

UFSM

Dissertação de Mestrado

**PROJETO AUTOMÁTICO DE CONTROLADOR DE
VELOCIDADE SEM SENSOR MECÂNICO PARA MOTORES DE
INDUÇÃO TRIFÁSICOS**

Diego Einloft

PPGEE

Santa Maria, RS, BRASIL.

2008

**PROJETO AUTOMÁTICO DE CONTROLADOR DE
VELOCIDADE SEM SENSOR MECÂNICO PARA MOTORES
DE INDUÇÃO TRIFÁSICOS**

por

Diego Einloft

Dissertação apresentada ao Curso de Mestrado do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica, Área de Concentração em Processamento de Energia, Controle de Processos, da Universidade Federal de Santa Maria (UFSM, RS), como requisito parcial para obtenção do grau de **Mestre em Engenharia Elétrica.**

Orientador: Prof. Hilton Abílio Gründling - D. Sc.

Santa Maria, RS, Brasil

2008

**Universidade Federal de Santa Maria
Centro de Tecnologia
Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica**

A Comissão Examinadora, abaixo assinada,
aprova a Dissertação de Mestrado

**PROJETO AUTOMÁTICO DE CONTROLADOR DE VELOCIDADE
SEM SENSOR MECÂNICO PARA MOTORES
DE INDUÇÃO TRIFÁSICOS**

elaborada por
Diego Einloft

como requisito parcial para obtenção do grau de
Mestre em Engenharia Elétrica

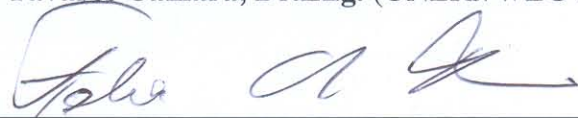
COMISSÃO EXAMINADORA:



Hilton Abílio Gründling, D.Sc.
(Presidente/Orientador)



Helder Tavares Câmara, Dr.Eng. (UNERJ/WEG S.A.)



Felix Alberto Farret, Ph.D. (UFSM)

Santa Maria, 27 de agosto de 2008.

“O homem que não lê não tem mais mérito que
o homem que não sabe ler.”
(Mark Twain)

Aos meus pais, Dagoberto e Dorothy.

Agradecimentos

Ao professor Hilton Abílio Gründling, pela orientação neste trabalho, pela amizade, pelos conhecimentos transmitidos, pela atenção dedicada, por sempre ter criado condições adequadas para que realizasse os trabalhos da melhor forma possível e pelos dois ótimos anos de convivência.

Aos professores Humberto Pinheiro, José Renes Pinheiro, Hélio Leães Hey e Félix Alberto Farret, pela amizade, conhecimento e experiência transmitidos no decorrer do mestrado, contribuindo de forma relevante na elaboração deste trabalho.

À Universidade Federal de Santa Maria, e aqueles profissionais que contribuem direta e indiretamente para a contínua manutenção e melhoria da qualidade dos cursos de que frequentei nesta instituição.

À Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES) pelo apoio financeiro.

Aos colegas do Grupo de Eletrônica de Potência e Controle, pela amizade, pelo excelente ambiente de trabalho, pelo apoio e pelas contribuições dadas a este trabalho. Em especial aos amigos Jean Patric da Costa, Jorge Rodrigo Massing, Ivan Gabe, Márcio Stefanello e Leandro Della Flora.

Ao grande amigo Helder Tavares Câmara, pela atenção dedicada, pelos conselhos e contribuições neste trabalho.

Aos colegas Rodrigo Zelir Azzolin e Rodrigo Padilha Vieira, pela amizade, pelas importantes contribuições, discussões técnicas e pelo incentivo dado em momentos difíceis.

Aos meus pais, Dagoberto e Dorothy, pelo amor, pela educação que deram, pelo incentivo e pela compreensão.

Às minhas irmãs, Daniele e Dóris, pela amizade, carinho e compreensão que sempre tiveram comigo em toda minha vida.

Em especial à minha irmã Débora, por toda a ótima convivência, pela compreensão, ajuda e força sem a qual, esse trabalho não seria possível.

Ao meu sobrinho Mattheus, pela amizade, que sempre foi minha fonte de inspiração.

Enfim, divido o mérito desse trabalho com todos vocês.

RESUMO

Dissertação de Mestrado
Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica
Universidade Federal de Santa Maria

PROJETO AUTOMÁTICO DE CONTROLADOR DE VELOCIDADE SEM SENSOR MECÂNICO PARA MOTORES DE INDUÇÃO TRIFÁSICOS

AUTOR: ENG. DIEGO EINLOFT
ORIENTADOR: D. SC. ENG. HILTON ABÍLIO GRÜNDLING

Este trabalho propõe um algoritmo de identificação paramétrica para auto-ajuste da lei de controle de um servo de velocidade sem sensor mecânico. O processo de identificação dos parâmetros elétricos e mecânicos do servo é baseado em algoritmos do tipo mínimos quadrados recursivo (RLS) e utiliza apenas as medidas das correntes estatóricas. Os parâmetros elétricos são identificados através da função de transferência do motor com rotor bloqueado. Isso elimina a necessidade de realizar ensaios clássicos para obtenção dos parâmetros elétricos e impõe robustez ao controlador frente a variações paramétricas que ocorrem devido aos desgastes e envelhecimento dos materiais que constituem o motor. Uma vez identificados, os parâmetros elétricos são utilizados no projeto dos controladores de corrente e a velocidade rotórica é estimada utilizando um sistema adaptativo por modelo de referência (MRAS). A estrutura do MRAS é composta por dois sistemas (modelo de referência e sistema adaptativo) baseados na potência reativa instantânea e utiliza um mecanismo de adaptação. Por outro lado, para impor robustez ao controlador frente a variações de carga, os parâmetros mecânicos são identificados a partir da velocidade rotórica estimada e do modelo mecânico do motor de indução (MI). Finalmente, para o controle de velocidade é usado um controlador proporcional e integral (PI) com seus ganhos sintonizados a partir da inércia estimada.

Palavras-chave: Motor de Indução Trifásico, Estimação de Parâmetros, controlador *Self-Tuning*, controle de Velocidade *Sensorless*.

ABSTRACT

Master Thesis on Electrical Engineering
Post-Graduate Program of Electrical Engineering
Federal University of Santa Maria

AUTOMATIC PROJECT OF ENCODERLESS SPEED REGULATORS APPLIED TO THREE-PHASE INDUCTION MOTORS

AUTHOR: ENG. DIEGO EINLOFT
RESEARCH SUPERVISOR: D. SC. ENG. HILTON ABÍLIO GRÜNDLING

This work proposes a parameters estimation algorithm to auto-tune the control laws of a speed sensorless servo. The identification process of the electrical and mechanical parameters is based on the recursive least squares method (RLS) and utilizes just measured stator currents. The electrical parameters are obtained by the transfer function of the motor with locked rotor. Hence, this eliminates the need to realize classical tests for the electrical parameters and imposes robustness to the controller for parameters variations caused by aging of materials. Thus, the electrical parameters are used to project the current controllers and the rotor speed is estimated by a model reference adaptive system (MRAS). The structure of MRAS is composed by two systems (reference model and adaptive system) based on instantaneous reactive power and using an adaptation mechanism. On the other hand, to obtain a robust control when the system is subject to disturbances or load's variations, mechanical parameters are identified using estimated rotor speed and mechanical model of the induction motor (IM). Finally, for the speed control is used a proportional plus integral controller (PI) self-tuned through the estimated inertia.

Key-Words: Induction Motor, Parameters Identification, Self-Tuning Regulator, Speed Sensorless Control.

ÍNDICES

ÍNDICES	viii
ÍNDICE DE FIGURAS	x
ÍNDICE DE TABELAS	xi
SIMBOLOGIA	xii
CAPÍTULO 1	1
INTRODUÇÃO	1
1.1 Técnicas de Estimação de Parâmetros Elétricos, Mecânicos e de Velocidade	2
1.1.1 Parâmetros Elétricos	2
1.1.2 Parâmetros Mecânicos	3
1.1.3 Estimação de Velocidade	5
1.2 Proposta da Dissertação	5
1.3 Organização da Dissertação	6
CAPÍTULO 2	7
SERVO DE VELOCIDADE AUTO-AJUSTÁVEL PARA MOTORES DE INDUÇÃO TRIFÁSICOS	7
2.1 Modelo Mecânico do Motor	8
2.2 Controlador de Velocidade	9
2.3 Identificação de Parâmetros	13
2.4 Filtro de Kalman	15
2.5 Simulação do Controlador Auto-Ajustável de Velocidade	16
2.6 Sumário	27
CAPÍTULO 3	28
IDENTIFICAÇÃO E CONTROLE SEM SENSORES MECÂNICOS DO MOTOR DE INDUÇÃO TRIFÁSICO	28
3.1 Sistema Adaptativo por Modelo de Referência – MRAS	29
3.2 Simulação do Sistema de Identificação de Parâmetros e Controle de Velocidade sem Codificador	35
3.3 Sumário	44
CAPÍTULO 4	45
RESULTADOS EXPERIMENTAIS	45
4.1 Descrição da Plataforma	45
4.1.1 Motor de Indução	46
4.1.2 Módulo de acionamento	46
4.1.3 Microcomputador	46
4.2 Ensaio clássico para obtenção dos parâmetros elétricos	47
4.3 Ensaio clássico para determinação dos parâmetros mecânicos	47

4.4	Ensaio baseado em RLS para obtenção de parâmetros -----	50
4.5	Sumário-----	59
<i>CAPÍTULO 5</i> -----		60
<i>CONCLUSÃO</i> -----		60
<i>REFERÊNCIAS</i> -----		63
<i>BIBLIOGRÁFICAS</i> -----		63
Anexo 1 -----		66
<i>Modelagem do motor de indução trifásico</i> -----		66
Anexo 2 -----		96
<i>Servos de Corrente</i> -----		96
A.2.1	Compensadores PI da Parte Elétrica -----	97
Anexo 3 -----		101
<i>Identificação dos Parâmetros</i> -----		101
<i>Elétricos</i> -----		101
Anexo 4 -----		106
<i>Modificação Sigma</i> -----		106

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 2.1 – Modelo Mecânico do Motor de Indução	9
Figura 2.2 – Controlador de velocidade	12
Figura 2.3 – Diagrama do sistema de controle de velocidade auto-sintonizável	16
Figura 2.4 – Resposta do Modelo de referência de velocidade	17
Figura 2.5 – Diagrama do servo simulado considerando velocidade medida	18
Figura 2.6 – Modelo de Referência e Velocidade Rotórica Medida	20
Figura 2.7 – Torque elétrico (lei de controle)	20
Figura 2.8 – Parâmetros Mecânicos identificados	21
Figura 2.9 – Distúrbio de torque estimado pelo filtro de Kalman	21
Figura 2.10 – Ampliação da Figura 2.6 entre os instantes 0 e 3s	22
Figura 2.11 – Momento de inércia identificado com atribuição inicial de $J_0 = 16 J$	23
Figura 2.12 – Aumento de desempenho do controlador no acionamento	23
Figura 2.13 – Parâmetros Mecânicos Identificados	24
Figura 2.14 – Modelo de Referência e velocidade medida considerando $J=0.00656 \text{ Kg.m}^2$	25
Figura 2.15 – Resposta do controlador com a inclusão de distúrbios de torque	26
Figura 2.16 – Distúrbio de torque observado pelo Filtro de Kalman	26
Figura 2.17 – Torque elétrico compensando distúrbios de torque	27
Figura 3. 1 – Configuração do MRAS para estimação de velocidade rotórica	32
Figura 3. 2 – Coordenadas no referencial estacionário	34
Figura 3. 3 – Diagrama do sistema de identificação e controle de MI	36
Figura 3. 4 – Convergência da Identificação das Resistências	37
Figura 3. 5 – Convergência da Identificação das Indutâncias	38
Figura 3. 6 – Velocidades Rotóricas	39
Figura 3. 7 – Erro de estimação da velocidade rotórica	40
Figura 3. 8 – Identificação dos Parâmetros Mecânicos	40
Figura 3. 9 – Erro percentual na identificação dos Parâmetros mecânicos	41
Figura 3. 10 – Erro de estimação da velocidade rotórica	42
Figura 3. 11 – Identificação dos Parâmetros Mecânicos	42
Figura 3. 12 – Erro percentual na identificação dos Parâmetros mecânicos	43
Figura 4. 1 – Diagrama da plataforma usada na implementação	46
Figura 4. 2 – Velocidade medida durante ensaio clássico	48
Figura 4. 3 – Diagrama do servo incluindo modificação sigma	51
Figura 4. 4 – Referência de velocidade e torque elétrico	53
Figura 4. 5 – Velocidades rotóricas e erro de estimação	53
Figura 4. 6 – Momento de Inércia e Coeficiente de Atrito Identificados	54
Figura 4. 7 – Velocidade de Referência e Torque Elétrico	55
Figura 4. 8 – Velocidades Rotóricas e Erro de estimação	55
Figura 4. 9 – Momento de Inércia e Coeficiente de Atrito identificados	56
Figura 4. 10 – Ensaio utilizando parâmetros fornecidos pelo fabricante	57
Figura 4. 11 – Ensaio utilizando parâmetros obtidos através ensaio clássico	57
Figura 4. 12 – Ensaio utilizando parâmetros obtidos via técnica baseada em RLS	58
Figura A.1. 1 - Modelo físico de um motor de indução	67
Figura A.1. 2 - Transformação RST \rightarrow qd0 aplicada as variáveis do estator e do rotor	70
Figura A.1. 3 - Transformação de Park aplicada as variáveis do estator e do rotor	71
Figura A.1. 4 - Diagrama do motor de indução no referencial rotórico	95
Figura A.2. 1 – Diagrama de Compensação do Acoplamento das correntes	96
Figura A.3. 1 – Circuito equivalente simétrico do MI	102
Figura A.4. 1 – Modificação Sigma aplicada à velocidade estimada	106

ÍNDICE DE TABELAS

Tabela 2.1 – Parâmetros do Motor de Indução Trifásico fornecidos pelo fabricante -----	18
Tabela 2.2 – Parâmetros pré-definidos dos controladores-----	19
Tabela 3.1 – Parâmetros pré-definidos dos controladores-----	38
Tabela 4.1 – Parâmetros elétricos do MI Trifásico obtidos através de ensaio clássico-----	47
Tabela 4.2 – Parâmetros mecânicos do MI Trifásico obtidos através de ensaio clássico -----	50
Tabela 4.3 – Parâmetros elétricos do MI Trifásico obtidos através de técnica RLS-----	51
Tabela 4.4 – Parâmetros pré-definidos dos controladores-----	52

SIMBOLOGIA

BJT	<i>Bipolar Junction Transistors</i>
FOC	<i>Field Oriented Control</i>
IGBT	<i>Insulated Gate Bipolar Transistor</i>
MRAS	<i>Model Reference Adaptive System</i>
MRC	<i>Model Reference Controller</i>
MRLS	<i>Modified Recursive Least Squares</i>
PI	<i>Proportional Plus Integral</i>
PWM	<i>Pulse Width Modulation</i>
RELS	<i>Recursive Extended Least Squares</i>
RLS	<i>Recursive Least Squares</i>
RMRAC	<i>Robust Model Reference Adaptive Controller</i>
SCR	<i>Silicon Controlled Rectifiers</i>
SVF	<i>State Variable Filter</i>
B_n	Coeficiente de atrito
D_r	Transformada de Park aplicada as variáveis do rotor
D_s	Transformada de Park aplicada as variáveis do estator
e_m	Vetor de força contra-eletromotriz em eixos dq
e_τ	
e_v	Entrada do controlador PI de velocidade
G	Matriz singular
G	Função de transferência da planta e controlador PI em malha aberta
G_C	Função de transferência do controlador PI de velocidade
G_{ce}	Função de transferência dos controladores PI das correntes elétricas
G_e	Função de transferência da planta e controlador PI das correntes elétricas em malha aberta
G_m	Função de transferência do modelo de referência
G_p	Função de transferência da planta mecânica
G_{pe}	Função de transferência da planta do sistema elétrico
I	Matriz identidade
I_{dm}	Projeção da corrente magnetizante sobre o eixo d
I_{dr}	Projeção da corrente rotórica sobre o eixo direto
I_{ds}	Projeção da corrente estatórica sobre o eixo direto
I_{qs}	Projeção da corrente estatórica sobre o eixo de quadratura
I_{qm}	Projeção da corrente magnetizante sobre o eixo q
I_{qr}	Projeção da corrente rotórica sobre o eixo de quadratura
I_m	$\begin{bmatrix} I_{qm}^s & I_{dm}^s \end{bmatrix}^T$
In	Sinais de entrada do filtro

\mathbf{I}_r	$\begin{bmatrix} I_{qr}^s & I_{dr}^s \end{bmatrix}^T$
\mathbf{I}_s	$\begin{bmatrix} I_{qs}^s & I_{ds}^s \end{bmatrix}^T$
j	Variável complexa
J	Momento de inércia
\mathbf{K}_e	Matriz de ganhos do RLS
K_{IS}	Ganho integral do controlador de velocidade em tempo contínuo
K_{ISe}	Ganho integral dos controladores das correntes elétricas no sistema contínuo
K_{ISv}	Ganho integral do compensador PI do MRAS
K_{IZ}	Ganho integral do controlador PI de velocidade em tempo discreto
K_{IZe}	Ganho integral dos controladores das correntes elétricas no sistema discreto
\mathbf{K}_K	Matriz de ganhos do Filtro de Kalman
\mathbf{K}_{mec}	Matriz de ganhos do RELS
K_{PSv}	Ganho proporcional do compensador PI do MRAS
K_{PS}	Ganho proporcional do controlador de velocidade em tempo contínuo
K_{PZ}	Ganho proporcional do controlador PI de velocidade em tempo discreto
K_{PSe}	Ganho proporcional dos controladores das correntes elétricas no sistema contínuo
K_{PZe}	Ganho proporcional dos controladores das correntes elétricas no sistema discreto
K_{TN}	Constante de torque nominal
Ln	Logaritmo natural
L_m	Indutância mútua
L'_m	L_m^2/L_r
L_{ml}	Indutância mútua cíclica
L_r	Indutância rotórica
L_{rl}	Indutância cíclica do rotor
L_s	Indutância estatórica
L_{sl}	Indutância cíclica do estator
N_p	Número de pares de pólos
\mathbf{P}_e	Matriz de covariância do RLS
\mathbf{P}_K	Matriz de covariância do Filtro de Kalman
\mathbf{P}_{mec}	Matriz de covariância do RELS
\mathbf{Q}	Matriz de ruídos externos do Filtro de Kalman
q_m	Potência reativa instantânea
R_r	Resistência rotórica
R_s	Resistência estatórica

S	Escorregamento
tr	Traço de uma matriz
T	Função de transferência da planta e controlador PI em malha fechada
T_e	Torque elétrico
T_m	Torque mecânico
T_s	Período de discretização
u	Lei de controle
V_{ds}	Projeção da tensão estatórica sobre o eixo direto
V_{qs}	Projeção da tensão estatórica sobre o eixo de quadratura
\mathbf{x}	Vetor de estados do sistema mecânico
\mathbf{X}_{MRAS}	Vetor de entrada do MRAS
y	Saída do sistema mecânico
$\mathbf{A}^c, \mathbf{B}^c$ e \mathbf{C}^c	Matrizes do sistema contínuo
$\mathbf{A}_k, \mathbf{B}_k$ e \mathbf{C}_k	Matrizes do sistema discreto
a_{mec} e b_{mec}	Parâmetros de inicialização do RELS
I_{dfs} e I_{qfs}	Correntes I_{ds} e I_{qs} filtradas
I_{Rr}, I_{Sr} e I_{Tr}	Correntes nos enrolamentos rotóricos das fases R, S e T, respectivamente
I_{Rs}, I_{Ss} e I_{Ts}	Correntes nos enrolamentos estatóricos das fases R, S e T, respectivamente
J_0 e B_{n0}	Atribuições iniciais para J e B_n
L_{ls} e L_{lr}	Auto-indutâncias referentes aos enrolamentos do estator e rotor
L_{ms} e L_{mr}	Indutâncias magnetizante referentes ao estator e rotor
V_{dfs} e V_{qfs}	Tensões V_{ds} e V_{qs} filtradas
V_{Rr}, V_{Sr} e V_{Tr}	Tensões nos enrolamentos rotóricos das fases R, S e T, respectivamente
V_{Rs}, V_{Ss} e V_{Ts}	Tensões nos enrolamentos estatóricos das fases R, S e T, respectivamente
\mathbf{A}_e	Matriz de regressão linear do RLS
\mathbf{A}_{mec}	Vetor de regressão pseudo-linear da identificação dos parâmetros mecânicos
$\hat{\mathbf{Y}}_e$	Vetor de predição do RLS
ζ	Coefficiente de amortecimento
ρ	Operador derivada
σ	$1 - L_m^2 / L_s L_r$
$\bar{\sigma}$	$L_{r1} L_{s1} - L_{m1}^2$
σ_R	Modificação sigma
τ_d	Distúrbio de torque
τ_R	L_r / R_r
τ_{Re}	L_{r1} / R_r

θ	Posição rotórica
θ_e	Vetor de parâmetros do RLS
θ_{mec}	Vetor paramétrico da identificação dos parâmetros mecânicos
v	$(R_s L_{rI} + R_r L_{sI}) / \bar{\sigma}$
ω	Velocidade síncrona
ω_b	Frequência de corte do controlador
ω_c	Frequência de corte do filtro
ω_{mref}	Velocidade do modelo de referência
ω_n	Frequência natural do sistema
ω_{Ref}	Velocidade de referência
ω_r	Velocidade rotórica
$\hat{\omega}_{rf}$	Velocidade rotórica estimada obtida através da modificação sigma
$\hat{\omega}_{rk}$	Velocidade rotórica observada pelo Filtro de Kalman
$\lambda_{Rs}, \lambda_{Ss}$ e λ_{Ts}	Fluxos magnético nos enrolamentos estatóricos das fases R, S e T, respectivamente
$\lambda_{Rr}, \lambda_{Sr}$ e λ_{Tr}	Fluxos magnético nos enrolamentos rotóricos das fases R, S e T, respectivamente
$\ \cdot\ $	Norma euclidiana
“ * ”	Sinal de referência ou verdadeiro
“ ^ ”	Sinal estimado ou observado
“ . ”	Sobre-índice significando derivada do sinal
$(\cdot)^s$	Estator como referencial adotado
$(\cdot)^r$	Rotor como referencial adotado

CAPÍTULO 1

INTRODUÇÃO

Os motores de indução podem ser usados em uma ampla variedade de aplicações convertendo energia elétrica em trabalho mecânico. Suas principais vantagens são a eliminação do atrito de todos os contatos elétricos deslizantes e uma construção bastante simples de baixo custo. Além disso, esses motores apresentam um rendimento superior em relação aos motores com comutadores. Os motores de indução têm sido largamente utilizados em aplicações de velocidade constante devido ao baixo custo, robustez, alta eficiência, simplicidade e facilidade na manutenção.

Visando o aumento de produtividade e melhoria da qualidade dos produtos, além da preocupação com a eficiência energética, houve um aumento nos investimentos no desenvolvimento de sistemas de acionamento CA na indústria. A partir de 1950, com o advento do retificador controlado de silício (*Silicon Controlled Rectifiers* - SCR) enfatizou-se o desenvolvimento de conversores eletrônicos utilizados no acionamento de motores. A invenção de transistores de junção bipolar de potência (*Bipolar Junction Transistors* - BJT's) no final da década de 70 e posteriormente, em meados dos anos 80, dos transistores bipolares de porta isolada (*Insulated Gate Bipolar Transistor* - IGBT) impulsionou o projeto de conversores eletrônicos. A partir dessas invenções propiciou-se significativa redução de volume dos conversores através do aumento da frequência de comutação com o uso de modulação por largura de pulso (*Pulse Width Modulation* - PWM). Atualmente, os IGBT's são os dispositivos mais utilizados, devida a alta capacidade de condução de corrente, alta velocidade e alta impedância de entrada.

O desenvolvimento de técnicas de controle orientado no campo (*Field Oriented Control* - FOC) [1], a partir da década de 70, possibilitou o controle de

motores de indução como motores CC. Entretanto, essas técnicas exigiam realização digital e somente puderam ser implementadas em sistemas de acionamento CA no começo da década de 80, com o desenvolvimento de microprocessadores.

Para a implementação de servomecanismos de velocidade utilizando motores de indução, há a necessidade de encontrar uma configuração capaz de reduzir custos e melhorar o rendimento. Para um aumento da confiabilidade, faz-se necessário o uso de técnicas de controle de alto desempenho. Num sistema de acionamento de alto desempenho, o ajuste dos parâmetros do controlador, executado pelo projetista do sistema, pode ser uma tarefa onerosa. Para isto, é interessante que se utilize um controlador auto-ajustável e robusto às variações paramétricas devido ao envelhecimento dos materiais e (ou) variações de carga. Isso é possível, obtendo um bom conhecimento dos parâmetros do motor. Outra forma de se aumentar a robustez de um servomecanismo é a eliminação de sensores mecânicos. Estes são fontes adicionais de ruído, além de adicionar conexões mecânicas ao sistema, passíveis de falhas futuras. Por isso, torna-se atrativa a implementação de técnicas de estimação de velocidade rotórica.

1.1 Técnicas de Estimação de Parâmetros Elétricos, Mecânicos e de Velocidade

1.1.1 Parâmetros Elétricos

Para obter alto desempenho e robustez em servomecanismos de velocidade, há a necessidade de um perfeito conhecimento dos parâmetros elétricos do motor. Esses parâmetros são utilizados no projeto das malhas internas de controle, ou seja, os servos de corrente. A identificação desses parâmetros é usualmente realizada através do ensaio clássico a vazio e com rotor bloqueado conforme norma [2]. Contudo, estes métodos são demorados e empregam modelos simplificados que podem, muitas vezes, resultar em parâmetros inexatos. Outras técnicas utilizam algoritmos do tipo mínimos quadrados recursivo (*Recursive Least Squares* - RLS) na identificação de parâmetros [3]-[5]. Esses algoritmos provêm bons resultados, contudo requerem criterioso projeto de filtros para cálculo de derivadas as quais podem ser corrompidas por ruídos.

Recentemente muitas publicações têm sido realizadas, propondo novos ou modificados identificadores de parâmetros elétricos. Essas novas propostas decorrem

da necessidade de aperfeiçoar os métodos de identificação, e apresentar resultados com maior precisão. Através de um modelo em malha fechada, foi proposto um procedimento baseado em RLS para obtenção dos parâmetros em Netto [4]. Entretanto, este método utiliza um controlador do tipo Proporcional e Integral (PI) o que necessita de um prévio ensaio clássico para obter os parâmetros iniciais usados no algoritmo de estimação em malha fechada.

Descartando a necessidade de ensaios clássicos, foi proposto em Azzolin [5] um método proveniente da combinação das técnicas adotadas em Reyes [3] e em Netto [4] resultando em um algoritmo capaz de identificar os parâmetros elétricos através apenas das correntes trifásicas medidas. Para maiores informações, esta técnica de identificação é apresentada no Anexo 3.

1.1.2 Parâmetros Mecânicos

Em servomecanismos de alto desempenho, é importante que se obtenha uma rápida resposta dinâmica a variações de carga e mudanças na velocidade, além de robustez a variações dos parâmetros do motor. As características do controle de velocidade dependem fortemente da seleção apropriada dos ganhos dos controladores. É de grande importância o conhecimento do momento de inércia do sistema completo, incluindo motor e carga. Para aplicações de transporte vertical e horizontal, como em elevadores e esteiras, a variação de massa é a principal característica a ser considerada no controle de velocidade. Entretanto, a resposta dinâmica do MI não é afetada somente por variações de carga, mas também, por variações dos parâmetros mecânicos: momento de inércia e coeficiente de atrito. Estes fatores devem ser considerados em conjunto para uma exata identificação da inércia em tempo real, pois não há forma de medi-la durante o funcionamento do motor.

Muitos estudos referentes à identificação do momento de inércia de servomecanismos utilizando motores de indução têm sido realizados com o passar dos tempos. Um método onde foi usada a velocidade do motor para estimar a inércia foi apresentado em Zhang [6]. Por desconsiderar distúrbios externos, os resultados são dependentes de condições de operação quando há distúrbios. Também desconsiderando distúrbios externos ou não incluindo o coeficiente de atrito no modelo, um sistema adaptativo por modelo de referência (*Model Reference Adaptive System - MRAS*) é aplicado para encontrar a inércia conforme Guo [7] e Fujita [8].

Para incluir a influência de distúrbios externos na estimação da inércia, foram propostos observadores de distúrbios. Este método geralmente usa um estimador para identificar distúrbios externos ou cargas aplicados ao sistema e pode ser realizado de várias formas: através de um modelo mecânico inverso do sistema de acordo com Awaya [9], um estimador de estado reduzido conforme Lee [10] ou até mesmo através de um filtro de Kalman estendido proposto em Hong [11] e Campos [12]. Da mesma forma, em Yang [13] foi usado um estimador de parâmetros mecânicos considerando distúrbios externos, porém, utiliza-se dois controladores com os parâmetros ajustados as variações paramétricas da planta.

Para o projeto da malha de controle externo, ou seja, do servo de velocidade, posição ou torque, são utilizados os parâmetros mecânicos do MI. Para realizar o ajuste dos parâmetros do controlador de velocidade de forma automática, faz-se necessário desenvolver um servomecanismo de velocidade que utilize um controlador auto-ajustável (*self-tuning*) para ajustar os parâmetros da lei de controle. Esta técnica de controle com auto-sintonia pode ser realizada através da combinação de um método de estimação de parâmetros RLS e um método de alocação de pólos e/ou outra técnica para regular a velocidade do motor de indução ao sofrer variação de carga, conforme Yaacob [14]. Outra solução seria combinar o RLS com um controlador PI conforme Yaacob [15] e Kweon [16]. Neste caso, a ação integral elimina os distúrbios e o erro de regime permanente. Essa técnica também pode ser vista em Campos [12], onde é desenvolvido um servomecanismo de velocidade para um motor de indução usando um controlador auto-ajustável para ajustar os parâmetros da lei de controle. Em Câmara [17] é utilizado um RMRAC (*Robust Model Reference Adaptive Controller*) para o controle da velocidade. Esta lei de controle é capaz de reduzir o tempo de projeto, compensar as incertezas paramétricas da planta além de admitir a presença de dinâmicas não modeladas.

Além da utilização de um controlador auto-ajustável, pode-se também aumentar a robustez de um servomecanismo através da eliminação de sensores mecânicos. Estes mecanismos podem adicionar ruídos ao sistema, assim como falhas mecânicas. Por isso torna-se atrativa a substituição desses mecanismos por técnicas de estimação de velocidade.

1.1.3 Estimação de Velocidade

Em aplicações industriais é conveniente obter redução de custos e robustez em sistemas de acionamento. Isto pode ser obtido substituindo sensores mecânicos por técnicas de estimação de velocidade. Para a utilização de técnicas *sensorless*, têm sido utilizados controladores de fluxo orientado direto, com estimadores de fluxo. Uma possível alternativa é o uso do filtro de Kalman para a estimação da velocidade rotórica. Esse método também pode ser utilizado para a obtenção da frequência angular e o posição do fluxo rotórico, vide Kim [18].

Outro método para estimar a velocidade rotórica está baseado no MRAS conforme Peng [19], Zhen [20]. O inconveniente desta técnica é que utiliza integradores, resultando em problemas com condições iniciais. Uma solução é a substituição desses integradores por filtros passa-baixa com ganhos elevados. Entretanto essa substituição leva a problemas de instabilidade em baixa velocidade, limitando a faixa de controle do *sensorless* de velocidade. Em Peng [19], um esquema MRAS para identificação da velocidade rotórica é utilizado sem a necessidade de integradores. Pode-se também, através de um MRAS, estimar além da velocidade rotórica, a resistência estatórica, vide Zhen [20].

Recentemente foi proposto um estimador baseado na técnica RLS com uma modificação para a implementação em baixas velocidades (*Modified Recursive Least Squares* - MRLS) com um controlador de velocidade por modelo de referência (*Model Reference Controller* - MRC) para implementar um sistema *sensorless* de velocidade, como pode ser visto em Câmara [22]. Em Martins [21] foi feita uma comparação para avaliar o desempenho entre duas estruturas *sensorless* MRLS e MRAS utilizando um controlador RMRAC para a parte mecânica da planta.

1.2 Proposta da Dissertação

Este trabalho propõe um algoritmo de identificação paramétrica para auto-ajuste da lei de controle de um servo de velocidade *sensorless*. O processo de identificação dos parâmetros elétricos e mecânicos do servo é baseado em algoritmos RLS e utiliza apenas as medidas das correntes estatóricas. Os parâmetros elétricos são identificados através da função de transferência da máquina com rotor bloqueado. Uma vez identificados, os parâmetros elétricos são utilizados no projeto dos controladores de corrente e na estimação da velocidade rotórica. Para possibilitar o

controle *sensorless*, utiliza-se um estimador de velocidade do tipo MRAS, o qual é composto, basicamente, por dois sistemas (de referência e adaptativo) baseados na potência reativa instantânea. Com o intuito de impor robustez ao controlador frente a variações de carga, os parâmetros mecânicos são identificados a partir da velocidade rotórica estimada e do modelo mecânico do MI. Já o controle de velocidade é realizado usando um controlador PI (Proporcional e Integral) com seus ganhos sintonizados a partir da Inércia identificada.

1.3 Organização da Dissertação

Um servomecanismo auto-ajustável de velocidade é apresentado no Capítulo 2. A identificação dos parâmetros mecânicos é feita através de método RLS Extendido (*Recursive Extended Least Squares* – RELS). Neste servo são utilizados um Filtro de Kalman para identificar os distúrbios de torque e um controlador PI adaptativo para a regulação da velocidade. Além disso, este capítulo apresenta também, a modelagem mecânica do motor. Simulações são realizadas utilizando o software Matlab[®]. A modelagem elétrica de motores de indução trifásicos é descrita no Anexo 1 é utilizada para representar virtualmente o motor. Além disso, o projeto dos servos de corrente utilizados podem ser encontrados no Anexo 2.

O capítulo 3 apresenta a modelagem elétrica necessária para a implementação da técnica de estimação de velocidade MRAS. Com isso, são realizadas simulações de um servo capaz de identificar tanto os parâmetros elétricos (vide Anexo 3) quanto os parâmetros mecânicos do motor (vide Capítulo 2) a partir das medições das correntes estatóricas e dados de placa do motor. Essas simulações são feitas com o auxílio do software Matlab[®].

No capítulo 4 é apresentada a configuração da plataforma utilizada na implementação do servomecanismo do Capítulo 3. Além disso, neste capítulo é apresentada a obtenção dos parâmetros mecânicos através de um ensaio clássico. Os resultados experimentais obtidos pelo protótipo implementado complementam este capítulo.

Finalmente, o capítulo 5 apresenta as conclusões sobre o presente trabalho, as considerações finais, assim como as propostas para o desenvolvimento de trabalhos futuros.

CAPÍTULO 2

SERVO DE VELOCIDADE AUTO-AJUSTÁVEL PARA MOTORES DE INDUÇÃO TRIFÁSICOS

O desenvolvimento e acionamento de alta performance de motores é de grande importância para as indústrias. Para aplicar o controle de velocidade de motores de indução, uma das técnicas de controle mais utilizada, principalmente nas indústrias, é o controle do tipo PI (Proporcional Integral) juntamente com o controlador por orientação indireta do campo (*Indirect Field Oriented Controller* - IFOC).

Um dos problemas encontrados quanto aos controladores PI é sua capacidade insatisfatória de rejeição aos distúrbios de carga e a variação dos parâmetros mecânicos. Essas variações podem causar lentidão na resposta, além de longos tempos de acomodação, ou até mesmo, instabilidade do sistema. Isso acontece por que os parâmetros do controlador não são adaptativos de acordo com as alterações dos parâmetros do motor de indução.

Portanto, para realizar o controle de velocidade de um motor de indução capaz de suportar essas incertezas, não linearidades e parâmetros da planta variantes no tempo, foi proposto em [16], o uso de um controlador PI auto-ajustável. Este controlador permite que se controle a velocidade de um motor, mesmo que seus parâmetros mecânicos sejam desconhecidos. A partir da identificação do momento de inércia, pode-se utilizá-lo para adaptar, automaticamente, os parâmetros do controlador de velocidade.

Neste capítulo são mostradas as ferramentas necessárias para realizar o projeto de um controlador de velocidade auto-ajustável aplicado a servomecanismos usando motores de indução trifásicos. Além disso, resultados de simulação são apresentados para validar o desempenho do controlador proposto.

2.1 Modelo Mecânico do Motor

O modelo mecânico do motor é dado pela equação

$$T_m = T_e - \tau_d = J \dot{\omega}_r + B_n \omega_r \quad (2.1)$$

onde: T_m, T_e, τ_d, J, B_n e ω_r são, respectivamente, torque mecânico, torque elétrico, distúrbio de torque, momento de inércia, coeficiente de atrito e velocidade angular.

Como a variação de carga em um motor de indução é muito lenta, pode-se escrever que

$$\dot{\tau}_d = 0 \quad (2.2)$$

O sistema mecânico pode ser representado por equações no espaço de estados, da seguinte forma

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}^c \mathbf{x} + \mathbf{B}^c \quad (2.3)$$

$$y = \mathbf{C}^c \mathbf{x} \quad (2.4)$$

Considerando o vetor de estados e o sinal de entrada de controle do sistema, respectivamente, representados por

$$\mathbf{x} = [\omega_r \quad \tau_d]^T \quad e \quad u = T_e \quad (2.5)$$

As matrizes do sistema contínuo são dadas por

$$\mathbf{A}^c = \begin{bmatrix} -B_n/J & -1/J \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (2.6)$$

$$\mathbf{B}^c = \begin{bmatrix} 1/J \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2.7)$$

$$\mathbf{C}^c = [1 \quad 0] \quad (2.8)$$

Então, a partir de (2.1), (2.2) e (2.6), a equação (2.3) pode ser reescrita como

$$\begin{bmatrix} \dot{\omega}_r \\ \dot{\tau}_d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -B_n/J & -1/J \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \omega_r \\ \tau_d \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1/J \\ 0 \end{bmatrix} T_e \quad (2.9)$$

Para esse caso específico, a saída do sistema é a velocidade rotórica angular. Então, pode-se reescrever a equação (2.4) como

$$y = [1 \quad 0] \begin{bmatrix} \omega_r \\ \tau_d \end{bmatrix} \quad (2.10)$$

Além disso, o torque elétrico, pode ser representado por

$$T_e = K_{TN} I_{qs}^* \quad (2.11)$$

onde K_{TN} é a constante de torque nominal do motor e I_{qs}^* é a corrente estatórica no eixo de quadratura.

O modelo mecânico do motor de indução trifásico pode ser melhor visualizado na Figura 2.1.

