UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA MARIA
CENTRO DE CIÊNCIAS NATURAIS E EXATAS
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO
EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA E ENSINO DE FÍSICA

Shayene Vieira Mossi

ANÁLISE DISCURSIVA DAS REPRESENTAÇÕES SEMIÓTICAS MOBILIZADAS POR LICENCIANDOS EM MATEMÁTICA NO ENSINO E NA APRENDIZAGEM DE FUNÇÕES

Santa Maria, RS
2016

Shayene Vieira Mossi

ANÁLISE DISCURSIVA DAS REPRESENTAÇÕES SEMIÓTICAS MOBILIZADAS POR LICENCIANDOS EM MATEMÁTICA NO ENSINO E NA APRENDIZAGEM DE FUNÇÕES

Dissertação apresentada ao Curso de Pós-Graduação em Educação Matemática e Ensino de Física, da Universidade Federal de Santa Maria (UFSM, RS), como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Educação Matemática.

Orientadora: Profª. Drª. Rita de Cássia Pistóia Mariani

Santa Maria, RS.
2016

Shayene Vieira Mossi

ANÁLISE DISCURSIVA DAS REPRESENTAÇÕES SEMIÓTICAS MOBILIZADAS POR LICENCIANDOS EM MATEMÁTICA NO ENSINO E NA APRENDIZAGEM DE FUNÇÕES

Dissertação apresentada ao Curso de Pós-Graduação em Educação Matemática e Ensino de Física, da Universidade Federal de Santa Maria (UFSM, RS), como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Educação Matemática.

Aprovado em 19 de agosto de 2016.

Rita de Cássia Pistóia Mariani, Dr[a]. (UFSM)
(Presidente/Orientadora)

Cátia Maria Nehring, Dr[a]. (Unijuí)

Inês Farias Ferreira, Dr[a]. (UFSM)

Santa Maria, RS.
2016

Para meus pais João Laerte e Silvia, que me ensinaram que a maior herança é o estudo e que a realização dos meus sonhos deve ser feita com esforço e alcançada por mérito.

Para minhas irmãs Layene e Samyele, companheiras e compreensivas, que proporcionam constantemente momentos de descontração e alegria.

AGRADECIMENTOS

Agradeço a Deus e Nossa Senhora Medianeira, pela força e coragem para seguir em frente na busca dos meus sonhos e por permitir a realização de mais uma conquista.

À professora Rita de Cássia Pistóia Mariani por contribuir com seus conhecimentos e valiosas sugestões. Agradeço muito pelos momentos de incentivo e amizade.

À professora Cátia Maria Nehring, à professora Inês Farias Ferreira e à professora Sandra Eliza Vielmo, pela colaboração no decorrer e conclusão deste trabalho.

Aos professores do PPGEM&EF/UFSM que dividiram seus conhecimentos durante as disciplinas e que auxiliaram de forma direta ou indireta esta pesquisa.

À professora Maria Arlita Silveira Soares e ao professor Leugim Corteze Romio pelo incentivo desde a graduação e que simbolizam todos os professores que acreditaram no meu potencial.

Aos colaboradores da pesquisa, licenciandos em Matemática diurno da UFSM matriculados no componente curricular MTM1062 – Educação Matemática II pela disponibilidade em responder os instrumentos de coleta de informações e contribuir para esta pesquisa.

Às colegas do Mestrado, Eliciane e Renata, que dividiram angústias e momentos de leitura e pela companhia nos momentos de lazer que fazem com que este período seja lembrado com muito carinho.

Aos meus amigos pela compreensão por não estar presente em muitos momentos, por apoiar minhas escolhas e incentivar a busca pelos meus sonhos.

Aos meus pais que nunca deixaram de acreditar na minha capacidade, que não deixaram de medir esforços físicos, psicológicos e financeiros para ajudar nas minhas escolhas. As minhas conquistas também sempre serão suas.

Obrigada!

RESUMO

ANÁLISE DISCURSIVA DAS REPRESENTAÇÕES SEMIÓTICAS MOBILIZADAS POR LICENCIANDOS EM MATEMÁTICA NO ENSINO E NA APRENDIZAGEM DE FUNÇÕES

Autora: Shayene Vieira Mossi
Orientador: Rita de Cássia Pistóia Mariani

Este trabalho objetiva investigar a expansão discursiva dos registros de representação semiótica mobilizados por licenciandos em Matemática a partir de atividades envolvendo criptografia ao caracterizar funções afim, quadrática e exponencial. Para isso, realizou-se uma pesquisa qualitativa (LÜDKE; ANDRÉ, 1986) e adotaram-se os princípios da análise de conteúdo (BARDIN, 2011). Desse modo, foram aplicados como instrumentos de produção de dados um questionário semi-estruturado, a fim de estabelecer o perfil dos licenciandos e uma sequência de atividades contextualizada pela criptografia, mais precisamente pela cifra de substituição que permite fazer conexões com as diferentes funções e suas inversas. Essa sequência foi constituída de 41 itens, sendo, 13 questões sobre a inversa da função afim, 6 sobre a inversa das funções quadrática e exponencial, 9 sobre a caracterização da função afim, 7 sobre a caracterização da função exponencial e 6 referentes a caracterização da função quadrática. Dentre essas 41 questões, 22 foram tomadas para detalhamento dos indícios de expansão discursiva. Por meio das análises conclui-se que as operações discursivas foram identificadas, predominantemente, nas operações de explicação e raciocinamento, que apenas 4 vezes foram mobilizadas como narração/descrição além de 4 respostas deixadas em branco. Isso representa que os licenciandos embasaram-se em conhecimento sobre o objeto matemático para justificar suas respostas, o que demonstra um aspecto positivo quando se pensa em formação de professores de Matemática. Além disso, contatou-se que ao solicitar atividades que tomassem como ponto de partida a análise da representação algébrica obteve-se maior articulação de representações na língua natural, algébrica, simbólica e/ou numérica. Porém, quando se fez necessário partir da representação gráfica as respostas ficaram mais limitadas à representação na língua natural.

Palavras-chave: Registros de representação semiótica. Funções. Análise discursiva. Licenciatura em Matemática.

ABSTRACT
DISCURSIVE ANALYSIS OF THE SEMIOTIC REPRESENTATIONS COMPLISHED BY MATH TRAINING TEACHERS IN THE TEACHING AND LEARNING FUNCTIONS

Author: Shayene Vieira Mossi
Adviser: Rita de Cássia Pistóia Mariani

This work aims to investigate the discursive expansion of the semiotic representation registers accomplished by Math training teachers from activities involving cryptography featuring functions affine, quadratic, exponential. For this, it was accomplished a qualitative research (LÜDKE; ANDRÉ, 1986) and it was used the principles of content analysis (BARDIN, 2011); therefore, it was applied as instruments of data production a semi-structured quiz, in order to establish the training teachers' profile and a sequence of activities contextualized by cryptography, more precisely by the substitution cipher that allows making connections with the different functions and their inverse. This sequence was constitute by 41 items, such as: 13 questions about the inverse of affine function, 6 about the inverse of quadratic and exponential functions, 9 about the characterization of affine function, 7 about the characterization of the exponential function and 6 concerning the characterization of the function quadratic. Among these 41 questions, 22 were taken to detail the discursive expansion of indications. Through analyzes it was concluded that the discursive operations were identified predominantly in explanation operations and raciocinamento, only 4 times were mobilized as narration/description beyond 4 left blank responses. This represents teachers in training were based on the knowledge of the mathematical object to justify their answers, which shows a positive aspect when thinking about training of mathematics teachers. Furthermore, it contacted to request that activities that take as their starting point the analysis of algebraic representation was obtained greater articulation of representations in natural language, algebra, symbolic and / or numerical. But when it was necessary from the graphical representation of the responses were more limited in natural language representation.

Keywords: Semiotic representation registers. Functions. Discursive analysis. Degree in Mathematics.

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

BDTD – Bancos de Dados de Teses e Dissertações
Bid – Bolsistas de Iniciação à Docência
Enem – Exame Nacional do Ensino Médio
IES – Instituição de Ensino Superior
Inep – Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira
NAPEM – Núcleo de Apoio ao Ensino de Matemática
OCEM – Orientações Curriculares para o Ensino Médio
PCN+EM – Orientações Educacionais Complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais para Ensino Médio
PCNEM – Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Médio da área de Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias
PET – Programa de Educação Tutorial
Pibid – Programa Institucional de Bolsa de Iniciação à Docência
PNLD – Programa Nacional do Livro Didático
PPGEM&EF – Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática e Ensino de Física
PRAE – Pró-Reitoria de Assuntos Estudantis
PROEJA – Programa Nacional de Integração da Educação Profissional com a Educação Básica na Modalidade de Educação de Jovens e Adultos
PUC/MG – Pontifícia Universidade Católica de Minas Gerais
PUC/RS – Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul
PUC/SP – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo
RAl – Registro Algébrico
RGr – Registro Gráfico
RLN – Registro Língua Natural
RNm – Registro Numérico
RSb – Registro Simbólico
RTb – Registro Tabular
TG – Trabalho de Graduação
UECE/CE – Universidade Estadual do Ceará
UEL/PR – Universidade Estadual de Londrina
UEM/PR – Universidade Estadual de Maringá
UEPG/PR – Universidade Estadual de Ponta Grossa
UFMS/MS – Universidade Federal do Mato Grosso do Sul
UFPE/PE – Universidade Federal de Pernambuco
UFPEL/RS – Universidade Federal de Pelotas
UFPR/PR – Universidade Federal do Paraná
UFRGS/RS – Universidade Federal do Rio Grande do Sul
UFRJ/RJ – Universidade Federal do Rio de Janeiro
UFSC/SC – Universidade Federal de Santa Catarina
UFSCar/SP – Universidade Federal de São Carlos
UFSM – Universidade Federal de Santa Maria
ULBRA/CANOAS/RS - Universidade Luterana do Brasil Canoas
Uniban/SP – Universidade Bandeirantes
Unicamp/SP – Universidade Estadual de Campinas
Unigranrio/RJ – Universidade do Grande Rio
Unijuí/RS – Universidade Regional do Noroeste do Estado do Rio Grande do Sul

LISTA DE FIGURAS

LISTA DE QUADROS

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO

Assinalo[1], primeiramente, a trajetória de formação acadêmica para elencar aspectos que justificam esta pesquisa. Cursei o Ensino Médio profissionalizante no Centro Federal de Educação Tecnológica de São Vicente do Sul, atual Instituto Federal Farroupilha, quando no último semestre do 3º ano passei a atuar como bolsista no Núcleo de Apoio ao Ensino da Matemática (NAPEM), ministrando aulas de reforço para as turmas de Ensino Médio e de PROEJA da instituição.

Os conteúdos dessas aulas eram escolhidos conforme a necessidade dos alunos, sendo que os mesmos podiam agendar antecipadamente ou chegar à sala em que ficávamos a disposição. Dentre os mais solicitados, posso citar: funções, principalmente as de tipo exponencial e logarítmica; geometria espacial, voltada principalmente aos conceitos de pirâmide, geometria analítica e estatística. As principais dificuldades acerca de funções estavam relacionadas à representação gráfica, por exemplo, a relação do gráfico da função afim com a representação algébrica ou a tendência do gráfico da exponencial decrescente se aproximar muito de zero, quando a base for positiva menor que 1, mas sem atingir o mesmo.

Após este contato com o NAPEM cursei Licenciatura em Matemática na Universidade Regional Integrada do Alto Uruguai e das Missões – Campus Santiago (URI/Santiago) no período de 2009 a 2013. No decorrer das várias leituras apresentadas pela professora Maria Arlita da Silveira Soares, uma delas falava sobre os registros de representação semiótica[2]. Fiquei impressionada como esse referencial teórico permitia compreender as dificuldades e/ou facilidades que o aluno possui na aquisição de um objeto matemático, bem como os próprios problemas de aprendizagem, a ponto de embasar meu Trabalho de Graduação (TG) a partir desses pressupostos.

No meu TG foi realizada uma análise de artigos observando como os pesquisadores brasileiros utilizam as Tecnologias da Informação (*softwares*) no Ensino de Matemática na Educação Básica por meio das produções publicadas em eventos da área da Educação Matemática, no período de 2010 a 2012, sob as concepções de Gravina (1998) e da teoria dos registros de representação semiótica, de Raymond Duval. (MOSSI; SOARES, 2014). A escolha por incluir as Tecnologias da Informação, mais precisamente os *softwares*, deve-se ao

[1] No texto de trajetória pessoal e profissional optei em usar a primeira pessoa do singular, ou seja, "[...] optei pelo uso do eu. Não faço simplesmente, para adotar o estilo moderno. Quero assinalar a minha presença como autora e como objetivo/sujeito construído nessa pesquisa". (BRANDÃO, 1992, p. 24 apud MENESES, 2014, p. 14).

[2] DAMM, R. F. **Registros de Representação.** In: Machado, Silvia Dias Alcântara. Educação Matemática: uma introdução. São Paulo: EDUC, p. 135-153, 2002.

fato de que durante a Licenciatura cursei em paralelo o curso Técnico em Informática, o que me levou a buscar sobre os recursos tecnológicos nas pesquisas no Ensino de Matemática.

Com a realização deste trabalho percebi nos artigos, que deviam ser, por nossa escolha, publicações provenientes de dissertações ou teses, que o uso do recurso tecnológico era utilizado com os alunos, mas na sua maioria, as pesquisas não envolviam os professores. Além disso, percebi a viabilidade da teoria dos registros de representação ao constatar trabalhos com diferentes conteúdos matemáticos que compreendiam, por exemplo: frações, funções e geometria (MOSSI; SOARES, 2014).

Ao terminar a Licenciatura atuei um semestre como monitora do Programa Mais Educação e também como professora temporária do Instituto Federal Farroupilha – Campus Jaguari. Experiências completamente distintas, pois a primeira era desenvolvida com crianças por meio de oficinas em turno oposto e, a segunda, com jovens que realizavam curso Técnico em Administração concomitante ao Ensino Médio. Tais práticas me fizeram pensar no meu desenvolvimento profissional, o que acarretou na decisão de me inscrever no processo seletivo do mestrado do Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática e Ensino de Física (PPGEM&EF) da Universidade Federal de Santa Maria (UFSM), com propósito de realizar uma pesquisa que envolvesse o ensino de funções e a formação de professores.

A intenção de desenvolver uma pesquisa envolvendo o ensino de funções surgiu por considerar necessário pensarmos nos conhecimentos que permeam o ensino das mesmas, uma vez que, às passagens pelo Programa Mais Educação ao trabalhar com princípios multiplicativos, que consistem em uma relação proporcional e consequentemente em uma função linear, e como professora do Instituto Federal Farroupilha no ensino de matemática financeira, mais precisamente, juros simples e compostos que estão diretamente relacionados às funções afim e exponencial, propiciaram indagações acerca da minha formação como professora e necessidade de constante atualização.

Ao ser selecionada para o mestrado tinha como ideia inicial de projeto de pesquisa elaborar sequências de atividades sobre função exponencial e logarítmica com o *software* GeoGebra, por meio de adaptações e/ou transposições de livros didáticos do Ensino Médio aprovados pelo Programa Nacional do Livro Didático (PNLD) e a partir disto observar como um grupo de professores do município de São Vicente do Sul – RS[3] analisaria as contribuições do uso do *software* GeoGebra, fundamentada pelos registros de representação semiótica. A opção por ter como sujeitos os professores de Matemática ocorreu em função de

[3] A escolha por professores de São Vicente do Sul – RS devia-se por ser natural e residir no município, viabilizando o acesso e buscando, de certa forma, contribuir com a escola, professores e alunos.

ter identificado no meu TG que diversas pesquisas já haviam sido desenvolvias com alunos da Educação Básica e, geralmente não envolviam diretamente os professores. Porém, a partir das orientações e das disciplinas o projeto foi revisto substituindo os sujeitos de pesquisa de professores da rede municipal para licenciandos em Matemática, mais precisamente, os Bolsistas de Iniciação à Docência (Bid) – vinculados ao subprojeto Programa Institucional de Bolsa de Iniciação à Docência (Pibid) Matemática/UFSM e acadêmicos do Curso de Licenciatura em Matemática da UFSM, considerando a importância da formação destes licenciandos que, ao seguirem nesta carreira, como professores, enfrentarão situações inusitadas que exigem diferentes conhecimentos.

Devido aos inúmeros cortes governamentais e por não ter conhecimento sobre a continuidade do programa institucional Pibid, alteramos os sujeitos da pesquisa, para os licenciandos matriculados no componente curricular MTM1062 – Educação Matemática II uma vez que esse componente tem por um dos seus objetivos estudar ideias essenciais da Matemática, envolvendo blocos de conteúdo do Ensino Médio, o que possibilitaria apresentar outras formas de organização para o ensino do objeto matemático função. Ainda, analisando o contato que os licenciandos têm com esse objeto matemático durante o desenvolvimento do curso de licenciatura percebeu-se através da Estrutura Curricular do Curso de Matemática Licenciatura da UFSM que, os conteúdos de Funções: Afim, Quadrática, Exponencial e Logarítmica são discriminadas, de forma direta, apenas no componente curricular MTM1044 – Matemática Elementar.

Referente ao objeto matemático preferimos ampliar a pesquisa incluindo as funções afim e quadrática, com o intuito de explorar a caracterização de três tipos de função amplamente estudados na Educação Básica. No entanto, ao observar Boemo, Rosa e Mariani (2014) que constataram um número significativo de trabalhos envolvendo funções pautados pelos registros de representação, decidimos incluir a criptografia como contexto nessa investigação. Pois, segundo Silva e Pires (2013), esse tema oportuniza conexões inusitadas, ao realizar a ação de codificar e decodificar pode-se explorar contextos matemáticos que envolvem características de inversão, como no objeto matemático função. Ainda destacam que assim como a criptografia outros temas podem ser tomados "como pano de fundo e proporcionam ótima oportunidade para contextualizar diversos conteúdos já trabalhados e que, aparentemente, não possuem ligações" (2013, p. 260) dentre eles, a contextualização histórica e a utilização de *softwares*.

Diante do que foi exposto visamos buscar respostas para o seguinte problema: *Se e como, a partir da proposição de uma sequência de atividades utilizando o contexto da criptografia, os licenciandos em Matemática mobilizam o objeto matemático função?*

Com este questionamento tem-se por objetivo investigar a expansão discursiva dos registros de representação semiótica mobilizada por licenciandos em Matemática, a partir de atividades envolvendo criptografia ao se caracterizar funções afim, quadrática e exponencial.

Desse modo, o presente trabalho propõe investigar as funções discursivas por meio das representações semióticas mobilizadas por licenciandos em Matemática diante de uma sequência de atividades envolvendo criptografia e o objeto matemático função. Para tanto, o trabalho está organizado em:

- Capítulo I – enfatiza a relevância desta investigação apresentando um mapeamento com o intuito de identificar trabalhos que possuam afinidade ou que possam servir de subsídios para a pesquisa aqui proposta. Além disso, apresenta o ensino de funções utilizando como contexto a criptografia e o referencial teórico dos registros de representação semiótica. Mais precisamente, a análise discursiva das representações semióticas, fundamental para o desenvolvimento deste estudo.
- Capítulo II – o capítulo aborda os procedimentos metodológicos, apresenta as fases da pesquisa a partir dos princípios da análise de conteúdo de Bardin (2011) e detalha as duas primeiras fases, que são: a pré-análise, que apresenta as decisões tomadas e a composição dos instrumentos de produção de dados e a exploração do material, que apresenta a aplicação sistêmica do que foi definido na pré-análise.
- Capítulo III – visa a terceira etapa dos princípios da análise de conteúdo (BARDIN, 2011) que aponta o tratamento, inferências e interpretação dos resultados acerca do perfil dos licenciandos, a partir do questionário e a análise da expansão discursiva identificada na sequência de atividades desenvolvida com os licenciandos em Matemática.
- Por último, são expostas as considerações finais do trabalho, referências bibliográficas utilizadas no desenvolvimento dessa pesquisa e apêndices.

2 FUNÇÕES E REGISTROS DE REPRESENTAÇÃO SEMIÓTICA

2.1 RELEVÂNCIA DA INVESTIGAÇÃO

O conhecimento matemático é necessário em diferentes situações de nossa sociedade, contribuindo para desenvolver competências e habilidades, como resolver questões do cotidiano, observar a importância da própria matemática no desenvolvimento científico e tecnológico, bem como em outras áreas do conhecimento (BRASIL, 2006). Assim, a investigação e interpretação de diversas situações de outras áreas do conhecimento podem ser modeladas pelo conceito de função e estabelecidas estas relações dentro e fora da matemática.

Por outro lado, as orientações complementares presentes nos Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Médio (BRASIL, 2002) assinalam que na matemática o desenvolvimento de competências envolve o reconhecimento, a utilização e a interpretação de seus códigos, símbolos e formas de representação.

Conforme Stormowski, Gravina e Lima (2013) na matemática são necessários sistemas de representação além da linguagem natural e das imagens, comuns em outras áreas de conhecimento. Esses diferentes sistemas de representação são sistemas de numeração, notações algébricas e geométricas, gráficos, símbolos, diagramas, esquemas, que "constituem por si só uma rede de representações particular e complexa" (p. 4).

Diante desse contexto, emerge a teoria de Raymond Duval sobre as representações no ensino da matemática, que "tem sido cada vez mais utilizada quando as pesquisas concernem à aquisição de conhecimento, à organização de situações de aprendizagem" (DAMM, 2012, p. 167). Para o ensino de matemática, é preciso levar em consideração as diferentes formas de representação de um mesmo objeto matemático, pois toda a comunicação se estabelece com base em representações que podem expressar diferentes situações (DAMM, 2012). Ainda, segundo Brandt e Moretti, essa teoria:

> [...] tem importância significativa para a Educação Matemática – uma vez que ela vem ao encontro das dificuldades que são apresentadas tanto no ensino como na aprendizagem da matemática, pois analisa os processos cognitivos requeridos na atividade matemática. (BRANDT; MORETTI, 2014, p. 23).

Porém, após a realização de um mapeamento Ferreira, Santos e Curi (2013) enfatizaram que os registros de representação semiótica têm sido pouco trabalhado na perspectiva da formação de professores apontando que "não bastam pesquisas que apontem metodologias eficazes para a sala de aula, se pouco estudo se tem em relação a elas na formação de professores de Matemática" (p. 11). Assim, verificaram uma carência no cenário da Educação Matemática na utilização dos registros de representação para "auxiliar alunos a terem autonomia na aprendizagem matemática, reconhecendo os objetos matemáticos aprendidos em situações distintas das habituais em sala de aula" (p. 13). Além disso, os autores supracitados evidenciaram que:

> [...] faltam reflexões que contemplem orientações mais gerais de uso da teoria por parte de professores, em formação inicial e continuada, com sugestões de mudanças curriculares visando estratégias metodológicas que possam fundamentar teoricamente, garantir um processo de ensino e aprendizagem da matemática de forma a fazer alunos evoluírem em suas aprendizagens, transformando conhecimentos em saberes. (FERREIRA; SANTOS; CURI, 2013, p. 13).

Para Duval (2011) o objetivo do ensino da matemática no decorrer da licenciatura não é nem formar futuros matemáticos, nem dar aos alunos instrumentos que eventualmente podem ser úteis, mas sim contribuir para o desenvolvimento geral do raciocínio, visualização e análise. Quando o professor está exercendo seu trabalho é necessário que tenha claro o objeto matemático a ser desenvolvido, pois assim terá a possibilidade de definir qual o registro de representação mais adequado para a construção do conhecimento (DAMM, 2012). As Orientações Curriculares para o Ensino Médio (OCEM) também fazem referência ao papel do professor, pois

> [...] nessa situação, o professor deve estar preparado para interessantes surpresas: é a variedade de soluções que podem ser dadas para um mesmo problema, indicando que as formas de pensar dos alunos podem ser bem distintas; a detecção da capacidade criativa de seus alunos, ao ser o professor surpreendido com soluções que nem imaginava, quando pensou no problema proposto; o entusiástico engajamento dos alunos nos trabalhos, produzindo discussões e trocas de ideias que revelam uma intensa atividade intelectual. (BRASIL, 2006, p. 90).

A respeito da prática docente, Brandt e Moretti (2014) apontam a relevância dos registros de representação semiótica pelo professor que ensina matemática para organizar a prática educativa, de forma que possa compreender as dificuldades que o aluno apresenta em situações de aprendizagem. Em relação ao conhecimento matemático pode-se observar no ensino de funções que "o ensino isolado desse tema não permite a exploração do caráter integrador que ele possui. [...] As sequências, em especial progressões aritméticas e progressões geométricas, nada mais são que particulares funções". (BRASIL, 1999, p. 43).

Para o trabalho com funções nessa pesquisa, o contexto é apresentado por meio da criptografia que é definida como “a arte ou ciência de escrever mensagens em códigos, de forma que somente pessoas autorizadas possam decifrá-las”. (TAMAROZZI, 2001, p. 41). Ainda, segundo o autor há processos criptográficos elementares que permitem constituir útil material para atividades e jogos de codificação, dispondo ao professor o trabalho com conteúdos matemáticos associados, no caso, funções.

Outro autor que explora a criptografia, como contexto, é Souza (2013) em seu livro didático Novo Olhar. No mesmo, expôs a utilização de códigos secretos na comunicação dos planos de batalha, mostrando a máquina enigma (Figura 1) que possui um sistema de combinações mecânicas e elétricas e foi amplamente utilizada na 2ª Guerra Mundial para criptografar e descriptografar mensagens.

Figura 1 – Máquina Enigma.

Fonte: Souza (2013, p. 76).

Essa máquina consistia basicamente em um teclado em que o operador tecla a mensagem a ser criptografada e, consequentemente, o circuito fecha e a corrente elétrica flui pelos rotores até chegar à placa de luzes. Os rotores são um conjunto de discos rotativos com movimento contínuo que resulta em diversas combinações na criptografia e o placar de luzes significa que a luz que acende codifica a letra que foi pressionada no teclado (SOUZA, 2013). O autor apresentou um exemplo de criptografia utilizando a cifra de substituição e trouxe a resolução de atividades e algumas indagações sobre o objetivo de um processo criptográfico.

Além disso, realizou-se uma busca, nos em questões, no período de 1998-2014, envolvendo a criptografia em provas do Exame Nacional do Ensino Médio (Enem). Observaram-se itens nas provas de 2002, 2009 e 2014, mostrando, dessa forma, que atividades com esta temática podem ser associadas à matemática e ao seu ensino, exemplificada na Figura 2.

Figura 2 – Questão 165 da prova amarela do Enem de 2014.

QUESTÃO 165

Durante a Segunda Guerra Mundial, para decifrarem as mensagens secretas, foi utilizada a técnica de decomposição em fatores primos. Um número N é dado pela expressão $2^x \cdot 5^y \cdot 7^z$, na qual x, y e z são números inteiros não negativos. Sabe-se que N é múltiplo de 10 e não é múltiplo de 7.

O número de divisores de N, diferentes de N, é

A) $x \cdot y \cdot z$
B) $(x + 1) \cdot (y + 1)$
C) $x \cdot y \cdot z - 1$
D) $(x + 1) \cdot (y + 1) \cdot z$
E) $(x + 1) \cdot (y + 1) \cdot (z + 1) - 1$

Fonte: INEP (p. 28).

Embora não seja o método criptográfico utilizado nessa pesquisa, a questão acima envolveu a técnica para decifrar mensagens secretas por meio da decomposição em fatores primos. Percebeu-se pela análise das avaliações que os elaboradores do Enem procuraram contextualizar as questões para que se veja a aplicação do conhecimento teórico no mundo real. Na questão acima, o contexto ficou evidenciado a partir da criptografia na Segunda Guerra Mundial a partir da necessidade de decodificar os códigos do inimigo. Além dessa precisão, a criptografia é uma ciência empregada há milênios para proteger mensagens, garantir a sobrevivência de obras e documentos e amplamente utilizada na computação.

