

4. RESULTADOS

4.1. Introdução

Este capítulo apresenta os resultados obtidos, iniciando pela determinação do material homogêneo equivalente de uma seção Te e de uma retangular. Após, são apresentados os resultados decorrentes da simulação da laje nervurada unidirecional e da laje nervurada bidirecional.

4.2. Método do material homogêneo equivalente

A transformação de uma seção transversal típica de concreto armado em um material homogêneo equivalente, com a aplicação do programa computacional desenvolvido em linguagem Fortran, tem como resultado principal o diagrama tensão-deformação, representando o comportamento mecânico do material.

Foram utilizadas duas seções padrões, com a mesma distribuição de armadura, sendo uma seção Te e a outra uma seção retangular, com a mesma largura e momento de inércia em torno do eixo horizontal da seção Te.

Apresenta-se então, os diagramas tensão-deformação destas duas seções.

Observando-se os diagramas, nota-se claramente o momento em que ocorre a fissuração do concreto, na primeira deflexão do diagrama,

com a queda do momento devido a ruptura do concreto a tração e a retomada deste esforço pela armadura.

A segunda deflexão indica a plastificação da armadura, indicando que a tensão da armadura encontra-se no patamar de escoamento do material.

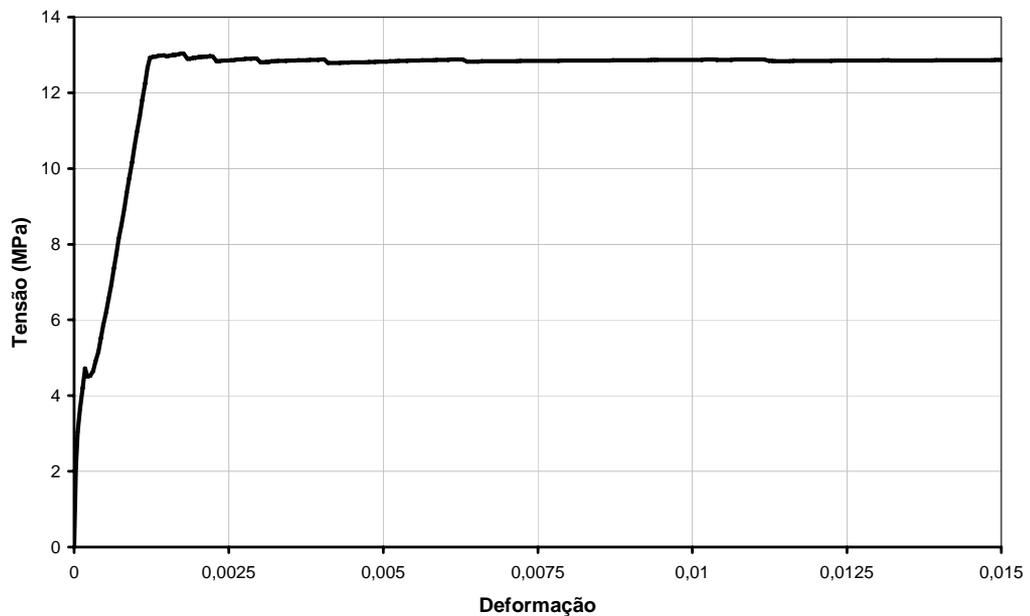


FIGURA 35 – Diagrama tensão-deformação para seção Te

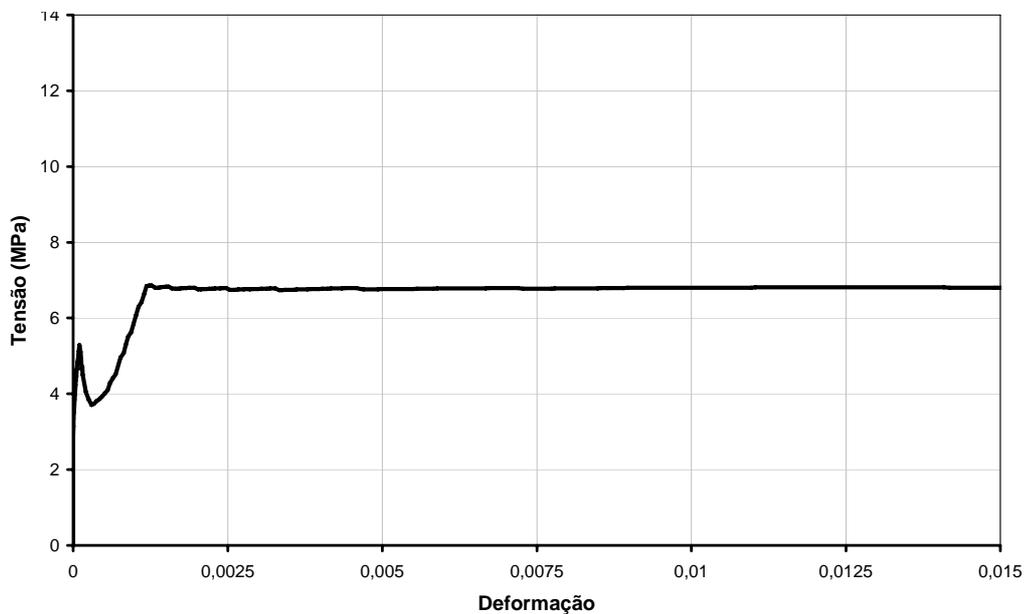


FIGURA 36 – Diagrama tensão-deformação para seção retangular

4.3. Resultados obtidos na laje nervurada unidirecional

4.3.1. Material homogêneo equivalente

A geração do material homogêneo equivalente para as seções Te da laje pré-moldada treliçada, através da aplicação do fluxograma, resultaram em dois diagramas tensão-deformação, correspondendo às seções A1 e A2, respectivamente as seções com as características recomendadas na NBR 6118 (2003) e as com os materiais empregados por Silva F^o (2002).

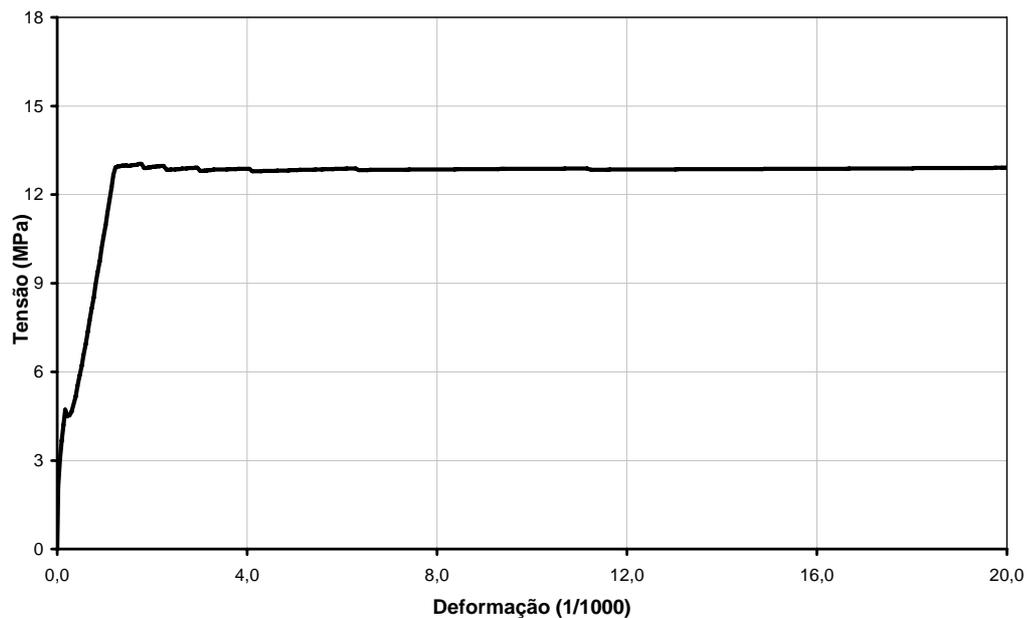


FIGURA 37 – Diagrama tensão-deformação para seção A1

Seção A1 representa o comportamento mecânico do material homogêneo equivalente da seção transversal, com as características físicas dos materiais recomendadas pela NBR 6118 (2003), enquanto que

a seção A2 empregou as características dos materiais utilizados por Silva F^o (2002).

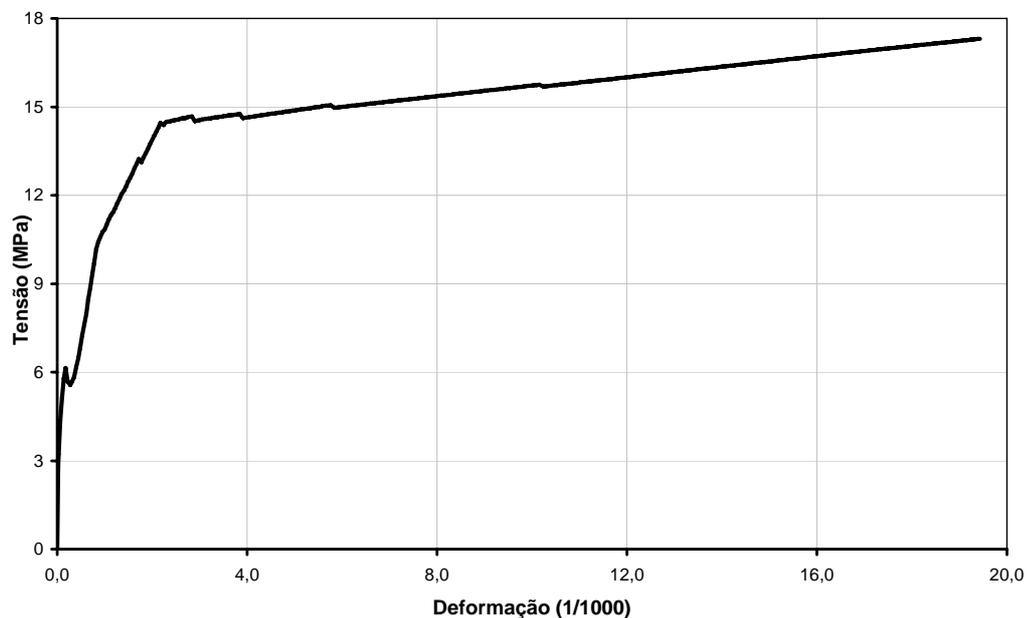


FIGURA 38 – Diagrama tensão-deformação para seção A2

4.3.2. Deslocamentos obtidos com o emprego de elementos finitos lineares

Para a simulação da laje nervurada unidirecional com elementos finitos “Poutre” foi necessário uma correção no diagrama tensão-deformação do material homogêneo equivalente, pois a descontinuidade existente indicando a fissuração do concreto é um fenômeno que ocorre em seções isoladas. Na análise global da estrutura, para reproduzir o comportamento real dos elementos, o diagrama tensão-deformação deve ser corrigido, eliminando-se esta descontinuidade, conforme figura 39.

Com o emprego deste diagrama como comportamento mecânico da laje, simulada de forma simplificada através de uma viga, obteve-se a deformada da estrutura e os deslocamentos equivalentes aos pontos de monitoramento 1 e 2, para as lajes simuladas com as configurações da série A1 e A2.

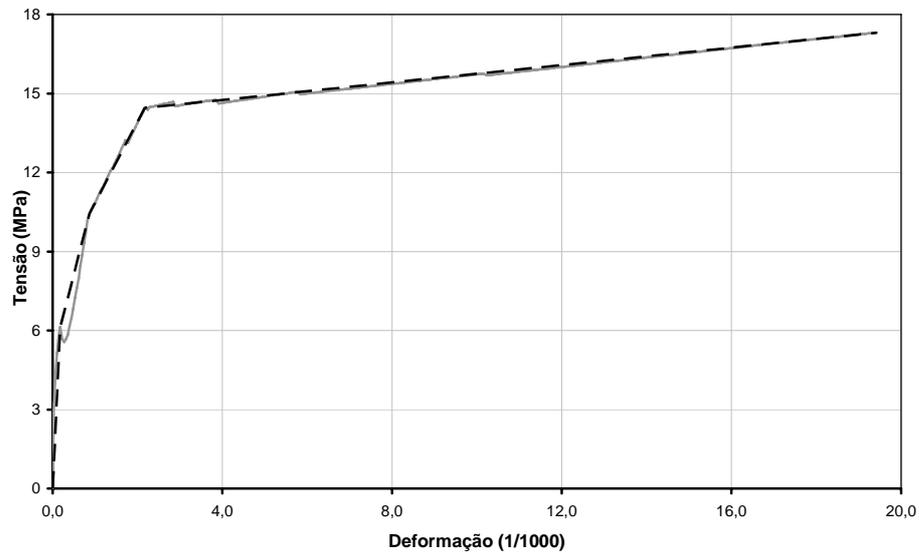


FIGURA 39 – Diagrama tensão-deformação do material homogêneo equivalente corrigido

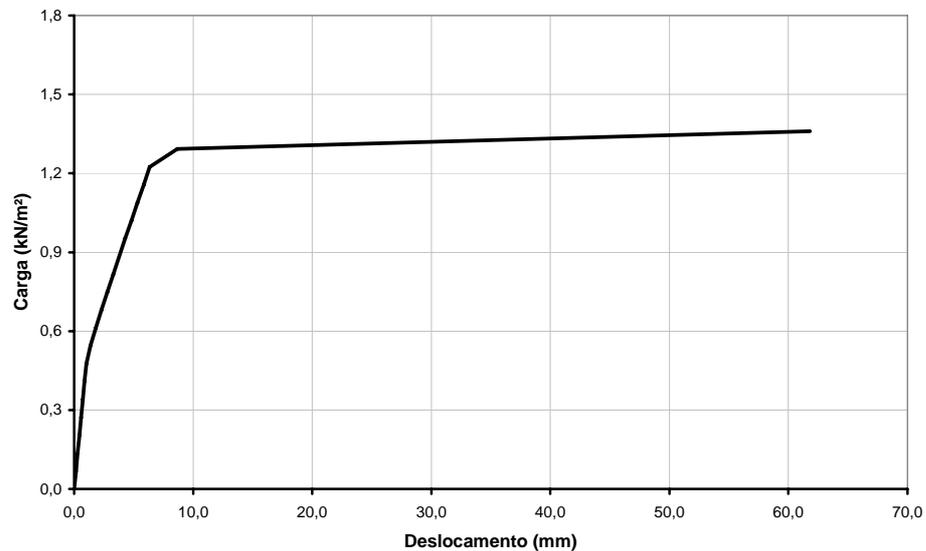


FIGURA 40 – Diagrama carga-deslocamento na posição 2, para configuração A1

TABELA 3 – Deslocamentos nos pontos 1 e 2 da estrutura

A1			A2		
Carga (kN/m ²)	P1 (mm)	P2 (mm)	Carga (kN/m ²)	P1 (mm)	P2 (mm)
0,00	0,000	0,000	0,00	0,000	0,000
0,07	0,104	0,146	0,08	0,102	0,144
0,14	0,208	0,292	0,16	0,205	0,287
0,20	0,312	0,439	0,24	0,307	0,431
0,27	0,417	0,585	0,32	0,409	0,574
0,34	0,521	0,731	0,40	0,512	0,718
0,41	0,625	0,877	0,48	0,614	0,862
0,48	0,734	1,032	0,56	0,716	1,005
0,54	0,953	1,376	0,64	0,899	1,293
0,61	1,248	1,824	0,72	1,264	1,870
0,68	1,568	2,295	0,80	1,703	2,537
0,75	1,906	2,784	0,87	2,184	3,245
0,82	2,254	3,282	0,95	2,689	3,978
0,88	2,608	3,788	1,03	3,257	4,814
0,95	2,967	4,298	1,11	4,029	5,992
1,02	3,330	4,811	1,19	4,900	7,306
1,09	3,694	5,326	1,27	5,834	8,694
1,16	4,060	5,843	1,35	6,812	10,130
1,22	4,428	6,361	1,43	9,761	15,225
1,29	5,721	8,669	1,51	18,585	30,489
1,36	35,049	61,799	1,59	30,421	50,178

Observando-se os diagramas, cabe salientar a existência de um primeiro tramo no gráfico representando o comportamento elástico do material e de um trecho final representando a fase de plastificação da armadura, ambos bem definidos.