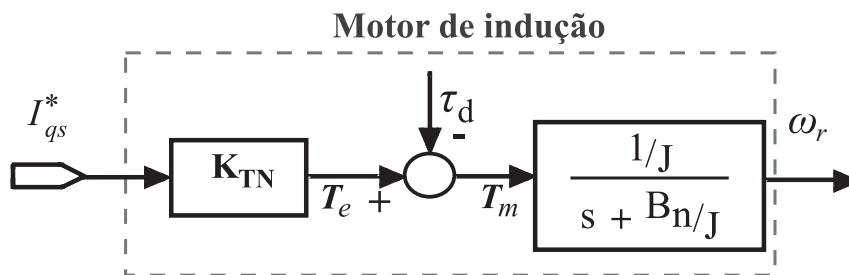


Figura 2.1 – Modelo Mecânico do Motor de Indução

2.2 Controlador de Velocidade

Toma-se por base o projeto de um controlador do tipo PI fixo para realizar o controle de velocidade. Sua função é dada por

$$G_C(s) = K_{PS} + \frac{K_{IS}}{s} \quad (2.12)$$

A partir da equação (2.9), a função de transferência da planta (MI) pode ser representada por

$$G_P(s) = \frac{K_{TN}}{J s + B_n} \quad (2.13)$$

O sistema em malha aberta, contendo o controlador PI e a planta do sistema,

pode ser dado por

$$G(s) = \frac{K_{PS} K_{TN} s + K_{IS} K_{TN}}{s (J s + B_n)} \quad (2.14)$$

Fechando a malha, com realimentação unitária, tem-se

$$T(s) = \frac{K_{PS} K_{TN} s + (K_{IS} K_{TN}/s) (J s + B_n)}{1 + [s K_{PS} K_{TN} + (K_{IS} K_{TN}/s) (J s + B_n)]} \quad (2.15)$$

Após algumas manipulações matemáticas advém

$$T(s) = \frac{(K_{PS} K_{TN}/J)s + (K_{IS} K_{TN}/J)}{s^2 + [(B_n/J) + (K_{PS} K_{TN}/J)]s + (K_{IS} K_{TN}/J)} \quad (2.16)$$

Considerando desprezível o coeficiente de atrito em relação ao momento de inércia,

$$\frac{\omega_r(s)}{\omega_{Ref}(s)} = \frac{(K_{PS} K_{TN}/J)s + (K_{IS} K_{TN}/J)}{s^2 + (K_{PS} K_{TN}/J)s + (K_{IS} K_{TN}/J)} \quad (2.17)$$

Assim, a equação (2.17) de um sistema de segunda ordem no domínio s é então

$$\frac{\omega_r(j\omega_b)}{\omega_{Ref}(j\omega_b)} = \frac{2 \zeta \omega_n(j\omega_b) + \omega_n^2}{(j\omega_b)^2 + 2 \zeta \omega_n(j\omega_b) + \omega_n^2} \quad (2.18)$$

Assim, a largura de faixa ω_b é determinada por

$$\left(\frac{\omega_r(j\omega_b)}{\omega_{Ref}(j\omega_b)} \right) = -3db \quad (2.19)$$

Por convenção pode-se utilizar $-3,01db$, que equivale a um ganho de 0,707

$$\frac{\omega_r(j\omega_b)}{\omega_{Ref}(j\omega_b)} = \frac{2 \zeta \omega_n(j\omega_b) + \omega_n^2}{(j\omega_b)^2 + 2 \zeta \omega_n(j\omega_b) + \omega_n^2} = 0,707 \quad (2.20)$$

manipulando a equação (2.20), tem-se

$$\frac{\sqrt{(2 \zeta \omega_n \omega_b)^2 + \omega_n^4}}{\sqrt{(\omega_n^2 - \omega_b^2)^2 + (2 \zeta \omega_n \omega_b)^2}} = 0,707 \quad (2.21)$$

Elevando-se ambos os lados ao quadrado, obtém-se

$$(2 \zeta \omega_n \omega_b)^2 + \omega_n^4 = 0.5 [(\omega_n^2 - \omega_b^2)^2 + 4 \zeta^2 \omega_n^2 \omega_b^2] \quad (2.22)$$

Reescrevendo (2.22)

$$\omega_n^4 = 0.5[(\omega_n^2 - \omega_b^2)^2 + 4 \zeta^2 \omega_n^2 \omega_b^2] - 4 \zeta^2 \omega_n^2 \omega_b^2 \quad (2.23)$$

Simplificando, ou seja, dividindo ambos os lados por ω_n^4

$$1 = 0.5 \left\{ \left[1 - \left(\frac{\omega_b}{\omega_n} \right)^2 \right]^2 + 4 \zeta^2 \left(\frac{\omega_b}{\omega_n} \right)^2 \right\} - 4 \zeta^2 \left(\frac{\omega_b}{\omega_n} \right)^2 \quad (2.24)$$

Para facilitar, define-se

$$a_p \triangleq \left(\frac{\omega_b}{\omega_n} \right)^2 \quad (2.25)$$

então,

$$1 = 0.5 \left[(1 - a_p)^2 + 4 \zeta^2 a_p \right] - 4 \zeta^2 a_p \quad (2.26)$$

A partir da equação (2.26) e algumas manipulações matemáticas,

$$0,5 a_p^2 + (-2 \zeta^2 - 1) a_p - 0,5 = 0 \quad (2.27)$$

resolvendo (2.27), tem-se

$$a_p = 2 \zeta^2 + 1 \pm \sqrt{4 \zeta^4 + 4 \zeta^2 + 2} \quad (2.28)$$

Logo,

$$\omega_b^2 = \omega_n^2 \left(2 \zeta^2 + 1 \pm \sqrt{4 \zeta^4 + 4 \zeta^2 + 2} \right) \quad (2.29)$$

$$\omega_b = \omega_n \sqrt{2 \zeta^2 + 1 + \sqrt{(1 + 2 \zeta^2)^2 + 1}} \quad (2.30)$$

A partir da equação (2.30), podem-se determinar os ganhos K_{PS} e K_{IS} do controlador de velocidade,

$$2 \zeta \omega_n = \frac{K_{PS} K_{TN}}{J} \quad (2.31)$$

ou seja,

$$K_{PS} = \frac{2 \zeta \omega_n J}{K_{TN}} \quad (2.32)$$

Substituindo (2.30) em (2.32), tem-se

$$K_{PS} = \frac{2 J \omega_b}{K_{TN}} \frac{\zeta}{\sqrt{2 \zeta^2 + 1 + \sqrt{(1 + 2 \zeta^2)^2 + 1}}} \quad (2.33)$$

De forma análoga ao caso anterior,

$$\omega_n^2 = \frac{K_{IS} K_{TN}}{\hat{J}} \quad (2.34)$$

ou seja,

$$K_{IS} = \frac{\omega_n^2 J}{K_{TN}} \quad (2.35)$$

Substituindo (2.30) em (2.34), tem-se

$$K_{IS} = \frac{J \omega_b^2}{K_{TN}} \frac{1}{\sqrt{2 \zeta^2 + 1} + \sqrt{(1 + 2 \zeta^2)^2 + 1}} \quad (2.36)$$

Considerando a diferença (erro) entre as velocidades (referência e rotórica) como sendo a entrada do controlador PI e a corrente de referência I_{qs}^* como saída no sistema contínuo, conforme Figura 2.2, tem-se

$$\frac{I_{qs}^*(s)}{\omega_{Ref}(s) - \omega_r(s)} = K_{PS} + \frac{K_{IS}}{s} \quad (2.37)$$

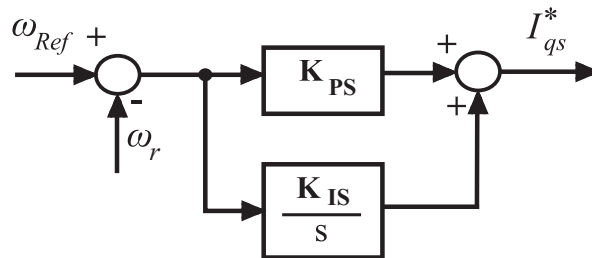


Figura 2.2 – Controlador de velocidade

Para simplificar e melhorar a visualização,

$$e_v(s) = \omega_{Ref}(s) - \omega_r(s) \quad (2.38)$$

Substituindo-se a equação (2.38) em (2.37), tem-se

$$I_{qs}^*(s) = \left(K_{PS} + \frac{K_{IS}}{s} \right) e_v(s) \quad (2.39)$$

O equacionamento do controlador PI em tempo discreto pode ser obtido a partir das equações no domínio s [27] através da Transformação Bilinear (Transformada de Tustin),

$$I_{qs}^*(k) = e_v(k) \left(K_{PS} + \frac{K_{IS} T_s}{(1-z^{-1})} \right) \quad (2.40)$$

Simplificando, tem-se o controle em tempo discreto,

$$I_{qs}^*(k) = I_{qs}^*(k-1) + (K_{PS} + K_{IS} T_s) e_v(k) - K_{PS} e_v(k-1) \quad (2.41)$$

Para executar o controle de velocidade em servomecanismos é interessante que o controlador possua robustez à variação dos parâmetros mecânicos. Como a inércia não pode ser medida com o motor em funcionamento, pode-se utilizar um identificador de estados do tipo mínimos quadrados recursivo estendido (RELS) para identificar os parâmetros mecânicos da planta.

2.3 Identificação de Parâmetros

Transformando o modelo mecânico do motor apresentado na equação (2.1) do plano s para o plano z , usando a aproximação Zero-order Hold tem-se,

$$\omega_r(z) = (1-z^{-1})z \left[\frac{1 T_e(s) - \tau_d(s)}{s B_n + J s} \right] \quad (2.42)$$

Reescrevendo,

$$\omega_r(z) = \frac{b_{mec}}{z - a_{mec}} T_e(z) + \frac{b_{mec}}{z - a_{mec}} \tau_d(z) \quad (2.43)$$

Através do modelo determinístico ARMAX (*Auto Regressive Moving Average Model*),

$$\omega_r(k) = a_{mec} \omega_r(k-1) + b_{mec} [T_e(k-1) - \tau_d(k-1)] \quad (2.44)$$

simplificando,

$$\omega_r(k) = A_{mec}^T(k) \cdot \hat{\theta}_{mec} \quad (2.45)$$

onde A_{mec} e $\hat{\theta}_{mec}$ representam, respectivamente, o vetor de regressão pseudo-linear e o vetor de parâmetros, e são dados por

$$A_{mec}(k) = [\omega_r(k-1) \quad T_e(k-1) - \tau_d(k-1)]^T \quad (2.46)$$

$$\hat{\theta}_{mec} = [a_{mec} \quad b_{mec}]^T = \left[\exp\left(-\frac{\hat{B}_n T_s}{\hat{J}}\right) \quad \frac{1 - a_{mec}}{\hat{B}_n} \right]^T \quad (2.47)$$

Na equação (2.46), os componentes do vetor de regressão A_{mec} , contém os valores anteriores das variáveis de entrada de controle e de saída, que podem ser estimados, calculados e/ou medidos.

A estimação do vetor de parâmetros é realizada da seguinte forma:

$$\hat{\theta}_{mec}(k) = \hat{\theta}_{mec}(k-1) + K_{mec}(k) \left[\omega_r(k) - A_{mec}^T(k) \hat{\theta}_{mec}(k-1) \right] \quad (2.48)$$

onde K_{mec} e P_{mec} representam, respectivamente, a matriz de ganhos e a matriz de covariância do RELS, e são representadas por

$$K_{mec}(k) = \frac{P_{mec}(k-1) A_{mec}(k)}{I + A_{mec}^T(k) P_{mec}(k-1) A_{mec}(k)} \quad (2.49)$$

$$P_{mec}(k) = \left[I - K_{mec}(k) A_{mec}^T(k) \right] P_{mec}(k-1) \quad (2.50)$$

A matriz de covariância P_{mec} deve possuir altos valores iniciais para que se tenha uma rápida convergência inicial. Um problema encontrado no uso deste estimador de estados pode ser verificado quando a matriz de covariância se torna pequena. Quando isso ocorre, os ganhos do algoritmo *RELS* tendem a zero, resultando em uma inatividade do estimador. Para evitar que a matriz P_{mec} tenda a zero, e garantir que o identificador de parâmetros continue sempre ativo, o traço da matriz P_{mec} é monitorado a cada intervalo de amostragem, para que seja mantido positivo durante o rastreamento dos parâmetros variantes no tempo,

$$tr(P_{mec}(k)) > 0 \quad (2.51)$$

Com isso, o coeficiente de atrito e o momento de inércia estimado são dados por

$$\hat{B}_n = \frac{1 - a_{mec}}{b_{mec}} \quad (2.52)$$

$$\hat{J} = -\frac{\hat{B}_n T_s}{Ln(a_{mec})} \quad (2.53)$$

Como há a necessidade de conhecer os distúrbios de torque para obtenção dos parâmetros mecânicos, utiliza-se um observador de estados: Filtro de Kalman. Este filtro é um tipo especial de observador que possui a capacidade de filtrar sinais com ruído e, além disso, é possível através dele estimar determinadas variáveis de um motor de indução a partir de seu modelo mecânico.

2.4 Filtro de Kalman

Para a implementação do filtro de Kalman [16] é necessário realizar a discretização das matrizes A^c e B^c . Suas matrizes equivalentes, no tempo discreto, podem ser encontradas usando, dentre outras técnicas, a aproximação de segunda ordem com expansão de séries da matriz exponencial da seguinte maneira

$$A_k = e^{A^c T_s} = I + A^c T_s + \frac{1}{2!} (A^c T_s)^2 + \dots \quad (2.54)$$

$$B_k = \int_0^{T_s} e^{A^c v} dv B^c = B^c T_s + \frac{1}{2!} A^c B^c T_s^2 + \dots \quad (2.55)$$

A partir dessas deduções, as matrizes discretizadas são

$$A_k = \begin{bmatrix} 1 - \frac{\hat{B}_n T_s}{\hat{J}} & -\frac{T_s}{\hat{J}} \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.56)$$

$$B_k = \begin{bmatrix} \frac{T_s}{\hat{J}} \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2.57)$$

Com isso, os estados observados são encontrados a partir de [16] da seguinte forma

$$\hat{\mathbf{x}}(k+1) = A_k \hat{\mathbf{x}}(k) + B_k u(k) + A_k K_K(k) (y(k) - C_k \hat{\mathbf{x}}(k)) \quad (2.58)$$

onde

$$\hat{\mathbf{x}} = [\hat{\omega}_r \quad \hat{\tau}_d]^T \quad e \quad y = \omega_r \quad (2.59)$$

Os ganhos do filtro de Kalman podem ser calculados como

$$K_K(k) = P_K(k) (C_k^c)^T (C_k^c P_K(k) (C_k^c)^T + 1)^{-1}, \quad (2.60)$$

onde a matriz de covariância $P_K(k)$ é dada por

$$P_K(k+1) = A_k \left\{ P_K(k) - K_K(k) C_k^c P_K(k) \right\} A_k^T + G Q G^T \quad (2.61)$$

além disso, Q é matriz de ruídos externos desconhecidos.

Além das ferramentas relacionadas anteriormente, há a necessidade de incluir um limitador, para evitar a saturação da corrente I_{qs}^* , ou seja, para evitar que o motor

de indução funcione com corrente acima da nominal. Na Figura 2.3 pode-se melhor visualizar, no diagrama esquemático, a estrutura do controlador implementado.

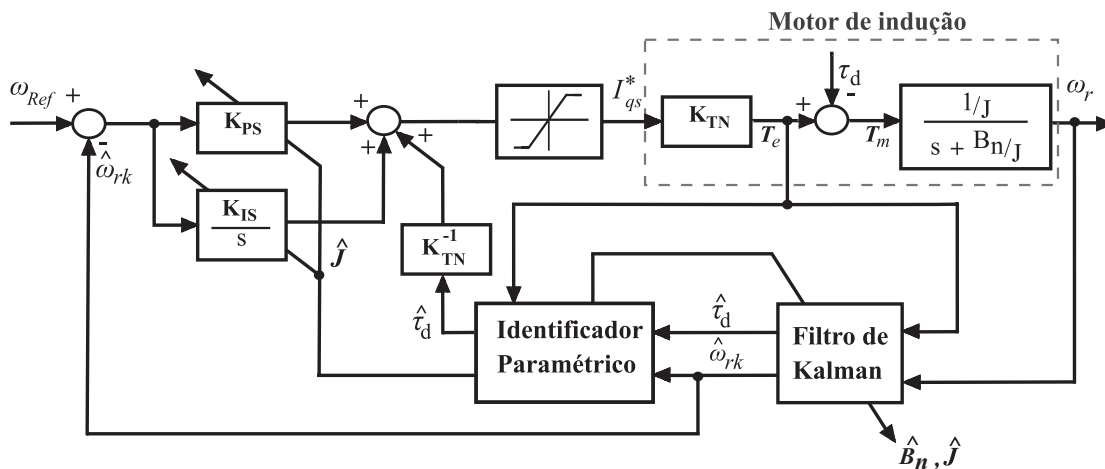


Figura 2.3 – Diagrama do sistema de controle de velocidade auto-ajustável

Para compensar a subtração de $\hat{\tau}_d$ na identificação do momento de inércia conforme equação (2.44), deve-se adicioná-lo na lei de controle I_{qs}^* , conforme Figura 2.3. Com isso, a compensação é feita na equação (2.39) da seguinte forma

$$I_{qs}^*(s) = \left(K_{PS} + \frac{K_{IS}}{s} \right) e_v(s) + \hat{\tau}_d(s) / K_{TN} \quad (2.62)$$

Discretizando, tem-se

$$I_{qs}^*(k) = I_{qs}^*(k-1) + (K_{PS} + K_{IS} \cdot T_S) e_v(k) - K_{PS} e_v(k-1) + e_\tau(k) \quad (2.63)$$

onde

$$e_\tau(k) = (\hat{\tau}_d(k) / K_{TN}) - (\hat{\tau}_d(k-1) / K_{TN}) \quad (2.64)$$

2.5 Simulação do Controlador Auto-Ajustável de Velocidade

Para validar o desempenho do controlador PI auto-ajustável de velocidade apresentado na Figura 2.3 foram realizadas simulações com o auxílio do software Matlab®. O modelo elétrico do motor de indução utilizado está descrito no Anexo 1. Os dados de placa, assim como os parâmetros elétricos e mecânicos do motor de indução trifásico utilizado foram obtidos junto ao fabricante e são mostrados na Tabela 2.1. O projeto dos controladores PI fixos e um método de compensação de acoplamento das correntes estatóricas podem ser verificados no Anexo 2. Para o

projeto do controlador de velocidade, define-se uma função de referência, cuja velocidade deseja-se obter como resposta. Para suavizar a referência de velocidade, e melhorar o desempenho do controlador, aplica-se um modelo de referência. Este modelo consiste de uma função de transferência de segunda ordem com as seguintes definições: $\xi = 1$ (coeficiente de amortecimento) e $\omega_n = 20$ rad/s (frequência natural), onde seu ganho G_m é dado por

$$G_m(s) = \frac{\omega_{mref}(s)}{\omega_{Ref}(s)} = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\xi\omega_n + \omega_n^2} = \frac{400}{s^2 + 40 + 400} \quad (2.65)$$

Na Figura 2.4 apresenta-se a resposta do modelo de referência de velocidade. A entrada de velocidade de referência é do tipo rampa apresentando taxas de variação de 60 rad/s.

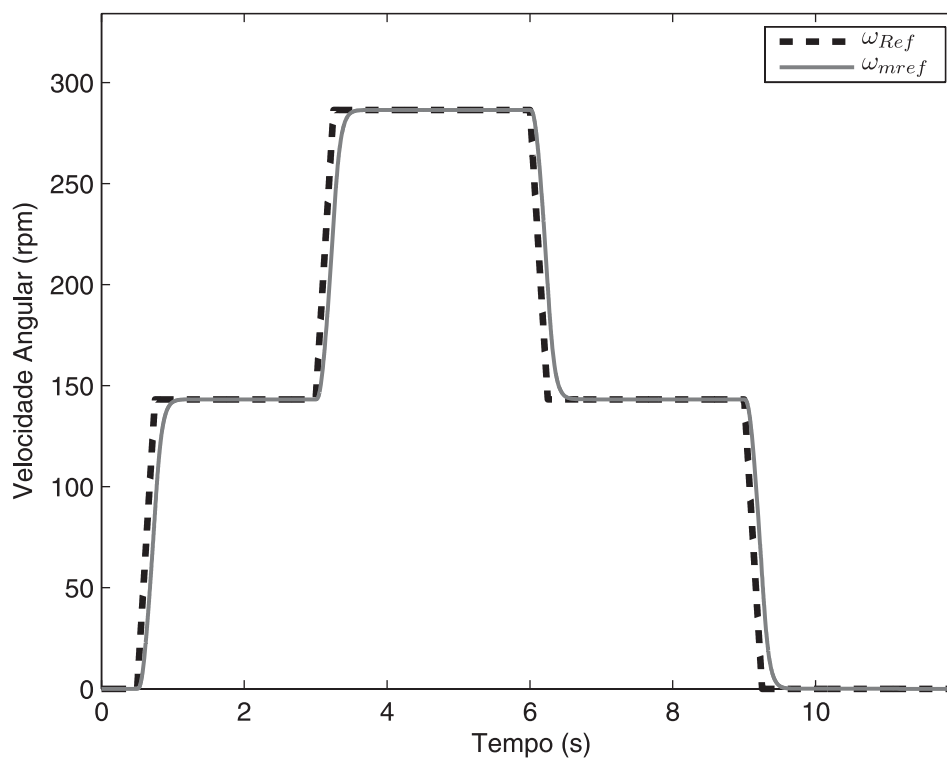


Figura 2.4 – Resposta do Modelo de referência de velocidade

Tabela 2.1 – Parâmetros do Motor de Indução Trifásico fornecidos pelo fabricante

Descrição	Valor
Potência	1,5 c.v.
Velocidade Nominal	1720 RPM
N_p	2
L_m	388,5 mH
L_r	404,8 mH
L_s	402,4 mH
R_r	3,24 Ω
R_s	4,96 Ω
Corrente Nominal	2,56 A
Momento de Inércia (J)	0,00328 Kg.m ²
Coefficiente de Atrito (B_n)	0,0008 Kg.m ² /A
Nº de identificação	GD76926

A Figura 2.5 apresenta o sistema completo utilizado nas simulações onde realiza-se o controle de velocidade auto-ajustável a partir da velocidade medida e das correntes trifásicas estáticas medidas.

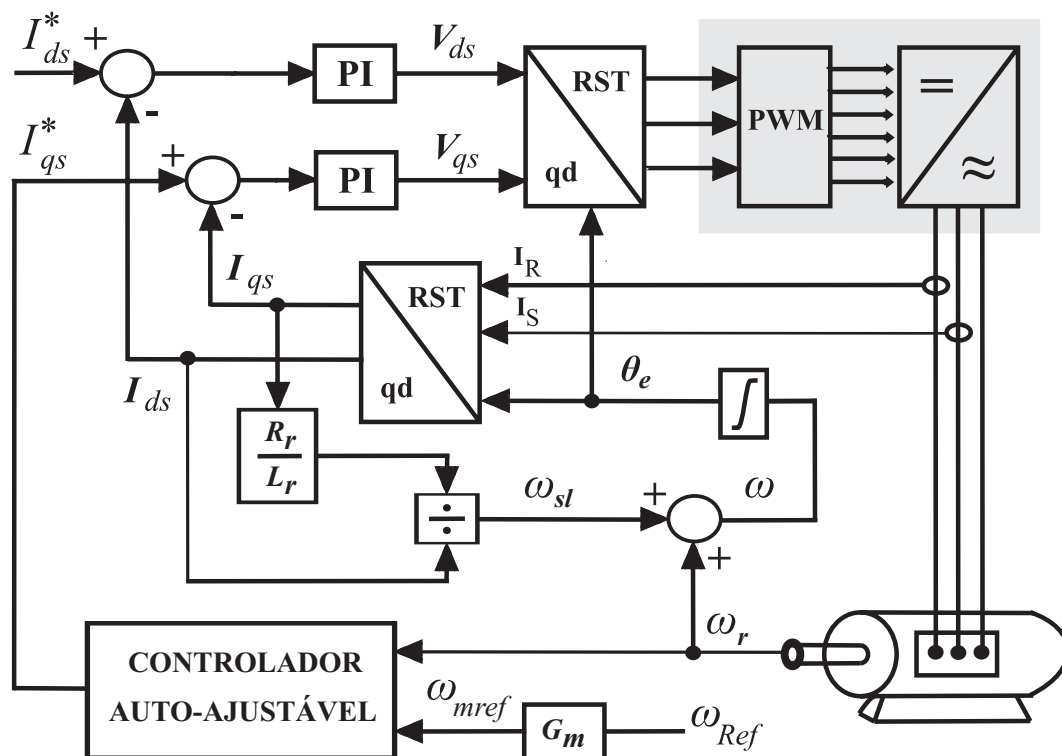


Figura 2.5 – Diagrama do servo simulado considerando velocidade medida

Nas simulações, é importante ressaltar que o inversor não é incluído, ou seja, a sintetização de tensão é ideal. Com a finalidade de magnetizar a máquina, a corrente direta (I_{ds}^*) foi fixada em 0,7 A. Através do controlador PI auto-ajustável, obtém-se a corrente de quadratura de referência (I_{qs}^*). A frequência de corte (ω_n) e o coeficiente de amortecimento (ζ) dos controladores PI são pré-definidos e seus valores são apresentados na Tabela 2.2. Além disso, também são apresentados os parâmetros iniciais do controlador de velocidade.

Tabela 2.2 – Parâmetros pré-definidos dos controladores

<i>Estrutura</i>	<i>Parâmetros</i>
PI de corrente (I_{ds})	$\omega_n = 300 \text{ rad/s}$ e $\zeta = 0,5$
PI de corrente (I_{qs})	$\omega_n = 500 \text{ rad/s}$ e $\zeta = 0,5$
PI auto-ajustável	$\omega_n = 23 \text{ rad/s}$ e $\zeta = 2$

Primeiramente foi realizado um ensaio onde foi definida uma referência de velocidade variável com aceleração de 60 rad/s^2 . A Figura 2.6 apresenta a velocidade do modelo de referência (ω_{mref}) e a velocidade real (ω_r) do motor de indução. Na Figura 2.7 pode ser vista a lei de controle do sistema, ou seja, o torque elétrico. A inicialização do identificador de parâmetros foi feita com os seguintes valores: $a_{mec} = 0.999$ e $b_{mec} = 1$. Com esta simulação foram obtidos o momento de inércia e o coeficiente de atrito. A partir do instante 3s, apresentaram erros de até 2,5% e 1% em regime permanente, respectivamente. Esses parâmetros identificados podem ser encontrados na Figura 2.8. Os distúrbios de torque observados pelo Filtro de Kalman são apresentados na Figura 2.9.

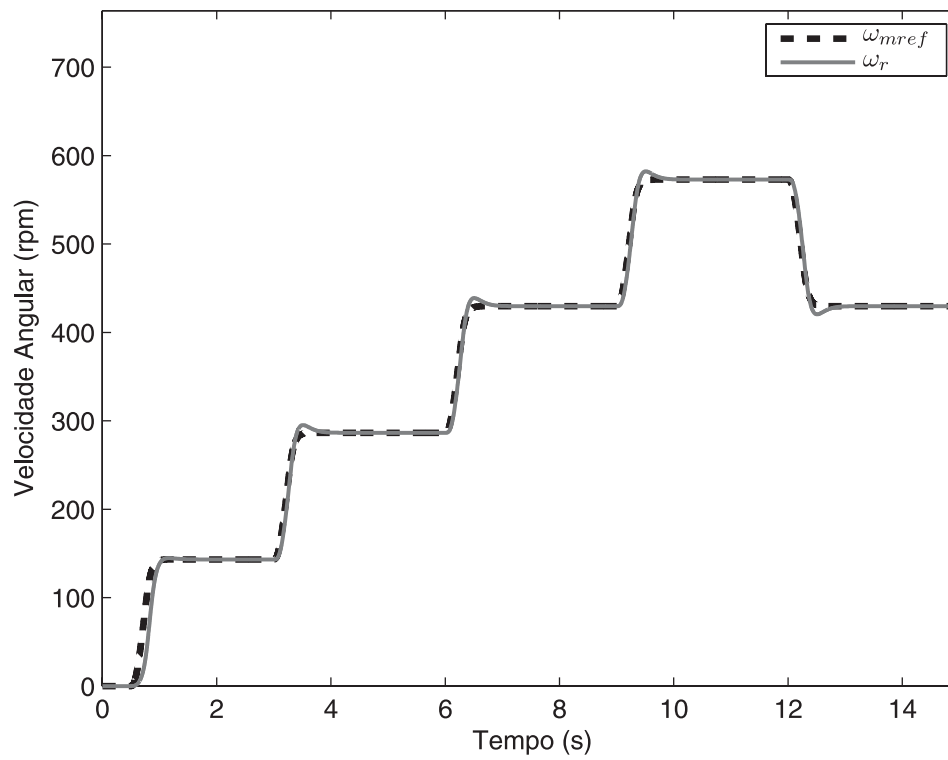


Figura 2.6 – Modelo de Referência e Velocidade Rotórica Medida

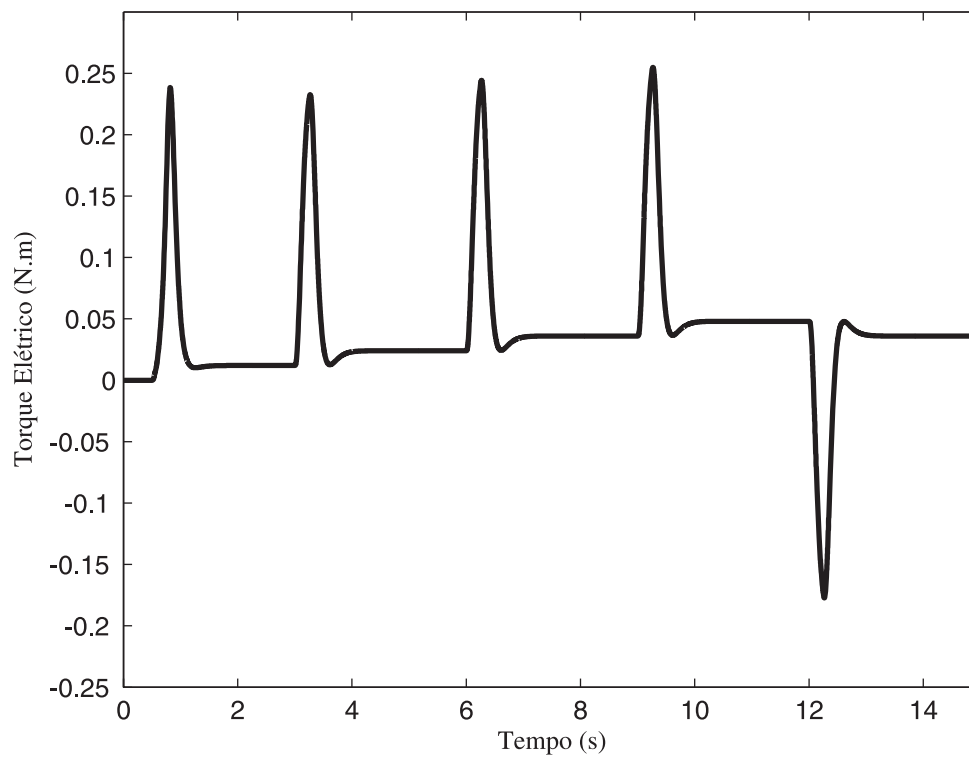


Figura 2.7 – Torque elétrico (lei de controle)

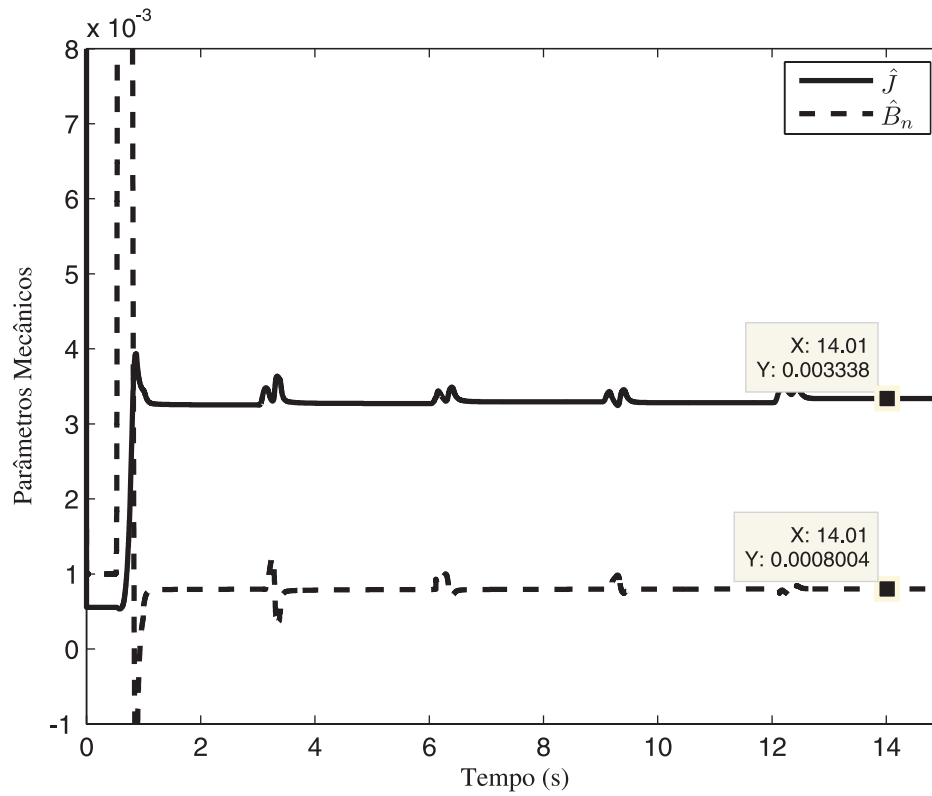


Figura 2.8 – Parâmetros Mecânicos identificados

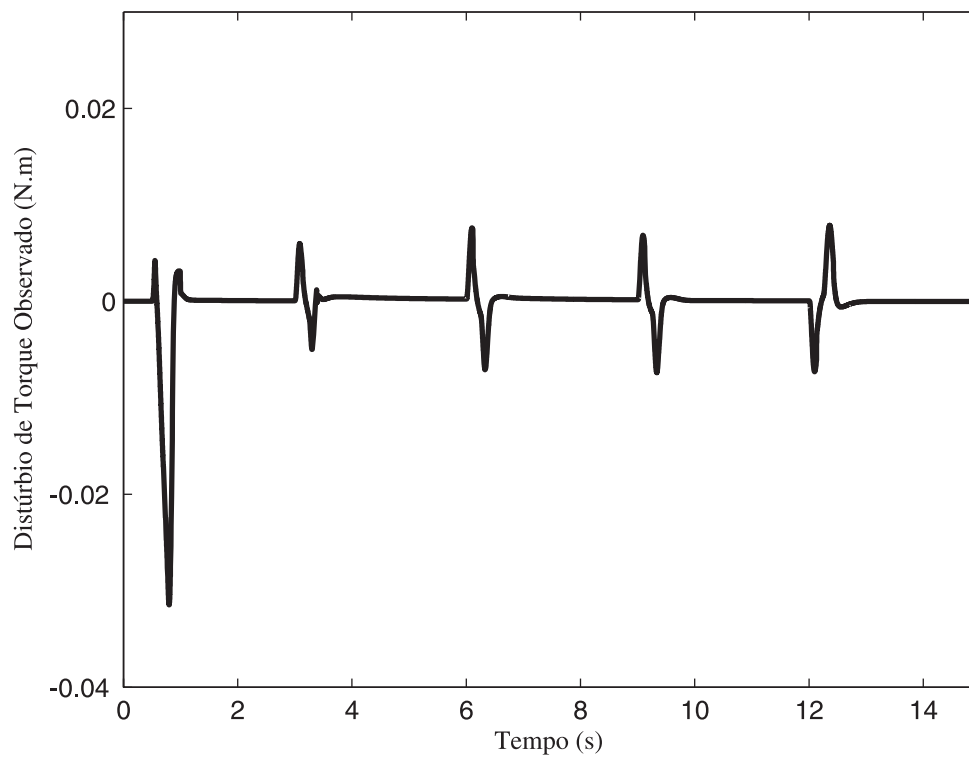


Figura 2.9 – Distúrbio de torque estimado pelo filtro de Kalman

Ampliando-se a Figura 2.6 entre os instantes 0 e 3s pode-se verificar uma resposta lenta do sistema ao definir a velocidade de referência, ou seja, durante o acionamento do motor. Isso acontece devido à baixa inércia identificada durante esse intervalo de tempo e pode ser melhor visualizado na Figura 2.10. Pode-se melhorar o desempenho do controlador durante o acionamento, alterando os parâmetros de inicialização do identificador de parâmetros, conforme segunda simulação realizada, com $a_{mec} = 0.9$ e $b_{mec} = 0.01$. Essas considerações são realizadas com a finalidade de atribuir um valor inicial para o momento de inércia.

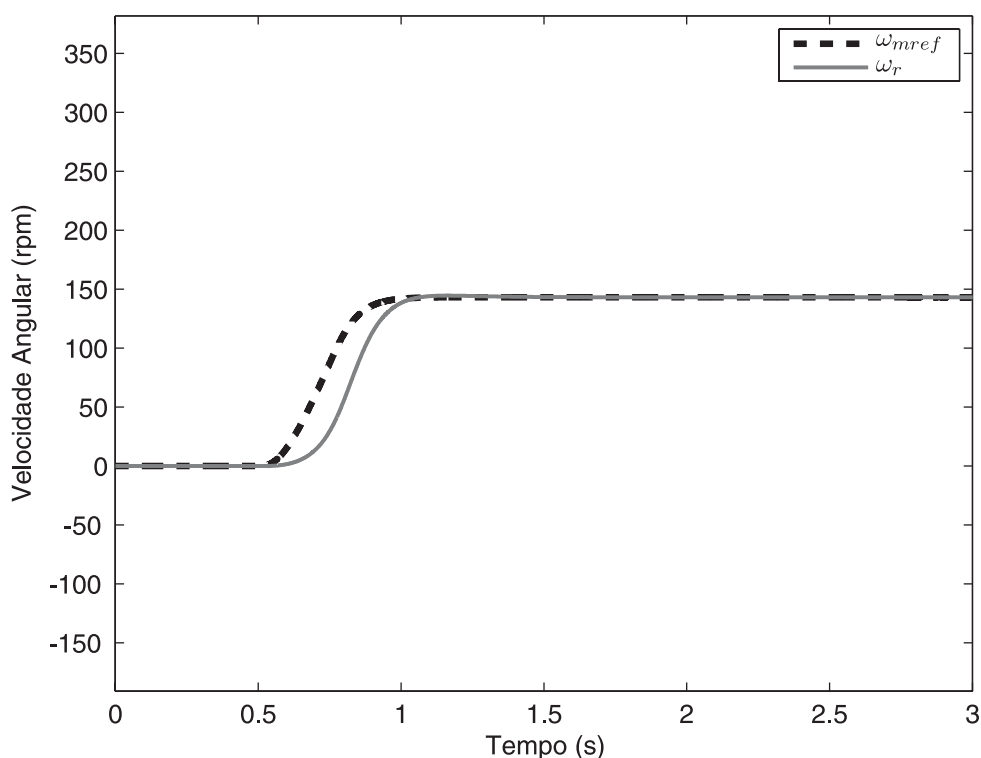


Figura 2.10 – Ampliação da Figura 2.6 entre os instantes 0 e 3s

Atribuindo-se um valor inicial superior ao momento de inércia conforme Figura 2.11, pode-se verificar que houve uma mais rápida convergência para um valor próximo do real. Os erros de identificação obtidos em regime permanente, a partir do instante 3s, foram inferiores a 1%. Além disso, pode-se verificar na Figura 2.12, uma mais rápida resposta do sistema.

