

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA MARIA
CENTRO DE TECNOLOGIA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA**

**UM CONTROLE ÓTIMO APLICADO A FONTES
ININTERRUPTAS DE ENERGIA: PROJETO,
VALIDAÇÃO EXPERIMENTAL E ANÁLISE DE
DESEMPENHO**

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO

Samuel Polato Ribas

**Santa Maria, RS, Brasil
2011**

**UM CONTROLE ÓTIMO APLICADO A FONTES
ININTERRUPTAS DE ENERGIA: PROJETO, VALIDAÇÃO
EXPERIMENTAL E ANÁLISE DE DESEMPENHO**

por

Samuel Polato Ribas

Dissertação apresentada ao Curso de Mestrado do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica, Área de Concentração em Processamento de Energia, da Universidade Federal de Santa Maria (UFSM, RS), como requisito parcial para obtenção do grau de **Mestre em Engenharia Elétrica**

Orientador: Prof. Vinícius Foletto Montagner – Dr. Eng.

Santa Maria, RS, Brasil

2011

R482c Ribas, Samuel Polato

Um controle ótimo aplicado a fontes ininterruptas de energia : projeto, validação experimental e análise de desempenho / por Samuel Polato Ribas. – 2011.

125 f. ; il. ; 30 cm

Orientador: Vinícius Foletto Montagner

Dissertação (mestrado) – Universidade Federal de Santa Maria, Centro de Tecnologia, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica, RS, 2011

1. Engenharia elétrica 2. Fontes ininterruptas de energia 3. Controle ótimo 4. Controle digital 5. Desigualdades matriciais lineares I. Montagner, Vinícius Foletto II. Título.

CDU 623.1

Ficha catalográfica elaborada por Cláudia Terezinha Branco Gallotti – CRB 10/1109
Biblioteca Central UFSM

©2011

Todos os direitos autorais reservados a Samuel Polato Ribas. A reprodução de partes ou do todo deste trabalho só poderá ser feita com autorização por escrito do autor. Endereço: Avenida Roraima, Camobi, Nº 1000, Santa Maria, RS, Brasil, CEP: 97105-900

Fone: (0xx) 55 3220-9497

Endereço Eletrônico: samuelpolato@yahoo.com.br

Universidade Federal de Santa Maria
Centro de Tecnologia
Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica

A Comissão Examinadora, abaixo assinada,
aprova a Dissertação de Mestrado

**UM CONTROLE ÓTIMO APLICADO A FONTES
ININTERRUPTAS DE ENERGIA: PROJETO, VALIDAÇÃO
EXPERIMENTAL E ANÁLISE DE DESEMPENHO**

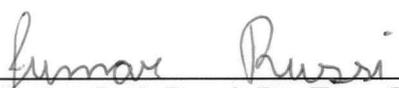
elaborada por
Samuel Polato Ribas

como requisito parcial para obtenção do grau de
Mestre em Engenharia Elétrica

COMISSÃO EXAMINADORA:



Prof. Vinícius Foletto Montagner, Dr. Eng. (UFSM)
(Presidente / Orientador)



Prof. Jumar Luís Russi, Dr. Eng. (UNIPAMPA)



Prof. Robinson Figueiredo de Camargo, Dr. Eng. (UFSM)

Santa Maria, 17 de Fevereiro de 2011

Aos meus pais, Tereza e Silvadávio, pelo amor e apoio durante todas as fases da
minha vida

À minha namorada Flávia, pela amizade, amor e carinho a mim dedicados nesse período da minha vida

“Mesmo as noites totalmente sem estrelas podem anunciar a aurora de uma grande realização.”

Martin Luther King

AGRADECIMENTOS

Quero agradecer primeiramente ao Professor Vinícius Foletto Montagner, pela amizade, dedicação e pela excelente orientação sem a qual não seria possível a realização deste trabalho.

Aos Professores José Renes Pinheiro, Alexandre Campos, Luciano Schuch e Cassiano Rech, pelo conhecimento transmitido nas disciplinas do mestrado.

Também quero agradecer ao Professor Leandro Michels pela revisão de parte deste trabalho, contribuindo com observações em prol da melhoria da qualidade desta dissertação, e ao Professor Fernando Botterón, que mesmo a distância contribuiu de forma fundamental para realização deste trabalho.

Um agradecimento especial aos Professores Humberto Pinheiro e Hilton Abílio Gründling pelas ótimas aulas, pela experiência passada e pela ajuda no laboratório, essenciais para a conclusão desta dissertação.

Aos colegas e amigos do GEPOC, quero agradecer a Cristiane Gastaldini, Douglas Dotto, Fabrício Dupont, Jorge Rodrigo Massing, Ivan Jorge Gabe, Luiz Antonio Maccari Jr., Marcio Stefanello, Rafael Scapini, Rodrigo Vieira, Rodrigo Azzolin, Rodrigo Varella, Felipe Grigoletto e Thiago Bernardes, pela convivência diária e pela ajuda, sempre buscando o melhor para o grupo.

Aos funcionários do PPGEE, Carlo e Cleonice pela atenção e profissionalismo, sempre dispostos a ajudar a resolver os problemas que surgiram no decorrer deste curso.

Também gostaria de agradecer aos professores da UTFPR do campus Curitiba, que participaram de minha formação como engenheiro, em especial aos Professores Roger Gules e Eduardo Romaneli pela ajuda para ingressar no curso de mestrado.

Quero agradecer também aos amigos Eduardo Massashi Yamao, Rodrigo Frigotto, Leonardo Lemos da Silva, Fábio Misiak e Tatiana Jordão Gomes, que sempre estiveram ao meu lado durante a graduação, seja nos momentos de estudo ou de descontração, proporcionando um período de conquistas e alegrias.

Também quero agradecer meu irmão Saulo e sua esposa Letícia.

Um agradecimento especial à minha namorada Flávia, pela amizade, companheirismo, apoio e amor neste período que estive longe, sempre serei grato.

Por fim, o agradecimento aos meus pais Tereza e Silvadávio, pelo apoio, pela educação que me deram, pela dedicação em buscar o melhor para mim e para meu irmão em

todas as fases de nossas vidas, por sempre me motivarem a continuar estudando, e me ensinar a nunca desistir diante das dificuldades que encontrei e irei encontrar durante minha vida.

A Deus, por me proporcionar saúde e felicidade nesta vida.

RESUMO

Dissertação de Mestrado
Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica
Universidade Federal de Santa Maria

UM CONTROLE ÓTIMO APLICADO A FONTES ININTERRUPTAS DE ENERGIA: PROJETO, VALIDAÇÃO EXPERIMENTAL E ANÁLISE DE DESEMPENHO

AUTOR: SAMUEL POLATO RIBAS
ORIENTADOR: VINÍCIUS FOLETTO MONTAGNER
Local e Data da Defesa: Santa Maria, 17 de Fevereiro de 2011.

Este trabalho apresenta como contribuições um procedimento de projeto para controladores aplicados a fontes ininterruptas de energia monofásicas e a certificação da estabilidade e do desempenho em malha fechada utilizando desigualdades matriciais lineares. O procedimento de projeto leva em conta a norma IEC62040-3 para a escolha das componentes de um controlador baseado no princípio do modelo interno, que garante rastreamento da referência senoidal e rejeição de distúrbios provenientes de cargas não lineares típicas. Também leva em conta a adequação do controlador à implementação em processadores digitais de ponto fixo, incluindo restrições na representação dos dados e de atraso de transporte. Um regulador linear quadrático discreto é utilizado para garantir ao sistema em malha fechada respostas transitórias e desempenho em regime permanente satisfatórios. O procedimento de projeto proposto é aplicado a um protótipo de estágio de saída de uma fonte ininterrupta de energia, com resultados de simulação e experimentais que atendem completamente às exigências da norma IEC62040-3. Finalmente, o desempenho do sistema em malha fechada é certificado por meio de desigualdades matriciais lineares que permitem determinar a capacidade de rejeição de distúrbios sob incertezas paramétricas variantes no tempo ou invariantes no tempo, fornecendo novas informações sobre limites de desempenho para essa classe de sistemas.

Palavras-chave: fontes ininterruptas de energia, controle ótimo, controle digital, desigualdades matriciais lineares.

ABSTRACT

Master's Dissertation
Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica
Universidade Federal de Santa Maria

AN OPTIMAL CONTROL APPLIED TO UNINTERRUPTIBLE POWER SUPPLIES: DESIGN, EXPERIMENTAL VALIDATION AND PERFORMANCE ANALYSIS

AUTHOR: SAMUEL POLATO RIBAS
ADVISOR: VINÍCIUS FOLETTO MONTAGNER
Place and Date: Santa Maria, February 17, 2011.

