

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA MARIA  
CENTRO DE TECNOLOGIA  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA DE  
PRODUÇÃO**

**INTERVALOS DE PREDIÇÃO NO MODELO  
BETA AUTORREGRESSIVO DE MÉDIAS  
MÓVEIS**

**DISSERTAÇÃO DE MESTRADO**

**Bruna Gregory Palm**

**Santa Maria, RS, Brasil**

**2016**

# **INTERVALOS DE PREDIÇÃO NO MODELO BETA AUTORREGRESSIVO DE MÉDIAS MÓVEIS**

**Bruna Gregory Palm**

Dissertação apresentada ao Curso de Mestrado do Programa de  
Pós-Graduação em Engenharia de Produção (PPGEP) da Universidade Federal  
de Santa Maria (UFSM, RS),  
como requisito parcial para obtenção do grau de  
**Mestre em Engenharia de Produção**

**Orientador: Prof. Dr. Fábio Mariano Bayer**

**Co-orientador: Prof. Dr. Renato J. Cintra**

**Santa Maria, RS, Brasil**

**2016**

Palm, Bruna Gregory

INTERVALOS DE PREDIÇÃO NO MODELO BETA AUTORREGRESSIVO DE MÉDIAS MÓVEIS / por Bruna Gregory Palm. – 2016.

102 f.: il.; 30 cm.

Orientador: Fábio Mariano Bayer

Co-orientador: Renato J. Cintra

Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal de Santa Maria, Centro de Tecnologia, Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Produção, RS, 2016.

1.  $\beta$ ARMA. 2. Intervalos de predição. 3. Bootstrap. 4. Séries temporais. 5. Previsões. I. Bayer, Fábio Mariano. II. Cintra, Renato J.. III. Título.

**Universidade Federal de Santa Maria  
Centro de Tecnologia  
Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Produção**

A Comissão Examinadora, abaixo assinada,  
aprova a Dissertação de Mestrado

**INTERVALOS DE PREDIÇÃO NO MODELO BETA  
AUTORREGRESSIVO DE MÉDIAS MÓVEIS**

elaborado por  
**Bruna Gregory Palm**

como requisito parcial para obtenção do grau de  
**Mestre em Engenharia de Produção**

**COMISSÃO EXAMINADORA:**

**Fábio Mariano Bayer, Dr.**  
(Presidente/Orientador)

**Renato J. Cintra, Dr. (UFPE)**  
(Co-orientador)

**Denis Altieri de Oliveira Moraes, Dr. (UFSM)**

**Flávio Augusto Ziegelmann, Dr. (UFRGS)**

Santa Maria, 25 de Fevereiro de 2016.

## **AGRADECIMENTOS**

Ao meu orientador, Professor Fábio Bayer, pela disponibilidade, paciência, conselhos, e pela constante orientação.

Ao meu co-orientador, Professor Renato Cintra, pela colaboração e orientação neste trabalho.

Ao meu namorado, Vinícius, pelo amor, dedicação, paciência e companheirismo nesta etapa de privações.

Aos meus colegas de laboratório, pelo companheirismo, pelas conversas, conselhos e ajuda durante este período que passamos juntos.

Aos meus pais e minha irmã, por sempre me apoiarem e serem meu porto seguro.

À minha família e à família do Vinícius, por estarem sempre presentes.

Ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Produção da UFSM, pela oportunidade concedida.

À CAPES, pelo apoio financeiro.

Aos participantes da banca examinadora, pelas colaborações para melhoria deste trabalho.

*“Não compita com ninguém, você não tem que demonstrar nada a ninguém. Não tem que chegar aonde outra pessoa chegou, só precisa superar os seus próprios limites.*

*Seja sua melhor versão!”*

— CLAUDIO JAVIER TABLADA

## RESUMO

Dissertação de Mestrado  
Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Produção  
Universidade Federal de Santa Maria

### INTERVALOS DE PREDIÇÃO NO MODELO BETA AUTORREGRESSIVO DE MÉDIAS MÓVEIS

AUTORA: BRUNA GREGORY PALM  
ORIENTADOR: FÁBIO MARIANO BAYER  
CO-ORIENTADOR: RENATO J. CINTRA

Local da Defesa e Data: Santa Maria, 25 de Fevereiro de 2016.

O modelo beta autorregressivo de médias móveis ( $\beta$ ARMA) foi recentemente proposto para modelagem e previsão de variáveis contínuas no intervalo (0, 1). As previsões pontuais e intervalares deste tipo de variável, por meio dos tradicionais modelos autorregressivos integrados de médias móveis (ARIMA), podem levar a valores fora do intervalo (0, 1). Ainda, a construção de intervalos de predição para valores futuros usualmente assumem (i) aproximações pela distribuição normal e (ii) parâmetros do modelo conhecidos. Quando estas suposições não são satisfeitas, a probabilidade de cobertura dos intervalos pode ficar abaixo do valor nominal. Como alternativa a este problema, intervalos de predição bootstrap tendem a apresentar coberturas mais acuradas. Neste sentido, o presente trabalho propõe diferentes intervalos de predição para o modelo  $\beta$ ARMA. Dois desses intervalos propostos são baseados em aproximações, considerando a distribuição normal e os quantis da distribuição beta. Também são consideradas adaptações dos intervalos de predição EPB, propostos para os modelos autorregressivos, e dos intervalos BCa, propostos para o modelo de regressão beta. São também propostos intervalos percentis com diferentes reamostras bootstrap, baseados nos quantis dos valores previstos. Os intervalos de predição propostos são avaliados por meio de simulações de Monte Carlo. O intervalo baseado nos quantis da distribuição beta foi eleito como o melhor entre os intervalos sem bootstrap, uma vez que não apresentou valores de taxa de cobertura muito distorcidos em diferentes cenários. Porém, ainda apresentou variabilidade no seu comportamento. O intervalo BCa apresentou valores bons e constantes em todas as medidas avaliadas e em todos os cenários considerados. Desta forma, o intervalo BCa foi eleito como o mais confiável. Aplicações em dados dos níveis dos mananciais do sistema de captação e tratamento de água para a Grande São Paulo e das taxas de desemprego na região metropolitana de São Paulo foram consideradas como forma de avaliar empiricamente os métodos propostos.

**Palavras-chave:**  $\beta$ ARMA. Intervalos de predição. Bootstrap. Séries temporais. Previsões.

## ABSTRACT

Master's Dissertation  
Post-Graduate Program in Production Engineering  
Federal University of Santa Maria

### **PREDICTION INTERVALS IN BETA AUTOREGRESSIVE MOVING AVERAGE MODEL**

AUTHOR: BRUNA GREGORY PALM

ADVISOR: FÁBIO MARIANO BAYER

COADVISOR: RENATO J. CINTRA

Defense Place and Date: Santa Maria, February 25<sup>th</sup>, 2016.

Usual point and interval forecasting based on the autoregressive integrated moving average models (ARIMA) may not be suitable for modelling variables defined over the interval  $(0, 1)$ . In fact, such forecasting effect predicted values outside variable domain  $(0, 1)$ . The construction of the prediction intervals usually assumes (i) normality or asymptotic normality and (ii) knowledge of the parameters. If these assumptions are not fully satisfied, then the nominal coverage of the prediction intervals may not be adequate. In order to address this issue, the beta autoregressive moving average model ( $\beta$ ARMA), which is a regarded as a suitable tool for modelling and forecasting values defined over the interval  $(0, 1)$ , was considered. The goal of the present work is to propose a suit of methods for computing prediction interval linked to the  $\beta$ ARMA model. We introduced methods for obtaining approximate prediction intervals based on (i) the normal distribution and (ii) the beta distribution quantiles. We also introduced modifications to the interval with bootstrap prediction errors (BPE) proposed for autoregressive models; and to the BCa intervals proposed for beta regression model. Moreover, based on the quantiles of the predicted values, we proposed percentiles intervals for different types of bootstrapping. The proposed prediction intervals were evaluated according to Monte Carlo simulations. Assessed results indicated that the prediction intervals based on the quantiles of the beta distribution outperformed the discussed non-bootstrapping methods. Despite some variance effects, it offered better coverage rate values. However, the BCa based prediction intervals presented well-balance results in all considered test scenarios. Therefore, the BCa prediction interval was selected as the most reliable one. Empirical evaluations of the proposed methods were applied to two actual time series: (i) the water level of the Cantareira water supply system in São Paulo from January 2003 to August 2015 and (ii) the unemployment rate data in São Paulo from January 1991 to November 2005.

**Keywords:**  $\beta$ ARMA. Predictions intervals. Bootstrap. Times series. Forecasting.

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1.1 – Valores previstos pelos modelos ARMA e $\beta$ ARMA e seus respectivos intervalos de predição. ....	15
Figura 4.1 – Comparação entre os intervalos de predição Qbeta, percentil blocos e BCa para o cenário 1 com $n = 100$ e $\alpha = 0,1$ . ....	41
Figura 4.2 – Comparação entre os intervalos de predição Qbeta, percentil blocos e BCa para o cenário 2 com $n = 100$ e $\alpha = 0,1$ . ....	43
Figura 4.3 – Comparação entre os intervalos de predição Qbeta, percentil blocos e BCa para o cenário 3 com $n = 100$ e $\alpha = 0,1$ . ....	44
Figura 4.4 – Comparação entre os intervalos de predição Qbeta, percentil blocos e BCa para o cenário 4 com $n = 100$ e $\alpha = 0,1$ . ....	48
Figura 4.5 – Comparação entre os intervalos de predição Qbeta, percentil blocos e BCa para o cenário 5 com $n = 100$ e $\alpha = 0,1$ . ....	50
Figura 4.6 – Comparação entre os intervalos de predição Qbeta, percentil blocos e BCa para o cenário 6 com $n = 100$ e $\alpha = 0,1$ . ....	52
Figura 5.1 – Gráfico de linha, histograma e correlogramas para os níveis dos mananciais do Sistema Cantareira.....	56
Figura 5.2 – Limites de predição para os dados referentes aos níveis dos mananciais do Sistema Cantareira, com $\alpha = 0,1$ . ....	57
Figura 5.3 – Gráfico de linha, histograma e correlogramas para a taxa de desemprego em São Paulo.....	59
Figura 5.4 – Limites de predição para os dados de taxa de desemprego em São Paulo, com $\alpha = 0,1$ . ....	60

## LISTA DE TABELAS

Tabela 4.1 – Intervalos de predição para o cenário 1 considerando $\alpha = 0,1$ e $n = 100$ . . . . .	40
Tabela 4.2 – Intervalos de predição para o cenário 2 considerando $\alpha = 0,1$ e $n = 100$ . . . . .	42
Tabela 4.3 – Intervalos de predição para o cenário 3 considerando $\alpha = 0,1$ e $n = 100$ . . . . .	45
Tabela 4.4 – Intervalos de predição para o cenário 4 considerando $\alpha = 0,1$ e $n = 100$ . . . . .	47
Tabela 4.5 – Intervalos de predição para o cenário 5 considerando $\alpha = 0,1$ e $n = 100$ . . . . .	49
Tabela 4.6 – Intervalos de predição para o cenário 6 considerando $\alpha = 0,1$ e $n = 100$ . . . . .	51
Tabela 5.1 – Medidas descritivas dos dados sobre os níveis dos mananciais do Sistema Cantareira. . . . .	55
Tabela 5.2 – Modelo $\beta$ ARMA ajustado para dados sobre os níveis dos mananciais do Sistema Cantareira. . . . .	56
Tabela 5.3 – Medidas descritivas da taxa de desemprego em São Paulo. . . . .	58
Tabela 5.4 – Modelo $\beta$ ARMA ajustado para os dados de taxa de desemprego em São Paulo. . . . .	59
Tabela A.1 – Intervalos de predição para o cenário 1 considerando $\alpha = 0,1$ e $n = 50$ . . . . .	72
Tabela A.2 – Intervalos de predição para o cenário 1 considerando $\alpha = 0,1$ e $n = 200$ . . . . .	73
Tabela A.3 – Intervalos de predição para o cenário 2 considerando $\alpha = 0,1$ e $n = 50$ . . . . .	74
Tabela A.4 – Intervalos de predição para o cenário 2 considerando $\alpha = 0,1$ e $n = 200$ . . . . .	75
Tabela A.5 – Intervalos de predição para o cenário 3 considerando $\alpha = 0,1$ e $n = 50$ . . . . .	76
Tabela A.6 – Intervalos de predição para o cenário 3 considerando $\alpha = 0,1$ e $n = 200$ . . . . .	77
Tabela A.7 – Intervalos de predição para o cenário 4 considerando $\alpha = 0,1$ e $n = 50$ . . . . .	78
Tabela A.8 – Intervalos de predição para o cenário 4 considerando $\alpha = 0,1$ e $n = 200$ . . . . .	79
Tabela A.9 – Intervalos de predição para o cenário 5 considerando $\alpha = 0,1$ e $n = 50$ . . . . .	80
Tabela A.10 – Intervalos de predição para o cenário 5 considerando $\alpha = 0,1$ e $n = 200$ . . . . .	81
Tabela A.11 – Intervalos de predição para o cenário 6 considerando $\alpha = 0,1$ e $n = 50$ . . . . .	82
Tabela A.12 – Intervalos de predição para o cenário 6 considerando $\alpha = 0,1$ e $n = 200$ . . . . .	83
Tabela B.1 – Intervalos de predição para o cenário 1 considerando $\alpha = 0,05$ e $n = 50$ . . . . .	85
Tabela B.2 – Intervalos de predição para o cenário 1 considerando $\alpha = 0,05$ e $n = 100$ . . . . .	86
Tabela B.3 – Intervalos de predição para o cenário 1 considerando $\alpha = 0,05$ e $n = 200$ . . . . .	87
Tabela B.4 – Intervalos de predição para o cenário 2 considerando $\alpha = 0,05$ e $n = 50$ . . . . .	88
Tabela B.5 – Intervalos de predição para o cenário 2 considerando $\alpha = 0,05$ e $n = 100$ . . . . .	89
Tabela B.6 – Intervalos de predição para o cenário 2 considerando $\alpha = 0,05$ e $n = 200$ . . . . .	90
Tabela B.7 – Intervalos de predição para o cenário 3 considerando $\alpha = 0,05$ e $n = 50$ . . . . .	91
Tabela B.8 – Intervalos de predição para o cenário 3 considerando $\alpha = 0,05$ e $n = 100$ . . . . .	92
Tabela B.9 – Intervalos de predição para o cenário 3 considerando $\alpha = 0,05$ e $n = 200$ . . . . .	93
Tabela B.10 – Intervalos de predição para o cenário 4 considerando $\alpha = 0,05$ e $n = 50$ . . . . .	94
Tabela B.11 – Intervalos de predição para o cenário 4 considerando $\alpha = 0,05$ e $n = 100$ . . . . .	95
Tabela B.12 – Intervalos de predição para o cenário 4 considerando $\alpha = 0,05$ e $n = 200$ . . . . .	96
Tabela B.13 – Intervalos de predição para o cenário 5 considerando $\alpha = 0,05$ e $n = 50$ . . . . .	97
Tabela B.14 – Intervalos de predição para o cenário 5 considerando $\alpha = 0,05$ e $n = 100$ . . . . .	98
Tabela B.15 – Intervalos de predição para o cenário 5 considerando $\alpha = 0,05$ e $n = 200$ . . . . .	99
Tabela B.16 – Intervalos de predição para o cenário 6 considerando $\alpha = 0,05$ e $n = 50$ . . . . .	100
Tabela B.17 – Intervalos de predição para o cenário 6 considerando $\alpha = 0,05$ e $n = 100$ . . . . .	101
Tabela B.18 – Intervalos de predição para o cenário 6 considerando $\alpha = 0,05$ e $n = 200$ . . . . .	102

## **LISTA DE APÊNDICES**

<b>APÊNDICE A – Resultados numéricos dos cenários <math>\beta</math>AR (2), <math>\beta</math>MA (2) e <math>\beta</math>ARMA(1, 1)</b>	
com $\alpha = 0,1$ . ....	71
<b>APÊNDICE B – Resultados numéricos dos cenários <math>\beta</math>AR (2), <math>\beta</math>MA (2) e <math>\beta</math>ARMA(1, 1)</b>	
com $\alpha = 0,05$ . ....	84

# SUMÁRIO

<b>1 INTRODUÇÃO.....</b>	13
<b>1.1 Objetivos.....</b>	15
1.1.1 Objetivo Geral.....	15
1.1.2 Objetivos Específicos .....	15
<b>1.2 Estrutura do trabalho.....</b>	16
<b>2 O MODELO BETA AUTORREGRESSIVO DE MÉDIAS MÓVEIS.....</b>	17
<b>2.1 Introdução .....</b>	17
<b>2.2 Estrutura do modelo .....</b>	18
<b>2.3 Estimação dos parâmetros e matriz de informação de Fisher .....</b>	20
<b>2.4 Previsão .....</b>	22
<b>2.5 Resíduos e diagnóstico .....</b>	23
<b>3 INTERVALOS DE PREDIÇÃO.....</b>	24
<b>3.1 Introdução .....</b>	24
<b>3.2 Intervalos de predição propostos .....</b>	26
3.2.1 Intervalo aproximado baseado na distribuição normal (BJ) .....	26
3.2.2 Intervalo aproximado baseado nos quantis distribuição beta (Qbeta) .....	27
3.2.3 Intervalo com erros de previsão bootstrap (EPB) .....	28
3.2.4 Intervalos de predição BCa.....	29
3.2.5 Intervalo percentil bootstrap.....	31
<b>3.3 O método bootstrap .....</b>	32
3.3.1 Bootstrap paramétrico .....	34
3.3.2 Bootstrap por blocos .....	34
3.3.3 Bootstrap residual .....	35
<b>4 AVALIAÇÕES NUMÉRICAS.....</b>	37
<b>4.1 Simulações de Monte Carlo .....</b>	37
<b>4.2 Resultados numéricos .....</b>	39
4.2.1 Discussões gerais e recomendações .....	52
<b>5 APLICAÇÕES.....</b>	54
<b>5.1 Sistema Cantareira.....</b>	54
<b>5.2 Desemprego .....</b>	57
<b>6 CONCLUSÕES.....</b>	61
<b>REFERÊNCIAS .....</b>	63
<b>APÊNDICES.....</b>	70

## 1 INTRODUÇÃO

Os modelos de séries temporais são amplamente utilizados quando se deseja estudar o comportamento de dados dispostos ao longo do tempo. Por meio de ajustes de modelos em dados históricos, podem-se realizar previsões de valores futuros. A realização de previsões é um dos maiores objetivos ao se trabalhar com modelos de séries temporais, sendo um assunto de interesse de diversas áreas (TRUCÍOS; HOTTA, 2016). A sua importância se dá em função das vantagens que podem ser obtidas com o conhecimento do comportamento dos dados a longo prazo, possibilitando a tomada de decisão antecipadamente a um problema (CHATFIELD, 1993).

As previsões são muitas vezes dadas por meio de estimativas pontuais, sendo baseadas em valores passados da série (CHEUNG; WU; CHAN, 1998). Contudo, as previsões podem ser apresentadas de forma intervalar (PASCUAL; ROMO; RUIZ, 2005), por meio dos intervalos de predição. Um bom intervalo de predição é importante para avaliar futuras incertezas, permitindo o planejamento de diferentes estratégias para resoluções de distintos problemas que as previsões possam indicar. Esses intervalos também possibilitam a comparação de diferentes métodos de previsão, possibilitando a escolha do mais indicado aos dados e a exploração de diferentes cenários baseados em diversas suposições (CHATFIELD, 1993).

Em geral, a construção dos intervalos de predição em modelos de séries temporais faz suposições como (i) normalidade ou normalidade assintótica e (ii) conhecimento dos parâmetros (LANA, 2012; THOMBS; SCHUCANY, 1990). Contudo, essas suposições quando não plenamente satisfeitas podem afetar negativamente a cobertura nominal dos intervalos de predição (THOMBS; SCHUCANY, 1990). Uma alternativa para solucionar este problema é a utilização do método bootstrap (EFRON, 1979) na construção de intervalos de predição mais acurados. Os métodos bootstrap vêm sendo amplamente utilizados em modelos de séries temporais objetivando diferentes melhoramentos inferenciais (CLEMENTS; KIM, 2007). Alguns exemplos são a correção de viés dos estimadores (KILIAN, 1998), a construção de intervalos de confiança para os parâmetros (SPIERDIJK, 2016), a proposição de critérios de seleção de modelos (CAVANAUGH; SHUMWAY, 1997), bem como a realização de testes de hipóteses (MORLEY; SINCLAIR, 2009).

Os usuais modelos de séries temporais para modelagem e previsões de dados ao longo do tempo são os modelos autorregressivos integrados de médias móveis (ARIMA) (BOX; JEN-

KINS; REINSEL, 2008). Contudo, por pressupor normalidade aos dados, eles nem sempre são os mais adequados. O comportamento e a característica dos dados devem ser levados em consideração para a obtenção de melhores ajustes e previsões acuradas. Por exemplo, previsões com o modelo ARIMA em dados restritos ao intervalo  $(0, 1)$ , como taxas e proporções, podem gerar valores fora dos limites determinados (CRIBARI-NETO; ZEILEIS, 2010; FERRARI; PI-NHEIRO, 2011). Isto acontece pelo fato do suporte da distribuição normal ser toda a reta real e não apenas o intervalo  $(0, 1)$ .

Uma alternativa para modelagem mais adequada destes dados duplamente limitados é a transformação da variável de interesse. Porém, os resultados seriam interpretados em termos da variável transformada e não em relação a média da variável de interesse (CRIBARI-NETO; ZEILEIS, 2010). Nesse sentido, uma possibilidade para contornar este problema é a utilização do modelo beta autorregressivo de médias móveis ( $\beta$ ARMA) (ROCHA; CRIBARI-NETO, 2009) para modelar dados contínuos no intervalo  $(0, 1)$ . Este modelo, assim como o modelo de regressão beta (FERRARI; CRIBARI-NETO, 2004), assume distribuição beta para a variável de interesse. A realização de previsões de dados contínuos no intervalo  $(0, 1)$  pelo modelo  $\beta$ ARMA acarreta em valores previstos mais próximos da natureza deste tipo de dados, possibilitando previsões mais condizentes com os valores reais. Este fato se dá em razão da distribuição beta ter seu suporte restrito ao intervalo unitário padrão, evitando o caso irreal de previsões fora do intervalo  $(0, 1)$ . Como exemplo motivacional, a Figura 1.1 apresenta uma comparação do uso dos modelos ARMA e  $\beta$ ARMA para realização de previsões pontuais e por meio de intervalos de predição em dados contínuos em  $(0, 1)$ . Quando considerado o modelo ARMA, pode-se observar um valor previsto, bem como o limite superior do intervalo de predição neste ponto, acima do valor 1, fora dos possíveis valores da variável de interesse. Já para o modelo  $\beta$ ARMA, os valores previstos e a construção dos limites de predição resultam em valores dentro do intervalo  $(0, 1)$ .

O trabalho de Rocha e Cribari-Neto (2009) apresenta detalhes sobre inferências pontuais, testes de hipóteses em grandes amostras e previsões pontuais, mas não considera intervalos de predição. Ao nosso melhor conhecimento, a literatura não exibe nenhum trabalho abordando o problema de intervalos de previsão para o modelo  $\beta$ ARMA. Assim, é identificada uma lacuna na literatura a que o presente trabalho objetiva oferecer um primeiro tratamento.

O presente trabalho considerou diferentes métodos de construção de intervalos de previsão para o modelo  $\beta$ ARMA. Um dos métodos foi baseado nos quantis da distribuição beta.

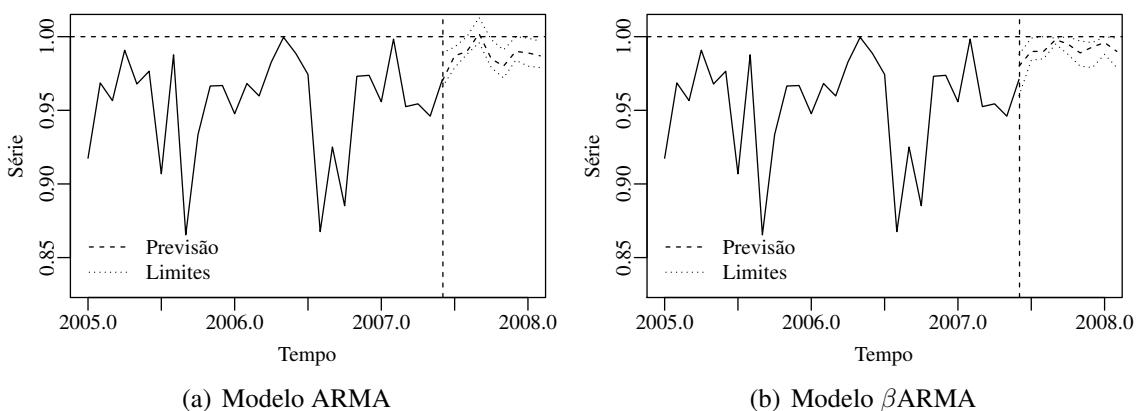


Figura 1.1 – Valores previstos pelos modelos ARMA e  $\beta$ ARMA e seus respectivos intervalos de predição.

Este intervalo é uma adaptação do método proposto para os modelos ARMA considerando a distribuição normal e a variância do erro de previsão (BOX; JENKINS; REINSEL, 2008), foram considerados sem bootstrap. As alternativas propostas por Espinheira, Ferrari e Cribari-Neto (2014) para construção dos intervalos de previsão para o modelo de regressão beta foram adaptados para o modelo  $\beta$ ARMA. Outras alternativas foram adaptações dos métodos propostos por Masarotto (1990) para os modelos autorregressivos. Também foi considerado um intervalo baseado nos quantis dos valores previstos por diferentes tipos de reamostras bootstrap.

## 1.1 Objetivos

### 1.1.1 Objetivo Geral

O principal objetivo deste trabalho é a proposição de intervalos de predição para o modelo beta autorregressivo de médias móveis ( $\beta$ ARMA).

### 1.1.2 Objetivos Específicos

Para alcançar o objetivo geral proposto, pontuam-se os seguintes objetivos específicos:

- Revisão de literatura sobre modelos de séries temporais, intervalos de predição e intervalos de predição bootstrap;
- Proposição de intervalos de predição aproximados;
- Proposição de intervalos de predição bootstrap;
- Avaliação numérica via simulação de Monte Carlo dos intervalos de predição propostos;
- Aplicações dos intervalos de predição para previsões de variáveis do tipo taxas e proporções como forma de avaliar empiricamente os métodos propostos.

## 1.2 Estrutura do trabalho

Esta dissertação está organizada da seguinte forma. Este primeiro capítulo contém introdução e objetivos da dissertação. No Capítulo 2, é exibida uma breve revisão de literatura sobre os modelos de séries temporais. Além disso, é apresentado o modelo  $\beta$ ARMA, abordando estimação dos parâmetros, matriz de informação de Fisher e estrutura do modelo. No Capítulo 3, são introduzidos e apresentados os intervalos de predição propostos, em suas versões com e sem método bootstrap. Também são apresentados os distintos tipos de métodos de bootstrap utilizados neste trabalho. No Capítulo 4, é apresentada a metodologia utilizada nas simulações de Monte Carlo e os resultados numéricos das avaliações dos intervalos de predição. No Capítulo 5, são apresentadas aplicações em dados reais, sendo a primeira referente aos dados sobre níveis dos mananciais do sistema de captação e tratamento de água para a Grande São Paulo (Sistema Cantareira) e a segunda refere-se aos dados de taxas de desemprego em São Paulo. Por fim, no Capítulo 6, são apresentadas as conclusões do trabalho.

## 2 O MODELO BETA AUTORREGRESSIVO DE MÉDIAS MÓVEIS

Este capítulo apresenta uma breve introdução aos conceitos mais usuais de séries temporais. Também dispõem de informações sobre o modelo  $\beta$ ARMA, como estimação dos parâmetros, matriz de informação de Fisher, estrutura do modelo e informações para realização de previsões.

### 2.1 Introdução

Uma série temporal é um conjunto de observações obtidas sequencialmente em um determinado período de tempo (SHUMWAY; STOFFER, 2011). Alguns exemplos: número mensal de acidentes de trabalho ao longo do tempo, proporção de peças defeituosas em uma linha de produção avaliadas diariamente, proporção de peças devolvidas no mês, entre outras.

O principal objetivo de uma análise de séries temporais é encontrar um modelo matemático que apresente uma descrição plausível dos dados. Para isso, usualmente considera-se a dependência temporal nos dados observados. Assim, torna-se possível a identificação do processo gerador da série e a extração de informações relevantes nas observações, possibilitando a realização de previsões confiáveis (SHUMWAY; STOFFER, 2011).

Os modelos de séries temporais mais usuais são os tradicionais modelos da classe ARIMA. Os modelos autorregressivos com heterocedasticidade condicional (ARCH) (ENGLE, 1982) e os modelos autorregressivos com heterocedasticidade condicional generalizada (GARCH) (BOLLERSLEV, 1986) são amplamente utilizados para modelar a volatilidade. Os modelos autorregressivo fracionariamente integrado de médias móveis (ARFIMA) (GRANGER; JOYEUX, 1980) são modelos de memória longa usuais em dados financeiros e econômicos. O modelo autorregressivo de médias móveis generalizado (GARMA) (BENJAMIN; RIGBY; STASINOPOULOS, 2003) modela dados da família exponencial, estendendo os modelos lineares generalizados (MLG) (MCCULLAGH; NELDER, 1989) para dados de séries temporais. Um alternativa para modelagem de mais de uma série ao mesmo tempo e analisar o impacto entre elas são os modelos de vetores autorregressivos (VAR) (SIMS, 1980; LUTKEPOHL, 1991).

Diversos outros trabalhos abordam melhoramentos inferenciais ou extensões desses modelos de séries temporais. Por exemplo, em Miguel e Pilar (1998) são encontrados intervalos

de predição bootstrap para os modelos ARCH. Inferências preditivas utilizando a metodologia bootstrap nos modelo ARIMA são apresentadas por Pascual, Romo e Ruiz (2004). Previsões bootstrap para os modelos GARCH são verificados em Pascual, Romo e Ruiz (2006). Em Franco e Reisen (2007) são apresentados detalhes sobre diferentes aproximações bootstrap e intervalos de confiança bootstrap. Box, Jenkins e Reinsel (2008) apresentam a construção de modelos estocásticos para séries temporais, abordando diferentes tópicos sobre o assunto, como realização de previsões, inferências sobre o modelo, entre outros. Trucíos e Hotta (2016) apresentam intervalos de predição bootstrap para os modelos GARCH. Assim, verifica-se uma literatura amplamente rica com aplicações e desenvolvimentos metodológicos sobre diferentes problemas em séries temporais, enquanto que, para o modelo  $\beta$ ARMA, os trabalhos praticamente inexistem.

Os modelos usuais como o ARIMA apresentam, em geral, boas previsões e bons intervalos de predição (SHIMIZU, 2009), porém supõem que a variável de interesse tenha a distribuição normal (BOX; JENKINS; REINSEL, 2008), o que nem sempre é possível. Considerar um modelo adequado para modelar variáveis restritas a intervalos  $(0, 1)$ , como taxas e proporções, torna-se importante, pois deve-se considerar o eventual comportamento assimétrico deste tipo de dados (FERRARI; PINHEIRO, 2011; CRIBARI-NETO; ZEILEIS, 2010). A densidade beta, assumida como suposição no modelo  $\beta$ ARMA, ao contrário da distribuição normal, é bastante flexível, acomodando distribuições simétricas, assimétricas, em forma de jota, jota invertido, entre outras (FERRARI; CRIBARI-NETO, 2004), conforme será apresentado a seguir.

## 2.2 Estrutura do modelo

O modelo  $\beta$ ARMA proposto por Rocha e Cribari-Neto (2009) pode ser definido da seguinte forma. Seja  $y = (y_1, y_2, \dots, y_n)^\top$  um vetor com  $n$  variáveis aleatórias, em que  $y_t, t = 1, 2, \dots, n$ , possui distribuição condicional dada por um conjunto de informações prévias  $\mathcal{F}_{t-1}$ , sendo  $\mathcal{F}_{t-1}$  a menor  $\sigma$ -álgebra em que as variáveis  $y_1, y_2, \dots, y_{t-1}$  são mensuráveis, seguindo distribuição Beta( $\mu_t, \phi$ ), em que  $\mu_t$  é o parâmetro de média e  $\phi$  é o parâmetro de precisão. A densidade condicional de  $y_t$ , dado  $\mathcal{F}_{t-1}$ , é definida como:

$$f(y_t | \mathcal{F}_{t-1}) = \frac{\Gamma(\phi)}{\Gamma(\mu_t\phi)\Gamma((1-\mu_t)\phi)} y_t^{\mu_t\phi-1} (1-y_t)^{(1-\mu_t)\phi-1}, \quad 0 < y_t < 1. \quad (2.1)$$

A média e a variância condicional de  $y_t$  são dadas, respectivamente, por:

$$\begin{aligned} E(y_t | \mathcal{F}_{t-1}) &= \mu_t, \\ \text{Var}(y_t | \mathcal{F}_{t-1}) &= \frac{V(\mu_t)}{1 + \phi}, \end{aligned}$$

em que  $V(\mu_t) = \mu_t(1 - \mu_t)$  é denotada por função de variância e  $\phi$  pode ser interpretado como o inverso da dispersão, uma vez que quanto maior for o valor de  $\phi$ , dado um valor de  $\mu_t$ , menor será o valor da variância de  $y_t$  (ROCHA; CRIBARI-NETO, 2009).

Desta forma, o modelo  $\beta$ ARMA( $p, q$ ) pode ser definido pela seguinte estrutura:

$$g(\mu_t) = \eta_t = \beta + \sum_{i=1}^p \varphi_i g(y_{t-i}) + \sum_{j=1}^q \theta_j r_{t-j}, \quad (2.2)$$

em que  $\beta \in \mathbb{R}$  é uma constante,  $\varphi = (\varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_p)^\top$  e  $\theta = (\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_q)^\top$  são os parâmetros autorregressivos e de médias móveis, respectivamente,  $g(\cdot)$  é uma função de ligação estritamente monótona e duas vezes diferenciável em que  $g : (0, 1) \rightarrow \mathbb{R}$ , assim como no modelo de regressão beta (FERRARI; CRIBARI-NETO, 2004). O termo de erro de médias móveis é definido por  $r_t = g(y_t) - g(\mu_t)$  e  $p$  e  $q$  são as ordens do modelo.

Uma vez que  $g(\cdot)$  é continuamente diferenciável, pode-se expandi-la em uma série de Taylor truncada da seguinte maneira (ROCHA; CRIBARI-NETO, 2009):

$$g(y_t) \approx g(\mu_t) + g'(\mu_t)(y_t - \mu_t), \quad \text{ou seja } g(y_t) - g(\mu_t) = r_t \approx g'(\mu_t)(y_t - \mu_t).$$

Desta forma, tomando o valor esperado, para o termo de erro  $r_t$ , temos:

$$E(g(y_t) - g(\mu_t) | \mathcal{F}_{t-1}) \approx E(g'(\mu_t)(y_t - \mu_t) | \mathcal{F}_{t-1}) = 0, \quad (2.3)$$

uma vez que  $E(y_t - \mu_t | \mathcal{F}_{t-1}) = 0$ . Ainda, utilizando o método delta (VAN DER VAART, 2000) e assumindo que  $g(\cdot)$  é duas vezes diferenciável, pode-se obter a seguinte expressão para a variância do termo de erro (ROCHA; CRIBARI-NETO, 2009):

$$\text{Var}(g(y_t) - g(\mu_t) | \mathcal{F}_{t-1}) \approx (g'(\mu_t)^2) \frac{V(\mu_t)}{1 + \phi}. \quad (2.4)$$

Considerando como caso particular  $E(g(y_t) - g(\mu_t)) \approx 0$  e  $\text{Var}(g(y_t) - g(\mu_t) | \mathcal{F}_{t-1}) \approx (g'(\mu_t)^2)V(\mu_t)/(1 + \phi)$ , temos que:

$$E((g(y_i) - g(\mu_i))(g(y_j) - g(\mu_j)) | \mathcal{F}_{t-1}) = E((g(y_i) - g(\mu_i))E(g(y_j) - g(\mu_j) | \mathcal{F}_{j-1})) = 0,$$

sendo  $i < j$ . Desta forma, pode-se afirmar que os erros  $r_t = g(y_t) - g(\mu_t)$  são ortogonais (ROCHA; CRIBARI-NETO, 2009).

As funções de ligação usuais para modelos que assumem distribuição beta são a logit, probit e a log-log complementar. Cabe salientar que o modelo  $\beta$ ARMA, proposto por Rocha e Cribari-Neto (2009) considera ainda um termo que acomoda covariáveis no modelo, de forma semelhante ao modelo de regressão, assim como considera outras possibilidades para o termo de erro  $r_t$ . O modelo  $\beta$ ARMA também pressupõe estacionaridade dos dados (ROCHA; CRIBARI-NETO, 2009).

### 2.3 Estimação dos parâmetros e matriz de informação de Fisher

As inferências pontuais sobre os parâmetros do modelo são feitas baseadas nos estimadores de máxima verossimilhança (EMV), por meio da maximização do logaritmo da função de verossimilhança. Considerando o vetor de parâmetro  $\gamma = (\beta, \varphi^\top, \theta^\top, \phi)^\top$ , a função de log-verossimilhança condicionada às primeiras  $m$  observações, em que  $m = \max(p, q)$ , é definida por:

$$\ell = \ell(\gamma; y) = \sum_{t=m+1}^n \log f(y_t | \mathcal{F}_{t-1}) = \sum_{t=m+1}^n \ell_t(\mu_t, \phi), \quad (2.5)$$

em que  $\ell_t(\mu_t, \phi) = \log \Gamma(\phi) - \log \Gamma(\mu_t \phi) - \log \Gamma((1 - \mu_t)\phi) + (\mu_t \phi - 1) \log y_t + \{(1 - \mu_t)\phi - 1\} \log(1 - y_t)$ .

Ao derivar a função de log-verossimilhança, dada por (2.5), em relação ao parâmetro  $\beta$ , tem-se:

$$\frac{\partial \ell}{\partial \beta} = \phi \sum_{t=m+1}^n (y_t^* - \mu_t^*) \frac{1}{g'(\mu_t)},$$

em que  $y_t^* = \log\{y_t/(1 - y_t)\}$ ,  $\mu_t^* = \psi(\mu_t \phi) - \psi((1 - \mu_t)\phi)$  e  $\psi(z) = d \log \Gamma(z) / dz$ , é a função digama. Desta forma, a função escore relativa ao parâmetro  $\beta$  pode ser escrita matricialmente como:

$$U_\beta(\gamma) = \phi \mathbf{1}^\top T(y^* - \mu^*),$$

com  $y^* = (y_{m+1}^*, \dots, y_n^*)^\top$ ,  $\mu^* = (\mu_{m+1}^*, \dots, \mu_n^*)^\top$ ,  $T = \text{diag}\{1/g'(\mu_{m+1}), \dots, 1/g'(\mu_n)\}$  e  $\mathbf{1}$  um vetor coluna com  $n - m$  elementos unitários. Derivando  $\ell(\gamma; y)$  em relação a  $\phi$ , obtemos a função escore:

$$U_\phi(\gamma) = \frac{\partial \ell}{\partial \phi} = \sum_{t=m+1}^n \{\mu_t(y_t^* - \mu_t^*) + \log(1 - y_t) - \psi((1 - \mu_t)\phi) + \psi(\phi)\}.$$

Derivando em relação a  $\varphi_i$ , tem-se:

$$\frac{\partial \ell}{\partial \varphi_i} = \phi \sum_{t=m+1}^n (y_t^* - \mu_t^*) \frac{1}{g'(\mu_t)} g(y_{(t-i)}).$$

Assim, o vetor escore relativo a  $\varphi$  pode ser dado matricialmente por:

$$U_\varphi(\gamma) = \phi P^\top T(y^* - \mu^*),$$

sendo  $P$  uma matriz  $(n-m) \times p$  com os  $(i,j)$ -ésimos elementos iguais a  $g(y_{i+m-j})$ . A derivada em relação aos parâmetros de médias móveis  $\theta_j$  é dada por:

$$\frac{\partial \ell}{\partial \theta_j} = \phi \sum_{t=m+1}^n (y_t^* - \mu_t^*) \frac{1}{g'(\mu_t)} r_{t-j},$$

que pode ser escrita matricialmente por

$$U_\theta(\gamma) = \phi R^\top T(y^* - \mu^*),$$

em que  $R$  é uma matriz  $(n-m) \times q$  com os  $(i,j)$ -ésimos elementos dados por  $r_{i+m-j}$ .

Desta maneira, os EMV do modelo  $\beta$ ARMA são obtidos a partir da resolução do seguinte sistema:

$$\begin{cases} U_\beta(\gamma) = 0, \\ U_\phi(\gamma) = 0, \\ U_\varphi(\gamma) = 0, \\ U_\theta(\gamma) = 0. \end{cases}$$

A solução desse sistema não apresenta forma fechada, fazendo-se necessário o uso de algoritmos de otimização não-linear para encontrar as estimativas de máxima verossimilhança. Os métodos usuais são os de Newton ou quasi-Newton (NOCEDAL; WRIGHT, 1999). Na implementação deste trabalho, considerou-se o algoritmo de Broyden-Fletcher-Goldfarb-Shanno (BFGS) (PRESS et al., 1992).

Inferências em grandes amostras são baseadas no conhecimento da matriz de variâncias e covariâncias assintóticas dos EMV, dada pelo inverso da matriz de informação de Fisher. A matriz de informação de Fisher conjunta para  $\beta, \phi, \varphi, \theta$ , é dada por:

$$K = K(\gamma) = \begin{pmatrix} K_{\beta,\beta} & K_{\beta,\phi} & K_{\beta,\varphi} & K_{\beta,\theta} \\ K_{\phi,\beta} & K_{\phi,\phi} & K_{\phi,\varphi} & K_{\phi,\theta} \\ K_{\varphi,\beta} & K_{\varphi,\phi} & K_{\varphi,\varphi} & K_{\varphi,\theta} \\ K_{\theta,\beta} & K_{\theta,\phi} & K_{\theta,\varphi} & K_{\theta,\theta} \end{pmatrix},$$

em que  $K_{\beta,\beta} = \phi \text{tr}(W)$ ,  $K_{\beta,\phi} = K_{\beta,\phi}^\top = \mathbf{1}^\top T c$ ,  $K_{\beta,\varphi} = K_{\beta,\varphi}^\top = \phi P^\top W \mathbf{1}$ ,  $K_{\theta,\beta} = K_{\theta,\beta}^\top = \phi R^\top W \mathbf{1}$ ,  $K_{\phi,\phi} = \text{tr}(D)$ ,  $K_{\varphi,\varphi} = \phi P^\top W P$ ,  $K_{\varphi,\phi} = K_{\varphi,\phi}^\top = P^\top T c$ ,  $K_{\theta,\theta} = \phi R^\top W R$ ,

$K_{\theta,\phi} = K_{\phi,\theta}^\top = R^\top T c$  e  $K_{\varphi,\theta} = K_{\theta,\varphi}^\top = \phi R^\top M P$ , com  $W = \text{diag}\{w_{m+1}, \dots, w_n\}$ ,  $D = \text{diag}\{d_{m+1}, \dots, d_n\}$  e  $c = (c_{m+1}, \dots, c_n)^\top$ , em que  $w_t = \phi^{\frac{\{\psi'(\mu_t\phi)+\psi'((1-\mu_t)\phi)\}}{g'(\mu_t)^2}}$ ,  $d_t = \psi'(\mu_t\phi)\mu_t^2 + \psi'((1-\mu_t)\phi)(1-\mu_t)^2 - \psi'(\phi)$  e  $c_t = \phi\{\psi'(\mu_t\phi)\mu_t - \psi'((1-\mu_t)\phi)(1-\mu_t)\}$ .

O fato da matriz de informação de Fisher não ser uma matriz bloco diagonal, ou seja, os parâmetros não serem ortogonais, é uma importante diferença do modelo  $\beta$ ARMA quando comparado com modelos dinâmicos baseados nos MLG (ROCHA; CRIBARI-NETO, 2009; BENJAMIN; RIGBY; STASINOPOULOS, 2003) e aos modelos ARIMA. Para tamanhos amostrais grandes e sob condições usuais de regularidade (ROCHA; CRIBARI-NETO, 2009), os EMV possuem distribuição normal  $k$ -multivariada, sendo  $k = p + q + 2$ , definida por:

$$\begin{pmatrix} \hat{\beta} \\ \hat{\phi} \\ \hat{\varphi} \\ \hat{\theta} \end{pmatrix} \sim N_{(k)} \left( \begin{pmatrix} \beta \\ \phi \\ \varphi \\ \theta \end{pmatrix}, K^{-1} \right),$$

em que  $\hat{\beta}$ ,  $\hat{\phi}$ ,  $\hat{\varphi}$  e  $\hat{\theta}$  são os estimadores de máxima verossimilhança de  $\beta$ ,  $\phi$ ,  $\varphi$  e  $\theta$ , respectivamente.

## 2.4 Previsão

Para determinar estimativas de  $\mu_t$ ,  $\hat{\mu}_t$ , para  $t = m, \dots, n$  (dentro da amostra observada), basta substituir  $\gamma$  por seu EMV,  $\hat{\gamma}$ , e  $r_t$  por  $g(y_t) - g(\hat{\mu}_t)$  na Equação (2.2). A realização de previsões para valores futuros  $y_{n+h}$ ,  $h$  passos a frente, é dada por:

$$\hat{y}_n(h) = g^{-1} \left( \hat{\beta} + \sum_{i=1}^p \hat{\varphi}_i [g(y_{n+h-i})] + \sum_{j=1}^q \hat{\theta}_j [r_{n+h-j}] \right), \quad (2.6)$$

em que

$$[g(y_{n+h-i})] = \begin{cases} g(\hat{y}_n(h-i)), & \text{se } i < h, \\ g(y_{n+h-i}), & \text{se } i \geq h, \end{cases}$$

$$[r_{n+h-j}] = \begin{cases} 0, & \text{se } j < h, \\ g(y_{n+h-j}) - g(\hat{\mu}_{n+(h-j)}), & \text{se } j \geq h. \end{cases}$$

Rocha e Cribari-Neto (2009) apresentam apenas formas de previsões pontuais. Ao melhor de nosso conhecimento, é inexistente na literatura alguma proposta de intervalos de predição para o modelo  $\beta$ ARMA. No capítulo seguinte, serão introduzidos os aspectos e conceitos gerais sobre intervalos de predição, além dos intervalos de predição propostos neste trabalho.

## 2.5 Resíduos e diagnóstico

A análise de diagnóstico do modelo ajustado é baseada na avaliação do comportamento dos resíduos. Em modelos de séries temporais, os resíduos são funções dos valores observados e dos valores previstos pelo modelo um passo a frente (KEDEM; FOKIANOS, 2005). Dessa forma, o erro de previsão um passo a frente, ou resíduo ordinário, pode ser definido por:

$$\mathcal{R}_1(y_t, \hat{\mu}_t) = g(y_t) - g(\hat{\mu}_t).$$

Cabe salientar que, uma vez que  $g(y)$  pertencem aos reais, este resíduo estará ao redor de zero e com distribuição aproximadamente normal, se o modelo estiver correto. Uma melhor alternativa de resíduo é o resíduo padronizado, dado por:

$$\mathcal{R}_2(y_t, \hat{\mu}_t) = \frac{g(y_t) - g(\hat{\mu}_t)}{\sqrt{(g'(\hat{\mu}_t))^2 V(\hat{\mu}_t)/(1 + \hat{\phi})}}.$$

Nota-se que o denominador é uma estimativa aproximada para desvio padrão dada pela expansão em série de Taylor truncada da variância de  $r_t$  em (2.4). Outro resíduo ponderado padronizado, na escala de  $y_t^*$ , é dado por:

$$\mathcal{R}_3(y_t, \hat{\mu}_t) = \frac{y_t^* - \hat{\mu}_t^*}{\sqrt{\hat{\nu}_t}},$$

em que  $\hat{\nu}_t = \hat{\phi}^2 \{ \psi'(\hat{\mu}_t \hat{\phi}) + \psi'((1 - \hat{\mu}_t) \hat{\phi}) \}$ .

Para um modelo corretamente ajustado, espera-se que resíduos padronizados apresentem média igual a zero e variância constante (KEDEM; FOKIANOS, 2002). É também esperado a ausência de autocorrelação e autocorrelações parciais e heteroscedasticidade condicional na série dos resíduos (BOX; JENKINS; REINSEL, 2008). Estes fatos podem ser verificados pelos correlogramas dos resíduos ou ainda pelos testes de Box-Pierce (BOX; PIERCE, 1970), Ljung-Box (LJUNG; BOX, 1978) e Multiplicador de Lagrange (ENGLE, 1982).

