

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA MARIA  
CENTRO DE TECNOLOGIA  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA CIVIL**

**CONTRIBUIÇÕES À ANÁLISE ESTRUTURAL DE  
LAJES PRÉ-FABRICADAS COM VIGOTAS  
TRELIÇADAS**

**DISSERTAÇÃO DE MESTRADO**

**Bernard Rigão da Silva**

**Santa Maria, RS, Brasil  
2012**

# **CONTRIBUIÇÕES À ANÁLISE ESTRUTURAL DE LAJES PRÉ-FABRICADAS COM VIGOTAS TRELIÇADAS**

**Bernard Rigão da Silva**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil, Área de Concentração Construções Civil (estruturas), da Universidade Federal de Santa Maria (UFSM, RS), como requisito parcial para obtenção do título de **Mestre em Engenharia Civil.**

Orientador: Prof. Dr. Gerson Moacyr Sisniegas Alva

Santa Maria, RS, Brasil.

2012

Universidade Federal de Santa Maria  
Centro de Tecnologia  
Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil

A Comissão Examinadora, abaixo assinada,  
aprova a Dissertação de Mestrado

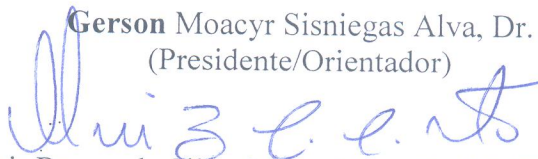
**CONTRIBUIÇÕES À ANÁLISE ESTRUTURAL DE LAJES PRÉ-  
FABRICADAS COM VIGOTAS TRELIÇADAS**

elaborada por  
**Bernard Rigão da Silva**

Como requisito parcial para obtenção do grau de  
**Mestre em Engenharia Civil**

**COMISSÃO EXAMINADORA:**

**Gerson Moacyr Sisniegas Alva, Dr.**  
(Presidente/Orientador)



Almir Barros da Silva Santos Neto, Dr (UNIPAMPA)



Marcos Alberto Oss Vaghetti, Dr (UFSM)

Santa Maria, 17 de dezembro de 2012.

## **AGRADECIMENTOS**

Agradeço a minha mãe Ana de Fátima Rigão pelo carinho e apoio.

Ao professor Dr. Gerson Moacyr S. Alva pela orientação e grande ajuda para a realização deste trabalho.

Aos amigos da UFSM, Gabriela Martins da Silva, Tatiane Reckziegel, Tatiane Scaramussa, Alisson Rigão, Alessandro Donadel, Rafael Tambara, Cassio Espindola Antunes, agradeço pelas boas conversas e pela amizade. Aos amigos do Judô Marcus Vinicios Sarturi, José Renato Santaren e Jairo Santaren pelo companheirismo em todos os momentos.

Aos professores Dr. João Kaminski Junior e Dr. Eduardo Rizzatti, pelas valiosas contribuições.

Ao CNPQ – Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico, pelo apoio financeiro concedido.

## **RESUMO**

Dissertação de Mestrado  
Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil  
Universidade Federal de Santa Maria

### **CONTRIBUIÇÕES À ANÁLISE ESTRUTURAL DE LAJES PRÉ-FABRICADAS COM VIGOTAS TRELIÇADAS**

AUTOR: BERNARD RIGÃO DA SILVA

ORIENTADOR: GERSON MOACYR SISNIEGAS ALVA

Data e Local da Defesa: Santa Maria, 17 de dezembro de 2012.

Neste trabalho foram realizadas simulações numéricas de lajes pré-fabricadas com vigotas treliçadas com o objetivo fornecer contribuições para a análise estrutural desse tipo de laje. Foram avaliadas as diferenças existentes entre dois modelos estruturais (viga isolada e grelha equivalente) e entre dois tipos de análise (análise linear modificada conforme NBR 6118 e análise não linear com relações momento-curvatura). Com o emprego do modelo de grelha equivalente, avaliou-se também a influência da quantidade de nervuras transversais, principalmente nas verificações de flechas em Estado Limite de Serviço. Para tal, foram realizadas simulações numéricas em lajes pré-fabricadas treliçadas com uma, duas, três, cinco e nove nervuras transversais, para cada tipo de análise. As comparações de resultados permitiram diversas constatações, dentre as quais se destacam o efeito positivo da inclusão de nervuras transversais, com uma redução média de 29% entre as flechas obtidas da análise não linear em relação às da análise linear modificada, a qual é comumente utilizada pelos projetistas.

**Palavras-chave:** Lajes pré-fabricadas, concreto armado, análise não-linear.

# **ABSTRACT**

Master's Dissertation  
Post-Graduate Program in Civil Engineering  
Federal University of Santa Maria

## **CONTRIBUTIONS TO STRUCTURAL ANALYSIS OF PRECAST SLABS WITH LATTICE REINFORCEMENT JOISTS**

AUTHOR: BERNARD RIGÃO DA SILVA

ADVISOR: GERSON MOACYR SISNIEGAS ALVA

Date and place of defense: Santa Maria, December 17, 2012.

Numerical simulations are presented in this work of precast slabs with lattice reinforcement joists with the goal to provide contributions to the structural analysis of this type of slab. An evaluation has been made on the differences between two structural models (isolated beam and grid equivalent) and between two types of analysis (NBR 6118 modified linear analysis and nonlinear analysis with moment-curvature relationships). Applying the grid model equivalent, the influence of the amount of transverse ribbing was also evaluated, especially in deflections checks at Service Limit State. In order to do this, numerical simulations were conducted on precast slabs with lattice reinforcement joists with one, two, three, five and nine transverse ribbing, for each type of analysis. Comparisons of results have enabled several observations, among which stand out the positive effect of the inclusion of transverse ribs, with an average reduction of 29% between the deflections obtained from nonlinear analysis in relation to the modified linear analysis, which is commonly used by designers.

Keywords: Precast slabs, reinforced concrete, nonlinear analysis.

## LISTA DE TABELAS

Tabela 2.1 - Principais armações treliçadas fornecidas no mercado.....	26
Tabela 2.2 - Características das tabelas cerâmicas encontradas no mercado .....	35
Tabela 2.3 - Características das tabelas de EPS encontradas no mercado .....	36
Tabela 3.1 - Intereixos mínimos padronizados.....	48
Tabela 3.2 - Dimensões padronizadas dos elementos de enchimento.....	51
Tabela 3.3 - Altura total (h).....	53
Tabela 3.4 - Exemplos de designação da altura padronizada de lajes nervuradas com vigotas pré-fabricadas .....	54
Tabela 3.5 - Espessura mínima da capa (cm) para alturas totais padronizadas.....	55
Tabela 3.6 - Área mínima e quantidade de armadura de distribuição .....	58
Tabela 3.7 - Aço para utilização em lajes com vigotas pré-fabricadas .....	60
Tabela 3.8 – Limites para deslocamentos.....	65
Tabela 3.9 - Exigências de durabilidade relacionadas à fissuração e à proteção da armadura, em função das classes de agressividade ambiental.....	66
Tabela 4.1 - Valores do coeficiente $\xi(t)$ .....	88
Tabela 5.1 - Propriedades geométricas das barras: Estádio I .....	92
Tabela 5.2 - Flecha imediata e total obtidas com a análise linear modificada (ALM).....	114
Tabela 5.3 - Flecha imediata e total obtidas com a análise não-linear (ANL) .....	116
Tabela 5.4 - Nomenclatura adotada para cada modelo analisado.....	119
Tabela 5.5 - Flechas obtidas com a análise linear modificada (ALM).....	123
Tabela 5.6 - Flechas obtidas com a análise não-linear (ANL) .....	124
Tabela 5.7 - Comparação das flechas obtidas para cada tipo de análise .....	126
Tabela 5.8 - Porcentagem do carregamento total da laje transmitida aos apoios AB/CD.....	128
Tabela 5.9 - Momentos fletores máximo na laje para cada modelo analisado.....	130
Tabela 5.10 - Armaduras de flexão empregadas para as nervuras longitudinais e transversais em cada modelo (h=21cm).....	131
Tabela 5.11 - Armadura de flexão refinamento de projeto nos modelos N3, N5 e N9.....	132
Tabela 5.12 - Comparação das flechas obtidas para cada tipo de análise após o refinamento de projeto Modelos N3, N5 e N9 .....	133
Tabela 5.13 - Consumo de concreto nas lajes .....	133
Tabela 5.14 - Consumo de aço total .....	134

## LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1.1 – Exemplos de lajes pré-fabricadas.....	14
Figura 2.1 - Tipos de lajes nervuradas com vigotas pré-fabricadas .....	21
Figura 2.2 - Sistema de escoramento em lajes pré-moldadas treliçadas .....	23
Figura 2.3 - Vigotas com armadura treliçada .....	25
Figura 2.4 – Vigota com o diâmetro comercial TR16746.....	26
Figura 2.5 - Nervuras transversais em lajes treliçadas .....	30
Figura 2.6 - Aplicação do desmoldante em fôrmas devidamente posicionadas, limpas e secas .....	32
Figura 2.7 - Lançamento e nivelamento do concreto sobre as fôrmas .....	32
Figura 2.8 - Posicionamento da treliça metálica no concreto.....	32
Figura 2.9 - Lançamento do concreto por mecanismo criado em fábrica .....	35
Figura 2.10 - Elementos de enchimento de material cerâmico .....	34
Figura 3.1 - Parâmetros geométricos de uma laje treliçada.....	44
Figura 3.2 - Seção transversal de uma laje com vigotas de concreto armado.....	45
Figura 3.3 - Laje com vigotas de concreto .....	45
Figura 3.4 - Seção transversal de uma laje com vigotas de concreto protendido.....	46
Figura 3.5 - Laje com vigotas de concreto protendido .....	46
Figura 3.6 - Seção transversal de uma laje com vigotas treliçadas .....	47
Figura 3.7 - Laje com vigotas treliçadas.....	47
Figura 3.8 - Blocos cerâmicos .....	50
Figura 3.9 - Bloco de poliestireno expandido (EPS).....	50
Figura 3.10 - Bloco de concreto celular .....	51
Figura 3.11 - Dimensões dos elementos de enchimento .....	51
Figura 3.12 - Armaduras das nervuras transversais e vigotas pré-fabricadas longitudinais.....	57
Figura 3.13 - Armadura de distribuição presente na capa de concreto.....	58
Figura 3.14 - Armadura pré-fabricada da vigota treliçada .....	59
Figura 3.15 - Seção intermediária em nervuras de lajes contínuas .....	62
Figura 4.1 - Analogia de grelha para lajes.....	71
Figura 4.2 - Malha da grelha que representa uma laje treliçada.....	72
Figura 4.3 - Seção considerada para a capa de concreto .....	72
Figura 4.4 - Área de influencia para os nós de uma grelha .....	73
Figura 4.5 - Carregamento uniformemente distribuído nas barras da grelha .....	73
Figura 4.6 - Sistema local de referência – elemento de grelha.....	74
Figura 4.7 - Seção T para o cálculo da inercia a torção das nervuras .....	77
Figura 4.8 - Elemento de viga .....	81
Figura 4.9 - Raio de curvatura uma seção transversal .....	81
Figura 4.10 - Diagrama momento-curvatura em seções de concreto armado submetidas á flexão simples.....	82
Figura 4.11 - Momento fletor x curvatura segundo o CEB-90 (1993).....	85
Figura 5.1 - Dimensões dos blocos de enchimento utilizados.....	90
Figura 5.2 - Características do pavimento a ser estudado inicialmente. Planta e seção transversal do elemento longitudinal.....	91
Figura 5.3 - Seções transversais consideradas.....	92
Figura 5.4 - Numeração de nós, barras e conectividades dos modelos de grelha analisados...	93
Figura 5.5 - Altura útil da Seção.....	96
Figura 5.6 - CG da seção transversal a partir da borda superior da seção.....	99
Figura 5.7 - Área crítica das armaduras presentes na nervura.....	105



Figura 5.8 - Detalhamento das armaduras da laje do exemplo 1 (h=22cm).....	108
Figura 5.9 - Curva carregamento aplicado vs flecha – Análise não-linear (ELU).....	112
Figura 5.10 - Detalhamento das armaduras da laje exemplo 2.....	117
Figura 5.11 - Posição das Nervuras transversais adicionadas à laje de referência.....	118
Figura 5.12 - Curva carregamento vs flecha (N1) – Análise não-linear (ELU).....	121
Figura 5.13 - Detalhamento das armaduras da laje do exemplo 3.....	125
Figura 5.14 - Comparativo entre os tipos de análise e análise da influência do número de nervuras transversais.....	126
Figura 5.15 - Trecho de apoios AB/CD.....	128
Figura 5.16 - Porcentagem do carregamento total da laje transmitida aos apoios AB/CD em função do número de nervuras transversais.....	129
Figura 5.17 - Momentos fletores máximo em função do número de nervuras transversais...	130

## LISTA DE ANEXOS

ANEXO A.....	145
--------------	-----

## SUMÁRIO

<b>1 INTRODUÇÃO</b> .....	13
<b>1.1 Considerações iniciais</b> .....	13
<b>1.2 Objetivos</b> .....	14
1.2.1 Objetivos Gerais .....	14
1.2.1 Objetivos Específicos .....	15
<b>1.3 Justificativas</b> .....	15
<b>1.4 Metodologia</b> .....	16
<b>1.5 Organização da dissertação</b> .....	16
<b>2.5 LAJES NERVURADAS COM VIGOTAS PRÉ-FABRICADAS</b> .....	18
<b>2.1 Considerações iniciais</b> .....	18
<b>2.2 Breve Histórico</b> .....	19
<b>2.3 Lajes formadas por vigotas pré-fabricadas</b> .....	20
<b>2.4 Lajes formadas por vigotas pré-fabricadas treliçadas</b> .....	24
<b>2.5 Recomendações construtivas</b> .....	28
<b>2.6 Processo produtivo das vigotas pré-fabricadas</b> .....	31
<b>2.7 Elementos de Enchimento</b> .....	33
<b>2.8 Principais pesquisas sobre lajes pré-fabricadas treliçadas no Brasil</b> .....	37
<b>3 PRINCIPAIS PRESCRIÇÕES NORMATIVAS</b> .....	44
<b>3.1 Componentes, definições e requisitos associados às lajes pré-fabricadas</b> .....	44
3.1.1 Classificação das lajes nervuradas com vigotas pré-fabricadas .....	44
3.1.2 Intereixo.....	48
3.1.3 Elementos de enchimento.....	49
3.1.4 Concreto que compõem as vigotas pré-fabricadas e o concreto complementar.....	52
3.1.5 Altura da laje .....	52
3.1.6 Altura da mesa ou espessura da capa.....	54
3.1.7 Altura da vigota .....	55
3.1.8 Largura da mesa ou largura colaborante.....	55
3.1.9 Largura das nervuras .....	56
3.1.10 Armadura complementar .....	56
3.1.10 A armadura das vigotas .....	58
<b>3.2 Verificação do estado limite ultimo</b> .....	60
3.2.1 Dimensionamento ao momento fletor de lajes nervuradas com vigotas pré-fabricadas ..	60
3.2.2 Verificação ao cisalhamento das lajes nervuradas com vigotas pré-fabricadas .....	62
3.2.3 Verificação da capa de concreto .....	64
<b>3.3 Verificação do estado limite de serviço</b> .....	64
3.3.1 ELS da deformação excessiva .....	64
3.3.2 ELS da abertura de fissuras .....	65
<b>4 ANÁLISE ESTRUTURAL</b> .....	67
<b>4.1 Modelos estruturais para cálculo de esforços e deslocamentos</b> .....	67
4.1.1 Modelo com nervuras isoladas (vigas isoladas) .....	68
4.1.2 Analogia de grelha (grelha equivalente) .....	69
4.1.2.1 A analogia de grelha aplicada às lajes nervuradas .....	71
4.1.3 Método dos elementos finitos (MEF) .....	77
<b>4.2 Parâmetros elásticos-lineares do concreto</b> .....	78
<b>4.3 Considerações dos efeitos da não-linearidade física</b> .....	80
4.3.1 Modelos não-lineares baseados em diagramas momento-curvatura .....	80
4.3.2 Procedimentos aproximados da NBR 6118 e do CEB-FIP 1990 .....	84

<b>4.4 Considerações dos efeitos diferidos no tempo (fluência)</b> .....	86
<b>5 EXEMPLOS NUMÉRICOS</b> .....	89
<b>5.1 Considerações preliminares</b> .....	89
5.2 Exemplo 1 (modelo de viga isolada / sem nervuras transversais).....	93
5.2.1 laje com 21cm de altura.....	94
5.2.2 Laje com 22 cm de altura .....	103
<b>5.3 Exemplo 2 (modelo de grelha / sem nervuras transversais)</b> .....	108
5.3.1 Estado limite último .....	109
5.3.2 Verificação do estado limite de serviço de deformações excessivas.....	112
5.3.2.1 Análise linear modificada (ALM) .....	113
5.3.2.2 Análise não-linear (ANL).....	115
5.3.3 Detalhamento das armaduras.....	116
<b>5.4 Exemplo 3 (adições de nervuras transversais)</b> .....	117
5.4.1 Estado limite último .....	119
5.4.2 Verificação do estado limite de serviço de deformações excessivas.....	122
5.4.2.1 Análise linear modificada (ALM) .....	122
5.4.2.2 Análise não-linear (ANL).....	123
5.4.3 Detalhamento das armaduras.....	124
5.4.4 Influência do tipo de análise e da adição de nervuras transversais nas flechas em serviço .....	125
5.4.5 Influência da adição de nervuras transversais sobre as reações de apoio.....	127
5.4.6 Influência da adição de nervuras transversais nos momentos fletores máximo nas laje .....	129
5.4.7 Influência da adição de nervuras transversais no consumo de aço nas armaduras flexão empregadas nas lajes .....	131
<b>5.5 Exemplo 4 Refinamento dos modelos analisados no exemplo 3</b> .....	132
<b>6 CONCLUSÕES</b> .....	136
<b>6.1 Conclusões</b> .....	136
<b>6.2 Sugestões para trabalhos futuros</b> .....	139
<b>7 REFERÊNCIAS</b> .....	140
<b>ANEXO A</b> .....	145

# 1 INTRODUÇÃO

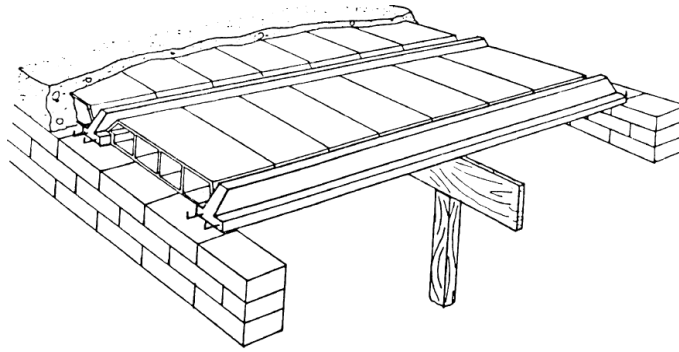
## 1.1 Considerações Iniciais

Na década de 80, como uma alternativa às lajes maciças e às lajes nervuradas existentes, o sistema de lajes pré-fabricadas começou a ser utilizado nas obras nacionais. Entretanto, ainda havia carência de ferramentas de cálculo (softwares) que facilitassem a análise e o dimensionamento desse tipo de sistema de lajes e tampouco existiam estudos consistentes que garantissem a melhor qualidade das lajes pré-fabricadas. Segundo a Abilaje (Associação Brasileira da Indústria de Lajes), no jornal informativo Lajes do Futuro (1998), em 1990 a participação de lajes pré-fabricadas no mercado era de apenas 5%, crescendo para 40% em 1998. De fato, pode-se afirmar que a utilização das lajes pré-fabricadas é um sistema relativamente novo, onde se destacam a agilidade e rapidez de execução.

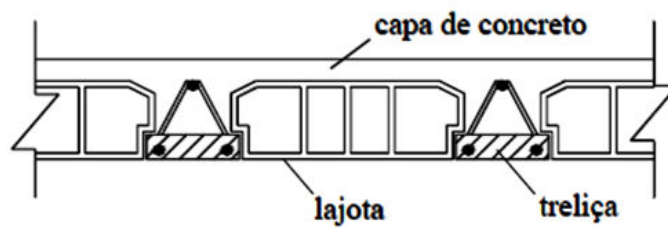
A crescente utilização de lajes pré-fabricadas e os inúmeros estudos que se desenvolveram até o final da década de 90 motivou a criação, em 2002, da norma brasileira para lajes pré-fabricadas e seus elementos constituintes - NBR 14859 (ABNT, 2002).

Por ser um sistema que proporciona bons resultados com ganho de tempo, redução de custo, lajes com elementos pré-fabricados já fazem parte do mercado atual, sendo bem conceituadas e tendo grande aceitação. Contudo ainda são necessários mais estudos sobre os procedimentos de projeto e execução, com maior divulgação no meio técnico, especialmente no que se refere à análise estrutural.

Entre as lajes pré-fabricadas (figura 1), pode-se destacar a que utiliza vigotas com armação treliçada composta por duas treliças unidas pelo vértice (figura 1b). As diagonais proporcionam rigidez ao conjunto e condições de transporte e manuseio. Entre as vigotas são utilizados elementos de enchimento que proporcionam menor peso próprio à laje, pois reduzem o concreto na região tracionada e servem de sustentação à camada de concreto fresco que é aplicada sobre os painéis das lajes treliçadas.



a) Laje formada por vigotas pré-moldadas  
Fonte: BORGES (1997)



b) Laje formada por vigotas treliçadas  
Fonte: SILVA (2005)

Figura 1.1- Exemplos de lajes pré-fabricadas

## 1.2 Objetivos

### 1.2.1 Objetivos Gerais

O objetivo geral desta pesquisa consiste em fornecer contribuições à análise estrutural de lajes pré-fabricadas treliçadas, com maior ênfase às contribuições voltadas aos procedimentos de projeto.

### 1.2.2 Objetivos Específicos

- Apresentar e discorrer sobre os principais aspectos do projeto de lajes treliçadas, incluindo os procedimentos recomendados pela NBR 6118 e as prescrições da NBR14859;
- Analisar a influência dos seguintes fatores no comportamento e dimensionamento das lajes: i) modelo estrutural utilizado (modelo de nervuras isoladas e modelo de grelha); ii) utilização de nervuras transversais; iii) tipo de análise (linear e não-linear).

### 1.3 Justificativas

Mesmo com a evolução dos estudos acerca das lajes pré-fabricadas, existem pontos importantes sobre o cálculo dessas lajes que ainda geram dúvidas e discussões. Por um lado, a fim de não depender de ferramentas computacionais, muitos projetistas recorrem a simplificações no modelo estrutural (por exemplo, o uso de modelos de viga isolada). Por outro lado, o cálculo com uso do computador permite o emprego de modelos mais apurados, como os modelos de grelha e os modelos que empregam o método de elementos finitos. Até que ponto os modelos mais simplificados podem ser utilizados sem comprometer a segurança é um importante objeto de estudo.

A NBR 6118 (ABNT, 2007) permite simplificações para a consideração da não-linearidade dos materiais a serem utilizadas em análises lineares (modificadas) - as quais são naturalmente mais atrativas em função da facilidade e do menor esforço envolvido nos cálculos. Entretanto, atualmente encontram-se no mercado nacional programas comerciais que realizam análises não-lineares de grelhas que simulam pavimentos. A avaliação quantitativa da diferença entre os resultados fornecidos pelos dois tipos de análise é de bastante interesse para os projetistas estruturais.

Outro ponto interessante é a utilização de nervuras transversais, recomendada por muitos projetistas para auxiliar no travamento da laje, para a redução das flechas e para melhorar a distribuição das cargas nas vigas (apoios) de borda. Entretanto, nota-se que ainda existe pouca informação, do ponto de vista quantitativo, sobre os benefícios do uso de

nervuras transversais. Além disso, a NBR 6118 não faz qualquer citação sobre esses fatores, havendo então a necessidade de mais estudos sobre a influência das nervuras transversais.

#### **1.4 Metodologia**

A pesquisa teve como foco inicial uma extensa revisão bibliográfica sobre o tema, em específico sobre as principais características de projeto e de execução de lajes pré-fabricadas treliçadas. Tal investigação permitiu, além da maior familiarização com o assunto, a identificação das vantagens e desvantagens desse sistema.

Além do levantamento bibliográfico, foram realizadas simulações numéricas em lajes pré-fabricadas treliçadas, cujos resultados estão apresentados no capítulo 5. Os exemplos contidos nesse capítulo abordaram alguns pontos importantes do comportamento das lajes treliçadas, permitindo comparações entre o modelo de viga isolada e o modelo de grelha, entre a análise linear (modificada) e a análise não linear e analisar a influência da adição de nervuras transversais. Uma das questões principais analisadas com respeito ao emprego de nervuras transversais é a avaliação de flechas em serviço, com conclusões sobre a real eficiência do uso de nervuras transversais para a redução da flecha na laje.

Para as análises lineares e não-lineares com a modelagem em grelha foram empregados os programas GRELHA LINEAR e GRELHA NÃO-LINEAR, desenvolvidos pelo orientador do trabalho em linguagem FORTRAN.

A revisão bibliográfica sobre o tema juntamente com as conclusões obtidas das simulações numéricas permitiram a elaboração das conclusões desta pesquisa e sugestões futuras de trabalhos sobre o tema.

#### **1.5 Organização da Dissertação**

Esta dissertação foi dividida em 7 capítulos e um anexo. Neste primeiro capítulo são apresentados os objetivos e as justificativas que motivaram esta pesquisa, bem como a metodologia utilizada para se atingir tais objetivos.



No capítulo 2 apresenta-se uma visão geral das lajes pré-fabricadas: breve histórico sobre o surgimento dessas lajes; principais tipos de vigotas empregadas; processo de fabricação dos elementos pré-fabricados (vigotas, blocos de enchimento); principais armações treliçadas e blocos de enchimento encontrados no mercado. Também foram incluídas nesse capítulo algumas recomendações construtivas importantes e destacadas as principais pesquisas sobre lajes treliçadas no Brasil encontradas na revisão bibliográfica.

No capítulo 3 são apresentadas as recomendações normativas para o projeto de lajes nervuradas com vigotas pré-fabricadas, segundo as normas brasileiras.

O capítulo 4 é voltado para a análise estrutural de lajes treliçadas. Nesse capítulo são apresentados os principais modelos estruturais utilizados atualmente em projetos e os procedimentos para o cálculo de flechas em serviço, incluindo a consideração dos efeitos da não-linearidade física e os efeitos diferidos no tempo (fluência). Tais procedimentos foram empregados nos exemplos numéricos do capítulo 5.

No capítulo 5 são apresentados os exemplos numéricos. Inicialmente foram avaliadas as diferenças entre a utilização do modelo de viga isolada e o modelo de grelha no dimensionamento de lajes treliçadas. Numa etapa seguinte, utilizando apenas o modelo de grelha para uma mesma altura total de laje, avaliou-se a influência das nervuras transversais nos resultados de flecha final. A influência do tipo de análise também foi estudada: os resultados das análises lineares modificadas foram comparados aos obtidos por análises não lineares completas, com o auxílio dos programas mencionados no item 1.4. Como complemento, foram analisadas as reações de apoio e os momentos fletores máximos na laje em função do aumento do número de nervuras transversais.

As conclusões e sugestões para pesquisas futuras encontram-se descritas no Capítulo 6.

O capítulo 7 contém as referências bibliográficas deste trabalho.

## 2 LAJES NERVURADAS COM VIGOTAS PRÉ-FABRICADAS

### 2.1 Considerações Iniciais

As lajes nervuradas possuem uma configuração estrutural diferente das lajes maciças, devido à presença de nervuras, e apresentam como vantagem principal a redução da parcela de concreto abaixo da linha neutra (concreto tracionado). Essas nervuras podem ser moldadas na obra ou compostas por vigotas pré-fabricadas. A NBR 6118 (ABNT, 2007) apresenta a seguinte definição: “lajes nervuradas são lajes moldadas no local ou com nervuras pré-moldadas, cuja zona de tração é constituída por nervuras entre as quais pode ser colocado material inerte”.

A NBR 14859 (ABNT, 2002) classifica as lajes pré-fabricadas como unidirecionais e bidirecionais. Estas são compostas por elementos lineares pré-fabricados (vigotas pré-fabricadas de concreto armado ou protendido), que são construídas fora do local definitivo em que irão permanecer durante a vida útil da edificação.

Entre as vigotas são dispostos os elementos de enchimento (blocos encaixados nas vigotas) e sobre o conjunto (vigota mais bloco) é lançado uma camada de concreto moldado no local (capa de concreto que interliga os elementos da laje).

Este sistema dispensa a utilização de fôrmas para a concretagem da capa e parte da nervura, pois as vigotas e os elementos de enchimento fazem esse papel, sendo necessários apenas os elementos de escoramento usuais.

Os elementos pré-fabricados associados a estas características construtivas possibilitam que este tipo de laje tenha um tempo de execução reduzido em relação aos demais sistemas construtivos (lajes maciças, lajes nervuradas moldadas no local).

O sistema de lajes pré-fabricadas apresenta baixa perda de materiais durante a fase de montagem devido aos elementos industrializados utilizados. O sistema ainda apresenta uma grande versatilidade nas suas aplicações, usuais em pavimentos de diversos fins. Em edificações residenciais e comerciais (casas térreas, sobrados, pequenos edifícios, galpões, etc.), onde os vãos são pequenos ou médios, estas lajes resultam em arranjos considerados simples, sendo soluções econômicas, seguras, de simples construção e cujo desempenho estrutural é satisfatório.

Já para edifícios de muitos pavimentos este tipo de laje, em função do arranjo estrutural, pode não desempenhar adequadamente a função de diafragma. Além disso, o transporte dos elementos pré-fabricados para grandes alturas requer elevadores compatíveis em obra, fato este que pode trazer acréscimo de custo e, principalmente, de segurança na obra.

O sistema de lajes nervuradas com vigotas pré-fabricadas apresenta varias vantagens. Evidentemente a escolha por este sistema deve levar em conta diversos fatores, entre eles a execução, o custo e as particularidades envolvidas na análise estrutural.

## 2.2 Breve histórico

Neste item as informações históricas baseiam em Caixeta (1998) e Droppa (1999).

As civilizações antigas utilizavam os materiais naturais como a madeira e a pedra. As pedras eram cortadas e adaptadas a seus apoios, a madeira era limitada às suas dimensões naturais. No império Romano os arcos de pedra foram uma evolução importante, pois com estes era possível vencer vãos maiores, tornando assim os espaços internos mais amplos. A contribuição estrutural desse sistema para a evolução dos métodos construtivos é o comportamento singular, absorvendo somente esforços de compressão.

As estruturas planas (placas) foram desenvolvidas com a combinação do concreto e aço, proporcionando assim a capacidade de transpor vãos e suportar carregamentos com segurança. Esta combinação inicialmente foi proposta pelo Eng. Frances Joseph Loius Lambot em 1845, denominada de “cimento armado”.

Os trabalhos iniciais que caracterizam o sistema de lajes nervuradas atuais se iniciaram com Joseph Monier, o qual começou a utilizar em habitações um sistema de lajes usando perfis metálicos em forma de “I” como armadura principal. Este método foi denominado como sistema Monier e permitia a execução de lajes com vãos relativamente maiores que os usados anteriormente. Em 1862 François Coignet publicou na França um trabalho sobre concreto armado, onde as lajes foram constituídas por nervuras e armadas exclusivamente com barras de aço de seção circular, criando as hipóteses de cálculo das primeiras vigas de seção “T”. Este o trabalho foi o precursor das atuais lajes pré-fabricadas.

A partir desse trabalho, engenheiros alemães principalmente, desenvolveram o sistema de lajes pré-fabricadas com o arranjo semelhante ao sistema atual: lajes formadas por vigotas

pré-moldadas de concreto armado, blocos de alvenaria como elementos de enchimento e capa de argamassa (cimento e areia).

O maior desenvolvimento e aplicação do sistema de lajes pré-fabricadas se iniciou no pós Segunda Guerra Mundial. Nessa época as lajes pré-fabricadas com vigotas com armadura treliçada (lajes treliçadas) tiveram suas primeiras aplicações, apresentando vantagens sobre as lajes pré-fabricadas convencionais. Devido ao momento vivido, estes sistemas de laje serviam como solução para a rápida reconstrução dos países destruídos pela guerra, e a grave crise habitacional consequente.

As lajes pré-fabricadas começaram a ser produzidas em escala industrial a partir da década de 60 na Europa. No Brasil, segundo BORGES (1997), os precursores da aplicação das lajes pré-moldadas no Brasil foram indústrias de pré-moldados do Rio de Janeiro.

A conquista do mercado de projeto e execução de lajes pré-fabricadas ocorreu no final da década de 80, devido às ferramentas computacionais desenvolvidas na época, as quais permitiram maior precisão e controle sobre todo o processo de dimensionamento.

Na década de 90 e início dos anos 2000 houve grande produção de trabalhos e pesquisas sobre o este tema, evidenciando o crescente estudo e utilização de lajes nervuradas com vigotas pré-fabricadas. A Associação Brasileira de Normas Técnicas, no ano de 2002, aprovou a NBR 14859, a qual fixa os requisitos para o recebimento e utilização de componentes de lajes pré-fabricadas. Estudos sobre lajes pré-fabricadas têm sido constante até os dias atuais, buscando-se melhorias e novas técnicas que aperfeiçoem o projeto e execução.

No mercado atual é comum a ampla utilização desse sistema de laje, que supera algumas deficiências da laje maciça e da nervurada moldada “in loco”.

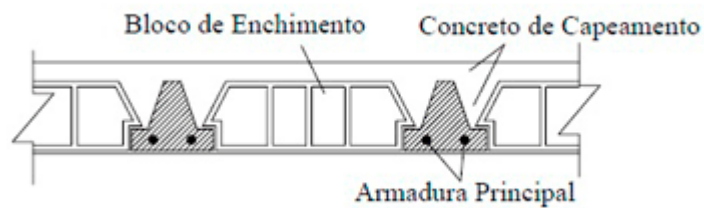
### **2.3 Lajes formadas por vigotas pré-fabricadas**

Estas lajes são compostas por elementos pré-fabricados (vigotas, blocos de enchimento) associados a uma parcela de concreto moldado em obra (capa de concreto e parte do concreto das nervuras).

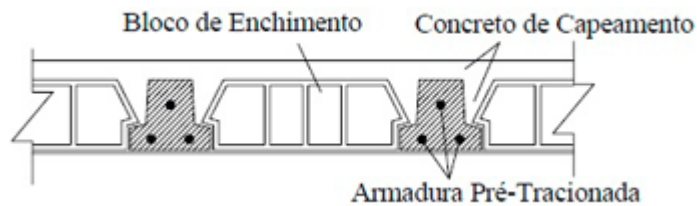
A NBR 14859 (ABNT, 2002) regulamenta esse sistema de laje com todas as prescrições referentes ao recebimento e utilização dos componentes (vigotas, elementos de enchimento e demais componentes adicionados na obra) a serem empregados na execução de estruturas laminares nervuradas unidirecionais e bidirecionais. Existem três tipos de vigotas

que podem ser aplicadas nas lajes pré-fabricadas, a saber: vigotas pré-fabricadas de concreto armado (VC), de concreto protendido (VP) e de armadura treliçada (VT). A classificação dessas lajes é dada em função do tipo de vigota utilizada. As vigotas têm comprimentos padronizados de 8, 10 e 12 metros e altura variando entre 80 a 250 milímetros.

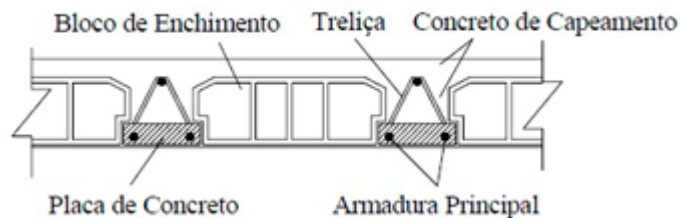
A figura 2.1 apresenta em corte a seção transversal de lajes compostas pelas vigotas existentes.



a) Laje nervurada com vigotas de concreto (VC)



b) Laje nervurada com vigotas protendidas (VP)



c) Laje nervurada com vigotas treliçadas (VT)

Figura 2.1 - Tipos de lajes nervuradas com vigotas pré-fabricadas  
Fonte: Silva (2005).

A seção resistente é composta pela parte pré-fabricada e pelo concreto moldado no local. Este sistema de laje tem o mesmo funcionamento estrutural de uma laje projetada de forma convencional (nervurada moldada “in loco”), sendo que os elementos pré-fabricados têm função de racionalização na execução, proporcionando à obra rapidez e economia. Destaca-se também a dispensa de fôrmas para a laje, sendo necessários apenas os escoramentos e cimbramentos usuais.

O arranjo estrutural das lajes nervuradas com vigotas pré-fabricadas é dado pela combinação das vigotas mais os elementos de enchimento, onde a seção transversal considerada é em forma de “T” invertido ou tipo “I”.

A utilização de elementos de enchimento de material leve está ligada à ideia de substituir parte do concreto da região tracionada das lajes. Conseqüentemente, espera-se uma diminuição do peso específico da laje, dos consumos de concreto e de fôrma. Este arranjo serve de sustentação à camada de concreto fresco que é aplicado.

A capa de concreto moldado no local é disposta sobre estes elementos pré-fabricados conferindo homogeneidade ao sistema. Ainda como parte deste conjunto tem-se as armaduras presente na laje dispostas nas vigotas (armadura principal) e na capa de concreto (armadura de distribuição).

Nas fases de montagem e concretagem, as vigotas pré-fabricadas são os elementos resistentes do sistema, devendo suportar, além de seu peso próprio, a ações dos elementos de enchimento, do concreto de capeamento e de uma pequena ação de construção (sobrecarga de construção).

As vigotas pré-fabricadas são dispostas em uma única direção (lajes unidirecionais) - normalmente na direção da menor vão na laje - e apoiadas apenas nas suas extremidades. Desse modo, as vigas ou paredes em que as vigotas pré-fabricadas se apoiam recebem a maior parte das ações atuantes na laje. Quando existem vigotas transversais (perpendiculares às vigotas longitudinais principais) tem-se a configuração de laje bidirecional, com comportamento semelhante a uma grelha. Neste caso opta-se por vigotas com armadura treliçada.