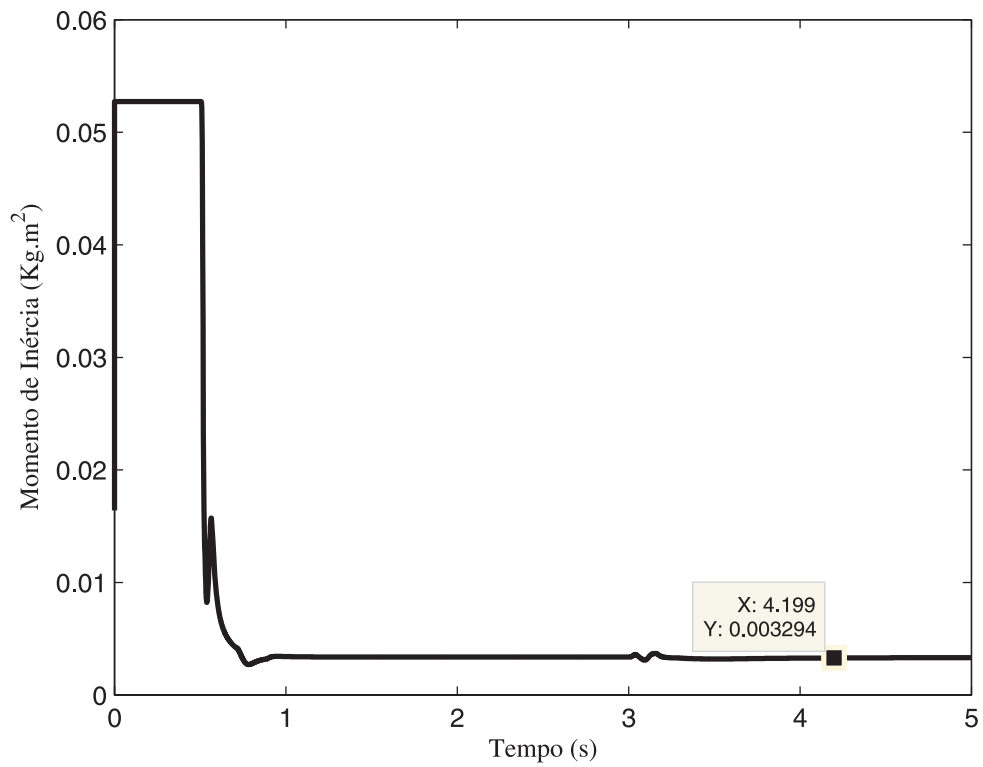


Figura 2.11 – Momento de inércia identificado com atribuição inicial de $J_\theta = 16 J$

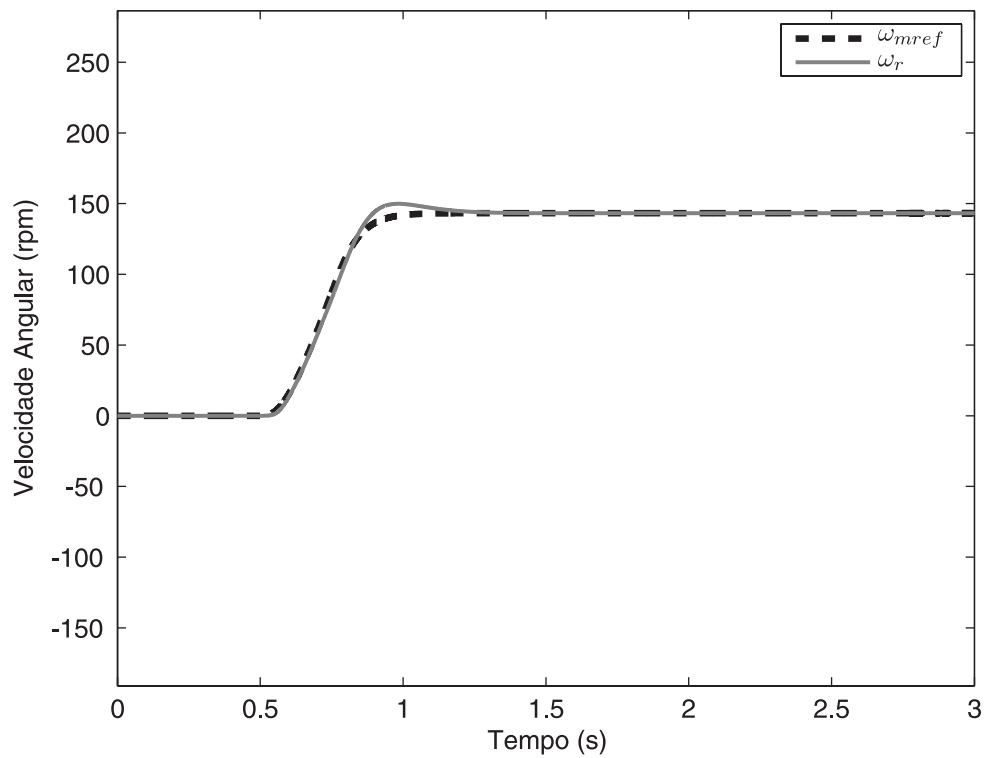


Figura 2.12 – Aumento de desempenho do controlador no acionamento

Num terceiro instante, os parâmetros mecânicos do sistema foram alterados com a finalidade de comprovar e validar a técnica de identificação. Os novos valores foram escolhidos duas vezes superiores aos utilizados nos ensaios anteriores. Isso foi realizado, atribuindo-se $a_{mec} = 0.9$ e $b_{mec} = 0.03$. Com essas atribuições, considera-se um momento de inércia inicial J_0 de valor equivalente à 26 vezes o momento de inércia real e coeficiente de atrito inicial B_{n0} de valor infinitamente superior ao seu valor real. A comprovação da identificação dos parâmetros mecânicos pode ser verificada na Figura 2.13 onde, a identificação ocorreu de maneira eficiente, apresentando erros inferiores à 3% para o momento de inércia e 1% para o coeficiente de atrito, em regime permanente. A Figura 2.14 apresenta a resposta da velocidade rotórica para o presente caso.

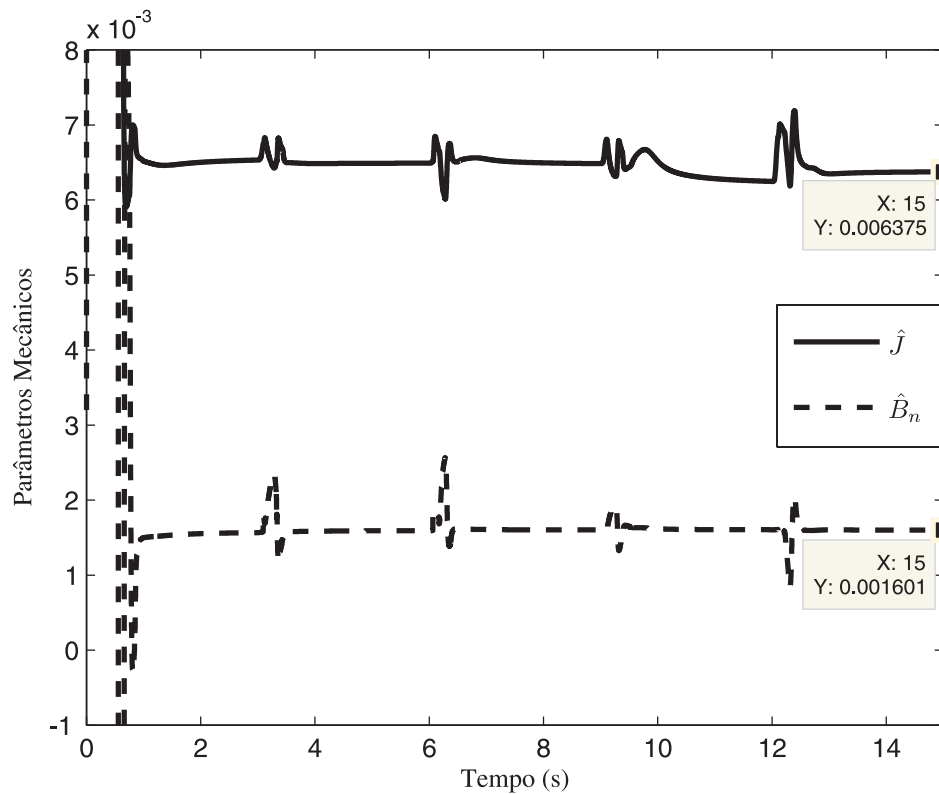


Figura 2.13 – Parâmetros Mecânicos Identificados

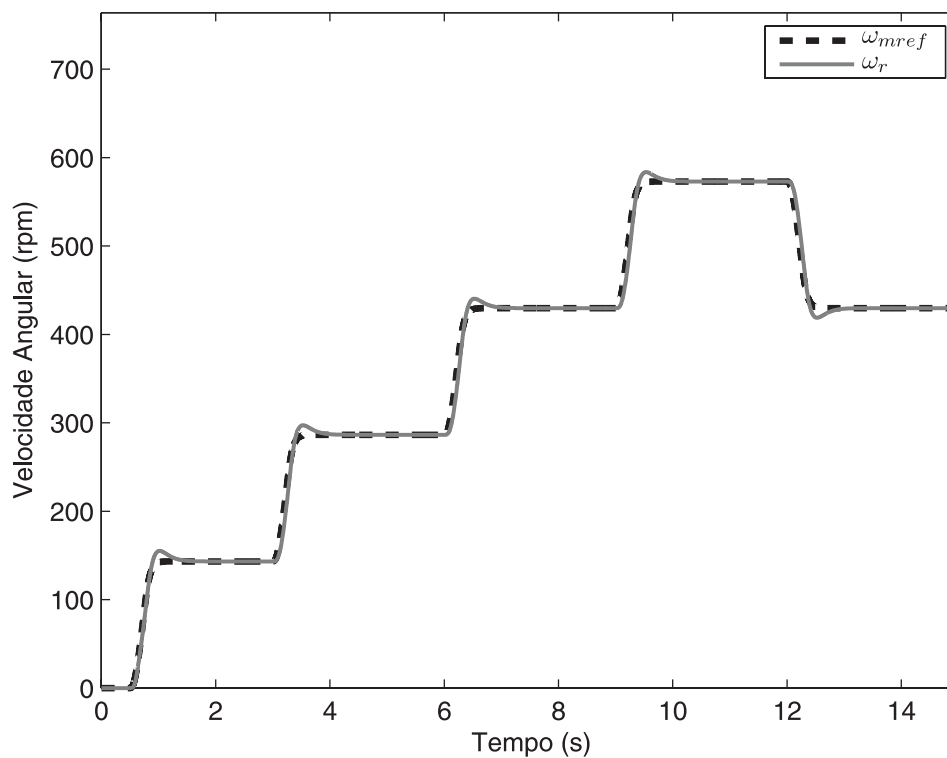


Figura 2.14 – Modelo de Referência e velocidade medida considerando $J=0.00656 \text{ kg.m}^2$

Um último ensaio foi realizado para comprovar a rejeição à distúrbios de torque. Na Figura 2.15 pode-se verificar e comprovar a rejeição dos distúrbios realizadas pelo controlador. Para esta simulação são utilizados $a_{mec}=0.9$, $b_{mec}=0.01$. A Figura 2.16 apresenta o distúrbio observado pelo Filtro de Kalman. Note que alguns distúrbios de carga equivalentes a 0.3 N.m são incluídos em 1.5 e 4 segundos. Além disso, a Figura 2.17 apresenta o torque elétrico onde verifica-se um aumento nos instantes onde há a necessidade de compensar os distúrbios de torque.

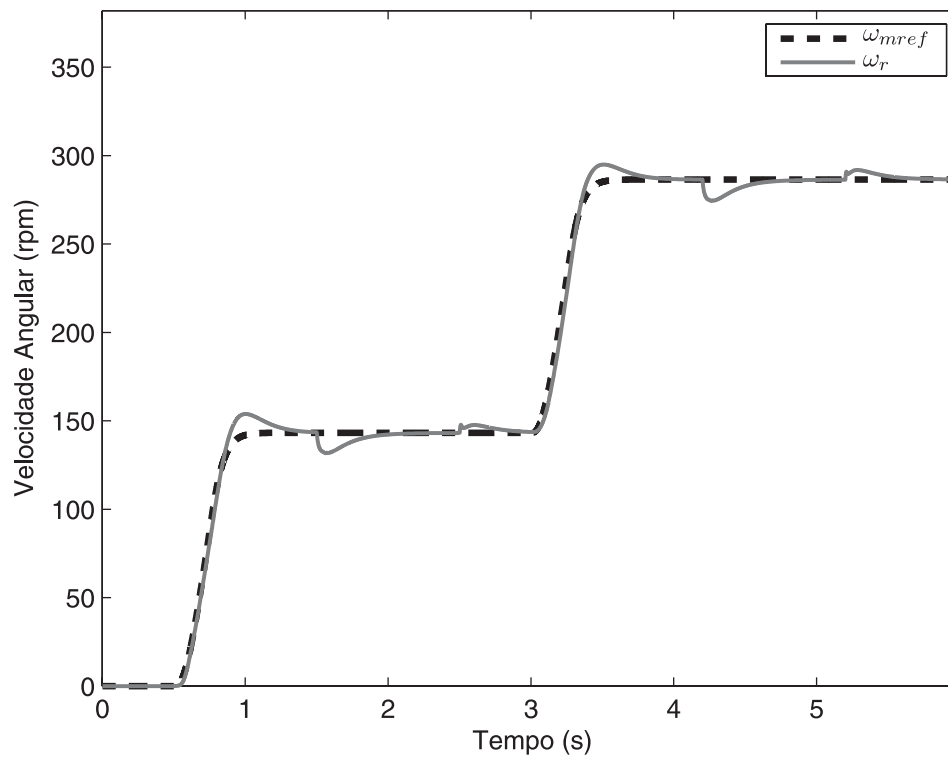


Figura 2.15 – Resposta do controlador com a inclusão de distúrbios de torque

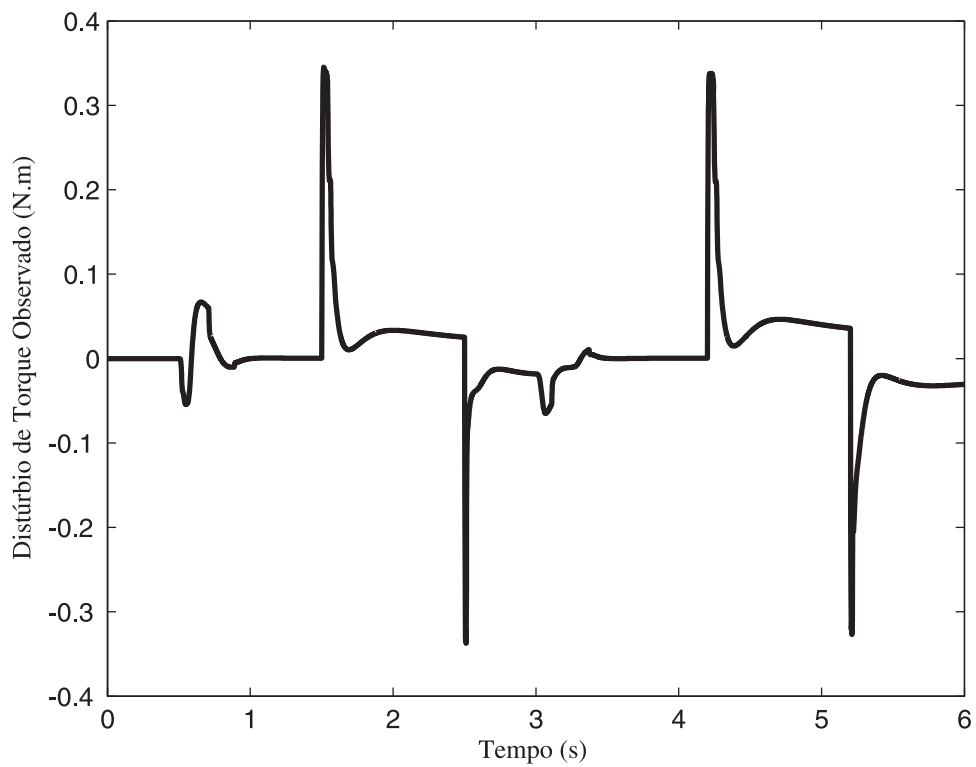


Figura 2.16 – Distúrbio de torque observado pelo Filtro de Kalman

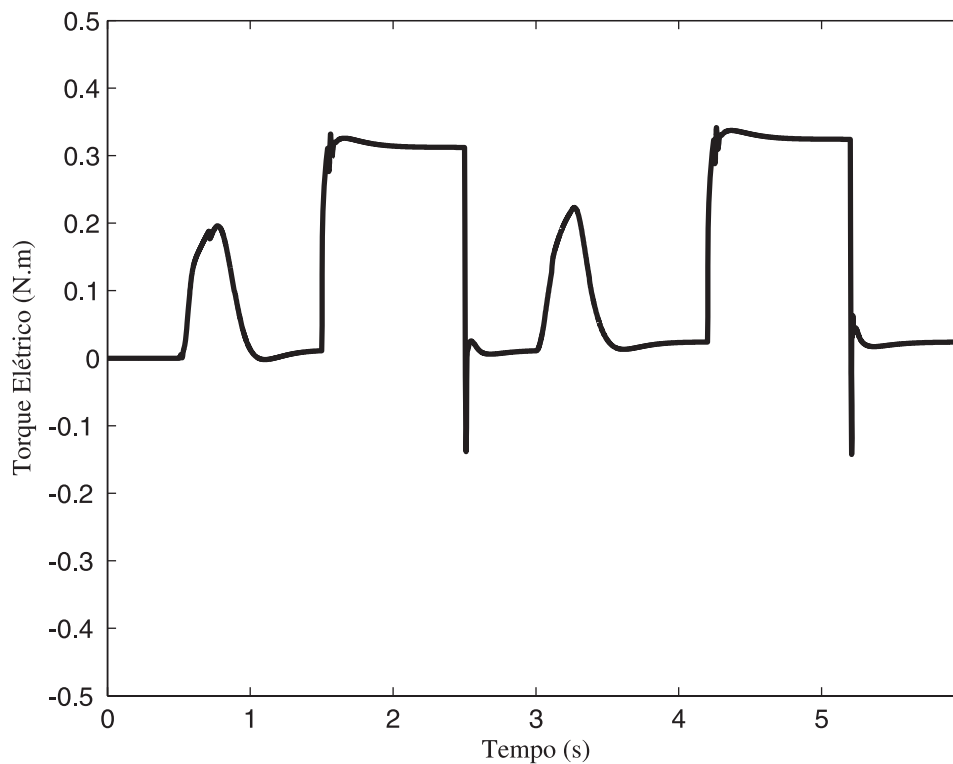


Figura 2.17 – Torque elétrico compensando distúrbios de torque

2.6 Sumário

Neste capítulo foram descritos as teorias e projetos necessários para realizar a identificação dos parâmetros mecânicos do motor. Esses parâmetros são utilizados para adaptar as matrizes do Filtro de Kalman, utilizado para estimar distúrbios de torque assim como para eliminar possíveis ruídos. Além disso, o momento de inércia foi utilizado para auto-ajustar os ganhos do controlador de velocidade do motor de indução trifásico.

As simulações apresentadas nesse capítulo comprovam o bom desempenho do controlador auto-ajustável e da identificação dos parâmetros. Para o controle da velocidade, utiliza-se a velocidade rotórica real na realimentação do sistema, ou seja, em casos práticos, a velocidade medida com o uso de codificadores. Já em relação ao controle das correntes elétricas, consideram-se as correntes trifásicas reais, medidas por sensores de corrente.

CAPÍTULO 3

IDENTIFICAÇÃO E CONTROLE SEM SENSORES MECÂNICOS DO MOTOR DE INDUÇÃO TRIFÁSICO

Nas últimas décadas têm se desenvolvidos sistemas de acionamento de alto desempenho aplicados a motores de indução (MI) trifásicos com objetivo de suprir as demandas da indústria. Baseadas no princípio básico de funcionamento do MI, as técnicas de controle orientado no campo (FOC) possibilitam uma rápida resposta dinâmica do MI. Entretanto, a técnica FOC requer o conhecimento dos parâmetros elétricos e mecânicos para apresentar o desempenho desejado. Em muitas situações, quando os parâmetros elétricos do motor não são bem conhecidos, o desempenho do controlador pode ser reduzido e degradar a performance do sistema.

Para identificação dos parâmetros elétricos, é utilizado um método baseado na técnica dos mínimos quadrados recursivos (RLS), conforme Anexo 3. Já os parâmetros mecânicos, são obtidos através de uma técnica também baseada em um método RLS, descrita no Capítulo 2.

Para viabilizar a implementação de sistemas de acionamento utilizando motores de indução em aplicações industriais, objetiva-se, além da compactação e redução de custos, em alguns casos, mais robustez. Uma maneira de reduzir custos é substituindo os sensores mecânicos por técnicas de estimação de velocidade. Isto pode ser alcançado sem penalizar a confiabilidade e segurança do sistema.

Devido à simplicidade e eficiência, a técnica utilizada para estimação da velocidade foi MRAS. A regulagem da velocidade estimada do servomecanismo é

realizada com um controlador PI auto-ajustável, abordado no Capítulo 2.

Neste capítulo é mostrada a estrutura completa, desde modelagem elétrica a projeto de filtros, para a estimação da velocidade rotórica. Com isso, são realizadas simulações onde se utiliza um algoritmo de identificação paramétrica para auto-ajuste da lei de controle de um servo de velocidade sem codificador necessitando apenas a medição das correntes estatóricas.

3.1 Sistema Adaptativo por Modelo de Referência – MRAS

Para realizar o projeto deste estimador de velocidade é necessário apresentar um modelo elétrico do motor de indução representado pela corrente magnetizante e pelas tensões estatóricas no referencial estacionário. Pode-se representar esse modelo a partir da equação (A.1.82). Desconsideram-se as variáveis relativas à seqüência zero e considera-se o MI com rotor *gaiola de esquilo* (a tensão do circuito equivalente do rotor é nula). Além disso, adota-se o referencial estacionário. Utiliza-se a notação $\hat{\omega}_r$ para a velocidade rotórica, pois considera-se uma variável estimada, então

$$\begin{bmatrix} V_{qs}^s \\ V_{ds}^s \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_s + \rho L_s & 0 & \rho L_m & 0 \\ 0 & R_s + \rho L_s & 0 & \rho L_m \\ \rho L_m & -\hat{\omega}_r L_m & R_r + \rho L_r & -\hat{\omega}_r L_r \\ \hat{\omega}_r L_m & \rho L_m & \hat{\omega}_r L_r & R_r + \rho L_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{qs}^s \\ I_{ds}^s \\ I_{qr}^s \\ I_{dr}^s \end{bmatrix} \quad (3.1)$$

onde ρ é o operador derivação.

Define-se a corrente magnetizante I_m a partir das correntes estatóricas e rotóricas [19] da seguinte forma

$$\mathbf{I}_m = \mathbf{I}_s + \frac{L_r}{L_m} \mathbf{I}_r \quad (3.2)$$

onde os vetores das correntes elétricas são representados por

$$\mathbf{I}_m = [I_{qm}^s \ I_{dm}^s]^T, \quad \mathbf{I}_s = [I_{qs}^s \ I_{ds}^s]^T, \quad \mathbf{I}_r = [I_{qr}^s \ I_{dr}^s]^T. \quad (3.3)$$

Para reescrever a equação (3.1) somente em função das correntes estatóricas e da corrente magnetizante, pode-se desmembrar os vetores da equação (3.2),

$$I_{dr}^s = \left(I_{dm}^s - I_{ds}^s \right) \frac{L_m}{L_r}, \quad I_{qr}^s = \left(I_{qm}^s - I_{qs}^s \right) \frac{L_m}{L_r} \quad (3.4)$$

Substituindo (3.4) em (3.1) tem-se

$$\begin{bmatrix} V_{qs}^s \\ V_{ds}^s \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_s + \rho L_s & 0 & \rho L_m & 0 \\ 0 & R_s + \rho L_s & 0 & \rho L_m \\ \rho L_m & -\hat{\omega}_r L_m & R_r + \rho L_r & -\hat{\omega}_r L_r \\ \hat{\omega}_r L_m & \rho L_m & \hat{\omega}_r L_r & R_r + \rho L_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{qs}^s \\ I_{ds}^s \\ (I_{qm}^s - I_{qs}^s) \frac{L_m}{L_r} \\ (I_{dm}^s - I_{ds}^s) \frac{L_m}{L_r} \end{bmatrix} \quad (3.5)$$

Reescrevendo as duas primeiras linhas da equação (3.5), referentes às tensões estatóricas, tem-se

$$\begin{bmatrix} V_{qs}^s \\ V_{ds}^s \end{bmatrix} = R_s \begin{bmatrix} I_{qs}^s \\ I_{ds}^s \end{bmatrix} + L_s \rho \begin{bmatrix} I_{qs}^s \\ I_{ds}^s \end{bmatrix} + \frac{L_m^2}{L_r} \rho \begin{bmatrix} I_{qm}^s \\ I_{dm}^s \end{bmatrix} - \frac{L_m^2}{L_r} \rho \begin{bmatrix} I_{qs}^s \\ I_{ds}^s \end{bmatrix} \quad (3.6)$$

Fazendo as seguintes definições,

$$\sigma = 1 - \frac{L_m^2}{L_s L_r}, \quad \mathbf{e}_m = \frac{L_m^2}{L_r} \rho \begin{bmatrix} I_{qm}^s \\ I_{dm}^s \end{bmatrix} \quad (3.7)$$

pode-se reorganizar a equação (3.6),

$$\begin{bmatrix} V_{qs}^s \\ V_{ds}^s \end{bmatrix} = R_s \begin{bmatrix} I_{qs}^s \\ I_{ds}^s \end{bmatrix} + \sigma L_s \rho \begin{bmatrix} I_{qs}^s \\ I_{ds}^s \end{bmatrix} + \mathbf{e}_m \quad (3.8)$$

Reescrevendo as duas últimas linhas da equação (3.5) independentemente, obtém-se

$$0 = L_m \rho I_{qs}^s - \hat{\omega}_r L_m I_{ds}^s + (R_r + \rho L_r) \left(I_{qm}^s - I_{qs}^s \right) \frac{L_m}{L_r} - \hat{\omega}_r L_r \left(I_{dm}^s - I_{ds}^s \right) \frac{L_m}{L_r} \quad (3.9)$$

$$0 = \hat{\omega}_r L_m I_{qs}^s + L_m \rho I_{ds}^s + \hat{\omega}_r L_r \left(I_{qm}^s - I_{qs}^s \right) \frac{L_m}{L_r} + (R_r + \rho L_r) \left(I_{dm}^s - I_{ds}^s \right) \frac{L_m}{L_r} \quad (3.10)$$

Após algumas simplificações matemáticas e assumindo que

$$\tau_R = \frac{L_r}{R_r} \quad (3.11)$$

pode-se obter

$$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1/\tau_R & -\hat{\omega}_r \\ \hat{\omega}_r & 1/\tau_R \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{qm}^s \\ I_{dm}^s \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -1/\tau_R & 0 \\ 0 & -1/\tau_R \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{qs}^s \\ I_{ds}^s \end{bmatrix} + \rho \begin{bmatrix} I_{qm}^s \\ I_{dm}^s \end{bmatrix} \quad (3.12)$$

Reescrevendo a equação (3.12) em termos de $\rho \mathbf{I}_m$, tem-se

$$\rho \begin{bmatrix} I_{qm}^s \\ I_{dm}^s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1/\tau_R & \hat{\omega}_r \\ -\hat{\omega}_r & -1/\tau_R \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{qm}^s \\ I_{dm}^s \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1/\tau_R & 0 \\ 0 & 1/\tau_R \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{qs}^s \\ I_{ds}^s \end{bmatrix} \quad (3.13)$$

Reescrevendo a equação (3.13) como

$$\dot{\mathbf{I}}_m = \mathbf{A}_m \mathbf{I}_m + \mathbf{B}_m \mathbf{I}_s \quad (3.14)$$

onde

$$\mathbf{A}_m = \begin{bmatrix} -1/\tau_R & -\hat{\omega}_r \\ \hat{\omega}_r & -1/\tau_R \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B}_m = \begin{bmatrix} 1/\tau_R & 0 \\ 0 & 1/\tau_R \end{bmatrix}. \quad (3.15)$$

A partir dessas considerações, pode-se representar o modelo elétrico do MI no referencial estacionário em função da corrente magnetizante conforme equação (3.14) e da FCEM através de (3.8).

Para possibilitar a implementação deste estimador, deve-se discretizar o modelo dinâmico da corrente magnetizante. Uma alternativa para a realização dessa tarefa de maneira satisfatória é através do método de integração trapezoidal [25]. Para aplicação deste método, utiliza-se a seguinte transformação

$$\frac{1}{s} = \frac{T_s}{2} \frac{(z+1)}{(z-1)} \quad (3.16)$$

Representando a equação (3.13) no domínio da frequência e considerando as condições iniciais nulas,

$$s \begin{bmatrix} I_{qm}^s(s) \\ I_{dm}^s(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1/\tau_R & \hat{\omega}_r \\ -\hat{\omega}_r & -1/\tau_R \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{qm}^s(s) \\ I_{dm}^s(s) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1/\tau_R & 0 \\ 0 & 1/\tau_R \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{qs}^s(s) \\ I_{ds}^s(s) \end{bmatrix} \quad (3.17)$$

Aplicando a transformação da equação (3.16) em (3.17), tem-se

$$\begin{bmatrix} I_{qm}^s(z) \\ I_{dm}^s(z) \end{bmatrix} = \left[\frac{T_s}{2} \frac{(z+1)}{(z-1)} \right] \left\{ \begin{bmatrix} -1/\tau_R & \hat{\omega}_r \\ -\hat{\omega}_r & -1/\tau_R \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{qm}^s(s) \\ I_{dm}^s(s) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1/\tau_R & 0 \\ 0 & 1/\tau_R \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{qs}^s(s) \\ I_{ds}^s(s) \end{bmatrix} \right\} \quad (3.18)$$

Após algumas manipulações matemáticas,

$$z \begin{bmatrix} K_2 I_{qm}^s(z) - K_1 \hat{\omega}_r \tau_R I_{dm}^s(z) \\ K_2 I_{dm}^s(z) + K_1 \hat{\omega}_r \tau_R I_{qm}^s(z) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (1-K_1) I_{qm}^s(z) + K_1 [-\hat{\omega}_r \tau_R I_{dm}^s(z) + (z+1) I_{qs}^s(z)] \\ (1-K_1) I_{dm}^s(z) + K_1 [\hat{\omega}_r \tau_R I_{qm}^s(z) + (z+1) I_{ds}^s(z)] \end{bmatrix} \quad (3.19)$$

onde $K_1 = \frac{T_s}{2\tau_R}$ e $K_2 = 1 + K_1$.

Para facilitar a visualização e resolução da equação (3.19), considera-se

$$\mathbf{A}_v = \begin{bmatrix} K_2 & -K_1 \hat{\omega}_r \tau_R \\ K_1 \hat{\omega}_r \tau_R & K_2 \end{bmatrix} \quad (3.20)$$

Com isso, dividindo-se ambos os lados da equação (3.19) por \mathbf{A}_v , tem-se

$$z \begin{bmatrix} I_{qm}^s(z) \\ I_{dm}^s(z) \end{bmatrix} = (\mathbf{A}_v)^{-1} \begin{bmatrix} (1-K_1)I_{qm}^s(z) + K_1 \left[-\hat{\omega}_r \tau_R I_{dm}^s(z) + (z+1)I_{qs}^s(z) \right] \\ (1-K_1)I_{dm}^s(z) + K_1 \left[\hat{\omega}_r \tau_R I_{qm}^s(z) + (z+1)I_{ds}^s(z) \right] \end{bmatrix} \quad (3.21)$$

Colocando a equação (3.21) na forma de tempo discreto, tem-se

$$\begin{bmatrix} I_{qm}^s(k+1) \\ I_{dm}^s(k+1) \end{bmatrix} = (\mathbf{A}_v)^{-1} \begin{bmatrix} (1-K_1)I_{qm}^s(k) + K_1 \left[-\hat{\omega}_r \tau_R I_{dm}^s(k) + I_{qs}^s(k+1) + I_{qs}^s(k) \right] \\ (1-K_1)I_{dm}^s(k) + K_1 \left[\hat{\omega}_r \tau_R I_{qm}^s(k) + I_{ds}^s(k+1) + I_{ds}^s(k) \right] \end{bmatrix} \quad (3.22)$$

onde

$$(\mathbf{A}_v)^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{K_2}{K_2^2 + K_1^2 \tau_R^2 \hat{\omega}_r^2} & \frac{K_1 \hat{\omega}_r \tau_R}{K_2^2 + K_1^2 \tau_R^2 \hat{\omega}_r^2} \\ -\frac{K_1 \hat{\omega}_r \tau_R}{K_2^2 + K_1^2 \tau_R^2 \hat{\omega}_r^2} & \frac{K_2}{K_2^2 + K_1^2 \tau_R^2 \hat{\omega}_r^2} \end{bmatrix} \quad (3.23)$$

A partir dessas considerações e modelagens, pode-se introduzir os princípios básicos e estrutura da técnica MRAS. A configuração estrutural desta técnica [20] é composta por um modelo de referência, um modelo adaptativo e um mecanismo adaptativo. Além disso, inclui-se um filtro por variáveis de estado [19] e a estrutura completa é apresentada na Figura 3.1.

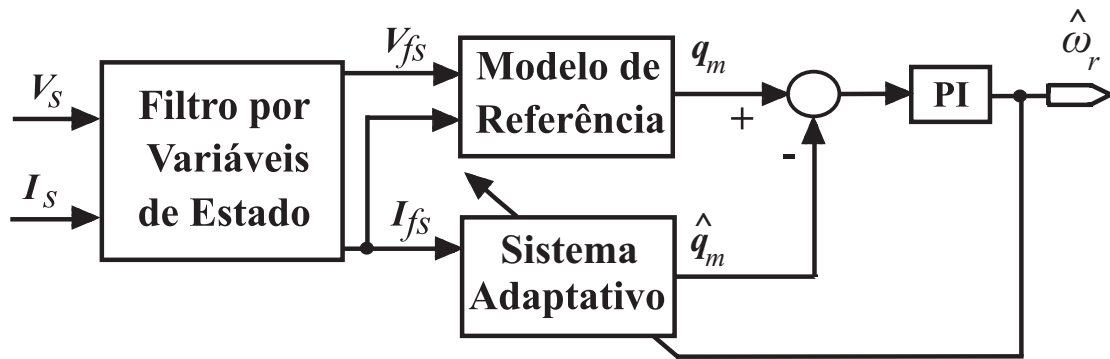


Figura 3.1 – Configuração do MRAS para estimação de velocidade rotórica

3.1.1 Filtro por Variáveis de Estado

Conforme verifica-se na equação (3.8), há a necessidade de obter-se as derivadas das correntes estáticas. Para a obtenção dessas derivadas, uma solução

bastante viável é a utilização de Filtros por Variáveis de Estado (SVF - *State Variable Filter*) [19].

Para evitar que haja defasagem entre os sinais, aplica-se esse SVF tanto nas correntes I_s como nas tensões V_s , pois ao aplicar esses filtros, há a inserção de atraso de fase no sinal filtrado. Conforme a equação (3.8), é necessário um SVF de segunda ordem para o presente caso, com o intuito de obter a derivada primeira das correntes estatóricas, de acordo com

$$G_f(s) = \frac{V_{qfs}}{V_{qs}} = \frac{V_{dfs}}{V_{ds}} = \frac{I_{qfs}}{I_{qs}} = \frac{I_{dfs}}{I_{ds}} = \frac{\omega_c^2}{(s + \omega_c)^2} \quad (3.24)$$

onde ω_c é a banda passante do filtro e deve ser ajustada de 2 a 10 vezes a frequência do sinal de entrada.

Representando (3.24) em espaço de estados,

$$\dot{\mathbf{X}}_{MRAS} = \mathbf{A}_{MRAS} \mathbf{X}_{MRAS} + \mathbf{B}_{MRAS} \mathbf{In} \quad (3.25)$$

onde

$$\mathbf{A}_{MRAS} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\omega_c^2 & -2\omega_c \end{bmatrix}, \mathbf{B}_{MRAS} = \begin{bmatrix} 0 \\ \omega_c^2 \end{bmatrix} \quad (3.26)$$

\mathbf{In} representa os sinais de entrada do filtro, ou seja, as tensões V_{qs}^s e V_{ds}^s e as correntes I_{qs}^s e I_{ds}^s . \mathbf{X}_{MRAS} é um vetor que contém as derivadas de um sinal de entrada.

Para a obtenção da equação (2.47) no tempo discreto, utiliza-se Euler, obtendo

$$\mathbf{X}_{MRAS}[k+1] = (\mathbf{I} + \mathbf{A}_{MRAS} T_s) \mathbf{X}_{MRAS}[k] + \mathbf{B}_{MRAS} T_s \mathbf{In}[k] \quad (3.27)$$

3.1.2 Modelo de Referência

Para a obtenção desse modelo, independente da velocidade rotórica, primeiramente define-se a potência reativa instantânea através do vetor \mathbf{q}_m como

$$\mathbf{q}_m \triangleq (\mathbf{I}_s \otimes \mathbf{e}_m) \quad (3.28)$$

Isolando a Força Contra-Eletromotriz (FCEM) na equação (3.8), tem-se

$$\mathbf{e}_m = \mathbf{V}_s - R_s \mathbf{I}_s + \sigma L_s \rho \mathbf{I}_s \quad (3.29)$$

Substituindo (3.29) em (3.28), e considera-se que $I_s \otimes I_s = 0$, resultando em

$$\mathbf{q}_m = I_s \otimes (V_s - \sigma L_s \rho I_s) \quad (3.30)$$

Resolvendo o produto vetorial da equação (3.30), obtém-se

$$\mathbf{q}_m = \bar{\mathbf{k}} \left[I_{ds}^s (V_{qs}^s - \sigma L_s \rho I_{qs}^s) - I_{qs}^s (V_{ds}^s - \sigma L_s \rho I_{ds}^s) \right] \quad (3.31)$$

onde $\bar{\mathbf{k}}$ é um vetor unitário perpendicular aos vetores do eixo direto e de quadratura que pode ser visualizado na Figura 3.2.

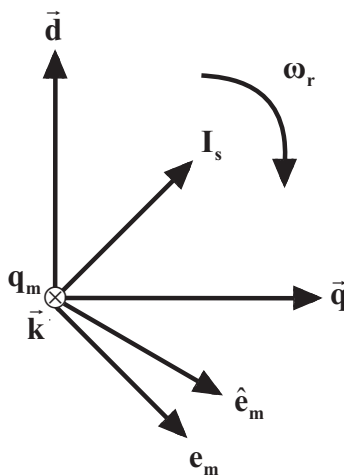


Figura 3.2 – Coordenadas no referencial estacionário

Com isso, o modelo de referência, ou seja, a potência reativa instantânea de referência, da equação (3.31) pode ser representado na forma matricial conforme

$$\mathbf{q}_m = \begin{bmatrix} I_{qs}^s & I_{ds}^s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -V_{ds}^s + \sigma L_s \rho I_{ds}^s \\ V_{qs}^s - \sigma L_s \rho I_{qs}^s \end{bmatrix} \quad (3.32)$$

3.1.3 Sistema Adaptativo

O sistema adaptativo é obtido a partir da potência reativa instantânea observada. Considera-se essa variável observada, pois esse modelo é dependente da velocidade que neste caso, é estimada. Então, reconsiderando a definição (3.28),

$$\hat{\mathbf{q}}_m \triangleq (I_s \otimes \hat{\mathbf{e}}_m) \quad (3.33)$$

A partir da definição da força contra eletromotriz (3.7), tem-se

$$\hat{\mathbf{e}}_m = L_m \rho \begin{bmatrix} I_{qm}^s \\ I_{dm}^s \end{bmatrix} \quad (3.34)$$

onde $L'_m = \frac{L_m^2}{L_r}$.

Considerando que a derivada da corrente de magnetização pode ser encontrada através de (3.14), então, substituindo na equação (3.34) obtém-se como resultado

$$\hat{e}_m = L'_m (A_m I_m + B_m I_s) \quad (3.35)$$

Substituindo (3.35) em (3.34),

$$\hat{q}_m = I_s \otimes L'_m (A_m I_m + B_m I_s) \quad (3.36)$$

Como $I_s \otimes I_s = 0$, então

$$\hat{q}_m = I_s \otimes L'_m A_m I_m \quad (3.37)$$

Com isso, a estimativa da potência reativa instantânea, da equação (3.37) pode ser representada na forma matricial como segue

$$\hat{q}_m = L'_m \begin{bmatrix} I_{qs}^s & I_{ds}^s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1/\tau_R & \omega_r \\ \omega_r & 1/\tau_R \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{qm}^s \\ I_{dm}^s \end{bmatrix} \quad (3.38)$$

3.1.4 Mecanismo Adaptativo

A velocidade estimada pode ser obtida a partir do erro entre as potências reativas de referência e observada através de um adaptador do tipo PI,

$$\hat{\omega}_r = (K_{PSv} + K_{ISv}/s)(q_m - \hat{q}_m) \quad (3.39)$$

Quanto a análise de estabilidade do estimador de velocidade MRAS, pode-se obter maiores informações em [19].

3.2 Simulação do Sistema de Identificação de Parâmetros e Controle de Velocidade sem Codificador

Para comprovar o desempenho do algoritmo de identificação paramétrica para auto-ajuste da lei de controle de um servomecanismo de velocidade sem codificadores, simulações foram realizadas no software Matlab[®]. Um diagrama de blocos do sistema utilizado neste capítulo é apresentado na Figura 3.3. O modelo elétrico do motor de indução utilizado assim como as transformações $RST \rightarrow qd$ e Park são apresentados no Anexo 1. Os dados de placa, assim como os parâmetros elétricos e mecânicos fornecidos pelo fabricante do motor de indução trifásico

utilizado são mostrados na Tabela 2.1. O projeto dos controladores PI fixos e um método de compensação de acoplamento das correntes estáticas podem ser verificados no Anexo 2.