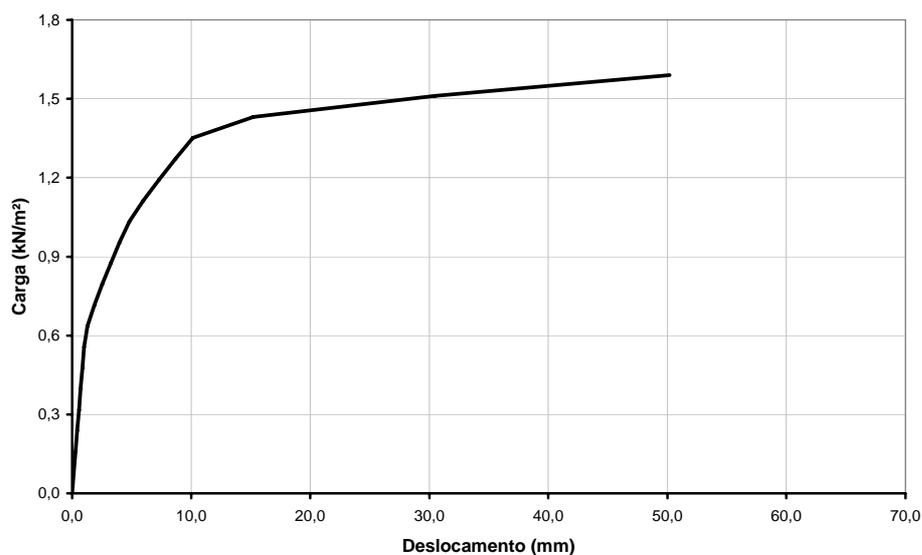


FIGURA 41 – Diagrama carga-deslocamento na posição 2, para configuração A2

4.3.3. Deslocamentos obtidos com o emprego de elementos finitos cúbicos

A laje nervurada simulada com a utilização do elemento isoparamétrico cúbico de vinte nós, através da simplificação em uma viga de seção T_e , teve como resultados gráficos, a deformada da estrutura e os espectros de tensões normais.

Os espectros de tensão apresentados correspondem a dois estados de carregamentos, sendo um com a metade da carga total simulada e outro com a totalidade do carregamento.

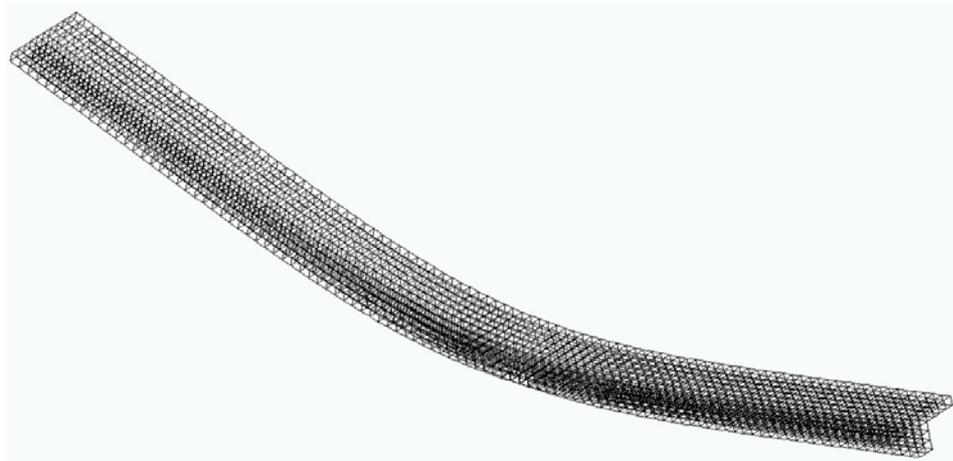


FIGURA 42 – Deformada da estrutura tridimensional

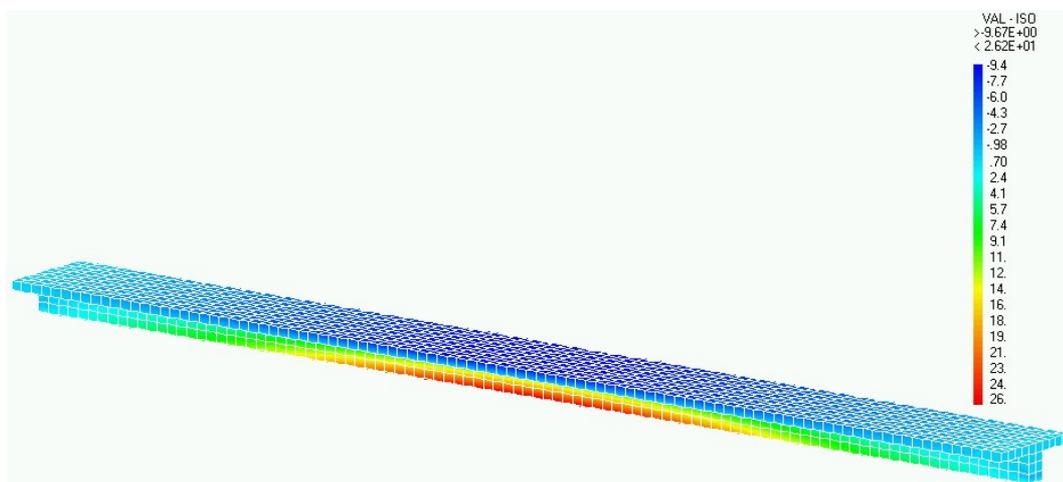


FIGURA 43 – Espectro de tensão com 50% da carga aplicada

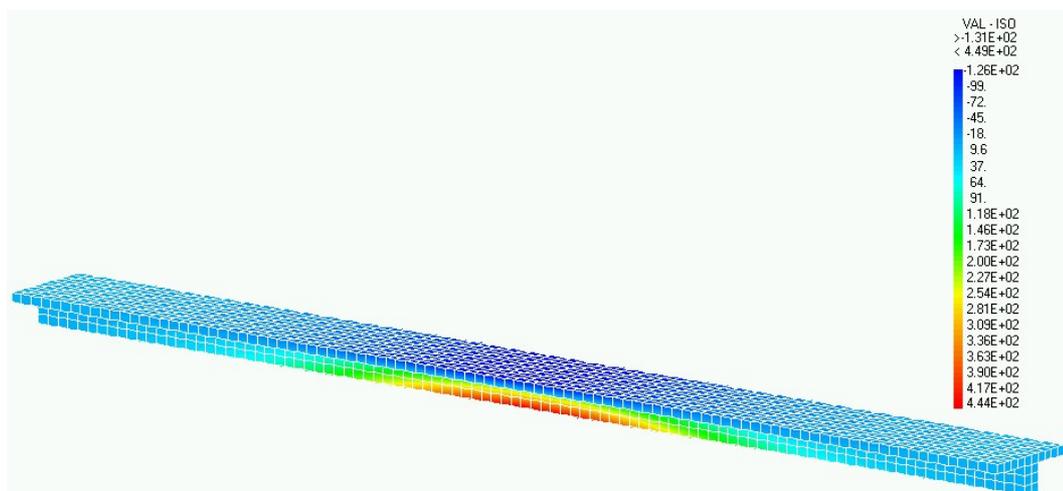


FIGURA 44 – Espectro de tensão com 100% da carga aplicada

Nestas figuras, pode-se observar o comportamento da estrutura, com tensões de tração na região inferior e de compressão na região superior da viga. Nota-se a homogeneidade das tensões junto a mesa da seção Te, indicando que com 50% da carga a linha neutra ainda se encontra na alma da seção, fora da mesa.

Para a avaliação dos deslocamentos da estrutura, foram obtidas as flechas no centro e na quarta parte dos vão da laje, em função da evolução do carregamento aplicado, apresentados na tabela 4.

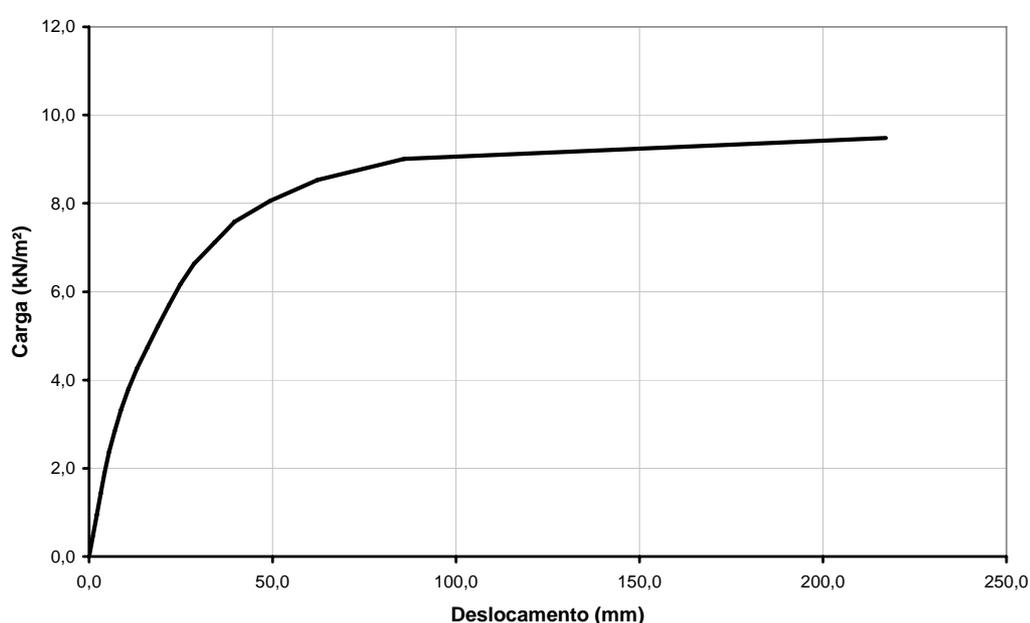


FIGURA 45 – Diagrama carga-deslocamento para o ponto 2 da estrutura tridimensional, com a configuração A1

Analisando-se os dois diagramas carga-deslocamento, constata-se a forma curva e homogênea resultante da simulação tridimensional, com formas bastante semelhantes entre as configurações A1 e A2, sendo que no caso da utilização dos materiais caracterizados através da NBR 6118 (2003), existe um trecho final linear bem definido, representando a plastificação da armadura, considerada com comportamento elasto-plástico perfeito.

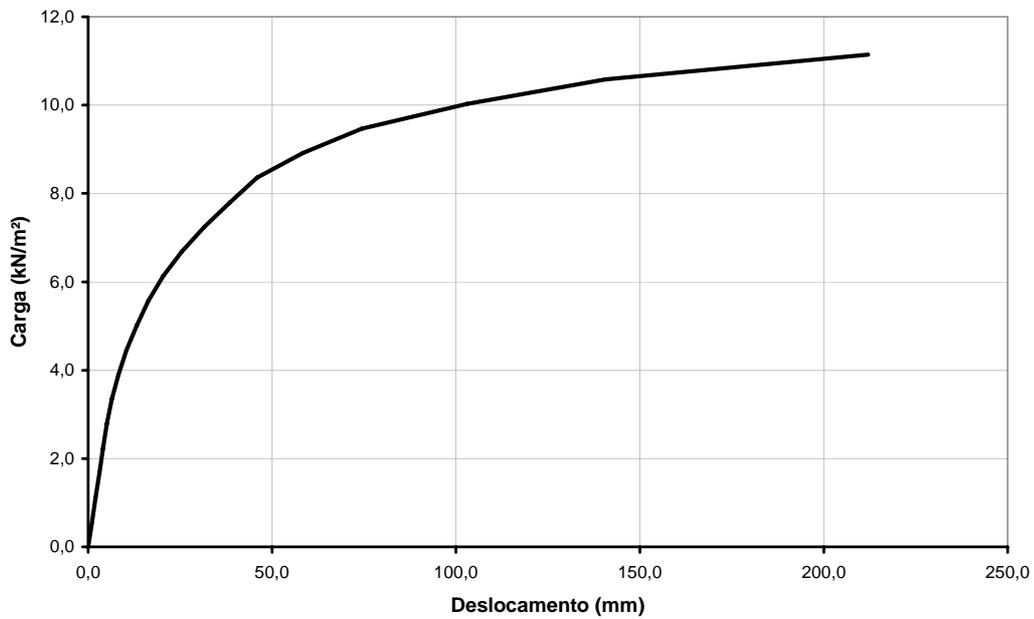


FIGURA 46 – Diagrama carga-deslocamento para o ponto 2 da estrutura tridimensional, com a configuração A2

TABELA 4 – Flechas nos pontos 1 e 2 da estrutura tridimensional

Carga (kN/m ²)	A1		A2		
	P1 (mm)	P2 (mm)	Carga (kN/m ²)	P1 (mm)	P2 (mm)
0,00	0,000	0,000	0,00	0,000	0,000
0,47	0,751	1,053	0,56	0,718	1,007
0,95	1,502	2,106	1,11	1,436	2,014
1,42	2,252	3,158	1,67	2,154	3,021
1,90	3,003	4,211	2,23	2,872	4,028
2,37	3,839	5,410	2,79	3,614	5,076
2,84	4,887	6,938	3,34	4,525	6,404
3,32	6,077	8,673	3,90	5,755	8,222
3,79	7,473	10,705	4,46	7,252	10,438
4,27	9,125	13,120	5,01	9,129	13,231
4,74	11,006	15,866	5,57	11,239	16,368
5,21	12,953	18,694	6,13	13,921	20,323
5,69	15,018	21,685	6,68	17,340	25,444
6,16	17,221	24,873	7,24	21,374	31,525
6,64	19,765	28,547	7,80	26,056	38,569
7,11	23,562	34,184	8,36	30,966	45,931
7,58	27,244	39,718	8,91	39,195	58,320
8,06	33,277	49,294	9,47	49,343	74,404
8,53	41,482	62,264	10,03	67,247	103,000
9,01	56,004	85,858	10,58	90,496	140,770
9,48	131,270	217,090	11,14	134,580	212,010

4.4. Resultados obtidos na laje nervurada bidirecional

Para a análise elasto-plástica da laje nervurada bidirecional com a aplicação do método do material homogêneo equivalente, foi necessária a divisão da estrutura em faixas, separadas de acordo com a forma da seção e com a distribuição da armadura.

Então, apresentam-se os diagramas tensão-deformação de duas faixas, para análise quanto ao comportamento do material.

Pode-se identificar o ponto de fissuração do concreto e de plastificação da armadura, notando-se a diferença na relação entre a tensão de escoamento e a de ruptura a tração do concreto. Enquanto que na faixa 4 da direção x, a tensão de fissuração encontra-se a aproximadamente cinquenta por cento da tensão de escoamento, na direção y encontra-se a noventa por cento.

Esta diferença se deve a área existente de armadura em cada seção e a deformação que o aço estava submetido no momento da ruptura a tração do concreto.

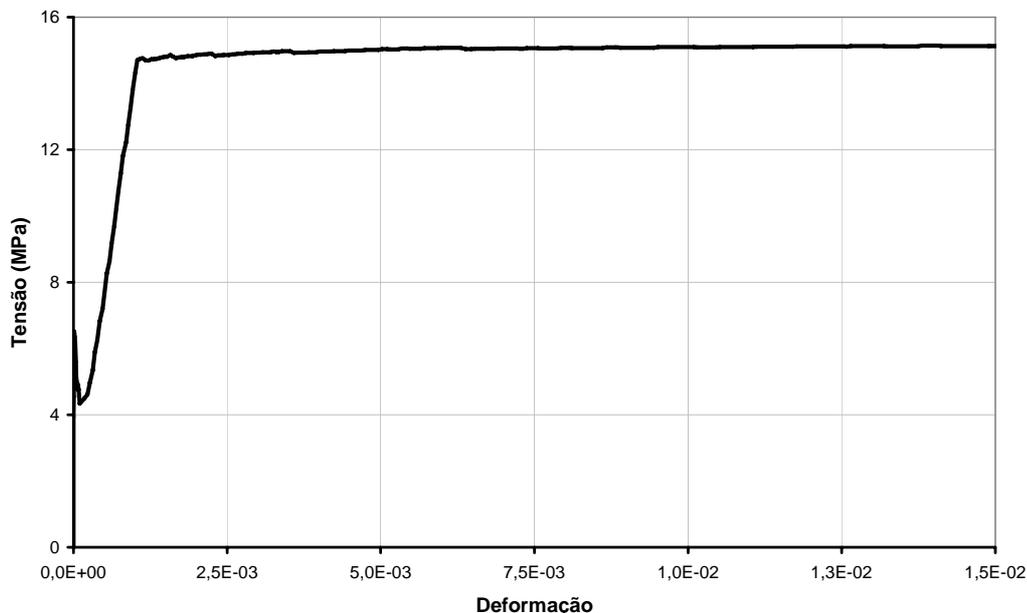


FIGURA 47 – Diagrama tensão-deformação da faixa 4, na direção x

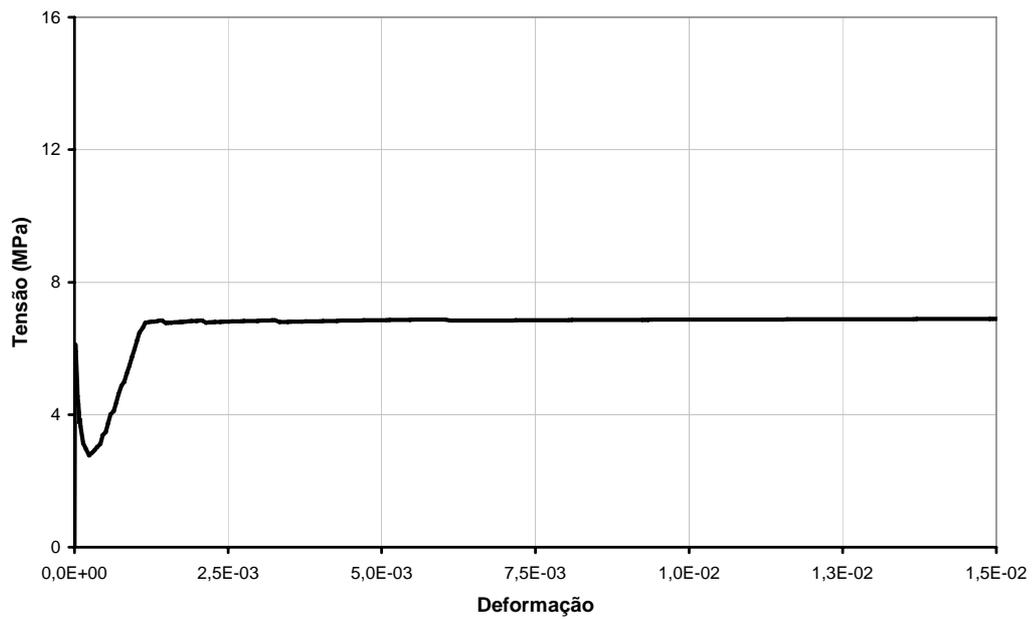


FIGURA 48 – Diagrama tensão-deformação da faixa 4, na direção y

Com os materiais homogêneos equivalentes gerados, processou a estrutura discretizada em uma grelha, com o elemento finito Poutre, separando as faixas em cores.