Com o intuito de observar a viabilidade de uma investigação com o uso da criptografia como contexto para o ensino de funções, bem como para buscar subsídios para essa pesquisa, desenvolveu-se um levantamento, no site da Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações (BDTD) de programas de pós-graduação em Educação, Educação Matemática e Ensino de Matemática, que tenham como referencial teórico os registros de representação semiótica. Os programas de pós-graduação escolhidos foram pautados conforme Boemo, Rosa e Mariani (2014) em que:

> [...] foram acessados 21 programas das seguintes instituições: PUC/MG, PUC/RS, PUC/SP, UEL/PR, UEM/PR, UECE/CE, UEPG/PR, UFMS/MS, UFPE/PE, UFPEL/RS, UFPR/PR, UFRGS/RS, UFRJ/RJ, UFSC/SC, UFSCAR/SP, ULBRA/CANOAS/RS, UNIBAM/SP, UNICAMP/SP, UNIGRANRIO/RJ, UNIJUI/RS (2014, p. 4).

Nos programas indicados foram localizados 182 trabalhos. Desse modo, seguiu-se a busca redirecionando nosso olhar sobre investigações com o tema criptografia relacionado à teoria dos registros de representação semiótica, ao que não foram encontrados trabalhos. Para tanto, conduziu-se a investigação para pesquisas pautadas pelos registros de representação que abordassem o objeto matemático função contextualizado pela criptografia. Ao não obter resultados com este encaminhamento, buscou-se teses/dissertações que além do objeto matemático função possua afinidade com o que se pretendia desenvolver nesta dissertação, cujos resultados podem ser visualizados no Quadro 1.

Quadro 1 – Trabalhos que se aproximam da pesquisa a ser desenvolvida.

Título	Autor(a)/Ano	Instituição
Função Quadrática: um estudo didático de uma abordagem computacional	Diana Maia (2007)	PUC/SP
Função Afim: Uma sequência didática envolvendo atividades com o GeoGebra	Fabio Correa Scano (2009)	
O uso de problemas no ensino e aprendizagem de funções exponenciais e logarítmicas na Escola Básica	Rodrigo Sychocki Silva (2012)	UFRGS

Fonte: BDTD das respectivas IES.

A pesquisa de Maia (2007) foi desenvolvida com o intuito de abordar a construção gráfica da função quadrática utilizando o procedimento de interpretação global das propriedades figurais e introduzir as noções de intervalo e domínio da função. O seu trabalho foi fundamentado pelos princípios da Engenharia Didática e embasado pelos registros de representação semiótica. A autora desenvolveu uma sequência didática orientada pela análise de alguns livros didáticos da Educação Básica, pesquisas da área e trabalhos de Duval, aplicando a mesma com alunos de oitava série do Ensino Fundamental com a utilização do *software* Winplot. Em relação aos resultados, constatou que ao estabelecer variáveis visuais com suas correspondentes unidades simbólicas se propicia aos alunos reflexão acerca da relação dos gráficos das funções quadráticas com as respectivas expressões algébricas.

A relevância pelo trabalho de Scano (2009) constar no Quadro 1 deve-se pelo seu objetivo de desenvolver uma sequência de ensino para principiar os estudos de função com alunos do 9º ano do Ensino Fundamental visando contribuir para o desenvolvimento da capacidade de expressar algébrica e graficamente a dependência de duas variáveis de uma função afim. Bem como, reconhecer que seu gráfico é uma reta relacionando os coeficientes da função com o mesmo. O autor optou por este direcionamento ao observar, no desenvolvimento da sua revisão bibliográfica, que há dificuldades de aprendizagem de alunos de diferentes níveis de escolaridade em relação ao estudo da função afim. Para tanto, a sequência de ensino foi pautada nas teorias das situações didáticas e dos registros de representação com a utilização do *software* GeoGebra. Como resultados obtidos, pode constatar que os alunos conseguiram reconhecer que o gráfico da função afim é uma reta e expressar algébrica e graficamente a relação entre duas variáveis de uma função afim.

Por último, evidencia-se a investigação de Silva (2012) que analisou as diretrizes nacionais e a abordagem proposta nos livros didáticos de modo a criar situações possíveis para a aprendizagem do conceito de função. Ainda, buscou na teoria dos campos conceituais e das representações semióticas a compreensão das dificuldades dos alunos sobre as funções exponenciais e logarítmicas, para propor uma sequência de atividades utilizando recursos tecnológicos digitais, mais precisamente o *software* Winplot. A sequência parte do princípio de utilizar problemas cotidianos envolvendo o estudo das funções, tais como: crescimento populacional, medições das escalas de terremotos, rendimento de um imóvel, cálculo do pH de soluções químicas, entre outros, para que os alunos pudessem compreender melhor os conceitos e definições matemáticas envolvidas. Os alunos que realizaram essa sequência eram estudantes do 1º ano do Curso Técnico em Plásticos integrado ao Ensino Médio de um campus do Instituto Federal do Rio Grande do Sul.

Para a investigação que está sendo proposta, estas pesquisas apontam diferenças nas escolhas teóricas, pois nenhuma foi embasada na análise discursiva das representações semióticas para responder suas questões de investigação. Embora todas abordem o estudo de funções, nenhuma delas menciona os teoremas de caracterização, pois suas finalidades estavam voltadas para a relação existente entre as representações gráficas e algébricas. Outra diferença consiste nos sujeitos da pesquisa, nos trabalhos levantados as sequências foram desenvolvidas com alunos da Educação Básica, já nesta pesquisa a sequência será desenvolvida com licenciandos em Matemática, pensando na formação de professores para o ensino de funções.

Ainda referente ao mapeamento que resultou em 182 trabalhos sobre representações semióticas, realizou-se o segundo direcionamento com intuito de localizar pesquisas desenvolvidas com licenciandos em matemática em tais investigações embasadas pelos registros de representação. Tal orientação retornou 5 pesquisas conforme pode ser visualizado no Quadro 2.

Quadro 2 – Trabalhos encontrados que envolvem pesquisas desenvolvidas com licenciandos em matemática e referencial teóricos dos registros de representação semiótica.

Título	Autor(a)/Ano	Instituição
O ensino de desigualdade e inequações em um curso de licenciatura em matemática	Marcelo de Melo (2007)	PUC/SP
Revisitando Euclides para o Ensino de Áreas: uma proposta para as licenciaturas	Marli Duffles Donato Moreira (2010)	UFRJ/RJ
Contribuições do GeoGebra para o estudo de funções afim e quadrática em um curso de licenciatura em matemática	Ronaldo Dias Ferreira (2013)	PUC/SP
O Ensino da Geometria Analítica em um Curso de Licenciatura em Matemática: uma análise da organização do processo educativo sob a ótica dos Registros de representação semiótica	Franciele Catelan Cardoso (2014)	Unijuí/RS
Múltiplas Representações Semióticas no Ensino de Função Afim: enfoque na formação inicial de professores de matemática	Mikaelle Barboza Cardoso (2015)	UECE/CE

Fonte: BDTD das respectivas IES.

A pesquisa de Melo (2007) teve por objetivo detectar como professores de um curso de Licenciatura em Matemática desenvolvem desigualdades e inequações com suas classes e quais as fontes orientadoras de seu trabalho a respeito desses assuntos. Como referencial teórico, o autor utilizou os registros de representação e, metodologicament,e a abordagem qualitativa na forma de estudo de caso. Também foi possível perceber que os sujeitos não foram os licenciandos diretamente, mas que o autor fez uso dos cadernos de alguns acadêmicos para coletar e ajudar a tecer suas análises, além de documentos institucionais, material didático utilizado e recomendado pelos professores e entrevistas com os mesmos. Em relação aos resultados, Melo (2007) observou que os licenciandos utilizavam diversos registros de representação no ensino de desigualdades e inequações, porém evidenciou a ausência da conversão destes registros.

Por sua vez, Moreira (2010) teve por intuito apresentar uma proposta de intervenção didática para o ensino do conceito de área a partir da abordagem presente nos Elementos de Euclides, contribuindo na formação inicial de professores de Matemática. Nesse sentido, realizou uma experiência didática com alunos da Licenciatura em Matemática da UFRJ, fundamentada pela teoria do Desenvolvimento do Pensamento Algébrico de Van Hiele e na teoria dos registros de representação de Duval, de modo a verificar o desenvolvimento do pensamento geométrico alcançado pelos licenciandos após a experiência didática. Os resultados apontaram que as representações semióticas (figural e discursiva) do conceito de área foram amplamente trabalhadas tanto enquanto tratamento quanto na conversão de registros, principalmente por atividades de construção e reconfiguração de figuras geométricas.

Ferreira (2013) analisou as contribuições do *software* GeoGebra na interpretação e análise de funções afim e quadrática pelos estudantes de um curso de Licenciatura em Matemática. O autor elaborou uma proposta com nove atividades que envolveram a exploração do plano cartesiano, bem como o trabalho com função afim e quadrática. Para elaboração e análise das atividades, o autor apoiou-se nos pressupostos teóricos dos registros de representação semiótica, já a metodologia foi qualitativa centrada no *Design Research* com a finalidade de aprimorar a proposta das atividades didáticas, utilizando como instrumentos de coletas de dados: atividades fotocopiadas, mídia lápis-papel, *software Screen capture*, entrevistas semiestruturadas gravadas em áudio e os protocolos das atividades desenvolvidas pelos alunos. Um dos resultados obtidos apontou que GeoGebra permitiu que os alunos realizassem a conversão entre as representações algébricas e gráficas das funções estudadas, bem como o tratamento no sentido proposto pelos registros de representação semiótica.

Já Cardoso (2014) analisou o ensino da geometria analítica planejado e vivenciado em sala de aula por uma professora que tem conhecimento da teoria dos registros de representação semiótica. Além disso, investigou como as representações semióticas do conceito de geometria analítica são utilizadas na organização das atividades de ensino para licenciandos em Matemática. Para tanto, a autora buscou subsídios na teoria da aprendizagem de Duval, procurando seus aportes para o ensino da geometria e nos documentos curriculares oficiais. Já sobre os procedimentos metodológicos:

> [...] de caráter qualitativo na forma de estudo de caso e envolveram dados produzidos a partir de uma entrevista semiestruturada, da explanação do planejamento por parte da professora, do desenvolvimento do ensino em sala de aula e dos relatos reflexivos realizados pela professora após o desenvolvimento das aulas, sendo estes coletados a partir de gravações de vídeo. (CARDOSO, 2014, p. 6).

A pesquisadora obteve como resultados que as atividades possibilitaram aos licenciandos “analisar, criticar, construir e descontruir o planejamento verificando as múltiplas possibilidades de uma mesma atividade, principalmente em vista das várias representações mobilizáveis na sua resolução". (p. 6).

Finalmente, Cardoso (2015) objetivou analisar o uso de diferentes representações semióticas por licenciandos em Matemática, para o trabalho com função afim. Para esse estudo, considerou os tratamentos e conversões mobilizados pelos licenciandos para atividades de função afim, tomando como aporte teórico a teoria dos registros de representação semiótica. Já a metodologia consistiu nos aspectos teórico-metodológicos da ação-pesquisa proposto por Barbier. As atividades foram desenvolvidas com graduandos do 6º e 7º semestres do curso presencial de Licenciatura Plena em Matemática da Universidade Estadual do Ceará (UECE). A coleta de dados se deu através da "aplicação de teste diagnóstico, das observações realizadas durante o período do curso, registradas em diário de itinerância pela própria pesquisadora e por uma observadora externa presente aos encontros exclusivamente para esse fim". (p. 7). Como principal resultado referente à teoria é que há:

> [...] a necessidade de um contínuo trabalho de formação dos futuros professores de Matemática, a partir de diferentes teorias, de modo que eles possam articular os conhecimentos específicos dessa ciência aos conhecimentos didáticos e pedagógicos necessários a sua prática docente; especificamente a necessidade de trabalho com a TRRS, em torno dos diferentes conteúdos curriculares, destacando as diversas representações que devem ser usadas no trabalho com os objetos matemáticos (CARDOSO, 2015, p. 8).

Embora, as pesquisas tenham como aporte os registros de representação semiótica, novamente nenhuma delas foi embasada na análise discursiva das representações semióticas das respostas dadas pelos sujeitos da pesquisa. Além disso, Ferreira (2013) e Cardoso (2015) realizaram suas pesquisas sobre o objeto matemático função, porém a investigação aqui proposta tem por intuito o trabalho com a função inversa e a caracterização das funções diferenciando-se das citadas acima.

Além da relação da caracterização das funções com os conceitos de Progressão, as funções podem ser articuladas com conceitos de Matemática Financeira, princípios multiplicativos, entre outros. Estas relações foram apresentadas, por exemplo, nas OCEM, pois:

> [...] dentre as aplicações da Matemática, tem-se o interessante tópico de Matemática Financeira como um assunto a ser tratado quando do estudo da função exponencial – juros e correção monetária fazem uso desse modelo. Nos problemas de aplicação em geral, é preciso resolver uma equação exponencial, e isso pede o uso da função inversa – a função logaritmo. O trabalho de resolver equações exponenciais é pertinente quando associado a algum problema de aplicação em outras áreas de

> conhecimento, como Química, Biologia, Matemática Financeira, etc. (BRASIL, 2006, p. 75).

2.2 AS FUNÇÕES A PARTIR DO CONTEXTO DA CRIPTOGRAFIA

Como pano de fundo para mobilização dos registros de representação semiótica do objeto matemático função utilizou-se a criptografia. A palavra criptografia tem origem grega (*kripto* = escondido, oculto; *grapho* = grafia) e foi definida como a arte ou ciência de escrever mensagens em códigos, para que apenas pessoas com autorização possam decifrá-las (TAMAROZZI, 2001).

Segundo Terada (1988, p. 4), a criptografia consiste em "codificar informações, usando-se uma chave, antes que estas sejam transmitidas, e em decodificá-las, após a recepção". É importante salientar a diferença do termo "codificação" usada por Duval[4] (2003) nos registros de representação e o seu significado nos sistemas criptográficos. Nas representações semióticas a codificação é uma confusão ao reduzir a transformação de conversão neste procedimento ou comumente "descrever a conversão como uma associação preestabelecida entre nomes e figuras" (DUVAL, 2003, p. 17). Já nos processos criptográficos:

> O *processo de codificação* nada mais é do que uma transformação completa dos dados, de tal modo que uma pessoa desautorizada (que não conheça a chave usada na transformação) não possa obter a informação original a partir do código. Desta maneira, mesmo que uma pessoa desautorizada consiga obter uma cópia das informações, elas estarão codificadas e serão ininteligíveis e, portanto, inúteis para esta pessoa. (TERADA, 1988, p. 4).

Conforme Tamarozzi (2001) a criptografia é tão antiga quanto à escrita, estando presente no sistema de hieróglifos dos egípcios e na comunicação secreta dos planos de batalhas dos romanos. Mesmo assim, seu princípio básico permanece o mesmo: "encontrar uma transformação (função injetiva) f entre um conjunto de mensagens escritas em um determinado alfabeto para um conjunto de mensagens codificadas". (TAMAROZZI, 2001, p. 41). Tal alfabeto pode conter letras, números ou outros símbolos, mas o fato é que a garantia do processo ser reversível é de f ser inversível, isto é, isto é, existir a função f^{-1}, para que as mensagens possam ser reveladas pelos receptores (Figura 3).

---

[4] A codificação citada por Duval (2003) pode ser observada na seção 2.3 Registros de representação semiótica mobilizados no objeto matemático função.

Figura 3 – Processo de codificação e decodificação.

Emissor Receptor

Mensagem original $\xrightarrow{f}$ Mensagem codificada $\xrightarrow{f^{-1}}$ Mensagem original

Fonte: Tamarozzi (2001, p. 41).

Como apontado na seção *1.1 Relevância da Investigação* o mapeamento realizado não obteve investigações que apresentassem os registros de representação semiótica e as funções contextualizadas pela criptografia, como já falado anteriormente. Assim, foram selecionados trabalhos sobre funções que possuíssem afinidades com o que se pretendia desenvolver nesta dissertação. Já o segundo direcionamento observado no mapeamento foram os trabalhos pautados pelos registros de representação semiótica que envolvessem licenciandos em matemática como sujeitos das pesquisas, mostrando que os trabalhos já produzidos diferenciavam-se das aspirações desta pesquisa.

Diante desse contexto, optou-se por buscar produções acadêmicas que abordassem a temática da criptografia, a partir da análise de referências bibliográficas contidas em publicações nas áreas de Educação Matemática, Ensino de Matemática e Matemática para subsidiar a pesquisa. Dentre essas referências bibliográficas, convém destacar os trabalhos de: Fiarresga (2010) que foi realizado em Portugal, Olgin (2011), Santos (2013), Loureiro (2014). Tais trabalhos possuem em comum propostas de atividades que auxiliaram na composição da sequência desta investigação.

A dissertação de Fiarresga (2010), desenvolvida em Lisboa, faz um estudo sobre as origens da criptografia e alguns criptossistemas, tecendo tópicos que envolvem a história da criptografia, expondo partes da matemática que contribuíram para o desenvolvimento da criptografia e considerações sobre o ensino da matemática em Portugal. Aborda também a distinção entre as cifras simétricas que "utilizam a mesma chave para encriptar e desencriptar uma mensagem, isto é, o processo para desencriptar uma mensagem é precisamente o oposto ao que a encriptou" (p. 106) e as cifras assimétricas que "utilizam chaves diferentes para encriptar e desencriptar a mesma mensagem – uma pública e outra privada" (p. 106).

Olgin (2011) em sua dissertação propõe "investigar a possibilidade de implementar uma Engenharia Didática para o desenvolvimento do tema criptografia aliado aos conteúdos de Matemática do Ensino Médio" (p 36). O trabalho traz a história da criptografia e também a importância do tema no currículo de matemática no Ensino Médio. Para tanto foi aplicada uma Engenharia Didática no 3º ano do Ensino Médio de uma escola pública do município de Campo Bom/RS perpassando por diferentes processos criptográficos e conteúdos matemáticos. Os resultados da autora apontaram que a criptografia é um tema adequado ao desenvolvimento de atividades didáticas utilizando os conteúdos matemáticos que são trabalhados no Ensino Médio. O principal interesse nesta pesquisa foi de diferentes métodos criptográficos que a autora utilizou na composição da sequência de atividades, incluindo a codificação com funções afim, quadrática, exponencial e logarítmica.

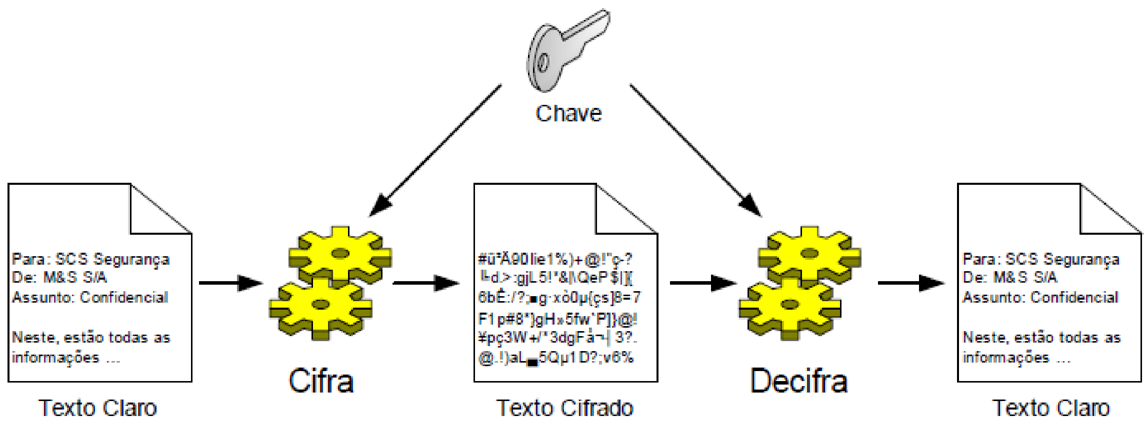
Por outro lado, tanto Santos (2013) quanto Loureiro (2014) começaram abordando os principais conceitos da ciência criptografia através de contexto histórico e exploraram diferentes técnicas criptográficas que, devido a sua base matemática, aplicavam conceitos de função, análise combinatória, matrizes e aritmética modular. Santos (2013) não desenvolveu uma intervenção, mas propôs atividades baseadas na resolução de problemas abordando funções afim, quadrática, exponencial, logarítmica e modular. Por sua vez, Loureiro (2014) que é baseado em Santos (2013), apresenta também uma sequência que é composta de cinco atividades, uma para cada conteúdo matemático sendo uma relativa a funções, como proposta para ser aplicada com alunos do Ensino Médio.

Pautado nestes trabalhos, cabe ressaltar que:

> A criptografia utiliza diversos ramos da matemática, dentre os quais podemos citar: a cifra de César que está relacionada a aritmética modular; as cifras de substituição com as funções bijetoras; a cifra de Hill com as matrizes invertíveis; o RSA com o problema da fatoração de números inteiros; o Elgamal com o problema dos logaritmos discretos; as curvas elípticas ao problema do logaritmo discreto em corpos finitos e diversos outros casos. (LOUREIRO, 2014, p. 2).

Nesta pesquisa, as cifras utilizadas como contexto para mobilizar os registros de representação semiótica são as simétricas que consistem na utilização da mesma chave para cifrar e decifrar dados (Figura 4), significando que a chave deve ser de conhecimento tanto de quem cifra os dados, como de quem decifra. Ainda, normalmente o algoritmo para cifrar e decifrar os dados é basicamente o mesmo, mudando apenas a forma de como a chave é utilizada (SCHWEBEL, 2005).

Figura 4 – Processo de cifragem e decifragem na criptografia de chave simétrica.



Fonte: Schwebel (2005, p. 45).

Nesta investigação, dentre as cifras simétricas será explorada a cifra de substituição, na qual, a cifragem é feita pela substituição de cada letra por um número ou outra letra na língua utilizada. Assim, para criar uma cifra de substituição precisa-se estabelecer uma regra para cifrar e uma regra inversa para decifrar e é neste sentido que se utilizam as funções. As funções consistem na associação de dois elementos de maneira ordenada, sendo que a cifragem do texto corresponde à ida e a decifragem à volta, exigindo que as funções sejam bijetoras. (LOUREIRO, 2014).

A ideia de usar um tema para contextualizar funções está pautada

> [...] na dinâmica de contextualização/descontextualização que o aluno constrói conhecimento com significado, nisso se identificando com as situações que lhe são apresentadas, seja em seu contexto escolar, seja no exercício de sua plena cidadania. A contextualização não pode ser feita de maneira ingênua, visto que ela será fundamental para as aprendizagens a serem realizadas – o professor precisa antecipar os conteúdos que são objetos de aprendizagem. Em outras palavras, a contextualização aparece não como uma forma de "ilustrar" o enunciado de um problema, mas como uma maneira de dar sentido ao conhecimento matemático na escola. (BRASIL, 2006, p. 83).

Também os Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Médio da área de Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias (PCNEM) (BRASIL, 1999) apontam que a contextualização, bem como a interdisciplinaridade, é o critério central para o desenvolvimento de competências e habilidades, pois é o potencial de um tema possibilitar conexões entre diversos conceitos matemáticos ou a relevância cultural do tema referente a aplicações dentro ou fora da matemática, bem como a importância histórica dentro da própria ciência.

Ainda, Silva e Pires (2012) apontam que

> [...] não se pode ignorar que o conhecimento matemático, dito científico, ainda que não conduza a nenhuma prática imediata nem a uma transformação social, também deve ser valorizado e deve ter espaço garantido em um Currículo de Matemática que propõe a valorização de todo a espécie de saberes. A contextualização, neste caso, se justifica pela imensa gama de interconexões que podemos realizar ao ensinarmos que a Matemática é um campo de estudo com várias imbricações e não formada por compartimentos estanques. Sua história, valorizando aspectos culturais, sociais, políticos e econômicos, pode também conduzir a transformações, compreendendo que os conteúdos ensinados foram constituídos para um determinado fim e buscando um entendimento de qual seria este objetivo nos dias atuais. (p. 42).

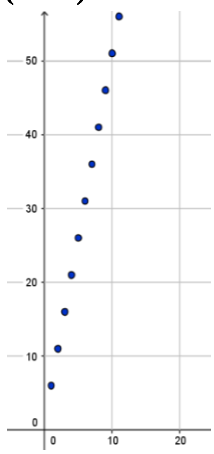
O critério para a escolha da criptografia para contextualizar o estudo das funções, além dos já mencionados, deve-se a importância desta ciência, tanto histórica como científica, que "não pode passar despercebida pelos currículos escolares, pois mostra de forma contextualizada, a forte ligação que há entre a história da humanidade e a evolução científica de nossa sociedade". (SANTOS, 2013, p.12).

2.3 REGISTROS DE REPRESENTAÇÃO SEMIÓTICA MOBILIZADOS NO OBJETO MATEMÁTICO FUNÇÃO

A teoria dos registros de representação semiótica, desenvolvida pelo psicólogo francês Raymond Duval, versa sobre as representações no ensino da matemática, que "tem sido cada vez mais utilizada quando as pesquisas concernem à aquisição de conhecimento, à organização de situações de aprendizagem" (DAMM, 2012, p. 167). Isto porque em matemática, toda a comunicação se estabelece com base em representações que podem expressar diferentes situações que, para o ensino precisam levar em consideração as diferentes formas de representação de um mesmo objeto matemático (DAMM, 2012).

Os PCNEM estabelecem como um dos objetivos "reconhecer representações equivalentes de um mesmo conceito, relacionando procedimentos associados às diferentes representações" (BRASIL, 1999, p. 42), para que o ensino da matemática possa resultar em aprendizagem real e significativa para os alunos. Na matemática é grande a variedade de representações semióticas: sistemas de numeração, figuras geométricas, escritas algébricas e formais, representações gráfica, língua natural. Desta forma, registro de representação designa os diferentes tipos de representações semióticas utilizados em matemática (DUVAL, 2003), que estão classificados no Quadro 3.

Quadro 3 – Função e seus diferentes registros mobilizáveis no objeto matemático.

<table>
<tr><th></th><th>Representação Discursiva</th><th>Representação Não Discursiva</th></tr>
<tr>
<td>REGISTROS MULTIFUNCIONAIS:
Os tratamentos não são algoritmizáveis.</td>
<td>Registro na Língua Natural (RLN)
Considere a figura [...] que, para cada letra do alfabeto, associa um número inteiro de 1 a 26 e codifique a mensagem “A vida é bela.”, utilizando o Código com Função Afim, sabendo que a função codificadora é $f(x) = 5x + 1$).).
<table>
<tr><td>A</td><td>B</td><td>C</td><td>D</td><td>E</td><td>F</td><td>G</td><td>H</td><td>I</td></tr>
<tr><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>5</td><td>6</td><td>7</td><td>8</td><td>9</td></tr>
<tr><td colspan="9"></td></tr>
<tr><td>J</td><td>K</td><td>L</td><td>M</td><td>N</td><td>O</td><td>P</td><td>Q</td><td>R</td></tr>
<tr><td>10</td><td>11</td><td>12</td><td>13</td><td>14</td><td>15</td><td>16</td><td>17</td><td>18</td></tr>
<tr><td colspan="9"></td></tr>
<tr><td>S</td><td>T</td><td>U</td><td>V</td><td>X</td><td>W</td><td>Y</td><td>Z</td><td></td></tr>
<tr><td>19</td><td>20</td><td>21</td><td>22</td><td>23</td><td>24</td><td>25</td><td>26</td><td></td></tr>
</table>
</td>
<td>Registro Figural (RFg)
Nesse caso específico, as representações não foram contempladas.</td>
</tr>
<tr>
<td rowspan="4">REGISTROS MONOFUNCIONAIS:
Os tratamentos são principalmente algoritmos</td>
<td>Registro Tabular (RTb)
<table>
<tr><th>Letra</th><th>Código</th></tr>
<tr><td>1</td><td>6</td></tr>
<tr><td>2</td><td>11</td></tr>
<tr><td>3</td><td>16</td></tr>
<tr><td>...</td><td>...</td></tr>
<tr><td>26</td><td>131</td></tr>
</table>
</td>
<td rowspan="4">Registro Gráfico (RGr)

</td>
</tr>
<tr><td>Registro Simbólico (RSb)
$\{(1,6), (2,11), (3,16), \ldots, (26,131)\}$</td></tr>
<tr><td>Registro Algébrico (RAl)
$f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$
$x \to y = ax + b$
$f(x) = 5x + 1$</td></tr>
<tr><td>Registro Numérico (RNm)
$6 = 5.1 + 1$
$11 = 5.2 + 1$
$16 = 5.3 + 1$
...
$131 = 5.26 + 1$</td></tr>
</table>

Fonte: Adaptação a partir de Duval (2003).