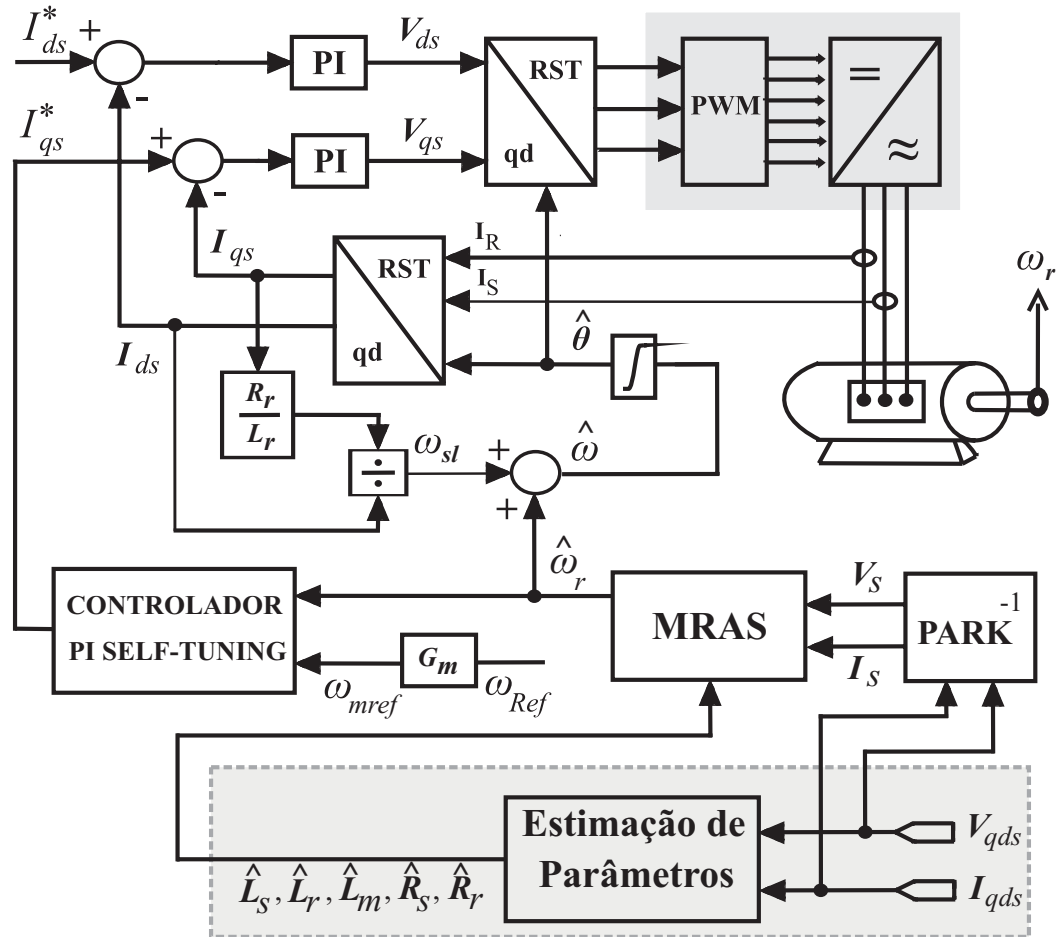


Figura 3.3 – Diagrama do sistema de identificação e controle de MI

Pode-se observar na Figura 3.3 que a velocidade síncrona estimada $\hat{\omega}$ é obtida a partir da velocidade estimada $\hat{\omega}_r$ e do escorregamento ω_{sl} , no referencial fluxo rotórico, dada por

$$\hat{\omega} = N_p \hat{\omega}_r + \omega_{sl} \quad (3.40)$$

onde

$$\omega_{sl} = \frac{R_r I_{qs}}{L_r I_{ds}} \quad (3.41)$$

e ainda, a posição síncrona estimada $\hat{\theta}$ pode ser calculada através da integração da equação (3.40).

Nota-se que nas simulações, o inversor (área hachurada na Figura 3.3) não é incluído, ou seja, a sintetização de tensão é ideal. Com a finalidade de manter constante a magnetização da máquina, a corrente direta (I_{ds}^*) foi fixada.

Primeiramente, o MI foi acionado em malha aberta, com rotor bloqueado, ou seja, $\omega_r = 0$. Foram aplicadas ao motor, tensão e frequência reduzida de 62,23V e 12Hz, respectivamente. O diagrama de blocos dessa simulação está representado na área pontilhada e hachurada na Figura 3.3 e é realizada para identificar os parâmetros elétricos do motor. O algoritmo utilizado na identificação pode ser conferido no Anexo 3.

Na Figura 3.4 podem-se verificar a convergência das resistências rotórica e estatórica. Já na Figura 3.5 verifica-se a convergência das indutâncias. Com base nessas figuras, podem-se observar que os parâmetros elétricos identificados convergem com rapidez e apresentam reduzido erro entre a identificação e os valores obtidos junto ao fabricante, conforme apresentados na Tabela 2.1.

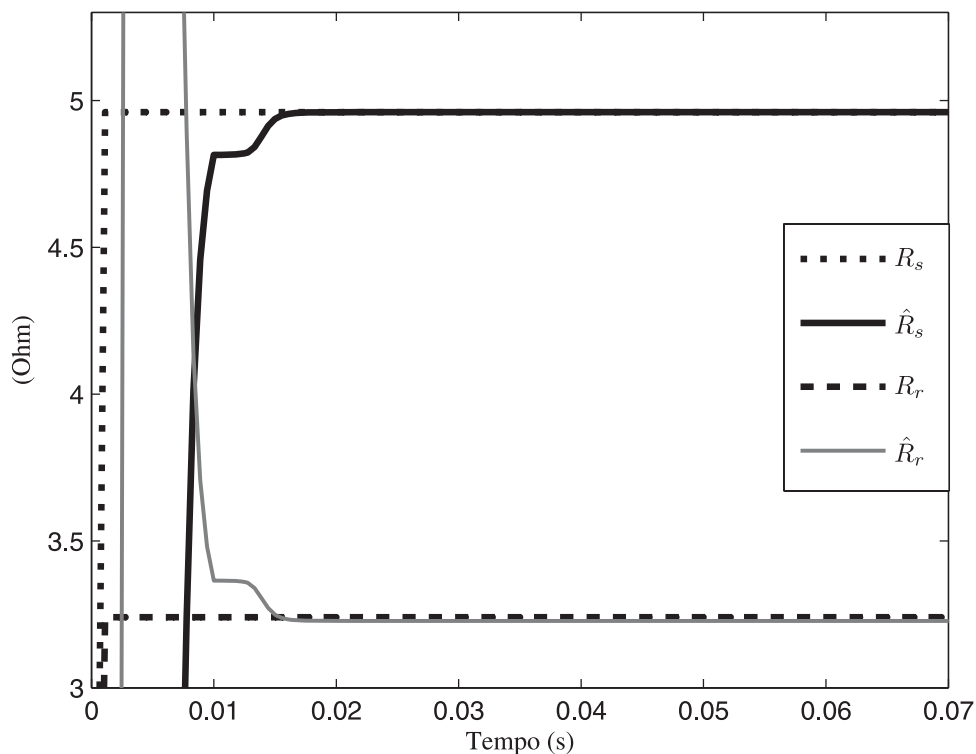


Figura 3. 4 – Convergência da Identificação das Resistências

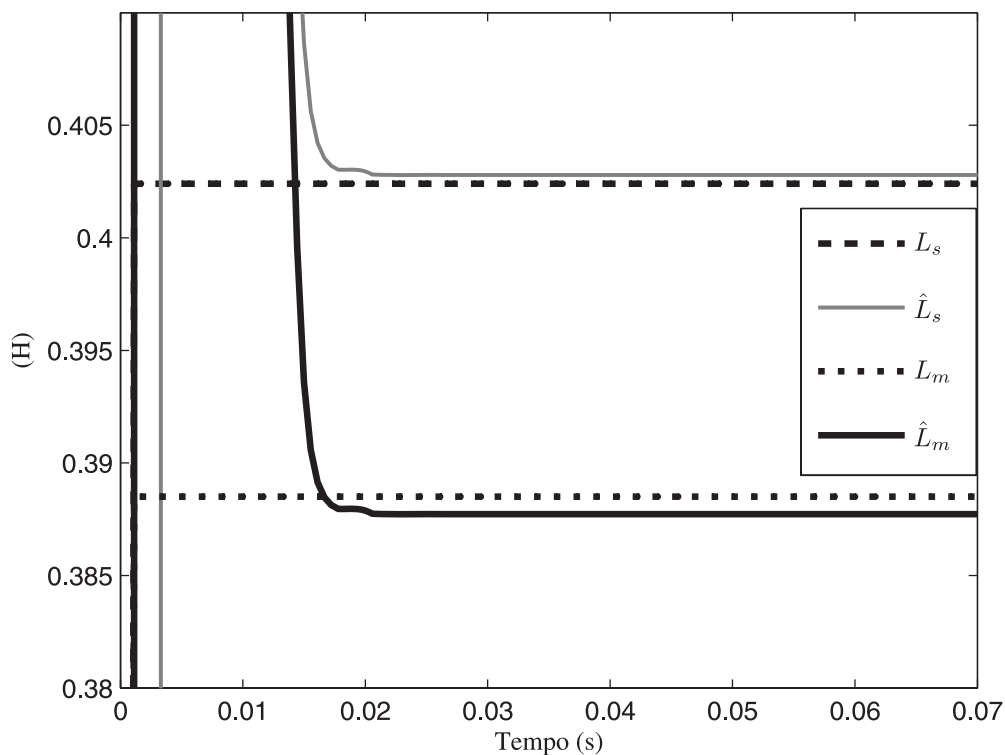


Figura 3.5 – Convergência da Identificação das Indutâncias

Num segundo momento, foi realizada uma simulação, onde após um período de magnetização do motor, foi definida uma referência de velocidade de forma trapezoidal com aceleração de 60 rad/s^2 . Essa referência é atribuída para reduzir os erros de estimação. Os parâmetros para projeto dos controladores PI são pré-definidos e seus valores são apresentados na Tabela 3.1.

Tabela 3.1 – Parâmetros pré-definidos dos controladores

<i>Estrutura</i>	<i>Parâmetros</i>
PI de corrente (I_{ds})	$\omega_n = 350 \text{ rad/s}$ e $\zeta = 0,5$
PI de corrente (I_{qs})	$\omega_n = 300 \text{ rad/s}$ e $\zeta = 0,5$
PI auto-ajustável	$\omega_n = 20,8 \text{ rad/s}$ e $\zeta = 2$

A Figura 3.6 apresenta a velocidade do modelo de referência (ω_{mref}), a velocidade estimada ($\hat{\omega}_r$) e a velocidade real (ω_r) do motor de indução. A Figura 3.7 apresenta o erro de estimação da velocidade rotórica. Os erros de estimação foram inferiores a 1 % em regime permanente. Verifica-se que há um erro bastante

considerável durante o acionamento do motor, isso acontece devido às identificações incorretas dos parâmetros mecânicos durante esses instantes.

Para a inicialização do identificador dos parâmetros mecânicos foram atribuídos os seguintes valores: $a_{mec} = 0.999$ e $b_{mec} = 0.01$. Logo, nota-se na Figura 3.8 que os valores iniciais atribuídos para o momento de inércia e o coeficiente de atrito são de aproximadamente, $J_0 = 17 J$ e $B_{n0} = 125 B_n$. Posteriormente, na Figura 3.9, pode-se confirmar que a identificação dos parâmetros mecânicos procede de maneira satisfatória. Os parâmetros convergiram para valores próximos dos reais (fornecidos pelo fabricante), apresentando erros inferiores a 2% para o momento de inércia e 1% para o coeficiente de atrito.

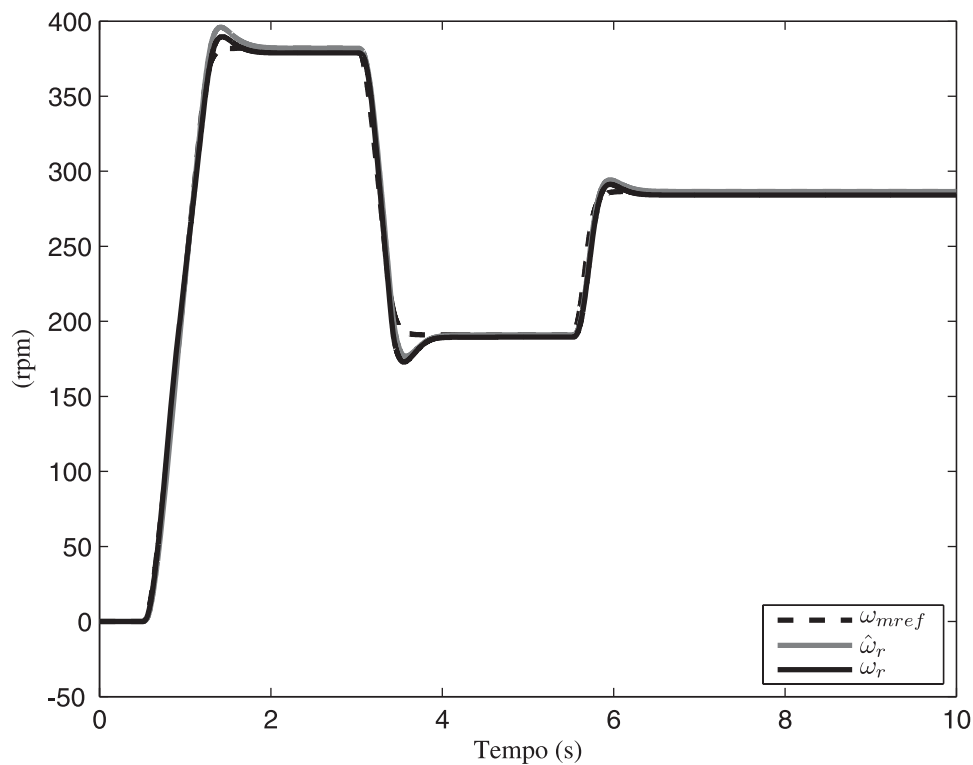


Figura 3. 6 – Velocidades Rotóricas

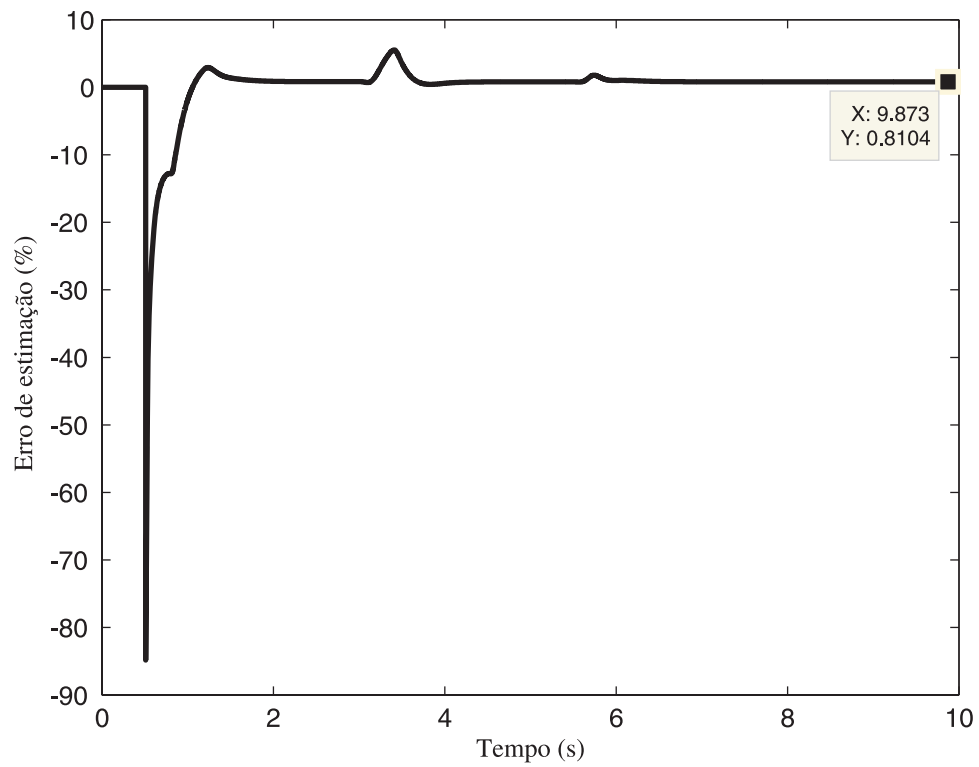


Figura 3.7 – Erro de estimação da velocidade rotórica

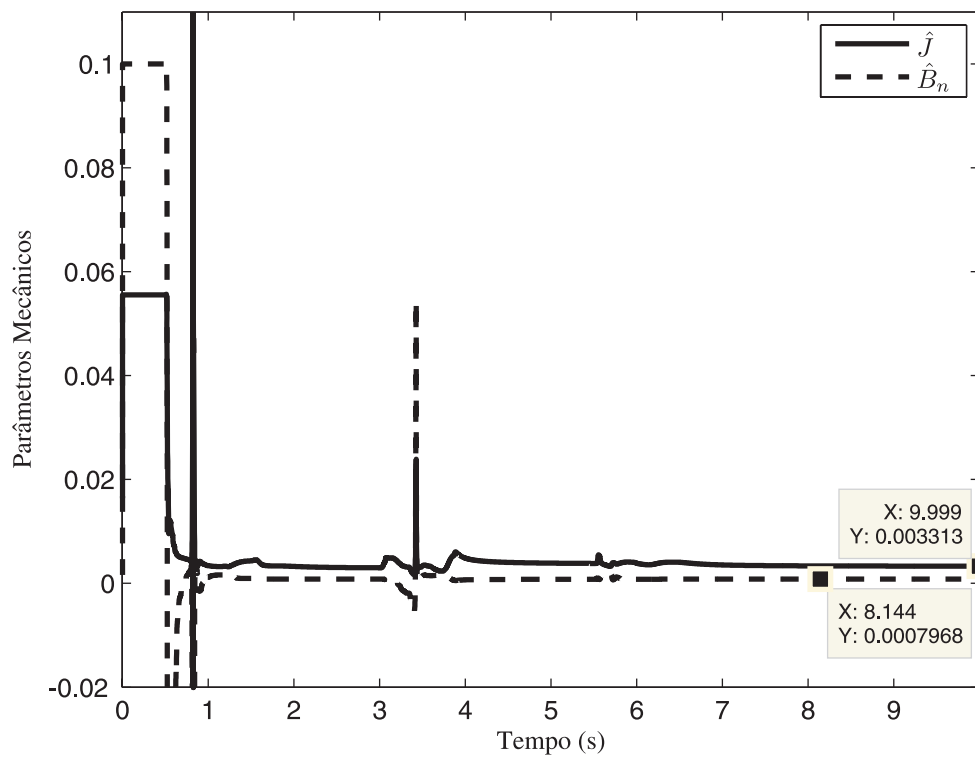


Figura 3.8 – Identificação dos Parâmetros Mecânicos

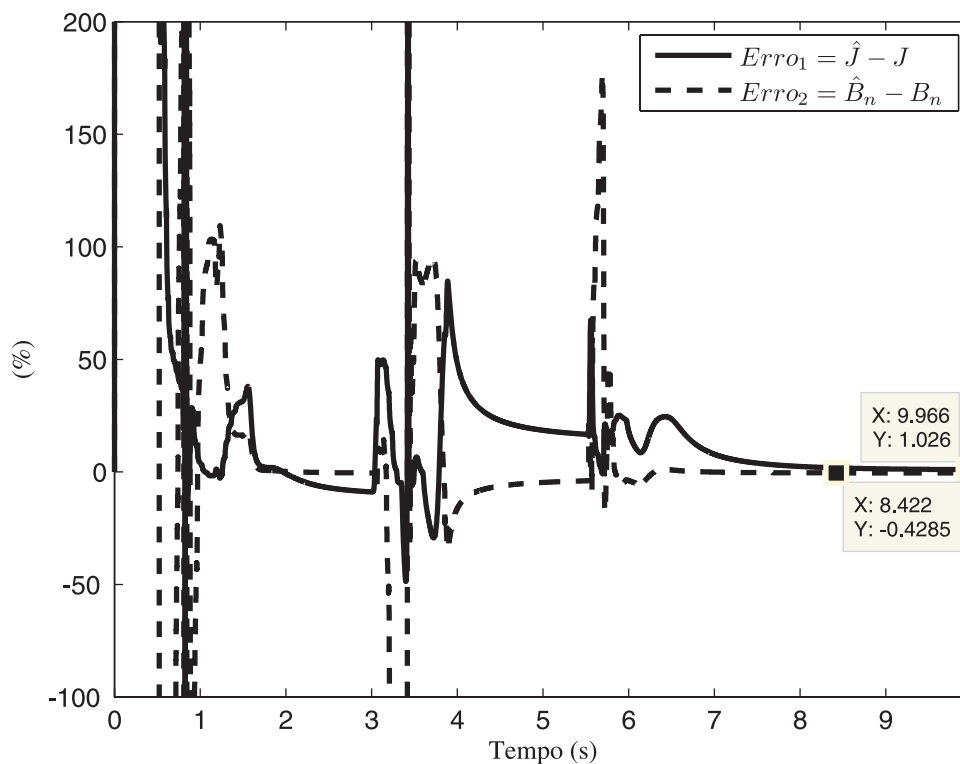


Figura 3.9 – Erro percentual na identificação dos Parâmetros mecânicos

Para comprovar o desempenho do sistema da Figura 3.3, uma terceira simulação foi realizada. Para a inicialização do identificador dos parâmetros mecânicos foram atribuídos os seguintes valores: $a_{mec} = 0.999$ e $b_{mec} = 0.01$.

A Figura 3.10 apresenta o erro de estimação da velocidade rotórica. Além disso, nota-se na Figura 3.11 que os valores iniciais atribuídos para o momento de inércia e o coeficiente de atrito são de aproximadamente $J_0 = 61 J$ e $B_{n0} = 1250 B_n$, respectivamente. Posteriormente, na Figura 3.12, observa-se a identificação dos parâmetros mecânicos obtidos. Os parâmetros convergiram para valores próximos dos reais, apresentando erros semelhantes aos apresentados na simulação anterior.

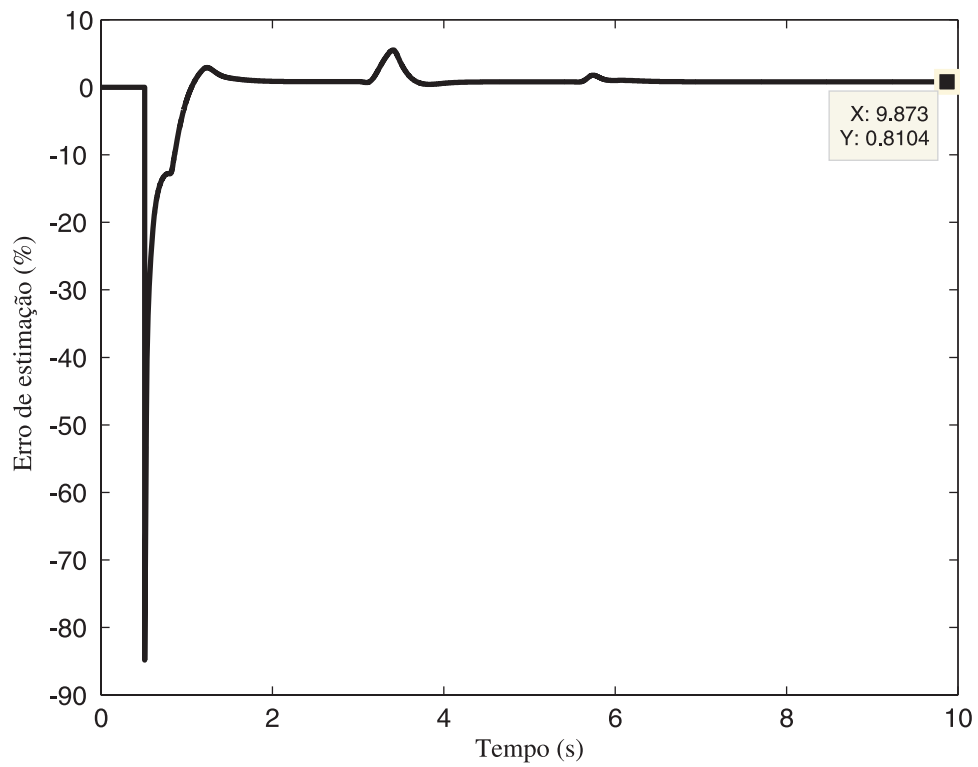


Figura 3. 10 – Erro de estimação da velocidade rotórica

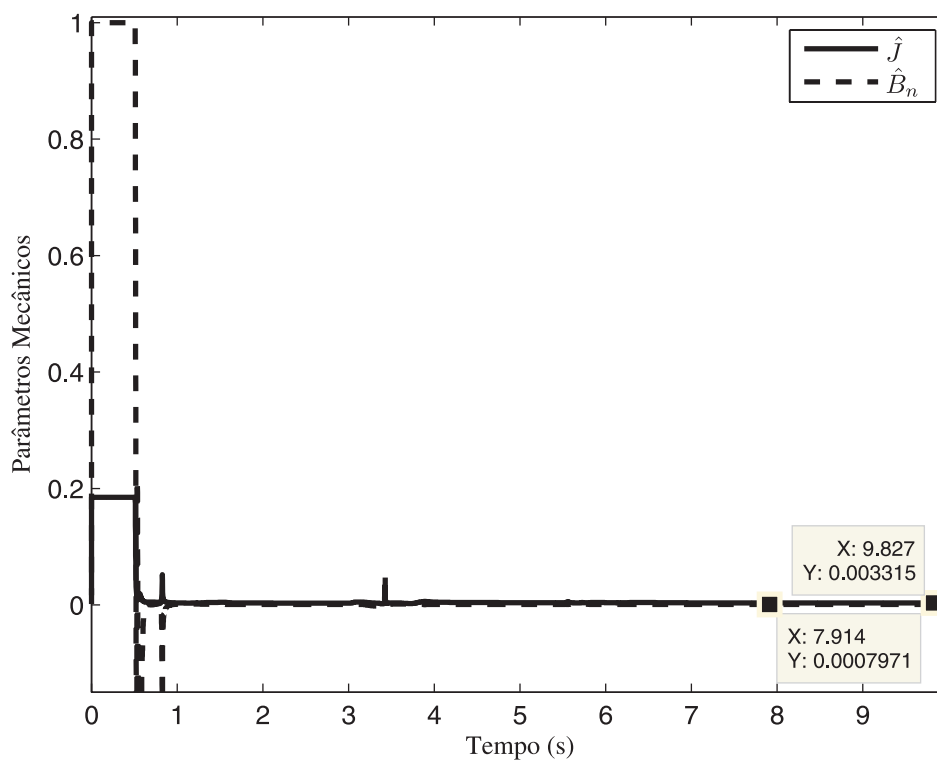


Figura 3. 11 – Identificação dos Parâmetros Mecânicos

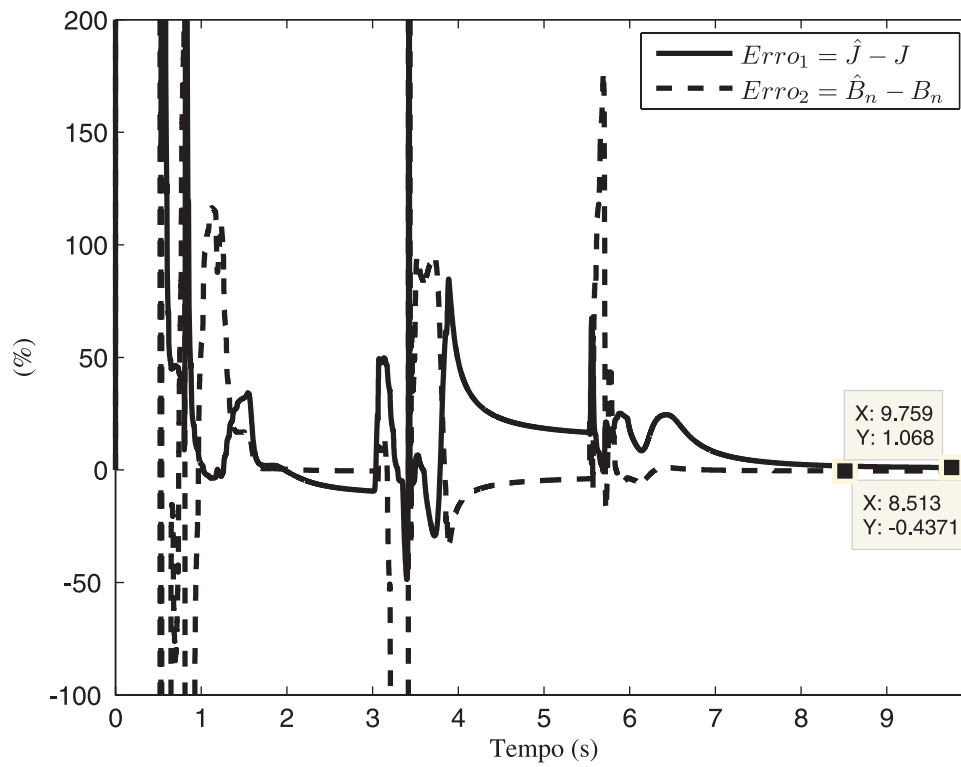


Figura 3. 12 – Erro percentual na identificação dos Parâmetros mecânicos

3.3 Sumário

Neste capítulo foi apresentada a estrutura completa, desde a modelagem da parte elétrica do motor até o projeto de filtros para a estimação da velocidade rotórica. Foram realizadas simulações de um algoritmo de identificação e controle de motores de indução trifásicos. Considerou-se que os únicos parâmetros conhecidos do motor são as medições feitas das correntes do estator e os dados de placa impressos no mesmo.

Primeiramente, o MI foi acionado em malha aberta com rotor bloqueado, com tensão e frequência reduzidas. A partir das correntes estatóricas medidas foi possível identificar os parâmetros elétricos do MI (para maiores informações vide Anexo 3). Então, num segundo momento, foi pré-definida uma referência de velocidade e a partir das correntes medidas, realizou-se a estimação da velocidade rotórica utilizando a técnica MRAS. Com isso, identificaram-se os parâmetros mecânicos do motor com um método baseado em RLS. Por fim, o momento de inércia identificado foi utilizado na obtenção dos ganhos do controlador PI em tempo real. Estas simulações comprovam que é possível projetar-se algoritmos sem codificadores de velocidade usando apenas medições das correntes estatóricas e informações de placa do MI.

CAPÍTULO 4

RESULTADOS EXPERIMENTAIS

As técnicas de identificação e controle auto-ajustável de motores de indução trifásicos apresentadas no Capítulo 3 são implementadas para verificar o desempenho e validar os resultados obtidos em simulação.

Além disso, nesse capítulo é apresentado um ensaio clássico para a obtenção dos parâmetros mecânicos. Para a obtenção dos resultados experimentais, os algoritmos utilizados em simulação foram codificados para linguagem C++ para serem utilizados na programação de um ambiente computadorizado. A plataforma utilizada é baseada em um ambiente IBM - PC compatível e é composta por placas de aquisição de dados e de geração de sinais PWM, além de proporcionar a interface com um inversor, o qual é o responsável pelo acionamento de um motor de indução trifásico.

4.1 Descrição da Plataforma

Para melhor visualizar a plataforma utilizada, é apresentado um diagrama contendo as partes do ambiente de desenvolvimento, o qual pode ser subdividido em: motor de indução trifásico, módulo de acionamento e microcomputador. A Figura 4.1 apresenta um diagrama da plataforma utilizada na implementação. Para maiores detalhes dessa plataforma, vide [29].

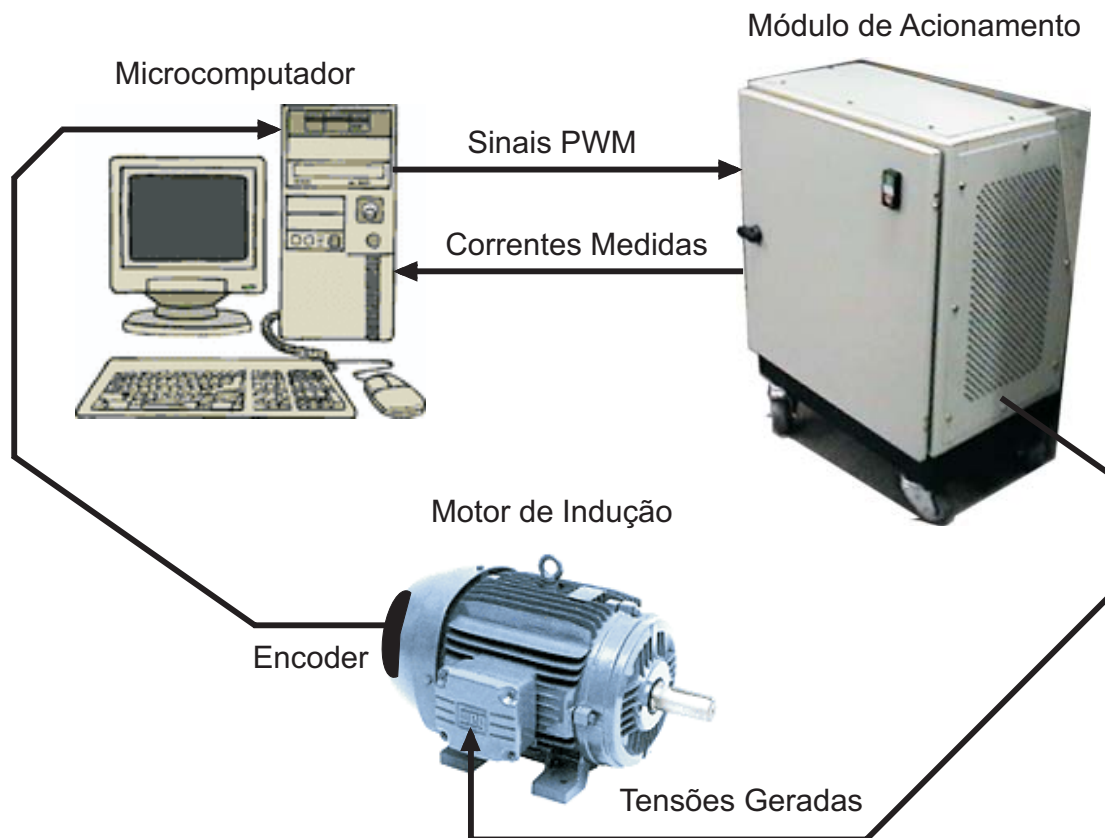


Figura 4. 1 – Diagrama da plataforma usada na implementação

4.1.1 Motor de Indução

A máquina utilizada na implementação foi um motor de indução trifásico com o rotor do tipo gaiola (classe A) com as características dadas pela Tabela 2.1.

4.1.2 Módulo de acionamento

O módulo de acionamento é composto por:

- módulo inversor de IGBT's SKIM20GD060 (Semikron) de 400V/14A e circuito óptico para isolamento dos sinais de PWM;
- uma fonte de tensão tripla T-40 de 40W da empresa LR Informática Industrial;
- uma placa de circuito impresso para medição de corrente constituída por dois sensores de efeito Hall modelo LEM LA 55-P e circuito de condicionamento;

4.1.3 Microcomputador

O microcomputador possui uma placa PMCP16-200 que é acoplada a um de seus barramentos ISA (*Industry Standard Architecture*). Esta placa é composta por

um sistema de aquisição de dados e geração de PWM (*Pulse Width Modulation*).

Nota-se na Figura 4.1 que o microcomputador adquire a velocidade rotórica do motor de indução através de um codificador. Isto é realizado somente para fins de comparação, já que a identificação e controle do motor são realizados sem a necessidade de sensores mecânicos de velocidade. Este codificador utilizado é do tipo incremental, o qual gera um sinal de nível TTL, com um número fixo de pulsos de 2500 por rotação.

4.2 Ensaio clássico para obtenção dos parâmetros elétricos

Um procedimento padrão para identificação dos parâmetros elétricos rotóricos e estatóricos de um MI trifásico pode ser encontrado em [2] e [31]. Adotando um modelo de circuito equivalente ao motor de indução (Figura A.3. 1), foram realizados ensaios a vazio e com rotor bloqueado para obtenção dos parâmetros. Então, os parâmetros elétricos identificados, via ensaio clássico, são apresentados na Tabela 4.1.

Tabela 4.1 – Parâmetros elétricos do MI Trifásico obtidos através de ensaio clássico

<i>Parâmetro</i>	<i>Valor</i>
L_m	379,3 mH
L_r	396,8 mH
L_s	391,0 mH
R_r	3,96 Ω
R_s	5,08 Ω

4.3 Ensaio clássico para determinação dos parâmetros mecânicos

De acordo com [25], os parâmetros mecânicos podem ser obtidos através de um ensaio no qual utilizam-se os servos de corrente em malha fechada (vide Anexo 2) e os parâmetros elétricos utilizados são os apresentados na Tabela 4.1. Nesse teste, a corrente direta (I_{ds}^*) foi mantida fixa em 0,3A, com a finalidade de magnetizar a máquina. Para realizar a partida do motor, no instante $t = 1s$, foi imposta uma corrente de quadratura (I_{qs}^*) de 0,5A. Conforme pode ser visto na Figura 4.2, a velocidade rotórica da máquina entra em regime permanente aproximadamente em 50,35 rad/s.

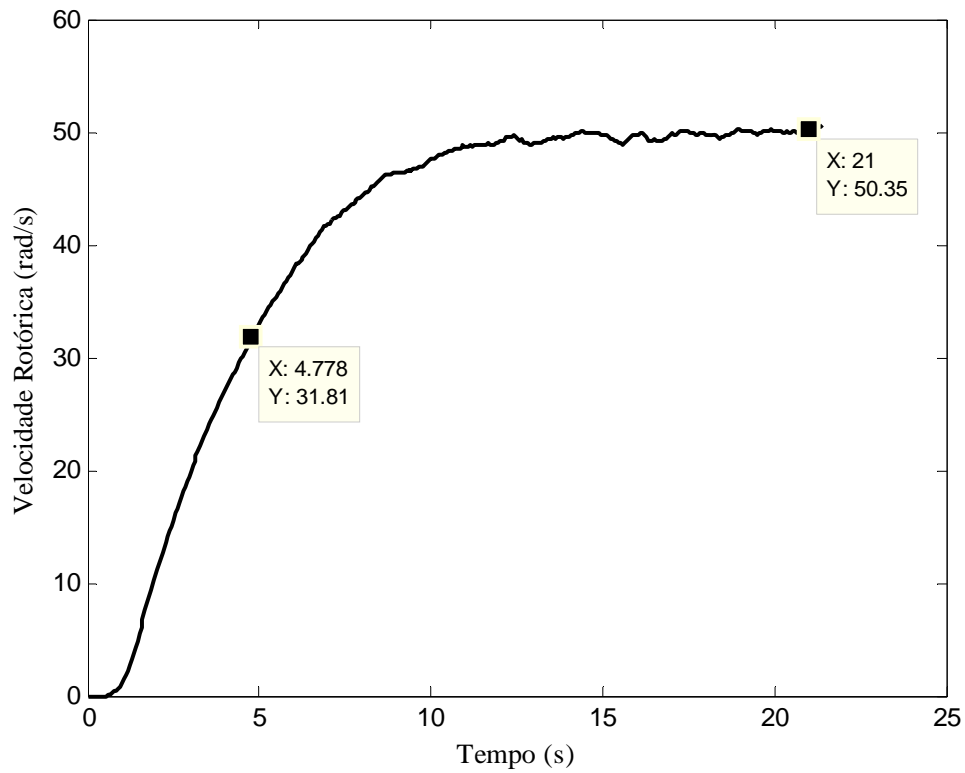


Figura 4. 2 – Velocidade medida durante ensaio clássico

Rearranjando a equação do modelo mecânico do motor de indução (4.1), pode-se isolar a derivada da velocidade rotórica, ou seja, a aceleração rotórica, da seguinte forma

$$\dot{\omega}_r = -\frac{B_n}{J}\omega_r + \frac{1}{J}T_e \quad (4.1)$$

Considerando a aceleração nula em regime permanente, pode-se obter o torque elétrico

$$T_e = B_n \omega_r \quad (4.2)$$

Como a técnica de orientação de campo utilizada foi o IFOC no fluxo rotórico, o torque elétrico é dado por

$$T_e = \frac{N_p L_m^2 I_{ds} I_{qs}}{L_r} \quad (4.3)$$

A partir das equações (4.2) e (4.3), pode-se obter

$$B_n = \frac{N_p L_m^2 I_{ds} I_{qs}}{L_r \omega_r} \quad (4.4)$$

Utilizando os dados do ensaio apresentado na Figura 4.2, além dos dados obtidos através de um ensaio clássico (vide Tabela 4.1), o coeficiente de atrito resultante é

$$B_n = 0,00223 \quad (4.5)$$

O modelo mecânico do motor de indução, que relaciona torque elétrico e a velocidade rotórica, é um sistema de primeira ordem e pode ser dado por

$$G(s) = \frac{1/J}{s + B_n/J} \quad (4.6)$$

ou

$$G(s) = \frac{1/B_n}{(J/B_n)s + 1} \quad (4.7)$$

Com isso, pode-se obter o momento de inércia, primeiramente, considerando um sistema de primeira ordem genérico dado por

$$G_{Ordem1}(s) = \frac{1}{T_c s + 1} \quad (4.8)$$

onde $G_{Ordem1}(s)$ é a função de transferência entre uma entrada $E(s)$ e uma saída $S(s)$ de uma planta genérica de primeira ordem. T_c é a constante de tempo desse sistema.