Os principais resultados obtidos foram a deformada da estrutura e as flechas nos pontos D2, D6, D8 e D11, consideradas relevantes para a análise de deslocamentos verticais da laje.

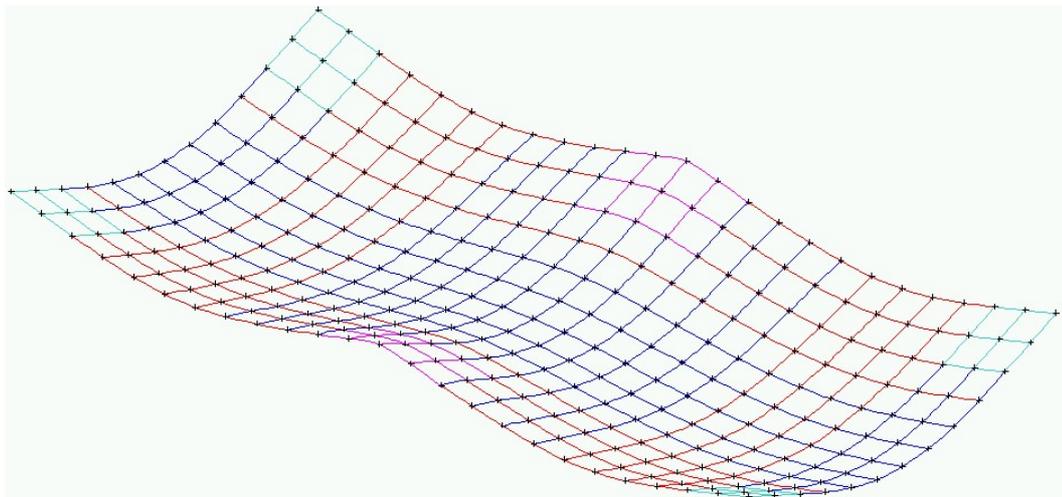


FIGURA 49 – Deformada da estrutura de Selistre (2000)

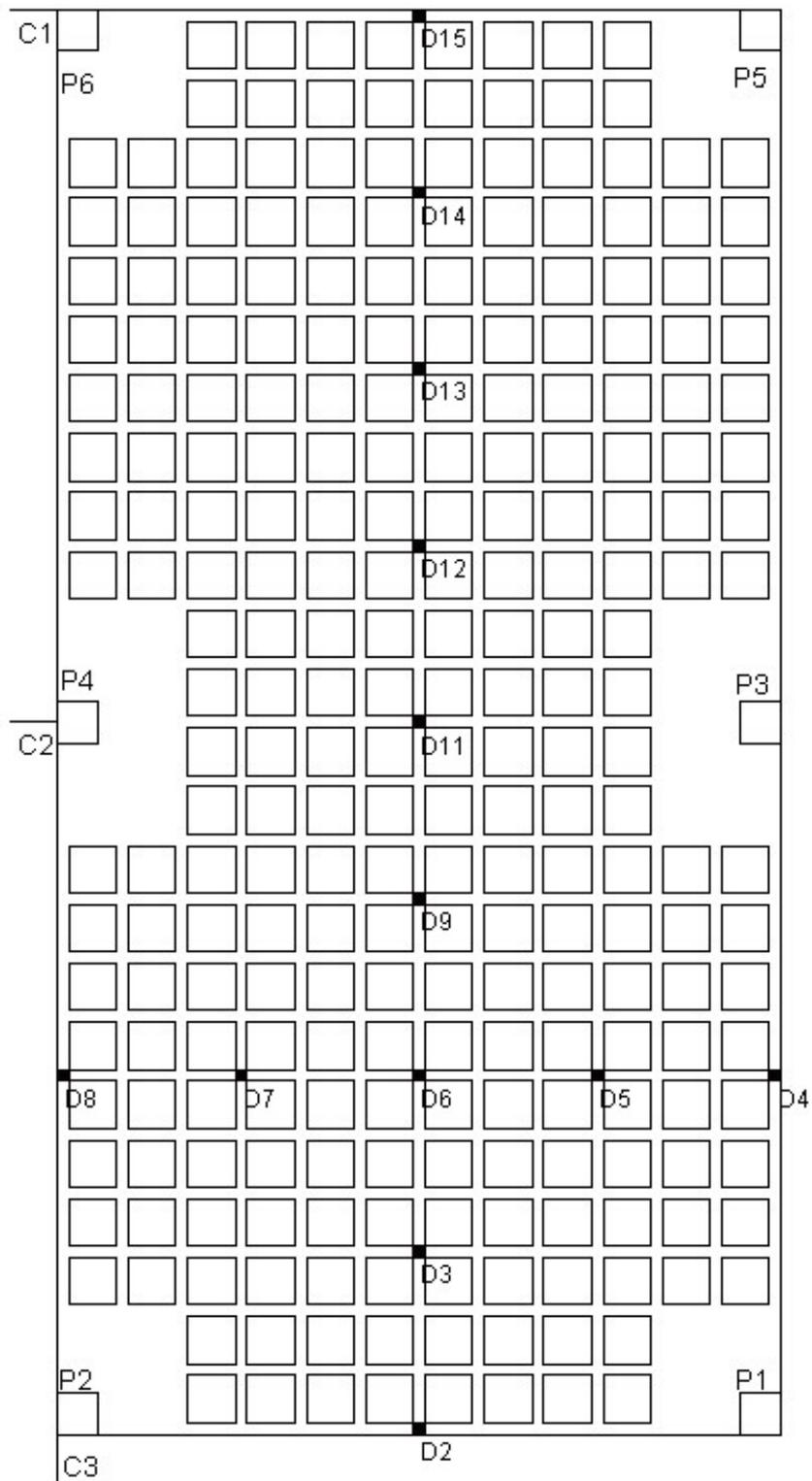


FIGURA 50 – Vista inferior da laje com o posicionamento dos deflectômetros (D) e clinômetros (C)

Na deformada da estrutura, podem-se observar os deslocamentos ocorridos, verificando-se as posições dos apoios e a deformação nos bordos da laje.

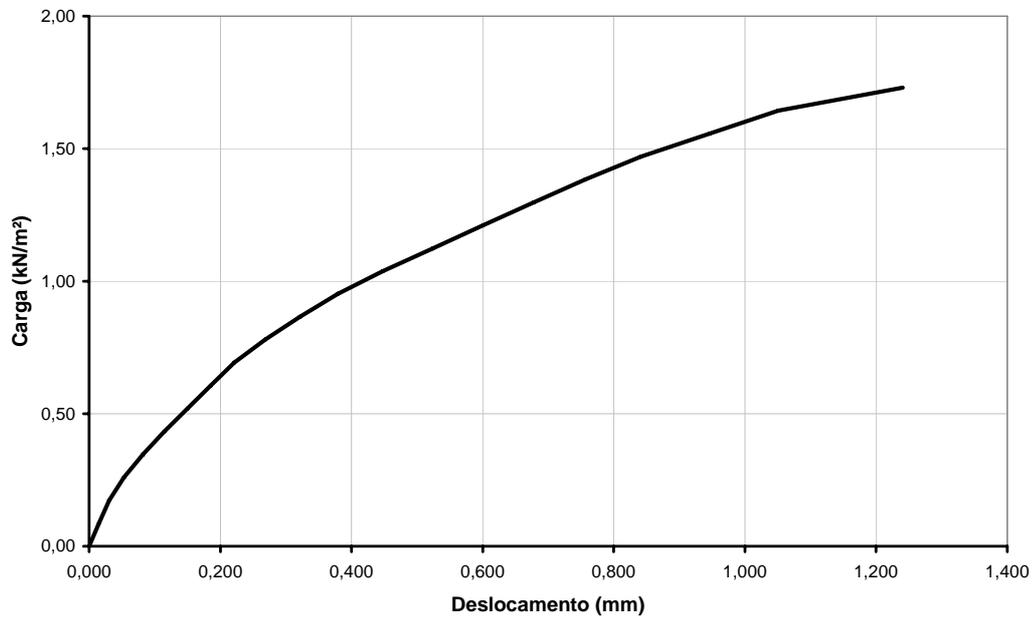


FIGURA 51 – Gráfico carga-deslocamento para a posição D6

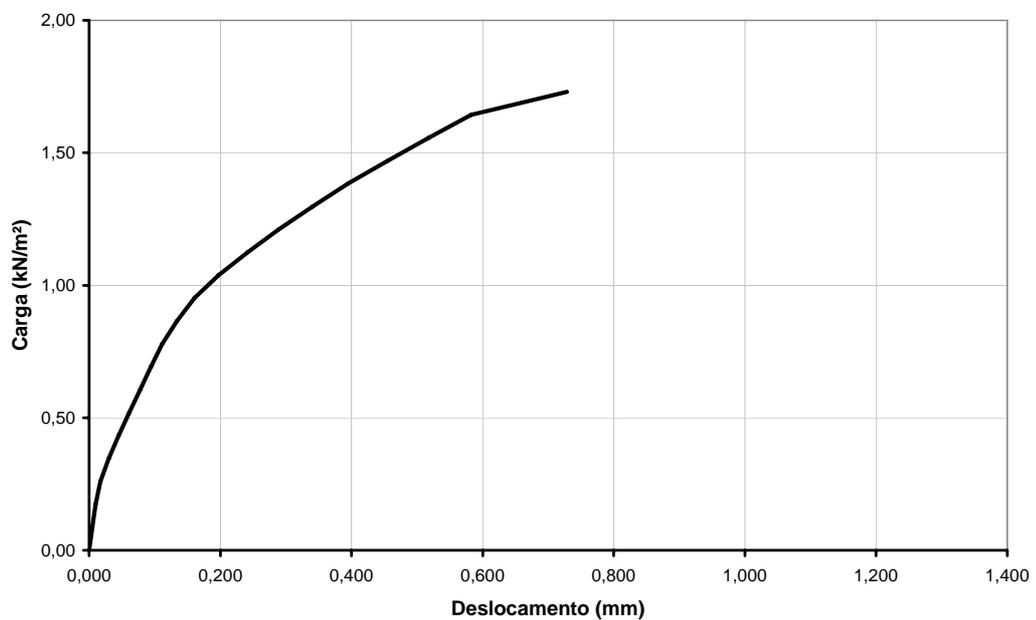


FIGURA 52 – Gráfico carga-deslocamento para a posição D8

O ponto D6 corresponde ao centro do pano da laje, enquanto que o ponto D8 corresponde ao centro de um dos bordos da laje. Observando o comportamento da estrutura nestes gráficos, salienta-se a semelhança no comportamento da estrutura, com curvas de deslocamento análogas.

Observando-se os deslocamentos da tabela 6, percebe-se que a flexão no bordo em que se encontra o ponto D2 foi menor que a do bordo em que se encontra o ponto D8.

Também destaca-se a proximidade nos valores entre os pontos D2 e D11, sendo um no centro e outro na extremidade da laje.

TABELA 5 – Deslocamentos verticais nos pontos D2, D6, D8 e D11

Carga (kN/m²)	D2 (mm)	D6 (mm)	D8 (mm)	D11 (mm)
0,00	0,000	0,000	0,000	0,000
0,09	0,018	0,015	0,005	0,008
0,17	0,036	0,030	0,010	0,016
0,26	0,057	0,053	0,017	0,037
0,35	0,079	0,082	0,030	0,063
0,43	0,103	0,114	0,045	0,093
0,52	0,128	0,150	0,061	0,126
0,61	0,152	0,185	0,078	0,159
0,69	0,179	0,221	0,094	0,192
0,78	0,215	0,268	0,112	0,232
0,87	0,255	0,321	0,134	0,274
0,95	0,298	0,379	0,161	0,320
1,04	0,346	0,448	0,197	0,373
1,12	0,397	0,524	0,241	0,431
1,21	0,448	0,600	0,289	0,485
1,30	0,500	0,678	0,341	0,540
1,38	0,554	0,756	0,395	0,595
1,47	0,613	0,842	0,456	0,655
1,56	0,688	0,946	0,518	0,739
1,64	0,761	1,051	0,583	0,823
1,73	0,907	1,241	0,729	0,992

5. ANÁLISE DOS RESULTADOS

5.1. Introdução

Neste capítulo, será realizada a análise dos resultados, comparando-se resultados numéricos com resultados experimentais, para confirmar a validade do emprego do método do material homogêneo equivalente no cálculo de deslocamentos em lajes nervuradas, empregando o Método dos Elementos Finitos.

Também serão comparados resultados numéricos com diferentes considerações, a fim de identificar o real comportamento do modelo e da simulação.

5.2. Material homogêneo equivalente: Seção Te x Seção retangular equivalente

Selistre (2000) e Cabral *et al* (1998) empregaram o princípio da laje maciça equivalente, baseado na equivalência dos momentos de inércia relevantes à flexão, onde se determina uma espessura para uma laje maciça, representando comportamento compatível com a laje nervurada original.

Estes trabalhos determinavam o comportamento da laje em regime elástico, comparando resultados numéricos a experimentais. Para analisar o real comportamento da espessura equivalente da laje, analisaram-se duas seções, sendo uma Te e outra retangular equivalente, com largura e

momentos de inércia iguais, obtendo-se o diagrama tensão-deformação para as duas situações.

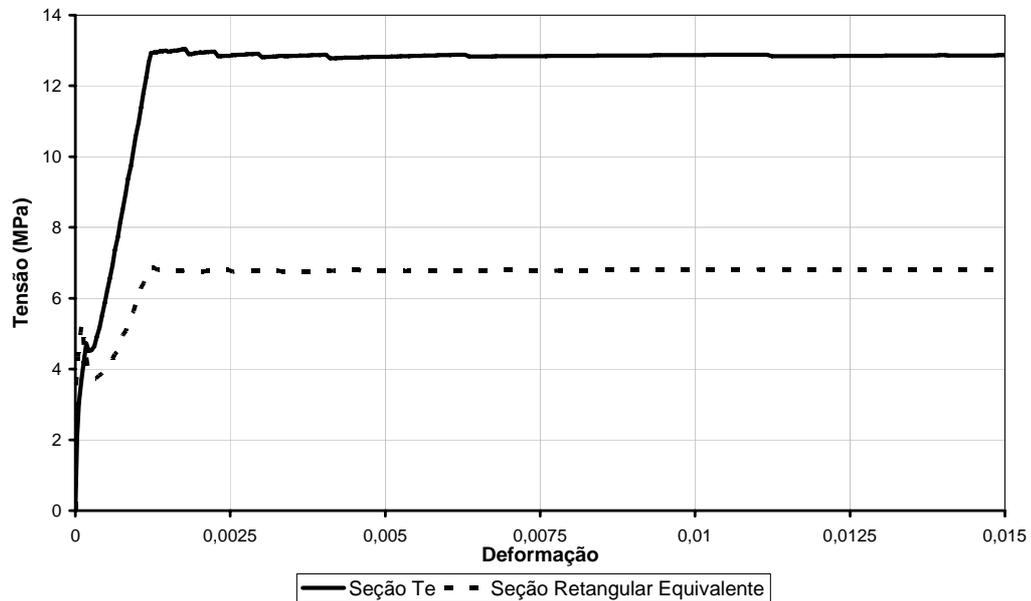


FIGURA 53 – Diagrama tensão-deformação para seção Te e seção retangular equivalente

Nota-se no diagrama que a seção Te atinge tensões superiores a seção retangular equivalente, atingindo valores consideravelmente maiores. Também se observa que o ponto de ruptura a tração do concreto, momento de início da fissuração da seção, ocorre de forma simultânea nas duas seções, diferenciando-se na retomada da tensão.

Esta diferença perde importância na análise elástica da estrutura, pois neste regime, as principais grandezas na determinação de flechas é o momento de inércia da seção e o módulo de elasticidade do material.

Em regime plástico, a forma da seção ganha importância, principalmente no cálculo das forças internas resultantes para o equilíbrio da seção.

A força resultante devido ao concreto é calculada pelo volume de tensões nas regiões comprimidas ou tracionadas, dependendo assim, da forma geométrica da seção.