No Quadro 3, tem-se uma função representada de diferentes formas: língua natural, algébrica, gráfica, simbólica e tabular, ou seja, essa classificação aborda as transformações de registros de representação do objeto matemático função, objeto enfatizado nessa pesquisa. Desse modo, o aluno precisa saber resolver uma atividade envolvendo função na representação algébrica ou em outra representação (*semiósis*) não garante que o mesmo compreenda o conceito de função (*noésis*), pela necessidade de haver articulação de ao menos dois registros de representação distintos.

Para Duval (2009) a mobilização simultânea de pelo menos dois registros de representação ao mesmo tempo, ou a possibilidade de fazer a troca a todo o momento de registros de representação é o que propicia a originalidade da atividade matemática. No entanto, tal coordenação não é adquirida naturalmente pelo estudante durante o processo de ensino e aprendizagem, cabendo, então, ações que possam articular os diferentes registros de um mesmo objeto.

> A apreensão conceitual dos objetos matemáticos somente será possível com a coordenação, pelo sujeito que apreende, de vários registros de representação. Ou seja, quanto maior for a mobilidade com *registros de representação diferentes* do mesmo objeto matemático, maior será a possibilidade de apreensão desse objeto. (DAMM, 2012, p. 177, grifo do autor).

Embora, na resolução de atividades possa parecer mais frequentemente algum registro, é possível e, se faz necessário, que haja a transição de um registro para outro. Assim, existem dois tipos de transformações de representações semióticas que são completamente diferentes e que são fundamentais para análise de atividades matemáticas, na perspectiva de ensino e aprendizagem: os tratamentos e as conversões.

> • Os tratamentos são transformações de representações dentro de um mesmo registro: por exemplo, efetuar um cálculo ficando estritamente no mesmo sistema de escrita ou de representação dos números; resolver uma equação ou sistema de equações; completar uma figura segundo critérios de conexidade e de simetria. • As conversões são transformações de representações que consistem em mudar de registro conservando os mesmos objetos denotados: por exemplo, passar da escrita algébrica de uma equação à sua representação gráfica. (DUVAL, 2003, p. 16).

Pode-se fazer uma relação das transformações de representações com o Quadro 3. Por exemplo, as conversões podem ser notadas a partir da atividade dada em representação na língua natural/tabular/algébrica e que pode ser convertida para a representação gráfica por meio da identificação das variáveis visuais pertinentes entre o registro algébrico para o gráfico. Já o tratamento seria o desenvolvimento da atividade estritamente em um único registro como por exemplo o numérico.

Para o pesquisador, do ponto de vista matemático, a conversão interfere somente na escolha do registro no qual os tratamentos a serem efetuados são mais econômicos, mais potentes, ou na obtenção de um segundo registro que serve de suporte ou de guia aos tratamentos que se efetuam em outro registro. Do ponto de vista cognitivo é a conversão que "conduz aos mecanismos subjacentes à compreensão" (DUVAL, 2003, p. 16). Este tipo de transformação confronta os fenômenos de não congruência, pois os alunos não reconhecem o mesmo objeto através de duas diferentes representações, ou seja, existe um "enclausuramento" de registro que limita, consideravelmente no aluno, a capacidade de compreensão e aprendizagem (DUVAL, 2003).

Embora se considere que "converter a representação de um objeto de um registro a outro, uma operação simples e local" (DUVAL, 2003, p. 16), reduzindo a uma codificação[5] em que são aplicadas regras de correspondência é importante observar que:

> [...] por trás da aplicação de uma regra de codificação para passar de uma equação a um gráfico cartesiano, a necessária articulação entre as variáveis cognitivas que são específicas do funcionamento de cada um dos dois registros. Pois são essas variáveis que permitem determinar quais as unidades de significado pertinentes, que devem ser levadas em consideração, em cada um dos dois registros. (DUVAL, 2003, p. 17).

Ainda, esta questão é diferenciada quando são utilizados dois registros monofuncionais e é mais complexa quando se tem em questão um registro multifuncional. Assim, para trabalhar a conversão, é necessário que o estudante saiba transitar entre os diversos tipos de registros (DUVAL, 2009). Isso porque para a compreensão da matemática é importante distinguir a representação do objeto matemático tratado (DAMM, 2012), logo que toda confusão entre o objeto e sua representação provoca, com o decorrer do tempo, uma perda de compreensão (DUVAL, 2009).

> Ora, na matemática, diferentemente dos outros domínios de conhecimento científico, os objetos matemáticos não são jamais acessíveis perceptivelmente ou instrumentalmente (microscópio, telescópio, aparelhos de medida etc.) *O acesso aos objetos matemáticos passa necessariamente por representações semióticas.* (DUVAL, 2003, p. 21, grifo do autor).

[5] O termo codificação presente na teoria dos registros de representação semiótica difere do que é apresentado ao se falar da criptografia, como foi mostrado no item 1.2 As funções a partir do contexto da criptografia.

Os objetos matemáticos necessitam de uma mediação para se tornarem acessíveis ao sujeito por serem objetos abstratos. Dessa forma, é necessária a utilização de representações algébricas, diagramas, esquemas, entre outras, sendo que "*o conteúdo de uma representação depende mais do registro de representação do que do objeto representado*" (DUVAL et al., 1999, p. 40 apud DUVAL, 2003, p. 22, grifo do autor), referente a isto está o fato de que dois registros de representação diferentes de um mesmo objeto matemático não têm o mesmo conteúdo.

Diante disto observa-se que para haver compreensão matemática é necessário dispor de pelo menos dois registros de representação diferentes, para que não se confunda o conteúdo com o objeto a ser representado. O trabalho com diversas formas de representação semiótica, como se pretende desenvolver nesta pesquisa, pode proporcionar aos sujeitos habilidades na utilização desses registros e facilitar o desenvolvimento do raciocínio.

Para o desenvolvimento da sequência de atividades pretende-se trabalhar com as funções afim, quadrática e exponencial, de forma a tratar das funções inversas, princípio fundamental do método criptográfico. Além do tópico de função inversa, há a necessicidade de ser abordado o conceito e condição para ser bijetora, permitindo que a mesma seja inversível.

Porém, o ponto central deste trabalho envolve a caracterização das funções: afim, quadrática e exponencial. Para uma função afim $f(x) = ax + b$, esta e vice-versa. O semelhante ocorre com a função quadrática que transforma uma progressão aritmética em outra progressão aritmética de segunda ordem e a função exponencial que transforma uma progressão aritmética em uma progressão geométrica. (LIMA et al., 2006).).

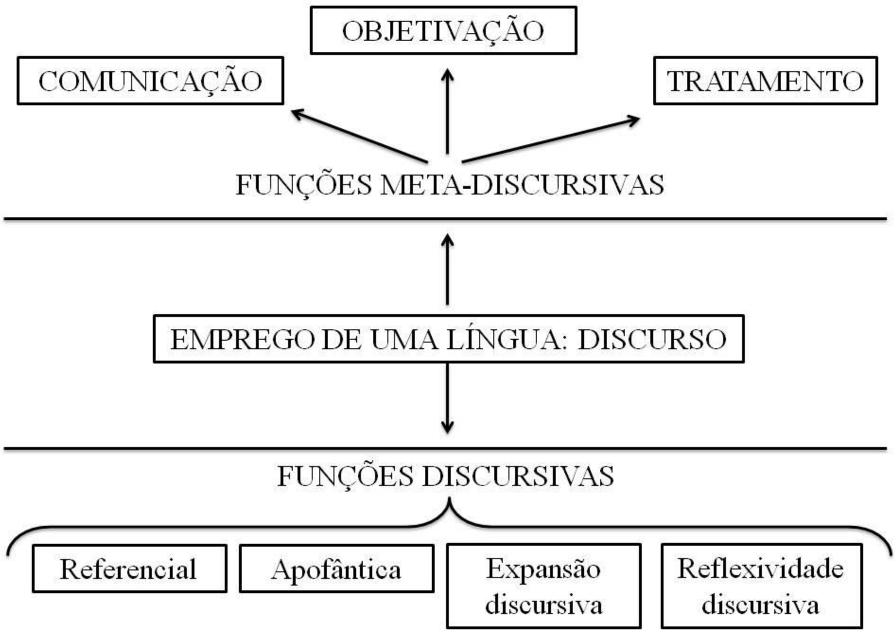
Vale destacar que, geralmente, as referências básicas e complementares dos componentes curriculares que discutem conceitos referentes à caracterização das funções explicitam relações entre essas e as progressões, como por exemplo, o componente curricular MTM 1044 – Matemática Elementar, do Curso de Licenciatura em Matemática da UFSM, que tem por referência Lima et al. (2006) que dedica parte do capítulo de cada uma das funções afim, quadrática e exponencial, para apresentar definições, exemplos e demonstrações acerca do teorema de caracterização.

Porém, esse encaminhamento não é exclusividade do Ensino Superior, pois Dante (2005) no livro de Matemática: volume único para o Ensino Médio traz primeiramente a relação entre funções e sequências, para posteriormente abordar a associação entre as funções e as progressões. Dessa forma, percebe-se que tais propriedades precisam ser discutidas e demonstradas nos cursos de Licenciatura em Matemática, pois são fundamentais para que o aluno consiga integrar conteúdos que parecem segmentados.

2.4 ANÁLISE DISCURSIVA DAS REPRESENTAÇÕES SEMIÓTICAS

Na teoria dos registros de representação semiótica são apresentadas as funções do discurso, cujas ideias são importantes para a análise discursiva das atividades. Para Duval (1995, p. 89 apud BRANDT; MORETTI; BASSOI, 2014) o emprego de uma língua se vale de dois grupos de funções: o primeiro que é o das funções discursivas, que é um grupo próprio e reúne estas funções e o segundo que trata das funções meta-discursivas, que é comum a qualquer sistema de representação e que podem ser observados na Figura 5.

Figura 5 – Esquema das funções meta-discursivas e funções discursivas segundo Raymond Duval.



Fonte: Adaptado de Duval (2004) e Dionizio (2013).

O grupo das funções meta-discursivas se caracteriza por: comunicação, tratamento e objetivação, condições necessárias para qualquer sistema semiótico de representação. A comunicação é fundamental, pois “a informação precisa transitar de um subsistema a outro, ou mesmo circular no interior de um espaço social” (DIONIZIO, 2013, p. 31).

Já o tratamento refere-se às operações que podem ser realizadas no interior do registro:

> Por exemplo, quando alguém, em uma conversa, com o intuito de deixar claro alguma coisa, diz a frase “em outras palavras”, seguida de uma nova oração, esta pessoa se vale de um recurso da língua para dizer “a mesma coisa”, mas com outros termos e outras possibilidades que a língua também lhe oferece. A criação de novos registros em matemática tem, na possibilidade de tratamento, um de seus elementos motivadores: o sistema decimal de numeração é um exemplo importante, basta compará-lo com o sistema romano de numeração, em que os tratamentos são extremamente custosos. (BRANDT; MORETTI; BASSOI, 2014, p. 481).

Já, a objetivação diz respeito à “possibilidade do sujeito de se conscientizar de algo de que ele não tinha consciência, enquanto um trabalho de exteriorização ainda não havia sido acabado” (BRANDT; MORETTI; BASSOI, 2014, p. 481). Ou seja, é o controle que o sujeito pode ter de suas atividades e voltado para si.

Entretanto Brandt, Moretti e Bassoi (2014) apontam que um sistema semiótico, além de cumprir as funções meta-discursivas, deve preencher todas as funções do segundo plano, que são as funções discursivas, ou seja:

> [...] ele deve ser capaz de:
> - poder designar objetos ([...] **Função referencial**);
> - dizer algo dos objetos assim designados sob a forma de uma proposição ([...] **Função apofântica**);
> - marcar o valor, o modo ou estatuto de uma expressão ([...] **Função de reflexividade**);
> - religar uma proposição a outra de forma coerente ([...] **Função de expansão discursiva**). (p. 481, grifo do autor).

A função referencial, primeira função de uma língua permite a designação de objetos. É essa função que mobiliza um complexo jogo de operações discursivas, que são: designação pura, categorização simples, determinação e descrição.

Já, uma unidade apofântica segundo Brandt, Moretti e Bassoi pode ser vista pelo seu conteúdo ou estatuto:

> [...] o conteúdo diz respeito aos diferentes aspectos pelos quais ela pode ser considerada (materialidade dos signos que permite distinguir um do outro, afora as significações e associações de suas expressões), enquanto que o estatuto refere-se ao papel que ela preenche na organização global do discurso – hipóteses dadas, premissa, regra, conclusão intermediária, conclusão final. (2014, p. 482).

A função de expansão discursiva permite “vincular a proposição enunciada com outras em um todo coerente”. (DUVAL, 2004, p. 89). Além disso, é importante porque permite ao interlocutor fazer inferências, no que estava implícito no discurso, tornando-o explícito. Isso significa que “o discurso diz mais do que parece dizer, e isso ocorre por meio das operações discursivas” (BRANDT; MORETTI, BASSOI, 2014, p. 483). Essas operações ocorrem conforme a progressão do discurso, que podem ser de duas formas: a primeira caracterizada como lógica e a segunda, por ser mais espontânea caracterizada como natural.

A reflexividade discursiva tem a função de “observar o valor, o modo e status concedido para uma expressão por parte de quem a enuncia” (DUVAL, 2004, p. 89). Duval ainda esclarece que:

> Uma língua também deve permitir situar um enunciado em relação a outros enunciados, segundo o empenho que o locutor põe no que enuncia ou incluso na relação que quer estabelecer com o interlocutor. Isto quer dizer que uma língua deve permitir explicitar um enunciado da mesma maneira como o locutor emprega a língua para dizer o que quer dizer. [...] Mas na verdade, não é só em relação com as situações de comunicação social que são importantes as marcas que explicitam a enunciação; também são as relações com as formas de discurso com finalidades estritamente científicas. É por esta razão pela qual nós preferimos falar desta função como função reflexividade. (2004, p. 121).

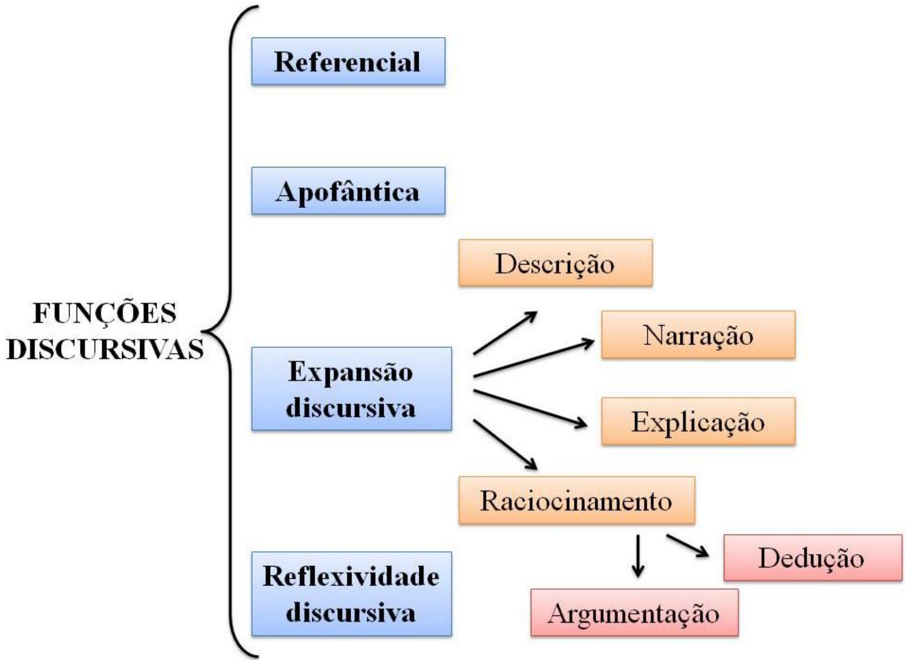
Dentre estas quatro funções discursivas[6] (referencial, apofântica, expansão discursiva e reflexividade discursiva), para Duval (2004) a função de expansão discursiva é considerada mais importante por permitir a articulação entre enunciados completos em unidades coerentes de narração, descrição, explicação ou raciocinamento. Ainda, Duval afirma que, uma língua precisa vincular enunciados diferentes referentes a um mesmo tema, de maneira a explicar melhor o assunto, mas sem ser redundante. Nesse sentido, essa pesquisa visa explorar a análise da função de expansão discursiva e, por esse motivo, descrever-se-á sobre as operações discursivas dessa função.

Referente às operações da função de expansão discursiva, Duval (2004) aponta que para determiná-las é preciso partir dos modos de como o discurso progride, que pode ser lógico (por substituição) ou natural (por acumulação), por ser mais espontâneo. As operações da expansão discursiva são: narração, descrição, explicação e raciocinamento, conforme a Figura 6.

---

[6] Para maiores informações sobre as funções discursivas sugere-se:
BRANDT, C. F.; MORETTI, M. T. O cenário da Pesquisa no Campo da Educação Matemática à Luz da Teoria dos Registros de Representação Semiótica. **Perspectivas da Educação Matemática**, Campo Grande, v. 7, n. 13, p. 22-37, 2014. Disponível em: <http://revistas.pucsp.br/index.php/emp/article/viewFile/19476/pdf>.
DUVAL, R. **Semiosis y Pensamiento Humano:** registros semióticos y aprendizajes intelectuales. Santiago de Cali: Peter Lang, 2004.

Figura 6 – Esquema das operações discursivas da função de expansão discursiva segundo Raymond Duval.



Fonte: Adaptado de Duval (2004) e Dionizio (2013).

Ainda, de acordo com Duval (2004) o discurso que se restringe apenas à produção de inferências, apresenta a progressão de proposições por meio da substituição de novas inferências sobre proposições anteriores, isso significa que:

> [...] uma expansão discursiva por inferência funciona por substituição, como em um cálculo. Compreender um discurso desenvolvido nesta modalidade de expansão requer, então, que cada vez que se perceba a aplicação da regra, e se saiba o pque é indicado explicitamente ou o que permanece implícito. (2004, p. 114, tradução nossa).

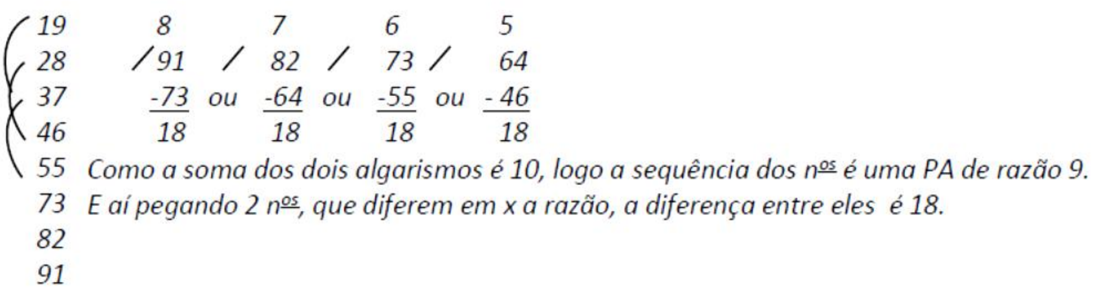
Dentre as diferentes formas de raciocinamento, o esquema adaptado a partir de Duval (2004) e Dionizio (2013) aponta a existência da dedução e argumentação. Para Duval (2004) o raciocinamento dedutivo consiste nas formas de raciocinamento para a demonstração na matemática. Já a argumentação é a forma de raciocinamento mais adaptada das situações abertas de discussão ou de investigação.

Porém, não é dessa forma que ocorre a progressão em um narração, uma descrição ou mesmo uma explicação. Nesses casos, as frases são adicionadas umas as outras, dado que o discurso, gradualmente, determina objetos, sendo que a expansão do discurso que acontece é pela acumulação de recursos e novas informações. Desse modo “compreender um discurso desenvolvido nesta modalidade de expansão requer uma apreensão sinóptica de todas as sentenças e todas as relações entre elas. (DUVAL, 2004, p. 114).

Para as soluções das atividades propostas, em forma de discurso (linguagem natural, algébrica ou numérica) pretende-se a análise em relação às operações da função de expansão discursiva. Esse procedimento de análise possibilita a “compreensão dos textos em relação ao que estava explícito ou não, exigindo dos pesquisadores inferências apoiadas na mobilização de conhecimentos referente ao tema”. (BRANDT; MORETTI; BASSOI, 2014, p. 487).

Ainda os autores supracitados procuraram identificar as diferenças de discurso na resolução de problemas matemáticos. Como exemplo toma-se o seguinte problema que foi analisado sob a ótica da expansão discursiva: *“Estou pensando em dois números de dois algarismos. A soma dos algarismos de cada um é 10 e a diferença entre os números é 18. Quais são os números? Justifique sua solução e escreva como a obteve”.* (BRANDT; MORETTI; BASSOI, 2014, p. 486, grifo nosso). Esta atividade foi resolvida por um aluno do ensino superior, conforme a Figura 7.

Figura 7 – Exemplo que evidencia a operação cognitiva de expansão discursiva.



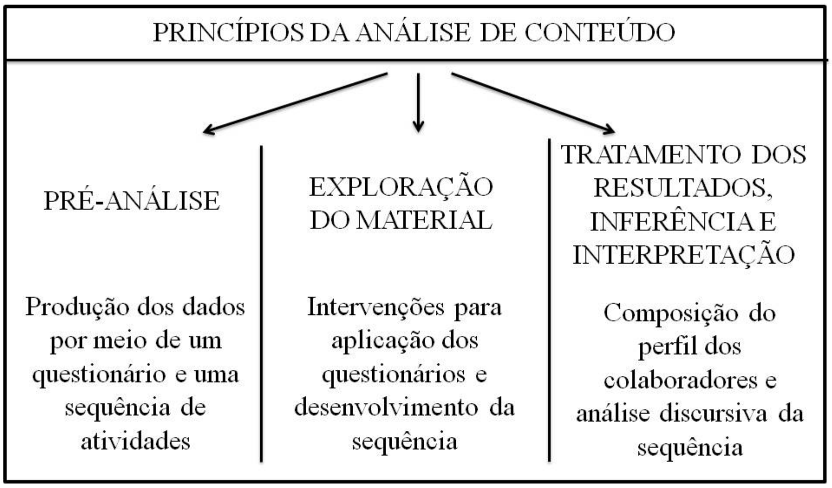
Fonte: Brandt, Moretti e Bassoi (2014, p. 489).

A explicação do aluno quando o mesmo apontou a existência de uma progressão aritmética com a sequência dos números formados, revelou aos pesquisadores que os registros apresentados evidenciaram a operação cognitiva de expansão discursiva. Segundo os mesmos, esta descoberta ocorreu por acúmulo das informações que a sequência proporcionou, permitindo ao aluno obter a solução do problema (BRANDT; MORETT; BASSOI, 2014). Nesse âmbito, a sequência de atividades proposta nesta pesquisa visa propiciar dados para que os licenciandos possam obter conclusões acerca das caracterizações das funções.

3 PRODUÇÃO E SISTEMATIZAÇÃO DOS DADOS

A pesquisa se dará observando a abordagem qualitativa embasado em Lüdke e André (1986), com análise detalhada dos dados, na qual a preocupação se dá mais com o processo do que com os resultados. Cabe pontuar que tal investigação será desenvolvida observando princípios da análise de conteúdo de Bardin (2011). Essa análise organiza-se em torno de três fases cronológicas: a pré-análise, a exploração do material e o tratamento dos resultados, inferência e interpretação e nesta pesquisa as ações de cada fase podem ser observadas no esquema do Quadro 4.

Quadro 4 – Esquema das fases cronológicas da pesquisa.



Fonte: Autora.

Nesse capítulo, será descrito em detalhes as duas primeiras fases da análise de conteúdo: a pré-análise e a exploração do material. Já, o capítulo 3, versará sobre a última fase, tratamento dos resultados, inferência e interpretação.

3.1 1ª FASE: PRÉ-ANÁLISE

A pré-análise diz respeito à organização propriamente dita, que teve por objetivo “tornar operacionais e sistematizar as ideias iniciais, de maneira a conduzir a um esquema preciso do desenvolvimento das operações sucessivas”, ainda foi realizada a “escolha dos documentos a serem submetidos à análise, à formulação das hipóteses e dos objetivos e à elaboração dos indicadores que fundamentam a interpretação final”. (BARDIN, 2011, p. 125), que se refere a Autorização Institucional (Apêndice A) para poder realizar a pesquisa e à organização dos instrumentos de produção de dados, que, nesse caso, consistiu em contatar o professor e os acadêmicos matriculados no componente curricular MTM1062 – Educação Matemática II para exposição do projeto e verificação da disponibilidade de participação voluntária na pesquisa.

A produção dos dados desenvolveu-se por meio de questionário semi-estruturado (LÜDKE; ANDRÉ, 1986) e uma sequência de atividades. O questionário tinha por finalidade estabelecer o perfil dos sujeitos da pesquisa que são os licenciandos em Matemática diurno da UFSM que estavam cursando o componente curricular MTM1062 – Educação Matemática II no primeiro semestre de 2016 que possui 90 (noventa) horas-aula de carga horária na grade curricular do curso.

A primeira parte do questionário semi-estruturado (Quadro 5) referiu-se a questões pessoais tais como: gênero, idade, estado civil, se exerce atividade remunerada, entre outros. Além disso, enfatizou perguntas relacionadas à formação escolar dos licenciandos, ou seja, sobre como foi realizada a Educação Básica: modalidade, se em escola pública ou particular, período de duração, etc.

Quadro 5 – Primeira parte do questionário semi-estruturado.

UM POUCO SOBRE VOCÊ Idade: __________
Gênero: ☐ Masculino ☐ Feminino Estado civil: ☐ Solteiro ☐ Casado ☐ Divorciado ☐ Outro
Tem filhos? ☐ Sim ☐ Não Quantos? ________________
Tem alguma atividade remunerada (incluindo projetos de ensino, pesquisa e extensão)? ☐ Sim ☐ Não
Em caso afirmativo há quantos anos você tem atividade remunerada?______________________________
UM POUCO DA SUA FORMAÇÃO ESCOLAR
Ensino Médio: Maior parte do tempo realizado em escola: ☐ Pública ☐ Particular
Se você estudou em escola pública, identifique o tipo de escola: ☐ Federal ☐ Estadual ☐ Municipal
Ano de início: __________ Ano de conclusão: ____________ Cidade: ____________________________
Modalidade: ☐ Regular ☐ Exames Supletivos ☐ E.J.A. ☐ Magistério/Normal ☐ Técnico em: ______________
☐ Outro. Qual? ____
Ensino Fundamental: Maior parte do tempo realizado em escola: ☐ Pública ☐ Particular
Se você estudou em escola pública, identifique o tipo de escola: ☐ Federal ☐ Estadual ☐ Municipal
Ano de início: __________ Ano de conclusão: ____________ Cidade: ____________________________
Modalidade: ☐ Regular ☐ Exames Supletivos ☐ E.J.A. ☐ Outro. Qual? ____________________________

Fonte: Autora.

Já a segunda parte do questionário (Quadro 6) diz respeito à formação acadêmica dos licenciandos para, entre outros aspectos, coletar informações sobre o ano de ingresso e previsão de término do curso, alguns componentes curriculares específicos, que ao observar a ementa do Curso de Matemática Licenciatura diurno da UFSM poderiam subsidiar os licenciandos no desenvolvimento da sequência.