Como todo sistema construtivo, as lajes com vigotas pré-fabricadas necessitam de certos cuidados. No caso de existirem paredes paralelas aos elementos pré-fabricados, costuma-se dispor uma ou mais vigotas pré-fabricadas. Em paredes perpendiculares às vigotas também é recomendável a colocação de nervuras transversais, neste caso com a finalidade de distribuir a ação relativa ao peso da parede entre as nervuras principais.

Quando se pretende a continuidade entre lajes contíguas, e também em lajes em balanço, deve ser disposta na capa, sobre os apoios nas extremidades das vigotas e no mesmo alinhamento da nervura, uma armadura superior de tração (armadura negativa) com a função de resistir aos momentos negativos que aí ocorrem.

As lajes nervuradas com vigotas pré-fabricadas apresentam vantagens em relação aos sistemas de lajes maciças e lajes nervuradas moldadas no local, os quais se destacam a versatilidade e redução de custos da estrutura. Por ser um sistema com elementos pré-fabricados, evitam-se perdas excessivas de materiais durante a montagem e a mão de obra necessária é substancialmente reduzida. No acabamento e regularização superficial, os elementos pré-moldados na sua face inferior necessitam apenas uma fina camada de regularização.

Como boa parte dos elementos da laje são pré-fabricados, reduz-se a quantidade de estoque e movimentação de materiais e pessoas no canteiro de obras, diminuindo também a mão-de-obra de ferreiros, armadores e carpinteiros. Com isso aumenta-se a agilidade no processo construtivo.

O escoramento utilizado também é reduzido, sendo composto por um pequeno número de travessas (que servem de apoio para as vigotas pré-fabricadas) e por pontaletes (figura 2.2). Essa é uma das principais vantagens proporcionadas por este tipo de laje: utiliza-se pouca fôrma e exige-se pouco escoramento. As escoras são geralmente pontaletes metálicos, contudo podem-se empregar elementos de madeira mais usuais em obras de pequeno porte.



Figura 2.2 - Sistema de escoramento em lajes pré-moldadas treliçadas.  
Fonte: Figueiredo Filho e Shiramizu (2011).

Como todo sistema construtivo, as lajes nervuradas com vigotas pré-fabricadas apresentam limitações de projeto e construtivas. Dentre estas limitações pode-se destacar o fato de que os valores das flechas encontradas são maiores que os apresentados nas lajes maciças e lajes nervuradas moldadas no local. Além disso, existem limitações de execução quando se trabalha com grandes vãos ou para suportar ações de valores elevados, em virtude do aumento da taxa de armadura e da altura final da laje.

É comum no caso de vigotas (nervuras) em apenas uma direção (lajes unidirecionais) que a distribuição das reações de apoio da laje seja considerada em apenas uma única direção. Com isso, admite-se que as vigas ou paredes em que as vigotas pré-fabricadas se apoiam recebem todo o carregamento, não se considerando qualquer reação da laje nas vigas ou paredes paralelas a estes elementos. Tal consideração não reflete o real comportamento estrutural destas lajes, pois mesmo que a laje seja unidirecional, uma parcela de carga é transmitida pela capa de concreto aos apoios em que as vigotas não estão apoiadas.

#### **2.4 Lajes formadas por vigotas pré-fabricadas treliçadas**

As lajes nervuradas com vigotas pré-fabricadas com armadura treliçada (lajes treliçadas) são consideradas como uma evolução dos sistemas anteriores compostos por vigotas de concreto e protendida. Devido ao seu arranjo, as lajes treliçadas podem ser tratadas como estruturas monolíticas devido à grande solidarização entre o concreto moldado no local (concreto de capeamento) e o das vigotas, fato este favorecido pelas diagonais da treliça.

A vigota treliçada é executada industrialmente e composta usualmente por fios de aço CA-60 em forma de estrutura espacial em forma de treliça. A treliça metálica é constituída por dois fios de aço paralelos na base (banzo inferior) e um fio de aço no topo (banzo superior), interligados por eletrofundição a dois fios de aço diagonais (sinusóides que oferecem rigidez ao conjunto na fase transitória). Com espaçamento e cobrimentos prescritos em norma, os fios inferiores estão envolvidos por uma base de concreto moldada em formas metálicas. Nesta podem ser posicionadas as armaduras de tração complementares, quando necessário. A figura 2.3 ilustra uma vigota pré-fabricada com armadura treliçada.



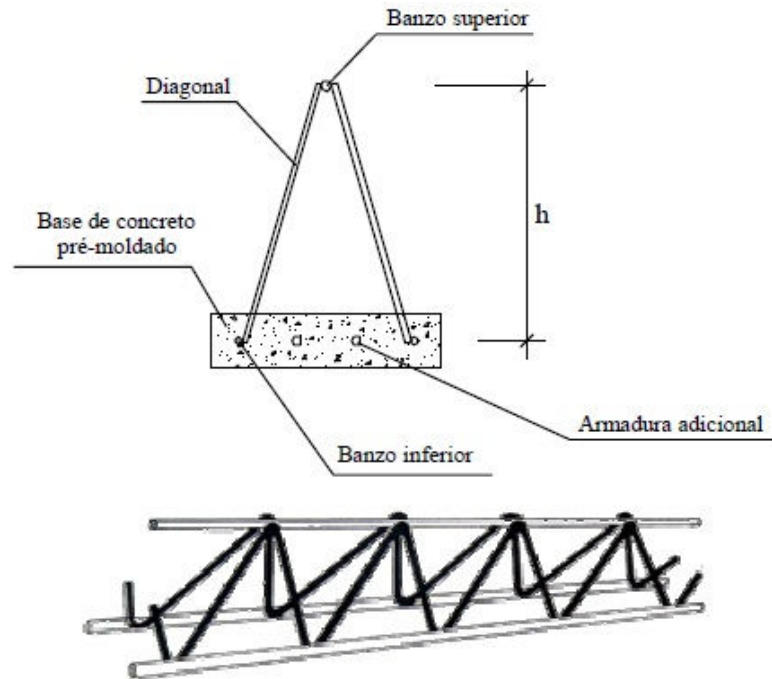


Figura 2.3 - Vigota com armadura treliçada  
Fonte: Droppa (1999)

A armadura que compõe a treliça tem função de resistir aos esforços de tração pelo banzo inferior, aos esforços de compressão pelo banzo superior, quando a linha neutra estiver entre os banzos, e servir de base para o apoio do elemento de enchimento. Por sua vez, as diagonais proporcionam rigidez ao conjunto e facilitam as condições de transporte e manuseio.

A NBR 14862 (ABNT, 2002) fixa os requisitos para especificação, fabricação, fornecimento e recebimento de armaduras treliçadas eletrossoldadas. O aço a ser utilizado na fabricação dessas armaduras deve respeitar o disposto na NBR 7480, sendo permitida a utilização dos diâmetros nela especificados para a categoria CA 60 e o diâmetro de 12,5 mm para a categoria CA 50. Entretanto, segundo Batista et al. (2010), não é comumente utilizado ou encontrado no mercado o aço CA-50 para a armação treliçada.

A classificação do tipo de armação treliçada é dada mediante um código que relaciona a sua altura com os diâmetros das armaduras: inicia-se com (TR) seguido da altura total da vigota, da bitola da armadura do banzo superior ( $\phi S$ ), das diagonais ( $\phi D$ ) e do banzo inferior ( $\phi I$ ). Logo, uma vigota TR16746 tem 16cm de altura, fios de  $\phi 7mm$  para o banzo superior, fios de  $\phi 4,2mm$  para as diagonais e fios de  $\phi 6mm$  para o banzo inferior. A figura 2.x representa a vigota TR16746 com armadura treliçada.

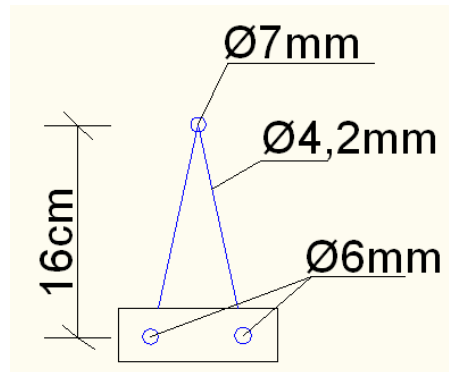


Figura 2.4 - Vigota com o diâmetro comercial TR16746

A tabela 2.1 contém as principais armações treliçadas fornecidas pelo mercado, conforme Batista et al. (2010).

Tabela 2.1 - Principais armações treliçadas fornecidas no mercado

Designação	Altura (h) (cm)	Composição / Fios (mm)		
		Superior ( $\phi$ S)	Diagonal ( $\phi$ D)	Inferior ( $\phi$ I)
TR 08644	8,0	6	4,2	4,2
TR 08645	8,0	6	4,2	5
TR 12645	12,0	6	4,2	5
TR 12646	12,0	6	4,2	6
TR 16745	16,0	7	4,2	5
TR 16746	16,0	7	4,2	6
TR 20745	20,0	7	4,2	5
TR 20756	20,0	7	5	6
TR 25856	25,0	8	5	6
TR 25858	25,0	8	5	8
TR 30856	30,0	8	5	6
TR 30858	30,0	8	5	8

Fonte: Batista et al. (2010)

Pode-se perceber pela tabela 2.1 que as vigotas treliçadas permitem grande variação nos diâmetros, permitindo ao projetista adotar e especificar valores característicos para cada situação.

O emprego de vigotas treliçadas, possibilita a construção de nervuras transversais (na direção ortogonal às vigotas), o que pode trazer vantagens do ponto de vista estrutural (redução das flechas e melhor distribuição dos esforços). Nesse caso é necessário o uso de fôrmas para a concretagem de tais nervuras transversais.

A NBR 14859- parte 2 (ABNT, 2002) apresenta as prescrições para as lajes pré-fabricadas bidirecionais. Segundo a referida norma, nas lajes que empregam vigotas pré-fabricadas de concreto armado ou de concreto protendido não se admite que possam ser executadas nervuras transversais às vigotas. As nervuras transversais às vigotas somente podem ser executadas quando se empregam vigotas treliçadas. El Debs (2000) destaca que, para este tipo de laje, aplicam-se as indicações de projeto de lajes nervuradas ou mistas para estruturas de concreto moldado no local, com as particularidades do concreto pré-moldado apenas no que se refere às situações transitórias.

Em conjunto com a armadura principal da treliça pode-se dispor armadura complementar que é adicionada de acordo com o projeto da laje. No caso de momentos fletores negativos, deve-se dispor de armadura superior posicionada na capa na direção longitudinal das nervuras. Por sua vez, a armadura de distribuição é posicionada na capa e disposta nas duas direções, longitudinal e transversal, com a finalidade de controlar a fissuração e distribuir as tensões originadas pela aplicação de eventuais ações concentradas na laje.

O concreto complementar moldado no local forma a placa superior da laje (capa), nivela o piso e preenche a alma das nervuras completando o volume das vigotas treliçadas.

O sistema de lajes treliçadas apresentam vantagens segundo Droppa (1999), Carvalho *et al* (2005) e Silva (2005), em relação aos sistemas tradicionais de lajes e as outras lajes também compostas por vigotas pré-moldadas, a saber:

- Facilidade de transporte e manuseio, pelo fato de as vigotas serem leves;
- Redução do aparecimento de fissuras pela condição de aderência entre o concreto do capeamento e o concreto da vigota pré-fabricada;
- Possibilidade de embutir instalações elétricas entre a capa de concreto e a base de concreto pré-moldado;
- Sensível redução do escoramento das lajes;
- Em lajes contínuas, o uso de vigotas com armação treliçada permite a continuidade estrutural pela colocação de armadura negativa sobre os apoios, sem que isto signifique qualquer problema para sua fixação;

- Sendo a armação treliçada fabricada a partir de rolos de fios de aço trefilados CA-60, eliminam-se as perdas na preparação da armadura no canteiro.

Apesar das vantagens apresentadas, alguns cuidados devem ser tomados para que estas lajes com apresentem um comportamento adequado. Segundo Droppa (1999) e Carvalho *et al* (2005), entre os cuidados adicionais em que os projetistas e construtores devem dar maior atenção, podem ser citados os seguintes:

- A armadura das diagonais poderá ser considerada colaborante na resistência ao cisalhamento somente se estiver eficazmente ancorada na região comprimida do concreto;
- Em lajes contínuas, deve-se verificar o posicionamento da armadura negativa durante o lançamento e adensamento do concreto, de modo a garantir o valor de altura útil ( $d$ ) especificado em projeto;
- Pelo fato de serem formadas por elementos esbeltos, em edifícios com maior número de pavimentos deve-se analisar a resistência do plano da laje na transferência de ações horizontais, de modo que as lajes pré-moldadas com armação treliçadas apresentem comportamento efetivo de diafragma;
- Deve ser verificado com maior rigor o comportamento para estado limite serviço de deformações excessivas.

## **2.5 Recomendações construtivas**

A qualidade da execução e o desempenho estrutural das lajes nervuras com vigotas pré-fabricadas dependem, em grande parte, de como é desenvolvida cada etapa do processo construtivo.

Algumas recomendações construtivas são apresentadas no decorrer de todo este item, muitas das quais são apresentadas em Silva (2005).

Na etapa de colocações dos escoramentos é necessário realizar o nivelamento do piso que serve de apoio para as escoras. Estas escoras também devem ser resistentes, de maneira a não ceder durante a concretagem. Quando seu apoio for o terreno natural, deve-se compactá-

lo e apoiar as escoras em tábuas dispostas sobre o mesmo, e não diretamente neste. Os pontaletes e guias mestres utilizados (de madeira ou metálicos) são colocados transversalmente às vigotas pré-fabricadas. Os pontaletes devem ser contraventados (travados entre si) transversal e longitudinalmente, de modo a compor uma estrutura que se autossustente. Na presença de nervuras transversais, devem ser previstas tábuas deitadas sob as mesmas para servirem de forma. A aplicação da contraflecha nas vigotas pré-fabricadas é realizada nesta etapa, sendo a mesma aplicada por meio de escoramento, elevando-o.

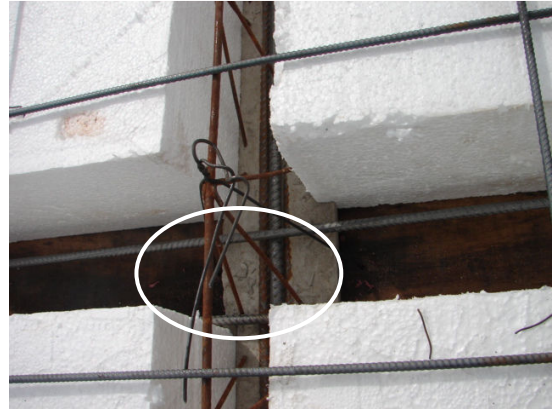
A completa montagem dos escoramentos se realiza com a colocação das vigotas pré-fabricadas. Entre estas são dispostos os elementos de enchimento, sendo este conjunto apoiado sobre as linhas de escoramento. O apoio das vigotas nas extremidades da laje pode ser sobre vigas de concreto armado. Neste caso devem-se apoiar as vigotas sobre as fôrmas das vigas, após estas terem sido alinhadas, niveladas e escoradas e após o posicionamento das armaduras das vigas no interior das mesmas. Recomenda-se também que as vigotas penetrem nos apoios pelo menos 5 cm, e no máximo igual à metade da largura da viga. A concretagem das vigas de apoio deve ser simultânea com a da laje.

No caso das vigotas apoiadas diretamente sobre alvenaria, devem-se construir vergas de concreto (cinta de solidarização) com a finalidade de proporcionar uma melhor distribuição das ações da laje sobre os painéis de alvenaria, impedindo o aparecimento de trincas na alvenaria. Devem-se seguir as mesmas recomendações de dimensões para as vigotas penetrarem nos apoios, e a concretagem das vergas também deve ser simultânea com a da laje.

Na colocação dos elementos de enchimento, caso forem previstas nervuras transversais às principais, deve-se deixar espaço entre os elementos de enchimento para a criação das mesmas (figura 2.4). Nesta etapa também se realiza a montagem das instalações embutidas (elétricas, hidráulicas, etc.).



a) Nervura transversal entre lajotas cerâmicas.



b) Nervura transversal entre blocos de EPS.

Figura 2.5- Nervuras transversais em lajes treliçadas.  
Fonte: Figueiredo Filho e Shiramizu (2011)

No transporte e manuseio das vigotas devem ser evitados movimentos bruscos. O ideal é que sejam transportadas por duas pessoas com a ferragem positiva para baixo. Se transportada por uma pessoa apenas, esta ferragem deve ficar para cima.

As informações sobre a colocação das armaduras complementares (bitola, quantidade e posição) devem ser fornecidas pelo projetista. Caso previstas nervuras transversais às principais, primeiramente devem ser colocadas as armaduras destas nervuras e, na sequência, a armadura de distribuição. Esta deve ser amarrada no banzo superior da treliça, para impedir que ela saia da posição durante a concretagem. A armadura negativa, na mesma direção das vigotas pré-fabricadas, deve ser colocada após a armadura de distribuição, apoiada e amarrada na mesma por meio de arame.

Antes de proceder a concretagem da capa, é importante que se faça uma limpeza cuidadosa da interface entre os elementos da laje (elementos de enchimento, vigotas, forma das vigas, etc.) evitando-se a presença de qualquer substância (areia, pó, etc.) que possa prejudicar a transferência de esforços entre as superfícies de contato.

Para a concretagem da capa e parte das nervuras na laje é importante a colocação de passadiços (tábuas de madeira) sobre a laje para o trânsito dos trabalhadores e para o transporte de concreto, evitando que os elementos de enchimento se quebrem ao pisar diretamente sobre os mesmos. A presença de mestras (guias) de concretagem para sarrafear o concreto lançado (concreto complementar) e o umedecimento da interface entre os elementos da laje e o concreto que será lançado são procedimentos que contribuem na qualidade final do processo de concretagem. É recomendável que esta seja feita de uma só vez, evitando-se criar juntas de concretagem. Se for inevitável a criação de juntas, a sua localização deve ser

indicada pelo projetista. Normalmente estas são necessárias em pavimentos com grandes extensões.

É importante também que o processo de vibração seja adequado, adensando suficientemente o concreto para que ele penetre no espaço entre os elementos de enchimento e as vigotas, eliminando a presença de vazios (bicheiras) e solidarizando assim a capa com a nervura, formando uma estrutura monolítica.

A cura deste concreto é iniciada logo após a concretagem. Geralmente a capa de concreto apresenta alturas pequenas (em torno de 5 cm), o que faz com que a evaporação da água ocorra de maneira intensa, podendo provocar o aparecimento de fissuras no concreto por retração. Dessa forma, a cura é uma etapa de suma importância na execução de lajes pré-fabricadas. É recomendado molhar a superfície da laje de concreto durante pelo menos três dias após a concretagem, várias vezes ao dia.

A retirada do escoramento deve seguir o funcionamento estrutural do painel de laje. Assim, nos painéis em que as vigotas pré-fabricadas trabalham simplesmente apoiadas deve-se retirar as escoras do centro para as extremidades das vigotas. Nas lajes em balanço, da extremidade das vigotas para os seus apoios. Nos edifícios de múltiplos pavimentos, o escoramento do piso inferior não deve ser retirado antes do término da laje imediatamente superior. Nas lajes de forro, por sua vez, recomenda-se retirar o escoramento da laje somente depois de terminada a montagem da cobertura (telhado). Normalmente, tem-se recomendado que a retirada do escoramento não ocorra antes de pelo menos quatorze dias (duas semanas) após a concretagem da laje.

## **2.6 Processo produtivo das vigotas pré-fabricadas**

Em Forni (2009) encontra-se uma descrição completa do processo de produtivo das vigotas pré-fabricadas com armadura treliçada. A etapa construtiva se inicia com a preparação das fôrmas em chapas de aço (limpeza e aplicação desmoldante). Nestas serão moldadas as bases de concreto, sendo este rico em pasta de cimento para se evitar a necessidade de vibração e composto por agregado miúdo com diâmetro máximo referente à brita zero.–As figuras 2.5, 2.6 e 2.7 ilustram as etapas preparação das fôrmas, lançamento do concreto e posicionamento da armadura treliçada, respectivamente.



Figura 2.6 - Aplicação do desmoldante em fôrmas devidamente posicionadas, limpas e secas.  
Fonte: PUMA (2002).



Figura 2.7 - Lançamento e nivelamento do concreto sobre as fôrmas.  
Fonte: PUMA (2002).



Figura 2.8 - Posicionamento da treliça metálica no concreto Fonte: PUMA (2002).



Ainda segundo Forni (2009), na cura do concreto realiza-se “borrifadas de água” após a concretagem, com o auxílio de mangueiras, em intervalos de duas horas, até quando for conveniente. Existe também a cura a vapor, a qual resulta em custos mais elevados em função dos equipamentos necessários. A desforma é feita iniciando-se pelas primeiras vigotas fabricadas no dia anterior. A retirada pode ser feita manualmente ou com o auxílio de uma ponte rolante, o que proporciona um ganho de produtividade.

Vale a pena destacar os resultados da entrevista com fabricantes de lajes treliçadas na região de São Carlos-SP publicados no trabalho de Figueiredo Filho e Shiramizu (2011):

- O lançamento do concreto nas fôrmas é feito manualmente na maioria das fábricas (75%), por meio de baldes e carriolas. Apenas uma fábrica lança o concreto através de um sistema mecânico (vide figura 2.8);
- Pelo fato do concreto das vigotas apresentarem consistência fluída, todos os fabricantes realizam adensamento manual. A cura do concreto é sempre feita molhando as vigotas três vezes ao dia, durante um a dois dias após a concretagem.



Figura 2.9 - Lançamento do concreto por mecanismo criado em fábrica.  
Fonte: Figueiredo e Shiramizu (2011).

## 2.7 Elementos de Enchimento

Os elementos de enchimento são constituídos por materiais inertes, maciços ou vazados, usualmente cerâmicos, de concreto ou poliestireno expandido (EPS). Estes são

dispostos entre as vigotas com a função de substituir parte do concreto da região tracionada e servir como fôrma para o concreto complementar fresco, diminuindo o peso próprio da laje e o volume de concreto. Embora os elementos de enchimento sejam desconsiderados como elementos resistentes no projeto da laje, é importante que os mesmos sejam de boa qualidade, não podendo se danificar com facilidade durante a fase de montagem da laje. Além disso, devem suportar o peso do concreto moldado no local e as ações durante a concretagem (ações de construção).

Os elementos de enchimento devem atender os requisitos de norma quando ao desempenho, propriedades e utilização. Cuidados quanto à verificação da resistência à carga de trabalho, determinação da carga de ruptura à flexão para elementos de enchimento de ruptura frágil e ruptura dúctil estão presentes nos anexos A, B, C da NBR 14859, respectivamente. No capítulo 3 são apresentados alguns desses requisitos.

O processo de fabricação dos elementos de enchimento de material cerâmico (tabelas cerâmicas) segundo o informativo Sebrae - Cerâmicas vermelha para construção civil (2008), envolve a preparação da massa onde a argila é separada, formando-se montes que serão homogeneizados. Posteriormente este material é levado a desintegradores com umidade controlada (16% a 25%) garantindo as propriedades da argila. O material é posto em misturador resultando em uma massa de argila que é levada a um laminador, onde assume o formato de lâminas. O material passa então por uma extrusora que compacta a massa plástica em uma câmara de alta pressão onde o bloco assume o formato desejado (molde). Com o auxílio de um fino cabo de aço, a peça é cortada na dimensão desejada. Para finalizar os blocos passam por um processo de secagem e queima, estando prontos depois de inspecionados para a comercialização.

A NBR 14859- parte 1 (ABNT, 2002) prescreve as dimensões padronizadas e as tolerâncias dimensionais para os elementos de enchimento adotados em lajes nervuras com vigotas pré-fabricadas, independente do material adotado.

As dimensões encontradas no mercado, segundo diversos catálogos de fabricantes consultados, estão na tabela 2.2. A figura 2.9 representa estes diferentes tipos de tabelas cerâmicas classificadas segundo a sua altura total.

Tabela 2.2 Características das tabelas cerâmicas encontradas no mercado

Altura (H) x largura (L) x Comprimento(C) (cm)	Peso (kg)	Peças/m <sup>2</sup>	Resistência (flexão) (KN)
7x30x20	2,75	13	≥0,7
8x30x20	3	13	≥0,7
9,5x30x20	3,4	13	≥1,0
11,5x30x20	4	13	≥1,0
16x30x20	4,9	13	≥1,0

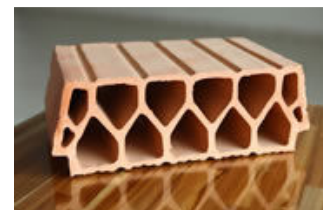
Fonte: Catálogos Cerâmica Tupy.



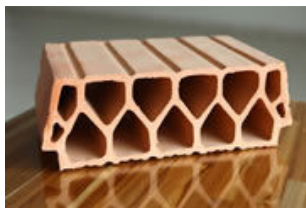
a) H7



b) H8



c) H10



d) H12



e) H16



f) H16

Figura - 2.10 Elementos de enchimento de material cerâmico  
 Fonte: ([http://www.ceramicatupy.com.br/tabela\\_ceramica.php](http://www.ceramicatupy.com.br/tabela_ceramica.php))

Segundo o catálogo de uma das inúmeras fabricadas nacionais que produzem produtos em EPS (Isorecort), os elementos de enchimento de poliestireno expandido (tabelas de EPS) são de material plástico, derivados do petróleo, que após um processo de polimerização e expansão apresentam 98% de ar e 2% de matéria sólida. Seu peso específico é da ordem de 15 Kg/m<sup>3</sup>. Sua utilização em lajes nervuradas com vigotas pré-fabricadas proporciona uma superfície inferior plana, simplificando o processo de acabamento e dispensando regularização da superfície.

A NBR 11752 (ABNT, 2007) estabelece requisitos para uso de materiais celulares de poliestireno na construção civil. Estes ficam classificados segundo o tipo e a classe de cada produto.

O EPS também é um excelente isolante térmico, o que torna sua aplicação em lajes ainda mais interessante em coberturas de edifícios. Os blocos de EPS para lajes são fornecidos de duas formas distintas: recortados e moldados. Os blocos recortados são produzidos a partir do corte de blocos matrizes de grandes dimensões: 1000 mm x 1200 mm x 4000 mm. No projeto de lajes nervuradas onde se preveja o emprego desses blocos é importante se atentar para as suas dimensões de tal forma a não produzir grandes perdas no bloco matriz.

Os blocos moldados são produzidos a partir da injeção de EPS em moldes metálicos. Suas dimensões nesse caso são as padronizadas pela indústria. Embora tenham essa desvantagem de restrições de dimensões, os blocos moldados apresentam a vantagem de usarem menos matéria prima, pois são internamente estruturados. No Brasil já se encontram blocos moldados fabricados com EPS de alta resistência, aditivados com corantes que diminui a reflexão da luz solar por ocasião da montagem da laje.

A tabela 2.3 contém as principais dimensões das tabelas de EPS fornecidas pelo mercado. Estes seguem como referência de nomenclatura sua altura total.

Tabela 2.3 Características das tabelas de EPS encontradas no mercado

Referências	Dimensões	cm	Cubagem	Peças/m <sup>3</sup>
H6,5	1000x330x65mm	6,5	0,02145	46
H7	1000x330x70mm	7	0,0231	43
H7,5	1000x330x75mm	7,5	0,02475	40
H8	1000x330x80mm	8	0,0264	37
H8,5	1000x330x85mm	8,5	0,02805	35
H9	1000x330x90mm	9	0,0297	33
H9,5	1000x330x95mm	9,5	0,0313	31
H10	1000x330x100mm	10	0,033	30
H11	1000x330x110mm	11	0,0363	27
H12	1000x330x120mm	12	0,0396	25
H13	1000x330x130mm	13	0,0429	23
H14	1000x330x140mm	14	0,0462	21
H15	1000x330x150mm	15	0,0495	20
H16	1000x330x160mm	16	0,0528	18
H20	1000x330x200mm	20	0,0660	15
H25	1000x330x250mm	25	0,0825	12

Fonte: (<http://www.isorecort.com.br>)

## 2.8 Principais pesquisas sobre lajes pré-moldadas treliçadas no Brasil

Segundo Carvalho *et al* (2005), as lajes nervuradas tiveram seu início na região nordeste do Estado de São Paulo no final da década de 70, com a montagem de diversas fábricas de vigotas de concreto tipo trilho. Este processo fez com que as lajes nervuradas moldadas com no local, sistema mais utilizado até então, tivesse sua aplicação muito reduzida. Assim as lajes com vigotas pré-fabricadas tiveram um crescimento significativo na sua utilização, conquistando grande parte dos projetos desenvolvidos.

Na evolução das lajes pré-fabricadas, um momento importante é a introdução no mercado nacional das lajes com armaduras treliçadas. Estas já vinham sendo utilizadas no mercado internacional desde a década de 50.

As publicações sobre lajes pré-fabricadas surgiram de forma mais ampla na metade da década de 90, mesmo o sistema já tendo sua utilização há vários anos. Entre os primeiros autores a produzirem estudos sobre estas lajes no Brasil pode se citar o trabalho de Di Pietro (1993), o qual abordou a tecnologia de execução de lajes pré-fabricadas com vigotas de concreto, analisando custos, fabricação, e questões de qualidade e industrialização, sem abordar o dimensionamento.

Bocchi Junior (1995) estudou lajes nervuradas de concreto, comparando, através de um exemplo numérico, as lajes pré-fabricadas com as moldadas no local. O autor também analisou as principais recomendações da norma de concreto NBR 6118 (ABNT, 1980) vigente na época, apresentando exemplos do detalhamento das armaduras de flexão.

No estudo das lajes pré-fabricadas, Caixeta (1998) procurou reunir o máximo de informações disponíveis para caracterizar as lajes treliçadas no âmbito nacional. A pesquisadora realizou ensaios de flexão simples em vigas isoladas com seção retangular e com seção T, obtendo medidas de flechas verticais, de deformações das barras do banzo superior e das diagonais da treliça e caracterizando-se o desenvolvimento e propagação de fissuras. Os ensaios mostraram que os valores de flecha são acentuados em todos os casos estudados, sendo necessária a aplicação de contra-flecha. Com relação ao dimensionamento das armaduras de flexão em vigotas de seção T, ficou demonstrado que as deformações das vigas se encontram no Domínio 2, com a linha neutra cortando a mesa da laje. Logo, as lajes treliçadas acabam sendo dimensionadas como seção retangular. Quanto as diagonais da treliça metálica, estas são pouco solicitadas ao esforço cortante.

Droppa Junior (1999) analisou lajes treliçadas com o emprego do modelo de grelha, considerando a não-linearidade do concreto armado via relações momento-curvatura e carregamento incremental. Resultados experimentais de flechas de vigas bi-apoiadas e painéis de laje contínua foram confrontados com as flechas teóricas em serviço a partir do modelo de Branson (1965). O modelo de grelha mostrou ser bastante adequado para a análise de lajes nervuradas pré-moldadas. Em lajes unidirecionais, houve uma grande aproximação dos esforços calculados entre o modelo de grelha e o de vigas bi-apoiadas. Os resultados da análise teórico-experimental da laje pré-moldada indicaram que os valores de flecha foram fortemente influenciados pela rigidez à torção das nervuras. Por fim, verificou-se que em lajes contínuas a redistribuição de momentos fletores é relativamente pequena.

Magalhães (2001) abordou a avaliação da continuidade estrutural associada aos momentos fletores negativos nos apoios das lajes treliçadas. O referido autor também realizou ensaios experimentais em faixas de lajes contínuas dimensionadas com diferentes graus de redistribuição dos momentos fletores negativos, obtendo importantes conclusões para o projeto desse tipo de laje. Dias (2003) realizou análises numérico-paramétricas de lajes nervuradas, estudando o quanto a desconsideração (ou a consideração de maneira simplificada) da excentricidade existente entre os eixos das nervuras e o plano médio da capa influenciam os resultados de flecha e esforços nessas lajes. Diferentes modelos mecânicos foram analisados utilizando o Método dos Elementos Finitos, por meio do programa computacional ANSYS 5.5. Entre as principais conclusões, pode-se destacar que a desconsideração da excentricidade nervura-capa gera um superdimensionamento das peças. O autor também destaca a importância da relação entre a altura da capa e a altura total da laje nervurada na escolha do tipo de modelo numérico empregado.

Silva (2005) abordou as características construtivas, o comportamento estrutural e as principais recomendações da NBR 6118:2003 para as lajes nervuradas. O referido trabalho apresenta exemplos numéricos que demonstram os diferentes modelos de cálculo das lajes nervuradas, inclusive as treliçadas: do mais simples - que trata a nervura de forma isolada - ao mais refinado, com o uso de modelo de grelha. O trabalho destaca a evolução dos conceitos da NBR 6118:1980 para a de 2003, incluindo a evolução das ferramentas de cálculo (computacionais) do final da década de 90, o que possibilitou a utilização de modelos mais aprimorados para o cálculo estrutural, como a modelagem em grelha.

Forni (2009) realizou uma análise dos custos das lajes pré-fabricadas com vigotas treliçadas, desde as etapas que envolvem a produção até as etapas de montagem e de concretagem das lajes. A consideração criteriosa de todas as etapas envolvidas permitiu a

quantificação da porcentagem de cada insumo no custo final. O autor observou que os custos com materiais foram em torno de 74%, com a mão-de-obra por volta de 12%, com os administrativos aproximadamente de 13% e com o transporte cerca de 1%. Da parcela referente ao custo com materiais, o custo com a armadura é aproximadamente 5% superior ao custo com o concreto. Em uma análise comparativa entre lajes com vigotas unidirecionais e bidirecionais para vãos maiores que 4 metros, têm-se uma economia de 12,60% para lajes bidirecionais. Somado a esta redução de custo, estas lajes apresentam distribuição mais homogênea de cargas para as vigas de contorno e redução nos valores de flecha.

Em uma abordagem que favorece a preservação do meio ambiente, Santos (2009) analisou a influência da adição de resíduo de borracha no concreto na execução de lajes pré-moldadas treliçadas. O autor verificou qual a modificação imposta por essa adição nas flechas imediatas experimentais de protótipos de lajes, comparando-as com as flechas teóricas resultantes de recomendações normativas. Foram utilizados o modelo de Branson em conjunto com o programa ANSYS (que emprega o método dos elementos finitos) para cálculo das flechas. De maneira geral, as flechas obtidas com adição do resíduo ficaram próximas das flechas dos protótipos sem adição. A diferença ocorreu nas resistências últimas dos protótipos: a adição reduziu a resistência dos mesmos.

Nas publicações de artigos científicos nacionais, destacam-se a seguir alguns trabalhos na última década.

Albuquerque *et al.* (2005) apresentou o processo construtivo e alguns exemplos numéricos de vigotas pré-moldadas protendidas, que surgem como uma alternativa e com vantagens sobre as vigotas tradicionais de concreto armado. O autor aborda a vigota pré-fabricada com armadura treliçada protendida (pré-tração), que é mais simples de se fabricar por dispensar o uso de extrusora e ainda permite o acréscimo de armadura passiva no seu processo de fabricação. Como resultados importantes, o autor verificou a viabilidade econômica para lajes treliçadas protendidas, além das facilidades construtivas, quando comparada com as vigotas tradicionais.

Buiate e Lima (2005), através do programa computacional ANSYS, analisaram o comportamento de lajes pré-moldadas bidirecionais formadas por vigotas treliçadas e a sua interação com as vigas de borda. Foram obtidos resultados importantes como: i) vigas de borda com menores vãos influenciam positivamente o comportamento de lajes nervuradas com grandes vãos; ii) o maciçamento através de console monolítico armado nas bordas de lajes nervuradas melhoram as vinculações entre as nervuras e as vigas de borda; iii) a adoção de seções L invertidas para as vigas de borda é uma solução mais eficiente do que a utilização

de seções retangulares (com mesma altura) ou o maciçamento das bordas das lajes e; iv) a capacidade de engastamento entre as nervuras e as vigas de borda aumenta à medida que a altura da laje cresce.

Medrano, Figueiredo Filho e Carvalho (2005) analisaram a influencia da utilização de nervuras transversais em lajes formadas por vigotas pré-fabricadas. Como os sistemas unidirecionais apresentam um comportamento essencialmente de viga, os resultados para pequenos e médios vãos são uma solução bastante econômica e racionalizada. No entanto, devem-se buscar soluções para vão grandes. Nesse aspecto, a introdução de nervuras transversais proporciona uma melhor distribuição dos valores dos momentos fletores nas duas direções e um melhor aproveitamento da resistência das vigas do contorno. Ainda segundo os autores, a utilização de nervuras transversais leva a laje a apresentar um comportamento intermediário entre viga e placa, influenciando a distribuição do carregamento nas vigas de contorno, as flechas e os valores dos momentos fletores. O estudo mostra que o uso de nervuras transversais proporciona ao pavimento um comportamento próximo de placa, principalmente quando a relação entre os vãos se situa entre 1,0 a 1,5, sendo necessárias poucas nervuras transversais, sem a necessidade de manter o mesmo intereixo nas duas direções. A deslocabilidade e a fissuração dos apoios influenciaram o aumento dos valores das flechas. Segundo os autores, a presença de algumas nervuras transversais contribui positivamente na qualidade final da laje, possibilitando a viabilidade dessa solução em projetos em que o uso de lajes nervuradas unidirecionais seria inviável tecnicamente ou economicamente.

Medrano e Figueiredo Filho (2006) analisaram a influencia de nervuras transversais na distribuição do carregamento nas vigas de contorno em lajes com vigotas pré-moldadas. Trata-se de uma análise importante, pois não basta dimensionar a laje de forma correta: devem-se obter com precisão também as reações de apoio que serão transmitidas aos demais elementos do pavimento para avaliação adequada dos esforços. No caso de vigotas em uma única direção, perdem-se as vantagens oferecidas pelo sistema de placa. O estudo constata que esse tipo de laje pode proporcionar um comportamento próximo de placa quando se empregam nervuras transversais (mesmo com um numero pequeno), sendo atrativas economicamente.