Na seção Te, quando a linha neutra encontra-se na nervura, a região tracionada depende da largura da nervura, enquanto que na seção retangular equivalente, mantendo a mesma posição da linha neutra, depende da largura total da seção. Então, na seção retangular equivalente as forças resultantes relativas ao concreto eram maiores nas etapas iniciais, fazendo com que a armadura possuísse uma deformação superior na fissuração do concreto.

Quando a linha neutra e toda a região tracionada estão contidas dentro da mesa, o comportamento das seções Te e retangular equivalente se aproximam.

Então, para a análise plástica, a utilização da laje maciça com espessura equivalente é imprópria. Porém, em regime elástico, é aceitável este tipo de simplificação.

5.3. Material homogêneo equivalente: Seção A1 x Seção A2

Quando se analisa uma estrutura com o Método dos Elementos Finitos tem-se um problema: como caracterizar os materiais empregados. A fim de analisar esta questão, apresenta-se o diagrama tensão-deformação, referente ao material homogêneo equivalente da laje de Silva F^o (2002), utilizando as características dos materiais preconizadas pela NBR 6118 (2003), seção A1, e com as características obtidas em ensaios experimentais, empregando o mesmo material da laje.

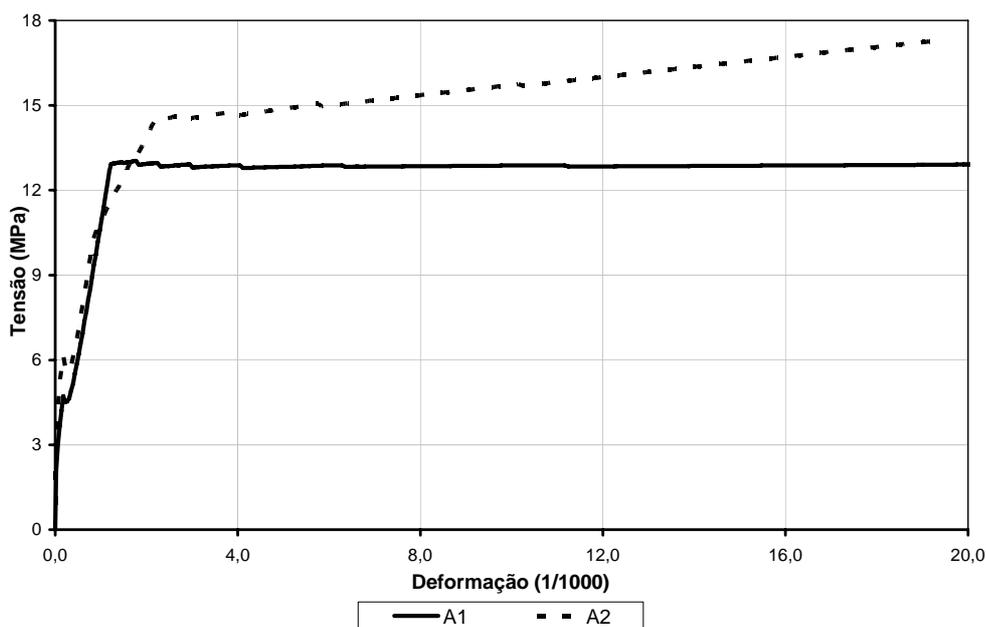


FIGURA 54 – Diagrama tensão-deformação das seções A1 e A2

A observação deste diagrama leva-se a constatação da existência de um patamar de escoamento na seção A1, devido a consideração da armadura como material elasto-plástico perfeito.

Também se salienta a existência de uma inflexão a mais no diagrama da seção A2, indicando que o aço empregado na laje era da classe B, sem um patamar de escoamento bem definido.

A NBR 6118 (2003) adota a tensão de escoamento característica do material, praticamente sempre abaixo da tensão de escoamento real do aço, indicando este processo pela diferença entre o último trecho do diagrama.

Quanto ao concreto utilizado, nota-se uma pequena diferença no limite de ruptura à tração, representada pelo primeiro pico do diagrama. Também se observa a semelhança entre os Módulos de Elasticidade, indicados pelo paralelismo entre os diagramas.

Assim, utilizando-se as características dos materiais preconizadas pela NBR 6118 (2003) se terá valores menores que os obtidos em ensaios experimentais.

5.4. Análise de deslocamentos em lajes nervuradas unidirecionais

5.4.1. Elementos finitos Poutre: resultados numéricos x resultados experimentais

A simulação da laje nervurada unidirecional utilizando elementos finitos de barra, tipo Poutre, resultou nas flechas em dois pontos da estrutura, pontos 1 e 2, correspondendo respectivamente ao quarto e ao meio do vão da laje.

A comparação destes resultados numéricos com os resultados experimentais será através de gráficos carga-deslocamento, para cada ponto monitorado da estrutura e para cada configuração de seção utilizada.

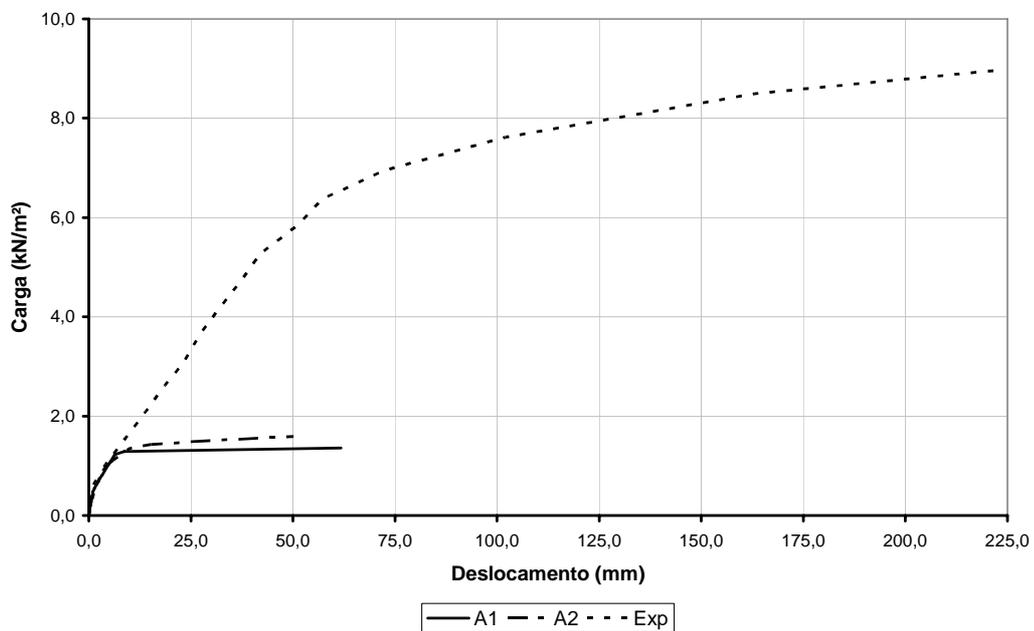


FIGURA 55 – Diagrama carga-deslocamento para lajes A1, A2 e resultado experimental no ponto 2

A análise deste gráfico salienta a grande diferença entre os resultados obtidos utilizando o elemento finito Poutre e o resultado experimental para o ponto central da laje de Silva F^o (2001), embora no trecho inicial existir correspondência entre os três gráficos.

Observa-se também que o desenvolvimento das curvas numéricas se assemelha a curva experimental, indicando semelhança no comportamento mecânico da estrutura.

Buscando uma explicação para esta diferença entre os resultados numéricos e experimentais, realizou-se uma análise minuciosa nas características dos materiais e do elemento finito Poutre.

Constatou-se que as características geométricas solicitadas pelo elemento Poutre não continham as dimensões da nervura, apenas a largura e altura total da seção, ou seja, mesmo que a área e os momentos de inércia da seção fossem da seção Te, na análise plástica era utilizada a largura e altura da seção como se a mesma fosse retangular. Estas características são intrínsecas ao elemento finito Poutre, não podendo ser alteradas.

Como o emprego deste elemento finito reduz o tempo de processamento, optou-se pela tentativa de localizar um fator de correção que permitisse, nestes tipos de simulação, utilizar este elemento para seções transversais Te.

Existem duas formas de aplicar este fator de correção. Antes do processamento, poderia ser feita uma ponderação sobre as dimensões informadas para a seção ou, após o processamento, poderiam ser corrigidos os deslocamentos finais. Como este problema foi constatado com a simulação concluída, optou-se pela utilização da segunda opção.

Este fator deveria ser relacionado à geometria da seção, relacionando áreas, inerciais ou dimensões. Comparando-se diversas relações, constatou-se que com o emprego da relação entre a largura da mesa e a largura da nervura obtinha-se um fator de correção empírico que

aproximava consideravelmente os resultados numéricos ao experimental, adotando-o como fator de correção padrão.

$$FC = \frac{b}{b_w} \quad (6)$$

Aplicando-se este fator de correção a carga e ao deslocamento das curvas A1 e A2 da Figura 55, obtém-se a curva corrigida.

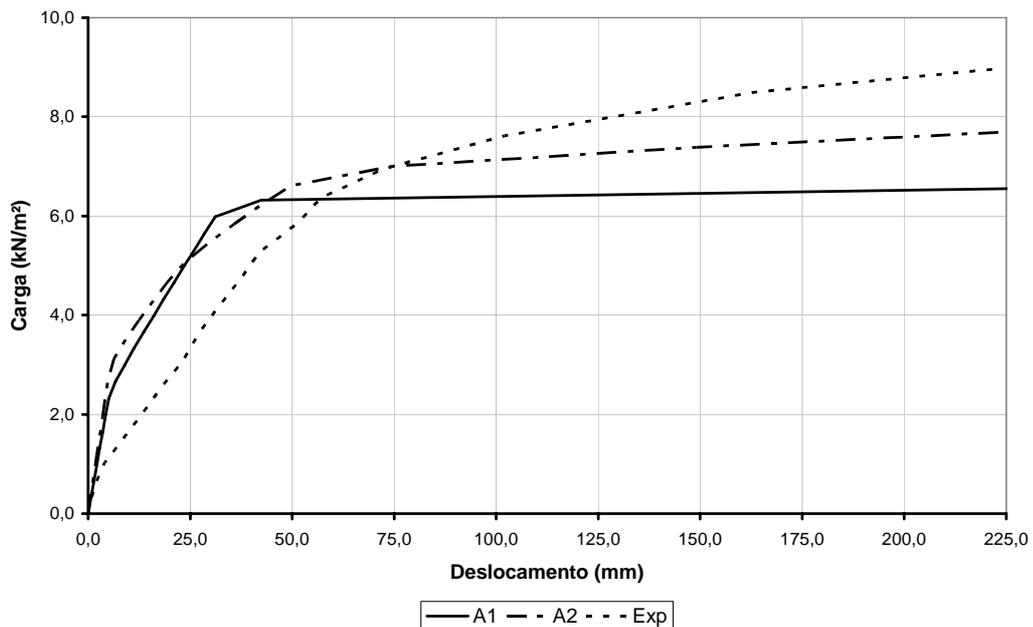


FIGURA 56 – Diagrama carga-deformação corrigido para o ponto 2

Observando-se os deslocamentos corrigidos, constata-se que o comportamento da estrutura simulada é semelhante a estrutura real, apresentando uma rigidez maior, mas atingindo cargas inferiores a laje ensaiada por Silva F^o (2002).

Quanto às flechas, pode-se observar que os deslocamentos numéricos obtidos até o carregamento de 6 kN/m² são inferiores aos resultados experimentais, indicando deformação da estrutura menor. Após esta carga, os resultados numéricos passam a apresentar valores maiores que as flechas experimentais, mas no conjunto, representam simplificada a deformação da laje.

No ponto 1 da estrutura, correspondente a quarta parte do vão da laje, também pode-se constatar um comportamento semelhante entre a análise numérica e os resultados experimentais. Nota-se a semelhança entre as curvas carga-deslocamento no ponto 1 com o ponto 2, demonstrando homogeneidade e compatibilidade no comportamento de toda a estrutura.

As flechas no ponto 1 também seguem os mesmos padrões, sendo inferiores aos resultados experimentais no trecho inicial da análise e superiores após o carregamento aproximado de 6 kN/m².

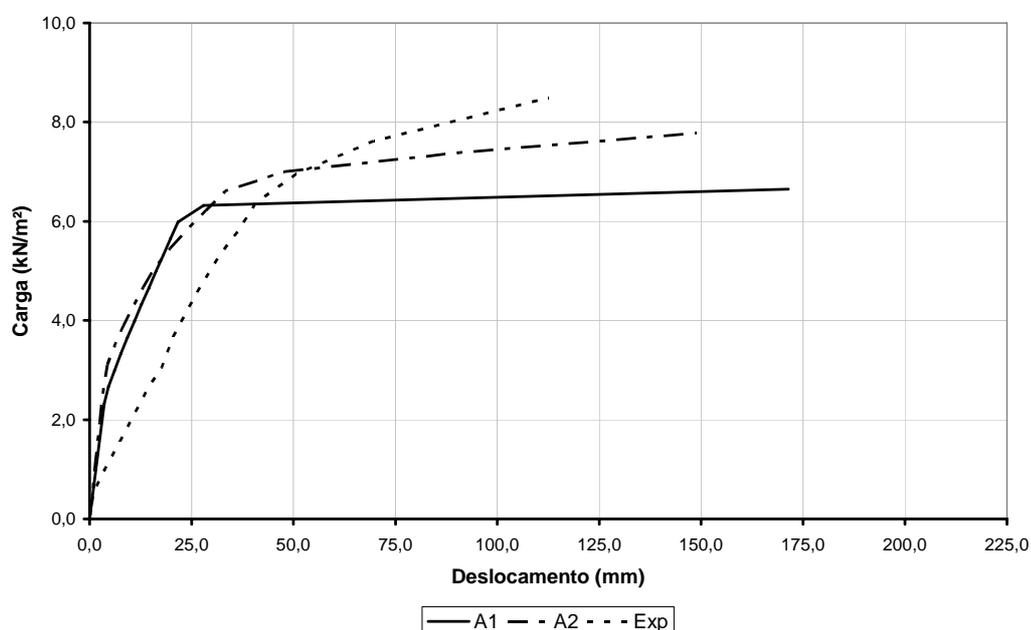


FIGURA 57 – Diagrama carga-deformação corrigido para o ponto 1

Assim, pode-se empregar esta metodologia para o cálculo dos deslocamentos verticais nas lajes nervuradas unidirecionais com razoável precisão, com comportamento similar a estrutura real, servindo como base na verificação do limite de deformação da estrutura, cabendo um estudo mais detalhado quanto ao fator de correção e quanto a inclusão das características geométricas no elemento finito Poutre.

5.4.2. Elementos finitos Cu20: resultados numéricos x resultados experimentais

Análogo a simulação com o elemento finito Poutre, foram realizadas comparações entre os resultados numéricos para as duas configurações de materiais utilizadas, obtidos com a utilização de elementos finitos cúbicos de vinte nós, e os resultados experimentais, para os pontos 1 e 2 da laje nervurada.

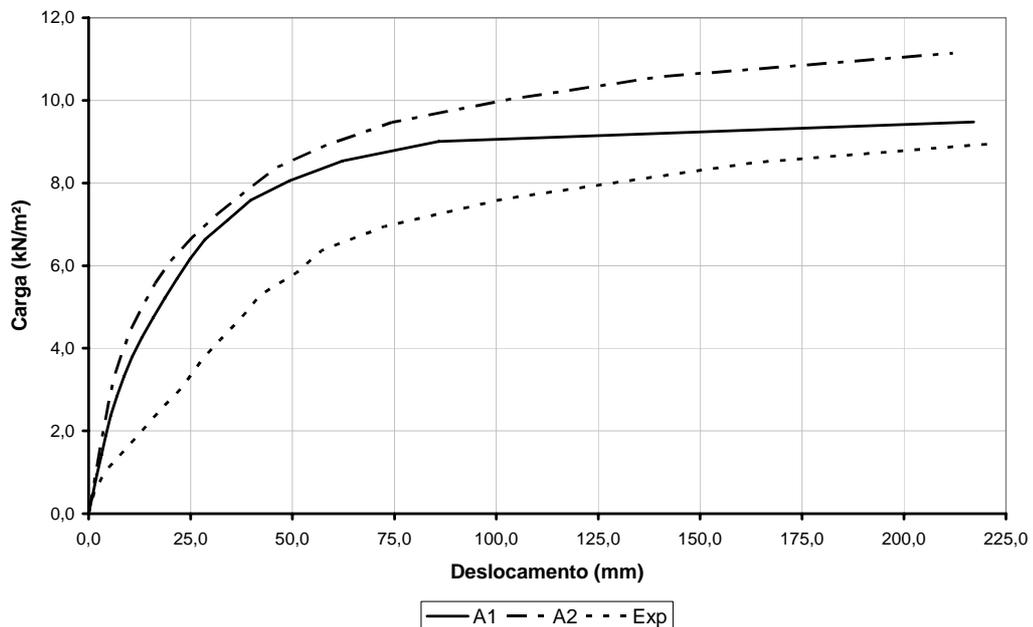


FIGURA 58 – Diagrama carga-deformação para o ponto 2, com o emprego do elemento finito Cu20

Constata-se no diagrama a perfeita similaridade entre as curvas, destacando-se a simulação A2, com a utilização das características mecânicas dos materiais utilizados no ensaio experimental de Silva F^o (2002), que representou comportamento idêntico à estrutura real, demonstrados pelo paralelismo entre as curvas.