### 3 INTERVALOS DE PREDIÇÃO

Este capítulo se subdivide em duas partes. Primeiramente, são propostos distintos métodos de construção de intervalos de predição para o modelo  $\beta$ ARMA. Posteriormente, são introduzidas algumas variações do método bootstrap úteis para a construção dos intervalos de confiança bootstrap.

#### 3.1 Introdução

Em geral, uma estimativa do erro quadrático médio de um valor previsto serve apenas como um indicativo de um erro de previsão. Entretanto, uma afirmação de que um valor predito estará dentro de um intervalo com uma probabilidade específica, torna-se muito mais informativo. Esta é uma vantagem dos intervalos de predição, pois apresentam essa interpretação de forma probabilística (GUTTMAN, 1970; STINE, 1982).

Um intervalo de predição é usualmente constituído por limites superiores e inferiores associados a uma probabilidade (CHATFIELD, 1993). Os limites inferiores e superiores para essas previsões são os valores máximos e mínimos que a previsão pode assumir para ser confiável. Espera-se que os valores futuros encontrem-se entre as bandas dos limites. Para o cálculo de uma previsão e a determinação de seus limites, existem diversas técnicas, as quais devem ser escolhidas após análise e conhecimento das características dos dados (BOX; JENKINS; REINSEL, 2008).

A maneira como são denominados os limites dos intervalos variam. São algumas vezes chamados como intervalos de confiança (GRANGER; NEWBOLD, 2014; MORETTIN P.; TOLOI, 2006), limites de probabilidade para previsão (BOX; JENKINS; REINSEL, 2008), limites de previsão (WEI, 1994) ou limites de predição (BROCKWELL; DAVIS, 2013). Neste trabalho, os intervalos para as previsões são chamados de intervalos de predição (IP) (CHATFIELD, 1993; SHIMIZU, 2009; CHATFIELD, 1989; HARVEY, 1990; MONTGOMERY; JOHNSON, 1976; ABRAHAM; LEDOLTER, 2009; BOWERMAN; O'CONNELL, 1979). Esta escolha baseia-se no fato de que o termo “intervalos de confiança”, em geral, é usado para limites aleatórios que contém um parâmetro desconhecido com determinada probabilidade. Enquanto que, neste trabalho, temos o interesse em intervalos de possíveis valores de ocorrência de uma

variável aleatória no futuro (CHATFIELD, 1993).

A realização de previsões e a proposição de intervalos de predição em modelos de séries temporais têm sido amplamente explorados na literatura. Diversos trabalhos propõem intervalos de predição em séries temporais para os modelos ARIMA ou autorregressivos puros (AR) (THOMBS; SCHUCANY, 1990; KABAILA, 1993; MASAROTTO, 1990; VIDONI, 2009; CLEMENTS; KIM, 2007; GRIGOLETTO, 1998; CHAN; CHEUNG; WU, 2004; PAN; POLITIS, 2014; MCCULLOUGH, 1993; STINE, 1978; PASCUAL; ROMO; RUIZ, 2004; CHEUNG; WU; CHAN, 1998). Considerando outras classes de modelos, Lana (2012) apresenta intervalos de predição para o modelo ARFIMA e Reeves (2005) e Miguel e Pilas (1998) para o modelo ARCH. Intervalos de predição bootstrap na classe de modelo autorregressivo com limiar auto-excitado (SETAR) são apresentados por Li (2011). Melhoramentos nos limites de predição para os modelos AR e ARCH são discutidos por Kabaila e Syuhada (2008). Limites de predição bootstrap para os modelos EGARCH e GJR-EGARCH são apresentados em Trucíos e Hotta (2016). Kim (2001,2004) apresentam intervalos de predição bootstrap autorregressivos usando estimadores não viesados. Intervalos de predição para o modelo ARFIMA são discutidos em Rupasinghe e Samaranayake (2012). Um intervalo de predição para um vetor autorregressivo é proposto em Staszewska-Bystrova (2011).

Os intervalos de predição são construídos para os valores futuros  $y_{n+h}$ , com  $h = 1, \dots, H$ , em que  $H$  é o horizonte de previsão desejável. Kim (2003) obteve melhorias nas previsões com o método bootstrap em tamanhos de amostras pequenas e num horizonte de previsão grande,  $H = 10$ . Contudo, muitos autores consideram diferentes valores de passos a frente. Chan, Cheung e Wu (2004) consideram  $H = 4$ , Clements e Kim (2007) consideram um horizonte de previsão de 8 observações e Trucíos e Hotta (2016) utilizam 5 observações como horizonte de previsão. Sendo assim, o valor de  $H$  pode ser modificado. De forma geral, os intervalos têm o seguinte formato:

$$[LI_h; LS_h]$$

sendo  $LI_h$  e  $LS_h$  os limites de predição inferiores e superiores, respectivamente, para  $y_{n+h}$ .

Em geral, a construção dos intervalos de predição necessita do pressuposto de normalidade e conhecimento dos parâmetros (LANA, 2012; THOMBS; SCHUCANY, 1990) para não serem afetados negativamente em termos de suas coberturas nominais (THOMBS; SCHUCANY, 1990). Espera-se que as coberturas dos intervalos estejam próximas dos níveis de confiança dos intervalos, ou seja  $1 - \alpha$ , sendo  $\alpha$  o nível de significância. Como alternativa para

contornar estes problemas, a utilização do método bootstrap (EFRON; TIBSHIRANI, 1993; DAVISON; HINKLEY, 1997) para a construção dos intervalos pode gerar resultados menos distorcidos (THOMBS; SCHUCANY, 1990). Neste trabalho são propostos intervalos de predição lançando mão de argumentos aproximados, assim como a suposição de conhecimento dos parâmetros e também intervalos baseados em bootstrap.

### 3.2 Intervalos de predição propostos

#### 3.2.1 Intervalo aproximado baseado na distribuição normal (BJ)

Baseado na suposição de parâmetros conhecidos e erros de médias móveis normais, propomos uma adaptação do método proposto por Box, Jenkins e Reinsel (2008) para os modelos ARMA. Definimos o erro de previsão para  $h$  passos a frente da seguinte forma:

$$e_n(h) = g(y_{n+h}) - g(\hat{y}_n(h)).$$

A variância do erro de previsão é dada por (BOX; JENKINS; REINSEL, 2008):

$$\text{Var}(e_n(h)) = V_n(h) \approx (1 + \Psi_1^2 + \Psi_2^2 + \dots + \Psi_{H-1}^2) \sigma_{n+h}^2,$$

em que  $\Psi_j = \varphi_1 \Psi_{j-1} + \dots + \varphi_{p+d} \Psi_{j-p-d} - \theta_j$ , sendo  $\Psi_0 = 1$ . Um estimador para  $V_n(h)$  é dado por:  $\widehat{V_n(h)} = (1 + \widehat{\Psi}_1^2 + \widehat{\Psi}_2^2 + \dots + \widehat{\Psi}_{H-1}^2) \widehat{\sigma}_{n+h}^2$ , em que  $\widehat{\Psi}_j = \widehat{\varphi}_1 \widehat{\Psi}_{j-1} + \dots + \widehat{\varphi}_{p+d} \widehat{\Psi}_{j-p-d} - \widehat{\theta}_j$  e  $\widehat{\sigma}_{n+h}^2$ , via Equação (2.4), pode ser estimada por  $\widehat{\sigma}_{n+h}^2 = (g'(\hat{y}_n(h))^2) \frac{V(\hat{y}_n(h))}{1+\phi}$ .

Desta forma, pode-se computar os limites de predição para  $g(y_{t+h})$  com probabilidade de cobertura aproximadamente  $1 - \alpha$ , da seguinte maneira (BOX; JENKINS; REINSEL, 2008):

$$\begin{aligned} li_h &= g(\hat{y}_n(h)) + z_{\alpha/2} [\widehat{V_n(h)}]^{1/2}, \\ ls_h &= g(\hat{y}_n(h)) + z_{1-\alpha/2} [\widehat{V_n(h)}]^{1/2}, \end{aligned}$$

em que  $z_{\alpha/2}$  e  $z_{1-\alpha/2}$  são os quantis  $\alpha/2$  e  $1 - \alpha/2$  da distribuição normal padrão, respectivamente. Porém, como  $g(y_{n+h}) \in \mathbb{R}$ , consideramos  $g^{-1}(li_h)$  e  $g^{-1}(ls_h)$ . Garante-se assim, que os limites dos intervalos de predição não extrapolam os limites do intervalo unitário padrão  $(0, 1)$ . Desta forma, os intervalos de predição BJ para os modelos  $\beta$ ARMA, adaptados dos intervalos propostos por Box, Jenkins e Reinsel (2008), são da seguinte forma:

$$LI_h = g^{-1}(g(\hat{y}_n(h)) + z_{\alpha/2} [\widehat{V_n(h)}]^{1/2}),$$

$$LS_h = g^{-1}(g(\hat{y}_n(h)) + z_{1-\alpha/2}[\widehat{V_n(h)}]^{1/2}).$$

### 3.2.2 Intervalo aproximado baseado nos quantis distribuição beta (Qbeta)

Outro intervalo de predição considerado neste trabalho é baseado nos quantis da distribuição beta. A probabilidade condicional do valor futuro  $y_{n+h}$  do processo, dadas as informações prévias até o instante  $n$ ,  $\mathcal{F}_n$ , seguirá uma distribuição beta, com média  $\hat{y}_n(h)$  e precisão  $\phi_h$ . À medida que se aumenta o horizonte de previsão, aumenta-se também a variabilidade do erro de predição. Para mensurar esta perda de precisão, consideramos um parâmetro  $\phi_h$  por meio da seguinte dedução:

$$\text{Var}(e_n(h)) = V_n(h) \approx \frac{[g'(\hat{y}_n(h))]^2[\hat{y}_n(h)(1 - \hat{y}_n(h))]}{1 + \phi_h},$$

$$V_n(h) + V_n(h)\phi_h \approx [g'(\hat{y}_n(h))]^2[\hat{y}_n(h)(1 - \hat{y}_n(h))],$$

$$\phi_h \approx \frac{[g'(\hat{y}_n(h))]^2[\hat{y}_n(h)(1 - \hat{y}_n(h))] - V_n(h)}{V_n(h)}.$$

Uma estimativa para  $\phi_h$  é dada por:

$$\hat{\phi}_h = \frac{[g'(\hat{y}_n(h))]^2[\hat{y}_n(h)(1 - \hat{y}_n(h))] - \widehat{V_n(h)}}{\widehat{V_n(h)}}.$$

Dessa forma, podemos calcular os limites de predição Qbeta para cada  $h$  da seguinte maneira:

$$LI_h = u_n^{(\alpha/2)}(h),$$

$$LS_h = u_n^{(1-\alpha/2)}(h),$$

sendo  $u_n^\alpha(h)$  a função quantil da distribuição  $Beta(\hat{y}_n(h), \hat{\phi}_h)$ .

Contudo, pelas aproximações assumidas para a determinação desses intervalos, eles podem apresentar taxas de cobertura menores que os valores nominais. Melhores intervalos podem ser obtidos utilizando o método bootstrap (LANA, 2012). A seguir serão apresentados os tipos de intervalos de predição bootstrap que serão considerados neste trabalho.

### 3.2.3 Intervalo com erros de previsão bootstrap (EPB)

Masarotto (1990) introduz um intervalo bootstrap considerando os erros de previsão bootstrap (EPB). Este método objetiva construir a distribuição empírica dos erros de previsão, considerando o tamanho da série e seus parâmetros estimados. No modelo  $\beta$ ARMA serão consideradas duas adaptações desse intervalo EPB baseadas em dois diferentes resíduos. Lana (2012) também apresenta uma dessas adaptações nos modelos ARFIMA. O intervalo EPB adaptado baseado no valor previsto  $g(\hat{y}_n(h))$ , considerando o resíduo de previsão  $\mathcal{R}_1(\cdot, \cdot)$ , pode ser construído por meio do seguinte algoritmo:

1. Suponha que  $y = (y_1, y_2, \dots, y_n)^\top$  é uma amostra aleatória em que cada  $y_t$  segue uma distribuição  $Beta(\mu_t, \phi)$ ;
2. A partir da amostra original, obtenha as estimativas  $\hat{\mu}_t$ , com  $t = m, m+1, \dots, n$ , e  $\hat{\phi}$ ;
3. Gere  $(n-m) + H$  amostras bootstrap,  $y_m^b, y_{m+1}^b, \dots, y_{n+H}^b$ , ou seja, o tamanho da série original mais o número de passos à frente da previsão;
4. Para cada reamostra bootstrap, utilize os  $(n-m)$  primeiros valores para estimar o modelo  $\beta$ ARMA;
5. Utilize os EMV estimados no Item 4,  $\hat{\beta}^b, \hat{\varphi}^b, \hat{\theta}^b, \hat{\phi}^b$ , e realize  $H$  previsões  $\hat{y}_n^b(h)$ , conforme a Equação (3.2), descrita a seguir, com  $h = 1, 2, \dots, H$ ;
6. Compute o resíduo de previsão  $\mathcal{R}_1(y_{n+h}^b, \hat{y}_n^b(h))$ ;
7. Repita os Itens 3-6 um número  $B$  muito grande de vezes;
8. Para cada  $h$ , ordene os  $B$  valores de  $\mathcal{R}_1(y_{n+h}^b, \hat{y}_n^b(h))$  e compute os intervalos EPB  $\mathcal{R}_1(y_{n+h}^b, \hat{y}_n^b(h))$ :

$$LI_h^b = g^{-1}(g(\hat{y}_n(h)) - \mathcal{R}_{1(\alpha/2)}(y_{n+h}^b, \hat{y}_n^b(h))),$$

$$LS_h^b = g^{-1}(g(\hat{y}_n(h)) - \mathcal{R}_{1(1-\alpha/2)}(y_{n+h}^b, \hat{y}_n^b(h))).$$

em que  $\mathcal{R}_{1(\alpha/2)}(y_{n+h}^b, \hat{y}_n^b(h)) = 100 \cdot \alpha$ -ésimo percentil e  $\mathcal{R}_{1(1-\alpha/2)}(y_{n+h}^b, \hat{y}_n^b(h)) = 100 \cdot (1-\alpha)$ -ésimo percentil de  $\mathcal{R}_1(y_{n+h}^b, \hat{y}_n^b(h))$ , respectivamente.

A outra adaptação do método EPB será baseada em  $\mathcal{R}_2(\cdot, \cdot)$ . Este intervalo pode ser construído da seguinte forma:

1. Suponha que  $y = (y_1, y_2, \dots, y_n)^\top$  é uma amostra aleatória em que cada  $y_t$  segue uma distribuição  $Beta(\mu_t, \phi)$ ;
2. A partir da amostra original, obtenha as estimativas  $\hat{\mu}_t$ , com  $t = m, m+1, \dots, n$ , e  $\hat{\phi}$ ;
3. Gere  $(n-m)+H$  amostras bootstrap,  $y_m^b, y_{m+1}^b, \dots, y_{n+H}^b$ , ou seja, o tamanho da série original mais o número de passos à frente da previsão;
4. Para cada reamostra bootstrap, utilize os  $(n-m)$  primeiros valores para estimar o modelo  $\beta$ ARMA;
5. Utilize os EMV estimados no Item 4,  $\hat{\beta}^b, \hat{\varphi}^b, \hat{\theta}^b, \hat{\phi}^b$ , e realize  $H$  previsões  $\hat{y}_n^b(h)$ , conforme a Equação (3.2), descrita a seguir, com  $h = 1, 2, \dots, H$ ;
6. Compute o resíduo de previsão  $\mathcal{R}_2(y_{n+h}^b, \hat{y}_n^b(h))$ ;
7. Repita os Itens 3-6 um número  $B$  muito grande de vezes;
8. Para cada  $h$ , ordene os  $B$  valores de  $\mathcal{R}_2(y_{n+h}^b, \hat{y}_n^b(h))$  e compute os intervalos EPB  $\mathcal{R}_2(y_{n+h}^b, \hat{y}_n^b(h))$ :

$$LI_h^b = g^{-1}(g(\hat{y}_n(h)) + \sqrt{(g'(\hat{y}_n(h))^2 V(\hat{y}_n(h)))/(1 + \hat{\phi})} \mathcal{R}_{2(\alpha/2)}(y_{n+h}^b, \hat{y}_n^b(h))),$$

$$LS_h^b = g^{-1}(g(\hat{y}_n(h)) + \sqrt{(g'(\hat{y}_n(h))^2 V(\hat{y}_n(h)))/(1 + \hat{\phi})} \mathcal{R}_{2(1-\alpha/2)}(y_{n+h}^b, \hat{y}_n^b(h))).$$

em que  $\mathcal{R}_{2(\alpha/2)}(y_{n+h}^b, \hat{y}_n^b(h)) = 100 \cdot \alpha$ -ésimo percentil e  $\mathcal{R}_{2(1-\alpha/2)}(y_{n+h}^b, \hat{y}_n^b(h)) = 100 \cdot (1 - \alpha)$ -ésimo percentil de  $\mathcal{R}_2(y_{n+h}^b, \hat{y}_n^b(h))$ , respectivamente.

### 3.2.4 Intervalos de previsão BCa

O presente trabalho considera uma adaptação para o modelo  $\beta$ ARMA do método apresentado por Espinheira, Ferrari e Cribari-Neto (2014) para construção dos intervalos de previsão no modelo de regressão beta. O intervalo BCa (EFRON; TIBSHIRANI, 1993) é baseado nos percentis da distribuição bootstrap de  $g(y_n(h))$ . Os percentis serão dependentes de  $\hat{a}$  e  $\hat{z}_0$ , sendo  $\hat{a}$  uma correção de assimetria (aceleração) e  $\hat{z}_0$  uma correção de viés de  $g(y_n(h))$  (DAVISON;

HINKLEY, 1997). Espinheira, Ferrari e Cribari-Neto (2014) propõem o cálculo de  $\widehat{z}_0$  baseado na distribuição de  $\mathcal{R}_3(y_{n+h}^b, \widehat{y}_n^b(h))$ . Tal quantidade é dada por:

$$\widehat{z}_0 = \Phi^{-1} \frac{\#(\mathcal{R}_3(y_{n+h}^b, \widehat{y}_n^b(h)) < \mathcal{R}_m)}{B},$$

em que  $\Phi^{-1}$  é o inverso da função acumulada da distribuição normal padrão (EFRON; TIBSHIRANI, 1993),  $\mathcal{R}_3(y_{n+h}^b, \widehat{y}_n^b(h))$  são os resíduos das previsões bootstrap,  $\mathcal{R}_m$  é a mediana dos resíduos  $\mathcal{R}_3(y_t, \widehat{\mu}_t)$  e  $\#$  é a soma do número de vezes em que  $\mathcal{R}_3(y_{n+h}^b, \widehat{y}_n^b(h)) < \mathcal{R}_m$ .

A literatura reporta vários modos de avaliar o cálculo da aceleração. Espinheira, Ferrari e Cribari-Neto (2014) determinam  $a$  como:

$$a \approx \frac{1}{6} \frac{\text{E}\{\dot{l}_{n+h}^3\}}{\text{var}\{\dot{l}_{n+h}\}^{3/2}},$$

sendo  $\dot{l}_t = \frac{d \log f(y; \mu; \phi)}{d\mu} = \phi(y_t^* - \mu_t^*)$ . Assim,  $\dot{l}_{n+h} = \phi_h(y_{n+h}^* - \mu_{n+h}^*)$ , sendo  $y_{n+h}^{*b} = \log(y_{n+h}^b / (1 - y_{n+h}^b))$  e  $\mu_{n+h}^{*b} = \psi(\mu_{n+h}^b \phi_h^b) - \psi((1 - \mu_{n+h}^b) \phi_h^b)$ . Desta forma:

$$\widehat{a} = \frac{1}{6} \frac{\widehat{\omega}_n(h)}{\widehat{\nu}_n^{3/2}(h)},$$

em que  $\widehat{\omega}_n(h) = \widehat{\phi}_h^3 \{\psi''(\widehat{y}_n(h)\widehat{\phi}_h) - \psi''((1 - \widehat{y}_n(h))\widehat{\phi}_h)\}$  e  $\widehat{\nu}_n(h) = \widehat{\phi}_h^2 \{\psi'(\widehat{y}_n(h)\widehat{\phi}_h) + \psi'((1 - \widehat{y}_n(h))\widehat{\phi}_h)\}$ .

A construção do intervalo BCa é baseado, no algoritmo apresentado por Espinheira, Ferrari e Cribari-Neto (2014) que é descrito abaixo.

1. Suponha que  $y = (y_1, \dots, y_n)^\top$  é uma amostra aleatória em que cada  $y_t$  segue uma distribuição  $Beta(\mu_t, \phi)$ ;
2. A partir da amostra original, gere uma amostra aleatória com reposição dos resíduos  $\mathcal{R}_3(y_t, \widehat{\mu}_t)$ , conforme segue:

$$y_t^b = \frac{\exp(\widehat{\mu}_t^* + \mathcal{R}_3(y_t, \widehat{\mu}_t) \sqrt{\widehat{\nu}_t})}{1 + \exp(\widehat{\mu}_t^* + \mathcal{R}_3(y_t, \widehat{\mu}_t) \sqrt{\widehat{\nu}_t})},$$

sendo  $t = m, \dots, n$ ;

3. Usando a amostra bootstrap, obtenha  $\widehat{y}_n^b(h)$ ,  $\widehat{\phi}_h^b$ ,  $\widehat{y}_n^{*b}(h)$  e  $\widehat{\nu}_n^b(h)$ ;
4. Calcule  $y_n^b(h)$  da seguinte forma:

$$y_n^b(h) = \frac{\exp(\widehat{y}_n^{*b}(h) + \mathcal{R}_3(y_{n+h}^b, \widehat{y}_n^b(h)) \sqrt{\widehat{\nu}_n^b(h)})}{1 + \exp(\widehat{y}_n^{*b}(h) + \mathcal{R}_3(y_{n+h}^b, \widehat{y}_n^b(h)) \sqrt{\widehat{\nu}_n^b(h)})},$$

sendo  $\hat{y}_n^{*b}(h)$  obtido por meio da Equação (3.2) e  $\mathcal{R}_3(y_{n+h}^b, \hat{y}_n^b(h))$  sendo o sorteio aleatório de  $H$  valores de  $\mathcal{R}_3(y_t, \hat{\mu}_t)$ .

5. Compute o erro de predição bootstrap da seguinte forma:

$$\mathcal{R}_3(y_n^{*b}(h), \hat{y}_n^b(h)) = \frac{y_n^{*b}(h) - \hat{y}_n^{*b}(h)}{\sqrt{\hat{\nu}_n^b(h)}};$$

6. Em cada nova reamostra bootstrap, sorteie aleatoriamente  $B$  valores de  $\mathcal{R}_3(y_n^{*b}(h), \hat{y}_n^b(h))$  e calcule os quantis:  $\delta_{P(\alpha/2)} = \mathcal{R}_{3(\alpha/2)}(y_n^{*b}(h), \hat{y}_n^b(h))$  e  $\delta_{P(1-\alpha/2)} = \mathcal{R}_{3(1-\alpha/2)}(y_n^{*b}(h), \hat{y}_n^b(h))$ ; e os quantis BCa:  $\delta_{BCa(\alpha/2)} = \mathcal{R}_{3(\tilde{\alpha}/2)}(y_n^{*b}(h), \hat{y}_n^b(h))$  e  $\delta_{BCa(1-\alpha/2)} = \mathcal{R}_{3(1-\tilde{\alpha}/2)}(y_n^{*b}(h), \hat{y}_n^b(h))$ . Em que  $\tilde{\alpha} = \Phi\left(\hat{z}_0 + \frac{\hat{z}_0 + z_\alpha}{1 - \tilde{\alpha}(\hat{z}_0 + z_\alpha)}\right)$ , sendo  $\Phi$  a função distribuição da normal padrão e  $z_\alpha$  os quantis  $z_{\alpha/2}$  e  $z_{1-\alpha/2}$  da distribuição normal padrão;

7. Calcule então os limites dos intervalos de predição percentil BCa ou BCa:

$$LI_h^b = \frac{\exp\left(\hat{y}_n^*(h) + \delta_{(\alpha/2)} \sqrt{\hat{\nu}_n(h)}\right)}{1 + \exp\left(\hat{y}_n^*(h) + \delta_{(\alpha/2)} \sqrt{\hat{\nu}_n(h)}\right)},$$

$$LS_h^b = \frac{\exp\left(\hat{y}_n^*(h) + \delta_{(1-\alpha/2)} \sqrt{\hat{\nu}_n(h)}\right)}{1 + \exp\left(\hat{y}_n^*(h) + \delta_{(1-\alpha/2)} \sqrt{\hat{\nu}_n(h)}\right)}.$$

Para a construção do intervalo de predição percentil BCa basta substituir  $\delta_{(\alpha/2)}$  e  $\delta_{(1-\alpha/2)}$  por  $\delta_{P(\alpha/2)}$  e  $\delta_{P(1-\alpha/2)}$ , respectivamente. Já na construção do intervalo de predição BCa deve-se substituir  $\delta_{(\alpha/2)}$  e  $\delta_{(1-\alpha/2)}$  por  $\delta_{BCa(\alpha/2)}$  e  $\delta_{BCa(1-\alpha/2)}$ , respectivamente.

### 3.2.5 Intervalo percentil bootstrap

Em algumas situações, não se está interessado em estimar a distribuição de uma variável aleatória, mas sim em encontrar os percentis das  $B$  réplicas do experimento, como nos casos de construção de intervalos de confiança ou de previsão (LANA, 2012). Para estes casos, o intervalo percentílico (EFRON; TIBSHIRANI, 1993) apresenta bons resultados. Sua construção é realizada baseada num número finito  $B$  de reamostras bootstrap dos valores previstos de  $y_{n+h}$ , e pode ser definido como:

$$[\hat{y}_n^I(h); \hat{y}_n^S(h)], \quad (3.1)$$

em que  $\hat{y}_n^I(h) = 100 \cdot \alpha$ -ésimo percentil de  $y_{n+h}^b$  e  $\hat{y}_n^S(h) = 100 \cdot (1 - \alpha)$ -ésimo percentil de  $y_{n+h}^b$ , em que cada  $y_{n+h}^b$  é uma ocorrência de  $Beta(\hat{y}_n^b(h), \hat{\phi}^b)$ .

A construção dos intervalos de predição bootstrap baseados no intervalo percentil pode ser sumarizada em sete passos (REEVES, 2005):

1. Suponha que  $y = (y_1, y_2, \dots, y_n)^\top$  é uma amostra aleatória em que cada  $y_t$  segue uma distribuição  $Beta(\mu_t, \phi)$ ;
2. A partir da amostra original, obtenha as estimativas  $\hat{\mu}_t$ , com  $t = m, m + 1, \dots, n$ , e  $\hat{\phi}$ ;
3. Gere  $(n - m)$  amostras bootstrap,  $y_m^b, y_{m+1}^b, \dots, y_n^b$  e estime o modelo  $\beta$ ARMA;
4. Utilize os EMV estimados no Item 3,  $\hat{\beta}^b, \hat{\varphi}^b, \hat{\theta}^b, \hat{\phi}^b$ , e realize  $H$  previsões  $\hat{y}_n^b(h)$ , conforme a Equação (3.2), descrita a seguir, com  $h = 1, 2, \dots, H$ .
5. Para cada  $h$ , gere ocorrências  $y_{n+h}^b \sim Beta(\hat{y}_n^b(h), \hat{\phi}^b)$ ;
6. Repita os Itens 3, 4 e 5 um número  $B$  muito grande de vezes;
7. Compute os limites  $\hat{y}_n^I(h)$  e  $\hat{y}_n^S(h)$  dos intervalos de predição por meio do intervalo percentílico (3.1).

É importante ressaltar que estes passos podem ser utilizados para qualquer método bootstrap desejável. Deve-se apenas adequar o Item 3 para o método de geração da amostra bootstrap escolhido. A seguir serão descritos os métodos bootstrap considerados para geração dos intervalos percentil bootstrap.

### 3.3 O método bootstrap

O método bootstrap é útil para melhoramentos inferenciais baseado em reamostragens, obtidas computacionalmente (EFRON, 1979). Sua principal ideia é de que a estimativa da distribuição amostral de interesse pode ser realizada pela geração de reamostras provenientes da amostra original. Porém, é necessário que a distribuição de probabilidade amostral possua boa aproximação da distribuição populacional (AMIRI; ROSEN; ZWANZIG, 2008).

Geralmente, realiza-se o bootstrap com um grande número de reamostras, sendo computadas as estatísticas de interesse em cada réplica, baseadas na amostra original (FRANCO;

REISEN, 2007). Este método tem sido amplamente utilizado nas análises econométricas e nas análises de séries temporais. Também tem sido usado como uma alternativa aos métodos convencionais de estimação, previsão e inferência a fim de obter melhores resultados inferenciais (LI; MADDALA, 1996; BERKOWITZ; KILIAN, 2000; MACKINNON, 2002).

Distintas técnicas de análises em diversas áreas de aplicação estudam a presença de autocorrelação serial nos dados (BOX; JENKINS; REINSEL, 2008). A correlação existente entre as observações pode ser um fator que restringe a aplicação de várias técnicas tradicionais (SHUMWAY; STOFFER, 2011). Desta forma, apenas reamostrar, por exemplo, os resíduos do modelo ajustado como é apresentado por Efron e Tibshirani (1993), torna-se inadequado, uma vez que nos modelos de séries temporais os dados geralmente não são independentes (FRANCO; REISEN, 2007). Desta forma, algumas adaptações devem ser feitas nos métodos bootstrap para contornar estes problemas, como por exemplo, somar de forma aleatória e com reposição os resíduos nas observações ajustadas pelo modelo (DAVISON; HINKLEY, 1997).

Alguns exemplos da utilização do método bootstrap em modelos de séries temporais podem ser encontrados em Thombs e Schucany (1990), Kim (1999), Kim (2001), Kim (2002), Masarotto (1990), Grigoletto (1998), Pascual, Romo e Ruiz (2001), Pascual, Romo e Ruiz (2006), Clements e Taylor (2001), Breidt, Davis e Dunsmuir (1995) e Mojirsheibani e Tibshirani (1996).

Devem ser testados métodos para geração das reamostras bootstrap para identificação do mais adequado ao modelo considerado. Nenhum método pode ser indicado como o melhor para modelos de séries temporais (SHIMIZU, 2009), uma vez que cada modelo pode apresentar uma necessidade especial. A seguir, serão apresentados os métodos que serão considerados neste trabalho e a forma de realização de previsões bootstrap.

Da mesma forma que foi apresentado na Seção 2.4, para obter as estimativas de  $\mu_t^b$ ,  $\hat{\mu}_t^b$ , para  $t = m, \dots, n$ , deve-se substituir  $\gamma^b$  por  $\hat{\gamma}^b$ , e  $r_t^b$  por  $g(y_t^b) - g(\hat{\mu}_t^b)$  na Equação (2.2). A realização de previsões bootstrap para valores futuros  $y_{n+h}^b$ ,  $h$  passos a frente, é dada por:

$$\hat{y}_n^b(h) = g^{-1} \left( \hat{\beta}^b + \sum_{i=1}^p \hat{\varphi}_i^b [g(y_{n+h-i}^b)] + \sum_{j=1}^q \hat{\theta}_j^b [r_{n+h-j}^b] \right), \quad (3.2)$$

com

$$[g(y_{n+h-i}^b)] = \begin{cases} g(\hat{y}_n^b(h-i)), & \text{se } i < h, \\ g(y_{n+h-i}^b), & \text{se } i \geq h, \end{cases}$$

$$[r_{n+h-j}^b] = \begin{cases} g(y_n^b(h-j)) - g(\hat{y}_n^b(h-j)), & \text{se } j < h, \\ g(y_{n+h-j}^b) - g(\hat{\mu}_{n+(h-j)}^b), & \text{se } j \geq h. \end{cases}$$

### 3.3.1 Bootstrap paramétrico

O método bootstrap paramétrico consiste em gerar reamostras bootstrap de uma distribuição paramétrica (AMIRI; ROSEN; ZWANZIG, 2008) avaliadas nos estimadores obtidos utilizando a amostra original. O método bootstrap paramétrico para o modelo  $\beta$ ARMA pode ser generalizado da seguinte maneira:

1. Suponha que  $y = (y_1, \dots, y_n)^\top$  é uma amostra aleatória em que cada  $y_t$  segue uma distribuição  $Beta(\mu_t, \phi)$ ;
2. A partir da amostra original, obtenha as estimativas  $\hat{\mu}_t$ , com  $t = m, \dots, n$ , e  $\hat{\phi}$ ;
3. Gere  $B$  reamostras bootstrap  $y^b$ , em que cada  $y_t^b$  seja uma ocorrência de uma distribuição  $Beta(\hat{\mu}_t, \hat{\phi})$ ;
4. Para cada reamostra bootstrap  $y^b$ , estime o modelo  $\beta$ ARMA e obtenha as estatísticas de interesse;
5. Repita as Etapas 3 e 4 um número  $B$  muito grande de vezes;
6. Use as estatísticas de cada reamostra  $b$ , com  $b = 1, \dots, B$ , para calcular as quantidades desejadas (média, variância, intervalos, previsões, etc).

A geração das ocorrências  $y^b$  da Etapa 3 é a que diferencia os diferentes métodos de reamostras bootstrap. Adaptando apenas este item, pode-se utilizar o mesmo algoritmo para obter as reamostras bootstrap de outras maneiras, conforme exposto a seguir.

### 3.3.2 Bootstrap por blocos

O método de bootstrap por blocos é considerado por MacKinnon (2006) como um dos mais adequados para dados ao longo do tempo. Sua ideia é baseada na divisão dos dados em  $v$  blocos de tamanho  $l$ , em que  $n = vl$  é o tamanho amostral. Fixando  $z_1 = (y_1, \dots, y_l)$ ,  $z_2 = (y_{l-1}, \dots, y_{2l})$  e assim por diante, obtém-se  $z_1, \dots, z_v$  blocos. O procedimento baseia-se na ideia de reamostrar com probabilidade igual a  $v^{-1}$  cada um dos  $z$  blocos, e assim, obter uma nova série temporal  $(y^b)$  (DAVISON; HINKLEY, 1997).

Davison e Hinkley (1997) apresentam um exemplo que facilita o entendimento do método. Suponha uma série temporal igual a  $y_1, \dots, y_{12}$  e que  $v = 3$  e  $l = 4$ . Desta forma, os blocos seriam:  $z_1 = (y_1, y_2, y_3, y_4)$ ,  $z_2 = (y_5, y_6, y_7, y_8)$  e  $z_3 = (y_9, y_{10}, y_{11}, y_{12})$ . Se a reamostra dos blocos for igual a  $z_1^* = z_2$ ,  $z_2^* = z_1$  e  $z_3^* = z_2$ , a nova série temporal de tamanho igual a 12, seria:

$$y^b = (z_1^*, z_2^*, z_3^*) = (y_5, y_6, y_7, y_8, y_1, y_2, y_3, y_4, y_5, y_6, y_7, y_8).$$

Existem diversas variações neste método, uma delas é baseada na sobreposição dos blocos, como proposto por Künsch (1989). Neste caso, o número de blocos será igual a  $n - l + 1$ . Considerando o exemplo anterior, os novos blocos seriam:  $z_1 = (y_1, y_2, y_3, y_4)$ ,  $z_2 = (y_2, y_3, y_4, y_5)$ ,  $z_3 = (y_3, y_4, y_5, y_6)$  e assim até  $z_9 = (y_9, y_{10}, y_{11}, y_{12})$ . O efeito dessa versão é de que as primeiras e as últimas  $l - 1$  observações aparecerão menos do que as demais. Por exemplo, a primeira observação  $y_1$  aparece apenas em um bloco, a segunda em dois, da mesma forma que a  $y_{12}$  aparecerá apenas uma vez e  $y_{11}$  em duas vezes (SHIMIZU, 2009).

Este efeito pode ser removido realizando uma extensão cíclica do método, ou seja, adicionando os blocos  $z_{10} = (y_{10}, y_{11}, y_{12}, y_1)$ ,  $z_{11} = (y_{11}, y_{12}, y_1, y_2)$  e  $z_{12} = (y_{12}, y_1, y_2, y_3)$ . Desta forma, cada observação terá a mesma chance de aparecer na reamostra. Esta correção ainda pode resolver o problema da possibilidade do último bloco ser mais curto quando  $n/l$  não for inteiro (DAVISON; HINKLEY, 1997).

A principal ideia por traz do método de reamostragem por blocos é de que se os mesmos são grandes o suficiente, a dependência da série original será preservada nas reamostras bootstrap, as quais terão aproximadamente a mesma distribuição. A aproximação funcionará melhor se a dependência for fraca e os blocos forem os maiores possíveis, preservando assim a dependência da forma mais fiel possível (DAVISON; HINKLEY, 1997; SHIMIZU, 2009).

### 3.3.3 Bootstrap residual

A simples replicação dos resíduos do modelo ajustado como gerador de uma reamostra bootstrap não é o mais adequado por estarmos trabalhando com dados ao longo do tempo. Estes dados apresentam autocorrelação, ou seja, não são independentes (FRANCO; REISEN, 2007). Realizar a replicação dos resíduos não levaria em consideração a correlação serial dos dados. Como alternativa a este problema, o presente trabalho obterá as reamostras bootstrap consi-

derando os coeficientes ajustados pelo modelo e as reamostras dos seus resíduos (DAVISON; HINKLEY, 1997). Desta forma, garante-se que as reamostras preservam a estrutura de dependência presente nas observações das séries temporais (CLEMENTS; KIM, 2007). As reamostras bootstrap serão geradas da seguinte maneira:

$$y_t^b = g^{-1} (\hat{y}_t^* + \mathcal{R}_1^*(y_t, \hat{\mu}_t)),$$

em que os resíduos  $\mathcal{R}_1^*(y_t, \hat{\mu}_t)$  são sorteios aleatórios de  $\mathcal{R}_1(y_1, \hat{\mu}_1), \dots, \mathcal{R}_1(y_n, \hat{\mu}_n)$ . Considerando  $g^{-1} (\hat{y}_t^* + \mathcal{R}_1^*(y_t, \hat{\mu}_t))$ , garante-se que os valores das reamostras bootstrap estejam contidos no intervalo  $(0, 1)$ .

## 4 AVALIAÇÕES NUMÉRICAS

Este capítulo se subdivide em duas partes. Na primeira, é apresentada a metodologia utilizada para avaliação dos intervalos de predição. Posteriormente, são apresentados os resultados numéricos das simulações de Monte Carlo.

### 4.1 Simulações de Monte Carlo

A avaliação dos intervalos de predição do modelo  $\beta$ ARMA foi realizada por meio de simulações de Monte Carlo. A implementação computacional foi desenvolvida em linguagem R (R Development Core Team, 2014). O número de réplicas de Monte Carlo e de bootstrap foram fixadas em 1000, com tamanhos amostrais de  $n = 50, 100, 200$  e  $H = 10$ . O mesmo número de réplicas de Monte Carlo e bootstrap foi considerado por Trucíos e Hotta (2016) e os mesmos tamanhos amostrais por Espinheira, Ferrari e Cribari-Neto (2014). Foram geradas  $n + H$  observações, sendo as últimas  $H$  utilizadas apenas para avaliação dos intervalos de predição. A estrutura da média do modelo  $\beta$ ARMA considerada é dada por (2.2), com função de ligação logit, definida por:  $\text{logit}(\mu_t) = \log\left(\frac{\mu_t}{1-\mu_t}\right)$ . Os cenários considerados foram:

1.  $\beta$ AR(2):  $\beta = -0,3$ ,  $\varphi_1 = 0,8$  e  $\varphi_2 = -0,8$ ;
2.  $\beta$ AR(2):  $\beta = 0,9$ ,  $\varphi_1 = 0,3$  e  $\varphi_2 = 0,3$ ;
3.  $\beta$ MA(2):  $\beta = -0,8$ ,  $\theta_1 = 0,8$  e  $\theta_2 = -0,8$ ;
4.  $\beta$ MA(2):  $\beta = 1,5$ ,  $\theta_1 = -0,2$  e  $\theta_2 = 0,6$ ;
5.  $\beta$ ARMA(1, 1):  $\beta = -0,3$ ,  $\varphi_1 = -0,4$  e  $\theta_1 = 0,3$ ;
6.  $\beta$ ARMA(1, 1):  $\beta = 0,95$ ,  $\varphi_1 = 0,65$  e  $\theta_1 = -0,95$ .

Os valores dos parâmetros foram escolhidos visando a avaliação de distintas possibilidades de  $\mu$ . Buscou-se verificar o comportamento dos intervalos em torno do valor médio e de um ponto mais extremo do intervalo (0, 1). Desta forma, os cenários 1, 3 e 5 consideram  $\mu \approx 0,4$ , e os cenários 2, 4 e 6 apresentam  $\mu \approx 0,9$ . Todos os modelos consideraram  $\phi = 120$ .

Foram realizados experimentos computacionais com outros valores de  $\phi$ , porém os resultados foram semelhantes e suprimidos.

Para avaliar os intervalos de predição, foram calculados os valores de taxas de cobertura ( $TC_h$ ) de cada intervalo, com probabilidade de cobertura de 90% e 95% da seguinte forma:

$$TC_h = \frac{\#(LI_h < y_{n+h} < LS_h)}{R},$$

sendo  $R$  o número de réplicas de Monte Carlo. Espera-se que a  $TC_h$  esteja próxima do valor do coeficiente de confiança  $(1 - \alpha)$ , ou seja, 0,90 ou 0,95.

Ainda, foi verificado o percentual de vezes em que o verdadeiro valor futuro ficou acima do limite superior, a cobertura superior média ( $TC_h^S$ ), e abaixo do limite inferior, a cobertura inferior média ( $TC_h^I$ ), como segue (TRUCÍOS; HOTTA, 2016):

$$\begin{aligned} TC_h^S &= \frac{\#(LS_h < y_{n+h})}{R}, \\ TC_h^I &= \frac{\#(LI_h > y_{n+h})}{R}. \end{aligned}$$

Espera-se que os valores de  $TC_h^S$  e  $TC_h^I$  sejam os mais similares possíveis para os intervalos serem considerados balanceados. Estas medidas foram consideradas também de forma gráfica. Um gráfico foi construído com os valores de balanceamento dos intervalos, ou seja, as diferenças entre  $TC_h^S$  e  $TC_h^I$ . Para bons intervalos de predição, espera-se que  $TC_h^S \approx TC_h^I$ , ou seja,  $TC_h^S - TC_h^I \approx 0$ .

Também foi calculada a amplitude média ( $A_h$ ) dos intervalos e as distâncias das coberturas superiores e inferiores médias, ( $S_h$ ), dadas por (TRUCÍOS; HOTTA, 2016; LANA, 2012):

$$\begin{aligned} A_h &= \frac{\sum_{i=1}^R (LS_h^{(i)} - LI_h^{(i)})}{R}, \\ S_h &= |TC_h^I - \alpha/2| + |TC_h^S - \alpha/2|. \end{aligned}$$

Dada uma probabilidade de cobertura fixada, espera-se que  $A_h$  seja a menor possível. A medida  $S_h$  avalia a soma das diferenças absolutas entre as coberturas médias inferiores e superiores com as coberturas nominais, sendo uma medida de dispersão do intervalo. Espera-se que o valor de  $S_h$  seja a menor possível (LANA, 2012).

## 4.2 Resultados numéricos

Nesta seção, são apresentados os resultados das simulações de Monte Carlo, considerando  $n = 100$  e  $\alpha = 0,1$ . São discutidos apenas estes cenários, uma vez que foi verificado, por meio dos resultados das Simulações de Monte Carlo, que o tamanho amostral e o valor de  $\alpha$  interferem apenas no desempenho geral dos IP. Os demais resultados podem ser encontrados em detalhes nos Apêndices A e B. A Tabela 4.1 apresenta os resultados das simulações de Monte Carlo para o cenário 1. Este modelo é composto apenas por termos autorregressivos e considera  $\mu \approx 0,4$ . Neste cenário, podemos destacar os comportamentos semelhantes dos intervalos, exceto nos intervalos EPB. Estes intervalos, ao contrário dos demais, apresentam valores de  $TC_h$  distantes do valor de probabilidade de cobertura. O intervalo Qbeta apresentou, em geral, menores valores de  $S_h$ . Este fato se dá em razão do intervalo Qbeta apresentar valores de  $TC_h$  mais próximos da probabilidade de cobertura dos intervalos e não ter medidas discrepantes entre os valores de  $TC_h^I$  e  $TC_h^S$ .

A Figura 4.1 apresenta um resumo gráfico das principais medidas avaliadas, considerando os intervalos Qbeta, percentil blocos e o BCa. Estes três intervalos foram escolhidos entre os demais por apresentarem comportamentos semelhantes em todos os cenários avaliados. Analisando a Figura 4.1(a), nota-se que o intervalo de predição Qbeta apresentou, em geral, valores de taxas de cobertura mais próximos aos valores de probabilidade de cobertura em relação aos outros dois intervalos. Na Figura 4.1(b), observa-se que o intervalo com menor amplitude é o BCa, o qual também apresentou bons valores de  $TC_h$ . Verifica-se desempenho similar do intervalo percentil blocos e do intervalo BCa, na Figura 4.1(c), uma vez que os valores de  $TC_h^I$  e  $TC_h^S$  ficaram mais próximos em um maior número de observações. A taxa de cobertura destes intervalos ficaram um pouco abaixo dos valores de probabilidade de cobertura, porém foram superiores em outras medidas. Lana (2012) afirma que os valores de taxas de cobertura mais próximos da probabilidade de cobertura em alguns intervalos não se deve necessariamente a algum mérito, mas sim a dois erros, um compensando o outro, quando  $TC_h^I$  difere de  $TC_h^S$ . Esta afirmação torna-se válida para o intervalo Qbeta. Ele apresenta valores de  $TC_h$  mais próximos aos valores de probabilidade de cobertura, porém, quando analisado o balanceamento deste intervalo, encontra-se maior distorção.

A Tabela 4.2 apresenta os resultados das simulações de Monte Carlo para o cenário 2. Este modelo também é composto apenas por dois termos autorregressivos, porém apresenta  $\mu$

Tabela 4.1 – Intervalos de predição para o cenário 1 considerando  $\alpha = 0,1$  e  $n = 100$ .

