Bassanezi (2010), Burak (2010), Biembengut e Hein (2007), Almeida, Silva e Vertuan (2012), Barbosa (2004) e Caldeira (2009).

Além das publicações citados anteriormente, a ampliação das discussões acerca desta metodologia na área de Educação Matemática, propiciou que muitas outras pesquisas, a nível de mestrado, doutorado e centros de pesquisa fossem realizadas e publicadas na forma de revistas, artigos publicados e contabilizadas em edições especiais. Serão destacadas algumas publicações. Em 2009, a Revista de Educação em Ciência e Tecnologia, Alexandria, da UFSC, publicou uma edição especial[4] voltada para o tema Modelagem Matemática, Sociedade e Educação, com doze artigos publicados. Em 2012, duas revistas publicaram

[4]Disponível em: https://periodicos.ufsc.br/index.php/alexandria/issue/view/2244

edições especiais sobre a Modelagem Matemática, sendo que a primeira foi a edição especial[5] da Revista de Ensino de Ciências e Matemática da ULBRA, contendo 10 artigos e, a segunda, foi a edição especial[6] do Boletim de Educação Matemática – BOLEMA da UNESP, com treze artigos. Já em 2014, a Revista Eletrônica de Educação Matemática (REVEMAT) da UFSC publicou a sua edição especial[7] com oito artigos. Em 2015, uma edição especial[8] da Educação Matemática em Revista da SBEM, dá ênfase a publicações sobre a formação de professores em Modelagem na Educação Matemática, composto por nove artigos. Outra publicação relevante, organizada por Almeida, Araújo e Bisognin (2011), é composta por quatorze artigos que abordam atividades de Modelagem Matemática em diversas áreas e níveis de ensino. Mais recentemente, a publicação organizado por Almeida e Silva (2014) onde, em sete capítulos, são abordadas pesquisas sobre práticas de Modelagem Matemática no âmbito do Grupo de Pesquisas sobre Modelagem Matemática e Educação Matemática – GRUPEMAT, compartilhando com os leitores as experiências dos autores, como uma maneira de acenar possibilidades para se colocar em prática a MM para o ensino e aprendizagem da Matemática.

O objetivo maior destas obras é incentivar a prática da Modelagem Matemática em todos os níveis de ensino, além de explanar as bases teóricas e práticas desta metodologia no País.

2.2 TECNOLOGIAS DA INFORMAÇÃO E COMUNICAÇÃO (TIC) NA EDUCAÇÃO

Sempre que uma nova forma de interação e comunicação se instala no processo evolutivo da sociedade, esta modifica a maneira como se dá a organização social, incluindo o processo de ensino e aprendizagem. Consequentemente, novos valores e comportamentos devem ser aprendidos, para que as pessoas possam se adequar a nova realidade social instaurada pelo uso das tecnologias presentes (KENSKI, 2003, 2008). Porém, dentre as tecnologias criadas pelo homem, as que possuem a capacidade de transmitir ou representar informações, ou seja, as Tecnologias da Informação e Comunicação (TIC) são as mais importantes, pois afetam todos os segmentos da sociedade servindo de instrumento para que os conhecimentos adquiridos sejam repassados e transmitidos, inclusive para as futuras gerações (COLL; MONEREO, 2010). Neste sentido, é perceptível o quanto as TIC estão

[5]Disponível em: http://www.periodicos.ulbra.br/index.php/acta/issue/view/30
[6]Disponível em: http://www.periodicos.rc.biblioteca.unesp.br/index.php/bolema/issue/view/918
[7]Disponível em: https://periodicos.ufsc.br/index.php/revemat/issue/view/2153
[8]Disponível em: http://www.sbembrasil.org.br/revista/index.php/emr/issue/view/57/showToc

presentes no dia a dia, tornando-se aliadas dentro de uma nova perspectiva de metodologia de ensino e aprendizagem, onde a necessidade de integração entre os recursos tecnológicos e a educação escolar é imensa. Porém, esta perde o sentido se ocorrer apenas por modismo, sendo importante que a integração ocorra de maneira consciente, onde o aluno desenvolva a observação, o questionamento, a criatividade e a criticidade. É necessário descobrir "[...] como o uso das tecnologias pode dar suporte aos objetivos pedagógicos." (PALFREY; GASSER, 2011, p. 276).

A utilização de TIC em sala de aula, onde os alunos isoladamente interagem com o computador e com os conteúdos, sem a valorização dos processos cooperativos dos envolvidos, não fará nenhuma revolução no ensino. Assim, a sua utilização por parte do professor, requer um planejamento bem específico. Neste caso, "[...] não são as tecnologias que vão revolucionar o ensino e, por extensão, a educação como um todo. Mas a maneira como esta tecnologia é utilizada para a mediação entre professores, alunos e informação. Esta pode ser revolucionária ou não." (KENSKI, 2008, p.9).

Assim, a utilização das TIC por si só não produzem efeitos no ato de ensinar e aprender. Este uso deve se dar de forma consciente e reflexiva, uma vez que, "toda inserção de tecnologia no ambiente de ensino e aprendizagem requer um repensar da prática docente, pois ela não é neutra e transforma a relação ensino-aprendizagem." (MALTEMPI, 2008, p. 61). Até porque, as TIC tornam possível a comunicação entre pessoas de diferentes culturas, modificando o papel do professor e do aluno perante essa nova sociedade digital. O professor, como transmissor de conhecimentos e detentor do centro do processo educativo, se desestabiliza e é inevitável que "abandone progressivamente o papel de transmissor de informação, substituindo-o pelos papéis de seletor e gestor dos recursos disponíveis, tutor e consultor no esclarecimento de dúvidas, orientador e guia na realização de projetos e mediador de debates e discussões." (COLL; MONEREO, 2010, p. 31).

Atualmente, os jovens vivem conectados e "os principais aspectos de suas vidas – interações sociais, amizades, atividades cívicas – são mediados pelas tecnologias digitais"(PALFREY; GASSER; 2011, p. 12) e os mesmos são responsáveis por

> […] mover os mercados e transformar as indústrias, a educação e a política global. Estas mudanças podem ter um efeito imensamente positivo no mundo em que vivemos. De modo geral, a revolução digital já tornou este mundo um lugar melhor. E os Nativos Digitais tem todo o potencial e a capacidade para impulsionar muito mais a sociedade, de um número de maneiras – ***se deixarmos***. (PALFREY; GASSER; 2011, p. 17, grifo nosso).

Assim, é urgente que as práticas educativas se reciclem a fim de proporcionar a estes jovens, caminhos e alternativas para explorarem suas capacidades e facilidades de utilização das TIC, em prol de um ensino-aprendizado capaz de modificar a maneira como esta ocorre atualmente.

Apesar disso, Coll e Monereo (2010) destacam, que estudos realizados com o objetivo de implementar as TIC na educação, de maneira que realmente representem uma inovação nos métodos de ensino e uma melhora nos processos e resultados da aprendizagem, evidenciam fortemente as dificuldades encontradas em todos os níveis de ensino. Muitas vezes, o que ocorre, é que os conteúdos são trabalhados da mesma maneira e com os mesmos objetivos, apenas utilizando as TIC como um complemento às aulas tradicionais e expositivas.

No entanto, Palfrey e Gasser (2011) destacam que muito disso ocorre devido ao medo, sendo este a maior ameaça para compreender o potencial das TIC. O professor sente-se em descompasso com seus alunos, onde suas habilidades se tornam obsoletas e frustram-se ao perceber que a pedagogia do sistema educacional não consegue se manter atualizada com as mudanças constantes, ocasionadas pelas diferentes tecnologias digitais. Apesar de sentirem que precisam inovar, os educadores possuem medo de sair da sua zona de conforto e adentrar numa área na qual possuem dificuldades ou sequer sabem como utilizar. Afinal, muitos não nasceram na era digital, e foram educados de maneira tradicional, sem a utilização das 'novas tecnologias'[9].

Neste mesmo sentido, Penteado (2012) nos traz que a resistência na utilização das TIC na sala de aula, se dá devido ao receio de arriscar, de entrar na zona de risco, onde a utilização destas tecnologias podem fazer surgir situações as quais o professor sequer imaginou ou pensou. Esta situação o desestabiliza, pois não terá resposta para tudo de imediato, terá de pesquisar, consultar, buscar ajuda, sem falar na reflexão da sua prática pedagógica. Esta saída da zona de conforto não é aceita por muitos, sendo que uma grande parcela prefere evitar a utilização das TIC para não se arriscar, ou, nas palavras da autora, a utilizam de maneira a domesticá-la, usando somente para fazer aquilo que é previsível, enquadrando-a nas práticas tradicionais e habituais de ensino, sem usufruir do potencial que elas oferecem para enriquecer o processo de ensino e aprendizagem. Porém, salienta que sem o envolvimento dos

[9] Nesta pesquisa são consideradas como Novas Tecnologias: o computador, o celular, a internet, entre outros recursos.

professores, a inserção das TIC no âmbito escolar é impossível, o que também é reflexo da falta de formação dos mesmos para que este envolvimento ocorra (PENTEADO, 2012).

De acordo com pesquisas de Coll, Mauri e Onrubia (2010), a inserção inovadora ou não das TIC na educação está diretamente relacionada com o nível de domínio dos professores em relação as mesmas e sua formação técnica e pedagógica, sendo que seus pressupostos pedagógicos e sua visão de ensino e aprendizagem influenciam diretamente na sua utilização.

Além disso, segundo Maltempi (2008):

> […] as tecnologias ampliam as possibilidades de se ensinar e aprender, oferecendo novas e variadas formas para que esses processos ocorram, de forma que as ideias para trabalhos pedagógicos que antes eram inviáveis (por limitações de custo, tempo, recursos físicos, etc.) tornam-se factíveis com o uso de tecnologias. Essa é uma das formas pelas quais as tecnologias desafiam a educação e a desestabilizam, pois oferecem a oportunidade de uma prática que potencialmente pode ser melhor que a praticada. (MALTEMPI, 2008, p. 60).

Assim, a capacidade mediadora das TIC como instrumentos do pensamento, torna-se efetiva nas práticas educativas, de acordo com o uso que professores e alunos fazem da mesma. Não basta apenas utilizar os recursos tecnológicos sem planejamento e reflexão metodológica. O que realmente faz sentido é *como* serão utilizadas e aproveitadas em prol de melhorias no processo de ensino e aprendizagem. Afinal, as modificações pelas quais passam a sociedade e consequentemente a educação, indicam que os professores precisam conviver com novas condições de trabalho e com novos conceitos profissionais, assumindo novos desafios.

2.3 TIC E A MODELAGEM MATEMÁTICA NO PROCESSO DE ENSINO E APRENDIZAGEM DA MATEMÁTICA

As TIC estão inseridas no processo de ensino e aprendizagem da matemática de diversas maneiras. Porém, a inclusão de *softwares* educacionais e da própria *internet* são as que mais tem se destacado. Segundo Borba (2011), os *softwares* possibilitam diferentes estratégias que podem servir de complemento a utilização de antigas tecnologias como o lápis e o papel, afetando o usuário principalmente ao que se refere ao *feedback*, devido ao aspecto visual que proporciona. Destaca ainda que, as aulas de matemática podem tornar-se mais visuais do que eram a pouco tempo atrás, fazendo com que, por exemplo, os alunos não necessitem ficar horas construindo gráficos. Consequentemente, o tempo gasto com estas construções, pode agora ser utilizado para analisar o comportamento das funções, discutir e dialogar com colegas e professor, as possíveis soluções. Dessa maneira, o aspecto visual da matemática ganha um importante destaque quando é utilizada a tecnologia em prol do ensino e aprendizagem, de modo a tornar-se um importante instrumento no processo educativo.

Assim, os recursos tecnológicos modificam o processo de ensino e aprendizagem, fazendo com que os problemas propostos nos livros didáticos possam ser transformados na presença das mídias. O caráter investigativo e de experimentação que os recursos tecnológicos proporcionam, são fontes riquíssimas no processo de ensino e aprendizagem da matemática, onde o aluno pode explorar diferentes problemas e vir a resolvê-los e validá-los.

De acordo com Borba (2011), hoje são as tecnologias digitais que estão proporcionando a geração e propagação da maior parcela de novos conhecimentos. Segundo este autor, as mídias não substituem nem suplementam o pensamento humano, mas o reorganiza, de maneira que quando impregnados por elas, a compreensão de conceitos matemáticos de maneiras distintas possa ocorrer.

No entanto, mudança na maneira como o conhecimento é produzido implica em mudanças pedagógicas nas escolas, pois as tecnologias, além de modificarem a maneira como se dá o ensino e aprendizagem, faz com que novos conhecimentos e saberes sejam necessários, devido as mudanças culturais e sociais geradas pelas mesmas. Assim sendo, nesta nova era tecnológica, "[...]é bem mais importante saber gerar um problema, delimitá-lo para que possa ser resolvido, do que saber uma técnica que resolva todos os problemas de uma dada classe de problemas matemáticos, por exemplo." (BORBA, 2002, p.152). Salienta ainda, que para a resolução de problemas triviais, os alunos devem ser capazes de achar as soluções em bancos de dados na *internet*, pois o objetivo principal do ensino hoje deve ser capacitá-los para que consigam identificar diferentes problemas, de modo, que por meio da reflexão busquem alternativas para a sua solução. Nesse sentido, este autor propõe "uma pedagogia na qual a formulação do problema por parte do aluno é um aspecto central." (BORBA, 2002), sendo esta maneira de trabalhar o processo de ensino e aprendizagem da matemática, denominada modelagem.

Assim, percebe-se que a Modelagem Matemática está em sintonia com a utilização das mídias digitais no processo de ensino e aprendizagem, pois despertam no aluno o caráter investigativo, experimental, crítico, além de serem capazes de modificar a maneira como o conhecimento é produzido na sala de aula. Além disso, "[…] a Modelagem Matemática e a informática podem constituir ambientes de aprendizagem, propiciando o desenvolvimento das potencialidades do estudante e ao mesmo tempo exercitando o pensamento crítico e a cidadania." (FRANCHI, 2007, p.179-180).

Segundo Almeida, Silva e Vertuan (2012), a utilização dos recursos tecnológicos em atividades de Modelagem Matemática vem ancorada em importantes justificativas, entre as quais a possibilidade que sejam trabalhadas situações-problema mais complexos, onde a utilização de dados reais se tornam possíveis. Também permite, que a maior parte do tempo e dos esforços em resolver um problema, se concentrem nas ações cognitivas, no desenvolvimento da atividade de modelagem, pois o aluno possui *softwares* que lhe auxiliam na execução dos cálculos, gráficos e tabelas, além de usufruir de simulações numéricas e gráficas, associadas a variação dos parâmetros, tanto nas representações gráficas como algébricas, facilitando assim a resolução de muitas situações-problemas. Ainda, Almeida, Silva e Vertuan (2012, p. 32) salientam que a Modelagem Matemática mediada pela utilização dos computadores enquanto alternativa pedagógica no processo de ensino e aprendizagem "[...] tem o compromisso de promover a aproximação e a interação dos fatos da realidade com o conteúdo acadêmico." Além da possibilidade de influenciar o aluno no ato de querer aprender, já que "[...] permite criar situações que atuam como uma ponte entre o conhecimento teórico e a realidade ou entre o conhecimento teórico e situações do cotidiano dos estudantes."

Observa-se que o próprio Projeto Pedagógico do Curso de Matemática Licenciatura da Universidade Federal de Santa Maria (2013), afirma que é compromisso do corpo docente, entre vários outros, explorar situações-problemas, procurar regularidades, fazer generalizações, usar instrumentos tecnológicos e conectar a Matemática com outras ciências e/ ou atividades humanas. Assim, compreende-se que os alunos devem ser instigados a resolver atividades que lhes interessem e que façam sentido em sua realidade. Neste sentido, os recursos tecnológicos e temas de interesse os atraem e aguçam a busca de conhecimento, sendo primordial o seu uso consciente e planejado no processo de ensino e aprendizagem. Percebe-se então, que a Modelagem Matemática e os recursos tecnológicos se complementam e devem ser utilizados como uma das possibilidades de incentivar os educandos e professores na difícil tarefa de ensino e aprendizagem, em uma era onde os saberes e os conhecimentos se modificam a cada dia.

2.4 PAPEL DA FORMAÇÃO INICIAL NO PROCESSO DE ENSINO E APRENDIZAGEM DA MATEMÁTICA POR MEIO DA MODELAGEM MATEMÁTICA E DOS RECURSOS TECNOLÓGICOS

A formação inicial do professor de Matemática tem papel primordial em sua futura atuação profissional, sendo a base na qual se apoiarão para futuras práticas docentes, pois aquilo que aprenderem, e não somente em relação aos conteúdos matemáticos, mas principalmente em relação a didática utilizada pelos seus professores, terá impacto na maneira de planejar e executar suas práticas em sala de aula, pois segundo Klüber:

> […] os membros de um grupo aprendem por imitação, mesmo que não queiram, adquirem hábitos e práticas específicas dentro de um círculo de comunicação e ação. Essas condições ocorrem, igualmente, com a formação de professores em geral e, também, de matemática. Aqueles que atuam nas escolas, de alguma maneira, tendem a reproduzir as práticas com que conviveram ao longo de suas trajetórias de escolarização. (KLÜBER, 2012a, p.73).

Percebe-se então, a importância dos projetos políticos pedagógicos dos cursos de licenciatura terem, principalmente na prática dos seus docentes, a preocupação de orientar os acadêmicos, de modo a lhes proporcionar alternativas pedagógicas que sirvam de referência as suas futuras práticas pedagógicas.

Neste sentido, com o aumento da utilização das TIC no cotidiano escolar, Meyer, Caldeira e Malheiros (2011), ressaltam que as possibilidades de experimentação e investigação de determinadas situações podem ser otimizadas, viabilizando a realização de simulações e previsões, sendo aplicável tanto na educação básica quanto no ensino superior. Neste último, seu uso e implementação é de extrema importância, pois os alunos, como futuros profissionais, precisam aprender a usar diferentes técnicas em diversos problemas e aplicações. Afinal, a inserção das TIC na educação, exige que os cursos de formação criem soluções inovadoras e abordagens que amparem a prática docente dos futuros professores dessa nova era digital. Em relação a inclusão das TIC na educação, Valente (2005) afirma que:

> […] segundo a proposta de mudança pedagógica, como consta no programa brasileiro, exige uma formação bastante ampla e profunda dos educadores. Não se

> trata de criar condições para o professor simplesmente dominar o computador ou o software, mas, sim, auxiliá-lo a desenvolver conhecimento sobre o próprio conteúdo e sobre como o computador pode ser integrado no desenvolvimento desse conteúdo. (VALENTE, 2005, p.22).

Acredita-se que o processo de ensino e aprendizagem que se utiliza das TIC e da Modelagem Matemática prepara o acadêmico de Matemática para sua futura prática docente, pois segundo Barbosa (2001, p.10) "[...] o docente, ao ter experiências com Modelagem na posição de aprendiz, pode projetá-las de alguma maneira para seu trabalho." Complementando, Maltempi (2008, p.64) destaca que o uso das tecnologias como recurso pedagógico pode fazer com que os futuros professores venham a "[...] incorporar com sucesso as tecnologias no exercício de sua profissão".

Para que isso se torne possível, as Diretrizes Curriculares Nacionais para os Cursos de Licenciatura em Matemática trazem que:

> Desde o início do curso o licenciando deve adquirir familiaridade com o uso do computador como instrumento de trabalho, incentivando-se sua utilização para o ensino de matemática, em especial para a formulação e solução de problemas. É importante também a familiarização do licenciando, ao longo do curso, com outras tecnologias que possam contribuir para o ensino de Matemática. (BRASIL, 2001, p.6).

Porém, apesar destas mudanças serem previstas, debatidas e divulgadas, a efetiva utilização das TIC e da Modelagem Matemática em sala de aula ainda é muito restrita. Uma das hipóteses apontadas é que os professores se sentem inseguros em utilizá-las, devido a falta de experiência devido a sua formação inicial, que no geral, preocupava-se em "transmitir conhecimentos" em disciplinas isoladas, sem grandes preocupações em relacioná-las com problemas reais, sem utilização de metodologias diferenciadas e instrumentos que pudessem potencializar o processo de ensino e aprendizagem. Este entrave, na maioria das vezes, dificulta a atuação do futuro docente, que sai da faculdade 'apto' a lecionar, perpetuando o ensino tradicional que teve, tornando-se um mero transmissor de conhecimentos. Neste sentido, reafirma-se que a formação inicial é importantíssima, pois indica o caminho que os futuros profissionais da educação poderão trilhar. Se é desejo que os professores utilizem recursos tecnológicos e metodologias diferenciadas nas suas futuras práticas docentes, estas devem ser utilizadas na prática pedagógica dos cursos de formação de professores, pois é neste ambiente que se inspirarão para suas futuras práticas educativas.

Pode-se pensar que uma disciplina com o tema TIC na educação ou Modelagem Matemática sejam suficiente. Porém, se esta não for uma prática efetiva a outras disciplinas, como o professor ao concluir sua licenciatura aplicará estas alternativas pedagógicas em sala de aula, se somente teve a parte teórica, enquanto que a parte prática não foi desenvolvida? Nesse sentido, quanto a MM, Barbosa (2001) salienta que esta pode ser trabalhada em diversas disciplinas, como Cálculo, Didática, Prática de Ensino entre outras, de modo a proporcionar ao futuro professor oportunidades de complementação na sua formação em Modelagem, para que vislumbre e saiba na prática como fazê-la. Segundo este autor, uma disciplina isolada de Modelagem Matemática não consegue cumprir sozinha a tarefa de formar o futuro professor nos aspectos matemáticos e pedagógicos de se fazer Modelagem, sendo que a formação deste profissional é um dos grandes desafios quando se fala em viabilizar a Modelagem no currículo escolar.

Sobre a utilização da informática na escola, Maltempi (2008) coloca que esta, não se deve dar somente:

> […] na forma de disciplinas isoladas tratando de informática na educação, mas fundamentalmente nas disciplinas de conteúdo específico, de modo que o futuro docente possa vivenciar a aprendizagem tendo por referência o uso pedagógico das tecnologias. Dessa forma, acredito que grandes chances terão esses futuros professores de incorporar com sucesso as tecnologias no exercício de sua profissão. (MALTEMPI, 2008, p. 64).

Assim, sugere-se afirmar que os cursos de licenciatura em Matemática precisam ser reformulados, para que sejam capazes de capacitar os futuros professores nesta nova realidade digital e social, onde os alunos chegam e saem desmotivados das escolas, pois a modernidade e o estilo de vida destes muda constantemente sem que a escola e os processos de ensino e aprendizagem consigam acompanhar. É urgente que a formação docente seja reciclada ou renovada, a fim de possibilitar uma transformação na educação em todos os níveis, modificando o cenário onde o professor fala, os alunos copiam, escutam e reproduzem, sem conexão nenhuma, na maior parte das vezes, com a realidade dos alunos. Neste sentido, Bassanezi (2010) destaca que:

> De um lado, o próprio processo atual de formação do professor não leva o educando a estabelecer um relacionamento relevante entre o que se ensina e o mundo real. Desse modo, esperar que o educando, assim como o professor, mude sua postura, tornando-se um educador voltado para aplicabilidade, colocando a matemática como elemento aglutinador da interdisciplinaridade, é um sonho quase impossível. De outro lado, se a ênfase, hoje, está mais nos modelos que na teoria, se queremos a matemática, além de elegante, aplicável e outros tantos desejos, como o do professor

> sentir-se valorizado ao ensinar matemática, devemos imediatamente questionar e repensar o currículo da Licenciatura em Matemática. (BASSANEZI, 2010, p.179).

Assim, as novas exigências dessa era digital fazem com que a formação de professores não seja uma simples distribuição burocrática de conteúdos, disciplinas e competências elencados em um currículo. É preciso uma reforma na maneira de pensar, de modo que os educadores sejam capazes de garantir seu amadurecimento intelectual e consequentemente sua autonomia. Se isto for possível, os professores serão capazes de lidar com a dinâmica do conhecimento, de maneira a estarem sempre se atualizando e se reciclando (KENSKI, 2004).

Não se tem a pretensão de acreditar que estas mudanças sejam fáceis e possíveis de ocorrer imediatamente, mas sim, de forma gradual. O importante é que os projetos pedagógicos implementados nos cursos de licenciatura sejam avaliados e reformulados continuamente, e que esta metodologia de ensino e aprendizagem se dissemine entre várias disciplinas e entre os docentes. Se isto ocorrer efetivamente, certamente atingirá os futuros profissionais da educação básica, os quais estarão mais preparados para implementar esta metodologia.

3 CONTEXTO E METODOLOGIA DA PESQUISA

Neste capítulo, é apresentado o percurso metodológico desta investigação, o contexto em que foi desenvolvida, a abordagem e os procedimentos metodológicos utilizados.

3.1 CONTEXTO

3.1.1 Instituição UFSM

A Universidade Federal de Santa Maria localizada no centro do estado do Rio Grande do Sul e idealizada pelo Prof. Dr. José Mariano da Rocha Filho, foi criada pela Lei nº 3834 - c (Art. 15) de 14 de dezembro de 1960, com a denominação de Universidade de Santa Maria (USM). Foi a primeira universidade criada no interior do estado, colocando o Rio Grande do Sul como o primeiro estado a ter duas universidades federais, uma na capital e outra no interior, marcando assim, o início da interiorização do ensino universitário no país. Em 1965, foi federalizada e passou a se chamar Universidade Federal de Santa Maria (UFSM).

Além da sede no município de Santa Maria, possui os campis de Frederico Westphalen, Palmeira das Missões, Silveira Martins e Cachoeira do Sul. Atualmente, de acordo com UFSM (2015), a instituição conta com 29.224 alunos matriculados, 1.918 docentes e 2.752 técnicos administrativos. No ensino presencial oferece 115 cursos/habilitações de graduação e 92 Cursos de Pós-Graduação permanentes, sendo 30 de doutorado, 50 de mestrado, 12 de especialização e um Programa de Pós-Doutorado.

3.1.2 Curso de Matemática Licenciatura

De acordo com UFSM (2013), o Curso de Matemática Licenciatura da Universidade Federal de Santa Maria foi criado pela Lei 3.958, de 13 de setembro de 1961 e implementado em 1962. Inicialmente, o curso possuía uma grade curricular baseada no currículo mínimo de 2.200 horas, exigido pelo parecer nº 292/62 do Conselho Federal de Educação (CFE), o qual deveria abranger as seguintes áreas: desenho geométrico e geometria descritiva; fundamentos de matemática elementar; física geral; cálculo diferencial e integral; geometria analítica; álgebra e cálculo numérico. No ano de 1995, o curso passou por nova reformulação curricular, alterando sua carga horária mínima para 2.430 horas, sendo 2.205 destinadas a disciplinas obrigatórias e no mínimo 225 horas de atividades complementares de graduação (ACG).