Observando o gráfico da Figura 4.2, nota-se que a resposta da velocidade em função do tempo é similar a um sistema de primeira ordem com excitação em degrau unitário.

Para uma entrada $E(s)$ igual a um degrau unitário (vide [24]), tem-se

$$E(s) = \frac{1}{s} \quad (4.9)$$

Do sistema $G_{Ordem1}(s)$, a saída $S(s)$ é dada por

$$S(s) = \frac{1}{s} \frac{1}{T_c s + 1} \quad (4.10)$$

Em frações parciais, tem-se

$$S(s) = \frac{1}{s} - \frac{1}{s + 1/T_c} \quad (4.11)$$

Aplicando-se a transformada Inversa de Laplace, obtém-se

$$S(t) = 1 - e^{-t/T_c} \quad (4.12)$$

Segundo Ogata [24], uma das características importantes desta curva de resposta exponencial é que no instante $t = T_c$ o valor de $S(t)$ é 0,632, ou seja, o valor da resposta $S(t)$ alcançou 63,2% da sua excursão total.

Considerando a constante de tempo desse sistema dada por

$$T_c = J / B_n \quad (4.13)$$

Pode-se concluir que (J/B_n) é o instante em que a velocidade rotórica alcançou 63,2% do valor da velocidade em regime permanente, ou seja, aproximadamente 31,61 rad/s. Assim, conforme o gráfico mostrado na Figura 4.2, e lembrando que a partida do motor foi realizada no instante $t=1s$, o instante de tempo em que a velocidade demorou para alcançar 63,2% foi de

$$t_{63,2\%} = 3,78 \text{ s} \quad (4.14)$$

Igualando esse tempo a constante de tempo, e a partir da equação (4.13), obtém-se

$$J = 0,00223 t_{63,2\%} \quad (4.15)$$

ou, mais precisamente,

$$J = 0,007844 \quad (4.16)$$

Os valores encontrados para o momento de inércia e coeficiente de atrito neste ensaio, representam aproximadamente 2,4 e 2,23 vezes superiores aos valores fornecidos pelo fabricante, respectivamente.

Tabela 4.2 – Parâmetros mecânicos do MI Trifásico obtidos através de ensaio clássico

<i>Parâmetro</i>	<i>Valor</i>
B_n	0,00223 Kg.m ² /A
J	0,007844 Kg.m ²

4.4 Ensaio baseado em RLS para obtenção de parâmetros

Conforme metodologia apresentada na seção 3.2, e através da plataforma descrita na seção 4.1, objetiva-se comprovar o desempenho do algoritmo de identificação paramétrica para auto-ajuste da lei de controle de um servomecanismo de velocidade sem codificador. O sistema implementado foi descrito no Capítulo 3 e seu diagrama de blocos é apresentado na Figura 4.3.

Para a identificação dos parâmetros elétricos rotóricos e estatóricos através da técnica RLS, utilizou-se a metodologia empregada em Azzolin [5]. Para maiores

detalhes dessa identificação, vide o Anexo 3. Então, os parâmetros elétricos identificados via RLS são apresentados na Tabela 4.3.

Tabela 4.3 – Parâmetros elétricos do MI Trifásico obtidos através de técnica RLS

<i>Parâmetro</i>	<i>Valor</i>
L_m	249,3 mH
L_r	264,1 mH
L_s	264,1 mH
R_r	3,19 Ω
R_s	4,90 Ω

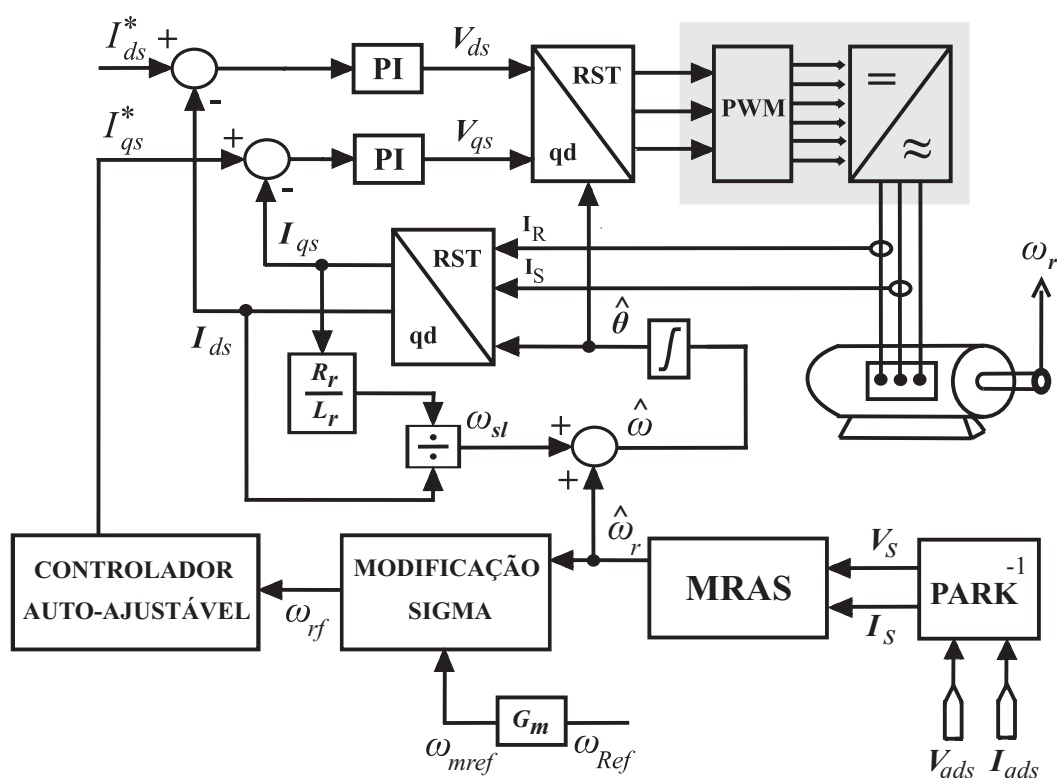


Figura 4.3 – Diagrama do servo incluindo modificação sigma

A partir dos parâmetros elétricos identificados da Tabela 4.3, foi realizado um ensaio, onde no instante $t=1s$ foi definido uma referência de velocidade de forma trapezoidal com aceleração inicial de 20 rad/s^2 . Isto pode ser verificado na Figura 4.4 assim como o torque elétrico. Observa-se que houve uma saturação do torque elétrico devido ao limitador de corrente. Isso foi feito de maneira proposital e não acidental, com a finalidade de evitar sobre corrente durante o acionamento. Para os próximos ensaios, a frequência de corte (ω_n) e o coeficiente de amortecimento (ζ) dos

controladores PI dos servos de corrente são pré-definidos e seus valores são apresentados na Tabela 4.4. Além disso, também são apresentados os parâmetros iniciais do controlador de velocidade.

Em baixas rotações, a estimação de velocidade é realizada de forma incorreta devido aos baixos valores obtidos para a potência reativa instantânea. Para solucionar este problema, uma modificação sigma é aplicada ao algoritmo original, conforme pode ser verificado na Figura 4.3. O equacionamento necessário para obtenção da modificação pode ser encontrado no Anexo 4. Para um maior detalhamento, vide Câmara et al [22].

A Figura 4.5 apresenta a velocidade estimada ($\hat{\omega}_r$) e a velocidade real (ω_r) do motor de indução obtida através de um codificador de velocidade e utilizada apenas para fins de comparação. Além das velocidades, pode-se visualizar também, o erro de estimação da velocidade rotórica. Os erros de estimação foram inferiores a 1.03 % em regime permanente. Verifica-se que há um erro bastante considerável durante o acionamento do motor, isso acontece devido às identificações incorretas dos parâmetros mecânicos durante esses instantes. Essa estimação incorreta degrada a resposta do sistema durante a partida do motor.

Para a inicialização do identificador dos parâmetros mecânicos foram atribuídos os seguintes valores: $a_{mec} = 0.99$ e $b_{mec} = 1$. Com isso, nota-se na Figura 4.6 que os valores iniciais atribuídos para o momento de inércia e o coeficiente de atrito são de aproximadamente, $J_0 = 0.15 J$ e $B_{n0} = 7 B_n$. Na mesma figura, confirma-se que a identificação dos parâmetros mecânicos obtidos comprovou os resultados obtidos via simulação. Os parâmetros convergiram para valores consideravelmente próximos dos fornecidos pelo fabricante.

Tabela 4.4 – Parâmetros pré-definidos dos controladores

<i>Estrutura</i>	<i>Parâmetros</i>
PI de corrente (I_{ds})	$\omega_n = 300 \text{ rad/s}$ e $\zeta = 0,5$
PI de corrente (I_{qs})	$\omega_n = 100 \text{ rad/s}$ e $\zeta = 0,5$
PI auto-ajustável	$\omega_n = 20 \text{ rad/s}$ e $\zeta = 2$

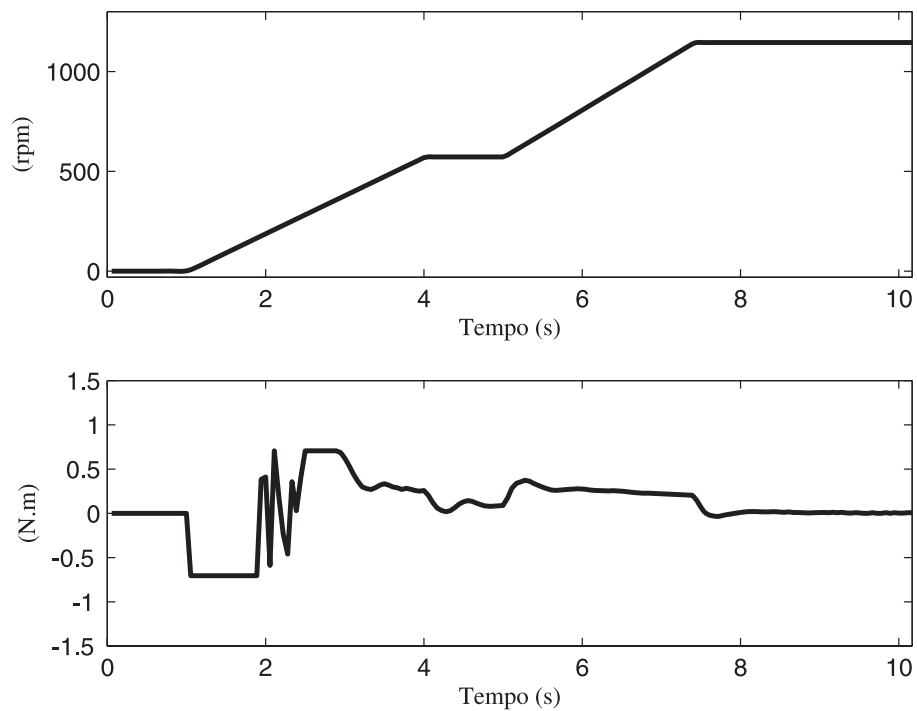


Figura 4.4 – Referência de velocidade e torque elétrico

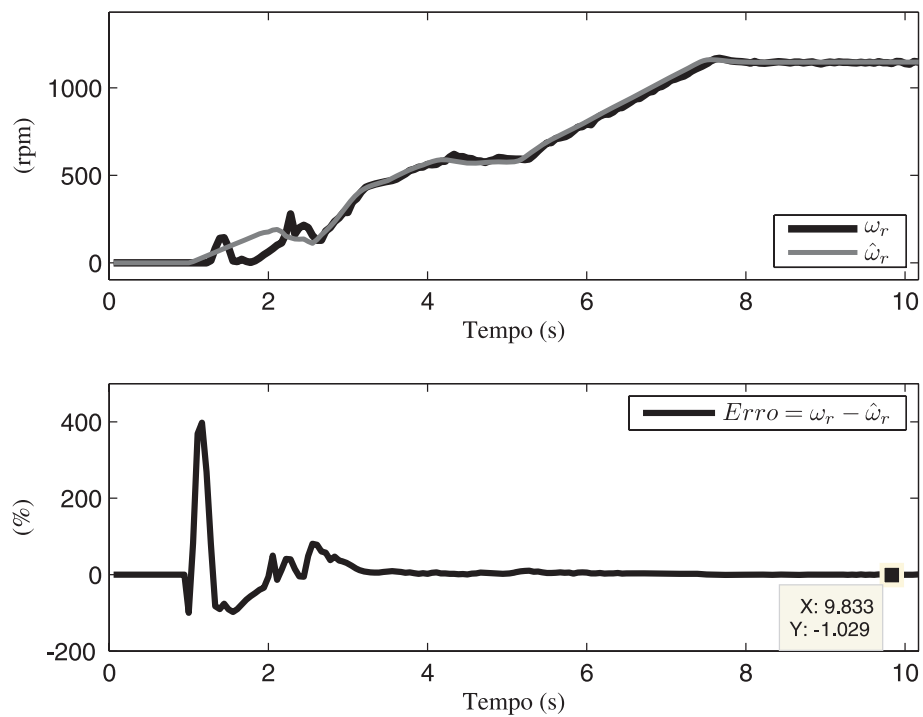


Figura 4.5 – Velocidades rotóricas e erro de estimação

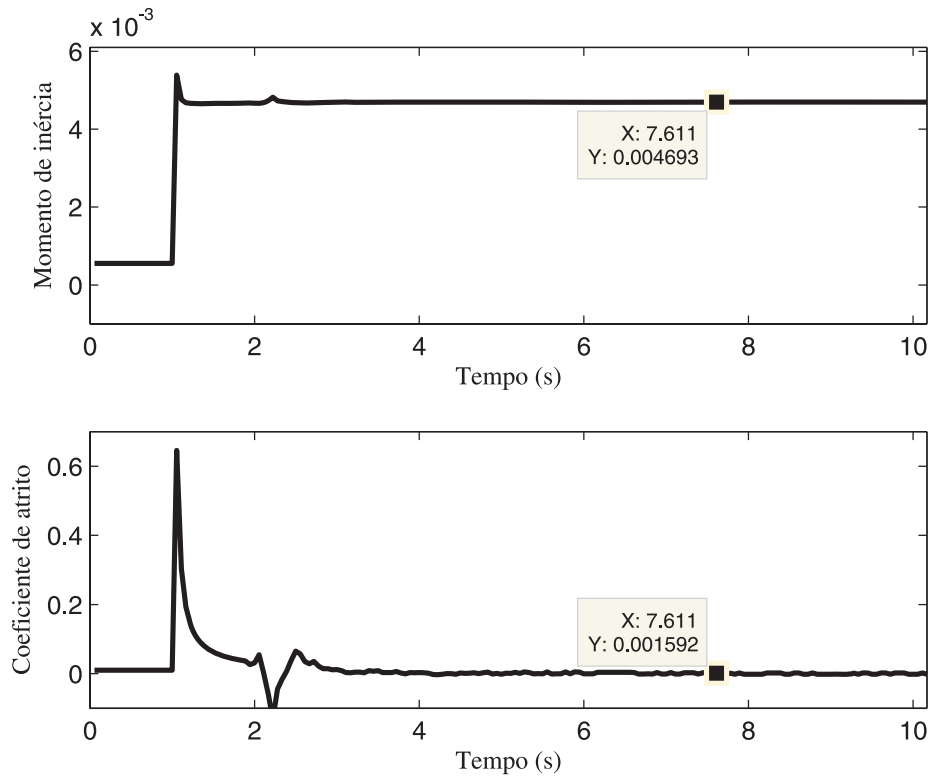


Figura 4. 6 – Momento de Inércia e Coeficiente de Atrito Identificados

Para melhorar o desempenho do controlador durante acionamento, pode-se alterar as atribuições de inicialização do identificador de parâmetros. Para este ensaio utilizou-se $a_{mec} = 0.999$ e $b_{mec} = 0.0015$. Essas considerações são realizadas com a finalidade de atribuir um alto valor inicial para o momento de inércia. Com isso, os parâmetros mecânicos iniciais são de aproximadamente $J_0 = 84 J$ e $B_{n0} = 730 B_n$. Uma nova referência de velocidade foi pré-definida e é apresentada juntamente com o torque elétrico na Figura 4.7. As velocidades rotóricas estimada e real assim como o erro de estimação são mostrados na Figura 4.8. Os erros de estimação neste ensaio não superaram 0.9 %. Na Figura 4.9 é apresentada a identificação dos parâmetros mecânicos.

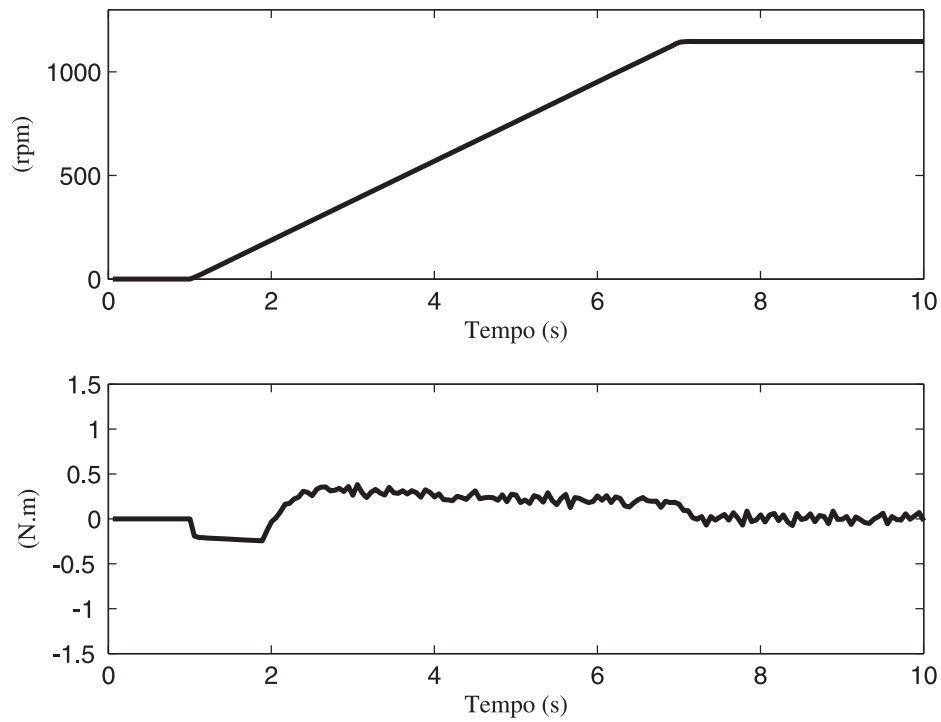


Figura 4.7 – Velocidade de Referência e Torque Elétrico

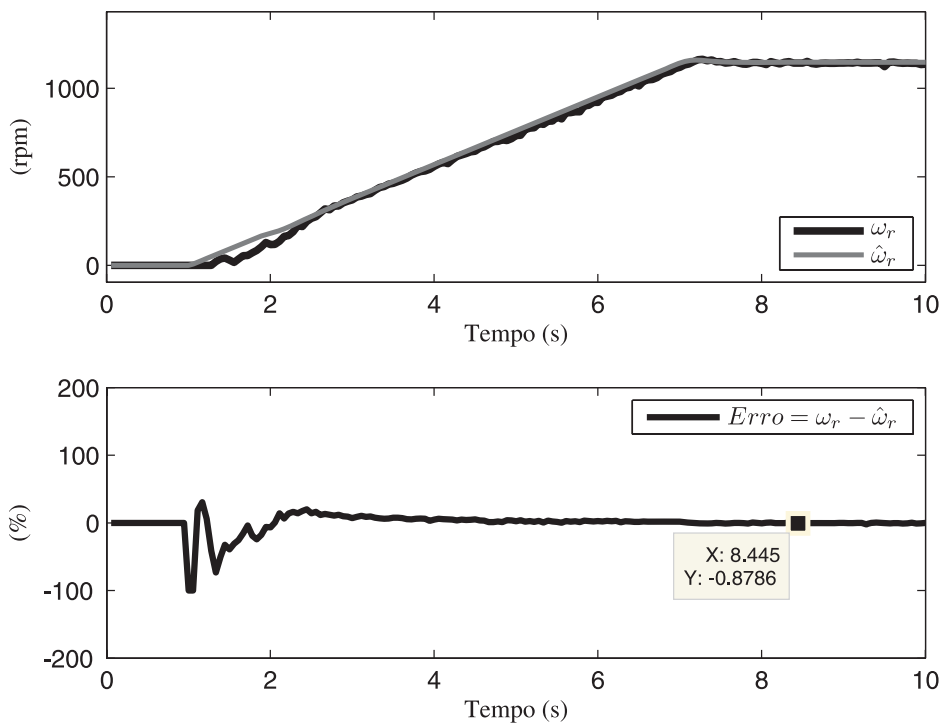


Figura 4.8 – Velocidades Rotóricas e Erro de estimação

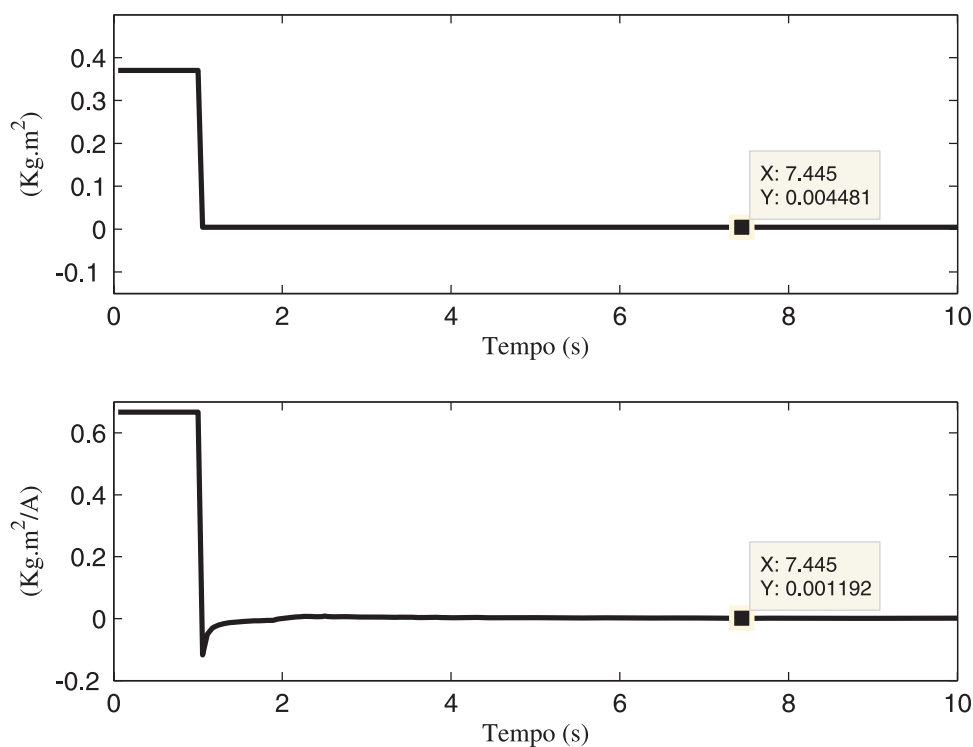


Figura 4.9 – Momento de Inércia e Coeficiente de Atrito identificados

Para fazer uma breve comparação entre os resultados proveniente dos diferentes métodos de identificação de parâmetros elétricos e mecânicos, foi realizado um novo ensaio onde os parâmetros foram fixados e foram verificados os erros de estimação em regime permanente. A referência de velocidade utilizada foi a mesma apresentada na Figura 4.7. A partir dos parâmetros obtidos junto ao fabricante do motor, conforme Tabela 2.1, foram obtidas as curvas de velocidades e erro de estimação conforme Figura 4.10. O erro de estimação foi inferior a 1,22 % em regime permanente. Considerando os parâmetros obtidos via ensaio clássico (vide Tabela 4.1 e Tabela 4.2), verificando na Figura 4.11, pode-se afirmar que os erros de estimação obtidos não superaram 1,4 %. Por fim, a Figura 4.12 mostra que usando os parâmetros obtidos através da técnica baseada em RLS, os erros foram inferiores a 0.6%.

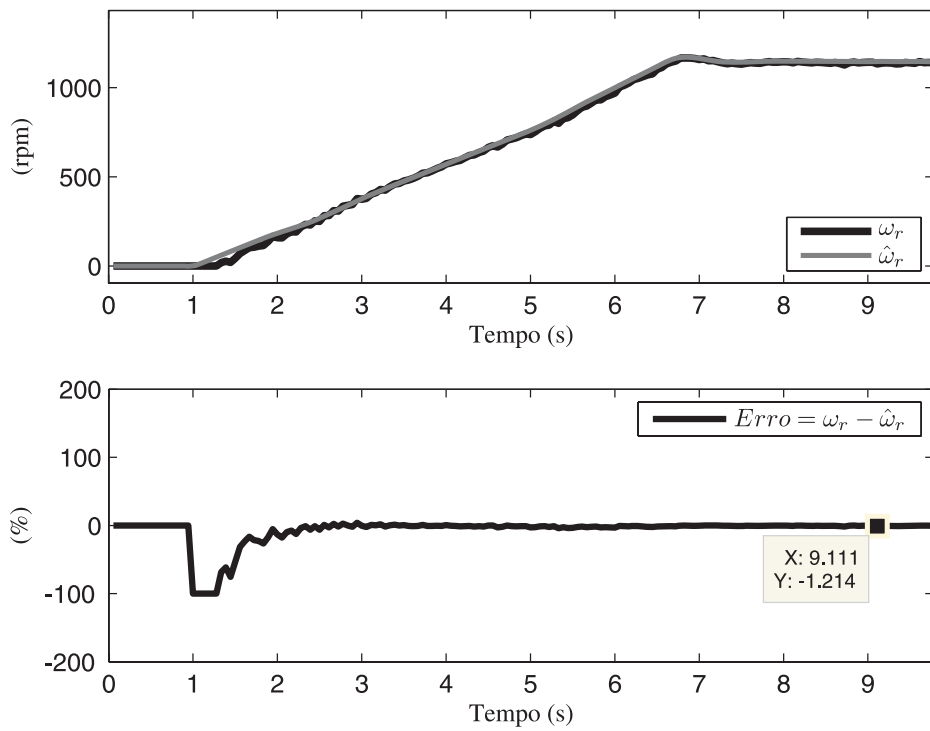


Figura 4. 10 – Ensaio utilizando parâmetros fornecidos pelo fabricante

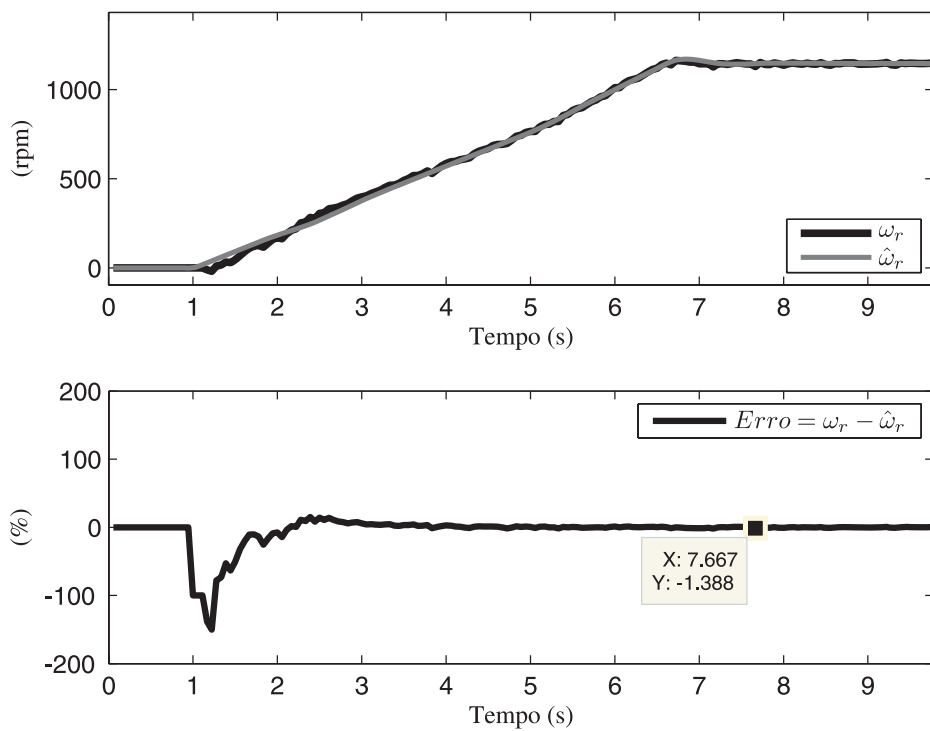


Figura 4. 11 – Ensaio utilizando parâmetros obtidos através ensaio clássico

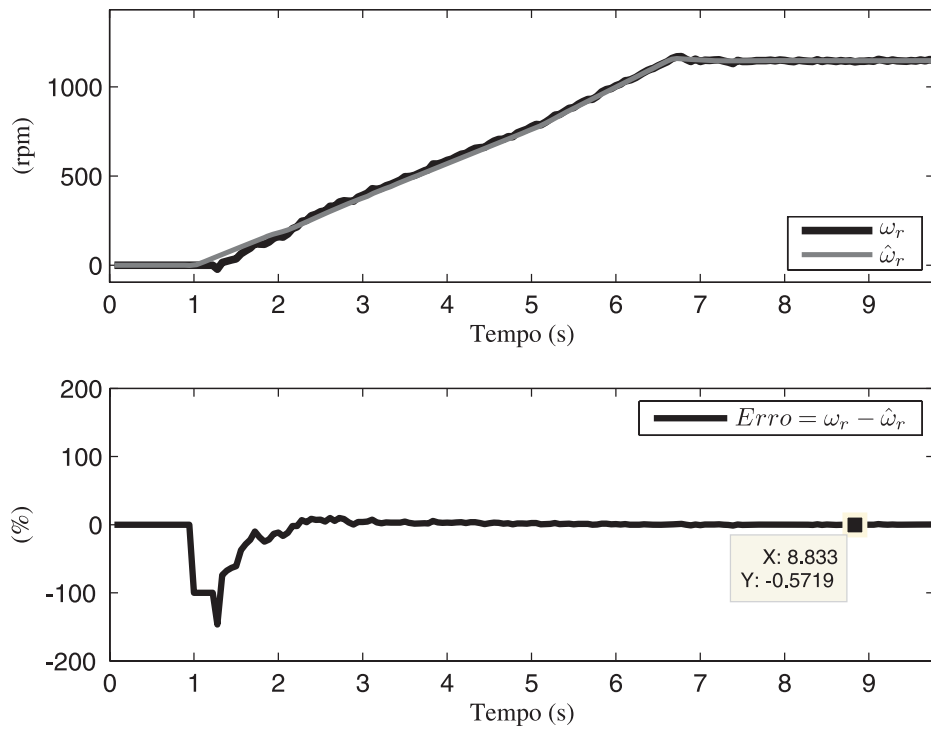


Figura 4. 12 – Ensaio utilizando parâmetros obtidos via técnica baseada em RLS

4.5 Sumário

Neste capítulo foi realizada uma breve descrição da plataforma utilizada na implementação da técnica analisada para identificar e controlar motores de indução trifásicos. Também é apresentada uma metodologia clássica usada na obtenção dos parâmetros mecânicos. Além disso, são apresentados os parâmetros elétricos obtidos através de ensaio clássico (a vazio e com rotor bloqueado) e via técnica RLS. Por fim, são apresentados os resultados experimentais obtidos para o sistema proposto.

A partir dos parâmetros elétricos identificados foi realizado um ensaio, onde se objetivou encontrar os parâmetros mecânicos. Uma referência de velocidade foi pré-definida de forma trapezoidal com o intuito de reduzir os erros de estimação. Para esta implementação, da mesma forma que no ensaio anterior, utilizaram-se apenas as correntes medidas. A partir dessas medidas e dos parâmetros elétricos identificados, possibilitou-se realizar a estimação da velocidade rotórica usando a técnica MRAS. Porém, em baixas rotações, a estimação de velocidade foi realizada de maneira insatisfatória. Para solucionar este problema, foi incluída uma modificação sigma como em [22]. Com isso, utilizou-se a própria velocidade de referência nestes instantes onde a estimação é incorreta. A alternância para a velocidade estimada é realizada suavemente para evitar instabilidade.

Os ensaios para a obtenção dos parâmetros mecânicos foram realizados considerando atribuições iniciais para o momento de inércia e coeficiente de atrito. Os ganhos do controlador de velocidade utilizados nesse ensaio são auto-ajustados a partir da inércia identificada que também é usada em conjunto com o coeficiente de atrito para adaptar o filtro de Kalman. A estimação de velocidade teve resposta satisfatória em regime permanente para ambos os casos, porém, o controlador teve seu desempenho comprometido, durante o acionamento do motor, quando atribuiu-se um valor inicial pequeno para o momento de inércia.

Por fim, para fazer uma breve comparação entre os resultados obtidos através dos diferentes métodos de identificação de parâmetros elétricos e mecânicos, foi realizado um ensaio onde os parâmetros, tanto elétricos quanto mecânicos, foram fixados e foram verificados os erros de estimação em regime permanente. Verificou-se que os menores erros de estimação foram obtidos quando se utilizaram os parâmetros provenientes do ensaio usando a técnica baseada em RLS.

CAPÍTULO 5

CONCLUSÃO

Este trabalho apresentou as ferramentas necessárias assim como um algoritmo de identificação paramétrica para auto-ajuste da lei de controle em acionamentos de servomecanismos de velocidade sem codificadores utilizando motores de indução trifásicos. Este algoritmo realiza a identificação dos parâmetros elétricos e mecânicos a partir das correntes estatóricas medidas e da velocidade rotórica estimada.

Inicialmente, é realizada uma revisão bibliográfica onde são descritos aspectos construtivos de motores de indução assim como as linhas de evolução do desenvolvimento dos sistemas de acionamento em CA. Além disso, foram realizadas revisões sobre identificações de parâmetros elétricos e mecânicos. Por fim, o foco foi a estimação de velocidade rotórica.

A partir da revisão bibliográfica, no segundo capítulo foram descritos as teorias e projetos necessários para realizar a identificação dos parâmetros mecânicos do motor. Esses parâmetros são utilizados para adaptar as matrizes do Filtro de Kalman, utilizado para estimar distúrbios de torque assim como para eliminar possíveis ruídos. Além disso, o momento de inércia foi utilizado para auto-ajustar os ganhos do controlador de velocidade do motor. As simulações apresentadas nesse capítulo comprovam o bom desempenho do controlador auto-ajustado e da identificação dos parâmetros. Para o controle da velocidade, utilizou-se a velocidade rotórica real na realimentação do sistema, ou seja, experimentalmente, a velocidade medida com o uso de codificadores. Já em relação ao controle das correntes elétricas, consideram-se as correntes trifásicas reais, medidas por sensores de corrente.

Posteriormente, foi apresentada a estrutura completa, desde modelagem elétrica a projeto de filtros, para a estimação da velocidade rotórica. Foram realizadas

simulações constando um servomecanismo de identificação e controle de motores de indução trifásicos. Considerou-se que os únicos parâmetros conhecidos do motor são as medições feitas das correntes do estator e os dados de placa impressos no mesmo. Para a identificação tanto dos parâmetros elétricos quanto mecânicos foi utilizada a técnica RLS. A estimação da velocidade rotórica foi realizada com o auxílio da técnica MRAS.

Para a obtenção dos resultados experimentais, no capítulo 4 foi realizada uma breve descrição da plataforma utilizada na implementação da técnica analisada para identificar e controlar motores de indução trifásicos. Também é apresentada uma metodologia clássica usada para obtenção dos parâmetros mecânicos. Além disso são apresentados os parâmetros elétricos obtidos através de ensaio clássico (a vazio e com rotor bloqueado). São apresentados os resultados experimentais obtidos para o sistema proposto no capítulo anterior.

Primeiramente, o MI foi acionado em malha aberta, com rotor bloqueado objetivando obter os parâmetros elétricos com a utilização da técnica RLS abordada no Anexo 3. Essa identificação foi realizada a partir das correntes trifásicas estatóricas medidas através de sensores de efeito Hall. A partir dos resultados experimentais pode-se observar a rápida convergência do vetor paramétrico e conseqüentemente, dos parâmetros elétricos.

A partir dos parâmetros elétricos identificados foi realizado um ensaio, onde se objetivou encontrar os parâmetros mecânicos. Foi pré-definida uma referência de velocidade de forma trapezoidal com a finalidade de reduzir os erros de estimação. Para esta implementação, da mesma forma que o ensaio anterior, utilizaram-se apenas as correntes medidas e os dados de placa impressos no MI. A partir dessas medidas e dos parâmetros elétricos identificados, possibilitou-se realizar a estimação da velocidade rotórica usando a técnica MRAS. Porém, em baixas rotações, a estimação de velocidade foi realizada de maneira insatisfatória. Para solucionar este problema, foi incluída uma modificação sigma como em [22]. Com isso, utiliza-se a própria velocidade de referência nestes instantes onde a estimação é incorreta. A alternância para a velocidade estimada é feita de maneira suave.

Foram realizados dois ensaios para a obtenção dos parâmetros mecânicos foram realizados considerando atribuições iniciais para o momento de inércia e coeficiente de atrito. A estimação de velocidade teve resposta satisfatória em regime permanente para ambos os casos, porém, o controlador teve seu desempenho

comprometido, durante o acionamento do motor, quando atribuiu-se um valor inicial pequeno para o momento de inércia.

Por fim, para fazer uma breve comparação entre os resultados obtidos através dos diferentes métodos de identificação de parâmetros elétricos e mecânicos, foi realizado um ensaio onde os parâmetros, tanto elétricos quanto mecânicos, foram fixados e foram verificados os erros de estimação em regime permanente. Verificou-se que os menores erros de estimação foram obtidos quando se utilizaram os parâmetros provenientes do ensaio usando a técnica baseada em RLS.

A principal contribuição desse trabalho é o desenvolvimento de um servo sem codificador de velocidade com projeto automatizado dos controladores das malhas elétrica e mecânica. Com isso, impõe-se robustez ao sistema às variações paramétricas causadas pelo envelhecimento dos materiais e (ou) variações de carga. Além disso, a combinação controlador PI auto-ajustável com a técnica MRAS para estimação de velocidade é inédita na literatura. Os resultados deste trabalho de dissertação, foram também publicados em [38].

Para dar continuidade a este trabalho, sugere-se:

- Desenvolvimento de um sistema de medição das correntes elétricas que apresente maior eficiência quanto à relação sinal/ruído;
- Implementação do sistema de identificação e controle de motores de indução trifásicos em plataforma DSP/C⁺⁺ com realização online.

REFERÊNCIAS

BIBLIOGRÁFICAS

- [1] Blascke, F. *The principle of field orientation as applied to the nem transvector closed loop control system for rotating field machines*. Siemens Rev., p. 217.
- [2] IEEE Std 112TM-2004. *Standard Test Procedure for Polyphase Induction Motors and Generators*, (Revision of IEEE Std 112-1996).
- [3] Reyes, M. V., Minami, K. e Verghese, G.C. *Recursive Speed and Parameter Estimation for Induction Machines*, Conf. Rec. IAS, p. 607-611, 1989.
- [4] Netto, A. J., Barros, P. R., Jacobina, C. B. e Lima, A. M. N. *Estimação em Tempo-Real dos Parâmetros Elétricos de um Motor de Indução em Malha Fechada*, Controle e Automação, vol. 16, no.4, pp. 495-502, 2005.
- [5] Azzolin, R. Z., Martins, M., Michels, L. and Gründling, H. A. *Parameter Estimator of an Induction Motor at Standstill*, IX COBEP, vol. 1, pp. 152-157, Blumenau – SC, 2007.
- [6] Zhang, B., Li, Y. and Y. Zuo, *A DSP-based fully digital PMSM servo drive using on-line self-tuning PI controller*, Proceeding of the 3rd Power Electronics and Motion Control Conference, vol. 2, pp. 1012-1017, Aug. 2000.
- [7] Guo, Y., Huang, L., Qiu, Y. and M. Maramatsu, *Inertia identification and auto-tuning of induction motor using MRAS*, Proceeding of the 3rd Power Electronics and Motion Control Conference, pp. 1006-1011, Aug. 2000.
- [8] Fujita, K. and Sado, K., *Instantaneous speed detection with parameter identification for ac servo system*, IEEE Transactions on Industry Applications, vol. 28, no. 4, pp. 864-872, Jul. 1992.
- [9] Awaya, I., Kato, Y., Miyake, I. and Ito, M., *New motion control with inertia identification function using disturbance observer*, International Conference on Power Electronics and Motion Control, pp. 77-81, Nov. 1992.
- [10] Lee, K. B., Song, J. H., Choy, I. and Yoo, J. Y., *An inertia identification using ROELO for low speed control of electric machine*, IEEE APEC, pp. 1052-1055, Feb. 2003.
- [11] Hong, S. J., Kim, H. W. and Sul, S. K., *A novel inertia identification method for speed control of electric machine*, IEEE IECON, pp. 1234-1239, Aug. 1996.
- [12] Campos, M. and Gründling, H. A. *Design of a position servo with induction motor using self-tuning regulator and Kalman filter*, IAS, 2000.
- [13] Yang, S.-M. and Deng, Y.-J., *Observer-based inertial identification for auto-tuning servo motor drives*, IEEE IAS, pp. 968-972, 2005.