Os resultados numéricos indicam rigidez maior para o modelo simulado, atingindo carregamentos superiores aos aplicados na laje

ensaiada por Silva F^o (2002). Esta rigidez maior está intimamente ligada a determinação dos módulos de elasticidade dos materiais.

Os deslocamentos verticais dos modelos numéricos apresentaram grandezas menores que os resultados experimentais, sendo que a curva A1, empregando os materiais preconizados pela NBR 6118 (2003), aproximou-se dos resultados de Silva F^o no final do seu desenvolvimento.

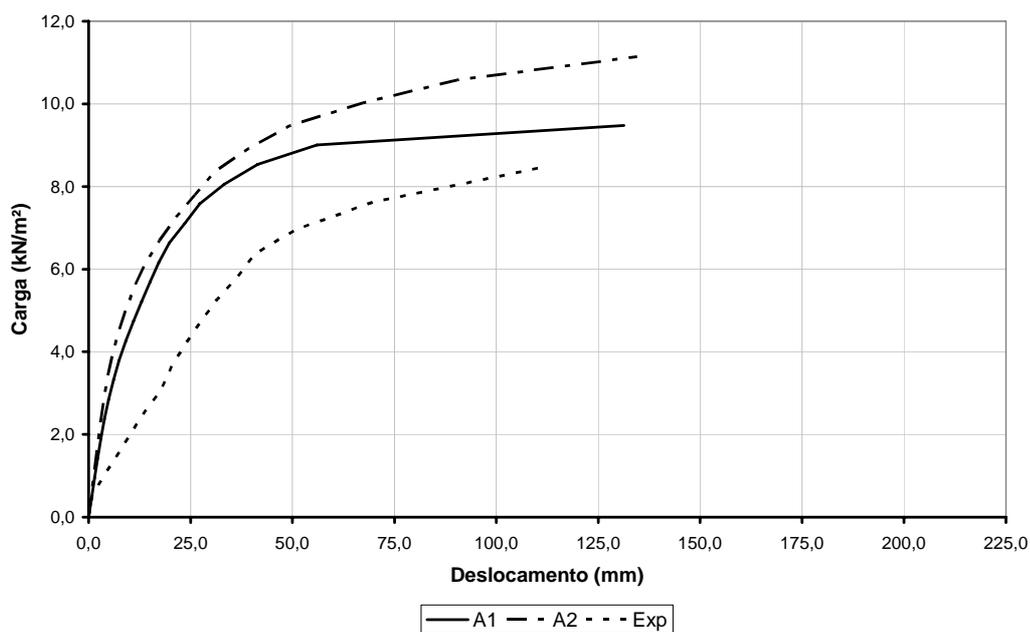


FIGURA 59 – Diagrama carga-deformação para o ponto 1, com o emprego do elemento finito Cu20

Analisando-se as flechas no ponto 1 da estrutura, exibe-se um gráfico equivalente ao obtido para os deslocamentos no centro da laje, mostrando a homogeneidade da estrutura e a representação fiel do comportamento da laje através da curva A2.

Assim como no ponto 2, os deslocamentos verticais ficam abaixo dos valores indicados por Silva F^o (2002), com uma rigidez maior do modelo numérico.

Mesmo com a diferença existente entre as curvas numéricas e experimentais, este modelo é capaz de demonstrar o real comportamento

da estrutura, determinando as flechas limites a que a estrutura poderá estar submetida numa análise global.

5.4.3. Elementos finitos Cu20: simulação A1 x simulação A2

Para se analisar a influência das características mecânicas dos materiais empregados na simulação com elementos finitos cúbicos de vinte nós, compararam-se os resultados obtidos na simulação A1, utilizando os modelos de materiais indicados pela NBR 6118 e os resultados obtidos em A2, empregando a caracterização do concreto e do aço elaborados por Silva F^o (2002).

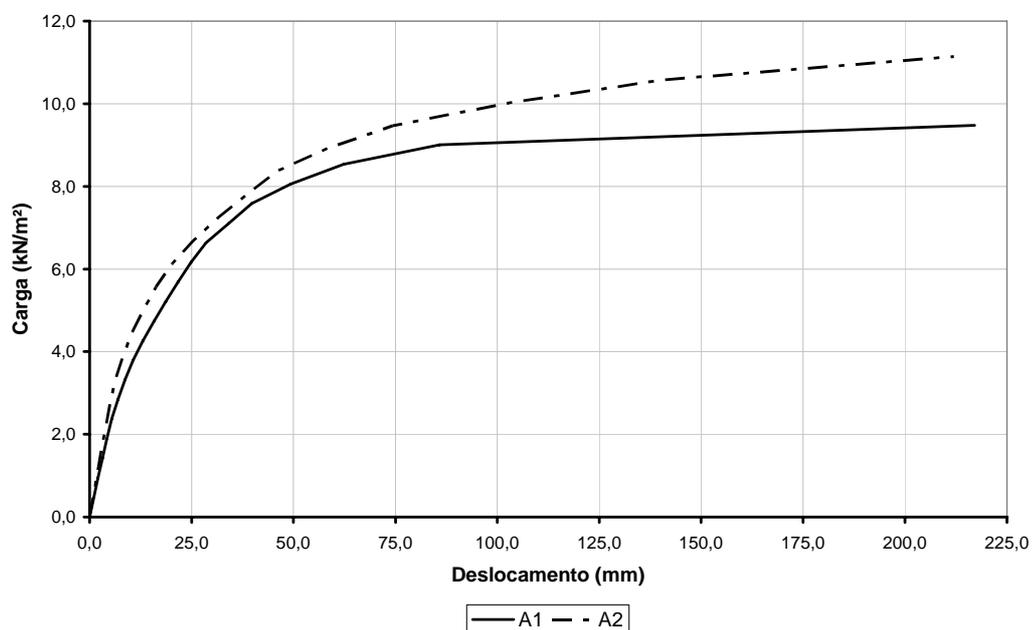


FIGURA 60 – Comparação das flechas obtidas com materiais de características diferentes

A comparação entre as curvas reflete a diferença no comportamento do aço, pois a NBR 6118 (2003) recomenda o modelo elasto-plástico perfeito com tensão de escoamento representada pelo valor característico do material, enquanto que o aço empregado no modelo experimental apresenta tensão de ruptura superior, sem patamar de escoamento bem definido.

Quanto ao concreto, o principal fator que influencia a simulação é o Módulo de Elasticidade, estimado em um valor menor pela NBR 6118 (2003), implicando em um modelo com menor rigidez. A tensão de ruptura à compressão do concreto também influencia na resistência final da peça.

Salienta-se então, que o emprego dos materiais caracterizados pela NBR 6118 (2003), principalmente com a utilização dos valores médios, implica em valores maiores para a determinação dos deslocamentos verticais, devendo ser utilizados no projeto destas estruturas, enquanto que para uma inspeção mais rigorosa e para a verificação da flecha da estrutura já moldada, é aconselhável a caracterização através de ensaios de todos os materiais empregados.

5.4.4. Comparação entre os modelos com elementos finitos Cu20 e Poutre

Para analisar o modelo estrutural discretizado com diferentes tipos de elementos finitos, optou-se pela utilização dos resultados numéricos obtidos na laje com a configuração A1, comparando-se as flechas obtidas para o centro do vão da laje.

Constata-se que a curva obtida com a utilização do elemento finito cúbico de vinte nós possui um desenvolvimento mais uniforme que a curva da simulação com o elemento de barra, que apresenta vértices bem

definidos, mesmo com a discretização longitudinal de ambas as simulações sendo equivalente.

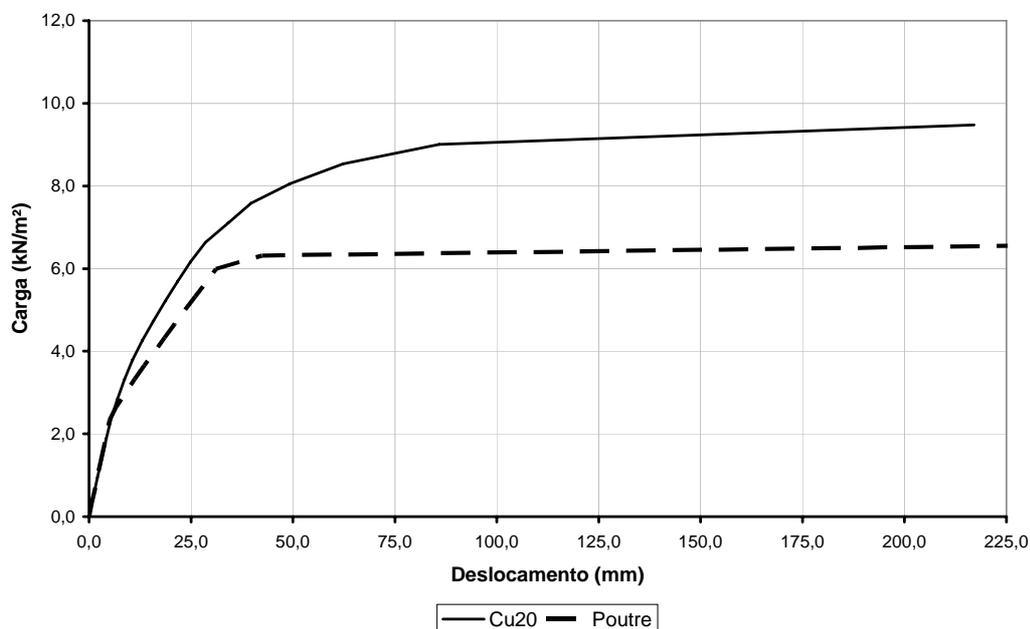


FIGURA 61 – Diagrama carga-deslocamento, comparando o emprego de elementos finitos diferentes

Também se salienta a diferença entre os carregamentos máximos aplicados a estrutura, onde os elementos Cu20 permitiram valores superiores. Esta diferença também foi influenciada pelo fator de correção adotado, que em um estudo mais aprofundado pode ser decisivo na redução desta diferença, incluindo outras relações e elementos a determinação deste fator.

Quanto ao comportamento global da estrutura, observa-se a correlação entre as curvas, com desenvolvimento semelhante, apresentando trecho inicial coincidente e patamar de escoamento paralelos.

5.5. Análise de deslocamentos em lajes nervuradas bidirecionais

A análise de lajes nervuradas cogumelos implica na consideração e simplificação de diversos elementos, destacando-se a forma e elemento finito da discretização do modelo, caracterização dos materiais empregados e restrições impostas a estrutura.

Neste modelo numérico avaliado, foram utilizados elementos finitos de barra, chamados Poutre, discretizando o modelo em uma grelha. Não foram utilizados elementos isoparamétricos de vinte nós, devido a dificuldade em separar o comportamento de cada seguimento da estrutura.

A laje foi separada em faixas de acordo com as configurações das seções das nervuras, simplificando o processo de cálculo, desprezando-se características que não implicaram na alteração considerável dos resultados. Esta consideração foi realizada através de comparações entre diferentes distribuições de faixas.

Assim como nas lajes nervuradas unidirecionais, foi empregado um fator de correção relacionando a largura da mesa com a largura da nervura, para corrigir a desconsideração de algumas características da seção Te pelo elemento finito Poutre.

A validação deste método constitui-se da comparação, através de diagramas carga-deslocamento, entre os resultados numéricos corrigidos obtidos nos pontos de monitoramento D2, D6, D8 e D11. com os resultados experimentais expostos por Selistre (2000).

5.5.1. Análise de deslocamentos corrigidos no ponto de monitoramento D2

O ponto D2 localiza-se na extremidade da laje, no centro do vão do lado menor da laje, em uma região que a influência dos apoios centrais é ínfima.

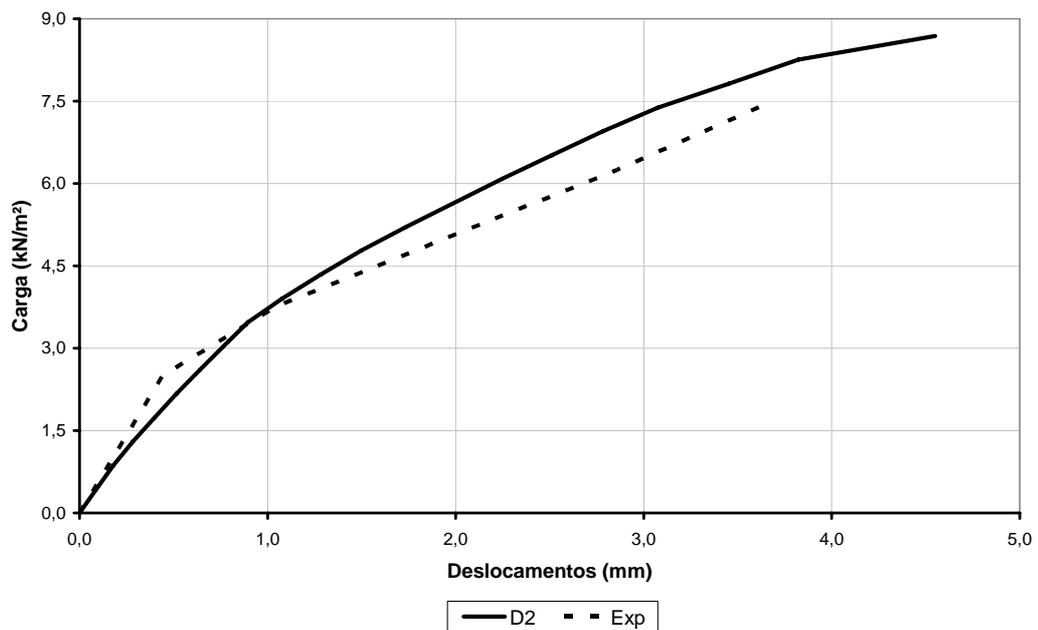


FIGURA 62 – Diagrama carga-deslocamento para o ponto D2

A flecha neste ponto indica a deformação no bordo da estrutura, sendo importante a determinação deste valor, pois nestas regiões encontram-se elementos de vedação suscetíveis a deslocamentos excessivos.

Analisando-se o diagrama, constata-se a perfeita correlação entre os resultados numéricos e experimentais, com a quase perfeita coincidência entre as curvas, mostrando que o comportamento do modelo numérico é compatível com o experimental.

Também se verifica a proximidade entre as flechas, indicando que neste bordo da laje é possível à determinação do deslocamento vertical com precisão aceitável.

5.5.2. Análise de deslocamentos corrigidos no ponto de monitoramento D6

O ponto D6 localiza-se no centro do pano da laje, correspondendo ao ponto esperado para a máxima flecha da estrutura, sendo de extrema importância à análise deste deslocamento para a determinação do limite de utilização da estrutura.

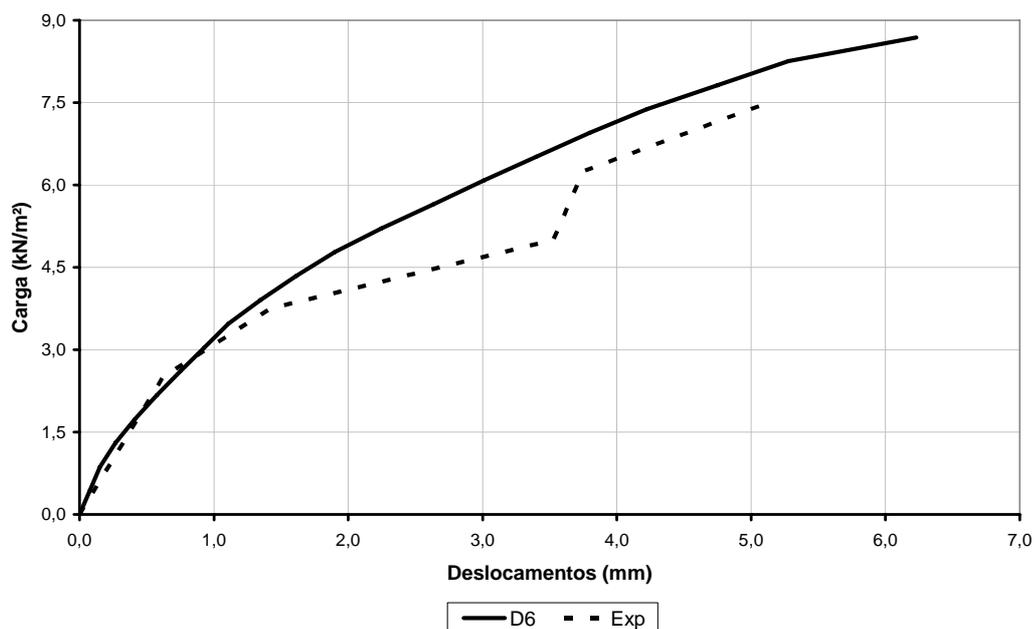


FIGURA 63 – Diagrama carga-deslocamento para o ponto D6

As curvas apresentadas no diagrama possuem desenvolvimentos semelhantes, sendo que os resultados experimentais possuem uma pequena inflexão, não representativa no comportamento global da laje.

No trecho inicial, existe a coincidência das curvas, refletindo uma boa concordância na determinação dos deslocamentos para pequenos casos de carregamentos.