This work presents as contributions a design procedure for controllers applied to single-phase uninterruptible power supplies and the certification of the closed-loop stability and performance using linear matrix inequalities. The design procedure takes into account the IEC62040-3 standard to select the components of an internal model principle based controller that guarantees tracking of sinusoidal reference and rejection of disturbances from typical nonlinear loads. It also takes into account the suitability of the controller for implementation in fixed point digital signal processors, including constraints on data representation and transport delay. A discrete linear quadratic regulator is used to ensure to the closed-loop system satisfactory transient responses and steady-state performance. The proposed design procedure is applied to a prototype of the output stage of an uninterruptible power supply, with simulation and experimental results that totally comply with the requirements of the IEC62040-3 standard. Finally, the performance of closed-loop system is certified by means of linear matrix inequalities that allow to determine the capacity of rejection of disturbances under time-varying or time invariant parametric uncertainties, providing new information on limits of performance for this class of systems.

Keywords: uninterruptible power supplies, optimal control, digital control, linear matrix inequalities.

SUMÁRIO

<i>LISTA DE FIGURAS</i>	10
<i>LISTA DE TABELAS</i>	15
<i>LISTA DE SIGLAS E ABREVIATURAS</i>	16
<i>LISTA DE SÍMBOLOS</i>	17
1 INTRODUÇÃO	24
1.1 Modelagem	24
1.2 Controle	26
1.3 Contribuição	30
1.4 Organização da dissertação	31
2 MODELAGEM DA PLANTA EM ESPAÇO DE ESTADOS	32
2.1 Modelo com carga resistiva	32
2.2 Modelo politópico	37
2.3 Modelo com carga chaveada	39
2.4 Modelo com fonte de corrente como carga	40
2.5 Modelo discreto levando em conta o atraso de transporte	45
2.6 Sumário	46
3 CONTROLADOR BASEADO NO PRINCÍPIO DO MODELO INTERNO	47
3.1 Princípio do modelo interno	47
3.2 Rastreamento de referências senoidais	49
3.3 Rejeição de distúrbios senoidais	50
3.4 Representação do CBPMI no espaço de estados	51
3.5 Sistema aumentado e controlador LQR	52
3.6 Exemplos de projeto	55
3.7 Sumário	60
4 PROJETO E VALIDAÇÃO EXPERIMENTAL DE UM CONTROLE LQR DISCRETO QUE ATENDE À NORMA IEC62040-3	62
4.1 Desempenho do estágio de saída da UPS de acordo com a norma IEC62040-3 ... 62	
4.1.1 Desempenho em regime permanente.....	63
4.1.2 Desempenho em regime transitório.....	64
4.2 Procedimento de projeto	67
4.2.1 Escolha do CBPMI.....	68

4.2.2	Adequação do CBPMI para a implementação em processadores de ponto fixo.....	68
4.2.3	Sistema aumentado incluindo o atraso de transporte.....	71
4.2.4	Projeto do controlador LQR discreto.....	72
4.3	Resultados	73
4.3.1	Resultados de simulação	76
4.3.1.1	Resultados de simulação com carga linear.....	77
4.3.1.2	Resultados de simulação com carga não linear	80
4.3.2	Resultados experimentais.....	84
4.3.2.1	Resultados experimentais com carga linear	86
4.3.2.2	Resultados experimentais com carga não linear.....	88
4.4	Sumário	92
5	ANÁLISE DE ROBUSTEZ USANDO DESIGUALDADES MATRICIAIS LINEARES	93
5.1	Desigualdades matriciais lineares	93
5.2	Sistemas contínuos no tempo	94
5.2.1	Estabilidade	94
5.2.2	Norma \mathcal{H}_∞	95
5.3	Sistemas discretos no tempo	98
5.3.1	Estabilidade	98
5.3.2	Norma \mathcal{H}_∞	98
5.4	Aplicação à UPS	101
5.4.1	Caso sem incertezas paramétricas	102
5.4.2	Caso com incertezas paramétricas.....	105
5.5	Sumário	110
6	CONCLUSÃO	111
	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	113
	ANEXO A	122
	Algoritmo de controle implementado no bloco DLL	122

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Inversor PWM, filtro LC e carga resistiva.	33
Figura 2 – Resposta em frequência da planta com carga resistiva.	34
Figura 3 – Respostas em frequência da planta em malha aberta com cargas resistivas de 10Ω (****), 28Ω (—) e 56Ω (- -).	35
Figura 4 – Respostas da planta a uma entrada do tipo degrau unitário, para carga resistiva de 10Ω (****), 28Ω (—) e 56Ω (- -).	36
Figura 5 – Posição dos polos da planta em malha aberta, com resistência de carga com valores entre 0.1Ω a 100Ω com passo de 0.1Ω e com L_f e C_f dados na Tabela 1.	36
Figura 6 – Inversor PWM, filtro LC e retificador não controlado.	39
Figura 7 – Inversor PWM, filtro LC e retificador não controlado com D_1 e D_4 ou D_2 e D_3 em condução.	40
Figura 8 – Inversor PWM, filtro LC com distúrbio como carga.	41
Figura 9 – Espectro harmônico característico da corrente de saída de uma UPS em malha aberta alimentando um retificador não controlado com filtro capacitivo.	41
Figura 10 – Resposta da planta em malha aberta para carga não linear do tipo retificador não controlado: saída v_C (—) e tensão de referência v_{ref} (- -).	42
Figura 11 – Resposta em frequência da planta em malha aberta com entrada u e a tensão v_C no capacitor do filtro LC como saída.	43
Figura 12 – Resposta em frequência da planta em malha aberta com o distúrbio i_o como entrada e a tensão v_C como saída.	43
Figura 13 – Inversor PWM, filtro LC com resistência e distúrbio como carga.	44
Figura 14 – Localização dos polos discretos da planta modelada com distúrbio como carga considerando o atraso de transporte em malha aberta.	46
Figura 15 – Sistema realimentado.	47
Figura 16 – Resposta em frequência do controlador em (3-5).	48
Figura 17 – Sistema em malha fechada submetido a uma perturbação.	49
Figura 18 – Sistema realimentado com banco de CBPMI.	51
Figura 19 – Sistema em malha fechada com controle por meio de realimentação de estados.	52

Figura 20 – Resultado de simulação do sistema em malha fechada para carga linear: tensão de saída v_C (—), tensão de referência v_{ref} (— —) e corrente de carga (i_o), multiplicada por fator de escala.	56
Figura 21 – Resultado de simulação do sistema em malha fechada para carga não linear: tensão de saída v_C (—), tensão de referência v_{ref} (— —) e corrente de carga (i_o), multiplicada por fator de escala.	56
Figura 22 – Espectro harmônico da forma da tensão de saída da Figura 21.....	56
Figura 23 – Resultado de simulação do sistema em malha fechada para carga não linear com compensação da terceira harmônica: tensão de saída v_C (—), tensão de referência v_{ref} (— —) e corrente de carga (i_o), multiplicada por fator de escala.....	58
Figura 24 – Espectro harmônico da forma da tensão de saída da Figura 23.....	58
Figura 25 – Resposta em frequência em malha fechada da entrada i_o para a saída v_C para os ganhos do controlador LQR com compensação da terceira harmônica.....	59
Figura 26 – Resposta em frequência em malha fechada da entrada r para a saída v_C para os ganhos do controlador LQR com compensação da terceira harmônica.....	60
Figura 27 – Carga não linear de referência.	63
Figura 28 – Desempenho dinâmico da saída da UPS: Classificação 1.....	65
Figura 29 – Desempenho dinâmico da saída da UPS: Classificação 2.....	65
Figura 30 – Desempenho dinâmico da saída da UPS: Classificação 3.....	66
Figura 31 – Conexão para ensaios de transitório de carga resistiva.	66
Figura 32 – Conexão para ensaios de transitório de carga não linear.....	67
Figura 33 – Representação do protótipo utilizado: inversor PWM, filtro de saída, cargas e processador digital empregado para implementar o algoritmo de controle.	73
Figura 34 – THD da tensão de saída para compensação de sucessivas harmônicas ímpares: (a) compensação somente da fundamental e (h) compensação da fundamental até a décima quinta harmônica.	75
Figura 35 – Resultado de simulação do sistema em malha fechada com carga linear nominal: tensão de saída (v_C) e corrente de carga (i_o), multiplicada por fator de escala.....	77
Figura 36 – Sinal de controle relativo ao resultado da Figura 35.....	78
Figura 37 – Resultado de simulação do sistema em malha fechada com degrau de carga linear de 20% para 100% da potência nominal: tensão de saída (v_C) e corrente de carga (i_o), multiplicada por fator de escala.....	78
Figura 38 – Detalhe do transitório mostrado na Figura 37.	79