$h$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
IP BJ										
$TC_h$	0,893	0,875	0,923	0,884	0,879	0,893	0,879	0,910	0,882	0,879
$A_h$	0,146	0,187	0,189	0,219	0,229	0,232	0,247	0,251	0,253	0,259
$TC_h^I$	0,059	0,070	0,045	0,063	0,075	0,052	0,056	0,048	0,060	0,060
$TC_h^S$	0,048	0,055	0,032	0,053	0,046	0,055	0,065	0,042	0,058	0,061
$S_h$	0,011	0,025	0,023	0,016	0,029	0,007	0,021	0,010	0,018	0,021
IP Qbeta										
$TC_h$	0,892	0,883	0,925	0,891	0,889	0,897	0,881	0,913	0,887	0,884
$A_h$	0,146	0,187	0,189	0,220	0,230	0,233	0,248	0,251	0,254	0,261
$TC_h^I$	0,056	0,059	0,044	0,055	0,066	0,044	0,052	0,044	0,055	0,055
$TC_h^S$	0,052	0,058	0,031	0,054	0,045	0,059	0,067	0,043	0,058	0,061
$S_h$	0,008	0,017	0,025	0,009	0,021	0,015	0,019	0,013	0,013	0,016
IP percentil residual										
$TC_h$	0,927	0,921	0,926	0,893	0,902	0,899	0,877	0,914	0,885	0,889
$A_h$	0,247	0,252	0,263	0,268	0,269	0,272	0,272	0,272	0,273	0,272
$TC_h^I$	0,039	0,040	0,035	0,054	0,057	0,053	0,053	0,038	0,055	0,056
$TC_h^S$	0,034	0,039	0,039	0,053	0,041	0,048	0,070	0,048	0,060	0,055
$S_h$	0,027	0,021	0,026	0,007	0,016	0,005	0,023	0,014	0,015	0,011
IP percentil paramétrico										
$TC_h$	0,833	0,853	0,893	0,889	0,887	0,894	0,871	0,910	0,880	0,884
$A_h$	0,247	0,252	0,263	0,268	0,269	0,271	0,272	0,272	0,272	0,272
$TC_h^I$	0,086	0,070	0,046	0,055	0,066	0,051	0,056	0,042	0,059	0,059
$TC_h^S$	0,081	0,077	0,061	0,056	0,047	0,055	0,073	0,048	0,061	0,057
$S_h$	0,067	0,047	0,015	0,011	0,019	0,006	0,029	0,010	0,020	0,016
IP percentil blocos										
$TC_h$	0,880	0,885	0,909	0,886	0,889	0,890	0,875	0,905	0,881	0,892
$A_h$	0,261	0,272	0,270	0,270	0,271	0,270	0,271	0,271	0,270	0,271
$TC_h^I$	0,060	0,053	0,042	0,059	0,066	0,052	0,055	0,044	0,059	0,053
$TC_h^S$	0,060	0,062	0,049	0,055	0,045	0,058	0,070	0,051	0,060	0,055
$S_h$	0,020	0,015	0,009	0,014	0,021	0,010	0,025	0,007	0,019	0,008
IP percentil blocos cíclicos										
$TC_h$	0,888	0,885	0,901	0,887	0,883	0,895	0,877	0,903	0,880	0,885
$A_h$	0,264	0,272	0,270	0,270	0,270	0,270	0,270	0,270	0,270	0,270
$TC_h^I$	0,053	0,057	0,045	0,058	0,070	0,051	0,055	0,047	0,059	0,060
$TC_h^S$	0,059	0,058	0,054	0,055	0,047	0,054	0,068	0,050	0,061	0,055
$S_h$	0,012	0,015	0,009	0,013	0,023	0,005	0,023	0,003	0,020	0,015
IP percentil BCa										
$TC_h$	0,881	0,872	0,914	0,877	0,877	0,890	0,863	0,890	0,874	0,876
$A_h$	0,144	0,184	0,186	0,216	0,227	0,230	0,244	0,248	0,250	0,257
$TC_h^I$	0,062	0,068	0,048	0,068	0,071	0,049	0,064	0,052	0,060	0,063
$TC_h^S$	0,057	0,060	0,038	0,055	0,052	0,061	0,073	0,058	0,066	0,061
$S_h$	0,019	0,028	0,014	0,023	0,023	0,012	0,037	0,010	0,026	0,024
IP BCa										
$TC_h$	0,877	0,873	0,910	0,878	0,882	0,890	0,866	0,892	0,876	0,876
$A_h$	0,144	0,185	0,186	0,216	0,227	0,230	0,243	0,247	0,250	0,256
$TC_h^I$	0,063	0,067	0,049	0,065	0,067	0,050	0,060	0,049	0,059	0,061
$TC_h^S$	0,060	0,060	0,041	0,057	0,051	0,060	0,074	0,059	0,065	0,063
$S_h$	0,023	0,027	0,010	0,022	0,018	0,010	0,034	0,010	0,024	0,024
IP EPB $\mathcal{R}_1(y_{n+h}^b, \hat{y}_n^b(h))$										
$TC_h$	0,793	0,753	0,772	0,689	0,703	0,709	0,645	0,667	0,638	0,653
$A_h$	0,166	0,173	0,188	0,194	0,196	0,198	0,198	0,199	0,199	0,199
$TC_h^I$	0,111	0,122	0,123	0,167	0,153	0,141	0,173	0,179	0,188	0,176
$TC_h^S$	0,096	0,125	0,105	0,144	0,144	0,150	0,182	0,154	0,174	0,171
$S_h$	0,107	0,147	0,128	0,211	0,197	0,191	0,255	0,233	0,262	0,247
IP EPB $\mathcal{R}_2(y_{n+h}^b, \hat{y}_n^b(h))$										
$TC_h$	0,684	0,678	0,697	0,683	0,672	0,670	0,671	0,675	0,651	0,640
$A_h$	0,107	0,135	0,141	0,163	0,171	0,174	0,185	0,188	0,189	0,194
$TC_h^I$	0,171	0,173	0,165	0,165	0,162	0,159	0,168	0,156	0,184	0,181
$TC_h^S$	0,145	0,149	0,138	0,152	0,166	0,171	0,161	0,169	0,165	0,179
$S_h$	0,216	0,222	0,203	0,217	0,228	0,230	0,229	0,225	0,249	0,260

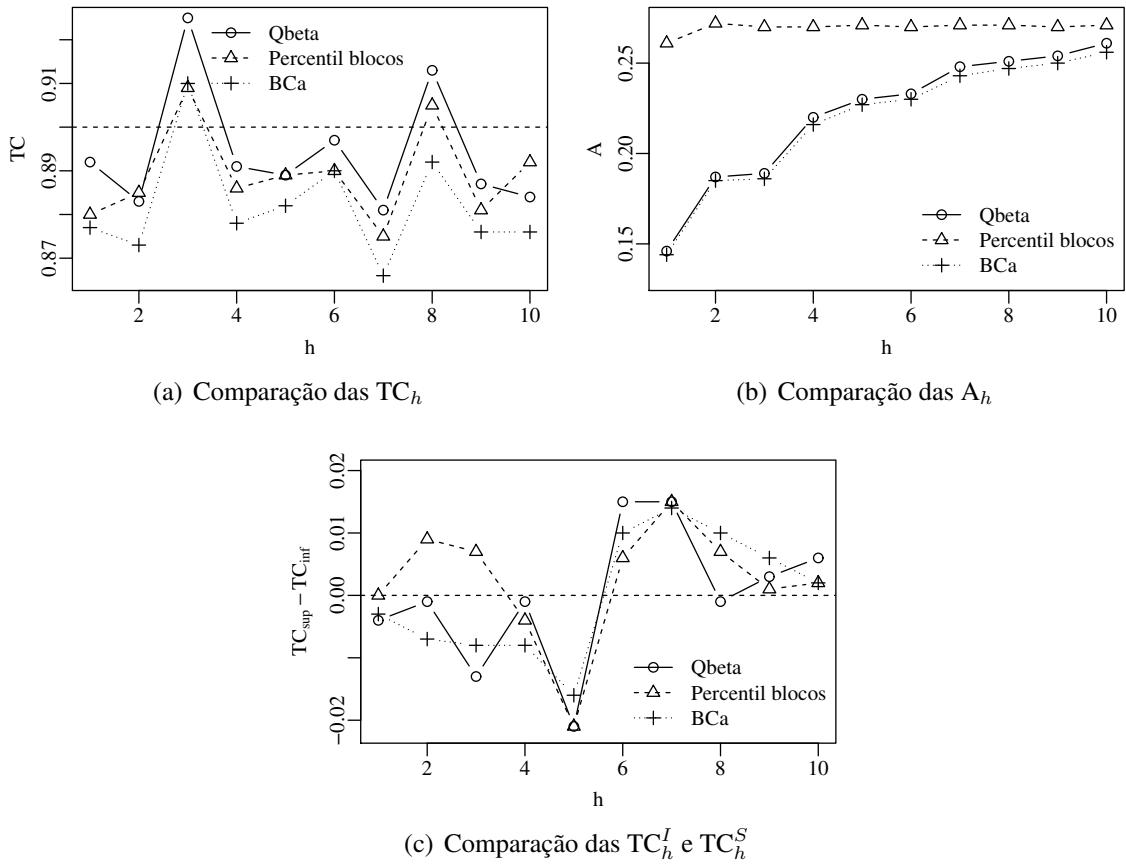


Figura 4.1 – Comparação entre os intervalos de predição Qbeta, percentil blocos e BCa para o cenário 1 com  $n = 100$  e  $\alpha = 0,1$ .

próximo a 0,9. O intervalo percentil blocos para  $h = 9$  apresentou valor de  $TC_h$  igual ao valor de probabilidade de cobertura. Para os demais intervalos, percebe-se que as  $TC_h$  apresentaram valores próximos aos valores de probabilidade de cobertura desejados. Neste cenário, os intervalos percentis apresentaram valores de  $TC_h$  mais próximos a 0,90 do que o intervalo Qbeta. Pode-se assim verificar as variações de comportamento de Qbeta quando consideramos valores de  $\mu$  mais próximos aos extremos do intervalo  $(0, 1)$ . Podemos destacar novamente comportamento semelhante entre os intervalos, exceto para os intervalos EPB e BJ. Uma possível razão para a distorção dos intervalos BJ é o fato da distribuição de  $y$  apresentar maior assimetria, uma vez que consideramos neste cenário,  $\mu$  mais próximo dos limites do intervalo  $(0, 1)$ . Desta forma, a normalidade assumida neste IP torna-se inapropriada. O intervalo Qbeta também teve seus valores de  $TC_h$  mais abaixo da probabilidade de cobertura conforme houve o aumento do horizonte de previsão, quando comparados com os resultados do cenário 1. Os intervalos percentil com diferentes reamostras bootstrap apresentaram menores valores de  $S_h$ .

Tabela 4.2 – Intervalos de predição para o cenário 2 considerando  $\alpha = 0,1$  e  $n = 100$ .

$h$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
IP BJ										
$TC_h$	0,465	0,492	0,496	0,458	0,472	0,453	0,467	0,444	0,450	0,443
$A_h$	0,035	0,037	0,040	0,040	0,041	0,041	0,042	0,042	0,042	0,042
$TC_h^I$	0,244	0,207	0,204	0,212	0,211	0,217	0,206	0,205	0,203	0,205
$TC_h^S$	0,291	0,301	0,300	0,330	0,317	0,330	0,327	0,351	0,347	0,352
$S_h$	0,435	0,408	0,404	0,442	0,428	0,447	0,433	0,456	0,450	0,457
IP Qbeta										
$TC_h$	0,903	0,891	0,883	0,872	0,871	0,880	0,860	0,851	0,867	0,878
$A_h$	0,085	0,089	0,094	0,096	0,097	0,098	0,098	0,099	0,099	0,099
$TC_h^I$	0,054	0,045	0,047	0,047	0,063	0,050	0,047	0,058	0,047	0,043
$TC_h^S$	0,043	0,064	0,070	0,081	0,066	0,070	0,093	0,091	0,086	0,079
$S_h$	0,011	0,019	0,023	0,034	0,029	0,020	0,046	0,049	0,039	0,036
IP percentil residual										
$TC_h$	0,906	0,893	0,884	0,884	0,870	0,890	0,862	0,855	0,869	0,880
$A_h$	0,098	0,099	0,099	0,099	0,099	0,099	0,099	0,099	0,099	0,099
$TC_h^I$	0,050	0,037	0,050	0,050	0,069	0,049	0,056	0,068	0,059	0,055
$TC_h^S$	0,044	0,070	0,066	0,066	0,061	0,061	0,082	0,077	0,072	0,065
$S_h$	0,006	0,033	0,016	0,016	0,030	0,012	0,038	0,045	0,031	0,020
IP percentil paramétrico										
$TC_h$	0,870	0,881	0,887	0,882	0,879	0,896	0,871	0,860	0,882	0,885
$A_h$	0,105	0,103	0,102	0,102	0,102	0,101	0,101	0,101	0,101	0,101
$TC_h^I$	0,028	0,028	0,039	0,044	0,059	0,041	0,051	0,061	0,049	0,048
$TC_h^S$	0,102	0,091	0,074	0,074	0,062	0,063	0,078	0,079	0,069	0,067
$S_h$	0,074	0,063	0,035	0,030	0,021	0,022	0,029	0,040	0,020	0,019
IP percentil blocos										
$TC_h$	0,915	0,908	0,898	0,902	0,887	0,911	0,886	0,871	0,900	0,902
$A_h$	0,105	0,106	0,106	0,106	0,106	0,106	0,106	0,106	0,106	0,106
$TC_h^I$	0,039	0,027	0,039	0,033	0,051	0,034	0,039	0,053	0,035	0,030
$TC_h^S$	0,046	0,065	0,063	0,065	0,062	0,055	0,075	0,076	0,065	0,068
$S_h$	0,015	0,038	0,024	0,032	0,013	0,021	0,036	0,029	0,030	0,038
IP percentil blocos cíclicos										
$TC_h$	0,916	0,907	0,899	0,899	0,890	0,906	0,882	0,875	0,898	0,906
$A_h$	0,107	0,106	0,106	0,106	0,106	0,106	0,106	0,106	0,106	0,106
$TC_h^I$	0,034	0,029	0,037	0,035	0,050	0,035	0,043	0,052	0,040	0,032
$TC_h^S$	0,050	0,064	0,064	0,066	0,060	0,059	0,075	0,073	0,062	0,062
$S_h$	0,016	0,035	0,027	0,031	0,010	0,024	0,032	0,025	0,022	0,030
IP percentil BCa										
$TC_h$	0,893	0,881	0,877	0,865	0,865	0,874	0,859	0,828	0,858	0,865
$A_h$	0,084	0,088	0,094	0,095	0,097	0,097	0,098	0,098	0,098	0,098
$TC_h^I$	0,065	0,049	0,049	0,056	0,063	0,055	0,046	0,068	0,051	0,046
$TC_h^S$	0,042	0,070	0,074	0,079	0,072	0,071	0,095	0,104	0,091	0,089
$S_h$	0,023	0,021	0,025	0,035	0,035	0,026	0,049	0,072	0,042	0,043
IP BCa										
$TC_h$	0,897	0,869	0,877	0,876	0,870	0,870	0,858	0,839	0,855	0,861
$A_h$	0,082	0,086	0,092	0,093	0,095	0,095	0,096	0,096	0,096	0,096
$TC_h^I$	0,075	0,072	0,059	0,060	0,077	0,066	0,055	0,082	0,064	0,063
$TC_h^S$	0,028	0,059	0,064	0,064	0,053	0,064	0,087	0,079	0,081	0,076
$S_h$	0,047	0,031	0,023	0,024	0,030	0,030	0,042	0,061	0,045	0,039
IP EPB $\mathcal{R}_1(y_{n+h}^b, \hat{y}_n^b(h))$										
$TC_h$	0,845	0,842	0,798	0,791	0,770	0,781	0,769	0,743	0,757	0,771
$A_h$	0,080	0,085	0,090	0,094	0,098	0,100	0,102	0,104	0,106	0,107
$TC_h^I$	0,097	0,071	0,076	0,074	0,074	0,055	0,057	0,055	0,048	0,037
$TC_h^S$	0,058	0,087	0,126	0,135	0,156	0,164	0,174	0,202	0,195	0,192
$S_h$	0,055	0,058	0,102	0,109	0,130	0,119	0,131	0,157	0,147	0,155
IP EPB $\mathcal{R}_2(y_{n+h}^b, \hat{y}_n^b(h))$										
$TC_h$	0,775	0,767	0,791	0,776	0,771	0,790	0,780	0,779	0,790	0,782
$A_h$	0,076	0,082	0,089	0,091	0,092	0,093	0,093	0,092	0,092	0,092
$TC_h^I$	0,061	0,053	0,043	0,059	0,088	0,063	0,075	0,083	0,076	0,079
$TC_h^S$	0,164	0,180	0,166	0,165	0,141	0,147	0,145	0,138	0,134	0,139
$S_h$	0,125	0,133	0,123	0,124	0,129	0,110	0,120	0,121	0,110	0,118

A Figura 4.2 apresenta um resumo gráfico das principais medidas, assim como a Figura 4.1. Verifica-se por meio da Figura 4.2(a) que o intervalo de predição percentil blocos apresentou valores para as taxas de cobertura mais próximos aos valores de probabilidade de cobertura. Analisando a Figura 4.2(b), observa-se que o intervalo com menor amplitude é o BCa. Novamente este intervalo apresentou menor amplitude e bons valores de  $TC_h$ . Verifica-se também melhor desempenho do intervalo BCa na Figura 4.2(c), uma vez que os valores de  $TC_h^I$  e  $TC_h^S$  ficaram mais próximos para 9 valores de  $h$  em relação ao intervalo Qbeta e o percentil blocos.

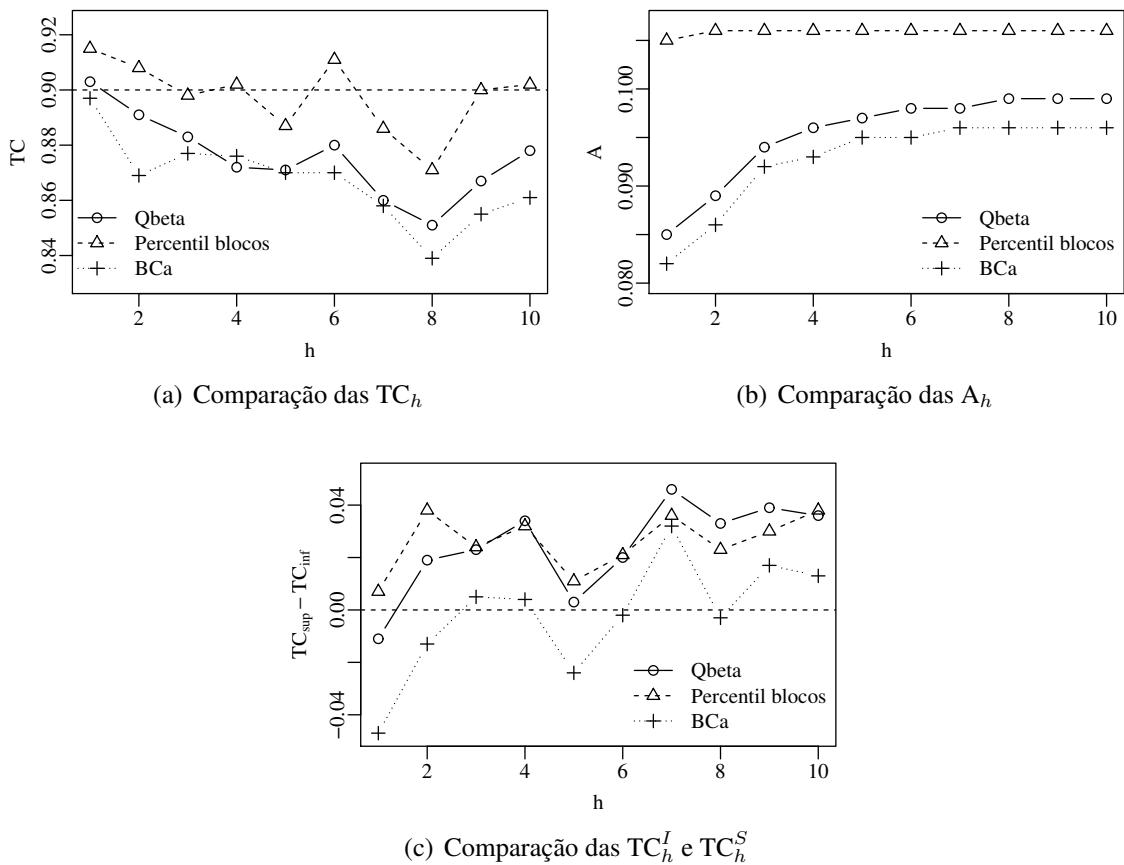


Figura 4.2 – Comparação entre os intervalos de predição Qbeta, percentil blocos e BCa para o cenário 2 com  $n = 100$  e  $\alpha = 0,1$ .

A Tabela 4.3 apresenta os resultados das simulações de Monte Carlo para o cenário 3, composto por dois termos de médias móveis e  $\mu$  mais próximo a 0,4. O intervalo percentil blocos para  $h = 7$  e o intervalo EPB  $\mathcal{R}_1(y_{n+h}^b, \hat{y}_n^b(h))$  para  $h = 1$  apresentaram valores de  $TC_h$  iguais ao valor de probabilidade de cobertura. Os demais intervalos, apresentaram valores de  $TC_h$  próximos aos valores nominais. Podemos destacar comportamento semelhante entre todos

os intervalos neste cenário. Os intervalos EPB apresentaram valores de taxas de cobertura mais próximas aos valores de probabilidade de cobertura quando comparados aos cenários onde os modelos eram compostos apenas por termos autorregressivos. Neste modelo, bem como no anterior, os intervalos percentis com diferentes tipos de reamostras, com exceção as reamostras paramétricas, apresentaram comportamento superior ao intervalo Qbeta em  $TC_h$ . O intervalo percenti residual apresentou menores valores de  $S_h$ .

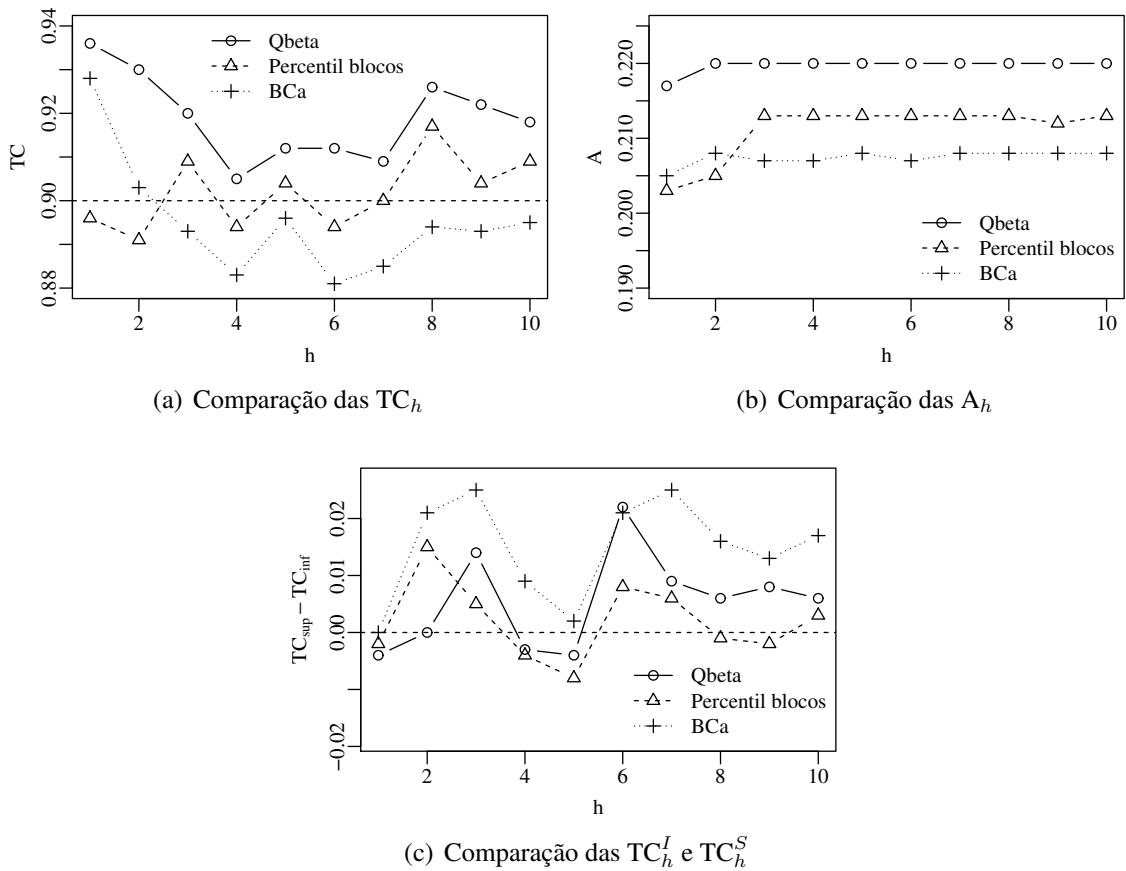


Figura 4.3 – Comparação entre os intervalos de predição Qbeta, percentil blocos e BCa para o cenário 3 com  $n = 100$  e  $\alpha = 0,1$ .

A Figura 4.3 apresenta os resultados das simulações de Monte Carlo para o cenário 3, da mesma forma que nos modelos anteriores. Analisando a Figura 4.3(a), observa-se que os intervalos BCa e o percentil blocos apresentaram valores de  $TC_h$  mais próximos aos valores de probabilidade de cobertura. Novamente, o intervalo BCa apresentou menores valores de amplitude, conforme pode ser verificado na Figura 4.4(b), associados a bons valores de taxa de cobertura. Neste cenário, observa-se também melhor desempenho do intervalo percentil blocos na Figura 4.4(c), uma vez que os valores de  $TC_h^I$  e  $TC_h^S$  ficaram mais próximos de zero para um

Tabela 4.3 – Intervalos de predição para o cenário 3 considerando  $\alpha = 0, 1$  e  $n = 100$ .

$h$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
IP BJ										
$TC_h$	0,889	0,873	0,860	0,843	0,857	0,850	0,852	0,875	0,855	0,868
$A_h$	0,189	0,191	0,191	0,191	0,191	0,191	0,191	0,191	0,191	0,191
$TC_h^I$	0,069	0,072	0,078	0,087	0,083	0,078	0,082	0,069	0,081	0,070
$TC_h^S$	0,042	0,055	0,062	0,070	0,060	0,072	0,066	0,056	0,064	0,062
$S_h$	0,027	0,027	0,040	0,057	0,043	0,050	0,048	0,025	0,045	0,032
IP Qbeta										
$TC_h$	0,936	0,930	0,920	0,905	0,912	0,912	0,909	0,926	0,922	0,918
$A_h$	0,217	0,220	0,220	0,220	0,220	0,220	0,220	0,220	0,220	0,220
$TC_h^I$	0,034	0,035	0,033	0,049	0,046	0,033	0,041	0,034	0,035	0,038
$TC_h^S$	0,030	0,035	0,047	0,046	0,042	0,055	0,050	0,040	0,043	0,044
$S_h$	0,036	0,030	0,020	0,005	0,012	0,022	0,009	0,026	0,022	0,018
IP percentil residual										
$TC_h$	0,901	0,898	0,905	0,885	0,901	0,891	0,893	0,908	0,907	0,907
$A_h$	0,207	0,209	0,210	0,210	0,210	0,210	0,210	0,210	0,210	0,210
$TC_h^I$	0,051	0,041	0,044	0,062	0,053	0,049	0,051	0,043	0,049	0,044
$TC_h^S$	0,048	0,061	0,051	0,053	0,046	0,060	0,056	0,049	0,044	0,049
$S_h$	0,003	0,020	0,007	0,015	0,007	0,011	0,007	0,008	0,007	0,007
IP percentil paramétrico										
$TC_h$	0,924	0,913	0,928	0,913	0,921	0,918	0,916	0,931	0,933	0,923
$A_h$	0,223	0,224	0,226	0,226	0,226	0,225	0,225	0,225	0,225	0,226
$TC_h^I$	0,037	0,039	0,036	0,049	0,045	0,034	0,043	0,034	0,037	0,040
$TC_h^S$	0,039	0,048	0,036	0,038	0,034	0,048	0,041	0,035	0,030	0,037
$S_h$	0,024	0,013	0,028	0,013	0,021	0,018	0,016	0,031	0,033	0,023
IP percentil blocos										
$TC_h$	0,896	0,891	0,909	0,894	0,904	0,894	0,900	0,917	0,904	0,909
$A_h$	0,203	0,205	0,213	0,213	0,213	0,213	0,213	0,213	0,212	0,213
$TC_h^I$	0,053	0,047	0,043	0,055	0,052	0,049	0,047	0,042	0,049	0,044
$TC_h^S$	0,051	0,062	0,048	0,051	0,044	0,057	0,053	0,041	0,047	0,047
$S_h$	0,004	0,015	0,009	0,006	0,008	0,008	0,006	0,017	0,004	0,009
IP percentil blocos cíclicos										
$TC_h$	0,889	0,886	0,908	0,892	0,903	0,894	0,895	0,915	0,907	0,913
$A_h$	0,203	0,205	0,212	0,212	0,212	0,212	0,212	0,212	0,212	0,212
$TC_h^I$	0,054	0,047	0,043	0,057	0,055	0,049	0,052	0,045	0,046	0,043
$TC_h^S$	0,057	0,067	0,049	0,051	0,042	0,057	0,053	0,040	0,047	0,044
$S_h$	0,011	0,020	0,008	0,008	0,013	0,008	0,005	0,015	0,007	0,013
IP percentil BCa										
$TC_h$	0,920	0,909	0,898	0,880	0,898	0,880	0,889	0,896	0,893	0,895
$A_h$	0,206	0,208	0,208	0,208	0,208	0,208	0,208	0,208	0,208	0,208
$TC_h^I$	0,045	0,042	0,047	0,058	0,053	0,054	0,049	0,049	0,049	0,051
$TC_h^S$	0,035	0,049	0,055	0,062	0,049	0,066	0,062	0,055	0,058	0,054
$S_h$	0,020	0,009	0,008	0,020	0,004	0,020	0,013	0,006	0,009	0,005
IP BCa										
$TC_h$	0,928	0,903	0,893	0,883	0,896	0,881	0,885	0,894	0,893	0,895
$A_h$	0,205	0,208	0,207	0,207	0,208	0,207	0,208	0,208	0,208	0,208
$TC_h^I$	0,036	0,038	0,041	0,054	0,051	0,049	0,045	0,045	0,047	0,044
$TC_h^S$	0,036	0,059	0,066	0,063	0,053	0,070	0,070	0,061	0,060	0,061
$S_h$	0,028	0,021	0,025	0,017	0,004	0,021	0,025	0,016	0,013	0,017
IP EPB $\mathcal{R}_1(y_{n+h}^b, \hat{y}_n^b(h))$										
$TC_h$	0,900	0,894	0,838	0,824	0,841	0,845	0,829	0,863	0,824	0,865
$A_h$	0,203	0,205	0,206	0,206	0,206	0,206	0,205	0,206	0,206	0,205
$TC_h^I$	0,073	0,075	0,098	0,108	0,107	0,098	0,096	0,084	0,109	0,083
$TC_h^S$	0,027	0,031	0,064	0,068	0,052	0,057	0,075	0,053	0,067	0,052
$S_h$	0,046	0,044	0,062	0,076	0,059	0,055	0,071	0,037	0,076	0,035
IP EPB $\mathcal{R}_2(y_{n+h}^b, \hat{y}_n^b(h))$										
$TC_h$	0,907	0,877	0,849	0,834	0,854	0,833	0,842	0,849	0,841	0,831
$A_h$	0,193	0,196	0,197	0,197	0,197	0,197	0,197	0,197	0,197	0,197
$TC_h^I$	0,045	0,055	0,066	0,083	0,063	0,074	0,074	0,069	0,079	0,081
$TC_h^S$	0,048	0,068	0,085	0,083	0,083	0,093	0,084	0,082	0,080	0,088
$S_h$	0,007	0,023	0,051	0,066	0,046	0,067	0,058	0,051	0,059	0,069

maior número de observações.

A Tabela 4.4 apresenta os resultados das simulações de Monte Carlo para o cenário 4. Este modelo é composto por dois termos de médias móveis e  $\mu$  mais próximo a 0,9. O intervalo percentil residual para  $h = 4$  e o intervalo EPB  $\mathcal{R}_1(y_{n+h}^b, \hat{y}_n^b(h))$  para  $h = 1$  apresentaram valores de  $TC_h$  iguais ao valor de probabilidade de cobertura. Para os demais intervalos, percebe-se que as  $TC_h$  apresentaram valores próximos aos valores nominais de cobertura. Como no caso anterior, os intervalos EPB apresentaram valores de taxas de cobertura mais próximas ao valor de probabilidade de cobertura quando comparadas aos cenários onde os modelos eram compostos apenas por termos autorregressivos. O intervalo BJ apresentou valores de  $TC_h$  mais próximos ao esperado quando comparados ao modelo autorregressivo com  $\mu \approx 0,9$ , porém inferiores aos modelos considerando  $\mu \approx 0,4$ . Desta forma, podemos destacar a inferioridade dos modelos BJ quando  $\mu$  encontra-se mais próximo de 0 ou 1. O intervalo Qbeta apresentou valores de  $TC_h$  mais distorcidos quando comparados aos modelos que consideram os termos autorregressivos. Os intervalos percentil residual, blocos e blocos cíclicos apresentaram menores valores de  $S_h$ .

A Figura 4.4 apresenta os resultados das simulações de Monte Carlo para o cenário 4. Analisando a Figura 4.4(a), verifica-se que os intervalos BCa e o percentil blocos, assim como no cenário anterior, apresentaram valores de  $TC_h$  mais próximos aos valores de probabilidade de cobertura. Novamente, o intervalo BCa apresentou menores valores de amplitude, conforme pode ser visto na Figura 4.4(b). O intervalo BCa além de sempre apresentar menor amplitude, apresenta bons valores de  $TC_h$ . Verifica-se também melhor desempenho do intervalo percentil blocos na Figura 4.4(c), uma vez que os valores de  $TC_h^I$  e  $TC_h^S$  ficaram mais próximos de zero em um maior número de observações. Pode-se concluir que nos modelos compostos apenas por termos de médias móveis, os intervalos BCa e percentil blocos mostraram-se superiores aos intervalos sem bootstrap, ressaltando assim a necessidade da utilização do método bootstrap para obter intervalos confiáveis independente do modelo considerado.

A Tabela 4.5 apresenta os resultados das simulações de Monte Carlo para o cenário 5. Este modelo é composto por um termo autorregressivo e um de médias móveis com  $\mu \approx 0,4$ . O intervalo Qbeta e o intervalo percentil com reamostras por blocos cíclicos apresentaram valores de  $TC_h$  igual ao valor de probabilidade de cobertura para  $h = 8$  e  $h = 9$ , respectivamente. Os demais resultados apresentaram valores de taxa de cobertura próximos aos valores de probabilidade de cobertura nominal dos intervalos. Novamente, o intervalo EPB mostrou-se superior

Tabela 4.4 – Intervalos de predição para o cenário 4 considerando  $\alpha = 0,1$  e  $n = 100$ .

$h$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
IP BJ										
$TC_h$	0,831	0,861	0,766	0,809	0,788	0,804	0,798	0,781	0,789	0,779
$A_h$	0,106	0,108	0,109	0,109	0,109	0,109	0,109	0,109	0,109	0,109
$TC_h^I$	0,054	0,054	0,086	0,078	0,084	0,076	0,096	0,082	0,086	0,088
$TC_h^S$	0,115	0,085	0,148	0,113	0,128	0,120	0,106	0,137	0,125	0,133
$S_h$	0,069	0,039	0,134	0,091	0,112	0,096	0,102	0,119	0,111	0,121
IP Qbeta										
$TC_h$	0,957	0,965	0,911	0,932	0,927	0,918	0,935	0,934	0,927	0,920
$A_h$	0,150	0,153	0,153	0,153	0,153	0,153	0,153	0,153	0,153	0,153
$TC_h^I$	0,021	0,022	0,037	0,026	0,037	0,032	0,035	0,029	0,034	0,038
$TC_h^S$	0,022	0,013	0,052	0,042	0,036	0,050	0,030	0,037	0,039	0,042
$S_h$	0,057	0,065	0,015	0,032	0,027	0,018	0,035	0,034	0,027	0,020
IP percentil residual										
$TC_h$	0,883	0,894	0,876	0,900	0,892	0,901	0,898	0,904	0,899	0,893
$A_h$	0,136	0,138	0,138	0,138	0,138	0,138	0,138	0,138	0,139	0,139
$TC_h^I$	0,059	0,053	0,053	0,047	0,056	0,043	0,056	0,046	0,049	0,053
$TC_h^S$	0,058	0,053	0,071	0,053	0,052	0,056	0,046	0,050	0,052	0,054
$S_h$	0,017	0,006	0,024	0,006	0,008	0,013	0,010	0,004	0,003	0,007
IP percentil paramétrico										
$TC_h$	0,954	0,959	0,945	0,957	0,954	0,945	0,960	0,951	0,963	0,958
$A_h$	0,169	0,171	0,172	0,172	0,172	0,172	0,172	0,172	0,172	0,172
$TC_h^I$	0,017	0,014	0,019	0,017	0,019	0,019	0,017	0,021	0,013	0,021
$TC_h^S$	0,029	0,027	0,036	0,026	0,027	0,036	0,023	0,028	0,024	0,021
$S_h$	0,054	0,059	0,045	0,057	0,054	0,045	0,060	0,051	0,063	0,058
IP percentil blocos										
$TC_h$	0,877	0,894	0,890	0,910	0,895	0,907	0,917	0,918	0,906	0,902
$A_h$	0,133	0,137	0,143	0,143	0,143	0,143	0,143	0,143	0,143	0,143
$TC_h^I$	0,060	0,051	0,050	0,042	0,057	0,041	0,045	0,040	0,046	0,048
$TC_h^S$	0,063	0,055	0,060	0,048	0,048	0,052	0,038	0,042	0,048	0,050
$S_h$	0,023	0,006	0,010	0,010	0,009	0,011	0,017	0,018	0,006	0,002
IP percentil blocos cíclicos										
$TC_h$	0,881	0,898	0,895	0,904	0,901	0,907	0,911	0,910	0,907	0,904
$A_h$	0,133	0,137	0,142	0,142	0,142	0,142	0,142	0,142	0,142	0,142
$TC_h^I$	0,056	0,047	0,047	0,044	0,051	0,038	0,049	0,042	0,045	0,049
$TC_h^S$	0,063	0,055	0,058	0,052	0,048	0,055	0,040	0,048	0,048	0,047
$S_h$	0,019	0,008	0,011	0,008	0,003	0,017	0,011	0,010	0,007	0,004
IP percentil BCa										
$TC_h$	0,927	0,941	0,872	0,893	0,877	0,884	0,894	0,896	0,883	0,878
$A_h$	0,132	0,134	0,135	0,135	0,135	0,135	0,135	0,135	0,135	0,135
$TC_h^I$	0,037	0,031	0,055	0,050	0,066	0,057	0,059	0,050	0,054	0,062
$TC_h^S$	0,036	0,028	0,073	0,057	0,057	0,059	0,047	0,054	0,063	0,060
$S_h$	0,027	0,041	0,028	0,007	0,023	0,016	0,012	0,004	0,017	0,022
IP BCa										
$TC_h$	0,927	0,942	0,870	0,887	0,874	0,885	0,888	0,899	0,881	0,875
$A_h$	0,131	0,134	0,134	0,134	0,134	0,134	0,134	0,134	0,134	0,134
$TC_h^I$	0,041	0,034	0,065	0,061	0,073	0,063	0,068	0,057	0,066	0,072
$TC_h^S$	0,032	0,024	0,065	0,052	0,053	0,052	0,044	0,044	0,053	0,053
$S_h$	0,027	0,042	0,030	0,013	0,026	0,015	0,024	0,013	0,019	0,025
IP EPB $\mathcal{R}_1(y_{n+h}^b, \hat{y}_n^b(h))$										
$TC_h$	0,900	0,903	0,790	0,827	0,820	0,826	0,832	0,825	0,822	0,834
$A_h$	0,137	0,138	0,145	0,146	0,145	0,143	0,144	0,144	0,146	0,143
$TC_h^I$	0,010	0,020	0,056	0,045	0,050	0,051	0,049	0,045	0,044	0,040
$TC_h^S$	0,090	0,077	0,154	0,128	0,130	0,123	0,119	0,130	0,134	0,126
$S_h$	0,080	0,057	0,110	0,083	0,080	0,074	0,070	0,085	0,090	0,086
IP EPB $\mathcal{R}_2(y_{n+h}^b, \hat{y}_n^b(h))$										
$TC_h$	0,878	0,887	0,792	0,783	0,783	0,791	0,807	0,811	0,799	0,788
$A_h$	0,114	0,117	0,119	0,119	0,119	0,119	0,119	0,119	0,119	0,119
$TC_h^I$	0,058	0,060	0,102	0,121	0,122	0,099	0,115	0,102	0,104	0,105
$TC_h^S$	0,064	0,053	0,106	0,096	0,095	0,110	0,078	0,087	0,097	0,107
$S_h$	0,022	0,013	0,108	0,117	0,117	0,109	0,093	0,089	0,101	0,112

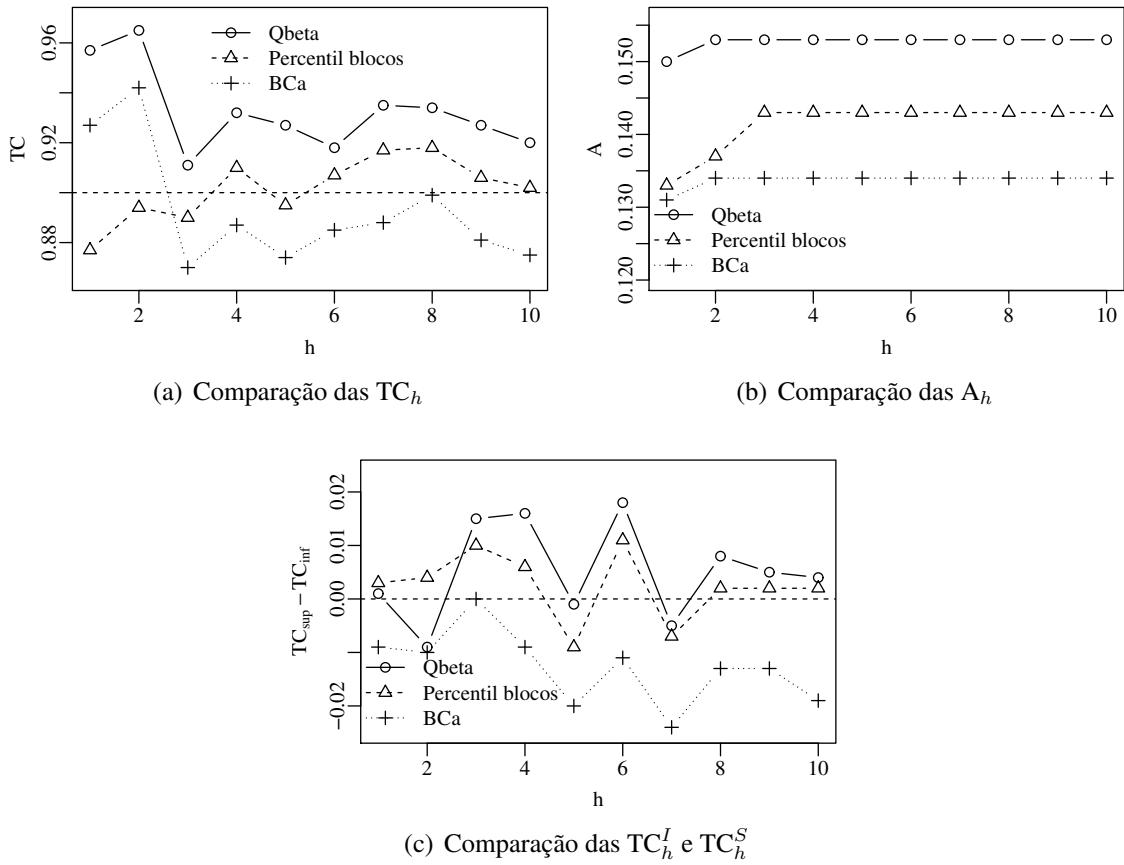


Figura 4.4 – Comparação entre os intervalos de predição Qbeta, percentil blocos e BCa para o cenário 4 com  $n = 100$  e  $\alpha = 0,1$ .

quando comparado aos modelos compostos apenas por termos autorregressivos. Neste caso, os menores valores de  $S_h$  foram apresentados pelos intervalos Qbeta e percentil residual. O resumo gráfico da Figura 4.5 evidencia que o intervalo de predição Qbeta apresentou valores para as taxas de cobertura mais próximos aos valores de probabilidade de cobertura. Analisando a Figura 4.5(b), observa-se que o intervalo com menor amplitude novamente é o BCa. Verifica-se desempenho semelhante dos três intervalos na Figura 4.5(c).

Na Tabela 4.6, verifica-se os resultados das simulações de Monte Carlo para o cenário 6, composto por um termo autorregressivo e um de médias móveis e  $\mu \approx 0,9$ . O intervalo EPB  $\mathcal{R}_1(y_{n+h}^b, \hat{y}_n^b(h))$  apresentou valor de  $TC_h$  igual ao valor de probabilidade de cobertura para  $h = 2$ . Novamente verifica-se comportamento semelhante dos intervalos, exceto para o intervalo BJ. Os valores de  $TC_h$  destes intervalos ficaram bem distantes dos valores de probabilidade de cobertura dos intervalos, como por exemplo para  $h = 3$  e  $h = 8$ , onde os valores de  $TC_h$  foram 0,396 e 0,393, respectivamente. Este fato já foi verificado nos outros cenários onde

Tabela 4.5 – Intervalos de predição para o cenário 5 considerando  $\alpha = 0,1$  e  $n = 100$ .

$h$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
IP BJ										
$TC_h$	0,903	0,913	0,916	0,913	0,891	0,921	0,904	0,909	0,907	0,908
$A_h$	0,153	0,155	0,155	0,156	0,156	0,156	0,156	0,156	0,156	0,156
$TC_h^I$	0,059	0,046	0,050	0,050	0,061	0,035	0,052	0,049	0,043	0,053
$TC_h^S$	0,038	0,041	0,034	0,037	0,048	0,044	0,044	0,042	0,050	0,039
$S_h$	0,021	0,013	0,016	0,013	0,013	0,021	0,008	0,009	0,007	0,014
IP Qbeta										
$TC_h$	0,891	0,904	0,908	0,903	0,882	0,917	0,893	0,900	0,897	0,901
$A_h$	0,149	0,151	0,151	0,151	0,151	0,151	0,151	0,151	0,151	0,151
$TC_h^I$	0,061	0,049	0,053	0,053	0,063	0,035	0,057	0,050	0,046	0,056
$TC_h^S$	0,048	0,047	0,039	0,044	0,055	0,048	0,050	0,050	0,057	0,043
$S_h$	0,013	0,004	0,014	0,009	0,018	0,017	0,007	0,000	0,011	0,013
IP percentil residual										
$TC_h$	0,927	0,909	0,919	0,913	0,889	0,917	0,892	0,899	0,901	0,890
$A_h$	0,166	0,158	0,155	0,154	0,153	0,152	0,152	0,152	0,151	0,151
$TC_h^I$	0,049	0,047	0,046	0,047	0,060	0,036	0,060	0,051	0,047	0,060
$TC_h^S$	0,024	0,044	0,035	0,040	0,051	0,047	0,048	0,050	0,052	0,050
$S_h$	0,027	0,009	0,019	0,013	0,011	0,017	0,012	0,001	0,005	0,010
IP percentil paramétrico										
$TC_h$	0,937	0,915	0,923	0,916	0,893	0,925	0,902	0,906	0,906	0,904
$A_h$	0,172	0,162	0,159	0,157	0,156	0,156	0,156	0,155	0,155	0,155
$TC_h^I$	0,045	0,040	0,046	0,047	0,060	0,035	0,053	0,046	0,043	0,052
$TC_h^S$	0,018	0,045	0,031	0,037	0,047	0,040	0,045	0,048	0,051	0,044
$S_h$	0,037	0,015	0,023	0,016	0,013	0,025	0,008	0,006	0,008	0,008
IP percentil blocos										
$TC_h$	0,921	0,912	0,917	0,909	0,887	0,919	0,891	0,901	0,897	0,902
$A_h$	0,163	0,157	0,155	0,153	0,153	0,152	0,152	0,152	0,152	0,152
$TC_h^I$	0,052	0,042	0,050	0,047	0,061	0,034	0,057	0,051	0,051	0,056
$TC_h^S$	0,027	0,046	0,033	0,044	0,052	0,047	0,052	0,048	0,052	0,042
$S_h$	0,025	0,012	0,017	0,009	0,013	0,019	0,009	0,003	0,003	0,014
IP percentil blocos cíclicos										
$TC_h$	0,924	0,908	0,909	0,907	0,883	0,916	0,899	0,898	0,900	0,895
$A_h$	0,164	0,157	0,154	0,153	0,153	0,152	0,152	0,152	0,152	0,151
$TC_h^I$	0,050	0,048	0,052	0,050	0,064	0,039	0,054	0,053	0,044	0,058
$TC_h^S$	0,026	0,044	0,039	0,043	0,053	0,045	0,047	0,049	0,056	0,047
$S_h$	0,024	0,008	0,013	0,007	0,017	0,016	0,007	0,004	0,012	0,011
IP percentil BCa										
$TC_h$	0,880	0,890	0,894	0,903	0,874	0,903	0,881	0,897	0,884	0,886
$A_h$	0,146	0,148	0,148	0,148	0,148	0,149	0,149	0,149	0,149	0,148
$TC_h^I$	0,070	0,056	0,052	0,054	0,066	0,043	0,062	0,051	0,056	0,067
$TC_h^S$	0,050	0,054	0,054	0,043	0,060	0,054	0,057	0,052	0,060	0,047
$S_h$	0,020	0,010	0,006	0,011	0,026	0,011	0,019	0,003	0,016	0,020
IP BCa										
$TC_h$	0,881	0,889	0,903	0,898	0,877	0,897	0,884	0,890	0,882	0,884
$A_h$	0,146	0,148	0,148	0,148	0,148	0,148	0,149	0,148	0,149	0,148
$TC_h^I$	0,072	0,056	0,049	0,057	0,065	0,044	0,059	0,055	0,057	0,066
$TC_h^S$	0,047	0,055	0,048	0,045	0,058	0,059	0,057	0,055	0,061	0,050
$S_h$	0,025	0,011	0,003	0,012	0,023	0,015	0,016	0,010	0,018	0,016
IP EPB $\mathcal{R}_1(y_{n+h}^b, \hat{y}_n^b(h))$										
$TC_h$	0,924	0,911	0,913	0,901	0,878	0,913	0,891	0,891	0,896	0,904
$A_h$	0,168	0,159	0,156	0,154	0,153	0,153	0,152	0,152	0,152	0,152
$TC_h^I$	0,044	0,050	0,049	0,057	0,063	0,037	0,057	0,061	0,051	0,059
$TC_h^S$	0,032	0,039	0,038	0,042	0,059	0,050	0,052	0,048	0,053	0,037
$S_h$	0,024	0,011	0,013	0,015	0,022	0,013	0,009	0,013	0,004	0,022
IP EPB $\mathcal{R}_2(y_{n+h}^b, \hat{y}_n^b(h))$										
$TC_h$	0,915	0,902	0,909	0,905	0,880	0,908	0,887	0,901	0,890	0,892
$A_h$	0,166	0,157	0,155	0,153	0,152	0,151	0,151	0,151	0,151	0,151
$TC_h^I$	0,056	0,050	0,054	0,047	0,062	0,041	0,058	0,052	0,050	0,058
$TC_h^S$	0,029	0,048	0,037	0,048	0,058	0,051	0,055	0,047	0,060	0,050
$S_h$	0,027	0,002	0,017	0,005	0,020	0,010	0,013	0,005	0,010	0,008

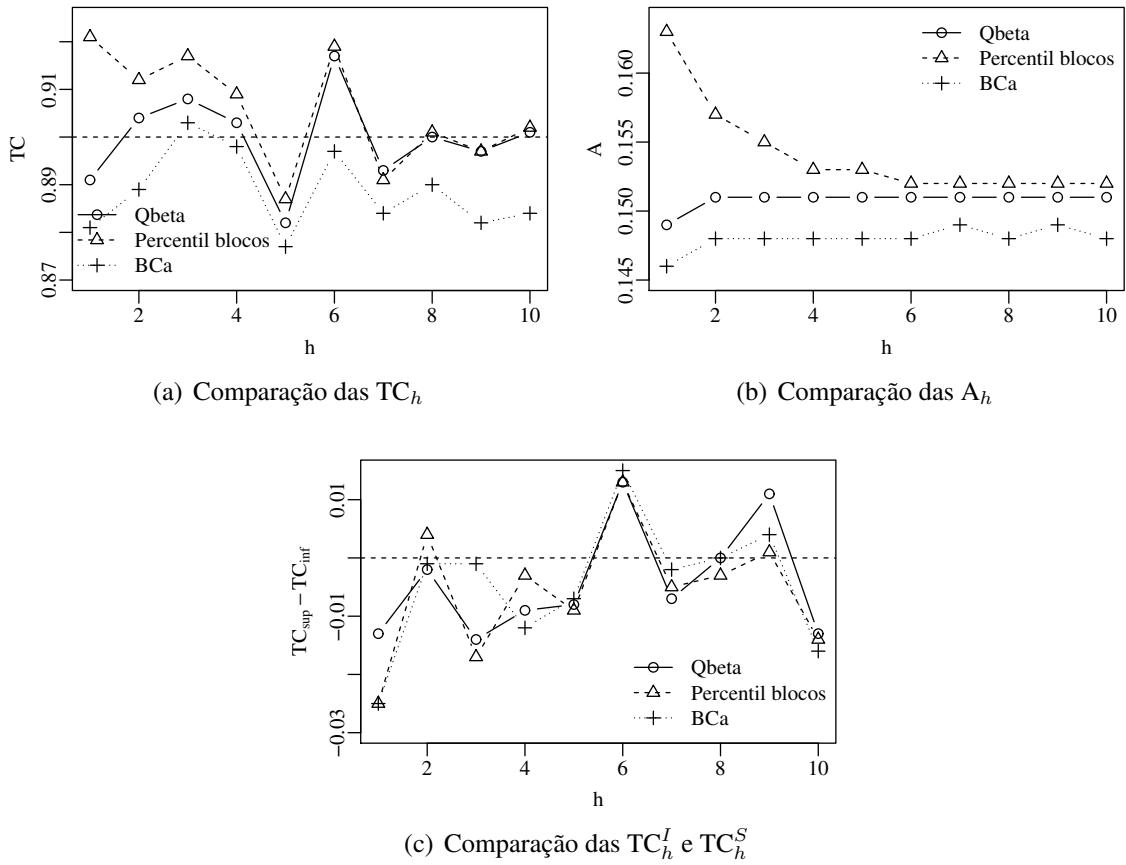


Figura 4.5 – Comparação entre os intervalos de predição Qbeta, percentil blocos e BCa para o cenário 5 com  $n = 100$  e  $\alpha = 0,1$ .

considerou-se  $\mu$  mais próximo dos extremos dos limites do intervalo unitário padrão. Verificou-se que o intervalo Qbeta apresentou valores de  $TC_h$  mais distorcidos quando comparados aos cenários 1 e 5 que consideram  $\mu \approx 0,4$ . Pelos valores de  $TC_h$  dos intervalos EPB, evidencia-se a necessidade do termos de médias móveis para bom comportamento dos intervalos EPB no modelo  $\beta$ ARMA. O menor valor de  $S_h$  foi apresentado pelo intervalo percentil residual. Analisando a Figura 4.5(a) pode-se verificar que o intervalo de predição percentil blocos apresentou valores para as taxas de cobertura mais próximos aos valores nominais. A Figura 4.5(b) apresenta novamente o intervalo BCa com menor amplitude. Observa-se desempenho superior do intervalo percentil blocos na Figura 4.5(c), uma vez que os valores de  $TC_h^I$  e  $TC_h^S$  ficaram próximos para diferentes valores  $h$ .