Com a evolução do carregamento, as curvas se afastam, obtendo-se deslocamentos menores para os resultados numéricos em relação a análise experimental. No entanto, esta diferença não é significativa para o nível de análise da estrutura.

Portanto, pode-se prever com boa precisão o deslocamento vertical máximo deste tipo de estrutura, para avaliar o limite de utilização da laje, evitando assim, deformações excessivas que venham a por em risco a estrutura.

5.5.3. Análise de deslocamentos corrigidos no ponto de monitoramento D8

O ponto D8 localiza-se no bordo da laje, entre o apoio do canto e o do centro da estrutura, correspondendo ao ponto médio do vão da laje, onde ocorre a influência do engastamento e da região maciça do apoio central.

Observando o diagrama, percebe-se que os resultados numéricos apresentaram valores superiores para os deslocamentos verticais, em relação aos resultados experimentais obtidos por Selistre (2000), sendo que ocorreu similaridade entre as curvas apenas em um pequeno trecho inicial do gráfico.

Neste bordo, a estrutura real apresentou maior rigidez que a simulada, fato justificado pela influência do apoio central e pela existência de reforço na armadura desta nervura, desprezados no modelo numérico.

Para uma aproximação maior destes resultados, seria necessário a discretização das nervuras limítrofes da laje em faixas individuais, principalmente nos vãos submetidos a momentos fletores negativos, cabível a casos em que a precisão neste deslocamento seja imprescindível.

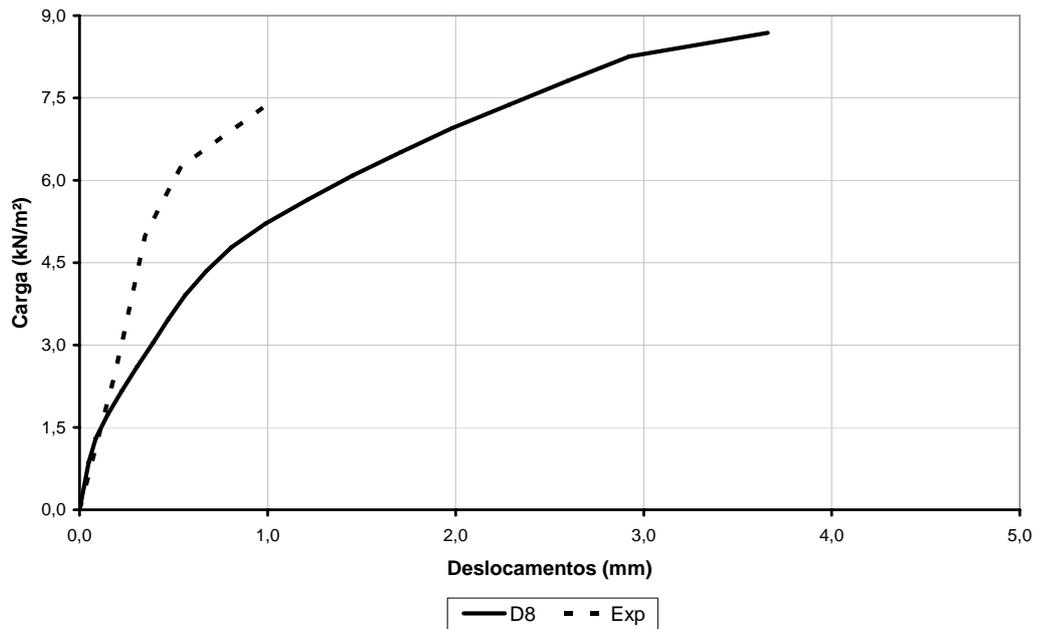


FIGURA 64 – Diagrama carga-deslocamento para o ponto D8

5.5.4. Análise de deslocamentos corrigidos no ponto de monitoramento D11

O ponto de monitoramento D11 posiciona-se no centro da estrutura, entre os panos da laje, no ponto médio entre os pilares centrais da estrutura.

Nesta região existe grande influência de momentos negativos e dos maciços da laje, além da influência da combinação de momentos

decorrentes da interação entre os panos da laje, onde na direção x surgem momentos fletores negativos e na direção y, momentos positivos.

Analisando-se o desenvolvimento das curvas no diagrama, destaca-se a rigidez superior para a simulação numérica, com um comportamento bastante uniforme.

As flechas obtidas experimentalmente por Selistre (2000) apresentam valores superiores à simulação numérica, aumentando gradativamente esta diferença com o aumento da carga.

Dependendo do nível de precisão que se deseja para o resultado neste ponto, será necessário uma análise mais detalhada na discretização da estrutura em faixas, com a possível consideração de seções com armaduras duplas.

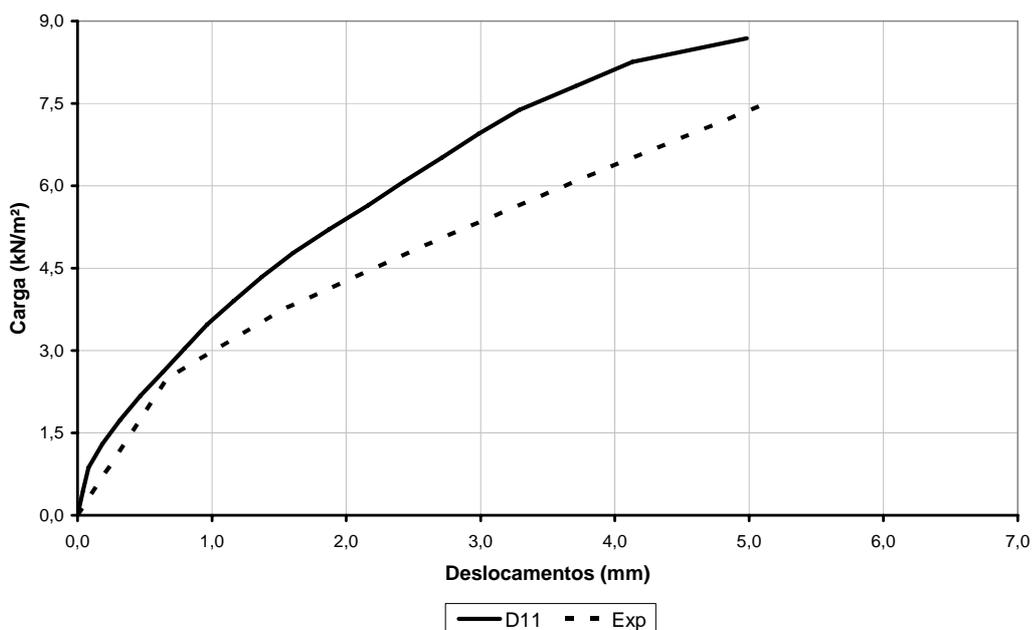


FIGURA 65 – Diagrama carga-deslocamento para o ponto D11

Em resumo, a discretização e a distribuição de faixas para a laje nervurada cogumelo simulada possibilitaram o cálculo dos deslocamentos verticais de forma precisa no centro do pano e do bordo menor, necessitando de um refinamento melhor, na necessidade de uma avaliação mais rigorosa das regiões sujeitas a momentos negativos.

6. CONCLUSÕES E SUGESTÕES

6.1. Conclusões

A análise numérica nas lajes nervuradas unidirecional e bidirecional foi de extrema valia, por contribuir no desenvolvimento de uma metodologia capaz de avaliar o comportamento, a carga última e estimar os deslocamentos verticais destes elementos estruturais.

A utilização do material homogêneo equivalente permite otimizar a aplicação do método dos elementos finitos para a análise destas estruturas, podendo ser aplicado a estruturas com seções retangulares ou seções Te, conforme fluxograma corrigido em anexo.

A simplificação das lajes nervuradas em lajes maciças com espessura equivalente não é aplicada a simulações numéricas plásticas, pois as dimensões da seção exercem importante influência nas flechas da estrutura, enquanto que nas estruturas elásticas, o principal fator é a inércia da seção.

O emprego do elemento finito Poutre não é capaz de considerar as características geométricas da seção Te, pois o mesmo não permite que sejam informadas todas as dimensões da seção. Para o emprego deste elemento foi necessária a determinação de um fator de correção, relacionando grandezas geométricas da seção, para corrigir as flechas obtidas com a discretização da estrutura com este elemento.

O fator de correção calculado para as duas lajes apresentou valores semelhantes, corrigindo os resultados de forma satisfatória. Porém será necessárias a realização de novos trabalhos com simulações utilizando seções Te, com fatores de correção de valores diferentes, para permitir este procedimento de forma abrangente.

Na laje nervurada unidirecional, os resultados numéricos obtidos com o elemento Poutre indicaram uma rigidez superior na maior parte do carregamento da peça, apresentando flechas superiores as experimentais somente no trecho em que a armadura encontra-se em escoamento.

A utilização dos elementos isoparamétricos de vinte nós possibilitou reproduzir o fiel comportamento da estrutura, empregando as características mecânicas obtidas nos materiais utilizados na análise experimental de Silva F^o (2002), retratando a evolução da deformada da estrutura.

Quanto à caracterização dos materiais utilizados destaca-se a importância na determinação do módulo de elasticidade do concreto, que exerce maior influência nas etapas iniciais de carregamentos.

O comportamento mecânico do aço adotado como elasto-plástico perfeito produz resultados inferiores, pois delimita um patamar de escoamento com uma tensão menor a que o material suporta.

As recomendações da NBR 6118 para as características do concreto e do aço apresentam valores mais conservadores, atingindo menores carregamentos e estruturas mais deformáveis. Contudo, a diferença entre os diagramas obtidos com as duas configurações de materiais permite afirmar que com a adoção de qualquer um destes critérios será possível determinar de forma aproximada o comportamento da estrutura.

Comparando-se os elementos finitos Cu20 e Poutre, utilizados com as mesmas configurações, constata-se que o comportamento dos elementos cúbicos é mais uniforme, sem pontos de inflexão e acompanhando o desenvolvimento do deslocamento da estrutura real.

O elemento Poutre apresenta deflexões representativas aos fenômenos internos ocorridos, indicando pontos de fissuração do concreto e de plastificação da armadura.

Nas lajes bidirecionais, a principal consideração a fazer é quanto a discretização da estrutura em faixas, que de acordo com as simplificações adotadas exercerá uma maior ou menor influência no resultado.

Com a discretização adotada, obtiveram-se resultados satisfatórios nos pontos centrais da laje e nos bordos em que não ocorrem momentos fletores negativos, pois a principal simplificação realizada foi na determinação das características das faixas centrais, quando foram desprezadas as armaduras duplas, considerando apenas a armadura principal.

Em resumo, adaptou-se o fluxograma de determinação do material homogêneo equivalente para a aplicação em seções Te, permitindo o emprego do método nas lajes nervuradas, obtendo-se comportamentos mecânicos e deslocamentos compatíveis com resultados experimentais, contribuindo para o estímulo a utilização do programa Castem 2000 na Universidade Federal de Santa Maria, além de auxiliar os projetistas na verificação dos estados limites de serviço neste tipo de estrutura.

6.2. Sugestões para trabalhos futuros

Para dar continuidade a este trabalho e ao acréscimo de conhecimentos sobre o assunto, sugere-se:

- Comparações entre os deslocamentos em lajes reais e em modelos reduzidos;
- Análise detalhada do elemento finito Poutre, adaptando-o para a utilização em seções Te, verificando a validade do fator de correção para outras configurações;
- Análise de rotações e esforços internos nas lajes nervuradas com o emprego desta metodologia;
- Análise numérica da necessidade ou não de vigas nas bordas das lajes nervuradas cogumelos.

7. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- ALBRECHT, U. Design of flat slabs for punching – European and North American practices. **Cement & Concrete Composites**. 2001. 8p.
- ALBUQUERQUE, A. T. & PINHEIRO, L. M. Análise de alternativas estruturais para edifícios. In: 40º Congresso Brasileiro do Concreto, 1998, Rio de Janeiro. **Anais...** 13p.
- ANDRADE, J. R. L. **Estruturas correntes de concreto armado**. São Carlos, 1983. 137p.
- ASSAN, A. E. **Método dos elementos finitos: primeiros passos**. Campinas: Ed. da Unicamp, 1999. 298p.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **Projeto de estruturas de concreto armado: NBR – 6118**. Rio de Janeiro, 2003.
- ____. **Projeto e execução de obras de concreto armado: NBR – 6118**. Rio de Janeiro, 1978. 76p.
- AZEVEDO, A. P. & HANAI, J. B. Resistência e ductilidade das ligações laje-pilar em lajes-cogumelo de concreto de alta resistência armado com fibras de aço e armadura transversal de pinos. In: 41º Congresso Brasileiro do Concreto, 1999, Salvador. **Anais...** 16p.
- BOHAR, L. & MILLARD, A. **Castem 2000: Guide d'utilisation**. França: CEA, 1992. 133p.
- BREBBIA, C. A. & FERRANTE, A. J. **The finite element technique**. Porto Alegre: Ed. da UFRGS, 1975. 410p.

- CABRAL, S. V. S.; NETO, A. T. L.; BOTH, A. A. *et al.* **Análise numérico-experimental de uma laje cogumelo nervurada submetida a um carregamento uniformemente distribuído.** Relatório de pesquisa. Porto Alegre: UFRGS, 1998. 113p.
- CARVALHO, A. L. & GOMES, R. B. Estudo teórico-computacional da resistência à punção em lajes cogumelo com armadura de cisalhamento. In: 43º Congresso Brasileiro do Concreto, 2001, Foz do Iguaçu. **Anais...** 15p.
- CARVALHO, L. C.; TRAUTWEIN, L. M.; MELO, G. S. *et al.* Critérios de verificação à punção em lajes cogumelo de concreto armado segundo a revisão da NB1/2001 e outras normas correntes: comparações com resultados experimentais. In: XXX Jornadas Sul-Americanas de Engenharia Estrutural, 2002, Brasília. **Anais...** 20p.
- CASSIMINHO, A. L. F. **Modelização dos convexos representativos das fases de plasticidade em vigas de concreto armado submetidas à flexão composta desviada.** Santa Maria: UFSM, 1999. 132p. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) – Universidade Federal de Santa Maria, 1999.
- COELHO, A. E. G. C. & MELO, G. S. S. A. Comportamento de lajes cogumelo de concreto armado com estribos inclinados ao puncionamento. In: 41º Congresso Brasileiro do Concreto, 1999, Salvador. **Anais...** 15p.
- CORDOVIL, F. A. B. **Lajes de concreto armado – Punção.** Florianópolis: Ed. da UFSC, 1997. 222p.
- CORTIVO, N. D.; MELO, G. S.; MELLO, E. L. Uma comparação entre métodos de dimensionamento de lajes cogumelo de concreto

- armado. In: Computational Methods in Engineering, 1999, XXXX. **Anais...** p. 265.1-265.17
- DIAS, R. H.; GIONGO, J. S.; PAIVA, J. B. Análises numéricas de laje nervurada sem vigas considerando diferentes modelos mecânicos. In: 43° Congresso Brasileiro do Concreto, 2001, Foz do Iguaçu. **Anais...** 14p.
- ____. Modelos simplificados e realistas na consideração da excentricidade entre nervuras e capa em lajes nervuradas. In: 44° Congresso Brasileiro do Concreto, 2002, Belo Horizonte. **Anais...** 21p.
- FARHEY, D. N.; YANKELEVSKY, D. Z.; ADIN, M. A. Resistance mechanism model for reinforced concrete flat slab-column frame connections. **ACI Structural Journal**. Detroit, 1997. V. 94, N. 6., p. 653-662
- FIGUEIREDO F°, J. R.; CARVALHO, R. C.; FURLAN JR., S. Punção nas lajes sem vigas: a proposta da revisão da norma brasileira e resultados experimentais. In: Congresso Técnico-Científico de Engenharia Civil, 1996, Florianópolis. **Anais...** V. 5, p. 830-839
- FÜRST, A. & MARTI, P. Robert Maillart's design approach for flat slabs. **Journal of Structural Engineering**. Reston, 1997. V. 123, N. 8, p. 1102-1110
- GASPARINI, D. A. Contributions of C. A. P. Turner to development of reinforced concrete flat slabs 1905-1909. **Journal of Structural Engineering**. Reston, 2002. V. 128, N. 10, p. 1243-1252
- GILBERT, S. G.; MURRAY, T. K.; SCOTT, R. H. *et al.* Equivalent frame analysis methods for gravity loading in flat slab structures. **ACI Structural Journal**. Detroit, 2000. V. 97, N. 2, p. 316-321

- GOMES, H. M. **Estudo teórico-experimental de lajes cogumelo.** Relatório de pesquisa. Paraíba: UFPB, 1994. 52p.
- GROSSMAN, J. S. Verification of proposed design methodologies for effective width of slabs in slab-column frames. **ACI Structural Journal.** Detroit, 1997. V. 94, N. 2, p. 181-196
- GUERRIN, A. **Tratado de concreto armado.** São Paulo: Ed. Hemus. V. 3, 398p.
- HALLGREN, M. & BJERKE, M. Non-linear finite element analyses of punching shear failure of column footings. **Cement & Concrete Composites.** 2001. 6p.
- LEONHARDT, F. & MÖNNIG, E. **Construções de concreto.** Rio de Janeiro: Interciência, 1977. V. 3, 305p.
- LOO, Y. & GUAN, H. Cracking and punching shear failure analysis of RC flat plates. **Journal of Structural Engineering.** Reston, 1997. p. 1321-1330
- MELO, F. A. P.; FONTE, A. O. C.; HOROWITZ, B. Análise estrutural de lajes planas sob a ação de carregamento vertical, comparando modelos numéricos com experimentais. In: XXIX Jornadas Sudamericanas de Ingenieria Estructural, 2000, Punta Del Este. **Anais...** Uruguai. 15p.
- MENÉTREY, P. Relationships between flexural and punching failure. **ACI Structural Journal.** Detroit, 1998. V. 95, N. 4, p. 412-419
- MENÉTREY, S. C. Synthesys of punching failure in reinforced concrete. **Cemente & Concrete Composites.** 2001. 11p.