Figura 39 – Resultado de simulação do sistema em malha fechada com degrau de carga linear de 100% para 20% da potência nominal: tensão de saída (v_C) e corrente de carga (i_o), multiplicada por fator de escala.....	79
Figura 40 – Detalhe do transitório mostrado na Figura 39.	79
Figura 41 – Resultado de simulação do sistema em malha fechada com carga não linear especificada de acordo com a norma IEC62040-3: tensão de saída (v_C) e corrente de carga (i_o), multiplicada por fator de escala.....	80
Figura 42 – Resultado de simulação: sinal de erro em regime permanente com carga não linear especificada de acordo com a norma IEC62040-3.....	81
Figura 43 – Sinal de controle relativo ao resultado da Figura 41.....	81
Figura 44 – Resultados de simulação do sistema em malha fechada com degrau de carga não linear de 25% para 100% da potência aparente, especificado de acordo com a norma IEC62040-3: tensão de saída (v_C) e corrente de carga (i_o), multiplicada por fator de escala...	82
Figura 45 – Detalhe do transitório mostrado na Figura 44.	82
Figura 46 – Resultados de simulação do sistema em malha fechada com degrau de carga não linear de 100% para 25% da potência aparente, especificado de acordo com a norma IEC62040-3: tensão de saída (v_C) e corrente de carga (i_o), multiplicada por fator de escala...	83
Figura 47 – Detalhe do transitório mostrado na Figura 46.	83
Figura 48 – Resultado de simulação do desempenho dinâmico da tensão de saída do retificador não controlado para degrau de carga não linear de 100% para 25% (a) e de 25% para 100% (b) para o sistema em malha fechada.	84
Figura 49 – Circuito para medição da tensão de saída (v_C).....	85
Figura 50 – Circuito para condicionamento de sinais.....	85
Figura 51 – Resultado experimental do sistema em malha fechada com carga linear nominal: tensão de saída (v_C) e corrente de carga (i_o). Escala de tensão: 50 V/div. Escala de corrente: 5 A/div. Escala de tempo: 2 ms/div.	86
Figura 52 – Comparação das harmônicas da forma de onda da tensão v_C da Figura 51 (barras da direita) com o valor máximo de cada componente harmônica, especificado pela norma IEC62040-3 (barras da esquerda).	87
Figura 53 – Resultado experimental do sistema em malha fechada com degrau de carga linear de 20% para 100% da potência nominal: tensão de saída (v_C) e corrente de carga (i_o). Escala de tensão: 50 V/div. Escala de corrente: 5 A/div. Escala de tempo: 50 ms/div.	87

Figura 54 – Resultado experimental do sistema em malha fechada com degrau de carga linear de 100% para 20% potência da nominal: tensão de saída (v_C) e corrente de carga (i_o). Escala de tensão: 50 V/div. Escala de corrente: 5 A/div. Escala de tempo: 50 ms/div.	88
Figura 55 – Resultado experimental do sistema em malha fechada com carga não linear especificada de acordo com a norma IEC62040-3: tensão de saída (v_C) e corrente de carga (i_o). Escala de tensão: 50 V/div. Escala de corrente: 10 A/div. Escala de tempo: 2 ms/div.	89
Figura 56 – Comparação das harmônicas da forma de onda v_C da Figura 55 (barras da direita) com o valor máximo de cada componente harmônica especificado pela norma IEC62040-3 (barras da esquerda).	89
Figura 57 – Resultado experimental do sinal de erro em regime permanente com carga não linear especificada de acordo com a norma IEC62040-3. O tempo de cada amostra corresponde a 1/20160 s.	90
Figura 58 – Resultado experimental do sistema em malha fechada com degrau de carga não linear de 25% para 100% da potência aparente especificada de acordo com a norma IEC62040-3: tensão de saída (v_C) e corrente de carga (i_o). Escala de tensão: 50 V/div. Escala de corrente: 10 A/div. Escala de tempo: 50 ms/div.	90
Figura 59 – Resultado experimental do sistema em malha fechada com degrau de carga não linear de 100% para 25% da potência aparente especificada de acordo com a norma IEC62040-3: tensão de saída (v_C) e corrente de carga (i_o). Escala de tensão: 50 V/div. Escala de corrente: 10 A/div. Escala de tempo: 50 ms/div.	91
Figura 60 – Resultado experimental do desempenho dinâmico da tensão de saída do retificador não controlado para degrau de carga não linear de 100% para 25% (a) e de 25% para 100% (b) para o sistema em malha fechada.	91
Figura 61 – Resposta em frequência do sistema em malha fechada da entrada i_o para a saída v_C	103
Figura 62 – Autovalores do sistema em malha fechada.	104
Figura 63 – Autovalores do CBPMI em malha fechada.	104
Figura 64 – Evolução do custo garantido \mathcal{H}_∞ considerando incerteza em C_f	106
Figura 65 – Resposta em frequência do sistema em malha fechada da entrada i_o para a saída v_C , com incerteza de $\pm 20\%$ em C_f e custo garantido \mathcal{H}_∞	106
Figura 66 – Autovalores do sistema em malha fechada coconsiderando incerteza em C_f (20 μ F $\pm 20\%$).	107
Figura 67 – Evolução do custo garantido \mathcal{H}_∞ considerando incerteza em L_f	108

Figura 68 – Resposta em frequência do sistema em malha fechada da entrada i_o para a saída v_C com incerteza de $\pm 20\%$ em L_f e custo garantido \mathcal{H}_∞	109
Figura 69 – Autovalores do sistema em malha fechada considerando incerteza em L_f ($886 \mu\text{H} \pm 20\%$).....	109
Figura 70 – Comparação da evolução do custo garantido \mathcal{H}_∞ para incerteza em L_f (— —) e em C_f (—).	110

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Parâmetros nominais da planta.....	33
Tabela 2 – Tolerância admissível pela norma IEC62040-3.....	64
Tabela 3 – Níveis de compatibilidade das harmônicas de tensão em redes de baixa tensão, segundo a norma IEC62040-3.....	64
Tabela 4 – Parâmetros do Protótipo.....	74
Tabela 5 – Cargas não lineares especificadas de acordo com a norma IEC62040-3 para ensaio de resposta transitória.....	82
Tabela 6 – Custo garantido \mathcal{H}_∞ considerando incerteza em C_f	105
Tabela 7 – Custo garantido \mathcal{H}_∞ considerando incerteza em L_f	108

LISTA DE SIGLAS E ABREVIATURAS

A/D	Analógico-digital
CBPMI	Controlador baseado no princípio do modelo interno
CC	Corrente contínua
DLQR	<i>Discrete Linear Quadratic Regulator</i> – Regulador linear quadrático discreto
DSP	<i>Digital Signal Processor</i> – Processador digital de sinais
IEC	<i>International Electrotechnical Commission</i> – Comissão Internacional de Eletrotécnica
IGBT	<i>Insulated Gate Bipolar Transistor</i> – Transistor bipolar de porta isolada
LMI	<i>Linear Matrix Inequalities</i> – Desigualdades matriciais lineares
LQR	<i>Linear Quadratic Regulator</i> – Regulador linear quadrático
PWM	<i>Pulse Width Modulation</i> – Modulação por largura de pulso
SISO	<i>Single Input Single Output</i> – Entrada única, saída única
UPS	<i>Uninterruptible Power Supply</i> – Fonte ininterrupta de energia
THD	<i>Total Harmonic Distortion</i> – Distorção harmônica total
ZOH	<i>Zero-Order Hold</i> – Retentor de ordem zero

LISTA DE SÍMBOLOS

E	Tensão no barramento CC
i_L	Corrente no indutor do filtro de saída
i_o	Corrente de saída
v_C	Tensão no capacitor do filtro de saída
u	Sinal de controle
L_f	Indutância do filtro de saída
C_f	Capacitância do filtro de saída
R_o	Resistência de carga
S_1, S_2, S_3, S_4	Interruptores do inversor PWM
t	Variável tempo
A	Matriz dinâmica
B	Matriz de entrada de controle
C	Matriz de saída
x	Vetor das variáveis de estado da planta
y	Saída da planta
s	Variável complexa de Laplace
ω_n	Frequência natural
ζ	Coefficiente de amortecimento
ω_r	Frequência de ressonância
M_p	Magnitude do pico de ressonância
t_s	Tempo de acomodação
OS	Sobressinal
A_i, B_i	Vértices do politopo
α	Vetor de parâmetros incertos do modelo politópico
R_{\min}	Resistência mínima de carga
R_{\max}	Resistência máxima de carga
$v(x)$	Função de Lyapunov
P	Matriz de Lyapunov
R_s	Resistência série da carga não linear
R_{NL}	Resistência da carga não linear

C_{NL}	Filtro capacitivo da carga não linear
D_1, D_2, D_3, D_4	Diodos do retificador não controlado da carga não linear
F	Matriz de entrada de distúrbio
Z_o	Impedância de saída
j	Unidade imaginária
ω	Frequência angular
k	Instante de amostragem
A_d	Matriz dinâmica de um sistema discreto
B_d	Matriz de entrada de controle de um sistema discreto
C_d	Matriz de saída de um sistema discreto
F_d	Matriz de entrada de distúrbio de um sistema discreto
T_a	Período de amostragem
τ	Variável de integração
θ	Estado relativo ao atraso de transporte
r	Sinal de referência
e	Sinal de erro
$G_p(s)$	Função de transferência
e_{rp}	Erro em regime permanente
ω_o	Frequência angular da componente fundamental
w	Sinal de distúrbio
$G_{CBPMI}(s)$	Função de transferência do CBPMI
$num(s)$	Numerador de uma função de transferência
$den(s)$	Denominador de uma função de transferência
K_{CR1}, \dots, K_{CRn}	Ganhos de controladores ressonantes
K_{CR}	Vetor de ganhos de realimentação dos estados do CBPMI
K_{RE}	Vetor de ganhos de realimentação dos estados da planta
ρ	Vetor de estados do CBPMI
y_c	Vetor das saídas de um CBPMI
A_C	Matriz dinâmica de um CBPMI
B_C	Matriz de entrada de um CBPMI
C_C	Matriz de saída de um CBPMI
A_{Ci}	Matriz dinâmica de um CBPMI sintonizado na i -ésima harmônica