Tabela 4.6 – Intervalos de predição para o cenário 6 considerando  $\alpha = 0,1$  e  $n = 100$ .

$h$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
IP BJ										
$TC_h$	0,407	0,414	0,396	0,404	0,384	0,394	0,403	0,393	0,419	0,415
$A_h$	0,026	0,026	0,026	0,026	0,026	0,025	0,025	0,025	0,025	0,025
$TC_h^I$	0,250	0,270	0,283	0,284	0,294	0,313	0,284	0,311	0,298	0,287
$TC_h^S$	0,343	0,316	0,321	0,312	0,322	0,293	0,313	0,296	0,283	0,298
$S_h$	0,493	0,486	0,504	0,496	0,516	0,506	0,497	0,507	0,481	0,485
IP Qbeta										
$TC_h$	0,926	0,934	0,920	0,915	0,924	0,931	0,942	0,927	0,921	0,925
$A_h$	0,082	0,084	0,085	0,085	0,085	0,085	0,085	0,085	0,085	0,085
$TC_h^I$	0,033	0,038	0,046	0,054	0,051	0,049	0,040	0,050	0,046	0,046
$TC_h^S$	0,041	0,028	0,034	0,031	0,025	0,020	0,018	0,023	0,033	0,029
$S_h$	0,026	0,034	0,020	0,023	0,026	0,031	0,042	0,027	0,021	0,025
IP percentil residual										
$TC_h$	0,941	0,924	0,920	0,898	0,903	0,906	0,915	0,905	0,888	0,895
$A_h$	0,090	0,085	0,083	0,082	0,082	0,081	0,081	0,081	0,081	0,081
$TC_h^I$	0,032	0,043	0,044	0,056	0,052	0,049	0,042	0,050	0,049	0,049
$TC_h^S$	0,027	0,033	0,036	0,046	0,045	0,045	0,043	0,045	0,063	0,056
$S_h$	0,041	0,024	0,020	0,010	0,007	0,006	0,015	0,005	0,014	0,007
IP percentil paramétrico										
$TC_h$	0,940	0,909	0,939	0,921	0,934	0,933	0,939	0,929	0,922	0,927
$A_h$	0,121	0,108	0,102	0,099	0,097	0,095	0,094	0,093	0,093	0,092
$TC_h^I$	0,004	0,011	0,009	0,017	0,015	0,026	0,025	0,029	0,028	0,027
$TC_h^S$	0,056	0,080	0,052	0,062	0,051	0,041	0,036	0,042	0,050	0,046
$S_h$	0,052	0,069	0,043	0,045	0,036	0,033	0,039	0,029	0,022	0,027
IP percentil blocos										
$TC_h$	0,942	0,926	0,924	0,916	0,924	0,921	0,926	0,923	0,910	0,918
$A_h$	0,095	0,090	0,090	0,088	0,088	0,088	0,088	0,088	0,088	0,088
$TC_h^I$	0,023	0,033	0,034	0,038	0,032	0,036	0,033	0,034	0,033	0,032
$TC_h^S$	0,035	0,041	0,042	0,046	0,044	0,043	0,041	0,043	0,057	0,050
$S_h$	0,042	0,026	0,024	0,016	0,024	0,021	0,026	0,023	0,024	0,018
IP percentil blocos cíclicos										
$TC_h$	0,942	0,927	0,928	0,920	0,926	0,927	0,928	0,915	0,909	0,920
$A_h$	0,096	0,091	0,090	0,089	0,089	0,088	0,088	0,088	0,088	0,088
$TC_h^I$	0,025	0,032	0,029	0,035	0,029	0,033	0,032	0,037	0,032	0,031
$TC_h^S$	0,033	0,041	0,043	0,045	0,045	0,040	0,040	0,048	0,059	0,049
$S_h$	0,042	0,027	0,028	0,020	0,026	0,027	0,028	0,015	0,027	0,020
IP percentil BCa										
$TC_h$	0,897	0,898	0,888	0,876	0,880	0,886	0,898	0,879	0,866	0,894
$A_h$	0,073	0,076	0,076	0,076	0,076	0,076	0,076	0,076	0,076	0,076
$TC_h^I$	0,046	0,062	0,066	0,073	0,084	0,079	0,067	0,080	0,080	0,062
$TC_h^S$	0,057	0,040	0,046	0,051	0,036	0,035	0,035	0,041	0,054	0,044
$S_h$	0,011	0,022	0,020	0,024	0,048	0,044	0,032	0,039	0,034	0,018
IP BCa										
$TC_h$	0,883	0,883	0,883	0,866	0,875	0,880	0,886	0,875	0,856	0,881
$A_h$	0,071	0,073	0,074	0,074	0,074	0,074	0,074	0,074	0,074	0,074
$TC_h^I$	0,074	0,086	0,084	0,095	0,097	0,095	0,093	0,102	0,109	0,091
$TC_h^S$	0,043	0,031	0,033	0,039	0,028	0,025	0,021	0,023	0,035	0,028
$S_h$	0,031	0,055	0,051	0,056	0,069	0,070	0,072	0,079	0,074	0,063
IP EPB $\mathcal{R}_1(y_{n+h}^b, \hat{y}_n^b(h))$										
$TC_h$	0,943	0,900	0,893	0,863	0,869	0,889	0,887	0,869	0,870	0,864
$A_h$	0,094	0,098	0,100	0,103	0,103	0,104	0,104	0,105	0,103	0,103
$TC_h^I$	0,016	0,017	0,020	0,018	0,022	0,020	0,018	0,019	0,016	0,018
$TC_h^S$	0,041	0,083	0,087	0,119	0,109	0,091	0,095	0,112	0,114	0,118
$S_h$	0,043	0,066	0,067	0,101	0,087	0,071	0,077	0,093	0,098	0,100
IP EPB $\mathcal{R}_2(y_{n+h}^b, \hat{y}_n^b(h))$										
$TC_h$	0,876	0,854	0,869	0,872	0,872	0,866	0,877	0,859	0,850	0,880
$A_h$	0,099	0,077	0,079	0,075	0,076	0,074	0,075	0,074	0,075	0,074
$TC_h^I$	0,005	0,057	0,057	0,069	0,076	0,088	0,079	0,098	0,093	0,072
$TC_h^S$	0,119	0,089	0,074	0,059	0,052	0,046	0,044	0,043	0,057	0,048
$S_h$	0,114	0,046	0,031	0,028	0,028	0,042	0,035	0,055	0,050	0,024

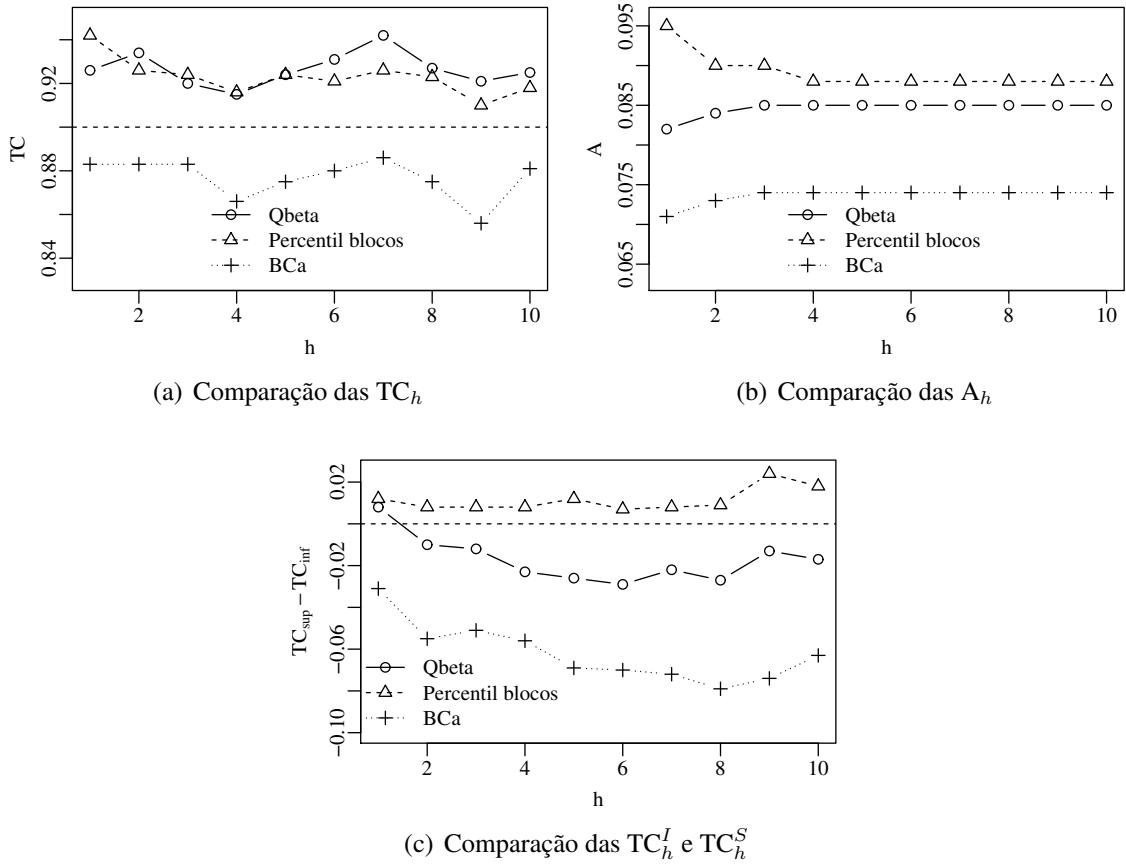


Figura 4.6 – Comparação entre os intervalos de predição Qbeta, percentil blocos e BCa para o cenário 6 com  $n = 100$  e  $\alpha = 0,1$ .

#### 4.2.1 Discussões gerais e recomendações

De forma geral, verificamos que os intervalos BJ apresentaram valores bastante distorcidos de taxa de cobertura quando consideramos distribuições mais assimétricas, ou seja,  $\mu$  distante de 0,5. Nestes mesmos cenários, o intervalo Qbeta também apresentou taxas de cobertura mais distorcidas, quando comparadas aos cenários com  $\mu \approx 0,4$ . Entre os intervalos propostos sem bootstrap aconselha-se a utilização do intervalo Qbeta, uma vez que este apresentou menores distorções que o intervalo BJ. Porém, quando os cenários apresentavam  $\mu$  em torno de 0,9, os intervalos de predição bootstrap propostos apresentaram valores de  $TC_h$  mais próximos aos valores de probabilidade de cobertura. Em cada modelo tivemos um método em específico que apresentou melhores resultados. Em contra partida, o intervalo BCa em todos os casos mostrou-se com menor amplitude, apresentou  $TC_h^I$  próximos a  $TC_h^S$ , valores de  $S_h$  pequenos e principalmente com valores de  $TC_h$  constantes e próximos aos valores de probabili-

dade de cobertura dos intervalos. O intervalo percentil blocos também mostrou valores de  $TC_h^I$  próximos de  $TC_h^S$  e teve valores de  $TC_h$  melhores que Qbeta e BJ em alguns cenários, porém apresentou maior amplitude. Os demais resultados encontrados nos Apêndices A e B estão de acordo com os resultados discutidos nesta seção.

Desta forma, podemos destacar o intervalo BCa como o de melhor desempenho entre todos os intervalos avaliados, uma vez que apresentou desempenho satisfatório, independente do valor de  $\mu$  e da composição do modelo. Sendo assim, recomenda-se o uso dos intervalos BCa a fim de obter intervalos de predição com valores de  $TC_h$  próximos aos valores de probabilidade de cobertura, com pequena amplitude e mais balanceados ( $TC_h^I \approx TC_h^S$ ), independente do cenário prático.

## 5 APLICAÇÕES

Neste capítulo, são apresentadas aplicações a dados reais dos intervalos de predição propostos. A primeira aplicação considerada é referente aos dados sobre os níveis dos mananciais do sistema de captação e tratamento de água para a Grande São Paulo (Sistema Cantareira) no período de Janeiro de 2003 até Agosto de 2015. Durante este período os níveis dos mananciais chegaram a atingir volumes mortos, causando assim problemas de abastecimento de água na Grande São Paulo (COUTINHO; KRAENKEL; PRADO, 2015). O uso de um bom intervalo de predição poderia ter alertado estes problemas anteriormente ao seu acontecimento, possibilitando a utilização de medidas preventivas para tentar minimizar o problema. O segundo conjunto de dados refere-se aos valores de taxas de desemprego em São Paulo no período de 1991 até 2005. Estes mesmos dados foram utilizados por Rocha e Cribari-Neto (2009), no artigo onde propõem o modelo  $\beta$ ARMA. Os intervalos de predição propostos para o modelo  $\beta$ ARMA serão comparados com os tradicionais intervalos de predição quando os dados forem modelados com o modelo ARMA. A implementação e os dados necessários para a reprodução dos resultados deste capítulo estão disponíveis em <http://www.ufsm.br/bayer/iparma.zip>.

### 5.1 Sistema Cantareira

Os dados utilizados nesta aplicação são referentes aos níveis dos mananciais do sistema de captação e tratamento de água para a Grande São Paulo (Cantareira) no período de Janeiro de 2003 até Agosto de 2015, totalizando 152 observações (SABESP, 2015). As últimas seis observações foram utilizadas apenas para avaliação dos intervalos de predição.

O controle dos níveis mananciais do Sistema Cantareira se faz importante para orientar as discussões sobre as tendências das vazões máximas e mínimas, uma vez que estas são de grande importância no ciclo hidrológico (GROOPPO et al., 2009). O Sistema Cantareira é responsável pelo abastecimento de água da Região Metropolitana de São Paulo (MORAES et al., 1997; GROOPPO et al., 2001). Em Julho de 2014 os níveis dos mananciais do Sistema Cantareira atingiram seu volume morto (COUTINHO; KRAENKEL; PRADO, 2015). A utilização de um modelo de séries temporais para realização de previsões e construção de intervalos de predição poderia ter alertado para o uso de alternativas para a gestão da água visando a redução

do problema.

As estatísticas descritivas da série encontradas na Tabela 5.1. Pode-se observar taxa média dos níveis dos mananciais para o período considerado de 0,5304. O valor de curtose foi igual a  $-0,8578$ , indicando que a distribuição não condicional dos dados tem caudas mais curtas e é mais achatada que a distribuição normal. O maior volume de água, 0,9966, foi observado no mês de Abril de 2010 e o menor volume, 0,0606, no mês de Janeiro de 2015. Este período foi de racionamento no estado de São Paulo, em função do baixo nível de água dos reservatórios da Cantareira. Um monitoramento considerando um modelo adequado, para prever os valores máximos ou mínimos que os níveis de água chegariam nos próximos meses, poderia ter alertado para a prática de políticas preventivas (COUTINHO; KRAENKEL; PRADO, 2015).

Tabela 5.1 – Medidas descritivas dos dados sobre os níveis dos mananciais do Sistema Cantareira.

Estatísticas	Níveis dos mananciais
Mínimo	0,0606
Máximo	0,9966
1º Quartil	0,3517
3º Quartil	0,7180
Média	0,5304
Mediana	0,5095
Desvio Padrão	0,2429
Assimetria	0,0537
Curtose	$-0,8578$

Na Figura 5.1(a) pode-se observar graficamente a série temporal. O histograma dos dados é verificado na Figura 5.1(b) e evidencia um comportamento assimétrico da distribuição dos dados, deixando claro que a escolha de um modelo que pressupõe normalidade não seria adequada e que a escolha de qualquer intervalo de predição poderia levar a conclusões menos fidedignas. Nas Figuras 5.1(c) e 5.1(d) são encontradas a FAC e a FACP amostrais, respectivamente.

A seleção do modelo foi baseada em uma busca computacional com o objetivo de minimizar o critério de informação de Akaike (AIC) (AKAIKE, 1974) e obter todos os parâmetros significativos ao modelo, ou seja,  $p\text{-valor} < 0,1$ . O espaço de busca foi restrinido aos modelos com ordens menores ou iguais a 12, ou seja, considerou-se  $0 \leq p \leq 12$  e  $0 \leq q \leq 12$ . Sendo assim, o modelo selecionado é composto pelos termos autorregressivos  $g(y_{t-1})$  e  $g(y_{t-12})$ , e pelo termos de médias móveis  $r_{t-1}$ . Na Tabela 5.2, encontra-se o modelo ajustado, além dos testes de diagnóstico. Verifica-se que os resíduos do modelo escolhido não apresentam heterosce-

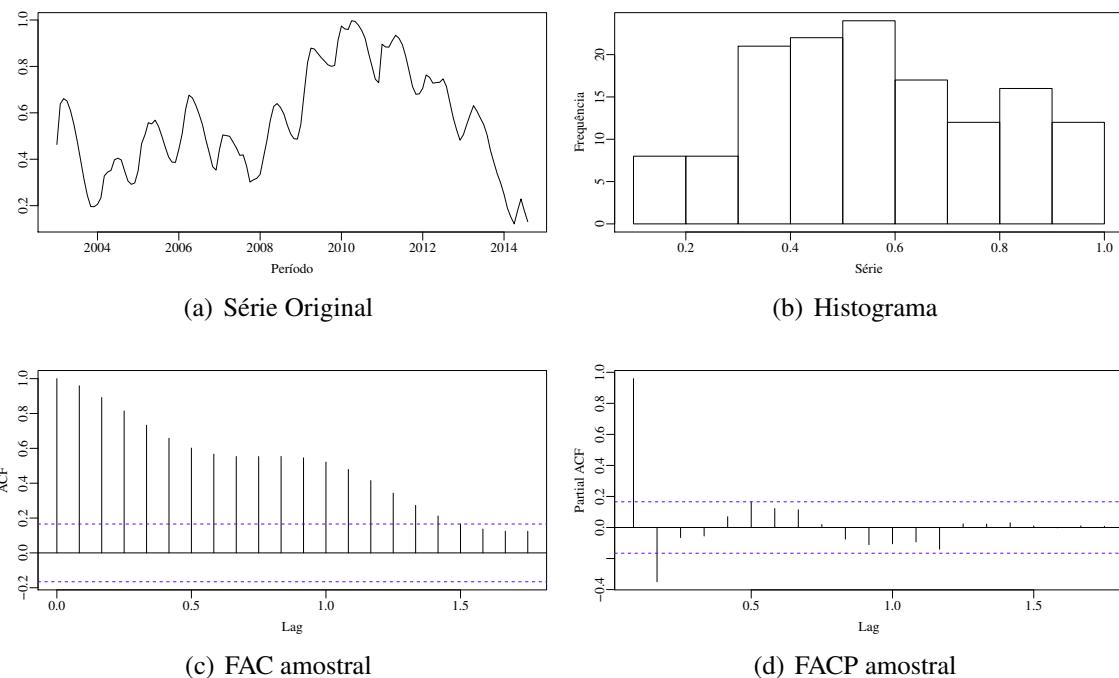


Figura 5.1 – Gráfico de linha, histograma e correlogramas para os níveis dos mananciais do Sistema Cantareira.

dasticidade condicional nem autocorrelação, evidenciando desta forma, bom ajuste do modelo.

Tabela 5.2 – Modelo  $\beta$ ARMA ajustado para dados sobre os níveis dos mananciais do Sistema Cantareira.

	$\alpha$	$\varphi_1$	$\varphi_{12}$	$\theta_1$	$\phi$
Estimador	-0,0442	0,9080	-0,6400	0,3909	57,9957
Erro-Padrão	0,0214	0,0095	0,0172	0,0142	7,0828
Medidas de diagnósticos					
Teste					
Multiplicador de Lagrange					
Box-Pierce					
Ljung-Box					
	<i>p</i> -valor				
	0,9925				
	0,7975				
	0,7603				

A Figura 5.2 apresenta o último ano da série original dos dados juntamente com os últimos seis valores dos dados originais, além dos intervalos de predição propostos e dos intervalos de predição dos modelos ARMA. Os limites de predição do modelo  $\beta$ ARMA são baseados nos quantis da distribuição beta e nos intervalos BCa. A escolha de um bom intervalo de predição deve levar em consideração a assimetria destes dados, como visto nos resultados das simulações. Sendo assim, considerando as metodologias propostas com e sem bootstrap e baseado nos resultados das simulações, optamos pela utilização dos intervalos Qbeta e BCa por serem

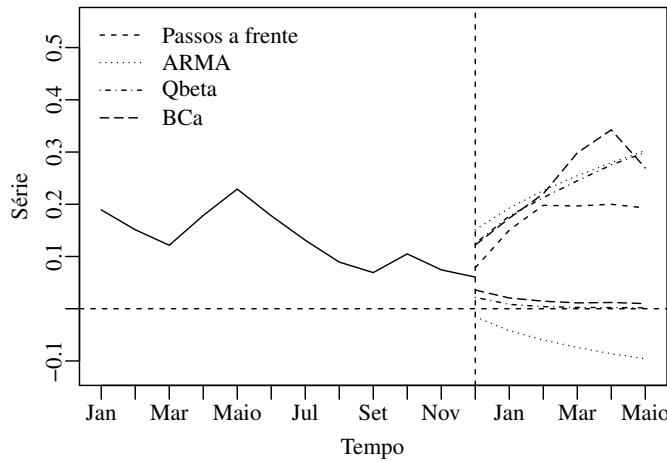


Figura 5.2 – Limites de predição para os dados referentes aos níveis dos mananciais do Sistema Cantareira, com  $\alpha = 0,1$ .

os mais confiáveis em dados assimétricos. Verifica-se menor amplitude do intervalo BCa em um maior número de observações, da mesma forma que nos resultados das simulações. A amplitude dos limites de predição do modelo  $\beta$ ARMA são menores e encontram-se dentro do limite da variável, enquanto que os intervalos de predição do modelo ARMA apresentam valores dos limites inferiores menores que zero. Neste caso, verifica-se uma situação irreal, uma vez que o limite da variável em estudo é  $(0, 1)$ . Esta aplicação deixa evidente a necessidade da utilização de um modelo adequado para a construção de intervalos de predição fidedignos. Este problema torna-se possível pela suposição errônea de normalidade para utilização dos modelos ARMA, uma vez os dados encontram-se no intervalo  $(0, 1)$ . O intervalo BCa por apresentar menor amplitude entre os três e estar dentro do intervalo unitário padrão, torna-se o melhor intervalo para estes dados, evidenciando a vantagem dos métodos propostos.

## 5.2 Desemprego

Esta seção apresenta uma aplicação a dados reais de desemprego considerando os intervalos de predição propostos. Os dados utilizados são referentes a taxa de desemprego em São Paulo, no período de Janeiro de 1991 a Novembro de 2005, totalizando 179 observações (IPE-ADATA, 2015). Estes mesmos dados também foram utilizados por Rocha e Cribari-Neto (2009). As últimas  $H = 6$  observações da série foram utilizadas apenas para avaliação dos intervalos de predição.

A taxa de desemprego é um indicador importante, uma vez que permite a avaliação das flutuações e a tendência do mercado de trabalho (IBGE, 2007). No Brasil, o Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE) é quem estima a taxa de desemprego. O levantamento dessa variável serve como um indicativo da conjuntura econômica sobre o mercado de trabalho e evidencia importantes implicações para o planejamento socieconômico do país (IBGE, 2007). Desse forma, a previsão dos valores de taxa de desemprego é uma tarefa importante para formuladores de políticas públicas, considerando que esses dados podem ser utilizados para prever futuras tendências para diversos indicadores econômicos além de auxiliar na tomada de decisão (CHEN, 2008).

Na Tabela 5.3, são apresentadas as estatísticas descritivas da série. Conforme observado, a taxa média de desemprego para o período analisado foi de 0,0440. A maior taxa de desemprego, 0,0570, foi observada no mês de Julho de 1999 e a menor taxa, 0,0240, foi verificada no mês de Janeiro de 1999. Neste ano, ocorreu a desvalorização do real, sendo esse um possível motivo para do aumento da taxa de desemprego neste período (VEGAS, 1999). O valor de curtose negativo, -0,2321, indica que a distribuição não condicional dos dados tem caudas mais curtas e é mais achatada que a distribuição normal.

Tabela 5.3 – Medidas descritivas da taxa de desemprego em São Paulo.

Estatísticas	Taxa de desemprego
Mínimo	0,0240
Máximo	0,0570
1º Quartil	0,0400
3º Quartil	0,0490
Média	0,0440
Mediana	0,0460
Desvio Padrão	0,0072
Assimetria	-0,7874
Curtose	-0,2321

A série temporal pode ser observada graficamente na Figura 5.3(a), enquanto que o histograma dos dados é verificado na Figura 5.3(b). O histograma evidencia um comportamento assimétrico negativo da distribuição não condicional dos dados, evidenciando que a escolha de um modelo que pressupõe normalidade não seria adequada. A função de autocorrelação (FAC) e a função de autocorrelação parcial (FACP) amostrais são encontradas nas Figuras 5.3(c) e 5.3(d), respectivamente.

O modelo escolhido para modelagem dos dados foi o mesmo utilizado originalmente por Rocha e Cribari-Neto (2009). O modelo ajustado é composto pelos termos autorregressi-

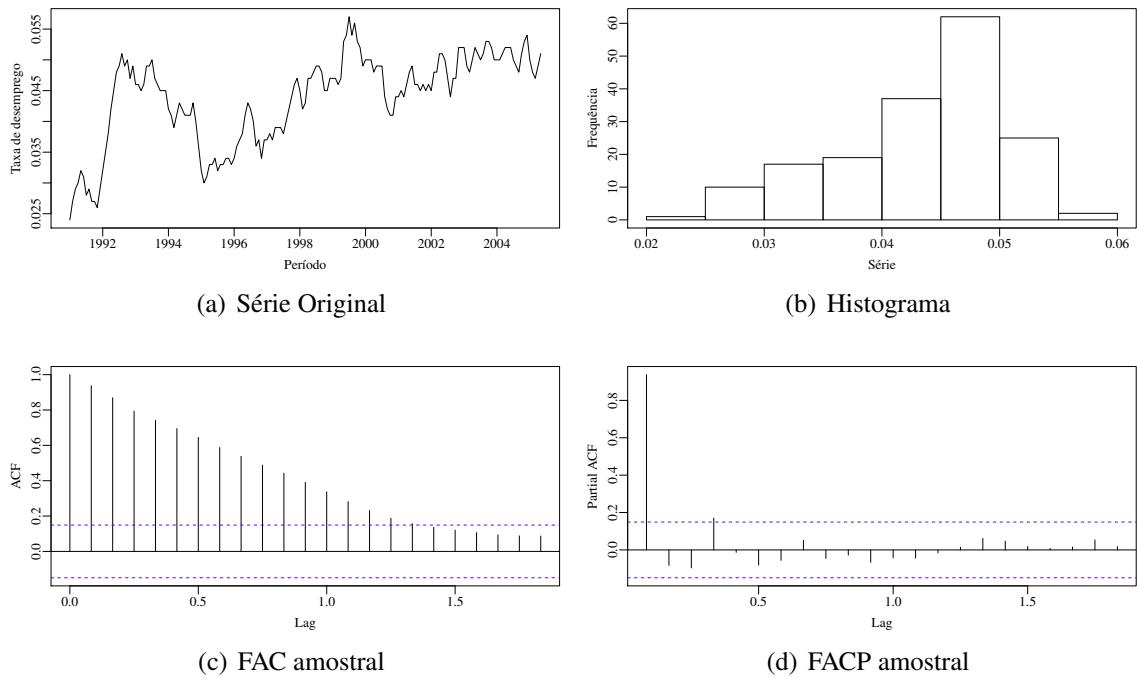


Figura 5.3 – Gráfico de linha, histograma e correlogramas para a taxa de desemprego em São Paulo.

vos  $g(y_{t-1})$ ,  $g(y_{t-3})$  e  $g(y_{t-4})$ . A análise de diagnóstico do modelo é baseada nos resíduos  $\mathcal{R}_2(y_t, \hat{\mu}_t)$ . Este resíduo é considerado pois é baseado em  $g(y)$ . Se o modelo estiver correto ele será aproximadamente normal, com variância unitária e estará ao redor de zero. A Tabela 5.4 apresenta o ajuste do modelo selecionado, além dos resultados dos testes de Box-Pierce (BOX; PIERCE, 1970) e Ljung-Box (LJUNG; BOX, 1978) para detecção da presença de autocorrelação nos resíduos e do teste Multiplicador de Lagrange (ENGLE, 1982) para investigar a presença heteroscedasticidade condicional nos resíduos. Verifica-se que os resíduos do modelo escolhido não apresentaram heteroscedasticidade condicional nem autocorrelação, evidenciando bom ajuste do modelo.

Tabela 5.4 – Modelo  $\beta$ ARMA ajustado para os dados de taxa de desemprego em São Paulo.

	$\alpha$	$\varphi_1$	$\varphi_3$	$\varphi_4$	$\phi$
Estimador	-0,1556	1,1835	-0,5717	0,3365	12734,0745
Erro-Padrão	0,0092	0,0077	0,0152	0,0114	1385,4143
Medidas de diagnósticos					
Teste					
Multiplicador de Lagrange					
Box-Pierce					
Ljung-Box					
	<i>p</i> -valor				

A Figura 5.4 apresenta o último ano da série original dos dados juntamente com os

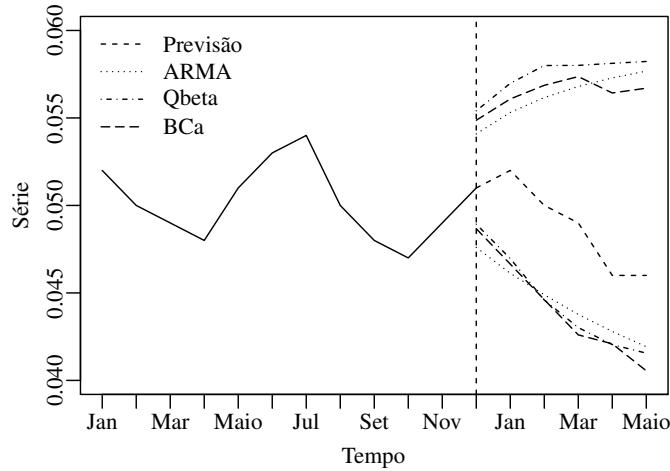


Figura 5.4 – Limites de predição para os dados de taxa de desemprego em São Paulo, com  $\alpha = 0,1$ .

últimos seis valores dos dados originais, além dos intervalos de predição dos modelos ARMA e dos intervalos Qbeta e BCa propostos. O intervalo BCa apresentou menor amplitude, como já havia acontecido nos resultados das simulações. O intervalo BCa, por apresentar menor amplitude entre os três, torna-se o intervalo mais adequado para estes dados, evidenciando assim, a importância do uso do método bootstrap para construção de intervalos de predição confiáveis e com menor amplitude.

## 6 CONCLUSÕES

Geralmente a modelagem ARIMA é utilizada na realização de previsões de variáveis ao longo do tempo. Porém, tais modelos tornam-se inapropriados quando não é razoável assumir normalidade para a variável de interesse, particularmente, quando ela está contida no intervalo contínuo  $(0, 1)$ . Para tais situações, o modelo  $\beta$ ARMA, que assume distribuição beta para a variável de interesse, torna-se mais adequado.

A realização de previsões pode ser dada por meio de estimativas pontuais ou apresentadas de forma intervalar, por meio de intervalos de predição. Um bom intervalo de predição permite o planejamento de diferentes estratégias para resolução de distintos problemas baseados nos valores preditos. Pela importância do tema, o presente trabalho propôs diferentes intervalos de predição para o modelo  $\beta$ ARMA. Dois desses intervalos propostos são baseados em aproximações, considerando a distribuição normal e a distribuição beta. Também foram consideradas adaptações dos intervalos de predição EPB propostos para os modelos autorregressivos e dos intervalos BCa propostos para o modelo de regressão beta. Foram também propostos intervalos percentis com diferentes reamostras bootstrap baseados nos quantis dos valores previstos. Os intervalos foram avaliados por meio de simulações de Monte Carlo.

O intervalo baseado nos quantis da distribuição beta foi eleito como o melhor entre os intervalos sem bootstrap, uma vez que não apresentou valores de taxas de cobertura muito distintas dos valores de probabilidade de cobertura considerando os diferentes cenários analisados, diferentemente dos intervalos baseados na distribuição normal. Quando considerado  $\mu$  mais próximo aos limites do intervalo unitário padrão, os intervalos BJ apresentam grandes distorções. Este fato pode estar relacionado com a distribuição de  $y$  ser mais assimétrica, uma vez que  $\mu$  está próximo aos limites do intervalo  $(0, 1)$ . Desta forma, a normalidade assumida fica mais distante. Nestes mesmos casos, os intervalos baseados nos quantis da distribuição beta acabaram apresentando valores de taxas de cobertura mais distorcidos, quando comparados com os modelos que consideram  $\mu \approx 0,4$ . Os intervalos EPB apresentaram valores de taxas de cobertura distorcidos quando consideramos modelos compostos apenas por termos autorregressivos. Quando os modelos também apresentavam termos de médias móveis, os intervalos EPB mostraram valores mais próximos ao esperado. Os intervalos percentis com diferentes tipos de reamostras bootstrap apresentaram melhores valores de taxas de cobertura em alguns cenários, porém com amplitudes maiores que os demais. Já o intervalo BCa apresentou valores constantes

em todos os cenários considerados, menores valores de amplitude e taxas de cobertura próximas ao valores nominais. Desta forma, o intervalo BCa torna-se mais confiável, uma vez que independente do cenário considerado suas medidas não alteraram. Sendo assim, a construção de intervalos de predição mais confiáveis e com pequena amplitude está associado ao uso do método bootstrap.

Foram também consideradas aplicações em dados reais de taxas de desemprego na região metropolitana de São Paulo e nos níveis dos mananciais do sistema de captação e tratamento de água na Grande São Paulo (Sistema Cantareira). Os intervalos de predição considerando o modelo  $\beta$ ARMA foram comparados aos modelos tradicionais ARMA. O intervalo BCa proposto neste trabalho apresentou menor amplitude para os dados de taxa de desemprego. Os limites dos intervalos de predição do modelo ARMA para os dados sobre os níveis dos mananciais do Sistema Cantareira apresentaram valores abaixo do limite inferior do intervalo unitário padrão. Este caso é irreal e evidencia a necessidade da escolha do modelo adequado para a construção de intervalos de predição mais fidedignos. O intervalo BCa proposto, novamente apresentou menor amplitude e seus limites ficaram dentro do intervalo (0, 1). Desta forma, recomenda-se o uso do intervalo de predição BCa para construção de intervalos de predição mais acurados em dados restritos ao intervalo (0, 1).

## REFERÊNCIAS

- ABRAHAM, B.; LEDOLTER, J. **Statistical methods for forecasting**. New York: John Wiley, 2009.
- AKAIKE, H. A new look at the statistical model identification. **IEEE Transactions on Automatic Control**, v.19, n.6, p.716–723, 1974.
- AMIRI, S.; ROSEN, D.; ZWANZIG, S. **On the comparison of parametric and nonparametric bootstrap**. Department of Mathematics, Uppsala University, 2008.
- BENJAMIN, M. A.; RIGBY, R. A.; STASINOPOULOS, D. M. Generalized autoregressive moving average models. **Journal of the American Statistical association**, v.98, n.461, p.214–223, 2003.
- BERKOWITZ, J.; KILIAN, L. Recent developments in bootstrapping time series. **Econometric Reviews**, v.19, n.1, p.1–48, 2000.
- BOLLERSLEV, T. Generalized autoregressive conditional heteroskedasticity. **Journal of Econometrics**, v.31, n.3, p.307–327., 1986.
- BOWERMAN, B. L.; O'CONNELL, R. T. **Time series forecasting**. Boston: Duxbury Press, 1979.
- BOX, G. E. P.; PIERCE, D. A. Distribution of residual autocorrelations in autoregressive-integrated moving average time series models. **Journal of the American Statistical Association**, v.65, n.332, p.1509–1526, 1970.
- BOX, G.; JENKINS, G. M.; REINSEL, G. **Time series analysis: forecasting and control**. Hardcover, John Wiley & Sons, 2008.
- BREIDT, F. J.; DAVIS, R. A.; DUNSMUIR, W. T. Improved bootstrap prediction intervals for autoregressions. **Journal of Time Series Analysis**, v.16, n.2, p.177–200, 1995.
- BROCKWELL, P. J.; DAVIS, R. A. **Time series: theory and methods**. New York: Springer-Verlag, 2013.
- CAVANAUGH, J. E.; SHUMWAY, R. H. A bootstrap variant of AIC for state-space model selection. **Statistica Sinica**, v.7, n.2, p.473–496, 1997.

- CHAN, W. S.; CHEUNG, S. H.; WU, K. H. Multiple forecasts with autoregressive time series models: case studies. **Mathematics and Computers in simulation**, v.64, n.3, p.421–430, 2004.
- CHATFIELD, C. **The analysis of time series**. London: Chapman & Hall, 1989.
- CHATFIELD, C. Calculating interval forecasts. **Journal of Business & Economic Statistics**, v.11, n.2, p.121–135, 1993.
- CHEN, C.-I. Application of the novel nonlinear grey Bernoulli model for forecasting unemployment rate. **Chaos, Solitons & Fractals**, v.37, n.1, p.278 – 287, 2008.
- CHEUNG, S. H.; WU, K. H.; CHAN, W. S. Simultaneous prediction intervals for autoregressive integrated moving average models: a comparative study. **Computacional Statistics & Data Analysis**, v.28, n.3, p.297–306, 1998.
- CLEMENTS, M. P.; KIM. Bootstrap prediction intervals for autoregressive time series. **Computacional Statistics & Data Analysis**, v.51, n.7, p.3580–3594, 2007.
- CLEMENTS, M. P.; TAYLOR, N. Bootstrapping prediction intervals for autoregressive models. **International Journal of Forecasting**, v.17, n.2, p.247–267, 2001.
- COUTINHO, R. M.; KRAENKEL, R. A.; PRADO, P. I. Catastrophic Regime Shift in Water Reservoirs and São Paulo Water Supply Crisis. **PloS one**, v.10, n.9, p.1–14, 2015.
- CRIBARI-NETO, F.; ZEILEIS, A. Beta regression in R. **Journal of Statistical Software**, v.34, n.2, 2010.
- DAVISON, A. C.; HINKLEY, D. V. **Bootstrap methods and their application**. Cambridge University Press, 1997.
- EFRON, B. Bootstrap methods: another look at the jackknife. **The Annals of Statistics**, v.7, n.1, p.1–26, 1979.
- EFRON, B.; TIBSHIRANI, R. J. **An introduction to the bootstrap**. Chapman & Hall, 1993.
- ENGLE, R. F. Autoregressive conditional heteroskedasticity with estimates of the variance of UK inflation. **Econometrica**, v.50, n.4, p.987–1007, 1982.
- ESPINHEIRA, P. L.; FERRARI, S. L.; CRIBARI-NETO, F. Bootstrap prediction intervals in beta regressions. **Computational Statistics**, v.29, n.5, p.1263–1277, 2014.

- FERRARI, S. L. P.; CRIBARI-NETO, F. Beta regression for modelling rates and proportions. **Journal of Applied Statistics**, v.31, n.7, p.799–815, 2004.
- FERRARI, S. L. P.; PINHEIRO, E. C. Improved likelihood inference in beta regression. **Journal of Statistical Computation and Simulation**, v.81, n.4, p.431–443, 2011.
- FRANCO, G. C.; REISEN, V. A. Bootstrap approaches and confidence intervals for stationary and non stationary long range dependence processes. **Physica A**, v.375, n.2, p.546–562, 2007.
- GRANGER, C.; JOYEUX, R. An introduction to long memory time series models and fractional differencing. **Journal of Time Series Analysis**, v.1, n.1, p.15–29., 1980.
- GRANGER, C. W. J.; NEWBOLD, P. **Forecasting economic time series**. New York: Academic Press, 2014.
- GRIGOLETTO, M. Bootstrap prediction intervals for autoregressive: some alternatives. **International Journal of Forecasting**, v.14, n.4, p.447–456, 1998.
- GROPO, J. D. et al. Análise de séries temporais de vazão e de precipitação na Bacia do Rio Piracicaba. **Revista de Ciência & Tecnologia**, v.8, n.18, p.109–117, 2001.
- GROPO, J. D. et al. Análise do efeito da operação das barragens do Sistema Cantareira no regime hidrológico do Rio Piracicaba. **Revista Brasileira de Recursos Hídricos**, v.14, n.1, p.41–51, 2009.
- GUTTMAN, I. **Statistical tolerance regions**: classical and bayesian. Hafner Publishing, 1970.
- HARVEY, A. C. **Forecasting structural time series models and the kalman filter**. Cambridge, U.K.: Cambridge University Press, 1990.
- IBGE. Pesquisa mensal de desemprego. **Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística - IBGE**, 2007.
- IPEADATA. **Instituto de Pesquisa Econômica Aplicada, dados macroeconômicos, regionais e sociais**. 2015.
- KABAILA, P. On bootstrap predictive inference for autoregressive processes. **Journal of Time Series Analysis**, v.14, n.2, p.473–484, 1993.

- KABAILA, P.; SYUHADA, H. Improved prediction limits for AR(p) e ARCH(p) processes. **Journal of Time Series Analysis**, v.29, n.2, p.213–223, 2008.
- KEDEM, B.; FOKIANOS, K. **Regression models for time series analysis**. John Wiley & Sons, 2002. v.488.
- KEDEM, B.; FOKIANOS, K. **Regression models for time series analysis**. John Wiley & Sons, 2005. v.488.
- KILIAN, L. Small-sample confidence intervals for impulse response functions. **Review of economics and statistics**, v.80, n.2, p.218–230, 1998.
- KIM, J. H. Asymptotic and bootstrap prediction regions for vector autoregression. **International Journal of Forecasting**, v.15, n.4, p.393–403, 1999.
- KIM, J. H. Bootstrap after bootstrap prediction intervals for autoregressive models. **Journal of Business & Economic Statistics**, v.19, n.1, p.117–128, 2001.
- KIM, J. H. Bootstrap prediction intervals for autoregressive models of unknow or infinite lag order. **Journal of Forecasting**, v.21, n.4, p.265–280, 2002.
- KIM, J. H. Forecasting autoregressive time series with bias-corrected parameter estimators. **International Journal of Forecasting**, v.19, n.3, p.493–502, 2003.
- KIM, J. H. Bootstrap prediction intervals for autoregression using asymptotically mean unbiased estimators. **International Journal of Forecasting**, v.20, n.1, p.85–97, 2004.
- KÜNSCH, H. The jackknife and the bootstrap for general stationary observations. **The Annals of Statistics**, v.17, n.3, p.1217–1261, 1989.
- LANA, G. C. **Intervalos de previsão em modelos ARFIMA utilizando a metodologia bootstrap**. 2012. Dissertação — Universidade Federal de Minas Gerais.
- LI, H.; MADDALA, G. S. Bootstrapping time series models. **Econometric Reviews**, v.15, n.2, p.115–158, 1996.
- LI, J. Bootstrap prediction intervals for SETAR models. **International Journal of Forecasting**, v.27, n.2, p.320–332, 2011.