Neste mesmo ano, foi criado o Curso de Matemática Licenciatura Noturno, com ingresso da primeira turma no segundo semestre de 1996 (UFSM, 2013).

Em 2000, foi aprovada nova reformulação curricular do curso, sendo criado também o Curso de Matemática Bacharelado, implementado no 1º semestre de 2001. Posterior reforma curricular ocorreu em 2005, onde a carga horária passou para 2.910 horas, distribuídas em 1.680 horas de disciplinas de cunho científico-cultural, 450 horas de prática de ensino, 405 horas de estágios supervisionados, 165 horas de Disciplina Complementar de Graduação (DCG) e 210 horas de ACG."

Até este momento, o ingresso para o Curso de Matemática Licenciatura ou Bacharelado era através de um único ingresso, chamado Núcleo Comum, e após o quarto semestre os alunos optavam pelo Bacharelado ou pela Licenciatura.

Em 2010, um novo processo de reforma do Projeto Pedagógico do Curso de Matemática Licenciatura e Bacharelado foi iniciado, com o objetivo de incluir a disciplina de Língua Brasileira de Sinais (LIBRAS), determinado pelo Decreto nº. 5.626, de 22 de dezembro de 2005 na Licenciatura e pela necessidade de desvincular os graus de Licenciado e Bacharel, devido ao Ofício Circular nº 02/2010-CGOC/DESUP/SESU/MEC, referente ao Parecer CNE/CP nº 9/2001. Esta reformulação entrou em vigor no ano de 2013, com ingresso separado para os Cursos de Matemática Licenciatura e Bacharelado.

Com esta reforma, a carga horária total do Curso de Matemática Licenciatura passou a ser de 3.045 horas, sendo 1.830 horas distribuídas em disciplinas de cunho científico-cultural, 420 horas de prática de ensino, 405 horas de estágios supervisionados, 210 horas de ACG e 180 horas de DCG. Houve alterações na grade curricular, passando a ter um caráter mais voltado a formação pedagógica do futuro professor da Educação Básica. Desta forma, as disciplinas Matemática Básica (90 horas) e Introdução a Matemática Superior (60 horas), da versão 2005, foram extintas e substituídas pelas novas disciplinas obrigatórias Matemática Elementar (60 horas) e Trigonometria e Números Complexos (60 horas). Além disso, foram criadas as disciplinas obrigatórias Introdução a Lógica (60 horas), Recursos Tecnológicos no Ensino de Matemática I (60 hs), Recursos Tecnológicos no Ensino de Matemática II (60 hs), LIBRAS (60 hs) e Matemática Financeira (60 hs), que anteriormente estava como DCG. A disciplina Didática da Matemática (90 horas) foi dividida em duas disciplinas: Didática da Matemática I e Didática da Matemática II, ambas com 60 horas e as disciplinas Laboratório de Matemática (60 hs) e Algoritmo e Programação (60 hs) foram extintas. Além disso, os programas das disciplinas Cálculo Numérico A (60 horas) e Equações Diferenciais Ordinárias A (90 horas) foram reformulados e constituíram a disciplina Métodos Matemáticos (90 horas), que é a disciplina objeto desta dissertação e será melhor descrita na próxima seção.

3.1.3 Disciplina Métodos Matemáticos

Uma das alteração mais significativa da reformulação curricular 2013 do Curso de Matemática Licenciatura foi em relação a criação da disciplina Métodos Matemáticos (90 horas), que se originou da reformulação dos programas das disciplinas Cálculo Numérico A (60 horas) e Equações Diferenciais Ordinárias A (90 horas). As principais alterações foram referentes a análise dos programas das duas disciplinas e um repensar quanto aos conteúdos considerados mais significativos para a atuação de um professor da Educação Básica, futuro egresso do Curso de Matemática Licenciatura. A ementa desta disciplina sugere os conteúdos: zeros de funções, interpolação polinomial, ajuste de dados (método dos mínimos quadrados), equações diferenciais ordinárias de 1ª e 2ª ordens. As disciplinas, consideradas como pré-requisito para a mesma, são Cálculo I e Álgebra Linear I.

A disciplina Métodos Matemáticos foi escolhida para esta pesquisa pois apresenta um conjunto de ferramentas ou métodos usados para se obter a solução de problemas matemáticos de forma aproximada, adequando-se perfeitamente ao uso de diferentes recursos tecnológicos e da Modelagem Matemática. Conforme o objetivo do programa da disciplina (Anexo A), ao finalizá-la, o aluno deverá ser capaz de "utilizar equações diferenciais ordinárias e métodos numéricos na resolução de fenômenos relacionados a diversas áreas do conhecimento e do cotidiano, modelados matematicamente". Destaca-se o enfoque diferenciado que deve ser dado a essa disciplina, onde a Modelagem Matemática se faz presente nas bibliografias básica e complementar desta disciplina (Anexo A).

3.1.4 Sujeitos da Pesquisa

Esta pesquisa foi desenvolvida no segundo semestre de 2014 junto aos acadêmicos matriculados na disciplina Métodos Matemáticos, sugerida na grade curricular do sexto semestre do Curso de Matemática Licenciatura (diurno) da Universidade Federal de Santa Maria. Sendo que, dos nove alunos matriculados, oito foram considerados os sujeitos da pesquisa, e os mesmos preencheram e assinaram o Termo de Consentimento Livre e Esclarecido (Apêndice A).

3.1.5 Professora da Disciplina

Graduada em Matemática Licenciatura pela UFSM, com mestrado e doutorado na área de Matemática Aplicada pela UFRGS. Atua como docente do Departamento de Matemática da UFSM desde 1991 e atualmente é coordenadora dos Cursos de Graduação em Matemática - Bacharelado e Licenciatura e da Especialização em Ensino de Matemática no Ensino Médio EaD. Quanto as atividades de pesquisa, orienta trabalho de conclusão de curso (TCC) e monografias nestes cursos e dissertações de mestrado no Programa de Pós-graduação em Educação Matemática e Ensino de Física do Centro de Ciências Naturais e Exatas (CCNE). Referente a atuação na área de extensão, coordenou projetos vinculados a bolsistas do Curso de Matemática. Em relação as atividades de ensino, ministra as disciplinas de Álgebra Linear, Cálculo Diferencial e Integral, Cálculo Numérico e Equações Diferenciais, em vários cursos de graduação da UFSM. No período de 2010 a 2013, participou como membro do Núcleo Docente Estruturante (NDE) do Curso de Matemática Licenciatura, quando foi discutida a reformulação curricular, implementada em 2013. Neste núcleo, participou ativamente na reformulação de algumas disciplinas do curso, em particular nas disciplinas Cálculo Numérico A e Equações Diferenciais Ordinárias A, cujos conteúdos foram reunidos em uma única disciplina denominada Métodos Matemáticos, objetivando a possibilidade de relacioná-los as diversas áreas de conhecimento e do cotidiano.

3.2 ABORDAGEM E PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

A metodologia adotada nessa pesquisa emprega uma abordagem qualitativa, que segundo Chizzotti (2006), é caracterizada pelo significado extraído das observações oriundas do convívio entre as pessoas e objetos constituintes da investigação.

Esses aspectos são semelhantes aos descritos em Bogdan e Biklen (1994), onde a interpretação e as atribuições de significados são a base de uma pesquisa qualitativa, sendo o ambiente natural a fonte direta de coleta dos dados e o pesquisador, o instrumento-chave da pesquisa. Além disso, salientam que, em uma pesquisa qualitativa, os dados recolhidos são descritivos.

Quanto aos objetivos da pesquisa, são classificados como sendo de caráter descritivo, pois segundo Gil (2008), é o tipo de pesquisa que descreve as características de um grupo ou relaciona as variáveis envolvidas na pesquisa.

Em relação ao envolvimento da pesquisadora, entende-se que esta é uma pesquisa-ação, pois tem como objetivo compreender e intervir no grupo de modo a modificar a prática dos sujeitos de pesquisa, visto que, "[...] ao mesmo tempo que realiza um diagnóstico e a análise de uma determinada situação, a pesquisa-ação propõe ao conjunto de sujeitos envolvidos mudanças que levem a um aprimoramento das práticas analisadas" (SEVERINO, 2007, p. 120). Gil (2008) também salienta, que esse tipo de pesquisa se caracteriza pelo envolvimento do pesquisador na mesma, sendo que ele e os instrumentos utilizados desempenham papel fundamental no resultado da pesquisa.

3.2.1 Instrumentos utilizados para a coleta de dados

Para uma análise mais profunda em uma pesquisa qualitativa, são necessários vários instrumentos de obtenção de dados. Desta forma, optou-se pela utilização da observação participante, relatórios, questionários e entrevistas, os quais serão descritos com mais detalhes a seguir.

3.2.1.1 Observação participante

A observação participante é considerada um elemento fundamental para as pesquisas qualitativas, que segundo Gil (2008), apresenta a vantagem de que os acontecimentos são percebidos de imediato pelo pesquisador, sem intermediações. Segundo Alves-Mazzotti (1999, p. 164), há vantagens em optar pela observação participante, pois:

> a) independe do nível de conhecimento ou da capacidade verbal dos sujeitos; b) permite "checar", na prática, a sinceridade de certas respostas que, às vezes, são dadas só para "causar boa impressão"; c) permite identificar comportamentos não-intencionais ou inconscientes e explorar tópicos que os informantes não se sentem à vontade para discutir; e d) permite o registro do comportamento em seu contexto temporal-espacial.

Esta pesquisa se encaixa na observação participante, pois a pesquisadora participou das aulas da disciplina Métodos Matemáticos, onde auxiliou os alunos em atividades que necessitavam do uso de recursos tecnológicos. Nas demais aulas, participou como ouvinte anotando em um diário de campo, as percepções e atitudes da turma frente as atividades propostas pela professora da disciplina, o que é relevante para a observação participante, como cita, Gil (2008, p.103) "[...] o observador assume, pelo menos até certo ponto, o papel de um membro do grupo".

3.2.1.2 Relatórios

Ainda como um instrumento para análise dos dados, foram utilizados os relatórios dos projetos de Modelagem Matemática desenvolvidos pelos grupos, formados pelos alunos matriculados na disciplina Métodos Matemáticos e colaboradores desta pesquisa.

3.2.1.3 Questionários

Ao longo do desenvolvimento da disciplina foram aplicados quatro tipos de questionários: *inicial da disciplina, das tarefas, do projeto final* e *final da disciplina.*

O *questionário inicial da disciplina* (Apêndice B) foi dividido em duas partes. Na primeira, seis questões foram solicitados aos sujeitos da pesquisa, sobre informações gerais quanto as expectativas em relação a disciplina, existência ou não de conhecimentos referentes a Modelagem Matemática, como metodologia de ensino e a utilização de recursos tecnológicos. A segunda parte, composta por dezenove questões, o objetivo era identificar se os sujeitos da pesquisa tinham os conhecimentos matemáticos necessários (pré-requisitos) para o desenvolvimento dos conteúdos da disciplina e, se tinham uma compreensão preliminar ou intuitiva, não necessariamente formal, dos conteúdos a serem abordados na disciplina, além do conhecimento destes em relação aos recursos tecnológicos disponíveis para auxílio das atividades matemáticas.

O *questionário das tarefas* (Apêndice C), embora entregue pelos alunos junto ao relatório das seis primeiras tarefas solicitadas, não foram analisados, pois estas atividades não se caracterizavam como atividades de Modelagem Matemática, não constituindo o objeto principal desta pesquisa.

O *questionário do projeto de modelagem* (Apêndice D) associado aos projetos de Modelagem Matemática, foi entregue junto com o relatório de cada grupo. Neste questionário, foram solicitadas informações sobre a possibilidade da atividade ter sido geradora de conhecimentos, e, em caso positivo, de que maneira isto ocorreu. Além disso, buscou verificar se a elaboração destes projetos contribuiu para aprofundar ou melhorar o entendimento dos alunos sobre os conteúdos vistos na disciplina.

O último questionário denominado *questionário final da disciplina* (Apêndice E) foi dividido em duas partes. Na primeira parte, com doze questões, foi solicitado aos sujeitos da pesquisa, opiniões sobre o desenvolvimento da disciplina e também se a mesma contribuiu para o aprimoramento das competências e habilidades descritas no Projeto Pedagógico do Curso de Matemática Licenciatura da UFSM (UFSM, 2013). Estas competências e habilidades foram listadas e, realizada a pergunta: "*No seu entendimento, quais as habilidades e competências descritas acima, foram desenvolvidas na disciplina? Justifique sua resposta."* Outra questão abordada nesta primeira parte do questionário, se refere as estratégias pedagógicas presentes no Projeto Pedagógico do Curso (PPC), onde consta que é essencial "[...] a adoção de estratégias que enfatizem uma formação inicial que possibilite a capacitação do futuro professor da Educação Básica para práticas pedagógicas inovadoras, para a investigação científica e para a reflexão, na ação, com aprofundamento de conhecimentos da prática, fundamentados na análise de situações cotidianas, na busca da compreensão dos processos de aprendizagem". Além disso, enfatiza que as mesmas devem permitir a mobilização dos "[...] saberes em situações concretas, contextualizadas; que possibilite, também, a compreensão dessa ação na sua essência e não se restrinja apenas à ação pela ação e, fundamentalmente, que possibilite a compreensão do foco dessa ação, e a percepção do que é necessário para intervir no processo e avaliar os resultados dessa ação". Em relação as estratégias pedagógicas foi formulada a pergunta: *"Você acredita que a maneira que esta disciplina foi conduzida, contribuiu para que estes objetivos fossem alcançados? Justifique a sua resposta."* Na segunda parte do questionário, com sete questões, o objetivo era identificar se os sujeitos da pesquisa modificaram suas percepções quanto aos conteúdos desenvolvidos, quando comparadas suas respostas no *questionário inicial da disciplina*, o que de certa forma, seria o esperado ao concluírem a disciplina.

3.2.1.4 Entrevistas

A entrevista utilizada nesta pesquisa foi a semiestruturada, por apresentar uma maior flexibilidade para o pesquisador e para o entrevistado, pois é possível formular questões ao longo da entrevista, sem que exista uma ordem obrigatória para que as questões sejam feitas.

A entrevista semiestruturada foi utilizada com os sujeitos da pesquisa, tendo sido útil para buscar mais subsídios para compreender como os grupos decidiram sobre a escolha do tema e quais as situações-problemas que seriam investigadas no Projeto de Modelagem Matemática desenvolvido por eles. Ainda, foram questionadas as demais etapas da Modelagem Matemática, servindo de base para melhor compreender os passos dados no desenvolvimento de cada um dos projetos.

A entrevista semiestruturada também foi utilizada com a professora da disciplina e serviu de base para evidenciar as suas percepções quanto a utilização da MM e dos recursos tecnológicos para o desenvolvimento dos projetos de modelagem e da disciplina.

4 DESCRIÇÃO E ANÁLISE DOS DADOS

Neste capítulo é descrito o ambiente e o modo como se deu a obtenção dos dados dessa pesquisa e também a análise posterior dos mesmos.

Por considerar que os projetos de Modelagem Matemática desenvolvidos pelos sujeitos da pesquisa tiveram influência da forma como a disciplina foi desenvolvida, será descrito como a mesma foi trabalhada e como os sujeitos da pesquisa chegaram ao desenvolvimento de seus projetos finais de Modelagem Matemática.

4.1 AULAS DA DISCIPLINA MÉTODOS MATEMÁTICOS

As aulas iniciaram na primeira semana de agosto de 2014, e no primeiro dia de aula, a professora da disciplina apresentou a pesquisadora à turma, explicando que esta faria sua docência orientada na disciplina e que acompanharia todas as aulas a fim de desenvolver sua dissertação de mestrado.

Para que fosse possível utilizar as observações e os projetos de Modelagem Matemática desenvolvidos pelos alunos, foi entregue o Termo de Consentimento Livre e Esclarecido – TCLE (Apêndice A), para que lessem e assinassem, caso concordassem em participar da pesquisa. Após lerem o TCLE, todos concordaram em participar. A seguir, os sujeitos da pesquisa responderam o *questionário inicial da disciplina* (Apêndice B), que ocorreu antes da professora falar sobre o programa da mesma e como esta seria desenvolvida.

Uma questão não colocada no questionário inicial, mas perguntada aos alunos no primeiro dia de aula foi, se já haviam cursado as disciplinas de Cálculo Numérico A ou Equações Diferenciais Ordinárias A, extintas no semestre anterior e que deram origem a disciplina Métodos Matemáticos. Nenhum dos alunos havia cursado estas disciplinas. Também foi informado que as aulas ocorreriam no Laboratório de Informática do Departamento de Matemática (sala 1235-A), a fim de que, junto aos conteúdos abordados, fossem utilizados diferentes *softwares*, para promover e facilitar a aprendizagem dos conteúdos. Os *softwares* livres utilizados ao longo do semestre foram: *GeoGebra*[10], para plotar os gráficos das funções e os comandos diretos para a obtenção de regressões (linear,

[10] GeoGebra é um *software* de geometria dinâmica gratuito de fácil utilização em todos os níveis de ensino, com o qual é possível trabalhar os aspectos algébricos e geométricos de diversos conteúdos matemáticos. Acesso: http://www.geogebra.org/cms/pt_BR/

polinomial, exponencial e logística), raízes de equações, campos de direção e resolução de equações diferenciais ordinárias de 1ª ordem; o *Librecalc*[11] para construção das planilhas dos métodos iterativos de obtenção dos zeros de funções; o *CurveExpert* para interpolações polinomiais e método dos mínimos quadrados e o *VCN*[12] *(Visual Computational Numerical)*, como um aplicativo de apoio a todos os capítulos da disciplina. Os alunos foram incentivados a instalarem em seus computadores estes recursos, a fim de que pudessem utilizá-los na resolução dos exercícios, situações-problema, tarefas e no projeto final de Modelagem Matemática.

Na aula seguinte, foi apresentado o programa e a bibliografia da disciplina, para que os sujeitos da pesquisa compreendessem algumas perguntas feitas no *questionário inicial da disciplina*. A seguir, foi apresentado e discutido com eles um projeto de MM, no qual consta uma grande parte dos conteúdos a serem vistos na disciplina. Este projeto, intitulado "Criação de Perus" de Biembengut e Hein (2007) tem como proposta obter o tempo ideal de abate de peruas e os conteúdos matemáticos envolvidos são: sistemas lineares, interpolação, método dos mínimos quadrados e equações diferenciais ordinárias (modelo logístico). Ao apresentar este projeto aos alunos, o objetivo foi introduzi-los a MM, associando os conteúdos matemáticos à situações da realidade.

Em seguida, foi informado aos alunos, como se daria o desenvolvimento das aulas e que, ao final de cada unidade de conteúdos, seria proposta uma atividade (tarefa) envolvendo situações-problema onde deveriam entregar um relatório constando a resolução matemática dos mesmos, os recursos tecnológicos utilizados e a análise dos resultados, além do *questionário das tarefas* (Apêndice C). Ao longo do semestre foram solicitados atividades referentes as quatro primeiras unidades do programa da disciplina Métodos Matemáticos (Anexo A), ou seja, zeros de funções, interpolação polinomial, ajuste de curvas pelo método dos mínimos quadrados e equações diferenciais ordinárias de primeira ordem.

O objetivo destas atividades, além da aplicação matemática dos conteúdos, era desenvolver nos alunos o espírito investigativo e crítico, de modo a prepará-los para a realização do trabalho final da disciplina. Para que isto se concretizasse, a professora preparou suas aulas utilizando-se de exercícios que descreviam casos similares a realidade, para que os alunos viessem a se familiarizar com esta dinâmica. Além disso, em todas as atividades

[11] LibreCalc é um programa freeware e gratuito que faz parte do LibreOffice e possibilita a criação, edição e apresentação de planilhas eletrônicas. Acesso: https://pt-br.libreoffice.org/libreoffice/calc

[12] *Visual Computational Numerical* é um software gratuito, que possibilita o tratamento dos conteúdos das disciplinas da área de Cálculo Numérico. Acesso: http://www.matematica.pucminas.br/lcn/vcn1.htm

desenvolvidas em aula, a professora utilizava os *softwares* disponíveis e elencados anteriormente para resolver as atividades, seja, para validar os resultados obtidos manualmente ou, para dar ênfase as reflexões oriundas dos aspectos visuais que os *softwares* permitiam explorar. Nas atividades solicitadas aos alunos, pedia-se que, sempre que possível, utilizassem o *software* como mediador no processo de ensino e aprendizagem, de maneira que ele servisse de ponte entre o conhecimento matemático e suas aplicações, garantindo uma reflexão acerca do que estavam resolvendo. A cada atividade entregue, a professora devolvia um *feedback,* tanto em relação a parte matemática desenvolvida, quanto a parte escrita e as reflexões que surgiram ou não. O que se esperava, era que a partir destas atividades, os alunos se tornassem autônomos o suficiente para que conseguissem desenvolver o projeto final da disciplina. Este trabalho final, constituído de um projeto de MM cujo tema seria escolhido pelos sujeitos da pesquisa, deveria utilizar a maior quantidade possível dos conteúdos desenvolvidos na disciplina.

Os alunos ficaram inicialmente apreensivos. Para tranquilizá-los, foi esclarecido que inicialmente fossem pensando em temas (assuntos) que gostariam de investigar e não propriamente nos conteúdos envolvidos para a sua resolução, pois a professora os auxiliaria quanto a possibilidade ou não de explorá-los. Para compreender melhor a metodologia da MM, foram propostas algumas referências bibliográficas elencadas na bibliografia da disciplina, além de outras, para que inicialmente pudessem entender como se constitui um projeto de MM e, a partir daí, pensarem em um tema de interesse dos grupos. Devido ao tempo e quantidade de conteúdos e trabalhos solicitados, não foram discutidos os passos do processo da MM em sala de aula, salvo quando ocorriam indagações dos alunos.

Lançada a proposta, a professora da disciplina e a pesquisadora se colocaram a disposição para auxiliar sobre a viabilidade de aplicarem os conteúdos vistos na disciplina, em relação ao tema escolhido. Como os alunos estavam demorando para se definir quanto ao tema, a professora estipulou um prazo para que entregassem as propostas de temas para serem analisadas e discutidas entre o grupo, a professora e a pesquisadora. Assim, os alunos deveriam trazer uma proposta até o início do mês de novembro e, a partir desta etapa, os projetos de MM começaram a ser desenvolvidos pelos sujeitos da pesquisa.

4.2 QUESTIONÁRIO INICIAL DA DISCIPLINA

Ao preencherem o *questionário inicial da disciplina* (Apêndice B) foi solicitado que não se identificassem nominalmente, para evitar possíveis constrangimentos e para que as respostas fossem fidedignas. Para proceder a análise dos questionários, os sujeitos da pesquisa foram identificados como Aluno A, Aluno B e assim, sucessivamente até Aluno H. Como um dos alunos não participou da pesquisa até o final da mesma, suas informações não foram consideradas.

Nesta pesquisa serão analisadas somente questões e respostas consideradas de maior relevância. Uma das questões consideradas se refere as expectativas dos alunos em relação a disciplina (questão 3) e as respostas dadas pelos alunos são transcritas a seguir:

Aluno A: Espero que esta disciplina contribua bastante em minha formação e que me forneça as ferramentas necessárias para o estudo da matemática aplicada.

Aluno B: Aprimorar meus conhecimentos utilizando recursos como softwares e programas na resolução de problemas.

Aluno C: Como teremos aulas no laboratório, a minha maior expectativa é de poder aproveitar algo da disciplina futuramente na docência, seja na educação básica ou superior.

Aluno D: (Não respondeu).

Aluno E: São as melhores expectativas possíveis. Na minha opinião, quem faz a disciplina ser boa é o aluno.

Aluno F: Minhas expectativas são positivas, pois pretendo me dedicar o máximo possível.

Aluno G: Não tenho ideia do que esperar, pois não li e não pesquisei nada sobre a ementa dela.

Aluno H: Espero que ela seria muito parecida com a disciplina de EDO, com alguns recursos tecnológicos ou nenhum.

Percebe-se, que apesar de algumas respostas evasivas, as expectativas quanto ao processo de ensino e aprendizagem da disciplina vão muito além de aprender o conteúdo, ou apenas passar na disciplina, preocupam-se em aprimorar sua formação, aplicar os conteúdos e utilizar os conhecimentos em sua futura prática docente.

Outra questão considerada relevante para a pesquisa, refere-se ao conhecimento prévio que os alunos tinham sobre a Modelagem Matemática, enquanto metodologia de ensino (questão 5), cujas respostas seguem:

Aluno A: Confesso que já ouvi muitas pessoas usando o termo Modelagem Matemática, mas não sei o que significa. Porém acredito que seja a possibilidade de modelar métodos para melhor resolver um problema matemático.

Aluno B: É um método onde se une a teoria à prática, possibilitando que os alunos entendam melhor a teoria.

Aluno C: Ter um problema fechado e criar algum contexto em que possa ser aplicado.

Aluno D: Levar o aluno a pensar e a formar conceitos.

Aluno E: Na realidade já ouvi falar muito em modelagem matemática mas não sei ao certo do que se trata. Mas seria uma forma diferenciada de trabalhar matemática?

Aluno F: Para mim seriam "novos" modelos ou modos de resolver determinadas situações.

Aluno G: Modelagem serve para fazermos algumas aproximações, influenciando na parte dedutiva de gráficos de funções e fazendo aperfeiçoamentos.

Aluno H: Eu entendo que a modelagem é uma forma diferente de estudar uns conteúdos ou problemas, tornando o aluno mais ativo no processo de aprendizagem.

Analisando as respostas, percebe-se que são muito variadas, onde alguns alunos demonstram não ter conhecimento desta metodologia de ensino, enquanto outros possuem um entendimento melhor, mas ainda, superficial.

Outra questão que foi considerada, refere-se ao conhecimento e utilização de *softwares* como ferramenta de apoio no ensino de matemática (questão 6). Os sujeitos da pesquisa afirmaram que já utilizaram alguns *softwares*, sendo os mais frequentes: o GeoGebra (citado por todos) e o Winplot (citado por seis alunos).

Na segunda parte do questionário, algumas questões se referiam a conteúdos matemáticos considerados pré-requisitos para a disciplina. A maioria dos alunos não as respondeu. Porém, entre os que responderam, poucos resolveram corretamente, evidenciando que alguns assuntos como por exemplo, integração por frações parciais, deveriam ser retomados.

As questões referentes aos assuntos que seriam trabalhados na disciplina não foram respondidas, o que de certa forma era o esperado, pois conforme haviam respondido nas questões 1 e 2 do questionário, não haviam consultado o programa da disciplina no site da UFSM.