B_{Ci}	Matriz de entrada de um CBPMI sintonizado na i -ésima harmônica
ρ_i	Vetor de estados de um CBPMI sintonizado na i -ésima harmônica
ρ_i^1	Primeiro estado de um CBPMI sintonizado na frequência da i -ésima harmônica
ρ_i^2	Segundo estado de um CBPMI sintonizado na frequência da i -ésima harmônica
q	Ordem da harmônica
K	Vetor de ganhos de realimentação dos estados da planta e do CBPMI
J_{LQR}	Função custo do LQR contínuo
Q	Matriz simétrica semidefinida positiva
R	Matriz real simétrica
T	Super-índice de indicação de matriz transposta
z	Vetor dos estados do sistema aumentado
A_{LQR}	Matriz dinâmica para o cálculo do LQR contínuo
B_{LQR}	Matriz de entrada para o cálculo do LQR contínuo
V	Matriz definida positiva que resolve a equação de Riccati
v_{ref}	Tensão de referência
R_L	Resistência de carga linear
S	Potência aparente
V_{RMS}	Tensão eficaz
V_{CL}	Tensão no capacitor de um retificador não controlado
f_1	Frequência da tensão de saída da UPS
Γ	Matriz dinâmica do CBPMI incluindo coeficiente de amortecimento
Δ	Matriz de entrada do CBPMI incluindo coeficiente de amortecimento
A_{Cd}	Matriz dinâmica do CBPMI discreto
B_{Cd}	Matriz de entrada do CBPMI discreto
Φ	Matriz dinâmica do CBPMI incluindo coeficiente de amortecimento após aplicação de transformação linear

Ψ	Matriz de entrada do CBPMI incluindo coeficiente de amortecimento após aplicação de transformação linear
Γ_d	Matriz dinâmica do CBPMI discreto incluindo coeficiente de amortecimento
Δ_d	Matriz de entrada do CBPMI discreto incluindo coeficiente de amortecimento
T	Matriz de transformação linear
σ	Vetor de estados do CBPMI incluindo coeficiente de amortecimento após aplicação de transformação linear
Φ_d	Matriz dinâmica do CBPMI discreto incluindo coeficiente de amortecimento após aplicação de transformação linear
Ψ_d	Matriz de entrada do CBPMI discreto incluindo coeficiente de amortecimento após aplicação de transformação linear
G	Matriz dinâmica do sistema aumentado discreto
H_1	Matriz de entrada de controle do sistema aumentado discreto
H_2	Matriz de entrada de distúrbio do sistema aumentado discreto
H_3	Matriz de entrada de referências do sistema aumentado discreto
J_{DLQR}	Função custo do LQR discreto
k_1, \dots, k_{19}	Ganhos de realimentação do sistema em malha fechada
ε	Vetor de variáveis em uma LMI genérica
X	Variável matricial de uma LMI genérica
N	Matriz simétrica definida positiva da equação de Lyapunov
M	Matriz definida positiva da equação de Lyapunov
D	Matriz de transmissão direta
$H(s)$	Função de transferência de um sistema contínuo no espaço de estados
I	Matriz identidade
$\ \cdot \ _2$	Norma euclidiana de um sinal

$\ \cdot \ _\infty$	Norma infinito de um sistema
γ	Norma ou custo garantido \mathcal{H}_∞ de um sistema
μ	Variável de decisão em problema de otimização convexa
\tilde{P}	Variável matricial de decisão em problema de otimização convexa
D_d	Matriz de transmissão direta discreta
G_{cl}	Matriz dinâmica do sistema aumentado discreto em malha fechada

1 INTRODUÇÃO

Fontes ininterruptas de energia (UPSs – *Uninterruptible Power Supplies*) são fundamentais para a alimentação de cargas críticas, como equipamentos de telecomunicações, de processamento de dados e de suporte à vida, devendo atender a rigorosos requisitos de desempenho e segurança, dados em normas específicas como [1]-[5].

Um requisito fundamental de desempenho de UPSs com saída senoidal é fornecer uma tensão com baixa distorção harmônica, mesmo operando sob incertezas ou variações paramétricas, não linearidades, como atraso e saturação, e distúrbios, que frequentemente ocorrem na prática. Esse objetivo pode ser alcançado projetando adequadamente um sistema de controle, utilizando técnicas da literatura [6]-[15]. Embora exista uma grande quantidade de resultados publicados tratando de controle de UPSs, temas que ainda merecem melhor investigação são a proposição de metodologias de projeto de controladores que incluam a validação experimental de acordo com normas específicas e o uso de condições baseadas em funções de Lyapunov para uma análise mais rigorosa da estabilidade e do desempenho robustos do sistema em malha fechada. Esses pontos serão objetos de estudo desta dissertação que, na sequência, fornece uma revisão da literatura no que diz respeito à modelagem e ao controle de UPSs, definindo posteriormente a contribuição deste trabalho.

1.1 Modelagem

Sabe-se que a modelagem é uma etapa fundamental para o projeto de controladores. Modelos de conversores estáticos visando análise e controle são conhecidos na literatura [16]-[18]. Inversores com modulação por largura de pulso (PWM - *Pulse Width Modulation*) com filtro indutivo-capacitivo (LC) e carga, encontrados como estágios de saída de UPSs, são frequentemente descritos por meio de funções de transferência, que levam em conta os parâmetros do filtro e da carga, como em [19]-[26]. Esses modelos são convenientes para projeto de controladores e análise de estabilidade utilizando técnicas como resposta em frequência ou mesmo controle adaptativo. Para UPSs monofásicas, em geral, supõe-se a realimentação da tensão de saída apenas, projetando controladores dinâmicos para atuar sobre o erro nesta variável. O modelo por função de transferência é simples e permite evidenciar

polos e zeros da planta e do controlador, por exemplo. Entretanto, esse modelo é limitado no que diz respeito a descrição de elementos variantes no tempo ou não lineares no sistema.

Outra forma importante de representação do estágio de saída de UPSs é dada por modelos em variáveis de estado [27]-[31], que são convenientes para a descrição de sistemas com múltiplas entradas e múltiplas saídas e para a aplicação de técnicas de projeto de controle por realimentação de estados, por exemplo [6], [8]. Essa representação tem a vantagem de descrever sistemas variantes no tempo e sistemas não lineares, mas assume que os estados estão disponíveis para controle ou que um controle por realimentação de saída (estática ou dinâmica) será utilizado, o que leva, em geral, a condições de projeto mais complexas [11]. É interessante observar que um ponto fundamental na modelagem, em função de transferência ou em espaço de estados, é o modelo da carga. Nesse sentido, o modelo pode ser feito considerando a carga como resistiva [24], [32]-[35], ou como uma fonte de corrente, representando cargas genéricas, lineares ou não lineares, que podem não ser previamente conhecidas [36]-[40]. Ainda, há a possibilidade de descrever o estágio de saída da UPS considerando um resistor como carga, associado em paralelo com uma fonte de corrente [41]. Nesse modelo, a resistência pode representar a condição nominal de carga da UPS e a fonte de corrente representa os distúrbios de carga a que o sistema está sujeito. Outra maneira de modelar o sistema para variações de carga é por meio da descrição de sistemas chaveados, sendo adequada para o caso de cargas com comutação abrupta como a carga não linear típica de UPSs tratada em [42].

É plausível assumir que, na prática, os parâmetros da planta (e.g. indutância, capacitância do filtro e resistência de carga) não sejam precisamente conhecidos, mas que seus valores sejam incertos e pertençam a intervalos limitados. Uma forma importante de se representar essas incertezas paramétricas é por meio da modelagem politópica, como em [43]-[45]. Dessa forma, o controlador pode ser projetado garantindo que o sistema em malha fechada seja estável e robusto para todo o domínio de incertezas.

Outros fatores importantes que podem ser incluídos na modelagem de UPSs são o atraso e a saturação [13], [14]. O atraso é causado, por exemplo, pela implementação digital da lei de controle usando processadores digitais de sinais. Uma forma de descrevê-lo é fazer a inclusão do mesmo no modelo em espaço de estados do sistema, aumentando a sua ordem [46], [47]. A saturação advém, por exemplo, da limitação em amplitude da ação do atuador, no caso o inversor PWM. Essa saturação pode ser levada em conta no modelo de conversores, como em [48], [49]. Outras não linearidades importantes advindas da implementação digital

do controle são a quantização e o arredondamento na representação dos dados que, se não considerados na modelagem, podem trazer prejuízos ao desempenho do controle [46].