- LJUNG, G. M.; BOX, G. E. P. On a measure of a lack of fit in time series models. **Biometrika**, v.65, n.2, p.297–303, 1978.
- LUTKEPOHL, H. **Introduction to Multiple Time Series Analysis**. Berlin: Springer-Verlag, 1991.
- MACKINNON, J. G. Bootstrap inference in econometrics. **Canadian Journal of Economics**, v.35, n.4, p.615–645, 2002.
- MACKINNON, J. G. Bootstrap methods in econometrics. **The Economic Record**, v.82, n.S1, p.S2–S18, 2006.
- MASAROTTO, G. Bootstrap prediction intervals for autoregressions. **International Journal of Forecasting**, v.6, n.2, p.229–329, 1990.
- MCCULLAGH, P.; NELDER, J. **Generalized linear models**. 2nd.ed. Chapman and Hall, 1989.
- MCCULLOUGH, B. D. Bootstrapping forecast intervals: an application to AR (p) models. **Journal of Forecasting**, v.13, n.1, p.51 – 66, 1993.
- MIGUEL, J. A.; PILAR, O. Bootstrapping forecast intervals in ARCH models. **Test**, v.18, n.2, p.345–364, 1998.
- MOJIRSHEIBANI, M.; TIBSHIRANI, R. Some results on bootstrap prediction intervals. **The Canadian Journal of Statistics**, v.24, n.4, p.549–568, Dezembro 1996.
- MONTGOMERY, D. C.; JOHNSON, L. A. **Forecasting and time series analysis**. New York: McGraw-Hill, 1976.
- MORAES, J. M. et al. Análise de intervenção das séries temporais de vazão dos principais rios da bacia do rio Piracicaba. **Revista Brasileira de Recursos Hídricos**, v.2, n.2, p.65–79, 1997.
- MORETTIN P.; TOLOI, C. **Análise de séries temporais**. São Paulo: Edgar Blucher Ltda, 2006.
- MORLEY, J.; SINCLAIR, T. M. Bootstrap tests of stationarity. **Research Program on Forecasting Working Paper**, n.2008-011, 2009.
- NOCEDAL, J.; WRIGHT, S. J. **Numerical optimization**. Springer, 1999.
- PAN, L.; POLITIS, D. N. In Press: Bootstrap prediction intervals for linear, nonlinear and nonparametric autoregressions. **Journal of Statistical Planning and Inference**, 2014.

- PASCUAL, L.; ROMO, J.; RUI. Effects of parameter estimation on prediction densities: a bootstrap approach. **International Journal of Forecasting**, v.17, n.1, p.83–103, 2001.
- PASCUAL, L.; ROMO, J.; RUIZ, E. Bootstrap predictive inference for ARIMA processes. **Journal of Time Series Analysis**, v.25, n.4, p.449–465, Julho 2004.
- PASCUAL, L.; ROMO, J.; RUIZ, E. Bootstrap prediction intervals for power-transformed time series. **International Journal of Forecasting**, v.21, n.2, p.219–235, 2005.
- PASCUAL, L.; ROMO, J.; RUIZ, E. Bootstrap prediction for returns and volatilities in GARCH models. **Computacional Statistics & Data Analysis**, v.50, n.9, p.2293–2312, 2006.
- PRESS, W. et al. **Numerical recipes in C**: The art of scientific computing. 2nd edition.ed. Cambridge University Press, 1992.
- R Development Core Team. **R**: a language and environment for statistical computing. Vienna, Austria: R Foundation for Statistical Computing, 2014. ISBN 3-900051-07-0.
- REEVES, J. J. Bootstrap prediction intervals for ARCH models. **International Journal of Forecasting**, v.21, n.2, p.237–248, 2005.
- ROCHA, A. V.; CRIBARI-NETO, F. Beta autoregressive moving average models. **Test**, v.18, n.3, p.529–545, 2009.
- RUPASINGHE, M.; SAMARANAYAKE, V. A. Asymptotic properties of sieve bootstrap prediction intervals for FARIMA processes. **Statistics and Probability Letters**, v.82, n.12, p.2108–2114, 2012.
- SABESP. **Companhia de Saneamento Básico do estado de São Paulo**. 2015.
- SHIMIZU, K. **Bootstrapping stationary ARMA-GARCH models**. Springer, 2009.
- SHUMWAY, R. H.; STOFFER, D. S. **Time series analysis and its application with R examples**. Springer, 2011.
- SIMS, C. A. Macroeconomics and reality. **Econometrica**, v.48, n.1, p.1–48, 1980.
- SPIERDIJK, L. In press: confidence intervals for ARMA-GARCH value-at-risk: the case of heavy tails and skewness. **Computational Statistics and Data Analysis**, 2016.

- STASZEWSKA-BYSTROVA, A. Bootstrap prediction bands for forecast paths from vector autoregressive models. **Journal of Forecasting**, v.30, n.8, p.721–735, 2011.
- STINE, R. A. Estimating properties of autoregressive forecasts. **Journal of the American Statistical Association**, v.82, n.400, p.1072–1078, 1978.
- STINE, R. A. **Prediction intervals for time series**. 1982. Tese — Princeton University.
- THOMBS, L. A.; SCHUCANY, W. R. Bootstrap prediction intervals for autoregression. **Journal of the American Statistical Association**, v.85, n.410, p.486–492, 1990.
- TRUCÍOS, C.; HOTTA, L. K. Bootstrap prediction in univariate volatility models with leverage effect. **Mathematics and Computers in Simulation**, v.120, p.91–103, 2016.
- VAN DER VAART, A. W. **Asymptotic statistics**. Cambridge University Press, 2000. v.3.
- VEGAS, J. H. H. Impactos da desvalorização do real sobre o comércio entre o Brasil e a Argentina. **Revista Brasileira de Política Internacional**, v.42, n.2, p.5–17, 1999.
- VIDONI, P. A simple procedure for computing improved prediction intervals for autoregressive models. **Journal of Time Series Analysis**, v.30, n.6, p.577–590, 2009.
- WEI, W. W. S. **Time series analysis**. Redwood City: Addison-Wesley, 1994.

## APÊNDICES

---

## APÊNDICE A – Resultados numéricos dos cenários $\beta\text{AR}$ (2), $\beta\text{MA}$ (2) e $\beta\text{ARMA}(1, 1)$ com $\alpha = 0,1$ .

As Tabelas A.1 e A.2 apresentam os resultados numéricos das simulações para o cenário  $\beta\text{AR}$  (2) com  $\mu \approx 0,4$ .

As Tabelas A.3 e A.4 apresentam os resultados numéricos das simulações para o cenário  $\beta\text{AR}$  (2) com  $\mu \approx 0,9$ .

As Tabelas A.5 e A.6 apresentam os resultados numéricos das simulações para o cenário  $\beta\text{MA}$  (2) com  $\mu \approx 0,4$ .

As Tabelas A.7 e A.8 apresentam os resultados numéricos das simulações para o cenário  $\beta\text{MA}$  (2) com  $\mu \approx 0,9$ .

As Tabelas A.9 e A.10 apresentam os resultados numéricos das simulações para o cenário  $\beta\text{ARMA}(1, 1)$  com  $\mu \approx 0,4$ .

As Tabelas A.11 e A.12 apresentam os resultados numéricos das simulações para o cenário  $\beta\text{ARMA}(1, 1)$  com  $\mu \approx 0,9$ .

Tabela A.1 – Intervalos de predição para o cenário 1 considerando  $\alpha = 0,1$  e  $n = 50$ .

$h$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
IP BJ										
$TC_h$	0,882	0,853	0,862	0,865	0,868	0,878	0,864	0,885	0,873	0,873
$A_h$	0,145	0,184	0,186	0,215	0,225	0,229	0,242	0,246	0,249	0,255
$TC_h^I$	0,063	0,089	0,074	0,062	0,065	0,065	0,071	0,063	0,076	0,058
$TC_h^S$	0,055	0,058	0,064	0,073	0,067	0,057	0,065	0,052	0,051	0,069
$S_h$	0,018	0,047	0,038	0,035	0,032	0,022	0,036	0,015	0,027	0,027
IP Qbeta										
$TC_h$	0,880	0,857	0,869	0,865	0,866	0,883	0,863	0,887	0,870	0,877
$A_h$	0,145	0,185	0,187	0,216	0,226	0,230	0,244	0,247	0,251	0,257
$TC_h^I$	0,061	0,086	0,069	0,062	0,064	0,062	0,070	0,061	0,074	0,053
$TC_h^S$	0,059	0,057	0,062	0,073	0,070	0,055	0,067	0,052	0,056	0,070
$S_h$	0,020	0,043	0,031	0,035	0,034	0,017	0,037	0,013	0,030	0,023
IP percentil residual										
$TC_h$	0,902	0,880	0,874	0,867	0,874	0,866	0,866	0,882	0,850	0,870
$A_h$	0,241	0,244	0,256	0,262	0,263	0,265	0,266	0,266	0,267	0,267
$TC_h^I$	0,044	0,064	0,065	0,063	0,063	0,066	0,067	0,058	0,083	0,054
$TC_h^S$	0,054	0,056	0,061	0,070	0,063	0,068	0,067	0,060	0,067	0,076
$S_h$	0,010	0,020	0,026	0,033	0,026	0,034	0,034	0,018	0,050	0,030
IP percentil paramétrico										
$TC_h$	0,811	0,818	0,834	0,855	0,865	0,866	0,860	0,886	0,854	0,874
$A_h$	0,241	0,246	0,256	0,260	0,262	0,263	0,264	0,265	0,265	0,265
$TC_h^I$	0,081	0,097	0,086	0,072	0,070	0,068	0,070	0,055	0,084	0,052
$TC_h^S$	0,108	0,085	0,080	0,073	0,065	0,066	0,070	0,059	0,062	0,074
$S_h$	0,089	0,082	0,066	0,045	0,035	0,034	0,040	0,014	0,046	0,026
IP percentil blocos										
$TC_h$	0,846	0,858	0,854	0,853	0,865	0,869	0,862	0,879	0,852	0,872
$A_h$	0,247	0,265	0,262	0,262	0,263	0,263	0,264	0,265	0,264	0,264
$TC_h^I$	0,067	0,073	0,073	0,071	0,066	0,062	0,070	0,059	0,085	0,054
$TC_h^S$	0,087	0,069	0,073	0,076	0,069	0,069	0,068	0,062	0,063	0,074
$S_h$	0,054	0,042	0,046	0,047	0,035	0,031	0,038	0,021	0,048	0,028
IP percentil blocos cíclicos										
$TC_h$	0,846	0,853	0,852	0,857	0,860	0,863	0,855	0,879	0,850	0,871
$A_h$	0,256	0,265	0,263	0,262	0,262	0,263	0,262	0,263	0,262	0,262
$TC_h^I$	0,069	0,073	0,074	0,071	0,068	0,065	0,071	0,061	0,086	0,055
$TC_h^S$	0,085	0,074	0,074	0,072	0,072	0,072	0,074	0,060	0,064	0,074
$S_h$	0,054	0,047	0,048	0,043	0,040	0,037	0,045	0,021	0,050	0,029
IP percentil BCa										
$TC_h$	0,859	0,846	0,855	0,852	0,837	0,865	0,843	0,872	0,858	0,856
$A_h$	0,141	0,180	0,182	0,210	0,220	0,225	0,237	0,241	0,244	0,251
$TC_h^I$	0,074	0,086	0,076	0,068	0,078	0,066	0,083	0,068	0,077	0,063
$TC_h^S$	0,067	0,068	0,069	0,080	0,085	0,069	0,074	0,060	0,065	0,081
$S_h$	0,041	0,054	0,045	0,048	0,063	0,035	0,057	0,028	0,042	0,044
IP BCa										
$TC_h$	0,861	0,847	0,860	0,847	0,839	0,861	0,844	0,873	0,859	0,853
$A_h$	0,141	0,180	0,183	0,211	0,221	0,226	0,238	0,241	0,245	0,251
$TC_h^I$	0,069	0,082	0,076	0,071	0,075	0,068	0,083	0,065	0,072	0,063
$TC_h^S$	0,070	0,071	0,064	0,082	0,086	0,071	0,073	0,062	0,069	0,084
$S_h$	0,039	0,053	0,040	0,053	0,061	0,039	0,056	0,027	0,041	0,047
IP EPB $\mathcal{R}_1(y_{n+h}^b, \hat{y}_n^b(h))$										
$TC_h$	0,796	0,723	0,734	0,679	0,676	0,668	0,632	0,638	0,629	0,630
$A_h$	0,165	0,171	0,184	0,190	0,191	0,195	0,195	0,196	0,196	0,196
$TC_h^I$	0,110	0,153	0,134	0,146	0,151	0,173	0,201	0,197	0,193	0,176
$TC_h^S$	0,094	0,124	0,132	0,175	0,173	0,159	0,167	0,165	0,178	0,194
$S_h$	0,104	0,177	0,166	0,221	0,224	0,232	0,268	0,262	0,271	0,270
IP EPB $\mathcal{R}_2(y_{n+h}^b, \hat{y}_n^b(h))$										
$TC_h$	0,692	0,660	0,661	0,647	0,642	0,678	0,652	0,646	0,624	0,628
$A_h$	0,109	0,136	0,142	0,163	0,171	0,175	0,184	0,187	0,191	0,195
$TC_h^I$	0,148	0,186	0,176	0,172	0,180	0,149	0,177	0,187	0,210	0,185
$TC_h^S$	0,160	0,154	0,163	0,181	0,178	0,173	0,171	0,167	0,166	0,187
$S_h$	0,208	0,240	0,239	0,253	0,258	0,222	0,248	0,254	0,276	0,272

Tabela A.2 – Intervalos de predição para o cenário 1 considerando  $\alpha = 0,1$  e  $n = 200$ .

$h$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
IP BJ										
$TC_h$	0,905	0,905	0,876	0,892	0,889	0,894	0,889	0,895	0,906	0,899
$A_h$	0,146	0,187	0,189	0,219	0,230	0,233	0,247	0,251	0,253	0,260
$TC_h^I$	0,046	0,053	0,065	0,048	0,053	0,054	0,059	0,058	0,050	0,052
$TC_h^S$	0,049	0,042	0,059	0,060	0,058	0,052	0,052	0,047	0,044	0,049
$S_h$	0,005	0,011	0,024	0,012	0,011	0,006	0,011	0,011	0,006	0,003
IP Qbeta										
$TC_h$	0,909	0,902	0,881	0,896	0,890	0,895	0,890	0,897	0,910	0,899
$A_h$	0,146	0,187	0,189	0,220	0,231	0,234	0,248	0,252	0,254	0,261
$TC_h^I$	0,041	0,054	0,063	0,044	0,049	0,050	0,056	0,054	0,045	0,045
$TC_h^S$	0,050	0,044	0,056	0,060	0,061	0,055	0,054	0,049	0,045	0,056
$S_h$	0,009	0,010	0,019	0,016	0,012	0,005	0,010	0,005	0,010	0,011
IP percentil residual										
$TC_h$	0,927	0,936	0,905	0,910	0,892	0,898	0,901	0,904	0,900	0,905
$A_h$	0,250	0,254	0,266	0,272	0,272	0,274	0,275	0,275	0,275	0,275
$TC_h^I$	0,033	0,028	0,049	0,046	0,054	0,049	0,049	0,052	0,054	0,045
$TC_h^S$	0,040	0,036	0,046	0,044	0,054	0,053	0,050	0,044	0,046	0,050
$S_h$	0,027	0,036	0,005	0,010	0,008	0,004	0,001	0,008	0,008	0,005
IP percentil paramétrico										
$TC_h$	0,848	0,870	0,877	0,891	0,885	0,904	0,901	0,901	0,902	0,901
$A_h$	0,249	0,254	0,266	0,272	0,272	0,274	0,274	0,275	0,275	0,275
$TC_h^I$	0,081	0,055	0,056	0,054	0,062	0,046	0,051	0,051	0,053	0,045
$TC_h^S$	0,071	0,075	0,067	0,055	0,053	0,050	0,048	0,048	0,045	0,054
$S_h$	0,052	0,030	0,023	0,009	0,015	0,004	0,003	0,003	0,008	0,009
IP percentil blocos										
$TC_h$	0,880	0,905	0,888	0,905	0,889	0,899	0,902	0,901	0,897	0,901
$A_h$	0,267	0,276	0,274	0,274	0,275	0,274	0,275	0,275	0,275	0,275
$TC_h^I$	0,061	0,043	0,057	0,047	0,060	0,048	0,050	0,050	0,050	0,044
$TC_h^S$	0,059	0,052	0,055	0,048	0,051	0,053	0,048	0,049	0,053	0,055
$S_h$	0,020	0,009	0,012	0,005	0,011	0,005	0,002	0,001	0,003	0,011
IP percentil blocos cíclicos										
$TC_h$	0,892	0,903	0,897	0,904	0,887	0,900	0,899	0,899	0,900	0,906
$A_h$	0,269	0,276	0,274	0,274	0,274	0,275	0,274	0,274	0,274	0,274
$TC_h^I$	0,054	0,041	0,050	0,045	0,061	0,049	0,050	0,051	0,054	0,045
$TC_h^S$	0,054	0,056	0,053	0,051	0,052	0,051	0,051	0,050	0,046	0,049
$S_h$	0,008	0,015	0,003	0,006	0,013	0,002	0,001	0,001	0,008	0,006
IP percentil BCa										
$TC_h$	0,905	0,896	0,879	0,889	0,888	0,897	0,886	0,891	0,901	0,897
$A_h$	0,145	0,186	0,188	0,219	0,230	0,233	0,247	0,250	0,253	0,260
$TC_h^I$	0,046	0,054	0,061	0,050	0,052	0,051	0,058	0,058	0,051	0,047
$TC_h^S$	0,049	0,050	0,060	0,061	0,060	0,052	0,056	0,051	0,048	0,056
$S_h$	0,005	0,004	0,021	0,011	0,012	0,003	0,014	0,009	0,003	0,009
IP BCa										
$TC_h$	0,900	0,898	0,875	0,889	0,887	0,892	0,884	0,888	0,898	0,895
$A_h$	0,145	0,186	0,188	0,218	0,230	0,233	0,247	0,250	0,252	0,260
$TC_h^I$	0,043	0,052	0,060	0,046	0,050	0,052	0,056	0,060	0,048	0,046
$TC_h^S$	0,057	0,050	0,065	0,065	0,063	0,056	0,060	0,052	0,054	0,059
$S_h$	0,014	0,002	0,025	0,019	0,013	0,008	0,016	0,012	0,006	0,013
IP EPB $\mathcal{R}_1(y_{n+h}^b, \hat{y}_n^b(h))$										
$TC_h$	0,828	0,763	0,755	0,716	0,674	0,701	0,675	0,694	0,658	0,660
$A_h$	0,165	0,173	0,188	0,195	0,196	0,199	0,200	0,200	0,200	0,200
$TC_h^I$	0,082	0,125	0,130	0,149	0,162	0,147	0,168	0,165	0,172	0,170
$TC_h^S$	0,090	0,112	0,115	0,135	0,164	0,152	0,157	0,141	0,170	0,170
$S_h$	0,072	0,137	0,145	0,184	0,226	0,199	0,225	0,206	0,242	0,240
IP EPB $\mathcal{R}_2(y_{n+h}^b, \hat{y}_n^b(h))$										
$TC_h$	0,676	0,672	0,669	0,633	0,648	0,655	0,652	0,652	0,659	0,653
$A_h$	0,104	0,133	0,139	0,162	0,170	0,173	0,183	0,186	0,188	0,193
$TC_h^I$	0,174	0,161	0,172	0,181	0,175	0,183	0,170	0,177	0,177	0,166
$TC_h^S$	0,150	0,167	0,159	0,186	0,177	0,162	0,178	0,171	0,164	0,181
$S_h$	0,224	0,228	0,231	0,267	0,252	0,245	0,248	0,248	0,241	0,247

Tabela A.3 – Intervalos de predição para o cenário 2 considerando  $\alpha = 0,1$  e  $n = 50$ .

$h$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
IP BJ										
$TC_h$	0,473	0,440	0,456	0,449	0,441	0,480	0,437	0,490	0,459	0,449
$A_h$	0,035	0,037	0,040	0,040	0,041	0,041	0,042	0,042	0,042	0,042
$TC_h^I$	0,234	0,255	0,226	0,207	0,221	0,189	0,206	0,180	0,187	0,216
$TC_h^S$	0,293	0,305	0,318	0,344	0,338	0,331	0,357	0,330	0,354	0,335
$S_h$	0,427	0,460	0,444	0,451	0,459	0,420	0,463	0,410	0,441	0,451
IP Qbeta										
$TC_h$	0,877	0,895	0,870	0,872	0,859	0,849	0,868	0,864	0,852	0,866
$A_h$	0,085	0,089	0,094	0,096	0,097	0,098	0,098	0,098	0,098	0,098
$TC_h^I$	0,054	0,053	0,053	0,055	0,048	0,056	0,044	0,049	0,049	0,051
$TC_h^S$	0,069	0,052	0,077	0,073	0,093	0,095	0,088	0,087	0,099	0,083
$S_h$	0,023	0,005	0,030	0,028	0,045	0,051	0,044	0,038	0,050	0,034
IP percentil residual										
$TC_h$	0,880	0,888	0,860	0,868	0,857	0,853	0,862	0,872	0,856	0,871
$A_h$	0,096	0,098	0,098	0,098	0,098	0,098	0,098	0,098	0,098	0,098
$TC_h^I$	0,048	0,049	0,064	0,060	0,054	0,055	0,057	0,050	0,052	0,060
$TC_h^S$	0,072	0,063	0,076	0,072	0,089	0,092	0,081	0,078	0,092	0,069
$S_h$	0,024	0,014	0,040	0,032	0,043	0,047	0,038	0,028	0,044	0,029
IP percentil paramétrico										
$TC_h$	0,857	0,882	0,863	0,875	0,864	0,868	0,878	0,881	0,867	0,882
$A_h$	0,107	0,105	0,105	0,104	0,104	0,104	0,104	0,104	0,104	0,104
$TC_h^I$	0,029	0,032	0,044	0,045	0,039	0,044	0,035	0,040	0,042	0,046
$TC_h^S$	0,114	0,086	0,093	0,080	0,097	0,088	0,087	0,079	0,091	0,072
$S_h$	0,085	0,054	0,049	0,035	0,058	0,044	0,052	0,039	0,049	0,026
IP percentil blocos										
$TC_h$	0,894	0,903	0,892	0,904	0,879	0,887	0,901	0,898	0,880	0,899
$A_h$	0,109	0,111	0,111	0,112	0,112	0,112	0,112	0,112	0,112	0,112
$TC_h^I$	0,030	0,027	0,035	0,031	0,031	0,028	0,019	0,024	0,029	0,029
$TC_h^S$	0,076	0,070	0,073	0,065	0,090	0,085	0,080	0,078	0,091	0,072
$S_h$	0,046	0,043	0,038	0,034	0,059	0,057	0,061	0,054	0,062	0,043
IP percentil blocos cíclicos										
$TC_h$	0,896	0,906	0,895	0,895	0,885	0,890	0,900	0,903	0,882	0,903
$A_h$	0,113	0,113	0,113	0,112	0,112	0,112	0,112	0,112	0,112	0,112
$TC_h^I$	0,026	0,026	0,031	0,031	0,028	0,027	0,018	0,026	0,027	0,027
$TC_h^S$	0,078	0,068	0,074	0,074	0,087	0,083	0,082	0,071	0,091	0,070
$S_h$	0,052	0,042	0,043	0,043	0,059	0,056	0,064	0,045	0,064	0,043
IP percentil BCa										
$TC_h$	0,859	0,872	0,852	0,843	0,841	0,835	0,835	0,845	0,826	0,851
$A_h$	0,082	0,086	0,092	0,093	0,094	0,095	0,095	0,095	0,096	0,096
$TC_h^I$	0,062	0,062	0,065	0,065	0,060	0,063	0,061	0,052	0,060	0,053
$TC_h^S$	0,079	0,066	0,083	0,092	0,099	0,102	0,104	0,103	0,114	0,096
$S_h$	0,041	0,028	0,048	0,057	0,059	0,065	0,065	0,055	0,074	0,049
IP BCa										
$TC_h$	0,855	0,877	0,856	0,847	0,842	0,838	0,839	0,848	0,837	0,847
$A_h$	0,081	0,085	0,090	0,092	0,093	0,093	0,094	0,094	0,094	0,094
$TC_h^I$	0,072	0,070	0,078	0,079	0,071	0,074	0,070	0,064	0,066	0,069
$TC_h^S$	0,073	0,053	0,066	0,074	0,087	0,088	0,091	0,088	0,097	0,084
$S_h$	0,045	0,023	0,044	0,053	0,058	0,062	0,061	0,052	0,063	0,053
IP EPB $\mathcal{R}_1(y_{n+h}^b, \hat{y}_n^b(h))$										
$TC_h$	0,826	0,838	0,781	0,780	0,769	0,755	0,777	0,783	0,762	0,777
$A_h$	0,083	0,087	0,094	0,098	0,101	0,103	0,105	0,106	0,107	0,108
$TC_h^I$	0,081	0,079	0,083	0,062	0,058	0,058	0,036	0,041	0,040	0,036
$TC_h^S$	0,093	0,083	0,136	0,158	0,173	0,187	0,187	0,176	0,198	0,187
$S_h$	0,074	0,062	0,119	0,120	0,131	0,145	0,151	0,135	0,158	0,151
IP EPB $\mathcal{R}_2(y_{n+h}^b, \hat{y}_n^b(h))$										
$TC_h$	0,763	0,780	0,785	0,795	0,777	0,780	0,802	0,807	0,777	0,797
$A_h$	0,079	0,083	0,088	0,089	0,091	0,092	0,092	0,093	0,092	0,092
$TC_h^I$	0,057	0,051	0,057	0,055	0,071	0,070	0,067	0,067	0,073	0,078
$TC_h^S$	0,180	0,169	0,158	0,150	0,152	0,150	0,131	0,126	0,150	0,125
$S_h$	0,137	0,120	0,115	0,105	0,123	0,120	0,098	0,093	0,123	0,103

Tabela A.4 – Intervalos de predição para o cenário 2 considerando  $\alpha = 0,1$  e  $n = 200$ .

$h$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
IP BJ										
$TC_h$	0,474	0,458	0,497	0,479	0,477	0,482	0,495	0,502	0,483	0,470
$A_h$	0,035	0,037	0,040	0,041	0,042	0,042	0,042	0,043	0,043	0,043
$TC_h^I$	0,224	0,243	0,194	0,222	0,201	0,214	0,188	0,180	0,176	0,177
$TC_h^S$	0,302	0,299	0,309	0,299	0,322	0,304	0,317	0,318	0,341	0,353
$S_h$	0,426	0,442	0,403	0,421	0,423	0,418	0,405	0,398	0,417	0,430
IP Qbeta										
$TC_h$	0,904	0,897	0,909	0,891	0,887	0,881	0,883	0,891	0,897	0,889
$A_h$	0,085	0,089	0,096	0,098	0,099	0,100	0,100	0,100	0,101	0,101
$TC_h^I$	0,047	0,050	0,044	0,057	0,052	0,047	0,040	0,037	0,036	0,043
$TC_h^S$	0,049	0,053	0,047	0,052	0,061	0,072	0,077	0,072	0,067	0,068
$S_h$	0,004	0,003	0,009	0,009	0,013	0,025	0,037	0,035	0,031	0,025
IP percentil residual										
$TC_h$	0,915	0,905	0,915	0,890	0,899	0,874	0,892	0,906	0,912	0,900
$A_h$	0,099	0,100	0,101	0,101	0,101	0,101	0,101	0,101	0,101	0,101
$TC_h^I$	0,035	0,045	0,040	0,062	0,055	0,062	0,048	0,042	0,041	0,051
$TC_h^S$	0,050	0,050	0,045	0,048	0,046	0,064	0,060	0,052	0,047	0,049
$S_h$	0,015	0,005	0,015	0,014	0,009	0,026	0,012	0,010	0,012	0,002
IP percentil paramétrico										
$TC_h$	0,866	0,890	0,905	0,893	0,897	0,890	0,889	0,905	0,908	0,909
$A_h$	0,105	0,104	0,103	0,102	0,102	0,102	0,102	0,102	0,102	0,102
$TC_h^I$	0,023	0,033	0,032	0,054	0,050	0,049	0,047	0,040	0,040	0,046
$TC_h^S$	0,111	0,077	0,063	0,053	0,053	0,061	0,064	0,055	0,052	0,045
$S_h$	0,088	0,044	0,031	0,007	0,003	0,012	0,017	0,015	0,012	0,009
IP percentil blocos										
$TC_h$	0,914	0,911	0,916	0,901	0,906	0,894	0,900	0,910	0,915	0,912
$A_h$	0,104	0,104	0,104	0,104	0,104	0,104	0,104	0,104	0,104	0,104
$TC_h^I$	0,041	0,040	0,036	0,052	0,045	0,048	0,043	0,037	0,039	0,044
$TC_h^S$	0,045	0,049	0,048	0,047	0,049	0,058	0,057	0,053	0,046	0,044
$S_h$	0,014	0,011	0,016	0,005	0,006	0,010	0,014	0,016	0,015	0,012
IP percentil blocos cíclicos										
$TC_h$	0,915	0,914	0,916	0,905	0,901	0,888	0,905	0,912	0,916	0,908
$A_h$	0,105	0,104	0,104	0,104	0,104	0,104	0,104	0,104	0,104	0,104
$TC_h^I$	0,041	0,039	0,035	0,050	0,049	0,052	0,040	0,035	0,039	0,044
$TC_h^S$	0,044	0,047	0,049	0,045	0,050	0,060	0,055	0,053	0,045	0,048
$S_h$	0,015	0,014	0,016	0,005	0,001	0,012	0,015	0,018	0,016	0,008
IP percentil BCa										
$TC_h$	0,899	0,891	0,901	0,879	0,879	0,873	0,873	0,888	0,887	0,879
$A_h$	0,084	0,088	0,095	0,097	0,098	0,099	0,099	0,100	0,100	0,100
$TC_h^I$	0,051	0,053	0,046	0,060	0,052	0,051	0,044	0,039	0,041	0,045
$TC_h^S$	0,050	0,056	0,053	0,061	0,069	0,076	0,083	0,073	0,072	0,076
$S_h$	0,001	0,009	0,007	0,021	0,021	0,027	0,039	0,034	0,031	0,031
IP BCa										
$TC_h$	0,901	0,895	0,904	0,878	0,881	0,866	0,873	0,886	0,888	0,887
$A_h$	0,083	0,087	0,093	0,095	0,096	0,097	0,097	0,098	0,098	0,098
$TC_h^I$	0,060	0,063	0,055	0,073	0,063	0,072	0,057	0,050	0,047	0,053
$TC_h^S$	0,039	0,042	0,041	0,049	0,056	0,062	0,070	0,064	0,065	0,060
$S_h$	0,021	0,021	0,014	0,024	0,019	0,034	0,027	0,014	0,018	0,013
IP EPB $\mathcal{R}_1(y_{n+h}^b, \hat{y}_n^b(h))$										
$TC_h$	0,839	0,815	0,815	0,811	0,792	0,781	0,786	0,788	0,780	0,781
$A_h$	0,080	0,085	0,091	0,095	0,098	0,100	0,102	0,103	0,105	0,106
$TC_h^I$	0,093	0,098	0,089	0,084	0,067	0,070	0,051	0,054	0,048	0,046
$TC_h^S$	0,068	0,087	0,096	0,105	0,141	0,149	0,163	0,158	0,172	0,173
$S_h$	0,061	0,085	0,085	0,089	0,108	0,119	0,114	0,112	0,124	0,127
IP EPB $\mathcal{R}_2(y_{n+h}^b, \hat{y}_n^b(h))$										
$TC_h$	0,757	0,747	0,801	0,793	0,775	0,796	0,796	0,821	0,817	0,810
$A_h$	0,074	0,081	0,089	0,091	0,093	0,094	0,095	0,095	0,095	0,095
$TC_h^I$	0,053	0,059	0,036	0,065	0,067	0,066	0,064	0,055	0,053	0,066
$TC_h^S$	0,190	0,194	0,163	0,142	0,158	0,138	0,140	0,124	0,130	0,124
$S_h$	0,143	0,153	0,127	0,107	0,125	0,104	0,104	0,079	0,083	0,090

Tabela A.5 – Intervalos de predição para o cenário 3 considerando  $\alpha = 0,1$  e  $n = 50$ .

$h$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
IP BJ										
$TC_h$	0,885	0,898	0,878	0,869	0,878	0,865	0,888	0,867	0,872	0,870
$A_h$	0,197	0,200	0,200	0,200	0,200	0,200	0,200	0,200	0,200	0,200
$TC_h^I$	0,055	0,056	0,065	0,068	0,070	0,072	0,060	0,071	0,073	0,076
$TC_h^S$	0,060	0,046	0,057	0,063	0,052	0,063	0,052	0,062	0,055	0,054
$S_h$	0,015	0,010	0,022	0,031	0,022	0,035	0,012	0,033	0,028	0,030
IP Qbeta										
$TC_h$	0,927	0,938	0,921	0,914	0,924	0,925	0,928	0,916	0,919	0,919
$A_h$	0,227	0,231	0,231	0,231	0,231	0,231	0,231	0,231	0,231	0,231
$TC_h^I$	0,034	0,029	0,036	0,039	0,041	0,031	0,031	0,041	0,042	0,042
$TC_h^S$	0,039	0,033	0,043	0,047	0,035	0,044	0,041	0,043	0,039	0,039
$S_h$	0,027	0,038	0,021	0,014	0,024	0,025	0,028	0,016	0,019	0,019
IP percentil residual										
$TC_h$	0,900	0,906	0,907	0,895	0,898	0,904	0,914	0,888	0,899	0,895
$A_h$	0,208	0,211	0,214	0,214	0,214	0,214	0,214	0,214	0,214	0,214
$TC_h^I$	0,045	0,045	0,043	0,048	0,053	0,045	0,040	0,058	0,058	0,056
$TC_h^S$	0,055	0,049	0,050	0,057	0,049	0,051	0,046	0,054	0,043	0,049
$S_h$	0,010	0,006	0,007	0,009	0,004	0,006	0,014	0,012	0,015	0,007
IP percentil paramétrico										
$TC_h$	0,941	0,943	0,943	0,927	0,932	0,946	0,948	0,926	0,931	0,938
$A_h$	0,237	0,241	0,244	0,245	0,244	0,244	0,245	0,245	0,245	0,244
$TC_h^I$	0,033	0,029	0,031	0,038	0,041	0,028	0,027	0,040	0,041	0,035
$TC_h^S$	0,026	0,028	0,026	0,035	0,027	0,026	0,025	0,034	0,028	0,027
$S_h$	0,041	0,043	0,043	0,027	0,032	0,046	0,048	0,026	0,031	0,038
IP percentil blocos										
$TC_h$	0,889	0,895	0,908	0,904	0,910	0,913	0,925	0,901	0,910	0,904
$A_h$	0,204	0,209	0,221	0,221	0,221	0,222	0,222	0,221	0,221	0,221
$TC_h^I$	0,050	0,052	0,042	0,043	0,050	0,039	0,035	0,051	0,050	0,050
$TC_h^S$	0,061	0,053	0,050	0,053	0,040	0,048	0,040	0,048	0,040	0,046
$S_h$	0,011	0,005	0,008	0,010	0,010	0,013	0,025	0,003	0,010	0,004
IP percentil blocos cíclicos										
$TC_h$	0,894	0,897	0,910	0,902	0,905	0,909	0,913	0,894	0,910	0,900
$A_h$	0,205	0,208	0,218	0,218	0,218	0,218	0,218	0,218	0,218	0,218
$TC_h^I$	0,048	0,050	0,045	0,045	0,050	0,041	0,042	0,055	0,052	0,053
$TC_h^S$	0,058	0,053	0,045	0,053	0,045	0,050	0,045	0,051	0,038	0,047
$S_h$	0,010	0,003	0,010	0,008	0,005	0,009	0,013	0,006	0,014	0,006
IP percentil BCa										
$TC_h$	0,893	0,905	0,874	0,881	0,893	0,879	0,897	0,881	0,879	0,885
$A_h$	0,204	0,207	0,207	0,207	0,207	0,207	0,206	0,207	0,206	0,207
$TC_h^I$	0,050	0,044	0,050	0,055	0,052	0,053	0,038	0,054	0,061	0,059
$TC_h^S$	0,057	0,051	0,076	0,064	0,055	0,068	0,065	0,065	0,060	0,056
$S_h$	0,007	0,007	0,026	0,019	0,007	0,021	0,027	0,019	0,021	0,015
IP BCa										
$TC_h$	0,891	0,912	0,870	0,872	0,892	0,881	0,902	0,882	0,878	0,887
$A_h$	0,204	0,207	0,207	0,207	0,207	0,208	0,207	0,208	0,207	0,207
$TC_h^I$	0,046	0,034	0,048	0,051	0,047	0,049	0,035	0,048	0,057	0,052
$TC_h^S$	0,063	0,054	0,082	0,077	0,061	0,070	0,063	0,070	0,065	0,061
$S_h$	0,017	0,020	0,034	0,028	0,014	0,021	0,028	0,022	0,022	0,013
IP EPB $\mathcal{R}_1(y_{n+h}^b, \hat{y}_n^b(h))$										
$TC_h$	0,905	0,907	0,851	0,846	0,856	0,853	0,866	0,854	0,887	0,867
$A_h$	0,212	0,216	0,219	0,220	0,219	0,219	0,220	0,220	0,219	0,220
$TC_h^I$	0,063	0,066	0,094	0,091	0,091	0,094	0,087	0,093	0,076	0,089
$TC_h^S$	0,032	0,027	0,055	0,063	0,053	0,053	0,047	0,053	0,037	0,044
$S_h$	0,031	0,039	0,049	0,054	0,044	0,047	0,040	0,046	0,039	0,045
IP EPB $\mathcal{R}_2(y_{n+h}^b, \hat{y}_n^b(h))$										
$TC_h$	0,888	0,897	0,827	0,867	0,844	0,853	0,855	0,834	0,841	0,848
$A_h$	0,197	0,201	0,204	0,204	0,205	0,204	0,205	0,205	0,205	0,204
$TC_h^I$	0,040	0,043	0,074	0,054	0,078	0,066	0,066	0,070	0,075	0,079
$TC_h^S$	0,072	0,060	0,099	0,079	0,078	0,081	0,079	0,096	0,084	0,073
$S_h$	0,032	0,017	0,073	0,033	0,056	0,047	0,045	0,066	0,059	0,052

Tabela A.6 – Intervalos de predição para o cenário 3 considerando  $\alpha = 0,1$  e  $n = 200$ .

$h$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
IP BJ										
$TC_h$	0,869	0,879	0,868	0,856	0,860	0,838	0,860	0,834	0,879	0,847
$A_h$	0,183	0,185	0,184	0,184	0,184	0,184	0,184	0,184	0,184	0,184
$TC_h^I$	0,074	0,079	0,075	0,080	0,083	0,085	0,079	0,086	0,064	0,085
$TC_h^S$	0,057	0,042	0,057	0,064	0,057	0,077	0,061	0,080	0,057	0,068
$S_h$	0,031	0,037	0,032	0,044	0,040	0,062	0,040	0,066	0,021	0,053
IP Qbeta										
$TC_h$	0,918	0,929	0,919	0,909	0,912	0,893	0,905	0,877	0,928	0,892
$A_h$	0,210	0,212	0,212	0,212	0,212	0,212	0,212	0,212	0,212	0,212
$TC_h^I$	0,040	0,047	0,037	0,041	0,042	0,047	0,051	0,056	0,038	0,057
$TC_h^S$	0,042	0,024	0,044	0,050	0,046	0,060	0,044	0,067	0,034	0,051
$S_h$	0,018	0,029	0,019	0,009	0,012	0,013	0,007	0,023	0,028	0,008
IP percentil residual										
$TC_h$	0,888	0,904	0,911	0,910	0,913	0,884	0,905	0,873	0,924	0,889
$A_h$	0,207	0,208	0,209	0,209	0,209	0,209	0,209	0,209	0,209	0,209
$TC_h^I$	0,056	0,052	0,041	0,045	0,044	0,056	0,053	0,061	0,037	0,060
$TC_h^S$	0,056	0,044	0,048	0,045	0,043	0,060	0,042	0,066	0,039	0,051
$S_h$	0,012	0,008	0,011	0,010	0,013	0,016	0,011	0,027	0,024	0,011
IP percentil paramétrico										
$TC_h$	0,902	0,918	0,924	0,909	0,918	0,896	0,914	0,884	0,928	0,899
$A_h$	0,213	0,214	0,215	0,215	0,215	0,215	0,215	0,215	0,215	0,215
$TC_h^I$	0,051	0,047	0,038	0,045	0,040	0,050	0,047	0,059	0,038	0,055
$TC_h^S$	0,047	0,035	0,038	0,046	0,042	0,054	0,039	0,057	0,034	0,046
$S_h$	0,004	0,018	0,024	0,009	0,018	0,004	0,014	0,016	0,028	0,009
IP percentil blocos										
$TC_h$	0,877	0,900	0,911	0,910	0,913	0,884	0,907	0,878	0,923	0,892
$A_h$	0,201	0,203	0,209	0,210	0,209	0,210	0,210	0,209	0,210	0,210
$TC_h^I$	0,062	0,051	0,043	0,043	0,044	0,055	0,049	0,058	0,039	0,058
$TC_h^S$	0,061	0,049	0,046	0,047	0,043	0,061	0,044	0,064	0,038	0,050
$S_h$	0,023	0,002	0,011	0,010	0,013	0,016	0,007	0,022	0,023	0,008
IP percentil blocos cíclicos										
$TC_h$	0,882	0,900	0,910	0,907	0,911	0,888	0,900	0,877	0,926	0,888
$A_h$	0,202	0,203	0,209	0,209	0,209	0,209	0,209	0,209	0,209	0,209
$TC_h^I$	0,059	0,052	0,042	0,045	0,046	0,052	0,054	0,061	0,036	0,059
$TC_h^S$	0,059	0,048	0,048	0,048	0,043	0,060	0,046	0,062	0,038	0,053
$S_h$	0,018	0,004	0,010	0,007	0,011	0,012	0,008	0,023	0,026	0,012
IP percentil BCa										
$TC_h$	0,910	0,924	0,916	0,907	0,910	0,879	0,906	0,877	0,919	0,882
$A_h$	0,206	0,208	0,208	0,208	0,208	0,208	0,208	0,208	0,208	0,208
$TC_h^I$	0,044	0,050	0,038	0,044	0,046	0,055	0,047	0,058	0,036	0,059
$TC_h^S$	0,046	0,026	0,046	0,049	0,044	0,066	0,047	0,065	0,045	0,059
$S_h$	0,010	0,024	0,016	0,007	0,010	0,021	0,006	0,023	0,019	0,018
IP BCa										
$TC_h$	0,912	0,921	0,911	0,906	0,908	0,879	0,897	0,877	0,921	0,886
$A_h$	0,206	0,208	0,207	0,208	0,208	0,208	0,208	0,208	0,208	0,208
$TC_h^I$	0,041	0,047	0,036	0,040	0,042	0,052	0,048	0,055	0,031	0,053
$TC_h^S$	0,047	0,032	0,053	0,054	0,050	0,069	0,055	0,068	0,048	0,061
$S_h$	0,012	0,021	0,017	0,014	0,008	0,021	0,007	0,023	0,021	0,014
IP EPB $\mathcal{R}_1(y_{n+h}^b, \hat{y}_n^b(h))$										
$TC_h$	0,886	0,883	0,839	0,825	0,843	0,825	0,846	0,831	0,853	0,825
$A_h$	0,197	0,197	0,198	0,198	0,199	0,198	0,197	0,198	0,198	0,197
$TC_h^I$	0,076	0,091	0,104	0,107	0,101	0,108	0,103	0,102	0,093	0,105
$TC_h^S$	0,038	0,026	0,057	0,068	0,056	0,067	0,051	0,067	0,054	0,070
$S_h$	0,038	0,065	0,061	0,075	0,057	0,075	0,054	0,069	0,047	0,075
IP EPB $\mathcal{R}_2(y_{n+h}^b, \hat{y}_n^b(h))$										
$TC_h$	0,881	0,889	0,850	0,840	0,859	0,832	0,844	0,809	0,857	0,826
$A_h$	0,189	0,191	0,191	0,190	0,191	0,191	0,191	0,191	0,191	0,191
$TC_h^I$	0,058	0,064	0,073	0,071	0,066	0,078	0,076	0,085	0,061	0,085
$TC_h^S$	0,061	0,047	0,077	0,089	0,075	0,090	0,080	0,106	0,082	0,089
$S_h$	0,019	0,017	0,050	0,060	0,041	0,068	0,056	0,091	0,043	0,074

Tabela A.7 – Intervalos de predição para o cenário 4 considerando  $\alpha = 0,1$  e  $n = 50$ .

$h$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
IP BJ										
$TC_h$	0,837	0,840	0,807	0,791	0,793	0,801	0,797	0,784	0,774	0,798
$A_h$	0,111	0,112	0,114	0,114	0,114	0,114	0,114	0,114	0,114	0,114
$TC_h^I$	0,052	0,069	0,072	0,084	0,090	0,076	0,085	0,083	0,103	0,074
$TC_h^S$	0,111	0,091	0,121	0,125	0,117	0,123	0,118	0,133	0,123	0,128
$S_h$	0,063	0,060	0,093	0,109	0,107	0,099	0,103	0,116	0,126	0,102
IP Qbeta										
$TC_h$	0,957	0,961	0,929	0,931	0,929	0,935	0,934	0,915	0,916	0,923
$A_h$	0,156	0,159	0,160	0,160	0,160	0,160	0,160	0,160	0,160	0,160
$TC_h^I$	0,018	0,019	0,029	0,032	0,034	0,026	0,035	0,042	0,052	0,031
$TC_h^S$	0,025	0,020	0,042	0,037	0,037	0,039	0,031	0,043	0,032	0,046
$S_h$	0,057	0,061	0,029	0,031	0,029	0,035	0,034	0,015	0,020	0,023
IP percentil residual										
$TC_h$	0,886	0,886	0,889	0,898	0,891	0,911	0,895	0,885	0,883	0,894
$A_h$	0,136	0,139	0,141	0,141	0,141	0,141	0,141	0,141	0,141	0,141
$TC_h^I$	0,049	0,056	0,047	0,050	0,058	0,037	0,053	0,056	0,070	0,047
$TC_h^S$	0,065	0,058	0,064	0,052	0,051	0,052	0,052	0,059	0,047	0,059
$S_h$	0,016	0,014	0,017	0,002	0,009	0,015	0,005	0,015	0,023	0,012
IP percentil paramétrico										
$TC_h$	0,974	0,975	0,983	0,972	0,972	0,978	0,979	0,965	0,979	0,969
$A_h$	0,192	0,196	0,200	0,200	0,200	0,200	0,200	0,200	0,200	0,200
$TC_h^I$	0,005	0,007	0,003	0,006	0,010	0,005	0,006	0,009	0,008	0,005
$TC_h^S$	0,021	0,018	0,014	0,022	0,018	0,017	0,015	0,026	0,013	0,026
$S_h$	0,074	0,075	0,083	0,072	0,072	0,078	0,079	0,065	0,079	0,069
IP percentil blocos										
$TC_h$	0,876	0,891	0,902	0,908	0,914	0,917	0,906	0,891	0,897	0,904
$A_h$	0,134	0,140	0,147	0,147	0,147	0,147	0,147	0,146	0,147	0,147
$TC_h^I$	0,054	0,048	0,044	0,045	0,045	0,035	0,046	0,048	0,062	0,039
$TC_h^S$	0,070	0,061	0,054	0,047	0,041	0,048	0,048	0,061	0,041	0,057
$S_h$	0,024	0,013	0,010	0,008	0,014	0,017	0,006	0,013	0,021	0,018
IP percentil blocos cíclicos										
$TC_h$	0,877	0,887	0,903	0,912	0,904	0,917	0,904	0,888	0,898	0,901
$A_h$	0,134	0,139	0,145	0,145	0,145	0,145	0,145	0,145	0,145	0,145
$TC_h^I$	0,053	0,052	0,039	0,041	0,048	0,035	0,046	0,051	0,062	0,041
$TC_h^S$	0,070	0,061	0,058	0,047	0,048	0,048	0,050	0,061	0,040	0,058
$S_h$	0,023	0,013	0,019	0,012	0,004	0,017	0,004	0,012	0,022	0,017
IP percentil BCa										
$TC_h$	0,907	0,917	0,873	0,876	0,873	0,883	0,876	0,861	0,853	0,868
$A_h$	0,131	0,133	0,134	0,134	0,134	0,134	0,134	0,134	0,134	0,134
$TC_h^I$	0,035	0,047	0,056	0,062	0,064	0,056	0,062	0,064	0,084	0,051
$TC_h^S$	0,058	0,036	0,071	0,062	0,063	0,061	0,062	0,075	0,063	0,081
$S_h$	0,023	0,017	0,027	0,024	0,027	0,017	0,024	0,039	0,047	0,032
IP BCa										
$TC_h$	0,912	0,914	0,877	0,872	0,879	0,886	0,873	0,858	0,854	0,875
$A_h$	0,130	0,133	0,134	0,133	0,133	0,134	0,134	0,134	0,134	0,133
$TC_h^I$	0,042	0,055	0,063	0,073	0,071	0,062	0,073	0,076	0,096	0,058
$TC_h^S$	0,046	0,031	0,060	0,055	0,050	0,052	0,054	0,066	0,050	0,067
$S_h$	0,012	0,024	0,023	0,028	0,021	0,014	0,027	0,042	0,046	0,025
IP EPB $\mathcal{R}_1(y_{n+h}^b, \hat{y}_n^b(h))$										
$TC_h$	0,899	0,913	0,831	0,832	0,844	0,843	0,839	0,815	0,844	0,836
$A_h$	0,146	0,150	0,161	0,161	0,160	0,160	0,161	0,160	0,160	0,160
$TC_h^I$	0,010	0,011	0,032	0,030	0,038	0,031	0,035	0,045	0,035	0,027
$TC_h^S$	0,091	0,076	0,137	0,138	0,118	0,126	0,126	0,140	0,121	0,137
$S_h$	0,081	0,065	0,105	0,108	0,080	0,095	0,091	0,095	0,086	0,110
IP EPB $\mathcal{R}_2(y_{n+h}^b, \hat{y}_n^b(h))$										
$TC_h$	0,840	0,837	0,787	0,788	0,775	0,786	0,798	0,787	0,769	0,794
$A_h$	0,109	0,112	0,117	0,117	0,117	0,117	0,117	0,117	0,117	0,117
$TC_h^I$	0,081	0,094	0,117	0,114	0,127	0,117	0,115	0,120	0,132	0,104
$TC_h^S$	0,079	0,069	0,096	0,098	0,098	0,097	0,087	0,093	0,099	0,102
$S_h$	0,060	0,063	0,113	0,112	0,125	0,114	0,102	0,113	0,131	0,106

Tabela A.8 – Intervalos de predição para o cenário 4 considerando  $\alpha = 0,1$  e  $n = 200$ .