Medrano, Figueiredo Filho e Carvalho (2006) compararam o desempenho estrutural fornecido pelo comportamento de placa (usualmente presente em lajes maciças) com as facilidades de execução e redução do peso próprio oferecidos pelas lajes formadas por vigotas pré-fabricadas. Através da comparação de exemplos numéricos de lajes com diferentes



relações entre os vãos, verificaram a importância da colocação de nervuras transversais, as quais proporcionaram uma melhor distribuição dos valores dos momentos fletores nas duas direções e um melhor aproveitamento da resistência das vigas do contorno. Verificaram também que o aumento da quantidade de nervuras transversais nos pavimentos analisados proporcionou um comportamento próximo ao de placa e, em muitos casos, sem que o número de nervuras se igualasse ao da direção principal (caso de laje bidirecional)

Xavier e Andrade (2009), por meio de um estudo de caso, realizaram uma análise qualitativa do projeto e do processo de execução das lajes pré-moldadas com utilização de pré-lajes em uma obra residencial unifamiliar, localizada na cidade de Salvador-BA, no período de 2006 a 2007. Apesar de ser um sistema simples e de rápida execução, observaram-se vários problemas e perda de agilidade no processo construtivo devido à falta de detalhes executivos, seja por desconhecimento do projetista ou por desconsideração desses detalhes. Como consequência, muitas adaptações foram necessárias na obra, fazendo com que as vantagens de facilidade de execução e de necessidade de menos tempo acabassem sendo perdidas. Como ponto principal, recomenda-se uma maior atenção dos projetistas quando a detalhes construtivos, estabelecimento de folgas e tolerâncias, levando-se em consideração os desvios de produção, de locação da obra e de montagem dos elementos.

Avilla Junior *et al* (2009) forneceram subsídios para o projeto e execução de lajes lisas nervuradas pré-fabricadas com vigotas treliçadas, tais como: pré-dimensionamento; juntas de dilatação; execução de lajes com vãos maiores que 12 metros; detalhes e recomendações executivas para o projeto e execução. Os autores destacaram que muitos dos projetos e obras desenvolvidas pecam por não apresentarem uma organização correta dos equipamentos em obra e dos detalhes de execução nos projetos, gerando assim perda de produtividade e aumento do custo.

Vizotto e Sartorti (2009) realizaram uma análise comparativa entre as seguintes soluções para pavimentos: lajes treliçadas, lajes maciças e lajes nervuradas com cuba plástica. Estas duas últimas são comumente adotadas por auxiliarem o comportamento global da estrutura, pois funcionam bem como placa e membrana. Contudo as duas referidas soluções apresentam características não muito favoráveis, entre as quais se destacam o peso próprio elevado, grande consumo de concreto, acentuado consumo de formas e grandes custos com mão-de-obra. Esse fato induz o consumidor a buscar alternativas com mesma função técnica, porém com menor custo. Neste ponto, os autores destacam que as lajes treliçadas surgem como uma boa solução, pois podem trazer vantagem econômica, maior agilidade de

montagem, dispensa de formas e redução do consumo de concreto. Evidentemente, cabe aos projetistas analisar cada solução e definir qual tipo de laje adotar.

Almeida Filho e Carvalho (2010) analisaram as deformações do sistema estrutural de lajes treliçadas com a utilização de nervuras transversais por meio de três modelos numéricos: i) modelo que não exige cálculo com o uso de ferramentas computacionais; ii) modelo de grelha equivalente linear e consideração aproximada da fissuração por expressão normativa; iii) modelo de grelha não linear empregando a técnica do carregamento incremental. Segundo os resultados obtidos pelos autores, a utilização de nervuras transversais torna-se interessante quando em quantidade elevada. Nos casos com poucas nervuras, o peso próprio das nervuras transversais elimina o ganho na flecha. Entretanto, a conclusão dos referidos autores não é confirmada pelos resultados obtidos no capítulo 5 deste trabalho.

Figueiredo Filho e Shiramizu (2011) analisaram os procedimentos de fabricação e montagem das lajes pré-moldadas treliçadas em diversos tipos de edificações. Por meio de entrevistas com os responsáveis pelas diferentes etapas envolvidas (projetistas, fabricantes e mestres de obra), os autores realizaram um levantamento de informações sobre os atuais procedimentos de fabricação, projeto e execução dos elementos que compõem lajes treliçadas na região de São Carlos-SP. Entre as principais informações levantadas pelos autores, constatou-se que diversas fábricas não apresentam controles adequados nas etapas de fabricação e armazenagem dos materiais, gerando problemas na execução, perda de qualidade e durabilidade e patologias na edificação.

Figueiredo Filho e Shiramizu (2011) também destacam nas suas investigações os seguintes pontos:

- No processo de fabricação, a falta de cuidados resulta em nervuras com comprimentos inadequados, em lajotas com falta de padrão de qualidade nas dimensões, em armazenamento inadequado de treliças e ruptura dos nós, em resistência inadequada do concreto, além da falta de cuidados no transporte e estocagem.
- Muitos projetistas não elaboram projetos utilizando lajes com vigotas treliçadas principalmente por terem dúvidas quanto ao funcionamento das mesmas e também pela falta de divulgação e a carência de literatura técnica específica.
- Todos os projetistas consideram que as vigas (apoios) perpendiculares ao sentido de montagem recebem entre 45% a 50% do carregamento total da laje.

- Metade dos projetistas considera que as vigas (apoios) paralelas ao sentido de montagem recebem entre 15% a 25% do carregamento total da laje. Um quinto dos projetistas considera que esse valor seja de 5% a 10% do carregamento total para as vigas paralelas e outros 20% não consideram nenhuma reação da laje nessas vigas.
- O cálculo das flechas é feito por 80% dos profissionais, sendo que contraflecha é especificada por 75% destes.
- Os mestres de obras preferem trabalhar com lajota cerâmica, pois o EPS, mesmo sendo mais leve, mais prático e rápido de se montar, oferece dificuldade de aplicação do reboco e de transporte horizontal do concreto sobre a laje durante a operação de lançamento.
- Mesmo com detalhes, quantidades e orientações de execução fornecidos no projeto, é comum alterações serem feitas na obra. Entre os principais problemas observados, tem-se a quebra, trinca ou descida do elemento de enchimento, a formação de fissuras sobre os apoios, ninhos de concretagem na capa, valores de flechas acentuados e dificuldade na aplicação de contraflecha.

### 3. PRINCIPAIS PRESCRIÇÕES NORMATIVAS

Neste capítulo são apresentadas as principais definições e recomendações das normas brasileiras para as dimensões e verificações de projeto de lajes nervuradas com vigotas pré-fabricadas.

#### 3.1 Componentes, definições e requisitos associados às lajes pré-fabricadas

A NBR 14859 Parte 1 (ABNT, 2002) define as características geométricas dos elementos e materiais que compõem as lajes nervuradas com vigotas pré-fabricadas.

A figura 3.1 demonstra a composição básica e as dimensões de lajes com vigotas treliçadas.

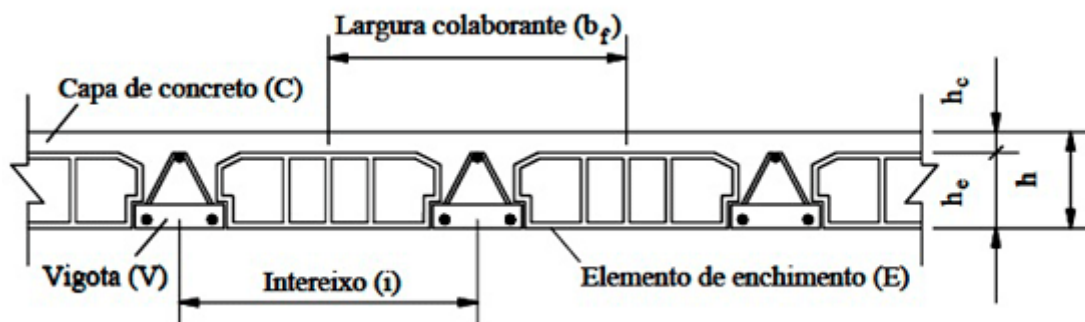


Figura 3.1- Parâmetros geométricos de uma laje treliçada.  
Fonte: NBR14859 - Parte 1

##### 3.1.1 Classificação das lajes nervuradas com vigotas pré-fabricadas

As lajes são classificadas de acordo com o tipo de vigota empregada. Cada vigota confere características únicas para a laje. Embora existam vários materiais empregados para os elementos de enchimento, estes não influenciam na classificação das lajes.

Segundo a NBR 14859-1 (ABNT, 2002) e os três tipos de vigotas existentes têm-se a seguinte classificação para as lajes:

*Lajes com vigotas de concreto armado (LC):* as vigotas tem seção de concreto (VC) usualmente formando um “T” invertido, com armadura passiva totalmente envolta pelo concreto da vigota (figura 3.2).

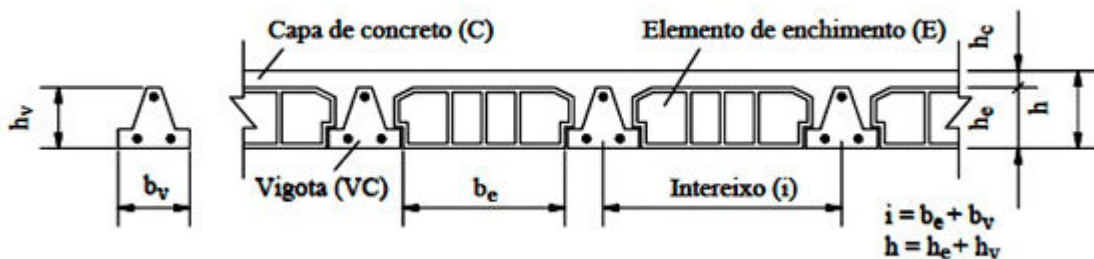


Figura 3.2- Seção transversal de uma laje com vigotas de concreto armado  
Fonte: NBR 14859 - Parte 1

A figura 3.3 representa o arranjo final de uma laje com vigotas de concreto armado, como material de enchimento têm-se tabelas cerâmicas, sendo aplicada a capa de concreto complementar que homogeniza os elementos da laje.

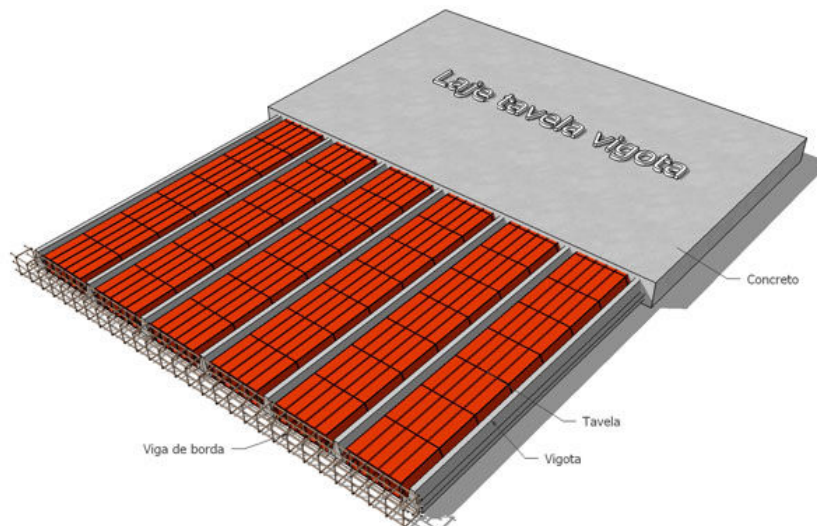


Figura 3.3 - Laje com vigotas de concreto (tipo trilho). Fonte: ([www.cddcarqfeevale.wordpress.com](http://www.cddcarqfeevale.wordpress.com)).

Na execução de lajes com vigotas de concreto armado (tipo trilho) segundo a NBR 14859-1 exige-se a colocação de espaçadores distanciados em no máximo 50,0 cm, com a finalidade de garantir o posicionamento das armaduras durante as sua concretagem.

*Lajes com vigotas de concreto protendido (LP):* as vigotas tem seção de concreto usualmente formando um T invertido, com armadura ativa pré-tensionada totalmente englobada pelo concreto da vigota (VP), conforme figura 3.4.

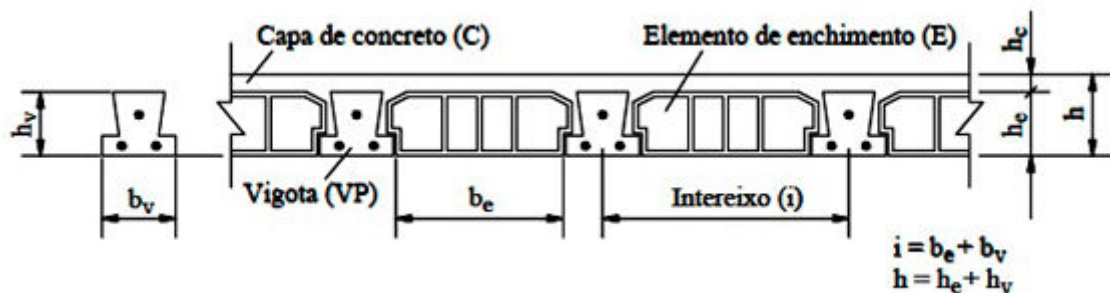


Figura 3.4 - Seção transversal de uma laje com vigotas de concreto protendido  
 Fonte: NBR14859 - Parte 1

Na figura 3.5 tem-se a composição de uma laje com vigotas protendidas com a utilização de tabelas cerâmicas como elementos de enchimento.



Figura 3.5 - Lajes com vigotas de concreto protendido  
 Fonte: (www.ceramicakaspary.com.br)

*Lajes com vigotas treliçadas (LT):* as vigotas têm seção de concreto formando uma placa, com armadura treliçada (conforme NBR 14862), parcialmente englobada pelo concreto da vigota (VT) (vide figura 3.6). Quando necessário, deverá ser complementada com armadura passiva inferior de tração totalmente envolta pelo concreto da nervura.

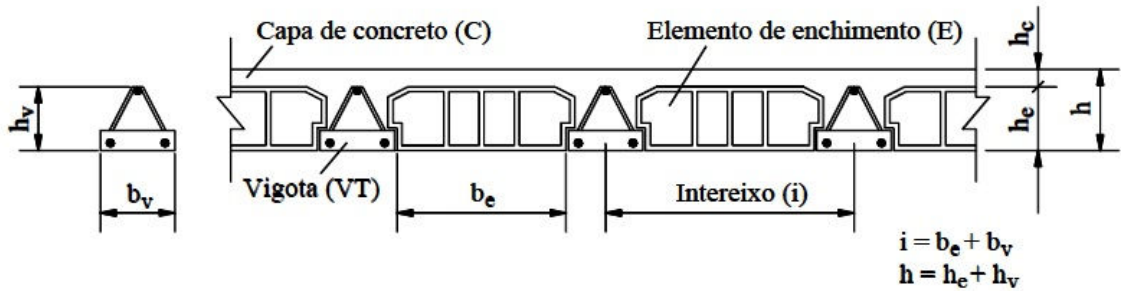


Figura 3.6 - Seção transversal de uma laje com vigotas treliçadas  
Fonte: NBR 14859- Parte 1

A figura 3.7 apresenta o arranjo de uma laje com vigotas treliçadas entre as quais estão posicionadas as tabelas de EPS, nesta situação a lajes esta pronta para receber a capa de concreto complementar.



Figura 3.7 - Laje com vigotas treliçadas.  
Fonte: (www.premolbicas.wix.com)

O elemento pré-fabricado de concreto das vigotas treliçadas, onde se alojam as barras inferiores da treliça, normalmente possui largura de 12 cm a 13 cm, e altura de ordem de 3cm.

A seção transversal em forma de T invertido das vigotas pré-fabricadas do tipo trilho, e a treliça espacial da vigota treliçada, tem a finalidade de enrijecer o elemento pré-fabricado com vistas ao transporte e ao posicionamento na obra. A combinação de elementos lineares pré-fabricados, mais a parcela de concreto lançado em obra proporciona o comportamento estrutural característico dessas lajes.

O formato e dimensões das vigotas são produzidos em mesas vibratórias com formas metálicas.

### 3.1.2 Intereixo (i)

A NBR 14859-1 (ABNT,2002) define como *intereixo* a distância entre eixos de vigotas pré-fabricadas, entre as quais serão colocados os elementos de enchimento.

O intereixo é uma das principais dimensões presentes no projeto e cálculo das lajes nervuradas com vigotas pré-fabricadas.

Os valores mínimos padronizados pela NBR14859 são definidos em função do tipo de vigota pré-fabricada e das dimensões do elemento de enchimento utilizados, conforme a Tabela 3.1. Ainda no caso de vigotas treliçadas e  $h \leq 13,0cm$ , permite-se adotar intereixo mínimo de  $40,0cm$ .

Tabela 3.1 Intereixos mínimos padronizados – NBR 14859

Tipo de Vigota	Intereixos mínimos padronizados (cm)
VC	33
VP	40
VT	42



Como recomendação construtiva importante, segundo Dias (2003), quando se trabalha com lajes nervuradas com vigotas pré-fabricadas os valores de entre-eixo adotados são menores que 65 cm. Com isso os elementos de enchimento produzidos possuem dimensões situadas entre 40 cm a 50 cm. Para valores acima de 60 cm, estes normalmente conduzem a armaduras longitudinais elevadas para as nervuras, obrigando o alargamento das mesmas, gerando um aumento no consumo de concreto, tornando esta alternativa pouco usual.

O valor de entre-eixo utilizado também deve atentar para a capacidade portante do bloco de enchimento na etapa de concretagem, uma vez que blocos com pequena altura e grande largura possuem com pouca rigidez.

### 3.1.3 Elementos de enchimento

São definidos pela NBR14859 como componentes pré-fabricados com materiais inertes diversos, sendo maciços ou vazados, intercalados entre as vigotas, em geral com a função de reduzir o volume de concreto, o peso próprio da laje e servir como fôrma para o concreto complementar.

Do ponto de vista estrutural, a contribuição maior dos elementos de enchimento está na redução de peso próprio do concreto da região tracionada da laje situada abaixo da linha neutra. São desconsiderados como colaboradores nos cálculos da resistência e rigidez da laje.

Os elementos de enchimento são geralmente de material cerâmico (lajota cerâmica), blocos de concreto comum, blocos de concreto celular, blocos de poliestireno expandido (EPS). Todos estes blocos devem apresentar resistência satisfatória para suportar o processo de concretagem sem prejudicarem o arranjo final da laje.

Os elementos de enchimento devem ter resistência característica à carga mínima de ruptura de 1,0KN, suficiente para suportar esforços de trabalho durante a montagem e concretagem da laje. Ainda para elementos de enchimento de 7,0 cm e 8,0 cm de altura, admite-se esta resistência de 0,7KN.

A determinação da carga de ruptura deve ser feita conforme os ensaios referidos nos anexos B e C da NBR14859-1 (ABNT, 2002).

Os blocos de enchimento do tipo cerâmicos são fabricados em diferentes alturas, atendendo assim as especificações de projeto para a composição final da altura da laje. A figura 3.8 apresenta blocos com 16 cm e 8cm respectivamente.

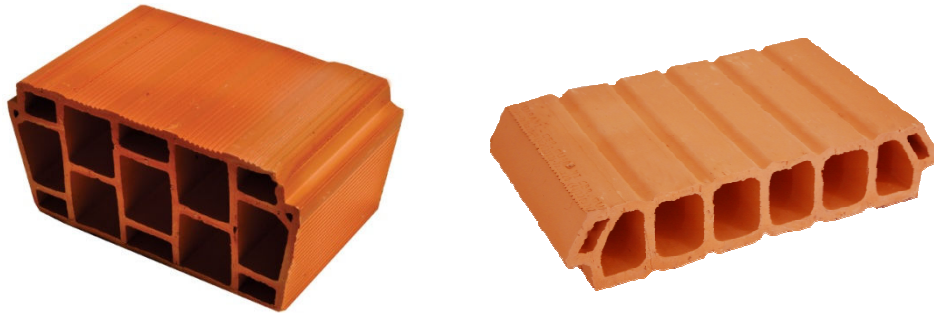


Figura 3.8 - Blocos cerâmicos  
Fonte :([www.tijoloselajeslitoral.blogspot.com.br](http://www.tijoloselajeslitoral.blogspot.com.br))

Embora não apresente contribuição estrutural estes elementos devem apresentar boa qualidade de fabricação. Elementos que tenham partes quebradas e trincas que permitem a fuga do concreto complementar, não devem ser utilizados.

A face inferior dos blocos deve ser plana. Tal característica influencia no acabamento final realizado na parte inferior da laje reduzindo gastos adicionais de regularização. As faces laterais devem ser providas de abas de encaixe para apoios nas vigotas pré-fabricadas.

Os blocos de concreto celular e o poliestireno expandido (EPS), por serem mais leves que os demais, resultam em lajes com menor peso próprio e intereixos maiores, contribuindo para a redução do número de nervuras e, conseqüentemente, para a redução no volume de concreto. Estes dois tipos de blocos apresentam ainda a vantagem de poderem ser facilmente recortados nas dimensões desejadas, com serras ou serrotes, sem sofrer quebras.

As figuras 3.9 e 3.10 apresentam exemplos de blocos de enchimento de poliestireno expandido e de concreto celular respectivamente.



Figura 3.9 - Bloco de poliestireno expandido (EPS)  
Fonte: ([www.tijoloselajeslitoral.blogspot.com.br](http://www.tijoloselajeslitoral.blogspot.com.br))



Figura 3.10 - Bloco de concreto celular  
Fonte: (www.tijoloselajeslitoral.blogspot.com.br)

As dimensões dos elementos de enchimento utilizados são definidas pela NBR 14859-1 (ABNT, 2002). Estas dimensões estão apresentadas na tabela 3.2 e ilustradas na figura 3.11.

Tabela 3.2 Dimensões padronizadas dos elementos de enchimento (em cm)

Altura ( $h_e$ ) nominal	7,0 (mínima); 8,0; 9,5; 11,5; 15,5; 19,5; 23,5; 28,5	
Largura ( $b_e$ ) nominal	25,0 (mínima); 30,0; 32,0; 37,0; 39,0; 40,0; 47,0; 50,0	
Comprimento ( $c$ ) nominal	20,0 (mínima); 25,0	
Abas de encaixe	( $a_v$ )	3,0
	( $a_h$ )	1,5

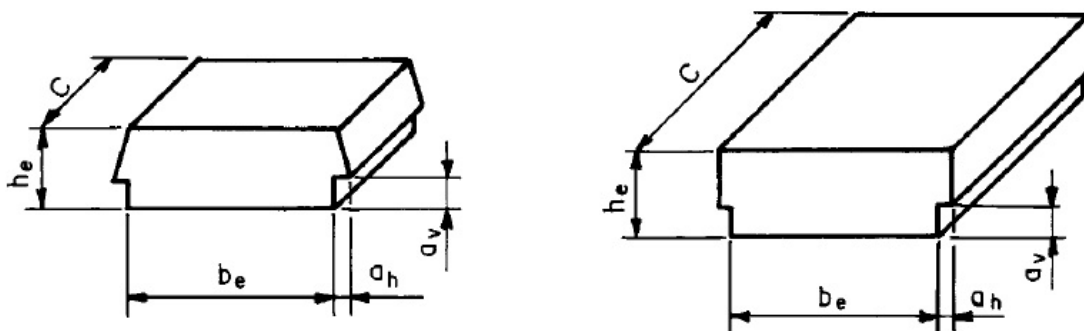


Figura 3.11- Dimensões dos elementos de enchimento  
Fonte: NBR14859 -Parte 1

Dimensões dos elementos de enchimento que não estão apresentadas na tabela 3.2 podem ser adotadas, desde que superiores à mínima padronizada, podendo ser utilizadas, mediante acordo prévio e expresse entre fornecedor e comprador, desde que atendidas todas as demais disposições da NBR 14859.

### 3.1.4 Concreto que compõem as vigotas pré-fabricadas e o concreto complementar

Todo o concreto utilizado deve atender as normas brasileiras para a qualidade dos materiais e processo de fabricação presente na NBR 6118, NBR 8953, NBR 12654 e NBR 12655. O valor mínimo de resistência permitido é de 20 MPa (classe C20) para resistência característica a compressão aos 28 dias, referente à classe de agressividade I (CAA I).

A função principal da parcela de concreto empregado nas vigotas pré-fabricadas tipo trilho (vigota de concreto e protendida) é a de posicionar e proteger a armadura longitudinal de tração contra a corrosão. Deve-se sempre evitar o uso de vigotas com vazios (bicheiras).

O concreto complementar (capa de concreto) moldado em obra caracteriza-se por uma camada de concreto lançado sobre os elementos pré-fabricados, homogeneizando e interligando todos os elementos constituintes da laje. A capa ainda recebe uma armadura em forma de tela ou malha de fios (armadura de distribuição) com a função de distribuição dos esforços e de redução dos efeitos de fissuração.

Nas lajes com vigotas treliçadas têm-se a parcela de concreto para a capa e parte da nervura. Este concreto lançado na obra deve aderir ao concreto da vigota pré-fabricada, formando uma estrutura única (monolítica) e sem planos de deslocamento. A forma final da seção transversal é dada por esta parcela de concreto, resultando no elemento básico de resistência da estrutura.

Cuidados na execução do concreto devem ser tomados para evitar problemas de adensamento, assim como a realização da cura adequada da parcela moldada em obra (capa).

### 3.1.5 Altura da laje

A altura total da laje ( $h$ ) é resultado da soma da altura do elemento de enchimento ( $h_e$ ) com a altura da capa ( $h_c$ ). A NBR 14859-1 (ABNT, 2002) define alturas totais das lajes em função das alturas totais dos elementos de enchimento que somados à espessura da capa resultam nas alturas totais prescritas na tabela 3.3.

Tabela 3.3 Altura total ( $h$ )

Altura do elemento de enchimento ( $h_e$ ) (cm)	Altura total da laje ( $h$ ) (cm)
7,0	10,0; 11,0 ;12,0
8,0	11,0; 12,0; 13,0
10,0	14,0; 15,0
12,0	16,0; 17,0
16,0	20,0; 21,0
20,0	24,0; 25,0
24,0	29,0; 30,0
29,0	34,0; 35,0

As alturas totais podem ser alteradas para valores diferentes dos apresentados na Tabela 3.3, mediante acordo prévio e expresso entre fornecedor e comprador desde que atendidas todas as disposições da NBR 14859.

A escolha definitiva da altura total da laje fica condicionada à verificação dos Estados Limites Últimos e de Serviço segundo as normas de projeto.

A designação de nomenclatura para as lajes nervuradas com vigotas pré-fabricadas é feita em função da altura total da laje, devendo ser composta pela sigla referente ao tipo de vigota utilizado (LC- para vigotas de concreto, LP- para vigotas protendidas, LT- para vigotas treliçadas), seguida da altura total ( $h$ ), da altura do elemento de enchimento ( $h_e$ ), seguido do símbolo ``+ `` e da altura da capa ( $h_c$ ), sendo que todos os valores devem ser expressos em centímetros.

A tabela 3.4 apresenta modelos dessa nomenclatura. As siglas são referentes às vigotas pré-fabricadas de concreto armado (laje tipo trilho), de concreto protendido (laje tipo trilho) e de concreto armado com armadura em treliça (laje treliçada), respectivamente.

Tabela 3.4 Exemplos de designação da altura padronizada de lajes nervuradas com vigotas pré-fabricadas

Genérico	Exemplos
LC h (he+hc)	LC 11 (7+4)
LP h (he+hc)	LP 12 (8+4)
LT h (he+hc)	LT 30 (24+6)

Existe outra nomenclatura para lajes nervuradas com vigotas pré-fabricadas, indicada pela letra grega  $\beta$  seguida de um número, o qual representa a altura total da laje em centímetros. Esse foi o primeiro método de classificação utilizado. No mercado atual e, principalmente depois da regulamentação dada pela NBR 14859 (ABNT, 2002), essa nomenclatura não é mais tão comum de ser encontrada.

### 3.1.6 Altura da mesa ou espessura da capa ( $h_c$ )

A NBR 14859-1 (ABNT, 2002) define a capa como o complemento superior da laje, formada por concreto moldado no local e cuja espessura é medida a partir da face superior do elemento de enchimento.

A capa também é denominada de mesa de compressão (mesa de compressão para momentos fletores positivos).

A espessura mínima da capa é função da altura total da laje. A NBR 6118 (ABNT, 2007) limita a espessura da capa (mesa) a um mínimo de 3cm ou 1/15 da distância entre nervuras caso não haja tubulações horizontais embutidas, e a um mínimo de 4cm caso existam tubulações embutidas de diâmetros máximos igual a 12,5mm.

A NBR 14859-1 (ABNT, 2002) permite considerar a capa como parte resistente da laje se sua espessura for no mínimo igual a 3,0cm. Caso existam tubulações, a espessura da capa acima destas deverá ser de no mínimo 2,0cm. Devem ser observados ainda os limites indicados na tabela 3.5 para espessura mínima da capa, dados pela NBR 14859-1 (ABNT, 2002) em função da altura total da laje.

Tabela 3.5 Espessura mínima da capa (cm) para alturas totais padronizadas

Altura total da laje (cm)	10	11	12	13	14	16	17	20	21	24	25	29	30	34
Espessura Mínima da capa resistente (cm)	3	3	4	4	4	4	4	4	4	4	5	5	5	5

### 3.1.7 Altura da Vigota ( $h_v$ )

É definida como a distância entre o plano inferior e o plano superior da vigota. No caso de vigota treliçada, o topo do banzo superior determina o plano superior.

Para vigotas pré-fabricadas com armadura em treliça, a altura da vigota (distância entre o plano inferior do elemento pré-fabricado de concreto e o topo do banzo superior da treliça) é definida principalmente pela necessidade ou não de armadura de cisalhamento na laje.

Como recomendação construtiva segundo Silva (2005), no caso das nervuras necessitarem de armadura para resistir ao cisalhamento, a armadura lateral da treliça (diagonais) desempenhará essa função. Nesse caso a barra do banzo superior da treliça fica cerca de 1,5 cm a 2,0 cm abaixo da face superior da laje.

No caso das nervuras não necessitarem de armadura de cisalhamento, a função da armadura lateral da treliça é apenas construtiva, e a altura da treliça não fica vinculada à altura da laje. A escolha da altura para a treliça definirá somente a capacidade portante da vigota durante a fase de montagem. Normalmente se adota o valor mínimo que é de 8cm.

Alturas de treliça maiores permitirão adotar um espaçamento maior entre linhas de escora.

### 3.1.8 Largura da mesa ou largura colaborante ( $b_f$ )

A largura da mesa é função do intereixo adotado e pode ser obtida a partir das recomendações da NBR 6118 (ABNT, 2007) que trata do cálculo de largura colaborante de vigas de seção transversal em forma de T.

### 3.1.9 Largura das nervuras ( $b_w$ )

No projeto de lajes nervuradas com vigotas pré-fabricadas a largura das nervuras não apresenta variações amplas nas dimensões usualmente adotadas. Como a dimensão do entreixo varia de 40 a 50 cm, descontando os blocos de enchimento, as nervuras acabam apresentando larguras de 10 a 15 cm.

No caso de vigotas com armadura em treliça, a largura das nervuras é igual à largura do elemento pré-fabricado de concreto, normalmente 12 cm ou 13 cm, descontando-se 1,5 cm de cada lado para apoio dos elementos de enchimento.

Valores maiores de nervuras geralmente se aplicam para casos onde a densidade de armadura é grande, ou a força cortante na nervura for elevada. Esta segunda situação normalmente acontece quando se tem parede de alvenaria, transversal às nervuras, muito próxima ao apoio da laje.

Quando da adoção de valores maiores para a largura das nervuras, deve-se aumentar também a largura do elemento pré-fabricado de concreto para que se mantenha um espaço mínimo de 1,5 cm para o apoio dos elementos de enchimento.

A NBR 6118 (ABNT, 2007) prescreve que a largura das nervuras não deve ser inferior a 5 cm, não sendo permitido o uso de armadura de compressão em nervuras de espessura inferior a 8cm.

### 3.1.10 Armadura complementar

É definida como toda armadura adicionada na obra, durante a montagem da laje. Esta armadura deve ser especificada no projeto estrutural da laje.

A armadura complementar pode ser longitudinal, transversal, de distribuição, superior de tração, sendo essas armaduras previstas pela NBR 14859-1 (ABNT, 2002).

Como recomendação construtiva têm-se que para lajes com vigotas treliçadas a utilização de armadura longitudinal complementar, cuja função é complementar a armadura passiva inferior de tração necessária, quando esta não é atendida somente com a armadura da vigota treliçada.



A armadura transversal é aquela que compõe a armadura das nervuras transversais existentes na laje (nervuras perpendiculares às principais).

A armadura superior de tração é disposta sobre os apoios nas extremidades das vigotas, no mesmo alinhamento das nervuras longitudinais (NL) e posicionada na capa. Proporciona a continuidade das nervuras longitudinais (NL) com o restante da estrutura, o combate à fissuração e a resistência ao momento fletor negativo, de acordo com o projeto da laje.

A figura 3.12 apresenta o arranjo da armadura complementar presentes em vigotas com armadura treliçada.

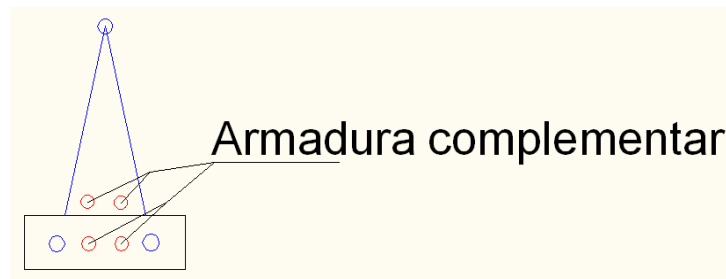


Figura 3.12 – Armadura complementar em vigotas treliçadas.

A armadura de distribuição é posicionada na capa de concreto (parte superior da laje) nas direções transversal e longitudinal, para a distribuição das tensões oriundas de ações concentradas e também para o controle da fissuração. Essa armadura pode ser montada com barras distribuídas uniformemente entre os elementos de enchimento e a capa (mesa da laje), e também com tela soldada.

A figura 3.13 apresenta a disposição da armadura de distribuição em uma laje com vigotas treliçadas e blocos de enchimento de EPS.

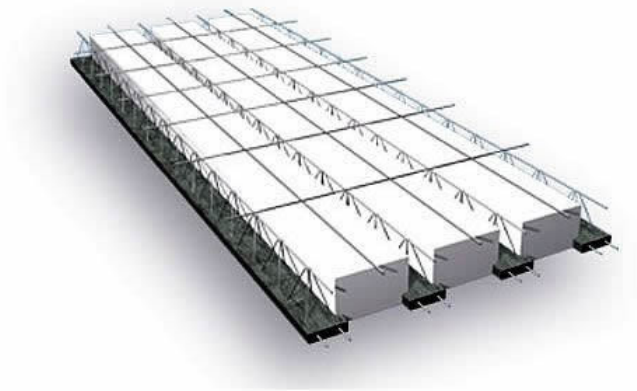


Figura 3.13 - Armadura de distribuição presente na capa de concreto  
 Fonte: (www.romalajes.com.br)

De acordo com a NBR 14859-1 (ABNT, 2002), a armadura de distribuição deve ter seção de no mínimo  $0,9\text{cm}^2/\text{m}$  para CA-25 e de  $0,6\text{cm}^2/\text{m}$  para ações CA-50 e CA-60 e tela soldada contendo pelo menos três barras por metro (tabela 3.6).

Tabela 3.6: Área mínima e quantidade de armadura de distribuição

Aço	Área mínima	Número de barras/m	
		Ø 5,0 mm	Ø 6,3 mm
CA-25	$0,9\text{ cm}^2/\text{m}$	5	3
CA-50, CA-60 e tela soldada	$0,6\text{ cm}^2/\text{m}$	3	3

Segundo a NBR 6118 (ABNT, 2007) a armadura de distribuição para controle da fissuração, deve ser prevista armadura adicional em malha uniformemente distribuída em duas direções para no máximo 20% dos esforços totais, completando a armadura principal, calculada com uma resistência de cálculo de 80 % de  $f_{yd}$ .

### 3.1.11 A armadura das vigotas

Nas vigotas de concreto (tipo trilho) é disposta apenas longitudinalmente, sendo composta por fios ou barras de aço destinado a armaduras para concreto armado (que atendam as especificações da NBR 7480 (ABNT, 2007)).

Para resistir às tensões de tração por ação dos momentos fletores positivos essa armadura é colocada na parte inferior da vigota, retilineamente. Caso necessário, também se utiliza uma armadura superior construtiva.

Nas vigotas em concreto protendido do tipo trilho também é apenas longitudinal, sendo composta por fios de aço para concreto protendido (que atendam as especificações da NBR 7482 (ABNT, 2008)). Essa armadura é colocada na parte inferior e superior da vigota, retilineamente, e destina-se à aplicação da força de protensão.

Nas vigotas do tipo treliçada a armadura é composta por uma treliça espacial pré-fabricada. Essa treliça é constituída por dois fios de aço paralelos na base (banzo inferior) e um fio de aço no topo (banzo superior), interligados por eletrofusão aos dois fios de aço diagonais (sinusóides), cujo arranjo final esta disposto na figura 3.14.

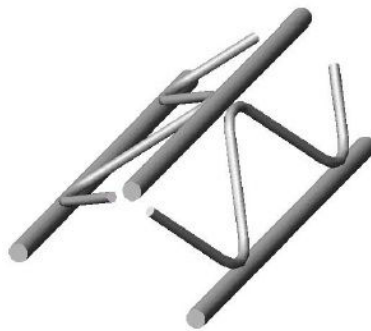


Figura 3.14 - Armadura pré-fabricada da vigota treliçada  
Fonte: ([www.comunidadeconstrucao.com.br](http://www.comunidadeconstrucao.com.br))

Os fios ou barras de aço do banzo inferior desempenham a função de resistir às tensões de tração por ação dos momentos fletores positivos, enquanto que o do banzo superior não é considerado nos cálculos, sendo empregado apenas por facilidade de fabricação. As diagonais da treliça podem funcionar como armadura de cisalhamento, e proporcionam uma excelente ligação entre o concreto da vigota e o concreto moldado no local.

Segundo a NBR 14862 (ABNT, 2002), as armaduras treliçadas devem ser designadas pela abreviatura de armadura treliçada (TR), seguindo da altura (em centímetros, sem casas decimais) e do diâmetro dos fios que as compõem (banzo superior, diagonais e banzo inferior, respectivamente, em milímetros, sem casas decimais).

No caso da utilização de aço CA-50 para algumas das partes da treliça (banzo inferior, diagonais ou banzo superior), deve-se acrescentar a letra A em seguida ao número indicativo da bitola correspondente. Porém, se a armadura for composta integralmente por aço CA-60, não há nenhuma designação.