É válido ressaltar que um bom compromisso entre complexidade matemática do modelo da planta e conservadorismo das condições de projeto deve ser buscado. Em geral, modelos mais complexos tendem a levar a projetos mais conservadores e, uma vez que a planta pode exibir na prática dinâmicas não incluídas no modelo, a implementação experimental tem papel fundamental na validação da modelagem e também na avaliação de desempenho de controladores.

1.2 Controle

A partir do modelo do estágio de saída de uma UPS, pode-se realizar o projeto de controladores para garantir estabilidade e desempenho. Alguns trabalhos da literatura como, por exemplo, [50], [51], fazem uma revisão de técnicas de controle aplicadas a UPSs e, trabalhos como [34], [52], [53], fazem análises comparativas de desempenho de controladores. No contexto de aplicação de controladores digitais a UPSs, trabalhos pioneiros como [32], [54], [55], utilizam uma técnica do tipo *deadbeat*, reconhecida pela capacidade de prover rápidas respostas transitórias para os parâmetros nominais da planta, mas também por apresentar alta sensibilidade a variações paramétricas. Outra limitação importante destes trabalhos é a pobre resposta em regime permanente para o sistema alimentando cargas não lineares, devido à falta de capacidade de rejeição de distúrbios de carga com harmônicas.

O rastreamento de sinais de referência senoidais e a rejeição de distúrbios de carga com harmônicas em UPSs passaram a ser realizadas com eficiência com a utilização de controladores baseados no princípio do modelo interno [56], sendo que, nesse contexto, tem destaque o controlador repetitivo [57], [58]. Por possuir um algoritmo de simples implementação em processadores digitais, e que apresenta um bom desempenho para rejeição de distúrbios periódicos de carga, na literatura são encontrados vários trabalhos a respeito de controladores repetitivos aplicados ao controle de inversores PWM, como por exemplo, [23], [24], [26], [27], [29], [30], [33]-[35], [59]-[61].

O controlador repetitivo possui polos na frequência da referência senoidal e em suas múltiplas. De acordo com o princípio do modelo interno esses polos fazem com que os distúrbios nessas frequências sejam rejeitados pelo controlador. No caso contínuo, este controlador posiciona infinitos polos sobre o eixo imaginário e, no caso discreto, um número

finito de polos sobre a borda do círculo de raio unitário. Isso torna lenta a resposta do sistema utilizando apenas o controlador repetitivo. Assim, controladores que apresentam rápida resposta transitória são em geral associados ao controlador repetitivo com o intuito de se obter um melhor desempenho transiente, como visto, por exemplo, em [19], [24], [27], [33], [34], [61]. Com essa combinação, é possível obter um controlador com resposta transitória satisfatória e uma forma de onda de tensão de saída com baixa distorção harmônica em UPSs. Em [34], por exemplo, é feita uma comparação do desempenho de diferentes controladores associados ao repetitivo, sendo mostrado que as associações de um controlador PD (proporcional-derivativo) e de um controlador baseado em modelo de referência fornecem os melhores resultados, e que a associação com o controlador OSAP (*One Sampling Ahead Preview*) é a que possui menor região de estabilidade em função de incertezas paramétricas. Também mostra-se que, mantendo a frequência de amostragem constante e aumentando a frequência de chaveamento, obtêm-se tensões de saída com menores distorções harmônicas, e que a implementação das rotinas de controle em ponto flutuante pode contribuir para melhoria de desempenho.

Com o aumento da capacidade de cálculo e de memória, leis de controle mais complexas, como controladores com ganhos adaptativos, passaram a ser implementáveis em processadores digitais para uso em sistemas UPS. Por exemplo, em [20], [62], a associação de controladores adaptativos robustos por modelo de referência com controladores repetitivos proporciona, além de bom desempenho em regime permanente e transitório, robustez contra variações paramétricas e dinâmicas não modeladas. Já em [63] um algoritmo de adaptação de parâmetros é utilizado para a sintonia do controlador repetitivo. Embora o sistema em malha fechada, neste caso, não possua uma resposta transitória rápida, garante-se estabilidade e robustez para uma grande faixa de variação de carga. Em geral, por serem não lineares, estratégias de controle adaptativo podem ser sensíveis a inicialização e, nesse sentido, a experiência do projetista pode ser relevante.

O cálculo da lei de controle do controlador repetitivo depende diretamente do valor do erro de ciclos anteriores. Por isso, trata-se de um controlador de aprendizagem. Assim, é necessário armazenar o valor de erro dos ciclos anteriores em um *buffer* circular, ocupando um certo espaço na memória do processador, o que pode ser uma limitação para implementação deste controlador em processadores com menor capacidade de armazenamento. Esse espaço pode ser reduzido, por exemplo, diminuindo o número de amostras a serem armazenadas por período do sinal de referência ou utilizando simplificações

do algoritmo do controlador repetitivo, como em [64], em que é proposto um algoritmo que elimina somente as harmônicas ímpares, levando ainda a bons resultados em malha fechada.

Uma característica importante de controladores repetitivos é a recuperação lenta do controlador frente a distúrbios não periódicos. Em [26], é proposta uma técnica de reinicialização do controlador repetitivo para melhorar a resposta dinâmica do sistema frente a essa classe de distúrbios. Esse assunto ainda é um tema de pesquisas. Outra característica importante a ser levada em conta no uso do controlador repetitivo é que o projeto dos seus ganhos é, na maioria dos casos, baseado em heurística. Alguns trabalhos recentes propõem tentativas de métodos sistemáticos de obtenção dos parâmetros de controladores repetitivos [23], [65]-[68]. Entretanto, os resultados existentes ainda não fornecem uma solução completamente livre de heurística para o problema.

Outro controlador baseado no princípio do modelo interno bastante utilizado, notadamente para aplicações em UPSs, é o controlador ressonante [69]-[73]. Este controlador insere um par de polos complexos conjugados sobre o eixo imaginário, no caso contínuo, ou sobre a borda do círculo de raio unitário, no caso discreto, para cada frequência que se deseja rejeitar no distúrbio de carga. Uma vantagem em relação ao controlador repetitivo é que o algoritmo do ressonante não depende de um *buffer* para armazenar o sinal de erro de ciclos anteriores, demandando em geral menos memória na implementação. A resposta transitória do controlador ressonante diante de distúrbios não periódicos tende a ser mais rápida do que a do controlador repetitivo por não possuir um termo com ação integral. Ainda, o projetista pode selecionar quais componentes harmônicas serão eliminadas, podendo usar um número reduzido de polos no controlador. É interessante citar que um controlador repetitivo pode ser modelado como um banco de controladores ressonantes sintonizados nas frequências de interesse, como por exemplo, em [74]-[76].

Em geral, controladores ressonantes são associados a outros controladores, que visam assegurar boa margem de estabilidade. Por exemplo, em [70], o controlador ressonante é associado a um controlador proporcional, em [72], a um proporcional derivativo, em [69], a um proporcional-integral e em [31], [47], [73], [77], a controladores por realimentação de estados. Quanto ao projeto dos controladores, em [70], utiliza-se um procedimento no domínio da frequência dado em duas etapas. Primeiramente, ajusta-se o ganho proporcional para obter resposta transitória satisfatória e, após, ajusta-se o ganho da parcela ressonante, observando a resposta em frequência. Em [72], projeta-se primeiramente o controlador PD para assegurar boas margens de fase e de ganho. Em um segundo passo, projeta-se o controlador ressonante visando manter a estabilidade em malha fechada. Em [69], uma

metodologia similar, também baseada em resposta em frequência, é utilizada para a escolha do ganho do controlador ressonante observando a margem de fase do sistema. Em [73], um controlador por realimentação parcial de estados da planta é projetado para garantir robustez a incertezas paramétricas, sendo que, em etapa posterior, o ganho do controlador ressonante é sintonizado para assegurar boa margem de fase para o sistema em malha fechada. É importante ressaltar que, em [69], [72], [73], utiliza-se um único ganho para os controladores ressonantes, o que facilita o projeto, mas pode levar a resultados conservadores. Ainda, as metodologias desses trabalhos podem ser de alto custo computacional para o projeto de controladores ressonantes com um elevado número de ganhos distintos.

Em [31], [47], [77], são utilizadas técnicas de controle que calculam os ganhos do controlador ressonante simultaneamente aos ganhos de realimentação de estados da planta. Essa estratégia permite o projeto sistemático de controladores ressonantes, inclusive com um número elevado de ganhos associados aos estados internos do controlador, sendo, portanto, mais adequadas ao projeto de controladores ressonantes de maior dimensão. Uma forma de projetar sistematicamente os ganhos de realimentação de estados, que incluem os ganhos do controlador ressonante, é dada pela solução do problema do regulador linear quadrático [78], que encontra aplicação para controle de inversores PWM em diversos trabalhos como [28], [29], [31], [47], [79].