- MERCE, R. N. & OLIVEIRA, J. C. A. Concepções de sistemas estruturais para lajes de edifício. In: 43º Congresso Brasileiro do Concreto, 2001, Foz do Iguaçu. **Anais...** 14p.
- PEREIRA, H. **Determinação do campo térmico para dimensionamento de reservatórios hidráulicos enterrados de concreto.** Santa Maria: UFSM, 1999. 111p. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) – Universidade Federal de Santa Maria, 1999.
- RAMELLA, S. E. **Larguras efetivas em lajes cogumelo.** São Carlos: USP, 1981. 109p. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Estruturas) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, 1981.
- ROBERTSON, I. N. Analysis of flat slab structures subjected to combined lateral and gravity loads. **ACI Structural Journal.** Detroit, 1997. V. 94, N. 6, p. 723-729
- ROCHA, A. M. **Novo curso prático de concreto armado.** Rio de Janeiro: Ed. Científica, 1975. V. 4, 331p.
- SARKIS, J. M. **Vigas reforçadas sob carregamento: um método para simulação matemática.** Santa Maria: UFSM, 2001. 86p. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) – Universidade Federal de Santa Maria, 2001.
- SELISTRE, S. L. C. **Análise teórico-experimental de uma laje nervurada de microconcreto armado submetida a um carregamento uniformemente distribuído.** Porto Alegre: UFRGS, 2000. 114p. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) – Universidade Federal do Rio Grande do Sul, 2000.
- SILVA Fº, J. J. H. **Análise experimental e numérica de lajes com vigotas pré-moldadas de concreto armado.** Santa Maria: UFSM,

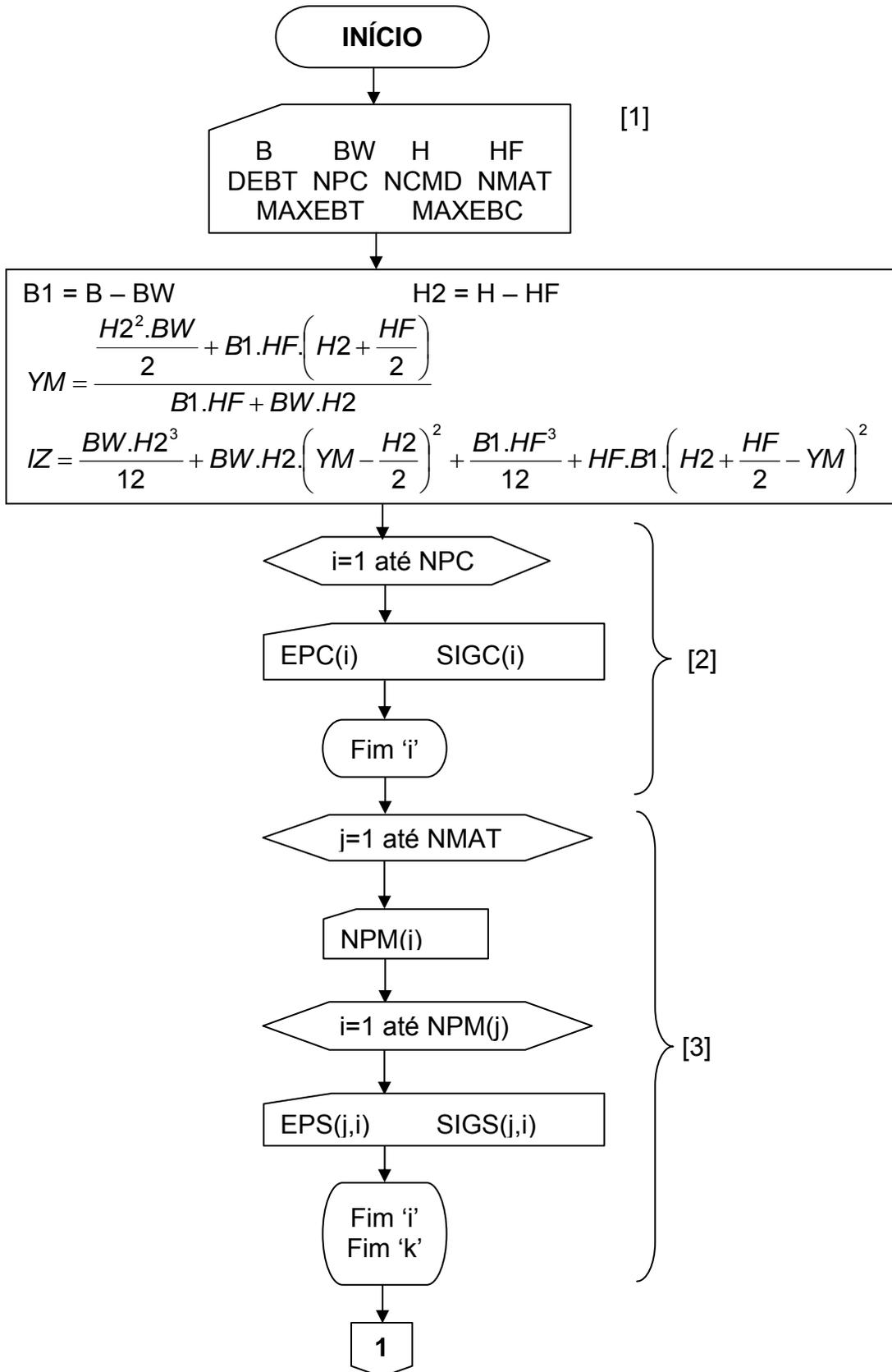
2002. 119p. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) – Universidade Federal de Santa Maria, 2002.

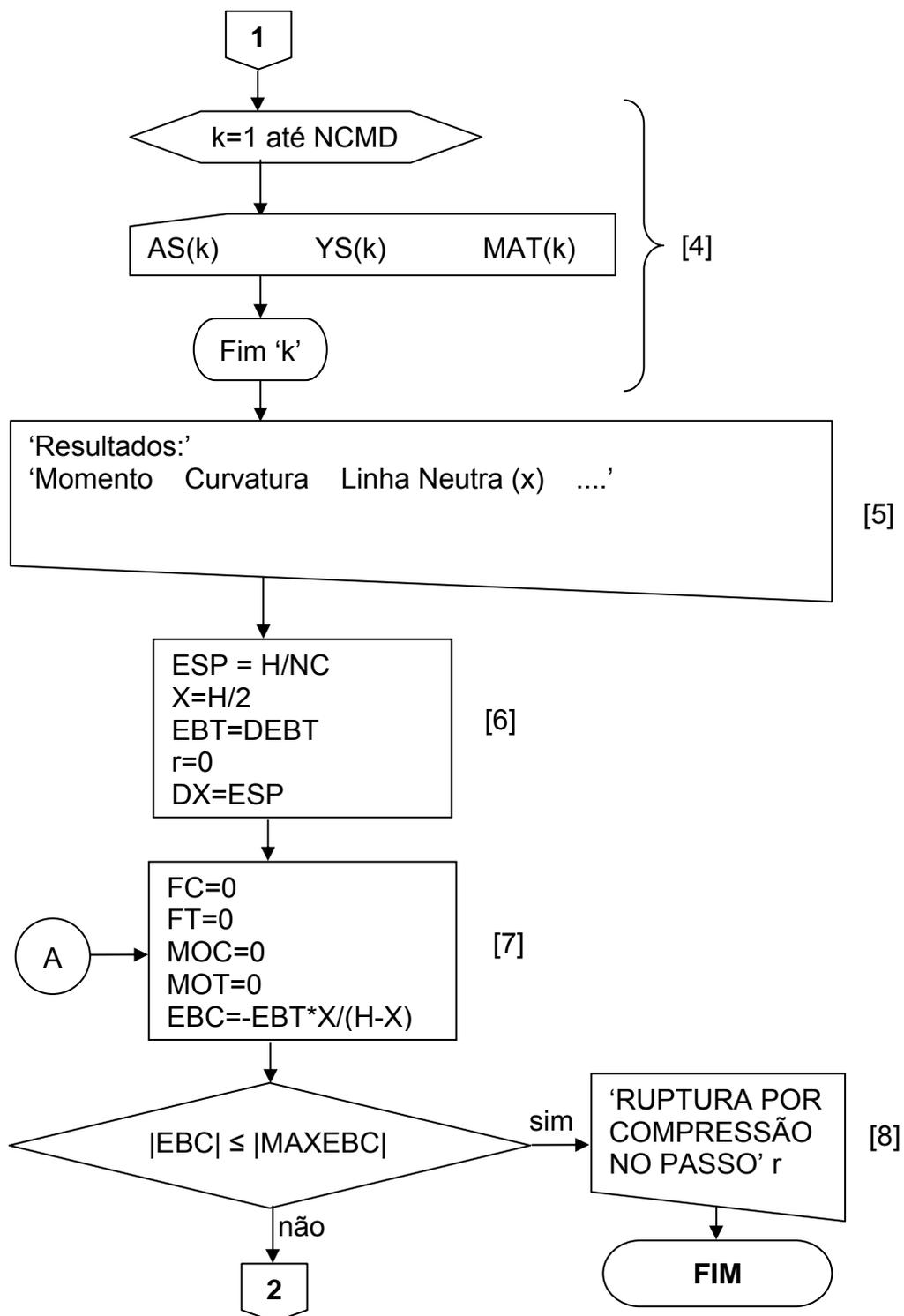
SOUZA, V. C. M. & CUNHA, A. J. P. **Lajes em concreto armado e protendido**. Niterói: EDUFF, 1998. 580p.

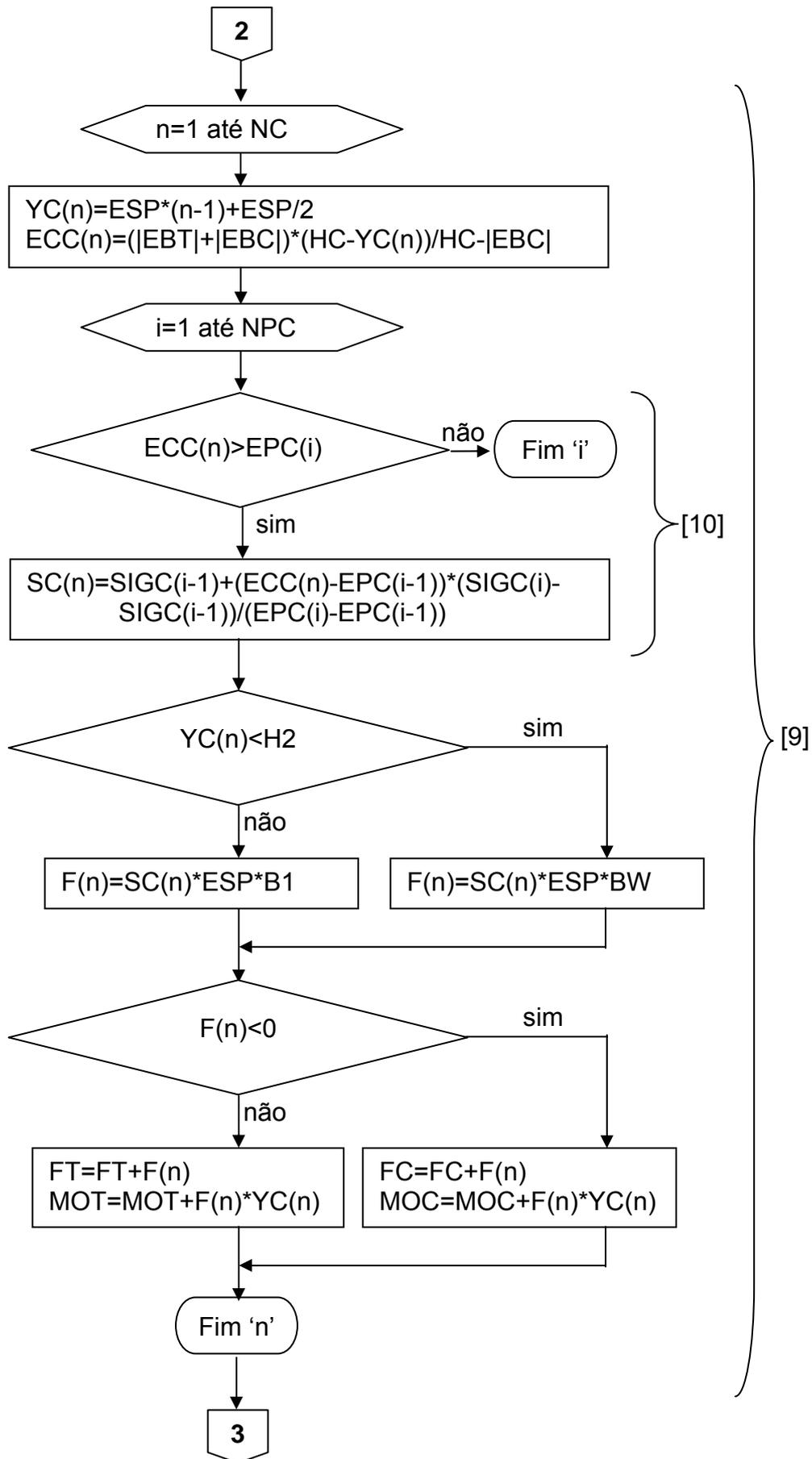
TRAUTWEIN, L. M.; MELO, G. S.; GOMES, R. B. Lajes cogumelo de concreto armado com estribos inclinados ao puncionamento. In: 43° Congresso Brasileiro do Concreto, 2001, Foz do Iguaçu. **Anais...** 15p.

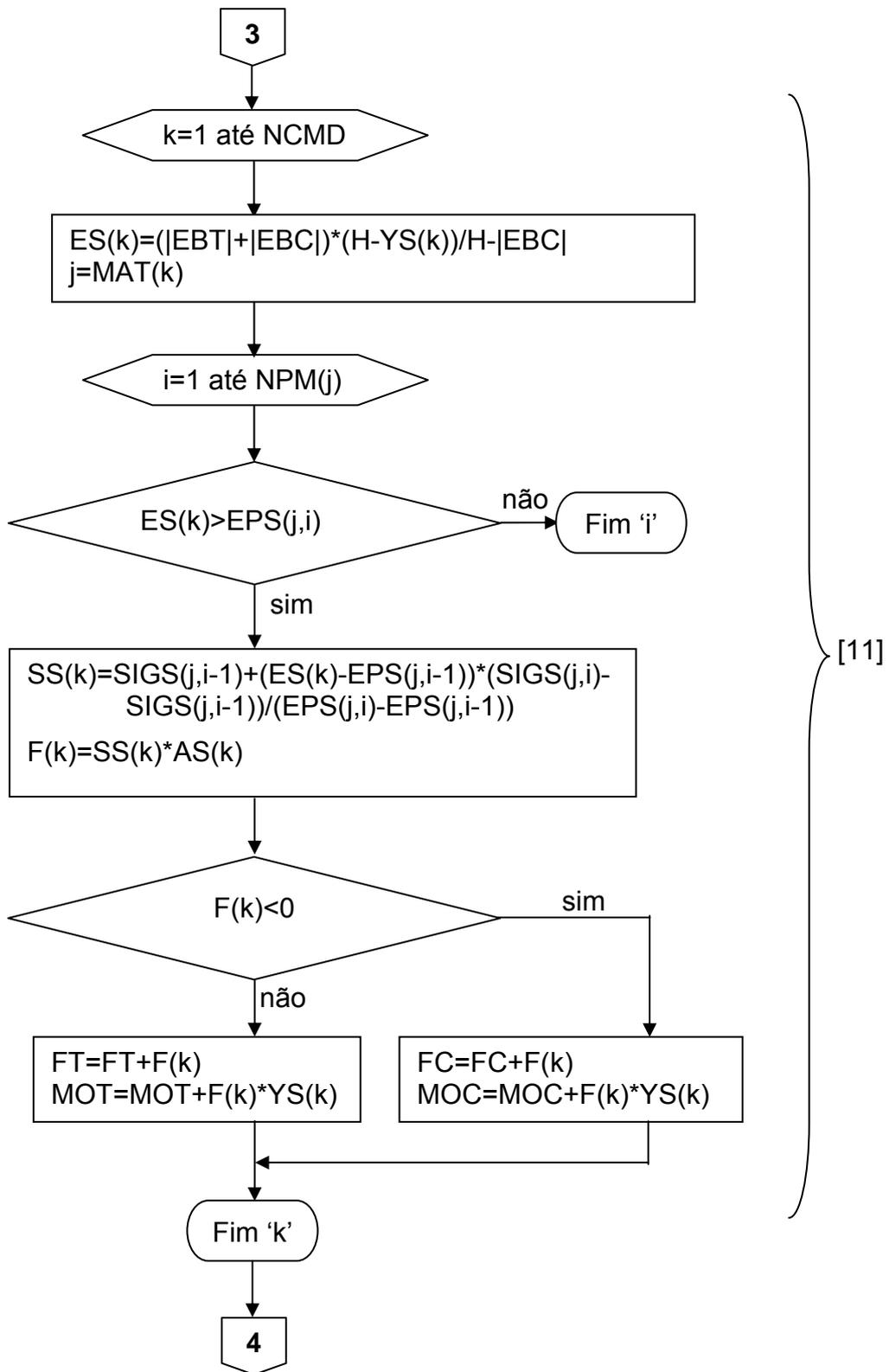
VIZOTTO, I. **Lajes planas nervuradas pré-moldadas com aplicações de treliças e elementos inertes em EPS ou cerâmica**. In: 44° Congresso Brasileiro do Concreto, 2002, Belo Horizonte. 18p.