Os componentes curriculares MTM1046 – Recursos Tecnológicos no Ensino de Matemática I e MTM 1060 – Recursos Tecnológicos no Ensino de Matemática II estão presentes no questionário, pois como possuem o trabalho com *softwares* educativos poderiam propiciar melhor manipulação do GeoGebra; MTM1061 – Educação Matemática I que trabalha com a elaboração de projetos com situações didáticas contextualizadas para o Ensino Fundamental; MTM1044 – Matemática Elementar que busca que os licenciando compreendam os conceitos básicos relacionados as funções; MTM1048 – Matemática Discreta que possui no programa da disciplina o estudo das progressões aritméticas e geométricas; já a MTM1051 – Aritmética apresenta noções de criptografia que, embora não seja o utilizado nessa pesquisa, pode propiciar o entendimento de como funciona os métodos criptográficos. É importante destacar dentre esses, que todos os licenciandos devem ter cursado Educação Matemática I, logo que é pré-requisito para Educação Matemática II e a aplicação da pesquisa deu-se nesse componente (UFSM, 2013).

Quadro 6 – Segunda parte do questionário semi-estruturado.

UM POUCO SOBRE VOCÊ NO CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA NA UFSM
Turno: □ Diurno □ Noturno
Ingressou no ano de: _______________ no □ 1º Semestre □ 2º Semestre
Tem previsão de concluir o curso no ano de: _______________ no □ 1º Semestre □ 2º Semestre
UM POUCO SOBRE AS DISCIPLINAS QUE VOCÊ JÁ CURSOU NO CURSO DE MATEMÁTICA
Você já cursou ou recebeu aproveitamento nas disciplinas:
-Recursos Tecnol. no Ens. de Mat.. I (MTM1046)? □Não □Sim. No ano de _____no □ 1º Sem. □ 2º Sem.
-Recursos Tecnol. no Ens. de Mat. II (MTM1060)? □Não □Sim. No ano de ____no □ 1º Sem. □ 2º Sem.
-Educação Matemática I (MTM 1061)? □ Não □ Sim . No ano de ___________no □ 1º Sem. □ 2º Sem.
-Matemática Elementar (MTM 1044)? □ Não □ Sim . No ano de __________no □ 1º Sem. □ 2º Sem.
-Matemática Discreta (MTM 1048)? □ Não □ Sim . No ano de _________no □ 1º Sem. □ 2º Sem.
-Aritmética (MTM 1051)? □ Não □ Sim . No ano de _________no □ 1º Sem. □ 2º Sem.
Na maior parte do tempo, com quem você estuda para as disciplinas que você cursa na graduação em Matemática: □ Individualmente □ Em grupo. Com quem?______________________________________
Na maior parte do tempo, como você estuda para as disciplinas que você cursa na graduação em Matemática:
( ) Resolvendo somente as atividades/listas/exercícios disponibilizados pelos professores.
( ) Resolvendo listas dadas pelo professor e outras atividades além das contidas nas listas.
( ) Assistindo vídeos na internet.
( ) Sanando dúvidas com monitores e professores.
( ) De outro modo. Qual?____

Fonte: Autora.

A terceira e última parte do questionário (Quadro 7) tinha por propósito questões acerca dos componentes que mais poderiam contribuir para o desenvolvimento da sequência: Matemática Elementar e Matemática Discreta. Nesse viés, procurou-se saber dentre os acadêmicos que já haviam cursado tais componentes, se tinham sido aprovados nos mesmos e quais os materiais utilizados para estudos.

Quadro 7 – Terceira parte do questionário semi-estruturado.

UM POUCO SOBRE SUA EXPERIÊNCIA NA DISCIPLINA DE MATEMÁTICA ELEMENTAR (MTM 1044)

Você foi aprovado em Matemática Elementar? (   ) Não (   ) Sim. Em que ano/semestre?___________

Caso você tenha cursado Matemática Elementar e tenha sido reprovado informe o ano e o período em que isso ocorreu:

Ano/período________________ Ano/período__________________ Ano/período___________________

Ano/período________________ Ano/período__________________ Ano/período___________________

Qual o material que você usou para estudar Matemática Elementar *(OBS: se necessário marque mais de uma alternativa)*?

(   ) Livros. Qual(is)? □ Lima □ Carneiro □ Guidorizzi □Outro(s).

Qual(is):____

(   ) Caderno com as anotações da aula.

(   ) Apostilas e materiais didáticos que obteve na internet.

(   ) Vídeos publicados na internet?

(   ) Outros. Quais?____

(   ) Combinação dos itens anteriores. Quais itens? ______________________________ **Quais conteúdos Você iniciou a disciplina de Matemática Elementar sem compreender muito bem? *(OBS: Pode marcar mais de uma alternativa)***

	Definição, domínio, conjunto imagem e gráfico.
	Operações com funções (adição, multiplicação, divisão e composição)
	Função injetora, sobrejetora e inversa.
	Função Polinomial do 1º Grau
	Função Polinomial do 2º Grau
	Função Exponencial
	Função Logarítmica

UM POUCO SOBRE SUA EXPERIÊNCIA EM MATEMÁTICA DISCRETA (MTM 1048)

Você foi aprovado em Matemática Discreta? (   ) Não (   ) Sim. Em que ano/semestre?___________

Caso você tenha cursado Matemática Discreta e tenha sido reprovado informe o ano e o período:

Ano/período__________________ Ano/período__________________ Ano/período_________________

Ano/período__________________ Ano/período_________________ Ano/período__________________

Qual o material que você usou para estudar Matemática Discreta *(Pode marcar mais de uma alternativa)*?

(   ) Livros. Qual(is)?

□ Lima □ Morgado □ Santos □ Scheinerman □ Morgado, Wagner e Zani □Outro(s). Qual(is):__________

(   ) Caderno com as anotações da aula.

(   ) Apostilas e materiais didáticos que obteve na internet.

(   ) Vídeos publicados na internet?

(   ) Outros. Quais?____

(   ) Combinação dos itens anteriores. Quais itens? ______________________________

Fonte: Autora.

A sequência de atividades teve por intuito trabalhar com o objeto matemático função, enfatizando as funções afim, quadrática e exponencial. Além do tópico de função inversa, houve a necessidade de ser abordado o conceito e condição para ser bijetora, uma vez que é esta a condição que permite que a mesma seja inversível.

Ainda, essa sequência envolveu a caracterização das funções afim, quadrática e exponencial. A importância se dá, por ser uma propriedade da função. Uma função afim do tipo $f(x) = ax + b$ sforma uma progressão aritmética no domínio em outra progressão aritmética na imagem. O semelhante ocorre com a função quadrática que transforma uma progressão aritmética no domínio transforma uma progressão aritmética de segunda ordem na imagem e a função exponencial que transforma uma progressão aritmética em uma progressão geométrica (LIMA et al., 2006).LIMA et al., 2006).

Para tanto, a sequência foi dividida em 5 atividades: a atividade 1 foi constituída com 13 itens, a atividade 2 com 6 itens, a terceira atividade foi composta por 9 itens, a atividade 4 por 7 itens e, finalmente, a atividade 5 que foi instituída com 6 itens.

A primeira atividade consistiu em questões que procurassem levar aos licenciandos a compreender o funcionamento da cifra de substituição utilizando uma função com chave codificadora. Bem como, a necessidade da função cifradora possuir inversa, para desse modo, abordar a inversa da função afim. Referente às mobilizações dos registros de representação semiótica, procurou-se articular diferentes registros de partida: língua natural, algébrico, tabular e gráfico para obter indícios de expansão discursiva e a mobilização de diferentes registros de chegada.

Quadro 8 – Atividade sobre a inversa da função afim.

Atividade 1 – Criptografando

Utilize a cifra de substituição para enviar uma senha do Moodle (6 caracteres) para um colega que precise acessar o ambiente. Para tanto considere a função cifradora $f(x) = 3x - 2$ e a correspondência de letras do alfabeto e números conforme a tabela abaixo:

A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R
01	02	03	04	05	06	07	08	09	10	11	12	13	14	15	16	17	18

S	T	U	V	X	W	Y	Z	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36

1) Escreva a senha com 6 caracteres envolvendo pelo menos uma letra e um algarismo.
2) Codifique a senha utilizando a função cifradora $f(x) = 3x - 2$.
3) Escreva a senha codificada.
4) No quadro abaixo escreva novamente a senha codificada pois seu colega irá recebê-la e decodificá-la:

Fonte: Autora.

Quadro 8 – Atividade sobre a inversa da função afim.

(conclusão)

5) Registre a senha que você recebeu.
6) Decodifique a senha lembrando que foi utilizada a função cifradora $f(x) = 3x - 2$ e a correspondência abaixo:

A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R
01	02	03	04	05	06	07	08	09	10	11	12	13	14	15	16	17	18

S	T	U	V	X	W	Y	Z	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36

7) Escreva a senha decodificada.
8) Qual foi a estratégia que você utilizou para decodificar a senha recebida? Detalhe com pelo menos um exemplo.
9) É possível estabelecer uma expressão algébrica para decodificar a senha utilizando a função cifradora $f(x) = 3x - 2$? Em caso afirmativo, qual?
10) A função $g(x) = \frac{x+2}{3}$ poderia ser tomada como uma expressão algébrica que decodifica as senhas obtidas pela função cifradora $f(x) = 3x - 2$?
11) Analise o arquivo "Geo1.ggb" e explique o que você observou sobre a representação gráfica da $f(x) = 3x - 2$ e de $g(x) = \frac{x+2}{3}$ e sobre como essas representações algébricas estão relacionadas com o processo de codificar e decodificar?
Obs: Você pode esboçar e utilizar $h(x) = x$ em seus argumentos.
12) O domínio da função cifradora $f(x) = 3x - 2$ é limitado inferiormente? É limitado superiormente? Justifique suas respostas identificando o intervalo.
13) O domínio da função cifradora $f(x) = 3x - 2$ é contínuo? Por quê?

Fonte: Autora.

A segunda atividade denominada "*Explorando Gráficos de Funções Cifradoras*" (Quadro 9) foi constituída com o intuito de explorar a inversa das funções quadrática e exponencial. Além disso, desenvolvê-las era imprescindível para a compreensão do processo criptográfico, uma vez que para a função ser cifradora é necessário que a mesma possua inversa, caso contrário, precisa-se estabelecer uma restrição no domínio. Ainda sobre as diferentes representações buscou-se articular registro na língua natural, algébrico, gráfico e simbólico no decorrer da atividade, para que, dessa forma, os licenciandos tecessem justificativas utilizando aspectos numéricos, algébricos e gráficos para subsidiar a análise discursiva.

Quadro 9 – Atividade sobre a inversa das funções quadrática e exponencial.

Atividade 2 – Explorando Gráficos de Funções Cifradoras

1) Analise a Janela de Visualização do arquivo "Geo2.ggb". Se restringíssemos o domínio da função quadrática $f(x) = x^2 - 8x + 17$ de modo a torná-lo discreto, com variação de uma unidade, a partir do 1 essa função

Fonte: Autora.

Quadro 9 – Atividade sobre a inversa das funções quadrática e exponencial.

(conclusão)

seria uma função cifradora? Justifique sua resposta.
a) numéricos;
b) algébricos;
c) gráficos.
2) Agora analise a Janela de Visualização 2 do arquivo “Geo2.ggb”. Se aplicássemos uma restrição no domínio da função exponencial $f(x) = 2^x - 7$ tomando como domínio $D(f) = \{x \in \mathbb{Z}/x \geq 1\}$ ela poderia ser tomada como função cifradora? Justifique sua resposta.
a) numéricos;
b) algébricos;
c) gráficos.

Fonte: Autora.

A Atividade 3 (Quadro 10) foi estabelecida para que a partir das regularidades observadas, os licenciandos pudessem compreender a caracterização da função afim e, ao término da atividade, enunciar o teorema de caracterização. De outro modo, esperava-se que pudessem perceber que quando uma função do tipo $f(x) = ax + b$ possui uma progressão aritmética no domínio, a mesma transforma a imagem em outra progressão aritmética. Quanto aos registros de representação, procurou-se constituir a atividade buscando articular nos enunciados registros: na língua natural, tabulares, algébricos e gráficos, de modo que, propiciassem a mobilização da expansão discursiva.

Quadro 10 – Atividade sobre a caracterização da função afim.

Atividade 3 – Buscando regularidades

1) Para codificar sua senha pela cifra de substituição inicialmente você utilizou a correspondência de letras e números conforme as duas primeiras linhas da tabela. Ao aplicar a função cifradora $f(x) = 3x - 2$ cada caractere foi codificado conforme a terceira linha.

Analise, e se considerar necessário preencha, algumas células da tabela abaixo a fim de identificar regularidades na segunda e na terceira linha da tabela. Justifique sua resposta.

A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R
01	02	03	04	05	06	07	08	09	10	11	12	13	14	15	16	17	18
01	04	07															

S	T	U	V	X	W	Y	Z	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36

2) Agora varie a correspondência de 1 (uma) unidade para 2 (duas) unidades e exponha pelo menos 6 (seis) colunas da tabela considerando a função cifradora $f(x) = 3x - 2$.

A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R
01	03	05															

Fonte: Autora.

Quadro 10 – Atividade sobre a caracterização da função afim.

(conclusão)

S	T	U	V	X	W	Y	Z	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

2-a) As constatações que você obteve na atividade 1 foram identificadas novamente? Justifique sua resposta.
3) Analise os dados dispostos no arquivo "Geo3.ggb". Você pode associar esse gráfico com a função cifradora $f(x) = 3x - 2$? Por quê?
4) Represente o domínio e a imagem da representação gráfica exposta no arquivo "Geo3.ggb".
5) Você identifica que o gráfico da função cifradora exposto no arquivo "Geo3.ggb" tem, respectivamente, como domínio e imagem os valores da segunda e terceira linha da tabela abaixo? Justifique sua resposta:

A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R
01	02	03	04	05	06	07	08	09	10	11	12	13	14	15	16	17	18
01	04	07															

S	T	U	V	X	W	Y	Z	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36

6) De posse dessas informações você pode identificar progressões no domínio e na imagem da função cifradora $f(x) = 3x - 2$ visualizada no arquivo "Geo3.ggb"? Justifique sua resposta.
7) A constatação obtida no item 6 é válida somente para $f(x) = 3x - 2$ ou é verdadeira para outras funções do tipo $f(x) = ax + b$? Quais são as condições necessárias? Quais são as implicações? Por quê?
7-a) Se for verdadeira justifique sua resposta e, em seguida, enuncie um teorema que explicita a relação que você estabeleceu.

Fonte: Autora.

Já a Atividade 4 (Quadro 11) também foi composta para que os acadêmicos pudessem perceber regularidades, só que dessa vez para compreender a caracterização da função exponencial e enunciar o teorema de caracterização. Ou seja, almejou-se que pudessem entender que quando uma função do tipo $f(x) = b.a^x$, sendo $a > 0$ e $a \neq 1$ possui uma progressão aritmética no domínio, a mesma transforma a imagem em uma progressão geométrica. Para que os licenciandos pudessem compreender tal caracterização, a atividade foi desenvolvida levando em consideração os RLN, RTb, RAl e RGr, com intuito de propiciar a análise da expansão discursiva.

Quadro 11 – Atividade sobre a caracterização da função exponencial.

Atividade 4 – Buscando regularidades

Lembrete: Correspondência adotada considerando letras do alfabeto e números.

A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R
01	02	03	04	05	06	07	08	09	10	11	12	13	14	15	16	17	18

S	T	U	V	X	W	Y	Z	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36

Fonte: Autora.

Quadro 11 – Atividade sobre a caracterização da função exponencial.

(conclusão)

O quadro abaixo representa dados codificados por uma função cifradora, seguindo a associação acima.

Caractere	Tabela	Código
A	01	01
B		03
C	03	
D		27
E		
F		243
...		
9		

1) Identifique a representação algébrica desta função cifradora.

2) Modifique os valores de a na expressão $l(x) = a^{(x-1)} - 2$, no arquivo "Geo4.ggb" e determine duas funções cifradoras distintas. Escreva e analise cada função. **Obs:** Salve seu arquivo como: **Ativ4_item2_f1** para a primeira e **Ativ4_item2_f2** para a segunda.

Expressão algébrica	Se você tomar uma regularidade no domínio o que você observa na imagem da função cifradora?
$f_1(x) =$	
$f_2(x) =$	

3) No arquivo "Geo5.ggb", modifique os valores de p na expressão $m(x) = 2^{(x-p)} - 7$, analise e determine duas funções cifradoras distintas. Escreva e analise cada função. **Obs:** Salve seu arquivo como: **Ativ4_item3_f1** para a primeira e **Ativ4_item3_f2** para a segunda.

Expressão algébrica	Se você tomar uma regularidade no domínio o que você observa na imagem da função cifradora?
$f_1(x) =$	
$f_2(x) =$	

4) Modifique os valores de q na expressão $n(x) = 2^{(x-1)} - q$, no arquivo "Geo6.ggb" e determine duas funções cifradoras distintas. Escreva e analise cada função. **Obs:** Salve seu arquivo como: **Ativ4_item4_f1** para a primeira e **Ativ4_item4_f2** para a segunda.

Expressão algébrica	Se você tomar uma regularidade no domínio o que você observa na imagem da função cifradora?
$f_1(x) =$	
$f_2(x) =$	

5) Modifique os valores de b na expressão $n(x) = b.2^{(x-1)} - \text{q}$, com $b \neq 0$ e $q = 0$, no arquivo "Geo7.ggb" e determine duas funções cifradoras distintas. Escreva e analise cada função. **Obs:** Salve seu arquivo como: **Ativ4_item5_f1** para a primeira e **Ativ4_item5_f2** para a segunda.

Expressão algébrica	Se você tomar uma regularidade no domínio o que você observa na imagem da função cifradora?
$f_1(x) =$	
$f_2(x) =$	

6) Com base no que você observou nos itens 2, 3 4 e 5 uma regularidade no domínio implica em uma regularidade na imagem de uma função cifradora?

6-a) A constatação anterior pode ser generalizada para outras funções do tipo $f(x) = a^{(x-p)} - q$? Por quê?

Fonte: Autora.

Para finalizar, a Atividade 5 (Quadro 12) foi organizada com a finalidade de buscar regularidades para apreensão da caracterização da função quadrática e enunciar o teorema de caracterização. Desse modo, esperou-se que os licenciandos compreendessem que quando uma função do tipo $f(x) = ax^2 + bx + c$, com $a \neq 0$ possui uma progressão aritmética no domínio transforma a imagem em uma progressão aritmética de segunda ordem. Para tal atividade, também houve a preocupação em propor diferentes registros de partida a serem mobilizados. Desse modo, foram mobilizados nos enunciados os registros gráficos, algébricos, tabulares e também na língua natural.

Quadro 12 – Atividade sobre a caracterização da função quadrática.

Atividade 5 – Buscando regularidades

1) Como já constatado anteriormente, para uma função polinomial do 2º grau ser considerada uma função cifradora, é necessário que, além do domínio ser discreto o primeiro elemento da associação tem que ser maior ou igual a abscissa do vértice da parábola.

Nessas condições, a partir do arquivo “Geo8.ggb”, determine três funções cifradoras distintas e sistematize alguns dados do caractere e seu código.

$f_1(x) =$ **Salve seu arquivo como: Ativ5_item1_f1**

A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	X	W	Y	Z	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

$f_2(x) =$ **Salve seu arquivo como: Ativ5_item1_f2**

A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	X	W	Y	Z	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

$f_3(x) =$ **Salve seu arquivo como: Ativ5_item1_f3**

A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	X	W	Y	Z	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

2) Ao analisar o arquivo "Geo8.ggb" é possível observar que ao tomar uma progressão aritmética no domínio da função cifradora não é possível identificar uma progressão aritmética na imagem. No entanto o que você identifica?

3) A constatação obtida no item 2 é válida para outras funções do tipo $f(x) = ax^2 + bx + c$? Por quê?

3-a) Se for válida, justifique sua resposta e, em seguida, enuncie um teorema que aponta a relação que você constituiu.

Fonte: Autora.

Os gráficos apresentados em toda sequência foram desenvolvidos com apoio do GeoGebra, *software* de geometria dinâmica, que permite a visualização, interatividade e dinamicidade (GRAVINA; SANTAROSA, 1998). Como recursos os licenciandos podiam utilizar a planilha, a janela de álgebra, variar o tamanho e posição dos objetos construídos mantendo sua forma. No momento da aplicação, os arquivos foram salvos na tela dos computadores do laboratório de informática, mas hoje já constam no *site* do GeoGebra, com os seguintes endereços para acesso aos arquivos:

- Geo1.ggb (https://www.geogebra.org/m/rcbAGURR);
- Geo2.ggb (https://www.geogebra.org/m/MBBMzxP7);
- Geo3.ggb (https://www.geogebra.org/m/BBPkW2Ep);
- Geo4.ggb (https://www.geogebra.org/m/kYMZ9gfa);

- Geo5.ggb (https://www.geogebra.org/m/jWbCNAe3);
- Geo6.gbb (https://www.geogebra.org/m/jjaWcreX);
- Geo7.ggb (https://www.geogebra.org/m/vBdK64UE);
- Geo8.ggb (https://www.geogebra.org/m/k6ySAv26).

Referente às mobilizações dos registros de representação semiótica procurou-se articular diferentes registros de partida e chegada, buscando como registro de chegada, principalmente, o registro na língua natural para que o discurso produzido nas resoluções combinasse este registro de representação com os demais a fim de realizar a análise discursiva pela função de expansão discursiva. De outro modo, esperou-se que as respostas dos licenciandos propiciassem a articulação de enunciados em unidades coerentes ao tecer conjecturas e inferências.

3.2 2ª FASE: EXPLORAÇÃO DO MATERIAL

A fase da exploração do material refere-se à aplicação sistêmica das decisões tomadas na pré-análise (BARDIN, 2011), em que se desenvolveu: a apresentação do Termo de Confidencialidade (Apêndice B) e a entrega do Termo de Consentimento Livre e Esclarecido (Apêndice C), para que fosse assinado pelos acadêmicos a fim de seguir os preceitos éticos da pesquisa envolvendo seres humanos.

Referente à exploração do material de produção de dados desenvolveu-se: a aplicação dos questionários para compor o perfil dos licenciandos; a dinamização da sequência para obter registros escritos e em áudio e a reprodução, por meio de fotocópias, dos protocolos (registros escritos) das atividades desenvolvidas. Cabe salientar que devido ao grande volume de dados produzidos a partir dos registros escritos, não foi possível realizar a transcrição e análise dos registros em áudio no tempo determinado.

A exploração do material foi dinamizada em 5 (cinco) intervenções realizadas durante o componente curricular MTM1062 – Educação Matemática II, totalizando 10 (dez) horas-aula, conforme a execução apresentada no Quadro 13. Na primeira intervenção, antes da aplicação da sequência de atividades, foi entregue o questionário semi-estruturado, que como já dito anteriormente, serviu para compor o perfil dos licenciandos. Tal questionário buscou considerar informações acerca de informações pessoais, profissionais e acadêmicas sem divulgar os nomes de quem respondeu o mesmo. O desenvolvimento deste questionário pode ser justificado devido o intuito de observar se os licenciandos já possuíam conhecimentos acerca da caracterização das funções, bem como da criptografia.

Quadro 13 – Cronograma das atividades desenvolvidas na intervenção.

Intervenção	**Atividades desenvolvidas**
21/03/2016 – 8h30min às 10h30min	Apresentação do Termo de Confidencialidade, entrega do Termo de Consentimento Livre e Esclarecido, aplicação dos questionários, introdução sobre a criptografia e início da Atividade 1.
23/03/2016 – 7h30min às 9h30min	Término e institucionalização da Atividade 1 e desenvolvimento da Atividade 2.
30/03/2016 – 7h30min às 9h30min	Institucionalização da Atividade 2, início da Atividade 3.
01/04/2016 – 8h30min às 10h30min	Término e institucionalização da Atividade 3, demonstração do teorema de caacterização da funçã afim e início da Atividade 4.
04/04/2016 – 8h30min às 10h30min	Término e institucionalização das Atividades 4 e Atividade 5 e demonstração do teorema de caracterização da função quadrática.

Fonte: Autora.

Ainda na primeira intervenção foi realizada uma apresentação sobre criptografia que contemplou o conceito, os tipos de criptografia simétrica e assimétrica e a explicitação através de um exemplo (Quadro 14) da cifra de substituição utilizando uma função como chave codificadora.

Quadro 14 – Exemplo utilizando a cifra de substituição com uma função de chave codificadora.

Vamos utilizar a cifra de substituição para enviar a palavra "MATEMÁTICA", tomando a função cifradora $f(x) = 2x - 1$ e a correspondência de letras do alfabeto associadas aos números.

A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R
01	02	03	04	05	06	07	08	09	10	11	12	13	14	15	16	17	18

S	T	U	V	X	W	Y	Z	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36

Como essa palavra ficará codificada?
A letra M corresponderá a $f(13) = 2(13) - 1 = 25$ na mensagem codificada;
A letra A corresponderá a $f(1) = 2(1) - 1 = 1$;
A letra T corresponderá a ...
Logo a frase codificada torna-se: ______________________________

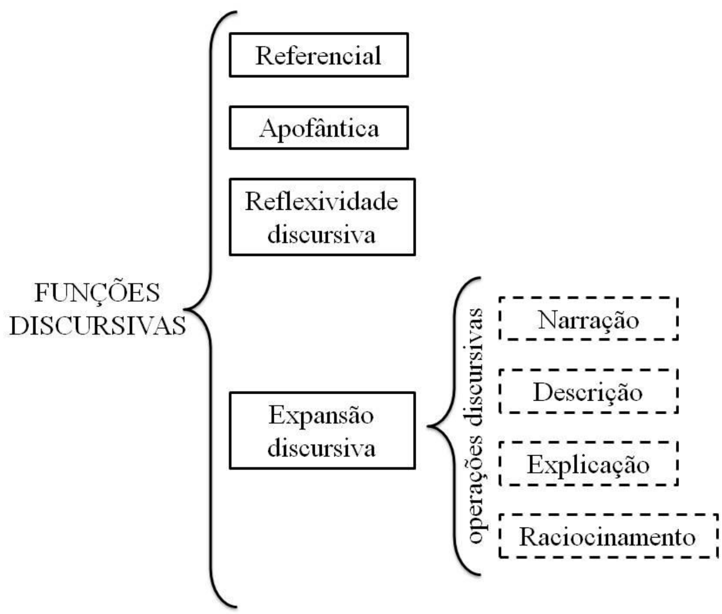
Fonte: Autora.

Posteriormente, em cada intervenção os acadêmicos foram dispostos em duplas em um Laboratório de Informática e receberam folhas impressas com as atividades sobre o objeto matemático função. Após as duplas passaram a registrar as resoluções nas folhas constituídas e gravar em áudio as discussões relativas a resolução de cada atividade. Cabe ressaltar que ao término de cada atividade foram realizadas sistematizações acerca do que havia sido produzido, buscando o debate entre a pesquisadora e os licenciandos, de forma que não permanecesse dúvidas para o desenvolvimento da atividade seguinte. Também, antes da conclusão das intervenções foram realizadas as demonstrações[7] referentes a caracterização da função afim e quadrática, com o intuito de corroborar com o que foi explorado na sequência de atividades.

Para a organização dos dados as atividades foram separadas em: questões de resolução – as quais serviram para subsidiar o desenvolvimento da sequência, de maneira que pudessem embasar as questões posteriores; e questões de conclusão – as que permitiram aos acadêmicos tecer conceitos, conjecturas e/ou generalizações e que são fundamentais para a expansão discursiva a respeito do objeto matemático função.

Além disso, foram elaboradas categorias por meio da expansão discursiva que foi a função determinada para análise das atividades. Tais categorias são embasadas em Duval (2004) a partir das operações discursivas da função de expansão discursiva que podem ser observadas na Figura 8.

Figura 8 – Operações discursivas da expansão discursiva.



Fonte: Adaptado de Duval (2004) e Dionizio (2013).

[7] As demonstrações realizadas podem ser consultadas em Lima et al. (2006).

O entendimento de que uma resposta se enquadra na categoria de N/D (narração ou descrição) está relacionado com o que Duval (2004) aponta como o conhecimento que somente a língua natural é suficiente para a compreensão da informação; nesse caso, poderá ser visualizado nos protocolos em que não é necessário conhecimento matemático para compreeender as respostas. Ambas, narração e descrição, podem ser descritas sob esse aspecto, porque estão compreendidas na expansão natural.