- [14] Yaacob, S. and Mohamed, F. A. *Real Time Self Tuning Controller for Induction Motor Based on Pole Assignment Method*. The thirty seventh SICE Annual Conference (SICE '98), Japan, July 29-31, 1998.
- [15] Yaacob, S. and Mohamed, F. A. *Real Time Self Tuning Controller for Induction Motor Based on PI Method*. The thirty eighth SICE Annual Conference (SICE '99), Japan, July 28-30, 1999.
- [16] Kweon, T.-J. and Hyun, D.-S. *High performance speed control of electric machine using low-precision shaft encoder*. IEEE Transactions on Power Electronics, vol. 14, no. 5, pp. 838-849, 1999.
- [17] Câmara, H. T., Carati, E. G., Hey, H. L., Pinheiro, H., Pinheiro, J. R. and Gründling, H. A. *Speed and Position Servo for Induction Motor using Robust Model Reference Adaptive Control*, IECON, 2002.
- [18] Kim, Y.-R., Sul, S.-K. and Park, M.-H. *Speed sensorless vector control of induction motor using extended Kalman filter*, IEEE Trans. Ind. Appl., Vol 30, No. 05, pp. 1225-1233, September/October 1994.
- [19] Peng, F.-Z. and Fukao, T. *Robust speed identification for speed-sensorless vector control of induction motors*, IEEE Trans. Ind. Appl., vol. 30, No. 05, pp. 1234-1240, September/October 1994.
- [20] Zhen, L. et al. *Sensorless field orientation control of induction machines based on mutual MRAS scheme*. IEEE Transactions on Industrial Electronics, v. 45, p. 824-831, 1998.
- [21] Martins, O. S., Câmara, H. T. and Gründling, H. A. *Comparison between MRLS and MRAS applied to a speed sensorless induction motor drive*, 37th IEEE Power Electronics Specialists Conference / June 18 - 22, 2006, Jeju, Korea.
- [22] Câmara, H. T. and Gründling, H. A. *A MRLS with MRC Applied to Sensorless Speed Control Induction Motor Drive*, INDUSCON, August 2004.
- [23] Mohsen, E. et al. *Survey of Speed Sensorless Controls of IM drives*, Proceedings of the 24th Annual Conference of the IEEE Industrial Electronics Society, vol. 2, pp. 1018-1023, 1998.
- [24] Ogata, K. *Discrete-Time Control Systems*. 2. ed, Prentice-Hall, USA, 1995.
- [25] Martins, O. S. *Comparação de técnicas de controle de velocidade sensorless aplicadas a motores de indução em plataforma DSP*. Dissertação de Mestrado em Engenharia Elétrica, UFSM, Santa Maria, Brasil, 2006.
- [26] Câmara, H. T. *Uma contribuição ao controle de motores de indução trifásicos sem o uso de sensores mecânicos*. Tese de Doutorado em Engenharia Elétrica, UFSM, Santa Maria, Brasil, 2007.
- [27] Johnson, M.A., Moradi, M. H. and Crowe, J. *PID control: New identification and design methods*. Springer, New York, USA, 2005.

- [28] Schauder, C. *Adaptive speed identification for vector control of induction motors without rotational transducers*. IEEE Transactions on Industry Applications, v. 28, p. 1054-1061, 1992.
- [29] Costa, J. P., Câmara, H.T. and Carati, E.G. *A Microprocessor Based Prototype for Electrical Machines Control Using PWM Modulation*. IEEE International Symposium on Industrial Electronics (ISIE), 2003.
- [30] Krause, P. C. *Analysis of Electrical Machinery*. McGraw-Hill, USA, 1986.
- [31] Chapman, S. J. *Electric Machinery Fundamentals*. McGraw-Hill, 3. ed., USA, 1999.
- [32] Kosow, I. L. *Máquinas Elétricas e Transformadores*. Editora Globo, 11ª ed., São Paulo, 1995.
- [33] IEEE, *Standard Test Procedure for Polyphase Induction Motors and Generators*. IEEE PRESS, New Jersey, 1996.
- [34] Barbi, I. *Teoria Fundamental do Motor de Indução*. Editora da UFSC, Florianópolis, 1985.
- [35] Raffiner, J. F. *Análise de estimadores de fluxo para implementação de técnicas de controle por campo orientado direto em máquinas de indução*. Dissertação de Mestrado em Engenharia Elétrica, PUC-RS, Porto Alegre, Brasil, 1998.
- [36] Campos, M. *Servocontrole adaptativo de velocidade e posição para motores de indução trifásicos*. Dissertação de Mestrado em Engenharia Elétrica, UFSM, Santa Maria, Brasil, 2000.
- [37] Boldea, I. and Nasar, S. A. *The induction Machine Handbook*. CRC Press, USA, 2002.
- [38] Einloft, D., Azzolin, R. Z. e Gründling, H. A. *Identificação dos parâmetros elétricos e mecânicos de motores de indução trifásicos para acionamento encoderless*. CBA, Setembro 2008.

Anexo 1

Modelagem do motor de indução trifásico

Apesar de, possivelmente, ser um dos mais simples de todos os motores, sob o ponto de vista de operação e trabalho, a teoria de operação desses motores é bastante sofisticada.

O modelo dinâmico do motor de indução (MI) é complexo do ponto de vista matemático e de onerosa solução. Para isto algumas técnicas matemáticas são utilizadas para transformar o modelo trifásico do motor, o qual é um modelo acoplado, em um modelo bifásico, desacoplado em eixos semi-estacionários.

A.3.1. Aspectos construtivos e princípios de operação do MI

O motor de indução é basicamente uma máquina trifásica assíncrona conectada à rede elétrica. As fontes de tensão alternada são, na maioria das vezes, trifásicas, mas podem ser monofásicas também. Para o caso trifásico, conforme Figura A.1.1, o estator (primário) possui três enrolamentos conectados à uma fonte de tensão trifásica. Esses enrolamentos estão dispostos em ranhuras de forma a produzir um campo girante que induzirá correntes elétricas nos enrolamentos do rotor (secundário). Isto ocorre quando se tem os enrolamentos do secundário curto-circuitados ou quando o motor possui carga. Se o motor for submetido a carga nominal, operará com velocidade próxima da síncrona.

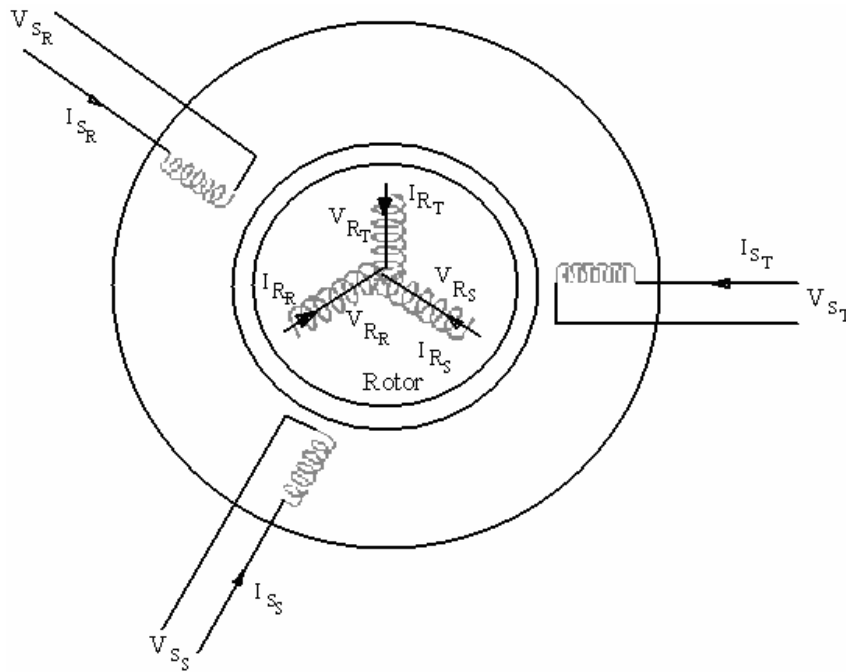


Figura A.1. 1 - Modelo físico de um motor de indução

Quanto a configuração do rotor (secundário), pode-se classificar os motores de indução em: Rotor bobinado e Rotor *gaiola de esquilo*.

No rotor *gaiola de esquilo*, os condutores do secundário estão curto-circuitados em cada terminal por anéis terminais contínuos. As barras deste rotor nem sempre são paralelas ao eixo do rotor, mas podem ser deslocadas ou colocadas segundo um pequeno ângulo em relação a ele, para produzir um torque mais uniforme.

Quanto aos motores de rotor bobinado, os condutores de cobre são colocados nas diversas ranhuras, usualmente isolados do núcleo de ferro. Cada terminal do enrolamento é levado a anéis coletores que são isolados do eixo do rotor. Devido ao seu elevado custo inicial e maior custo de manutenção, são usados apenas: quando se necessita elevado torque de partida, quando se pretende controlar a velocidade.

A velocidade síncrona ou também conhecida como velocidade do campo girante é definida conforme

$$\omega = \frac{f \cdot 60}{N_p} \quad (\text{A.1.1})$$

onde ω , f' e N_p são velocidade síncrona, frequência e número de pólos, respectivamente.

Com isso, pode-se introduzir o conceito de escorregamento (S): diferença entre a velocidade síncrona ou velocidade do campo girante (ω) e a velocidade rotórica (ω_r). A forma mais útil da grandeza escorregamento resulta quando ela é expressa numa base por unidade, usando a velocidade síncrona como referência

$$S = \frac{(\omega - \omega_r)}{\omega} \quad (\text{A.1.2})$$

O valor do escorregamento é considerado um parâmetro de projeto do MI (motor de indução). Em alguns casos (motores de grande porte), o escorregamento nominal é muito elevado, o que acarreta em uma elevada corrente de partida e sua velocidade torna-se dependente da carga mecânica aplicada ao eixo do rotor. Então para realizar o controle da velocidade de MI's independentemente da carga, faz-se necessário o uso de conversores de frequência.

Quanto ao acionamento dos motores de indução, pode-se citar:

- Acionamentos de velocidade ajustável: como característica principal, há a necessidade de uma boa precisão no controle da velocidade. Aplicações: ventiladores, compressores, esteiras entre outras;
- Acionamentos de tração: há a exigência de boa precisão no controle de velocidade aliado a uma ótima resposta dinâmica. Nestes casos, além de funcionar como motor, o MI funciona também como gerador. Algumas aplicações podem ser mencionadas: locomotivas, elevadores e carros elétricos.
- Servomecanismos: necessitam controles mais sofisticados. Exigem um controle preciso, uma ótima e rápida resposta dinâmica. Como exemplo pode-se citar aplicações em robótica.

A.3.2. Modelo matemático do Motor de Indução Trifásico

A.1.2.1. Considerações iniciais

No motor de indução trifásico, com rotor bobinado ou de gaiola, os enrolamentos, tanto do rotor como do estator, são iguais entre si. A partir disto pode-se considerar o MI simétrico.

Para a representar matematicamente um MI, algumas hipóteses e convenções são consideradas:

- a) os três enrolamentos estatóricos são iguais entre si;
- b) os três enrolamentos rotóricos são iguais entre si;
- c) os ângulos elétricos entre os enrolamentos são iguais, tanto no estator quanto no rotor;
- d) o entreferro é considerado constante;
- e) o circuito magnético é considerado ideal (a saturação não existe);
- f) a distribuição da densidade de fluxo magnético no entreferro é considerada radial e senoidal;
- g) a máquina é considerada bipolar;
- h) não serão consideradas perdas magnéticas.

A.1.2.2. Transformação $RST \rightarrow qd0$

O motor de indução trifásico apresenta três enrolamentos estatóricos defasados de 120° elétricos entre si, e três enrolamentos rotóricos com a mesma defasagem entre si. Uma forma de se obter uma simplificação considerável é converter o sistema trifásico em um equivalente bifásico. Isto pode ser obtido utilizando-se a transformação $RST \rightarrow qd0$. A principal vantagem desta transformação em relação a outras é que esta realiza a conversão, mantendo as características do motor: potência mecânica, torque, velocidade e número de pólos. Esta transformação decompõe as variáveis do sistema original, em um novo sistema composto basicamente por dois eixos em quadratura. Isto pode ser realizado pois, sem a presença do neutro no sistema trifásico, cada uma das variáveis (tensão ou corrente) é combinação linear das outras, como é demonstrado nas equações:

$$I_T = -I_R - I_S \quad (\text{A.1.3})$$

$$V_{TN} = -V_{RN} - V_{SN} \quad (\text{A.1.4})$$

Considerando f uma variável genérica que representa a corrente, tensão, ou fluxo, podemos representar o sistema trifásico RST em um sistema equivalente em quadratura $qd0$, onde x representa a frequência da variável f no sistema trifásico, da seguinte maneira:

$$f_{RST}^x = \begin{bmatrix} f_R^x & f_S^x & f_T^x \end{bmatrix}^T, \quad f_{qd0}^x = \begin{bmatrix} f_q^x & f_d^x & f_0^x \end{bmatrix}^T \quad (\text{A.1.5})$$

$$f_{qd0}^x = K f_{RST}^x \quad (\text{A.1.6})$$

$$f_{RST}^x = K^{-1} f_{qd0}^x \quad (\text{A.1.7})$$

Onde K e K^{-1} são representados em função do deslocamento angular θ ,

$$K = \frac{2}{3} \begin{bmatrix} \cos \theta & \cos(\theta + 4\pi/3) & \cos(\theta + 2\pi/3) \\ \sin \theta & \sin(\theta + 4\pi/3) & \sin(\theta + 2\pi/3) \\ 1/2 & 1/2 & 1/2 \end{bmatrix} \quad (\text{A.1.8})$$

$$K^{-1} = \frac{2}{3} \begin{bmatrix} \cos \theta & \sin \theta & 1 \\ \cos(\theta + 4\pi/3) & \sin(\theta + 4\pi/3) & 1 \\ \cos(\theta + 2\pi/3) & \sin(\theta + 2\pi/3) & 1 \end{bmatrix} \quad (\text{A.1.9})$$

Após essas considerações, pode-se representar a transformação $RST \rightarrow qd0$, conforme demonstrado na Figura A.1.2.

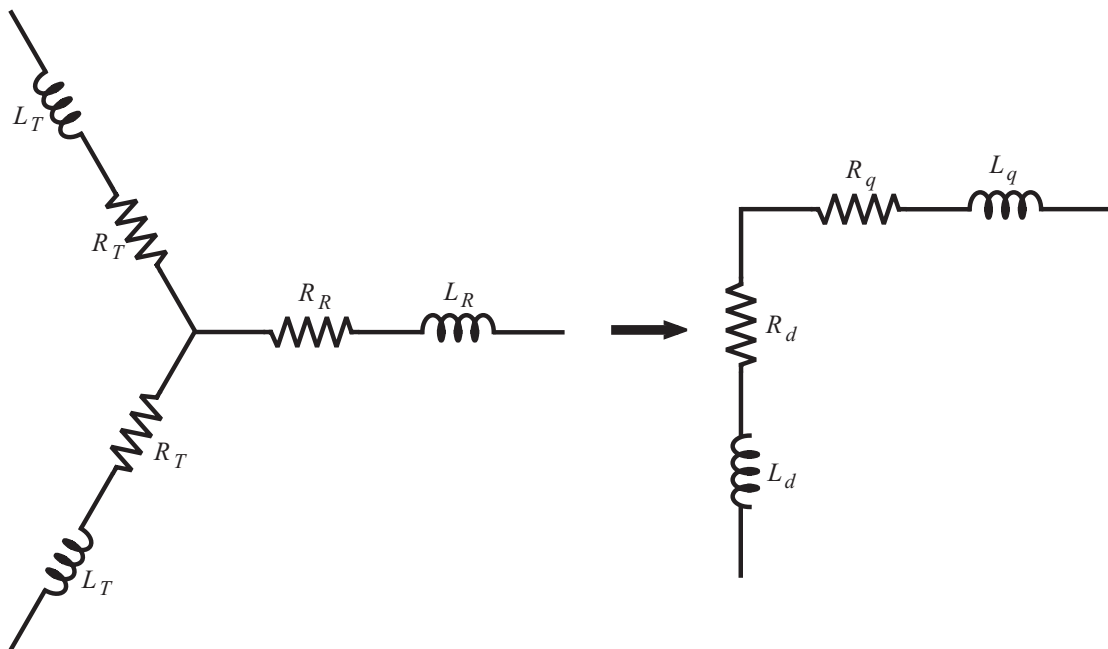


Figura A.1. 2 - Transformação $RST \rightarrow qd0$ aplicada as variáveis do estator e do rotor

A.1.2.3. Sistemas de Referência

Considerando que no motor de indução, o campo magnético do estator e o do rotor possuem velocidades diferentes é necessário referenciar as variáveis do estator e do rotor num mesmo sistema de referência. Utilizando uma referência arbitrária f_{qd0}^x , relaciona-se as variáveis do rotor e estator em função dos ângulos θ_x e δ_x , conforme Figura A.1.3.

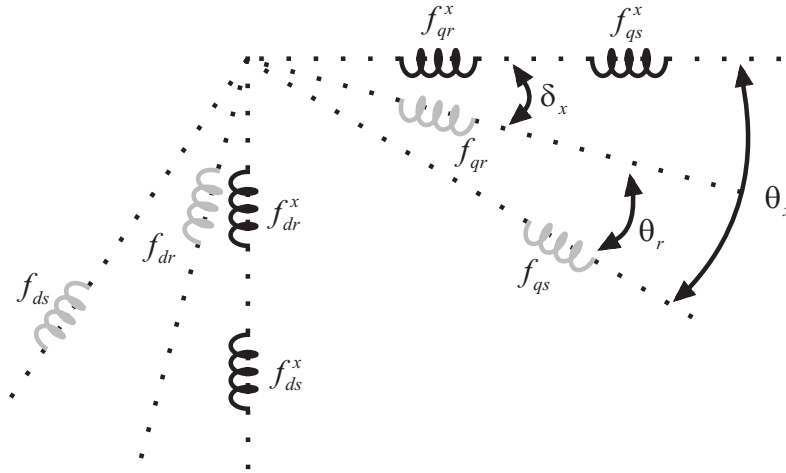


Figura A.1. 3 - Transformação de Park aplicada as variáveis do estator e do rotor

Analisando a Figura A.1. 3, constata-se que

$$\delta_x = \theta_x - \theta_r \quad (\text{A.1.10})$$

Com isso, a mudança de base, que relaciona as variáveis do estator f_{qd0s}^x com o sistema arbitrário f_{qd0s}^x , pode ser realizada da seguinte maneira

$$[f_{qd0s}^x] = [D_s^x] \cdot [f_{qd0s}^x] \quad (\text{A.1.11})$$

$$[f_{qd0s}^x] = [D_s^x]^{-1} \cdot [f_{qd0s}^x] \quad (\text{A.1.12})$$

onde D_s^x representa a transformada de Park aplicada as variáveis do estator e pode ser dada por

$$[D_s^x] = \begin{bmatrix} \cos(\theta_x) & -\text{sen}(\theta_x) & 0 \\ \text{sen}(\theta_x) & \cos(\theta_x) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (\text{A.1.13})$$

Semelhantemente, a mudança de base, que relaciona as variáveis do rotor f_{qd0r}^x com o sistema arbitrário f_{qd0r}^x ,

$$[f_{qd0r}^x] = [D_r^x] \cdot [f_{qd0r}^x] \quad (\text{A.1.14})$$

$$[f_{qd0r}^x] = [D_r^x]^{-1} \cdot [f_{qd0r}^x] \quad (\text{A.1.15})$$

onde D_r^x representa a transformada de Park aplicada as variáveis do rotor, conforme

$$[D_r^x] = \begin{bmatrix} \cos(\delta_x) & -\text{sen}(\delta_x) & 0 \\ \text{sen}(\delta_x) & \cos(\delta_x) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (\text{A.1.16})$$

Pode-se distinguir três sistemas de referência [30] que são apresentados na Tabela A.1.1, na qual indica qual deve ser a velocidade arbitrária escolhida para obtenção das equações no sistema de referência desejado.

Tabela A.1. 1 – Escolha de ω_x em função do sistema de referência

$\omega_x = 0$	Sistema de Referência Estacionário
$\omega_x = \omega_r$	Sistema de Referência Móvel
$\omega_x = \omega$	Sistema de Referência Síncrono

A.1.2.3.1. Sistema de referência estacionário:

Para esse sistema, é escolhido o estator como referencial. Dessa forma, através da análise da Figura A.1.3, tem-se

$$\theta_x = 0 \quad (\text{A.1.17})$$

$$\delta_x = -\theta_r \quad (\text{A.1.18})$$

$$[f_{qd0s}^s] = [K] \cdot [f_{RSTs}] \quad (\text{A.1.19})$$

$$[f_{RSTs}] = [K]^{-1} \cdot [f_{qd0s}^s] \quad (\text{A.1.20})$$

$$[f_{qd0r}^s] = [D_r^s] \cdot [K] \cdot [f_{RSTr}] \quad (\text{A.1.21})$$

$$[f_{RSTr}] = [D_r^s]^{-1} \cdot [K]^{-1} \cdot [f_{qd0r}^s] \quad (\text{A.1.22})$$

Sendo que K e D_r^s são matrizes não singulares.

A.1.2.3.2. Sistema de referência móvel:

Nesse sistema, a referência é o rotor, logo se tem

$$\theta_x = \theta_r \quad (\text{A.1.23})$$

$$\delta_x = 0 \quad (\text{A.1.24})$$

$$[f_{qd0s}^r] = [D_s^r] \cdot [K] \cdot [f_{RSTs}] \quad (\text{A.1.25})$$

$$[f_{RSTs}] = [D_s^r]^{-1} \cdot [K]^{-1} \cdot [f_{qd0s}^r] \quad (\text{A.1.26})$$

$$[f_{qd0r}^r] = [K] \cdot [f_{RSTr}] \quad (\text{A.1.27})$$

$$[f_{RSTr}] = [K]^{-1} \cdot [f_{qd0r}^r] \quad (\text{A.1.28})$$

A.1.2.3.3. Sistema de referência síncrono:

Neste sistema, a referência escolhida é a velocidade síncrona do campo girante do estator ω . Este sistema caracteriza-se por transformar as variáveis do sistema de coordenadas trifásicas em variáveis contínuas. Com isso,

$$\theta_x = \theta \quad (\text{A.1.29})$$

$$\delta_x = \theta_x - \theta_r \quad (\text{A.1.30})$$

$$[f_{qd0s}] = [D_s] \cdot [K] \cdot [f_{RSTs}] \quad (\text{A.1.31})$$

$$[f_{RSTs}] = [D_s]^{-1} \cdot [K]^{-1} \cdot [f_{qd0s}] \quad (\text{A.1.32})$$

$$[f_{qd0r}] = [D_r] \cdot [K] \cdot [f_{RSTr}] \quad (\text{A.1.33})$$

$$[f_{RSTr}] = [D_r]^{-1} \cdot [K]^{-1} \cdot [f_{qd0r}] \quad (\text{A.1.34})$$

A.1.2.4. Equacionamento das tensões

A.1.2.4.1. Equações das tensões em RST

As expressões de tensão, de acordo com as variáveis do motor (estator e rotor), podem ser expressas como

$$[V_{RSTs}] = [R_s] \cdot [I_{RSTs}] + \frac{d}{dt} [\lambda_{RSTs}] \quad (\text{A.1.35})$$

$$[V_{RSTr}] = [R_r] \cdot [I_{RSTr}] + \frac{d}{dt} [\lambda_{RSTr}] \quad (\text{A.1.36})$$

onde

$$[V_{RSTs}]^T = [V_{Rs} \quad V_{Ss} \quad V_{Ts}] \quad [V_{RSTr}]^T = [V_{Rr} \quad V_{Sr} \quad V_{Tr}] \quad (\text{A.1.37})$$

$$[I_{RSTs}]^T = [I_{Rs} \quad I_{Ss} \quad I_{Ts}] \quad [I_{RSTr}]^T = [I_{Rr} \quad I_{Sr} \quad I_{Tr}] \quad (\text{A.1.38})$$

$$[\lambda_{RSTs}]^T = [\lambda_{Rs} \quad \lambda_{Ss} \quad \lambda_{Ts}] \quad [\lambda_{RSTr}]^T = [\lambda_{Rr} \quad \lambda_{Sr} \quad \lambda_{Tr}] \quad (\text{A.1.39})$$

$$R_s = \begin{bmatrix} R_s & 0 & 0 \\ 0 & R_s & 0 \\ 0 & 0 & R_s \end{bmatrix} \quad R_r = \begin{bmatrix} R_r & 0 & 0 \\ 0 & R_r & 0 \\ 0 & 0 & R_r \end{bmatrix} \quad (\text{A.1.40})$$

A.1.2.4.2. Equações das tensões em qd0

Para o caso do estator, a partir das equações (A.1.7) e (A.1.12), pode-se reescrever a equação (A.1.35),

$$[K] \cdot [D_s^x]^{-1} \cdot [V_{qd0s}^x] = [R_s] \cdot [K] \cdot [D_s^x]^{-1} \cdot [I_{qd0s}^x] + \frac{d}{dt} \{ [\lambda_{qd0s}^x] \cdot [K] \cdot [D_s^x]^{-1} \} \quad (\text{A.1.41})$$

Resolvendo a equação acima, tem-se

$$[D_s^x]^{-1} \cdot [V_{qd0s}^x] = [R_S] \cdot [D_s^x]^{-1} \cdot [I_{qd0s}^x] + \frac{d}{dt} \{ [D_s^x]^{-1} \cdot [\lambda_{qd0s}^x] \} \quad (\text{A.1.42})$$

Isolando-se em termos das tensões,

$$[V_{qd0s}^x] = [R_S] \cdot [I_{qd0s}^x] + [D_s^x] \cdot \left\{ \frac{d}{dt} [D_s^x]^{-1} \right\} \cdot [\lambda_{qd0s}^x] + \frac{d}{dt} [\lambda_{qd0s}^x] \quad (\text{A.1.43})$$

onde

$$[D_s^x] \cdot \frac{d}{dt} [D_s^x]^{-1} = \omega_x \cdot \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (\text{A.1.44})$$

Define-se

$$H = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (\text{A.1.45})$$

Pode-se reescrever a equação das tensões no estator da seguinte maneira

$$[V_{qd0s}^x] = [R_S] \cdot [I_{qd0s}^x] + \frac{d}{dt} [\lambda_{qd0s}^x] - \omega_x \cdot [H] \cdot [\lambda_{qd0s}^x] \quad (\text{A.1.46})$$

Para o caso do rotor, tem-se

$$[V_{qd0r}^x] = [R_r] \cdot [I_{qd0r}^x] + \frac{d}{dt} [\lambda_{qd0r}^x] - (\omega_x - N_p \omega_r) \cdot [H] \cdot [\lambda_{qd0r}^x] \quad (\text{A.1.47})$$

Resolvendo a multiplicação $[H] \cdot [\lambda]$,

$$\begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \lambda_q \\ \lambda_d \\ \lambda_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \lambda_d \\ -\lambda_q \\ 0 \end{bmatrix} \quad (\text{A.1.48})$$

Substituindo (A.1.48) em (A.1.46) e (A.1.47):

$$[V_{qd0s}^x] = [R_S] \cdot [I_{qd0s}^x] + \frac{d}{dt} [\lambda_{qd0s}^x] - \omega_x \cdot [\lambda_{qds}^x] \quad (\text{A.1.49})$$

$$[V_{qd0r}^x] = [R_r] \cdot [I_{qd0r}^x] + \frac{d}{dt} [\lambda_{qd0r}^x] - (\omega_x - N_p \omega_r) \cdot [\lambda_{qdr}^x] \quad (\text{A.1.50})$$

onde

$$[\lambda_{dqs}]^T = [\lambda_{ds} \quad -\lambda_{qs} \quad 0] \quad (\text{A.1.51})$$

$$[\lambda_{dqr}]^T = [\lambda_{dr} \quad -\lambda_{qr} \quad 0] \quad (\text{A.1.52})$$

A.1.2.5. Equações do Fluxo Magnético

A.1.2.5.1. Equações do Fluxo Magnético em RST

Utiliza-se um sistema de coordenadas em quadratura para se eliminar as não linearidades devido às indutâncias mútuas existentes entre os enrolamentos do estator e do rotor. Para um sistema magneticamente linear, as equações de fluxo, são definidas da seguinte forma

$$\begin{bmatrix} \lambda_{RSTs} \\ \lambda_{RSTr} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_s & L_{sr} \\ (L_{sr})^T & L_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{RSTs} \\ I_{RSTr} \end{bmatrix} \quad (\text{A.1.53})$$

onde

$$L_s = \begin{bmatrix} L_{ls} + L_{ms} & -\frac{1}{2}L_{ms} & -\frac{1}{2}L_{ms} \\ -\frac{1}{2}L_{ms} & L_{ls} + L_{ms} & -\frac{1}{2}L_{ms} \\ -\frac{1}{2}L_{ms} & -\frac{1}{2}L_{ms} & L_{ls} + L_{ms} \end{bmatrix}, L_r = \begin{bmatrix} L_{lr} + L_{mr} & -\frac{1}{2}L_{mr} & -\frac{1}{2}L_{mr} \\ -\frac{1}{2}L_{mr} & L_{lr} + L_{mr} & -\frac{1}{2}L_{mr} \\ -\frac{1}{2}L_{mr} & -\frac{1}{2}L_{mr} & L_{lr} + L_{mr} \end{bmatrix} \quad (\text{A.1.54})$$

Sendo que:

$\lambda_{RSTs}, \lambda_{RSTr}$: Fluxo magnético estatórico, rotórico;

L_s, L_r : matrizes de indutâncias estatóricas, e rotóricas, respectivamente;

L_{ls}, L_{lr} : auto-indutâncias referentes aos enrolamentos do estator e rotor;

L_{ms}, L_{mr} : indutâncias magnetizante referentes ao estator e rotor;

\bar{L}_{sr}, L_{sr} : indutância mutua entre enrolamentos do estator e rotor, e amplitude desta indutância, respectivamente.

Logo, a partir dessas considerações,

$$\bar{L}_{sr} = L_{sr} \begin{bmatrix} \cos(\theta_r) & \cos(\theta_r + \frac{2\pi}{3}) & \cos(\theta_r + \frac{4\pi}{3}) \\ \cos(\theta_r + \frac{4\pi}{3}) & \cos(\theta_r) & \cos(\theta_r + \frac{2\pi}{3}) \\ \cos(\theta_r + \frac{2\pi}{3}) & \cos(\theta_r + \frac{4\pi}{3}) & \cos(\theta_r) \end{bmatrix} \quad (\text{A.1.55})$$

Combinando-se as equações (A.1.35) e (A.1.36) com a equação (A.1.53), tem-se as tensões estatóricas e rotóricas

$$[V_s] = [R_s] \cdot [I_s] + [L_s] \cdot \frac{d}{dt} [I_s] + [\bar{L}_{sr}] \cdot \frac{d}{dt} [I_r] + \omega_r \left[\frac{d}{d\delta_r} \bar{L}_{sr} \right] \cdot [I_r] \quad (\text{A.1.56})$$

$$[V_r] = [R_r] \cdot [I_r] + [L_r] \cdot \frac{d}{dt} [I_r] + [\bar{L}_{rs}] \cdot \frac{d}{dt} [I_s] + \omega_r \left[\frac{d}{d\delta_r} \bar{L}_{rs} \right] \cdot [I_s] \quad (\text{A.1.57})$$

A.1.2.5.2. Equações do Fluxo Magnético em dq

Analisando a Figura A.1.3, pode-se equacionar a relação entre fluxos concatenados e as correntes do motor em referencial arbitrário, sendo que o fluxo concatenado é o produto das correntes pelas respectivas indutâncias das bobinas, tem-se

$$\begin{bmatrix} \lambda_{qs} \\ \lambda_{ds} \\ \lambda_{0s} \\ \lambda_{qr} \\ \lambda_{dr} \\ \lambda_{0r} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_{qsqs} & L_{qsds} & 0 & L_{qsqr} & L_{qsdr} & 0 \\ L_{dsqs} & L_{dsds} & 0 & L_{dsqr} & L_{dsdr} & 0 \\ 0 & 0 & L_{0s} & 0 & 0 & 0 \\ L_{qrqs} & L_{qrds} & 0 & L_{qrqr} & L_{qrdr} & 0 \\ L_{drqs} & L_{drds} & 0 & L_{drqr} & L_{drdr} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & L_{0r} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{qs} \\ I_{ds} \\ I_{0s} \\ I_{qr} \\ I_{dr} \\ I_{0r} \end{bmatrix} \quad (\text{A.1.58})$$

As indutâncias mútuas entre as bobinas q e d são nulas, devido ao ângulo entre elas ser de 90° . As correntes de sequência zero não produzem qualquer fluxo concatenado, a não ser o fluxo produzido no próprio enrolamento. As auto-indutâncias dos enrolamentos do estator e do rotor são equivalentes as indutâncias de sequência zero L_{0s} e L_{0r} . Como as bobinas q e d são iguais, pode-se fazer as seguintes convenções

$$L_{qsds} = L_{dsqs} = L_{qrdr} = L_{drqr} = 0 \quad (\text{A.1.59})$$

$$L_{qsqs} = L_{dsds} = L_s \quad (\text{A.1.60})$$

$$L_{qrqr} = L_{drdr} = L_r \quad (\text{A.1.61})$$

$$L_{qsqr} = L_{qrqs} = L_{dsdr} = L_{drds} = L_m \quad (\text{A.1.62})$$

$$L_{0s} = L_{ls} \quad (\text{A.1.63})$$

$$L_{0r} = L_{lr} \quad (\text{A.1.64})$$

$$L_s = L_{ls} + L_m \quad (\text{A.1.65})$$

$$L_r = L_{lr} + L_m \quad (\text{A.1.66})$$

onde L_m representa a indutância mútua entre o estator e rotor.

Substituindo (A.1.59)-(A.1.66) em (A.1.58), tem-se

$$\begin{bmatrix} \lambda_{qs} \\ \lambda_{ds} \\ \lambda_{0s} \\ \lambda_{qr} \\ \lambda_{dr} \\ \lambda_{0r} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_s & 0 & 0 & L_m & 0 & 0 \\ 0 & L_s & 0 & 0 & L_m & 0 \\ 0 & 0 & L_{ls} & 0 & 0 & 0 \\ L_m & 0 & 0 & L_r & 0 & 0 \\ 0 & L_m & 0 & 0 & L_r & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & L_{lr} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{qs} \\ I_{ds} \\ I_{0s} \\ I_{qr} \\ I_{dr} \\ I_{0r} \end{bmatrix} \quad (\text{A.1.67})$$

Fazendo a inversão da matriz indutância, obtém-se a relação entre a corrente em função do fluxo,

$$\begin{bmatrix} I_{qs} \\ I_{ds} \\ I_{0s} \\ I_{qr} \\ I_{dr} \\ I_{0r} \end{bmatrix} = \frac{1}{L_r L_s \sigma} \begin{bmatrix} L_r & 0 & 0 & -L_m & 0 & 0 \\ 0 & L_r & 0 & 0 & -L_m & 0 \\ 0 & 0 & \frac{L_r L_s \sigma}{L_{ls}} & 0 & 0 & 0 \\ -L_m & 0 & 0 & L_s & 0 & 0 \\ 0 & -L_m & 0 & 0 & L_s & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{L_r L_s \sigma}{L_{ls}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \lambda_{qs} \\ \lambda_{ds} \\ \lambda_{0s} \\ \lambda_{qr} \\ \lambda_{dr} \\ \lambda_{0r} \end{bmatrix} \quad (\text{A.1.68})$$

com a seguinte consideração

$$\sigma = 1 - \frac{L_m^2}{L_r L_s} \quad (\text{A.1.69})$$

A.1.2.6. Equações do Torque

A.1.2.6.1. Equações do Torque em RST

A partir da equação (A.1.56), a qual representa a tensão estatórica, é possível obter-se a potência, multiplicando todos os termos por I_s ,

$$[P_s] = [R_s] \cdot [I_s]^2 + [\bar{L}_s] \cdot [I_s] \cdot \frac{d}{dt} [I_s] + [\bar{L}_{sr}] \cdot [I_s] \frac{d}{dt} [I_r] + [I_s] \cdot \omega_r \cdot \left[\frac{d}{d\delta_r} [\bar{L}_{sr}] \right] [I_r] \quad (\text{A.1.70})$$

De maneira análoga, pode-se obter a potência no rotor,

$$[P_r] = [R_r] \cdot [I_r]^2 + [\bar{L}_r] \cdot [I_r] \cdot \frac{d}{dt} [I_r] + [\bar{L}_{rs}] \cdot [I_r] \frac{d}{dt} [I_s] + [I_r] \cdot \omega_r \cdot \left[\frac{d}{d\delta_r} [\bar{L}_{sr}] \right] [I_s] \quad (\text{A.1.71})$$

Adicionando-se as equações (A.1.70) e (A.1.71), tem-se a potência total instantânea da máquina,

$$P_{Tot} = [R_r] \cdot [I_r]^2 + [R_s] \cdot [I_s]^2 + \omega_r \left[\frac{d}{d\delta_r} [\bar{L}_{sr}] \right] \cdot [I_r] \cdot [I_s] + \frac{d}{dt} \left(\frac{1}{2} [\bar{L}_s] \cdot [I_s]^2 + \frac{1}{2} [\bar{L}_r] \cdot [I_r]^2 + \omega_r \cdot [\bar{L}_{sr}] \cdot [I_s] \cdot [I_r] \right) \quad (\text{A.1.72})$$

Desmembrando a equação (A.1.72), tem-se

$$P_d = [R_r] \cdot [I_r]^2 + [R_s] \cdot [I_s]^2 \quad (\text{A.1.73})$$

$$P_f = \frac{d}{dt} \left(\frac{1}{2} [\bar{L}_s] \cdot [I_s]^2 + \frac{1}{2} [\bar{L}_r] \cdot [I_r]^2 + \omega_r \cdot [\bar{L}_{sr}] \cdot [I_s] \cdot [I_r] \right) \quad (\text{A.1.74})$$

$$P_{mc} = \omega_r \left[\frac{d}{d\delta_r} [\bar{L}_{sr}] \right] \cdot [I_r] \cdot [I_s] \quad (\text{A.1.75})$$

onde P_d , P_f e P_{mc} são potência dissipada nos resistores, potência no campo magnético e potência mecânica, respectivamente.

A potência mecânica pode ser representada também como

$$P_{mc} = T_{total} \frac{d\theta}{dt} \quad (\text{A.1.76})$$

Logo, fazendo a equivalência entre as equações (A.1.75) e (A.1.76), tem-se o torque elétrico T_e , para um sistema com dois enrolamentos,

$$T_e = [I_s] \cdot [I_r] \cdot \frac{\partial}{\partial \theta} [L_{sr}(\theta)] \quad (\text{A.1.77})$$

Para um motor de indução trifásico com três enrolamentos estatóricos e três enrolamentos rotóricos, têm-se

$$T_e = [I_{RSTs}] \cdot [I_{RSTr}] \cdot \frac{\partial}{\partial \theta} [\bar{L}_{sr}(\theta)] \quad (\text{A.1.78})$$

A.1.2.6.2. Equações do Torque em dq

O torque eletromagnético é produzido pela interação dos fluxos do estator e do rotor. Esta interação se expressa na variação da indutância mútua entre as bobinas do estator e do rotor, em função da posição do eixo do rotor [30].