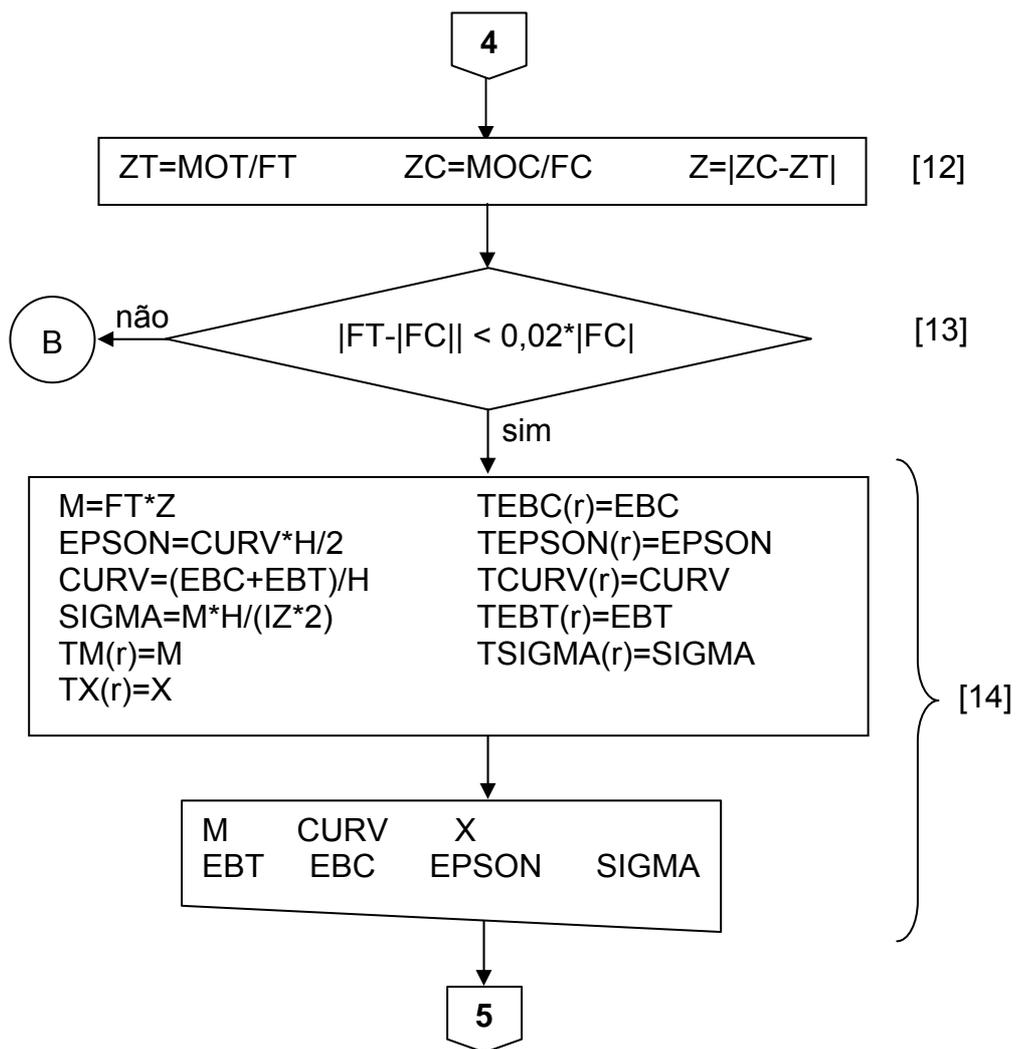
8. ANEXO: Fluxograma adaptado para seção Te

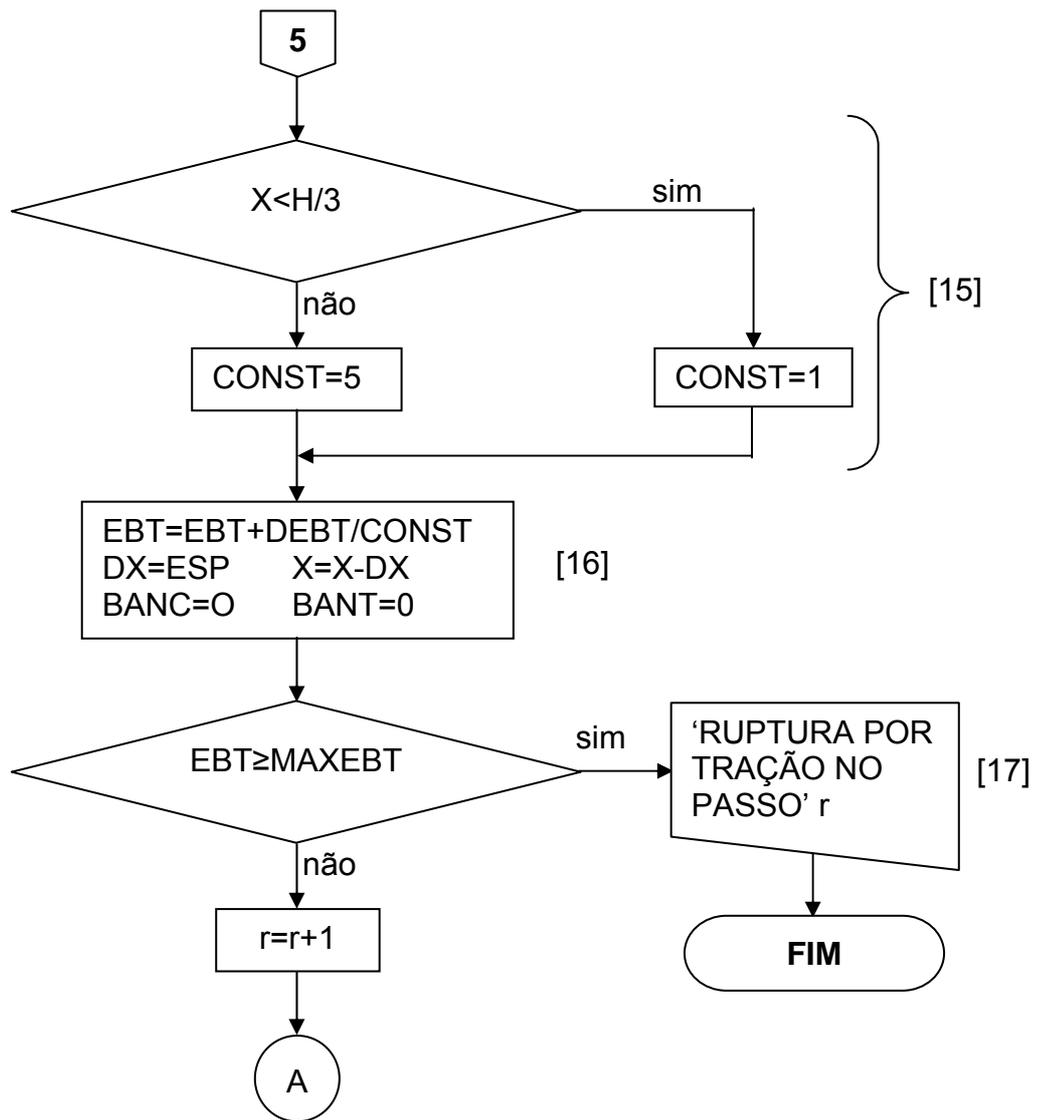


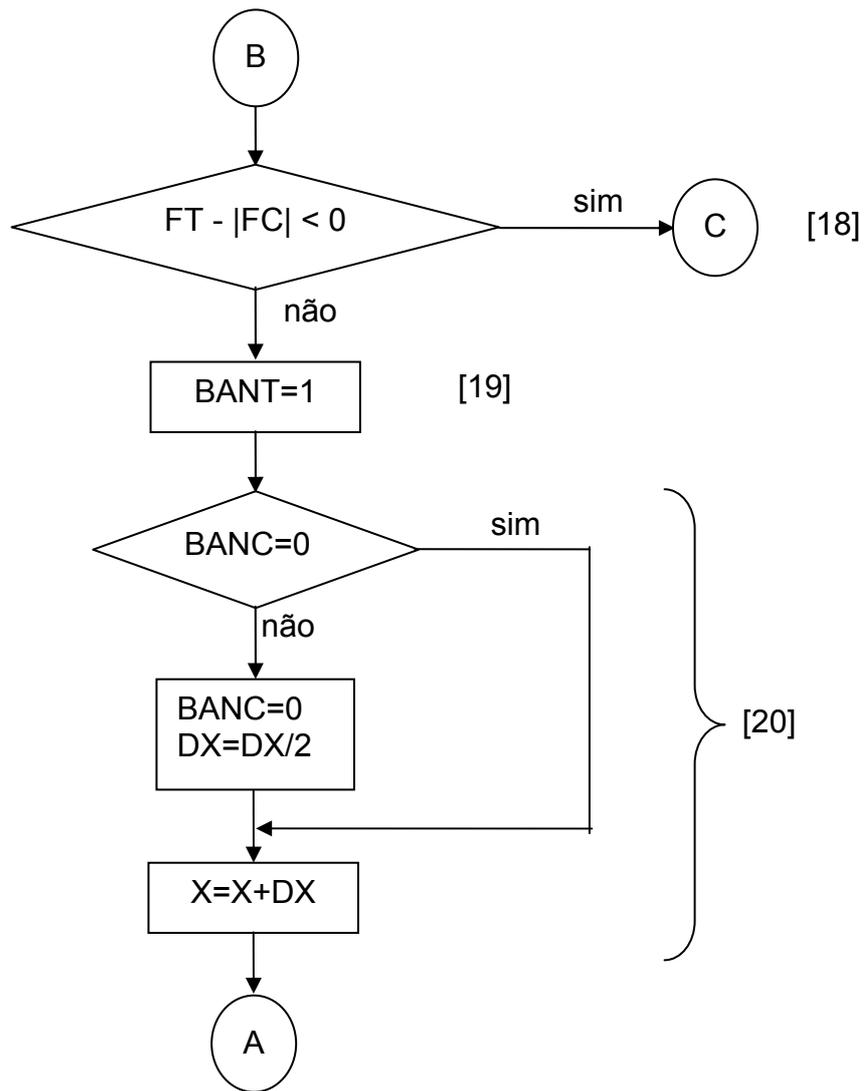


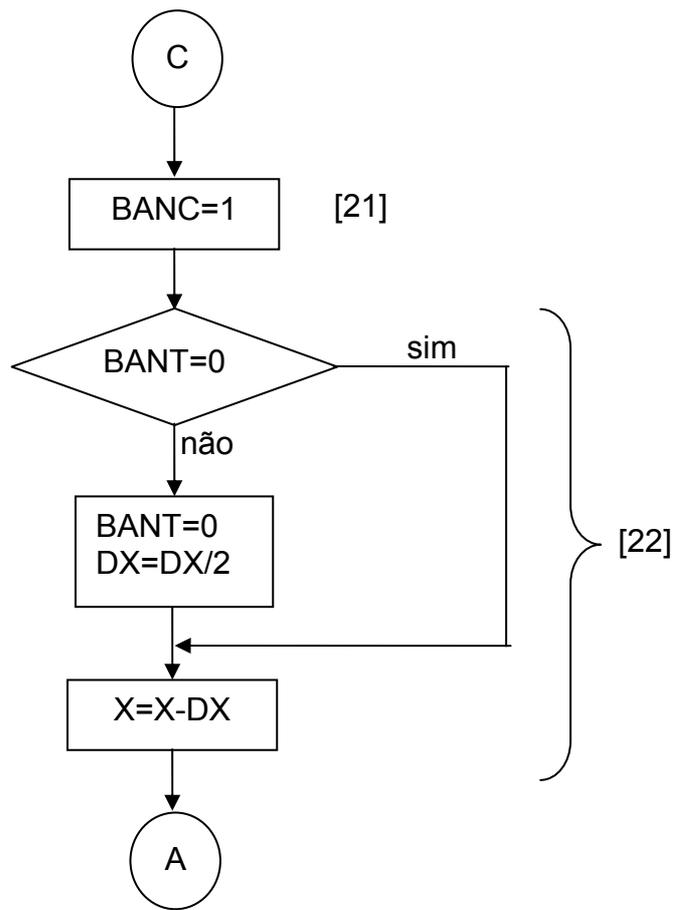












- [1] Leitura dos dados iniciais:
 B – largura da mesa
 BW – largura da nervura
 H – altura da laje
 HF – espessura da mesa
 NC – número de camadas do concreto para discretização,
 DEBT – incremento de cada passo no alongamento de tração,
 NPC – número de pontos do diagrama tensão deformação do concreto,
 NCMD – número de camadas de materiais fora o concreto,
 NMAT – número de materiais diferentes fora o concreto,
 MAXEBT – máximo alongamento de tração para finalizar o programa como ruptura por tração da armadura,
 MAXEBC – máximo encurtamento d compressão para finalizar o programa como ruptura por compressão do concreto.
- [2] Leitura dos pontos EPC (deformação) e SIGC (tensão) para o concreto.
- [3] Atribuição de número para cada material diferente, leiturado número de pontos para definição do seu diagrama NPM, leitura dos pontos definidos pela deformação EPS e tensão SIGS.
- [4] Leitura dos dados das camadas de materiais diferentes
 AS – área da seção transversal
 YS – distância do centro de gravidade da camada até a borda inferior
 MAT – número do materia da camada.
- [5] Impressão de títulos, cabeçalhos e dados lidos.
- [6] Primeiro passo da interação.
 ESP – espessura de cada camada resultante da discretização do concreto.
 X – Posição da linha neutra, tomado igual $HC/2$ no primeiro passo
 EBT – alongamento do concreto tomado igual a DEBT no primeiro passo.
 r – contador do número do passo. $r = 0$ no início.
- [7] Início da determinação do equilíbrio da seção para o passo, com zeração de registros.
 FC – resultante de compressão.
 FT – resultante de tração.
 MOC – Momentos das forças de compressão em relação a face inferior.
 MOT – idem das forças de tração.
 EBC – Encurtamento da fibra mais comprida.
- [8] Teste do máximo encurtamento.
- [9] Varredura de todas as camadas de concreto

- n – número de ordem da camada
 YC – centro de gravidade da camada em relação a borda inferior.
 ECC – deformação relativa da camada.
 I – número de ordem do ponto do diagrama de concreto informado.
- [10] Contribuição da camada n do concreto
 SC – tensão no concreto.
 F – resultante na camada.
- [11] Varredura das camadas de materiais diferentes do concreto.
 K – número de ordem da camada
 ES – deformação relativa da camada
 j – número do material da camada.
 SS – tensão na camada.
 F – força na camada.
- [12] Determinação do braço de alavanca interno.
 ZT – distância da resultante de tração à face inferior
 ZC – idem de compressão
 Z – braço de alavanca interno da seção.
- [13] Testa se o equilíbrio da seção, obtido com a posição de linha neutra adotada, está dentro da precisão de 2% do valor de FC.
- [14] Determinação dos valores finais do passo e construção da tabela T.
 M – momento.
 CURV – curvatura.
 EPSON – deformação das fibras externas da seção.
 SIGMA – tensão de borda.
 Os símbolos precedidos da letra T são destinados a armazenar os dados num arquivo do programa indexados ao passo “r” correspondente.
- [15] Refinamento dos passos quando a altura comprimida aproxima-se da roptura por compressão do concreto.
- [16] Preparação dos dados para um novo passo “r”.
- [17] Teste do alongamento máximo de tração.
- [18] Testa qual a resultante FT ou FC é maior.
- [19] Registra em BANT que vai abaixar a linha neutra para aumentar o valor de FC e diminuir FT.
- [20] Ajusta o novo valor da linha neutra e inicia novo ciclo de cálculo de FC e FT.
- [21] Registra em BANC que vai levantar a linha neutra para aumentar o valor de FT e reduzir o FC.
- [22] Ajusta o novo valor da linha neutra e inicia novo ciclo de cálculo de FC e FT.