A partir das respostas dadas no *questionário inicial da disciplina*, percebe-se que os alunos desconheciam os conteúdos matemáticos que seriam trabalhados e recordavam-se pouco de conteúdos considerados pré-requisitos. Porém, conhecem alguns *softwares* utilizados no processo de ensino e aprendizagem da matemática e preocupavam-se em associar os conteúdos matemáticos estudados, assim como estavam motivados a aprender novas formas de ensinar, de modo a utilizá-las na sua futura prática docente.

4.3 PROJETOS DE MODELAGEM MATEMÁTICA

Nessa seção, é apresentado, a descrição e analise dos projetos de Modelagem Matemática desenvolvidos pelos sujeitos da pesquisa, os quais foram considerados como trabalho final da disciplina de Métodos Matemáticos.

Os oito sujeitos da pesquisa se dividiram em quatro grupos, constituídos de acordo com suas afinidades, ficando agrupados da seguinte maneira: Grupo 1 (Alunos 1 e 8), Grupo 2 (Alunos 2, 5 e 9), Grupo 3 (Aluno 6) e Grupo 4 (Alunos 3 e 4).

Como mencionado anteriormente, a proposta de elaboração destes projetos foi lançada aos alunos no início do semestre. Porém, não se sentiam seguros em propor um tema, visto que a proposta teria que contemplar o máximo possível de conteúdos da disciplina, os quais ainda não tinham sido desenvolvidos. Como se aproximava o mês de novembro, um prazo foi estipulado para que cada grupo apresentasse o tema de interesse e, com auxílio da professora e da pesquisadora, as dúvidas referentes a viabilidade do tema a ser desenvolvido utilizando os conteúdos da disciplina foram sendo sanadas e indicadas possibilidades de exploração. Os projetos de MM desenvolvidos pelos grupos foram entregues na segunda quinzena do mês de dezembro, devido ao final de semestre e período de fechamento das notas, estipulado pelo calendário acadêmico da UFSM. Os projetos foram analisados e entregues aos grupos com sugestões de melhorias.

Para a descrição e análise dos projetos de MM desenvolvidos pelos grupos, serão considerados os projetos originais entregues, sem o *feedback* dado pela professora da disciplina e, servindo de base, as etapas sugeridas por Bassanezi (2010): escolha do tema; definição do problema; experimentação e abstração; resolução; validação e modificação do modelo.

4.3.1 Projeto do Grupo 1

Este grupo foi composto pelos alunos 1 e 8. Após várias conversas com a professora da disciplina, decidiram entrar em contato com o Centro de Ciências Rurais da UFSM, pois vários cursos deste centro trabalhavamm com dados experimentais. Este contato ocorreu inicialmente por intermédio de conhecidos do Aluno 8, quando conseguiram agendar reunião com um grupo de pesquisa do Laboratório de Avicultura (LAVIC), ligado ao Departamento de Zootecnia. O professor coordenador deste grupo de pesquisa demonstrou grande interesse nesta parceria, devido à possibilidade de troca de experiências com alunos da área de Matemática. Assim, o tema Avicultura foi escolhido, não só pelo interesse do LAVIC em trocar experiências, mas também por ser uma atividade que os membros do grupo se familiarizavam, por serem naturais de cidades do interior do estado, onde a criação de frangos é uma prática comum. Como resultado desta reunião, o grupo de pesquisa do LAVIC enviou artigos com dados experimentais de pesquisas publicadas por eles e, durante os meses de novembro e dezembro, os grupos mantiveram contato, com o objetivo de buscar a compreensão do significado dos dados e outros questionamentos relativos a pesquisa. A partir dos dados experimentais do LAVIC, a ideia inicial do grupo era determinar o período ideal de abate dos frangos. Porém, conforme a conversa via e-mail transcrita a seguir, isso não foi possível.

Grupo 1: Gostaríamos, também, de saber se através desses dados, nos artigos, poderíamos descobrir a idade ideal para o abate das poedeiras.

Grupo de Pesquisa do LAVIC: Com estes dados vocês não vão estimar idade de abate, pois, poedeiras não vão para abate, elas são produzidas para serem matrizes e para produção de ovos. A estimativa para abate de aves deve ser feita com dados de frangos de corte. A importância de calcular esta curva está na seleção de aves. Assim tendo a curva de crescimento da linhagem é possível selecionar as aves que estão de acordo com a linhagem ou não. Isso poderia diminuir custos de produção, permitindo uma seleção das aves mais cedo. Sendo um bom critério de seleção, todas as aves que estiverem muito fora do eixo da curva serão descartadas mantendo um padrão da linhagem.

A partir disso, o grupo passou a analisar os artigos enviados pelos acadêmicos integrantes do grupo de pesquisa do LAVIC, sendo que um, em especial, chamou a atenção, pois os dados eram claros e o objetivo do artigo consistia em obter um modelo matemático que ajustasse os dados experimentais. Neste sentido, decidiram explorar este artigo e verificar como os modelos do laboratório foram obtidos, como os dados foram tabelados e se conseguiam formular um outro modelo que melhor se ajustaria aos dados, quando comparado aos resultados do artigo publicado. Os modelos do artigo do grupo de pesquisa do LAVIC foram obtidos através do software SAS® versão 9.2 (Statistical Analysis System) e os dados utilizados, descritos no Quadro 2.

Quadro 2 – Semanas x Peso das aves poedeiras.

Semanas	Peso (gramas)
0	37,449
2	95,508
4	221,168
6	426,883
9	725,995
12	1008,47
15	1267,98

Fonte: Relatório do Grupo 1.

Assim, a partir destes dados, o grupo formulou três situações-problema.

Situação-Problema 1: Qual o modelo não-linear que melhor descreve a curva de crescimento do nascimento até a 15ª semana de idade (durante a fase de recria) de poedeiras comerciais de ovos de casca marrom da raça *Rhodes Island Red*?

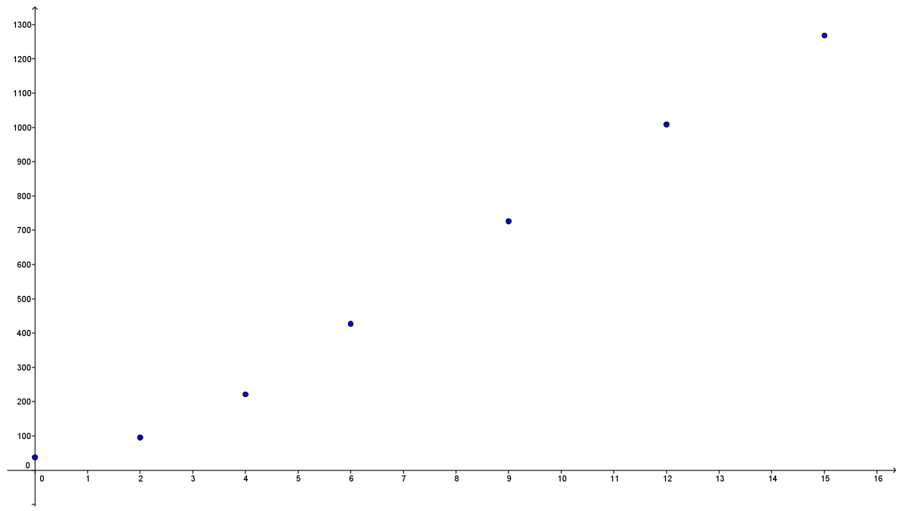
Situação-Problema 2: Qual o limitante do crescimento de poedeiras comerciais da raça *Rhodes Island Red*?

Situação-Problema 3: Qual o instante de tempo, a partir do qual o crescimento de poedeiras comerciais da raça *Rhodes Island Red* cresce a taxas decrescentes?

A seguir será descrito como foi solucionada cada uma das situações-problema propostas e realizada uma análise sobre o processo de Modelagem Matemática, os conteúdos matemáticos e recursos tecnológicos utilizados pelo grupo.

A fim de responder a situação-problema 1 proposta, o grupo plotou no *software* GeoGebra os dados experimentais do LAVIC, mostrados no Quadro 2, obtendo o diagrama de dispersão observado na Figura 2.

Figura 2 – Representação gráfica da massa das poedeiras nas 15 primeiras semanas



Fonte: Relatório do Grupo 1.

A partir desta distribuição, o grupo concluiu que poderiam admitir que o peso das poedeiras fosse modelado sob a hipótese de crescimento logístico, descrito pela equação diferencial ordinária não-linear (ou separável):

$$P(t)=\frac{P_0 K}{P_0+(K-P_0)e^{-at}} \quad , \tag{1}$$

desenvolvida e discutida durante a disciplina.

A partir dos dados do Quadro 2 e de (1), o grupo buscou os valores dos parâmetros *a*, *b* e *K* da equação logística. Neste momento, o grupo enfrentou grande dificuldade na linearização do modelo, para que pudesse utilizar o método dos mínimos quadrados (MMQ). Esta dificuldade ficou mais evidente, quando o grupo cancelou uma reunião com os membros do LAVIC, conforme transcrição a seguir.

Grupo 1: Olá pessoal!! Pedimos desculpas, mas nossa reunião de quarta-feira terá que ser cancelada. Sinceramente não estamos conseguindo chegar no resultado esperado e está sendo muito difícil. Assim que solucionarmos o problema, ou não, entraremos em contato com vocês.

O grupo tentou de diversas formas obter os parâmetros, porém nenhuma das maneiras estudadas em aula davam conta de linearizar a função descrita pela expressão (1). Assim, com o auxílio da professora da disciplina, o grupo buscou referências bibliográficas associadas ao assunto e considerou a metodologia proposta em Silva (2010), onde são utilizadas aproximações por diferenças finitas para frente e para trás, denotadas respectivamente, por g_i e h_i, e o cálculo da média destas para aproximar a derivada $\frac{dP}{dt}(t_i)$.

Considerando os dados do Quadro 2, o grupo calculou as diferenças, esclarecendo que não foi possível calcular a diferença finita para trás para o primeiro dado da tabela e nem a diferença finita para frente para o último dado, pois não havia o dado anterior ou posterior, respectivamente. No Quadro 3, estão apresentadas as aproximações obtidas pelo grupo.

Quadro 3 - Dados observados, diferenças finitas e média.

Semanas (t_i)	Peso (P_i)	g_i	h_i	$z_i=\frac{1}{P_i}\frac{dP}{dt}(t_i)$
0	37,449	29,0295	-	-
2	95,508	62,83	29,0295	0,4809
4	221,168	102,8575	62,83	0,3746
6	426,883	99,704	102,8575	0,2373
9	725,995	94,1583	99,704	0,1335
12	1008,47	86,5033	94,1583	0,0896
15	1267,98	-	86,5033	-

Fonte: Relatório do Grupo 1.

Assim, o grupo reescreveu (1) na forma $\frac{1}{P}\frac{dP}{dt}=a-bP$ e, considerando a mudança de variável, $z=\frac{1}{P}\frac{dP}{dt}$, obtiveram a expressão $z=a-bP$, que descreve uma regressão linear entre as variáveis z e P. Utilizando os cinco pares (P_i, z_i) centrais do Quadro 3, o grupo obteve os coeficientes $a=0{,}472381249$ e $b=0{,}000422147$ da expressão (1) através do método dos mínimos quadrados e, posteriormente, $K=\frac{a}{b}=1118{,}997053$.

Neste momento, destaca-se que o grupo poderia ter explorado mais a utilização dos recursos tecnológicos, como por exemplo, plotar no *software* GeoGebra os pares (P_i, z_i) e a reta de regressão, verificando a validação da linearização utilizada. Após, substituíram os valores de *a, K* e $P_0 = P(0) = 37{,}499$ em (1), obtendo a solução:

$$P(t) = \frac{1118{,}997053}{1 + 28{,}88055897\, e^{-0{,}4723381249 t}} \tag{2}$$

Para comparar numericamente os pesos observados (Quadro 2) e os pesos calculados por (2), o grupo construiu o Quadro 4.

Quadro 4 – Comparação entre os pesos observados e calculados.

Semanas	Peso (gramas) LAVIC	$P(t) = \frac{1118{,}997053}{1 + 28{,}88055897\, e^{-0{,}472381249\, t}}$
0	37,449	37,44899999
2	95,508	91,51142163
4	221,168	208,5692175
6	426,883	414,8993483
9	725,995	792,8446586
12	1008,47	1017,530652
15	1267,98	1092,586774

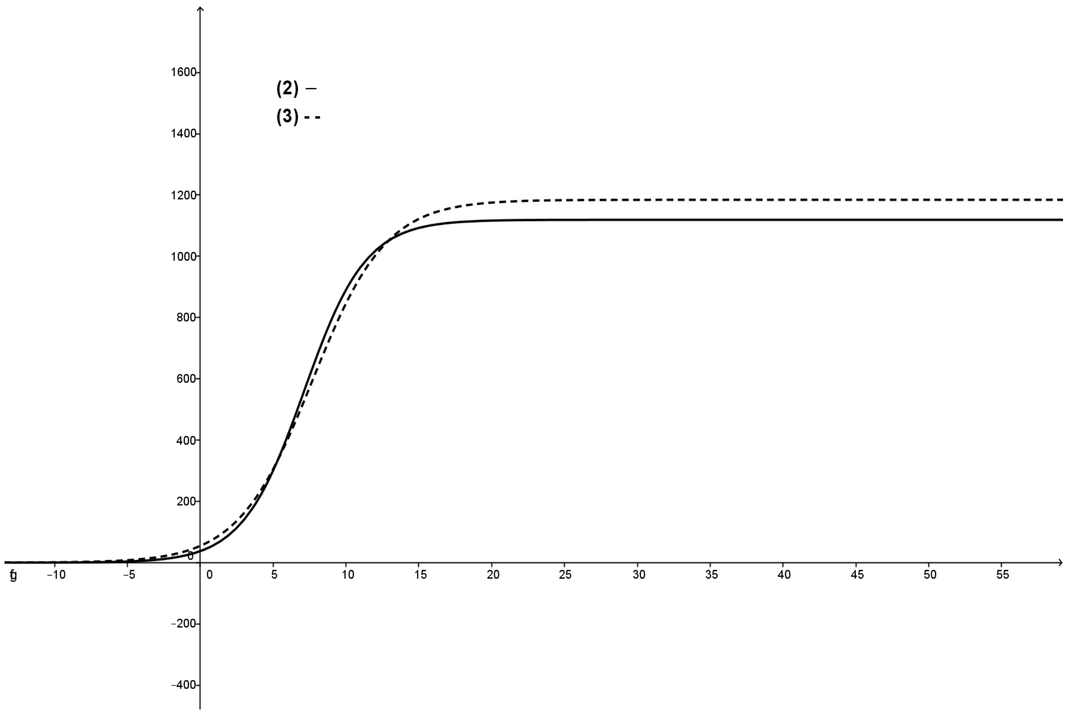
Fonte: Relatório do Grupo 1.

Ainda, utilizando o comando *RegressãoLogística[<Lista de Pontos>]* do GeoGebra, o grupo obteve diretamente a solução logística:

$$P(t) = \frac{1184{,}358931}{1 + 20{,}724838\, e^{-0{,}394814 t}} \tag{3}$$

Para a obtenção da expressão (3), o grupo optou por desconsiderar o primeiro e último ponto, de modo a obter um ajuste a partir da mesma quantidade de pontos utilizados para (2). Graficamente, observaram que o comportamento das soluções dadas por (2) e (3) foi semelhante, conforme pode ser visualizado na Figura 3. Desta forma, concluiram que o modelo logístico era adequado para ajustar os dados experimentais do LAVIC.

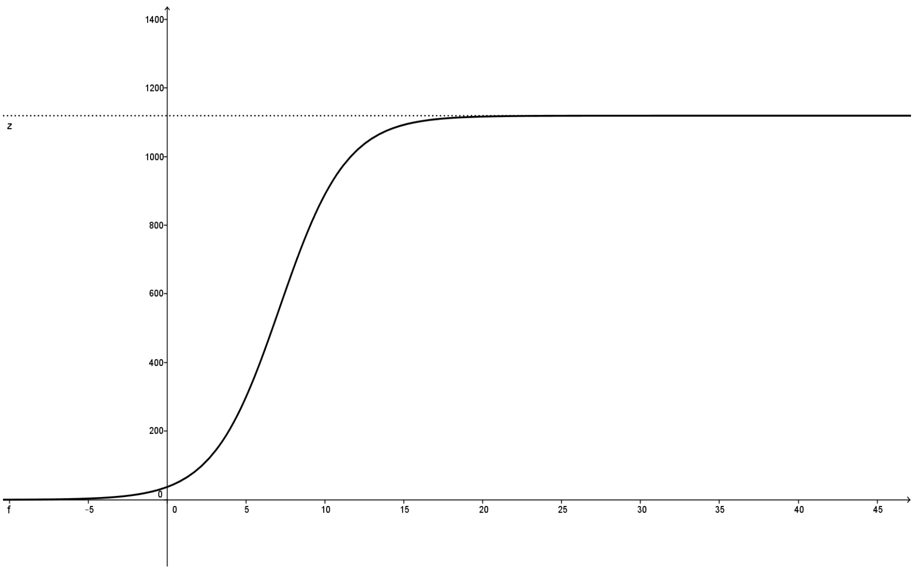
Figura 3 – Gráficos das soluções (2) e (3), plotados no GeoGebra.



Fonte: Relatório do Grupo 1, com adaptações da pesquisadora.

Na situação-problema 2 que buscava determinar o limitante de poedeiras comerciais, o grupo analisou o comportamento de (2), quando t cresce infinitamente, ou seja, $\lim_{t\to\infty} P(t) = \lim_{t\to\infty} \frac{P_0 K}{P_0 + (K - P_0) e^{-a(t-t_0)}} = K$. Dessa forma, o limitante para o crescimento das poedeiras comerciais é dado por $K = \frac{a}{b} = 1118{,}997053$, o qual também foi observado visualmente pelo grupo no *software* GeoGebra, conforme Figura 4.

Figura 4 – Gráfico de (2) com seu limitante superior plotado no *software* GeoGebra.



Fonte: relatório do Grupo 1.

Para obter a resposta da situação-problema 3, a fim de determinar o instante a partir do qual o crescimento das aves poedeiras varia a taxas decrescentes, o grupo percebeu que seria necessário obter o ponto de inflexão associado a expressão (2). Neste caso, utilizando um trabalho anterior realizado na disciplina, onde comprovaram que a ordenada do ponto de inflexão é $P(t)=\frac{a}{2b}$, obtiveram $P(t)=559{,}4985266$. Para determinar a abscissa do ponto de inflexão, igualaram este valor na expressão de *P(t)* dada por (2), obtendo $T=\frac{-1}{a}\ln\left(\frac{bP_0}{a-bP_0}\right)=7{,}119606623$.

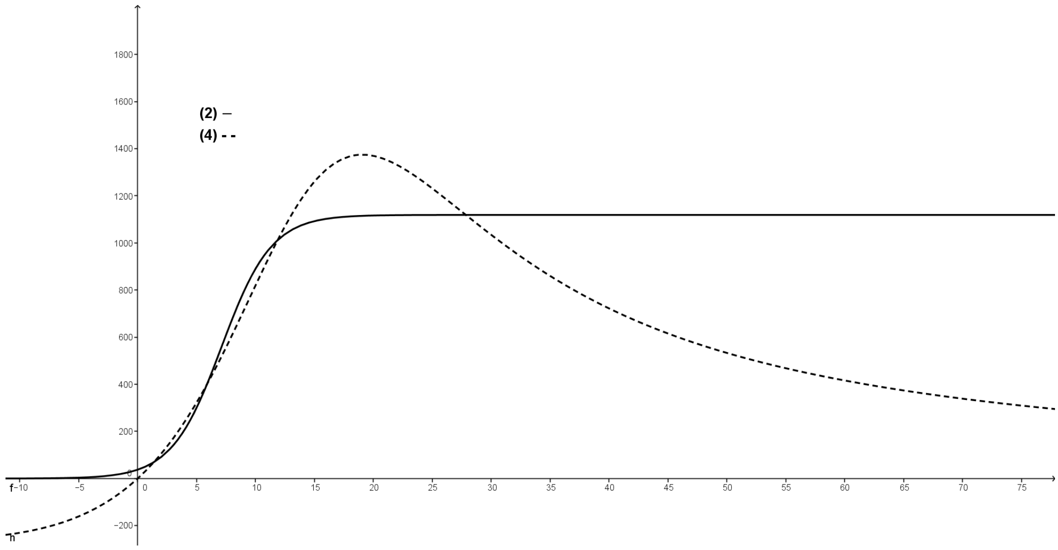
Assim, o ponto de inflexão obtido foi (7,119606623; 559,4985266), que também foi plotado no *software* GeoGebra para visualização. Em relação a esta situação-problema nenhum comentário ou análise crítica foi explorada pelo grupo, demonstrando que a maior preocupação foi em relação a obtenção dos resultados matemáticos, ou seja, as coordenadas do ponto de inflexão.

Além da solução das problemáticas levantadas pelo grupo, ao final do trabalho realizaram uma comparação com o modelo matemático:

$$P(t)=\frac{t}{[0{,}0218+(-0{,}00156)t+0{,}00006t^2]} \qquad (4)$$

Esse foi considerado o melhor modelo para representar os dados no período de tempo desejado, do artigo “Análise de curvas de crescimento na recria de poedeiras comerciais da raça *Rhodes Island Red*” (BEVILAQUA et al, 2012) do grupo de pesquisa do LAVIC. A fim de comparar geometricamente as duas soluções descritas por (2) e (4), as mesmas foram plotadas no GeoGebra, conforme mostra a Figura 5, pois, segundo o grupo, a visualização geométrica possibilita comparar as duas funções de maneira mais rápida e prática.

Figura 5 – Gráficos das soluções descritas pelas expressões (2) e (4).



Fonte: Relatório do Grupo 1, com adaptações da pesquisadora

Ao analisarem a Figura 5, o grupo concluiu que o modelo descrito por (4) era válido apenas para o intervalo do experimento, ou seja, da primeira a décima quinta semana, pois após esse período, a curva decrescia, não refletindo a realidade. Enquanto isso, concluíram que o modelo matemático descrito pela expressão (2) e que fora obtido por eles, descrevia melhor o comportamento do crescimento das aves ao longo do tempo, pois o peso se mantinha estável. Assim, o grupo concluiu que a solução encontrada por eles era mais adequada que a solução apresentada no artigo. No entanto, o grupo não refletiu profundamente sobre os resultados encontrados, pois a problemática da situação-problema 1 tem por objetivo a construção de um modelo não-linear que descreve a curva de crescimento ao longo das quinze primeiras semanas de idade das poedeiras. Neste caso, se o grupo tivesse calculado o somatório dos desvios padrão para cada um dos modelos, como foi discutido na disciplina de Métodos Matemáticos, utilizando o LibreCalc, teriam percebido que no intervalo desejado, a solução (4) possuia desvio padrão bem menor que a solução (2) obtida pelo grupo. Assim, concluído que, para o período das quinze primeiras semanas, o modelo proposto pelo grupo do LAVIC é mais adequado para descrever o crescimento das aves poedeiras.

Referente a esta situação, Bassanezi (2010, p.31) coloca que "[...] a aplicabilidade de um modelo depende substancialmente do contexto em que ele é desenvolvido – um modelo pode ser bom para um biólogo e não para o matemático". Assim, o grupo acreditou que o seu modelo era o melhor, devido ao comportamento do mesmo ao longo da vida das aves, porém o período posterior a 15ª semana de vida das poedeiras não é relevante para a situação-problema 1, pois segundo os pesquisadores do LAVIC, somente no primeiro período é que são selecionadas as aves que serão utilizadas como matrizes e para produção de ovos. As aves que estiverem fora do eixo da curva, são descartadas.

Quanto aos conteúdos da disciplina, foi utilizado o método dos mínimos quadrados, em particular as regressões linear e logística, onde o grupo investigou métodos numéricos para obter uma aproximação dos parâmetros da regressão linear e, posteriormente, associando-os aos parâmetros da logística. Quando se depararam com dificuldades em resolver matematicamente a linearização dos pontos, o grupo inicialmente se abalou, pois não conseguiram resolver, mesmo aplicando todo conhecimento adquirido na disciplina. Como podemos verificar em Almeida e Vertuan (2014, p.17), muitas vezes ao se envolverem em atividades de Modelagem Matemática, "[...] os alunos se deparam com um obstáculo para o qual não possuem, provisoriamente, conhecimentos suficientes para superá-lo, emergindo assim a necessidade de construir conhecimentos por meio dessa atividade". No entanto, com auxílio da professora da disciplina, foram buscar outra maneira de resolver, encontrando uma monografia que os ajudou a compreender como fazer a linearização dos dados. Dessa maneira, novos conhecimentos foram adquiridos, ficando evidente que os alunos em atividades desta natureza "[...] podem ressignificar conceitos já construídos quanto construir outros diante da necessidade de seu uso." (ALMEIDA; VERTUAN, 2014, p.17). Também, com o auxílio de comandos diretos do *software* GeoGebra e os dados da tabela, obtiveram diretamente a regressão logística e compararam os parâmetros das duas soluções. Em relação a equações diferencias ordinárias, utilizaram indiretamente a equação logística de 1ª ordem não-linear, não se preocupando com a resolução analítica e usando resultados já demonstrados anteriormente na disciplina.

Em relação aos recursos computacionais, utilizaram somente o *software* GeoGebra, apesar de terem explicado que durante o desenvolvimento do projeto, utilizaram os *softwares* VCN e CurveExpert para comparar os resultados encontrados, ou seja, os utilizaram como forma de verificação.

Acredita-se que o grupo conseguiu atingir satisfatoriamente os objetivos propostos, pois a partir de um tema escolhido por eles, definiram o problema, e através da experimentação, pesquisas bibliográficas, leituras e manipulação de dados, responderam seus questionamentos, realizando modificações quando necessário. Este foi o grupo que mais procurou ajuda da professora da disciplina e da pesquisadora, e que aparentemente mais se dedicou ao desenvolvimento do projeto. Porém, como a etapa de validação poderia ter sido mais explorada, após o *feedback* dado pela professora da disciplina, o grupo aceitou o desafio de melhorar o projeto e o mesmo foi aceito para apresentação no XII EGEM – Encontro Gaúcho de Educação Matemática, realizado na PUCRS, em Porto Alegre, em setembro de 2015.

4.3.2 Projeto do Grupo 2

Este grupo foi composto pelos alunos 2, 5 e 9. Quanto a definição do tema, tiveram muitas dificuldades em escolher o que gostariam de explorar, desejando algo que lhes fizesse sentido. Surgiram algumas ideias, como por exemplo, modelar a questão da evasão no Curso de Matemática da UFSM, mas devido a falta de padrão nestes dados partiram em busca de um novo tema. Apesar da dificuldade em defini-lo, o grupo não demonstrou interesse em buscar um tema no Centro de Ciências Rurais, pois, segundo menção destes, “[…] fazer um trabalho nessa área não tem nada a ver com a gente, dai ia fica um negócio sem sentido”.