> A expansão natural se carateriza pelo emprego comum da língua. Mobiliza simultaneamente a rede semântica de uma língua natural e o conhecimentos pragmáticos proprios do meio sociocultural dos locutores. O exemplo de Kintsch [...], 'uma tubulação de gás explodiu. A casa queimou', é um exemplo de expansão natural. É sobretudo esta forma de expansão que tem sido estudada pelos gramáticos dos texto que tem tratado de analisar as regras de coerência do discurso. (DUVAL, 2004, p. 120, tradução nossa).

A segunda categoria, que faz referência a operação discursiva E (explicação) também é expressa por meio da língua natural, porém possui raciocínio dedutivo que exige conhecimentos específicos de definições a cerca do campo científico do qual o objeto investigado está inserido. Essa categoria poderá ser identificada nos protocolos dos licenciandos, quando os mesmos utilizam definições da própria matemática para desenvolver as atividades sobre o objeto matemático função. Segundo Duval essa forma de expansão é designada cognitiva, em que a mesma é caracterizada

> [...] por um exemplo especializado da língua natural. O léxico associativo utilizado se neutraliza devido a não expressar mais do que as significações estabelecidas por definições, pelos enunciados de resultados de demonstrações [...], ou por observações, experiências, etc. O léxico associativo se encontra então canalizado em uma terminologia restringida a um domínio de conhecimento. Esta forma de expansão discursiva pode envolver também descrições, explicações técnicas ou teóricas além das demonstrações. No que concerne às demonstrações, a diferença para a forma de expansão formal está no fato de que as regras de substituição que se embasam somente na forma do símbolo já são pertinentes. (DUVAL, 2004, p. 120, tradução nossa).

Em relação a categoria R (raciocinamento) está compreendida como expansão formal, em que Duval (2004) caracteriza essa expansão pelo uso exclusivo de símbolos, que podem ser compreendidos pela escrita algébrica, notações, etc.

> A expansão formal se carateriza pela aplicação de regras de substituição que se embasam exclusivamente em símbolos que representam variáveis ou proposições, independentemente de seu significação. Estas regras permitem obter uma nova

> asserção através da substituição de símbolos em uma asserção de partida. (DUVAL, 2004, p. 120, tradução nossa).

Vale ressaltar que as respostas podem estar enquadradas em mais de uma categoria, pois segundo Duval (2004) os textos podem combinar várias formas de expansão (Quadro 15) e que “não se pode pretender uma aprendizagem da produção escrita e da compreeensão de textos sem levar em consideração o desenvolvimento da capacidade de discriminação dessas quatro formas de expansão discursiva”. (2004, p. 117).

Quadro 15 – As quatro formas de expansão discursiva de uma expressão.

Mecanismos de expansão	**Similaridade interna** (continuidade sem um terceiro enunciado)	**Similaridade externa** (continuidade com um terceiro enunciado)
Similaridade semiótica (são recuperados alguns significantes)	Expansão LEXICAL (recuperação de sentido de uma mesma unidade do vocabulário sob um modo fonético-auditivo ou gráfico-visual) Associações verbais, ocorrências Linguagem do inconsciente	Expansão FORMAL (recurso exclusivo aos símbolos: notações, escrita algébrica, ...) Raciocinamento dedutivo (proposições de estrutura funcional) Cálculo proposicional, cálculo de predicados
Similaridade semântica Lei de Frege: significantes diferentes e mesmo objeto. (Invariância referencial estrita ou global)	Expansão NATURAL (somente o conhecimento da língua corrente é suficiente) Descrição, Narração Argumentação retórica Silogismo aristotélico (proposição de estrutura temática predicativa) Raciocinamento por absurdo	Expansão COGNITIVA (exige o conhecimento de definições, regras e leis para um domínio de objetos) Explicação Raciocinamento dedutivo (proposição de estrutura temática condicional) Raciocinamento por absurdo

Fonte: Duval (2004, p. 1119, tradução nossa).

Diante desse contexto e dos objetos matemáticos que foram discutidos em cada uma das cinco atividades que compõem a sequência planejada e desenvolvida, buscou-se indícios da expansão discursiva em questões que evidenciaram entendimentos sobre:

- inversa da função afim (IA) na Atividade 1;
- inversa das funções quadrática e exponencial (IQE) na Atividade 2;
- caracterização da função afim (CA) na Atividade 3;

- caracterização da função exponencial (CE) na Atividade 4;
- caracterização da função quadrática (CQ) na Atividade 5

Para tanto, constituiu-se quatro categorias embasadas em Tozzeto (2010) e Dionizio (2013). Três delas relacionadas com as operações da expansão discursiva (narração/descrição (N/D) e/ou explicação (E) e/ou raciocinamento (R)) e a última categoria vinculada às questões deixadas em branco (EB). Vale ressaltar que não foi necessário construir uma quinta categoria evidenciando as respostas que não se enquadravam em nenhuma das anteriores, pois ao analisar os protocolos foram localizadas apenas duas respostas que não poderiam ser categorizadas.

A primeira consiste na resposta da dupla A para a questão 2-c "*Agora analise a Janela de Visualização 2 do arquivo "Geo2.ggb". Se aplicássemos uma restrição no domínio da função exponencial* $f(x) = 2^x - 7$ *tomando como domínio* $D(f) = \{x \in \mathbb{Z}/x \geq 1\}$ *ela poderia ser tomada como função cifradora? Justifique sua resposta expondo argumentos. c) Gráficos:*". Isso porque o argumento dado foi o desenho do gráfico da função, o que não consiste em uma representação discursiva.

A outra resposta foi dada pela dupla D na Atividade 4, questão 6-a "*Com base no que você observou nos itens 2, 3, 4 e 5 uma regularidade no domínio implica em uma regularidade na imagem de uma função cifradora? Q6-a) A constatação anterior pode ser generalizada para outras funções do tipo* $f(x) = a^{(x-p)} - q$*? Por quê?*", em que responderam somente "Sim, desde que $q = 0$". Tal resposta não possui língua natural informal para ser categorizada como narração/descrição, nem usa de conhecimento científico da área para ser enquadrada como explicação e também não possui notação suficiente para ser classificada como raciocinamento. Desse modo, no capítulo 3 consta 5 quadros conforme o que segue.

Quadro 16 – Organização dos dados.

Análise discursiva da Atividade x				
Questão	**N/D**	**E**	**R**	**EB**
X				
Xx				
...				

Fonte: Adaptado de Tozzetto (2010) e Dionizio (2013).

Dos 41 itens que constituem a sequência de atividades foram selecionadas determinadas questões que propiciaram indícios de expansão discursiva. Da Atividade 1 que possuía 13 itens foram escolhidos 4; da segunda atividade foram observados todos os 6 itens; a Atividade 3 que continha 9 foram selecionados 6 itens e das Atividades 4 e 5, 3 itens cada, contabilizando 22 questões analisadas.

Com a intenção de sistematizar e trazer extratos dos protocolos dos licenciandos para este trabalho optou-se pelo *software* Cmap Tools[8] que é uma ferramenta para a construção de mapas conceituais e possuiu uma interface agradável. Esse *software* foi utilizado apenas como um recurso para organização e exposição dos dados, pois empregou-se como um meio para exibir os dados que foram analisados e organizados exclusivamente pela pesquisadora. Para fazer uso do Cmap Tools todos os protocolos das questões conclusivas foram digitados e salvos em formato .doc e utilizados os códigos expostos no Quadro 17.

Quadro 17 – Legenda das categorias de análise criadas.

Códigos	**Legendas**
IA_N/D	**I**nversa da função **A**fim na categoria de **N**arração/**D**escrição
IA_E	**I**nversa da função **A**fim na categoria de **E**xplicação
IA_R	**I**nversa da função **A**fim na categoria de **R**aciocinamento
IQE_N/D	**I**nversa da função **Q**uadrática e **E**xponencial na categoria de **N**arração/**D**escrição
IQE_E	**I**nversa da função **Q**uadrática e **E**xponencial na categoria de **E**xplicação
IQE_R	**I**nversa da função **Q**uadrática e **E**xponencial na categoria de **R**aciocinamento
CA_N/D	**C**aracterização da função **A**fim na categoria de **N**arração/**D**escrição
CA_E	**C**aracterização da função **A**fim na categoria de **E**xplicação
CA_R	**C**aracterização da função **A**fim na categoria de **R**aciocinamento
CE_N/D	**C**aracterização da função **E**xponencial na categoria de **N**arração/**D**escrição
CQ_N/D	**C**aracterização da função **Q**uadrática na categoria de **N**arração/**D**escrição
CQ_E	**C**aracterização da função **Q**uadrática na categoria de **E**xplicação
CQ_R	**C**aracterização da função **Q**uadrática na categoria de **R**aciocinamento

Fonte: Autora.

No próximo capítulo vamos expor a terceira fase da análise de conteúdo, seguindo a estratégia de enfatizar primeiro os resultados referentes aos questionários e em seguida, da sequência das atividades.

[8] O *software* Cmap Tools é gratuito está disponível no endereço eletrônico <http://cmap.ihmc.us/>.

4 ANÁLISE DOS DADOS: A EXPANSÃO DISCURSIVA IDENTIFICADA POR MEIO DAS REPRESENTAÇÕES SEMIÓTICAS

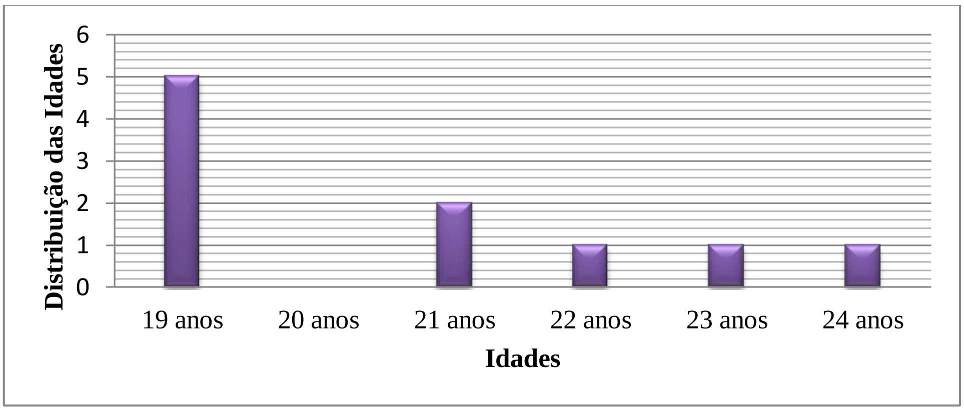
Na última fase da análise de conteúdo, tratamento dos resultados, inferência e interpretação, foram estabelecidos “os quadros de resultados, diagramas, figuras e modelos, os quais condensam e põem em relevo as informações fornecidas pela análise” (BARDIN, 2011, p. 131). Nessa fase fez-se a composição do perfil dos licenciandos e compilação da sequência de atividades nas categorias desenvolvidas organizando quadros-resumo, para que assim fosse possível elaborar relatórios e artigos científicos, estabelecendo interpretações a respeito do objetivo desta pesquisa ou que se refiram a outras descobertas.

4.1 3ª FASE: INTERPRETAÇÃO DOS DADOS – PERFIL DOS LICENCIANDOS

Todos os dez licenciandos em Matemática diurno da UFSM matriculados no componente curricular MTM1062 – Educação Matemática II, no 1º semestre de 2016 aceitaram colaborar nessa investigação e responderam o instrumento que permitiu identificar o perfil do grupo, em relação a: gênero, idade, estado civil, atividade remunerada, formação escolar e disciplinas cursadas no decorrer da licenciatura. Para preservar a identidade esse questionário não solicitou a identificação, o que propiciou uma caracterização geral do grupo.

A faixa etária dos licenciandos está compreendida entre 19 e 24 anos (Figura 9), sendo que todos são do gênero feminino, o que permite, a partir de então denominá-las por licenciandas.

Figura 9 – Distribuição das idades das licenciandas.



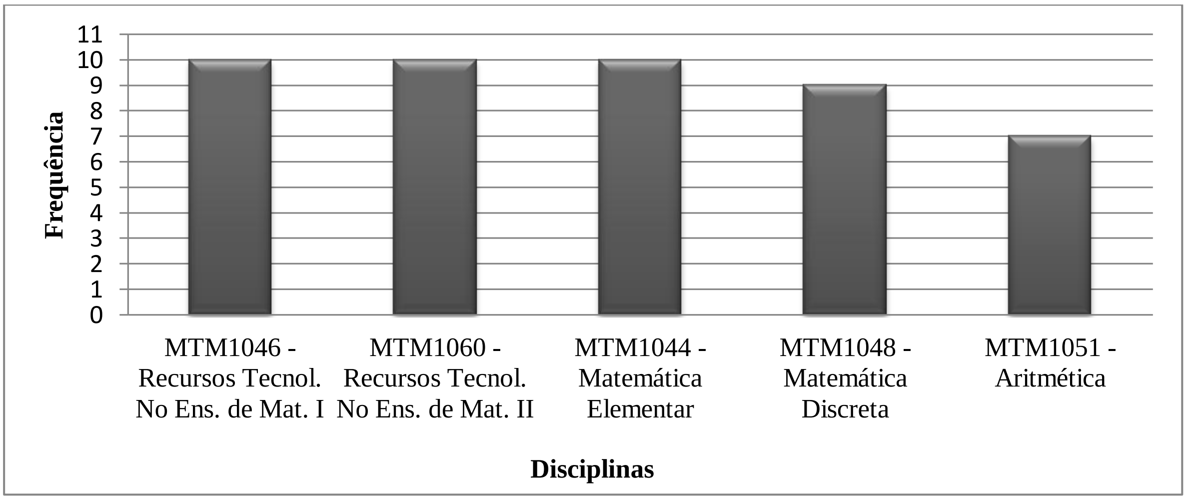
Fonte: Autora.

Além disso, todas possuem estado civil solteira e apenas uma delas não exercia atividade remunerada no momento da aplicação da pesquisa; sendo que 5 desenvolvem atividades de bolsistas Pibid, 2 são bolsistas Pró-Reitoria de Assuntos Estudantis (PRAE), 1 exerce monitoria e 1 é bolsista do Programa de Educação Tutorial (PET – Matemática).

Referente à formação escolar, todas concluíram o Ensino Fundamental e Médio sem reprovações, sendo que 9 das licenciandas realizaram a Educação Básica em escolas públicas. O Ensino Médio, por exemplo, foi concluído em diferentes cidades do Estado: Cerro Largo, Giruá, Nova Esperança do Sul, Passo Fundo, Pinhal Grande, Roque Gonzales, Santa Rosa e São Vicente do Sul. Além disso, o período de ingresso na licenciatura ocorreu de 2012 a 2014 e com previsão de conclusão entre o 2º semestre de 2017 e o 1º semestre de 2018.

A partir da análise das ementas constatou-se que os componentes curriculares do curso que poderiam subsidiar o desenvolvimento da sequência de atividades foram: MTM1046 – Recursos Tecnológicos no Ensino de Matemática I, MTM1060 – Recursos Tecnológicos no Ensino de Matemática II, MTM1061 – Educação Matemática I, MTM1044 – Matemática Elementar e MTM1048 – Matemática Discreta, MTM1051 – Aritmética. Por esse motivo, organizou-se uma questão que solicitou o desempenho acadêmico em tais componentes, apresentando na Figura 10 se as mesmas já haviam cursado os componentes curriculares mencionados acima.

Figura 10 – Distribuição das disciplinas cursadas pelas licenciandas.



Fonte: Autora.

Dentre esses, os que mais poderiam contribuir para o desenvolvimento da sequência são: MTM1044 – Matemática Elementar, pois nele tem-se o trabalho com funções, e MTM1048 – Matemática Discreta, que possui na ementa tópicos sobre criptografia. Como o gráfico aponta, todas já haviam cursado MTM1044 – Matemática Elementar e apenas uma não havia cursado o componente curricular MTM1048 – Matemática Discreta. Além disso, MTM1061 – Educação Matemática I não consta na Figura 10, por tratar-se de pré-requisito do componente em que se deu a intervenção, MTM1062 – Educação Matemática II.

4.2 3ª FASE: INTERPRETAÇÃO DOS DADOS – ANÁLISE DISCURSIVA DA SEQUÊNCIA DE ATIVIDADES

A partir dos protocolos das atividades foram selecionadas questões que propiciaram tecer conjecturas, generalizações e inferências e assim identificar a operação de expansão discursiva na articulação entre enunciados completos em unidades coerentes. Desse modo, para analisar a inversa da função afim foram selecionadas as questões 8, 9, 10 e 11 da Atividade 1 – Criptografando, que podem ser visualizadas no Quadro 18.

Quadro 18 – Atividades com indícios de expansão discursiva sobre a inversa da função afim.

Q8) Qual foi a estratégia que você utilizou para decodificar a senha recebida? Detalhe com pelo menos um exemplo. Q9) É possível estabelecer uma expressão algébrica para decodificar a senha utilizando a função cifradora $f(x) = 3x - 2$? Em caso afirmativo, qual? Q10) A função $g(x) = \frac{x+2}{3}$ poderia ser tomada como uma expressão algébrica que decodifica as senhas obtidas pela função cifradora $f(x) = 3x - 2$? Q11) Analise o arquivo "Geo1.ggb" e explique o que você observou sobre a representação gráfica da $f(x) = 3x - 2$ e de $g(x) = \frac{x+2}{3}$ e sobre como essas representações algébricas estão relacionadas com o processo de codificar e decodificar? Obs: Você pode esboçar e utilizar $h(x) = x$ em seus argumentos.

Fonte: Autora.

Ao buscar indícios das operações discursivas na Atividade 1 as respostas das cinco duplas (A; B; C; D; e E) foram organizadas nas quatro categorias e assim como ocorreu nas demais atividades, a depender das justificações mobilizadas algumas respostas foram enquadradas em mais de uma categoria, conforme o Quadro 19.

Quadro 19 – Operações discursivas nas atividades sobre função inversa da função afim.

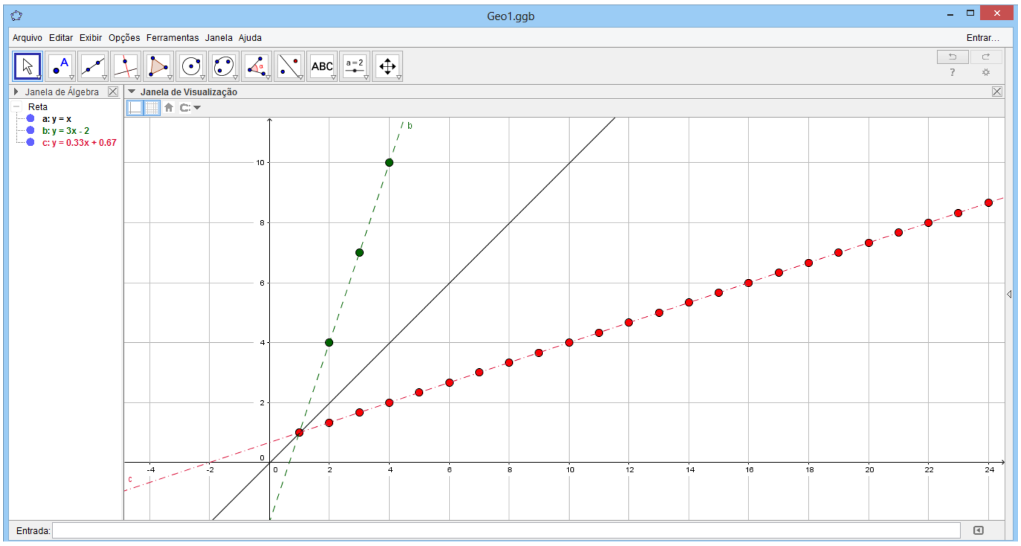
Questão	**Análise discursiva da Atividade 1**			
	N/D	**E**	**R**	**EB**
Q8	-	A, B, C, D, E	C, D, E	-
Q9	-	B, D, E	A, B, C, D, E	-
Q10	A, D	B, C, E	B, C, E	-
Q11	-	A, B, C, D, E	A	-

Fonte: Autora.

Sobre o Quadro 19 é possível visualizar que as respostas, em sua maioria, foram enquadradas na categoria de explicação. Porém, um dos aspectos importantes a ser explicitado a partir do Quadro 19 se refere as duas respostas categorizadas como narração/descrição. Isso ocorreu, pois Q10 visava uma síntese do que já havia sido desenvolvido nas questões 8 e 9 dessa atividade. As duplas A e D consideraram que já haviam explicitado as justificativas que revelassem que $g(x) = \frac{x+2}{3}$ poderia ser tomada como uma expressão algébrica que decodifica a função cifradora $f(x) = 3x - 2$.

Cabe destacar também, a relação de elementos que mobilizam a interpretação da representação gráfica para responder a questão 11. Por exemplo, a resposta dada pela dupla C, juntamente com o arquivo do GeoGebra exposto na Figura 11, mostra que além de identificar as funções como as outras duplas, apontaram que “a função $g(x)$ é inversa da função $f(x)$” e que graficamente “são simétricos em relação a função identidade”.

Figura 11 – Arquivo no GeoGebra mobilizado pela dupla C.

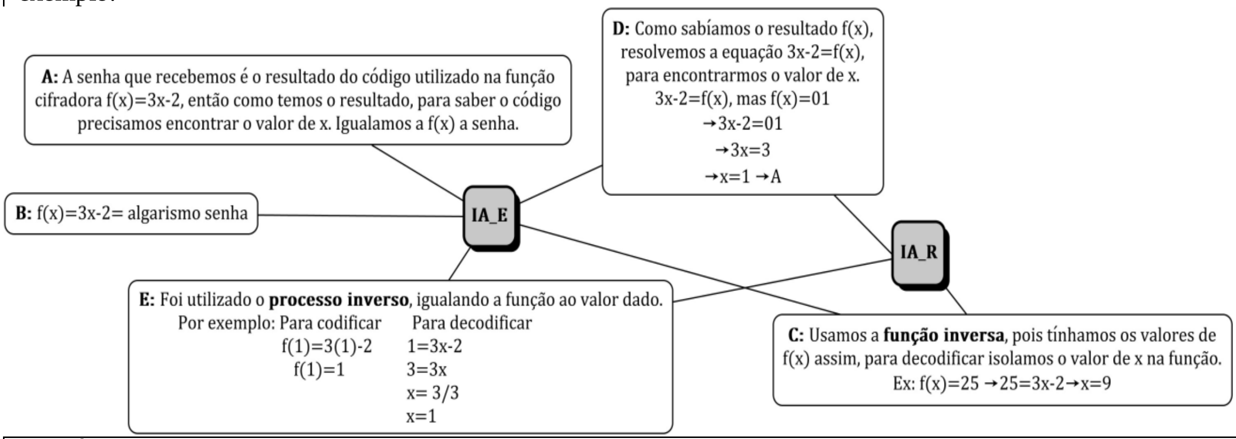


Fonte: Autora.

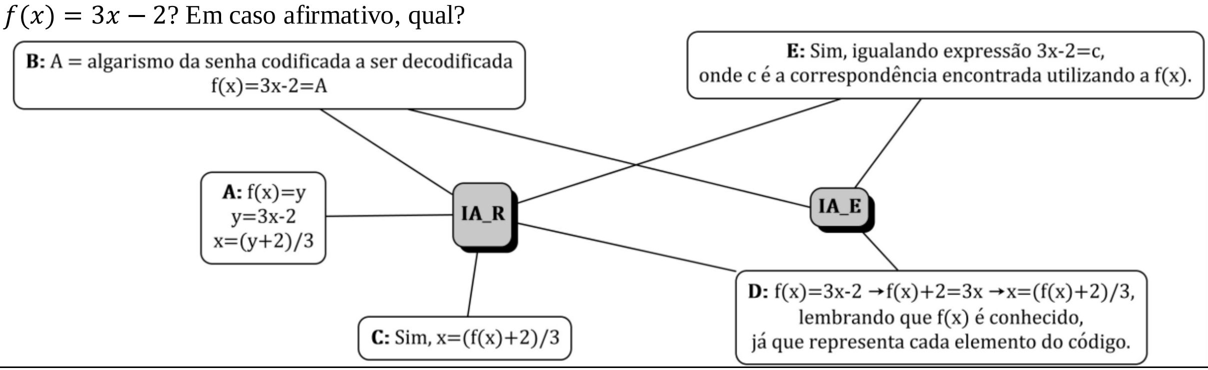
A partir da Figura 11 é possível identificar que a dupla C utilizou $h(x) = x$ para expor suas constatações, bem como plotou as funções contínuas que estavam representadas discretamente. A exposição das respostas pode ser observada no Quadro 20.

Quadro 20 – Exposição dos protocolos da Atividade 1.

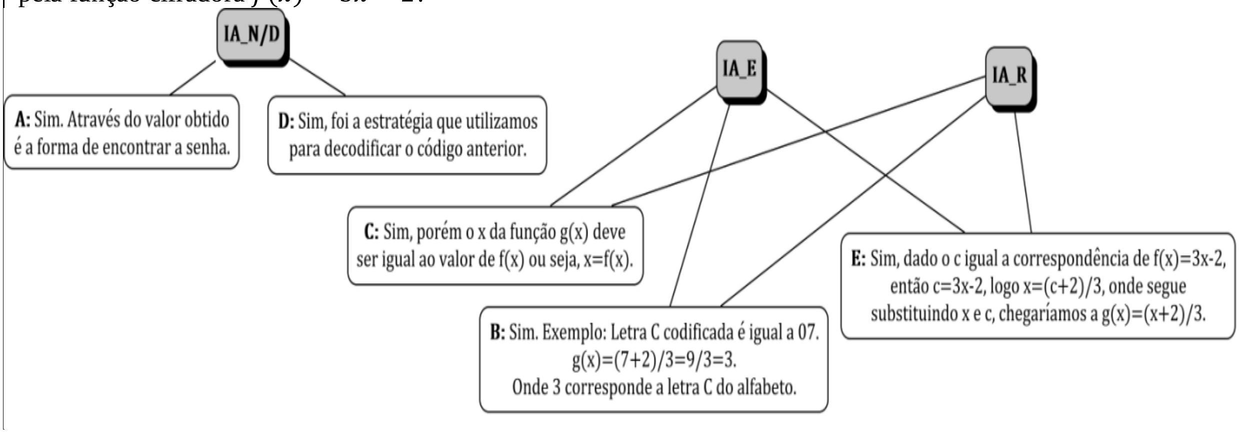
Q8) Qual foi a estratégia que você utilizou para decodificar a senha recebida? Detalhe com pelo menos um exemplo.



Q9) É possível estabelecer uma expressão algébrica para decodificar a senha utilizando a função cifradora $f(x) = 3x - 2$? Em caso afirmativo, qual?



Q10) A função $g(x) = \frac{x+2}{3}$ poderia ser tomada como uma expressão algébrica que decodifica as senhas obtidas pela função cifradora $f(x) = 3x - 2$?