$h$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
IP BJ										
$TC_h$	0,855	0,849	0,802	0,782	0,798	0,776	0,779	0,751	0,762	0,766
$A_h$	0,103	0,104	0,105	0,105	0,105	0,105	0,105	0,105	0,105	0,105
$TC_h^I$	0,068	0,056	0,079	0,086	0,083	0,077	0,084	0,103	0,103	0,088
$TC_h^S$	0,077	0,095	0,119	0,132	0,119	0,147	0,137	0,146	0,135	0,146
$S_h$	0,045	0,051	0,098	0,118	0,102	0,124	0,121	0,149	0,138	0,134
IP Qbeta										
$TC_h$	0,966	0,959	0,927	0,927	0,926	0,904	0,913	0,901	0,915	0,913
$A_h$	0,145	0,147	0,148	0,148	0,148	0,148	0,148	0,148	0,148	0,148
$TC_h^I$	0,024	0,021	0,039	0,031	0,037	0,042	0,040	0,053	0,037	0,039
$TC_h^S$	0,010	0,020	0,034	0,042	0,037	0,054	0,047	0,046	0,048	0,048
$S_h$	0,066	0,059	0,027	0,027	0,026	0,012	0,013	0,007	0,015	0,013
IP percentil residual										
$TC_h$	0,903	0,911	0,909	0,905	0,901	0,876	0,891	0,877	0,893	0,891
$A_h$	0,136	0,138	0,138	0,138	0,138	0,138	0,138	0,138	0,138	0,138
$TC_h^I$	0,049	0,039	0,046	0,041	0,046	0,054	0,052	0,065	0,054	0,051
$TC_h^S$	0,048	0,050	0,045	0,054	0,053	0,070	0,057	0,058	0,053	0,058
$S_h$	0,003	0,011	0,009	0,013	0,007	0,024	0,009	0,023	0,007	0,009
IP percentil paramétrico										
$TC_h$	0,941	0,939	0,939	0,942	0,947	0,920	0,929	0,923	0,934	0,930
$A_h$	0,156	0,157	0,157	0,157	0,157	0,157	0,157	0,157	0,157	0,157
$TC_h^I$	0,027	0,024	0,031	0,023	0,023	0,034	0,032	0,039	0,028	0,029
$TC_h^S$	0,032	0,037	0,030	0,035	0,030	0,046	0,039	0,038	0,041	0,041
$S_h$	0,041	0,039	0,039	0,042	0,047	0,020	0,029	0,023	0,034	0,030
IP percentil blocos										
$TC_h$	0,889	0,896	0,916	0,911	0,907	0,889	0,892	0,876	0,897	0,900
$A_h$	0,131	0,134	0,139	0,139	0,139	0,139	0,139	0,139	0,139	0,139
$TC_h^I$	0,053	0,044	0,042	0,038	0,046	0,047	0,051	0,066	0,050	0,044
$TC_h^S$	0,058	0,060	0,042	0,051	0,047	0,064	0,057	0,058	0,053	0,056
$S_h$	0,011	0,016	0,016	0,013	0,007	0,017	0,008	0,024	0,003	0,012
IP percentil blocos cíclicos										
$TC_h$	0,896	0,900	0,913	0,908	0,908	0,885	0,888	0,874	0,893	0,898
$A_h$	0,131	0,134	0,139	0,139	0,139	0,139	0,139	0,139	0,139	0,138
$TC_h^I$	0,050	0,039	0,046	0,041	0,043	0,050	0,053	0,063	0,055	0,050
$TC_h^S$	0,054	0,061	0,041	0,051	0,049	0,065	0,059	0,063	0,052	0,052
$S_h$	0,004	0,022	0,013	0,010	0,008	0,015	0,012	0,026	0,007	0,002
IP percentil BCa										
$TC_h$	0,950	0,934	0,897	0,902	0,902	0,878	0,883	0,867	0,891	0,886
$A_h$	0,133	0,135	0,136	0,136	0,135	0,136	0,135	0,136	0,136	0,136
$TC_h^I$	0,036	0,031	0,052	0,042	0,047	0,047	0,056	0,066	0,053	0,049
$TC_h^S$	0,014	0,035	0,051	0,056	0,051	0,075	0,061	0,067	0,056	0,065
$S_h$	0,050	0,034	0,003	0,014	0,004	0,028	0,017	0,033	0,009	0,016
IP BCa										
$TC_h$	0,950	0,936	0,907	0,898	0,898	0,877	0,880	0,863	0,887	0,887
$A_h$	0,132	0,134	0,135	0,135	0,135	0,135	0,135	0,135	0,135	0,135
$TC_h^I$	0,038	0,039	0,053	0,052	0,057	0,061	0,063	0,077	0,061	0,055
$TC_h^S$	0,012	0,025	0,040	0,050	0,045	0,062	0,057	0,060	0,052	0,058
$S_h$	0,050	0,036	0,013	0,002	0,012	0,023	0,020	0,037	0,013	0,013
IP EPB $\mathcal{R}_1(y_{n+h}^b, \hat{y}_n^b(h))$										
$TC_h$	0,922	0,891	0,804	0,805	0,820	0,789	0,807	0,798	0,817	0,790
$A_h$	0,130	0,131	0,134	0,137	0,135	0,135	0,134	0,135	0,135	0,134
$TC_h^I$	0,024	0,029	0,076	0,049	0,055	0,046	0,063	0,062	0,057	0,065
$TC_h^S$	0,054	0,080	0,120	0,146	0,125	0,165	0,130	0,140	0,126	0,145
$S_h$	0,030	0,051	0,096	0,097	0,080	0,119	0,093	0,102	0,083	0,110
IP EPB $\mathcal{R}_2(y_{n+h}^b, \hat{y}_n^b(h))$										
$TC_h$	0,904	0,882	0,790	0,786	0,808	0,804	0,786	0,769	0,775	0,797
$A_h$	0,116	0,117	0,119	0,118	0,119	0,119	0,119	0,119	0,119	0,119
$TC_h^I$	0,057	0,061	0,094	0,109	0,099	0,097	0,109	0,121	0,110	0,095
$TC_h^S$	0,039	0,057	0,116	0,105	0,093	0,099	0,105	0,110	0,115	0,108
$S_h$	0,018	0,018	0,110	0,114	0,092	0,096	0,114	0,131	0,125	0,103

Tabela A.9 – Intervalos de predição para o cenário 5 considerando  $\alpha = 0,1$  e  $n = 50$ .

$h$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
IP BJ										
$TC_h$	0,897	0,914	0,915	0,927	0,917	0,908	0,915	0,906	0,911	0,899
$A_h$	0,152	0,156	0,156	0,156	0,156	0,157	0,157	0,157	0,157	0,157
$TC_h^I$	0,047	0,044	0,047	0,045	0,046	0,051	0,037	0,050	0,036	0,055
$TC_h^S$	0,056	0,042	0,038	0,028	0,037	0,041	0,048	0,044	0,053	0,046
$S_h$	0,009	0,014	0,015	0,027	0,017	0,010	0,015	0,006	0,017	0,009
IP Qbeta										
$TC_h$	0,885	0,903	0,906	0,916	0,910	0,898	0,907	0,892	0,899	0,888
$A_h$	0,148	0,151	0,152	0,152	0,152	0,152	0,152	0,152	0,152	0,152
$TC_h^I$	0,052	0,048	0,050	0,049	0,048	0,056	0,042	0,058	0,043	0,059
$TC_h^S$	0,063	0,049	0,044	0,035	0,042	0,046	0,051	0,050	0,058	0,053
$S_h$	0,015	0,003	0,006	0,016	0,010	0,010	0,009	0,008	0,015	0,012
IP percentil residual										
$TC_h$	0,922	0,917	0,917	0,926	0,912	0,907	0,915	0,900	0,894	0,886
$A_h$	0,165	0,158	0,156	0,154	0,154	0,153	0,153	0,153	0,152	0,152
$TC_h^I$	0,035	0,043	0,043	0,044	0,049	0,049	0,037	0,052	0,050	0,058
$TC_h^S$	0,043	0,040	0,040	0,030	0,039	0,044	0,048	0,048	0,056	0,056
$S_h$	0,022	0,017	0,017	0,026	0,012	0,007	0,015	0,004	0,006	0,014
IP percentil paramétrico										
$TC_h$	0,937	0,929	0,923	0,933	0,924	0,916	0,918	0,914	0,916	0,902
$A_h$	0,173	0,165	0,163	0,161	0,160	0,159	0,159	0,159	0,159	0,159
$TC_h^I$	0,031	0,034	0,043	0,039	0,043	0,045	0,036	0,046	0,040	0,052
$TC_h^S$	0,032	0,037	0,034	0,028	0,033	0,039	0,046	0,040	0,044	0,046
$S_h$	0,037	0,029	0,023	0,033	0,024	0,016	0,018	0,014	0,016	0,006
IP percentil blocos										
$TC_h$	0,912	0,918	0,912	0,918	0,911	0,898	0,908	0,901	0,898	0,890
$A_h$	0,162	0,158	0,156	0,155	0,155	0,154	0,154	0,153	0,153	0,153
$TC_h^I$	0,042	0,044	0,048	0,047	0,051	0,054	0,040	0,053	0,048	0,058
$TC_h^S$	0,046	0,038	0,040	0,035	0,038	0,048	0,052	0,046	0,054	0,052
$S_h$	0,012	0,018	0,012	0,018	0,013	0,006	0,012	0,007	0,006	0,010
IP percentil blocos cíclicos										
$TC_h$	0,916	0,918	0,918	0,923	0,914	0,907	0,909	0,898	0,896	0,895
$A_h$	0,163	0,159	0,156	0,155	0,154	0,154	0,154	0,153	0,153	0,153
$TC_h^I$	0,039	0,043	0,044	0,046	0,048	0,050	0,041	0,053	0,046	0,055
$TC_h^S$	0,045	0,039	0,038	0,031	0,038	0,043	0,050	0,049	0,058	0,050
$S_h$	0,016	0,018	0,018	0,023	0,014	0,007	0,009	0,004	0,012	0,005
IP percentil BCa										
$TC_h$	0,865	0,892	0,884	0,896	0,897	0,880	0,891	0,880	0,883	0,880
$A_h$	0,143	0,146	0,146	0,146	0,146	0,146	0,146	0,147	0,146	0,147
$TC_h^I$	0,059	0,055	0,057	0,055	0,056	0,064	0,048	0,057	0,053	0,061
$TC_h^S$	0,076	0,053	0,059	0,049	0,047	0,056	0,061	0,063	0,064	0,059
$S_h$	0,035	0,008	0,016	0,006	0,009	0,020	0,013	0,020	0,017	0,020
IP BCa										
$TC_h$	0,863	0,889	0,877	0,893	0,897	0,877	0,884	0,878	0,878	0,876
$A_h$	0,143	0,146	0,146	0,146	0,147	0,146	0,147	0,147	0,147	0,147
$TC_h^I$	0,058	0,055	0,058	0,054	0,053	0,066	0,051	0,057	0,055	0,063
$TC_h^S$	0,079	0,056	0,065	0,053	0,050	0,057	0,065	0,065	0,067	0,061
$S_h$	0,037	0,011	0,023	0,007	0,003	0,023	0,016	0,022	0,022	0,024
IP EPB $\mathcal{R}_1(y_{n+h}^b, \hat{y}_n^b(h))$										
$TC_h$	0,912	0,916	0,905	0,912	0,907	0,900	0,903	0,895	0,897	0,883
$A_h$	0,168	0,160	0,158	0,156	0,156	0,155	0,155	0,154	0,154	0,154
$TC_h^I$	0,034	0,046	0,051	0,044	0,051	0,058	0,046	0,056	0,056	0,060
$TC_h^S$	0,054	0,038	0,044	0,044	0,042	0,042	0,051	0,049	0,047	0,057
$S_h$	0,020	0,016	0,007	0,012	0,009	0,016	0,005	0,007	0,009	0,017
IP EPB $\mathcal{R}_2(y_{n+h}^b, \hat{y}_n^b(h))$										
$TC_h$	0,909	0,907	0,903	0,925	0,902	0,891	0,905	0,885	0,887	0,881
$A_h$	0,166	0,159	0,157	0,155	0,154	0,153	0,153	0,153	0,153	0,153
$TC_h^I$	0,047	0,050	0,051	0,048	0,056	0,058	0,046	0,062	0,050	0,062
$TC_h^S$	0,044	0,043	0,046	0,027	0,042	0,051	0,049	0,053	0,063	0,057
$S_h$	0,009	0,007	0,005	0,025	0,014	0,009	0,005	0,015	0,013	0,019

Tabela A.10 – Intervalos de predição para o cenário 5 considerando  $\alpha = 0,1$  e  $n = 200$ .

$h$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
IP BJ										
$TC_h$	0,899	0,905	0,914	0,907	0,903	0,917	0,908	0,911	0,930	0,927
$A_h$	0,154	0,155	0,155	0,155	0,156	0,156	0,156	0,156	0,156	0,156
$TC_h^I$	0,053	0,056	0,046	0,045	0,056	0,042	0,046	0,053	0,037	0,034
$TC_h^S$	0,048	0,039	0,040	0,048	0,041	0,041	0,046	0,036	0,033	0,039
$S_h$	0,005	0,017	0,014	0,007	0,015	0,017	0,008	0,017	0,030	0,027
IP Qbeta										
$TC_h$	0,891	0,896	0,905	0,898	0,890	0,909	0,903	0,905	0,917	0,920
$A_h$	0,150	0,151	0,151	0,151	0,151	0,151	0,151	0,151	0,151	0,151
$TC_h^I$	0,055	0,058	0,054	0,047	0,061	0,042	0,048	0,055	0,040	0,036
$TC_h^S$	0,054	0,046	0,041	0,055	0,049	0,049	0,049	0,040	0,043	0,044
$S_h$	0,009	0,012	0,013	0,008	0,012	0,009	0,003	0,015	0,017	0,020
IP percentil residual										
$TC_h$	0,928	0,913	0,913	0,905	0,893	0,914	0,900	0,906	0,915	0,916
$A_h$	0,167	0,158	0,155	0,154	0,153	0,153	0,152	0,152	0,152	0,152
$TC_h^I$	0,040	0,050	0,048	0,044	0,061	0,042	0,049	0,057	0,041	0,037
$TC_h^S$	0,032	0,037	0,039	0,051	0,046	0,044	0,051	0,037	0,044	0,047
$S_h$	0,028	0,013	0,013	0,007	0,015	0,014	0,002	0,020	0,015	0,016
IP percentil paramétrico										
$TC_h$	0,931	0,922	0,913	0,911	0,902	0,914	0,909	0,910	0,926	0,921
$A_h$	0,171	0,161	0,158	0,157	0,155	0,155	0,154	0,154	0,154	0,153
$TC_h^I$	0,038	0,047	0,047	0,040	0,055	0,042	0,043	0,053	0,038	0,035
$TC_h^S$	0,031	0,031	0,040	0,049	0,043	0,044	0,048	0,037	0,036	0,044
$S_h$	0,031	0,022	0,013	0,011	0,012	0,014	0,009	0,016	0,026	0,021
IP percentil blocos										
$TC_h$	0,917	0,908	0,909	0,902	0,899	0,912	0,904	0,905	0,917	0,916
$A_h$	0,164	0,157	0,154	0,153	0,153	0,152	0,152	0,151	0,151	0,151
$TC_h^I$	0,046	0,054	0,050	0,049	0,058	0,043	0,045	0,056	0,039	0,041
$TC_h^S$	0,037	0,038	0,041	0,049	0,043	0,045	0,051	0,039	0,044	0,043
$S_h$	0,017	0,016	0,009	0,002	0,015	0,012	0,006	0,017	0,017	0,016
IP percentil blocos cíclicos										
$TC_h$	0,920	0,911	0,914	0,905	0,891	0,908	0,904	0,907	0,911	0,913
$A_h$	0,164	0,157	0,154	0,153	0,153	0,152	0,152	0,152	0,151	0,151
$TC_h^I$	0,042	0,052	0,045	0,046	0,061	0,047	0,047	0,053	0,044	0,040
$TC_h^S$	0,038	0,037	0,041	0,049	0,048	0,045	0,049	0,040	0,045	0,047
$S_h$	0,020	0,015	0,014	0,005	0,013	0,008	0,004	0,013	0,011	0,013
IP percentil BCa										
$TC_h$	0,889	0,883	0,897	0,887	0,888	0,910	0,897	0,899	0,909	0,912
$A_h$	0,147	0,149	0,149	0,149	0,149	0,149	0,148	0,149	0,149	0,149
$TC_h^I$	0,057	0,068	0,055	0,048	0,064	0,040	0,050	0,057	0,047	0,044
$TC_h^S$	0,054	0,049	0,048	0,065	0,048	0,050	0,053	0,044	0,044	0,044
$S_h$	0,011	0,019	0,007	0,017	0,016	0,010	0,003	0,013	0,009	0,012
IP BCa										
$TC_h$	0,881	0,880	0,893	0,889	0,887	0,901	0,891	0,893	0,907	0,908
$A_h$	0,147	0,149	0,149	0,149	0,149	0,149	0,149	0,149	0,149	0,149
$TC_h^I$	0,062	0,069	0,057	0,049	0,063	0,045	0,053	0,059	0,049	0,042
$TC_h^S$	0,057	0,051	0,050	0,062	0,050	0,054	0,056	0,048	0,044	0,050
$S_h$	0,019	0,020	0,007	0,013	0,013	0,009	0,009	0,011	0,007	0,008
IP EPB $\mathcal{R}_1(y_{n+h}^b, \hat{y}_n^b(h))$										
$TC_h$	0,923	0,917	0,908	0,909	0,888	0,905	0,893	0,905	0,909	0,914
$A_h$	0,168	0,159	0,156	0,154	0,153	0,152	0,152	0,152	0,151	0,151
$TC_h^I$	0,045	0,053	0,049	0,044	0,066	0,050	0,055	0,058	0,044	0,041
$TC_h^S$	0,032	0,030	0,043	0,047	0,046	0,045	0,052	0,037	0,047	0,045
$S_h$	0,023	0,023	0,008	0,009	0,020	0,005	0,007	0,021	0,009	0,014
IP EPB $\mathcal{R}_2(y_{n+h}^b, \hat{y}_n^b(h))$										
$TC_h$	0,921	0,909	0,906	0,893	0,877	0,903	0,892	0,899	0,911	0,913
$A_h$	0,167	0,158	0,155	0,153	0,152	0,151	0,151	0,151	0,150	0,150
$TC_h^I$	0,047	0,053	0,048	0,048	0,071	0,047	0,052	0,055	0,048	0,039
$TC_h^S$	0,032	0,038	0,046	0,059	0,052	0,050	0,056	0,046	0,041	0,048
$S_h$	0,021	0,015	0,006	0,011	0,023	0,003	0,008	0,009	0,011	0,013

Tabela A.11 – Intervalos de predição para o cenário 6 considerando  $\alpha = 0,1$  e  $n = 50$ .

$h$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
IP BJ										
$TC_h$	0,395	0,440	0,420	0,413	0,432	0,417	0,422	0,425	0,391	0,412
$A_h$	0,027	0,027	0,027	0,027	0,027	0,026	0,026	0,026	0,026	0,026
$TC_h^I$	0,245	0,250	0,272	0,282	0,254	0,279	0,280	0,270	0,294	0,305
$TC_h^S$	0,360	0,310	0,308	0,305	0,314	0,304	0,298	0,305	0,315	0,283
$S_h$	0,505	0,460	0,480	0,487	0,468	0,483	0,478	0,475	0,509	0,488
IP Qbeta										
$TC_h$	0,920	0,933	0,930	0,919	0,937	0,935	0,936	0,930	0,937	0,928
$A_h$	0,085	0,087	0,088	0,088	0,088	0,088	0,088	0,088	0,088	0,088
$TC_h^I$	0,040	0,042	0,049	0,057	0,033	0,036	0,037	0,041	0,039	0,047
$TC_h^S$	0,040	0,025	0,021	0,024	0,030	0,029	0,027	0,029	0,024	0,025
$S_h$	0,020	0,033	0,030	0,033	0,037	0,035	0,036	0,030	0,037	0,028
IP percentil residual										
$TC_h$	0,930	0,931	0,920	0,894	0,920	0,916	0,909	0,897	0,903	0,895
$A_h$	0,090	0,085	0,084	0,083	0,083	0,083	0,083	0,082	0,082	0,082
$TC_h^I$	0,037	0,042	0,051	0,066	0,032	0,041	0,046	0,048	0,048	0,056
$TC_h^S$	0,033	0,027	0,029	0,040	0,048	0,043	0,045	0,055	0,049	0,049
$S_h$	0,030	0,031	0,022	0,026	0,020	0,016	0,009	0,007	0,003	0,007
IP percentil paramétrico										
$TC_h$	0,940	0,929	0,948	0,934	0,942	0,944	0,942	0,936	0,939	0,946
$A_h$	0,123	0,113	0,106	0,104	0,101	0,101	0,100	0,100	0,098	0,099
$TC_h^I$	0,008	0,004	0,017	0,015	0,011	0,010	0,020	0,016	0,019	0,013
$TC_h^S$	0,052	0,067	0,035	0,051	0,047	0,046	0,038	0,048	0,042	0,041
$S_h$	0,044	0,063	0,048	0,036	0,042	0,044	0,042	0,036	0,039	0,046
IP percentil blocos										
$TC_h$	0,938	0,945	0,940	0,934	0,935	0,948	0,939	0,933	0,933	0,934
$A_h$	0,103	0,096	0,098	0,096	0,096	0,095	0,096	0,095	0,096	0,095
$TC_h^I$	0,024	0,024	0,024	0,027	0,016	0,013	0,021	0,019	0,019	0,019
$TC_h^S$	0,038	0,031	0,036	0,039	0,049	0,039	0,040	0,048	0,048	0,047
$S_h$	0,038	0,045	0,040	0,034	0,035	0,048	0,039	0,033	0,033	0,034
IP percentil blocos cíclicos										
$TC_h$	0,945	0,947	0,948	0,930	0,938	0,944	0,935	0,926	0,935	0,933
$A_h$	0,104	0,098	0,099	0,096	0,097	0,096	0,096	0,096	0,096	0,096
$TC_h^I$	0,019	0,023	0,018	0,026	0,011	0,014	0,023	0,020	0,013	0,021
$TC_h^S$	0,036	0,030	0,034	0,044	0,051	0,042	0,042	0,054	0,052	0,046
$S_h$	0,045	0,047	0,048	0,030	0,040	0,044	0,035	0,034	0,039	0,033
IP percentil BCa										
$TC_h$	0,855	0,883	0,878	0,868	0,889	0,884	0,879	0,880	0,878	0,860
$A_h$	0,073	0,076	0,076	0,076	0,076	0,076	0,076	0,076	0,076	0,076
$TC_h^I$	0,075	0,068	0,081	0,087	0,062	0,065	0,076	0,073	0,083	0,087
$TC_h^S$	0,070	0,049	0,041	0,045	0,049	0,051	0,045	0,047	0,039	0,053
$S_h$	0,045	0,019	0,040	0,042	0,013	0,016	0,031	0,026	0,044	0,040
IP BCa										
$TC_h$	0,857	0,879	0,867	0,853	0,889	0,879	0,864	0,863	0,863	0,848
$A_h$	0,071	0,073	0,073	0,073	0,074	0,074	0,074	0,073	0,074	0,074
$TC_h^I$	0,093	0,086	0,108	0,117	0,076	0,088	0,099	0,097	0,108	0,119
$TC_h^S$	0,050	0,035	0,025	0,030	0,035	0,033	0,037	0,040	0,029	0,033
$S_h$	0,043	0,051	0,083	0,087	0,041	0,055	0,062	0,057	0,079	0,086
IP EPB $\mathcal{R}_1(y_{n+h}^b, \hat{y}_n^b(h))$										
$TC_h$	0,937	0,892	0,903	0,879	0,883	0,877	0,881	0,887	0,878	0,875
$A_h$	0,095	0,102	0,103	0,107	0,108	0,110	0,109	0,111	0,107	0,109
$TC_h^I$	0,025	0,023	0,021	0,021	0,013	0,013	0,012	0,009	0,021	0,020
$TC_h^S$	0,038	0,085	0,076	0,100	0,104	0,110	0,107	0,104	0,101	0,105
$S_h$	0,037	0,062	0,055	0,079	0,091	0,097	0,095	0,095	0,080	0,085
IP EPB $\mathcal{R}_2(y_{n+h}^b, \hat{y}_n^b(h))$										
$TC_h$	0,852	0,883	0,879	0,864	0,890	0,877	0,882	0,875	0,878	0,861
$A_h$	0,106	0,080	0,083	0,078	0,079	0,076	0,078	0,076	0,077	0,077
$TC_h^I$	0,010	0,048	0,056	0,080	0,052	0,074	0,074	0,079	0,075	0,092
$TC_h^S$	0,138	0,069	0,065	0,056	0,058	0,049	0,044	0,046	0,047	0,047
$S_h$	0,128	0,021	0,021	0,036	0,010	0,025	0,030	0,033	0,028	0,045

Tabela A.12 – Intervalos de predição para o cenário 6 considerando  $\alpha = 0,1$  e  $n = 200$ .

$h$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
IP BJ										
$TC_h$	0,402	0,385	0,424	0,417	0,372	0,391	0,367	0,386	0,387	0,387
$A_h$	0,026	0,026	0,025	0,025	0,025	0,025	0,025	0,025	0,025	0,025
$TC_h^I$	0,260	0,295	0,253	0,279	0,274	0,279	0,332	0,316	0,308	0,300
$TC_h^S$	0,338	0,320	0,323	0,304	0,354	0,330	0,301	0,298	0,305	0,313
$S_h$	0,498	0,515	0,476	0,483	0,528	0,509	0,533	0,514	0,513	0,513
IP Qbeta										
$TC_h$	0,921	0,925	0,929	0,929	0,930	0,917	0,904	0,926	0,906	0,938
$A_h$	0,081	0,083	0,083	0,083	0,083	0,083	0,083	0,083	0,083	0,083
$TC_h^I$	0,046	0,050	0,038	0,040	0,040	0,056	0,059	0,046	0,059	0,043
$TC_h^S$	0,033	0,025	0,033	0,031	0,030	0,027	0,037	0,028	0,035	0,019
$S_h$	0,021	0,025	0,029	0,029	0,030	0,029	0,022	0,026	0,024	0,038
IP percentil residual										
$TC_h$	0,945	0,925	0,920	0,916	0,906	0,911	0,889	0,900	0,880	0,911
$A_h$	0,089	0,084	0,082	0,081	0,081	0,081	0,080	0,080	0,080	0,080
$TC_h^I$	0,038	0,049	0,039	0,042	0,040	0,053	0,057	0,048	0,058	0,042
$TC_h^S$	0,017	0,026	0,041	0,042	0,054	0,036	0,054	0,052	0,062	0,047
$S_h$	0,045	0,025	0,020	0,016	0,014	0,017	0,011	0,004	0,020	0,011
IP percentil paramétrico										
$TC_h$	0,921	0,918	0,926	0,923	0,926	0,935	0,910	0,933	0,911	0,932
$A_h$	0,120	0,106	0,100	0,096	0,094	0,092	0,091	0,091	0,090	0,089
$TC_h^I$	0,003	0,012	0,009	0,017	0,022	0,025	0,033	0,022	0,038	0,026
$TC_h^S$	0,076	0,070	0,065	0,060	0,052	0,040	0,057	0,045	0,051	0,042
$S_h$	0,073	0,058	0,056	0,043	0,030	0,035	0,024	0,033	0,013	0,032
IP percentil blocos										
$TC_h$	0,927	0,928	0,919	0,920	0,916	0,920	0,893	0,913	0,891	0,922
$A_h$	0,090	0,086	0,085	0,084	0,084	0,084	0,084	0,084	0,084	0,084
$TC_h^I$	0,040	0,043	0,035	0,036	0,031	0,047	0,049	0,038	0,052	0,034
$TC_h^S$	0,033	0,029	0,046	0,044	0,053	0,033	0,058	0,049	0,057	0,044
$S_h$	0,027	0,028	0,019	0,020	0,022	0,020	0,009	0,013	0,009	0,022
IP percentil blocos cíclicos										
$TC_h$	0,933	0,930	0,920	0,921	0,916	0,915	0,895	0,918	0,892	0,922
$A_h$	0,090	0,086	0,085	0,084	0,084	0,084	0,084	0,084	0,084	0,084
$TC_h^I$	0,039	0,044	0,033	0,034	0,032	0,046	0,046	0,033	0,049	0,034
$TC_h^S$	0,028	0,026	0,047	0,045	0,052	0,039	0,059	0,049	0,059	0,044
$S_h$	0,033	0,030	0,020	0,021	0,020	0,015	0,013	0,018	0,010	0,022
IP percentil BCa										
$TC_h$	0,894	0,893	0,903	0,893	0,895	0,889	0,878	0,894	0,869	0,903
$A_h$	0,074	0,076	0,076	0,076	0,076	0,076	0,076	0,076	0,076	0,076
$TC_h^I$	0,067	0,066	0,055	0,063	0,058	0,079	0,073	0,065	0,080	0,063
$TC_h^S$	0,039	0,041	0,042	0,044	0,047	0,032	0,049	0,041	0,051	0,034
$S_h$	0,028	0,025	0,013	0,019	0,011	0,047	0,024	0,024	0,031	0,029
IP BCa										
$TC_h$	0,884	0,882	0,896	0,872	0,884	0,879	0,861	0,880	0,866	0,893
$A_h$	0,072	0,073	0,074	0,074	0,074	0,074	0,074	0,074	0,074	0,074
$TC_h^I$	0,084	0,094	0,075	0,093	0,087	0,098	0,106	0,091	0,099	0,086
$TC_h^S$	0,032	0,024	0,029	0,035	0,029	0,023	0,033	0,029	0,035	0,021
$S_h$	0,052	0,070	0,046	0,058	0,058	0,075	0,073	0,062	0,064	0,065
IP EPB $\mathcal{R}_1(y_{n+h}^b, \hat{y}_n^b(h))$										
$TC_h$	0,925	0,910	0,887	0,878	0,868	0,853	0,861	0,878	0,861	0,882
$A_h$	0,090	0,092	0,095	0,099	0,098	0,099	0,098	0,098	0,097	0,098
$TC_h^I$	0,042	0,021	0,022	0,021	0,023	0,020	0,023	0,021	0,027	0,017
$TC_h^S$	0,033	0,069	0,091	0,101	0,109	0,127	0,116	0,101	0,112	0,101
$S_h$	0,025	0,048	0,069	0,080	0,086	0,107	0,093	0,080	0,085	0,084
IP EPB $\mathcal{R}_2(y_{n+h}^b, \hat{y}_n^b(h))$										
$TC_h$	0,867	0,859	0,883	0,854	0,881	0,868	0,832	0,853	0,843	0,860
$A_h$	0,095	0,076	0,078	0,074	0,074	0,073	0,073	0,073	0,074	0,073
$TC_h^I$	0,013	0,060	0,042	0,076	0,064	0,088	0,101	0,089	0,095	0,089
$TC_h^S$	0,120	0,081	0,075	0,070	0,055	0,044	0,067	0,058	0,062	0,051
$S_h$	0,107	0,041	0,033	0,046	0,019	0,044	0,068	0,047	0,057	0,040

**APÊNDICE B – Resultados numéricos dos cenários  $\beta\text{AR}$  (2),  $\beta\text{MA}$  (2) e  $\beta\text{ARMA}(1, 1)$  com  $\alpha = 0,05$ .**

As Tabelas B.1, B.2 e B.3 apresentam os resultados numéricos das simulações para o cenário  $\beta\text{AR}$  (2) com  $\mu \approx 0,4$ .

As Tabelas B.4, B.5 e B.6 apresentam os resultados numéricos das simulações para o cenário  $\beta\text{AR}$  (2) com  $\mu \approx 0,9$ .

As Tabelas B.7, B.8 e B.9 apresentam os resultados numéricos das simulações para o cenário  $\beta\text{MA}$  (2) com  $\mu \approx 0,4$ .

As Tabelas B.10, B.11 e B.12 apresentam os resultados numéricos das simulações para o cenário  $\beta\text{MA}$  (2) com  $\mu \approx 0,9$ .

As Tabelas B.13, B.14 e B.15 apresentam os resultados numéricos das simulações para o cenário  $\beta\text{ARMA}(1, 1)$  com  $\mu \approx 0,4$ .

As Tabelas B.16, B.17 e B.18 apresentam os resultados numéricos das simulações para o cenário  $\beta\text{ARMA}(1, 1)$  com  $\mu \approx 0,9$ .

Tabela B.1 – Intervalos de predição para o cenário 1 considerando  $\alpha = 0,05$  e  $n = 50$ .

$h$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
IP BJ										
$TC_h$	0,937	0,918	0,926	0,922	0,923	0,938	0,927	0,942	0,929	0,923
$A_h$	0,172	0,218	0,221	0,254	0,266	0,271	0,286	0,290	0,294	0,301
$TC_h^I$	0,036	0,049	0,039	0,033	0,039	0,035	0,042	0,033	0,040	0,031
$TC_h^S$	0,027	0,033	0,035	0,045	0,038	0,027	0,031	0,025	0,031	0,046
$S_h$	0,013	0,032	0,024	0,028	0,027	0,012	0,023	0,008	0,021	0,027
IP Qbeta										
$TC_h$	0,937	0,918	0,928	0,922	0,922	0,938	0,923	0,940	0,929	0,923
$A_h$	0,172	0,219	0,222	0,256	0,268	0,273	0,288	0,292	0,296	0,304
$TC_h^I$	0,034	0,047	0,039	0,030	0,039	0,034	0,041	0,034	0,037	0,028
$TC_h^S$	0,029	0,035	0,033	0,048	0,039	0,028	0,036	0,026	0,034	0,049
$S_h$	0,013	0,032	0,022	0,028	0,028	0,012	0,027	0,010	0,021	0,027
IP percentil residual										
$TC_h$	0,945	0,933	0,933	0,913	0,923	0,931	0,926	0,930	0,918	0,926
$A_h$	0,285	0,290	0,303	0,310	0,311	0,314	0,315	0,315	0,316	0,316
$TC_h^I$	0,021	0,035	0,033	0,040	0,043	0,036	0,040	0,032	0,047	0,032
$TC_h^S$	0,034	0,032	0,034	0,047	0,034	0,033	0,034	0,038	0,035	0,042
$S_h$	0,013	0,017	0,017	0,037	0,027	0,019	0,024	0,020	0,032	0,024
IP percentil paramétrico										
$TC_h$	0,883	0,881	0,905	0,910	0,916	0,930	0,925	0,932	0,923	0,930
$A_h$	0,286	0,291	0,303	0,309	0,310	0,312	0,313	0,314	0,314	0,314
$TC_h^I$	0,048	0,058	0,045	0,046	0,041	0,035	0,041	0,029	0,044	0,030
$TC_h^S$	0,069	0,061	0,050	0,044	0,043	0,035	0,034	0,039	0,033	0,040
$S_h$	0,067	0,069	0,045	0,040	0,034	0,020	0,025	0,018	0,027	0,020
IP percentil blocos										
$TC_h$	0,925	0,919	0,913	0,915	0,917	0,930	0,926	0,928	0,927	0,923
$A_h$	0,292	0,315	0,312	0,312	0,313	0,313	0,315	0,315	0,315	0,314
$TC_h^I$	0,024	0,045	0,043	0,042	0,039	0,035	0,039	0,032	0,043	0,035
$TC_h^S$	0,051	0,036	0,044	0,043	0,044	0,035	0,035	0,040	0,030	0,042
$S_h$	0,027	0,031	0,037	0,035	0,033	0,020	0,024	0,022	0,023	0,027
IP percentil blocos cíclicos										
$TC_h$	0,912	0,920	0,913	0,911	0,922	0,930	0,919	0,929	0,920	0,921
$A_h$	0,304	0,315	0,313	0,312	0,312	0,312	0,312	0,312	0,312	0,312
$TC_h^I$	0,032	0,040	0,041	0,042	0,037	0,036	0,042	0,031	0,045	0,033
$TC_h^S$	0,056	0,040	0,046	0,047	0,041	0,034	0,039	0,040	0,035	0,046
$S_h$	0,038	0,030	0,037	0,039	0,028	0,020	0,031	0,021	0,030	0,029
IP percentil BCa										
$TC_h$	0,908	0,896	0,918	0,900	0,891	0,909	0,884	0,923	0,912	0,902
$A_h$	0,165	0,208	0,213	0,245	0,256	0,261	0,275	0,279	0,285	0,290
$TC_h^I$	0,049	0,061	0,041	0,046	0,051	0,044	0,061	0,045	0,047	0,045
$TC_h^S$	0,043	0,043	0,041	0,054	0,058	0,047	0,055	0,032	0,041	0,053
$S_h$	0,042	0,054	0,032	0,050	0,059	0,041	0,066	0,027	0,038	0,048
IP BCa										
$TC_h$	0,911	0,894	0,918	0,902	0,896	0,908	0,889	0,921	0,914	0,904
$A_h$	0,167	0,211	0,214	0,248	0,259	0,263	0,277	0,281	0,287	0,292
$TC_h^I$	0,046	0,063	0,040	0,044	0,048	0,043	0,059	0,043	0,046	0,042
$TC_h^S$	0,043	0,043	0,042	0,054	0,056	0,049	0,052	0,036	0,040	0,054
$S_h$	0,039	0,056	0,032	0,048	0,054	0,042	0,061	0,029	0,036	0,046
IP EPB $\mathcal{R}_1(y_{n+h}^b, \hat{y}_n^b(h))$										
$TC_h$	0,858	0,804	0,816	0,761	0,746	0,741	0,724	0,721	0,719	0,712
$A_h$	0,196	0,204	0,219	0,225	0,227	0,232	0,232	0,233	0,233	0,233
$TC_h^I$	0,076	0,114	0,096	0,104	0,117	0,139	0,148	0,151	0,154	0,125
$TC_h^S$	0,066	0,082	0,088	0,135	0,137	0,120	0,128	0,128	0,127	0,163
$S_h$	0,092	0,146	0,134	0,189	0,204	0,209	0,226	0,229	0,231	0,238
IP EPB $\mathcal{R}_2(y_{n+h}^b, \hat{y}_n^b(h))$										
$TC_h$	0,789	0,735	0,760	0,725	0,721	0,745	0,729	0,729	0,719	0,729
$A_h$	0,131	0,163	0,169	0,195	0,204	0,209	0,220	0,223	0,227	0,232
$TC_h^I$	0,100	0,142	0,127	0,137	0,139	0,117	0,137	0,146	0,159	0,141
$TC_h^S$	0,111	0,123	0,113	0,138	0,140	0,138	0,134	0,125	0,122	0,130
$S_h$	0,161	0,215	0,190	0,225	0,229	0,205	0,221	0,221	0,231	0,221

Tabela B.2 – Intervalos de predição para o cenário 1 considerando  $\alpha = 0,05$  e  $n = 100$ .

$h$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
IP BJ										
$TC_h$	0,937	0,934	0,959	0,940	0,936	0,950	0,928	0,953	0,931	0,936
$A_h$	0,174	0,222	0,225	0,259	0,271	0,274	0,291	0,296	0,299	0,306
$TC_h^I$	0,035	0,034	0,024	0,031	0,041	0,021	0,032	0,027	0,040	0,032
$TC_h^S$	0,028	0,032	0,017	0,029	0,023	0,029	0,040	0,020	0,029	0,032
$S_h$	0,013	0,016	0,009	0,010	0,018	0,008	0,022	0,007	0,019	0,014
IP Qbeta										
$TC_h$	0,943	0,931	0,961	0,943	0,940	0,952	0,925	0,953	0,932	0,937
$A_h$	0,174	0,222	0,225	0,260	0,273	0,277	0,293	0,297	0,301	0,308
$TC_h^I$	0,030	0,035	0,021	0,029	0,038	0,020	0,031	0,025	0,035	0,030
$TC_h^S$	0,027	0,034	0,018	0,028	0,022	0,028	0,044	0,022	0,033	0,033
$S_h$	0,007	0,019	0,011	0,007	0,016	0,008	0,025	0,003	0,018	0,013
IP percentil residual										
$TC_h$	0,964	0,963	0,973	0,939	0,938	0,951	0,930	0,956	0,934	0,937
$A_h$	0,292	0,298	0,311	0,317	0,318	0,321	0,322	0,322	0,322	0,322
$TC_h^I$	0,019	0,018	0,011	0,031	0,035	0,023	0,034	0,018	0,033	0,029
$TC_h^S$	0,017	0,019	0,016	0,030	0,027	0,026	0,036	0,026	0,033	0,034
$S_h$	0,014	0,013	0,023	0,011	0,012	0,003	0,020	0,008	0,016	0,013
IP percentil paramétrico										
$TC_h$	0,895	0,916	0,945	0,931	0,930	0,951	0,929	0,954	0,938	0,938
$A_h$	0,293	0,298	0,311	0,317	0,318	0,321	0,321	0,322	0,321	0,322
$TC_h^I$	0,053	0,039	0,024	0,036	0,041	0,022	0,031	0,018	0,032	0,030
$TC_h^S$	0,052	0,045	0,031	0,033	0,029	0,027	0,040	0,028	0,030	0,032
$S_h$	0,055	0,034	0,007	0,019	0,020	0,005	0,021	0,010	0,012	0,012
IP percentil blocos										
$TC_h$	0,936	0,945	0,950	0,941	0,941	0,949	0,936	0,956	0,937	0,941
$A_h$	0,308	0,323	0,320	0,320	0,322	0,321	0,322	0,322	0,321	0,321
$TC_h^I$	0,035	0,026	0,022	0,033	0,035	0,024	0,028	0,017	0,033	0,029
$TC_h^S$	0,029	0,029	0,028	0,026	0,024	0,027	0,036	0,027	0,030	0,030
$S_h$	0,014	0,005	0,006	0,009	0,011	0,003	0,014	0,010	0,013	0,009
IP percentil blocos cíclicos										
$TC_h$	0,940	0,947	0,950	0,940	0,937	0,953	0,926	0,953	0,939	0,940
$A_h$	0,313	0,323	0,320	0,320	0,320	0,320	0,320	0,321	0,320	0,320
$TC_h^I$	0,032	0,022	0,022	0,030	0,037	0,022	0,032	0,018	0,031	0,027
$TC_h^S$	0,028	0,031	0,028	0,030	0,026	0,025	0,042	0,029	0,030	0,033
$S_h$	0,010	0,009	0,006	0,010	0,013	0,003	0,024	0,011	0,011	0,010
IP percentil BCa										
$TC_h$	0,940	0,925	0,960	0,941	0,932	0,939	0,912	0,942	0,923	0,931
$A_h$	0,170	0,218	0,221	0,255	0,267	0,272	0,287	0,291	0,296	0,302
$TC_h^I$	0,029	0,034	0,023	0,031	0,041	0,024	0,039	0,028	0,035	0,034
$TC_h^S$	0,031	0,041	0,017	0,028	0,027	0,037	0,049	0,030	0,042	0,035
$S_h$	0,010	0,025	0,010	0,009	0,018	0,013	0,038	0,008	0,027	0,019
IP BCa										
$TC_h$	0,935	0,927	0,963	0,943	0,937	0,937	0,919	0,939	0,922	0,931
$A_h$	0,171	0,218	0,221	0,255	0,268	0,271	0,287	0,291	0,295	0,302
$TC_h^I$	0,031	0,032	0,020	0,029	0,036	0,024	0,033	0,029	0,035	0,034
$TC_h^S$	0,034	0,041	0,017	0,028	0,027	0,039	0,048	0,032	0,043	0,035
$S_h$	0,015	0,023	0,013	0,007	0,013	0,015	0,031	0,011	0,028	0,019
IP EPB $\mathcal{R}_1(y_{n+h}^b, \hat{y}_n^b(h))$										
$TC_h$	0,878	0,826	0,857	0,775	0,788	0,781	0,724	0,744	0,736	0,726
$A_h$	0,197	0,205	0,223	0,230	0,232	0,235	0,235	0,236	0,236	0,236
$TC_h^I$	0,058	0,088	0,081	0,122	0,112	0,109	0,135	0,133	0,142	0,139
$TC_h^S$	0,064	0,086	0,062	0,103	0,100	0,110	0,141	0,123	0,122	0,135
$S_h$	0,072	0,124	0,093	0,175	0,162	0,169	0,226	0,206	0,214	0,224
IP EPB $\mathcal{R}_2(y_{n+h}^b, \hat{y}_n^b(h))$										
$TC_h$	0,766	0,769	0,771	0,748	0,770	0,755	0,742	0,755	0,741	0,743
$A_h$	0,127	0,160	0,168	0,194	0,203	0,207	0,220	0,223	0,225	0,231
$TC_h^I$	0,124	0,127	0,128	0,133	0,116	0,116	0,133	0,121	0,142	0,131
$TC_h^S$	0,110	0,104	0,101	0,119	0,114	0,129	0,125	0,124	0,117	0,126
$S_h$	0,184	0,181	0,179	0,202	0,180	0,195	0,208	0,195	0,209	0,207

Tabela B.3 – Intervalos de predição para o cenário 1 considerando  $\alpha = 0,05$  e  $n = 200$ .