Sendo assim, decidiram tomar como tema a população de Santa Maria, visto que residem no local. Tendo o tema definido, partiram em busca dos dados para decidirem a problemática a ser investigada, como se observa no trecho transcrito da entrevista:

> […] a busca de dados foi individual, cada uma trazia o que achava e mostrava. Aí, fui eu que achei os dados do IBGE com a população de Santa Maria. Eu viajei naquele site do IBGE porque tinha o aumento de carros, o aumento de motocicletas, aumento de não sei o que, e dai eu digo, se eu posso olhar tudo tão geral no país, porque eu não posso olhar aqui de Santa Maria. E ai foi, eu peguei os dados da cidade e as gurias gostaram.

Como mencionado por Bassanezi (2010), Biembengut e Hein (2007), Burak (2010), Barbosa (2004) e Almeida, Silva e Vertuan (2012), a escolha do tema pelos alunos os fez sentirem-se mais participativos, o que lhes proporcionou maior segurança e entusiasmo. Dessa forma, o tema escolhido lhes agradava e tinha relação direta com suas vidas, além de terem fácil acesso a vários dados para decidirem a problemática a ser explorada.

Assim, considerando os dados do Quadro 5, o grupo formulou três situações-problema:

Situação-Problema 1: Qual era a população no ano de 1983?

Situação-Problema 2: Estimar a população atual, ou seja, do ano de 2014 e comparar com os dados oficiais do IBGE.

Situação-Problema 3: A partir de que ano a população de Santa Maria cresce a taxas decrescentes?

Quadro 5 – População total, urbana e rural por década e por número de habitantes no município de Santa Maria.

Ano	População Urbana	População Rural	População Total
1950	35.097	47.904	83.001
1960	36.961	85.014	121.975
1970	124.136	32.473	156.609
1980	154.565	27.014	181.579
1990	192.415	21.744	214.159
2000	230.696	12.915	243.611
2010	248.347	12.684	261.031

Fonte: Relatório do Grupo 2.

A seguir será descrito como foi solucionada cada uma das situações-problema propostas e realizada uma análise sobre o processo de Modelagem Matemática, os conteúdos matemáticos e recursos tecnológicos utilizados pelo grupo.

Para responder a situação-problema 1, optaram, inicialmente, pela utilização do método da interpolação polinomial. Para isso, consideraram a mudança de variável a seguir:

$$x = t - 1950 \tag{5}$$

obtendo, assim, o Quadro 6.

Como o objetivo do grupo era determinar a população de Santa Maria no ano de 1983, consideraram os três pontos mais próximos $x_0 = 20$, $x_1 = 30$ e $x_2 = 40$, o que possibilitou a obtenção de um polinômio de grau 2.

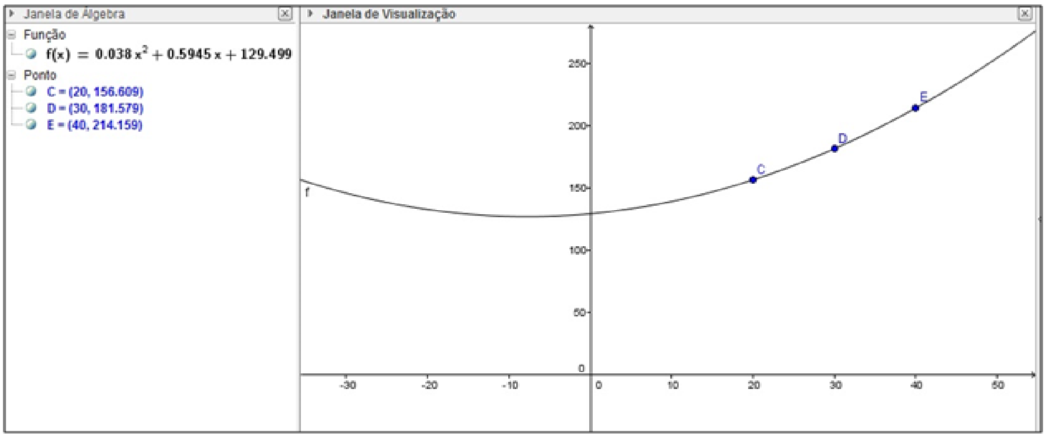
Quadro 6 – Número de habitantes de Santa Maria no período de 1950 a 2010.

x (anos)	0	10	20	30	40	50	60
y (mil habitantes)	83.001	121.975	156.609	181.579	214.159	243.611	261.031

Fonte: Relatório do Grupo 2.

Em seguida, por meio do *software* GeoGebra, com o comando *polinômio <listadepontos>*, obtiveram a função polinomial que melhor se ajusta a estes pontos. O gráfico da função obtida é apresentado na Figura 6.

Figura 6 – Polinômio interpolador de segundo grau no *software* GeoGebra.



Fonte: Relatório do Grupo 2.

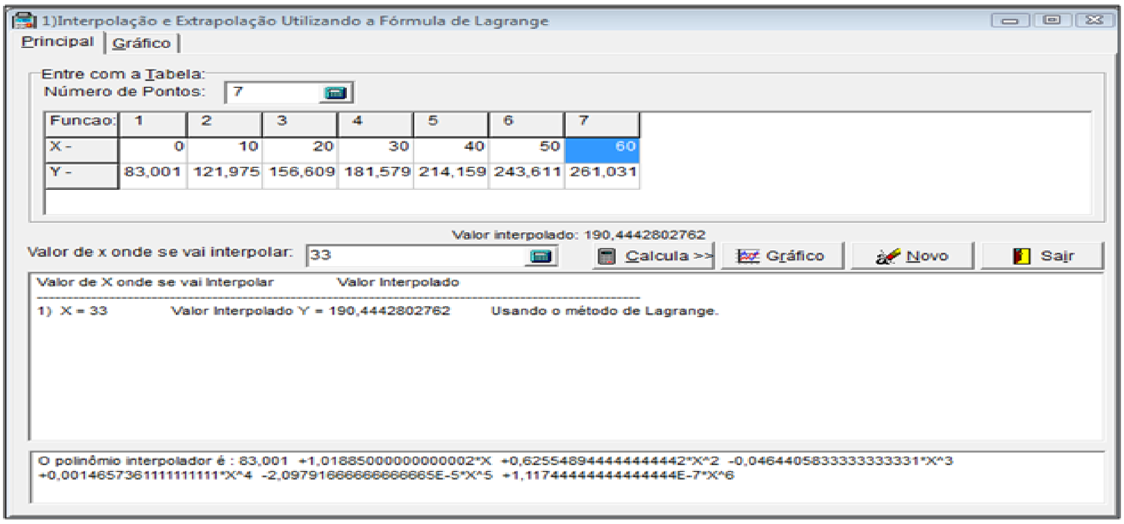
Além do polinômio ter sido obtido no *software* GeoGebra, o grupo obteve o mesmo polinômio interpolador através do *software* VCN e, manualmente, utilizando a Forma de Newton, associada aos operadores de diferenças divididas, a saber:

$$P_2(x)=0{,}03805\,x^2+0{,}5945\,x+129{,}499 \tag{6}$$

No entanto, como o objetivo era determinar a população no ano de 1983, utilizaram a expressão (5), obtendo $x=33\,anos$ e calculando o valor de $P_2(33)$ por (6) obtiveram que a população no ano de 1983 era de 190553,95 indivíduos, que é um valor que pertence ao intervalo $(181579, 214159)$, conforme indicado no Quadro 6.

Como o Quadro 5, apresenta sete pontos, o grupo também obteve o polinômio interpolar de grau 6 que ajusta todos pontos, usando a forma de Lagrange diretamente no *software* VCN, como mostra a Figura 7.

Figura 7 – População em 1983 e polinômio interpolador de grau seis obtido no VCN.

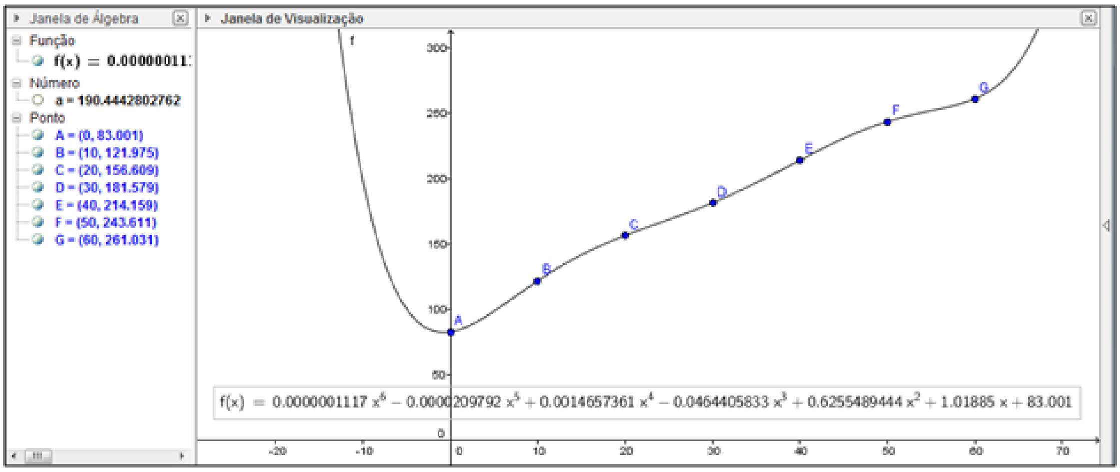


Fonte: Relatório do Grupo 2.

Comparando os valores numéricos a partir do polinômio associado aos sete pontos, $P_6(33)=190444{,}28$ com o valor obtido através de três pontos, $P_2(33)=190553{,}95$ o grupo observou que os valores eram bem próximos. Assim, concluíram que para obter o resultado desejado, basta interpolar três pontos que estejam próximos ao ponto desejado.

A Figura 8 mostra o valor numérico da população em 1983 e o polinômio de grau 6, no *software* GeoGebra.

Figura 8 – População em 1983 e representação do polinômio interpolador de grau seis, no *software* GeoGebra.



Fonte: Relatório do Grupo 2.

Ao analisarem o gráfico da Figura 8, perceberam que a população de Santa Maria em dados períodos varia a taxas decrescentes, o que ocorre, segundo o grupo, devido a vários fatores, como por exemplo, a diminuição do número de filhos por casal. Neste caso, não perceberam que esta constatação, matematicamente, se traduz exatamente no crescimento a taxas decrescentes, além de não terem explorado ou refletido sobre as questões sociais que levaram a esse comportamento do crescimento populacional.

Além disso, nas representações gráficas, o grupo não se preocupou em restringir o eixo horizontal ao intervalo de interesse do problema. Também não houve uma reflexão sobre os valores numéricos 190442,80 e 190553,95 apresentados, significando 190442,80 e 190.55395 indivíduos. Ou seja, deveriam ter considerado os números inteiros, isto é, 190443 e 190554 indivíduos. Ainda, não refletiram sobre o comportamento das curvas das Figuras 6 e 8 que tendem ao infinito quando o tempo avança, o que, de fato, na realidade não ocorre. Ainda, houve um gasto desnecessário de tempo na construção do polinômio de grau 2 no *software* GeoGebra, aplicativo VCN e manualmente. Visto que com certeza, dariam o mesmo polinômio. Analogamente, isso ocorreu para a obtenção do polinômio de grau seis.

Para estimar a população no ano de 2014, o grupo, inicialmente, se utilizou da mudança de variável descrita em (5), obtendo x = 64 anos. Ao calcular a população neste ano, pelo polinômio interpolador de grau 2, encontraram como resultado, o valor de 323898,98 indivíduos para o ano de 2014, o que não condiz com a realidade, pois, segundo dados do

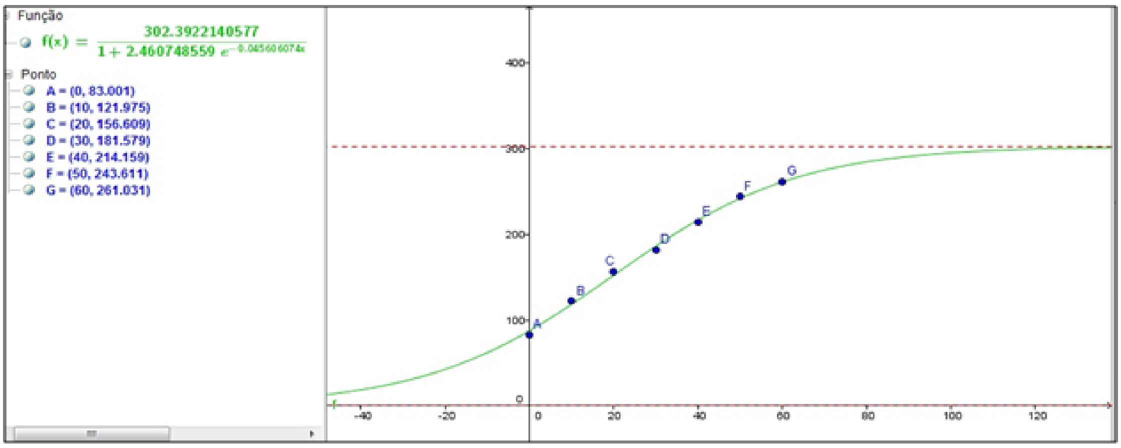
IBGE, a população de Santa Maria em 2014 é de 274838 habitantes. Em relação a esta situação, nas conclusões do relatório, o grupo apenas comentou que a interpolação não foi eficiente para estimar a população em 2014, visto que este ano está fora do intervalo dos dados tabelados. Porém, em nenhum momento, propôs um outro modelo para fazer esta estimativa, ou seja, perceberam que o modelo utilizado não era eficiente para encontrar a resposta da situação-problema 2, no entanto optaram por ignorar e não passar para a etapa da modificação do modelo, como sugere Bassanezi (2010).

Para resolverem a situação-problema 3, a fim de determinar em que ano a população de Santa Maria passa a crescer a taxas decrescentes, o grupo utilizou a teoria do método dos mínimos quadrados, buscando a regressão que melhor se adapta aos pontos dados. Ao observarem os dados do Quadro 6 plotados no *software* GeoGebra*,* inferiram que o melhor ajuste seria a regressão logística, e a partir do comando *RegressãoLogística[<Lista de Pontos>]* no *software* GeoGebra, obtiveram:

$$P(x)=\frac{302{,}392214}{1+2{,}46074859\,e^{(-0{,}04560607x)}} \tag{7}$$

A Figura 9 mostra o gráfico da função logística descrita em (7).

Figura 9 - Curva logística obtida por (7) plotada no *software* GeoGebra.



Fonte: Relatório do Grupo 2.

Novamente, constata-se a falta de reflexão e análise do grupo, pois para que a afirmação “melhor ajuste” tenha sentido, o grupo deveria tê-la comparado a outras funções.

Também, poderiam ter feito uma comparação das funções polinomiais $p_2(x)$ e $p_6(x)$ com a expressão (7), tendo percebido, que esta última é mais condizente com a realidade.

Também poderiam ter calculado $P(33)$ por (7) e comparado com os valores de $P_2(33)$ e $P_6(33)$, visto que ao tentar responder a situação-problema 2 não ficaram satisfeitos com o valor numérico obtido. Dando continuidade a resolução da situação-problema 3, a partir dos conhecimentos adquiridos durante as aulas da disciplina, o grupo extraiu os parâmetros a=0,4560607 e k=302,392214 diretamente de (7) e a partir da relação *k=a/b*, obtiveram b=0,0001508196.

Para estimar o ano em que a população de Santa Maria passou a variar a taxas decrescentes, o grupo novamente utilizou o resultado demonstrado em uma atividade anterior da disciplina, determinando a ordenada do ponto de inflexão da função logística $y=151{,}196107$ e, a partir de (7), obtiveram a abscissa $x\simeq 19{,}7444225236$. A fim de simplificar os cálculos, consideraram $x = 20$ e aplicaram este valor na expressão (5) chegando ao ano de 1970. Assim, concluíram que, em torno deste ano, a população Santa-mariense passou a crecser a taxas decrescentes.

Quanto aos conteúdos da disciplina, foi utilizado a interpolação polinomial com a obtenção analítica do polinômio interpolador de grau 2 pela forma de Newton e o polinômio de grau 6 pela forma de Lagrange, que foram comparados com os polinômios obtidos diretamente com os comandos dos recursos computacionais utilizados. Em relação ao método dos mínimos quadrados, com o auxílio de comandos do *software* GeoGebra e os dados da tabela, obtiveram diretamente a regressão logística. Quanto as equações diferencias ordinárias, utilizaram indiretamente a equação logística de 1ª ordem não-linear, mas não se preocuparam com a sua resolução analítica, usando muito dos resultados já demonstrados anteriormente na disciplina. Em relação aos recursos computacionais, utilizaram o *software* GeoGebra e o aplicativo VCN.

Acredita-se que o grupo conseguiu atingir satisfatoriamente os objetivos propostos, pois a partir de um tema escolhido por eles, definiram o problema e por meio da experimentação responderam seus questionamentos. Este foi o segundo grupo que mais procurou ajuda da professora da disciplina e da pesquisadora. Porém, como a etapa de validação poderia ter sido mais explorada, após o *feedback* dado pela professora da disciplina, o grupo demostrou interesse e iniciou as alterações sugeridas, visando a possibilidade de publicação do trabalho. Mas, devido a sobrecarga e envolvimento com as disciplinas e atividades do curso no 1º semestre de 2015, não concluíram as adequações.

4.3.3 Projeto do Grupo 3

Este grupo foi composto somente pelo aluno 6. Em relação a escolha do tema, esta não se deu imediatamente, como observa-se na transcrição tirada da entrevista: “A ideia inicial era trabalhar sobre as garrafas PET já que havia estudando um pouco em um projeto de pesquisa e extensão que envolvia a metodologia da Modelagem Matemática [...]”. Contudo, a dificuldade em encontrar dados referente a esse tema na cidade de Santa Maria, fez com que o grupo optasse por outro assunto, que surgiu após conversa com uma estudante do Curso de Zootecnia, que atua no Laboratório de Avicultura (LAVIC) da Universidade Federal de Santa Maria. Santos (2011) disponibilizou ao grupo alguns dados sobre a criação de aves de Matriz de Corte, utilizados na sua dissertação de mestrado.

Analisando os dados obtidos, o grupo comentou que, “[...] após uma análise dos dados notei que o crescimento dos machos diferia do das fêmeas, então decidi fazer um comparativo e ver se em algum momento os machos teriam o mesmo peso das fêmeas”. Assim, o tema estava definido e iniciava-se o desenvolvimento do projeto de MM.

O Quadro 7 apresenta a média dos pesos de 22 aves macho, do Box 5 do LAVIC, a partir da 24ª semana.

Quadro 7 – Peso das aves macho a partir da 24ª semana.

Semana	Peso (gramas)
24	3180
31	4160
35	4120
43	4430

Fonte: Relatório do Grupo 3.

Já, o Quadro 8 refere-se ao peso médio de 22 aves fêmeas, do Box 5 do LAVIC, a partir da 28ª semana.

Quadro 8 - Peso das aves fêmeas a partir da 28ª semana.

Semana	Peso (gramas)
28	3107
36	3366
44	3490
48	3425
60	3481

Fonte: Relatório do Grupo 3.

Estes dados não constam diretamente em Santos (2011), mas na tabela de dados coletados no LAVIC e que foi disponibilizada ao grupo.

Com estes dados, o grupo investigou se existia um momento em que as aves machos e fêmeas tinham o mesmo peso. Para responder esta problemática, o grupo subdividiu-a em três situações-problema, descritas a seguir:

Situação-Problema 1: Qual o melhor ajuste para o peso dos machos?

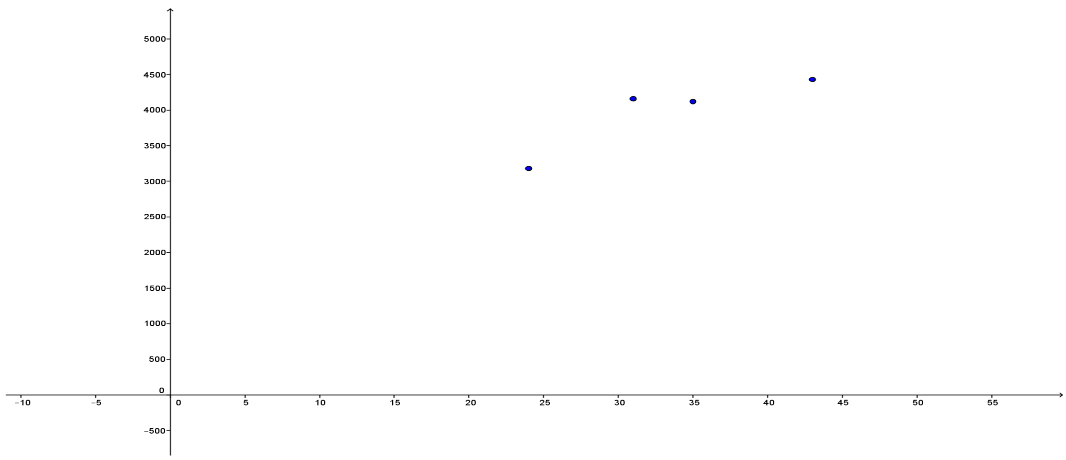
Situação-Problema 2: Qual o melhor ajuste para o peso das fêmeas?

Situação-Problema 3: Existirá um momento que os machos e fêmeas terão o mesmo peso?

A seguir está descrito como foi solucionada cada uma das situações-problema propostas e realizada uma análise sobre o processo de Modelagem Matemática, os conteúdos matemáticos e recursos tecnológicos utilizados pelo grupo.

Para resolver a problemática sugerida na situação-problema 1, de qual seria o melhor ajuste para o peso das aves macho, o grupo plotou os dados do Quadro 7 no *software* GeoGebra, para observar o diagrama de dispersão,o qual pode ser visualizado na Figura 10.

Figura 10 – Diagrama de dispersão dos dados do Quadro 7 referente ao peso das aves macho, elaborada no *software* GeoGebra.



Fonte: Relatório do Grupo 3.

Segundo o grupo, como é conhecido apenas um conjunto finito e discreto de pontos em um intervalo, é possível encontrar uma expressão analítica que seja uma melhor "aproximação da realidade".

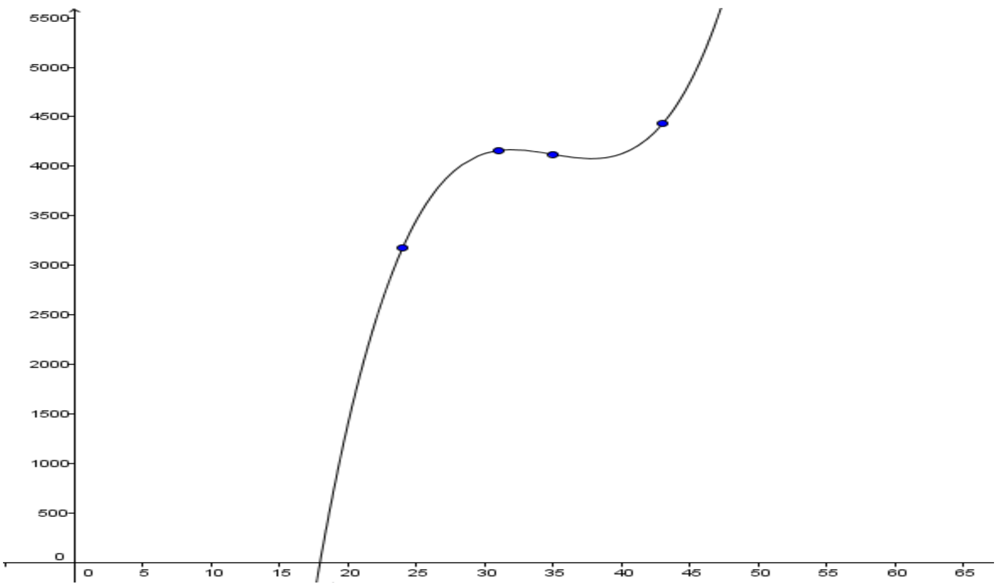
Assim, através da interpolação polinomial de Newton, com os quatro dados do Quadro 7, o grupo obteve a função polinomial de grau três, representada por:

$$P(x) = 0{,}931\,x^3 - 97{,}42\,x^2 + 3374{,}39\,x - 34563{,}96 \tag{8}$$

A mesma tem sua representação gráfica dada pela Figura 11.

A partir do gráfico da Figura 11, o grupo observou que há uma queda no peso dos machos entre as semanas 31 e 35. Porém, nenhuma análise foi feita sobre esta representação gráfica, que não corresponde a realidade. Afinal, observando o intervalo entre o nascimento e próximo a 17ª semana, os pesos das aves macho seriam negativos. Ainda, a partir da 45ª semana, o peso tenderia ao infinito.

Figura 11 – Gráfico da expressão dada por (8) para o peso dos machos, elaborada no *software* GeoGebra.



Fonte: Relatório do Grupo 3.

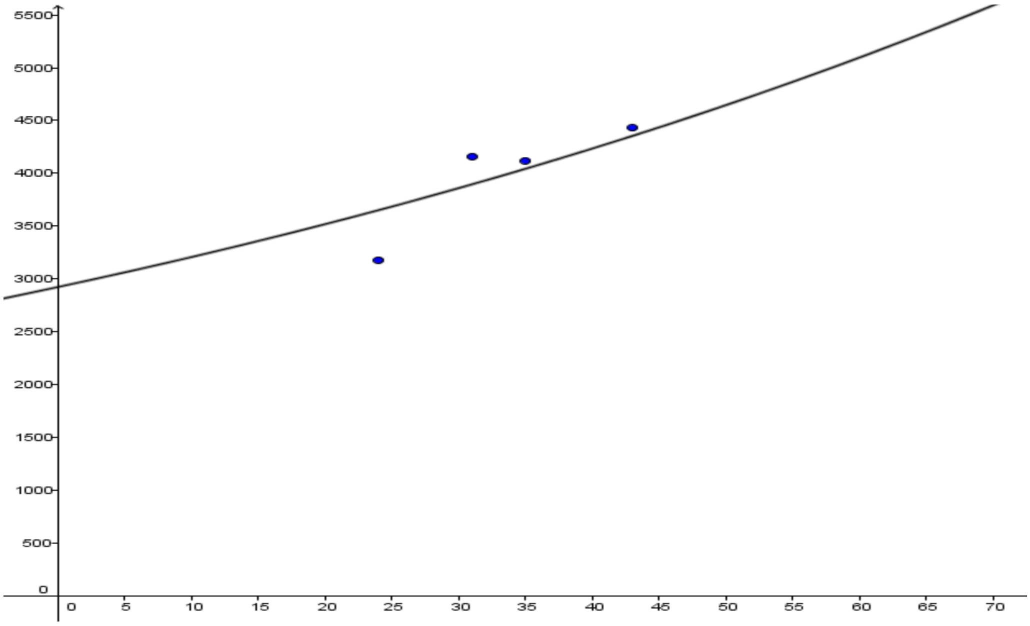
Assim, a partir da constatação de que havia uma queda no peso dos machos em um determinado período, e apenas por isso, o grupo inferiu que o modelo que melhor se ajustaria aos dados, seria uma função exponencial. Desta forma, através do método dos mínimos quadrados, o grupo obteve a função exponencial (9), representada por:

$$y=2924,8544(1,0093)^x \tag{9}$$

cuja representação gráfica é dada na Figura 12.