Na tabela 3.7 estão indicadas as prescrições da NBR 14859-1 (ABNT, 2002) para a utilização de aço em lajes com vigotas pré-fabricadas. Outras dimensões, desde que superiores às mínimas padronizadas, podem ser utilizadas, mediante acordo prévio e expresso entre fornecedor e comprador.

Tabela 3.7 Aço para utilização em lajes com vigotas pré-fabricadas

Produto	Norma	Diâmetro nominal mínimo (mm)	Diâmetro nominal máximo (mm)
Barras/fios de aço CA-50 / CA-60	NBR 7480:2007	6,3 (CA-50) 4,2 (CA-60)	20,0 (CA-50) 10,0 (CA-60)
Tela de aço eletrossoldada	NBR 7481:1990	3,4	-
Fios de aço para protensão	NBR 7482:2008	3	-
Cordoalhas de aço para protensão	NBR 7483:2008	3 x 3,0	-
Armadura treliçada eletrossoldada	NBR 14862:2002	Diagonal: 3,4 Banzo Superior: 6,0 Banzo inferior: 4,2	Diagonal: 7,0 Banzo superior: 12,5 Banzo inferior: 12,5

## 3.2 Verificações do Estado Limite Último

### 3.2.1 Dimensionamento ao momento fletor de lajes nervuradas com vigotas pré-fabricadas

No dimensionamento a flexão deste tipo de laje, o primeiro passo é determinar o momento fletor máximo atuante nas nervuras. No caso de nervuras unidirecionais, pode ser utilizado o modelo de viga isolada ou o modelo de grelha para a obtenção dos esforços nas nervuras. Quando existem nervuras transversais, o modelo de grelha é mais recomendado. Maiores detalhes sobre os modelos estruturais utilizados na análise de lajes nervuradas com vigotas pré-fabricadas podem ser encontrados no capítulo 4.

Duas situações de projeto devem ser analisadas: o caso de nervuras com apoios intermediários (lajes com vigotas com grande comprimento ou continuidade na direção das vigotas em planos de lajes diferentes) ou balanços, e nervuras simplesmente apoiadas nas extremidades, caso este analisado nos exemplos numéricos do capítulo 5.

Obtidos os momentos fletores solicitantes nas nervuras, e conhecidas às dimensões da seção transversal e as características mecânicas do concreto e do aço, é possível determinar a armadura longitudinal necessária, e detalhá-la. Em geral, o dimensionamento à flexão das nervuras recai no domínio 2 de deformações. As armaduras mínimas de flexão devem ser verificadas, conforme a NBR 6118.

Para a consideração da contribuição da capa, devem ser adotadas as recomendações da NBR 6118 (item 14.6.2.2) para a determinação da largura colaborante de seções tipo T.

No caso de lajes contínuas, existem certos pontos a serem analisados. Na região próxima aos apoios intermediários tem-se dificuldade em algumas situações para determinar com precisão o momento fletor negativo a considerar no cálculo elástico, ocorrendo então a plastificação do concreto, com o surgimento de uma rótula plástica no apoio. Em consequência da plastificação do concreto não se consegue definir com exatidão qual o momento fletor negativo a considerar, pois a hipótese de comportamento elástico não corresponde à situação real.

Em função dos valores imprecisos de momento fletor negativo, usualmente admite-se que os elementos lineares pré-fabricados sejam sempre simplesmente apoiados, o que resulta em momentos positivos maiores que em elementos contínuos. Para um mesmo carregamento, esta consideração resulta em seções maiores ou em limitações do vão a ser vencido e valores de flecha maiores.

A continuidade nas lajes apresenta vantagens como a redução da seção ou menor limitação do vão a ser vencido e também redução das flechas.

Para aproveitar as vantagens da continuidade, Furlan Junior et al. (2002) propõem uma solução para obter regiões comprimidas suficientes para resistir ao momento fletor negativo total encontrado pelo cálculo elástico: a utilização de uma seção maciça de concreto junto ao

apoio intermediário das nervuras. Essa região maciça é obtida substituindo o material de enchimento por concreto, exigindo-se o uso de forma e escoramento para a sua concretagem.

A figura 3.15 ilustra a região maciça proposta por Furlan Junior et al. (2002) para lajes contínuas com vigotas pré-fabricadas.

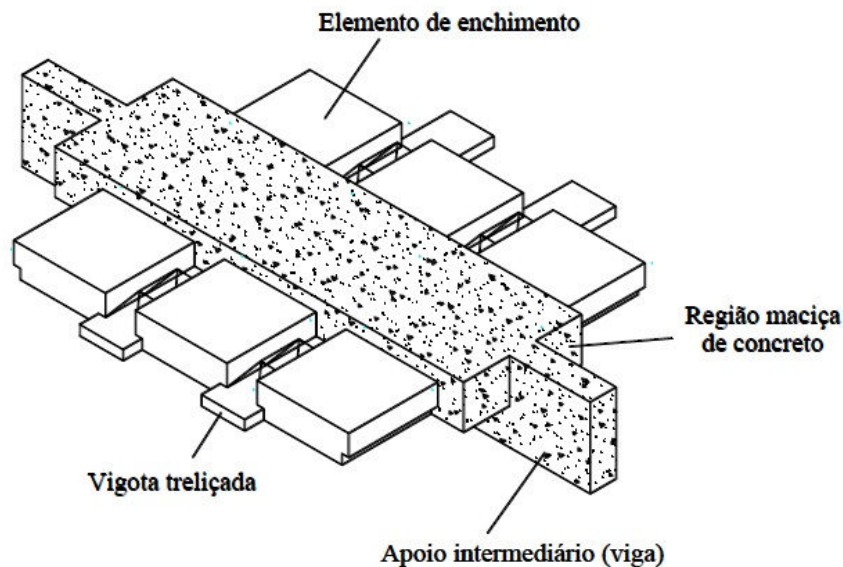


Figura 3.15- Seção intermediária em nervuras de lajes contínuas.  
Fonte: Silva (2005)

### 3.2.2 Verificação ao cisalhamento das lajes nervuradas com vigotas pré-fabricadas

O NBR 6118 define parâmetros para a verificação do cisalhamento das nervuras segundo o espaçamento entre eixos das mesmas. Para lajes com espaçamento entre eixos de nervuras menor ou igual a 65 cm, permite-se a verificação do cisalhamento da região das nervuras com o emprego dos critérios de laje. Para lajes com espaçamento entre eixos de nervuras entre 65 cm e 110 cm, as nervuras devem ser verificadas ao cisalhamento como vigas. A verificação com critérios de laje ainda é possível se o espaçamento entre eixos de nervuras não for superior a 90 cm e a largura média das nervuras for maior que 12 cm.

Utilizando os critérios de laje, as nervuras podem prescindir de armadura transversal para resistir aos esforços de tração causados pela força cortante. Conforme o item 19.4.1 da NBR 6118, a dispensa de armadura transversal é permitida quando a força cortante solicitante de cálculo ( $V_{sd}$ ) for menor ou igual à resistência de projeto ao cisalhamento ( $V_{rd1}$ ):

$$V_{sd} \leq V_{rd1} = [\tau_{Rd} \cdot k \cdot (1,2 + 40 \cdot \rho_1)] b_w \cdot d \quad (\text{Equação 3.1})$$

onde:

$\tau_{Rd}$  é a tensão resistente de cálculo do concreto ao cisalhamento, obtida por:

$$\tau_{Rd} = 0,25 \cdot f_{ctd} = 0,25 \cdot f_{ctk,inf} / \gamma_c \quad (\text{Equação 3.2})$$

$$f_{ctk,inf} = 0,7 \cdot f_{ctm}$$

$f_{ctm}$  é a resistência média à tração do concreto;

$\gamma_c$  é o coeficiente de ponderação de resistência do concreto (igual a 1,4).

$k = (1,6 - d) \geq 1$  (com  $d$  em metros)

$d$  é a altura útil da nervura;

$$\rho_1 = \frac{A_{s1}}{b_w \cdot d} \leq 0,02 \quad (\text{Equação 3.3})$$

$A_{s1}$  é a área de armadura de flexão tracionada da nervura.  $b_w$  é a largura da seção da nervura

Para as vigotas pré-fabricadas com armação treliçada, embora as diagonais (sinusóides) da treliça espacial colocada neste tipo de vigota possam contribuir para a resistência ao cisalhamento, não é usual contar com essa contribuição. Sendo necessário o uso de armadura transversal nas nervuras, podem-se empregar estribos abertos ou fechados para a mesma.

### 3.2.3 Verificação da capa de concreto

A verificação da capa de concreto deve obedecer às seguintes condições segundo a NBR 6118:

- para lajes com espaçamento entre eixos de nervuras menor ou igual a 65 cm, pode ser dispensada a verificação da flexão da mesa (capa).
- para lajes com espaçamento entre eixos de nervuras entre 65 cm e 110 cm, exige-se a verificação da flexão da mesa (capa) .
- para lajes nervuradas com espaçamento entre eixos de nervuras maior que 110 cm, a mesa (capa) deve ser projetada como laje maciça, apoiada na grelha de vigas (nervuras), respeitando-se os seus limites mínimos de espessura.

## 3.3 Verificações do Estado Limite de Serviço

### 3.3.1 ELS de Deformações Excessivas

Segundo a NBR 14859, deve-se dar atenção especial à verificação de flechas em lajes pré-fabricadas no projeto estrutural. No cálculo das flechas, devem-se levar em conta os efeitos da fissuração e da fluência (deformação lenta) do concreto.

Para a consideração dos efeitos da fissuração do concreto, a NBR 6118 propõe o uso de uma rigidez à flexão equivalente. Para a consideração dos efeitos da fluência, pode-se utilizar o procedimento simplificado descrito no item 17.3.2 da NBR 6118. Maiores detalhes sobre a consideração dos efeitos da fissuração e da fluência são descritos no capítulo 4.

As empresas fabricantes de lajes com vigotas pré-fabricadas em geral dispõem de tabelas que podem servir para o dimensionamento das lajes, reduzindo o processo de cálculo. Entretanto, estas tabelas não levam em conta os efeitos da fissuração e da fluência nas flechas, gerando possíveis erros na escolha da laje mais adequada para uma determinada situação.

As flechas nas lajes não devem ultrapassar os deslocamentos limites recomendados na NBR 6118 na verificação do estado limite de deformações excessivas da estrutura. A tabela



13.2 da NBR 6118 apresenta os limites de deslocamentos para diversas situações em que as deformações excessivas podem prejudicar a construção ou causar desconforto aos usuários da mesma.

Tabela 3.8 Limites para deslocamentos.

Tipo do efeito	Razão da limitação	Exemplo	Deslocamento a considerar	Deslocamento limite
Aceitabilidade de sensorial	Visual	Deslocamentos visíveis em elementos estruturais	Total	$\ell / 250$
	Outro	Vibrações sentidas no piso	Devido a cargas acidentais	$\ell / 350$
Efeitos estruturais em serviço	Superfícies que devem drenar água	Coberturas e varandas	Total	$\ell / 250$
	Pavimentos que devem permanecer planos	Ginásios e pistas de boliche	Total	$\ell / 350 + \text{contraflecha}$
			Ocorrido após a construção do piso	$\ell / 600$
Elementos que suportam equipamentos sensíveis	Laboratórios	Ocorrido após nivelamento do equipamento	De acordo com recomendação do fabricante do equipamento	
Efeitos em elementos não estruturais	Paredes	Alvenaria, caixilhos e revestimentos	Após a construção da parede	$\ell / 500$ ou 10 mm ou $\theta = 0,0017 \text{ rad}$
		Divisórias leves e caixilhos telescópicos	Ocorrido após a instalação da divisória	$\ell / 250$ ou 25 mm
		Movimento lateral de edifícios	Provocada pela ação do vento para combinação frequente	$H / 1700$ ou $H / 850$ entre pavimentos
		Movimentos térmicos verticais	Provocado por diferença de temperatura	$\ell / 400$ ou 15mm
	Forros	Movimentos térmicos horizontais	Provocado por diferença de temperatura	$H / 500$
		Revestimentos colados	Ocorrido após construção do forro	$\ell / 350$
		Revestimentos pendurados ou com juntas	Deslocamento ocorrido após construção do forro	$\ell / 175$
	Pontes rolantes	Desalinhamento de trilhos	Deslocamento provocado pelas ações decorrentes da frenagem	$H / 400$
Efeitos em elementos estruturais	Afastamento em relação às hipóteses de cálculo adotadas	Se os deslocamentos forem relevantes para o elemento considerado, seus efeitos sobre as tensões ou sobre a estabilidade da estrutura devem ser considerados, incorporando-as ao modelo estrutural adotado.		

### 3.3.2 ELS de Abertura de Fissuras

Na tabela 13.3 da NBR 6118 encontram-se valores limites para a abertura de fissuras no concreto em função da classe de agressividade ambiental.

Embora as vigotas sejam elementos pré-fabricados, as mesmas podem sofrer fissuração devido a grande variabilidade e à baixa resistência do concreto à tração, mesmo sobre as ações de serviço. Com a finalidade de obter bom desempenho relacionado à proteção das armaduras quanto à corrosão e à aceitabilidade sensorial dos usuários, deve-se controlar a abertura dessas fissuras.

As fissuras podem ainda ocorrer por outras causas, como retração plástica térmica ou devido a reações químicas internas do concreto nas primeiras idades, devendo ser evitadas ou limitadas por cuidados tecnológicos, especialmente na definição do traço e na cura do concreto.

A tabela 3.9 apresenta os valores máximos recomendados pela NBR 6118 para abertura característica de fissuras ( $w_k$ ).

Tabela 3.9: Exigências de durabilidade relacionadas à fissuração e à proteção da armadura, em função das classes de agressividade ambiental.

Tipo de concreto estrutural	Classe de agressividade ambiental (CAA) e tipo de protensão)	Exigências relativas à fissuração	Combinação de ações em serviço a utilizar
Concreto simples	CAA I a CAA IV	Não há	-
Concreto armado	CAA I	ELS-W $w_k \leq 0,4mm$	Combinação frequente
	CAA II a CAA III	ELS-W $w_k \leq 0,3mm$	
	CAA IV	ELS-W $w_k \leq 0,2mm$	
Concreto protendido nível 1 (protensão parcial)	Pré-tração com CAA I ou Pós-tração com CAA I e II	ELS-W $w_k \leq 0,2mm$	Combinação frequente
Concreto protendido nível 2 (protensão limitada)	Pré-tração com CAA II ou Pós-tração com CAA II e IV	Verificar as duas condições abaixo	
		ELS-F	Combinação frequente
		ELS-D	Combinação quase permanente
Concreto protendido nível 3 (protensão completa)	Pré-tração com CAA III e IV	Verificar as duas condições abaixo	
		ELS-F	Combinação rara
		ELS-D	Combinação frequente

Fonte: NBR 6118

## 4 ANÁLISE ESTRUTURAL

Neste capítulo são abordados alguns modelos estruturais utilizados na análise estrutural de lajes treliçadas, com destaque maior para o modelo de grelha. Também são abordados os tipos de análise usualmente empregados nessas lajes para a consideração da não-linearidade física dos materiais.

Em qualquer modelo, é imprescindível que a qualidade dos materiais e elementos constituintes da laje esteja de acordo com as recomendações das normas para os elementos de enchimento e para o concreto.

O arranjo das vigotas pré-fabricadas em conjunto com os blocos de enchimento confere seção transversal em forma de ``T'', fato que influencia o cálculo das propriedades da nervura, especialmente nos modelos que empregam elementos de viga e de grelha.

O dimensionamento frente aos Estados Limites Últimos e as verificações do Estado Limite de Serviço seguem as prescrições das normas brasileiras. As dimensões da seção transversal adotada devem estar de acordo com as especificações de norma apresentadas no capítulo 3.

### 4.1 Modelos estruturais para cálculo de esforços e deslocamentos

No projeto estrutural de um pavimento, as dimensões adotadas para as seções de vigas e lajes dependem dos esforços e deslocamentos atuantes nesse pavimento. Assim, é fundamental conhecer os diferentes modelos estruturais e tipos de análise que podem ser empregados no processo de dimensionamento.

O projeto de qualquer elemento estrutural requer a escolha de seções que atendam as verificações dos Estados Limites, evitando estruturas subdimensionadas ou superdimensionadas.

Para o projeto de lajes nervuradas com vigotas pré-fabricadas, existem algumas opções de modelos que podem ser utilizados: desde os mais simples, que não requerem ferramentas computacionais, até os mais complexos, onde o uso do computador torna-se indispensável.

O tipo de análise a ser empregado também influencia a qualidade dos resultados obtidos. A análise linear, por meio de suas simplificações nas propriedades do concreto e do aço, proporciona um processo de cálculo direto, com complexidade reduzida, podendo

fornecer resultados satisfatórios em muitos casos. Contudo, somente a análise não linear representa o real comportamento da estrutura sob os efeitos da não linearidade física dos materiais. Logo os resultados por esta análise exprimem com mais veracidade o real comportamento das lajes treliçadas.

Neste item são abordados alguns modelos aplicados para análise estrutural de lajes nervuradas com vigotas pré-fabricadas, a saber: modelos de nervura isolada, modelos de grelha equivalente e os modelos baseados no método dos elementos finitos e das diferenças finitas. Estes são considerados os principais e mais usados na análise estrutural de pavimentos por programas computacionais.

#### 4.1.1 Modelo com nervuras isoladas (vigas isoladas)

O modelo de nervura isolada aplicado nas lajes com vigotas pré-fabricadas considera cada nervura que compõe a laje como um elemento de viga. Dessa forma, a configuração da laje é a de um conjunto de vigas paralelas que trabalham independentes.

Em geral, para cada nervura, associa-se uma área de influência de laje, a qual define o valor do carregamento a ser distribuído na nervura. Nesse modelo, o carregamento é transferido aos apoios da laje apenas nos lados onde as nervuras estão apoiadas.

Como a resolução deste modelo consiste no simples dimensionamento de uma viga, a quantidade de cálculos torna-se reduzida. O modelo não requer a utilização de programas computacionais e pode ser útil para um pré-dimensionamento ou até mesmo para um dimensionamento mais simplificado.

Para o dimensionamento ao momento fletor e cálculo da armadura de flexão nas nervuras, considera-se a seção de máximo momento atuante. A título de exemplo, supondo que a nervura receba apenas cargas uniformemente distribuídas e que não haja transmissão de momentos fletores para o apoio, o cálculo do momento máximo recai na expressão bastante conhecida para o caso de viga simplesmente apoiada:

$$M_{m\acute{a}x} = \frac{p \cdot L^2}{8} \quad (\text{Equação 4.1})$$

onde  $p$  é a carga uniformemente distribuída e  $L$  é o vão da viga isolada.

Nas verificações do Estado Limite de Deformações Excessivas, este modelo é usualmente empregado em conjunto com uma análise linear modificada, seguindo as prescrições da NBR 6118 para consideração da não linearidade física decorrente da fissuração do concreto.

O modelo de viga isolada apresenta como desvantagem o fato de não considerar a contribuição da capa de concreto na rigidez da laje (ou seja, a capa é considerada apenas como carga vertical). Além disso, pela própria simplicidade e pelo fato de empregar elemento de viga unidirecional, o modelo torna-se bastante limitado no caso de lajes que possuem nervuras nas duas direções (nervuras longitudinais e transversais).

#### 4.1.2 Analogia de grelha (Grelha equivalente)

A modelagem de lajes com grelhas (analogia de grelha) vem sendo muito utilizada na análise estrutural de pavimentos, tanto por pesquisadores quanto por projetistas, e em programas comerciais de cálculo estrutural. A maior utilização dos recursos computacionais e os resultados satisfatórios fornecidos tornam os modelos de grelha atrativos para serem aplicados no projeto de pavimentos.

Segundo as bibliográficas específicas pesquisada neste trabalho (Droppa (1999), Dias (2003) e Santos (2005)), o processo utilizado anteriormente ao modelo de grelha envolvia a teoria de placas, porém a complexidade e a limitação dos métodos clássicos da elasticidade inerentes ao seu processo de cálculo dificultavam as análises a serem feitas em lajes.

A analogia de grelha foi proposta primeiramente por Marsh em 1904, quando o mesmo substituiu uma laje maciça uniformemente carregada por uma malha de vigas que se cruzavam. Em suas análises este não considerou o efeito dos momentos torçores da placa, gerando assim um erro de 25% nos momentos fletores para uma placa simplesmente apoiada.

Na evolução deste modelo, Marcus em 1932 empregou a analogia de grelha para calcular os esforços solicitantes em placas com bordas indeslocáveis. Na época o mesmo não dispunha de computadores, resultando na adoção de processos aproximados para resolver as lajes.

Em 1952 Ewell, Okubo e Abrams apresentaram um método denominado “Método de Analogia de Grelha”, no qual a influência do momento torçor foi considerada de maneira direta e imediata. A placa maciça (laje) foi inicialmente dividida em faixas nas direções

ortogonais escolhidas e, posteriormente, substituídas por vigas equivalentes, com as mesmas propriedades de flexão e torção. Nestas, foram calculados os esforços e deslocamentos, fazendo-se a compatibilização de momentos torçores e fletores por nós, ou pontos de cruzamento das vigas da grelha.

O procedimento computadorizado com a analogia de grelha foi utilizado por Lightfoot e Sawko, em 1959. Como esta grelha utiliza com elementos lineares, ou elementos de barra, a resolução da estrutura torna-se um problema simples de análise matricial. Dessa forma, o alto grau de hiperestaticidade e deslocabilidade das grelhas não é problema para se resolver a estrutura.

No mercado atual, modelo de grelha equivalente é usado em muitos programas de análise de estruturas de pavimentos e de fundações como radiers, sendo de grande aceitação do meio profissional.

Nas lajes maciças, a analogia de grelha consiste em substituir a placa (laje) por uma malha equivalente de vigas (grelha equivalente), a qual passa a representar a placa para efeito de cálculo. Este modelo permite a análise integrada do pavimento, levando em consideração a interação entre vigas e lajes, a influência da flexibilidade dos apoios, da rigidez à torção (tanto das lajes como das vigas). Diferente do método clássico de lajes isoladas baseado na Teoria da Elasticidade, a modelagem em grelha permite a análise de lajes com diversos formatos em planta, a inclusão de apoios elásticos (pilares ou solo) e de diversos tipos de carregamento (como cargas concentradas pontuais e efeitos de variação de temperatura). Nesse modelo, também é possível incluir os efeitos da não linearidade dos materiais nas propriedades de rigidez dos elementos.

As rigidezes longitudinal e transversal da laje são concentradas nas barras longitudinais e transversais da grelha respectivamente. A figura 4.1 demonstra como uma laje fica disposta através da analogia de grelha.

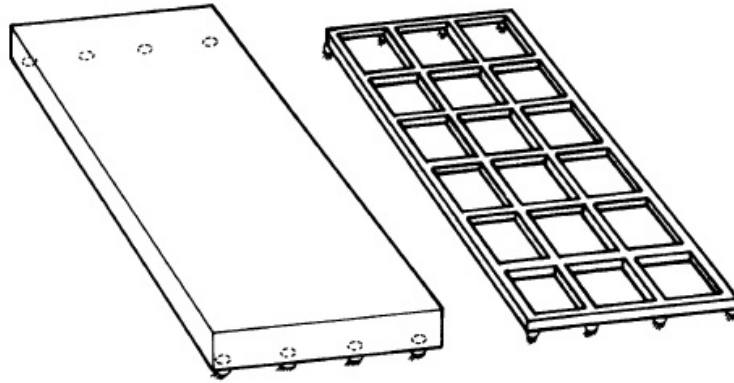


Figura 4.1 - Analogia de grelha para lajes.  
Fonte: (Hambly, 1991)

#### 4.1.2.1 A Analogia de Grelha aplicada às lajes nervuradas

A analogia de grelha é um modelo bastante indicado para resolver estruturas formadas por lajes nervuradas, principalmente quando comparada com a teoria das lajes isótropas.

Para lajes nervuradas com vigotas pré-fabricadas, a malha do modelo de grelha é definida em função da localização das nervuras e em função das barras que representarão a capa de concreto (placa). Nas lajes com nervuras em uma direção (unidirecionais), a localização das barras é definida nesta direção. As barras perpendiculares às nervuras representam a capa de concreto complementar moldado no local, podendo-se variar o número destas barras em função da malha adotada.

No caso de lajes nervuradas armadas nas duas direções, a malha da grelha já estará definida para as duas direções em função das nervuras inerentes ao sistema e em função das barras que representarão a capa de concreto.

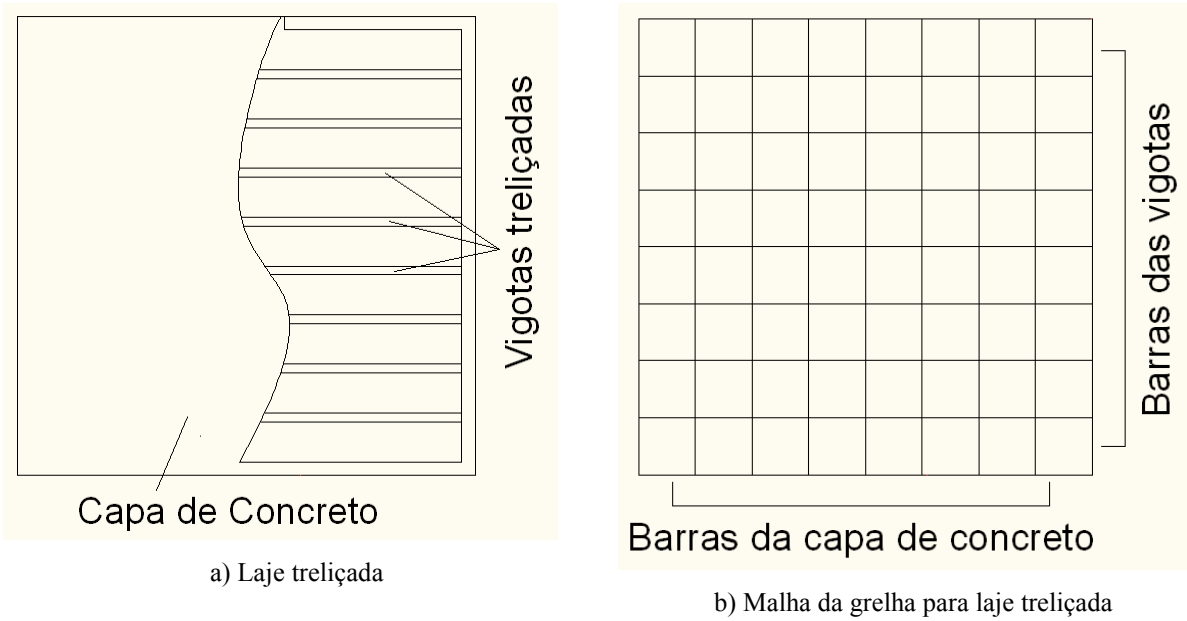


Figura 4.2 Analogia de grelha aplicada em uma laje.

A figura 4.3 ilustra a seção da barra que representa a capa de concreto, em função da malha da grelha. Em muitos casos, procura-se adotar uma malha com dimensões iguais. Logo, os valores adotados são função do intereixo das nervuras longitudinais.

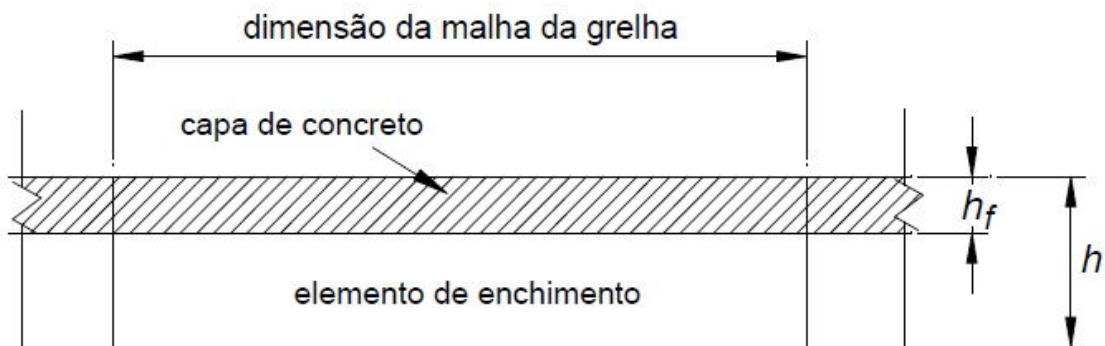


Figura 4.3 - Seção considerada para a capa de concreto.  
Fonte Droppa (1999)

É comum que o carregamento atuante na laje seja aplicado como forças concentradas diretamente nos nós da grelha, em função das áreas de influência ( $A_i$ ) de cada respectivo nó.



A figura 4.4 representa esta área de influência para um nó genérico  $i$ , onde  $l$  representa a largura de cada elemento da malha.

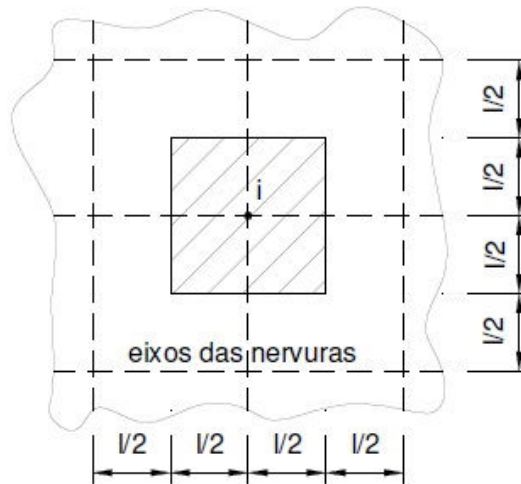


Figura 4.4 - Área de influência para os nós de uma grelha.  
Fonte: (Droppa, 1999)

Outra maneira de aplicar o carregamento da laje nas barras é de maneira uniformemente distribuída ao longo das barras da grelha em função das áreas de carga que cada barra absorve. Assim, pode-se imaginar a laje nervurada constituída de várias lajes menores apoiadas nas nervuras, onde as ações serão distribuídas como reações de apoio às nervuras.

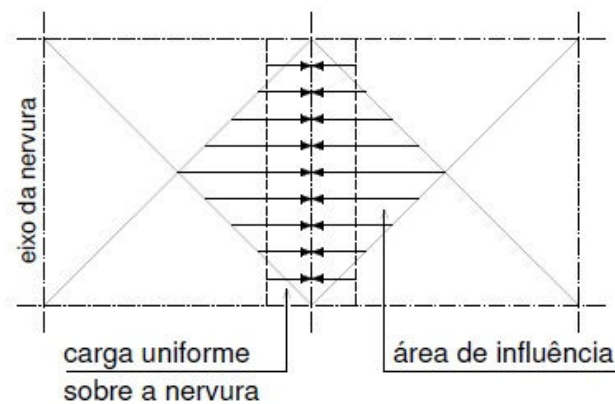


Figura 4.5 - Carregamento uniformemente distribuído nas barras da grelha.  
Fonte: Droppa (1999)

Embora este processo represente com mais fidelidade as lajes submetidas a cargas distribuídas, as diferenças não costumam ser relevantes em relação ao processo que aplica cargas concentradas nos nós, especialmente quando a discretização da laje (malha) é adequada.

Com base na análise matricial de estruturas reticuladas, a matriz de rigidez elástica-linear de um elemento de grelha no sistema local indicado na figura 4.6 é dada pela equação 4.2.

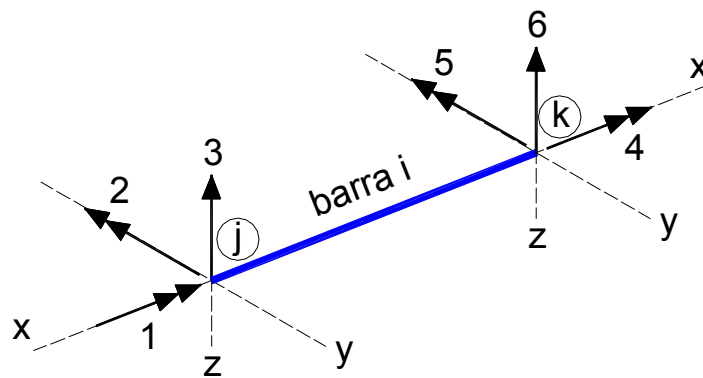


Figura 4.6 - Sistema Local de Referência – elemento de grelha

$$k_{\text{grelha}} = \begin{bmatrix} \frac{12EI_F}{L^3} & 0 & -\frac{6EI_F}{L^2} & \frac{12EI_F}{L^3} & 0 & -\frac{6EI_F}{L^2} \\ \cdot & \frac{GI_T}{L} & 0 & 0 & -\frac{GI_T}{L} & 0 \\ \cdot & \cdot & \frac{4EI_F}{L} & \frac{6EI_F}{L^2} & 0 & \frac{2EI_F}{L} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \frac{12EI_F}{L^3} & 0 & \frac{6EI_F}{L^2} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \frac{GI_T}{L} & 0 \\ \text{sim.} & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \frac{4EI_F}{L} \end{bmatrix} \quad (\text{Equação 4.2})$$

onde

E é o módulo de elasticidade longitudinal;

$G$  é o módulo de elasticidade transversal;

$\nu$  é o coeficiente de Poisson;

$I_F$  é o momento de inércia à flexão;

$I_T$  é o momento de inércia à torção;

$L$  é o comprimento da barra.

A Equação 4.2 permite a visualização dos parâmetros necessários para a completa definição do modelo de grelha, tanto com relação às propriedades geométricas das seções (barras que representam nervuras e capa) quanto com relação às propriedades do concreto.

As propriedades elástico-lineares do material concreto são abordadas no item 4.2.

Quanto às propriedades geométricas das seções, algumas considerações e observações são apresentadas a seguir.

#### *Momento de inércia à torção:*

Os momentos de torção que ocorrem na maioria das grelhas são esforços advindos da compatibilidade de deformações. À medida que se reduz a rigidez à torção da barra de grelha, os momentos de torção também são reduzidos.

Para o cálculo das peças no Estado Limite Último, a norma brasileira NBR 6118 (ABNT, 2007) permite desprezar os momentos de torção quando estes não são necessários ao equilíbrio (ou seja, o caso de torção de compatibilidade).

Vários autores comentam que não se pode adotar o valor integral da inércia à torção elástica-linear na análise estrutural, pois mesmo antes de receber carregamento, a estrutura já apresenta microfissuras na interface entre a pasta e o agregado que foram geradas durante a cura do concreto. CARVALHO (1994) recomenda que seja utilizada apenas 10% da inércia à torção elástica (não fissurada) para a consideração do efeito da fissuração do concreto.

De maneira aproximada, a NBR 6118 permite que os efeitos da fissuração do concreto sejam considerados em vigas de grelhas e pórticos espaciais com o emprego de 15% da rigidez à torção elástica. Assim, no cálculo do momento de inércia à torção, dois valores devem ser calculados: a inércia da seção não fissurada  $I_T$  (Estádio I) e a da seção fissurada (Estádio II), igual a  $0,15I_T$ . De forma similar, as recomendações do CEB-FIP MC 90 (1993)

resultam nos seguintes valores de momento de inércia à torção:  $0,72.I_T$  para o Estádio I e  $0,12.I_T$  para o Estádio II.

Neste trabalho, o cálculo do momento de inércia à torção das barras do modelo de grelha é feito considerando uma faixa de largura  $b$  representada por cada barra. Para as barras que representam a capa do concreto, o momento de inércia à torção foi tomado como sendo o dobro do momento de inércia à flexão, esta consideração segue o recomendado por Hambly (1991), onde o mesmo estuda e verifica que tal simplificação é coerente na análise da capa de concreto em lajes com vigotas pré-fabricadas. Para o cálculo do momento de inércia à torção das barras que representam as nervuras, utilizou-se a expressão apresentada por Gere e Weaver (1981), referente à seção não fissurada:

$$I_T = \beta.b^3.h \quad (\text{Equação 4.3})$$

onde:

$b$  menor dimensão da seção considerada;

$h$  maior dimensão da seção considerada.

$$\beta = \frac{1}{3} - \left(0,21 \cdot \frac{b}{h}\right) \left[1 - \frac{1}{12} \left(\frac{b}{h}\right)^4\right]$$

No caso de seção “T” divide-se esta em retângulos, obtendo a inércia à torção total ( $I_T$ ) como a soma dos valores dos retângulos parciais. Admite-se que cada retângulo parcial gira em torno do respectivo centro de cisalhamento. Na realidade, existe apenas um eixo de rotação global, que passa pelo centro de cisalhamento da seção total. No entanto, o cálculo do  $I_t$  por este método simplificado conduz a resultados satisfatórios, Hambly (1991). A figura 4.7 representa a seção “T” dos exemplos propostos no capítulo 5.

$$I_T = I_{t1} + I_{t2}$$

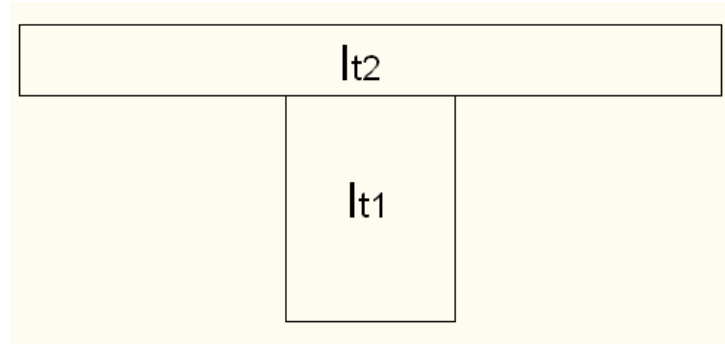


Figura 4.7- Seção T para o cálculo da inércia a torção das nervuras.

Sobre a rigidez à torção das barras que representam as vigas do contorno existem poucos estudos a respeito do valor a ser considerado (DROPPA JÚNIOR, 1999). Em função do detalhe construtivo adotado para o apoio da laje no contorno, pode haver transferência ou não de momentos torçores para as vigas do contorno.

Nos modelos numéricos do presente trabalho as vigotas pré-fabricadas são consideradas simplesmente apoiadas em vigas de cintoamento, cuja função é transmitir de forma homogênea os esforços para as paredes portantes de cargas. Através desta consideração nenhum efeito de momento é transferido aos apoios da laje.

