

3. METODOLOGIA

3.1. Introdução

Este capítulo apresenta a metodologia empregada para a realização deste trabalho, iniciando com a análise e classificação de resultados experimentais, demonstrando a aplicação do método do material homogêneo equivalente em seções retangulares e seções Te e culminando com o cálculo de flechas em lajes nervuradas unidirecionais e bidirecionais.

3.2. Análise de resultados experimentais

Para avaliar o modelo numérico proposto, serão empregados os resultados de Silva F^o (2002), quando da análise da laje nervurada unidirecional. Para a laje bidirecional, serão utilizados os resultados de Selistre (2000).

3.2.1. Lajes nervuradas unidirecionais

Silva Filho (2002) realizou uma série de ensaios de lajes com vigotas pré-moldadas de concreto armado. A série foi composta de cinco lajes

unidirecionais, sendo duas lajes com vigotas convencionais de três metros, uma laje também com vigota convencional de quatro metros e duas lajes com vigotas de cinco metros, sendo uma convencional e outra treliçada.

Comparando-se as lajes com vigotas convencionais com a de vigota treliçada, observa-se que o modelo das nervuras treliçadas é mais uniforme que as vigotas pré-moldadas, pois o concreto da capa é o mesmo das nervuras, permitindo que seja dimensionada com uma laje nervurada convencional, sem vigotas, enquanto que o dimensionamento das lajes com vigotas pré-moldadas exigem que a zona comprimida do concreto fique contida na capa da laje. Sendo assim, optou-se pela utilização da laje treliçada para a análise dos deslocamentos.

A laje ensaiada por Silva Filho tinha as seguintes características geométricas:

Vão livre (m)	4,8
Largura (m)	1,88
Intereixo - bf (cm)	44
Largura da nervura - bw (cm)	9
Altura da laje - h (cm)	16
Espessura da capa - hf (cm)	4
Armadura flexão (por vigota)	2 ϕ 5 mm + 2 ϕ 6 mm
Malha de distribuição	ϕ 4,2 mm c/ 20 cm

QUADRO 1 – Características da laje pré-moldada do tipo treliçada

Esta laje tinha tabelas cerâmicas como material de enchimento e era apoiada sobre paredes rígidas de alvenaria, sem qualquer tipo de engastamento.

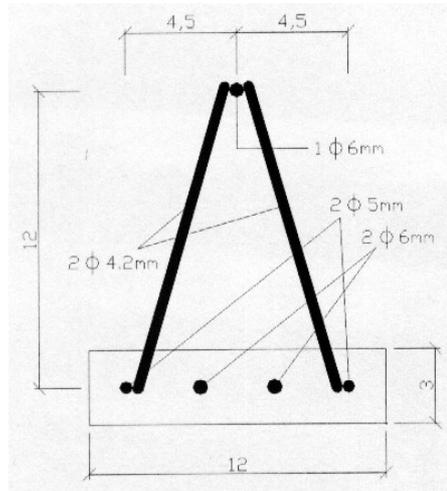


FIGURA 11 – Seção transversal da viga treliçada



FIGURA 12 – Laje pré-moldada treliçada com escoramentos e formas

A estrutura foi submetida a uma carga uniformemente distribuída, sendo monitorados os deslocamentos nos pontos 1, 2, 3, no eixo no eixo da laje e os pontos 4 e 5, na quarta parte da largura da laje, conforme figura 13.

Assim, Silva Filho realizou este ensaio e obteve os deslocamentos verticais apresentados na tabela 1.

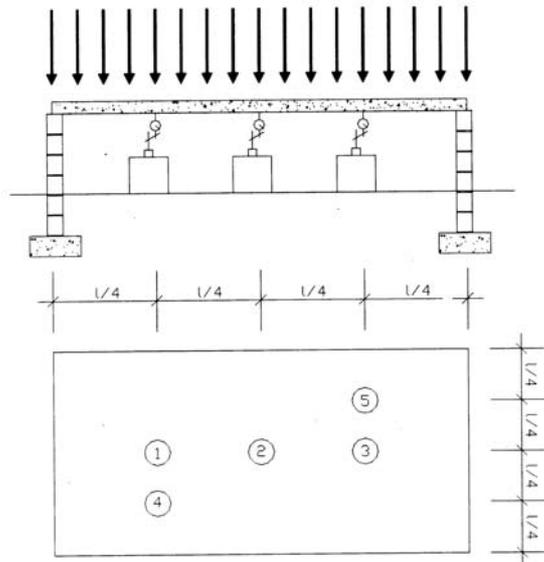


FIGURA 13 – Pontos de monitoramento dos deslocamentos

TABELA 1 – Deslocamentos da laje pré-moldada com vigotas treliçadas

Carga (kN/m²)	P1 (mm)	P2 (mm)	P3 (mm)
0,00	0,000	0,000	0,000
0,51	0,900	1,380	0,930
1,03	3,990	4,140	3,590
1,56	7,460	9,110	6,870
2,09	10,880	13,900	9,160
2,62	14,290	18,710	13,550
3,05	17,700	22,990	16,620
3,68	20,590	27,560	19,880
4,21	23,970	32,340	22,270
4,75	27,690	37,560	26,900
5,28	31,690	42,060	30,900
5,83	36,690	51,060	35,900
6,36	40,690	57,060	39,900
6,95	50,690	72,560	49,400
7,62	69,690	102,060	65,900
8,49	112,690	163,060	105,900
8,96	-	222,060	-

Fonte: Silva F^o (2002)

3.2.2. Lajes nervuradas bi-direcionais

As lajes nervuradas bi-direcionais tem sido amplamente utilizadas, principalmente como lajes cogumelos, ou seja, apoiadas diretamente sobre os pilares.

Para se avaliar a deformação das lajes nervuradas cogumelos, optou-se pela análise de estruturas com pelo menos seis pilares e mais de um vão livre, pela influência existente entre os vãos e pela interação entre os momentos fletores positivos e negativos.

Por serem estruturas de grandes dimensões, os ensaios experimentais existentes abordam estes elementos com a Teoria de Modelos, utilizando protótipos em modelos reduzidos em microconcreto.

Foram analisados os resultados experimentais de uma laje nervurada cogumelo em escala reduzida, executado por Selistre (2000).

Selistre (2000) realizou o ensaio de uma laje nervurada cogumelo em escala reduzida, 1:7,5, utilizando microconcreto e arame galvanizado. A estrutura era composta de seis pilares, com simetria nas duas direções, compondo dois painéis iguais. Os elementos de enchimento eram blocos de EPS.

Nas zonas de momento fletor negativo, junto aos pilares, existiam regiões maciças que absorviam os efeitos da punção além deste momento.

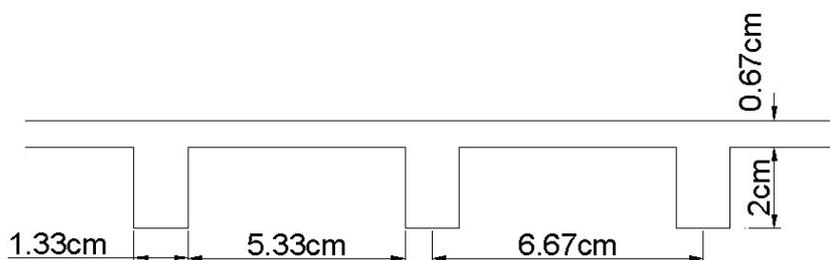


FIGURA 14 – Seção transversal do protótipo, em escala reduzida, de Selistre (2000)

Neste modelo foi aplicado um carregamento uniformemente distribuído. A cada incremento de carga, aguardava-se a estabilização da estrutura e realizava-se o monitoramento dos deslocamentos verticais, das rotações nos pilares e das deformações específicas no interior da laje.

Este protótipo foi escolhido para a verificação das flechas com a aplicação do método do material homogêneo equivalente, pois o projeto e os resultados apresentados por Selistre (2000) são completos e confiáveis, além de existir o ensaio de caracterização do concreto empregado, com o diagrama tensão-deformação correspondente ao material utilizado no ensaio.