Novamente não houve reflexão sobre a adequação da expressão obtida, visto que, ao observar a Figura 12, no nascimento, a ave pesa quase 3000 gramas, e com o passar das semanas, o peso tende ao infinito. Ambas as situações, novamente, não representam a realidade.

Figura 12 – Gráfico da expressão dada pela expressão (9) para o peso dos machos elaborado no *software* GeoGebra.



Fonte: Relatório do Grupo 3.

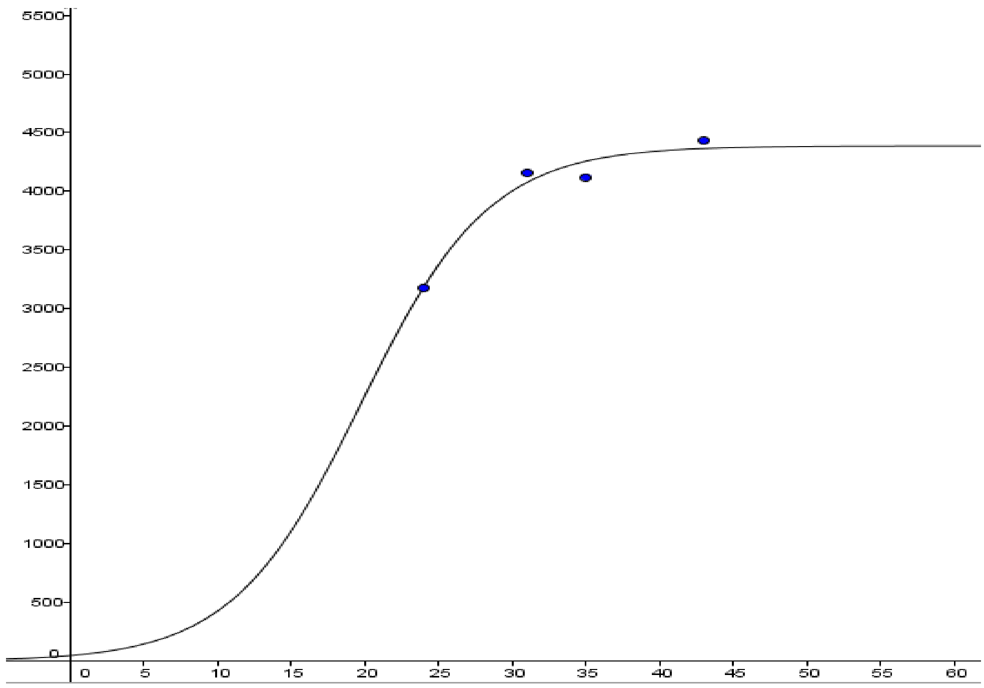
Após estas representações, o grupo simplesmente escreveu que “o caminho mais comum para lidar com situações de crescimento inibido é o modelo logístico”, apresentando a equação diferencial e a sua solução. Neste caso, o grupo obteve diretamente através do comando *RegressãoLogística[<Lista de Pontos>]* do *software* GeoGebra, a solução:

$$y = \frac{4386{,}54929}{1 + 91{,}82204\, e^{-0{,}229x}} \qquad (10)$$

cuja representação gráfica é mostrada na Figura 13.

Nenhuma reflexão sobre a função ou sobre a sua representação gráfica foi realizada. O grupo concluiu que o melhor ajuste para o peso dos machos é o polinômio interpolador de Newton descrito por (8), pois passa em um maior número de pontos. Porém, ao observar a Figura 13, a função logística, entre as três obtidas, é a mais adequada, pois ao nascer, o peso é pequeno e, ao longo das semanas, seu peso se estabiliza, como ocorre na realidade. Neste caso, ficou evidente que além de não haver reflexão sobre o que foi desenvolvido, faltou também conhecimento matemático.

Figura 13 – Gráfico da expressão (10) para o peso dos machos elaborado no *software* GeoGebra.



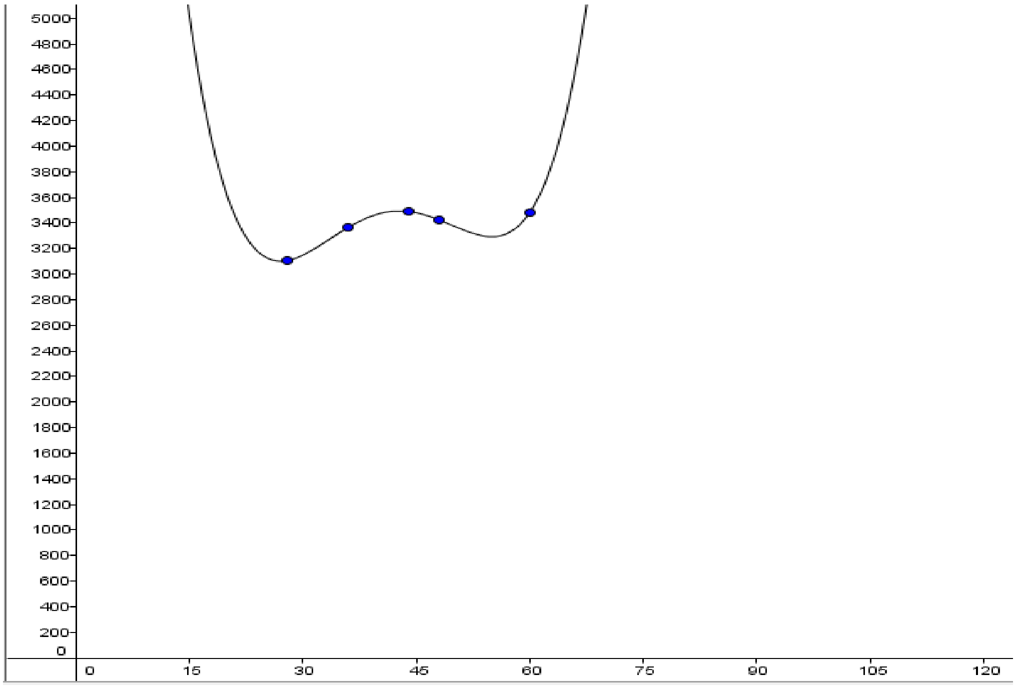
Fonte: Relatório do Grupo 3.

Para resolver a problemática apresentada na situação-problema 2, indicando o melhor ajuste para o peso das fêmeas, o grupo seguiu o mesmo desenvolvimento da situação-problema 1, plotando no *software* GeoGebra os dados do Quadro 8. Cconsiderando os cinco dados experiemntais, através da interpolação de Newton, o grupo obteve um polinômio de grau quatro, representados por:

$$P(x)=0{,}007638\,x^4-1{,}27124\,x^3+76{,}3584\,x^2-1945{,}8493\,x+20937{,}6523 \qquad (11)$$

Graficamente a função interpolada, é representada na Figura 14.

Figura 14 – Gráfico da expressão dada pela expressão (11) para o peso das fêmeas, elaborada no *software* GeoGebra.



Fonte: Relatório do Grupo 3.

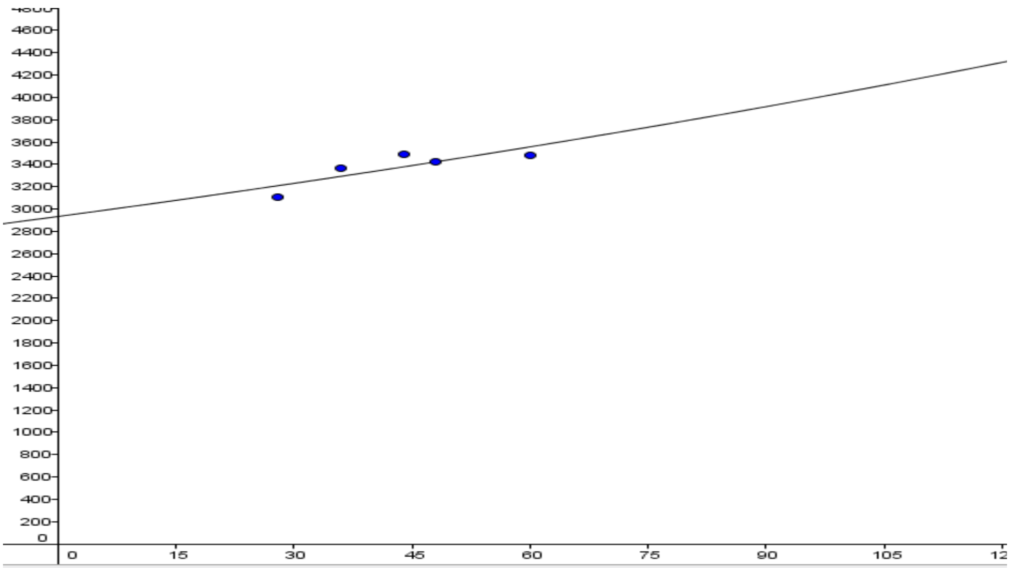
Em relação a esta representação gráfica, o grupo apenas observou que há uma queda no peso das fêmeas entre as semanas 44 e 48, voltando a ganhar peso na semana 60. No entanto, nenhuma reflexão foi feita sobre o peso nas primeiras semanas ser superior aos pesos do Quadro 8, bem como, o peso tender ao infinito a partir da 60ª semana. Ou seja, este modelo não é adequado para descrever o peso das fêmeas.

Semelhante ao caso das aves machos, uma função exponencial também foi gerada para as fêmeas, através do método dos mínimos quadrados, cuja expressão obtida foi:

$$y=2933{,}3488(1{,}00322)^x \qquad (12)$$

e cuja representação gráfica é dada pela Figura 15.

Figura 15 – Gráfico da expressão (12) para o peso das aves fêmeas, elaborada no *software* GeoGebra.



Fonte: Relatório do Grupo 3.

Assim como no caso dos machos, foi obtido diretamente no GeoGebra, a regressão logística pelo comando *RegressãoLogística[<Lista de Pontos>]* :

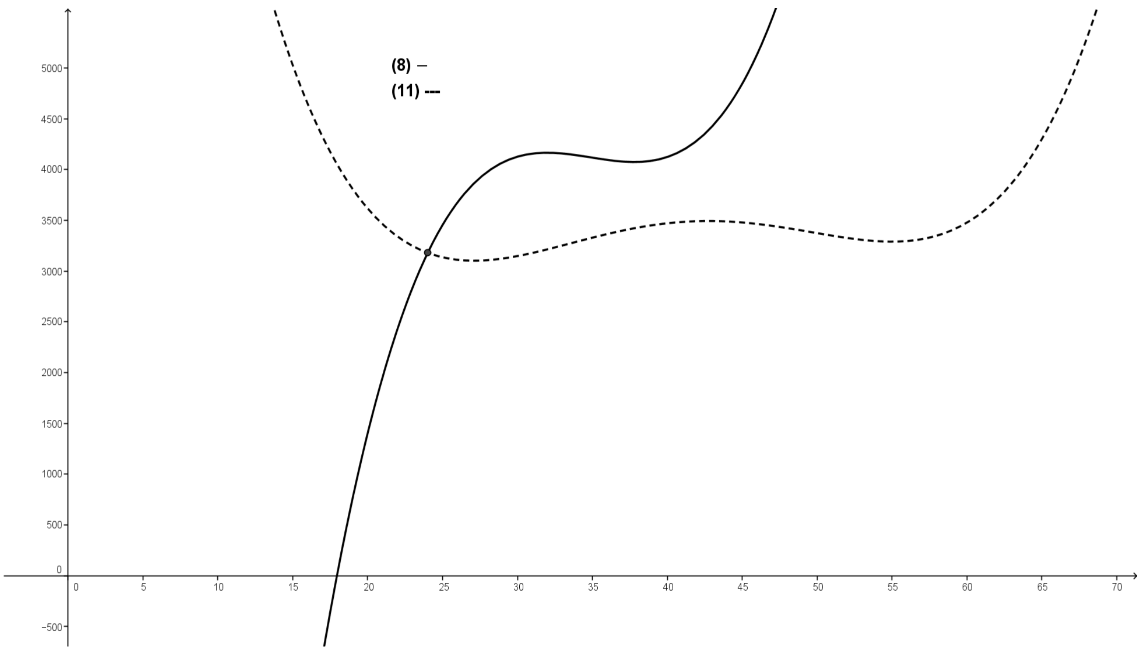
$$y = \frac{3476{,}54766}{1 + 14{,}62491e^{-0{,}17175x}} \tag{13}$$

cuja representação gráfica não foi mostrada pelo grupo.

Analogamente, ao caso do peso das aves macho, de forma equivocada o grupo concluiu que o melhor ajuste para o peso das fêmeas, também era o polinômio interpolador de Newton.

Para responder a problemática da situação-problema 3, a respeito da existência de um tempo de vida em que machos e fêmeas possuem o mesmo peso, os dois modelos considerados mais adequados pelo grupo, cujas expressões são dadas por (8) e (11) foram igualadas, obtendo-se assim, a semana aproximada em que os pesos se igualam, ou seja, próximo a 25ª semana, segundo mostra a Figura 16.

Figura 16 – Interseção dos modelos polinomiais (8) e (11), no *software* GeoGebra.



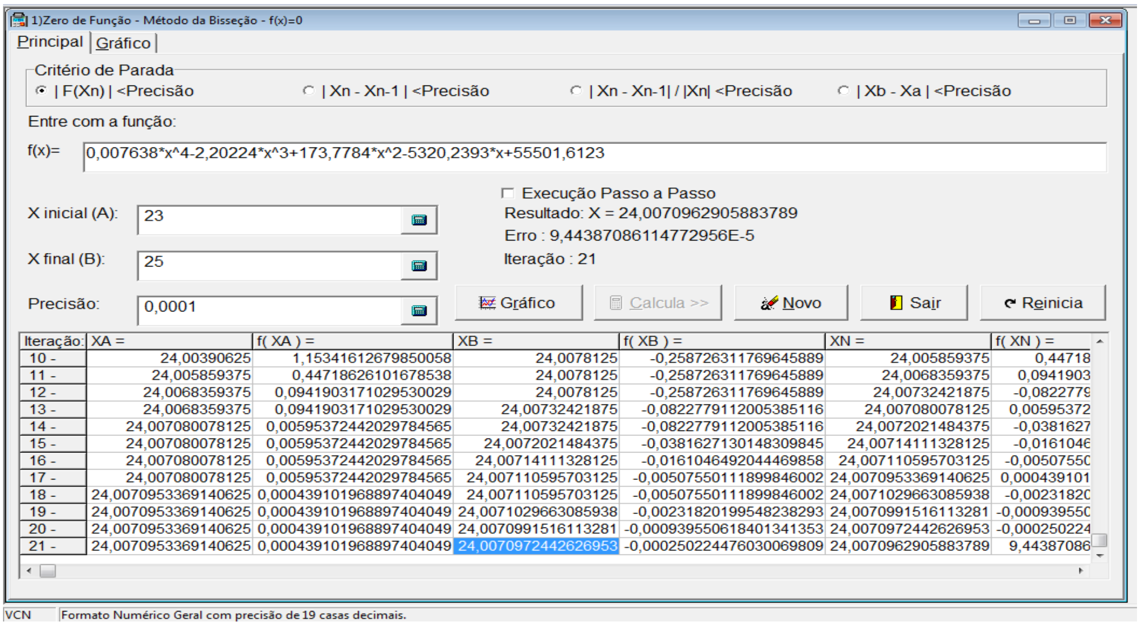
Fonte: Relatório do Grupo 3, com adaptações da pesquisadora.

Após obter esta aproximação, o grupo concluiu o trabalho escrevendo que “[...] percebemos que o método de interpolação de Newton utilizado, para a realização desse trabalho, obteve um bom resultado, pois encontramos uma semana em que os machos e as fêmeas possuirão o mesmo peso.” No entanto, esta mesma afirmação poderia ter sido feita em relação as duas funções exponenciais, ou até mesmo, em relação as duas funções logísticas encontradas.

Quanto aos conteúdos da disciplina, foi utilizado a interpolação polinomial com a obtenção analítica dos polinômios interpoladores de graus 3 e 4 pela forma de Newton. Em relação ao método dos mínimos quadrados, foram obtidas regressões exponenciais e, com o auxílio de comandos do *software* GeoGebra e os dados das tabelas, obtiveram diretamente as regressões logísticas. Finalizando, com o *software* VCN, obtiveram uma aproximação numérica do ponto de intersecção dos dois polinômios através do método da bisseção, como podemos observar na figura 17.

Em relação aos recursos computacionais, utilizaram o *software* GeoGebra e o aplicativo VCN.

Figura 17 – Aproximação de zeros de função, no *software* VCN.



Fonte: Relatório do Grupo 3.

Acredita-se que o grupo conseguiu atingir parcialmente os objetivos propostos, mesmo havendo pouca reflexão efetiva quanto a validação e modificações do modelo. O grupo não demostrou envolvimento com a proposta, realizando a atividade apenas com o objetivo de concluir a disciplina. Tanto que, em nenhum momento procurou a professora da disciplina ou a pesquisadora para sanar dúvidas ou solicitar auxílio. Quanto as modificações do projeto, sugeridas pela professora da disciplina, este justificou que devido a grande carga horária de disciplinas a cursar no primeiro semestre de 2015, não teria tempo para fazer as alterações recomendadas a fim de publicar seu trabalho.

4.3.4 Projeto do Grupo 4

Este grupo foi composto pelos alunos 3 e 4. Quanto a escolha do tema, o grupo afirmou, que foi a etapa mais complicada, pois estavam sem tempo e não faziam ideia de um tema que lhes interessasse e, ao mesmo tempo, englobasse parte dos conteúdos vistos na disciplina. Dessa forma, após conversarem com a professora da disciplina, que lhes sugeriu alguns assuntos, acabaram por considerar um tema tratado em Bassanezi (2010), bibliografia utilizada na disciplina, como pode ser verificado na entrevista feita com o grupo: “[…] a gente pegou o livro do Bassanezi né, e ali no meio achou um tema pra procurar”.

O tema que despertou interesse foi a questão sobre alcoolismo e risco de acidente associado ao consumo de vinho proposto por Bassanezi (2010, p. 271). De acordo com parte da transcrição da entrevista feita com esse grupo, o motivo deste interesse se deu por que “[…] era um assunto atual […] tá em alta né”.

No entanto, decidiram realizar a modelagem utilizando a cerveja, por ser a bebida mais consumida pelos jovens. Assim, o grupo formulou duas situações-problemas, as quais são descritas a seguir.

Situação-Problema 1: Quantos copos de cerveja um indivíduo de porte médio pode ingerir para que não exceda o limite máximo permitido pelo bafômetro?

Situação-Problema 2: Qual o risco de acidente que esse mesmo indivíduo sofre se dirigir após beber esse limite máximo?

A seguir será descrito como foi solucionada cada uma das situações-problema propostas e realizada uma análise sobre o processo de Modelagem Matemática, os conteúdos matemáticos e recursos tecnológicos utilizados pelo grupo.

A fim de resolver a situação-problema 1, obtendo quantos copos de cerveja um indivíduo de porte médio pode ingerir para que não exceda o limite máximo permitido pelo bafômetro, o grupo utilizou a seguinte equivalência citada em Bassanezi (2010, p. 274):

$$45\text{ml Uísque} = 163{,}636\text{ml Vinho} = 450\text{ml Cerveja} \tag{14}$$

da qual, obteram os dados do Quadro 9.

Segundo o grupo, de acordo com a legislação brasileira em vigor, uma pessoa está incapacitada para dirigir com segurança se tiver uma concentração de álcool no sangue superior a 0,05 g/L ou 0,00625%. Assim, um homem de porte médio (75 a 80 kg) tem um volume sanguíneo de cerca de 5 litros. Então, a concentração alcoólica no sangue de 0,05 g/L (Resolução 432 – CONTRAN 29 de Janeiro de 2013) corresponde a cerca de 0,30 ml de álcool puro como limite máximo permitido. Ainda, o nível de intoxicação de uma pessoa pelo álcool varia de acordo com vários fatores, como peso corporal, capacidade de absorção, entre outros.

Quadro 9 – Risco de acidentes e teor alcoólico no sangue associado a ingestão de cerveja.

Risco de acidentes R_i (%)	Cerveja Ingerida α_i (copos)	Teor Alcoólico no Sangue (%)
1,0	0	0
7,3	11,22	0,100
20,0	15,84	0,140
35,0	19,27	0,166
48,5	19,80	0,174

Fonte: Relatório do Grupo 4.

Em Bassanezi (2010, p. 273) é apresentada a tabela de concentração do etanol no sangue e seus efeitos no organismo humano, conforme Quadro 10.

Ao analisarem os dados do Quadro 10, concluíram que, como observado no Quadro 9, o risco de acidente R cresce exponencialmente em relação à quantidade de bebida ingerida α.

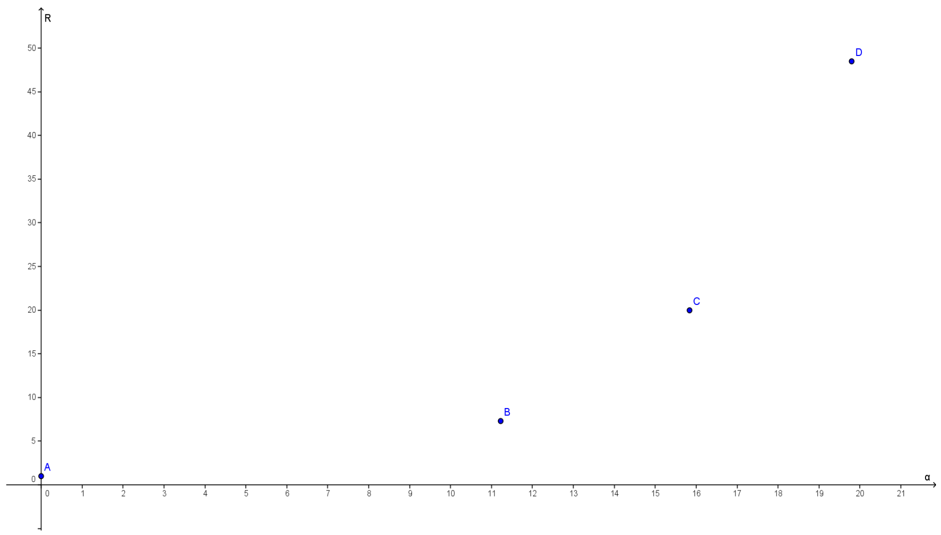
Quadro 10 - Concentração do etanol no sangue e seus efeitos.

Etanol no sangue (g/L)	Teor Alcoólico (%)	Estágio
0,1 a 0,5	0,01 a 0,06	Sobriedade
0,3 a 1,2	0,04 a 0,14	Euforia
0,9 a 2,5	0,11 a 0,30	Excitação
1,8 a 3,0	0,22 a 0,36	Confusão
2,7 a 4,0	0,32 a 0,48	Estupor
3,5 a 5,0	0,42 a 0,56	Coma
Acima de 4,5	0,54	Morte

Fonte: Relatório do Grupo 4.

Para comprovar esta afirmação, plotaram os pontos no GeoGebra, que podem ser observados na Figura 18.

Figura 18 – Gráfico de dispersão dos dados do Quadro 9.



Fonte: Relatório do Grupo 4.

Observando o diagrama de dispersão concluiram que este sugere uma função exponencial do tipo:

$$R(\alpha)=ae^{b\alpha}, \tag{15}$$

cuja linearização pelo método dos mínimos quadrados é dada por:

$$\ln(R)=\ln(a)+b\alpha. \tag{16}$$

A partir dos dados do Quadro 9, construíram o Quadro 11 contendo dados necessários para definir uma regressão linear.

Quadro 11 – Dados para ajuste linear.

x	Copos (α)	0	11,22	15,84	19,27	19,8
y	Risco (R)	1	7,3	19,27	35	48,5
z	lnR	0	1,9875	2,9585	3,5553	3,8816

Fonte: Relatório do Grupo 4.

Resolvendo o sistema linear associado aos parâmetros da regressão linear, obtiveram a função exponencial:

$$R(\alpha)=0{,}95\,e^{0{,}1911\alpha} \qquad (17)$$

Da expressão dada por (17) concluíram que o risco de acidentes de carro para quem bebe um copo de cerveja (α = 1) é de R= 1,15%. De maneira análoga à Modelagem Matemática realizada em Bassanezi (2010), um indivíduo não deve correr um risco maior que 2%, que corresponde a $\alpha \leq 3{,}88$, ou seja, o indivíduo deve tomar no máximo 970, 61 ml, considerando um copo de 250ml.

Por outro lado, a certeza de um acidente ocorre quando R=100%, ou seja, por (17), isto ocorre se for tomado $\alpha=24{,}37$ copos. Neste caso, o indivíduo teria de ingerir mais de 24 copos de cerveja, ou aproximadamente, 6092,5 ml (em torno de seis litros) e o nível alcoólico (T) do sangue deste indivíduo seria de 0,2687%, estando este, em pleno estado de confusão mental, como mostrado no Quadro 10.

Dessa maneira, concluíram que, teoricamente, o modelo prevê que o acidente é inevitável quando o indivíduo ingerir 25 ou mais copos de cerveja. Apesar desta afirmação, os alunos constataram que esta é uma afirmação hipotética, pois, na prática, o acidente pode não ocorrer.

Também, baseados em Bassanezi (2010), o grupo destacou que o nível de álcool no sangue ou teor alcoólico, T, é proporcional à quantidade de álcool ingerida, contida em cada copo α, isto é,

$$T = \lambda\alpha \qquad (18)$$

Desta forma, considerando os dados do risco de acidente de 100% relacionados a cerveja, os alunos obtiveram o coeficiente de proporcionalidade λ = 0,01103.