#### *Momento de inércia à flexão*

Em função da geometria, as lajes nervuradas requerem das propriedades de seções retangulares (para a mesa/capa de concreto) e de seções tipo “T” (para as nervuras, junto com a largura colaborante da laje).

Segundo a NBR 6118, o momento de inércia à flexão pode ser calculado com base na seção bruta de concreto (Estádio I). No Estádio II, deve ser feita a homogeneização da seção, desprezando-se o concreto tracionado.

Para a consideração da fissuração do concreto no Estádio II (com a colaboração do concreto tracionado entre fissuras), a NBR 6118 recomenda um valor de momento de inércia equivalente, conforme apresentado no item 4.3.

#### 4.1.3 Métodos dos elementos finitos (MEF)

Este método consiste em subdividir a placa em elementos de dimensão finita conectados por pontos nodais, impondo-se nestes pontos a compatibilidade dos esforços solicitantes e deslocamentos.

No MEF, o campo de deslocamentos é descrito com polinômios cujos coeficientes são determinados a partir do princípio de minimização do funcional que representa a energia potencial total. Aplicadas aos diversos pontos nodais dos elementos, estas condições conduzem a um sistema de equações cuja solução, em princípio, não apresenta dificuldades para cálculo em computador.

Este modelo é aplicado com sucesso para resolução de qualquer geométrica da placa, desde que seja aplicado um número adequado de elementos da superfície da laje (número finito de elementos). Assim, caracteriza-se por ser uma das melhores técnicas para analisar a estrutura do pavimento de edifícios, uma vez que este processo possibilita que se faça a análise integrada do pavimento, simulando-o de forma mais realista. Entretanto, o maior número de graus de liberdade dos elementos finitos utilizados (elementos de placa, casca) para representar a laje pode exigir maior tempo de processamento quando comparado aos modelos de grelha.

Não faz parte do escopo deste trabalho abordar a análise de lajes nervuradas com elementos finitos de placa ou de casca. Entretanto, importantes comparações de resultados entre a modelagem por grelha e modelagens mais refinadas com o MEF para o caso de lajes nervuradas são encontradas no trabalho de Dias (2003).

## 4.2 Parâmetros elástico-lineares do concreto

### *Módulo de Elasticidade*

A NBR6118 prescreve que o módulo de elasticidade ou módulo de deformação tangente inicial deve ser obtido segundo ensaio descrito na NBR 8522 (ABNT, 2008). Quando não forem feitos ensaios e não existirem dados mais precisos sobre o concreto usado na idade de 28 dias, pode-se estimar o valor do módulo de elasticidade tangente usando a expressão 4.4.

$$E_{ci} = 5600.(f_{ck})^{1/2} \quad \text{(Equação 4.4)}$$

onde:

$E_{ci}$  = módulo de elasticidade tangente do concreto;

$f_{ck}$  = resistência característica do concreto à compressão (em MPa).

Na situação de projeto e controle na obra o módulo de elasticidade a ser especificado é o módulo tangente. Nas análises elásticas de projeto, especialmente para determinação de esforços solicitantes e verificação de estados limites de serviço, utiliza-se o módulo secante, o qual deve ser calculado pela expressão 4.5.

$$E_{cs} = 0,85.E_{ci} \quad (\text{Equação 4.5})$$

Na avaliação do comportamento de um elemento estrutural ou seção transversal pode ser adotado um módulo de elasticidade único, à tração e à compressão, igual ao módulo de elasticidade secante ( $E_{cs}$ ).

O valor do módulo de elasticidade secante do concreto pode ainda ser reduzido para se considerar os efeitos da fissuração, Bocchi Junior (1995) considerou apenas 70% do valor do módulo em suas análises. Takeya (1985) indica que a redução do módulo de elasticidade é interessante, porém complexa de se quantificar, já que parte da laje pode trabalhar no Estádio I e parte no Estádio II, além de ocorrer o efeito da retração e da deformação lenta do concreto.

#### *Coeficiente de Poisson e Módulo de Elasticidade Transversal*

O coeficiente de Poisson ( $\nu$ ) é a razão entre as deformações transversal e longitudinal e é variável com a resistência à compressão do concreto e com o nível de solicitação. A NBR6118 prescreve que para tensões de compressão menores que  $0,5 f_c$  e tensões de tração menores que  $f_{ct}$ , o coeficiente de Poisson  $\nu$  pode ser tomado como igual a 0,2.

O módulo de elasticidade transversal para estruturas de concreto é dado pela equação 4.6:

$$G_c = 0,4.E_{cs} \quad (\text{Equação 4.6})$$

### 4.3 Consideração dos efeitos da não-linearidade física

A consideração dos efeitos da não linearidade física dos materiais assume grande importância em um projeto estrutural, em especial em elementos fletidos de concreto armado, uma vez que ocorrência da fissuração ocasiona a perda de rigidez da estrutura.

Nos projetos de pavimentos de concreto armado, a não-linearidade física é usualmente considerada com modelos não-lineares baseados em relações momento-curvatura ou com métodos aproximados propostos por normas de projeto.

#### 4.3.1 Modelos não-lineares baseados em diagramas momento-curvatura

A avaliação dos deslocamentos e esforços solicitantes em uma estrutura torna-se mais confiável ou segura com uma devida estimativa dos parâmetros de rigidez do concreto armado. Esta consideração não se obtém de forma simples, pois parte dos elementos trabalha no Estádio I, parte no Estádio II e, dependendo do carregamento ou disposições geométricas, no Estádio III.

Em razão da simplicidade e eficiência, as relações momento-curvatura são mais atrativas para a consideração da não-linearidade física no projeto de estruturas reticuladas de concreto armado. A curvatura é calculada a partir das equações de equilíbrio e de compatibilidade do cálculo usual de seções armadas. Em elementos submetidos à flexão simples (vigas, lajes), a curvatura pode ser obtida diretamente por modelos analíticos. Em qualquer caso, o comportamento não-linear acaba sendo considerado com as relações tensão-deformação específicas do concreto (compressão e tração, incluindo tension stiffening) e do aço.

A rigidez à flexão ( $EI$ ) de uma seção de elemento linear de concreto armado pode ser obtida através de sua curvatura. A título de exemplo, a figura 4.8 apresenta uma viga simplesmente apoiada, de comprimento  $L$ , submetida a um carregamento distribuído qualquer. Nessa figura, o eixo ( $s$ ) representa o eixo longitudinal da viga e ao eixo ( $v$ ) relacionam-se os deslocamentos verticais (flecha) da mesma.



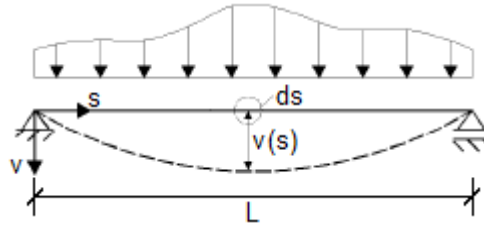


Figura 4.8 – Elemento de viga.

A figura 4.9 ilustra um elemento infinitesimal de viga de comprimento ( $ds$ ):

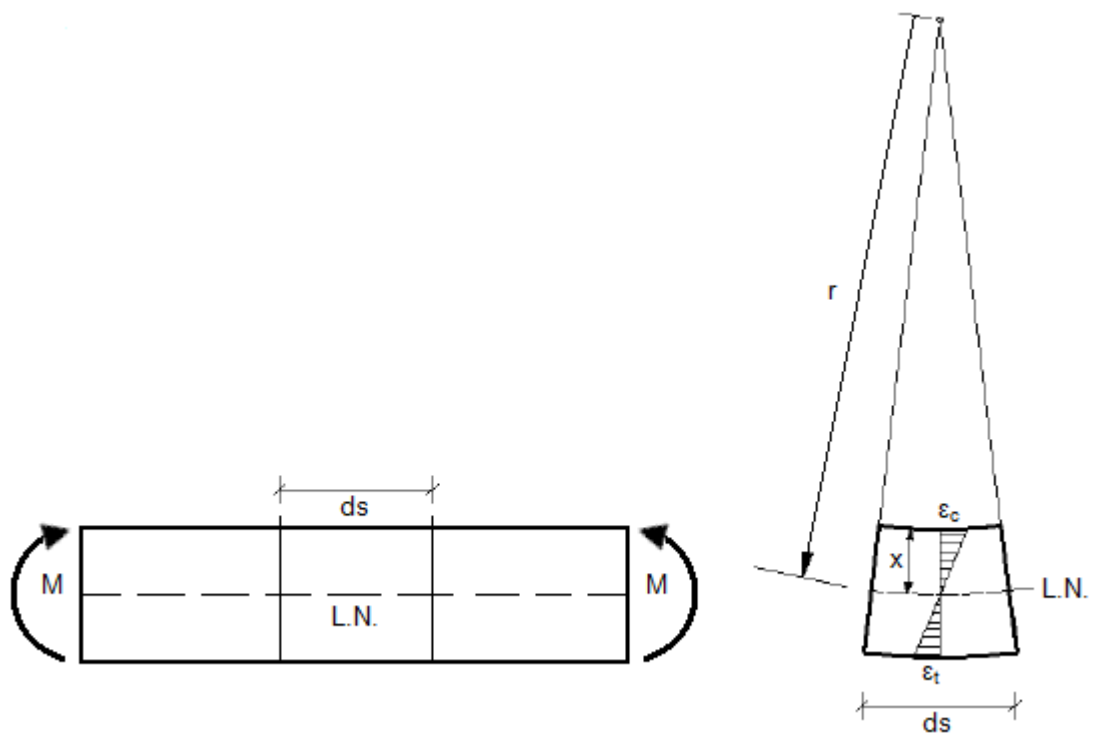


Figura 4.9 – Raio de curvatura uma seção transversal

sendo:

$r$  é raio de curvatura;

L.N. é a posição da linha neutra;

$x$  é a distância da fibra mais comprimida da seção à L.N. (ou profundidade da L.N.);

$\epsilon_c$  é a deformação do concreto na fibra mais comprimida;

$\epsilon_t$  é a deformação do concreto na fibra mais tracionada.

A relação entre curvatura, rigidez à flexão e momento fletor de uma seção genérica  $s$  da viga é expressa por:

$$v'' = \frac{1}{r} = \frac{M}{EI} = \frac{\varepsilon_c}{x} \quad (\text{Equação 4.7})$$

onde

$v''$  é a derivada segunda da função que descreve o campo de deslocamentos verticais (flecha);

$1/r$  é a curvatura da seção transversal;

$M$  é o momento fletor atuante na seção transversal;

$EI$  é a rigidez à flexão da seção transversal.

No caso de elementos fletidos de concreto armado, em função da fissuração, não há proporcionalidade entre momento e curvatura (somente no Estádio I), conforme ilustra a figura 4.10. Como consequência, a rigidez à flexão ( $EI$ ) não é constante e diminui com o aumento do carregamento.

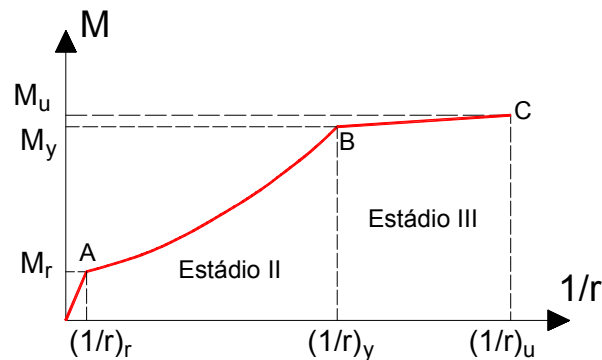


Figura 4.10 – Diagrama momento-curvatura em seções de concreto armado submetidas à flexão simples.

Na figura 4.10, os seguintes parâmetros delimitam a região compreendida pelos estádios de comportamento:

$M_r$  = momento de fissuração;

$(1/r)_r$  = curvatura de fissuração;

$M_y$  = momento de início de plastificação;

$(1/r)_y$  = curvatura de início de plastificação;

$M_u$  = momento último;

$(1/r)_u$  = curvatura última.

Para obter as curvaturas  $(1/r)$  e a rigidez à flexão  $(EI)$  é necessária a obtenção do valor de  $x$ , a qual deve ser feita por meio do equilíbrio de forças e momentos na seção. Alternativamente, métodos analíticos para o cálculo dos valores de rigidez  $(EI)$  foram propostos na bibliografia especializada (Branson (1965) e CEB-FIP (1993)), especialmente no Estádio II.

Em geral, uma análise não-linear que emprega relações momento-curvatura fornece a rigidez à flexão para cada seção (ou elemento finito); portanto requer discretização ao longo do eixo longitudinal.

As análises não-lineares descritas no Capítulo 5 foram realizadas com o auxílio do programa **Grelha Não Linear**, o qual foi desenvolvido em linguagem Fortran pelo orientador deste trabalho e permite a análise não-linear física de grelhas de concreto armado. O programa utiliza o processo dos deslocamentos com as técnicas clássicas do cálculo matricial de estruturas reticuladas. Para a consideração da não-linearidade física (NLF), o programa emprega o modelo baseado em relação momento-curvatura para a flexão simples, conforme a figura 4.10.

Os valores de  $(1/r)$  e  $EI$  são obtidos analiticamente em função do momento solicitante. Para a consideração da contribuição do concreto tracionado intacto entre fissuras (*tension stiffening*) no Estádio II, o programa utiliza o modelo empírico de Branson (1965), com a potência  $m = 4$  (seções individuais).

Para cada seção (nó), o programa calcula a rigidez à flexão e o momento de inércia equivalente. Para o momento de inércia do elemento finito, o programa emprega o valor médio de momento de inércia obtido para o nó inicial e o nó final desse elemento.

Para a resolução do problema não-linear, o programa utiliza o procedimento incremental iterativo de Newton-Raphson Padrão. O programa Grelha Não-Linear fornece como resultados, para cada incremento de carga, os deslocamentos nodais, os esforços solicitantes nas extremidades das barras e as informações associadas à perda de rigidez à flexão dos elementos que formam a grelha. Maiores detalhes do programa Grelha Não-Linear podem ser encontrados no Anexo A.

### Modelo de Branson (1965)

O modelo de Branson (1965) foi desenvolvido para a estimativa de flechas de elementos de concreto armado submetidos à flexão simples. O modelo propõe, com base em método semi-probabilístico, o cálculo de um momento de inércia equivalente que considera os efeitos da perda de rigidez decorrente da fissuração do concreto e a existência de trechos fissurados e não fissurados (contribuição do concreto tracionado entre fissuras – *tension stiffening*):

$$I_{eq} = \left(\frac{M_r}{M}\right)^m \cdot I_I + \left[1 - \left(\frac{M_r}{M}\right)^m\right] \cdot I_{II} \leq I_c \quad (\text{Equação 4.8})$$

onde:

$M_r$  é o momento de fissuração;

$m$  é a potência que define quando o cálculo é feito considerando para todo o vão ( $m=3$ ) ou quando considera cada seção individualmente ( $m=4$ );

$M$  é o momento fletor atuante em cada seção transversal ou o momento máximo positivo atuante em todo o vão;

$I_I$  é o momento de inércia da seção homogeneizada no Estádio I;

$I_{II}$  é o momento de inércia da seção homogeneizada no Estádio II;

#### 4.3.2 Procedimentos aproximados da NBR 6118 e do CEB-FIP 1990

A NBR 6118 (ABNT, 2007) recomenda uma formulação de rigidez equivalente similar à proposta por Branson (1965) para o cálculo da flecha imediata, com a consideração do efeito da fissuração do concreto nas verificações de Estado Limite de Serviço.

$$(EI)_{eq} = E_{cs} \cdot \left\{ \left(\frac{M_r}{M_a}\right)^3 \cdot I_c + \left[1 - \left(\frac{M_r}{M_a}\right)^3\right] \cdot I_{II} \right\} \leq E_{cs} \cdot I_c \quad (\text{Equação 4.9})$$

onde:

$I_c$  é o momento de inércia da seção bruta de concreto;

$I_{II}$  é o momento de inércia da seção fissurada de concreto no Estádio II;

$M_a$  é o momento fletor na seção crítica do vão considerado, momento máximo no vão para vigas biapoiadas ou contínuas e momento no apoio para balanços, para combinação de ações considerada nessa avaliação;

$M_r$  é o momento de fissuração do elemento estrutural, cujo valor deve ser reduzido à metade no caso utilização de barras lisas;

$E_{cs}$  é o módulo de elasticidade secante do concreto.

Deve-se notar que a rigidez fornecida pela Equação 4.9 é o valor que representa todo o vão do elemento analisado.

Ao invés de uma relação para a rigidez à flexão, o CEB-90 (1993) propõe uma relação analítica para a curvatura, a fim de considerar os efeitos da fissuração do concreto e a contribuição do concreto tracionado entre fissuras. A rigidez à flexão, evidentemente, é obtida com a razão entre o momento fletor e a curvatura.

A figura 4.11 representa a relação momento curvatura proposta pelo CEB-90.

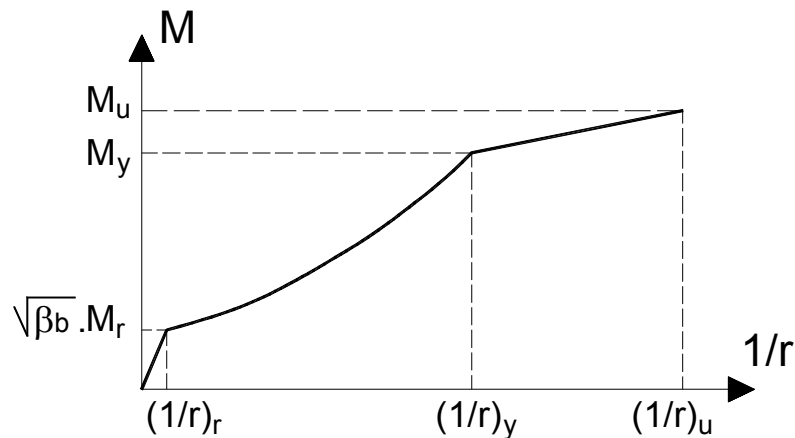


Figura 4.11 - Momento fletor x curvatura segundo  
Fonte: CEB-90 (1993)

Os valores da curvatura segundo o CEB-90 (1993) para cada Estádio de comportamento são:

Estádio I -  $M < M_r \cdot \sqrt{\beta_b}$

$$\frac{1}{r} = \frac{1}{r_1} = \frac{M_r \cdot \sqrt{\beta_b}}{E_c \cdot I_I}$$

sendo:

$$\beta_b > \beta_1 \cdot \beta_2$$

onde é  $\beta_b$  - Produto de coeficientes função da aderência das barras de aço e repetitividade dos carregamentos.

Estádio II -  $M_r \cdot \sqrt{\beta_b} < M < M_y$

$$\frac{1}{r} = \frac{1}{r_2} - \frac{1}{r_{1s}}$$

onde:

$$\frac{1}{r_{1s}} = \left( \frac{1}{r_{2r}} - \frac{1}{r_{1r}} \right) \cdot \beta_b \cdot \left( \frac{M_r}{M} \right)$$

$$\frac{1}{r_2} = \frac{M}{E_{cs} \cdot I_{II}}; \quad \frac{1}{r_{2r}} = \frac{M_r}{E_{cs} \cdot I_{II}}; \quad \frac{1}{r_{1r}} = \frac{M_r}{E_c \cdot I_I}$$

Estádio III -  $M > M_y$

$$\frac{1}{r} = \frac{1}{r_y} - \left( \frac{1}{r_{2r}} - \frac{1}{r_{1r}} \right) \cdot \beta_b \cdot \left( \frac{M_r}{M_y} \right) + \frac{(M - M_y)}{2K_{III}}$$

onde

$$K_{III} = \frac{M_u - M_y}{\frac{1}{r_u} - \frac{1}{r_y}}$$

#### 4.4 Consideração dos efeitos diferidos no tempo (fluência)

A fluência nas estruturas de concreto é outro efeito a ser considerado na análise estrutural de pavimentos. Sabe-se que o concreto exhibe aumento da deformação ao longo do tempo sem que haja uma mudança nas tensões aplicadas, o que caracteriza a fluência ou deformação lenta. O efeito da fluência varia com a umidade do ambiente: quanto mais seco o ambiente, maior a fluência do concreto. O efeito da fluência depende também da espessura das peças (em peças menos espessas tem-se maior fluência), do prazo de desforma (quanto mais jovem o concreto no momento do carregamento, maior a deformação lenta) e da composição do concreto (para fatores água/cimento elevados têm-se um aumento da fluência).

São efeitos desfavoráveis da fluência, segundo às diversas bibliografias especializadas, tais como Droppa (1999), Dias (2003) Silva (2005), o aumento das flechas verticais em elementos submetidos à flexão simples (como vigas e lajes), o aumento da curvatura dos pilares com cargas excêntricas, provocando um acréscimo na excentricidade inicial e as perdas de protensão em peças em concreto protendido.

No item 17.3.2.1.2 da NBR 6118, a flecha adicional diferida decorrente da fluência para as cargas de longa duração é calculada de maneira aproximada por meio da multiplicação da flecha imediata pelo fator  $\alpha_f$ :

$$\alpha_f = \frac{\Delta\xi}{1 + 50\rho'} \quad (\text{Equação 4.10})$$

onde:

$$\rho' = \frac{As'}{b.d}$$

$As'$  é a área de armadura longitudinal comprimida;

$b$  é a largura da seção;

$d$  é a altura útil da seção;

$\xi$  é um coeficiente em função do tempo, que pode ser obtido diretamente na tabela 4.1 ou ser calculado pelas expressões seguintes:

$$\Delta\xi = \xi(t) - \xi(t_0)$$

$$\xi(t) = 0,68 \cdot (0,996^t) \cdot t^{0,32} \quad \text{para } t \leq 70 \text{ meses}$$

$$\xi(t) = 2 \quad \text{para } t > 70 \text{ meses}$$

Tabela 4.1 Valores do coeficiente  $\xi(t)$ 

Tempo (t) meses	0	0,5	1	2	3	4	5	10	20	40	$\geq 70$
Coeficiente $\xi(t)$	0	0,54	0,68	0,84	0,95	1,04	1,12	1,36	1,64	1,89	2

Fonte: NBR 6118

onde:

$t$  é o tempo, em meses, quando se deseja o valor de flecha diferida;

$t_o$  é a idade, em meses, relativa à data de aplicação da carga de longa duração.

No caso de parcelas de carga de longa duração serem aplicadas em idades diferentes, pode-se tomar para  $t_o$  o valor ponderado da equação 4.11:

$$t_o = \frac{\sum P_i \cdot t_{oi}}{\sum P_i} \quad (\text{Equação 4.11})$$

onde:

$P_i$  - representa as parcelas de carga;

$t_{oi}$  é a idade em que se aplicou cada parcela  $P_i$ , em meses.

O valor de flecha total deve ser obtido multiplicando a flecha imediata por  $(1 + \alpha_f)$ .



## 5 EXEMPLO NUMÉRICOS

### 5.1 Considerações Preliminares

Neste capítulo apresentam-se simulações numéricas de lajes nervuradas com vigotas pré-fabricadas com armadura treliçada, incluindo-se procedimentos de dimensionamento, detalhamento e verificação do Estado Limite de Serviço, com maior ênfase nas deformações excessivas. Foram estudados pavimentos formados por lajes isoladas, uniformemente carregadas e apoiadas em todo o contorno em vigas, as quais se encontraram apoiadas em paredes (admitidas como apoios indeslocáveis).

Foram seguidos os roteiros apresentados nos capítulos 3 e 4 com indicações gerais sobre o cálculo e o projeto de lajes nervuradas. Em todos os exemplos são obedecidas às recomendações dadas pelas normas brasileiras citadas nos capítulos anteriores.

Inicialmente, foram analisadas lajes com apenas nervuras longitudinais (modelo de viga isolada e modelo de grelha). Posteriormente, com o emprego do modelo de grelha, foi analisada a influência da adição de nervuras transversais na laje em quantias de uma, duas, três, cinco e nove nervuras transversais.

Todos os modelos tem a mesma altura total da laje  $h = 21$  cm. Posteriormente, com o intuito de demonstrar um refinamento natural nos projetos, alguns modelos foram recalculados com redução da altura total.

O pavimento proposto para os exemplos possui dimensões em planta de 5 metros por 5 metros, com altura total de laje igual a 21 cm (16 cm de nervura e 5 cm de capa de concreto). Esta escolha das dimensões fundamenta-se nos valores padronizados estabelecidos pela NBR14859 - Parte 1 (ABNT, 2002) item 4.1 tabela 1. Em suas bordas, as lajes possuem vigas de cintamento de seção 15 cm x 15 cm apoiadas sobre alvenarias portantes de carga.

Supôs-se o pavimento destinado a edifício residencial e situado em ambiente de agressividade ambiental tipo II, com cobrimento nominal das armaduras  $c_{nom} = 20mm$  (CAA-II com controle rigoroso). O tempo mínimo definido para retirada as escoras foi de 14 dias ( $t_0 = 14$  dias) após a concretagem da laje.

As características mecânicas definidas para o concreto foram: resistência característica do concreto à compressão  $f_{ck} = 25MPa$ ; módulo de deformação longitudinal  $E = 2380 KN / cm^2$ ; módulo de deformação transversal  $G = 991KN / cm^2$ . Admitiu-se como peso específico do concreto armado  $\gamma = 25KN / m^3$ .

As cargas atuantes no pavimento para altura total de 21cm foram:  $g_1 = 2,94KN/m^2$  (peso próprio);  $g_2 = 1KN/m^2$  (carga permanente secundária);  $q = 2,0KN/m^2$  (carga acidental). Logo, obteve-se como carga total o valor de  $p = g + q = 5,94KN/m^2$ .

Para os pavimentos com adição de nervuras transversais, o peso próprio foi modificado de acordo com a quantidade de nervuras adicionadas.

Os blocos de enchimento utilizados em todos os exemplos são do tipo cerâmico, de peso próprio considerado igual  $6kN/m^2$ . Estes blocos têm como função de reduzir o volume de concreto, o peso próprio da laje e servir como fôrma para o concreto complementar. As dimensões adotadas seguem as padronizadas segundo o item 4.3.4 da NBR 14859 Parte 1 (ABNT, 2002) sobre elementos de enchimento.

Na figura 5.1:

$h_e = 16cm$  é a altura do elemento de enchimento;

$b_e = 38cm$  é a largura do elemento de enchimento;

$a_v = 3cm$  é o encaixe vertical;

$a_h = 1,5cm$  é o encaixe horizontal;

$c = 20cm$  é o comprimento.

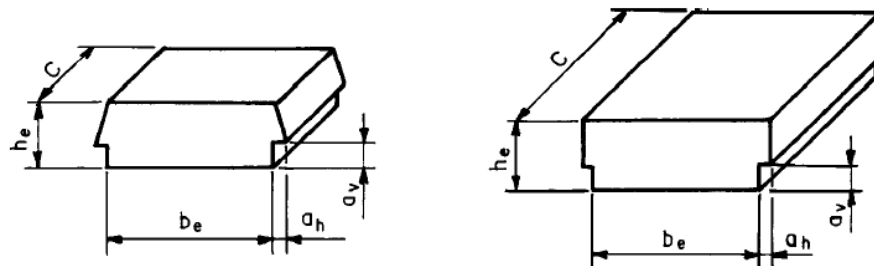


Figura 5.1 - Dimensões dos blocos de enchimento utilizados.  
Fonte: NBR14859- Parte 1

Seguindo as orientações mínimas de projeto presentes no item 4.2 (tabela 3) da NBR14859 (ABNT, 2002) para vigotas com armadura treliçada, definiu-se para o entreixo o valor de  $i = 50\text{cm}$ .

A figura 5.2 resume as principais características geométricas do pavimento analisado.

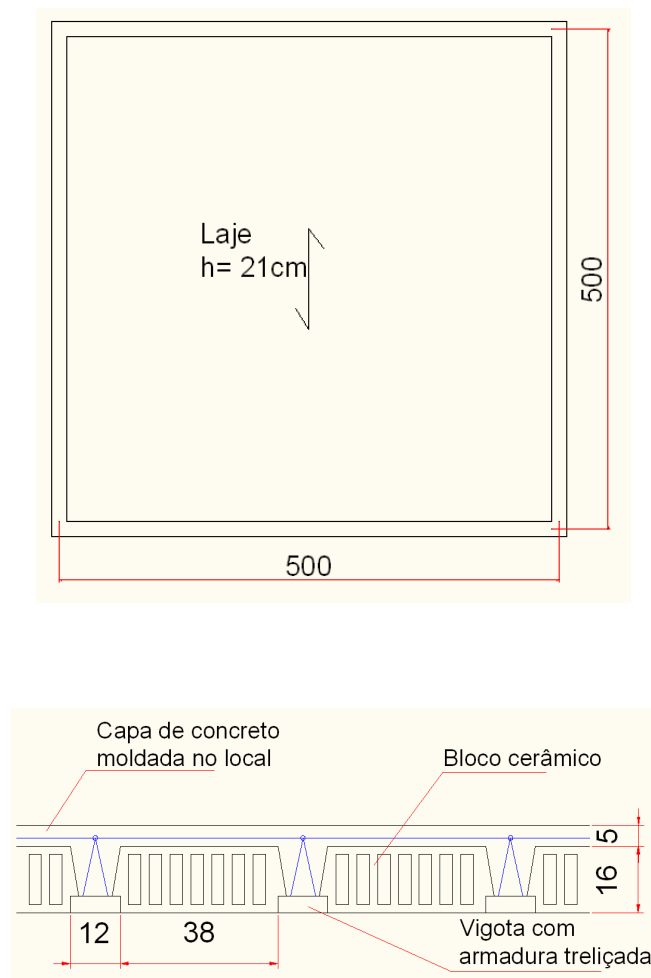


Figura 5.2 - Características do pavimento a ser estudado inicialmente. Planta e seção transversal do elemento longitudinal.

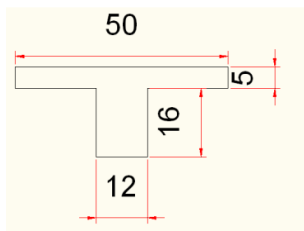
As principais propriedades geométricas das barras da grelha empregada em todos os exemplos estão indicadas na tabela 5.1. Nessa tabela, os valores de momento de inércia à flexão referem-se ao Estádio I (seção não fissurada). Nas análises lineares deste capítulo, os

valores dos momentos de inércia à torção das nervuras na tabela 5.1 foram multiplicados por 0,15 para considerar a fissuração (15% da inércia elástica). A seção das nervuras transversais foi considerada igual a das nervuras longitudinais.

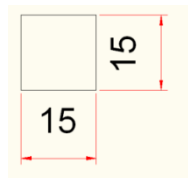
Tabela 5.1 - Propriedades geométricas das barras: Estádio I

Seção	Momento de inércia à flexão (cm <sup>4</sup> )	Momento de inércia à torção (cm <sup>4</sup> )
Vigas de borda	4219	1,0E-20
Nervura longitudinal	16590	4977
Nervura transversal	16590	4977
Capa de concreto	521	1042

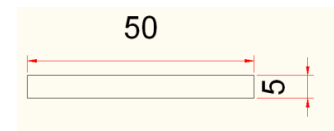
As seções transversais consideradas para o cálculo das inércias da tabela 5.1 são indicadas nas figuras 5.3:



a) Viga longitudinal e transversina do pavimento.



b) vigas de contorno



c) capa de concreto

Figura 5.3 - seções transversais consideradas.

Para os modelos de grelha, a discretização, numeração e conectividades são indicadas na figura 5.4.

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
111	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
12	121	131	141	151	161	171	181	191	201	211	
	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	
112	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	
23	122	132	142	152	162	172	182	192	202	212	
	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	
113	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	
34	123	133	143	153	163	173	183	193	203	213	
	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	
114	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	
45	124	134	144	154	164	174	184	194	204	214	
	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	
115	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	
56	125	135	145	155	165	175	185	195	205	215	
	57	58	59	60	61	62	63	64	65	66	
116	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60	
67	126	136	146	156	166	176	186	196	206	216	
	68	69	70	71	72	73	74	75	76	77	
117	61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	
78	127	137	147	157	167	177	187	197	207	217	
	79	80	81	82	83	84	85	86	87	88	
118	71	72	73	74	75	76	77	78	79	80	
89	128	138	148	158	168	178	188	198	208	218	
	90	91	92	93	94	95	96	97	98	99	
119	81	82	83	84	85	86	87	88	89	90	
100	129	139	149	159	169	179	189	199	209	219	
	101	102	103	104	105	106	107	108	109	110	
120	91	92	93	94	95	96	97	98	99	100	
111	130	140	150	160	170	180	190	200	210	220	
	112	113	114	115	116	117	118	119	120	121	
	101	102	103	104	105	106	107	108	109	110	

Figura 5.4 - Numeração de nós, barras e conectividades dos modelos de grelha analisados.

## 5.2 Exemplo 1 (Modelo de viga isolada / sem nervuras transversais)

Neste exemplo, projeta-se uma laje nervurada considerando as nervuras longitudinais (vigotas pré-fabricadas com armadura treliçada) como um conjunto de vigas simplesmente apoiadas agrupadas lado a lado.

O modelo de viga isolada consiste em uma simplificação do real comportamento da laje, uma vez que não se considera a contribuição da capa de concreto no comportamento

estrutural. O carregamento nas vigas isoladas é obtido em função do valor da carga (permanente + sobrecarga) por unidade de área e do intereixo da laje, possibilitando um cálculo manual sem a necessidade de programas computacionais específicos.

### 5.2.1 Laje com 21 cm de altura:

Para obter as ações em cada nervura por unidade de comprimento, basta multiplicar as cargas características atuantes por unidade de área pela distância entre eixos de nervuras (0,50 m). Assim, tem-se:

- Permanente:  $g_1 = 2,94 \cdot 0,5 = 1,47 \text{ KN} / \text{m}$
- Permanente:  $g_2 = 1,0 \cdot 0,5 = 0,5 \text{ KN} / \text{m}$
- Variável:  $q = 2,0 \cdot 0,5 = 1 \text{ KN} / \text{m}$
- Carga Total:  $p = 2,97 \text{ KN} / \text{m}$

*Cálculo dos Esforços solicitantes:* considerando o esquema estático de viga bi-apoiada, são obtidos o máximo momento fletor atuante na nervura central na seção do meio do vão, assim como o esforço cortante na seção do apoio.

$$M_{\max} = \frac{p \cdot l^2}{8} = \frac{2,97 \cdot 5^2}{8} = 9,2812 \text{ KN} \cdot \text{m} = 928,12 \text{ KN} \cdot \text{cm}$$

$$V_{\max} = \frac{p \cdot l}{2} = \frac{2,97 \cdot 5}{2} = 7,425 \text{ KN}$$

onde,

$M_{\max}$  máximo momento atuante na seção;

$V_{\max}$  máximo esforço cortante atuante na seção;

$P$  carregamento atuante na seção;

$l$  comprimento do vão.

### ***Estado Limite Último: Dimensionamento à flexão***

O cálculo da armadura longitudinal das nervuras foi realizado adotando seção transversal em forma de ``T``. Com base na figura 5.2 determina-se a largura colaborante ( $b_f$ ) da seção:

$$b_f = b_w + 2.b_1 = 12 + 2.19 = 50cm$$

$b_w = 12cm$  é a largura da alma da seção T;

$b_2 = 38cm$  é a distância entre as faces das nervuras;

$$b_1 \leq \begin{cases} 0,5.b_2 = 0,50.38 = 19cm \\ 0,10.a = 0,10.500 = 50cm \end{cases}$$

De acordo com a NBR 6118:2007, a largura colaborante  $b_f$  deve ser dada pela largura da viga  $b_w$  acrescida de no máximo 10% da distância ``a`` entre pontos de momentos fletor nulo, para cada lado da viga em que houver laje colaborante. Essa distância ``a`` pode ser estimada ,em função do comprimento  $l$  do tramo considerado, como se apresenta a seguir:

Para viga simplesmente apoiada  $a = 1,00.l$

Para tramo com momento em uma só extremidade  $a = 0,75.l$

Para tramo com momentos nas duas extremidades  $a = 0,60.l$

Para tramo em balanço  $a = 2,00.l$

Admitindo que sejam utilizadas barras de  $\phi 8mm$  estima-se a altura útil (d):

$$d = h - \left( c_{nom} + \frac{\phi}{2} \right) = 21 - \left( 2 + \frac{0,8}{2} \right) = 18,6cm$$

onde:

$d$  é a altura útil;

$h$  é a altura total da laje;

$c_{nom}$  é o cobrimento nominal;

$\phi$  é o diâmetro das barras de aço.

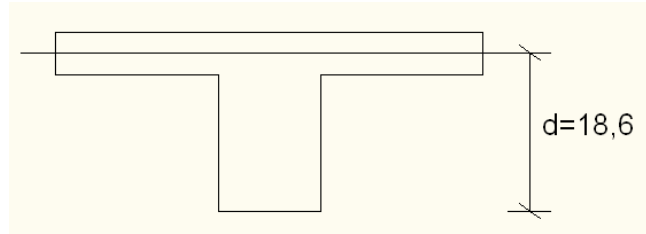


Figura 5.5 – Altura útil da seção transversal

Admitindo que a linha neutra passe pela mesa da seção transversal, o problema recai no dimensionamento de seções retangulares. As expressões adotadas nos itens subsequentes podem ser deduzidas a partir das recomendações da NBR 6118:

$$M_{sd} = 0,68 \cdot f_{cd} \cdot b_f \cdot x \cdot (d - 0,4x)$$

onde:

$M_{sd}$  é o momento solicitante de cálculo;

$f_{cd}$  é a resistência de cálculo à compressão do concreto;

$b_f$  é a largura colaborante da mesa (laje)

$x$  é a profundidade da linha neutra.

Substituindo valores e empregando 1,4 para o coeficiente de majoração das ações:

$$1,4 \cdot 928,12 = 0,68 \cdot 1,78 \cdot 50 \cdot x \cdot (18,6 - 0,4x)$$

$$24,2x^2 - 1125,67x + 1295 = 0$$

$$x = 1,18 \text{ cm}$$

Como  $x = 1,18$  cm, verifica-se que a hipótese de que a linha neutra corta a mesa (laje) está correta.

O limite entre o domínio 2 e 3 é dado pela expressão:

$$x_{23} = 0,259d$$

$$x_{23} = 0,259 \cdot 18,6 = 4,817 \text{ cm} > 1,18 \text{ cm}$$

Como o valor de  $x < x_{23}$  verifica-se que o ELU ocorre no Domínio 2.