Tabela 2 – Deslocamentos verticais nos pontos D2, D6, D8 e D11

Carga (kN/m²)	D2 (mm)	D6 (mm)	D8 (mm)	D11 (mm)
0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
2,50	0,44	0,62	0,19	0,67
3,75	1,04	1,42	0,27	1,53
5,00	1,95	3,53	0,35	2,67
6,25	2,86	3,75	0,54	3,87
7,50	3,69	5,13	1,05	5,13

Fonte: Selistre (2000)

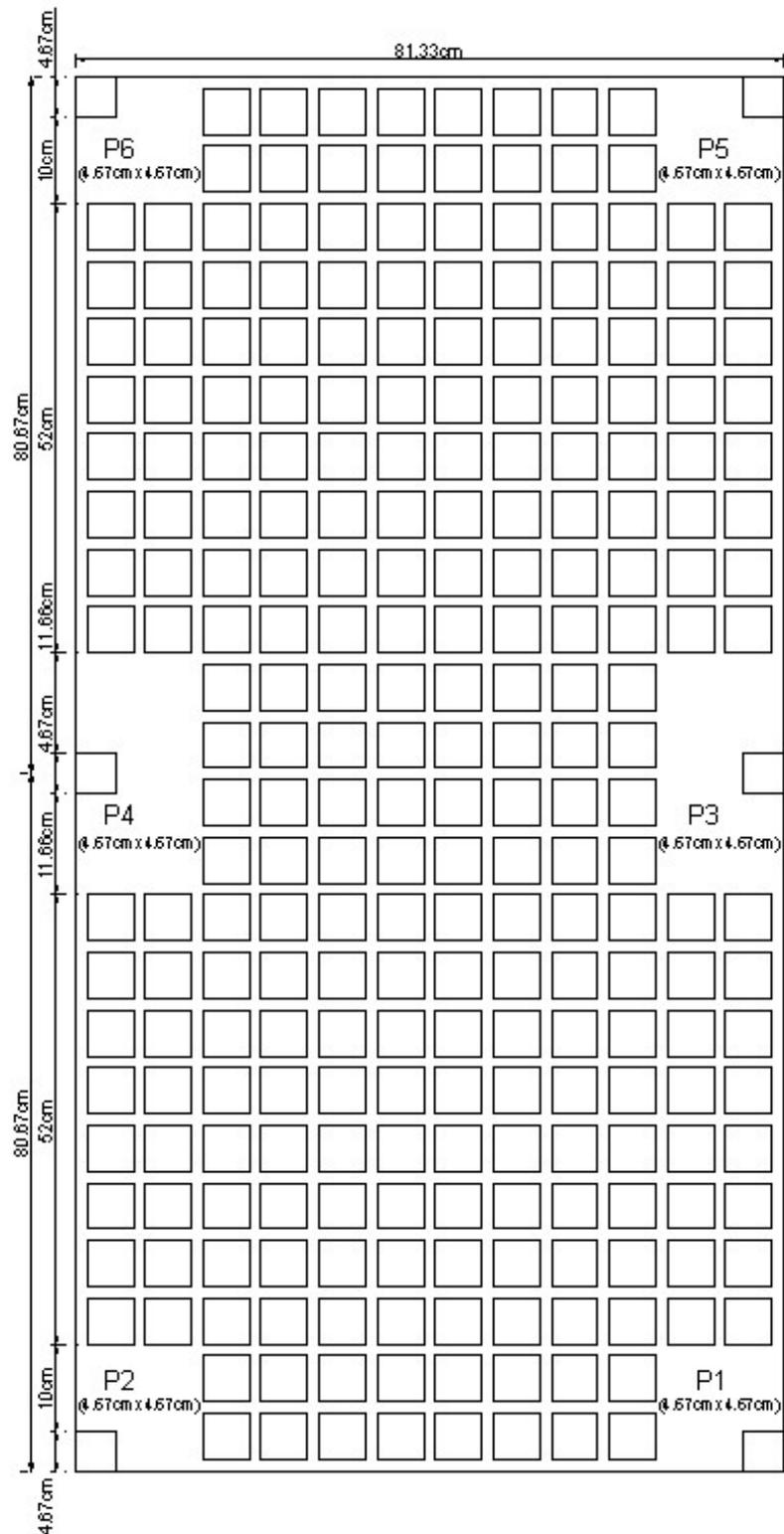


FIGURA 15 – Geometria do protótipo, em escala reduzida, de Selistre (2000)

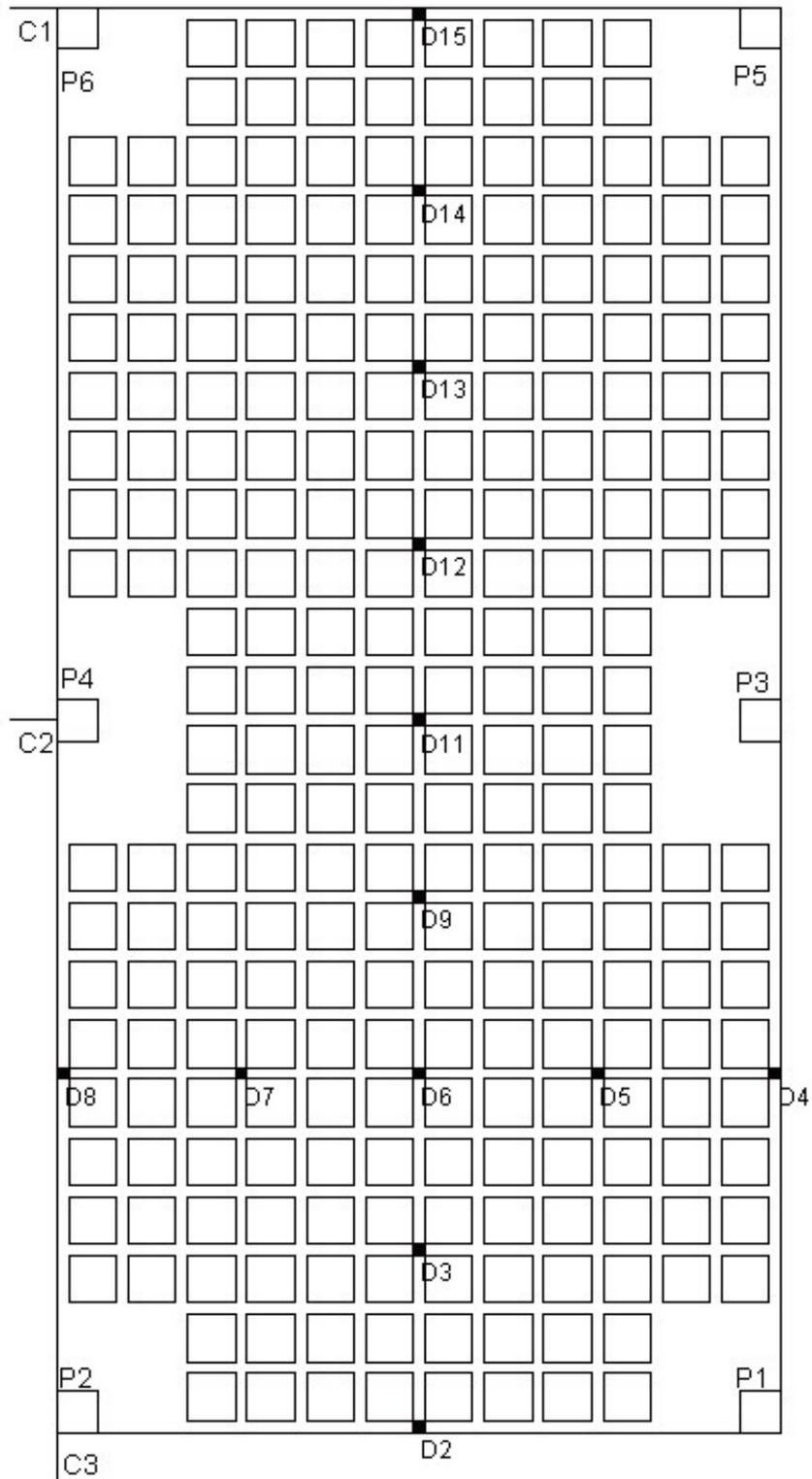


FIGURA 16 – Vista inferior da laje com o posicionamento dos deflectômetros (D) e clinômetros (C)

3.3. Método do material homogêneo equivalente

Sarkis (2001) desenvolveu um método para simulação matemática de vigas de concreto armado, tratando a estrutura como um único material, com comportamento equivalente ao da seção heterogênea da viga.

O método consiste em submeter uma seção discretizada da estrutura a uma deformação, equilibrar as forças internas através da posição da linha neutra e então, determinar a curvatura e o momento a que a seção está submetida. Com o incremento da deformação e repetindo-se o equilíbrio da seção a cada procedimento, determina-se o diagrama momento-curvatura deste elemento de concreto armado e através duma conversão matemática o transforma no diagrama tensão-deformação da seção discretizada.