Outra maneira de se obter a expressão (17), segundo o grupo, porém igualmente extraído do livro do Bassanezi (2010), é considerando a hipótese de que "a variação relativa do risco de acidentes é proporcional à variação do nível de álcool no sangue", ou seja:

$$\frac{1}{R}dR=kdT \qquad (19)$$

Mas, como $dT=\lambda\, d\,\alpha$, a partir de (15), obtiveram:

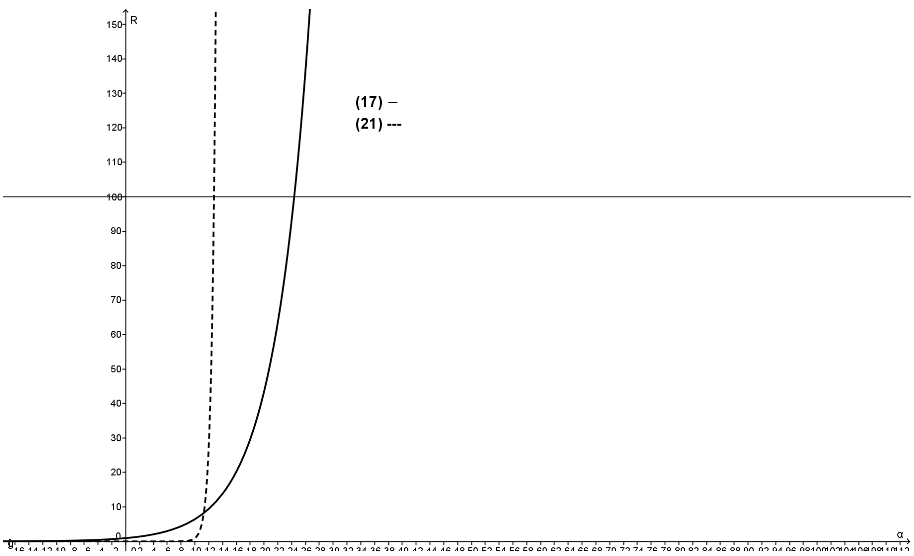
$$R(\alpha)=ce^{k\lambda\alpha} \quad \text{ou} \quad R(T)=ce^{kT} \tag{20}$$

Considerando λ = 0,01103, o valor de k dado por (20) pode ser obtida através da média $\lambda k = média(\frac{lnR_i}{\alpha_i})$, resultando em k = 1,692. Considerando os valores do Quadro 9, o grupo resolveu um problema de valor inicial (PVI) formado pela expressão (19) e a condição inicial, $R(11{,}22)=7{,}3$ cuja solução é dada por :

$$R(\alpha)=0{,}00000004155\, e^{1{,}692\alpha}. \tag{21}$$

O grupo plotou os gráficos de (17) e (21) obtendo a Figura 19 e concluiram que a solução descrita por (21) não é muito apropriada, pois o erro é extremamente grande, com quase 50% , quando chega ao nível de 100% de risco.

Figura 19 - Comparação das expressões (17) e (21).



Fonte: Relatório do Grupo 4, com adaptações da pesquisadora.

Neste momento, pode-se observar que o grupo não analisou, nem refletiu sobre a causa desta diferença tão evidente entre as duas funções. Como o grupo concluiu que a expressão (21) não é a mais apropriada, utilizaram (17) para responder ao questionamento inicial. Assim, considerando T= 0,00625, que é equivalente a concentração de álcool no sangue de 0,05g/l, permitida pelo bafômetro, e que $\lambda = 0{,}1103$, calcularam quantos copos de cerveja um indivíduo de porte médio pode ingerir sem ultrapassar esse limite. De (18) obtiveram α=0,05666. Logo, os alunos concluíram que este indivíduo poderia ingerir apenas 0,05666 copos de cerveja, o que equivale a aproximadamente 14,165 ml.

Para responder a situação-problema 2, sobre qual seria o risco de acidente que esse mesmo indivíduo sofre após beber esse limite máximo, os alunos calcularam o risco de acidente R, para $\alpha = 0{,}05651$, em (17), obtendo $R(0{,}05651)=0{,}96034223$, ou seja, o risco é de aproximadamente 1%. Então, como o resultado apresentou valores muito baixos, concluíram que a ingestão desta quantidade de cerveja, não tem nenhuma influência sobre o indivíduo, estando este em pleno grau de sobriedade.

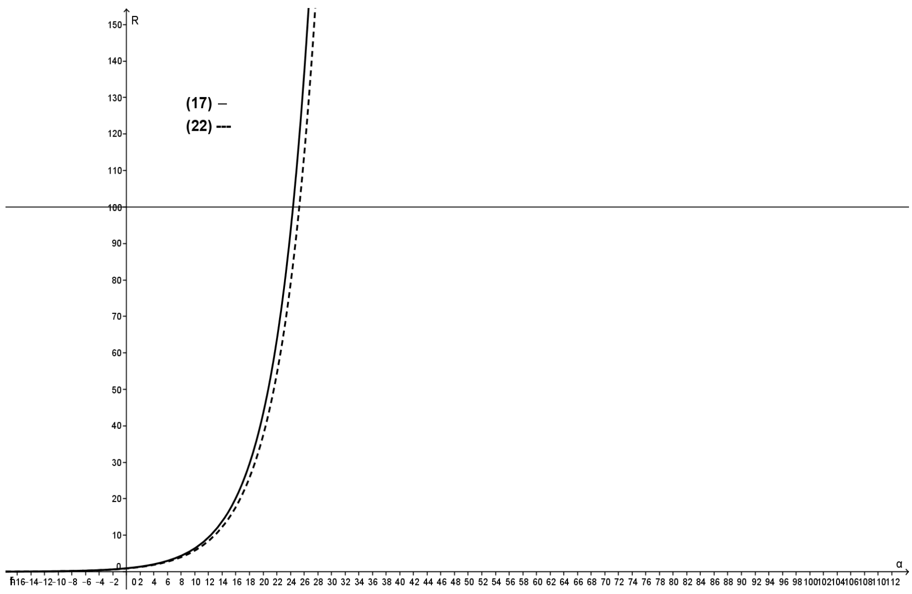
Analisando o desenvolvimento do projeto de modelagem, verificou-se que o grupo simplesmente "copiou" de Bassanezi (2010, p. 271-277), o desenvolvimento associado ao vinho, substituindo os dados relativos a cerveja e avançando até a parte mais simples da modelagem. Ainda, quando da análise e *feedback* do relatório pela professora da disciplina, a mesma percebeu erros de cálculos, onde, por exemplo, o valor correto de k seria k=16,87, onde o grupo obteve k=1,692, e com este valor, a solução correta, seria:

$$R(\alpha)=0{,}904928\,e^{0{,}1861\alpha} \tag{22}$$

ao invés da (21) encontrada pelo grupo, a qual, é praticamente a mesma descrita pela expressão (17), como pode ser observado na Figura 20.

Além disso, em nenhum momento o grupo analisou os gráficos das soluções quanto ao risco de acidente tender ao infinito, pois na verdade este risco não deveria ultrapassar 100%. Em relação a isto, Bassanezi (2010, p.277) destaca que "um modelo mais realista deveria levar em consideração que pode não haver acidente, mesmo que o motorista esteja totalmente embriagado, isto é, $R(\alpha)$ deve tender a 100% quando α cresce". Desta forma, Bassanezi (2010) propõe que seja analisado o modelo logístico, o que não foi feito pelo grupo.

Figura 20 – Comparação das soluções corretas, (17) e (22)



Fonte: Professora da disciplina.

Quanto aos conteúdos da disciplina, foi utilizado somente o método dos mínimos quadrados na obtenção dos parâmetros da regressão exponencial. Em relação aos recursos computacionais, utilizaram somente o *software* GeoGebra.

Acredita-se que o grupo conseguiu atingir parcialmente os objetivos propostos, pois não houve uma reflexão efetiva quanto a validação e modificações do modelo. Além disso, o grupo não demostrou envolvimento com a proposta, realizando a atividade apenas com o objetivo de concluir a disciplina. Tanto que, em nenhum momento procurou a professora da disciplina ou pesquisadora para sanar dúvidas ou solicitar auxílio.

Destaca-se que os componentes deste grupo poderiam ter se empenhado mais e realizado um ótimo projeto de modelagem, principalmente devido ao tema escolhido, que é bastante atual e pertinente. Após a finalização da disciplina, ao serem convidados a fazer as adequações sugeridas pela professora da disciplina, o grupo não demonstrou interesse.

4.4 QUESTIONÁRIO DO PROJETO DE MODELAGEM

Com a intenção de obter a opinião dos sujeitos desta pesquisa, sobre os projetos de MM com a utilização de recursos tecnológicos, foi solicitado que respondessem o *questionário do projeto de modelagem* (Apêndice D), o qual foi entregue junto com o relatório do projeto.

As duas primeiras questões se referiam ao tema escolhido, o motivo da escolha, qual o problema a ser investigado, e se haviam ou não, conseguido respondê-lo. Estes aspectos já foram discutidos, e não serão retomados. Já, a questão três questionava as dificuldades encontradas, tanto na proposta, como na resolução do projeto de MM, e as respostas são descritas na integra, a seguir:

Grupo 1: Nossa primeira dificuldade foi em encontrar os dados para a realização do projeto, pois não tínhamos contato com alunos e professores de outras áreas. Depois de obter os dados necessários, encontramos dificuldade em linearizar os mesmos.

Grupo 2: De certa forma sim, pois até chegarmos ao tema final passamos por vários outros, mas que não nos motivavam a desenvolver o trabalho de modelagem. Depois que finalmente decidimos nosso tema foram surgindo dúvidas corriqueiras, como por exemplo, o que de fato usar para modelar o tema escolhido, se era necessário interpolar e utilizar os mínimos quadrados e um pouco de dificuldade na parte de EDO.

Grupo 3: Sim, foi bastante complicado estruturar as ideias que tinha. Antes de definir a problemática me surgiu um monte de ideias como, por exemplo, se em algum momento o aumento do peso se tornaria praticamente nulo.
Grupo 4: Sim, as maiores dificuldades foram de encontrar as equações que modelavam o problema.

Foi possível perceber que as maiores dificuldades relatadas pelos grupos, se referem a delimitação do tema e quais conteúdos matemáticos deveriam ser utilizados para resolver as situações-problema.

A quarta questão tinha como intenção compreender se, e como, estas dificuldades foram sanadas. De acordo com os grupos, as dificuldades encontradas foram superadas ao longo do desenvolvimento do projeto, seja por conta própria, ou entre o grupo ou ainda, com o auxílio da professora, como percebemos no relato do Grupo 2: *"*[...] a discussão em grupo e o amparo da professora foram fundamentais para sanar nossas dúvidas, além disso utilizamos a bibliografia indicada para a disciplina como fonte de pesquisa".

Em relação as questões cinco e seis, estas objetivavam verificar se a realização do projeto desenvolvido, foi gerador de conhecimentos e se havia proporcionado um maior aprofundamento dos conteúdos trabalhados na disciplina de Métodos Matemáticos. Segundo os Grupos 1, 2 e 3, a realização desta atividade lhes trouxe a oportunidade de aplicar os conteúdos vistos na disciplina. Além disso, fez compreendê-los melhor o conteúdo já visto ou até, como é o caso do Grupo 1, aprender novos conteúdos. Ou seja, de forma geral, os projetos desenvolvidos foram geradores de conhecimento, a medida que:

Grupo 1: Este projeto nos proporcionou uma relação com alunos de outro curso, podendo assim compartilhar ideias, adquirindo novos conhecimentos tanto matemáticos, quanto ao tema escolhido. […] nos proporcionou maior aprofundamento dos conteúdos vistos na disciplina, mais especificamente a equação logística e o método dos mínimos quadrados, sendo este abordado de outra maneira.

Percebemos que o Grupo 1 demonstrou grande interesse no tema escolhido, de modo a compartilhar e trocar conhecimentos com alunos de outra área. Isso, como Klüber (2010) traz, vai muito além da aplicabilidade da Matemática. Esta troca de conhecimentos é considerada muito importante, pois este "[…] movimento interdisciplinar permite a apropriação de conceitos e conhecimentos de outra área" (KLÜBER, 2010, p.106), o que ficou evidenciado no Grupo 1. Ainda, segundo os Grupos 2 e 3, tem-se que:

Grupo 2: Este projeto foi de grande valia para o grupo, uma vez que conseguimos revisar os conteúdos, entendendo alguns pontos que até então não nos eram muito claros, além de conhecer e entender o crescimento da nossa cidade.

Grupo 3: […] pude utilizar todo o conhecimento adquirido na disciplina assim como, ter uma visão mais ampla da modelagem matemática.

No entanto, o Grupo 4 não compartilhou desta ideia, pois segundo eles, nada do que fizeram lhes acrescentou conhecimentos ou melhorou a compreensão dos conteúdos vistos na disciplina. Porém, salientaram que obtiveram um conhecimento mais geral, pois tiveram de pesquisar sobre o tema. Logo, a opinião do grupo sobre estas questões, é que somente em partes esta atividade agregou conhecimento, pois em relação aos conteúdos da disciplina afirmaram que: " […] utilizamos basicamente tudo já visto em aula e nas atividades anteriores. Mas como um todo podemos dizer que sim, pois fomos obrigados a pesquisar mais sobre o assunto fazendo-nos agregar um conhecimento mais geral e onde podemos aplicar a Matemática".

Apesar do Grupo 4 inferir que esta atividade não lhe proporcionou ganhos de conhecimento acerca dos conteúdos matemáticos discutidos na disciplina, eles possuem a mesma opinião dos outros grupos, no que se refere aos conhecimentos adquiridos fora do contexto matemático, pois, como eles mesmo enfatizaram, tiveram de pesquisar sobre os temas escolhidos, para compreenderem os dados obtidos e aplicarem o conhecimento matemático adquirido. Desta maneira, como Almeida, Silva e Vertuan (2012), concorda-se que uma das maneiras de incentivar a utilização da MM, é proporcionar ao aluno o espírito investigativo e a aplicabilidade da matemática estudada por eles.

Já a questão sete, se refere aos *softwares* utilizados no desenvolvimento do projeto. Pode-se notar que todos os grupos se detiveram na utilização do GeoGebra, sendo o VCN utilizado em alguns casos. Isto ocorreu, pois, segundo os grupos, o GeoGebra era o *software* com que tinham mais familiaridade, além dele disponibilizar uma melhor visualização dos gráficos. Somente o Grupo 3 utilizou o *software* VCN, cuja justificativa era que este, "[…] permitia resolver o problema de zeros das funções de forma mais rápida." Nesta fala, fica claro que os *softwares* nem sempre são utilizados para compreender a situação, mas como meio de resolvê-lo de maneira mais rápida.

As respostas deste questionário mostraram concordância com o desenvolvimento constatado nos relatórios dos projetos de Modelagem Matemática.

4.5 QUESTIONÁRIO FINAL DA DISCIPLINA

Apesar deste questionário não se deter nos projetos de Modelagem Matemática, sua análise é importante, visto que o desenvolvimento destes se deram a partir da disciplina de Métodos Matemáticos, onde os conteúdos e a maneira como esta foi desenvolvida, influenciaram diretamente nos projetos elaborados pelos alunos.

Assim, será analisado as questões consideradas mais relevantes para esta pesquisa, sendo que a primeira parte deste questionário (Parte 1), semelhantemente ao *questionário inicial da disciplina*, solicita a opinião dos alunos em relação a maneira como a disciplina foi desenvolvida, considerando a metodologia da Modelagem Matemática e a utilização dos recursos tecnológicos. Além disso, buscou informações de modo a compreender se esta forma de desenvolver a disciplina, fomentou algumas competências e habilidades descritas no Projeto Pedagógico do Curso de Matemática Licenciatura (UFSM, 2013). Analogamente ao *questionário inicial da disciplina*, este não foi identificado com nome ou numeração dos alunos. Assim, os sujeitos de pesquisa foram identificados como Aluno A, Aluno B e, sucessivamente, até aluno H, onde as grafias dos dois questionários foram comparadas, de modo a identificá-los.

Em relação a primeira parte do questionário, serão analisadas as questões 1, 3, 4, 6, 9, 11e 12.

A questão 1 tinha como pretensão verificar se a abordagem metodológica utilizada durante a disciplina, contribuiu no aprendizado dos conteúdos estudados. Todos responderam afirmativamente, principalmente em relação a utilização dos recursos tecnológicos que, segundo eles, facilitou a compreensão dos conteúdos, devido a visualização gráfica e a possibilidade de verificar se o que estavam fazendo estava correto.

Na questão 3, os alunos foram indagados se, como futuros docentes, utilizariam as estratégias de ensino utilizadas na disciplina. Todos responderam afirmativamente. A seguir, são relatadas algumas justificativas:

Aluno B: Tudo que facilita a aprendizagem do aluno é sempre válido, ainda mais se considerarmos o fato de que cada um aprende de uma maneira diferente. Além disso quanto mais recursos, softwares e coisas diferentes utilizarmos nas aulas de matemática como futruros professores, mais ela se torna interessante e aproxima o aluno da era tecnológica com a disciplina.

Aluno D: Acho extremamente importante unir a prática com a teoria, porém eu tentaria dar um enfoque teórico um pouco maior do que o dado.

Aluno F: [...] é uma forma de analisar a aplicação do conteúdo e os recursos foram de grande valia, tanto para verificar, quanto para visualizar o comportamento de cada resultado.

Aluno G: Penso que um bom profissional deve desenvolver com os alunos todos os recursos que lhe é disponível. Sendo assim, quero propor aos alunos todos os recursos que serão disponíveis para mim.

Aluno H: Pois foram essas atividades realizadas que me fizeram compreender o conteúdo.

A partir destas respostas, pode-se observar as considerações de Klüber (2012a), quanto aos futuros professores reproduzirem as práticas pedagógicas com as quais possuem contato.

Quanto a questão 4, esta se refere a maneira como a professora da disciplina conduziu as atividades em sala de aula, questionando os resultados e procedimentos realizados a fim de instigar o senso crítico dos alunos. Nesta questão, as opiniões ficaram divididas, pois cinco alunos responderam que sim e três responderam que auxiliou mais ou menos. A seguir são relatadas as respostas dos alunos:

Aluno A: Sim, pois era uma aula diferenciada já que a professora interagia bastante, fazendo questionamentos e isso fazia com que ficássemos mais atentos as aulas, e consequentemente entendendo o conteúdo.

Aluno B: Ainda estamos muito acostumados com uma aula tradicional e até mudarmos a maneira de pensar e de entender isso demora um pouco e nos causa certa resistência.

Aluno C: Sim, pois, notar o que acontece com a mudança dos parâmetros, Verificar crescimento e decrescimento, me fez entender melhor o que cada conteúdo significava.

Aluno D: Uma vez que, em alguns assuntos, só entendi os conteúdos efetivamente com uma leitura da teoria.

Aluno E: Pois foi muito difícil escrever os resultados, ou seja, foi algo novo no curso, não somos acostumados a escrever matematicamente, logo muitas vezes ficava confuso o conteúdo pois é uma abordagem diferente.

Aluno F: Sim, pois com isso vamos praticando e compreendendo melhor cada procedimento realizado, tornando o conteúdo abordado mais acessível.

Aluno G: Sim. Creio que isso amadureceu minhas ideias a respeito dos conteúdos que a disciplina propõe. Os trabalhos me fizeram por em prática a teoria que é vista em aula.

Aluno H: Sim, pois foi esse modo de questionamento que me fez enxergar o que representava os resultados.

Observa-se que os próprios alunos não se sentem plenamente confortáveis com esta maneira de trabalhar os conteúdos matemáticos. Chama a atenção a resposta do aluno D, o qual faz referência a parte teórica da disciplina, justificando que esta deveria ter sido mais trabalhada. Esta resposta gera uma certa estranheza, visto que todos os conteúdos foram desenvolvidos teoricamente, apenas ocorrendo modificações na sua metodologia.

Já, a questão 6, questionava se a maneira como a disciplina foi desenvolvida havia mudado a concepção de ver e pensar a matemática por parte deles. Dos oito alunos, sete responderam que sim, justificando que aprenderam a olhar de outra maneira para os problemas que tinham que resolver, não sendo mais suficiente apenas aplicar os métodos. O que mais agradou a eles, foi aprenderem a refletir sobre o significado dos resultados obtidos, conforme as respostas relatadas a seguir:

Aluno A: Sim, já que passei a entender o significado de cada resposta encontrada ao resolver um problema. E assim a matemática foi se tornando cada vez mais clara e prática.

Aluno B: Me fez ressignificar uma postura que eu tinha. Sou muito radical em as vezes dizer que certos conteúdos que vejo no curso não vou usar para dar aula e com certeza não vou, mas agora vejo que se eu aprender determinado conteúdo ele me fará pensar de outra maneira frente a uma turma de alunos, me fará dar outras possibilidades de ver determinados assuntos.

Aluno C: Entender alguns conceitos anteriores, notei que o GeoGebra não serve só para exercícios do tipo: “use o Geogebra para...”.

Aluno D: Sim, pois aprendi que a matemática não é apenas uma ferramenta utilizada para que as demais áreas analisem os resultados. Ela pode ser fortemente usada para fazer com que nós tenhamos um olhar crítico sobre as questões.

Aluno F: [...] foi uma experiência nova, pois até o presente momento não tinha trabalhado com a parte da modelagem.

Aluno G: [...] a maneira como essa disciplina foi desenvolvida me permitiu ser mais detalhista e procurar analisar a resposta encontrada.

Aluno H: Pois eu tinha muito a ideia de exatidão da matemática, nesta disciplina pude notar que não é bem isso que acontece.

No entanto, um dos alunos assinalou a alternativa de mais ou menos, justificando que:

Aluno E: Digo mais ou menos, pois uma disciplina tendo esta metodologia não é suficiente. Mas acredito que a disciplina me proporcionou uma visão sim diferente, em relação a disciplina de Métodos matemáticos, pois aprendi um pouco como justificar os resultados dos problemas.

Ao analisar a resposta do aluno E, concorda-se que uma única disciplina não é suficiente, mas, talvez, seja um início para que mais docentes se aventurem neste desafio.

A questão 9 refere-se as trocas/ interações que ocorreram, tanto entre os próprios alunos, como entres estes e a professora da disciplina. A intenção era saber se essas interações afetaram o desenvolvimento das atividades propostas. A partir das respostas, percebe-se que estas interações foram muito importantes, sendo essenciais no processo de ensino e aprendizagem, conforme os trechos indicados a seguir:

Aluno B: Com toda a interação que teve, ainda estou insegura com algumas questões, imagina se não tivesse tido.

Aluno D: As trocas foram o principal meio de aprendizagem da disciplina.

Aluno E: [...] muitas vezes nem sabíamos começar o problema dado, logo com as dicas da professora e as trocas de ideias com os colegas, conseguíamos entender os problemas.

Aluno F: [...] essas interações foram de grande valia, pois trabalhando em conjunto conseguíamos desenvolver melhor nosso raciocínio.

Aluno G: As atividades não seriam desenvolvidas de forma produtiva se não houvesse essa interação entre aluno/aluno e aluno/professor.

Aluno H: Não, pois foi com a interação entre professores e os colegas que as dúvidas foram sanadas.

As questões 11 e 12 fazem referência ao perfil desejado do formando e estratégias pedagógicas, respectivamente, do Projeto Pedagógico do Curso de Matemática Licenciatura (UFSM, 2013). As mesmas foram consideradas importantes nesta análise, devido aos objetivos da pesquisa. A questão 11 apresenta as competências e habilidades que o currículo do curso deve desenvolver no futuro professor, a saber:

a) capacidade de expressar-se escrita e oralmente com clareza e precisão;

b) capacidade de trabalhar em equipes multi-disciplinares;

c) capacidade de compreender, criticar e utilizar novas ideias e tecnologias para a resolução de problemas;

d) capacidade de aprendizagem continuada, sendo sua prática profissional também fonte de produção de conhecimento;

e) habilidade de identificar, formular e resolver problemas na sua área de aplicação, utilizando rigor lógico-científico na análise da situação-problema;

f) estabelecer relações entre a Matemática e outras áreas do conhecimento;

g) conhecimento de questões contemporâneas;

h) educação abrangente necessária ao entendimento do impacto das soluções encontradas num contexto global e social;

i) participar de programas de formação continuada;

j) realizar estudos de pós-graduação;

k) trabalhar na interface da Matemática com outros campos de saber.

A partir desta lista, foi solicitado aos alunos que indicassem quais competências e habilidades haviam sido contempladas no desenvolvimento da disciplina. No geral, os alunos identificaram as letras a, b, c, e, f e k, o que de certa forma, era o almejado nesta pesquisa.

Quanto a questão 12, foram apresentados aos alunos, os seguintes trechos retirados do Projeto Pedagógico do Curso de Matemática Licenciatura (UFSM, 2013) referente as estratégias pedagógicas:

[...] a adoção de estratégias que enfatizem uma formação inicial que possibilite a capacitação do futuro professor da Educação Básica para práticas pedagógicas inovadoras, para a investigação científica e para a reflexão, na ação, com aprofundamento de conhecimentos da prática, fundamentados na análise de situações cotidianas, na busca da compreensão dos processos de aprendizagem.

Além disso, é enfatizado que as mesmas devem permitir a mobilização dos:

[...] saberes em situações concretas, contextualizadas; que possibilite, também, a compreensão dessa ação na sua essência e não se restrinja apenas à ação pela ação e, fundamentalmente, que possibilite a compreensão do foco dessa ação, e a percepção do que é necessário para intervir no processo e avaliar os resultados dessa ação.

As respostas nesta questão foram positivas, onde os alunos relataram que os trabalhos realizados em grupo, a utilização dos recursos tecnológicos e os trabalhos solicitados, contribuíram para que esses objetivos fossem alcançados, conforme respostas a seguir:

Aluno B: Mais ou menos. Acredito que contribuiu, mas ainda há questões que poderia ter contribuído mais. O que possibilitou isso, foi as atividades em grupo, o uso dos recursos tecnológicos e da modelagem matemática.

Aluno D: Sim, uma vez que fomos conduzidos a refletir sobre todos os temas abordado em aula. O que contribuiu para isso, foi os trabalhos em grupo onde discutíamos os conteúdos e depois a análise dos resultados obtidos.

Aluno F: Mais ou menos, pois a abordagem metodológica foi uma estratégia inovadora. O que contribuiu para que fosse alcançado esses objetivos, foi as aulas e as tarefas realizadas ao longo da disciplina.

Aluno G: Sim, a disciplina nos proporcionou ter uma visão de como trabalhar a matemática de uma forma diversificada com o uso de recursos tecnológicos. O que possibilitou isso, foi os trabalhos, que nos permitiram trabalhar com situações concretas (dia a dia) e ter uma visão mais ampla de onde os conteúdos da disciplina são trabalhados.

Já a segunda parte do questionário (Parte 2), trouxe algumas questões que fazem referência aos conteúdos trabalhados na disciplina de Métodos Matemáticos, conforme feito anteriormente no *questionário inicial da disciplina*. Seis alunos responderam todas as questões de maneira satisfatória, enquanto que dois alunos não responderam, quase que a totalidade das questões. Não foi possível inferir se este fato ocorreu por não saberem responder, ou por que não quiseram responder ao questionário.