O valor do braço de alavanca  $z$  é obtido por:



$$z = d - 0,4x = 18,6 - 0,4 \cdot 1,18 = 18,12 \text{ cm}$$

A área de aço necessária ( $A_s$ ) é obtida por:

$$A_s = \frac{M_{sd}}{z \cdot f_{yd}} = \frac{1295}{18,12 \cdot 43,48} = 1,64 \text{ cm}^2$$

onde:

$$M_d = 1295 \text{ kN.cm}$$

$$f_{yd} = 43,48 \text{ kN/cm}^2$$

Adotou-se uma vigota segundo os diâmetros comerciais usuais com altura de 16 cm, banzo superior com  $\phi 7 \text{ mm}$ , as diagonais com  $\phi 4,2 \text{ mm}$  e o banzo inferior com  $\phi 6 \text{ mm}$ . Sendo denominada TR 16746, como armadura complementar foi adicionada mais  $2\phi 8 \text{ mm}$  (barra de aço CA-50). Toda a armadura empregada na fabricação da treliça é composta por fios aço CA-60.

**Verificação da armadura mínima:** Com os diâmetros adotados para a treliça e armadura adicional, chega-se a uma área de aço total de:

$$A_s = 1,63 \text{ cm}^2 \cong 1,64 \text{ cm}^2$$

$$\text{(ou então, por metro de largura da laje, } A_s = \frac{100}{50} \cdot 1,63 = 3,26 \text{ cm}^2 / \text{m}).$$

De acordo com a NBR 6118, a taxa de armadura mínima é  $\rho_{\min} = \frac{A_{s,\min}}{A_c} = 0,15\%$  (para seção

transversal ``T'' e  $f_{ck} = 25 \text{ MPa}$ ). Assim, obtém-se a armadura mínima de flexão:

$$A_{s,\min} = \frac{0,15}{100} \cdot A_c = \frac{0,15}{100} \cdot 454 = 0,681 \text{ cm}^2$$

$$\text{(ou então, por metro linear de largura da laje, } A_{s,\min} = \frac{100}{50} \cdot 0,681 = 1,35 \text{ cm}^2 / \text{m)}$$

Como  $A_s = 3,26 \text{ cm}^2 / \text{m} > 1,35 \text{ cm}^2 / \text{m}$ , atende-se a verificação de área mínima.

Armadura de distribuição:

Para aços CA-50 e CA-60 e tela soldada, a armadura de distribuição deve ter seção de no mínimo  $0,60 \text{ cm}^2 / \text{m}$  contendo pelo menos três barras por metro (NBR 14859-1). Adotando barra de  $\phi 5 \text{ mm}$  ( $A_s = 0,20 \text{ cm}^2$ ) a cada 33 cm, atende-se a estas duas condições. O diâmetro

escolhido também atende a recomendação da NBR 6118 (ABNT,2007) quanto ao diâmetro máximo para as barras dessa armadura, que é de  $\phi_{máx} = h_f / 8 = 50 / 8 = 6,25mm$ .

### ***Verificação do Estado Limite de Deformações Excessivas***

Consideração dos efeitos da fissuração:

Para considerar os efeitos da fissuração é necessário determinar inicialmente as características geométricas da seção transversal, com o uso das expressões indicadas no capítulo 3. Assim, foram determinadas tais características no Estádio I e no Estádio II (puro).

A seguir são apresentados os cálculos das propriedades geométricas das nervuras no Estádio I (vide figura 5.3), sem considerar a presença da armadura:

Área da seção transversal.

$$A_g = (b_f - b_w).h_f + b_w.h = (50 - 12).5 + 12.21 = 442cm^2$$

$b_f$  largura da mesa da seção T;

$b_w$  largura da arma da seção T;

$h_f$  altura da mesa da seção T;

$h$  altura total da seção T.

Posição do centro da gravidade a partir da borda superior da seção:

$$y_{cg} = \frac{(b_f - b_w) \left( \frac{h_f^2}{2} \right) + b_w \cdot \frac{h^2}{2}}{A_g} = \frac{(50 - 12) \left( \frac{5^2}{2} \right) + 12 \cdot \frac{21^2}{2}}{442} = 7,06cm$$

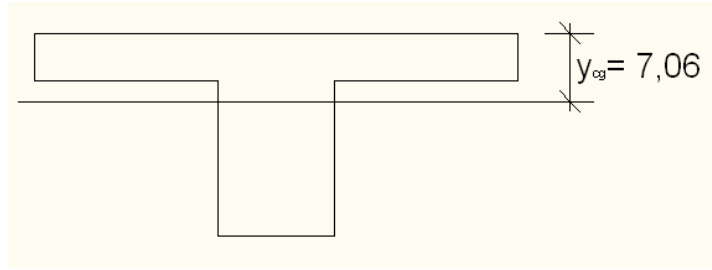


Figura 5.6 – CG da seção transversal a partir da borda superior da seção (distância em cm)

Momento de Inércia á flexão:

$$I_c = \frac{(b_f - b_w)h_f^3}{12} + \frac{b_w \cdot h^3}{12} + (b_f - b_w)h_f \cdot \left(y_{cg} - \frac{h_f}{2}\right)^2 + b_w \cdot h \cdot \left(y_{cg} - \frac{h}{2}\right)^2 =$$

$$I_c = \frac{(50 - 12)}{12} \cdot 5^3 + \frac{12 \cdot 21^3}{12} + (50 - 12) \cdot 5 \cdot \left(7,06 - \frac{5}{2}\right)^2 + 12 \cdot 21 \cdot \left(7,06 - \frac{21}{2}\right)^2 = 16590,26 \text{ cm}^4$$

O cálculo do momento de inércia da seção fissurada no estágio II puro exige a homogeneização da seção, que é feita a partir da razão entre os módulos de elasticidade do aço e do concreto ( $\alpha_e$ ):

$$E_{cs} = 0,5 \cdot 5600 \cdot \sqrt{25} = 23800 \text{ MPa}$$

$$\alpha_e = \frac{E_s}{E_{cs}} = \frac{210000}{23800} = 8,823$$

Admitindo que a linha neutra ( $x_{II}$ ) passe pela mesa da seção transversal ( $x_{II} < h_f$ ) de modo que  $b_w = b_f$  e (não há armadura superior comprimida)  $A_s' = 0$ .

$$x_{II} = \frac{-a_2 + \sqrt{a_2^2 - 4a_1 \cdot a_3}}{2 \cdot a_1} = 3 \text{ cm}$$

$$a_1 = \frac{b_w}{2} = \frac{50}{2} = 25 \text{ cm}$$

$$a_2 = h_f \cdot (b_f - b_w) + (\alpha_e - 1) \cdot A_s' + \alpha_e \cdot A_s = 14,46 \text{ cm}^2$$

$$a_3 = -d' \cdot (\alpha_e - 1) \cdot A_s' - d \cdot \alpha_e \cdot A_s - \frac{h_f^2}{2} \cdot (b_f - b_w) = -269,04 \text{ cm}^3$$

Substituindo valores, obtém-se  $x_{II} = 3 < h_f = 5\text{cm}$ . Portanto, a linha neutra passa na mesa da seção transversal, sendo o momento de inércia no Estádio II obtido por:

$$I_{II} = \frac{b_f \cdot x_{II}^2}{3} + \alpha_e \cdot A_s \cdot (x_{II} - d)^2 + (\alpha_e - 1) \cdot A'_s \cdot (x_{II} - d')^2$$

$$I_{II} = \frac{50 \cdot 3^3}{3} + 8,82 \cdot 1,64 \cdot (3 - 18,6)^2 = 3970,15\text{cm}^4$$

O momento de fissuração ( $M_r$ ) para seção "T" é obtido por:

$$M_r = \frac{\alpha \cdot f_{ct} \cdot I_c}{y_t}$$

sendo:

$$\alpha = 1,2 \text{ (seção T);}$$

$$f_{ctm} = 0,3 \cdot f_{ckj}^{2/3} = 2,308$$

$$f_{ckj} = \beta_1 \cdot f_{ck} = 0,854 \cdot 25 = 21,35$$

$$\beta_1 = \exp \left\{ s \cdot \left[ 1 - \left( \frac{28}{t} \right)^{1/2} \right] \right\} = 0,854361$$

Para  $t = 14$  dias.

$I_c$  o momento de inércia da seção bruta de concreto;

$y_t$  a distância do centro de gravidade da seção bruta à fibra mais tracionada.

Substituindo valores:

$$M_r = \frac{\alpha \cdot f_{ct} \cdot I_c}{y_t} = \frac{1,2 \cdot \frac{2,308}{10} \cdot 16590,26}{21 - 7,06} = 329,61\text{KN.cm} \rightarrow 3,29,61\text{KN.m}$$

Para a combinação Quase-Permanente ( $\psi_2 = 0,3$ ), a carga uniformemente distribuída e o momento fletor máximo atuante nas nervuras são obtidos por:

$$p = g + 0,3q = 3,94 + 0,3 \cdot 2 = 4,54\text{kN/m}^2$$

$$4,54\text{kN/m}^2 \cdot 0,5\text{m} = 2,27\text{KN/m}$$

$$M_a = M_{m\acute{a}x} = \frac{P.l^2}{8} = \frac{2,27.5^2}{8} = 7,0937 \text{ KN.m}$$

Neste caso, é necessário considerar os efeitos da perda de rigidez à flexão produzida pela fissuração, uma vez que momento máximo solicitante na combinação quase-permanente é maior que o momento de fissuração.

### ***Flecha Imediata:***

Para a combinação quase permanente de ações, calcula-se a flecha imediata (sem o efeito da fluência do concreto) com a expressão clássica de flechas para vigas simplesmente apoiadas submetidas a cargas uniformemente distribuídas:

$$a_i = \frac{5p.l^4}{384.E.I}$$

onde  $p$  é a carga uniformemente distribuída na nervura,  $l$  o vão,  $E$  é o módulo de elasticidade do material e  $I$  é o momento de inércia à flexão.

Como a seção foi homogeneizada com uma seção de concreto equivalente, utiliza-se o módulo de elasticidade do concreto na expressão da flecha. Para a consideração da fissuração, utiliza-se na expressão da flecha o momento de inércia à flexão equivalente, calculado por:

$$I_{eq} = \left(\frac{M_r}{M_a}\right)^3 . I_c + \left[1 - \left(\frac{M_r}{M_a}\right)^3\right] . I_{II}$$

onde:

$M_r$ , momento de fissuração;

$M_a$  momento atuante na seção.

$$I_{eq} = \left(\frac{329,61}{709,37}\right)^3 . 16590,26 + \left[1 - \left(\frac{329,61}{709,37}\right)^3\right] . 3970,15 = 5238,94 \text{ cm}^4$$

Logo a flecha imediata é expressa por:

$$a_i = \frac{5.2,27.5^4}{384.2380.10^4 .5238,5.10^{-8}} = 0,0148m = 1,48cm$$

**Flecha Diferida no tempo:**

Para considerar o efeito de fluência deve-se determinar o fator  $\alpha_f$ , segundo estabelece a NBR 6118 em seu item 17.3.2.1.2.

$$\alpha_f = \frac{\Delta\xi}{1+50.\rho'} = \frac{\xi(\infty) - \xi(t_0)}{1+50.\rho'}$$

onde

$\rho' = 0$ , pois não há armadura comprimida;

$\xi(\infty) = 2$  (valor fixo para idade maior que 70 meses);

$t_0 = 14/30 = 0,47$  = a idade, em meses, relativa à data de aplicação da ação de longa duração

(neste caso, 14 dias).

$$\xi(t) = 0,68.0,996^t .t^{0,32}$$

$$\xi(t_0) = 0,68.0,996^t .t^{0,32} = 0,68.0,996^{0,47} .0,47^{0,32} = 0,53$$

Substituindo valores:

$$\alpha_f = \frac{\Delta\xi}{1+50.\rho'} = \frac{\xi(\infty) - \xi(t_0)}{1+50.\rho'} = \frac{2 - 0,53}{1} = 1,47$$

**Flecha Total:**

O valor da flecha total no tempo infinito é obtido a partir da flecha imediata multiplicada pelo fator  $\alpha_f$ :

$$a_{total} = a_i .(1 + \alpha_f) = 1,48.(1 + 1,47) = 3,65cm$$

O limite da NBR 6118 para a aceitabilidade sensorial visual é de:

$$a_{limite} = \frac{l}{250} = \frac{500}{250} = 2cm$$

Como  $a_{total} > a_{limite}$ , o critério visual não é atendido, havendo necessidade da utilização de contraflecha. O valor máximo de contraflecha permitida pela NBR 6118 é:

$$a_{cf} = \frac{l}{350} = \frac{500}{350} = 1,42cm$$

Adotando contraflecha máxima, tem-se o valor da flecha total final:

$$a_{total} = 3,65 - 1,42 = 2,23cm$$

Mesmo com a utilização do valor máximo permitido para contraflecha os valores de flecha total ainda ultrapassam o permitido por norma. Logo, outra alternativa seria aumentar a altura da laje para valores maiores de 21 cm.

### 5.2.2 Laje com 22 cm de altura:

Neste item, aumentou-se a altura da laje para 22cm, seguindo-se os mesmos procedimento de cálculo realizados para a laje com altura total 21cm, conforme item 5.2.1. Os resultados mais importantes são apresentados nos itens subsequentes, juntamente com as verificações prescritas por norma para o estudo de lajes.

A modificação da altura total da laje para 22cm resulta em uma alteração nas dimensões da seção utilizada: a alma passa para 18cm de altura e mesa para 4cm (capa de concreto) de espessura. Tal modificação segue as recomendações da NBR 14859.

### ***Estado Limite Último: Dimensionamento à flexão***

No cálculo da armadura de flexão necessária para nervuras obteve-se os valores de  $A_s = 1,54\text{cm}^2$  para área de aço e os diâmetros  $TR18746$  para a treliça e mais  $2\phi 8\text{mm}$  como armadura complementar (barras aço CA-50).

Com os diâmetros adotados para a treliça e armadura adicional obteve-se uma área de aço total de  $A_s = 1,63\text{cm}^2$  (ou então, pode metro de largura da laje,  $A_s = \frac{100}{50} \cdot 1,63 = 3,26\text{cm}^2 / \text{m}$ ).

Esta área de aço atende a área de armadura mínima de flexão prescrita pela NBR 6118.

Como armadura de distribuição, empregou-se barras de 5mm de diâmetro espaçadas a cada 33 cm.

### ***Estado Limite Último: Verificação ao Cisalhamento***

Como a distancia entre eixos de nervuras é menor que 65 cm, a laje pode prescindir de armadura transversal para resistir às tensões de tração causadas pela força cortante se:

$$V_{sd} \leq V_{rd1}$$

$$V_{sd} = 9,843\text{kN} \leq V_{rd1} = 15,44\text{kN}$$

Como  $V_{sd} \leq V_{rd1}$ , conclui-se que não é necessária a utilização de armadura transversal.

### ***Verificação do Estado Limite de Abertura das Fissuras***

Para Combinação Frequente:

$$p = g_k + \Psi_1 \cdot q = 1,95 + 0,4 \cdot 1 = 2,35\text{KN} / \text{m}$$

$$M = \frac{P \cdot l^2}{8} = \frac{2,35 \cdot 5^2}{8} = 7,343\text{KN} \cdot \text{m} = 734,3\text{KN} \cdot \text{cm}$$

A tensão de tração nas armaduras é dada por:

$$\sigma_s = \alpha_e \cdot \frac{M}{I_{II}} \cdot y_s$$

onde:



$$\alpha_e = 8,82$$

$$I_{II} = 4212,3 \text{ cm}^4$$

$$y_s = (d - x_{II}) = (19,6 - 1,11) = 18,49 \text{ cm}$$

Substituindo valores:

$$\sigma_s = 8,82 \cdot \frac{734,3}{4212,3} \cdot 18,49 = 28,42 \text{ KN / cm}^2$$

As áreas da região de envolvimento protegidas pelas barras de  $\phi 6 \text{ mm}$  e  $\phi 8 \text{ mm}$  são ilustradas na figura 5.7.

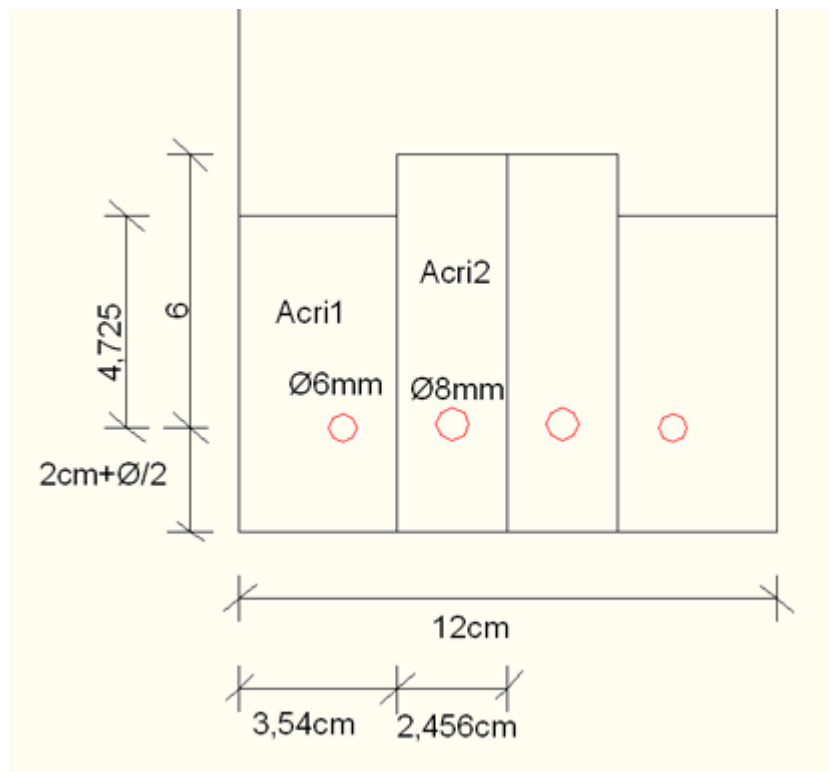


Figura 5.7 Áreas da região de envolvimento das armaduras presentes na nervura.

Assim as áreas da região de envolvimento para cada diâmetro analisado ficam:

$$A_{cri1} = 3,54 \cdot 7,04 = 24,92 \text{ cm}^2$$

$$A_{cri2} = 2,456 \cdot 8,4 = 20,63 \text{ cm}^2$$

As taxas de armaduras em relação à região de envolvimento ficam:

$$\rho_{ri} = \frac{A_{s,barra}}{A_{cri}} =$$

$$\rho_{r1} = \frac{0,312}{24,92} = 0,01252$$

$$\rho_{r2} = \frac{0,503}{20,63} = 0,02438$$

Para atender a prescrição da NBR 6118 para a classe de agressividade 2 e combinação frequente, deve-se ter  $w_k \leq 0,3mm$ .

A estimativa a abertura das fissuras é dado pelo menor valor entre as duas equações:

$$\frac{\phi}{12,5 \cdot \eta_1} \cdot \frac{\sigma_s}{E_s} \cdot \frac{3 \cdot \sigma_s}{f_{ctm}} =$$

$$\frac{\phi}{12,5 \cdot \eta_1} \cdot \frac{\sigma_s}{E_s} \cdot \left( \frac{4}{\rho_r} + 45 \right) =$$

onde:

Para barras de aço CA-50  $\rightarrow \eta_1 = 2,25$

$$f_{ctm} = 0,3 \cdot f_{ck}^{2/3} = 0,3 \cdot 25^{2/3} = 2,565 MPa = 0,256 KN/cm^2$$

Para  $\phi 6,3mm$  : 0,101mm e 0,110mm logo  $0,101 \leq w_k = 0,3mm$

Para  $\phi 8mm$  : 0,128mm e 0,080mm logo  $0,080 \leq w_k = 0,3mm$

Assim a peça atende as prescrições de norma para abertura de fissuras.

### ***Verificação do Estado Limite de Deformações Excessivas.***

Com as propriedades da seção para as novas dimensões, foram recalculados os parâmetros para o cálculo da flecha imediata:

Momento de inércia seção bruta:  $I_c = 18838 cm^4$  ;

Momento máximo atuante:  $M_a = 703,12 KN.cm$  ;

Momento de inércia do estágio II:  $I_{II} = 4212 cm^4$  ;

Momento de fissuração:  $M_r = 349,23 KN.cm$  ;

Momento de inércia equivalente:  $I_{eq} = 6003,4 cm^4$ .

Dessa forma, obteve-se para a flecha imediata o valor de:

$$a_i = 1,28cm$$

De posse da flecha imediata, realiza-se o cálculo da flecha total seguindo os mesmos procedimentos estabelecidos anteriormente. Para a data de aplicação da ação de longa duração ( $t = 14dias$ ), obteve-se  $\alpha_f = 1,47$ . Logo, a flecha total é obtida por:

$$a_{total} = a_{imediate} \cdot (1 + \alpha_f) = 1,28 \cdot (1 + 1,47) = 3,16cm$$

O limite associado ao critério aceitabilidade sensorial visual é de

$$a_{limite} = \frac{l}{250} = \frac{500}{250} = 2cm$$

Portanto, o critério não é atendido. Pode-se optar pela utilização de contraflecha, cujo valor máximo é de

$$a_{cf} = \frac{l}{350} = \frac{500}{350} = 1,42cm$$

Adotando contraflecha de  $a_{cf} = 1,2cm$ , obtém-se o valor da flecha total:

$$a_{total} = 3,16 - 1,2 = 1,96cm$$

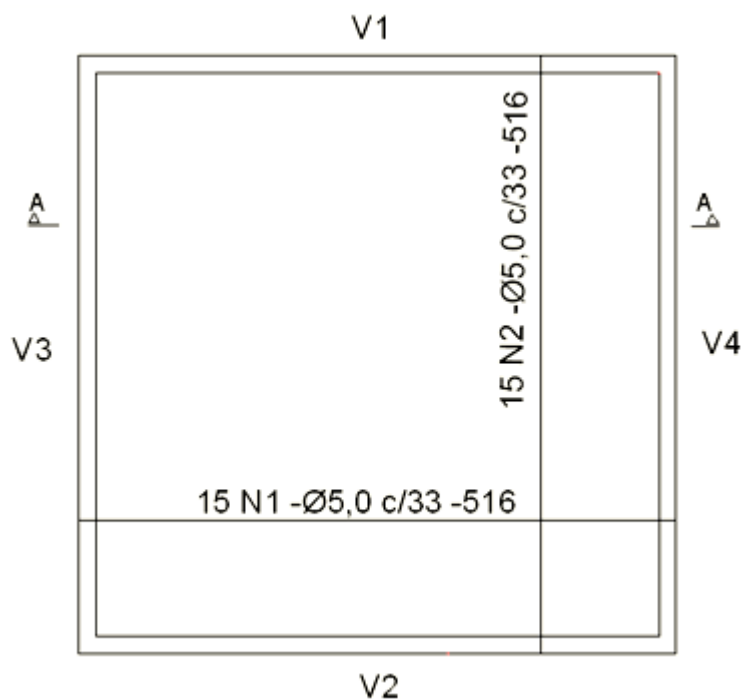
### ***Detalhamento das armaduras:***

O detalhamento das armaduras necessárias é apresentado em planta e em corte, conforme a figura 5.8.

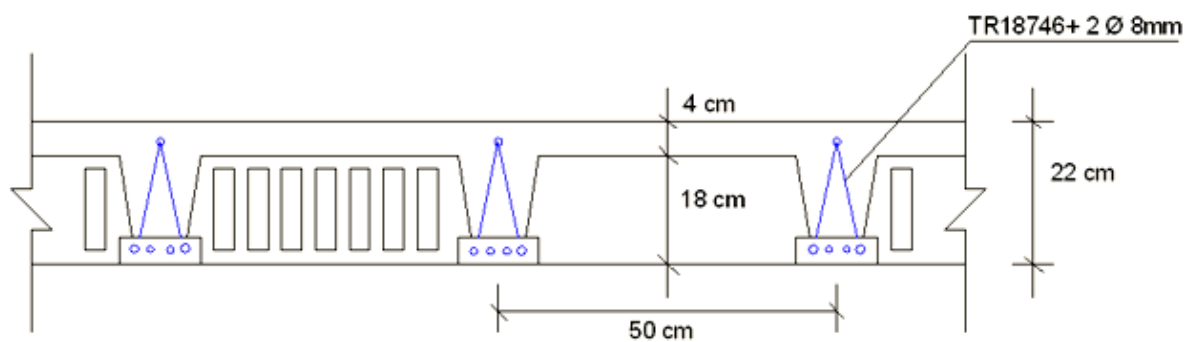
Em planta, apresenta-se o detalhamento da armadura de distribuição, indicando-se o diâmetro e o comprimento das barras, assim como a quantidade e o espaçamento entre as mesmas.

Em corte, apresenta-se o detalhamento da treliça espacial pré-fabricada que compõe a armadura das vigotas. No detalhamento da treliça são indicados a sua altura, o diâmetro dos fios e barras que a compõem, conforme prescreve a NBR 14862 (ABNT,2002).

Para as diagonais e para o banzo superior da armadura treliçada, adotou-se fios com o diâmetro mínimo recomendado pelas NBR 14862 (ABNT,2002). A treliça é composta por fios de aço CA 60. A armadura complementar é composta por barras de aço CA-50.



a) Armadura de distribuição



b) corte AA - Armadura treliçada das Vigotas

Figura 5.8 Detalhamento das armaduras da laje do exemplo 1 ( $h=22\text{cm}$ ).

### 5.3 Exemplo 2 (Modelo de grelha / sem nervuras transversais)

Neste exemplo projeta-se uma laje nervurada com vigotas pré-fabricadas com armadura treliçada (nervuras longitudinais apenas, sem nervuras transversais) com a

utilização do modelo de grelha para a obtenção de esforços e deslocamentos. As características da laje são as mesmas das apresentadas no Exemplo 1 (item 5.2.1), com altura total de 21 cm e intereixo de 50cm.

Para o dimensionamento frente ao Estado Limite Último, realizou-se uma análise linear simples. Nesta análise, foram utilizadas as propriedades da seção bruta para os momentos de inércia à flexão dos elementos da laje (nervuras longitudinais e capa). Para as nervuras longitudinais, utilizou-se apenas 15% da rigidez à torção elástica-linear, a fim de considerar os efeitos da fissuração. A título de demonstração da adequabilidade da análise linear para realizar o dimensionamento das lajes, realizou-se análises não-lineares em alguns exemplos.

Para o cálculo das flechas imediatas nas verificações do Estado Limite de Serviço de Deformações Excessivas utilizaram-se dois tipos de análise:

- Análise linear, empregando o momento de inércia à flexão equivalente da NBR 6118, a fim de considerar os efeitos da fissuração do concreto. Esta análise é denominada neste trabalho como análise linear modificada (ALM). Para esta análise, utilizou-se o programa Grelha Linear, desenvolvido pelo orientador deste trabalho.
- Análise não-linear (ANL), com o emprego do programa Grelha Não Linear apresentado no capítulo 4 e no Anexo A, também desenvolvido pelo orientador deste trabalho.

### 5.3.1 Estado Limite Último

No modelo de grelha, as cargas distribuídas por unidade de área foram lançadas como cargas concentradas aplicadas nos nós. As cargas obtidas por unidade de área são as obtidas conforme o exemplo 1:

Permanentes:  $g = 3,94 \text{ KN} / \text{m}^2$

Sobrecarga:  $q = 2,00 \text{ KN} / \text{m}^2$

Total:  $g + q = 5,94 \text{ KN} / \text{m}^2$

Com base na área de influência dos nós internos ( $0,25\text{m}^2$ ), dos nós da borda ( $0,125\text{m}^2$ ) e dos nós dos cantos ( $0,0625\text{m}^2$ ), chegam-se aos valores das forças concentradas aplicadas ao modelo de grelha:

Nós internos da grelha:  $5,94 \times 0,25 = 1,485 \text{ KN}$

Para os nós de borda da grelha  $5,94 \times 0,125 = 0,743 \text{ KN}$

Para os nós referentes aos quatro cantos  $5,94 \times 0,0625 = 0,371 \text{ kN}$

O momento e o esforço cortante máximos nas nervuras longitudinais (barras 121 à 210 da figura 5.6) após o processamento da estrutura foram os seguintes:

$$M_{\max} = 1007,36 \text{ KN.cm}$$

$$V_{\max} = 7,232 \text{ KN}$$

Posteriormente, no dimensionamento, tais esforços são multiplicados pelo coeficiente de majoração das ações, assumido como igual a 1,4.

### ***Dimensionamento das armaduras de flexão:***

O dimensionamento das armaduras de flexão das nervuras longitudinais segue o mesmo procedimento mostrado no exemplo 1. Neste caso, o momento solicitante de cálculo e a respectiva área de armadura necessária foram:

$$M_{Sd} = 1,4 \times 1007,36 = 1410,30 \text{ KN.cm}$$

$$A_s = 1,803 \text{ cm}^2$$

Definiu-se uma vigota segundo os diâmetros comerciais usuais TR 16746, mais uma armadura complementar com  $\phi 10 \text{ mm} + \phi 8 \text{ mm}$  (barras CA-50). A armadura escolhida atende a armadura mínima especificada pela NBR 6118.

A título de verificação, calculou-se a área de armadura necessária para a capa de concreto no sentido transversal às nervuras longitudinais (barras 11 à 100 da figura 5.6). Com base no máximo momento fletor nas barras que representam a capa, obtiveram-se o momento solicitante de cálculo e a respectiva área de armadura necessária.

$$M_{Sd} = 1,4 \times 12,3 = 17,22 \text{ KN.cm}$$

$$A_s = 0,133\text{cm}^2 \text{ (em 50 cm de largura)}$$

ou

$$A_s = 0,266\text{cm}^2 / m$$

Por norma (NBR 14859-1) a área de armadura secundária (distribuição) presente na capa de concreto deve ser maior que  $A_{s\text{min}} = 0,6\text{cm}^2 / m$ . Portanto prevalece esta última, empregando-se barras de 5mm de diâmetro espaçadas a cada 33 cm.

### ***Verificação do Cisalhamento:***

Como a distância entre eixos de nervuras é menor que 65 cm, a laje pode prescindir de armadura transversal para resistir às tensões de tração causadas pela força cortante se:

$$V_{sd} \leq V_{rd1}$$

$$V_{sd} = 1,4 \times 7,232 = 10,122\text{kN} \leq V_{rd1} = 15,328\text{kN}$$

Como  $V_{sd} \leq V_{rd1}$ , conclui-se que não é necessária a utilização de armadura transversal.

### ***Verificação do dimensionamento realizado com análise linear***

Para confirmar se, de fato, as armaduras obtidas com a análise linear são adequadas para a segurança frente ao Estado Limite Último, realizou-se uma análise não-linear. Os procedimentos envolvidos neste tipo de análise são idênticos aos descritos nas verificações do Estado Limite de Serviço do item 5.3.2. A diferença reside nos valores das cargas aplicadas (majoradas pelo coeficiente  $\gamma_f = 1,4$ ) e nos parâmetros do modelo não-linear, os quais contemplam os coeficientes de ponderação de resistência dos materiais ( $\gamma_c = 1,4$  para o concreto e  $\gamma_s = 1,15$  para o aço das armaduras).

Os resultados mostraram que o dimensionamento com análise linear foi adequado e seguro, pois para 100% das cargas da combinação última de ações, nenhuma seção atingiu a

ruptura (o momento último). A ruptura ocorreu somente quando as cargas da combinação foram 16% maiores (fator de carga = 1,16), conforme ilustra a figura 5.9.

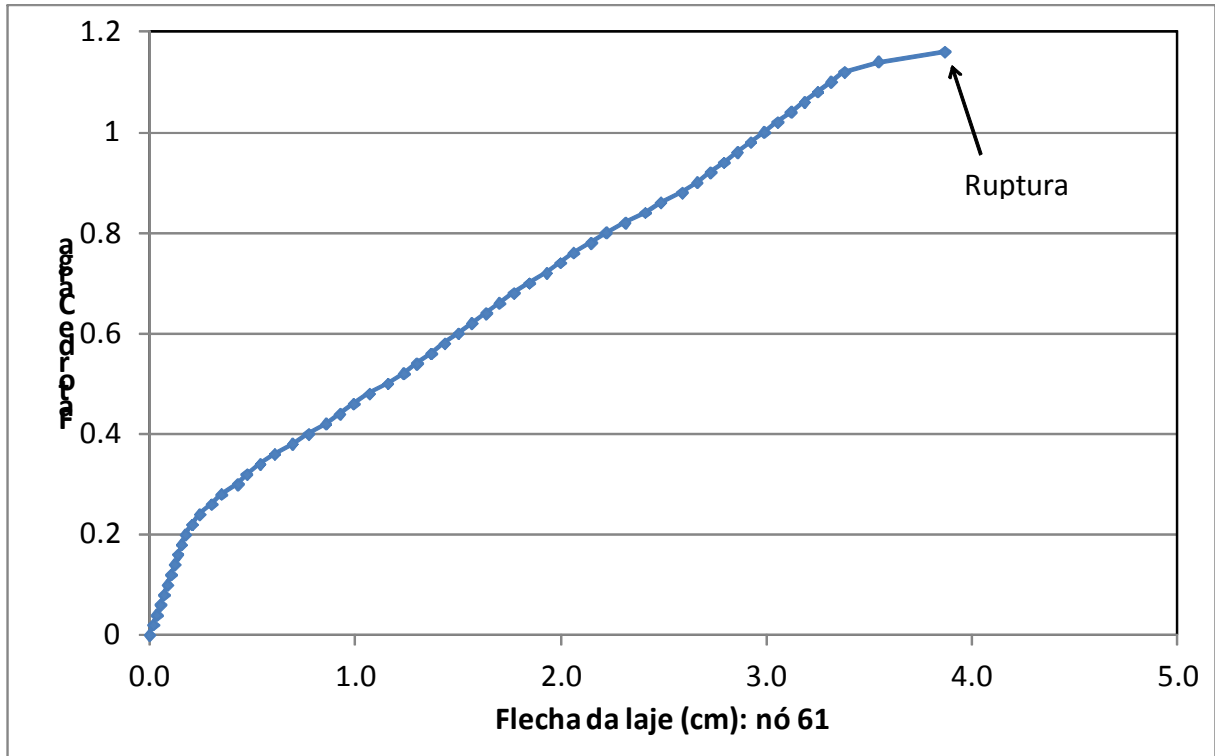


Figura 5.9 - Curva carregamento aplicado vs flecha – Análise não-linear (ELU)

### 5.3.2 Verificação do Estado Limite de Serviço de Deformações Excessivas

Para a verificação das flechas na laje, utiliza-se a combinação quase permanente:

$$p = g + \Psi_2 \cdot q$$

onde

$$\Psi_2 = 0,3 \text{ para edifício residencial}$$

$$g = 3,94 \text{ kN} / \text{m}^2$$

$$q = 2,0 \text{ kN} / \text{m}^2$$



logo,  $p = 4,54 \text{ KN} / \text{m}^2$

O carregamento no modelo estrutural foi aplicado como cargas concentradas nos nós, cujos valores para a combinação quase permanente são:

Para os nós no interior da grelha:  $4,54 \times 0,25 = 1,135 \text{ KN}$

Para os nós de borda da grelha  $4,54 \times 0,125 = 0,5675 \text{ KN}$

Para os nós referentes aos quatro cantos  $4,54 \times 0,0625 = 0,2837 \text{ KN}$

### 5.3.2.1 Análise Linear Modificada (ALM)

No início da análise estrutural, trabalha-se com a rigidez à flexão das nervuras no Estádio I (sem fissuração). Obtidos os momentos máximos em cada nervura com o auxílio do programa Grelha Linear, calcula-se o momento de inércia equivalente para cada nervura da laje, segundo a expressão da NBR6118:

$$I_{eq} = \left( \frac{M_r}{M_a} \right)^3 \cdot I_c + \left[ 1 - \left( \frac{M_r}{M_a} \right)^3 \right] \cdot I_{II}$$

Dessa forma, análise linear é modificada por meio da substituição dos momentos de inércia à flexão do Estádio I pelos momentos de inércia equivalente, para a consideração da fissuração do concreto. Além do máximo momento atuante em cada nervura, obtiveram-se os parâmetros necessários para o cálculo da inércia equivalente:

$$M_r = 329,84 \text{ KN} \cdot \text{cm}$$

$$I_c = 16589,72 \text{ cm}^4$$

$$I_{II} = 4267,81 \text{ cm}^4$$

Após a inclusão dos valores de inércia equivalente das nervuras longitudinais no modelo de grelha, realizou-se um novo processamento da estrutura, obtendo-se para a flecha imediata o valor de  $a_i = 1,32 \text{ cm}$ . Vale destacar que nas barras da grelha que representam a capa de concreto, os momentos solicitantes foram inferiores ao momento de fissuração da mesma, ou seja, a capa não sofreu fissuração.

Para a consideração dos efeitos diferidos no tempo, utilizou-se o coeficiente  $\alpha_f$  proposto pela NBR 6118. Conforme demonstrado no exemplo 1, o valor desse coeficiente para a aplicação das cargas de longa duração na idade de 14 dias assume o valor de  $\alpha_f = 1,47$ .

Dessa forma, obtém-se o valor da flecha total no tempo infinito:

$$a_{total} = a_i \cdot (1 + \alpha_f) = 1,32 \cdot (1 + 1,47) = 3,26 \text{ cm}$$

Como o limite da NBR 6118 para o critério de aceitabilidade sensorial visual é de

$$a_{limite} = \frac{l}{250} = \frac{500}{250} = 2 \text{ cm}$$

a flecha total não atende a tal critério. Como solução, recorre-se ao uso de contraflecha, cujo valor máximo é

$$a_{cf} = \frac{l}{350} = \frac{500}{350} = 1,42 \text{ cm}$$

Adotando 1,3cm de contraflecha, obtém-se o valor final da flecha total:

$$a_{total} = 3,26 \text{ cm} - 1,3 \text{ cm} = 1,96 \text{ cm}$$

A tabela 5.2 resume as flechas obtidas na laje para a análise linear modificada.