Dessa forma, obtém-se uma seção de material homogêneo equivalente com comportamento mecânico representado pelo diagrama tensão-deformação, desde que se mantenham as mesmas dimensões da seção discretizada.

Sarkis (2001) desenvolveu um fluxograma capaz de realizar este procedimento através de um processo computacional, aplicado somente a seções retangulares.

O método permite a utilização de um único tipo de concreto, com diversas camadas de materiais diferentes, como armaduras de aço ou de fibra de carbono. As características mecânicas dos materiais são informadas através do diagrama tensão-deformação de cada material.

Para o emprego do material homogêneo equivalente em lajes nervuradas foi necessário adaptar o fluxograma para seções Te. Então, reescreveu-se o programa em linguagem Fortran, utilizando-se o compilador de livre distribuição Force 2.0.

O fluxograma foi alterado na entrada dos dados, possibilitando informar as características geométricas da seção Te, conforme quadro 2.

Largura da mesa	b
Largura da nervura	bw
Altura da laje	h
Espessura da capa	hf

QUADRO 2 – Entrada de dados da seção Te

Para o equilíbrio das forças internas, o programa divide a seção em um número pré-definido de camadas e contabiliza a contribuição de cada uma delas na resultante de compressão e tração do concreto. Então, para a aplicação em seções Te foi necessário a inclusão de um novo condicional no fluxograma, separando as camadas da alma e da mesa.

Este novo condicional possibilitou computar larguras diferentes para as camadas de concreto, permitindo o cálculo da força resultante do concreto através do volume de tensões de cada camada.

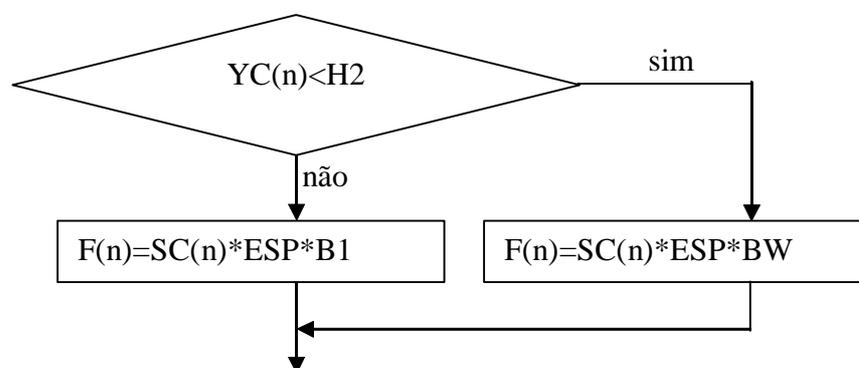


FIGURA 17 – Condicional adicionado ao fluxograma

Em cada camada discretizada, verificava-se a deformação específica e se obtinha a tensão correspondente no diagrama tensão-deformação do material. Então, com a espessura da camada e com a

largura da seção nesta camada calculava-se a parcela contribuinte da força resultante do concreto para o equilíbrio da seção.

Assim, repetia-se este procedimento para cada camada do material e para cada incremento de deformação até a obtenção do diagrama tensão-deformação da seção, que seria utilizado posteriormente na análise global da estrutura.

3.4. Análise de deslocamentos em lajes nervuradas unidirecionais

A análise dos deslocamentos em lajes nervuradas unidirecionais será realizada através da aplicação do método do material homogêneo equivalente a uma seção transversal da laje com vigota treliçada, obtendo-se um modelo de comportamento mecânico para a seção.

Posteriormente, será utilizado o programa de elementos finitos Castem 2000 para a determinação dos deslocamentos na estrutura, com o emprego de elementos finitos de barra e isoparamétricos cúbicos de vinte nós.

3.4.1. Material homogêneo equivalente

Selistre (2000) realizou análise numérica em lajes nervuradas adotando para a este tipo de laje o conceito de espessura equivalente, que permite o cálculo de lajes nervuradas como se fossem maciças, fazendo a equivalência do momento de inércia entre a laje nervurada e a laje maciça.

$$h_{eq} = \left(\frac{12.I}{a_1} \right)^{1/3} \quad (2)$$

Neste trabalho, para a determinação do material homogêneo equivalente da laje nervurada unidirecional, optou-se no primeiro momento pela utilização da seção retangular equivalente. No segundo momento, aplicou-se o método a seção Te da laje, mais próxima das condições geométricas reais da estrutura, comparando os resultados obtidos.

Nas seções analisadas, foram desprezadas as armaduras de distribuição e do banzo superior da treliça, visto que a influência destes elementos não é significativa quando trata-se de lajes submetidas somente a momento fletores positivos. Também foi desprezada a diferença entre o concreto da sapata da vigota e da capa da laje, pois o mesmo encontra-se numa zona de tração e não tem representatividade na área da seção.

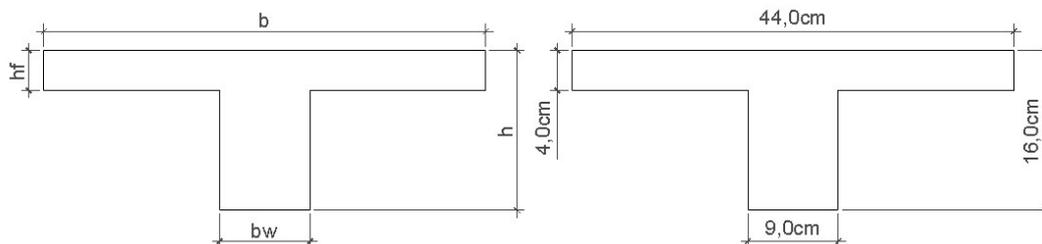


FIGURA 18 – Seção transversal Te da laje nervurada

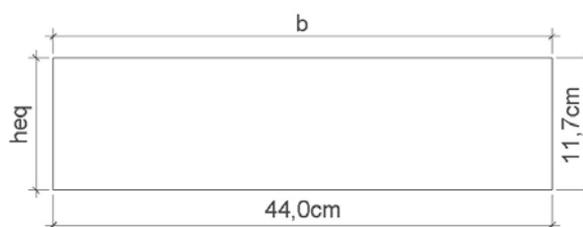


FIGURA 19 – Seção transversal retangular equivalente

Quanto aos comportamentos dos materiais, cabe salientar que existem duas possibilidades distintas de análise da estrutura. Pode-se utilizar a simulação de uma estrutura para o seu dimensionamento ou para a verificação dos deslocamentos com a estrutura concretada.

- Análise para dimensionamento: os comportamentos dos materiais empregados na execução da estrutura somente podem ser estimados através das recomendações normativas ou de ensaios com materiais semelhantes aos que serão empregados na laje;
- Análise para verificação: na execução da estrutura, retiram-se amostras dos materiais utilizados, os quais serão ensaiados, determinando-se o comportamento mecânico de cada elemento.

O concreto empregado na laje pré-moldada treliçada tinha resistência característica à compressão de 20 MPa, sendo o seu diagrama tensão-deformação estimado conforme recomendações da NBR 6118 (2003). Para a região de compressão empregou-se a equação 3, enquanto que para a zona tracionada foi utilizado o diagrama tensão-deformação bi-linear, com módulo de elasticidade obtido pela equação 4 e tensão de ruptura a tração pela equação 5, todas equações preconizadas pela NBR 6118 (2003).

$$\sigma_c = f_{cm} \cdot \left[1 - \left(1 - \frac{\varepsilon_c}{0,002} \right)^2 \right] \quad (3)$$

$$E_{ci} = 5600 \cdot f_{ck}^{1/2} \quad (4)$$

$$f_{ct} = 0,3 \cdot f_{ck}^{2/3} \quad (5)$$

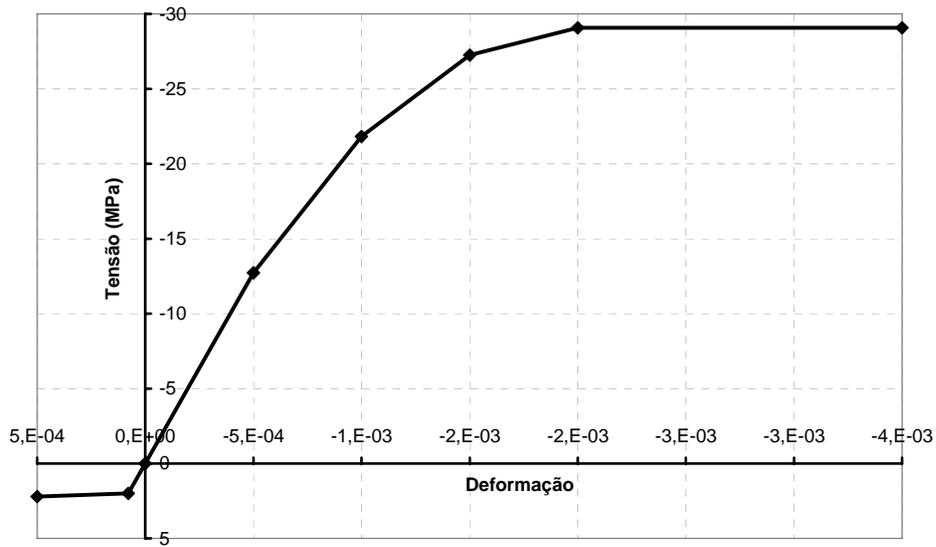


FIGURA 20 – Diagrama tensão-deformação estimado para o concreto, conforme NBR 6118 (2003)