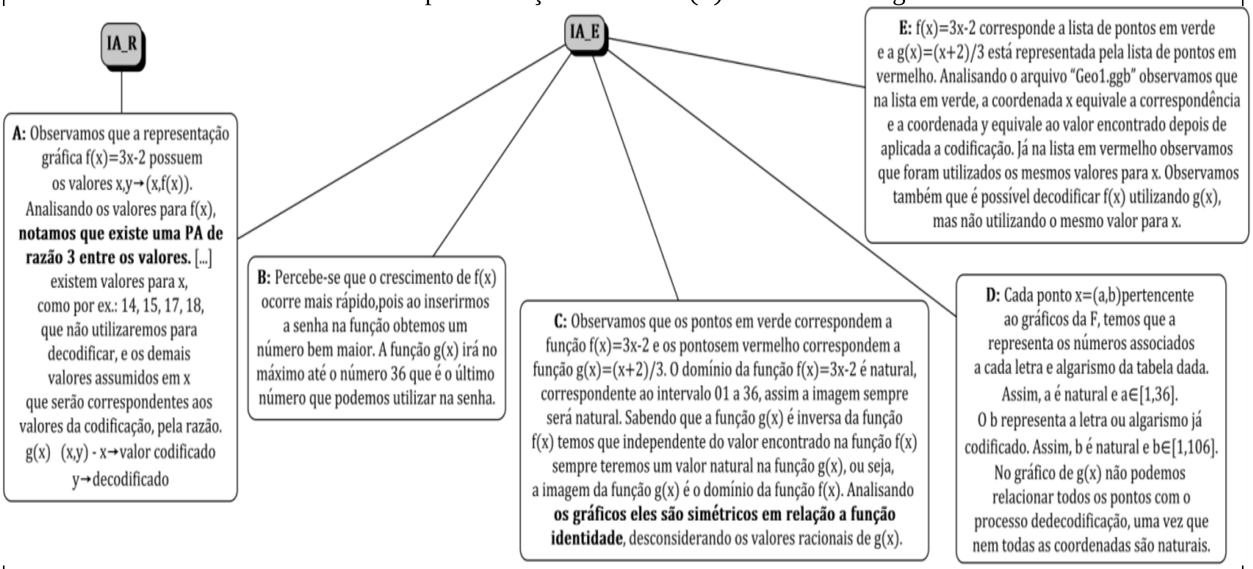


Fonte: Autora.

Quadro 20 – Exposição dos protocolos da Atividade 1.

(conclusão)

Q11) Analise o arquivo “Geo1.ggb” e explique o que você observou sobre a representação gráfica da $f(x) = 3x - 2$ e de $g(x) = \frac{x+2}{3}$ e sobre como essas representações algébricas estão relacionadas com o processo de codificar e decodificar? Obs: Você pode esboçar e utilizar $h(x) = x$ em seus argumentos.



Fonte: Autora.

Conforme observado no Quadro 20, referente a Q8, as respostas das duplas A e B pertencem à categoria de explicação e as respostas das duplas C, D, E estão relacionadas em ambas as categorias. A categorização na operação discursiva de explicação refere-se ao discurso que exige o entendimento matemático do locutor e do interlocutor de como se deu a estratégia utilizada para realizar a decodificação da senha, como apresentado pela dupla C “*usamos a função inversa, pois tínhamos os valores de $f(x)$ assim, para decodificar isolamos o valor de x na função*”.

Já a categorização na operação de raciocinamento diz respeito aos símbolos utilizados pelas duplas B, C, D e E ao desenvolver o exemplo solicitado na questão. Em Q9, pode-se notar que todas as duplas usaram a operação de raciocinamento para explicitar a expressão algébrica que pode decodificar as senhas codificadas pela cifradora $f(x) = 3x - 2$, fazendo uso de representações algébricas. Além disso, as duplas B, D e E também utilizaram a operação discursiva de explicação, de forma a explicitar o que haviam apontado nas representações algébricas.

Na questão 10 houve maior diversidade nas respostas. As duplas A e D foram categorizadas na operação discursiva de Narração/Descrição, uma vez que o locutor e o interlocutor não precisam, necessariamente, conhecer definições sobre o objeto matemático função, para compreender o que representa o discurso. Já as duplas B, C e E tiveram as respostas enquadradas nas categorias IA_E e IA_R, pois ao mesmo tempo em que apresenta na análise discursiva, conhecimento sobre funções expressado em representação na língua natural, indica também o raciocinamento por meio de representação algébrica, pelas duplas C e E, e representação numérica pela dupla B.

A partir da Q11, pode-se constatar que todas as duplas estão enquadradas na operação discursiva de explicação ao fazer uso da língua natural para mostrar as observações constatadas; apenas a dupla A fez uso também de raciocinamento por meio de representação simbólica. Percebe-se que cada uma das duplas mostrou diferentes pontos de vista acerca das representações gráficas: a correspondência da função codificadora com a decodificadora, observação do domínio das funções e a constatação de uma progressão aritmética na imagem da função codificadora.

O Quadro 21 apresenta as questões 1-a, 1-b, 1-c, 2-a, 2-b e 2-c. da Atividade 2 – Explorando Gráficos de Funções Cifradoras, que são itens sobre a inversa das funções quadrática e exponencial.

Quadro 21 – Atividades com indícios de expansão discursiva sobre a inversa das funções quadrática e exponencial.

Q1) Analise a Janela de Visualização do arquivo "Geo2.ggb". Se restringíssemos o domínio da função quadrática $f(x) = x^2 - 8x + 17$ de modo a torná-lo discreto, com variação de uma unidade, a partir do 1 essa função seria uma função cifradora? Justifique sua resposta expondo argumentos. a) Numéricos: b) Algébricos: c) Gráficos: Q2) Agora analise a Janela de Visualização 2 do arquivo "Geo2.ggb". Se aplicássemos uma restrição no domínio da função exponencial $f(x) = 2^x - 7$ tomando como domínio $D(f) = \{x \in \mathbb{Z}/x \geq 1\}$ ela poderia ser tomada como função cifradora? Justifique sua resposta expondo argumentos. a) Numéricos: b) Algébricos: c) Gráficos:

Fonte: Autora.

As respostas categorizadas, observando as operações de expansão discursiva: narração/descrição, explicação, raciocinamento e em branco podem ser observadas no Quadro 22.

Quadro 22 – Operações discursivas mobilizadas nas atividades sobre função inversa da Atividade 2.

Questão	Análise discursiva da Atividade 2			
	N/D	E	R	EB
Q1-a	-	C, D, E	A, B, C, D, E	-
Q1-b	-	A, C, D	B, D, E	-
Q1-c	-	C, D, E	B, C, E	A
Q2-a	-	A, C, D, E	B, C, D, E	-
Q2-b	-	C, D	B, E	-
Q2-c	-	C, D, E	D	A

Fonte: Autora.

Como os itens “a” e “b” solicitavam, respectivamente, a mobilização de representações numéricas e algébricas, as justificações desses itens se aproximam de raciocinamentos, principalmente quando foi requerida a representação numérica. Uma vez que as expressões matemáticas subsidiaram as justificativas, como por exemplo, as duplas B, C e E evidenciaram que $f(1)$ e $f(7)$ possuem o mesmo valor de correspondência o que impossibilitaria a função de ser cifradora para qualquer intervalo.

No entanto, ao solicitar justificações acerca de aspectos gráficos, a resposta da dupla B não pode ser categorizada, pois a resposta foi limitada ao traçar o gráfico, o que não corresponde a uma representação discursiva.

Para as outras justificações gráficas, algumas respostas apresentaram elementos de conceitos matemáticos voltados para o registro numérico, mas que não possuem relação com a representação gráfica, como por exemplo, a justificativa da dupla B para a questão Q1-c em que se observa que apresentaram apenas registro numérico, sem constar relações com o gráfico.

A seguir, o Quadro 23 apresenta a exposição detalhada das respostas das duplas após a sistematização.

Quadro 23– Exposição dos protocolos da Atividade 2.

Q1) Analise a Janela de Visualização do arquivo "Geo2.ggb". Se restringíssemos o domínio da função quadrática $f(x) = x^2 - 8x + 17$ de modo a torná-lo discreto, com variação de uma unidade, a partir do 1 essa função seria uma função cifradora? Justifique sua resposta expondo argumentos.

a) Numéricos:

IQE_E

IQE_R

A: y = 1^2-8+17
y=10
y=2^2-8.2+15
y=5
y=3^2-8.3+15
y=2
y=4^2-8.4+17
y=1
y=5^2-8.5+17
y=2
y=6^2-8.6+17
y=5
Podemos perceber que f(x) se repete, logo não tem como ser uma função cifradora, pois f(x) assumiria o valor para mais de uma correspondência.
A função poderá ser cifrada se tiver uma variação de 4 unidades, a partir do 1, mas a tabela de correspondência deverá ser modificada de acordo com os valores que podemos utilizar x.

B: f(1)=1^2-8.1+17=10
f(36)=36^2-8.36+17=1025
f(7)=7^2-8.7+17=10
f(1)=f(7)=??? Não

C: Restringindo o domínio a partir de 1, para valores de x nos intervalos [1,3] e [5,7] teremos dois valores de f(x) iguais. Na hora de decodificar a mensagem, teremos duas opções de letras para o mesmo valor de f(x). Exemplo:
x=1 →f(x)=10 →1=A
x=7 →f(x)=10 →7=G
No entanto, a partir de x=8, devido à restrição no domínio, há apenas um valor para f(x). Desse modo, para manter todo o alfabeto e algarismos, mudamos a correspondência para que comece a partir de 08, ou seja, 08→A, 09→B e assim sucessivamente. Portanto, o domínio da função tem variação de uma unidade a partir do 8.

D: Não para todos os naturais, e sim para determinado domínio. Se tomarmos x=1 ou x=7 ambos resultarão, após aplicarmos a f, em 10. Sendo assim, se no código aparecer o elemento 10 não saberemos se o caractere associado será A ou G. Entretanto, se considerarmos Dom(f)={x∈N;x≥4} temos que f poderá ser uma função cifradora, já que, se x_1≠x_2 então f(x_1)≠f(x_2).

E: A função não será cifradora nos intervalos de [1,3]U[5,7], pois temos os mesmos valores correspondentes para f(x).
Ex: f(1)=10 f(7)=10
Mas no intervalo de [8,36]U{4} a função será cifradora pois encontraremos valores diferentes para a correspondência.

b) Algébricos:

IQE_E

IQE_R

A: y= x^2-8x+17. Nesta função decifradora iremos encontrar dois valores para a tabela. Poderíamos colocar uma restrição para usar somente o valor que está representado na nova tabela.

B: f(x)=x^2-8x+17=10
f(x)=x^2-8x+7
=(8±√(64-28))/2
=(8±√36)/2
x'=7
x''=1

C: Para mostrar que a partir de x=8 há uma única correspondência entre x e y, faremos o processo contrário. Na correspondência usual f(8)=8^2-8.8+17=17.
Decodificando o 17 temos 17=x^2-8x+17→x^2-8x=17-17→x^2-8x=0→x(x-8)=0→x'=0 e x''=8.
No entanto, zero não faz parte do domínio discreto da função f(x).
Logo, deve haver uma nova correspondência no qual 8 é o primeiro elemento do domínio.

D: A partir do vértice de f, V=((-b)/2a,(-Δ)/4a)=(4,1) temos que f assume valores distintos para todo x≥4.

E: 10=x^2-8x+17
x^2-8x+7=0
x'=7
x''=1

c) Gráficos:

IQE_R

IQE_E

B: f(4)=4^2-8.4+17
f(4)=1
f(1)=10
f(7)=10

C: Observando o gráfico da função f(x)=x^2-8x+17, que é uma parábola, notamos que nos intervalos [1,3] e [5,7] do eixo x há simetria no gráfico, assim dois valores distintos de x correspondem ao mesmo valor de y.

D: Ao traçarmos uma reta paralela ao eixo x passando por 10, esta interceptará o gráfico de f em dois pontos, sendo que ambos os pontos de interseção são naturais e assim, correspondem a elementos da tabela de letras e algarismos. Mas, se observarmos o gráfico considerando x≥4, temos que ao traçarmos retas paralelas ao eixo x passando por qualquer y, a mesma interceptará o gráfico apenas uma vez.

E: Observando o gráfico vimos que f(1)=f(7)=10, f(2)=f(6)=5 e f(3)=f(5)=2, logo a decodificação não estará correta para esses valores.

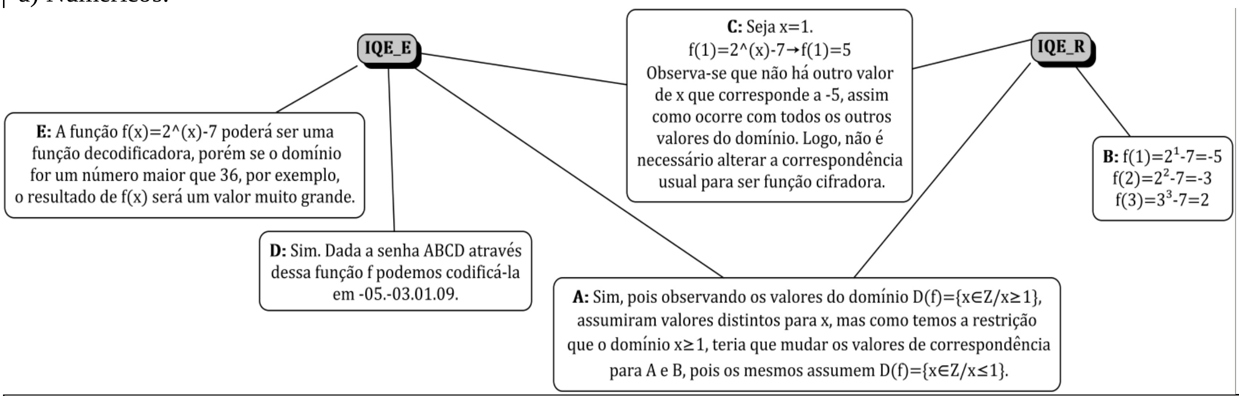
Fonte: Autora.

Quadro 23 – Exposição dos protocolos da Atividade 2.

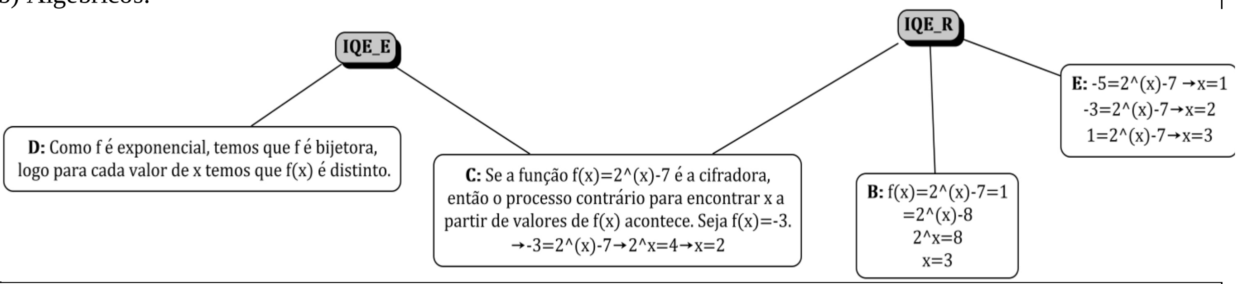
(conclusão)

Q2) Agora analise a Janela de Visualização 2 do arquivo "Geo2.ggb". Se aplicássemos uma restrição no domínio da função exponencial $f(x) = 2^x - 7$ tomando como domínio $D(f) = \{x \in \mathbb{Z}/x \geq 1\}$ ela poderia ser tomada como função cifradora? Justifique sua resposta expondo argumentos.

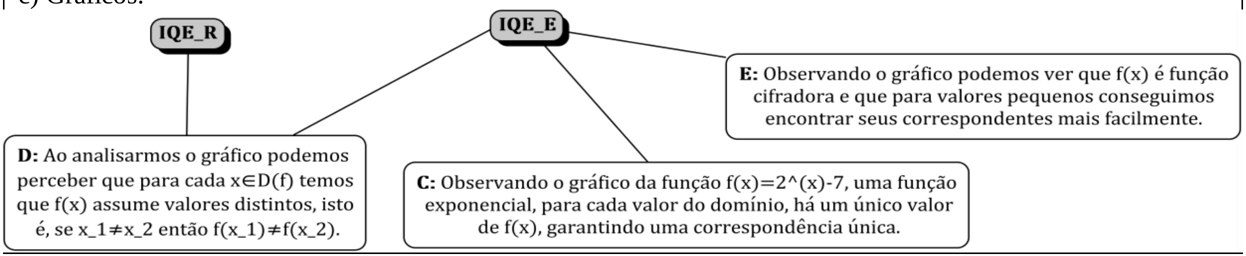
a) Numéricos:



b) Algébricos:



c) Gráficos:



Fonte: Autora.

As respostas para Q1-a das licenciandas que correspondem as duplas A, C, D e E podem ser enquadradas nas operações de explicação e raciocinamento, apenas a dupla B não usou a operação discursiva de explicação. Embora todas as duplas tenham constatado que, com as condições contidas na questão, a função quadrática não seria uma função cifradora, apenas a dupla D concluiu que utlizando a correspondência com $x \geq 4$ a função se tornará cifradora.

A questão 1-b corrobora as respostas dadas pelas duplas na questão anterior. Enquanto a dupla A está na categoria de explicação, B e E estão na categoria de raciocinamento, C e D estão em ambas as categorias. Mais uma vez, a dupla D identificou que a restrição para uma função quadrática ser cifradora é que seja utilizados valores a partir do vértice da função.

Já para a questão 1-c, as respostas das duplas C, D e E foram enquadradas na operação de explicação, B, C e E em raciocinamento e a dupla A que deixou a resposta em branco. Observa-se, por exemplo, que embora a questão solicitasse justificativas por meio de aspectos gráficos, as duplas C, D e E mostraram subsídios por meio de explicação sobre a simetria da parábola. Porém, a dupla B utilizou a representação numérica sem exposição de elementos relacionados a representação gráfica.

Para Q2-a as duplas A, C, D e E foram categorizadas na operação discursiva de explicação, pois houve o uso da linguagem específica para que fosse possível a compreensão do discurso. Já as duplas A, B e C fizeram uso de representações numéricas e simbólicas para a resolução da atividade, sendo assim, enquadradas na operação discursiva de raciocinamento.

Para essa questão, a dupla A não registrou resposta, já as duplas C e D utilizaram a explicação para o desenvolvimento da atividade e as duplas B, C e E utilizaram raciocinamento por meio de representações algébricas. Com as respostas obtidas em 2-a e 2-b pode-se constatar que todas as duplas compreenderam que uma função exponencial pode ser uma função cifradora sem ser necessária uma restrição no domínio. Como, por exemplo, a dupla D apontou na questão 2-b que a função dada é bijetora ou como a dupla C na questão 2-a mostrou que não há valores do domínio que correspondam a mais de uma imagem.

Para a questão 2-c, a dupla A deixou em branco e a dupla B não pode ser categorizada, pois apenas fez o esboço do gráfico. Já as duplas C, D e E fizeram uso da operação discursiva de explicação e ainda a dupla D mobilizou o raciocinamento, por meio de representação algébrica. Os aspectos gráficos foram articulados por meio da correspondência de valores observados no arquivo do GeoGebra.

O Quadro 24 apresenta as questões 1, 2-a, 3, 5, 6, 7 e 7-a, que constituem a Atividade 3 – Buscando regularidades. Tais atividades tinham por intuito mostrar a caracterização da função afim.

Quadro 24 – Atividades com indícios de expansão discursiva sobre a caracterização da função afim.

Q1) Para codificar sua senha pela cifra de substituição inicialmente você utilizou a correspondência de letras e números conforme as duas primeiras linhas da tabela. Ao aplicar a função cifradora $f(x) = 3x - 2$ cada caractere foi codificado conforme a terceira linha. Analise, e se considerar necessário preencha, algumas células da tabela abaixo a fim de identificar regularidades na segunda e na terceira linha da tabela. Justifique sua resposta.

Fonte: Autora.

Quadro 24 – Atividades com indícios de expansão discursiva sobre a caracterização da função afim.

(conclusão)

A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R
01	02	03	04	05	06	07	08	09	10	11	12	13	14	15	16	17	18
01	04	07															

S	T	U	V	X	W	Y	Z	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36

2) Agora varie a correspondência de 1 (uma) unidade para 2 (duas) unidades e exponha pelo menos 6 (seis) colunas da tabela considerando a função cifradora $f(x) = 3x - 2$.

A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	X
01	03	05																				

W	Y	Z	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Q2-a) As constatações que você obteve na atividade 1 foram identificadas novamente? Justifique sua resposta.

Q5) Você identifica que o gráfico da função cifradora exposto no arquivo “Geo3.ggb” tem, respectivamente, como domínio e imagem os valores da segunda e terceira linha da tabela abaixo? Justifique sua resposta:

A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R
01	02	03	04	05	06	07	08	09	10	11	12	13	14	15	16	17	18
01	04	07															

S	T	U	V	X	W	Y	Z	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36

Q6) De posse dessas informações você pode identificar progressões no domínio e na imagem da função cifradora $f(x) = 3x - 2$ visualizada no arquivo “Geo3.ggb”? Justifique sua resposta.

Q7) A constatação obtida no item 6 é válida somente para $f(x) = 3x - 2$ ou é verdadeira para outras funções do tipo $f(x) = ax + b$? Quais são as condições necessárias? Quais são as implicações? Por quê?

Q7-a) Se for verdadeira justifique sua resposta e, em seguida, enuncie um teorema que explicita a relação que você estabeleceu.

Fonte: Autora.

As respostas categorizadas observando as operações de expansão discursiva no desenvolvimento das atividades podem ser visualizadas no Quadro 25.

Quadro 25 – Operações discursivas mobilizadas nas atividades sobre caracterização da função fim.

Questão	**Análise discursiva da Atividade 3**			
	N/D	**E**	**R**	**EB**
Q1	-	A, B, C, D, E	B, D, E	-
Q2-a	-	A, B, C, D, E	D, E	-
Q5	B	A, C, D, E	A	-
Q6	-	A, B, C, D, E	D	-
Q7	-	A, B, C, D	B, C, D	-
Q7-a	-	A, B, C, D, E	A, B, C, D	-

Fonte: Autora.

A categorização da dupla B, em Q5, na operação de narração/descrição ocorreu devido a justificação não ter sido embasada em elementos matemáticos em nenhum tipo de representação. Cabe apontar que o enunciado requeria a mobilização de RLN, RTb e RGr e como incidiu em outras atividades a mobilização de muitas representações levaram, na maioria das vezes, a categoria de explicação. De outro modo, foi possível constatar que quanto maior é a diversidade de representações mobilizadas, mais as atividades tendem a se encaminhar para operação de explicação, do que comparado com enunciados que mobilizem um ou dois registros de representação.

A operação de raciocinamento foi identificada quatro vezes, quando o item propiciou a mobilização de representações na língua natural e algébrica e solicitou nas justificações representação diferente da língua natural e isso foi constatado não só no último item dessa atividade, como na última questão das duas atividades que seguem, pois possuem as mesmas características.

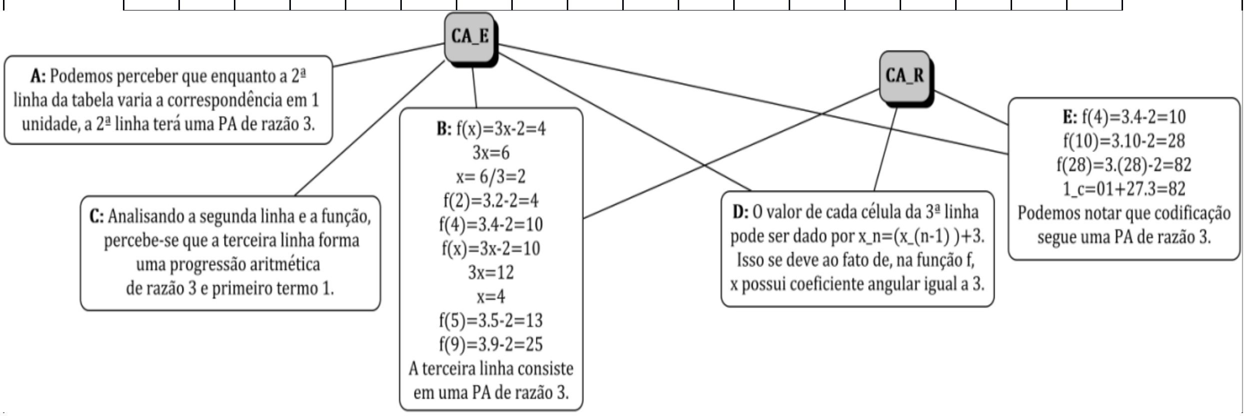
A exposição das respostas da Atividade 3 após sistematizadas, podem ser visualizadas no Quadro 26.

Quadro 26 – Exposição dos protocolos da Atividade 3.

Q1) Para codificar sua senha pela cifra de substituição inicialmente você utilizou a correspondência de letras e números conforme as duas primeiras linhas da tabela. Ao aplicar a função cifradora $f(x) = 3x - 2$ cada caractere foi codificado conforme a terceira linha.
Analise, e se considerar necessário preencha, algumas células da tabela abaixo a fim de identificar regularidades na segunda e na terceira linha da tabela. Justifique sua resposta.

A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R
01	02	03	04	05	06	07	08	09	10	11	12	13	14	15	16	17	18
01	04	07															

S	T	U	V	X	W	Y	Z	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36



Fonte: Autora.

Quadro 26 – Exposição dos protocolos da Atividade 3.

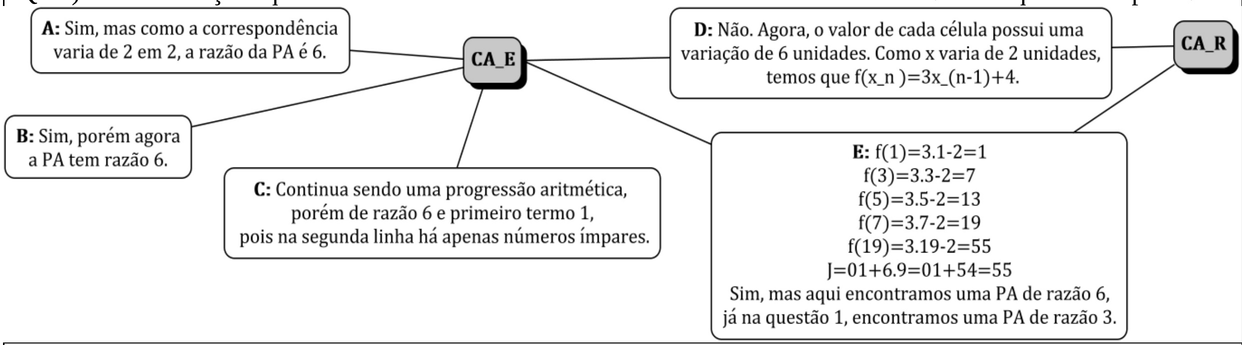
(continua)

2) Agora varie a correspondência de 1 (uma) unidade para 2 (duas) unidades e exponha pelo menos 6 (seis) colunas da tabela considerando a função cifradora $f(x) = 3x - 2$.

A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	X
01	03	05																				

W	Y	Z	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

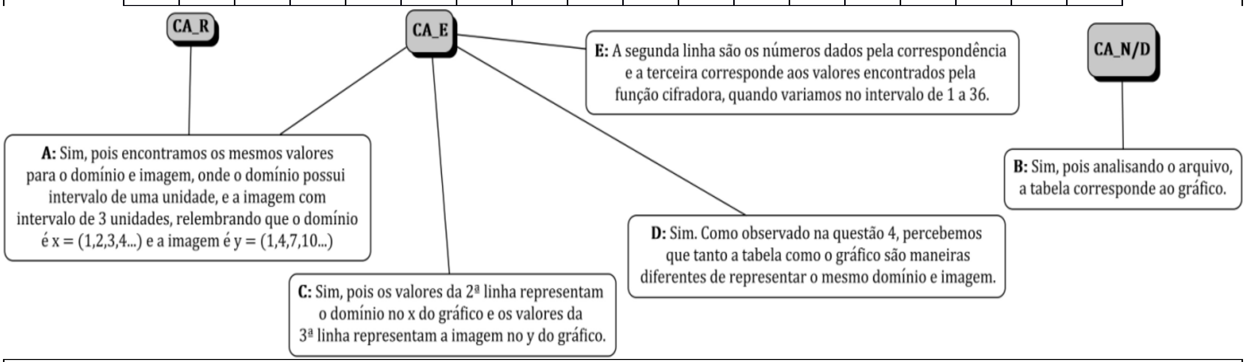
Q2-a) As constatações que você obteve na atividade 1 foram identificadas novamente? Justifique sua resposta.