Tabela 5.2: Flecha imediata e total obtidas com a análise linear modificada (ALM)

<b>Flecha Imediata (cm)</b>	<b>Flecha Total (cm)</b>
1,32	3,26

Por fim, vale destacar que o valor de flecha imediata obtida com o modelo de viga isolada (1,48 cm) foi cerca de 12% maior que a flecha imediata obtida com o modelo de grelha (1,32 cm), para o mesmo tipo de análise (linear modificada com a expressão da inércia equivalente) e mesma espessura de laje. Esta diferença sugere que o modelo de viga isolada,

embora não considere a contribuição da capa na rigidez da laje, permite uma avaliação razoável das flechas no caso de lajes treliçadas com nervuras em uma única direção.

### 5.3.2.2 Análise não linear (ANL)

A análise não linear foi realizada com o auxílio do programa Grelha Não Linear, o qual considera a não-linearidade física por meio de relações momento-curvatura. A partir dos momentos solicitantes, o programa calcula a rigidez à flexão de cada seção (nó) e, conseqüentemente, de cada elemento finito (barra) que compõe a grelha.

Para a obtenção da rigidez à flexão das nervuras no Estádio II, o programa utiliza uma expressão similar à proposta por Branson (1965), porém com o expoente  $m=4$  para o caso de análise de seções individuais:

$$I_{eq} = \left(\frac{M_r}{M}\right)^m \cdot I_I + \left[1 - \left(\frac{M_r}{M}\right)^m\right] \cdot I_{II}$$

Para a obtenção da rigidez à flexão das nervuras no Estádio III (regime de ruptura), emprega-se uma linearização entre o ponto de início de escoamento de armadura e o ponto de resistência máxima ao momento fletor.

Enquanto os momentos fletores não atingem o momento de fissuração  $M_r$ , o programa utiliza para a rigidez à torção das nervuras a rigidez referente ao Estádio I. Quando as nervuras ingressam no Estádio II, utiliza-se a rigidez à torção do Estádio II.

Alguns procedimentos e algumas observações são comuns nas análises não-lineares deste exemplo e dos demais deste capítulo, a saber:

- Para a solução numérica do problema não-linear, utilizou-se o método incremental iterativo de Newton-Raphson, com critério de convergência baseado no resíduo de forças.
- O carregamento foi aplicado em incrementos iguais de carga correspondentes a 5% do carregamento total da combinação quase-permanente (ou seja, foram definidas 20 divisões iguais de carga).

- Para a convergência numérica, estipulou-se uma tolerância de 1% associada ao vetor resíduo de forças. Em todas as análises, cada incremento de carga não necessitou de mais de 3 iterações para a convergência.
- As barras da grelha que representam a capa de concreto não sofreram fissuração (momentos solicitantes foram inferiores ao momento de fissuração da capa).

Maiores detalhes sobre os modelos constitutivos empregados pelo programa e demais procedimentos de cálculo são apresentados no Anexo A.

A tabela 5.3 resume as flechas obtidas na laje para a análise não-linear.

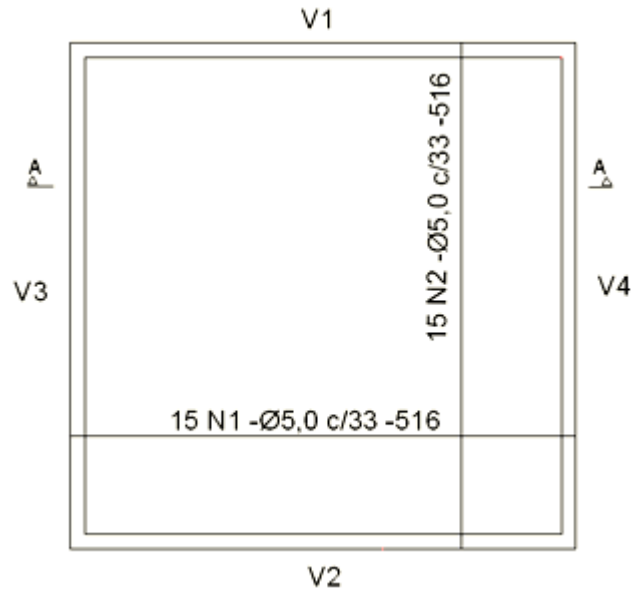
Tabela 5.3: Flecha imediata e total obtidas com a análise não-linear (ANL)

<b>Flecha Imediata (cm)</b>	<b>Flecha Total (cm)</b>
1,025	2,53

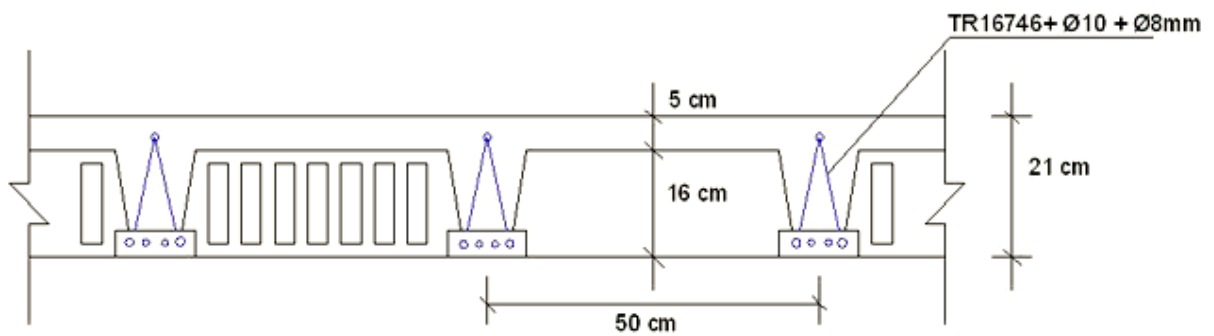
Nota-se neste caso que, para atender ao critério de aceitabilidade sensorial, seria necessária uma contraflecha em torno de 0,5cm, valor razoavelmente inferior à contraflecha necessária ao se empregar a análise linear modificada (1,3cm).

### 5.3.3 Detalhamento das armaduras

Na figura 5.8 apresenta-se o detalhamento das armaduras necessárias da laje projetada no exemplo 2.



a) Armadura de distribuição



b) Armadura treçada das Vigotas

Figura 5.10 - Detalhamento das armaduras da laje do exemplo 2

### 5.4 Exemplo 3 (Adição de nervuras transversais)

Neste exemplo foram analisadas lajes treçadas com nervuras transversais. Um dos principais objetivos deste exemplo é analisar a influência da adição de nervuras transversais na diminuição das flechas nas lajes treçadas. Foram adicionadas nervuras transversais à laje apresentada no exemplo 2 (modelo R), nas quantidades de uma, duas, três, cinco e nove nervuras (modelos N1, N2, N3, N5, N9) cuja nomenclatura e representação estão na tabela 5.4.

As nervuras transversais foram dispostas com o intuito de enrijecer a região central da laje, seguindo o arranjo proposto para a malha da grelha, no caso de uma nervura transversal esta foi posicionada no centro do vão, para os modelos com 2, 3, 5 e 9 estas foram igualmente espaçadas seguindo a orientação da grelha.

A nomenclatura proposta para os modelos do exemplo 3 (item 5.4), assim como nos exemplos 1 (item 5.2) e exemplo 2 (item 5.3) são indicados na tabela 5.4, facilitando assim a compreensão dos mesmos na apresentação dos resultados.

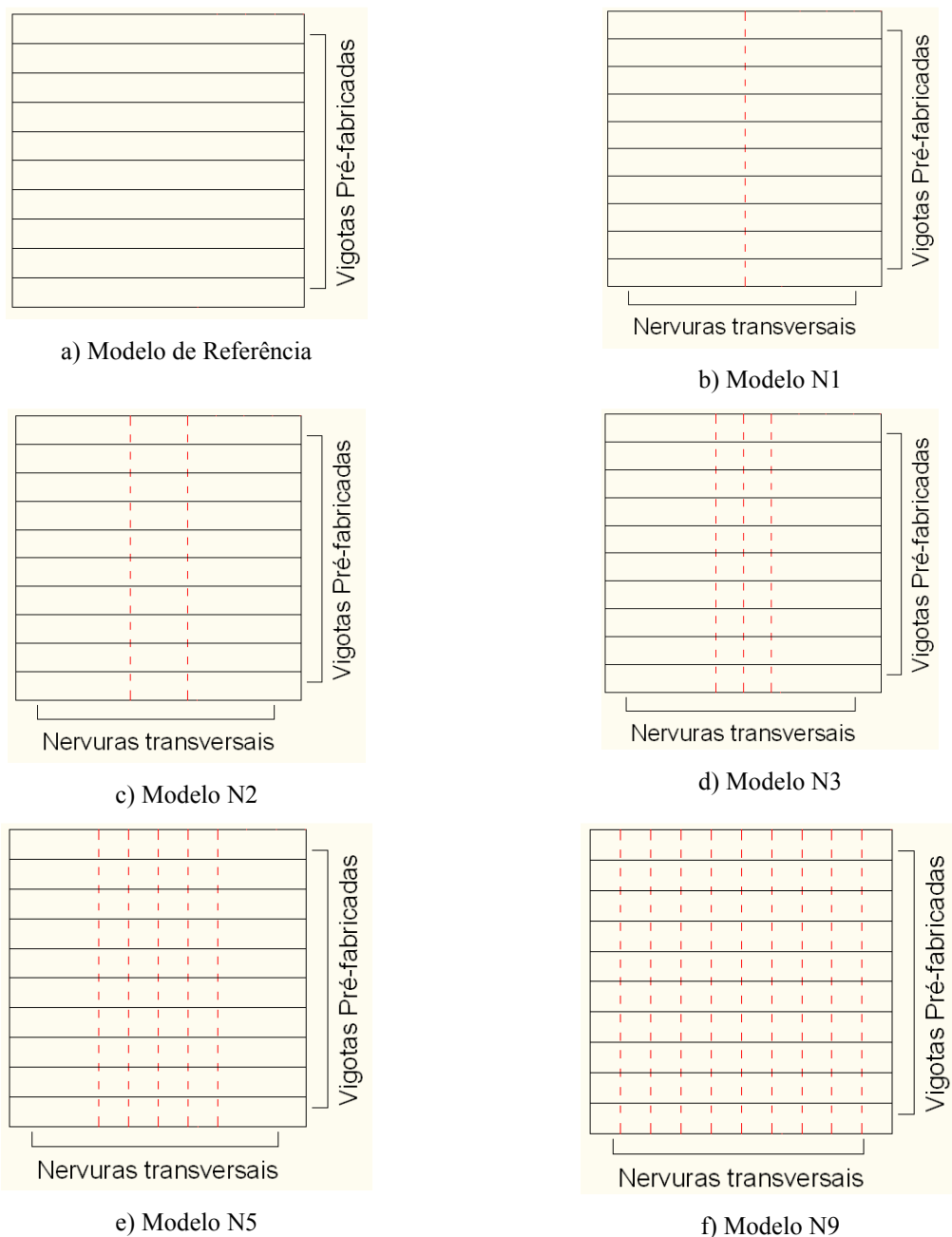


Figura 5.11 Posição das Nervuras transversais adicionadas à laje de referência

Tabela 5.4 Nomenclatura adotada para cada modelo analisado.

<b>V21</b>	Laje pelo modelo de viga com h=21cm
<b>V22</b>	Laje pelo modelo de viga com h=22cm
<b>R</b>	Laje sem nervuras transversais e h=21cm: modelo de grelha
<b>N1</b>	Laje com uma nervura transversal e h=21cm: modelo de grelha
<b>N2</b>	Laje com duas nervuras transversais e h=21cm: modelo de grelha
<b>N3</b>	Laje com três nervuras transversais e h=21cm: modelo de grelha
<b>N5</b>	Laje com cinco nervuras transversais e h=21cm: modelo de grelha
<b>N9</b>	Laje com nove nervuras transversais e h=21cm: modelo de grelha

O peso próprio adicional de cada nervura transversal foi lançado como cargas concentradas nos nós ao longo do eixo que representa tal nervura no modelo de grelha:

Para os nós da viga transversal no interior da grelha: 0,24 kN (por nó)

Para os nós da viga transversal na borda da grelha: 0,12 kN (por nó)

Para a obtenção de esforços e deslocamentos, os procedimentos são os mesmos do exemplo 2. Emprega-se o modelo de grelha tanto para o Estado Limite Último (Análise Linear) quanto para a verificação do estado limite de serviço de deformação excessiva (análise linear modificada e análise não-linear).

A fim de mostrar as alterações envolvidas na adição de nervuras transversais, apresentam-se os procedimentos de dimensionamento referentes ao caso de uma nervura transversal (modelo N1). Para os demais casos, os procedimentos apresentados são semelhantes.

#### 5.4.1 Estado limite último

##### ***Dimensionamento das armaduras de flexão:***

Tanto as seções das nervuras longitudinais quanto a da nervura transversal foram recaíram no dimensionamento de seções T, com a linha neutra passando pela capa de concreto.

O máximo momento solicitante de cálculo nas nervuras longitudinais e a respectiva área de armadura necessária assumiram os seguintes valores no modelo N1:

$$M_{sd} = 1311,73KN.cm \quad A_s = 1,67cm^2$$

Escolheu-se uma vigota segundo os diâmetros comerciais usuais TR 16746, mais uma armadura complementar com  $\phi 10mm + \phi 6,3mm$  (barras de CA-50).

O máximo momento solicitante de cálculo na nervura transversal e a respectiva área de armadura necessária assumiram os seguintes valores (modelo N1):

$$M_{sd} = 1144,68KN.cm \quad A_s = 1,456cm^2$$

Logo, adotou-se  $3\phi 8mm$  (barras aço CA-50) para a armadura da vigota transversal.

Assim como nos exemplos anteriores, as armaduras escolhidas para os componentes da laje atenderam as armaduras mínimas de flexão especificada pela norma.

Na capa de concreto são dispostas armaduras secundárias (distribuição), empregando-se barras de 5mm de diâmetro espaçadas a cada 33 cm, conforme já especificado nos exemplos anteriores.

Nos demais modelos (N2, N3, N5 e N9), os procedimentos para o dimensionamento da armadura de flexão foram os mesmos, calculando-se novas áreas de aço necessárias para as nervuras longitudinais e transversais.

### ***Verificação do Cisalhamento***

Conforme os exemplos anteriores, a laje pode prescindir de armadura transversal para resistir às tensões de tração causadas pela força cortante se:

$$V_{sd} \leq V_{rd1}$$



Para o modelo N1, obteve-se para o maior esforço cortante nas nervuras transversais:

$$V_{sd} = 14,07kN \leq V_{rd1} = 15,087kN$$

Como  $V_{sd} \leq V_{rd1}$ , conclui-se que não é necessária a utilização de armadura transversal.

Nos demais modelos (N2, N3, N5 e N9) também não foi necessária a utilização de armadura para força cortante nas nervuras.

### ***Verificação do dimensionamento realizado com análise linear***

Assim como no exemplo 2, o dimensionamento obtido com análise linear foi confirmado com a realização de uma análise não-linear. Os resultados também mostraram que o dimensionamento com análise linear foi adequado e seguro. A ruptura ocorreu somente quando as cargas da combinação foram 12% maiores (fator de carga = 1,12), conforme ilustra a figura 5.9.

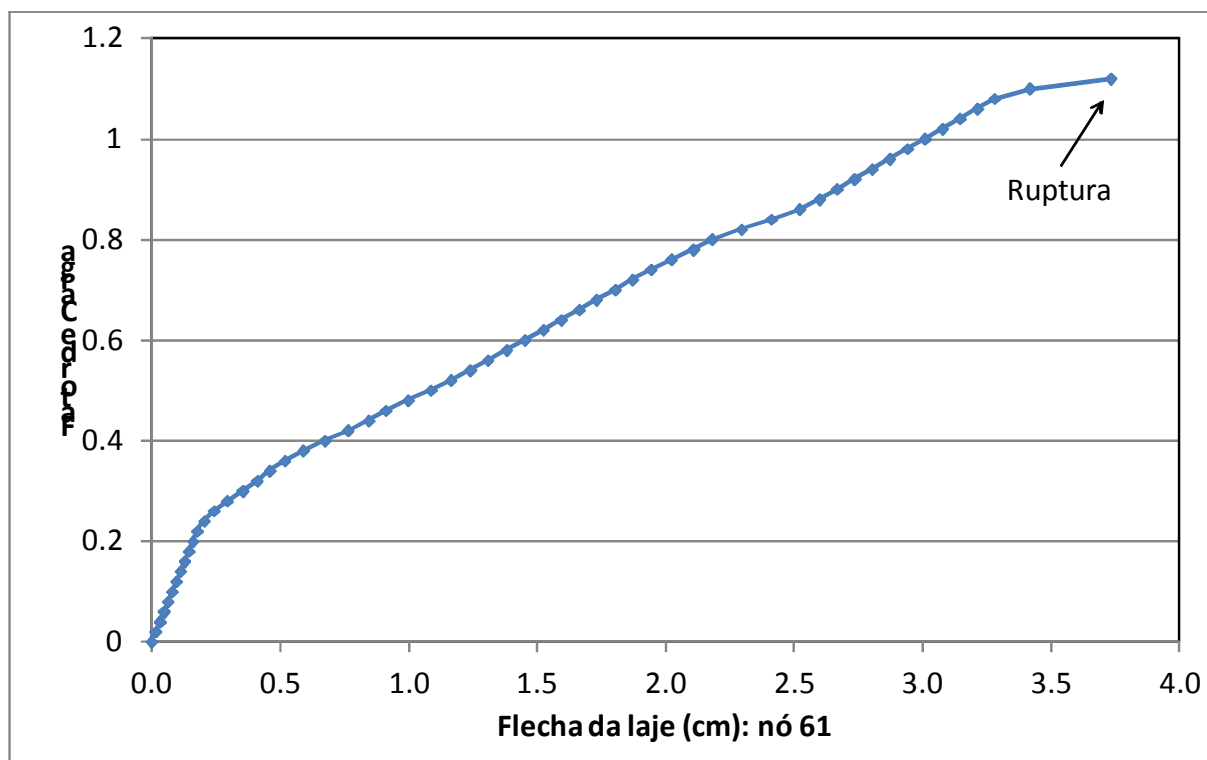


Figura 5.12 - Curva carregamento vs flecha (N1) – Análise não-linear (ELU)

#### 5.4.2 Verificação do Estado Limite de Serviço de deformações excessivas

A verificação das deformações excessivas segue o mesmo procedimento do exemplo 2. O carregamento associado à combinação quase permanente é idêntico ao exemplo 2, devendo-se adicionar, entretanto, o carregamento referente ao peso da nervura transversal, conforme já mencionado.

##### 5.4.2.1 Análise Linear Modificada (ALM)

Os procedimentos são idênticos ao do exemplo 2 (item 5.3.2.1). No início da análise, trabalha-se com a rigidez à flexão de todas as nervuras no Estádio I para a obtenção dos momentos máximos em cada nervura com o auxílio do programa Grelha Linear. De posse desses momentos máximos, calcula-se o momento de inércia equivalente da NBR6118 para cada nervura da laje.

Em seguida, a análise linear é modificada, substituindo-se os momentos de inércia à flexão do Estádio I pelos momentos de inércia equivalente, para a consideração da fissuração do concreto.

Além do máximo momento atuante em cada nervura, os parâmetros necessários para o cálculo da inércia equivalente são:

Nervuras longitudinais: Modelo N1

$$M_r = 329,84 \text{KN.cm}$$

$$I_c = 16589,72 \text{cm}^4$$

$$I_{II} = 3988,62 \text{cm}^4$$

Nervura transversal: Modelo N1

$$M_r = 329,84 \text{KN.cm}$$

$$I_c = 16589,72 \text{cm}^4$$

$$I_{II} = 3531,07 \text{ cm}^4$$

O valor de flecha imediata obtidos com a análise linear modificada utilizando o programa Grelha Linear assumiu o valor de  $a_i = 1,123 \text{ cm}$ . Sabendo-se que  $\alpha_f = 1,47$  (efeitos diferidos no tempo), obteve-se para a flecha final o valor de:

$$a_{total} = a_i \cdot (1 + \alpha_f) = 1,123 \cdot (1 + 1,47) = 2,77 \text{ cm}$$

Como o valor da flecha total ultrapassa o limite da NBR 6118 para o critério de aceitabilidade sensorial visual (2cm), emprega-se uma contraflecha de 1,0cm para a redução da flecha total:

$$2,77 \text{ cm} - 1 \text{ cm} = 1,77 \text{ cm}$$

Para os demais modelos (N2, N3, N5 e N9), os resultados da análise linear modificada (ALM) estão indicados na tabela 5.5.

Tabela 5.5 Flechas obtidas com a análise linear modificada (ALM)

<b>Modelo</b>	<b>Flecha Imediata (cm)</b>	<b>Flecha total (cm)</b>
N1	1,12	2,77
N2	0,98	2,42
N3	0,82	2,03
N5	0,70	1,73
N9	0,61	1,50

#### 5.4.2.2 Análise Não-Linear (ANL)

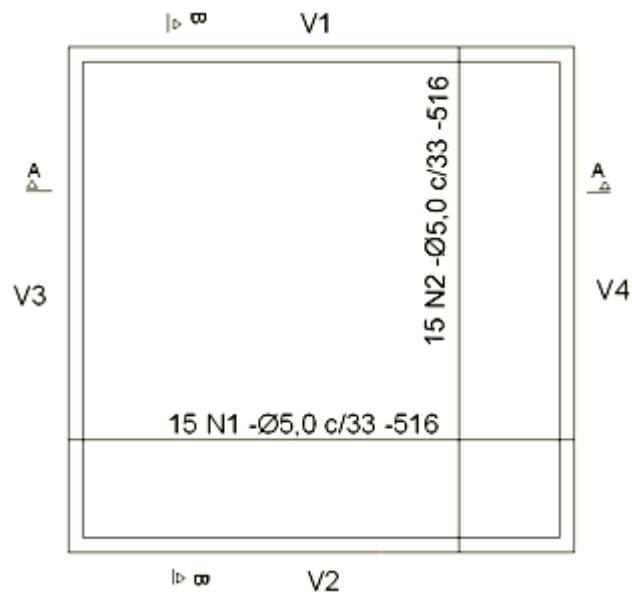
Os procedimentos referentes à análise não linear foram os mesmos descritos no exemplo 2. Os resultados obtidos para todos os modelos com o auxílio do programa Grelha Não-Linear estão indicados na tabela 5.6.

Tabela 5.6 Flechas obtidas com a análise não-linear (ANL)

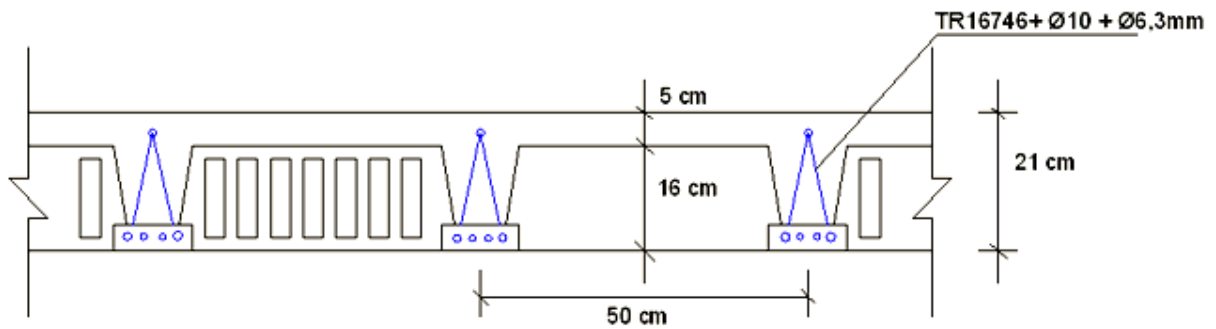
Modelo	Flecha Imediata (cm)	Flecha total (cm)
N1	0,87	2,15
N2	0,76	1,90
N3	0,67	1,66
N5	0,54	1,33
N9	0,44	1,09

#### 5.4.3 Detalhamento das armaduras

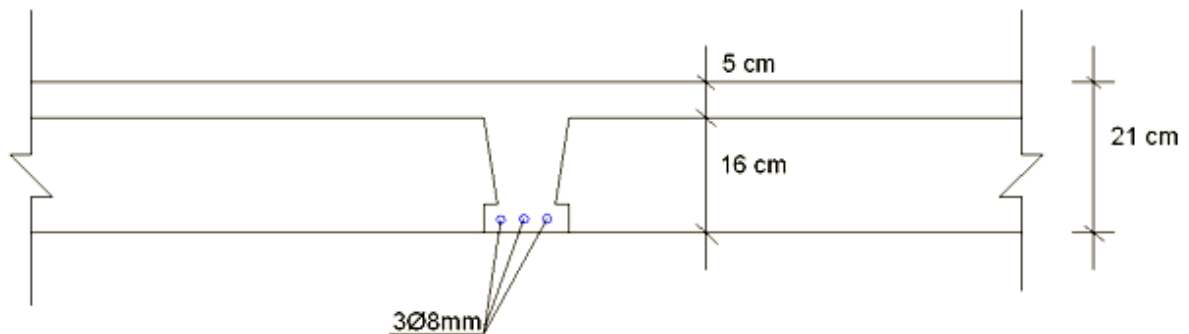
Na figura 5.10 apresenta-se o detalhamento das armaduras necessárias da laje projetada no exemplo 3.



a) Armadura de distribuição



a) Corte AA - Armadura treliçada das Vigotas pré-fabricadas



c) corte BB – Armadura das vigotas transversais

Figura 5.13 - Detalhamento das armaduras da laje do exemplo 3

#### 5.4.4 Influência do tipo de análise e da adição de nervuras transversais nas flechas em serviço

Neste item apresenta-se uma comparação entre os dois tipos de análise utilizados nas verificações do Estado Limite de Serviço de Deformações Excessivas. A tabela 5.7 contém os valores das flechas imediatas e das flechas totais obtidas com a análise linear modificada (ALM) e a análise não-linear (ANL) em função do número de nervuras transversais, para a espessura total de laje de 21cm. Vale relembrar que todas as lajes calculadas com o modelo de grelha (R, N1, N2, N3, N5 e N9) apresentaram flechas totais dentro dos limites de norma, sendo que apenas o modelo de viga isolada (Viga 21) não se apresenta dentro dos valores estabelecidos pela NBR 6118.

Tabela 5.7 Comparação das flechas obtidas para cada tipo de análise.

Modelo	Flecha Imediata	Flecha Imediata	Flecha Total	Flecha Total	Diferença (%)
	(ALM) (cm)	(ANL) (cm)	(ALM) (cm)	(ANL) (cm)	
Viga 21	1,48	-	3,65	-	
R	1,32	1,03	3,26	2,53	28,85
N1	1,12	0,87	2,77	2,15	28,83
N2	0,98	0,76	2,42	1,90	27,37
N3	0,82	0,67	2,03	1,66	22,29
N5	0,70	0,54	1,73	1,33	30,08
N9	0,61	0,44	1,50	1,09	37,61

Com base nos valores de flecha total contidos na tabela 5.7, apresenta-se o gráfico comparativo na figura 5.13, a fim de analisar as diferenças existentes entre os dois tipos de análise utilizados e a influência da adição de nervuras transversais.

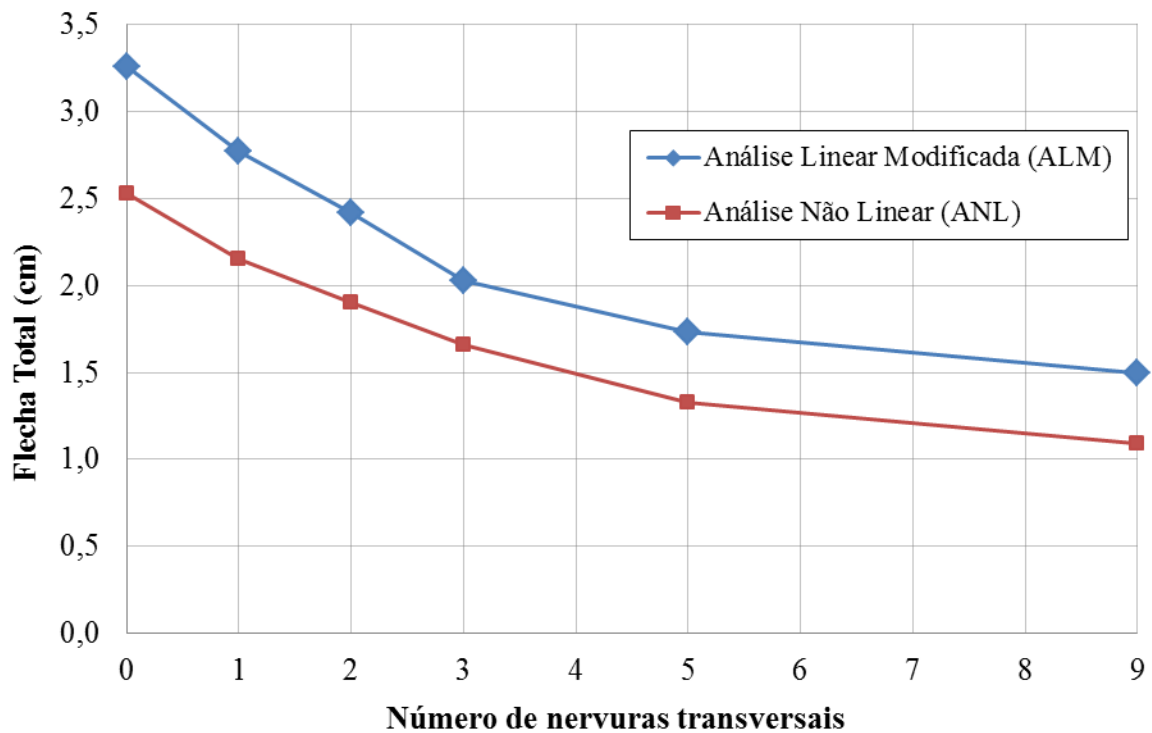


Figura 5.14 - Comparativo entre os tipos de análise e análise da influência do número de nervuras transversais.

Pelos os resultados da figura 5.13, é evidente a redução no valor da flecha total à medida que se adicionam nervuras transversais na laje, para os dois tipos de análise (ALM e ANL). No entanto, os maiores ganhos nas reduções de flecha foram observados nas lajes com até três nervuras transversais. Para cinco e nove vigotas transversais, as reduções de flecha total foram menos relevantes.

Com base na figura 5.13 nota-se que valores das flechas totais obtidos com a análise não-linear foram menores quando comparadas as obtidas pela análise linear modificada. Para as lajes com até três nervuras transversais, obteve-se uma diferença média de 27% nas flechas totais entre os dois tipos de análise.

Levando-se em conta a maior complexidade envolvida em uma análise não-linear, pode-se afirmar que análise linear modificada com o uso da inércia equivalente da NBR 6118 conduziu a resultados satisfatórios para a verificação das flechas em serviço.

Evidentemente, a escolha o tipo de análise pelo projetista fica condicionada as ferramentas de cálculo que possui. Entretanto, acredita-se que, para situações mais específicas, uma análise mais refinada (análise não linear) pode contribuir para uma maior precisão na obtenção de esforços e deslocamentos da laje.

#### 5.4.5 Influência da adição de nervuras transversais sobre as reações de apoio

A parcela de carregamento da laje que é transmitida para os apoios das nervuras longitudinais quanto das transversais, requer uma avaliação mais detalhada quando no caso de lajes treliçadas. Muitos projetistas optam por fazer aproximações dos quinhões de carga que cada apoio recebe, independente das características da laje. Contudo, esse procedimento pode conter imprecisões relevantes sobre a real parcela de carga transmitida aos apoios, uma vez que estes valores dependem das características da laje e, certamente, do número de nervuras transversais. O emprego do modelo de grelha permite uma análise específica em cada caso e contribui para resultados mais fiéis à realidade construtiva, evitando problemas no dimensionamento.

Em cada um dos modelos, a parcela de carga transmitida para os apoios foi obtida a partir dos resultados do modelo de grelha para os esforços da combinação do Estado Limite Último. A tabela 5.8 e a figura 5.16 indicam os valores percentuais da carga transmitida pelas nervuras longitudinais aos apoios AB/CD, em relação ao carregamento vertical total na laje.

Os trechos AB/CD caracterizam os lados onde às nervuras principais (ou longitudinais) estão apoiadas.

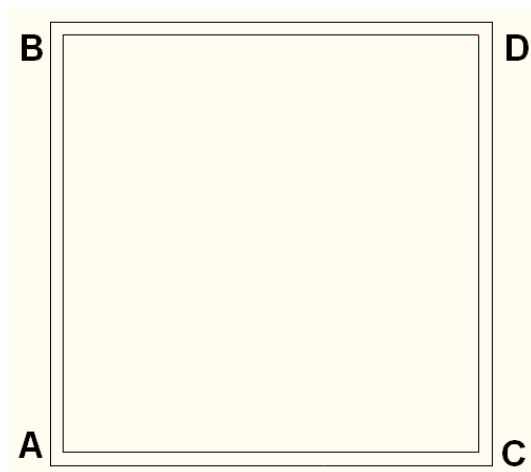


Figura 5.15 Trecho de apoios AB/CD

Tabela 5.8 Porcentagem do carregamento total da laje transmitida aos apoios AB/CD.

<b>Modelo</b>	<b>% carregamento</b>
R	88,66
N1	79,05
N2	72,28
N3	66,91
N5	58,81
N9	50,00



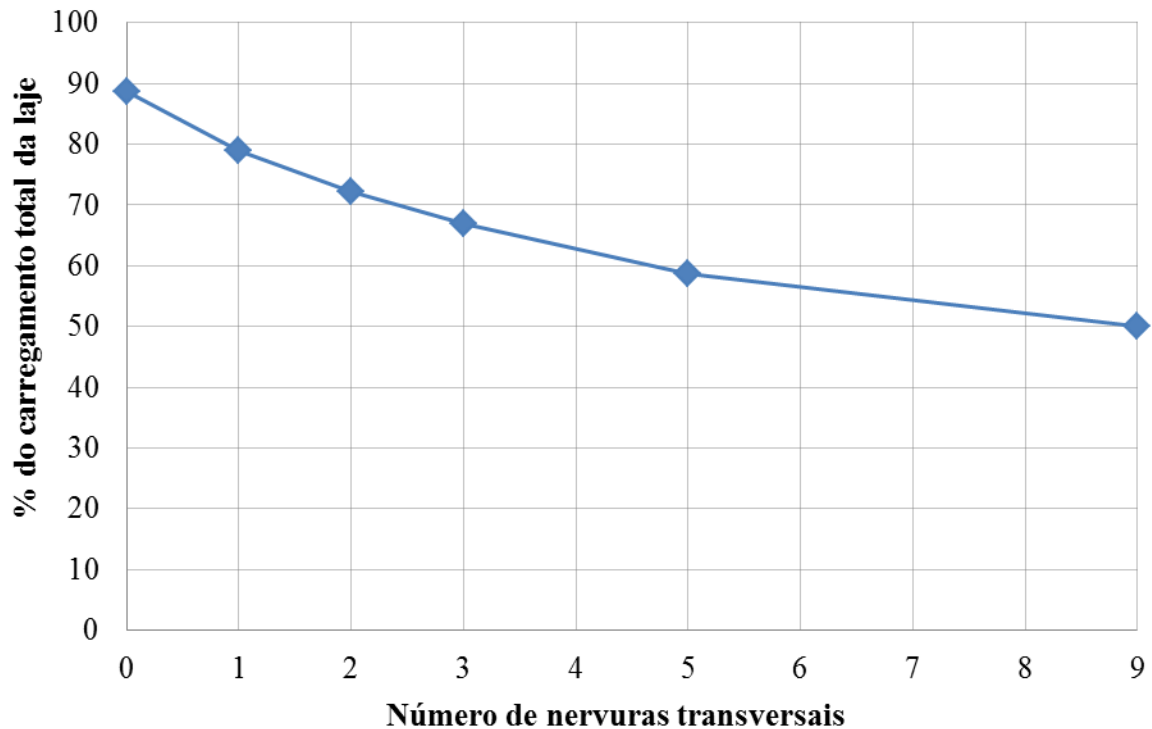


Figura 5.16 - Porcentagem do carregamento total da laje transmitida aos apoios AB/CD em função do número de nervuras transversais.

Os resultados da tabela 5.10 e da figura 5.16 mostram que, nas lajes sem nervuras transversais ou com poucas destas, grande parte do carregamento vertical é transmitido nos apoios AB/CD das nervuras longitudinais. Com aumento do número de nervuras transversais, as reações de apoio tendem a ser mais uniformes no contorno da laje. Na laje sem nervuras transversais (modelo R), cerca de 88% do carregamento foi transmitido aos apoios das nervuras principais (44% para AB e 44% para CD). Por sua vez, na laje com três nervuras transversais (modelo N3), cerca de 2/3 do carregamento total é transmitido aos apoios das nervuras principais.

#### 5.4.6 Influência da adição de nervuras transversais nos momentos fletores máximos na laje

A adição de nervuras transversais alterou a magnitude dos momentos fletores máximos nas lajes pré-fabricadas. Tal mudança teve influência direta no dimensionamento das armaduras de flexão frente ao Estado Limite Último.

Dessa forma, realizou-se uma avaliação da alteração dos valores de momentos máximos nas nervuras longitudinais, as quais são mais solicitadas na laje. Verificou-se que houve uma redução nos momentos máximos com o número de nervuras transversais (vide tabela 5.9 e figura 5.17). Tal redução, evidentemente, acarreta em redução das armaduras de flexão necessárias em todos os modelos de laje.