A expressão do torque eletromagnético pode ser obtida, transformando a equação (A.1.78) para qd ,

$$T_e = N_p \cdot \left\{ [K]^{-1} \cdot [I_{qd0s}] \right\}^T \cdot \frac{\partial}{\partial \theta} [L_{sr}] \cdot [K]^{-1} \cdot [I_{qd0r}] \quad (\text{A.1.79})$$

$$T_e = N_p \cdot L_m \cdot \{ [I_{qs}] \cdot [I_{dr}] - [I_{ds}] \cdot [I_{qr}] \} \quad (\text{A.1.80})$$

Logo, o torque eletromagnético pode ser dado por

$$T_e = N_p \cdot \{ [\lambda_{qr}] \cdot [I_{dr}] - [\lambda_{dr}] \cdot [I_{qr}] \} = N_p \cdot \{ [\lambda_{ds}] \cdot [I_{qs}] - [\lambda_{qs}] \cdot [I_{ds}] \} \quad (\text{A.1.81})$$

A.1.2.7. Representação em variáveis de estado

Substituindo (A.1.67) em (A.1.49) e (A.1.50) tem-se uma equação que relaciona as tensões do estator e do rotor em função das suas correntes

$$\begin{bmatrix} V_{qs}^x \\ V_{ds}^x \\ V_{0s}^x \\ V_{qr}^x \\ V_{dr}^x \\ V_{0r}^x \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_s & \omega_x L_s & 0 & 0 & \omega_x L_m & 0 \\ -\omega_x L_s & R_s & 0 & -\omega_x L_m & 0 & 0 \\ 0 & 0 & R_s & 0 & 0 & 0 \\ 0 & (\omega_x - N_p \omega_r) L_m & 0 & R_r & (\omega_x - N_p \omega_r) L_r & 0 \\ -(\omega_x - N_p \omega_r) L_m & 0 & 0 & -(\omega_x - N_p \omega_r) L_r & R_r & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & R_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{d}{dt} I_{qs}^x \\ \frac{d}{dt} I_{ds}^x \\ \frac{d}{dt} I_{0s}^x \\ \frac{d}{dt} I_{qr}^x \\ \frac{d}{dt} I_{dr}^x \\ \frac{d}{dt} I_{0r}^x \end{bmatrix} \quad (\text{A.1.82})$$

$$+ \begin{bmatrix} L_s & 0 & 0 & L_m & 0 & 0 \\ 0 & L_s & 0 & 0 & L_m & 0 \\ 0 & 0 & L_s & 0 & 0 & 0 \\ L_m & 0 & 0 & L_r & 0 & 0 \\ 0 & L_m & 0 & 0 & L_r & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & L_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{d}{dt} I_{qs}^x \\ \frac{d}{dt} I_{ds}^x \\ \frac{d}{dt} I_{0s}^x \\ \frac{d}{dt} I_{qr}^x \\ \frac{d}{dt} I_{dr}^x \\ \frac{d}{dt} I_{0r}^x \end{bmatrix}$$

Uma maneira de simplificar a análise do MI é desconsiderando as variáveis relativas a seqüência zero, pois em alimentações balanceadas seu valor é nulo. Além disso, suas componentes não contribuem para formação do torque eletromecânico do motor.

A partir dessa análise, pode-se então, representar como variáveis de estado de três maneiras: as correntes estatóricas e rotóricas, as correntes do estator e fluxo do rotor, assim como os fluxos do estator e do rotor.

A.1.2.7.1. Modelo do motor “correntes”

Para o caso do MI com rotor *gaiola de esquilo*, a tensão do circuito equivalente do rotor é nula, pois o rotor é composto por barras longitudinais curto-circuitadas nos extremos. Podemos reescrever a equação (A.1.82) da seguinte maneira

$$V_{ds}^x = R_s I_{ds}^x + L_s \dot{I}_{ds}^x - \omega_x L_s I_{qs}^x + L_m \dot{I}_{dr}^x - \omega_x L_m I_{qr}^x \quad (\text{A.1.83})$$

$$V_{qs}^x = \omega_x L_s I_{ds}^x + R_s I_{qs}^x + L_s \dot{I}_{qs}^x + \omega_x L_m I_{dr}^x + L_m \dot{I}_{qr}^x \quad (\text{A.1.84})$$

$$0 = L_m \dot{I}_{ds}^x - (\omega_x - N_p \omega_r) L_m I_{qs}^x + R_r I_{dr}^x + L_r \dot{I}_{dr}^x - (\omega_x - N_p \omega_r) L_r I_{qr}^x \quad (\text{A.1.85})$$

$$0 = (\omega_x - N_p \omega_r) L_m I_{ds}^x + L_m \dot{I}_{qs}^x + (\omega_x - N_p \omega_r) L_r I_{dr}^x + R_r I_{qr}^x + L_r \dot{I}_{qr}^x \quad (\text{A.1.86})$$

onde ($\dot{}$) significa a derivação da variável.

De (A.1.83) e (A.1.84), obtém-se respectivamente

$$\dot{I}_{ds}^x = -\frac{R_s}{L_s} I_{ds}^x + \omega_x I_{qs}^x - \frac{L_m}{L_s} \dot{I}_{dr}^x + \omega_x \frac{L_m}{L_s} I_{qr}^x + \frac{V_{ds}^x}{L_s} \quad (\text{A.1.87})$$

e

$$\dot{I}_{dr}^x = -\frac{L_m}{L_r} \dot{I}_{ds}^x + (\omega_x - N_p \omega_r) \frac{L_m}{L_r} I_{qs}^x - \frac{R_r}{L_r} I_{dr}^x + (\omega_x - N_p \omega_r) I_{qr}^x \quad (\text{A.1.88})$$

Substituindo-se a equação (A.1.88) em (A.1.87), obtém-se

$$\begin{aligned} \dot{I}_{ds}^x = & -\frac{R_s}{L_s} I_{ds}^x + \omega_x I_{qs}^x - \frac{L_m}{L_s L_r} \left(-L_m \dot{I}_{ds}^x + (\omega_x - N_p \omega_r) L_m I_{qs}^x + \right. \\ & \left. -R_r I_{dr}^x + (\omega_x - N_p \omega_r) L_r I_{qr}^x \right) + \omega_x \frac{L_m}{L_s} I_{qr}^x + \frac{V_{ds}^x}{L_s} \end{aligned} \quad (\text{A.1.89})$$

que pode ser reescrita da seguinte forma

$$\begin{aligned} \dot{I}_{ds}^x \left(1 - \frac{L_m^2}{L_s L_r} \right) = & -\frac{R_s}{L_s} I_{ds}^x + \omega_x I_{qs}^x - (\omega_x - N_p \omega_r) \frac{L_m^2}{L_s L_r} I_{qs}^x + \\ & + \frac{R_r L_m}{L_s L_r} I_{dr}^x - (\omega_x - N_p \omega_r) \frac{L_m}{L_s} I_{qr}^x + \omega_x \frac{L_m}{L_s} I_{qr}^x + \frac{V_{ds}^x}{L_s} \end{aligned} \quad (\text{A.1.90})$$

Definindo-se

$$a_0 \triangleq L_s L_r - L_m^2 \quad (\text{A.1.91})$$

é possível reescrever (A.1.89), obtendo-se

$$\begin{aligned} \dot{I}_{ds}^x = & -\frac{R_s L_r}{a_0} I_{ds}^x + \omega_x \frac{L_s L_r}{a_0} I_{qs}^x - (\omega_x - N_p \omega_r) \frac{L_m^2}{a_0} I_{qs}^x + \frac{R_r L_m}{a_0} I_{dr}^x + \\ & -(\omega_x - N_p \omega_r) \frac{L_m L_r}{a_0} I_{qr}^x + \omega_x \frac{L_m L_r}{a_0} I_{qr}^x + \frac{V_{ds}^x L_r}{a_0} \end{aligned} \quad (\text{A.1.92})$$

de onde,

$$\begin{aligned} \dot{I}_{ds}^x = & -\frac{R_s L_r}{a_0} I_{ds}^x + \left[\omega_x + N_p \omega_r \frac{L_m^2}{a_0} \right] I_{qs}^x + \frac{R_r L_m}{a_0} I_{dr}^x + \\ & + N_p \omega_r \frac{L_m L_r}{a_0} I_{qr}^x + \frac{L_r}{a_0} V_{ds}^x \end{aligned} \quad (\text{A.1.93})$$

Para facilitar o tratamento algébrico das expressões anteriores, foram realizadas as seguintes definições

$$a_1 \triangleq \frac{R_s L_r}{a_0} \quad (\text{A.1.94})$$

$$a_2 \triangleq \frac{L_m^2}{a_0} \quad (\text{A.1.95})$$

$$a_3 \triangleq \frac{R_r L_m}{a_0} \quad (\text{A.1.96})$$

$$a_4 \triangleq \frac{L_r L_m}{a_0} \quad (\text{A.1.97})$$

$$a_5 \triangleq \frac{L_r}{a_0} \quad (\text{A.1.98})$$

Substituindo-se as expressões (A.1.94)-(A.1.98) na equação (A.1.93), obtém-se

$$\dot{I}_{ds}^x = -a_1 I_{ds}^x + [\omega_x + N_p \omega_r a_2] I_{qs}^x + a_3 I_{dr}^x + N_p \omega_r a_4 I_{qr}^x + a_5 V_{ds}^x \quad (\text{A.1.99})$$

Reescrevendo as equações (A.1.84) e (A.1.86), tem-se

$$I_{qs}^x = -\omega_x I_{qs}^x - \frac{R_s}{L_s} I_{qs}^x - \omega_x \frac{L_m}{L_s} I_{dr}^x - \frac{L_m}{L_s} \dot{I}_{qr}^x + \frac{V_{qs}^x}{L_s} \quad (\text{A.1.100})$$

e

$$\dot{I}_{qr}^x = -(\omega_x - N_p \omega_r) \frac{L_m}{L_r} I_{ds}^x - \frac{L_m}{L_r} \dot{I}_{qs}^x - (\omega_x - N_p \omega_r) I_{dr}^x - \frac{R_r}{L_r} I_{qr}^x \quad (\text{A.1.101})$$

Substituindo-se (A.1.101) em (A.1.100),

$$\begin{aligned} \dot{I}_{qs}^x = & -\omega_x I_{ds}^x - \frac{R_s}{L_s} I_{qs}^x - \omega_x \frac{L_m}{L_s} I_{dr}^x - \frac{L_m}{L_s} \left(-(\omega_x - N_p \omega_r) \frac{L_m}{L_r} I_{ds}^x + \right. \\ & \left. - \frac{L_m}{L_r} \dot{I}_{qs}^x - (\omega_x - N_p \omega_r) I_{dr}^x - \frac{R_r}{L_r} I_{qr}^x \right) + \frac{V_{qs}^x}{L_s} \end{aligned} \quad (\text{A.1.102})$$

Utilizando as definições (A.1.91), (A.1.94)-(A.1.98) e aplicando-as na equação (A.1.102), resulta em

$$\dot{I}_{qs}^x = -(\omega_x + N_p \omega_r a_2) I_{ds}^x - a_1 I_{qs}^x - N_p \omega_r a_4 I_{dr}^x + a_3 I_{qr}^x + a_5 V_{qs}^x \quad (\text{A.1.103})$$

Substituindo (A.1.87) em (A.1.88) obtém-se

$$\begin{aligned} \dot{I}_{dr}^x = & -\frac{L_m}{L_r} \left[-\frac{R_s}{L_s} I_{ds}^x + \omega_x I_{qs}^x - \frac{L_m}{L_s} \dot{I}_{dr}^x + \omega_x \frac{L_m}{L_s} I_{qr}^x + \frac{V_{ds}^x}{L_s} \right] + \\ & + (\omega_x - N_p \omega_r) \frac{L_m}{L_r} I_{qs}^x - \frac{R_r}{L_r} I_{dr}^x + (\omega_x - N_p \omega_r) I_{qr}^x \end{aligned} \quad (\text{A.1.104})$$

Substituindo (A.1.92) em (A.1.104),

$$\begin{aligned} \dot{I}_{dr}^x = & \frac{R_s L_m}{a_0} I_{ds}^x - N_p \omega_r \frac{L_s L_m}{a_0} I_{qs}^x - \frac{R_r L_s}{a_0} I_{dr}^x + \\ & + \left(\omega_x - N_p \omega_r \frac{L_s L_r}{a_0} \right) I_{qr}^x - \frac{L_m}{a_0} V_{ds}^x \end{aligned} \quad (\text{A.1.105})$$

Fazendo-se as seguintes definições

$$a_6 \triangleq \frac{R_s L_m}{a_0} \quad (\text{A.1.106})$$

$$a_7 \triangleq \frac{L_s L_m}{a_0} \quad (\text{A.1.107})$$

$$a_8 \triangleq \frac{R_r L_s}{a_0} \quad (\text{A.1.108})$$

$$a_9 \triangleq \frac{L_s L_r}{a_0} \quad (\text{A.1.109})$$

$$a_{10} \triangleq \frac{L_m}{a_0} \quad (\text{A.1.110})$$

É possível reescrever a equação (A.1.105) como

$$\dot{I}_{dr}^x = a_6 I_{ds}^x - N_p \omega_r a_7 I_{qs}^x - a_8 I_{dr}^x + (\omega_x - N_p \omega_r a_9) I_{qr}^x - a_{10} V_{ds}^x \quad (\text{A.1.111})$$

Substituindo-se (A.1.100) em (A.1.101), tem-se

$$\begin{aligned} \dot{I}_{qr}^x = & -(\omega_x - N_p \omega_r) \frac{L_m}{L_r} I_{ds}^x - \frac{L_m}{L_r} \left[-\omega_x I_{ds}^x - \frac{R_s}{L_s} I_{qs}^x - \omega_x \frac{L_m}{L_s} I_{dr}^x + \right. \\ & \left. - \frac{L_m}{L_s} \dot{I}_{qr}^x + \frac{V_{qs}^x}{L_s} \right] - (\omega_x - N_p \omega_r) I_{dr}^x - \frac{R_r}{L_r} I_{qr}^x \end{aligned} \quad (\text{A.1.112})$$

Considerando as expressões (A.1.91) e (A.1.106)-(A.1.110), é possível obter

$$\dot{I}_{qr}^x = N_p \omega_r a_7 I_{ds}^x + a_6 I_{qs}^x + (-\omega_x + N_p \omega_r a_9) I_{dr}^x - a_8 I_{qr}^x - a_{10} V_{qs}^x \quad (\text{A.1.113})$$

Assim, reunindo as equações (A.1.101), (A.1.103), (A.1.111) e (A.1.113) na forma matricial, o modelo por equações de estado do motor de indução trifásico para um referencial genérico é dado por

$$\begin{bmatrix} \dot{I}_{qs}^x \\ I_{ds}^x \\ I_{qr}^x \\ I_{dr}^x \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -a_1 & -(\omega_x + N_p \omega_r a_2) & a_3 & -N_p \omega_r a_4 \\ (\omega_x + N_p \omega_r a_2) & -a_1 & N_p \omega_r a_4 & a_3 \\ a_6 & N_p \omega_r a_7 & -a_8 & (-\omega_x + N_p \omega_r a_9) \\ -N_p \omega_r a_7 & a_6 & (\omega_x - N_p \omega_r a_9) & -a_8 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{qs}^x \\ I_{ds}^x \\ I_{qr}^x \\ I_{dr}^x \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} a_5 & 0 \\ 0 & a_5 \\ -a_{10} & 0 \\ 0 & -a_{10} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_{qs}^x \\ V_{ds}^x \end{bmatrix} \quad (\text{A.1.114})$$

onde, o torque eletromagnético é

$$T_E = N_p L_m (I_{ds}^x I_{qr}^x - I_{dr}^x I_{qs}^x) \quad (\text{A.1.115})$$

A.1.2.7.2. Modelo do motor “corrente-fluxo”

Fazendo o uso das equações (A.1.82) e (A.1.47), obtem-se

$$\begin{bmatrix} V_{qs}^x \\ V_{ds}^x \\ V_{0s}^x \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_s & \omega_x L_s & 0 \\ -\omega_x L_s & R_s & 0 \\ 0 & 0 & R_s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{qs}^x \\ I_{ds}^x \\ I_{0s}^x \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & L_m \omega_x & 0 \\ -L_m \omega_x & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{qr}^x \\ I_{dr}^x \\ I_{0r}^x \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} L_s & 0 & 0 \\ 0 & L_s & 0 \\ 0 & 0 & L_s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{I}_{qs}^x \\ I_{ds}^x \\ I_{0s}^x \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} L_m & 0 & 0 \\ 0 & L_m & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{I}_{qr}^x \\ I_{dr}^x \\ I_{0r}^x \end{bmatrix} \quad (\text{A.1.116})$$

$$\begin{bmatrix} V_{qr}^x \\ V_{dr}^x \\ V_{0r}^x \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_r & 0 & 0 \\ 0 & R_r & 0 \\ 0 & 0 & R_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{qr}^x \\ I_{dr}^x \\ I_{0r}^x \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & (\omega_x - N_p \omega_r) & 0 \\ -(\omega_x - N_p \omega_r) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \lambda_{qr}^x \\ \lambda_{dr}^x \\ \lambda_{0r}^x \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \dot{\lambda}_{qr}^x \\ \dot{\lambda}_{dr}^x \\ \dot{\lambda}_{0r}^x \end{bmatrix} \quad (\text{A.1.117})$$

Rearranjando a equação (A.1.67),

$$\begin{bmatrix} I_{qs}^x \\ I_{ds}^x \\ I_{0s}^x \\ \lambda_{qr}^x \\ \lambda_{dr}^x \\ \lambda_{0r}^x \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ L_m & 0 & 0 & L_r & 0 & 0 \\ 0 & L_m & 0 & 0 & L_r & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & L_{lr} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{qs}^x \\ I_{ds}^x \\ I_{0s}^x \\ I_{qr}^x \\ I_{dr}^x \\ I_{0r}^x \end{bmatrix} \quad (\text{A.1.118})$$

Invertendo a equação (A.1.118),

$$\begin{bmatrix} I_{qs}^x \\ I_{ds}^x \\ I_{0s}^x \\ I_{qr}^x \\ I_{dr}^x \\ I_{0r}^x \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{L_m}{L_r} & 0 & 0 & \frac{1}{L_r} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{L_m}{L_r} & 0 & 0 & \frac{1}{L_r} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{L_{lr}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{qs}^x \\ I_{ds}^x \\ I_{0s}^x \\ \lambda_{qr}^x \\ \lambda_{dr}^x \\ \lambda_{0r}^x \end{bmatrix} \quad (\text{A.1.119})$$

Substituindo (A.1.119) em (A.1.116) e (A.1.117),

$$\begin{bmatrix} I_{qr}^x \\ I_{dr}^x \\ I_{0r}^x \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{L_m}{L_r} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{L_m}{L_r} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{qs}^x \\ I_{ds}^x \\ I_{0s}^x \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{L_r} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{L_r} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{L_{lr}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \lambda_{qr}^x \\ \lambda_{dr}^x \\ \lambda_{0r}^x \end{bmatrix} \quad (\text{A.1.120})$$

$$\begin{bmatrix} V_{qs}^x \\ V_{ds}^x \\ V_{0s}^x \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_s & \omega_x \left(L_s - \frac{L_m^2}{L_r} \right) & 0 \\ -\omega_x \left(L_s - \frac{L_m^2}{L_r} \right) & R_s & 0 \\ 0 & 0 & R_s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{qs}^x \\ I_{ds}^x \\ I_{0s}^x \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & \frac{L_m}{L_r} \omega_x & 0 \\ -\frac{L_m}{L_r} \omega_x & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \lambda_{qr}^x \\ \lambda_{dr}^x \\ \lambda_{0r}^x \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} L_s - \frac{L_m^2}{L_r} & 0 & 0 \\ 0 & L_s - \frac{L_m^2}{L_r} & 0 \\ 0 & 0 & L_{ls} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{I}_{qs}^x \\ \dot{I}_{ds}^x \\ \dot{I}_{0s}^x \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{L_m}{L_r} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{L_m}{L_r} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\lambda}_{qr}^x \\ \dot{\lambda}_{dr}^x \\ \dot{\lambda}_{0r}^x \end{bmatrix} \quad (\text{A.1.121})$$

$$\begin{bmatrix} V_{qr}^x \\ V_{dr}^x \\ V_{0r}^x \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{R_r L_m}{L_r} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{R_r L_m}{L_r} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{qs}^x \\ I_{ds}^x \\ I_{0s}^x \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{R_r}{L_r} & (\omega_x - N_p \omega_r) & 0 \\ -(\omega_x - N_p \omega_r) & \frac{R_r}{L_r} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{R_r}{L_r} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \lambda_{qr}^x \\ \lambda_{dr}^x \\ \lambda_{0r}^x \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \dot{\lambda}_{qr}^x \\ \dot{\lambda}_{dr}^x \\ \dot{\lambda}_{0r}^x \end{bmatrix} \quad (\text{A.1.122})$$

Organizando as equações (A.1.119) e (A.1.121) em uma equação matricial, na qual é desconsiderada a seqüência zero, para N_p pares de pólos,

$$\begin{bmatrix} V_{qs}^x \\ V_{ds}^x \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_s & \omega_x \left(L_s - \frac{L_m^2}{L_r} \right) & 0 & \frac{L_m}{L_r} \omega_x \\ -\omega_x \left(L_s - \frac{L_m^2}{L_r} \right) & R_s & -\frac{L_m}{L_r} \omega_x & 0 \\ -\frac{R_r L_m}{L_r} & 0 & \frac{R_r}{L_r} & (\omega_x - N_p \omega_r) \\ 0 & -\frac{R_r L_m}{L_r} & -(\omega_x - N_p \omega_r) & \frac{R_r}{L_r} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{qs}^x \\ I_{ds}^x \\ \lambda_{qr}^x \\ \lambda_{dr}^x \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} L_s - \frac{L_m^2}{L_r} & 0 & \frac{L_m}{L_r} & 0 \\ 0 & L_s - \frac{L_m^2}{L_r} & 0 & \frac{L_m}{L_r} \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{I}_{qs}^x \\ \dot{I}_{ds}^x \\ \dot{\lambda}_{qr}^x \\ \dot{\lambda}_{dr}^x \end{bmatrix} \quad (\text{A.1.123})$$

Pode-se então, desmembrar a equação (A.1.123) com o intuito de obter o modelo correntes estáticas – fluxo rotórico,

$$V_{qs}^x = R_s I_{qs}^x + \omega_x \left(L_s - \frac{L_m^2}{L_r} \right) I_{ds}^x + \frac{L_m}{L_r} \omega_x \lambda_{dr}^x + \left(L_s - \frac{L_m^2}{L_r} \right) \dot{I}_{qs}^x + \frac{L_m}{L_r} \dot{\lambda}_{qr}^x \quad (\text{A.1.124})$$

$$V_{ds}^x = R_s I_{ds}^x - \omega_x \left(L_s - \frac{L_m^2}{L_r} \right) I_{qs}^x - \frac{L_m}{L_r} \omega_x \lambda_{qr}^x + \left(L_s - \frac{L_m^2}{L_r} \right) \dot{I}_{ds}^x + \frac{L_m}{L_r} \dot{\lambda}_{dr}^x \quad (\text{A.1.125})$$

$$0 = -\frac{R_r L_m}{L_r} I_{qs}^x + \frac{R_r}{L_r} \lambda_{qr}^x + (\omega_x - N_p \omega_r) \lambda_{dr}^x + \dot{\lambda}_{qr}^x \quad (\text{A.1.126})$$

$$0 = -\frac{R_r L_m}{L_r} I_{ds}^x - (\omega_x - N_p \omega_r) \lambda_{qr}^x + \frac{R_r}{L_r} \lambda_{dr}^x + \dot{\lambda}_{dr}^x \quad (\text{A.1.127})$$

Com isso pode-se isolar as derivadas dos fluxos rotóricos das equações (A.1.126) e (A.1.127),

$$\dot{\lambda}_{qr}^x = \frac{R_r L_m}{L_r} I_{qs}^x - \frac{R_r}{L_r} \lambda_{qr}^x - (\omega_x - N_p \omega_r) \lambda_{dr}^x \quad (\text{A.1.128})$$

$$\dot{\lambda}_{dr}^x = \frac{R_r L_m}{L_r} I_{ds}^x + (\omega_x - N_p \omega_r) \lambda_{qr}^x - \frac{R_r}{L_r} \lambda_{dr}^x \quad (\text{A.1.129})$$

Definindo-se

$$a_{11} \triangleq \frac{R_r}{L_r} \quad (\text{A.1.130})$$

Com isso,

$$\dot{\lambda}_{qr}^x = a_{11} L_m I_{qs}^x - a_{11} \lambda_{qr}^x - (\omega_x - N_p \omega_r) \lambda_{dr}^x \quad (\text{A.1.131})$$

$$\dot{\lambda}_{dr}^x = a_{11} L_m I_{ds}^x + (\omega_x - N_p \omega_r) \lambda_{qr}^x - a_{11} \lambda_{dr}^x \quad (\text{A.1.132})$$

Isolam-se as derivadas das correntes estatóricas das equações (A.1.124), (A.1.125) e combinando-se com a equação (A.1.109),

$$\dot{I}_{qs}^x = -a_9 \frac{R_s}{L_s} I_{qs}^x - \omega_x I_{ds}^x - a_9 \frac{L_m}{L_s L_r} \omega_x \lambda_{dr}^x - a_9 \frac{L_m}{L_s L_r} \dot{\lambda}_{qr}^x + \frac{a_9}{L_s} V_{qs}^x \quad (\text{A.1.133})$$

$$\dot{I}_{ds}^x = \omega_x I_{qs}^x - a_9 \frac{R_s}{L_s} I_{ds}^x + a_9 \frac{L_m}{L_s L_r} \omega_x \lambda_{qr}^x - a_9 \frac{L_m}{L_s L_r} \dot{\lambda}_{dr}^x + \frac{a_9}{L_s} V_{ds}^x \quad (\text{A.1.134})$$

Substituindo (A.1.131) e (A.1.132) em (A.1.133) e (A.1.134), respectivamente,

$$\dot{I}_{qs}^x = -\left(a_9 \frac{R_s}{L_s} + (a_9 - 1) a_{11} \right) I_{qs}^x - \omega_x I_{ds}^x + a_9 a_{11} \frac{L_m}{L_s L_r} \lambda_{qr}^x - a_9 \frac{L_m}{L_s L_r} N_p \omega_r \lambda_{dr}^x + \frac{a_9}{L_s} V_{qs}^x \quad (\text{A.1.135})$$

$$\dot{I}_{ds}^x = \omega_x I_{qs}^x - \left(a_9 \frac{R_s}{L_s} + (a_9 - 1) a_{11} \right) I_{ds}^x + a_9 \frac{L_m}{L_s L_r} N_p \omega_r \lambda_{qr}^x + a_9 a_{11} \frac{L_m}{L_s L_r} \lambda_{dr}^x + \frac{a_9}{L_s} V_{ds}^x \quad (\text{A.1.136})$$

Fazendo as seguintes definições:

$$a_{12} \triangleq \left(a_9 \frac{R_s}{L_s} + (a_9 - 1) a_{11} \right) \quad (\text{A.1.137})$$

$$a_{13} \triangleq a_9 \frac{L_m}{L_s L_r} \quad (\text{A.1.138})$$

$$a_{14} \triangleq \frac{a_9}{L_s} \quad (\text{A.1.139})$$

pode-se reescrever as equações (A.1.135) e (A.1.136),

$$\dot{I}_{qs}^x = -a_{12} I_{qs}^x - \omega_x I_{ds}^x + a_{11} a_{13} \lambda_{qr}^x - a_{13} N_p \omega_r \lambda_{dr}^x + a_{14} V_{qs}^x \quad (\text{A.1.140})$$

$$\dot{I}_{ds}^x = \omega_x I_{qs}^x - a_{12} I_{ds}^x + a_{13} N_p \omega_r \lambda_{qr}^x + a_{11} a_{13} \lambda_{dr}^x + a_{14} V_{ds}^x \quad (\text{A.1.141})$$

Logo, a partir das equações (A.1.131), (A.1.132), (A.1.140) e (A.1.141), reunidas matricialmente, pode-se representar o modelo Corrente-Fluxo em variáveis de estado para um motor de indução do tipo gaiola de esquilo,

$$\begin{aligned}
\begin{bmatrix} \dot{I}_{qs}^x \\ \dot{I}_{ds}^x \\ \dot{\lambda}_{qr}^x \\ \dot{\lambda}_{dr}^x \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} -a_{12} & -\omega_x & a_{11}a_{13} & -N_p\omega_r a_{13} \\ \omega_x & -a_{12} & N_p\omega_r a_{13} & a_{11}a_{13} \\ a_{11}L_m & 0 & -a_{11} & -(\omega_x - N_p\omega_r a_9) \\ 0 & a_{11}L_m & (\omega_x - N_p\omega_r a_9) & -a_{11} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{qs}^x \\ I_{ds}^x \\ \lambda_{qr}^x \\ \lambda_{dr}^x \end{bmatrix} + \\
&+ \begin{bmatrix} a_{14} & 0 \\ 0 & a_{14} \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_{qs}^x \\ V_{ds}^x \end{bmatrix} \quad (\text{A.1.142})
\end{aligned}$$

A.1.2.7.3. Modelo do motor “fluxos”

Para implementação de um observador de fluxo torna-se conveniente representar o motor de indução tendo como variáveis de estado os fluxos do estator e do rotor, pois são estas as variáveis que devem ser estimadas.

A partir da equação (A.1.68) combinada com a definição (A.1.91), tem-se

$$\begin{bmatrix} I_{qs} \\ I_{ds} \\ I_{0s} \\ I_{qr} \\ I_{dr} \\ I_{0r} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{L_r}{a_0} & 0 & 0 & -\frac{L_m}{a_0} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{L_r}{a_0} & 0 & 0 & -\frac{L_m}{a_0} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{L_{ls}} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{L_m}{a_0} & 0 & 0 & \frac{L_s}{a_0} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{L_m}{a_0} & 0 & 0 & \frac{L_s}{a_0} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{L_{ls}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \lambda_{qs} \\ \lambda_{ds} \\ \lambda_{0s} \\ \lambda_{qr} \\ \lambda_{dr} \\ \lambda_{0r} \end{bmatrix} \quad (\text{A.1.143})$$

Substituindo (A.1.143) e sua derivada em (A.1.82),

$$\begin{bmatrix} V_{qs}^x \\ V_{ds}^x \\ V_{0s}^x \\ V_{qr}^x \\ V_{dr}^x \\ V_{0r}^x \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{R_s L_r}{a_0} & 0 & 0 & -\frac{R_s L_m}{a_0} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{R_s L_r}{a_0} & 0 & 0 & -\frac{R_s L_m}{a_0} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{R_s}{L_s} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{R_r L_m}{a_0} & 0 & 0 & \frac{R_r L_s}{a_0} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{R_r L_m}{a_0} & 0 & 0 & \frac{R_r L_s}{a_0} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{R_r}{L_r} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \lambda_{qs}^x \\ \lambda_{ds}^x \\ \lambda_{0s}^x \\ \lambda_{qr}^x \\ \lambda_{dr}^x \\ \lambda_{0r}^x \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \dot{\lambda}_{qs}^x \\ \dot{\lambda}_{ds}^x \\ \dot{\lambda}_{0s}^x \\ \dot{\lambda}_{qr}^x \\ \dot{\lambda}_{dr}^x \\ \dot{\lambda}_{0r}^x \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & -\omega_x & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \omega_x & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -(\omega_x - N_p \omega_r) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & (\omega_x - N_p \omega_r) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \lambda_{qs}^x \\ \lambda_{ds}^x \\ \lambda_{0s}^x \\ \lambda_{qr}^x \\ \lambda_{dr}^x \\ \lambda_{0r}^x \end{bmatrix} \quad (\text{A.1.144})$$

Rearranjando (A.1.144),

$$\begin{bmatrix} V_{qs}^x \\ V_{ds}^x \\ V_{0s}^x \\ V_{qr}^x \\ V_{dr}^x \\ V_{0r}^x \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{R_s L_r}{a_0} & \omega_x & 0 & -\frac{R_s L_m}{a_0} & 0 & 0 \\ -\omega_x & \frac{R_s L_r}{a_0} & 0 & 0 & -\frac{R_s L_m}{a_0} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{R_s}{L_s} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{R_r L_m}{a_0} & 0 & 0 & \frac{R_r L_s}{a_0} & (\omega_x - N_p \omega_r) & 0 \\ 0 & -\frac{R_r L_m}{a_0} & 0 & -(\omega_x - N_p \omega_r) & \frac{R_r L_s}{a_0} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{R_r}{L_r} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \lambda_{qs}^x \\ \lambda_{ds}^x \\ \lambda_{0s}^x \\ \lambda_{qr}^x \\ \lambda_{dr}^x \\ \lambda_{0r}^x \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \dot{\lambda}_{qs}^x \\ \dot{\lambda}_{ds}^x \\ \dot{\lambda}_{0s}^x \\ \dot{\lambda}_{qr}^x \\ \dot{\lambda}_{dr}^x \\ \dot{\lambda}_{0r}^x \end{bmatrix} \quad (\text{A.1.145})$$

Isolando a derivada dos fluxos

$$\begin{bmatrix} \dot{\lambda}_{qs}^x \\ \dot{\lambda}_{ds}^x \\ \dot{\lambda}_{0s}^x \\ \dot{\lambda}_{qr}^x \\ \dot{\lambda}_{dr}^x \\ \dot{\lambda}_{0r}^x \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{R_s L_r}{a_0} & -\omega_x & 0 & \frac{R_s L_m}{a_0} & 0 & 0 \\ \omega_x & -\frac{R_s L_r}{a_0} & 0 & 0 & \frac{R_s L_m}{a_0} & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{R_s}{L_{ls}} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{R_r L_m}{a_0} & 0 & 0 & -\frac{R_r L_s}{a_0} & -(\omega_x - N_p \omega_r) & 0 \\ 0 & \frac{R_r L_m}{a_0} & 0 & (\omega_x - N_p \omega_r) & -\frac{R_r L_s}{a_0} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{R_r}{L_{lr}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \lambda_{qs}^x \\ \lambda_{ds}^x \\ \lambda_{0s}^x \\ \lambda_{qr}^x \\ \lambda_{dr}^x \\ \lambda_{0r}^x \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} V_{qs}^x \\ V_{ds}^x \\ V_{0s}^x \\ V_{qr}^x \\ V_{dr}^x \\ V_{0r}^x \end{bmatrix} \quad (\text{A.1.146})$$

Pode-se a partir de (A.1.146) obter as seguintes equações

$$\dot{\lambda}_{qs}^x = -\frac{R_s L_r}{a_0} \lambda_{qs}^x - \omega_x \lambda_{ds}^x + \frac{R_s L_m}{a_0} \lambda_{qr}^x + V_{qs}^x \quad (\text{A.1.147})$$

$$\dot{\lambda}_{ds}^x = \omega_x \lambda_{qs}^x - \frac{R_s L_r}{a_0} \lambda_{ds}^x + \frac{R_s L_m}{a_0} \lambda_{dr}^x + V_{ds}^x \quad (\text{A.1.148})$$

Aplicando as definições (A.1.94) e (A.1.106) em (A.1.147) e (A.1.148),

$$\dot{\lambda}_{qs}^x = -a_1 \lambda_{qs}^x - \omega_x \lambda_{ds}^x + a_6 \lambda_{qr}^x + V_{qs}^x \quad (\text{A.1.149})$$

$$\dot{\lambda}_{ds}^x = \omega_x \lambda_{qs}^x - a_1 \lambda_{ds}^x + a_6 \lambda_{dr}^x + V_{ds}^x \quad (\text{A.1.150})$$

Com isso, a partir das equações (A.1.131), (A.1.132), (A.1.149) e (A.1.150), pode-se obter o modelo dos “fluxos”

$$\begin{bmatrix} \dot{\lambda}_{qs}^x \\ \dot{\lambda}_{ds}^x \\ \dot{\lambda}_{qr}^x \\ \dot{\lambda}_{0r}^x \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -a_1 & -\omega_x & a_6 & 0 \\ \omega_x & -a_1 & 0 & a_6 \\ 0 & 0 & -a_{11} & -(\omega_x - N_p \omega_r) \\ 0 & 0 & (\omega_x - a_9 N_p \omega_r) & -a_{11} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & a_{11} L_m & 0 \\ 0 & 0 & 0 & a_{11} L_m \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_{qs}^x \\ V_{ds}^x \\ I_{qs}^x \\ I_{ds}^x \end{bmatrix} \quad (\text{A.1.151})$$

A.1.2.8. Modelo simplificado da máquina de indução trifásica

Utilizando-se as equações (A.1.42), (A.1.58) e (A.1.67), é possível encontrar um modelo que facilite a interpretação do sistema para o referencial rotórico. Para isto, são desconsideradas as componentes de sequência zero.

$$[V_{qd0s}^r] = [R_s] \cdot [I_{qd0s}^r] + [\dot{\lambda}_{qd0s}^r] - \omega_x \cdot [H] \cdot [\lambda_{qd0s}^r] \quad (\text{A.1.152})$$

$$[V_{qd0r}^r] = [R_r] \cdot [I_{qd0r}^r] + \frac{d}{dt} [\lambda_{qd0r}^r] - (\omega_x - N_p \omega_r) \cdot [H] \cdot [\lambda_{qd0r}^r] \quad (\text{A.1.153})$$

$$\begin{bmatrix} \lambda_{qs}^r \\ \lambda_{ds}^r \\ \lambda_{qr}^r \\ \lambda_{dr}^r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_s & 0 & L_m & 0 \\ 0 & L_s & 0 & L_m \\ L_m & 0 & L_r & 0 \\ 0 & L_m & 0 & L_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{qs}^r \\ I_{ds}^r \\ I_{qr}^r \\ I_{dr}^r \end{bmatrix} \quad (\text{A.1.154})$$

Isolando I_{qdr}^r em função de λ_{qds}^r e I_{qds}^r na equação (A.1.154), tem-se

$$\begin{bmatrix} I_{qr}^r \\ I_{dr}^r \end{bmatrix} = \frac{1}{L_m} \cdot \begin{bmatrix} \lambda_{qs}^r \\ \lambda_{ds}^r \end{bmatrix} - \frac{L_s}{L_m} \cdot \begin{bmatrix} I_{qs}^r \\ I_{ds}^r \end{bmatrix} \quad (\text{A.1.155})$$

Manipulando as equações (A.1.154) e (A.1.155), pode-se obter

$$\begin{bmatrix} \lambda_{qs}^r \\ \lambda_{ds}^r \end{bmatrix} = \frac{L_m}{L_r} \cdot \begin{bmatrix} \lambda_{qr}^r \\ \lambda_{dr}^r \end{bmatrix} - \frac{L_m^2 - L_s \cdot L_r}{L_r} \cdot \begin{bmatrix} I_{qs}^r \\ I_{ds}^r \end{bmatrix} \quad (\text{A.1.156})$$

Utilizando o rotor como referência, as tensões rotóricas são iguais a zero, logo (A.1.153) pode ser reescrita da seguinte maneira

$$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} = R_r \cdot \begin{bmatrix} I_{qr}^r \\ I_{dr}^r \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \dot{\lambda}_{qr}^r \\ \dot{\lambda}_{dr}^r \end{bmatrix} - (\omega_x - \omega_r) \cdot \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \lambda_{qr}^r \\ \lambda_{dr}^r \end{bmatrix} \quad (\text{A.1.157})$$

Substituindo (A.1.155) em (A.1.157)

$$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \frac{R_r}{L_m} \cdot \begin{bmatrix} \lambda_{qr}^r \\ \lambda_{dr}^r \end{bmatrix} - \frac{R_r \cdot L_s}{L_m} \cdot \begin{bmatrix} I_{qs}^r \\ I_{ds}^r \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \dot{\lambda}_{qr}^r \\ \dot{\lambda}_{dr}^r \end{bmatrix} - (\omega_x - \omega_r) \cdot \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \lambda_{qr}^r \\ \lambda_{dr}^r \end{bmatrix} \quad (\text{A.1.158})$$