Recentemente, projetos de controladores para aplicação em eletrônica de potência, usando desigualdades matriciais lineares começam a ganhar importância. Essa é uma ferramenta de reconhecida eficiência computacional devido a sua solução por meio de algoritmos de convergência global [11], [80], [81]. Formulando o problema em termos de desigualdades matriciais lineares, é possível projetar controladores incluindo diversas especificações importantes de desempenho, como alocação de polos, restrição de energia do sinal de controle, rejeição ótima de distúrbios e robustez frente a incertezas paramétricas. Essa ferramenta vem sendo aplicada ao controle de conversores estáticos, como por exemplo, em [22], [31], [42]-[45], [48], [49], [64], [66], [73], [77], [82]-[87]. Desses, no contexto de aplicações com resultados experimentais para inversores PWM, destacam-se [22], [31], [45], [73], [77], [85], trabalhos que visam à garantir robustez a incertezas paramétricas ou rejeição ótima de distúrbios, usando controle por realimentação de estados.

O uso de desigualdades matriciais lineares para análise e projeto de controladores de conversores estáticos tem potencial de aplicação, inclusive levando em conta não linearidades típicas, como saturação de atuadores e atraso de transporte [48], [49], [64], [68], [88], [89].

Ainda, no que diz respeito ao controle de inversores PWM aplicados a UPSs, cabe citar técnicas que não utilizam controladores baseados no princípio do modelo interno e, mesmo assim, apresentam bons resultados para cargas não lineares, como [21], [25]. Em [21], é feito um controle com uma malha de corrente e uma de tensão. Em [25], tensões de saída com baixa distorção harmônica são obtidas reduzindo a impedância de saída da UPS na faixa de frequências de interesse. Abordagens de controle considerando a impedância de saída de UPSs são usadas também em [31], [90], e este é um ponto que ainda demanda maiores estudos.

1.3 Contribuição

Dos trabalhos da literatura sobre controle de inversores PWM aplicados a UPSs, poucos trazem procedimentos de projeto do controlador com validação experimental de acordo com alguma norma [72], [90], [91]. Isso é importante para padronização de testes e para a realização de comparações mais apropriadas entre diferentes técnicas de controle aplicadas a essas plantas. Outro ponto em relação aos trabalhos da literatura é que a análise de estabilidade e de desempenho do sistema em malha fechada é feita por discretização exaustiva do espaço de parâmetros assumidos como incertos e de estudos de caso baseados em simulações do sistema frente a distúrbios. Essa abordagem não permite conclusões válidas para o sistema com parâmetros variantes no tempo e para distúrbios diferentes dos investigados nas simulações.

Esta dissertação traz como contribuições:

- um procedimento de projeto de reguladores lineares quadráticos discretos aplicados ao controle da tensão do estágio de saída de UPSs monofásicas, adequado para a implementação em processadores digitais de ponto fixo, e cujos resultados atendem aos requisitos da norma IEC62040-3 (IEC – *International Electrotechnical Commission*);
- a análise da estabilidade e do desempenho do sistema em malha fechada, inclusive para o caso de incertezas paramétricas variantes no tempo, utilizando desigualdades matriciais lineares baseadas em funções de Lyapunov, que permitem conclusões válidas para todo o domínio de incertezas, sem discretização exaustiva e para uma ampla classe de distúrbios.

1.4 Organização da dissertação

Na sequência, esta dissertação está organizada do seguinte modo. No Capítulo 2, serão apresentados modelos da planta em espaço de estados e feitas algumas análises no domínio do tempo e da frequência para estes modelos. No Capítulo 3, é apresentado o princípio do modelo interno, sua implementação em variáveis de estado e sua aplicação para UPSs utilizando um regulador linear quadrático para realizar o projeto dos ganhos. No Capítulo 4, é feita uma breve revisão sobre os requisitos de desempenho impostos pela norma IEC62040-3. A seguir, apresenta-se um procedimento de projeto detalhado, que inclui a escolha das componentes do controlador baseado no princípio do modelo interno, a adequação para implementação em processadores digitais de ponto fixo e a obtenção dos ganhos do controlador a partir da solução do problema do regulador linear quadrático discreto. Esse controlador é testado para cargas lineares e não lineares, levando a resultados que atendem à norma IEC62040-3. No Capítulo 5, uma breve introdução sobre desigualdades matriciais lineares é realizada e, a seguir, essa ferramenta é utilizada para a verificação da estabilidade e da capacidade de rejeição de distúrbios do sistema em malha fechada, inclusive para variações paramétricas. No Capítulo 6, as conclusões e perspectivas de trabalhos futuros são expostas.

No decorrer do texto, o termo estabilidade, quando não especificado, se refere à estabilidade assintótica. Os resultados de simulação no tempo foram obtidos usando o programa *PSIM* e o programa *Matlab* foi utilizado para o projeto dos ganhos do controlador e para as análises de frequência.

2 *MODELAGEM DA PLANTA EM ESPAÇO DE ESTADOS*

Este capítulo apresenta diferentes modelos em variáveis de estado do estágio de saída de uma UPS monofásica, que é a planta a ser abordada nesta dissertação. Tais modelos são úteis para o projeto de controladores por realimentação de estados, por exemplo.

Primeiramente um modelo da planta com carga resistiva é apresentado. A influência da resistência de carga na resposta no tempo e na resposta em frequência é discutida. A seguir, o modelo com resistência de carga incerta é estudado, introduzindo a descrição politópica da planta com incertezas paramétricas. Como muitas vezes UPSs alimentam cargas não lineares, um modelo da planta com uma carga não linear típica é abordado e mostra-se que esse modelo é um caso particular do modelo politópico. A carga também é modelada como uma fonte de corrente. O espectro harmônico da corrente de uma carga não linear típica é mostrado e ilustra-se a presença das harmônicas ímpares que deverão ser rejeitadas pelo controle. Finalmente, apresenta-se um modelo discreto incluindo atraso de transporte usualmente presente na implementação digital da lei de controle.

2.1 *Modelo com carga resistiva*

O estágio de saída de uma UPS com carga resistiva é apresentado na Figura 1. Este modelo é bastante utilizado na literatura [24], [32]-[35]. Trata-se de um sistema de segunda ordem e serão escolhidas a corrente no indutor e a tensão no capacitor como variáveis de estado, pela disponibilidade dessas variáveis (medidas ou estimadas) em sistemas de controle de UPSs.

O filtro LC e a carga serão considerados como planta e o inversor PWM será considerado como atuador. Utilizando as leis de Kirchhoff, tem-se que

$$-u(t) + L_f \frac{di_L(t)}{dt} + v_C(t) = 0 \quad (2-1)$$

e

$$i_L(t) - C_f \frac{dv_C(t)}{dt} - \frac{v_C(t)}{R_o} = 0 \quad (2-2)$$

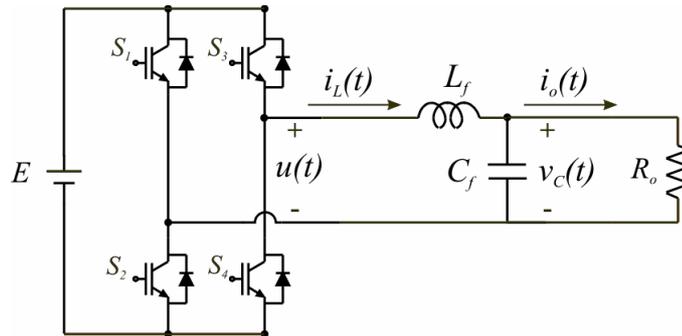


Figura 1 – Inversor PWM, filtro LC e carga resistiva.

Um sistema linear pode ser representado por variáveis de estado da seguinte forma [6]-[8]

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= Ax(t) + Bu(t) \\ y(t) &= Cx(t) \end{aligned} \quad (2-3)$$

em que $x(t)$ é o vetor dos estados, $y(t)$ é a saída e $u(t)$ representa o sinal de controle. O sistema é dado por um conjunto de equações diferenciais de primeira ordem.

Assim, as equações (2-1) e (2-2) podem ser escritas como

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \dot{v}_C(t) \\ \dot{i}_L(t) \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} -1/R_o C_f & 1/C_f \\ -1/L_f & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_C(t) \\ i_L(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1/L_f \end{bmatrix} u(t) \\ y(t) &= [1 \quad 0] \begin{bmatrix} v_C(t) \\ i_L(t) \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (2-4)$$

Nessa representação, $v_C(t)$ e $i_L(t)$ são os estados da planta e

$$A = \begin{bmatrix} -1/R_o C_f & 1/C_f \\ -1/L_f & 0 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ 1/L_f \end{bmatrix}, \quad C = [1 \quad 0] \quad (2-5)$$

são as matrizes do modelo.

A resposta em frequência do sistema (2-4) para os parâmetros da Tabela 1 é mostrada na Figura 2. Nota-se a resposta típica de um sistema de segunda ordem subamortecido [6].

Tabela 1 – Parâmetros nominais da planta.