As armaduras empregas na laje treliçada era de aço CA-60B, sendo empregado o modelo elasto-plástico perfeito, recomendado pela NBR 6118 (2003) para a caracterização do comportamento do material, com módulo de elasticidade de 210000 MPa e resistência característica de 600 MPa, adotando-se diagramas iguais para a compressão e para a tração.

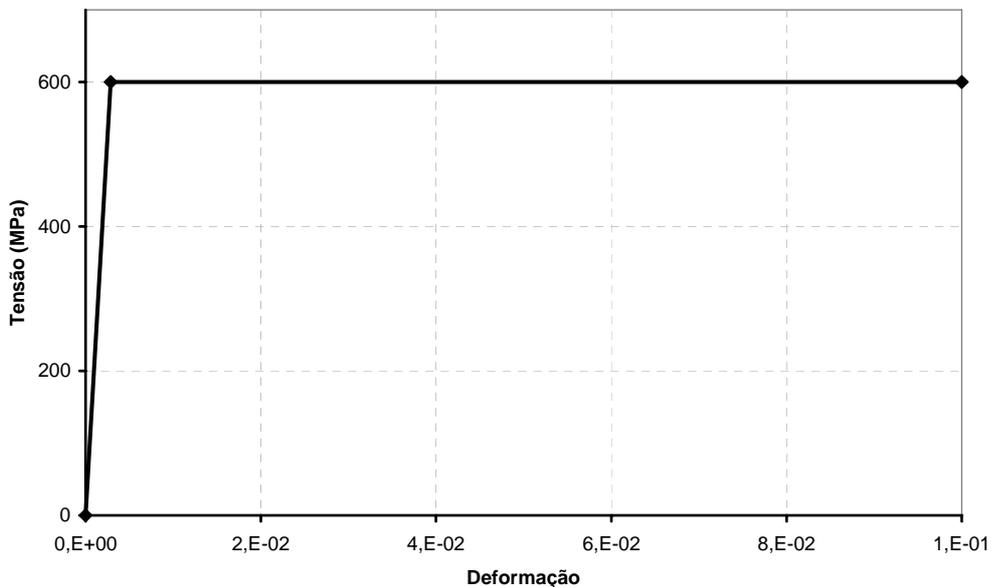


FIGURA 21 – Diagrama tensão-deformação estimado para o aço CA-60B, conforme NBR 6118 (2003).

Para a análise da verificação das flechas na laje, foram utilizadas as características mecânicas dos materiais obtidos em ensaios realizados por Silva F^o (2002).

Silva F^o realizou ensaios de compressão centrada nos corpos de provas de concreto retirados no dia da moldagem da laje, apresentando o diagrama tensão-deformação para a compressão do concreto. Para o comportamento mecânico de tração do concreto, foram empregadas as recomendações da NBR 6118 (2003), pois não existem ensaios que tenham caracterizado o concreto submetido a este esforço.

Quanto à armadura, Silva F^o (2002) realizou o ensaio de tração em seis barras, de seis milímetros de diâmetro, de aço CA-60B, obtendo um módulo de elasticidade de 230000 MPa e um diagrama tensão-deformação bem definido, atingindo a ruptura em 810 MPa.

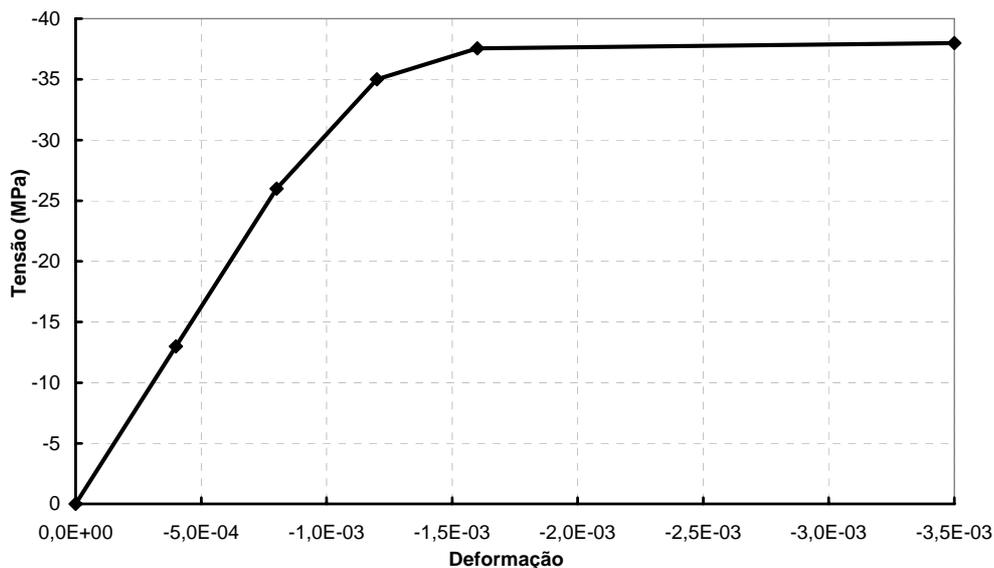


FIGURA 22 – Diagrama tensão-deformação do concreto empregado na laje pré-moldada treliçada

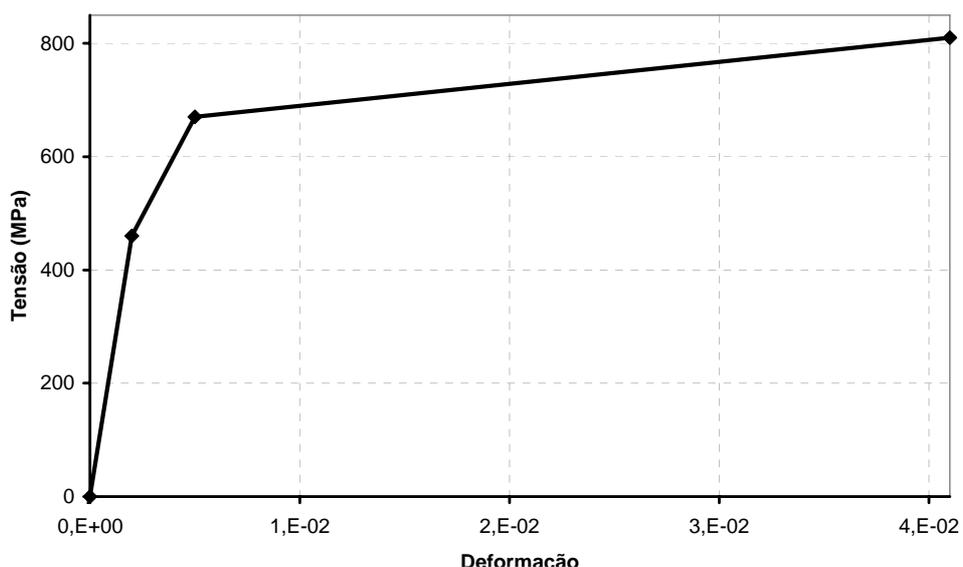


FIGURA 23 – Diagrama tensão-deformação do aço CA-60B ensaiado por Silva Fº

Sendo assim, para a determinação do material homogêneo equivalente da laje, optou-se pela uma série de seções T_e , submetidas a alteração das características dos materiais empregados:

- Série A:

- A1: Seção T_e , com as características dos materiais recomendadas na NBR 6118 (2003);
- A2: Seção T_e , com os comportamentos dos materiais empregados na laje treliçada, apresentados por Silva Fº (2002).