Tabela 5.9 Momentos fletores máximos na laje para cada modelo analisado

<b>Modelo</b>	<b>Momento máximo (kN.cm)</b>
R	1410,31
N1	1311,74
N2	1187,18
N3	1055,57
N5	946,50
N9	903,67

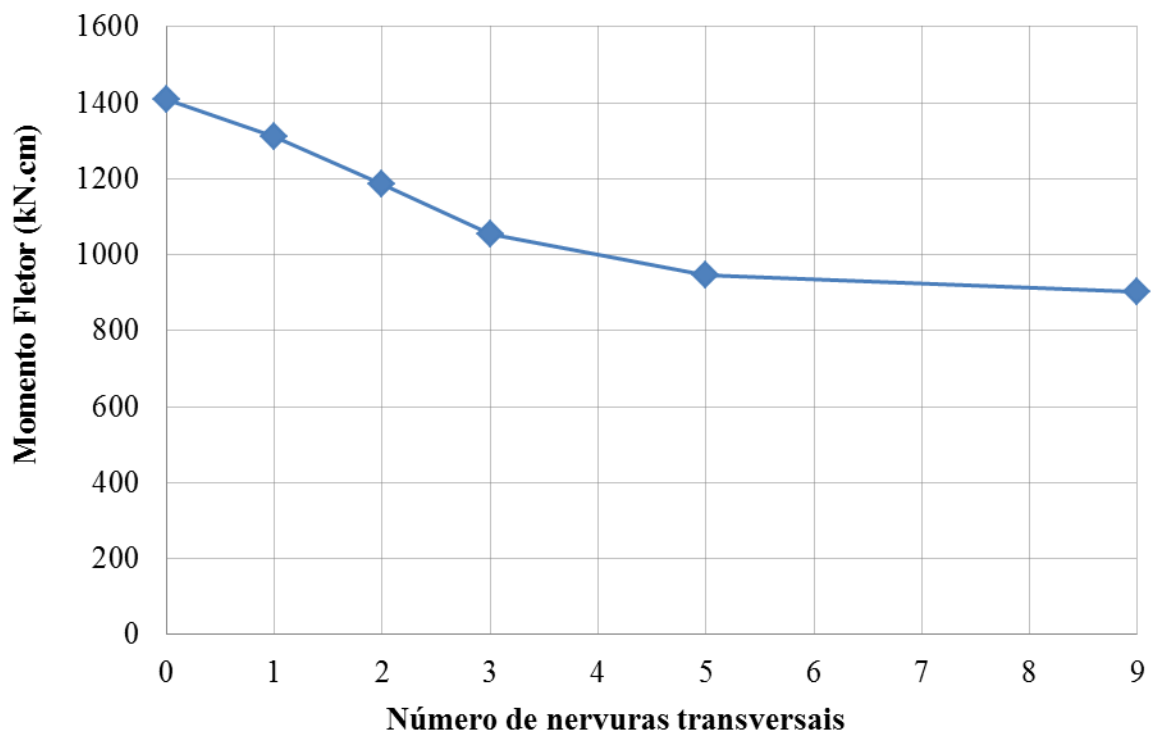


Figura 5.17 - Momentos fletores máximos em função do número de nervuras transversais.

A porcentagem de redução de momentos nas nervuras longitudinais chegou a 36% com a adição de nove nervuras transversais. Contudo a parcela de momento reduzida nas nervuras longitudinais é redistribuída para as nervuras transversais adicionadas. Por esse motivo, convém analisar a área de aço total das armaduras de flexão nas nervuras em cada modelo para melhor compreender os benefícios (ou não) do acréscimo de nervuras transversais em termos de dimensionamento no Estado Limite Último. Essa análise de consumo é realizada nos itens 5.4.7 e no exemplo 4.

#### 5.4.7 Influência da adição de nervuras transversais no consumo de aço nas armaduras de flexão empregadas nas lajes

Para os modelos com altura total da laje de 21cm, procura-se demonstrar a influência da adição de nervuras transversais sobre a área de aço necessária para as armaduras de flexão das nervuras longitudinais e transversais.

A tabela 5.10 contém as informações das armaduras de flexão dimensionadas e a respectiva área de aço total para cada modelo. Os valores em parênteses nessa tabela indicam a armadura adicional das nervuras longitudinais, compostas por barras de aço CA-50. Para o banzo inferior da treliça, empregaram-se fios de aço CA-60.

Tabela 5.10 Armaduras de flexão empregadas para as nervuras longitudinais e transversais em cada modelo (h=21cm).

<b>Modelo</b>	<b>Nervura Longitudinal</b>	<b>Nervura Transversal</b>	<b>Área de aço total da laje</b>
R	2Ø6 + (Ø10+ Ø8)	-	16,78 cm <sup>2</sup>
N1	2Ø6 + (Ø10+ Ø 6,3)	3 Ø 8	16,62cm <sup>2</sup>
N2	2 Ø 6 + (2 Ø 8)	2 Ø 8+ Ø6,3	16,71cm <sup>2</sup>
N3	2 Ø 6 + (1 Ø 10)	1 Ø 10+1Ø8	16,20cm <sup>2</sup>
N5	2 Ø 6 +(2 Ø 6,3)	2 Ø8+1Ø6,3	17,27cm <sup>2</sup>
N9	2 Ø 6 +(1Ø8)	2Ø6,3 +1Ø8	19,73cm <sup>2</sup>

É importante ressaltar que nos modelos N3, N5 e N9, os valores de flecha obtidos estão abaixo do limite estabelecido pela NBR 6118, prescindindo até mesmo da utilização de contra-flecha. Em função da busca pela otimização do consumo de materiais empregados, seria natural a redução das espessuras das lajes desses modelos em situações reais de projeto.

Com o objetivo de analisar a influência das nervuras transversais sobre o consumo de materiais (concreto e aço), os modelos N3, N5 e N9 serão recalculados, modificando-se a altura total das lajes.

### 5.5 Exemplo 4: Refinamento dos modelos analisados no exemplo 3

Um dos requisitos para o projeto de uma estrutura, além da segurança, consiste na economia de materiais, evitando assim subdimensionamento ou superdimensionamento. Como as flechas totais nos modelos N3, N5 e N9 ( $h=21\text{cm}$ ) foram menores que os valores limites estabelecidos por norma, decidiu-se fazer um refinamento no projeto reduzindo a altura da laje para valores inferiores a 21cm.

Nos modelos citados, as modificações na altura da laje foram efetuadas de modo que as flechas totais se aproximassem dos valores limites da NBR 6118 para o Estado Limite de Serviço de Deformações Excessivas, considerando-se a utilização de contraflecha. As armaduras de flexão foram recalculadas para atender o Estado Limite Último (vide tabela 5.11). Para a verificação das flechas em serviço, realizou-se a análise linear modificada e a análise não linear, cujos resultados são apresentados na tabela 5.12. Em resultado destes procedimentos, as lajes dos modelos N3, N5 e N9 tiveram suas alturas reduzidas de 21 cm para 20, 18 cm e 17 cm respectivamente.

Tabela 5.11 Armaduras de flexão refinamento de projeto nos modelos N3, N5 e N9.

<b>Modelo</b>	<b>Nervura Longitudinal</b>	<b>Nervura Transversal</b>	<b>Área de aço total da laje</b>
N3 ( $h=20\text{cm}$ )	2 Ø 6+(1 Ø 10)	2 Ø 8+1 Ø 6,3	16,24cm <sup>2</sup>
N5 ( $h=18\text{cm}$ )	2Ø6+(1Ø8+1Ø6,3)	2 Ø 8+1 Ø 6,3	18,98cm <sup>2</sup>
N9 ( $h=17\text{cm}$ )	2Ø6+(1Ø8+1Ø6,3)	2 Ø 8+1 Ø 6,3	24,23cm <sup>2</sup>

Para os modelos N3(20cm) e N9(17cm) adotou-se as vigotas treliçadas TR16746 e TR12746 respectivamente, estes diâmetros são normalmente encontrados nos catálogos dos diversos fabricantes de vigotas treliçadas.

No modelo N5(18cm) foi utilizado uma treliça TR14746, embora não seja comum a sua produção, tais dimensões são permitidas por norma sem afetar a qualidade da vigota treliçada.

Tabela 5.12 Comparação das flechas obtidas para cada tipo de análise após o refinamento de projeto – Modelos N3, N5 e N9

Modelo	Flecha Imediata	Flecha Imediata	Flecha Total	Flecha Total
	(ALM) (cm)	(ANL) (cm)	(ALM) (cm)	(ANL) (cm)
N3 (h=20cm)	1,00	0,79	2,47	1,97
N5 (h=18cm)	1,23	0,97	3,04	2,40
N9 (h=17cm)	1,29	0,94	3,19	2,33

A tabela 5.13 apresenta o resumo quantitativo do consumo ( $m^3$ ) de concreto as lajes que foram dimensionadas com o modelo de grelha, já incluindo o refinamento realizado nos modelos N3, N5 e N9.

Tabela 5.13 Consumo de concreto nas lajes ( $m^3$ )

Modelo	Consumo da Capa	Nervuras	Consumo Total ( $m^3$ )
R	1,25	0,864	2,114
N1	1,25	0,939	2,189
N2	1,25	1,015	2,265
N3(20cm)	1,00	1,090	2,090
N5(18cm)	1,00	1,349	2,349
N9(17cm)	1,25	1,156	2,406

A tabela 5.14 apresenta o consumo de aço (em kg) da laje em cada modelo. Nessa tabela, levaram-se em conta as armaduras de flexão das nervuras (longitudinais e transversais) e a armadura de distribuição – a qual consistiu de uma malha quadrada de  $\phi 5mm$  a cada  $33cm$  disposta na capa de concreto (aço CA-60).

Tabela 5.14 Consumo de aço total

<b>Modelo</b>	<b>Kg</b>
R	595,82
N1	670,39
N2	732,92
N3 (20cm)	792,22
N5 (18cm)	1036,28
N9 (17cm)	1702,19

Os resultados mostram que o consumo de concreto é muito semelhante em todos os modelos, naturalmente ao se ter nervuras transversais este consumo sofre um pequeno aumento. Percebe-se pela tabela 5.15 que o modelo N9 (com nove nervuras transversais) apresentou um aumento de 13 % na quantidade de concreto em relação ao modelo R (sem nervuras transversais). Logo, o acréscimo de nervuras transversais, incluindo o refinamento do dimensionamento dos modelos N3, N5 e N9, não resultou em diferenças muito significativas em termos de consumo de concreto.

Por sua vez, o consumo de aço cresceu significativamente à medida que se adicionam nervuras transversais. Obtiveram-se aumentos de consumo de 12% em N1, 23% em N2, 33% em N3 (20cm), 74% em N5(18cm) e 185% em N9 (17cm) quando comparados ao modelo R (sem nervuras).

A utilização de nervuras transversais proporciona a laje um comportamento mais próximo de placa, o que favorece o desempenho estrutural da mesma.

Evidentemente, a avaliação completa de consumo de materiais e custos das lajes envolve mão de obra, materiais de enchimento, madeiramento e escoras. Contudo a análise dos dois principais materiais que compõem a laje permitiram algumas conclusões sobre os efeitos do emprego de nervuras transversais nas lajes analisadas.

Embora tenha contribuído favoravelmente para o comportamento estrutural da laje (como por exemplo, na redução das flechas), o aumento da quantidade de nervuras transversais promoveu um considerável aumento no consumo de armaduras. Este fato sugere que não se deve esperar necessariamente uma redução no consumo de materiais (ou no custo final da laje) com o uso de nervuras transversais. Porém, estas podem ser uma opção para reduzir a deformabilidade vertical da laje, melhorando o comportamento em serviço.

## 6. CONCLUSÕES

### 6.1 Conclusões

O trabalho apresentou contribuições voltadas para a análise estrutural de lajes pré-fabricadas com vigotas treliçadas. Exemplos numéricos simples da aplicação dessas lajes em pavimentos foram elaborados, os quais permitiram diversas constatações e conclusões.

Inicialmente, o dimensionamento das lajes dos exemplos foi realizado com o emprego de dois modelos estruturais: o de viga isolada e o de grelha equivalente, ambos sem nervuras transversais. Posteriormente, com o modelo de grelha, foi analisada a influência da adição de nervuras transversais nas lajes treliçadas, principalmente na redução da flecha para as verificações do Estado Limite de Serviço.

Para todos os modelos de grelha equivalente foram realizadas comparações de resultados obtidos com uma análise linear (modificada) - segundo as prescrições da NBR 6118 para consideração da não linearidade física - e uma análise não linear completa, baseada em relações momento-curvatura. Também foi analisado, em função do acréscimo do número de nervuras transversais, a distribuição das reações de apoio, as alterações nos valores de momentos fletores máximos e o consumo de aço nas armaduras de flexão empregadas na laje.

Com base nos resultados obtidos, as principais conclusões deste trabalho são descritas a seguir:

#### **Influência do modelo estrutural**

Observou-se que os resultados fornecidos pelo modelo de viga isolada, por não considerar a capa de concreto na rigidez da laje, apresentaram resultados um pouco mais conservadores que os fornecidos pelo modelo de grelha equivalente. Mesmo com apenas nervuras longitudinais, a capa de concreto contribui na distribuição dos esforços, situação que é verificada com a utilização do modelo de grelha. Com o emprego deste modelo também foi possível identificar com maior precisão os valores das reações de apoio nas lajes.

No exemplo 1, para a altura da laje de 21cm (16 he + 5 hc), a utilização do modelo de viga isolada não atendeu os limites de flecha prescritos por norma, mesmo com a utilização dos valores máximos de contraflecha, impossibilitando assim execução da laje com estas dimensões. Como solução, foi adotado um valor maior para altura total da laje, no caso 22 cm (18 he + 4 hc). Para o arranjo de laje analisado no exemplo 1 esta modificação da altura não



conduziu a diferenças significativas no consumo de concreto e aço. Contudo, a modificação dos blocos de enchimento, assim como a espessura da capa, tem influência sobre os detalhes construtivos, como o embutimento de tubulações na laje.

A mesma laje (h21cm) foi dimensionada no exemplo 2 com o modelo de grelha. O processo de cálculo utilizado necessitou de ferramentas computacionais (programa Grelha Linear) para resolver a grelha equivalente que representa a laje. Os resultados obtidos para a flecha total respeitaram os valores máximos permitidos pela NBR 6118 para o Estado Limite de Serviço de Deformações Excessivas.

Logo, percebe-se que a aplicação do modelo de viga isolada é mais indicada para um pré-dimensionamento - útil para fornecer uma previsão dos esforços e das dimensões dos elementos que compõem a laje – ou quando não se dispõe de recursos computacionais para a resolução de grelhas.

Evidentemente, para pavimentos mais complexos que os abordados nos exemplos numéricos, a modelagem em grelha é mais recomendada, pois permite o cálculo integrado e melhor avaliação da interação entre as lajes que compõe o pavimento. Além disso, o modelo de grelha permite a análise de lajes com nervuras transversais, o que não é possível com o modelo de vigas isoladas.

### **Influência das nervuras transversais**

Nos modelos analisados no exemplo 3 fica evidente a contribuição positiva da adição de nervuras transversais na redução da flecha em lajes treliçadas. Tal observação é importante, pois para esse tipo de laje, o ponto crítico do dimensionamento muitas vezes é a verificação do Estado Limite de Serviço de Deformações Excessivas.

Nas simulações numéricas deste trabalho, com apenas uma nervura transversal, a redução da flecha já se mostrou relevante (cerca de 15,0%). Para duas, três, cinco e nove nervuras, as reduções nas flechas foram de 25,6 %, 37,7%, 47% e 54%, respectivamente, considerando-se a mesma altura total de laje.

A adição de nervuras transversais na laje requer maiores cuidados construtivos devido à montagem dos elementos na parte inferior da laje que servirão de suporte e fôrmas para a execução das nervuras. Em compensação, há o ganho na redução dos valores de flecha.

Os exemplos numéricos mostraram que a adição de nervuras transversais também proporciona melhor distribuição dos momentos na laje e das reações nos apoios.

Os valores de momentos fletores máximos na laje apresentaram redução com o aumento do número de nervuras transversais (7 % para uma nervura, 16% para duas, 25% para três, 33% para cinco e 36% para nove), proporcionando redução na área de aço necessária para as vigotas longitudinais. Entretanto, como consequência, há maior participação das nervuras transversais na absorção dos esforços.

No exemplo 2 (sem nervuras transversais), somente com a consideração da capa na direção transversal, verifica-se que uma parcela de 12% das cargas verticais da laje são transmitidas aos apoios secundários. A adição de nervuras transversais reduz a parcela da carga vertical transmitidas aos apoios principais. Observou-se também que o aumento do número de nervuras transversais conduz a uma tendência de uniformização das cargas transmitidas aos apoios principais e secundários.

### **Comparativo entre os tipos de análise**

Para o dimensionamento frente ao ELU, as armaduras de flexão das lajes dos exemplos foram calculadas com os esforços fornecidos por uma análise linear simples. Calculadas as armaduras necessárias, procedeu-se à verificação destas segundo uma ANL. Os resultados obtidos mostram que o dimensionamento com análise linear foi adequado e seguro, pois a ANL indicou que, para 100% das cargas da combinação última de ações, nenhuma seção atingiu a ruptura (o momento último).

Nos exemplos numéricos, para as verificações do ELS, os valores de flecha total fornecidos pela ANL foram, em média, 29% menores que os fornecidos pela ALM. Evidentemente, pelo maior refinamento, espera-se que os resultados da ANL sejam mais fiéis à realidade que os resultados da ALM.

Entretanto, levando-se em conta a simplicidade, pode-se afirmar que os resultados de flecha total da ALM com o uso da inércia equivalente da NBR 6118 são satisfatórios e à favor da segurança para lajes simplesmente apoiadas (como a dos exemplos numéricos). Em resumo, a realização de uma ALM para a verificação de flechas parece ser adequada em lajes treliçadas simplesmente apoiadas, em especial quando não for possível a utilização da ANL.

Para lajes de geometria mais complexa, é recomendável que uma análise não-linear seja realizada na verificação das flechas, caso o projetista disponha de ferramentas computacionais para realizá-la.

Quanto a ANL, mesmo que esta requeira maior esforço computacional e exija mais parâmetros de entrada para a sua realização, existem no mercado atual diversos programas computacionais que facilitam o processamento deste tipo de análise.

## **6.2 Sugestões para trabalhos futuros**

Sugerem-se três temas específicos para trabalhos futuros que podem contribuir para a análise estrutural de edifícios com lajes treliçadas:

- Maiores comparações em pavimentos mais complexos (com maior número de lajes, com lajes contínuas, com presença de aberturas, etc), com a finalidade de orientar projetistas estruturais sobre as diferenças possíveis entre os dois tipos de análise (linear modificada e não-linear);
- Investigações teóricas e experimentais que resultem em um modelo analítico para o cálculo da rigidez à torção em função do momento (de torção) solicitante, de forma semelhante ao que é feito atualmente para a rigidez à flexão equivalente com a expressão de Branson.
- Estudos quantitativos sobre a rigidez axial das lajes treliçadas que permitam conclusões sobre o comportamento de diafragma rígido frente às ações horizontais.

## 7. REFERÊNCIAS

Abilaje (Associação Brasileira da Indústria de Lajes) no jornal informativo Lajes do Futuro (1998)

ALBUQUERQUE, A. T. de ; MOTA, J.E. ; CARACAS, J. e NOBRE, E. G. Lajes treliçadas protendidas (pré-tração). **1º Encontro Nacional de Pesquisa-Projeto-Produção em Concreto Pré-moldado**, São Carlos, p.10, 3 nov. 2005.

AMEIDA FILHO F. M.; CARVALHO R. C. **Análise do Desempenho na Deformação do Sistema Estrutural de Lajes Treliçadas com a Utilização de Nervuras Transversais**. 3º Congresso Brasileiro de pontes e estruturas, Rio de Janeiro, p. 19, 21 a 23 de abril 2010.

ABNT. ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 6118**: projetos de estruturas de concreto- procedimento. Rio de Janeiro, 2007.

\_\_\_\_\_. **NBR 7480**: Aço destinado a armaduras para estruturas de concreto armado- Especificações. Rio de Janeiro, 2007.

\_\_\_\_\_. **NBR 7481**: Tela de aço soldada - Especificações. Rio de Janeiro, 1990.

\_\_\_\_\_. **NBR 7482**: Fios de aço para estruturas de concreto protendido - Especificações. Rio de Janeiro, 2008.

\_\_\_\_\_. **NBR 7483**: Cordoalhas de aço para estruturas de concreto protendido- Especificações. Rio de Janeiro, 2008.

\_\_\_\_\_. **NBR 8522**: Concreto - Determinação do módulo estático de elasticidade à compressão. Rio de Janeiro, 2008.

\_\_\_\_\_. **NBR 8953**: Concreto para fins estruturais - Classificação por grupos de resistência. Rio de Janeiro, 2009.

\_\_\_\_\_. **NBR 11752**: Materiais celulares de poliestireno para isolamento térmico na construção civil e câmaras frigoríficas - Especificações. Rio de Janeiro, 2007.

\_\_\_\_\_. **NBR 12654:** Controle tecnológico de materiais componentes do concreto- Procedimento. Rio de Janeiro, 2000.

\_\_\_\_\_. **NBR 12655:** Concreto de cimento Portland - Preparo, controle e recebimento. Rio de Janeiro, 2006.

\_\_\_\_\_. **NBR 14859-1:** Laje pré-fabricada - requisitos parte 1: lajes unidirecionais. Rio de Janeiro, 2002.

\_\_\_\_\_. **NBR 14859-2:** Laje pré-fabricada - requisitos parte 2: lajes bidirecionais. Rio de Janeiro, 2002.

\_\_\_\_\_. **NBR 14862:** Armaduras treliçadas eletrossoldadas- Requisitos. Rio de Janeiro, 2002.

AVILLA JUNIOR, J.; RODRIGUES, J. de F. F. ; CHUST, R. C. Lajes pré-fabricadas com vigotas treliçadas: detalhes para o projeto e execução. **2º Encontro Nacional de Pesquisa-Projeto-Produção em Concreto Pré-moldado**, São Carlos, p.12, 3 nov. 2009.

BATISTA, A.; CAUDURO, E.L.; BALLESTEROS, D. (2010). **Produtos de aço para estruturas de concreto e de alvenaria**. In: ISAIA, G. (Ed.). *Materiais de Construção Civil e Princípios de Ciência e Engenharia de Materiais*. São Paulo: IBRACON, 2010. p. 1117-1151.

BOCCHI Jr., C. F. **Lajes nervuradas de concreto armado projeto e execução. Dissertação de Mestrado**. USP: São Paulo, 1995.

BORGES, J.U.A. (1997). **Critérios de projeto de lajes nervuradas com vigotas pré-fabricadas**. São Paulo. Dissertação (Mestrado) - Escola Politécnica da Universidade de São Paulo.

BRANSON D.E. (1963). **Instantaneous and time-dependent deflections of simple and continuous reinforced concrete beams**. Alabama Highway Department, Bureau of Public Roads. Part 1.(HPR Report n.7).

BRANSON, D. E. **Instantaneous and time-dependent deflections of simple and continuous reinforced concrete beams**. HPR Publication, Alabama Highway Department, U. S. Bureau of Public Roads, 1965.

BUIATE, M. ; LIMA, M. C. de V. Análise do comportamento de lajes nervuradas formadas por vigotas treliçadas e sua interação com as vigas de borda. **1º Encontro Nacional de Pesquisa-Projeto-Produção em Concreto Pré-moldado**, São Carlos, p.15, 3 nov. 2005.

CAIXETA, D. P. **Contribuição ao estudo de lajes pré-fabricadas com vigotas treliçadas**. 1998. 143f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil)- UNICAMP Universidade de Campinas, Campinas, 1998.

CARVALHO, R. C.; PARSEKIAN, G. A.; FIGUEIREDO FILHO, J. R.; MACIEL, A. M. **Estado da arte do cálculo das lajes pré-fabricadas com vigotas de concreto**. In: 1º Encontro Produção-Projeto-Pesquisa, São Carlos, 2005.

CARVALHO, R. C. **Análise não-linear de pavimentos de edifícios de concreto armado através da analogia de grelha**. 1994. p. 208. Dissertação (Doutorado em Engenharia de Estruturas) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 1994.

CERÂMICA CATUPY - TAVELAS CERÂMICAS. Acesso em: 7 out. 2012. Disponível em <[http://www.ceramicatupy.com.br/tabela\\_ceramica.php](http://www.ceramicatupy.com.br/tabela_ceramica.php)>.

COMITE EURO-INTERNATIONAL DU BETON (1991). CEB-FIP model code 1993. **Bulletin d'Information**, n.203.

DIAS, R. H. **Análise numérica de pavimentos de edifícios em lajes nervuradas**. 2003. 455f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) – Escola de Engenharia de São Carlos da Universidade de São Paulo, São Carlos, 2003.

DI PIETRO, J. E. **Projeto, execução e produção de lajes com vigotas pré-moldadas**. 99 p. **Dissertação de Mestrado**, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 1993.

DROPPA, A. J. **Análise estrutural de lajes formadas por elementos pré-moldados tipo vigota com armação treliçada**. 1999. 177f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) – Escola de Engenharia de São Carlos da Universidade de São Paulo, São Carlos, 1999.

EL DEBS, M. K. **Concreto pré-moldado: fundamentos e aplicações**, 441p. Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2000.

FIGUEIREDO FILHO, J.R.; SHIRAMIZU, A.K.H. **Projeto, produção e execução de edificações com lajes pré-moldadas treliçadas**. Revista Ibracon de Estruturas e Materiais (vol 4, nº 1 (março 2011) p 123-146 ISSN 1983-4195

FORNI, D. **Custos de lajes formadas por vigotas treliçadas considerando a produção, o transporte, a montagem e a concretagem.** 2009, 147f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil)- Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia, 2009.

FURLAN JUNIO, S; FIGUEIREDO FILHO, J. R.; CARVALHO, R. C.; BONFIM, D. A. **Análise experimental em lajes pré-moldadas de concreto: a plastificação e os valores dos momentos negativos em elementos hiperestáticos.** In: XXX JORNADAS SUL-AMERICANAS DE ENGENHARIA ESTRUTURAL, 2002, Brasília. Anais.

GERE, J.M.; WEAVER JR., W. **Análise de Estruturas Reticuladas.** Editora Guanabara Dois S. A. Rio de Janeiro – RJ, 1981.

HAMBLY, E. C. **Bridge deck behavior, 2ed.** London; Chapman and Hall, 1991.

ISOCORT – Lajotas de EPS. Acesso em: 7 out. 2012. Disponível em <<http://www.isocort.com.br>>.

MAGALHÃES, F. L. **Estudo dos momentos fletores negativos nos apoios de lajes formadas por elementos pré-moldados tipo nervura com armação treliçada.** 2001. 135f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) – Escola de Engenharia de São Carlos da Universidade de São Paulo, São Carlos, 2001.

MEDRANO, M. L. de O. ; FIGUEIREDO FILHO, J. R.; Carvalho, R. C. Estudo de Pavimentos de Lajes Formados por Vigotas Pré-Moldadas: Influência de Nervuras Transversais. **1º Encontro Nacional de Pesquisa-Projeto-Produção em Concreto Pré-moldado,** São Carlos, p.13, 3 nov. 2005.

MEDRANO, M. L. de O. ; FIGUEIREDO FILHO, J. R.; Carvalho, R. C. Influencia de nervuras transversais nos deslocamentos imediatos em lajes formadas por vigotas pré-moldadas. **XXXII Jornadas Sulamericanas de Engenharia Estrutural,** Campinas, São Paulo, 22 mai. 2006.

MEDRANO, M. L. de O. ; FIGUEIREDO FILHO, J. R. Estudo de pavimentos de lajes com vigotas pré-moldadas: influência de nervuras transversais na distribuição do carregamento nas vigas de contorno. **48º Congresso Brasileiro de Concreto,** Rio de Janeiro, p.16, set, 2006.

PUMA - ARMAÇÃO TRELIÇADA. Manual de fabricação – lajes treliçadas. São Paulo, 2002. Acesso em: 01 abr 2004. Disponível em <<http://www.puma.com.br/defaultb.htm>>.

ROMA LAJES – Lajes pré-fabricadas. Acesso em: 8 out 2012. Disponível em <<http://www.romalajes.com.br>>

SANTOS, M. R. **Análise numérica de lajes treliçadas pré-moldadas com adição de resíduos de borracha**. 2009. 123f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) – Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira da Universidade Estadual Paulista, Ilha Solteira, 2009.

SERVIÇO BRASILEIRO DE APOIO ÀS MICRO EMPRESAS. Estudos de mercado para cerâmica vermelha. Sebrae – Série mercado, 2008.

SILVA, M. A. F. **Projeto e construção de lajes nervuradas de concreto armado**. 2005. 242f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) – Escola de Engenharia de São Carlos da Universidade de São Paulo, São Carlos, 2005.

TAKEYA, T. et al. (1985). **Recomendações para o projeto e a execução da estrutura em lajes-cogumelo pertencentes à UBS do plano metropolitano de saúde**. Relatório. São Carlos, EESC. USP, 31p.

VIZOTTO, I.; SARTORTI, A. L. Análise Comparativa entre Soluções de Lajes Maciças, Nervuradas com Cuba Plástica e Nervuradas com Vigotas Treliçadas Pré-Moldadas. **2º Encontro Nacional de Pesquisa-Projeto-Produção em Concreto Pré-moldado**, São Carlos, p.10, 3 nov. 2009.

XAVIER, J. P. M. ; ANDRADE, F. R. Análise de Projeto e Execução de Lajes Pré-Moldadas com Utilização de Pré-Lajes para Residências Unifamiliares: Estudo de Caso. **2º Encontro Nacional de Pesquisa-Projeto-Produção em Concreto Pré-moldado**, São Carlos, p.12, 3 nov. 2009.



## ANEXO A - PROGRAMA GRELHA NÃO LINEAR

### A.1. Generalidades

O programa **Grelha Não Linear** foi desenvolvido em linguagem FORTRAN pelo orientador deste trabalho, como parte das atividades do grupo de pesquisa NEST (Núcleo de Estudos em Experimentação e Análise Numérica de Estruturas) da Universidade Federal de Santa Maria. O programa permite a análise não-linear física de grelhas de concreto e utiliza o processo dos deslocamentos com as técnicas clássicas do cálculo matricial de estruturas reticuladas.

A consideração da não-linearidade física (NLF) é feita com o emprego de modelos constitutivos analíticos de diagramas momento-curvatura para a flexão simples. Para a realização da análise não-linear física com os modelos constitutivos mencionados é necessária a discretização adequada dos elementos ao longo do vão.

Para a resolução do problema não-linear, o programa utiliza o procedimento incremental-iterativo de Newton-Raphson Padrão, com critério de convergência baseado na norma do resíduo de forças (resíduos) quanto na norma dos deslocamentos relativos, à escolha do usuário.

O programa fornece como resultados, para cada incremento de carga, os deslocamentos nodais, os esforços solicitantes nas extremidades das barras e as informações associadas à perda de rigidez à flexão dos elementos que formam a grelha. O programa permite a desativação da não-linearidade física nos elementos, a fim de que o usuário possa também realizar análises mais simplificadas ou possa incluir elementos formados por materiais que não sofram fissuração.

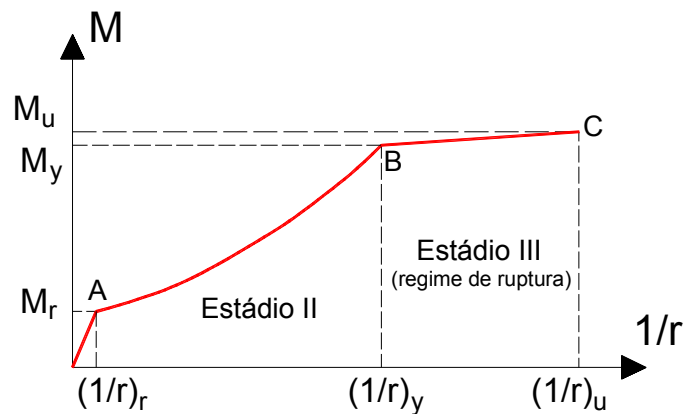
Apresentam-se no item A.2 deste anexo os modelos constitutivos empregados pelo programa para as barras submetidas à flexão simples que simulam o comportamento de placa (*elemento de placa*) e para as barras que simulam o comportamento de viga (*elemento de viga*). No item A.3 apresenta-se o algoritmo geral utilizado pelo programa.

## A.2. Modelos constitutivos utilizados para a não-linearidade física

O modelo abordado nos itens A.2.1 a A.2.3 são aplicáveis aos elementos de placa e aos elementos de viga.

### A.2.1 Diagrama momento-curvatura utilizado

Para os elementos de viga e de placa, a curvatura ( $1/r$ ) e a rigidez à flexão  $EI$  de uma seção são obtidos a partir de diagramas momento-curvatura conforme a figura A.1. Os valores de  $(1/r)$  e  $EI$  são obtidos analiticamente em função do momento solicitante, sem a necessidade de realizar a integração das tensões normais ao longo da altura da seção. Para a consideração da contribuição do concreto tracionado intacto entre fissuras (*tension stiffening*) no Estádio II, o programa utiliza o modelo empírico de Branson (1965).



**Figura A.1:** Curva momento-curvatura empregada para os elementos submetidos à flexão simples

Na figura A.1:

$M$  é o momento atuante na seção;

$M_r$  = momento de fissuração;

$(1/r)_r$  = curvatura de fissuração;

$M_y$  = momento de início de plastificação;

$(1/r)_y$  = curvatura de início de plastificação;

$M_u$  = momento último;  
 $(1/r)_u$  = curvatura última.

No modelo de Branson, o momento de inércia equivalente em solicitações do Estádio II é obtido por:

$$I_{eq} = \left(\frac{M_r}{M}\right)^m \cdot I_I + \left[1 - \left(\frac{M_r}{M}\right)^m\right] \cdot I_{II} \quad (\text{Equação A.1})$$

onde

$I_{II}$  é o momento de inércia no Estádio II puro (seção fissurada);

$I_I$  é o momento de inércia no Estádio I (seção não fissurada);

$m = 4$  (seções individuais)

Dessa forma, calcula-se a rigidez à flexão das seções que ingressam no Estádio II por:

$$EI = E_c \cdot I_{eq} \quad (\text{Equação A.2})$$

onde

$E_c$  é o módulo de deformação longitudinal do concreto do elemento analisado.

No Estádio III (regime de ruptura), o programa admite, como simplificação, um trecho reto no diagrama momento curvatura entre o ponto de início de plastificação e o ponto de momento último (trecho BC da figura A.1). Desse modo, calcula-se a curvatura no trecho BC por:

$$(1/r) = (1/r)_y + \left[ \frac{(1/r)_u - (1/r)_y}{M_u - M_y} \right] \cdot (M - M_y)$$

(Equação A.3)

Assim, no trecho BC, a rigidez à flexão  $EI$  das seções que ingressam no Estádio III é obtida por:

$$EI = \frac{M}{(1/r)} \quad (\text{Equação A.4})$$

### A.2.2 Cálculo da rigidez à flexão média do elemento finito

Para a rigidez à flexão do elemento finito, o programa emprega a média dos valores obtidos para a seção do nó inicial e a seção do nó final, de acordo com o modelo constitutivo apresentado em A.2.1. Dessa forma, o momento de inércia à flexão do elemento finito é obtido por:

$$I_{eqm} = \frac{I_{eq,i} + I_{eq,j}}{2} \quad (\text{Equação A.5})$$

$I_{eq,i}$  é o momento de inércia à flexão associado à seção do nó inicial;

$I_{eq,j}$  é o momento de inércia à flexão associado à seção do nó final.

O momento de inércia à flexão calculado com a equação (A.5) é o valor utilizado nas matrizes de rigidez dos elementos finitos de viga e de placa que compõem a estrutura.

### A.2.3 Cálculo da rigidez à torção do elemento finito

Quando as seções ingressam no Estádio II, naturalmente espera-se que as seções também sofram perda de rigidez à torção.

Para os elementos de placa (tipo 1), o programa recalcula o momento de inércia à torção do elemento finito, igualando-o a duas vezes o momento de inércia obtido com as equações A.1 ou A.4. Este procedimento foi empregado para aumentar a eficiência da modelagem com a analogia de grelha.

Para os elementos de viga (tipo 2), o programa considera os efeitos da fissuração de forma simplificada, seguindo a recomendação do CEB-FIP MC 90 (1993) para o Estádio II:

$$(G_c I_T)_{fissurado} = 0,05 \cdot E_c \cdot I_T$$

(Equação A.6)

onde

$G_c$  é o módulo de deformação transversal do concreto;

$I_T$  é o momento de inércia à torção no Estádio I.

Sabendo que o coeficiente de Poisson do concreto pode ser tomado igual a 0,2, chega-se a  $E_c = 2,4G_c$ . Dessa forma, calcula-se um momento de inércia à torção “equivalente” em cada seção (nó inicial e nó final) por:

*Se estágio I:*

$$(I_T)_{eq} = I_T$$

*Se estágio II:*

$$(I_T)_{eq} = 0,12 \cdot I_T$$

Para a obtenção do momento de inércia à torção do elemento finito, o programa emprega a média dos valores obtidos para a seção do nó inicial e a seção do nó final.

Como observação, vale mencionar que o valor de rigidez à torção no Estádio I recomendado pelo CEB-90 é  $0,30 \cdot E_c \cdot I_T$  (ou igual a  $0,72 \cdot G_c \cdot I_T$ ).

### A.3. Algoritmo do programa

A seguir apresenta-se o algoritmo geral utilizado pelo programa Grelha Não Linear.

1. Leitura e impressão de dados da estrutura
  
2. Para INC=1 até NIC (número de incrementos de carga)
  - 2.1 Montagem da matriz de rigidez da estrutura
  - 2.2 Aplicação das condições de contorno (restrições nodais)
  - 2.3 Cálculo dos deslocamentos nodais após o novo incremento de carga
  - 2.4 Cálculo dos esforços solicitantes nos elementos
  - 2.5 Aplicação do modelo não-linear
    - Cálculo da rigidez à flexão das seções (nó inicial e nó final dos elementos finitos)
    - Cálculo da rigidez à flexão média cada elemento finito
  - 2.6 Cálculo do vetor de forças internas
  - 2.7 Cálculo do vetor de resíduos de forças
  - 2.8 Verificação da tolerância com base nos vetores resíduos de forças e/ou deslocamentos
  - 2.9 Enquanto VERIF=1 (tolerância não atendida): processo iterativo
    - 2.9.1 Atualização da matriz de rigidez da estrutura
    - 2.9.2 Resolução do sistema linear: cálculo do novo acréscimo de deslocamentos nodais
    - 2.9.3 Cálculo dos novos deslocamentos nodais
    - 2.9.4 Cálculo dos novos esforços solicitantes nos elementos
    - 2.9.5 Aplicação do modelo não-linear
      - Cálculo da rigidez à flexão das seções (nó inicial e nó final dos elementos finitos)
      - Cálculo da rigidez à flexão média cada elemento finito
    - 2.9.6 Cálculo do vetor de forças internas
    - 2.9.7 Cálculo do vetor de resíduos de forças
    - 2.9.8 Verificação da tolerância: vetores resíduos de forças e/ou deslocamentos (VERIF)  
(Se VERIF=1, retornar para 2.9.1; se VERIF=0, tolerância atendida: ir para 2.10)
  - 2.10 Impressão de resultados do incremento de carga  
(retornar para 2 se INC<NIC)
  
3. Fim do Processamento