A partir da equação (A.1.154) e substituindo em (A.1.158), tem-se

$$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \frac{R_r}{L_m} \cdot \begin{bmatrix} \lambda_{qr}^r \\ \lambda_{dr}^r \end{bmatrix} - \frac{R_r \cdot L_s}{L_m} \cdot \begin{bmatrix} I_{qs}^r \\ I_{ds}^r \end{bmatrix} + \frac{L_r}{L_m} \cdot \begin{bmatrix} \dot{\lambda}_{qs}^r \\ \dot{\lambda}_{ds}^r \end{bmatrix} + \frac{L_m^2 - L_r \cdot L_s}{L_m} \cdot \begin{bmatrix} I_{qs}^r \\ I_{ds}^r \end{bmatrix} - (\omega_x - \omega_r) \cdot \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \lambda_{qr}^r \\ \lambda_{dr}^r \end{bmatrix} \quad (\text{A.1.159})$$

Substituindo (A.1.156) e sua derivada em (A.1.159),

$$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \frac{R_r}{L_r} \cdot \begin{bmatrix} \lambda_{qr}^r \\ \lambda_{dr}^r \end{bmatrix} - \frac{R_r \cdot L_m}{L_r} \cdot \begin{bmatrix} I_{qs}^r \\ I_{ds}^r \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \dot{\lambda}_{qr}^r \\ \dot{\lambda}_{dr}^r \end{bmatrix} - (\omega_x - \omega_r) \cdot \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \lambda_{qr}^r \\ \lambda_{dr}^r \end{bmatrix} \quad (\text{A.1.160})$$

Reescrevendo (A.1.160),

$$\begin{bmatrix} \dot{\lambda}_{qr}^r \\ \dot{\lambda}_{dr}^r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{R_r \cdot L_m}{L_r} & 0 & -\frac{R_r}{L_r} & -(\omega_x - \omega_r) \\ 0 & \frac{R_r \cdot L_m}{L_r} & -(\omega_x - \omega_r) & -\frac{R_r}{L_r} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{qs}^r \\ I_{ds}^r \\ \lambda_{qr}^r \\ \lambda_{dr}^r \end{bmatrix} \quad (\text{A.1.161})$$

Isolando a derivada dos fluxos de (A.1.152),

$$\begin{bmatrix} \dot{\lambda}_{qs}^r \\ \dot{\lambda}_{ds}^r \end{bmatrix} = -R_s \cdot \begin{bmatrix} I_{qs}^r \\ I_{ds}^r \end{bmatrix} + \omega_x \cdot \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \lambda_{qs}^r \\ \lambda_{ds}^r \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} V_{qs}^r \\ V_{ds}^r \end{bmatrix} \quad (\text{A.1.162})$$

Reorganizando (A.1.154) e substituindo em (A.1.162),

$$\begin{bmatrix} \dot{\lambda}_{qs}^r \\ \dot{\lambda}_{ds}^r \end{bmatrix} = -R_s \cdot \begin{bmatrix} I_{qs}^r \\ I_{ds}^r \end{bmatrix} - \omega_x \cdot \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \cdot \left(\frac{L_m}{L_r} \cdot \begin{bmatrix} \lambda_{qr}^r \\ \lambda_{dr}^r \end{bmatrix} - \frac{L_m^2 - L_r \cdot L_s}{L_r} \cdot \begin{bmatrix} I_{qs}^r \\ I_{ds}^r \end{bmatrix} \right) + \begin{bmatrix} V_{qs}^r \\ V_{ds}^r \end{bmatrix} \quad (\text{A.1.163})$$

A partir das equações (A.1.156) e (A.1.163), substituídas em (A.1.159), tem-se

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \dot{I}_{qs}^r \\ \dot{I}_{ds}^r \end{bmatrix} &= -\frac{R_r}{L_r} \cdot \left(\frac{L_m}{L_m^2 - L_r \cdot L_s} \right) \cdot \begin{bmatrix} \lambda_{qr}^r \\ \lambda_{dr}^r \end{bmatrix} + \frac{R_r \cdot L_m}{L_r} \cdot \left(\frac{L_m}{L_m^2 - L_r \cdot L_s} \right) \cdot \begin{bmatrix} I_{qs}^r \\ I_{ds}^r \end{bmatrix} + \\ &+ L_r \cdot R_s \cdot \left(\frac{1}{L_m^2 - L_r \cdot L_s} \right) \cdot \begin{bmatrix} I_{qs}^r \\ I_{ds}^r \end{bmatrix} - \omega_x \cdot \begin{bmatrix} I_{ds}^r \\ -I_{qs}^r \end{bmatrix} - L_r \cdot \left(\frac{1}{L_m^2 - L_r \cdot L_s} \right) \cdot \begin{bmatrix} V_{qs}^r \\ V_{ds}^r \end{bmatrix} + \\ &- \omega_r \cdot \left(\frac{L_m}{L_m^2 - L_r \cdot L_s} \right) \cdot \begin{bmatrix} -\lambda_{dr}^r \\ \lambda_{qr}^r \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (\text{A.1.164})$$

Para simplificar e melhor visualizar, considera-se

$$\tau_R = \frac{L_r}{R_r} \quad (\text{A.1.165})$$

Substituindo (A.1.68) e (A.1.165) em (A.1.164),

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \dot{I}_{qs}^r \\ \dot{I}_{ds}^r \end{bmatrix} &= \frac{L_m}{\tau_R \cdot L_r \cdot L_s \cdot \sigma} \cdot \begin{bmatrix} \lambda_{qr}^r \\ \lambda_{dr}^r \end{bmatrix} - \frac{L_m^2}{\tau_R \cdot L_r \cdot L_s \cdot \sigma} \cdot \begin{bmatrix} I_{qs}^r \\ I_{ds}^r \end{bmatrix} + \\ &- \frac{R_s}{L_s \cdot \sigma} \cdot \begin{bmatrix} I_{qs}^r \\ I_{ds}^r \end{bmatrix} - \omega_x \cdot \begin{bmatrix} I_{ds}^r \\ -I_{qs}^r \end{bmatrix} + \frac{1}{L_s \cdot \sigma} \cdot \begin{bmatrix} V_{qs}^r \\ V_{ds}^r \end{bmatrix} + \\ &+ \frac{\omega_r \cdot L_m}{L_r \cdot L_s \cdot \sigma} \cdot \begin{bmatrix} -\lambda_{dr}^r \\ \lambda_{qr}^r \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (\text{A.1.166})$$

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \dot{I}_{qs}^r \\ I_{ds}^r \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} -\frac{R_s}{L_s \cdot \sigma} - \frac{L_m^2}{\tau_R \cdot L_r \cdot L_s \cdot \sigma} & -\omega_x \\ \omega_x & -\frac{R_s}{L_s \cdot \sigma} - \frac{L_m^2}{\tau_R \cdot L_r \cdot L_s \cdot \sigma} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} I_{qs}^r \\ I_{ds}^r \end{bmatrix} + \\ &+ \begin{bmatrix} \frac{L_m}{\tau_R \cdot L_r \cdot L_s \cdot \sigma} & -\frac{\omega_r \cdot L_m}{L_r \cdot L_s \cdot \sigma} \\ \frac{\omega_r \cdot L_m}{L_r \cdot L_s \cdot \sigma} & \frac{L_m}{\tau_R \cdot L_r \cdot L_s \cdot \sigma} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \lambda_{qr}^r \\ \lambda_{dr}^r \end{bmatrix} + \frac{1}{L_s \cdot \sigma} \cdot \begin{bmatrix} V_{qs}^r \\ V_{ds}^r \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (\text{A.1.167})$$

Considera-se o eixo de coordenadas d alinhado com o fluxo rotórico, então

$$\begin{bmatrix} \lambda_{qr}^r \\ \lambda_{dr}^r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ \lambda_{dr}^r \end{bmatrix} \quad (\text{A.1.168})$$

Logo, a partir de (A.1.167),

$$\dot{I}_{ds}^r = \left(-\frac{R_s}{L_s \cdot \sigma} - \frac{L_m^2}{\tau_R \cdot L_r \cdot L_s \cdot \sigma} \right) I_{ds}^r + \omega_x \cdot I_{qs}^r + \left(\frac{L_m}{\tau_R \cdot L_r \cdot L_s \cdot \sigma} \right) \cdot \lambda_{dr}^r + \frac{V_{ds}^r}{L_s \cdot \sigma} \quad (\text{A.1.169})$$

Substituindo (A.1.168) em (A.1.156),

$$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} = R_r \cdot \begin{bmatrix} I_{qr}^r \\ I_{dr}^r \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \dot{0} \\ \lambda_{dr}^r \end{bmatrix} - (\omega_x - \omega_r) \cdot \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ \lambda_{dr}^r \end{bmatrix} \quad (\text{A.1.170})$$

Isolando I_{qdr}^r de (A.1.153),

$$\begin{bmatrix} I_{qr}^r \\ I_{dr}^r \end{bmatrix} = \frac{1}{L_r} \cdot \begin{bmatrix} \lambda_{qr}^r \\ \lambda_{dr}^r \end{bmatrix} - \frac{L_m}{L_r} \cdot \begin{bmatrix} I_{qs}^r \\ I_{ds}^r \end{bmatrix} \quad (\text{A.1.171})$$

Substituindo (A.1.171) em (A.1.170)

$$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \frac{R_r}{L_r} \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ \lambda_{dr}^r \end{bmatrix} - \frac{L_m \cdot R_r}{L_r} \cdot \begin{bmatrix} I_{qs}^r \\ I_{ds}^r \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \dot{0} \\ \lambda_{dr}^r \end{bmatrix} - (\omega_x - \omega_r) \cdot \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ \lambda_{dr}^r \end{bmatrix} \quad (\text{A.1.172})$$

Desmembrando em eixos q e d , respectivamente, tem-se

$$0 = -\frac{L_m \cdot R_r}{L_r} \cdot I_{qs}^r + (\omega_x - \omega_r) \cdot \lambda_{dr}^r \quad (\text{A.1.173})$$

$$0 = \frac{R_r}{L_r} \cdot \lambda_{dr}^r - \frac{L_m \cdot R_r}{L_r} \cdot I_{ds}^r + \dot{\lambda}_{dr}^r \quad (\text{A.1.174})$$

A partir de (A.1.174), e como em regime permanente I_{ds}^r é constante, com isso

$$\lambda_{dr}^r = L_m \cdot I_{ds}^r \quad (\text{A.1.175})$$

Substituindo (A.1.175) em (A.1.172)

$$0 = -\frac{L_m \cdot R_r}{L_r} \cdot I_{qs}^r + (\omega_x - \omega_r) \cdot L_m \cdot I_{ds}^r \quad (\text{A.1.176})$$

Pode-se, então, obter a velocidade síncrona ω_x ,

$$\omega_x = \omega_r + \frac{R_r \cdot I_{qs}^r}{L_r \cdot I_{ds}^r} \quad (\text{A.1.177})$$

onde o escorregamento pode ser dado por

$$S = (\omega_x - \omega_r) = \frac{R_r \cdot I_{qs}^r}{L_r \cdot I_{ds}^r} \quad (\text{A.1.178})$$

Substituindo (A.1.175) em (A.1.169)

$$\dot{I}_{ds}^r = \left(-\frac{R_s}{L_s \cdot \sigma} - \frac{L_m^2}{\tau_R \cdot L_r \cdot L_s \cdot \sigma} \right) \cdot I_{ds}^r + \omega_x \cdot I_{qs}^r + \left(\frac{L_m}{\tau_R \cdot L_r \cdot L_s \cdot \sigma} \right) \cdot L_m \cdot I_{ds}^r + \frac{V_{ds}^r}{L_s \cdot \sigma} \quad (\text{A.1.179})$$

Simplificando,

$$\dot{I}_{ds}^r = -\frac{R_s}{L_s \cdot \sigma} \cdot I_{ds}^r + \omega_x \cdot I_{qs}^r + \frac{V_{ds}^r}{L_s \cdot \sigma} \quad (\text{A.1.180})$$

Aplicando a transformada de Laplace à equação anterior,

$$I_{ds}^r(s) \cdot (L_s \cdot \sigma \cdot s + R_s) = L_s \cdot \sigma \cdot \omega_x \cdot I_{qs}^r(s) + V_{ds}^r(s) \quad (\text{A.1.181})$$

Reorganizando

$$\frac{I_{ds}^r(s)}{L_s \cdot \sigma \cdot \omega_x \cdot I_{qs}^r(s) + V_{ds}^r(s)} = \frac{1}{(L_s \cdot \sigma \cdot s + R_s)} \quad (\text{A.1.182})$$

A partir da equação (A.1.160)

$$\dot{\lambda}_{qr}^r = \left(\frac{R_r \cdot L_m}{L_r} \right) \cdot I_{qs}^r - \frac{R_r}{L_r} \cdot \lambda_{qr}^r - (\omega_x - \omega_r) \cdot \lambda_{dr}^r \quad (\text{A.1.183})$$

E através de (A.1.167), obtem-se

$$\dot{I}_{qs}^r = \left(-\frac{R_s}{L_s \cdot \sigma} - \frac{L_m^2}{\tau_R \cdot L_r \cdot L_s \cdot \sigma} \right) \cdot I_{qs}^r - \omega_x \cdot I_{ds}^r - \left(\frac{\omega_r \cdot L_m}{L_r \cdot L_s \cdot \sigma} \right) \cdot \lambda_{dr}^r + \frac{V_{qs}^r}{L_s \cdot \sigma} \quad (\text{A.1.184})$$

Como $\dot{\lambda}_{qr}^r$ e λ_{qr}^r são nulos, pode-se rescrever (A.1.183):

$$I_{qs}^r = \frac{\tau_R \cdot (\omega_x - \omega_r)}{L_m} \cdot \lambda_{dr}^r \quad (\text{A.1.185})$$

Substituindo (A.1.185) em (A.1.184),

$$\begin{aligned} \dot{I}_{qs}^r = & -\omega_x \cdot I_{ds}^r - \frac{R_s}{L_s \cdot \sigma} \cdot I_{qs}^r - \frac{L_m^2}{\tau_R \cdot L_r \cdot L_s \cdot \sigma} \cdot \left(\frac{\tau_R \cdot (\omega_x - \omega_r)}{L_m} \cdot \lambda_{dr}^r \right) + \\ & - \left(\frac{\omega_r \cdot L_m}{L_r \cdot L_s \cdot \sigma} \right) \cdot \lambda_{dr}^r + \frac{V_{qs}^r}{L_s \cdot \sigma} \end{aligned} \quad (\text{A.1.186})$$

Reescrevendo (A.1.186),

$$L_s \cdot \sigma \cdot \dot{I}_{qs}^r = -L_s \cdot \sigma \cdot \omega_x \cdot I_{ds}^r - R_s \cdot I_{qs}^r - \frac{L_m \cdot \omega_x}{L_r} \cdot \lambda_{dr}^r + V_{qs}^r \quad (\text{A.1.187})$$

Considerando-se que λ_{dr}^r é constante, o valor de $\frac{L_m \cdot \omega_x}{L_r} \cdot \lambda_{dr}^r$ pode ser interpretado como sendo um distúrbio de torque. Desconsiderando esse valor e aplicando a transformada de Laplace em (A.1.187), então

$$I_{qs}^r(s) \cdot (L_s \cdot \sigma \cdot s + R_s) = -L_s \cdot \sigma \cdot \omega_x \cdot I_{ds}^r(s) + V_{qs}^r(s) \quad (\text{A.1.188})$$

Reorganizando (A.1.188),

$$\frac{I_{qs}^r(s)}{V_{qs}^r(s) - L_s \cdot \sigma \cdot \omega_x \cdot I_{ds}^r(s)} = \frac{1}{(L_s \cdot \sigma \cdot s + R_s)} \quad (\text{A.1.189})$$

A partir das equações (A.1.182) e (A.1.189), pode-se encontrar o diagrama de blocos do modelo simplificado da parte elétrica do motor de indução com acoplamento independente da velocidade síncrona, conforme demonstrado na Figura A.1.4

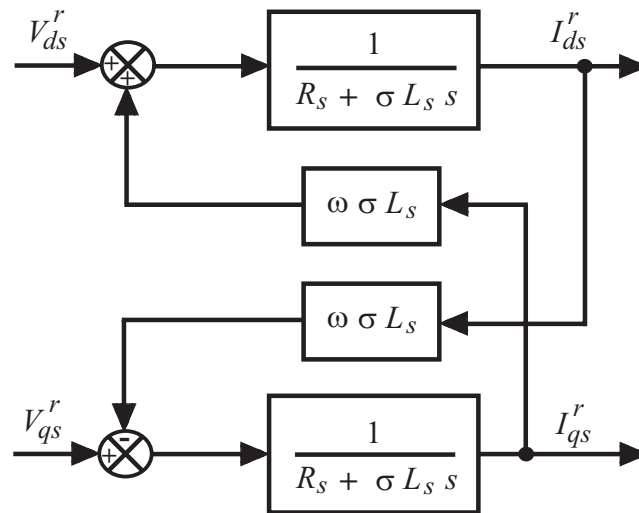


Figura A.1. 4 - Diagrama do motor de indução no referencial rotórico

Anexo 2

Servos de Corrente

O acoplamento existente entre as correntes estáticas conforme mostrado na Figura A.1.4 do Anexo 1, impossibilita a aplicação das correntes I_{ds} e I_{qs} de modo independente. Para alcançar uma redução dos efeitos desse acoplamento, foi utilizado um método de compensação ao acoplamento representado na Figura A.2.1. Esse método é utilizado com a finalidade de obtenção de fontes de tensão a partir das correntes I_{ds} e I_{qs} para serem utilizadas no acionamento do motor.

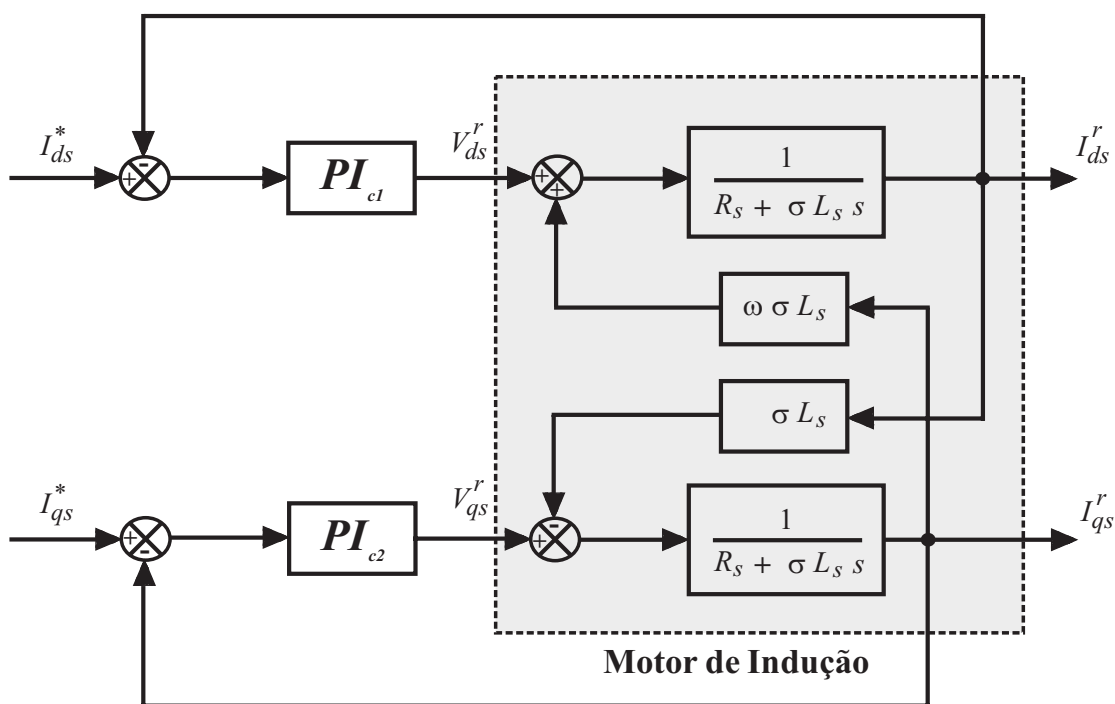


Figura A.2. 1 – Diagrama de Compensação do Acoplamento das correntes

As bandas passantes utilizadas para calcular os ganhos dos compensadores PI_{c1} e PI_{c2} são escolhidas de maneira independente. Para o projeto dos

compensadores, consideram-se as constantes de tempo mecânicas mais lentas que as elétricas.

A.2.1 Compensadores PI da Parte Elétrica

Para realizar o projeto dos compensadores da Figura A.2.1 toma-se por base, a função detransferência de um controlador PI que pode ser dada por

$$G_{ce}(s) = K_{PSe} + \frac{K_{ISe}}{s} \quad (\text{A.2.1})$$

A planta do sistema é definida como

$$G_{pe}(s) = \frac{1}{s \sigma L_s + R_s} \quad (\text{A.2.2})$$

Multiplicando-se as equações (A.2.1) e (A.2.2), obtém-se a função transferência do sistema em malha aberta

$$G_e(s) = \frac{s K_{PSe} + K_{ISe}}{s (\sigma L_s + R_s)} \quad (\text{A.2.3})$$

Considerando o sistema em malha fechada, com realimentação unitária, tem-se

$$T(s) = \frac{s K_{PSe} + K_{ISe}}{\sigma L_s s^2 + (K_{PSe} + R_s) s + K_{ISe}} \quad (\text{A.2.4})$$

Dividindo-se ambos numerador e denominador da equação da equação (A.2.4) por (σL_s) ,

$$T(s) = \frac{s \frac{K_{PSe}}{\sigma L_s} + \frac{K_{ISe}}{\sigma L_s}}{s^2 + \frac{(K_{PSe} + R_s)}{\sigma L_s} s + \frac{K_{ISe}}{\sigma L_s}} \quad (\text{A.2.5})$$

Considerando que a resistência estatórica R_s é desprezível em relação ao ganho K_{PSe} do compensador,

$$T(s) = \frac{s \frac{K_{PSe}}{\sigma L_s} + \frac{K_{ISe}}{\sigma L_s}}{s^2 + \frac{(K_{PSe})}{\sigma L_s} s + \frac{K_{ISe}}{\sigma L_s}} \quad (\text{A.2.6})$$

A equação (A.2.6) representa um sistema de segunda ordem no domínio s , com isso,

$$\frac{I(j\omega_b)}{I_{Ref}(j\omega_b)} = \frac{2\zeta\omega_n(j\omega_b) + \omega_n^2}{(j\omega_b)^2 + 2\zeta\omega_n(j\omega_b) + \omega_n^2} \quad (\text{A.2.7})$$

Então, a largura de faixa ω_b é determinada por

$$20 \log \left(\frac{I(j\omega_b)}{I_{Ref}(j\omega_b)} \right) = -3db \quad (\text{A.2.8})$$

Por convenção, pode-se utilizar $-3,01db$, que equivale a um ganho de 0,707, então tem-se

$$\frac{I(j\omega_b)}{I_{Ref}(j\omega_b)} = \frac{2\zeta\omega_n(j\omega_b) + \omega_n^2}{(j\omega_b)^2 + 2\zeta\omega_n(j\omega_b) + \omega_n^2} = 0,707 \quad (\text{A.2.9})$$

e

$$\frac{\sqrt{(2\zeta\omega_n\omega_b)^2 + \omega_n^4}}{\sqrt{(\omega_n^2 - \omega_b^2)^2 + (2\zeta\omega_n\omega_b)^2}} = 0,707 \quad (\text{A.2.10})$$

Elevando-se ambos os lados da equação (A.2.10) ao quadrado,

$$(2\zeta\omega_n\omega_b)^2 + \omega_n^4 = 0,5[(\omega_n^2 - \omega_b^2)^2 + 4\zeta^2\omega_n^2\omega_b^2] \quad (\text{A.2.11})$$

Reescrevendo a expressão (A.2.11), tem-se

$$\omega_n^4 = 0,5[(\omega_n^2 - \omega_b^2)^2 + 4\zeta^2\omega_n^2\omega_b^2] - 4\zeta^2\omega_n^2\omega_b^2 \quad (\text{A.2.12})$$

Simplificando-se ambos os lados da equação anterior por ω_n^4 , obtém-se

$$1 = 0,5 \left\{ \left[1 - \left(\frac{\omega_b}{\omega_n} \right)^2 \right]^2 + 4\zeta^2 \left(\frac{\omega_b}{\omega_n} \right)^2 \right\} - 4\zeta^2 \left(\frac{\omega_b}{\omega_n} \right)^2 \quad (\text{A.2.13})$$

Para fins de simplificação, define-se que

$$a = \left(\frac{\omega_b}{\omega_n} \right)^2 \quad (\text{A.2.14})$$

Então, reescrevendo a equação (A.2.13),

$$1 = 0,5 \left[(1 - a^2)^2 + 4\zeta^2 a^2 \right] - 4\zeta^2 a^2 \quad (\text{A.2.15})$$

que pode ser reescrita como

$$0,5a^2 + (2\zeta^2 - 4\zeta^2 - 1)a - 0,5 = 0 \quad (\text{A.2.16})$$

ou

$$0,5a^2 + (-2\zeta^2 - 1)a - 0,5 = 0 \quad (\text{A.2.17})$$

Resolvendo a equação (A.2.17), obtém-se

$$a = 2\zeta^2 + 1 \pm \sqrt{4\zeta^4 + 4\zeta^2 + 2} \quad (\text{A.2.18})$$

Substituindo a equação (A.2.18) em (A.2.14),

$$\omega_b^2 = \omega_n^2 \left(2\zeta^2 + 1 \pm \sqrt{4\zeta^4 + 4\zeta^2 + 2} \right) \quad (\text{A.2.19})$$

ou seja,

$$\omega_b = \omega_n \sqrt{2\zeta^2 + 1 + \sqrt{(1 + 2\zeta^2)^2 + 1}} \quad (\text{A.2.20})$$

A partir de (A.2.5), pode-se determinar o ganho K_{PSe} do compensador conforme

$$2\zeta\omega_n = \frac{K_{PSe}}{\sigma L_s} \quad (\text{A.2.21})$$

Substituindo (A.2.20) em (A.2.21), pode-se obter K_{PSe}

$$K_{PSe} = \frac{2\zeta\omega_b\sigma L_s}{\sqrt{2\zeta^2 + 1 + \sqrt{(1 + 2\zeta^2)^2 + 1}}} \quad (\text{A.2.22})$$

Já o ganho K_{ISe} pode ser encontrado como segue

$$\omega_n^2 = \frac{K_{ISe}}{\sigma L_s} \quad (\text{A.2.23})$$

Substituindo (A.2.20) em (A.2.23), pode-se obter K_{ISe}

$$K_{ISe} = \frac{\sigma L_s \omega_b^2}{\sqrt{2\zeta^2 + 1 + \sqrt{(1 + 2\zeta^2)^2 + 1}}} \quad (\text{A.2.24})$$

Discretizando os ganhos K_{PSe} e K_{ISe} do compensador, resultando respectivamente em

$$K_{PZe} = K_{PSe} - \left(\frac{K_{ISe} T_s}{2} \right) \quad (\text{A.2.25})$$

e

$$K_{Ize} = K_{Ise} T_S \quad (\text{A.2.26})$$

onde ζ e ω_b são o coeficiente de amortecimento e a frequência de corte do compensador, respectivamente.

Anexo 3

Identificação dos Parâmetros Elétricos

Descartando a necessidade de ensaios clássicos, um método proveniente da combinação das técnicas adotadas em [3] e [4] resultando em um algoritmo capaz de identificar os parâmetros elétricos através apenas das correntes trifásicas medidas [5].

A.3.1. Modelagem Elétrica

Partindo-se das equações (A.1.49) e (A.1.50), desconsiderando as variáveis relativas à seqüência zero, tem-se

$$[V_{qds}^x] = [R_s] \cdot [I_{qds}^x] + \frac{d}{dt} [\lambda_{qds}^x] - \omega_x \cdot [\lambda_{qds}^x] \quad (\text{A.3.1})$$

$$[V_{qdr}^x] = [R_r] \cdot [I_{qdr}^x] + \frac{d}{dt} [\lambda_{qdr}^x] - (\omega_x - N_p \omega_r) \cdot [\lambda_{qdr}^x] \quad (\text{A.3.2})$$

Referencia-se todas as variáveis elétricas ao estator ($\omega_x = 0$) e considera-se a tensão do circuito equivalente do rotor nula, com isso,

$$[V_{qds}^s] = [R_s] \cdot [I_{qds}^s] + \frac{d}{dt} [\lambda_{qds}^s] \quad (\text{A.3.3})$$

$$0 = [R_r] \cdot [I_{qdr}^s] + \frac{d}{dt} [\lambda_{qdr}^s] + N_p \omega_r \cdot [\lambda_{qdr}^s] \quad (\text{A.3.4})$$

onde

$$[\lambda_{qds}^s] = [L_s] \cdot [I_{qds}^s] + [L_m] \cdot [I_{qdr}^s] \quad (\text{A.3.5})$$

$$[\lambda_{qdr}^s] = [L_r] \cdot [I_{qdr}^s] + [L_m] \cdot [I_{qds}^s] \quad (\text{A.3.6})$$

e o torque eletromagnético pode ser encontrado através da equação (A.1.81).

A.3.2. Algoritmo Recursivo

O algoritmo de estimação recursivo (RLS) requer o modelo da planta em tempo discreto e na forma de regressão linear.

Assumindo que o índice k indica amostragem atual, o modelo de regressão é dado por

$$\hat{Y}_e(k) = A_e(k)\theta_e(k) \quad (\text{A.3.7})$$

Então, o algoritmo de identificação recursiva pode ser obtido através de

$$\theta_e(k) = \theta_e(k-1) + K_e(k)e_e(k) \quad (\text{A.3.8})$$

com K_{el} e P_{el} representando, respectivamente, a matriz de ganhos e a matriz de covariância do RLS, e são representadas por

$$K_e(k) = \frac{P_e(k-1)A_e(k)}{I + A_e^T(k)P_e(k-1)A_e(k)} \quad (\text{A.3.9})$$

$$P_e(k) = [I - K_e(k)A_e^T(k)]P_e(k-1) \quad (\text{A.3.10})$$

onde \hat{Y}_e , Y_e , A_e e θ_e são o vetor de predição, saída da planta, matriz de regressão linear e vetor de parâmetros, respectivamente. E o erro e_e pode ser obtido conforme

$$e_e(k) = Y_e(k) - \hat{Y}_e(k) \quad (\text{A.3.11})$$

A.3.3. Identificação dos Parâmetros Elétricos

O circuito equivalente simétrico do MI é mostrado na Figura A.1.3. O propósito desta seção é identificar os parâmetros R_s , R_r , L_s , L_r , e L_m , onde as indutâncias do estator e do rotor podem ser expressas por

$$L_s = L_{ls} + L_m \quad (\text{A.3.12})$$

$$L_r = L_{lr} + L_m \quad (\text{A.3.13})$$

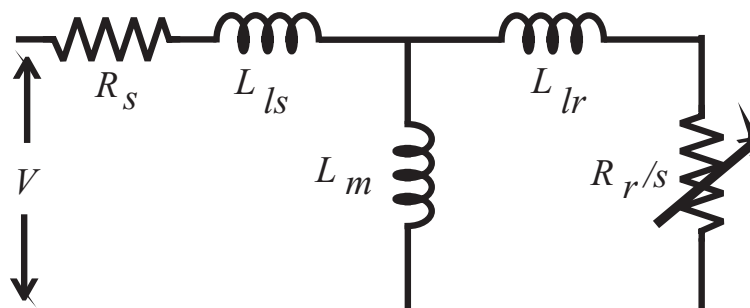


Figura A.3. 1 – Circuito equivalente simétrico do MI

Os coeficientes do modelo linear invariante no tempo do MI podem ser obtidos com rotor bloqueado. Considerando o MI sob velocidade constante, é possível deduzir de (A.3.3)-(A.3.6), a seguinte função de transferência das tensões do estator para as correntes do estator [3],

$$H_e(s) = \frac{s \frac{L_{rl}}{\bar{\sigma}} + \frac{L_{rl}}{\bar{\sigma}} \left(\frac{1}{\tau_{Re}} - \mathbf{j} N_P \omega_r \right)}{s^2 + s(\nu - \mathbf{j} N_P \omega_r) + \frac{R_s L_{rl}}{\bar{\sigma}} \left(\frac{1}{\tau_{Re}} - \mathbf{j} N_P \omega_r \right)} \quad (\text{A.3.14})$$

Além disso,

$$\nu = \frac{R_s L_{rl} + R_r L_{sl}}{\bar{\sigma}}, \quad \bar{\sigma} = L_{rl} L_{sl} - L_{ml}^2, \quad \tau_{Re} = \frac{L_{rl}}{R_r} \quad (\text{A.3.15})$$

$$L_{sl} = L_{ls} + \frac{3}{2} L_m, \quad L_{rl} = L_{lr} + \frac{3}{2} L_m \quad \text{e} \quad L_{ml} = \frac{3}{2} L_m. \quad (\text{A.3.16})$$

onde L_{sl} , L_{rl} e L_{ml} são: indutância cíclica do estator, indutância cíclica do rotor e indutância mútua cíclica, respectivamente.

Os coeficientes da função de transferência (FT) são funções dos parâmetros da máquina e velocidade do rotor. Assumindo que a máquina esteja com rotor bloqueado $\omega_r = 0$, é possível eliminar o acoplamento entre os eixos diretos e de quadratura em (A.3.14) representado pela matriz \mathbf{j} . Para facilitar a notação, a FT de (A.3.14) pode ser expressa por

$$H_e(s) = \frac{s b_{el} + b_{e0}}{s^2 + s a_{el} + a_{e0}} \quad (\text{A.3.17})$$

onde

$$a_{el} = \frac{R_s L_{rl} + R_r L_{sl}}{\bar{\sigma}}, \quad a_{e0} = \frac{R_s L_{rl}}{\bar{\sigma} \tau_{Re}}, \quad b_{el} = \frac{L_{rl}}{\bar{\sigma}} \quad \text{e} \quad b_{e0} = \frac{L_{rl}}{\bar{\sigma} \tau_{Re}} \quad (\text{A.3.18})$$

Para obter o modelo de regressão linear a equação (A.3.17) é re-escrita como

$$\frac{d^2 \mathbf{I}_s}{dt^2} + a_{el} \frac{d\mathbf{I}_s}{dt} + a_{e0} \mathbf{I}_s = b_{el} \frac{d\mathbf{V}_s}{dt} + b_{e0} \mathbf{V}_s \quad (\text{A.3.19})$$

onde os vetores tensão e correntes elétricas são representados por

$$\mathbf{V}_s = \begin{bmatrix} V_{qs}^s & V_{ds}^s \end{bmatrix}^T \quad \text{e} \quad \mathbf{I}_s = \begin{bmatrix} I_{qs}^s & I_{ds}^s \end{bmatrix}^T. \quad (\text{A.3.20})$$

Logo, resolvendo para a segunda derivada da corrente do estator tem-se

$$\frac{d^2 \mathbf{I}_s}{dt^2} = \begin{bmatrix} -\frac{d\mathbf{I}_s}{dt} & -\mathbf{I}_s & \frac{d\mathbf{V}_s}{dt} & \mathbf{V}_s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_{el} \\ a_{e0} \\ b_{el} \\ b_{e0} \end{bmatrix} \quad (\text{A.3.21})$$

A estimação de a_{el1} , a_{e0} , b_{el1} e b_{e0} é realizada através do algoritmo recursivo apresentado em A.3.2. . O modelo de regressão linear obtido de (A.3.21) é dado pelas seguintes equações

$$\hat{\mathbf{Y}}_e(k) = \frac{d^2 \mathbf{I}_s}{dt^2} \quad (\text{A.3.22})$$

$$\mathbf{A}_e(k) = \begin{bmatrix} -\frac{d\mathbf{I}_s}{dt} & -\mathbf{I}_s & \frac{d\mathbf{V}_s}{dt} & \mathbf{V}_s \end{bmatrix} \quad (\text{A.3.23})$$

$$\boldsymbol{\theta}_e = [\hat{a}_{el} \quad \hat{a}_{e0} \quad \hat{b}_{el} \quad \hat{b}_{e0}]^T \quad (\text{A.3.24})$$

As derivadas de primeira e segunda ordem de (A.3.22) e (A.3.23) são calculadas utilizando o filtro de variáveis de estados (*State Variable Filter - SVF*) conforme descrito no Capítulo 3. A função de transferência do filtro para cálculo da derivada de ordem n do sinal $f(t)$ é dada por

$$G_f(s) = \frac{F_f(s)}{F(s)} = \frac{\omega_c^{n+1}}{(s + \omega_c)^{n+1}} \quad (\text{A.3.25})$$

onde $F(s)$, $F_f(s)$ são as transformadas de Laplace de $f(t)$ e $d^n f(t)/dt^n$, respectivamente. A frequência de corte do filtro ω_c foi definida como sendo cinco vezes a frequência de excitação da planta.

Finalmente, os parâmetros elétricos do MI são obtidos combinando os coeficientes identificados em (A.3.24) com as relações de parâmetros de (A.3.18). Isso resulta num sistema de quatro equações e cinco parâmetros desconhecidos. Esse sistema pode ser resolvido considerando a relação das indutâncias dada pela classe do motor ensaiado. No caso em questão o MI pertence a classe A e as indutâncias do rotor e estator podem ser consideradas equivalentes, ou seja, $L_r = L_s$. Após a convergência do algoritmo RLS os parâmetros obtidos resolvendo o sistema acima descrito são dados por

$$\hat{R}_s = \frac{\hat{a}_{e0}}{\hat{b}_{e0}} \quad (\text{A.3.26})$$

$$\hat{R}_r = \frac{\hat{a}_{e1}}{\hat{b}_{e1}} - \hat{R}_s \quad (\text{A.3.27})$$

$$\hat{L}_m = \frac{2aux}{3\hat{b}_{e1}\hat{b}_{e0}^2} \quad (\text{A.3.28})$$

$$\hat{L}_s = \hat{L}_r = \hat{R}_r \frac{\hat{b}_{e1}}{\hat{b}_{e0}} - \frac{\hat{L}_m}{2}. \quad (\text{A.3.29})$$

onde $aux = \sqrt{\hat{b}_{e1}(\hat{b}_{e0}^3 \hat{a}_{e0}^2 + \hat{b}_{e1} \hat{a}_{e1}^2 \hat{b}_{e0}^2 - 2\hat{b}_{e1}^2 \hat{a}_{e1} \hat{b}_{e0} \hat{a}_{e0} - \hat{b}_{e0}^3 \hat{a}_{e1} + \hat{b}_{e0}^2 \hat{b}_{e1} \hat{a}_{e0})}$. Para maiores

detalhes dos cálculos dos parâmetros elétricos vide [5].

Anexo 4

Modificação Sigma

Em baixas rotações, a estimação de velocidade utilizando a técnica MRAS é realizada de maneira incorreta devido, provavelmente, aos baixos valores obtidos para a potência reativa instantânea. Para solucionar este problema, uma modificação sigma é aplicada ao algoritmo original, vide Câmara et al [22]. A aplicação da modificação é feita da seguinte maneira

$$\hat{\omega}_{rf} = \sigma_R \hat{\omega}_r + (1 - \sigma_R) \omega_{mref} \quad (\text{A.4.1})$$

onde σ_R representa

$$\sigma_R = \begin{cases} 0 & \text{se } \|\omega_{mref}\| < M_{R0} \\ \sigma_{R0} \left(\frac{\|\omega_{mref}\|}{M_{R0}} - 1 \right) & \text{se } M_{R0} \leq \|\omega_{mref}\| < 2M_{R0} \\ 1 & \text{se } \|\omega_{mref}\| \geq 2M_{R0} \end{cases} \quad (\text{A.4.2})$$

A finalidade dessa modificação é suavizar a transição entre as velocidades de referência e estimada utilizadas na realimentação do sistema. Quando o módulo da velocidade de referência $\|\omega_{mref}\|$ for inferior à uma velocidade pré-definida M_{R0} , a velocidade utilizada é a própria referência. Num instante intermediário, utiliza-se uma equação de ponderação e quando $\|\omega_{mref}\| \geq 2M_{R0}$, a velocidade utilizada será a velocidade estimada. Pode-se verificar isto na Figura A.4. 1.

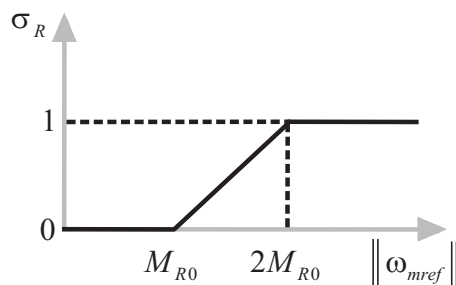


Figura A.4. 1 – Modificação Sigma aplicada à velocidade estimada