3.4.2. Cálculo de deslocamentos com o emprego de elementos finitos de barra

A determinação das flechas em uma laje nervurada unidirecional bi-apoiada pode ser feita, de forma simplificada, através da simulação de

uma viga Te, com a largura da mesa correspondendo ao intereixo das nervuras.

Com o material homogêneo equivalente determinado para as seções transversais, foi empregado o programa de elementos finitos Castem 2000 para simular uma viga com elementos finitos de barra, chamados Poutre.

Foram simuladas duas vigas, sendo uma com o material homogêneo equivalente determinado com as características recomendadas pela NBR 6118 (2203) e outra com o modelo obtido a partir dos materiais usados por Silva F^o (2002).

O modelo de comportamento mecânico empregado no programa Castem 2000 foi o elasto-plástico, sendo informada a curva tensão-deformação da seção. O módulo de elasticidade foi retirado do primeiro trecho do diagrama e o coeficiente de Poisson adotado foi 0,2.

Para caracterizar o elemento finito Poutre foi necessário definir as características geométricas da seção transversal, registrando a área da seção transversal, o momento de inércia nos dois eixos da seção, o momento de inércia a torção e a altura e largura da seção.

As restrições a estrutura foram impostas através do impedimento de deslocamentos, sendo bloqueado o deslocamento nas direções X, Y e Z em uma das extremidades da barra e nas direções Y e Z na outra extremidade, sendo que o eixo X correspondia ao eixo da viga e o eixo Z correspondia a vertical. Também foram impedidas todas as rotações nos eixos X e Z.

O carregamento foi aplicado através de uma carga uniformemente distribuída sobre a viga.

O procedimento de cálculo foi realizado pelo operador Pasapas, que realiza evoluções de cargas ao longo de passos pré-definidos, calculando a estrutura para cada condição de carregamento em um processo iterativo.

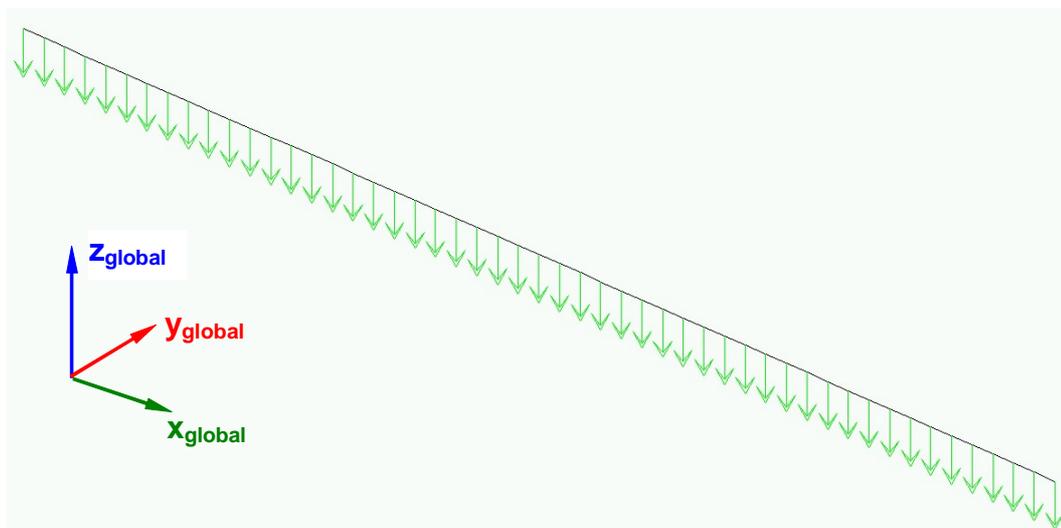


FIGURA 24 – Viga com elementos de barra e carregamento uniformemente distribuído

Como resultado, o processo de cálculo gera um campo de deslocamentos para cada passo da evolução. Então, optou-se pela análise dos deslocamentos na direção Z, ou seja, na determinação da flecha da laje nervurada unidimensional.

3.4.3. Cálculo de deslocamentos com o emprego de elementos finitos cúbicos

Outra forma de se avaliar os deslocamentos das lajes nervuradas unidirecionais é através da simulação de uma viga Te, representando a nervura e a mesa, discretizada de modo tridimensional, com o emprego de elementos finitos cúbicos de vinte nós, denominado no programa Castem 2000 de Cu20.

A escolha por este tipo de elemento finito se deve ao fato dele ser o mais adequado para simulações de vigas e lajes a flexão, pois permite

captar de forma mais realista o comportamento da estrutura ao esforço cortante, devido aos nós intermediários.

A seção transversal da laje foi discretizada com os elementos finitos retangulares, que na formação do volume da estrutura vieram a compor os elementos cúbicos de vinte nós.

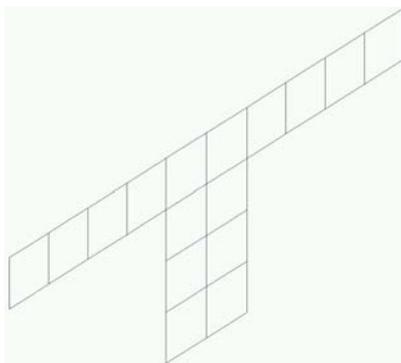


FIGURA 25 – Seção transversal discretizada

O modelo mecânico de comportamento da estrutura foi informado da mesma forma que nos elementos de barra, baseado no material homogêneo equivalente pré-determinado, sendo neste caso dispensada a informação das características geométricas da seção, pois estes dados já estão contidos no volume da laje.

As restrições foram análogas a simulação com elementos de barra, sendo impedidos os deslocamentos nas direções X, Y e Z na aresta inferior de uma das extremidades do volume e nas direções Y e Z na aresta inferior da outra extremidade. Quanto a rotação, foram impostas restrições aos eixos X e Z, permitindo somente a flecha na laje.

O carregamento desta estrutura foi através de uma carga uniformemente distribuída na face superior da viga Te, sendo evoluída através de um processo iterativo de cálculo, realizado pelo operador Pasapas, determinando os deslocamentos da estrutura para cada passo do processo iterativo.

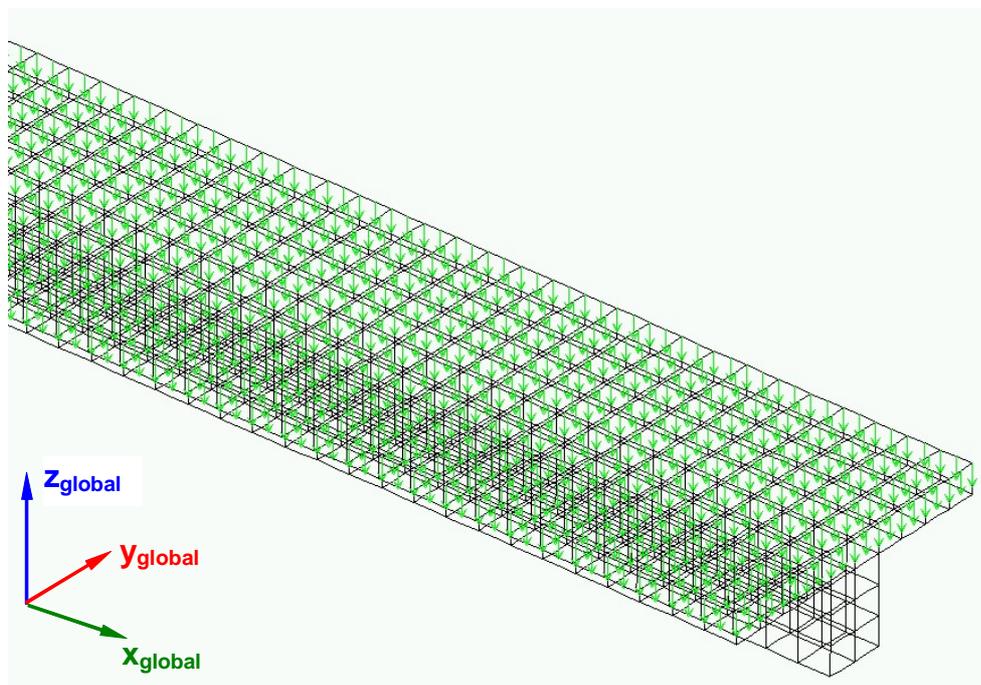


FIGURA 26 – Viga Te tridimensional com carregamento uniformemente distribuído

Com a estrutura calculada, foram obtidas as flechas na laje, as deformadas e as distribuições de tensões da estrutura para serem analisadas.