4.6 ENTREVISTA COM A PROFESSORA DA DISCIPLINA

Esta entrevista foi realizada com o propósito de analisar a opinião da professora da disciplina referente a utilização da Modelagem Matemática e das TIC no processo de ensino e aprendizagem dos conteúdos da disciplina de Métodos Matemáticos, através dos projetos de Modelagem Matemática realizados pelos alunos.

A primeira questão formulada, procurou compreender se a professora da disciplina já havia utilizado a MM ou as TIC em suas aulas. Segundo ela, esta foi a primeira vez em que utilizou tanto a MM como as tecnologias em prol do ensino e aprendizagem, mas mencionou, que sempre tentou utilizar aplicações ou situações-problema em suas disciplinas.

A segunda questão foi para saber se a utilização da MM e dos recursos tecnológicos contribuíram para o processo de ensino e aprendizagem dos conteúdos, e de que maneira isso se deu. Segundo ela, com certeza contribuiu, pois a utilização dos recursos tecnológicos durante o desenvolvimento da disciplina, facilitou a compreensão dos alunos a partir da visualização dos conceitos envolvidos nos diferentes conteúdos. Além de possibilitar a estes, certa autonomia ao utilizarem os *softwares,* para posterior utilização dos mesmos nos projetos.

Algumas possibilidades proporcionadas pela utilização dos *softwares* durante o desenvolvimento da disciplina, pode ser percebida na descrição da professora, quando afirmou que:

[...] por exemplo, em relação ao conteúdo do método dos mínimos quadrados, a utilização dos softwares ajudou muito, pois o aluno tem dificuldade em compreender a questão da linearização, ficando sempre muito mais a ideia algébrica. Então, quando é feita a linearização e retorna para a regressão original, o aluno tem a percepção visual do que está sendo feito, o que ajuda muito na compreensão da fundamentação básica do método.

Comentou também sobre outros conteúdos abordados na disciplina, em que a utilização dos *softwares* foi fundamental para que os alunos compreendessem o que era feito. Um exemplo, é que, ao trabalhar com as equações diferenciais ordinárias, a utilização do GeoGebra foi muito importante para a visualização e compreensão do comportamento das soluções; a questão dos campos de direção, entre tantos outros conteúdos em que, a compreensão foi facilitada pela mediação dos recursos tecnológicos. Além de que, segundo a professora, a utilização destes, contribuiu muito para gerar várias discussões sobre os conteúdos, o que em geral não acontecia em outras disciplinas, quando os recursos tecnológicos não eram utilizados. Neste sentido, a professora comentou que "[…] em relação aos recursos tecnológicos, estou me sentido cada vez mais confortável em utilizar. Inicialmente eu tinha um receio do desconhecido […]" e quanto a Modelagem Matemática, "[…] como ela não é estática, sua dinamicidade te deixa um tanto insegura, pois você não sabe onde vai dar […]" . A professora expôs sua insegurança na utilização dessa metodologia e de ferramentas que não dominava, mas também, afirmou que é necessário a ousadia de enfrentar a zona de risco (PENTEADO, 2012) que a fez repensar e modificar sua prática docente, como pode ser observado em partes da transcrição da entrevista, quando descreve que:

[...] os recursos tecnológicos e a modelagem de certa forma me proporcionaram esta abertura de poder ter possibilidade de dizer eu não sei tudo, tenho que pesquisar e investigar, e a maneira que trabalhamos essa disciplina contribuiu para isso.

[...] essas dificuldades contribuem para a questão da flexibilidade, então eu acho que isso faz com que a gente pense de forma mais aberta, mais dinâmica, e acho que isso tá sendo muito bom, essa experiência me abriu para outras possibilidades. Tanto que na disciplina Trigonometria e Números Complexos, que estou lecionando neste semestre, já dei várias aulas utilizando os recursos tecnológicos Na disciplina de Métodos Numéricos, tenho sempre utilizado os recursos tecnológicos para poder mostrar visualmente e poder abrir discussões com os alunos, coisa que eu não fazia antes, nessas mesmas disciplinas. Com isso, vejo que os alunos participam mais, prestam mais atenção e se mantêm mais interessados.

Constata-se que esta pesquisa propiciou à professora da disciplina, um repensar sobre a prática docente, fazendo com que suas reflexões se transformassem a favor de uma 'nova' maneira de lecionar, menos tradicional. Assim, nas palavras da professora, esta experiência,

> *[...] foi muito importante para mim, pois me senti uma pessoa mais capaz de fugir do ensino tradicional, abrindo novas possibilidades. Desde essa experiência, toda vez que vou desenvolver uma disciplina, reflito, como educadora matemática, sobre o processo de ensino-aprendizagem.*

Finalizando, observa-se que no decorrer desta pesquisa, novas compreensões, indagações e reflexões foram relatadas e observadas acerca do processo de produção matemática dos alunos, diante ao desafio de elaborarem projetos de Modelagem Matemática desenvolvidos com o auxílio dos recursos tecnológicos.

Assim, a partir do que foi relatado até este momento, será apresentado no próximo capítulo, algumas reflexões gerais sobre a experiência proporcionada por esta pesquisa.

5 REFLEXÕES FINAIS

As inquietações presentes durante a prática docente, a tutoria exercida na disciplina de Seminário Integrado VII e a participação em um projeto sobre MM, despertaram na pesquisadora, a curiosidade de saber como seria desenvolver um projeto de Modelagem com alunos do Ensino Superior. Pois, segundo Klüber (2012), estes, como futuros professores, tendem a repassar aos seus alunos as metodologias de ensino e aprendizagem que vivenciaram.

Assim, após várias discussões e debates acerca da teoria e da prática da metodologia da MM, aliada a utilização de recursos tecnológicos, a pesquisadora aprimorou sua compreensão sobre esta metodologia, quando objetivou analisar:

Como a realização de Projetos de Modelagem Matemática, com apoio de recursos tecnológicos, contribui para o processo de ensino e aprendizagem de conteúdos do programa da disciplina de Métodos Matemáticos do Curso de Matemática Licenciatura da UFSM ?

Para responder este questionamento, os quatro projetos de Modelagem Matemática, frutos desta pesquisa, foram descritos e analisados no capítulo 4 com a intenção de observar como os mesmos foram desenvolvidos pelos grupos. Os objetivos específicos auxiliaram na compreensão de como foram desenvolvidas as etapas da MM, como se deu a utilização dos recursos tecnológicos, como e quais conteúdos matemáticos foram utilizados, como foi percebido o envolvimento dos alunos e quais foram as reflexões oriundas da aplicação desta metodologia. No geral, muito já foi dito no capítulo 4, mas uma visão geral do todo se faz importante.

Quanto ao desenvolvimento e envolvimento dos alunos nos projetos de MM, pode-se inferir, que apenas dois grupos (cinco alunos) dedicaram-se efetivamente na execução dos seus projetos. Isto fica evidente quando da análise dos projetos, das entrevistas feitas com os grupos e a partir da entrevista feita com a professora da disciplina.

Assim, o Grupo 1 decidiu investigar sobre a avicultura, mais especificadamente, sobre as aves poedeiras. Após alguns impasses na definição das situações-problema, conseguiram delimitá-las e passaram a fase da abstração, encontrando dificuldades em relação ao conhecimento matemático. Mas, sem hesitar, procuraram auxílio da professora, conseguindo avançar para a etapa de resolução. No entanto, ao chegar na etapa da validação, o conhecimento reflexivo (Skovsmose, 2001) mostrou-se pouco apurado. Porém, o grupo preocupou-se, não apenas em obter o modelo matemático que melhor ajustasse seus dados, mas també, em compreender sobre o que se tratavam os dados, o porquê da coleta e da importância deste estudo. Sendo que uma das grandes contribuições da realização deste projeto, segundo os membros do Grupo 1, foi a troca de experiências com os membros do LAVIC, que segundo Klüber (2010, p. 106) é "essa troca que faz crescer o conhecimento nas diferentes áreas, por isso é considerada tão importante, inclusive no âmbito educacional".

Já o Grupo 2 escolheu como tema a população de Santa Maria, pois este estudo seria relevante para eles, considerando que residem e estudam nessa cidade. Assim, após a obtenção dos dados referentes a população de Santa Maria, o grupo definiu situações-problema e passou a fase da abstração e resolução. Como já mencionado anteriormente, este foi o segundo grupo que mais solicitou auxílio da professora da disciplina, sendo que, suas dúvidas eram basicamente voltadas às dificuldades em colocar em prática os conhecimentos matemáticos necessários. No entanto, após esta fase, o grupo não voltou mais a procurar a profesora ou a pesquisadora, pois segundo eles, estavam conseguindo resolver e encontrar os resultados de maneira satisfatória. No entanto, após a entrega dos projetos, observou-se que o conhecimento reflexivo (Skovsmose, 2001) foi pouco explorado, apesar das várias possibilidades que o tema proposto pelo grupo ofereceu. Observou-se que o grupo se preocupou mais com os resultados matemáticos, do que interpretá-los e analisá-los.

Em relação ao Grupo 3, este demonstrou pouco empenho e entusiasmo com o projeto. Inicialmente, o tema escolhido estava associado as garrafas PET. No entanto, conforme mencionado pelo grupo, este não foi possível devido as dificuldades na obtenção dos dados referentes a este assunto na cidade de Santa Maria. No entanto, o grupo não procurou a professora sequer para discutir o tema, decidindo trabalhar com avicultura. Com a obtenção dos dados e a definição das suas situações-problema, passou a fase da abstração e resolução. Porém, percebeu-se que o grupo obteve conclusões que não faziam sentido matematicamente, nem visualmente, quando é analisado o comportamento gráfico das funções envolvidas. Com isso, pode-se concluir que os três níveis de conhecimentos que fazem parte de uma atividade de modelagem, segundo Skovsmose (2001), não puderam ser observados de maneira satisfatória nesse projeto de MM. Esta falta de interesse e de motivação pode ser reflexo da escolha do tema, pois segundo o grupo, esta se deu somente a fim de conseguir encaixar os conteúos da disciplina. Além disso, quando questionados sobre a utilidade em se saber em que momento os machos e as fêmeas possuíam o mesmo peso, o grupo disse não fazer ideia. Outro fato que chamou atenção se refere ao questionamento feito sobre os *softwares* utilizados no projeto. Ao se referir ao VCN, este justificou que o utilizou, "pois ele me permitia resolver o problema de zero das funções de forma mais rápida". Esta colocação chama a atenção e, em relação a isso, Borssoi (2013, p. 152) afirma que:

> Há situações em que os alunos parecem se escondem atrás de recursos da Internet, softwares, por exemplo. Dentre as formas de apropriação da tecnologia que reconhecemos nos dados encontram-se algumas que remetem a uma intenção do aluno de reduzir esforços.

Já o grupo 4 procurou orientação da professora uma única vez, pois estavam com dificuldades e sem tempo para pensar em um tema que pudessem aplicar os conteúdos da disciplina. Após indicação da professora sobre algumas áreas que poderiam se interessar e da referência de Bassanezi (2010), decidiram utilizar uma das experiências de modelagem descrita por este pesquisador. Assim, a partir do tema proposto em Bassanezi (2010) sobre a problemática do risco de acidentes associado ao consumo de vinho, o grupo formulou uma problemática semelhante. Substituindo o vinho por cerveja, indagaram, qual a quantidade de cerveja que pode ser ingerida de modo que o limite máximo permitido pelo bafômetro não seja ultrapassado. O tema e a problemática proposta pelo Grupo 4, pode-se dizer que foi a mais interessante entre os quatro projetos apresentados, visto ser um assunto polêmico e atual. No entanto, o grupo se deteve a fazer uma cópia do desenvolvimento de Bassanezi (2010), demonstrando a falta de compreensão, pois as cópias foram literais. Além disso, no momento da etapa de validação, o grupo considerou o projeto por encerrado, demonstrando que ao entrar na parte mais complexa da Modelagem Matemática, optaram por deixá-la de fora.

Quanto aos recursos tecnológicos utilizados pelos grupos, percebe-se que todos utilizaram o *software* GeoGebra, o que ocorreu, segundo os grupos, por ser mais familiar a eles, além de disponibilizar uma visualização melhor dos gráficos, apresentando subsídios suficientes para o desenvolvimento dos projetos. Segundo os grupos, a possibilidade de utilização dos recursos tecnológicos auxiliou e facilitou a compreensão nos projetos. Esta constatação, por parte dos grupos, vem ao encontro do que Borba (2009, p. 293) diz, ou seja, é notável, "[...] que a capacidade de geração de gráficos destas novas mídias há um deslocamento da ênfase algébrica dada ao estudo das funções para uma atenção maior a coordenação entre representações algébricas, gráficas e tabulares". De acordo com os grupos, os outros *softwares* utilizados na disciplina, como o LibreCalc, o VCN e o CurveExpert, foram utilizados mais na verificação de alguns resultados, salvo uma ou outra utilização feita no desenvolvimento dos projetos de MM.

No contexto geral desta pesquisa, pode-se inferir que apesar dos projetos de MM desenvolvidos pelos sujeitos de pesquisa, não terem contemplado plenamente os três tipos de conhecimento oriundos de uma atividade de modelagem, segundo Skovsmose (2001), pode-se dizer que atingiu positivamente parte dos sujeitos de pesquisa, devido ao nível de envolvimento de cada grupo. De certa maneira, esta constatação é corroborada em Caldeira, Silveira e Magnus (2011, p. 78) quando trazem que "[...] não existe uma "receita" de aula atraente que realmente chame a atenção de todos ou quase todos os alunos da turma". Além disso, concorda-se com estes autores, quando afirmam que a "Modelagem Matemática não resolve totalmente o problema do interesse dos alunos pelas aulas de Matemática, mesmo quando o problema é escolhido pela turma e advindo da sua realidade" (p.78-79).

Porém, quanto ao aspecto formativo do aluno, pode-se dizer que os projetos de Modelagem Matemática contribuíram para que enfrentassem atividades que nunca tinham experimentado, fazendo com que pensassem, não na maneira como iriam aplicar a Matemática, ou seja, que teoremas ou regras seriam aplicadas para resolver esta questão, mas tivessem de ir além, pensando em um tema, em situações-problema e verificando se era possível a aplicação dos conteúdos estudados para resolver a problemática proposta, além de auxiliar nas suas futuras práticas docentes, como pode ser observado na fala do aluno 1 durante a entrevista do Grupo 1, quando afirma que:

[...] este foi o meu primeiro projeto, o que me ajudou muito pro TCC ... mas eu acho que até mesmo para me auxiliar em como eu vou dar aula para o nível médio, pois agora tem o seminário integrador, e esse projeto e a maneira como as aulas foram trabalhadas, vai ajudar também os alunos, para não deixar chegarem na universidade como eu cheguei, de 'paraquedas' [...].

Salientamos, também, que esta proposta de atividade representa algo novo, tanto na vida docente da professora e da pesquisadora, como dos sujeitos de pesquisa. Assim, acertos e desacertos ocorreram e, nesse sentido, concorda-se com Almeida e Vertuan (2014), quando dizem que:

> É na prática de tais atividades, no decorrer de experiências, que se dá a familiarização dos alunos e dos professores com modelagem, que se dá o

> conhecimento em relação a como funciona uma atividade de modelagem, quais são as características dessas atividades e que tipos de problemas podem desencadear uma investigação matemática via modelagem. A partir desses conhecimentos construídos no fazer modelagem que os sujeitos tornam-se cada vez mais autônomos e responsáveis pela condução de atividades dessa natureza. (ALMEIDA;VERTUAN, 2014, p.9).

Constata-se, que além da questão central desta pesquisa, várias outras reflexões foram possibilitadas, produzindo concepções e crenças muito diferentes das iniciais, como pode ser observado em parte da transcrição da entrevista feita com a professora da disciplina.

[...] nunca me preocupei muito com a parte teórica da metodologia da Modelagem Matemática, mas agora com essa disciplina, com esses projetos de modelagem e os estudos acerca do campo teórico da MM, percebo que algumas situações, as quais compreendia como MM, eram simplesmente a resolução de situações-problemas já propostas ou formuladas. Assim, acredito que adquirimos um certo amadurecimento e cuidado com o que chamamos de MM.

Em relação as dificuldades encontradas no desenvolvimento desta investigação, é possível citar, a falta de tempo dos alunos para se dedicarem aos projetos e a falta de autonomia dos mesmos. Também, por ser a primeira vez que investigavam uma situação oriunda da realidade. Houve também, momentos em que os alunos demonstravam falta de motivação na realização dos projetos, dificuldades em estudar sozinhos e em relacionar o conhecimento matemático ao tema escolhido. Percebe-se que muitos se sentiram inseguros, pois não estavam acostumados a pesquisar e investigar. Nestes momentos, ficou evidente que não estavam confortáveis em dividir a responsabilidade do ensino e aprendizagem com a professora da disciplina, a qual deixou de ser apenas transmissora de conhecimentos, mas mediadora do processo de construção dos alunos.

Além dessas dificuldades, os alunos demonstraram também falta de conhecimento ao redigir o trabalho, não por não saberem utilizar os *softwares* ou editor de texto, mas por não saber o que, e como escrever. Outro obstáculo observado foi a dificuldade imposta pelo tempo necessário para o desenvolvimento dos projetos de MM, visto a necessidade de desenvolver os conteúdos programáticos da disciplina. Assim, apesar das aulas terem sido desenvolvidas no laboratório de informática, sendo utilizado o recurso visual sempre que necessário, o tempo livre para discutir as questões do projeto eram restritos, apesar da professora da disciplina e da pesquisadora estarem sempre disponíveis em outros horários. No entanto, poucas vezes foram requisitadas, salvo o Grupo 1 que as procurou inúmeras vezes.

Neste sentido, ocorreu o questionamento do que poderia ter sido feito para que os alunos se envolvessem e refletissem mais. Ter solicitado a escolha do tema com maior brevidade? Marcar encontros obrigatórios para tirar as dúvidas? Sobre estes questionamentos, é transcrito parte da entrevista feita com a professora da disciplina.

Quanto a cobrar antes os temas dos alunos, acho que isso se torna contraditório, porque foi colocada a questão da tarefa final, como sendo um projeto de modelagem que envolvesse os conteúdos da disciplina, e esses conteúdos foram acontecendo ao longo do tempo. Acho que isso foi uma dificuldade, para poder solicitar esse trabalho antes. Então, vemos que eles só se preocuparam com o trabalho no final. Na verdade, o que a gente fez nessa disciplina, com esse projeto de modelagem, eu visualizo como uma coisa para ser feita em uma disciplina complementar de graduação ou um projeto que você tenha a possibilidade de ter mais tempo para poder passar por todas etapas de modelagem, refletir com eles sobre a validação dos modelos, o que acabamos não conseguindo fazer com os alunos, pela falta de tempo. O que acabamos fazendo, foi convidá-los a fazer isso após o término da disciplina, sendo que os alunos não tinham uma obrigação em fazer isso, era uma vontade, um desejo de fazer, tanto que a gente viu os retornos que tivemos. Mas, se tivéssemos um semestre inteiro e começasse desde o início abordando a Modelagem Matemática, talvez fosse uma situação diferente.

No entanto, pode-se afirmar que apesar das dificuldades e obstáculos encontrados, esta pesquisa trouxe um repensar a todos os participantes, ou seja, a realização dos projetos de Modelagem Matemática mediados pelas tecnologias, tem um imenso potencial para promover a aprendizagem dos alunos, além de possibilitar a reflexão da professora em relação a sua prática pedagógica.

Por fim, destaca-se que esta experiência foi gratificante, por permitir perceber que modificações no processo de ensino e aprendizagem são necessárias. Logo, apesar de lento, este processo de modificação é necessário, ficando a certeza que mais pesquisas e práticas como essa devem ser incentivadas e praticadas, principalmente na formação inicial de professores de Matemática, pois essas mudanças repercutirão em suas atuações como docentes da educação básica.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ALMEIDA, L. M. W.; ARAÚJO, J. L.; BISOGNIN, E. (Orgs.). **Práticas de modelagem matemática na educação matemática**. Londrina: Editora da Universidade Estadual de Londrina, 2011.

______. **Modelagem matemática na educação matemática.** In: ALMEIDA, L.W.; SILVA, K.P.(Orgs.).Modelagem Matemática em Foco. Rio de Janeiro: Ciência Moderna, 2014.

ALMEIDA, L.W.; SILVA, K.P.; VERTUAN, R.E. **Modelagem matemática na educação básica**. São Paulo: Contexto, 2012.

ALMEIDA, L.W.; SILVA, K.P.(Orgs.). **Modelagem matemática em foco**. Rio de Janeiro: Editora Ciência Moderna, 2014.

ALVES-MAZZOTTI, A. J.; GEWANDSZNAJDER, F. **O método nas ciências naturais e sociais:** pesquisas quantitativas e qualitativas. São Paulo: Pioneira, 1999.

BARBOSA, J.C. **Modelagem matemática e os professores:** a questão da formação. Bolema, Rio Claro, n.15, p. 5-23, 2001.

______. **Uma perspectiva de modelagem matemática**. In: CONFERÊNCIA NACIONAL SOBRE MODELAGEM E EDUCAÇÃO MATEMÁTICA. PIRACICABA. *Anais*... UNIMEP, 2003. 1 CD – ROM.

______. **Modelagem matemática**: o que é? Porque? Como? Veritati, n.4, p. 73-80, 2004.

BASSANEZI, R. C. **Ensino–aprendizagem com modelagem matemática: uma nova estratégia**. São Paulo: Contexto, 2010.

BEVILAQUA, B. et al. **Análise de curvas de crescimento na recria de poedeiras comerciais da raça rhodes island red.** In: 27ª Jornada Acadêmica Integrada, 2012, Santa Maria. Anais 27ª JAI, 2012.

BIEMBENGUT, M.S.; HEIN, N. **Modelagem matemática no ensino**. São Paulo: Contexto, 2007.

BOGDAN, R.; BIKLEN, S. **Características da investigação qualitativa**. In: Investigação qualitativa em educação: uma introdução à teoria e aos métodos. Porto: Porto Editora, 1994. p. 47 – 51.

BORBA, M.C. **O computador é a solução:** mas qual é o problema? In: Formação Docente: Rupturas e Possibilidades, p.141 à 161, Org. Antonio Joaquim Severino e Ivani Catarina Arantes Fazenda, São Paulo: Papirus, ISBN:85-308-0682-4, 2002. Disponível em: <http://www.rc.unesp.br/gpimem/downloads/artigos/borba/borba_tecinfo_em_rp.pdf>. Acesso em: 15 jan. 2015.

______. **Tecnologias informáticas na educação matemática e reorganização do pensamento.** In: Pesquisa em Educação Matemática – Concepções e Perspectivas – Organizadora: Maria Aparecida Viggiani Bicudo. Editora UNESP. 2009. Disponível em: <http://www.rc.unesp.br/gpimem/downloads/artigos/borba/borba_tecinfo_em_rp.pdf>. Acesso em: 10 jan. 2015.

______. Educação matemática a distância online: balanço e perspectivas**.** In: XIII CIAEM – Conferência Internacional de Educação Matemática, realizado em Recife nos dias 26 a 30 junho de 2011. Disponível em: <http://www.rc.unesp.br/gpimem/downloads/artigos/borba/xiiiciaem-edmatonline-balepersp.pdf>. Acesso em: 15 jan. 2015.

BORSSOI, A. H. **Modelagem matemática, aprendizagem significativa e tecnologias:** articulações em diferentes contextos educacionais. 2013. 200 p. Tese (Doutorado em Ensino de Ciências e Educação Matemática). Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2013.

BRASIL. **Diretrizes curriculares nacionais para os cursos de matemática, bacharelado e licenciatura.** 2001. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/cne/arquivos/pdf/CES13022.pdf>. Acesso em: 20 abr. 2014.

______. Lei nº 3.834 - c, de 14 de dezembro de 1960. **Cria a universidade federal de Goiás, e dá outras providências.** Disponível em: <http://www2.camara.leg.br/legin/fed/lei/1960-1969/lei-3958-13-setembro-1961-353689-publicacaooriginal-46673-pl.html>. Acesso em: 20 abr. 2014.

______. Lei nº 3.958, de 13 de setembro de 1961. **Incorpora à universidade do Paraná a escola superior de agricultura e veterinária do paraná e dá outras providências**. Diário Oficial da União, Brasília, DF, 22 set. 1961. Seção 1, p. 8497. Disponível em: <http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/leis/1950-1969/L3834-C.htm>. Acessado em: 20 abr. 2014.

______. Ministério da Educação, Conselho Federal de Educação: Parecer 292/62, de 14 de novembro de 1962 – **Fixa a parte pedagógica dos currículos mínimos relativos aos cursos de licenciatura**. Relator: Valnir Chagas. Brasília: Documenta n. 10, 10 dez. 1962 p. 95-100.

______. Parecer n. CNE/CP 009/2001, aprovado em 08 de maio de 2001. Dispõe sobre as **Diretrizes curriculares nacionais para a formação de professores da educação básica, em nível superior, curso de licenciatura, de graduação plena.** Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/cne/arquivos/pdf/009.pdf> . Acessado em: 15 maio 2014.

______. Decreto Nº 5.626. Regulamenta a lei nº 10.436, de 24 de abril de 2002, que dispõe sobre a **Língua brasileira de sinais – libras**, e o art. 18 da lei nº 10.098, de 19 de dezembro de 2000. Publicada no Diário Oficial da União em 22/12/2005. Disponível em <http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/_ato2004-2006/2005/decreto/d5626.htm>. Acessado em: 20 de maio de 2014.

BURAK, D. **Modelagem matemática:** ações e interações no processo de ensino e aprendizagem. Tese (doutorado educacional). Faculdade de Educação. Universidade de Campinas – Unicamp. Campinas, 1992.

______. **Uma perpectiva de modelagem matemática para o ensino e a aprendizagem da matemática.** In: brandt, c.f.; BURAK, D.; KLÜBER, T.E. Modelagem Matemática: uma perspectiva para a Educação Básica. Ponta Grossa: Editora UEPG, 2010.

CALDEIRA, A. D. **Modelagem matemática:** um outro olhar. Alexandria. Revista de Educação em Ciência e Tecnologia. v.2, n.2, p. 33-5 4, jul. 2009. Disponível em: <http://alexandria.ppgect.ufsc.br/files/2012/03/ademir.pdf> . Acesso em: 15 ab. 2014.

CALDEIRA, A. D.; SILVEIRA, E.; MAGNUS, M. C.M. **Modelagem matemática:** alunos em ação. In: ALMEIDA, L. M. W.; ARAÚJO, J. L.; BISOGNIN, E. (Orgs.). Práticas de Modelagem Matemática na Educação Matemática. Londrina: Editora UEL, 2011.