L_f	C_f	R_o
$886\mu H$	$20\mu F$	28Ω

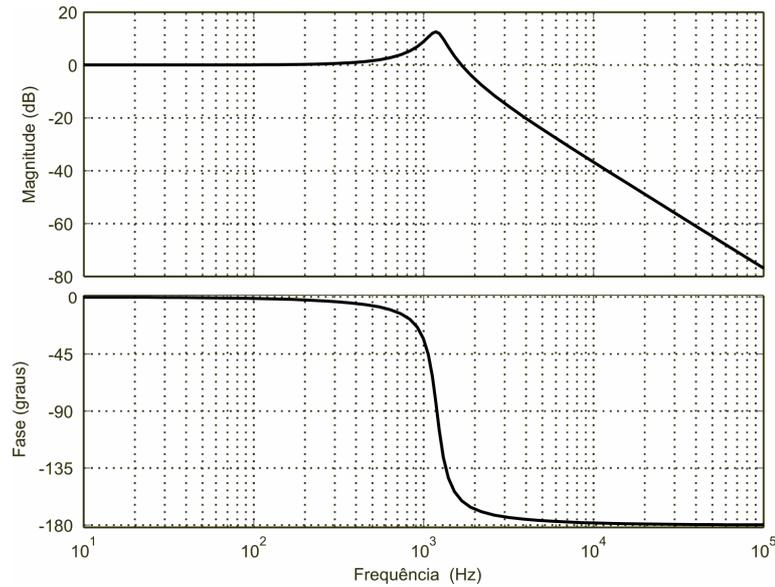


Figura 2 – Resposta em frequência da planta com carga resistiva.

A transformação da representação em variáveis de estado (2-3) em função de transferência é dada por [6]

$$\frac{y(s)}{u(s)} = C(sI - A)^{-1}B \quad (2-6)$$

Para o modelo (2-4), tem-se

$$\frac{y(s)}{u(s)} = \frac{1/LC}{s^2 + s/RC + 1/LC} \quad (2-7)$$

Por comparação com a forma padrão de sistemas de segunda ordem subamortecidos, dada por

$$\frac{y(s)}{u(s)} = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2} \quad (2-8)$$

tem-se que a frequência natural da planta é

$$\omega_n = \frac{1}{\sqrt{L_f C_f}} \quad (2-9)$$

e seu coeficiente de amortecimento é

$$\xi = \frac{1}{2R_o} \sqrt{\frac{L_f}{C_f}} \quad (2-10)$$

Assim, são obtidas a frequência de ressonância

$$\omega_r = \omega_n \sqrt{1 - 2\xi^2} \quad (2-11)$$

e a magnitude do pico de ressonância

$$M_p = \frac{1}{2\xi\sqrt{1-\xi^2}} \quad (2-12)$$

da resposta da Figura 2.

Claramente, o pico da ressonância depende de ξ . Para um filtro com L_f e C_f dados, ξ depende somente de R_o . Para efeito de comparação, observe as repostas em frequência da Figura 3, com L_f e C_f dados na Tabela 1 e para três resistências de carga diferentes, escolhidos para evidenciar o efeito do amortecimento. É possível perceber que quanto maior é a resistência R_o , menor é o coeficiente de amortecimento e, conseqüentemente, maior é o pico de ressonância.

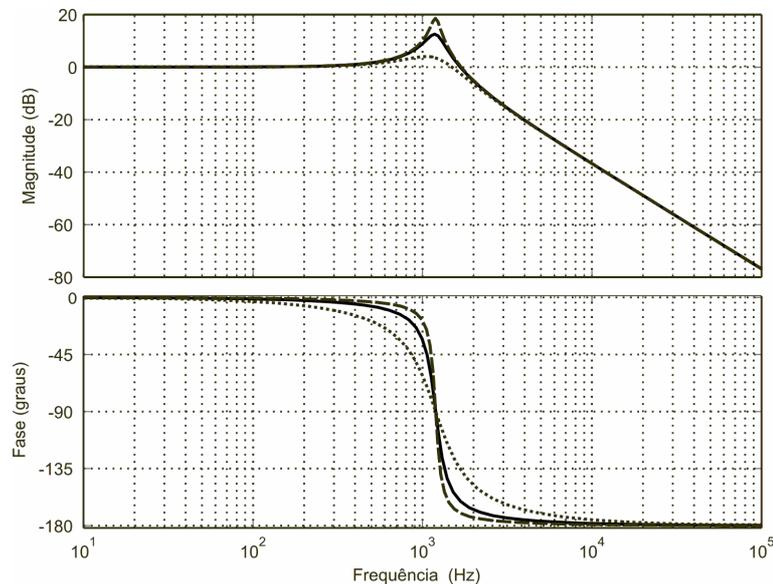


Figura 3 – Respostas em frequência da planta em malha aberta com cargas resistivas de 10Ω (.....), 28Ω (—) e 56Ω (- -).

Outra forma de perceber a influência da resistência de carga no comportamento da planta é por meio da resposta a uma entrada do tipo degrau unitário. Considerando L_f e C_f dados, à medida que o valor da resistência aumenta, o tempo de acomodação também aumenta, uma vez que, para o critério de erro de 2%, por exemplo, o tempo de acomodação é dado por

$$t_s = \frac{4}{\xi\omega_n} \quad (2-13)$$

Da mesma forma, o sobressinal também depende da resistência de carga, sendo dado por

$$OS = \exp\left(-\frac{\xi\pi}{\sqrt{1-\xi^2}}\right) \quad (2-14)$$

A Figura 4 mostra a resposta ao degrau da planta para três valores diferentes de resistência de carga, e com L_f e C_f dados na Tabela 1, sendo possível confirmar a sua influência no tempo de acomodação e no sobressinal da planta.

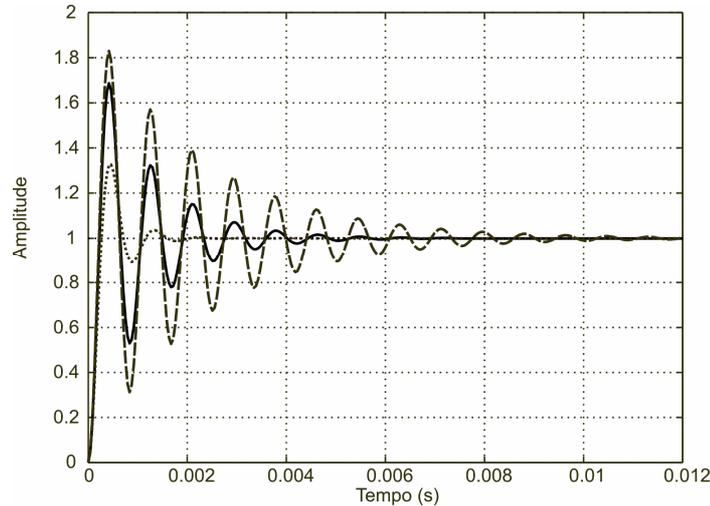


Figura 4 – Respostas da planta a uma entrada do tipo degrau unitário, para carga resistiva de 10Ω (*****), 28Ω (—) e 56Ω (- -).

A alteração da resposta transitória ocorre porque quanto maior é a resistência, mais os polos se deslocam para a direita, em direção ao eixo imaginário, como mostrado na Figura 5. Essa figura mostra, em destaque, os polos para os casos de resistência de carga 10Ω , 28Ω e 56Ω , tratados nos exemplos anteriores. Claramente, na região em que há polos complexos conjugados, o aumento de R_o desloca os polos em direção ao eixo imaginário, pela redução de ζ .

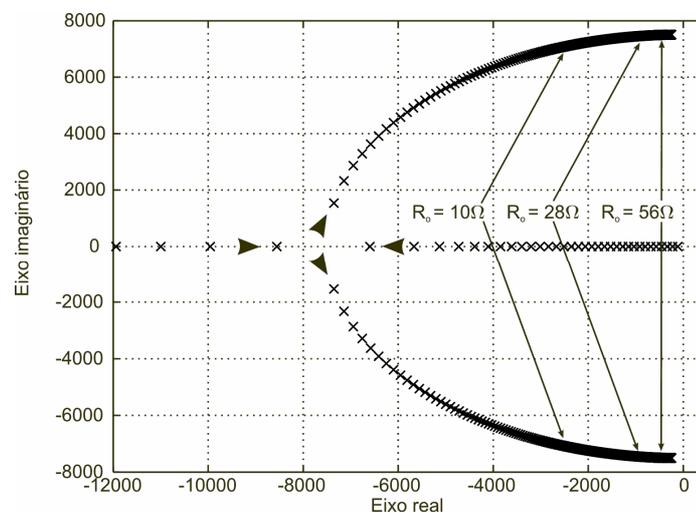


Figura 5 – Posição dos polos da planta em malha aberta, com resistência de carga com valores entre $0,1\Omega$ a 100Ω com passo de $0,1\Omega$ e com L_f e C_f dados na Tabela 1.