3.5. Análise de deslocamentos em lajes nervuradas bidirecionais

Selistre (2000) realizou o ensaio do modelo reduzido de uma laje nervurada cogumelo, com a geometria descrita anteriormente, empregando microconcreto com resistência característica à compressão de 20 MPa e armaduras de arame galvanizado, com seções proporcionais aos diâmetros nominais dos aços utilizados em concreto armado.

Diâmetros comerciais de aço CA-50		Diâmetros em escala reduzida de 1:7,5		Diâmetros existentes de arame de aço galvanizado		
Diâmetro Nominal (mm)	Área Nominal (mm ²)	Diâmetro calculado (mm)	Área Calculada (mm ²)	BWG	Diâmetro Nominal (mm)	Área Calculada (mm ²)
16	200	2,13	3,56	14	2,11	3,5
12,5	125	1,67	2,22	16	1,65	2,14
10	80	1,33	1,42	18	1,24	1,21

QUADRO 3 – Arames galvanizados utilizados na armação

Para a determinação das flechas neste protótipo, foi desenvolvido um processo análogo ao utilizado nas lajes nervuradas unidirecionais. Primeiramente, determinou-se o material homogêneo equivalente para cada seção transversal diferente existente na laje e depois, simulou-se a estrutura com a utilização de elementos finitos lineares para grelhas.

3.5.1. Material homogêneo equivalente

As lajes nervuradas cogumelos, bidirecionais, destacam-se pelos detalhamentos da armadura, existindo faixas com distribuições diferentes dentro do mesmo pano de laje. Junto aos pilares, existem regiões de maciços na laje, além de armaduras negativas nas ligações entre os vãos da estrutura.

Então, para a determinação do material homogêneo equivalente destas estruturas é necessário separar a laje em setores. Cada setor corresponde a um tipo de configuração significativa de seção transversal, ou seja, seções retangulares diferenciadas de seções Te, seções submetidas a momento fletor negativo separadas das de momento fletor positivo ou seções com diferentes configurações de armaduras.

Para a análise do protótipo desenvolvido por Selistre (2000) foram separadas as nervuras em faixas, conforme os eixos x e y, respectivos a maior e menor dimensão da laje, e agrupados de acordo com a igualdade das seções transversais.

As faixas foram determinadas de acordo com a variação das seções e com as diferentes configurações de armaduras existentes. Foram consideradas somente as armaduras principais de cada seção e os momentos negativos nas regiões maciças. Em cada direção foram definidas quatro faixas, totalizando oito seções transversais diferentes.

Faixa 1		Faixa 2		Faixa 3		Faixa 4	
Seção Te (mm)		Seção Te (mm)		Seção Ret. (mm)		Seção Ret. (mm)	
b	6,67	b	6,67	b	6,67	b	6,67
bw	1,33	bw	1,33	bw	0,00	bw	0,00
h	2,67	h	2,67	h	2,67	h	2,67
hf	0,67	hf	0,67	hf	0,00	hf	0,00
As (mm ²)		As (mm ²)		As (mm ²)		As (mm ²)	
1 BWG 14	3,50	1 BWG 16	2,14	1 BWG 14	3,50	2,7 BWG 14	9,45

QUADRO 4 – Configurações das seções na direção x

Faixa 1		Faixa 2		Faixa 3		Faixa 4	
Seção Te (mm)		Seção Te (mm)		Seção Ret. (mm)		Seção Ret. (mm)	
b	6,67	b	6,67	b	6,67	b	6,67
bw	1,33	bw	1,33	bw	0,00	bw	0,00
h	2,67	h	2,67	h	2,67	h	2,67
hf	0,67	hf	0,67	hf	0,00	hf	0,00
As (mm ²)		As (mm ²)		As (mm ²)		As (mm ²)	
1 BWG 18 1 BWG 14	4,71	1 BWG 14	3,50	1 BWG 18 1 BWG 14	4,71	3,5 BWG 18	4,24

QUADRO 5 – Configurações das seções na direção y

Para cada seção, aplicou-se o fluxograma para a determinação do material homogêneo equivalente, obtendo-se como resultados os diagramas tensão-deformação de cada faixa da laje, que serão utilizados para o cálculo das flechas da estrutura.

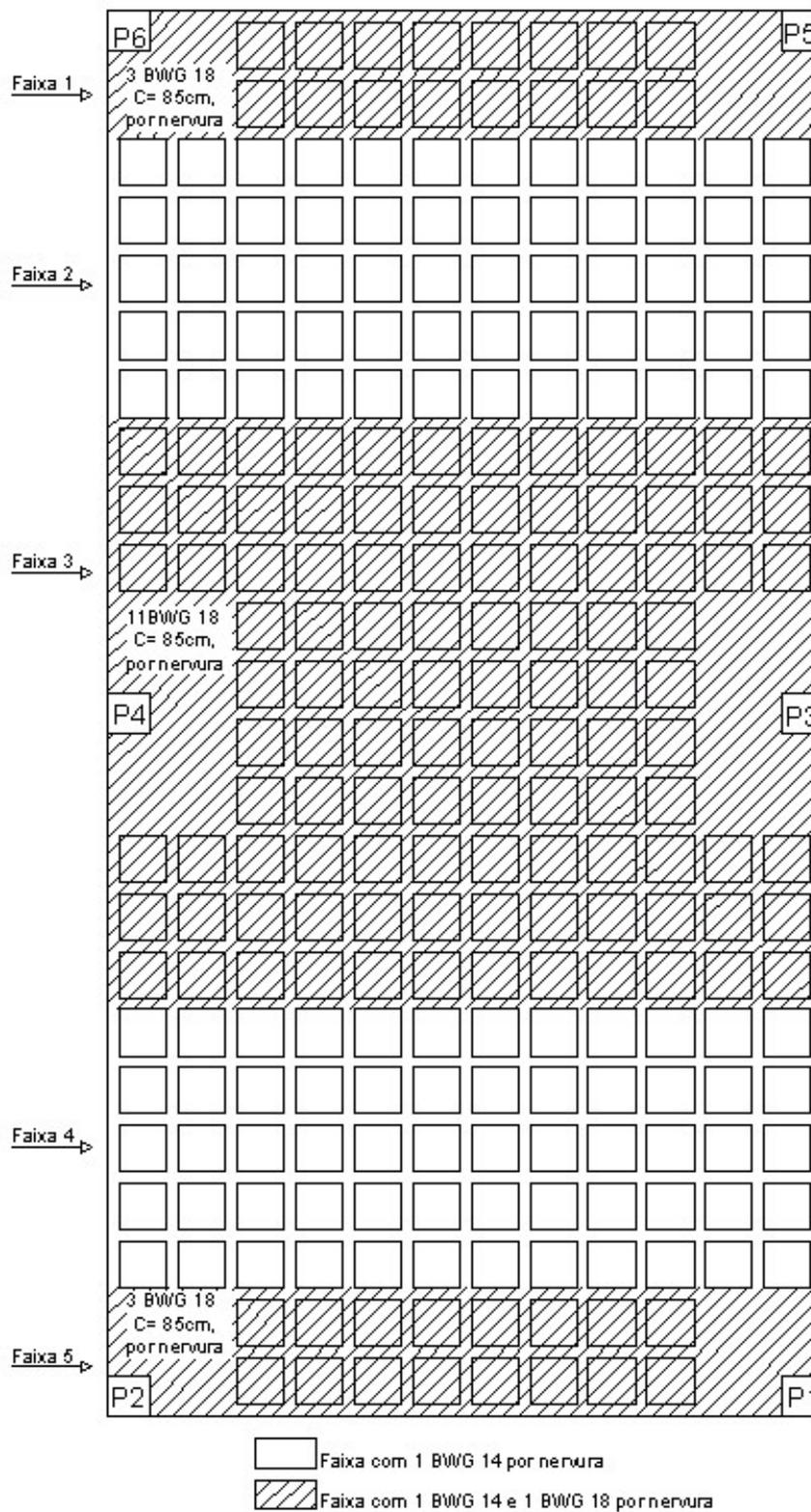


FIGURA 27 – Armação positiva paralela à menor dimensão do protótipo – direção y (Selistre, 2000)