CHIZZOTTI, A. **Pesquisa qualitativa em ciências humanas e sociais**. Petrópolis: Vozes, 2006.

COLL, C.; MAURI, T.; ONRUBIA, J. **A incorporação das tecnologias de informação e comunicação na educação**: do projeto técnico-pedagógico às práticas de uso. In: COLL, C.; MONEREO, C. (Orgs.). Psicologia da Educação Virtual: Aprender e ensinar com as tecnologias da informação e comunicação. Porto Alegre: Artmed, 2010, p. 66- 96.

COLL, C.; MONEREO, C. **Educação e aprendizagem no século XXI**: novas ferramentas, novos cenários, novas finalidades. In: COLL, C.; MONEREO, C. (Orgs.). Psicologia da Educação Virtual: Aprender e ensinar com as tecnologias da informação e comunicação. Porto Alegre: Artmed, 2010, p. 15-46.

CONSELHO NACIONAL DE TRÂNSITO. **Dispõe sobre os procedimentos a serem adotados pelas autoridades de trânsito e seus agentes na fiscalização do consumo de álcool ou de outra substância psicoativa que determine dependência**, para aplicação do disposto nos arts. 165, 276, 277 e 306 da lei nº 9.503, de 23 de setembro de 1997 – código de trânsito brasileiro (ctb). Disponível em :<http://www.denatran.gov.br/download/Resolucoes/(resolu%C3%A7%C3%A3o%20432.2013c).pdf>. Acessado em janeiro de 2015.

D’AMBRÓSIO, U. **Dos Fatos Reais à Modelagem – Uma Proposta de Conhecimento Matemático.** 2012**.** Acessado em outubro de 2013. Disponível em: <http://media.wix.com/ugd/63aa35_ccf5ce874c9b4fe6a1323f74cd33e567.pdf>.

FRANCHI, R. H. de O. L. **Ambientes de aprendizagem fundamentados na modelagem matemática e na informática como possibilidades para a educação matemática**. In: Modelagem Matemática Brasileira: pesquisas e práticas educacionais, Recife, 2007. v.3, p.177-193.

GIL, A. C. **Métodos e técnicas de pesquisa social.** São Paulo: Atlas, 2008.

KENSKI, V. M. **Aprendizagem mediada pela tecnologia.** Revista Diálogo Educacional, v. 4, n.10, p. 47-56, set./dez. 2003. Disponível em: <http://www2.pucpr.br/reol/pb/index.php/dialogo?dd1=786&dd99=view&dd98=pb>. Acesso em: 20 fev. 2015.

______. **Reflexões e indagações sobre a sociedade digital e a formação de um novo profissional / professor**. Revista Latinoamericana de Tecnología Educativa, v. 2, p. 99-107, 2004. Disponível em: <http://relatec.unex.es/article/view/171>. Acesso em: 20 fev. 2015.

______. **Novos processos de interação e comunicação no ensino mediado pelas tecnologias.** Cadernos de Pedagogia Universitária. USP, 2008. Disponível em: <http://www.prg.usp.br/wp-content/uploads/vani_kenski_caderno_7.pdf>. Acesso em: 20 fev. 2015.

KLÜBER, T. E. **Modelagem matemática:** revisitando aspectos que justificam a sua utilização no ensino. In: BRANDT, C.F.; BURAK, D.; KLÜBER, T.E.. Modelagem Matemática: uma perspectiva para a Educação Básica. Ponta Grossa: Editora UEPG, 2010.

______. **(Des) encontros entre a modelagem matemática na educação matemática e a formação de professores de matemática.** Alexandria (UFSC), v.5, p. 63-84, 2012a.

______. **Uma metacompreensão da modelagem matemática na educação matemática.** 2012. 396 p. Tese (Doutorado em Educação Científica e Tecnológica) – Centro de Ciências Físicas e Matemática, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2012b.

MALHEIROS, A. P. S. **A produção matemática dos alunos em um ambiente de modelagem.** 2004. 194 p. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2004.

MALTEMPI, M. V. **Educação matemática e tecnologias digitais:** reflexões sobre prática e formação docente. Canoas: Acta Scientiae, v. 10, n. 1, p. 59 – 67, 2008.

MEYER, J. F. C. A.; CALDEIRA, A. D.; MALHEIROS, A. P. S. **Modelagem em educação matemática**. Belo Horizonte: Autêntica, 2011.

PALFREY, J. ; GASSER, U. **Nascidos na era digital:** entendendo a primeira geração dos nativos digitais. Porto Alegre: Artmed, 2011.

PENTEADO, M. G. **Redes de trabalho:** expansão das possibilidades da informática na educação matemática da escola básica. In: BICUDO, M. A. V, BORBA, M. C. Educação Matemática: pesquisa em movimento. São Paulo: Cortez, 2012.

SANTOS, C. B. **Uso de cantaxantina e/ou 25 – hidroxicolecalciferol em dietas para matrizes de corte. 2011.** 52p. Dissertação (mestrado em Zootecnia) - Universidade Federal de Santa Maria, Santa Maria, 2011.

SEVERINO, A. J. **Metodologia do trabalho científico**. São Paulo: Cortez, 2007.

SILVA, G. M. F. **"Métodos dos mínimos quadrados para determinação de parâmetros no modelo de crescimento logístico" .** 2010. 25 p. Monografia (Especialização em Matemática) - Universidade Federal de Minas Gerais, Minas Gerais, 2010.

SKOVSMOSE, O. **Educação matemática crítica: a questão da democracia.** Campinas: Papirus, 2001.

______. **Desafios da reflexão em educação matemática crítica.** (Coleção Perspectivas em Educação matemática). São Paulo: Papirus, 2008.

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA MARIA. **Projeto pedagógico do curso de matemática licenciatura**. Santa Maria. 2013. Disponível em: <http://w3.ufsm.br/coordmat/index.php/2014-09-15-21-49-45/projetos-politico-pedagogicos-dos-cursos-ppcs>. Acesso em: 24 jan. 2014.

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA MARIA. **Portal de indicadores**. Santa Maria. 2015. Disponível em: <https://portal.ufsm.br/indicadores/index#>. Acesso em: 20 set. 2015.

VALENTE, J. A. **Informática na educação no brasil:** análise e contextualização histórica. In: J. A. Valente (org.). O Computador na Sociedade do Conhecimento. Brasília: Estação Palavra, USP, p.11-28, 2005. Disponível em: http://www.dominiopublico.gov.br/download/texto/me003150.pdf. Acesso em: 15 out. 2014.

ANEXOS

ANEXO A – PROGRAMA E BIBLIOGRAFIA DA DISCIPLINA MÉTODOS MATEMÁTICOS

DEPARTAMENTO: **MATEMÁTICA**
IDENTIFICAÇÃO DA DISCIPLINA:

CÓDIGO	NOME	(T -P)
MTM1057	**MÉTODOS MATEMÁTICOS**	**(4-2)**

OBJETIVOS – ao término da disciplina o aluno deverá ser capaz de:
Utilizar equações diferenciais ordinárias e métodos numéricos na resolução de fenômenos relacionados a diversas áreas do conhecimento e do cotidiano, modelados matematicamente.

TÍTULO E DISCRIMINAÇÃO DAS UNIDADES

UNIDADE 1– ZEROS DE FUNÇÕES
1.1 – Introdução.
1.2 – Localização de raízes.
1.3 – Métodos Iterativos.
1.3.1 – Método da bissecção.
1.3.2 – Método de Newton-Ramphson.
1.3.3 – Método da secante.
1.3.4 – Método do ponto fixo.
1.4 – Aplicações.

UNIDADE 2 – INTERPOLAÇÃO POLINOMIAL
2.1 – Introdução.
2.2 – Formas de Interpolação.
2.2.1– Forma de Lagrange.
2.2.2 – Forma de Newton.
2.3 – Aplicações.

UNIDADE 3 – AJUSTE DE CURVAS PELO MÉTODO DOS MÍNIMOS QUADRADOS
3.1 – Introdução.
3.2 – Ajuste linear.
3.3 – Ajuste não-linear.
3.4 – Aplicações.

UNIDADE 4 – EQUAÇÕES DIFERENCIAIS ORDINÁRIAS DE 1ª ORDEM
4.1 – Introdução.
4.2 – Equações lineares e campo de direções.
4.3 – Separação de variáveis.
4.4 – Equações exatas.
4.5 – Existência e unicidade de solução.
4.6 – Equações de diferenças.

4.7 – Aplicações.

UNIDADE 5 – EQUAÇÕES DIFERENCIAIS ORDINÁRIAS DE 2ª ORDEM
5.1 – Introdução.
5.2 – Soluções fundamentais e wronskiano.
5.3 – Equações homogêneas com coeficientes constantes.
5.4 – Equações lineares não homogêneas: método dos coeficientes indeterminados e da variação de parâmetros.
5.5 – Aplicações.

UNIDADE 6 – SOLUÇÕES NUMÉRICAS DE EQUAÇÕES DIFERENCIAIS ORDINÁRIAS
6.1 – Introdução
6.2 – Problema de Valor Inicial.
6.3 – Métodos de Passo Simples.
6.3.1 – Método de Euler.
6.3.2 – Método da Série de Taylor.
6.3.3 – Métodos de Runge-Kutta.
6.4 – Aplicações.

BIBLIOGRAFIA BÁSICA

BASSANEZI, R. C. **Ensino-Aprendizagem com Modelagem Matemática**. São Paulo: Editora Contexto, 2010.

BOYCE, W. E., DIPRIMA, R. C. **Equações Diferenciais – Uma introdução a Métodos Modernos e suas Aplicações.** Rio de Janeiro: LTC, 2008.

BURDEN, R. L., FAIRES, J. D. **Análise Numérica**. São Paulo: Cengage Learning, 2008.

RUGGIERO, M.A.G., LOPES, V. L. **Cálculo Numérico: aspectos teóricos e computacionais.** São Paulo: Makron Books, 1996.

BIBLIOGRAFIA COMPLEMENTAR

ALMEIDA, L. W., SILVA, K. P., VERTUAN, R. E. **Modelagem Matemática na Educação Básica.** São Paulo: Cengage Learning, 2012.

ARENALES, S. DAREZZO, A. **Cálculo Numérico: aprendizagem com o apoio de software.** São Paulo: Contexto, 2011.

BASSANEZI, R.C., FERREIRA JR, W. C. **Equações diferenciais com aplicações**. São Paulo: Harbra, 1998.

FRANCO, N. B. **Cálculo Numérico.** São Paulo: Pearson Prentice Hall, 2006.

SPERANDIO, D., MENDES, J. T., SILVA, L. H. M. **Cálculo Numérico**. São Paulo: Prentice Hall, 2003.

APÊNDICES

APÊNDICE A – TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO

Universidade Federal de Santa Maria

Centro de Ciências Naturais e Exatas

Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática e Ensino de Física

TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO

Título do projeto: Projetos de Modelagem Matemática aliados a Recursos Tecnológicos: Contribuições para o Ensino e Aprendizagem na disciplina de Métodos Matemáticos

Pesquisadoras Responsáveis:

– Profª Dra. Sandra Eliza Vielmo (Orientadora) - Telefone: (55) 3220-8136

– Caroline Schütz (Pós-graduanda) – Telefone: (55) 9105-2720

Instituição/Departamento: UFSM / Departamento de Matemática

Você está sendo convidado(a) para participar, como voluntário(a), nesta pesquisa. Leia cuidadosamente o que segue e em caso de dúvidas, solicite esclarecimentos aos pesquisadores.

Esta pesquisa tem por objetivo analisar as contribuições da Modelagem Matemática e dos Recursos Tecnológicos, no ensino e aprendizagem dos conteúdos da disciplina de Métodos Matemáticos, como parte da dissertação de mestrado no Programa de Pós-graduação em Educação Matemática e Ensino de Física.

Para que a pesquisa possa ser realizada é necessário um trabalho de campo que consistirá em:

- Acompanhar as aulas da disciplina de Métodos Matemáticos, tanto em sala de aula como no laboratório de informática;
- Fazer anotações das aulas em um diário de classe;
- Guardar cópias e analisar as atividades realizadas, tanto as de forma presencial quanto as postadas no ambiente virtual da disciplina (moodle);
- Fotografar e/ou filmar alguns momentos para registro da realização das atividades;
- Aplicar questionários e/ou entrevistas semiestruturadas (individualmente ou em grupos), sempre que necessário ao longo da pesquisa.

Esclarecemos que:

A sua participação é voluntária. Caso não queira assinar o termo de consentimento para participar dessa pesquisa, você não será fotografado/filmado e nenhuma atividade sua será utilizada na pesquisa. Você poderá deixar de participar da pesquisa a qualquer momento, sem penalização alguma e sem prejuízo na continuidade da disciplina.

Não identificamos qualquer risco potencial na sua participação na pesquisa, mas, caso você sinta algum constrangimento em responder certas questões, tanto dos questionários como da possível entrevista, você está livre para não respondê-las, assim como para se desvincular da pesquisa a qualquer momento.

Não haverá pagamento de qualquer espécie pela sua participação na pesquisa.

Espera-se que os benefícios desta pesquisa se reflitam na melhoria do processo de ensino- aprendizagem dos conteúdos da disciplina de Métodos Matemáticos.

A sua participação na pesquisa em nada prejudicará o andamento regular das atividades desta disciplina, ou interferir de forma indesejada na sua vida privada.

Os resultados desta pesquisa serão divulgados em uma dissertação de mestrado no Programa de Pós-graduação em Educação Matemática e Ensino de Física e em revistas especializadas, congressos e simpósios.

Para realizar esse trabalho de campo queremos solicitar o seu consentimento, garantindo, através desse termo, que:

- Em hipótese alguma, o seu nome, sua imagem ou as informações coletadas nos questionários, nas entrevistas e na realização das atividades propostas serão divulgados sem sua prévia autorização. Somente as pesquisadoras terão acesso a as informações coletadas, a menos que requeridas por lei ou por sua solicitação;
- Em qualquer etapa do estudo, você terá acesso aos profissionais responsáveis pela pesquisa para esclarecimento de eventuais dúvidas.

Consentimento da participação da pessoa como sujeito

Eu, ______________________________________, abaixo-assinado, concordo em participar do estudo: *Projetos de Modelagem Matemática aliados a Recursos Tecnológicos: Contribuições para o Ensino e Aprendizagem na disciplina de Métodos Matemáticos,* como sujeito. Fui suficientemente esclarecido a respeito das informações que li ou que foram lidas para mim, descrevendo o estudo.

Ficaram claros para mim quais são os propósitos do estudo, os procedimentos a serem realizados e seus possíveis desconfortos, as garantias de confidencialidade e de esclarecimentos permanentes. Concordo voluntariamente em participar deste estudo e poderei retirar o meu consentimento a qualquer momento, sem penalidades.

Os registros escritos e digitais feitos por mim durante as aulas da disciplina de Métodos Matemáticos podem ser coletados e utilizados para a pesquisa acima descrita?

( ) Sim. ( ) Não.

As imagens, falas e conversas minhas com os colegas e as pesquisadoras podem ser utilizadas para a pesquisa acima descrita?

( ) Sim. ( ) Não.

Meu nome pode ser mencionado na análise e descrição desta pesquisa?

( ) Sim. ( ) Não.

Eu, voluntariamente, aceito participar desta pesquisa. Portanto, concordo com tudo que está escrito acima e dou meu consentimento.

Santa Maria ____, de _____________ de 2014.

____

Assinatura do aluno

Declaro que obtivemos de forma apropriada e voluntária o Consentimento Livre e Esclarecido deste sujeito de pesquisa para a participação neste estudo.

____

Se você tiver alguma consideração ou dúvida sobre a ética da pesquisa, entre em contato: Comitê de Ética em Pesquisa – UFSM – Cidade Universitária – Bairro Camobi, Av. Roraima, nº1000 – CEP: 97.105.900 Santa Maria – RS. Telefone: (55) 3220-9362 – Fax: (55)3220-8009 E-mail: comiteeticapesquisa@smail.ufsm.br. Web: <www.ufsm.br/cep>.

APÊNDICE B– QUESTIONÁRIO INICIAL DA DISCIPLINA

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA MARIA
CENTRO DE CIÊNCIAS NATURAIS E EXATAS - CCNE
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA E ENSINO DE FÍSICA

Projeto de Pesquisa: Projetos de Modelagem Matemática aliados a Recursos Tecnológicos: Contribuições para o Ensino e Aprendizagem na Disciplina de Métodos Matemáticos
Pesquisadoras: Caroline Schütz/ Sandra Eliza Vielmo
Período: 2º semestre de 2014
CAAE: 32869214.8.0000.5346, aprovado pelo CEP/UFSM em 05/08/2014, parecer nº 739.269

QUESTIONÁRIO INICIAL:

Parte 1:

1) Você conhece (consultou) o programa da disciplina Métodos Matemáticos, disponível no site da UFSM?

( ) Sim ( ) Não

2) O que você entende por "Métodos Matemáticos", enquanto disciplina?

____
____
____

3) O que você espera dessa disciplina? Quais suas expectativas?

____
____
____

4) Para você, a matemática é uma ciência exata? Justifique sua resposta.

____
____
____

5) O que você entende por "Modelagem Matemática" enquanto metodologia de ensino?

____
____
____

6) Qual(is) software(s) você conhece que auxiliam no ensino de matemática? Já utilizou-o(s)?

____
____
____

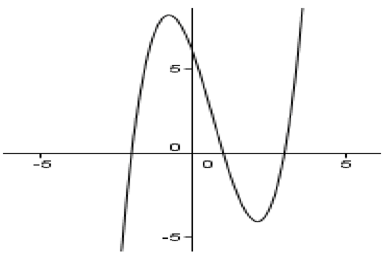
Parte 2:

7) O que você entende por “ajuste de dados”?

8) O que você entende por “aproximação de funções”?

9) O que você entende por “zeros de funções”?

10) Qual o grau mínimo do polinômio associado ao gráfico da função polinomial abaixo?



11) Considerando um polinômio de grau 3 com coeficientes reais, o que você pode inferir sobre suas raízes?

12) Você já teve contato/utilizou algum software que auxilie na obtenção dos zeros de funções? Em caso afirmativo, qual(is)?

13) Você já teve contato/utilizou algum software que auxilie no ajuste de dados ou aproximações de funções? Em caso afirmativo, qual(is)?

14) Em que ano e semestre você cursou a disciplina de Cálculo I?

15) Faça uma avaliação do seu desempenho/compromisso ao cursar a disciplina de Cálculo I.

16) Quando você cursou a disciplina de Cálculo I, foi utilizado algum software de apoio? Em caso afirmativo, qual(is)?

17) Como você resolveria a integral $\int (\frac{1}{x^2 - 5x + 6}) dx$?

18) O que você entende por "Equação Diferencial Ordinária" (EDO)?

19) O que significa resolvê-la?

20) Você já utilizou alguma EDO? Em caso afirmativo, quando?

21) Você acredita que vai utilizar (ou precisar) de uma EDO futuramente? Por quê?

22) Já utilizou algum software que auxilie na resolução de uma EDO?

23) Saberia citar exemplos de problemas que envolvem uma EDO?

APÊNDICE C – QUESTIONÁRIO DAS TAREFAS

DISCIPLINA: MÉTODOS MATEMÁTICOS (MTM1057)
QUESTIONÁRIO DAS TAREFAS

TAREFA "x":
Aluno:
Data:

1) Qual a sua opinião sobre a atividade desenvolvida, no sentido de contribuir no processo de ensino e aprendizagem dos métodos apresentados nesta unidade da disciplina?

2) Você encontrou dificuldades ao iniciar a atividade? Em caso afirmativo, quais?

3) Em caso afirmativo ao item (ii), responda: As dificuldades encontradas foram sanadas no decorrer do desenvolvimento da atividade? De que modo?

APÊNDICE D – QUESTIONÁRIO DO PROJETO FINAL

DISCIPLINA: MÉTODOS MATEMÁTICOS (MTM1057)
QUESTIONÁRIO DO PROJETO FINAL

Grupo:
Data:

1) Qual o tema escolhido para o desenvolvimento de seu projeto de Modelagem Matemática e o que motivou esta escolha?

2) Qual o problema (ou pergunta) de seu projeto? Conseguiu resolvê-lo (ou respondê-lo)?

3) Encontrou dificuldades na proposta e no desenvolvimento desta atividade? Em caso afirmativo, comente as dificuldades encontradas.

4) Essas dificuldades foram sanadas? Em caso afirmativo, explique como foram sanadas.

5) Na sua opinião este projeto de Modelagem Matemática desenvolvido pelo seu grupo, foi gerador de conhecimentos? Caso positivo, explique quais e de que maneira se deram.

6) Você acredita que a elaboração deste projeto lhe proporcionou maior aprofundamento dos conteúdos vistos na disciplina? Explique sua resposta.

7) Quais softwares você escolheu para trabalhar os conteúdos abordados neste projeto Explique por que os escolheu e o porquê de não ter utilizado os outros que lhe foram apresentados ao longo da disciplina.

APÊNDICE E – QUESTIONÁRIO FINAL DA DISCIPLINA

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA MARIA
CENTRO DE CIÊNCIAS NATURAIS E EXATAS – CCNE
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA E ENSINO DE FÍSICA

Projeto de Pesquisa: Projetos de Modelagem Matemática aliados a Recursos Tecnológicos: Contribuições para o Ensino e Aprendizagem na Disciplina de Métodos Matemáticos
Pesquisadoras: Caroline Schütz/Sandra Eliza Vielmo
Período: 2º semestre de 2014
CAAE: 32869214.8.0000.5346, aprovado pelo CEP/UFSM em 05/08/2014, parecer nº 739.269

QUESTIONÁRIO FINAL:

Parte 1:

1) Você considera que a abordagem metodológica utilizada na disciplina de Métodos Matemáticos auxiliou no seu aprendizado?
( ) Sim ( ) Mais ou Menos ( ) Não Justifique sua resposta:
____

2) Caso tenha respondido (Sim) ou (Mais ou Menos) na pergunta anterior, diga quais as atividades desenvolvidas na disciplina que tiveram maior relevância na sua aprendizagem? Justifique.

3) Como futuro professor, você utilizaria este mesmo tipo de abordagem em sala de aula?
( ) Sim ( ) Não Justifique sua resposta:

4) Para você, as aulas desenvolvidas de modo a questionar os resultados e os procedimentos realizados, lhe auxiliaram na compreensão dos conteúdos estudados?
( ) Sim ( ) Mais ou Menos ( ) Não Justifique sua resposta:

5) As atividades realizadas nessa disciplina contribuíram para lhe tornar um cidadão mais crítico e reflexivo?

( ) Sim ( ) Mais ou Menos ( ) Não Justifique sua resposta:

6) Você considera que as interações ocorridas nas atividades de Modelagem Matemática foram importantes para o desenvolvimento das mesmas?

( ) Sim ( ) Mais ou Menos ( ) Não

7) Caso tenha respondido (Sim) ou (Mais ou Menos) na pergunta anterior, comente sobre a importância das interações no seu aprendizado, nas seguintes situações:

a) com relação as interações feitas em aula por vocês e a professora da disciplina.

b) com relação as interações feitas entre você e seus colegas.

8) Você acredita que teria desenvolvido as atividades da mesma maneira se as tivesse realizado sem as trocas/ interações ocorridas entre você e a professora da disciplina ou entre você e os seus colegas?

( ) Sim ( ) Mais ou Menos ( ) Não Justifique sua resposta:

9) A maneira como esta disciplina foi desenvolvida, lhe proporcionou mudanças quanto a maneira que via/ pensava a matemática?

( ) Sim ( ) Mais ou Menos ( ) Não Justifique sua resposta:

10) O Projeto Pedagógico do Curso de Matemática – Licenciatura traz as seguintes Competências e Habilidades que o currículo do curso deve desenvolver no futuro docente (http://w3.ufsm.br/prograd/cursos/matlicdiurno/perfil.pdf):

a) capacidade de expressar-se escrita e oralmente com clareza e precisão;

b) capacidade de trabalhar em equipes multi-disciplinares;

c) capacidade de compreender, criticar e utilizar novas ideias e tecnologias para a resolução de problemas;

d) capacidade de aprendizagem continuada, sendo sua prática profissional também fonte de produção de conhecimento;

e) habilidade de identificar, formular e resolver problemas na sua área de aplicação, utilizando rigor lógico-científico na análise da situação-problema;

f) estabelecer relações entre a Matemática e outras áreas do conhecimento;

g) conhecimento de questões contemporâneas;

h) educação abrangente necessária ao entendimento do impacto das soluções encontradas num contexto global e social;

i) participar de programas de formação continuada;

j) realizar estudos de pós-graduação;

k) trabalhar na interface da Matemática com outros campos de saber.

No seu entendimento, quais as habilidades e competências descritas acima, foram desenvolvidas na disciplina? Justifique sua resposta.

____
____
____
____

11) O Projeto Pedagógico do Curso de Matemática – Licenciatura traz nas suas estratégias pedagógicas, que é essencial "… a adoção de estratégias que enfatizem uma formação inicial que possibilite a capacitação do futuro professor da Educação Básica para práticas pedagógicas inovadoras, para a investigação científica e para a reflexão, na ação, com aprofundamento de conhecimentos da prática, fundamentados na análise de situações cotidianas, na busca da compreensão dos processos de aprendizagem". Além disso, enfatiza que as mesmas devem permitir a mobilização dos "… saberes em situações concretas, contextualizadas; que possibilite, também, a compreensão dessa ação na sua essência e não se restrinja apenas à ação pela ação e, fundamentalmente, que possibilite a compreensão do foco dessa ação, e a percepção do que é necessário para intervir no processo e avaliar os resultados dessa ação" (http://w3.ufsm.br/prograd/cursos/matlicdiurno/estrategias.pdf).

a) Você acredita que a maneira que esta disciplina foi conduzida, contribuiu para que estes objetivos fossem alcançados?

( ) Sim ( ) Mais ou Menos ( ) Não Justifique sua resposta:

____
____

b) No item anterior, se respondeu (Sim) ou (Mais ou Menos), comente quais as atitudes ou atividades que contribuíram para os objetivos serem alcançados.

12) Faça uma crítica geral em relação a metodologia utilizada na disciplina de Métodos Matemáticos.

Parte 2:

1) O que você entende por “ajuste de dados”?

2) O que você entende por “aproximação de funções”?

3) O que você entende por “zeros de funções”?

4) O que você entende por “Equação Diferencial Ordinária” (EDO)?

5) O que significa resolvê-la?

6) Você acredita que vai utilizar (ou precisar) de uma EDO futuramente? Por quê?

7) Saberia citar exemplos de problemas de modelagem ou situações-problema que envolvem uma EDO?