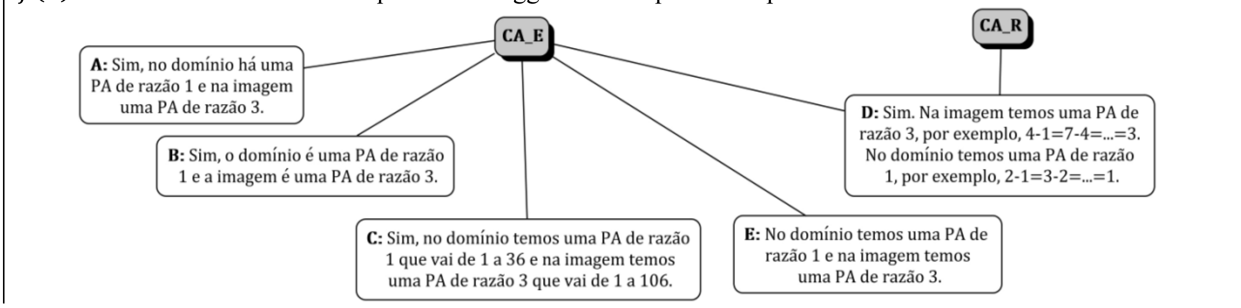
Q5) Você identifica que o gráfico da função cifradora exposto no arquivo "Geo3.ggb" tem, respectivamente, como domínio e imagem os valores da segunda e terceira linha da tabela abaixo? Justifique sua resposta:

A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R
01	02	03	04	05	06	07	08	09	10	11	12	13	14	15	16	17	18
01	04	07															

S	T	U	V	X	W	Y	Z	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36



Q6) De posse dessas informações você pode identificar progressões no domínio e na imagem da função cifradora $f(x) = 3x - 2$ visualizada no arquivo "Geo3.ggb"? Justifique sua resposta.

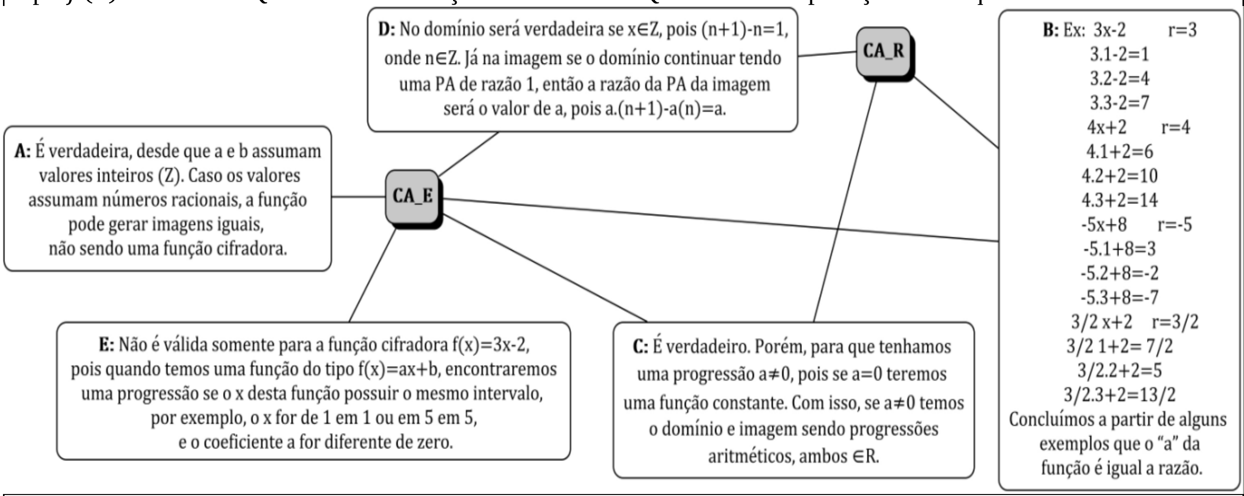


Fonte: Autora.

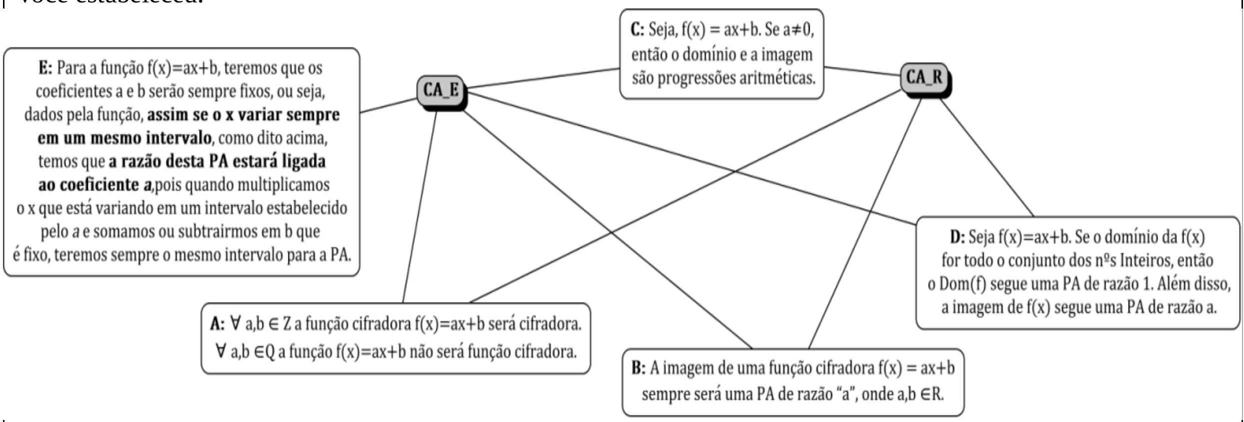
Quadro 26 – Exposição dos protocolos da Atividade 3.

(conclusão)

Q7) A constatação obtida no item 6 é válida somente para $f(x) = 3x - 2$ ou é verdadeira para outras funções do tipo $f(x) = ax + b$? Quais são as condições necessárias? Quais são as implicações? Por quê?



Q7-a) Se for verdadeira justifique sua resposta e, em seguida, enuncie um teorema que explicita a relação que você estabeleceu.



Fonte: Autora.

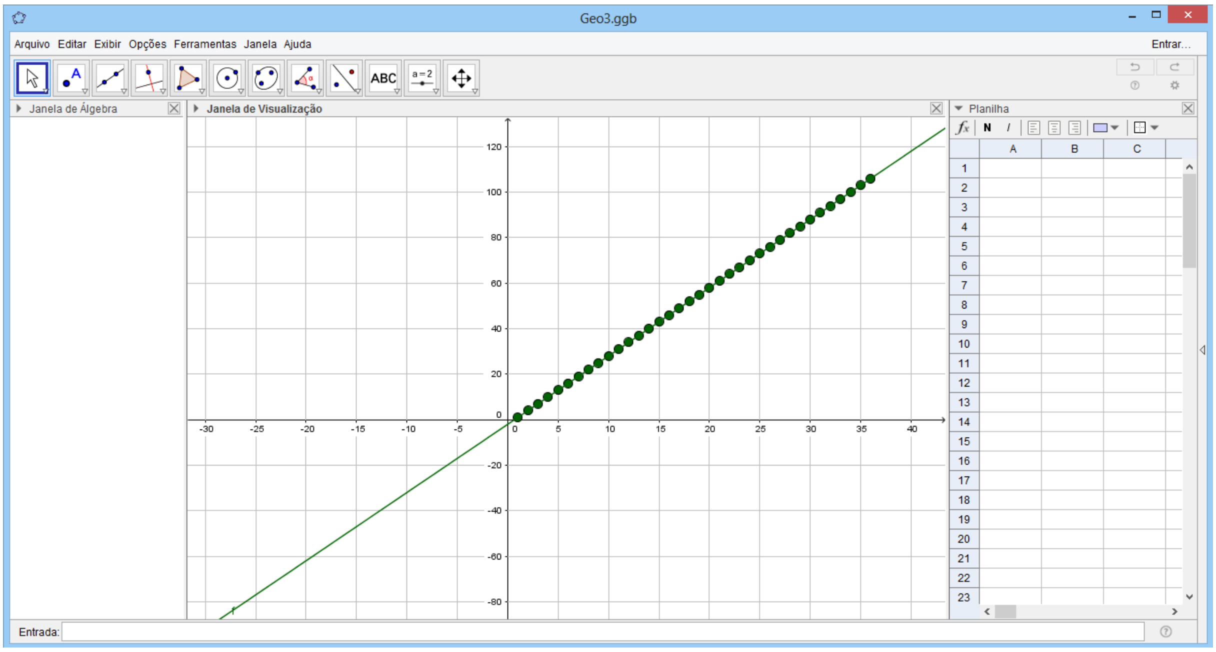
Para Q1, pode-se perceber que todas as duplas fizeram uso da operação discursiva de explicação para apontar que há uma progressão aritmética de razão 3 na imagem da função codificadora. Um detalhe importante que há na caracterização das função afim é que para haver uma progressão aritmética na imagem é necessário haver uma progressão aritmética no domínio dessa função. Esse detalhe foi apontado claramente pela dupla A quando assinala que "*a 2ª linha da tabela varia a correspondência em 1 unidade, a 2ª linha terá uma PA de razão 3*", sendo que a 2ª linha correspondia ao domínio e a 3ª linha a imagem da função.

Ainda as duplas B, D e E também utilizaram a operação de raciocinamento expondo por meio de representações numéricas (dupla B e E) e algébricas (dupla D) a variação que notaram na imagem da função cifradora, constatando a progressão aritmética com 3 unidades de variação.

Para a questão 2-a em que a proposta consistia apenas em mudar a variação do domínio de 1 unidade para 2 unidades, todas as duplas utilizaram a explicação para inferir que ainda haverá uma progressão aritmética na imagem, mas que seria com razão 6. Ainda, a dupla D mobilizou uma representação algébrica juntamente com a representação em língua natural e a dupla E que mobilizou uma representação numérica tiveram suas respostas enquadradas na operação de raciocinamento.

A partir da Q5 pode-se verificar que a dupla B utilizou uma narração/descrição para responder a questão, posto que a representação na língua natural usa termos comuns do meio sociocultural dos locutores, sem a necessidade de ter conhecimento específico sobre o objeto matemático função. Já, as duplas A, C, D e E usaram a operação discursiva de explicação para justificar que a 2ª e 3ª linhas da tabela, correspondiam ao domínio e a imagem, respectivamente. Para isso as duplas C e E manipularam a função no *software* GeoGebra tornando contínua a função que estava apresentada de forma discreta, como pode ser observado na Figura 12:

Figura 12 – Arquivo "Geo3.ggb" manipulado pela dupla E.



Fonte: Autora.

Ainda a dupla A apresentou sua resposta enquadrada na categoria CA_R, pois além da explicação, mobilizaram uma representação simbólica para mostrar os valores do domínio e da imagem conforme apontaram que "*o domínio é* $x = (1, 2, 3, 4 \ldots)$ *e a imagem é* $y = (1, 4, 7, 10 \ldots)$", mesmo que tal representação simbólica esteja equivocada.

Em Q6 pode-se constatar que todas as duplas identificaram as progressões no domínio e na imagem da função cifradora. Para isso, as duplas fizeram uso de explicação para mostrar que há uma progressão aritmética de razão 1 no domínio e uma progressão aritmética de razão 3 na imagem, corroborando com as respostas dadas nas questões anteriores. Além disso, a dupla D mobilizou uma representação numérica para mostrar a razão das progressões, sendo que essa resposta enquadra-se também na operação discursiva de raciocinamento.

Embora todas as duplas tenham constatado na questão 7 que era possível determinar progressões para outras funções do tipo $f(x) = ax + b$, pode-se obervar que a resposta da dupla E estaria mais completa por identificar que "*encontraremos uma progressão se o x desta função possuir o mesmo intervalo*", ou seja, conseguiram perceber que para haver uma progressão na imagem da função afim era necessário que houvesse uma progressão no domínio, ou seja, a mesma variação no intervalo. Quanto as categorias todas as duplas foram enquadradas em CA_E e B, C e D categorizadas também em CA_R. Porém, como já mencionado, a dupla E conseguiu expressar com maior validade as implicações para identificar progressões na função afim.

Corroborando a Q7, em Q7-a as duplas não enunciaram o teorema de caracterização da função, a dupla E por meio de uma explicação percebeu a necessidade de "*x variar sempre em um mesmo intervalo*" para que se tenha uma progressão aritmética na imagem. Além disso, expuseram que a razão da progressão aritmética está ligada ao coeficiente "a", mas não somente ao coeficiente, como também ao intervalo de x. As duplas B e D observaram que a progressão da imagem está relacionada ao coeficiente "a", mas acabaram não expondo a necessidade de ter uma progressão aritmética no domínio.

Quanto as categorias, todas foram associadas em CA_E, enquanto A, B, C e D foram categorizadas em CA_R. Porém, seguindo o mesmo raciocínio da Q7, embora todas as duplas tenham compreendido a relação da função afim com as progressões, a dupla E expôs com mais clareza e validade de suas respostas referentes a caracterização da função afim.

O Quadro 27 apresenta as questões 6, 6-a e 6-b, que constituem a Atividade 4 – Buscando regularidades, que tinham por finalidade mostrar a caracterização da função exponencial.

Quadro 27 – Atividades com indícios de expansão discursiva sobre a caracterização da função exponencial.

Q6) Com base no que você observou nos itens 2, 3, 4 e 5 uma regularidade no domínio implica em uma regularidade na imagem de uma função cifradora? Q6-a) A constatação anterior pode ser generalizada para outras funções do tipo $f(x) = a^{(x-p)} - q$? Por quê? Q6-b) Em caso afirmativo, justifique sua resposta e, em seguida, enuncie um teorema que aponta a relação que você estabeleceu.

Fonte: Autora.

As respostas categorizadas observando as operações da função de expansão discursiva no desenvolvimento das atividades estão apresentadas no Quadro 28.

Quadro 28 – Operações discursivas mobilizadas nas atividades sobre caracterização da função exponencial.

Questão	**Análise discursiva da Atividade 4**			
	N/D	**E**	**R**	**EB**
Q6	-	A, B, C, D, E	-	-
Q6-a	A	B, C, E	C, E	-
Q6-b	-	C, D, E	C, D, E	A, B

Fonte: Autora.

Em relação ao Quadro 28, é importante destacar que todas as duplas usaram explicação na questão 6, tal fato, incide com o que aconteceu nas demais atividades. Esse item pedia que se observasse questões anteriores com a finalidade de observar regularidades no domínio que implicam em uma regularidade na imagem de uma função cifradora de tipo exponencial. Essa articulação de enunciados solicitava a mobilização de RLN, RTb, RAl e RGr. A justificativa a partir de muitas representações se encaminhou para a categoria de explicação.

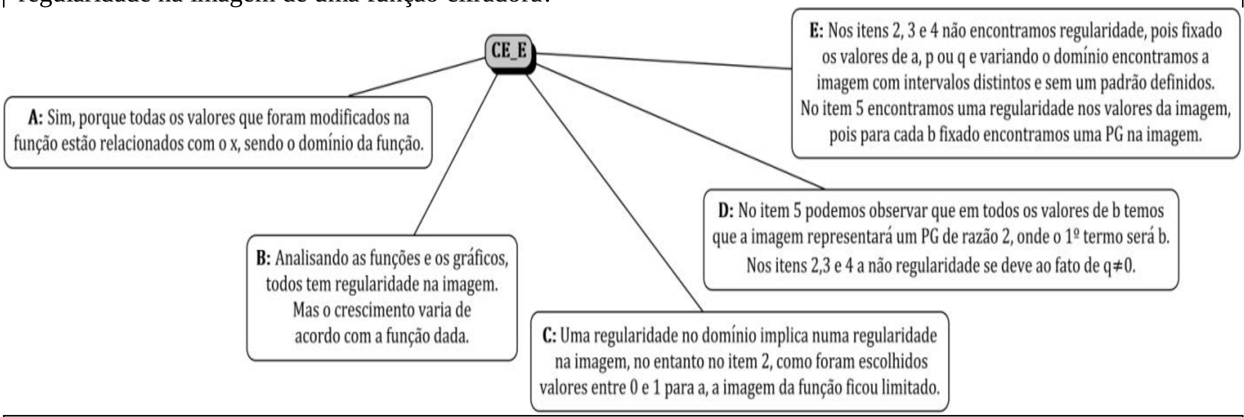
Outro detalhe relevante é que, apenas uma dupla foi categorizada em narração/descrição para Q6-a. Isso representa um aspecto positivo tendo em vista o conceito matemático que estava sendo mobilizado: constatar que uma regularidade no domínio implica em uma regularidade na imagem de uma função exponencial, tanto que a resposta da dupla D não pode ser categorizada por falta de subsídio na justificativa.

Mesmo assim, três duplas (C, D e E) conseguiram observar que uma regularidade no domínio da função exponencial implicaria em uma progressão geométrica na imagem. Essas duplas conseguiram estabelecer suas justificativas por meio de explicação e raciocinamento, apesar dessa ser a questão que mais duplas deixaram em branco.

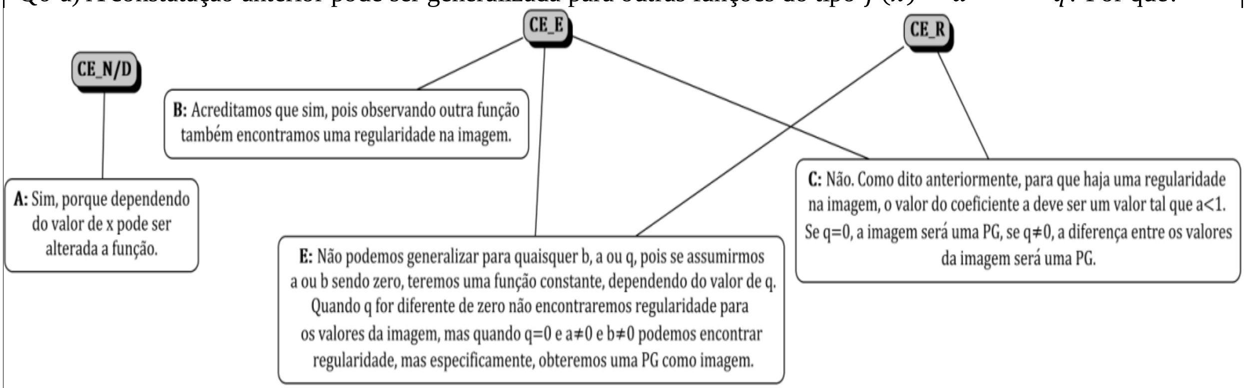
O Quadro 29 apresenta a exposição das respostas depois de categorizadas e sistematizadas.

Quadro 29 – Exposição dos protocolos da Atividade 4.

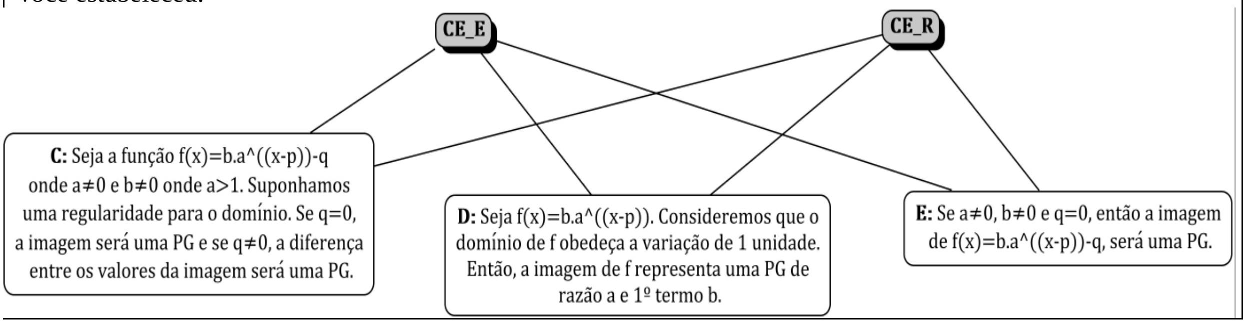
Q6) Com base no que você observou nos itens 2, 3, 4 e 5 uma regularidade no domínio implica em uma regularidade na imagem de uma função cifradora?



Q6-a) A constatação anterior pode ser generalizada para outras funções do tipo $f(x) = a^{(x-p)} - q$? Por quê?



Q6-b) Em caso afirmativo, justifique sua resposta e, em seguida, enuncie um teorema que aponta a relação que você estabeleceu.



Fonte: Autora.

Antes de falar da questão Q6 é necessário apontar alguns elementos das questões 2, 3, 4 e 5 que a antecederam. Essas questões solicitavam a modificação de parâmetros e a observação de regularidades, ou seja, progressões no domínio e na imagem das funções. Porém, as duplas responderam tais questões observando itens como crescimento ou decrescimento das funções, intervalos do domínio e da imagem, entre outros aspectos, mas não responderam claramente o que havia sido requerido.

Por esse motivo, apenas as duplas D e E observaram que apenas na questão 5 que poderia ser visualizado progressão geométrica na imagem. Uma vez que, na caracterização da função exponencial a mesma precisa ser do tipo $f(x) = ba^x$. Mesmo assim, nenhuma delas concluiu que para que se tenha uma progressão geométrica na imagem seja necessária uma progressão aritmética no domínio. Relacionado as categorias, todas as respostas foram classificadas como CE_E, embora nem todas tenham respondido diretamente o que havia sido pedido.

Referente a questão 6-a, as duplas C, D e E perceberam que não existiria progressões no domínio e na imagem para todas as funções do tipo $f(x) = a^{(x-p)} - q$, mas que primeiramente precisava que $q = 0$, pois para a caracterização da função exponencial é necessário que a mesma seja do tipo $f(x) = ba^x$, além das condições para ser exponencial apontada pelas duplas.

Quanto as categorias, a dupla A foi classificada em CE_N/D, pois embora usasse os termos “x” ou “função” não está fazendo uso da língua natural em termos de conhecimentos sobre o objeto matemático função. Já B, C, D, e E foram categorizados em CE_E e as duplas C e E categorizados em CE_R.

Para a questão 6-b, as duplas A e B não registraram suas respostas. Já, as demais duplas não enunciaram o teorema de caracterização da função exponencial, porém identificaram que há casos em que é possível observar uma progressão geométrica na imagem. Infelizmente, mesmo tendo salientado, após a atividade de caracterização da função afim, da necessidade do domínio ter a mesma variação para obter a progressão na imagem, nenhuma das duplas expôs essa propriedade na atividade sobre caracterização da função exponencial. Apesar de não haverem enunciado o teorema, as três duplas que registraram as respostas foram categorizadas em CE_E e CE_R, por mobilização de representações algébricas e simbólicas.

O Quadro 30 tem por propósito apresentar as questões 2, 3 e 3-a, que constituem a Atividade 5 – Buscando regularidades, que tinham por intenção mostrar a caracterização da função quadrática.

Quadro 30 – Atividades com indícios de expansão discursiva sobre a caracterização da função quadrática.

Q2) Ao analisar o arquivo "Geo8.ggb" é possível observar que ao tomar uma progressão aritmética no domínio da função cifradora não é possível identificar uma progressão aritmética na imagem. No entanto o que você identifica? Q3) A constatação obtida no item 2 é válida para outras funções do tipo $f(x) = ax^2 + bx + c$? Por quê? Q3-a) Se for válida, justifique sua resposta e, em seguida, enuncie um teorema que aponta a relação que você constituiu.

Fonte: Autora.

As respostas categorizadas observando as operações de expansão discursiva no desenvolvimento das atividades podem ser visualizadas no Quadro 31.

Quadro 31 – Operações discursivas mobilizadas nas atividades sobre caracterização da função quadrática.

Questão	**Análise discursiva da Atividade 5**			
	N/D	**E**	**R**	**EB**
Q2	-	A, B, C, D, E	D, E	-
Q3	-	B, C, D, E	C, E	A
Q3-a	-	B, C, D, E	B, C, D, E	A

Fonte: Autora.

Uma possibilidade para que a dupla A não tenha realizado as questões Q3 e Q3-a esteja relacionado com o fato de que essa dupla identificou apenas, em Q2, a regularidade no domínio, mas não constataram a implicação dessa regularidade para a imagem da função e, desse modo, também não conseguiu concluir que essa propriedade seria válida para todas as funções quadráticas.

Embora a variação seja constante para uma progressão aritmética de segunda ordem, esse fato foi observado com mais facilidade do que uma variação exponencial. Esse resultado pode ser corroborado pela experiência vivenciada no primeiro item da Atividade 4, que pode ser visualizada no Quadro 32.

Quadro 32 – Primeiro item da Atividade 4.

O quadro abaixo representa dados codificados por uma função cifradora, seguindo a associação acima.

Caractere	Tabela	Código
A	01	01
B		03
C	03	
D		27
E		
F		243
...		
9		

1) Identifique a representação algébrica desta função cifradora.

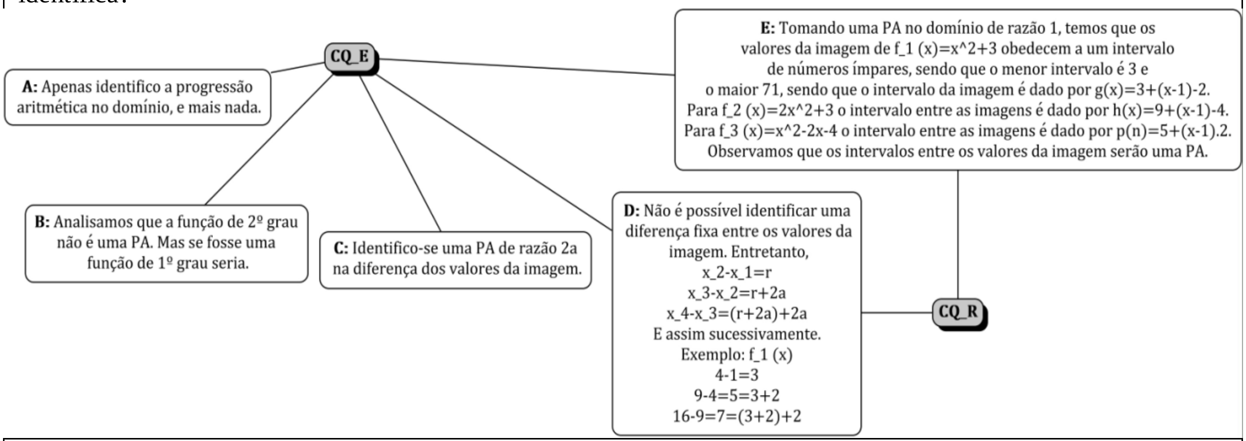
Fonte: Autora.

Essa questão consistia em solicitar o modelo algébrico da representação tabular da função exponencial. Todas as duplas chegaram à resolução, porém foi visível a necessidade de maior tempo para desenvolvê-la.

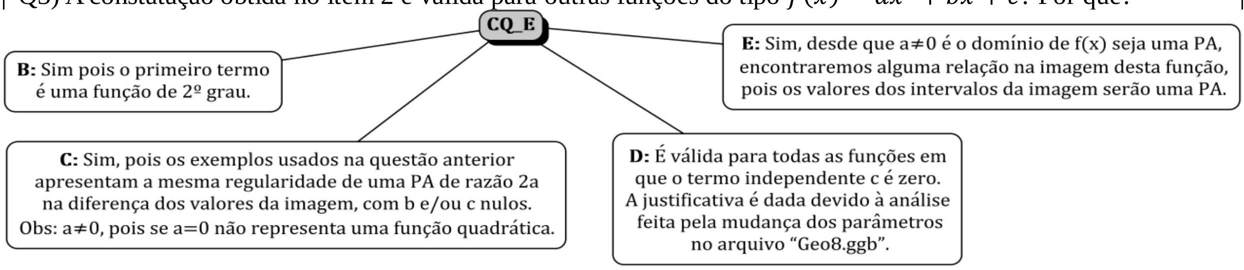
A seguir, apresenta-se o Quadro 33 que tem por intuito expor as respostas das duplas depois de sistematizadas.

Quadro 33 – Exposição dos protocolos da Atividade 5.

Q2) Ao analisar o arquivo "Geo8.ggb" é possível observar que ao tomar uma progressão aritmética no domínio da função cifradora não é possível identificar uma progressão aritmética na imagem. No entanto o que você identifica?



Q3) A constatação obtida no item 2 é válida para outras funções do tipo $f(x) = ax^2 + bx + c$? Por quê?