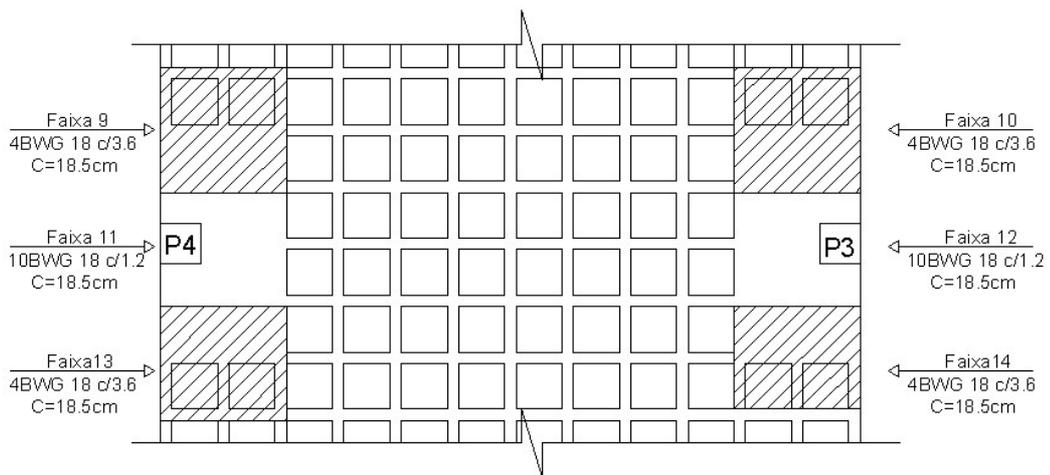


FIGURA 29 – Armação negativa sobre os pilares centrais, paralela à menor dimensão do protótipo – direção y (Selistre, 2000)

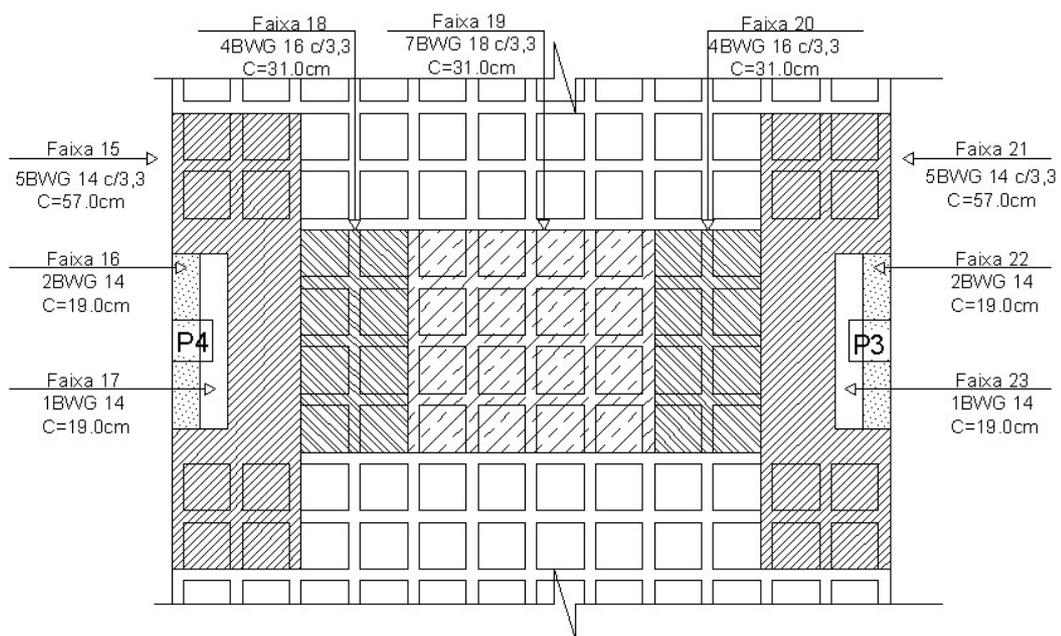


FIGURA 30 – Armação negativa sobre os pilares centrais, paralela à maior dimensão do protótipo – direção x (Selistre, 2000)