$h$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
IP BJ										
$TC_h$	0,954	0,953	0,933	0,951	0,935	0,942	0,936	0,946	0,948	0,951
$A_h$	0,173	0,222	0,224	0,259	0,272	0,275	0,292	0,296	0,299	0,307
$TC_h^I$	0,021	0,025	0,038	0,024	0,034	0,035	0,036	0,031	0,029	0,021
$TC_h^S$	0,025	0,022	0,029	0,025	0,031	0,023	0,028	0,023	0,023	0,028
$S_h$	0,004	0,003	0,017	0,001	0,015	0,012	0,014	0,008	0,006	0,007
IP Qbeta										
$TC_h$	0,951	0,957	0,940	0,949	0,939	0,946	0,937	0,946	0,951	0,952
$A_h$	0,174	0,222	0,224	0,261	0,274	0,277	0,294	0,298	0,301	0,309
$TC_h^I$	0,022	0,023	0,034	0,021	0,029	0,030	0,034	0,029	0,025	0,018
$TC_h^S$	0,027	0,020	0,026	0,030	0,032	0,024	0,029	0,025	0,024	0,030
$S_h$	0,005	0,007	0,010	0,009	0,011	0,006	0,013	0,004	0,001	0,012
IP percentil residual										
$TC_h$	0,972	0,973	0,954	0,954	0,955	0,946	0,940	0,949	0,945	0,948
$A_h$	0,295	0,300	0,315	0,321	0,321	0,324	0,324	0,325	0,325	0,325
$TC_h^I$	0,012	0,015	0,022	0,019	0,022	0,029	0,030	0,020	0,032	0,024
$TC_h^S$	0,016	0,012	0,024	0,027	0,023	0,025	0,030	0,031	0,023	0,028
$S_h$	0,022	0,023	0,004	0,008	0,005	0,004	0,010	0,011	0,009	0,004
IP percentil paramétrico										
$TC_h$	0,918	0,934	0,938	0,945	0,943	0,942	0,934	0,946	0,946	0,951
$A_h$	0,295	0,301	0,315	0,321	0,322	0,324	0,324	0,325	0,324	0,325
$TC_h^I$	0,041	0,027	0,026	0,021	0,029	0,031	0,031	0,025	0,029	0,019
$TC_h^S$	0,041	0,039	0,036	0,034	0,028	0,027	0,035	0,029	0,025	0,030
$S_h$	0,032	0,016	0,012	0,013	0,007	0,008	0,016	0,004	0,004	0,011
IP percentil blocos										
$TC_h$	0,941	0,956	0,946	0,955	0,943	0,947	0,938	0,945	0,946	0,946
$A_h$	0,316	0,326	0,324	0,325	0,325	0,324	0,326	0,326	0,325	0,326
$TC_h^I$	0,025	0,019	0,022	0,020	0,028	0,029	0,029	0,025	0,029	0,020
$TC_h^S$	0,034	0,025	0,032	0,025	0,029	0,024	0,033	0,030	0,025	0,034
$S_h$	0,009	0,006	0,010	0,005	0,007	0,005	0,012	0,005	0,004	0,014
IP percentil blocos cíclicos										
$TC_h$	0,941	0,954	0,942	0,952	0,941	0,947	0,940	0,944	0,947	0,945
$A_h$	0,318	0,326	0,325	0,324	0,325	0,325	0,325	0,325	0,325	0,325
$TC_h^I$	0,026	0,018	0,029	0,020	0,030	0,029	0,027	0,025	0,030	0,025
$TC_h^S$	0,033	0,028	0,029	0,028	0,029	0,024	0,033	0,031	0,023	0,030
$S_h$	0,009	0,010	0,008	0,008	0,009	0,005	0,010	0,006	0,007	0,005
IP percentil BCa										
$TC_h$	0,947	0,944	0,929	0,951	0,936	0,937	0,932	0,943	0,943	0,950
$A_h$	0,172	0,220	0,222	0,258	0,271	0,274	0,291	0,295	0,298	0,306
$TC_h^I$	0,023	0,031	0,039	0,024	0,028	0,033	0,035	0,030	0,028	0,023
$TC_h^S$	0,030	0,025	0,032	0,025	0,036	0,030	0,033	0,027	0,029	0,027
$S_h$	0,007	0,006	0,021	0,001	0,014	0,013	0,018	0,007	0,007	0,004
IP BCa										
$TC_h$	0,952	0,944	0,923	0,952	0,935	0,937	0,931	0,944	0,942	0,947
$A_h$	0,172	0,220	0,222	0,258	0,271	0,274	0,291	0,295	0,298	0,306
$TC_h^I$	0,019	0,028	0,040	0,024	0,027	0,031	0,034	0,029	0,027	0,023
$TC_h^S$	0,029	0,028	0,037	0,024	0,038	0,032	0,035	0,027	0,031	0,030
$S_h$	0,010	0,006	0,027	0,002	0,015	0,013	0,019	0,006	0,008	0,007
IP EPB $\mathcal{R}_1(y_{n+h}^b, \hat{y}_n^b(h))$										
$TC_h$	0,896	0,844	0,839	0,794	0,768	0,770	0,759	0,762	0,730	0,751
$A_h$	0,196	0,205	0,223	0,231	0,233	0,236	0,237	0,237	0,237	0,237
$TC_h^I$	0,051	0,085	0,088	0,098	0,116	0,112	0,121	0,134	0,139	0,128
$TC_h^S$	0,053	0,071	0,073	0,108	0,116	0,118	0,120	0,104	0,131	0,121
$S_h$	0,054	0,106	0,111	0,156	0,182	0,180	0,191	0,188	0,220	0,199
IP EPB $\mathcal{R}_2(y_{n+h}^b, \hat{y}_n^b(h))$										
$TC_h$	0,755	0,745	0,752	0,732	0,727	0,735	0,736	0,745	0,735	0,737
$A_h$	0,124	0,158	0,165	0,192	0,202	0,206	0,218	0,222	0,224	0,230
$TC_h^I$	0,129	0,120	0,134	0,128	0,137	0,143	0,130	0,129	0,138	0,126
$TC_h^S$	0,116	0,135	0,114	0,140	0,136	0,122	0,134	0,126	0,127	0,137
$S_h$	0,195	0,205	0,198	0,218	0,223	0,215	0,214	0,205	0,215	0,213

Tabela B.4 – Intervalos de predição para o cenário 2 considerando  $\alpha = 0,05$  e  $n = 50$ .

$h$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
IP BJ										
$TC_h$	0,540	0,526	0,532	0,503	0,522	0,544	0,498	0,561	0,527	0,522
$A_h$	0,042	0,044	0,047	0,048	0,049	0,049	0,050	0,050	0,050	0,050
$TC_h^I$	0,197	0,214	0,187	0,182	0,175	0,163	0,183	0,155	0,162	0,171
$TC_h^S$	0,263	0,260	0,281	0,315	0,303	0,293	0,319	0,284	0,311	0,307
$S_h$	0,410	0,424	0,418	0,447	0,428	0,406	0,452	0,389	0,423	0,428
IP Qbeta										
$TC_h$	0,942	0,944	0,917	0,928	0,914	0,914	0,928	0,922	0,909	0,922
$A_h$	0,101	0,106	0,112	0,114	0,116	0,116	0,117	0,117	0,117	0,117
$TC_h^I$	0,022	0,028	0,032	0,029	0,030	0,031	0,017	0,027	0,029	0,028
$TC_h^S$	0,036	0,028	0,051	0,043	0,056	0,055	0,055	0,051	0,062	0,050
$S_h$	0,014	0,006	0,033	0,022	0,036	0,036	0,038	0,028	0,041	0,028
IP percentil residual										
$TC_h$	0,945	0,949	0,912	0,928	0,918	0,912	0,931	0,926	0,917	0,921
$A_h$	0,115	0,117	0,117	0,117	0,117	0,117	0,117	0,118	0,117	0,117
$TC_h^I$	0,022	0,024	0,035	0,029	0,030	0,034	0,017	0,030	0,027	0,035
$TC_h^S$	0,033	0,027	0,053	0,043	0,052	0,054	0,052	0,044	0,056	0,044
$S_h$	0,011	0,003	0,038	0,022	0,032	0,038	0,035	0,024	0,033	0,029
IP percentil paramétrico										
$TC_h$	0,921	0,937	0,921	0,931	0,924	0,923	0,933	0,935	0,921	0,930
$A_h$	0,128	0,126	0,125	0,124	0,124	0,124	0,124	0,124	0,124	0,124
$TC_h^I$	0,013	0,016	0,024	0,021	0,023	0,024	0,011	0,019	0,022	0,028
$TC_h^S$	0,066	0,047	0,055	0,048	0,053	0,053	0,056	0,046	0,057	0,042
$S_h$	0,053	0,031	0,031	0,027	0,030	0,029	0,045	0,027	0,035	0,020
IP percentil blocos										
$TC_h$	0,949	0,954	0,938	0,946	0,941	0,936	0,942	0,952	0,932	0,949
$A_h$	0,131	0,133	0,134	0,134	0,134	0,134	0,134	0,134	0,134	0,134
$TC_h^I$	0,015	0,016	0,017	0,014	0,012	0,015	0,006	0,011	0,016	0,009
$TC_h^S$	0,036	0,030	0,045	0,040	0,047	0,049	0,052	0,037	0,052	0,042
$S_h$	0,021	0,014	0,028	0,026	0,035	0,034	0,046	0,026	0,036	0,033
IP percentil blocos cíclicos										
$TC_h$	0,947	0,956	0,942	0,944	0,939	0,937	0,944	0,949	0,933	0,954
$A_h$	0,135	0,135	0,135	0,135	0,135	0,135	0,134	0,135	0,135	0,135
$TC_h^I$	0,014	0,011	0,014	0,015	0,014	0,016	0,006	0,009	0,016	0,008
$TC_h^S$	0,039	0,033	0,044	0,041	0,047	0,047	0,050	0,042	0,051	0,038
$S_h$	0,025	0,022	0,030	0,026	0,033	0,031	0,044	0,033	0,035	0,030
IP percentil BCa										
$TC_h$	0,899	0,921	0,901	0,899	0,894	0,882	0,892	0,895	0,876	0,897
$A_h$	0,096	0,101	0,107	0,109	0,110	0,111	0,111	0,111	0,112	0,112
$TC_h^I$	0,039	0,039	0,042	0,042	0,034	0,038	0,032	0,035	0,040	0,033
$TC_h^S$	0,062	0,040	0,057	0,059	0,072	0,080	0,076	0,070	0,084	0,070
$S_h$	0,051	0,029	0,049	0,051	0,056	0,068	0,058	0,055	0,074	0,053
IP BCa										
$TC_h$	0,910	0,924	0,906	0,903	0,903	0,889	0,903	0,910	0,882	0,910
$A_h$	0,095	0,100	0,106	0,108	0,110	0,110	0,111	0,111	0,111	0,111
$TC_h^I$	0,045	0,048	0,048	0,053	0,046	0,049	0,042	0,041	0,050	0,043
$TC_h^S$	0,045	0,028	0,046	0,044	0,051	0,062	0,055	0,049	0,068	0,047
$S_h$	0,040	0,026	0,044	0,047	0,047	0,061	0,047	0,040	0,068	0,040
IP EPB $\mathcal{R}_1(y_{n+h}^b, \hat{y}_n^b(h))$										
$TC_h$	0,899	0,899	0,848	0,853	0,845	0,830	0,846	0,860	0,843	0,842
$A_h$	0,101	0,106	0,115	0,119	0,123	0,125	0,128	0,129	0,130	0,132
$TC_h^I$	0,044	0,052	0,044	0,037	0,028	0,038	0,018	0,018	0,018	0,017
$TC_h^S$	0,057	0,049	0,108	0,110	0,127	0,132	0,136	0,122	0,139	0,141
$S_h$	0,051	0,051	0,102	0,097	0,105	0,120	0,118	0,104	0,121	0,124
IP EPB $\mathcal{R}_2(y_{n+h}^b, \hat{y}_n^b(h))$										
$TC_h$	0,836	0,846	0,847	0,850	0,852	0,862	0,886	0,877	0,845	0,864
$A_h$	0,095	0,101	0,106	0,108	0,110	0,111	0,112	0,112	0,112	0,112
$TC_h^I$	0,032	0,029	0,036	0,031	0,043	0,036	0,032	0,041	0,045	0,051
$TC_h^S$	0,132	0,125	0,117	0,119	0,105	0,102	0,082	0,082	0,110	0,085
$S_h$	0,114	0,104	0,103	0,100	0,098	0,088	0,064	0,073	0,105	0,086

Tabela B.5 – Intervalos de predição para o cenário 2 considerando  $\alpha = 0,05$  e  $n = 100$ .

$h$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
IP BJ										
$TC_h$	0,562	0,570	0,569	0,543	0,547	0,532	0,542	0,526	0,521	0,514
$A_h$	0,042	0,044	0,047	0,048	0,049	0,050	0,050	0,050	0,050	0,050
$TC_h^I$	0,195	0,167	0,174	0,178	0,180	0,176	0,167	0,167	0,164	0,169
$TC_h^S$	0,243	0,263	0,257	0,279	0,273	0,292	0,291	0,307	0,315	0,317
$S_h$	0,388	0,380	0,381	0,407	0,403	0,418	0,408	0,424	0,429	0,436
IP Qbeta										
$TC_h$	0,947	0,940	0,931	0,935	0,921	0,942	0,923	0,910	0,925	0,932
$A_h$	0,101	0,106	0,112	0,114	0,116	0,117	0,117	0,117	0,118	0,118
$TC_h^I$	0,033	0,021	0,027	0,028	0,041	0,019	0,021	0,033	0,024	0,018
$TC_h^S$	0,020	0,039	0,042	0,037	0,038	0,039	0,056	0,057	0,051	0,050
$S_h$	0,013	0,018	0,019	0,015	0,029	0,020	0,035	0,040	0,027	0,032
IP percentil residual										
$TC_h$	0,956	0,941	0,939	0,942	0,925	0,936	0,934	0,918	0,931	0,935
$A_h$	0,117	0,118	0,118	0,118	0,118	0,118	0,118	0,119	0,119	0,119
$TC_h^I$	0,022	0,021	0,027	0,022	0,038	0,023	0,029	0,037	0,029	0,023
$TC_h^S$	0,022	0,038	0,034	0,036	0,037	0,041	0,037	0,045	0,040	0,042
$S_h$	0,006	0,017	0,011	0,014	0,025	0,018	0,016	0,032	0,019	0,019
IP percentil paramétrico										
$TC_h$	0,927	0,937	0,937	0,944	0,931	0,939	0,937	0,919	0,940	0,938
$A_h$	0,125	0,123	0,122	0,121	0,121	0,121	0,121	0,121	0,121	0,121
$TC_h^I$	0,013	0,011	0,020	0,018	0,034	0,020	0,024	0,033	0,024	0,019
$TC_h^S$	0,060	0,052	0,043	0,038	0,035	0,041	0,039	0,048	0,036	0,043
$S_h$	0,047	0,041	0,023	0,020	0,019	0,021	0,015	0,031	0,012	0,024
IP percentil blocos										
$TC_h$	0,959	0,951	0,954	0,950	0,937	0,956	0,949	0,936	0,946	0,949
$A_h$	0,126	0,126	0,127	0,126	0,127	0,127	0,127	0,127	0,127	0,127
$TC_h^I$	0,018	0,017	0,015	0,017	0,028	0,010	0,018	0,025	0,015	0,012
$TC_h^S$	0,023	0,032	0,031	0,033	0,035	0,034	0,033	0,039	0,039	0,039
$S_h$	0,009	0,015	0,016	0,016	0,013	0,024	0,015	0,014	0,024	0,027
IP percentil blocos cíclicos										
$TC_h$	0,956	0,952	0,945	0,951	0,940	0,953	0,950	0,940	0,945	0,946
$A_h$	0,127	0,127	0,127	0,127	0,127	0,127	0,127	0,127	0,127	0,127
$TC_h^I$	0,016	0,014	0,019	0,019	0,029	0,010	0,017	0,026	0,017	0,012
$TC_h^S$	0,028	0,034	0,036	0,030	0,031	0,037	0,033	0,034	0,038	0,042
$S_h$	0,012	0,020	0,017	0,011	0,010	0,027	0,016	0,010	0,021	0,030
IP percentil BCa										
$TC_h$	0,944	0,937	0,922	0,921	0,923	0,932	0,908	0,905	0,919	0,921
$A_h$	0,100	0,104	0,111	0,113	0,115	0,115	0,116	0,116	0,116	0,117
$TC_h^I$	0,040	0,021	0,027	0,032	0,039	0,022	0,030	0,037	0,027	0,020
$TC_h^S$	0,016	0,042	0,051	0,047	0,038	0,046	0,062	0,058	0,054	0,059
$S_h$	0,024	0,021	0,028	0,029	0,027	0,024	0,042	0,045	0,031	0,039
IP BCa										
$TC_h$	0,936	0,941	0,924	0,919	0,918	0,933	0,920	0,905	0,922	0,924
$A_h$	0,097	0,102	0,108	0,110	0,112	0,112	0,113	0,113	0,113	0,113
$TC_h^I$	0,052	0,030	0,041	0,044	0,050	0,033	0,038	0,048	0,036	0,032
$TC_h^S$	0,012	0,029	0,035	0,037	0,032	0,034	0,042	0,047	0,042	0,044
$S_h$	0,040	0,009	0,026	0,031	0,032	0,017	0,030	0,045	0,028	0,026
IP EPB $\mathcal{R}_1(y_{n+h}^b, \hat{y}_n^b(h))$										
$TC_h$	0,905	0,890	0,854	0,867	0,853	0,850	0,838	0,822	0,841	0,849
$A_h$	0,097	0,104	0,109	0,114	0,120	0,122	0,124	0,127	0,129	0,131
$TC_h^I$	0,056	0,044	0,053	0,038	0,039	0,031	0,032	0,034	0,023	0,014
$TC_h^S$	0,039	0,066	0,093	0,095	0,108	0,119	0,130	0,144	0,136	0,137
$S_h$	0,045	0,060	0,096	0,083	0,097	0,100	0,112	0,128	0,113	0,123
IP EPB $\mathcal{R}_2(y_{n+h}^b, \hat{y}_n^b(h))$										
$TC_h$	0,839	0,849	0,858	0,858	0,849	0,867	0,857	0,853	0,860	0,856
$A_h$	0,091	0,098	0,107	0,109	0,111	0,111	0,112	0,111	0,112	0,111
$TC_h^I$	0,039	0,029	0,025	0,029	0,057	0,034	0,043	0,052	0,051	0,055
$TC_h^S$	0,122	0,122	0,117	0,113	0,094	0,099	0,100	0,095	0,089	0,089
$S_h$	0,111	0,101	0,092	0,092	0,101	0,083	0,093	0,097	0,090	0,094

Tabela B.6 – Intervalos de predição para o cenário 2 considerando  $\alpha = 0,05$  e  $n = 200$ .

$h$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
IP BJ										
$TC_h$	0,545	0,541	0,570	0,558	0,550	0,562	0,569	0,574	0,569	0,554
$A_h$	0,042	0,044	0,048	0,049	0,050	0,050	0,051	0,051	0,051	0,051
$TC_h^I$	0,193	0,192	0,157	0,186	0,168	0,175	0,153	0,142	0,135	0,137
$TC_h^S$	0,262	0,267	0,273	0,256	0,282	0,263	0,278	0,284	0,296	0,309
$S_h$	0,405	0,409	0,380	0,392	0,400	0,388	0,381	0,376	0,381	0,396
IP Qbeta										
$TC_h$	0,953	0,953	0,957	0,942	0,939	0,932	0,930	0,940	0,945	0,944
$A_h$	0,101	0,107	0,114	0,116	0,118	0,119	0,119	0,120	0,120	0,120
$TC_h^I$	0,018	0,020	0,017	0,027	0,022	0,022	0,022	0,018	0,020	0,020
$TC_h^S$	0,029	0,027	0,026	0,031	0,039	0,046	0,048	0,042	0,035	0,036
$S_h$	0,011	0,007	0,009	0,008	0,017	0,024	0,026	0,024	0,015	0,016
IP percentil residual										
$TC_h$	0,959	0,953	0,955	0,947	0,944	0,936	0,939	0,947	0,950	0,949
$A_h$	0,118	0,119	0,120	0,120	0,120	0,120	0,120	0,120	0,120	0,120
$TC_h^I$	0,017	0,020	0,017	0,026	0,027	0,025	0,024	0,023	0,023	0,025
$TC_h^S$	0,024	0,027	0,028	0,027	0,029	0,039	0,037	0,030	0,027	0,026
$S_h$	0,009	0,007	0,011	0,003	0,006	0,014	0,013	0,007	0,004	0,001
IP percentil paramétrico										
$TC_h$	0,923	0,946	0,952	0,948	0,948	0,939	0,939	0,947	0,949	0,951
$A_h$	0,125	0,124	0,122	0,122	0,121	0,121	0,121	0,121	0,121	0,121
$TC_h^I$	0,010	0,011	0,014	0,024	0,021	0,020	0,022	0,019	0,025	0,023
$TC_h^S$	0,067	0,043	0,034	0,028	0,031	0,041	0,039	0,034	0,026	0,026
$S_h$	0,057	0,032	0,020	0,004	0,010	0,021	0,017	0,015	0,001	0,003
IP percentil blocos										
$TC_h$	0,962	0,959	0,960	0,957	0,948	0,943	0,945	0,956	0,956	0,953
$A_h$	0,124	0,124	0,124	0,124	0,124	0,124	0,124	0,124	0,124	0,124
$TC_h^I$	0,016	0,014	0,014	0,021	0,020	0,021	0,022	0,018	0,022	0,020
$TC_h^S$	0,022	0,027	0,026	0,022	0,032	0,036	0,033	0,026	0,022	0,027
$S_h$	0,012	0,013	0,012	0,007	0,012	0,015	0,011	0,008	0,006	0,007
IP percentil blocos cíclicos										
$TC_h$	0,954	0,958	0,961	0,951	0,952	0,944	0,942	0,954	0,957	0,952
$A_h$	0,124	0,124	0,124	0,124	0,124	0,124	0,124	0,124	0,124	0,124
$TC_h^I$	0,021	0,017	0,014	0,024	0,019	0,021	0,021	0,017	0,017	0,024
$TC_h^S$	0,025	0,025	0,025	0,025	0,029	0,035	0,037	0,029	0,026	0,024
$S_h$	0,004	0,008	0,011	0,001	0,010	0,014	0,016	0,012	0,009	0,002
IP percentil BCa										
$TC_h$	0,955	0,943	0,949	0,937	0,929	0,931	0,929	0,937	0,939	0,934
$A_h$	0,100	0,105	0,113	0,115	0,117	0,118	0,118	0,119	0,119	0,119
$TC_h^I$	0,023	0,025	0,021	0,028	0,030	0,022	0,022	0,017	0,019	0,024
$TC_h^S$	0,022	0,032	0,030	0,035	0,041	0,047	0,049	0,046	0,042	0,042
$S_h$	0,005	0,007	0,009	0,013	0,021	0,025	0,027	0,029	0,023	0,018
IP BCa										
$TC_h$	0,948	0,935	0,939	0,931	0,929	0,933	0,930	0,942	0,942	0,937
$A_h$	0,098	0,103	0,110	0,112	0,114	0,114	0,115	0,115	0,115	0,116
$TC_h^I$	0,036	0,039	0,036	0,042	0,041	0,033	0,030	0,028	0,028	0,032
$TC_h^S$	0,016	0,026	0,025	0,027	0,030	0,034	0,040	0,030	0,030	0,031
$S_h$	0,020	0,015	0,011	0,019	0,021	0,017	0,020	0,008	0,008	0,013
IP EPB $\mathcal{R}_1(y_{n+h}^b, \hat{y}_n^b(h))$										
$TC_h$	0,903	0,893	0,890	0,873	0,869	0,861	0,848	0,866	0,864	0,845
$A_h$	0,097	0,103	0,110	0,116	0,120	0,122	0,124	0,126	0,128	0,130
$TC_h^I$	0,049	0,051	0,043	0,044	0,038	0,032	0,030	0,025	0,026	0,028
$TC_h^S$	0,048	0,056	0,067	0,083	0,093	0,107	0,122	0,109	0,110	0,127
$S_h$	0,047	0,057	0,060	0,077	0,081	0,089	0,102	0,084	0,086	0,105
IP EPB $\mathcal{R}_2(y_{n+h}^b, \hat{y}_n^b(h))$										
$TC_h$	0,853	0,823	0,867	0,867	0,849	0,875	0,868	0,877	0,882	0,878
$A_h$	0,088	0,097	0,107	0,110	0,112	0,113	0,114	0,114	0,114	0,114
$TC_h^I$	0,021	0,033	0,019	0,036	0,040	0,029	0,037	0,033	0,027	0,037
$TC_h^S$	0,126	0,144	0,114	0,097	0,111	0,096	0,095	0,090	0,091	0,085
$S_h$	0,105	0,127	0,095	0,083	0,101	0,075	0,082	0,073	0,068	0,072

Tabela B.7 – Intervalos de predição para o cenário 3 considerando  $\alpha = 0,05$  e  $n = 50$ .

$h$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
IP BJ										
$TC_h$	0,935	0,946	0,932	0,920	0,927	0,929	0,936	0,917	0,927	0,918
$A_h$	0,234	0,237	0,237	0,237	0,237	0,237	0,237	0,237	0,237	0,237
$TC_h^I$	0,035	0,031	0,038	0,042	0,046	0,040	0,033	0,046	0,047	0,049
$TC_h^S$	0,030	0,023	0,030	0,038	0,027	0,031	0,031	0,037	0,026	0,033
$S_h$	0,015	0,008	0,018	0,030	0,023	0,021	0,014	0,033	0,023	0,032
IP Qbeta										
$TC_h$	0,969	0,976	0,961	0,951	0,955	0,968	0,966	0,953	0,959	0,962
$A_h$	0,269	0,273	0,273	0,273	0,273	0,273	0,273	0,273	0,273	0,273
$TC_h^I$	0,012	0,010	0,017	0,021	0,024	0,013	0,015	0,022	0,020	0,017
$TC_h^S$	0,019	0,014	0,022	0,028	0,021	0,019	0,019	0,025	0,021	0,021
$S_h$	0,019	0,026	0,011	0,007	0,005	0,018	0,016	0,003	0,009	0,012
IP percentil residual										
$TC_h$	0,951	0,948	0,952	0,940	0,944	0,955	0,954	0,937	0,943	0,947
$A_h$	0,247	0,251	0,254	0,255	0,254	0,255	0,255	0,255	0,255	0,255
$TC_h^I$	0,021	0,026	0,022	0,028	0,031	0,020	0,022	0,029	0,032	0,027
$TC_h^S$	0,028	0,026	0,026	0,032	0,025	0,025	0,024	0,034	0,025	0,026
$S_h$	0,007	0,002	0,004	0,010	0,006	0,005	0,004	0,013	0,007	0,003
IP percentil paramétrico										
$TC_h$	0,977	0,972	0,971	0,964	0,971	0,977	0,977	0,967	0,962	0,975
$A_h$	0,282	0,286	0,290	0,291	0,290	0,290	0,290	0,291	0,290	0,290
$TC_h^I$	0,014	0,012	0,015	0,021	0,019	0,013	0,013	0,020	0,021	0,012
$TC_h^S$	0,009	0,016	0,014	0,015	0,010	0,010	0,010	0,013	0,017	0,013
$S_h$	0,027	0,022	0,021	0,014	0,021	0,027	0,027	0,017	0,012	0,025
IP percentil blocos										
$TC_h$	0,943	0,953	0,960	0,941	0,949	0,967	0,962	0,947	0,948	0,953
$A_h$	0,243	0,249	0,264	0,264	0,264	0,264	0,264	0,264	0,264	0,264
$TC_h^I$	0,025	0,020	0,019	0,027	0,028	0,013	0,019	0,024	0,029	0,023
$TC_h^S$	0,032	0,027	0,021	0,032	0,023	0,020	0,019	0,029	0,023	0,024
$S_h$	0,007	0,007	0,010	0,009	0,005	0,017	0,012	0,005	0,006	0,003
IP percentil blocos cíclicos										
$TC_h$	0,944	0,942	0,960	0,945	0,947	0,960	0,961	0,941	0,945	0,950
$A_h$	0,244	0,248	0,260	0,260	0,260	0,260	0,260	0,260	0,260	0,260
$TC_h^I$	0,025	0,029	0,018	0,025	0,029	0,016	0,019	0,031	0,031	0,026
$TC_h^S$	0,031	0,029	0,022	0,030	0,024	0,024	0,020	0,028	0,024	0,024
$S_h$	0,006	0,008	0,010	0,005	0,005	0,010	0,011	0,009	0,007	0,002
IP BCa										
$TC_h$	0,939	0,946	0,929	0,911	0,929	0,935	0,939	0,920	0,922	0,922
$A_h$	0,236	0,241	0,242	0,241	0,242	0,242	0,241	0,241	0,241	0,241
$TC_h^I$	0,029	0,027	0,032	0,037	0,040	0,029	0,026	0,038	0,039	0,040
$TC_h^S$	0,032	0,027	0,039	0,052	0,031	0,036	0,035	0,042	0,039	0,038
$S_h$	0,011	0,004	0,021	0,039	0,021	0,015	0,011	0,030	0,028	0,028
IP BCa										
$TC_h$	0,936	0,948	0,928	0,922	0,932	0,930	0,945	0,919	0,929	0,922
$A_h$	0,239	0,244	0,244	0,243	0,245	0,245	0,244	0,244	0,243	0,243
$TC_h^I$	0,025	0,020	0,029	0,027	0,033	0,028	0,020	0,034	0,030	0,036
$TC_h^S$	0,039	0,032	0,043	0,051	0,035	0,042	0,035	0,047	0,041	0,042
$S_h$	0,014	0,012	0,022	0,028	0,018	0,020	0,015	0,031	0,021	0,028
IP EPB $\mathcal{R}_1(y_{n+h}^b, \hat{y}_n^b(h))$										
$TC_h$	0,951	0,951	0,921	0,911	0,924	0,916	0,926	0,913	0,927	0,921
$A_h$	0,252	0,257	0,260	0,262	0,260	0,261	0,261	0,261	0,260	0,261
$TC_h^I$	0,037	0,038	0,048	0,057	0,052	0,058	0,050	0,059	0,051	0,055
$TC_h^S$	0,012	0,011	0,031	0,032	0,024	0,026	0,024	0,028	0,022	0,024
$S_h$	0,025	0,027	0,029	0,039	0,028	0,034	0,026	0,037	0,029	0,031
IP EPB $\mathcal{R}_2(y_{n+h}^b, \hat{y}_n^b(h))$										
$TC_h$	0,929	0,944	0,901	0,915	0,908	0,913	0,921	0,891	0,908	0,912
$A_h$	0,234	0,239	0,243	0,242	0,244	0,242	0,243	0,243	0,243	0,243
$TC_h^I$	0,021	0,022	0,046	0,035	0,046	0,034	0,034	0,045	0,044	0,047
$TC_h^S$	0,050	0,034	0,053	0,050	0,046	0,053	0,045	0,064	0,048	0,041
$S_h$	0,029	0,012	0,049	0,035	0,042	0,037	0,029	0,059	0,042	0,038

Tabela B.8 – Intervalos de predição para o cenário 3 considerando  $\alpha = 0,05$  e  $n = 100$ .

$h$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
IP BJ										
$TC_h$	0,945	0,941	0,929	0,908	0,922	0,913	0,918	0,931	0,926	0,925
$A_h$	0,224	0,227	0,227	0,227	0,227	0,227	0,227	0,227	0,227	0,227
$TC_h^I$	0,031	0,038	0,039	0,055	0,048	0,042	0,046	0,036	0,045	0,043
$TC_h^S$	0,024	0,021	0,032	0,037	0,030	0,045	0,036	0,033	0,029	0,032
$S_h$	0,007	0,017	0,021	0,042	0,028	0,037	0,032	0,019	0,024	0,025
IP Qbeta										
$TC_h$	0,967	0,977	0,959	0,954	0,956	0,956	0,964	0,967	0,961	0,964
$A_h$	0,257	0,260	0,260	0,260	0,260	0,260	0,260	0,260	0,260	0,260
$TC_h^I$	0,016	0,011	0,017	0,024	0,024	0,018	0,019	0,014	0,018	0,015
$TC_h^S$	0,017	0,012	0,024	0,022	0,020	0,026	0,017	0,019	0,021	0,021
$S_h$	0,017	0,027	0,009	0,004	0,006	0,008	0,014	0,017	0,011	0,014
IP percentil residual										
$TC_h$	0,950	0,949	0,944	0,941	0,950	0,945	0,952	0,956	0,956	0,950
$A_h$	0,246	0,248	0,249	0,249	0,250	0,249	0,250	0,249	0,250	0,249
$TC_h^I$	0,024	0,017	0,025	0,031	0,027	0,023	0,026	0,021	0,021	0,024
$TC_h^S$	0,026	0,034	0,031	0,028	0,023	0,032	0,022	0,023	0,023	0,026
$S_h$	0,002	0,017	0,006	0,009	0,004	0,009	0,004	0,006	0,006	0,002
IP percentil paramétrico										
$TC_h$	0,968	0,966	0,958	0,958	0,964	0,967	0,965	0,969	0,966	0,967
$A_h$	0,264	0,265	0,267	0,267	0,268	0,267	0,267	0,267	0,267	0,267
$TC_h^I$	0,016	0,012	0,020	0,024	0,022	0,015	0,018	0,018	0,017	0,016
$TC_h^S$	0,016	0,022	0,022	0,018	0,014	0,018	0,017	0,013	0,017	0,017
$S_h$	0,018	0,016	0,008	0,008	0,014	0,017	0,015	0,019	0,016	0,017
IP percentil blocos										
$TC_h$	0,943	0,945	0,952	0,949	0,953	0,954	0,958	0,965	0,960	0,956
$A_h$	0,241	0,243	0,253	0,253	0,253	0,253	0,254	0,253	0,253	0,253
$TC_h^I$	0,029	0,016	0,020	0,028	0,026	0,019	0,019	0,016	0,019	0,018
$TC_h^S$	0,028	0,039	0,028	0,023	0,021	0,027	0,023	0,019	0,021	0,026
$S_h$	0,007	0,023	0,008	0,005	0,005	0,008	0,008	0,015	0,010	0,008
IP percentil blocos cíclicos										
$TC_h$	0,949	0,942	0,950	0,943	0,950	0,951	0,957	0,958	0,962	0,954
$A_h$	0,242	0,244	0,252	0,252	0,252	0,252	0,252	0,252	0,252	0,252
$TC_h^I$	0,027	0,020	0,023	0,032	0,027	0,018	0,023	0,019	0,019	0,019
$TC_h^S$	0,024	0,038	0,027	0,025	0,023	0,031	0,020	0,023	0,019	0,027
$S_h$	0,003	0,018	0,004	0,007	0,004	0,013	0,007	0,008	0,012	0,008
IP percentil BCa										
$TC_h$	0,956	0,961	0,943	0,930	0,941	0,935	0,939	0,944	0,944	0,937
$A_h$	0,244	0,246	0,246	0,246	0,246	0,246	0,246	0,247	0,246	0,246
$TC_h^I$	0,023	0,019	0,026	0,035	0,030	0,028	0,029	0,026	0,027	0,031
$TC_h^S$	0,021	0,020	0,031	0,035	0,029	0,037	0,032	0,030	0,029	0,032
$S_h$	0,006	0,011	0,007	0,020	0,009	0,015	0,011	0,006	0,006	0,013
IP BCa										
$TC_h$	0,956	0,956	0,942	0,928	0,938	0,933	0,937	0,942	0,944	0,938
$A_h$	0,242	0,245	0,245	0,245	0,245	0,245	0,245	0,246	0,246	0,245
$TC_h^I$	0,022	0,017	0,021	0,031	0,027	0,024	0,026	0,024	0,022	0,029
$TC_h^S$	0,022	0,027	0,037	0,041	0,035	0,043	0,037	0,034	0,034	0,033
$S_h$	0,006	0,010	0,016	0,022	0,012	0,019	0,013	0,010	0,012	0,012
IP EPB $\mathcal{R}_1(y_{n+h}^b, \hat{y}_n^b(h))$										
$TC_h$	0,946	0,943	0,900	0,895	0,908	0,916	0,894	0,928	0,903	0,927
$A_h$	0,241	0,244	0,245	0,245	0,245	0,245	0,244	0,245	0,245	0,244
$TC_h^I$	0,042	0,046	0,068	0,071	0,066	0,058	0,065	0,052	0,054	0,048
$TC_h^S$	0,012	0,011	0,032	0,034	0,026	0,026	0,041	0,020	0,043	0,025
$S_h$	0,030	0,035	0,050	0,055	0,042	0,034	0,056	0,032	0,047	0,023
IP EPB $\mathcal{R}_2(y_{n+h}^b, \hat{y}_n^b(h))$										
$TC_h$	0,951	0,945	0,905	0,892	0,910	0,904	0,908	0,906	0,906	0,907
$A_h$	0,230	0,233	0,234	0,234	0,234	0,234	0,234	0,234	0,233	0,234
$TC_h^I$	0,022	0,020	0,040	0,052	0,042	0,039	0,044	0,041	0,045	0,044
$TC_h^S$	0,027	0,035	0,055	0,056	0,048	0,057	0,048	0,053	0,049	0,049
$S_h$	0,005	0,015	0,045	0,058	0,040	0,046	0,042	0,044	0,044	0,043

Tabela B.9 – Intervalos de predição para o cenário 3 considerando  $\alpha = 0,05$  e  $n = 200$ .

$h$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
IP BJ										
$TC_h$	0,923	0,935	0,922	0,914	0,917	0,903	0,916	0,893	0,925	0,900
$A_h$	0,217	0,219	0,219	0,219	0,219	0,219	0,219	0,219	0,219	0,219
$TC_h^I$	0,045	0,049	0,042	0,049	0,046	0,052	0,054	0,061	0,043	0,060
$TC_h^S$	0,032	0,016	0,036	0,037	0,037	0,045	0,030	0,046	0,032	0,040
$S_h$	0,027	0,033	0,028	0,036	0,033	0,047	0,034	0,057	0,025	0,050
IP Qbeta										
$TC_h$	0,954	0,971	0,966	0,960	0,958	0,945	0,960	0,939	0,963	0,946
$A_h$	0,248	0,251	0,251	0,251	0,251	0,251	0,251	0,251	0,251	0,251
$TC_h^I$	0,026	0,020	0,018	0,021	0,016	0,026	0,020	0,029	0,017	0,026
$TC_h^S$	0,020	0,009	0,016	0,019	0,026	0,029	0,020	0,032	0,020	0,028
$S_h$	0,006	0,021	0,016	0,010	0,010	0,005	0,010	0,011	0,013	0,004
IP percentil residual										
$TC_h$	0,937	0,949	0,956	0,958	0,956	0,939	0,959	0,930	0,963	0,941
$A_h$	0,246	0,247	0,248	0,248	0,248	0,248	0,247	0,248	0,247	0,248
$TC_h^I$	0,027	0,029	0,024	0,027	0,019	0,026	0,021	0,036	0,015	0,031
$TC_h^S$	0,036	0,022	0,020	0,015	0,025	0,035	0,020	0,034	0,022	0,028
$S_h$	0,013	0,007	0,006	0,012	0,006	0,011	0,009	0,020	0,013	0,009
IP percentil paramétrico										
$TC_h$	0,949	0,961	0,964	0,959	0,955	0,951	0,962	0,946	0,961	0,952
$A_h$	0,253	0,254	0,255	0,255	0,255	0,254	0,255	0,255	0,255	0,255
$TC_h^I$	0,025	0,024	0,020	0,025	0,018	0,023	0,020	0,028	0,018	0,026
$TC_h^S$	0,026	0,015	0,016	0,016	0,027	0,026	0,018	0,026	0,021	0,022
$S_h$	0,001	0,011	0,014	0,009	0,009	0,003	0,012	0,004	0,011	0,004
IP percentil blocos										
$TC_h$	0,929	0,945	0,959	0,959	0,957	0,944	0,957	0,936	0,958	0,943
$A_h$	0,239	0,241	0,248	0,248	0,248	0,249	0,248	0,249	0,248	0,249
$TC_h^I$	0,031	0,030	0,021	0,025	0,016	0,025	0,020	0,033	0,021	0,033
$TC_h^S$	0,040	0,025	0,020	0,016	0,027	0,031	0,023	0,031	0,021	0,024
$S_h$	0,021	0,005	0,009	0,009	0,011	0,006	0,007	0,014	0,008	0,009
IP percentil blocos cíclicos										
$TC_h$	0,931	0,946	0,960	0,953	0,957	0,942	0,958	0,937	0,954	0,936
$A_h$	0,239	0,241	0,248	0,248	0,248	0,248	0,248	0,248	0,248	0,248
$TC_h^I$	0,033	0,027	0,022	0,025	0,017	0,028	0,022	0,031	0,023	0,031
$TC_h^S$	0,036	0,027	0,018	0,022	0,026	0,030	0,020	0,032	0,023	0,033
$S_h$	0,019	0,004	0,010	0,003	0,009	0,008	0,008	0,013	0,004	0,014
IP percentil BCa										
$TC_h$	0,949	0,959	0,961	0,950	0,952	0,936	0,954	0,925	0,958	0,941
$A_h$	0,244	0,247	0,246	0,247	0,247	0,247	0,247	0,247	0,247	0,247
$TC_h^I$	0,024	0,028	0,019	0,026	0,022	0,027	0,024	0,036	0,017	0,030
$TC_h^S$	0,027	0,013	0,020	0,024	0,026	0,037	0,022	0,039	0,025	0,029
$S_h$	0,003	0,015	0,011	0,002	0,004	0,014	0,004	0,025	0,008	0,009
IP BCa										
$TC_h$	0,946	0,959	0,958	0,951	0,952	0,934	0,957	0,921	0,958	0,935
$A_h$	0,244	0,246	0,246	0,246	0,246	0,246	0,246	0,246	0,246	0,245
$TC_h^I$	0,022	0,026	0,016	0,022	0,018	0,024	0,018	0,034	0,016	0,031
$TC_h^S$	0,032	0,015	0,026	0,027	0,030	0,042	0,025	0,045	0,026	0,034
$S_h$	0,010	0,011	0,010	0,005	0,012	0,018	0,007	0,029	0,010	0,015
IP EPB $\mathcal{R}_1(y_{n+h}^b, \hat{y}_n^b(h))$										
$TC_h$	0,935	0,942	0,911	0,905	0,898	0,891	0,903	0,890	0,909	0,897
$A_h$	0,234	0,235	0,235	0,236	0,236	0,235	0,235	0,235	0,235	0,234
$TC_h^I$	0,048	0,050	0,065	0,061	0,068	0,065	0,067	0,071	0,059	0,064
$TC_h^S$	0,017	0,008	0,024	0,034	0,034	0,044	0,030	0,039	0,032	0,039
$S_h$	0,031	0,042	0,041	0,045	0,052	0,059	0,047	0,060	0,041	0,053
IP EPB $\mathcal{R}_2(y_{n+h}^b, \hat{y}_n^b(h))$										
$TC_h$	0,932	0,949	0,903	0,908	0,920	0,896	0,902	0,884	0,918	0,895
$A_h$	0,224	0,227	0,226	0,226	0,226	0,227	0,227	0,226	0,226	0,227
$TC_h^I$	0,034	0,032	0,049	0,047	0,032	0,048	0,047	0,050	0,036	0,056
$TC_h^S$	0,034	0,019	0,048	0,045	0,048	0,056	0,051	0,066	0,046	0,049
$S_h$	0,018	0,013	0,047	0,042	0,030	0,054	0,048	0,066	0,032	0,055

Tabela B.10 – Intervalos de predição para o cenário 4 considerando  $\alpha = 0,05$  e  $n = 50$ .

$h$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
IP BJ										
$TC_h$	0,902	0,910	0,862	0,871	0,869	0,874	0,869	0,856	0,842	0,859
$A_h$	0,132	0,134	0,136	0,136	0,136	0,136	0,136	0,136	0,136	0,136
$TC_h^I$	0,029	0,031	0,047	0,047	0,051	0,039	0,050	0,055	0,069	0,045
$TC_h^S$	0,069	0,059	0,091	0,082	0,080	0,087	0,081	0,089	0,089	0,096
$S_h$	0,048	0,040	0,088	0,079	0,081	0,076	0,081	0,094	0,108	0,091
IP Qbeta										
$TC_h$	0,984	0,989	0,970	0,962	0,966	0,973	0,965	0,953	0,967	0,962
$A_h$	0,185	0,189	0,190	0,190	0,190	0,190	0,190	0,190	0,190	0,190
$TC_h^I$	0,006	0,005	0,011	0,015	0,014	0,010	0,018	0,023	0,020	0,014
$TC_h^S$	0,010	0,006	0,019	0,023	0,020	0,017	0,017	0,024	0,013	0,024
$S_h$	0,034	0,039	0,020	0,012	0,016	0,023	0,015	0,003	0,017	0,012
IP percentil residual										
$TC_h$	0,938	0,941	0,948	0,953	0,948	0,948	0,947	0,934	0,938	0,940
$A_h$	0,163	0,166	0,168	0,168	0,168	0,168	0,168	0,168	0,168	0,168
$TC_h^I$	0,024	0,025	0,021	0,020	0,024	0,022	0,028	0,032	0,040	0,026
$TC_h^S$	0,038	0,034	0,031	0,027	0,028	0,030	0,025	0,034	0,022	0,034
$S_h$	0,014	0,009	0,010	0,007	0,004	0,008	0,003	0,016	0,018	0,010
IP percentil paramétrico										
$TC_h$	0,990	0,994	0,995	0,988	0,994	0,994	0,987	0,991	0,993	0,989
$A_h$	0,227	0,233	0,237	0,237	0,237	0,238	0,237	0,237	0,237	0,237
$TC_h^I$	0,002	0,002	0,001	0,001	0,003	0,000	0,002	0,001	0,001	0,002
$TC_h^S$	0,008	0,004	0,004	0,011	0,003	0,006	0,011	0,008	0,006	0,009
$S_h$	0,040	0,044	0,045	0,038	0,044	0,044	0,037	0,041	0,043	0,039
IP percentil blocos										
$TC_h$	0,940	0,941	0,961	0,956	0,955	0,955	0,956	0,939	0,953	0,945
$A_h$	0,160	0,167	0,176	0,176	0,175	0,175	0,176	0,176	0,176	0,176
$TC_h^I$	0,022	0,024	0,017	0,018	0,021	0,017	0,023	0,029	0,029	0,020
$TC_h^S$	0,038	0,035	0,022	0,026	0,024	0,028	0,021	0,032	0,018	0,035
$S_h$	0,016	0,011	0,011	0,008	0,005	0,011	0,006	0,011	0,011	0,015
IP percentil blocos cíclicos										
$TC_h$	0,935	0,945	0,959	0,954	0,955	0,954	0,950	0,937	0,946	0,940
$A_h$	0,160	0,167	0,174	0,174	0,174	0,174	0,173	0,174	0,173	0,174
$TC_h^I$	0,025	0,019	0,018	0,020	0,022	0,018	0,027	0,029	0,035	0,025
$TC_h^S$	0,040	0,036	0,023	0,026	0,023	0,028	0,023	0,034	0,019	0,035
$S_h$	0,015	0,017	0,009	0,006	0,005	0,010	0,004	0,013	0,016	0,010
IP percentil BCa										
$TC_h$	0,951	0,953	0,920	0,927	0,922	0,927	0,924	0,911	0,917	0,919
$A_h$	0,154	0,157	0,157	0,157	0,158	0,158	0,158	0,158	0,158	0,158
$TC_h^I$	0,019	0,024	0,037	0,034	0,038	0,031	0,037	0,043	0,049	0,033
$TC_h^S$	0,030	0,023	0,043	0,039	0,040	0,042	0,039	0,046	0,034	0,048
$S_h$	0,011	0,003	0,030	0,023	0,028	0,023	0,026	0,039	0,033	0,031
IP BCa										
$TC_h$	0,954	0,952	0,926	0,927	0,925	0,926	0,928	0,920	0,915	0,929
$A_h$	0,156	0,158	0,159	0,159	0,158	0,159	0,159	0,159	0,159	0,159
$TC_h^I$	0,022	0,031	0,039	0,041	0,043	0,035	0,039	0,045	0,058	0,036
$TC_h^S$	0,024	0,017	0,035	0,032	0,032	0,039	0,033	0,035	0,027	0,035
$S_h$	0,004	0,014	0,024	0,023	0,025	0,024	0,022	0,030	0,035	0,021
IP EPB $\mathcal{R}_1(y_{n+h}^b, \hat{y}_n^b(h))$										
$TC_h$	0,939	0,957	0,893	0,901	0,901	0,907	0,907	0,883	0,915	0,899
$A_h$	0,175	0,180	0,193	0,193	0,193	0,192	0,193	0,192	0,193	0,193
$TC_h^I$	0,004	0,002	0,019	0,013	0,021	0,011	0,015	0,021	0,016	0,014
$TC_h^S$	0,057	0,041	0,088	0,086	0,078	0,082	0,078	0,096	0,069	0,087
$S_h$	0,053	0,039	0,069	0,073	0,057	0,071	0,063	0,075	0,053	0,073
IP EPB $\mathcal{R}_2(y_{n+h}^b, \hat{y}_n^b(h))$										
$TC_h$	0,904	0,894	0,861	0,867	0,851	0,862	0,866	0,861	0,848	0,859
$A_h$	0,130	0,134	0,140	0,140	0,140	0,140	0,140	0,140	0,140	0,140
$TC_h^I$	0,051	0,066	0,070	0,074	0,084	0,076	0,072	0,075	0,090	0,066
$TC_h^S$	0,045	0,040	0,069	0,059	0,065	0,062	0,062	0,064	0,062	0,075
$S_h$	0,046	0,056	0,089	0,083	0,099	0,088	0,084	0,089	0,102	0,091

Tabela B.11 – Intervalos de predição para o cenário 4 considerando  $\alpha = 0,05$  e  $n = 100$ .