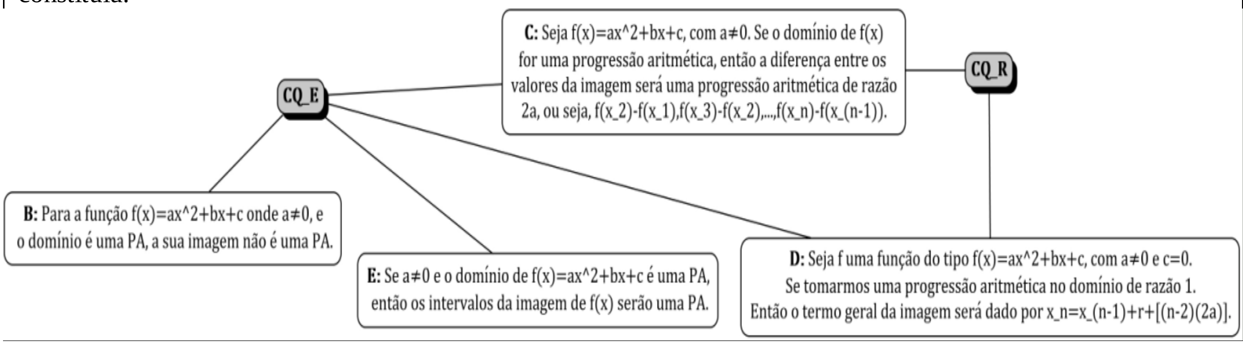


Fonte: Autora.

Quadro 33 – Exposição dos protocolos da Atividade 5.

(conclusão)

Q3-a) Se for válida, justifique sua resposta e, em seguida, enuncie um teorema que aponta a relação que você constituiu.



Fonte: Autora.

Para a questão 2, todas as duplas fizeram uso da operação de expansão discursiva de explicação, bem como duas duplas D e E mobilizaram representações algébricas e numéricas na resolução, enquadrando a resposta também na categoria de raciocinamento. Vale apontar que embora nenhuma das duplas tenha constatado a progressão aritmética de segunda ordem na imagem, quando há uma progressão aritmética no domínio, a dupla D conseguiu identificar as diferenças sucessivas que caracterizam a função quadrática.

Para questão 3, a dupla A não registrou suas constatações, logo essa dupla também não desenvolveu a questão 3-a. Já, as demais duplas fizeram uso da operação de explicação para registrar suas respostas.

Referente à Q3-a pode-se perceber que todas as duplas que desenvolveram a questão fizeram uso da operação de explicação. Ainda, as duplas C e D, utilizaram representação algébrica também no desenvolvimento, enquadrando sua resolução na categoria de raciocinamento. Embora, as duplas não tenham apresentado o teorema de caracterização da função quadrática, pode-se perceber que ao menos as duplas C e D observaram, de forma indireta, a progressão aritmética de segunda ordem na imagem da função quadrática quando se tem uma progressão aritmética no domínio, isso pode ser visualizado quando tais duplas visualizam as diferenças sucessivas na imagem da função.

Pensando na sequência ao todo é possível observar alguns pontos relevantes para a análise. Quanto as categorias mobilizadas pelas licenciandas percebeu-se a predominância da combinação das operações discursivas de explicação e raciocinamento.

Sobre as explicações percebe-se que as acadêmicas buscaram se embasar no conhecimento sobre objeto matemático função, expondo por meio de mobilização de registro na língua natural. Em relação à operação de raciocinamento podem-se observar mobilizações de registros simbólicos, algébricos e numéricos. Bem como, constatar que em nenhum caso o raciociamento pode ser classificado como dedução, visto que as atividades não solicitaram demonstrações. Sendo assim, os raciocinamentos realizados podem ser compreendidos como argumentações quando combinados às explicações. Isso porque:

> A argumentação é evidentemente uma forma de raciocínio que não pode estar desvinculada do registro da língua natural. **A língua natural deve ser considerada, ao mesmo tempo, um registro de partida e um registro de chegada. Mas, é aí que está o ponto importante: esta conversão interna não é feita diretamente, ela passa por representações intermediárias**. A explicitação de representações intermediárias não discursivas aparece como uma condição necessária à aprendizagem do raciocínio dedutivo, como no caso do controle de uma argumentação. (DUVAL, 1992; DUVAL e EGRET, 1993 apud Duval, 1993, grifo do autor).

Dito de outro modo é importante valorizar as argumentações para além da dedução formal. Nesse sentido, Duval (1999) aponta que os argumentos usados para convencer a validade de uma proposição nem sempre surgem de raciocínio, mas consistir em um esclarecimento.

Dessa forma, é importante ser capaz de mobilizar várias formas de discurso, mesmo quando os argumentos usados surjam de outro registro de representação. Assim, é possível esclarecer porque transformações figurativas ou cálculos podem ser considerados como respostas a um problema (DUVAL, 1999).

Ainda sobre os registros de representação semiótica é importante salientar que quanto mais registros eram necessários mobilizar para desenvolver as atividades, mais as respostas eram encaminhadas para a categoria de explicação. Por exemplo, uma questão que em seu enunciado solicitava que as licenciandas articulassem o registro na língua natural, ou as representações algébrica e gráfica, obteve mais respostas enquadradas na operação discursiva de explicação.

Outro aspecto refere-se à mobilização por meio de análises pontuais: quando o enunciado pedia que fosse articulada a representação gráfica, as respostas tenderam para categorização na operação de explicação. Já, quando a solicitação era a utilização de representação algébrica, as respostas se aproximaram para a combinação de explicação e raciocinamento. Tal observação permite apontar que a mobilização do registro gráfico fez com que as respostas obtidas resultassem em registro na língua natural, e quando era com o registro algébrico as licenciandas conseguiam mobilizar maior variedade de representações, fossem numéricas, simbólicas, algébricas ou em língua natural.

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Essa pesquisa objetivou investigar a expansão discursiva, que permite a articulação entre enunciados completos em unidades coerentes, mobilizada por meio das representações semióticas por licenciandos em Matemática diante de uma sequência de atividades envolvendo criptografia e o objeto matemático função. Para tanto, foram abordados tópicos de função inversa e as caracterizações das funções afim, quadrática e exponencial.

É importante destacar que, ao conversar com as acadêmicas, embora todas já houvessem cursado o componente curricular MTM1044 – Matemática Elementar, as mesmas assinalaram que não recordavam se haviam estudado as caracterizações das funções. Além disso, quando foram enunciados os teoremas de caracterização da função afim, quadrática e exponencial e detalhada as demonstrações das duas primeiras, as licenciandas assinalaram que ainda não possuíam conhecimento sobre as caracterizações.

Levando em consideração essa informação, constatou-se que as licenciandas mobilizaram a expansão discursiva das representações semióticas para o objeto matemático função. Mais ainda, todas as duplas compreenderam a necessidade da função ser inversível para que assim, possa ser considerada cifradora. Quanto as caracterizações a maioria das duplas constatou que a existência de uma progressão na imagem incide quando há uma progressão também no domínio das funções.

Referente as operações de expansão discursiva, observando as vinte e duas questões analisadas, constatou-se apenas quatro vezes o uso da narração/descrição. Essa categoria consiste no emprego comum da língua e conhecimentos próprios do meio sociocultural do locutor e do interlocutor. Diante disso, evidencia-se que a pouca ocorrência de narração/descrição é um aspecto favorável, uma vez que, trata-se de uma expansão que não utiliza conhecimento científico da área no discurso produzido.

Predominantemente foram utilizadas as operações discursivas de explicação e raciocinamento. A operação de explicação também consiste em se expressar por meio da língua natural, mas com uso de conhecimentos específicos de definições acerca do campo científico do qual o objeto investigado está inserido, no caso, a matemática, e mais precisamente do objeto matemático função. Já a operação de raciocinamento, que é caracterizada pelo uso exclusivo de símbolos, que podem ser compreendidos pela escrita algébrica, notações, etc., quando utilizada deu-se por meio de representações algébricas, numéricas e simbólicas. Além disso, ficou evidenciado que ao solicitar a representação algébrica, como ponto de partida, propiciou respostas com articulação de diferentes representações: língua natural, algébrica, simbólica e/ou numérica. Porém, quando solicitou-se a observação de representação gráfica, as respostas ficaram mais limitadas a mobilização de representação na língua natural. Esse domínio de categorização em explicação e raciocinamento evidenciam que as licenciandas buscaram embasar as justificativas no objeto matemático função, sendo muito positivo quando se trata de formação de professores de Matemática.

Ainda a respeito das licenciandas, é imprescindível valorizar o empennho das mesmas no desenvolvimento da sequência. Ao olhar para a formação das mesmas, constata-se o comprometimento para além do ensino em sala de aula uma vez que, todas possuem envolvimento com projetos de ensino, pesquisa ou extensão, sendo que mesmo a licencianda que não possuia vínculo como bolsista com atividade remunerada na época das intervenções desenvolvia atividades de iniciação científica como voluntária em um projeto de pesquisa.

No que tange ao emprego do GeoGebra constatou-se que ao analisar os arquivos gravados pelas duplas de acadêmicas, notou-se raras alterações em relação aos arquivos disponibilizados inicialmente mesmo existindo a possibilidade de manipular os recursos da de álgebra, campo de entrada e planilha. No entanto, observou-se que no decorrer do desenvolvimento da sequência a mobilização da representação gráfica foi efetivamente explorada a ponto de ser explicitada em vários protocolos das acadêmicas. Talvez porque o GeoGebra tenha possibilitado analisar as funções cifradoras com domínio discreto a partir da plotagem de funções contínuas com apoio do recurso. Nessa perspectiva ainda vale ressaltar que esse recurso possui outras ferramentas que podem ser mais exploradas em um outro contexto ou sob uma nova ótica.

Como todo processo de pesquisa é um ato de reflexão, hoje, após a conclusão deste estudo considero que a composição e a ordem da sequência de atividades poderia ser alterada de modo a explorar a caracterização das funções afim, quadrática e por fim a exponencial. Isso porque foi constatado que as licenciandas observaram a regularidade no domínio que implica na imagem de qualquer um dos três tipos de função, porém as respostas da sequência mostraram que houve maior dificuldade na atividade relacionada à caracterização da função exponencial necessitando de outros encaminhamentos além do registro tabular.

Como continuação para esse trabalho, espera-se que a análise discursiva das representações semióticas possa ser amplamente discutida em relação a outros objetos matemáticos. Além disso, serve de inspiração o artigo de Brandt, Moretti e Bassoi (2014) no qual investigou-se o discurso conforme o grau de escolaridade: Ensino Fundamental, Médio e Superior. Ainda pode-se pesquisar se há a evolução do discurso, por exemplo, no desenvolvimento de uma sequência, sobre um determinado objeto matemático, de quando o licenciando ingressa no curso para quando está concluindo o mesmo.

REFERÊNCIAS

BARDIN, L. **Análise de Conteúdo.** Lisboa: Edições 70, 2011.

BOEMO, M. S.; ROSA, C. W.; MARIANI, R. C. P. Os registros de representação semiótica nas pesquisas em matemática: um olhar para os sistemas lineares e funções. In: Escola de Inverno de Educação Matemática, 4., 2014, Santa Maria. **Anais Eletrônicos...** Santa Maria: UFSM, 2014. Disponível em: <http://w3.ufsm.br/ceem/eiemat/Anais/arquivos/ed_4/CC/CC_Boemo_Marinela.pdf>. Acesso em: 10 fev. 2015.

BRANDT, C. F.; MORETTI, M. T. O cenário da Pesquisa no Campo da Educação Matemática à Luz da Teoria dos Registros de Representação Semiótica. **Perspectivas da Educação Matemática**, Campo Grande, v. 7, n. 13, p. 22-37, 2014.

BRANDT, C. F.; MORETTI, M. T.; BASSOI, T. S. Estudos das funções do discurso na resolução de problemas matemáticos. **Educação Matemática Pesquisa**, São Paulo, v. 16, n. 2, p. 479-503, 2014.

BRASIL. **Parâmetros Curriculares do Ensino Médio:** ciências da natureza, matemática e suas tecnologias. Brasília: Ministério da Educação, Secretaria de Educação Básica, 1999.

________. **PCN+ Ensino Médio:** Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias. Brasília: Ministério da Educação, Secretaria de Educação Básica, 2002.

________. **Orientações curriculares para o ensino médio:** Ciências da natureza, matemática e suas tecnologias. V. 02. Brasília: Ministério da Educação, Secretaria de Educação Básica, 2006.

CARDOSO, F. C. **O Ensino da Geometria Analítica em um Curso de Licenciatura em Matemática: uma análise da organização do processo educativo sob a ótica dos Registros de representação semiótica.** 2014. 143f. Dissertação (Mestrado em Educação nas Ciências – área de Matemática) – Universidade do Noroeste do Estado do Rio Grande do Sul, Ijuí, 2014.

CARDOSO, M. B. **Múltiplas Representações Semióticas no Ensino de Função Afim: enfoque na formação inicial de professores de matemática.** 2015. 173f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade Estadual do Ceará, Fortaleza, 2015.

DAMM, R. F. **Registros de Representação.** In: Machado, Silvia Dias Alcântara. Educação Matemática: uma introdução. São Paulo: EDUC, p. 135-153, 2012.

DANTE, L. R. **Matemática.** V. único. São Paulo: Ática, 2005.

DIONIZIO, F. A. Q. **Conhecimentos Docentes: uma análise dos discursos de professores que ensinam matemática.** 2013. 113f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade Estadual de Ponta Grossa, Ponta Grossa, 2013.

DUVAL, R. **Registros de Representações semióticas e funcionamento cognitivo da compreensão em matemática.** In: Machado, Silvia Dias Alcântara. Aprendizagem em Matemática: registros de representação semiótica. Campinas: Papirus, p. 11-33, 2003.

__________. **Semiosis y pensamiento humano:** registros semióticos y aprendizajes intelectuales. Santiago de Cali: Peter Lang, 2004.

__________. **Semiósis e Pensamento Humano:** registros semióticos e aprendizagens intelectuais: fascículo I. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2009.

__________. **Ver e Ensinar a Matemática de Outra Forma:** entrar no modo matemático de pensar: os registros de representação semióticas. São Paulo: PROEM, 2011.

__________. Registros de representação semiótica e funcionamento cognitivo do pensamento. **Revista Eletrônica de Educação Matemática.** Florianópolis, v. 07, n. 2, p.266-297, 2012. Tradução de Méricles Thadeu Moretti.

__________. **Quais teorias e métodos para a pesquisa sobre o ensino da matemática?** In: Práxis Educativa. Universidade Estadual de Ponta Grossa, 2012. Disponível em: http://www.revistas2.uepg.br/index.php/praxiseducativa/article/view/4694/3209. Acesso: 22 nov. 2014.

__________. **Questioning argumentation.** In: International Newsletter on the Teaching and Learning of Mathematical Proof, 2009. Disponível em: <http://www.lettredelapreuve.org/OldPreuve/Newsletter/991112Theme/991112ThemeUK.html>. Acesso: 5 jul. 2016.

FERREIRA, R. D. **Contribuições do GeoGebra para o estudo de funções afim e quadrática em um curso de licenciatura em matemática.** 2013. 229f. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2013.

FERREIRA, R. A.; SANTOS, C. A. B.; CURI, E. Um cenário sobre pesquisas brasileiras que apresentam como abordagem teórica os Registros de Representação Semiótica. **Revista de Educação Matemática e Tecnológica Iberoamericana**, Recife, v. 4, n. 2, p. 1-14, 2013.

FIARRESGA, V. M. C. **Criptografia e matemática.** 2010. 161f. Dissertação (Mestrado em Matemática para Professores) – Universidade de Lisboa, Lisboa, 2010.

GRAVINA, M. A.; SANTAROSA, L. M. A aprendizagem da matemática em ambientes informatizados. In: Congresso RIBIE, 4., 1998, Brasília. **Anais Eletrônicos...** Brasília: Centro de Convenções Ulysses Guimarães, 1998. Disponível em: <http://www.miniweb.com.br/ciencias/artigos/aprendizagem_mat.pdf>. Acesso em: 10 nov. 2015.

LIMA, E. L. et al. **A Matemática do ensino médio:** V. 1. Rio de Janeiro: SBM, 2006.

LOUREIRO, F. O. **Tópicos de criptografia para o ensino médio.** 2014. 55f. Dissertação (Mestrado em Matemática) – Universidade Estadual do Norte Fluminense Darcy Ribeiro, Campos dos Goytacazes, 2014.

LÜDKE, M.; ANDRÉ, M. E. D. A. **Pesquisa em Educação:** abordagens qualitativas. São Paulo: EPU, 1986.

MAIA, D. **Função Quadrática: um estudo didático de uma abordagem computacional.** 2007. 141f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2007.

MELO, M. **O ensino de desigualdade e inequações em um curso de licenciatura em matemática.** 2007. 81f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2007.

MENESES, L. R. M. **Representações Mobilizadas nas Turmas de 1º ano do Colégio de Aplicação da Universidade Federal de Sergipe no Ensino de Função Afim e Quadrática**. 2014. 133 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências Naturais e Matemática) – Universidade Federal de Sergipe, São Cristóvão, 2014.

MOREIRA, M. D. D. **Revisitando Euclides para o Ensino de Áreas: uma proposta para as licenciaturas.** 2010. 217f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática) – Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2010.

MOSSI, S. V.; SOARES, M. A. S. Análise do uso de *softwares* no Ensino de Matemática sob a perspectiva das produções acadêmicas. In: JORNADA NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 5., 2014, Passo Fundo. **Anais Eletrônicos...** Passo Fundo: UPF, 2014. Disponível em: <http://www.upf.br/jem/images/trabalhos-2014/comunicacao-cientifica/analise_uso_softwares_ensino_matematica_sob_perspectiva_prod_academicas.pdf>. Acesso em: 02 jun. 2015.

OLGIN, C. A. **Currículo no Ensino Médio: uma experiência com o tema criptografia.** 2011. 136f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciência e Matemática) – Universidade Luterana do Brasil, Canoas, 2011.

SANTOS, A. T. C. **O ensino da Função Logarítmica por meio de uma sequência didática ao explorar suas representações com o uso do *software* GeoGebra.** 2011. 200f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2011.

SANTOS, J. L. **A arte de cifrar, criptografar, esconder e salvaguardar como fontes motivadoras para atividades de matemática básica.** 2013. 81f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) – Universidade Federal da Bahia, Salvador, 2013.

SCANO, F. C. **Função Afim: Uma sequência didática envolvendo atividades com o GeoGebra.** 2009. 149f. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2009.

SCHWEBEL, S. C. **Frasedare: Framework orientado a objetos para segurança de dados em repouso.** 2005. 165f. Dissertação (Mestrado em Ciência da Computação) – Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2005.

SILVA, M. A.; PIRES, C. M. C. Quais os objetivos para o ensino de Matemática? Algumas reflexões sobre os pontos de vista de professores. **Revista Iberoamericana de Educación Matemática**, Unión (San Cristobal de La Laguna), v. 31, p. 21-44, 2012.

SILVA, M. A.; PIRES, C. M. C. Organização Curricular da Matemática no Ensino Médio: a Recursão como critério. **Ciência e Educação**, Bauru, v. 19, n. 2, p. 249-266, 2013.

SILVA, R. S. **O uso de problemas no ensino e aprendizagem de funções exponenciais e logarítmicas na Escola Básica.** 2012. 159f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática) – Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2012.

SOUZA, J. R. **Novo olhar matemática**; v. 1. São Paulo: FTD, 2013.

STORMOWSKI,V.; GRAVINA, M. A; LIMA, J. V. Tecnologia na Aula de Matemática: a importância do potencial semiótico. **Revista Novas Tecnologias na Educação**, Porto Alegre, v. 11, n. 3, p. 1-10, 2013.

TAMAROZZI, A. C. Codificando e decifrando mensagens. **Revista do Professor de Matemática**, São Paulo, n. 45, p. 41-43, 2001.

TERADA, R. Criptografia e a importância das suas aplicações. **Revista do Professor de Matemática**, São Paulo, n. 12, p. 1-7, 1988.

TOZZETO, A. S. **Letramento para a docência em Matemática nos anos iniciais do ensino fundamental.** 2010. 164f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade Estadual de Ponta Grossa, Ponta Grossa, 2010.

UFSM. **Projeto Pedagógico de Curso de Licenciatura em Matemática diurno.** 2013.

APÊNDICE A – AUTORIZAÇÃO INSTITUCIONAL

Universidade Federal de Santa Maria
Centro de Ciências Naturais e Exatas
Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática e Ensino de Física

AUTORIZAÇÃO INSTITUCIONAL

Eu ____, abaixo assinado, responsável pela ____, autorizo a realização do estudo *Análise discursiva das representações semióticas mobilizadas por licenciandos em Matemática no ensino e na aprendizagem de funções* a ser conduzido pelos pesquisadores:

- Profª Dra. Rita de Cássia Pistóia Mariani (Orientadora) - Telefone: (55) 84289408

- Shayene Vieira Mossi (Pós-Graduanda) – Telefone: (55) 96554262.

Fui informado, pelo responsável do estudo, sobre as características e objetivos da pesquisa, bem como das atividades que serão realizadas na instituição a qual represento.

Esta instituição está ciente de suas responsabilidades como instituição co-participante do presente projeto de pesquisa e de seu compromisso no resguardo da segurança e bem-estar dos sujeitos de pesquisa nela recrutados, dispondo de infra-estrutura necessária para a garantia de tal segurança e bem-estar.

Santa Maria, ...de ....de 2016.

____
Assinatura e carimbo do responsável institucional

APÊNDICE B – TERMO DE CONFIDENCIALIDADE

Universidade Federal de Santa Maria

Centro de Ciências Naturais e Exatas

Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática e Ensino de Física

TERMO DE CONFIDENCIALIDADE

Título do projeto: *Análise discursiva das representações semióticas mobilizadas por licenciandos em Matemática no ensino e na aprendizagem de funções*
Pesquisadora Responsável: Profª. Dra. Rita de Cássia Pistóia Mariani (Orientadora)
Telefone para contato: (55) 84289408
Instituição/Departamento: UFSM / Departamento de Matemática
Local da coleta de dados: UFSM - Prédio 13 (CCNE) – Campus Universitário

Os pesquisadores do presente projeto se comprometem a preservar a privacidade dos colaboradores da pesquisa, cujos dados serão coletados por meio de fotocópias, questionários e gravações de áudio. Igualmente, concordam que estas informações serão utilizadas somente para a realização desta pesquisa e futuras publicações dos resultados decorrentes em revistas especializadas na área educacional, bem como em congressos e simpósios. As informações somente poderão ser divulgadas, se devidamente autorizadas pelos colaboradores da pesquisa. Os dados coletados serão mantidos sob a responsabilidade da Profª. Pesquisadora na sala 1228 A, do Prédio 13, no Departamento de Matemática por um período de cinco (anos). Após este período, os dados serão destruídos. Este projeto de pesquisa foi revisado e aprovado pelo Comitê de Ética em Pesquisa da UFSM em ...../....../......., com o número do CAAE.

Santa Maria, ...de ....de 2016.

____

Profª. Drª. Rita de Cássia Pistóia Mariani
Orientadora da pesquisa
e-mail: rcpmariani@yahoo.com.br

APÊNDICE C – TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO

Universidade Federal de Santa Maria
Centro de Ciências Naturais e Exatas
Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática e Ensino de Física

TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO

Título do projeto: Análise discursiva das representações semióticas mobilizadas por licenciandos em Matemática no ensino e na aprendizagem de funções

Pesquisadoras Responsáveis:

- Profª Dra. Rita de Cássia Pistóia Mariani (Orientadora) - Telefone: (55) 84289408
- Shayene Vieira Mossi (Pós-Graduanda) – Telefone: (55) 96554262

Instituição/Departamento: UFSM/Departamento de Matemática

Você está sendo convidado (a) para participar, como voluntário (a), nesta pesquisa. Leia cuidadosamente o que segue e em caso de dúvidas, solicite esclarecimentos aos pesquisadores.

Esta pesquisa tem por objetivo investigar os registros de representação semiótica mobilizados por licenciandos em Matemática ao analisar o objeto matemático função a partir do contexto da criptografia, como parte integrante da dissertação de mestrado do Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática e Ensino de Física.

Para que a pesquisa possa ser realizada é necessário um trabalho de campo no qual a pesquisadora irá:

- Aplicar os questionários para compor o perfil da amostra/população dos colaboradores da pesquisa;
- Dinamizar a sequência composta por quatro intervenções, totalizando 8 oito horas-aula. Em cada intervenção a pesquisadora irá obter, de cada dupla, registros escritos e em áudio;
- Gravar em áudio o desenvolvimento das sequências de atividades;
- Reproduzir, por meio de fotocópias, os protocolos (registros escritos) das atividades desenvolvidas;

- Transcrever os registros em áudio para complementar a análise dos protocolos.

Para fins de esclarecimento evidenciamos que:

A sua participação é voluntária. Você tem garantido a possibilidade de não aceitar participar ou de retirar sua permissão a qualquer momento, sem nenhum tipo de prejuízo pela sua decisão no andamento regular do componente curricular MTM1062 – Educação Matemática II, ou interferir de forma indesejada na sua vida privada. Caso não queira assinar o Termo de Consentimento Livre e Esclarecido para participar dessa pesquisa, você não será gravado em áudio e nenhuma atividade sua será reproduzida e utilizada na pesquisa.

Ainda, você aceitando participar da pesquisa, caso no decorrer da mesma queira deixar de participar isso pode ser feito a qualquer momento, sem penalização alguma e sem prejuízo na continuidade do componente curricular MTM1062 – Educação Matemática II. Durante todo o período da pesquisa você terá a possibilidade de tirar qualquer dúvida ou pedir qualquer outro esclarecimento. Para isso, entre em contato com algum dos pesquisadores ou com o Conselho de Ética em Pesquisa.

Em relação aos riscos de participação nesta pesquisa, identifica-se a possibilidade de porventura você sentir constrangimento ao responder as questões propostas no questionário e na sequência de atividades. Se este fato ocorrer você estará livre para não respondê-las, bem como para se desvincular da pesquisa a qualquer momento. Desta forma, acredita-se que os riscos serão controlados e você se beneficiará de atividades que contribuam para o processo de ensino e aprendizagem do conteúdo de função.

As informações desta pesquisa serão confidenciais e poderão ser divulgadas, apenas, em eventos ou publicações, sem a identificação dos voluntários, a não ser entre os responsáveis pelo estudo, sendo assegurado o sigilo sobre sua participação.

Não haverá pagamento de qualquer espécie pela sua participação na pesquisa e os gastos necessários para a sua participação na pesquisa serão assumidos pelos pesquisadores.

Os resultados obtidos nesta pesquisa serão divulgados em uma dissertação de mestrado do Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática e Ensino de Física e em revistas especializadas, congressos e simpósios.

Consentimento da participação da pessoa como sujeito

Eu, ____________________________________, após a leitura ou a escuta da leitura deste documento que será elaborado em duas vias, (sendo que uma ficará com o participante e outra via com os pesquisadores), e ter tido a oportunidade de conversar com o pesquisador responsável, para esclarecer todas as minhas dúvidas, estou suficientemente informado, ficando claro que minha participação é voluntária e que posso retirar este consentimento a qualquer momento sem penalidades ou perda de qualquer benefício. Estou ciente também dos objetivos da pesquisa, dos procedimentos aos quais serei submetido, dos possíveis danos ou riscos deles provenientes e da garantia de confidencialidade, bem como de esclarecimentos sempre que desejar. Diante do exposto e de espontânea vontade, expresso minha concordância em participar deste estudo.

Santa Maria ____, de _____________ de 2016.

____
Assinatura do aluno (responsável)

Declaro que obtivemos de forma apropriada e voluntária o Consentimento Livre e Esclarecido deste sujeito de pesquisa para a participação neste estudo.

________________________________	________________________________
Assinatura do orientador da pesquisa	Assinatura da orientanda da pesquisa
Prof. Dra. Rita de Cássia Pistóia Mariani	Shayene Vieira Mossi
e-mail: rcpmariani@yahoo.com.br	e-mail: shayenemossi@hotmail.com