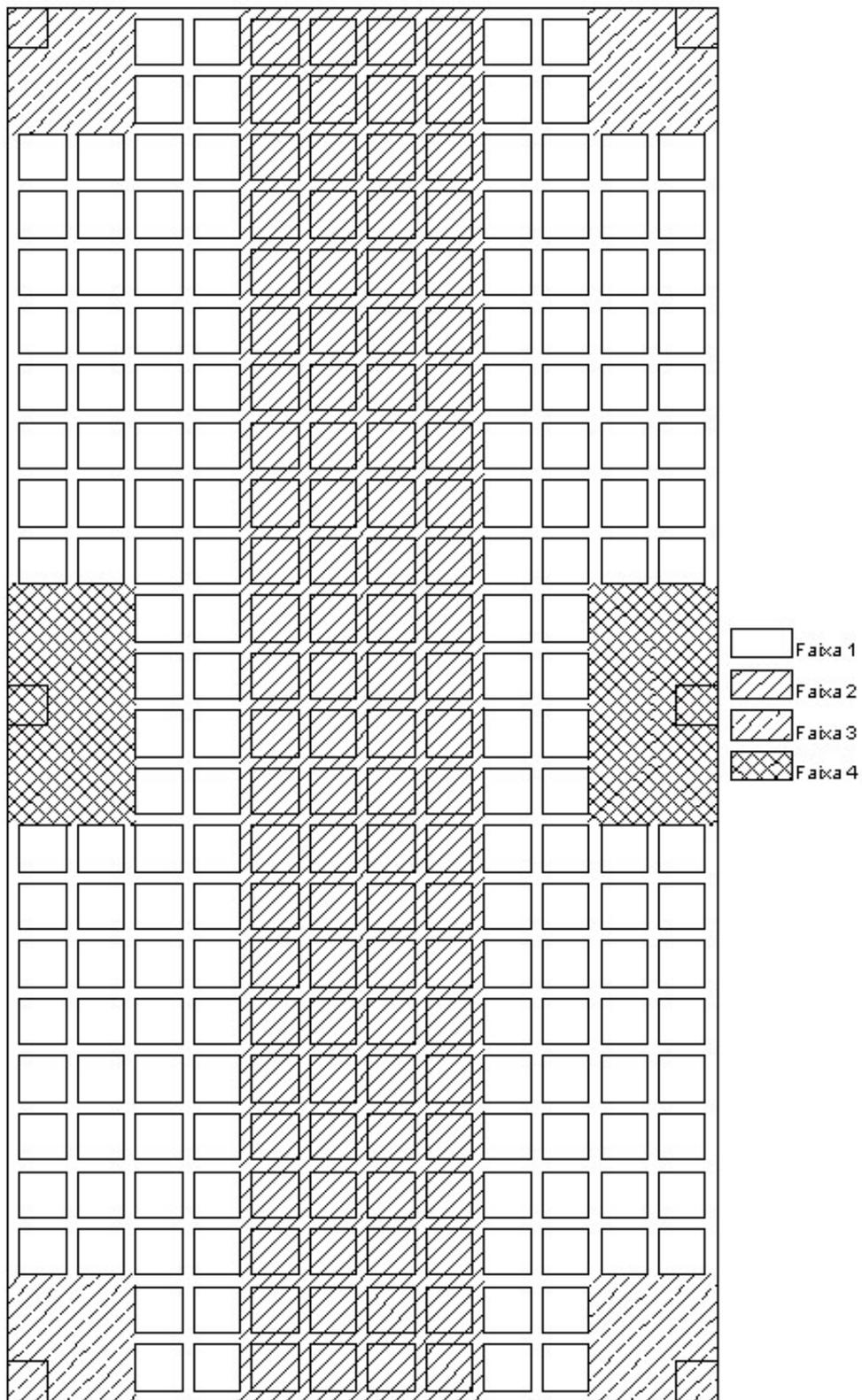


FIGURA 31 – Seções separadas em faixas na direção x

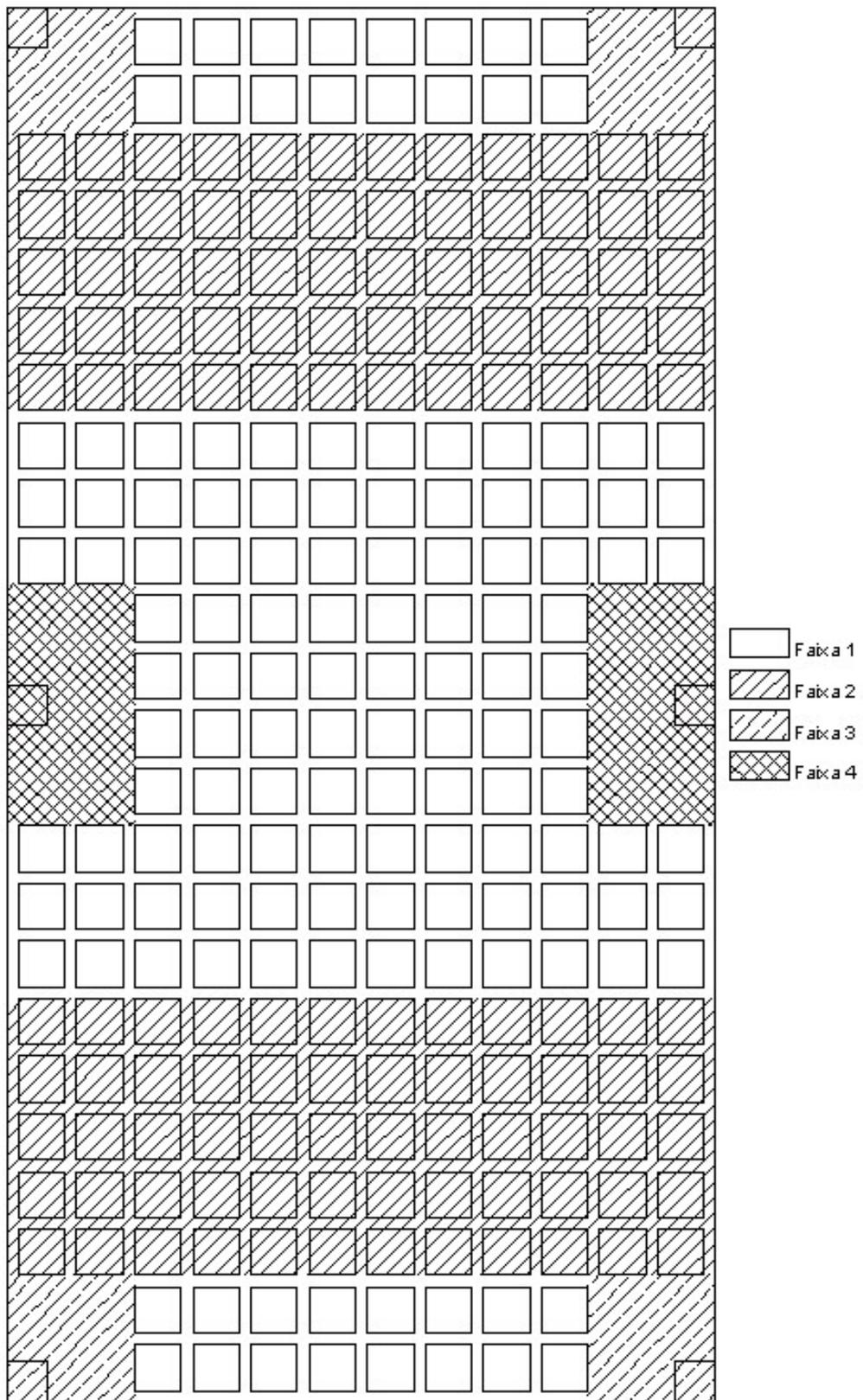


FIGURA 32 – Seções separadas em faixas na direção y

3.5.2. Cálculo de deslocamentos com o emprego de elementos finitos de barra

A determinação das flechas da laje nervurada bidirecional foi realizada através da simulação de uma grelha, utilizando elementos finitos de barra, do tipo Poutre, representando cada uma das nervuras. Os elementos da grelha foram separados de acordo com as faixas de seções semelhantes, conforme configuração empregada para a determinação do material homogêneo equivalente da laje.

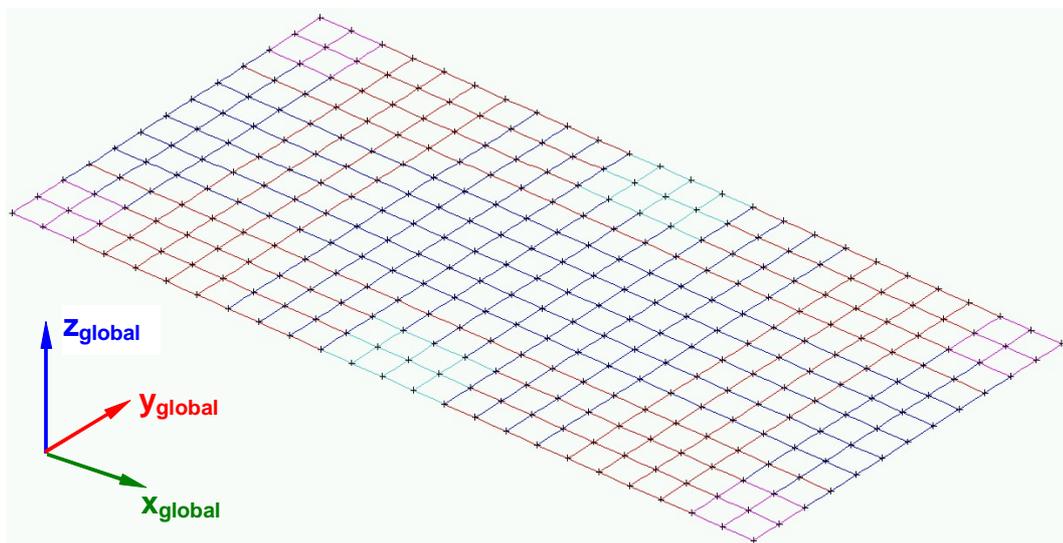


FIGURA 33 – Grelha em elementos finitos separados em faixas

O modelo de comportamento mecânico utilizado foi o elasto-plástico, com o diagrama tensão-deformação definido para cada tipo de seção transversal.

Também para cada faixa foram informadas as características geométricas da seção transversal: a área, o momento de inércia nos dois eixos da seção, o momento de inércia a torção e a altura e largura da seção.

As restrições da laje foram simuladas através de apoios pontuais, sendo impedido os deslocamentos na direção x, y e z nos nós da extremidade da estrutura e nos nós centrais dos lados maiores da laje. Quanto a rotação, foi inserida restrição ao giro em torno do eixo z.

O carregamento aplicado na estrutura foi uniformemente distribuído sobre os nós existentes no encontro das nervuras.

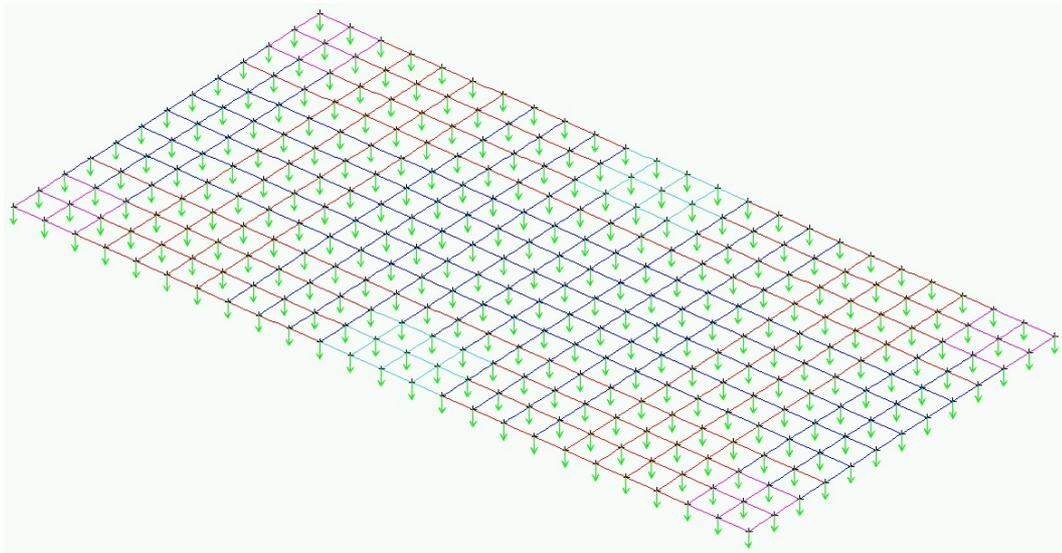


FIGURA 34 – Grelha com carregamento aplicado

A resolução da estrutura foi realizada também pelo operador Pasapas, onde se realizava um incremento de carga e, por um processo iterativo, determinava-se à condição de estabilidade da estrutura, obtendo-se as deformações da estrutura para cada parcela de carga.

Com a estrutura calculada, foram obtidos os deslocamentos necessários para a comparação do modelo numérico com o modelo reduzido ensaiado por Selistre (2000).