$h$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
IP BJ										
$TC_h$	0,896	0,923	0,835	0,883	0,847	0,878	0,875	0,872	0,861	0,856
$A_h$	0,127	0,129	0,130	0,130	0,130	0,130	0,130	0,130	0,130	0,130
$TC_h^I$	0,033	0,027	0,058	0,044	0,060	0,043	0,048	0,043	0,052	0,057
$TC_h^S$	0,071	0,050	0,107	0,073	0,093	0,079	0,077	0,085	0,087	0,087
$S_h$	0,054	0,027	0,115	0,067	0,103	0,072	0,075	0,078	0,089	0,094
IP Qbeta										
$TC_h$	0,987	0,985	0,957	0,971	0,967	0,958	0,971	0,966	0,973	0,967
$A_h$	0,178	0,182	0,182	0,182	0,182	0,182	0,182	0,182	0,182	0,182
$TC_h^I$	0,005	0,009	0,018	0,014	0,018	0,015	0,012	0,015	0,012	0,021
$TC_h^S$	0,008	0,006	0,025	0,015	0,015	0,027	0,017	0,019	0,015	0,012
$S_h$	0,037	0,035	0,007	0,021	0,017	0,012	0,021	0,016	0,023	0,017
IP percentil residual										
$TC_h$	0,944	0,954	0,935	0,952	0,946	0,944	0,953	0,944	0,952	0,949
$A_h$	0,162	0,164	0,165	0,165	0,165	0,165	0,165	0,165	0,165	0,165
$TC_h^I$	0,026	0,021	0,029	0,019	0,027	0,022	0,023	0,027	0,024	0,025
$TC_h^S$	0,030	0,025	0,036	0,029	0,027	0,034	0,024	0,029	0,024	0,026
$S_h$	0,006	0,004	0,015	0,010	0,004	0,012	0,003	0,006	0,002	0,001
IP percentil paramétrico										
$TC_h$	0,981	0,987	0,980	0,988	0,980	0,981	0,984	0,984	0,987	0,990
$A_h$	0,201	0,203	0,205	0,204	0,204	0,204	0,205	0,204	0,204	0,204
$TC_h^I$	0,006	0,004	0,008	0,003	0,010	0,005	0,004	0,004	0,004	0,006
$TC_h^S$	0,013	0,009	0,012	0,009	0,010	0,014	0,012	0,012	0,009	0,004
$S_h$	0,031	0,037	0,030	0,038	0,030	0,031	0,034	0,034	0,037	0,040
IP percentil blocos										
$TC_h$	0,943	0,952	0,943	0,957	0,954	0,953	0,959	0,950	0,963	0,955
$A_h$	0,159	0,164	0,170	0,170	0,170	0,170	0,170	0,170	0,170	0,170
$TC_h^I$	0,025	0,020	0,026	0,019	0,024	0,019	0,018	0,023	0,019	0,025
$TC_h^S$	0,032	0,028	0,031	0,024	0,022	0,028	0,023	0,027	0,018	0,020
$S_h$	0,007	0,008	0,007	0,007	0,004	0,009	0,009	0,004	0,013	0,005
IP percentil blocos cíclicos										
$TC_h$	0,933	0,950	0,944	0,956	0,954	0,952	0,961	0,950	0,960	0,952
$A_h$	0,159	0,163	0,169	0,170	0,169	0,169	0,169	0,170	0,169	0,169
$TC_h^I$	0,029	0,020	0,025	0,020	0,024	0,019	0,017	0,023	0,022	0,025
$TC_h^S$	0,038	0,030	0,031	0,024	0,022	0,029	0,022	0,027	0,018	0,023
$S_h$	0,017	0,010	0,006	0,006	0,004	0,010	0,011	0,004	0,010	0,002
IP BCa										
$TC_h$	0,963	0,969	0,925	0,940	0,930	0,933	0,937	0,942	0,940	0,930
$A_h$	0,156	0,159	0,160	0,160	0,160	0,160	0,160	0,160	0,160	0,160
$TC_h^I$	0,019	0,019	0,033	0,027	0,036	0,028	0,035	0,029	0,033	0,036
$TC_h^S$	0,018	0,012	0,042	0,033	0,034	0,039	0,028	0,029	0,027	0,034
$S_h$	0,013	0,019	0,025	0,010	0,020	0,017	0,013	0,008	0,010	0,020
IP BCa										
$TC_h$	0,964	0,970	0,925	0,939	0,926	0,927	0,931	0,940	0,946	0,935
$A_h$	0,155	0,158	0,158	0,158	0,158	0,158	0,158	0,158	0,158	0,158
$TC_h^I$	0,023	0,020	0,038	0,034	0,044	0,037	0,042	0,034	0,035	0,041
$TC_h^S$	0,013	0,010	0,037	0,027	0,030	0,036	0,027	0,026	0,019	0,024
$S_h$	0,014	0,020	0,025	0,011	0,024	0,023	0,019	0,010	0,016	0,017
IP EPB $\mathcal{R}_1(y_{n+h}^b, \hat{y}_n^b(h))$										
$TC_h$	0,951	0,957	0,856	0,891	0,881	0,891	0,903	0,880	0,878	0,895
$A_h$	0,164	0,166	0,174	0,175	0,174	0,172	0,172	0,172	0,175	0,171
$TC_h^I$	0,002	0,007	0,036	0,025	0,028	0,027	0,025	0,025	0,025	0,027
$TC_h^S$	0,047	0,036	0,108	0,084	0,091	0,082	0,072	0,095	0,097	0,078
$S_h$	0,045	0,029	0,094	0,059	0,069	0,059	0,047	0,070	0,072	0,055
IP EPB $\mathcal{R}_2(y_{n+h}^b, \hat{y}_n^b(h))$										
$TC_h$	0,933	0,931	0,866	0,870	0,860	0,867	0,868	0,872	0,872	0,855
$A_h$	0,136	0,140	0,142	0,141	0,141	0,142	0,142	0,142	0,141	0,142
$TC_h^I$	0,039	0,036	0,065	0,073	0,076	0,064	0,079	0,063	0,065	0,067
$TC_h^S$	0,028	0,033	0,069	0,057	0,064	0,069	0,053	0,065	0,063	0,078
$S_h$	0,017	0,019	0,084	0,080	0,090	0,083	0,082	0,078	0,078	0,095

Tabela B.12 – Intervalos de predição para o cenário 4 considerando  $\alpha = 0,05$  e  $n = 200$ .

$h$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
IP BJ										
$TC_h$	0,913	0,897	0,865	0,865	0,870	0,835	0,839	0,825	0,857	0,846
$A_h$	0,122	0,123	0,125	0,125	0,125	0,125	0,125	0,125	0,125	0,125
$TC_h^I$	0,042	0,039	0,051	0,049	0,049	0,053	0,058	0,075	0,055	0,053
$TC_h^S$	0,045	0,064	0,084	0,086	0,081	0,112	0,103	0,100	0,088	0,101
$S_h$	0,037	0,053	0,085	0,085	0,080	0,115	0,111	0,125	0,093	0,104
IP Qbeta										
$TC_h$	0,984	0,983	0,959	0,972	0,967	0,957	0,957	0,956	0,969	0,959
$A_h$	0,172	0,175	0,176	0,176	0,176	0,176	0,176	0,176	0,176	0,176
$TC_h^I$	0,010	0,011	0,022	0,013	0,014	0,018	0,017	0,023	0,016	0,018
$TC_h^S$	0,006	0,006	0,019	0,015	0,019	0,025	0,026	0,021	0,015	0,023
$S_h$	0,034	0,033	0,009	0,022	0,017	0,007	0,009	0,006	0,019	0,009
IP percentil residual										
$TC_h$	0,952	0,951	0,950	0,952	0,957	0,937	0,942	0,939	0,949	0,948
$A_h$	0,162	0,163	0,163	0,164	0,164	0,163	0,164	0,164	0,164	0,163
$TC_h^I$	0,026	0,021	0,028	0,019	0,017	0,029	0,025	0,034	0,025	0,023
$TC_h^S$	0,022	0,028	0,022	0,029	0,026	0,034	0,033	0,027	0,026	0,029
$S_h$	0,004	0,007	0,006	0,010	0,009	0,013	0,008	0,011	0,001	0,006
IP percentil paramétrico										
$TC_h$	0,977	0,974	0,972	0,980	0,975	0,971	0,973	0,970	0,983	0,972
$A_h$	0,185	0,186	0,187	0,187	0,187	0,186	0,186	0,187	0,186	0,186
$TC_h^I$	0,012	0,011	0,012	0,008	0,009	0,013	0,012	0,013	0,007	0,008
$TC_h^S$	0,011	0,015	0,016	0,012	0,016	0,016	0,015	0,017	0,010	0,020
$S_h$	0,027	0,024	0,022	0,030	0,025	0,021	0,023	0,020	0,033	0,022
IP percentil blocos										
$TC_h$	0,946	0,939	0,951	0,959	0,953	0,939	0,949	0,942	0,952	0,948
$A_h$	0,156	0,159	0,166	0,166	0,166	0,166	0,166	0,165	0,166	0,166
$TC_h^I$	0,029	0,023	0,028	0,016	0,022	0,027	0,023	0,032	0,023	0,023
$TC_h^S$	0,025	0,038	0,021	0,025	0,025	0,034	0,028	0,026	0,025	0,029
$S_h$	0,004	0,015	0,007	0,009	0,003	0,011	0,005	0,008	0,002	0,006
IP percentil blocos cíclicos										
$TC_h$	0,943	0,942	0,951	0,955	0,960	0,941	0,950	0,939	0,955	0,947
$A_h$	0,156	0,159	0,165	0,165	0,165	0,165	0,165	0,165	0,165	0,165
$TC_h^I$	0,030	0,024	0,028	0,017	0,018	0,027	0,022	0,031	0,022	0,025
$TC_h^S$	0,027	0,034	0,021	0,028	0,022	0,032	0,028	0,030	0,023	0,028
$S_h$	0,007	0,010	0,007	0,011	0,010	0,009	0,006	0,011	0,005	0,003
IP percentil BCa										
$TC_h$	0,978	0,966	0,943	0,946	0,946	0,936	0,937	0,923	0,943	0,936
$A_h$	0,158	0,160	0,161	0,161	0,161	0,161	0,160	0,161	0,161	0,161
$TC_h^I$	0,016	0,020	0,028	0,020	0,023	0,027	0,030	0,036	0,028	0,027
$TC_h^S$	0,006	0,014	0,029	0,034	0,031	0,037	0,033	0,041	0,029	0,037
$S_h$	0,028	0,016	0,007	0,014	0,008	0,014	0,013	0,027	0,007	0,014
IP BCa										
$TC_h$	0,970	0,967	0,942	0,952	0,945	0,938	0,935	0,923	0,947	0,933
$A_h$	0,156	0,158	0,159	0,159	0,159	0,159	0,159	0,159	0,159	0,159
$TC_h^I$	0,023	0,023	0,035	0,024	0,028	0,032	0,037	0,046	0,031	0,035
$TC_h^S$	0,007	0,010	0,023	0,024	0,027	0,030	0,028	0,031	0,022	0,032
$S_h$	0,020	0,017	0,012	0,002	0,005	0,012	0,015	0,027	0,009	0,017
IP EPB $\mathcal{R}_1(y_{n+h}^b, \hat{y}_n^b(h))$										
$TC_h$	0,969	0,938	0,878	0,872	0,873	0,857	0,870	0,861	0,876	0,869
$A_h$	0,156	0,157	0,161	0,164	0,162	0,162	0,160	0,162	0,161	0,161
$TC_h^I$	0,008	0,015	0,042	0,030	0,030	0,030	0,035	0,038	0,039	0,030
$TC_h^S$	0,023	0,047	0,080	0,098	0,097	0,113	0,095	0,101	0,085	0,101
$S_h$	0,019	0,032	0,072	0,078	0,077	0,093	0,080	0,089	0,074	0,081
IP EPB $\mathcal{R}_2(y_{n+h}^b, \hat{y}_n^b(h))$										
$TC_h$	0,950	0,928	0,850	0,868	0,872	0,868	0,863	0,855	0,846	0,874
$A_h$	0,138	0,140	0,142	0,140	0,141	0,141	0,141	0,141	0,141	0,141
$TC_h^I$	0,033	0,035	0,065	0,070	0,066	0,060	0,067	0,074	0,076	0,058
$TC_h^S$	0,017	0,037	0,085	0,062	0,062	0,072	0,070	0,071	0,078	0,068
$S_h$	0,016	0,022	0,100	0,082	0,078	0,082	0,087	0,095	0,104	0,076

Tabela B.13 – Intervalos de predição para o cenário 5 considerando  $\alpha = 0,05$  e  $n = 50$ .

$h$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
IP BJ										
$TC_h$	0,941	0,954	0,960	0,958	0,962	0,956	0,952	0,946	0,958	0,954
$A_h$	0,181	0,185	0,185	0,186	0,186	0,186	0,186	0,186	0,186	0,186
$TC_h^I$	0,030	0,026	0,018	0,027	0,019	0,023	0,021	0,029	0,026	0,025
$TC_h^S$	0,029	0,020	0,022	0,015	0,019	0,021	0,027	0,025	0,016	0,021
$S_h$	0,009	0,006	0,010	0,012	0,012	0,006	0,006	0,004	0,010	0,004
IP Qbeta										
$TC_h$	0,933	0,947	0,948	0,957	0,959	0,954	0,949	0,940	0,948	0,950
$A_h$	0,176	0,180	0,180	0,181	0,181	0,181	0,181	0,181	0,181	0,181
$TC_h^I$	0,032	0,031	0,024	0,027	0,019	0,023	0,021	0,032	0,028	0,026
$TC_h^S$	0,035	0,022	0,028	0,016	0,022	0,023	0,030	0,028	0,024	0,024
$S_h$	0,017	0,009	0,004	0,011	0,009	0,004	0,009	0,010	0,004	0,002
IP percentil residual										
$TC_h$	0,957	0,958	0,960	0,961	0,961	0,952	0,950	0,943	0,948	0,946
$A_h$	0,197	0,189	0,186	0,184	0,184	0,183	0,183	0,182	0,182	0,182
$TC_h^I$	0,020	0,023	0,018	0,024	0,018	0,024	0,021	0,030	0,030	0,030
$TC_h^S$	0,023	0,019	0,022	0,015	0,021	0,024	0,029	0,027	0,022	0,024
$S_h$	0,007	0,008	0,010	0,011	0,011	0,002	0,008	0,007	0,008	0,006
IP percentil paramétrico										
$TC_h$	0,971	0,968	0,967	0,964	0,971	0,959	0,958	0,946	0,959	0,955
$A_h$	0,208	0,197	0,195	0,193	0,191	0,191	0,190	0,190	0,190	0,189
$TC_h^I$	0,013	0,016	0,019	0,023	0,013	0,021	0,018	0,027	0,025	0,024
$TC_h^S$	0,016	0,016	0,014	0,013	0,016	0,020	0,024	0,027	0,016	0,021
$S_h$	0,021	0,018	0,017	0,014	0,021	0,009	0,008	0,004	0,009	0,005
IP percentil blocos										
$TC_h$	0,956	0,962	0,957	0,961	0,962	0,956	0,952	0,939	0,957	0,948
$A_h$	0,194	0,188	0,186	0,185	0,184	0,184	0,184	0,183	0,183	0,183
$TC_h^I$	0,021	0,021	0,021	0,024	0,019	0,024	0,020	0,033	0,024	0,027
$TC_h^S$	0,023	0,017	0,022	0,015	0,019	0,020	0,028	0,028	0,019	0,025
$S_h$	0,006	0,012	0,007	0,011	0,012	0,006	0,008	0,011	0,007	0,002
IP percentil blocos cíclicos										
$TC_h$	0,956	0,963	0,956	0,958	0,962	0,953	0,951	0,944	0,961	0,949
$A_h$	0,195	0,189	0,186	0,185	0,184	0,184	0,184	0,183	0,183	0,183
$TC_h^I$	0,020	0,022	0,024	0,026	0,018	0,026	0,021	0,029	0,023	0,027
$TC_h^S$	0,024	0,015	0,020	0,016	0,020	0,021	0,028	0,027	0,016	0,024
$S_h$	0,006	0,013	0,006	0,010	0,012	0,005	0,007	0,006	0,011	0,003
IP percentil BCa										
$TC_h$	0,910	0,929	0,930	0,938	0,938	0,926	0,927	0,919	0,924	0,928
$A_h$	0,167	0,170	0,170	0,171	0,171	0,171	0,171	0,171	0,171	0,172
$TC_h^I$	0,039	0,036	0,031	0,041	0,033	0,036	0,030	0,040	0,035	0,036
$TC_h^S$	0,051	0,035	0,039	0,021	0,029	0,038	0,043	0,041	0,041	0,036
$S_h$	0,040	0,021	0,020	0,020	0,012	0,024	0,023	0,031	0,026	0,022
IP BCa										
$TC_h$	0,911	0,931	0,932	0,937	0,947	0,926	0,930	0,919	0,927	0,923
$A_h$	0,168	0,172	0,172	0,172	0,173	0,172	0,173	0,172	0,172	0,173
$TC_h^I$	0,040	0,036	0,032	0,039	0,024	0,035	0,029	0,040	0,031	0,037
$TC_h^S$	0,049	0,033	0,036	0,024	0,029	0,039	0,041	0,041	0,042	0,040
$S_h$	0,039	0,019	0,018	0,015	0,005	0,024	0,020	0,031	0,023	0,027
IP EPB $\mathcal{R}_1(y_{n+h}^b, \hat{y}_n^b(h))$										
$TC_h$	0,953	0,952	0,954	0,962	0,964	0,946	0,940	0,940	0,956	0,943
$A_h$	0,200	0,191	0,188	0,186	0,185	0,184	0,184	0,183	0,184	0,183
$TC_h^I$	0,018	0,028	0,023	0,024	0,020	0,032	0,028	0,031	0,028	0,031
$TC_h^S$	0,029	0,020	0,023	0,014	0,016	0,022	0,032	0,029	0,016	0,026
$S_h$	0,011	0,008	0,004	0,012	0,014	0,010	0,010	0,010	0,012	0,007
IP EPB $\mathcal{R}_2(y_{n+h}^b, \hat{y}_n^b(h))$										
$TC_h$	0,954	0,956	0,954	0,956	0,959	0,948	0,951	0,937	0,939	0,941
$A_h$	0,199	0,190	0,187	0,185	0,184	0,183	0,183	0,183	0,183	0,182
$TC_h^I$	0,027	0,023	0,025	0,034	0,023	0,027	0,022	0,036	0,029	0,031
$TC_h^S$	0,019	0,021	0,021	0,010	0,018	0,025	0,027	0,027	0,032	0,028
$S_h$	0,008	0,006	0,004	0,024	0,009	0,002	0,005	0,013	0,011	0,009

Tabela B.14 – Intervalos de predição para o cenário 5 considerando  $\alpha = 0,05$  e  $n = 100$ .

$h$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
IP BJ										
$TC_h$	0,957	0,948	0,957	0,956	0,938	0,962	0,956	0,947	0,959	0,952
$A_h$	0,182	0,184	0,185	0,185	0,185	0,185	0,185	0,185	0,185	0,185
$TC_h^I$	0,029	0,025	0,025	0,026	0,035	0,017	0,022	0,029	0,022	0,032
$TC_h^S$	0,014	0,027	0,018	0,018	0,027	0,021	0,022	0,024	0,019	0,016
$S_h$	0,015	0,002	0,007	0,008	0,012	0,012	0,006	0,005	0,009	0,016
IP Qbeta										
$TC_h$	0,947	0,941	0,951	0,949	0,931	0,957	0,950	0,943	0,952	0,944
$A_h$	0,177	0,179	0,179	0,180	0,180	0,180	0,180	0,180	0,180	0,180
$TC_h^I$	0,036	0,028	0,027	0,027	0,039	0,020	0,025	0,032	0,025	0,033
$TC_h^S$	0,017	0,031	0,022	0,024	0,030	0,023	0,025	0,025	0,023	0,023
$S_h$	0,019	0,009	0,005	0,003	0,019	0,007	0,000	0,007	0,002	0,010
IP percentil residual										
$TC_h$	0,967	0,952	0,959	0,955	0,932	0,960	0,954	0,942	0,949	0,948
$A_h$	0,198	0,189	0,185	0,183	0,182	0,181	0,181	0,181	0,180	0,180
$TC_h^I$	0,024	0,022	0,023	0,024	0,036	0,018	0,022	0,031	0,028	0,033
$TC_h^S$	0,009	0,026	0,018	0,021	0,032	0,022	0,024	0,027	0,023	0,019
$S_h$	0,017	0,004	0,009	0,005	0,018	0,010	0,004	0,008	0,005	0,014
IP percentil paramétrico										
$TC_h$	0,974	0,955	0,960	0,957	0,936	0,959	0,954	0,950	0,954	0,951
$A_h$	0,205	0,193	0,190	0,188	0,186	0,186	0,185	0,185	0,184	0,184
$TC_h^I$	0,019	0,022	0,024	0,023	0,033	0,020	0,023	0,026	0,026	0,032
$TC_h^S$	0,007	0,023	0,016	0,020	0,031	0,021	0,023	0,024	0,020	0,017
$S_h$	0,024	0,005	0,010	0,007	0,014	0,009	0,004	0,002	0,006	0,015
IP percentil blocos										
$TC_h$	0,968	0,949	0,957	0,955	0,930	0,957	0,952	0,941	0,948	0,944
$A_h$	0,195	0,187	0,184	0,183	0,182	0,181	0,181	0,181	0,180	0,181
$TC_h^I$	0,023	0,025	0,025	0,025	0,040	0,019	0,023	0,033	0,026	0,036
$TC_h^S$	0,009	0,026	0,018	0,020	0,030	0,024	0,025	0,026	0,026	0,020
$S_h$	0,018	0,001	0,007	0,005	0,020	0,007	0,002	0,009	0,002	0,016
IP percentil blocos cíclicos										
$TC_h$	0,970	0,953	0,959	0,959	0,932	0,961	0,946	0,939	0,949	0,944
$A_h$	0,195	0,188	0,184	0,183	0,182	0,181	0,181	0,181	0,180	0,180
$TC_h^I$	0,021	0,022	0,022	0,024	0,038	0,019	0,028	0,035	0,023	0,035
$TC_h^S$	0,009	0,025	0,019	0,017	0,030	0,020	0,026	0,026	0,028	0,021
$S_h$	0,020	0,003	0,009	0,009	0,018	0,011	0,004	0,011	0,005	0,014
IP percentil BCa										
$TC_h$	0,932	0,933	0,943	0,940	0,924	0,943	0,939	0,937	0,942	0,941
$A_h$	0,173	0,174	0,175	0,175	0,175	0,176	0,175	0,175	0,176	0,176
$TC_h^I$	0,043	0,034	0,033	0,032	0,041	0,025	0,034	0,031	0,028	0,036
$TC_h^S$	0,025	0,033	0,024	0,028	0,035	0,032	0,027	0,032	0,030	0,023
$S_h$	0,018	0,017	0,009	0,010	0,026	0,007	0,011	0,013	0,008	0,013
IP BCa										
$TC_h$	0,933	0,935	0,943	0,943	0,921	0,945	0,940	0,937	0,937	0,939
$A_h$	0,173	0,175	0,175	0,175	0,176	0,176	0,175	0,176	0,176	0,176
$TC_h^I$	0,042	0,032	0,033	0,029	0,044	0,022	0,032	0,031	0,028	0,034
$TC_h^S$	0,025	0,033	0,024	0,028	0,035	0,033	0,028	0,032	0,035	0,027
$S_h$	0,017	0,015	0,009	0,007	0,029	0,011	0,010	0,013	0,013	0,011
IP EPB $\mathcal{R}_1(y_{n+h}^b, \hat{y}_n^b(h))$										
$TC_h$	0,968	0,951	0,956	0,949	0,932	0,953	0,949	0,936	0,945	0,935
$A_h$	0,200	0,189	0,185	0,183	0,182	0,181	0,181	0,180	0,180	0,180
$TC_h^I$	0,020	0,025	0,026	0,029	0,037	0,023	0,027	0,037	0,031	0,041
$TC_h^S$	0,012	0,024	0,018	0,022	0,031	0,024	0,024	0,027	0,024	0,024
$S_h$	0,018	0,001	0,008	0,007	0,018	0,003	0,003	0,014	0,007	0,017
IP EPB $\mathcal{R}_2(y_{n+h}^b, \hat{y}_n^b(h))$										
$TC_h$	0,964	0,950	0,952	0,946	0,926	0,954	0,941	0,939	0,943	0,941
$A_h$	0,198	0,188	0,184	0,182	0,181	0,180	0,180	0,180	0,179	0,179
$TC_h^I$	0,025	0,024	0,030	0,029	0,043	0,022	0,031	0,032	0,027	0,037
$TC_h^S$	0,011	0,026	0,018	0,025	0,031	0,024	0,028	0,029	0,030	0,022
$S_h$	0,014	0,002	0,012	0,004	0,024	0,004	0,009	0,011	0,007	0,015

Tabela B.15 – Intervalos de predição para o cenário 5 considerando  $\alpha = 0,05$  e  $n = 200$ .

$h$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
IP BJ										
$TC_h$	0,956	0,951	0,957	0,961	0,956	0,955	0,950	0,952	0,968	0,965
$A_h$	0,183	0,184	0,185	0,185	0,185	0,185	0,185	0,185	0,185	0,185
$TC_h^I$	0,028	0,033	0,023	0,019	0,027	0,023	0,028	0,033	0,016	0,015
$TC_h^S$	0,016	0,016	0,020	0,020	0,017	0,022	0,022	0,015	0,016	0,020
$S_h$	0,012	0,017	0,007	0,011	0,010	0,005	0,006	0,018	0,018	0,015
IP Qbeta										
$TC_h$	0,948	0,947	0,950	0,952	0,950	0,948	0,941	0,947	0,962	0,960
$A_h$	0,178	0,179	0,179	0,179	0,180	0,180	0,180	0,180	0,180	0,180
$TC_h^I$	0,030	0,034	0,026	0,023	0,030	0,025	0,029	0,036	0,019	0,017
$TC_h^S$	0,022	0,019	0,024	0,025	0,020	0,027	0,030	0,017	0,019	0,023
$S_h$	0,008	0,015	0,002	0,002	0,010	0,002	0,009	0,019	0,012	0,010
IP percentil residual										
$TC_h$	0,972	0,956	0,957	0,956	0,948	0,948	0,945	0,948	0,964	0,956
$A_h$	0,199	0,189	0,185	0,183	0,182	0,181	0,181	0,180	0,180	0,180
$TC_h^I$	0,016	0,028	0,021	0,020	0,030	0,025	0,029	0,036	0,017	0,019
$TC_h^S$	0,012	0,016	0,022	0,024	0,022	0,027	0,026	0,016	0,019	0,025
$S_h$	0,022	0,012	0,007	0,006	0,008	0,002	0,005	0,020	0,014	0,006
IP percentil paramétrico										
$TC_h$	0,971	0,959	0,965	0,959	0,956	0,950	0,949	0,955	0,966	0,962
$A_h$	0,204	0,192	0,189	0,186	0,185	0,184	0,184	0,183	0,183	0,182
$TC_h^I$	0,017	0,026	0,019	0,017	0,027	0,026	0,030	0,029	0,018	0,016
$TC_h^S$	0,012	0,015	0,016	0,024	0,017	0,024	0,021	0,016	0,016	0,022
$S_h$	0,021	0,011	0,015	0,009	0,010	0,002	0,009	0,013	0,016	0,012
IP percentil blocos										
$TC_h$	0,971	0,954	0,958	0,957	0,952	0,949	0,945	0,947	0,964	0,958
$A_h$	0,196	0,187	0,184	0,182	0,181	0,181	0,180	0,180	0,180	0,180
$TC_h^I$	0,016	0,029	0,020	0,021	0,028	0,026	0,028	0,036	0,016	0,017
$TC_h^S$	0,013	0,017	0,022	0,022	0,020	0,025	0,027	0,017	0,020	0,025
$S_h$	0,021	0,012	0,008	0,007	0,008	0,001	0,005	0,019	0,014	0,008
IP percentil blocos cíclicos										
$TC_h$	0,969	0,955	0,955	0,954	0,953	0,946	0,940	0,950	0,962	0,962
$A_h$	0,196	0,187	0,184	0,182	0,181	0,181	0,180	0,180	0,180	0,180
$TC_h^I$	0,019	0,029	0,022	0,023	0,029	0,028	0,030	0,032	0,019	0,016
$TC_h^S$	0,012	0,016	0,023	0,023	0,018	0,026	0,030	0,018	0,019	0,022
$S_h$	0,019	0,013	0,005	0,004	0,011	0,004	0,010	0,014	0,012	0,012
IP percentil BCa										
$TC_h$	0,936	0,939	0,943	0,945	0,940	0,939	0,928	0,947	0,958	0,959
$A_h$	0,175	0,176	0,177	0,176	0,177	0,176	0,176	0,177	0,176	0,177
$TC_h^I$	0,036	0,038	0,026	0,027	0,034	0,030	0,034	0,033	0,021	0,018
$TC_h^S$	0,028	0,023	0,031	0,028	0,026	0,031	0,038	0,020	0,021	0,023
$S_h$	0,014	0,015	0,007	0,005	0,010	0,011	0,022	0,013	0,008	0,009
IP BCa										
$TC_h$	0,936	0,939	0,943	0,945	0,940	0,939	0,928	0,947	0,958	0,959
$A_h$	0,175	0,176	0,177	0,176	0,177	0,176	0,176	0,177	0,176	0,177
$TC_h^I$	0,036	0,038	0,026	0,027	0,034	0,030	0,034	0,033	0,021	0,018
$TC_h^S$	0,028	0,023	0,031	0,028	0,026	0,031	0,038	0,020	0,021	0,023
$S_h$	0,014	0,015	0,007	0,005	0,010	0,011	0,022	0,013	0,008	0,009
IP EPB $\mathcal{R}_1(y_{n+h}^b, \hat{y}_n^b(h))$										
$TC_h$	0,971	0,954	0,952	0,948	0,945	0,945	0,944	0,944	0,955	0,955
$A_h$	0,201	0,189	0,185	0,183	0,182	0,181	0,180	0,180	0,180	0,180
$TC_h^I$	0,019	0,030	0,025	0,028	0,036	0,028	0,030	0,039	0,021	0,020
$TC_h^S$	0,010	0,016	0,023	0,024	0,019	0,027	0,026	0,017	0,024	0,025
$S_h$	0,021	0,014	0,002	0,004	0,017	0,005	0,006	0,022	0,005	0,005
IP EPB $\mathcal{R}_2(y_{n+h}^b, \hat{y}_n^b(h))$										
$TC_h$	0,964	0,957	0,954	0,950	0,945	0,953	0,943	0,946	0,959	0,955
$A_h$	0,199	0,188	0,184	0,182	0,181	0,180	0,179	0,179	0,179	0,179
$TC_h^I$	0,022	0,029	0,024	0,023	0,033	0,023	0,028	0,036	0,022	0,017
$TC_h^S$	0,014	0,014	0,022	0,027	0,022	0,024	0,029	0,018	0,019	0,028
$S_h$	0,014	0,015	0,004	0,004	0,011	0,003	0,007	0,018	0,009	0,011

Tabela B.16 – Intervalos de predição para o cenário 6 considerando  $\alpha = 0,05$  e  $n = 50$ .

$h$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
IP BJ										
$TC_h$	0,465	0,514	0,483	0,466	0,492	0,490	0,495	0,492	0,459	0,485
$A_h$	0,032	0,032	0,032	0,032	0,032	0,032	0,032	0,031	0,031	0,031
$TC_h^I$	0,218	0,222	0,235	0,251	0,217	0,240	0,239	0,235	0,259	0,261
$TC_h^S$	0,317	0,264	0,282	0,283	0,291	0,270	0,266	0,273	0,282	0,254
$S_h$	0,485	0,436	0,467	0,484	0,458	0,460	0,455	0,458	0,491	0,465
IP Qbeta										
$TC_h$	0,958	0,965	0,967	0,961	0,974	0,973	0,966	0,967	0,975	0,974
$A_h$	0,101	0,104	0,105	0,105	0,105	0,105	0,105	0,105	0,105	0,105
$TC_h^I$	0,020	0,025	0,021	0,026	0,014	0,016	0,021	0,017	0,017	0,018
$TC_h^S$	0,022	0,010	0,012	0,013	0,012	0,011	0,013	0,016	0,008	0,008
$S_h$	0,008	0,015	0,017	0,013	0,024	0,023	0,016	0,017	0,025	0,024
IP percentil residual										
$TC_h$	0,966	0,959	0,957	0,953	0,969	0,959	0,944	0,950	0,963	0,956
$A_h$	0,108	0,102	0,101	0,099	0,100	0,099	0,099	0,099	0,099	0,099
$TC_h^I$	0,024	0,026	0,026	0,029	0,010	0,016	0,030	0,020	0,016	0,022
$TC_h^S$	0,010	0,015	0,017	0,018	0,021	0,025	0,026	0,030	0,021	0,022
$S_h$	0,016	0,011	0,009	0,011	0,019	0,009	0,006	0,010	0,013	0,006
IP percentil paramétrico										
$TC_h$	0,981	0,970	0,977	0,973	0,978	0,975	0,971	0,971	0,975	0,982
$A_h$	0,147	0,135	0,128	0,126	0,121	0,121	0,119	0,119	0,118	0,118
$TC_h^I$	0,000	0,000	0,007	0,005	0,002	0,004	0,011	0,006	0,008	0,004
$TC_h^S$	0,019	0,030	0,016	0,022	0,020	0,021	0,018	0,023	0,017	0,014
$S_h$	0,031	0,030	0,027	0,023	0,028	0,025	0,021	0,021	0,025	0,032
IP percentil blocos										
$TC_h$	0,974	0,975	0,976	0,973	0,976	0,977	0,967	0,970	0,974	0,975
$A_h$	0,125	0,116	0,117	0,115	0,116	0,114	0,116	0,115	0,115	0,114
$TC_h^I$	0,009	0,013	0,007	0,012	0,003	0,005	0,007	0,005	0,008	0,008
$TC_h^S$	0,017	0,012	0,017	0,015	0,021	0,018	0,026	0,025	0,018	0,017
$S_h$	0,024	0,025	0,026	0,023	0,026	0,027	0,019	0,020	0,024	0,025
IP percentil blocos cíclicos										
$TC_h$	0,982	0,983	0,973	0,975	0,976	0,973	0,970	0,975	0,969	0,970
$A_h$	0,127	0,119	0,119	0,116	0,117	0,115	0,116	0,115	0,116	0,115
$TC_h^I$	0,006	0,006	0,008	0,010	0,003	0,006	0,008	0,005	0,009	0,010
$TC_h^S$	0,012	0,011	0,019	0,015	0,021	0,021	0,022	0,020	0,022	0,020
$S_h$	0,032	0,033	0,023	0,025	0,026	0,023	0,020	0,025	0,019	0,020
IP percentil BCa										
$TC_h$	0,916	0,925	0,933	0,918	0,937	0,929	0,919	0,913	0,930	0,922
$A_h$	0,086	0,089	0,090	0,090	0,091	0,090	0,090	0,090	0,090	0,090
$TC_h^I$	0,040	0,049	0,046	0,054	0,035	0,039	0,051	0,052	0,046	0,052
$TC_h^S$	0,044	0,026	0,021	0,028	0,028	0,032	0,030	0,035	0,024	0,026
$S_h$	0,034	0,025	0,025	0,032	0,013	0,021	0,031	0,037	0,022	0,028
IP BCa										
$TC_h$	0,909	0,919	0,917	0,906	0,933	0,929	0,909	0,910	0,918	0,902
$A_h$	0,084	0,086	0,086	0,086	0,086	0,086	0,086	0,086	0,086	0,086
$TC_h^I$	0,061	0,064	0,070	0,075	0,056	0,056	0,070	0,064	0,069	0,078
$TC_h^S$	0,030	0,017	0,013	0,019	0,011	0,015	0,021	0,026	0,013	0,020
$S_h$	0,041	0,047	0,057	0,056	0,045	0,041	0,049	0,040	0,056	0,058
IP EPB $\mathcal{R}_1(y_{n+h}^b, \hat{y}_n^b(h))$										
$TC_h$	0,966	0,942	0,943	0,940	0,925	0,924	0,925	0,922	0,931	0,917
$A_h$	0,118	0,126	0,128	0,134	0,135	0,138	0,136	0,139	0,134	0,136
$TC_h^I$	0,012	0,006	0,010	0,004	0,005	0,004	0,003	0,002	0,008	0,006
$TC_h^S$	0,022	0,052	0,047	0,056	0,070	0,072	0,072	0,076	0,061	0,077
$S_h$	0,016	0,046	0,037	0,052	0,065	0,068	0,069	0,074	0,053	0,071
IP EPB $\mathcal{R}_2(y_{n+h}^b, \hat{y}_n^b(h))$										
$TC_h$	0,907	0,925	0,931	0,930	0,943	0,936	0,938	0,929	0,940	0,930
$A_h$	0,136	0,098	0,102	0,094	0,096	0,093	0,095	0,092	0,094	0,092
$TC_h^I$	0,004	0,029	0,031	0,037	0,026	0,042	0,037	0,044	0,030	0,048
$TC_h^S$	0,089	0,046	0,038	0,033	0,031	0,022	0,025	0,027	0,030	0,022
$S_h$	0,085	0,025	0,019	0,020	0,007	0,020	0,012	0,021	0,010	0,026

Tabela B.17 – Intervalos de predição para o cenário 6 considerando  $\alpha = 0,05$  e  $n = 100$ .

$h$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
IP BJ										
$TC_h$	0,479	0,483	0,475	0,476	0,454	0,461	0,458	0,465	0,472	0,470
$A_h$	0,031	0,031	0,031	0,031	0,031	0,030	0,030	0,030	0,030	0,030
$TC_h^I$	0,211	0,233	0,250	0,245	0,263	0,275	0,255	0,272	0,268	0,265
$TC_h^S$	0,310	0,284	0,275	0,279	0,283	0,264	0,287	0,263	0,260	0,265
$S_h$	0,471	0,467	0,475	0,474	0,496	0,489	0,492	0,485	0,478	0,480
IP Qbeta										
$TC_h$	0,966	0,966	0,966	0,955	0,973	0,961	0,969	0,967	0,961	0,962
$A_h$	0,098	0,101	0,101	0,102	0,102	0,102	0,102	0,102	0,102	0,101
$TC_h^I$	0,014	0,020	0,018	0,028	0,019	0,028	0,025	0,023	0,024	0,023
$TC_h^S$	0,020	0,014	0,016	0,017	0,008	0,011	0,006	0,010	0,015	0,015
$S_h$	0,016	0,016	0,016	0,011	0,023	0,017	0,019	0,017	0,011	0,012
IP percentil residual										
$TC_h$	0,983	0,962	0,956	0,947	0,965	0,953	0,956	0,957	0,944	0,952
$A_h$	0,108	0,101	0,100	0,098	0,098	0,097	0,097	0,097	0,097	0,096
$TC_h^I$	0,012	0,021	0,023	0,027	0,021	0,029	0,027	0,020	0,028	0,023
$TC_h^S$	0,005	0,017	0,021	0,026	0,014	0,018	0,017	0,023	0,028	0,025
$S_h$	0,033	0,012	0,006	0,003	0,015	0,011	0,010	0,007	0,006	0,002
IP percentil paramétrico										
$TC_h$	0,978	0,957	0,966	0,967	0,977	0,970	0,979	0,975	0,968	0,967
$A_h$	0,145	0,130	0,122	0,119	0,116	0,114	0,112	0,112	0,111	0,111
$TC_h^I$	0,001	0,003	0,006	0,007	0,004	0,013	0,012	0,006	0,010	0,011
$TC_h^S$	0,021	0,040	0,028	0,026	0,019	0,017	0,009	0,019	0,022	0,022
$S_h$	0,028	0,037	0,022	0,019	0,027	0,020	0,029	0,025	0,018	0,017
IP percentil blocos										
$TC_h$	0,981	0,967	0,967	0,963	0,971	0,963	0,972	0,966	0,958	0,958
$A_h$	0,114	0,107	0,108	0,106	0,106	0,105	0,106	0,105	0,105	0,105
$TC_h^I$	0,009	0,014	0,011	0,015	0,012	0,020	0,017	0,012	0,013	0,016
$TC_h^S$	0,010	0,019	0,022	0,022	0,017	0,017	0,011	0,022	0,029	0,026
$S_h$	0,031	0,017	0,017	0,013	0,021	0,013	0,022	0,016	0,016	0,010
IP percentil blocos cíclicos										
$TC_h$	0,987	0,970	0,968	0,960	0,973	0,964	0,977	0,966	0,956	0,960
$A_h$	0,116	0,109	0,108	0,106	0,106	0,106	0,106	0,105	0,105	0,105
$TC_h^I$	0,005	0,013	0,011	0,017	0,009	0,019	0,014	0,013	0,015	0,013
$TC_h^S$	0,008	0,017	0,021	0,023	0,018	0,017	0,009	0,021	0,029	0,027
$S_h$	0,037	0,020	0,018	0,010	0,023	0,014	0,027	0,016	0,014	0,014
IP percentil BCa										
$TC_h$	0,941	0,942	0,937	0,927	0,935	0,938	0,948	0,944	0,927	0,944
$A_h$	0,087	0,090	0,090	0,091	0,091	0,091	0,091	0,091	0,091	0,091
$TC_h^I$	0,029	0,036	0,036	0,043	0,043	0,043	0,040	0,037	0,047	0,036
$TC_h^S$	0,030	0,022	0,027	0,030	0,022	0,019	0,012	0,019	0,026	0,020
$S_h$	0,009	0,014	0,013	0,023	0,021	0,024	0,028	0,018	0,023	0,016
IP BCa										
$TC_h$	0,945	0,931	0,926	0,921	0,919	0,918	0,936	0,930	0,919	0,937
$A_h$	0,084	0,086	0,086	0,086	0,086	0,087	0,087	0,086	0,086	0,087
$TC_h^I$	0,037	0,055	0,055	0,060	0,071	0,070	0,058	0,057	0,065	0,053
$TC_h^S$	0,018	0,014	0,019	0,019	0,010	0,012	0,006	0,013	0,016	0,010
$S_h$	0,019	0,041	0,036	0,041	0,061	0,058	0,052	0,044	0,049	0,043
IP EPB $\mathcal{R}_1(y_{n+h}^b, \hat{y}_n^b(h))$										
$TC_h$	0,974	0,941	0,937	0,904	0,919	0,935	0,922	0,921	0,911	0,919
$A_h$	0,116	0,121	0,125	0,129	0,129	0,130	0,130	0,131	0,128	0,129
$TC_h^I$	0,006	0,007	0,007	0,008	0,007	0,004	0,010	0,004	0,005	0,003
$TC_h^S$	0,020	0,052	0,056	0,088	0,074	0,061	0,068	0,075	0,084	0,078
$S_h$	0,024	0,045	0,049	0,080	0,067	0,057	0,058	0,071	0,079	0,075
IP EPB $\mathcal{R}_2(y_{n+h}^b, \hat{y}_n^b(h))$										
$TC_h$	0,917	0,918	0,934	0,932	0,929	0,921	0,933	0,931	0,920	0,926
$A_h$	0,127	0,093	0,096	0,090	0,091	0,089	0,090	0,089	0,090	0,089
$TC_h^I$	0,003	0,030	0,028	0,039	0,043	0,050	0,046	0,048	0,044	0,045
$TC_h^S$	0,080	0,052	0,038	0,029	0,028	0,029	0,021	0,021	0,036	0,029
$S_h$	0,077	0,032	0,016	0,018	0,021	0,029	0,025	0,027	0,030	0,024

Tabela B.18 – Intervalos de predição para o cenário 6 considerando  $\alpha = 0,05$  e  $n = 200$ .

$h$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
IP BJ										
$TC_h$	0,465	0,460	0,482	0,480	0,449	0,452	0,435	0,463	0,454	0,461
$A_h$	0,030	0,030	0,030	0,030	0,030	0,030	0,030	0,030	0,030	0,029
$TC_h^I$	0,227	0,258	0,223	0,246	0,236	0,251	0,291	0,280	0,270	0,261
$TC_h^S$	0,308	0,282	0,295	0,274	0,315	0,297	0,274	0,257	0,276	0,278
$S_h$	0,485	0,490	0,468	0,470	0,501	0,498	0,515	0,487	0,496	0,489
IP Qbeta										
$TC_h$	0,962	0,960	0,966	0,974	0,964	0,967	0,954	0,971	0,954	0,971
$A_h$	0,096	0,099	0,100	0,100	0,100	0,100	0,100	0,099	0,099	0,099
$TC_h^I$	0,023	0,028	0,019	0,018	0,022	0,023	0,027	0,018	0,031	0,020
$TC_h^S$	0,015	0,012	0,015	0,008	0,014	0,010	0,019	0,011	0,015	0,009
$S_h$	0,012	0,016	0,016	0,024	0,014	0,017	0,008	0,021	0,016	0,021
IP percentil residual										
$TC_h$	0,974	0,964	0,960	0,954	0,955	0,951	0,941	0,951	0,939	0,962
$A_h$	0,107	0,100	0,099	0,097	0,097	0,096	0,096	0,096	0,096	0,095
$TC_h^I$	0,019	0,023	0,018	0,022	0,024	0,026	0,031	0,024	0,031	0,020
$TC_h^S$	0,007	0,013	0,022	0,024	0,021	0,023	0,028	0,025	0,030	0,018
$S_h$	0,024	0,014	0,010	0,004	0,005	0,003	0,009	0,001	0,011	0,012
IP percentil paramétrico										
$TC_h$	0,964	0,959	0,964	0,961	0,965	0,971	0,952	0,972	0,958	0,974
$A_h$	0,143	0,127	0,119	0,115	0,112	0,111	0,109	0,108	0,107	0,107
$TC_h^I$	0,002	0,005	0,002	0,011	0,009	0,009	0,017	0,007	0,014	0,009
$TC_h^S$	0,034	0,036	0,034	0,028	0,026	0,020	0,031	0,021	0,028	0,017
$S_h$	0,032	0,031	0,032	0,017	0,017	0,021	0,014	0,022	0,014	0,024
IP percentil blocos										
$TC_h$	0,977	0,963	0,971	0,961	0,962	0,964	0,945	0,962	0,949	0,971
$A_h$	0,108	0,102	0,102	0,100	0,101	0,100	0,100	0,100	0,100	0,100
$TC_h^I$	0,014	0,023	0,011	0,019	0,017	0,017	0,023	0,015	0,024	0,013
$TC_h^S$	0,009	0,014	0,018	0,020	0,021	0,019	0,032	0,023	0,027	0,016
$S_h$	0,027	0,013	0,021	0,011	0,012	0,014	0,009	0,012	0,003	0,021
IP percentil blocos cíclicos										
$TC_h$	0,973	0,963	0,969	0,965	0,961	0,963	0,947	0,961	0,950	0,967
$A_h$	0,108	0,103	0,102	0,101	0,101	0,100	0,100	0,100	0,100	0,100
$TC_h^I$	0,017	0,022	0,012	0,017	0,016	0,018	0,024	0,017	0,021	0,014
$TC_h^S$	0,010	0,015	0,019	0,018	0,023	0,019	0,029	0,022	0,029	0,019
$S_h$	0,023	0,013	0,019	0,015	0,011	0,013	0,005	0,011	0,008	0,017
IP percentil BCa										
$TC_h$	0,945	0,941	0,948	0,944	0,948	0,944	0,925	0,946	0,929	0,953
$A_h$	0,088	0,090	0,091	0,091	0,091	0,091	0,091	0,091	0,091	0,091
$TC_h^I$	0,032	0,041	0,029	0,032	0,030	0,039	0,046	0,036	0,045	0,034
$TC_h^S$	0,023	0,018	0,023	0,024	0,022	0,017	0,029	0,018	0,026	0,013
$S_h$	0,009	0,023	0,006	0,008	0,008	0,022	0,025	0,018	0,021	0,021
IP BCa										
$TC_h$	0,930	0,934	0,943	0,937	0,941	0,920	0,921	0,938	0,918	0,943
$A_h$	0,084	0,086	0,087	0,087	0,087	0,087	0,087	0,087	0,087	0,087
$TC_h^I$	0,057	0,056	0,043	0,050	0,047	0,067	0,063	0,052	0,064	0,051
$TC_h^S$	0,013	0,010	0,014	0,013	0,012	0,013	0,016	0,010	0,018	0,006
$S_h$	0,044	0,046	0,029	0,037	0,035	0,054	0,047	0,042	0,046	0,045
IP EPB $\mathcal{R}_1(y_{n+h}^b, \hat{y}_n^b(h))$										
$TC_h$	0,967	0,948	0,936	0,916	0,911	0,915	0,906	0,925	0,911	0,930
$A_h$	0,111	0,115	0,118	0,123	0,122	0,123	0,122	0,122	0,121	0,122
$TC_h^I$	0,014	0,008	0,006	0,007	0,009	0,006	0,009	0,011	0,012	0,007
$TC_h^S$	0,019	0,044	0,058	0,077	0,080	0,079	0,085	0,064	0,077	0,063
$S_h$	0,017	0,036	0,052	0,070	0,071	0,073	0,076	0,053	0,065	0,056
IP EPB $\mathcal{R}_2(y_{n+h}^b, \hat{y}_n^b(h))$										
$TC_h$	0,921	0,918	0,933	0,917	0,932	0,923	0,894	0,924	0,908	0,931
$A_h$	0,122	0,091	0,094	0,088	0,089	0,087	0,088	0,087	0,088	0,087
$TC_h^I$	0,003	0,029	0,014	0,040	0,033	0,051	0,062	0,049	0,052	0,043
$TC_h^S$	0,076	0,053	0,053	0,043	0,035	0,026	0,044	0,027	0,040	0,026
$S_h$	0,073	0,032	0,039	0,033	0,018	0,027	0,056	0,026	0,042	0,019