Portanto, a resposta em frequência e a resposta no tempo da planta em malha aberta são fortemente dependentes da resistência de carga. À medida que o sistema se aproxima da operação a vazio (R_o tendendo a infinito), o transitório é mais lento, oscilatório, com maior sobressinal e maior pico de ressonância. Essas características deverão ser compensadas pelo controle em malha fechada.

2.2 Modelo politópico

Considere agora que os parâmetros da planta na Figura 1 não sejam perfeitamente conhecidos, mas que pertençam a intervalos cujos limites sejam conhecidos ou estimáveis, o que é plausível em caso de aplicações práticas. Um modelo que permite representar o sistema em todas as situações possíveis de valores dos parâmetros L_f , C_f e R_o é o modelo politópico [11], [80].

Um modelo politópico no espaço de estados é dado por

$$\dot{x}(t) = A(\alpha)x(t) + B(\alpha)u(t) \quad (2-15)$$

sendo

$$(A, B)(\alpha) = \sum_{i=1}^N \alpha_i (A, B)_i, \quad \alpha_i \geq 0, \quad \sum_{i=1}^N \alpha_i = 1 \quad (2-16)$$

e sendo as matrizes A_i e B_i , representadas por $(A, B)_i$ em (2-16), chamadas de vértices do politopo, e α chamado de vetor de parâmetros incertos.

Como exemplo, considere a planta modelada por (2-4). Assuma que somente R_o seja um parâmetro incerto e possa assumir qualquer valor entre R_{\min} (resistência mínima de carga) e R_{\max} (resistência máxima de carga) tal que $R_o \in [R_{\min}, R_{\max}]$. Dessa forma, tem-se que

$$\begin{aligned} A(\alpha) &= \alpha_1 A_1 + \alpha_2 A_2 \\ \alpha_1 + \alpha_2 &= 1 \\ \alpha_1, \alpha_2 &\geq 0 \end{aligned} \quad (2-17)$$

em que

$$A_1 = \begin{bmatrix} -\frac{1}{R_{\min}} C_f & \frac{1}{C_f} \\ -\frac{1}{L_f} & 0 \end{bmatrix} \text{ e } A_2 = \begin{bmatrix} -\frac{1}{R_{\max}} C_f & \frac{1}{C_f} \\ -\frac{1}{L_f} & 0 \end{bmatrix} \quad (2-18)$$

e

$$B(\alpha) = B_1 = B_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 1/L_f \end{bmatrix} \quad (2-19)$$

Como na matriz B não aparece o parâmetro incerto R_o , então os vértices B_1 e B_2 são iguais, e a matriz $B(\alpha)$ corresponde à própria matriz B original da planta.

Para qualquer valor de $R_o \in [R_{\min}, R_{\max}]$, existem valores de α_1 e α_2 que obedecem a (2-17), permitindo descrever as matrizes da representação original do sistema como uma combinação (chamada combinação convexa) dos vértices. A vantagem da representação politópica é que a análise de estabilidade e o projeto de controladores feitos apenas para os vértices permitem conclusões válidas para todo o politopo e, portanto, para todo o domínio de incertezas do sistema original. Cabe mencionar que esta análise pode ser estendida para incertezas nos parâmetros L_f e C_f .

Para exemplificar a utilização do modelo politópico para análise de estabilidade robusta, considere a função de Lyapunov

$$v(x(t)) = x(t)^T P x(t) \quad (2-20)$$

Sua derivada

$$\dot{v}(x(t)) = \dot{x}(t)^T P x(t) + x(t)^T P \dot{x}(t) \quad (2-21)$$

para o sistema (2-15), com $u(t)$ igual a zero, fica sendo

$$\dot{v}(x(t)) = x(t)^T (A(\alpha)^T P + P A(\alpha)) x(t) \quad (2-22)$$

Usando a definição de $A(\alpha)$ da equação (2-16) tem-se

$$\dot{v}(x) = x(t)^T \left(\sum_{i=1}^N \alpha_i (A_i^T P + P A_i) \right) x(t) \quad (2-23)$$

Note que se existir $P = P^T > 0$ tal que

$$\sum_{i=1}^N \alpha_i (A_i^T P + P A_i) < 0 \quad (2-24)$$

tem-se que $v(x) > 0$ e $\dot{v}(x) < 0$ para todo $x \neq 0$. Uma condição suficiente para a solução de (2-24) é existir

$$\begin{aligned} P = P^T > 0 \\ (A_i^T P + P A_i) < 0, \quad i = 1 \dots N \end{aligned} \quad (2-25)$$

Em outras palavras, a existência de uma matriz P de Lyapunov garantindo a estabilidade dos vértices (conjunto finito de matrizes dado por A_i , com $i = 1 \dots N$), é suficiente para assegurar a estabilidade de todo o politopo (conjunto infinito) dado por

$$A(\alpha) = \sum_{i=1}^N \alpha_i A_i, \quad \alpha_i \geq 0, \quad \sum_{i=1}^N \alpha_i = 1 \quad (2-26)$$

O mesmo raciocínio se aplica para o projeto de controle robusto, em que um ganho fixo de controle é calculado para estabilizar os vértices do politopo e, pela convexidade, garante-se a estabilidade de todo o sistema incerto [11]. Desigualdades como (2-25) são chamadas de desigualdades matriciais lineares e serão vistas com maiores detalhes no Capítulo 5. Essas desigualdades têm solução por meio de eficientes algoritmos, tendo se tornado uma reconhecida e importante ferramenta de análise de estabilidade de sistemas e de projeto de controladores [11], [80].

2.3 Modelo com carga chaveada

Em aplicações práticas, é comum encontrar cargas não lineares como retificadores não controlados sendo alimentados por UPSs, como mostra a Figura 6.

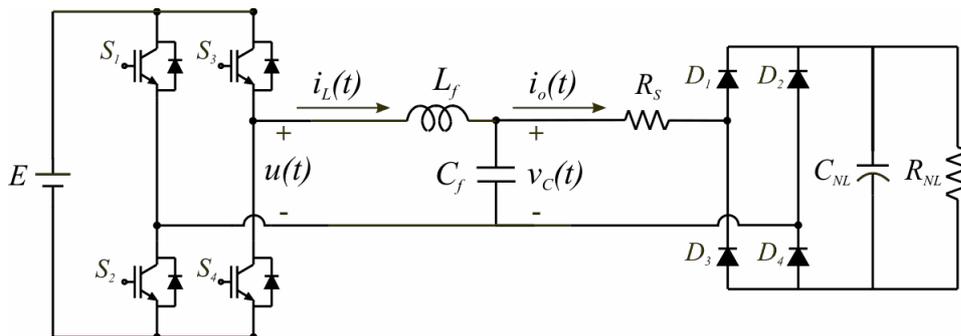


Figura 6 – Inversor PWM, filtro LC e retificador não controlado.

Assumindo $R_s = 0 \Omega$ e que os diodos D_1 , D_2 , D_3 e D_4 são ideais, pode-se observar que o sistema possui dois modos de operação. O primeiro deles é quando os diodos D_1 e D_4 ou D_2 e D_3 estão em condução. Portanto, a carga passa a drenar corrente da fonte de tensão que a alimenta, ou seja, da saída da UPS. Assim, o capacitor e o resistor da carga não linear ficam conectados diretamente em paralelo com o capacitor do filtro de saída da UPS, como mostra a Figura 7. O modelo em espaço de estados pode ser obtido para o vetor de estados com componentes $v_C(t)$ e $i_L(t)$, da mesma forma que foi obtido para carga resistiva, ficando neste caso com matrizes dadas por

$$A = \begin{bmatrix} -\frac{1}{R_{NL}(C_f + C_{NL})} & \frac{1}{(C_f + C_{NL})} \\ -\frac{1}{L_f} & 0 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{L_f} \end{bmatrix}, \quad C = [1 \quad 0] \quad (2-27)$$

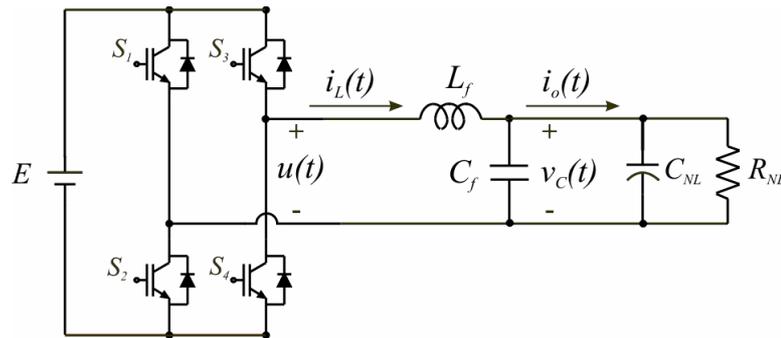


Figura 7 – Inversor PWM, filtro LC e retificador não controlado com D_1 e D_4 ou D_2 e D_3 em condução.

O segundo modo de operação considerado é quando nenhum dos diodos está em condução. Portanto, não existe corrente de carga. Sendo assim, do ponto de vista da UPS, o sistema opera a vazio, passando a ser modelado com as matrizes

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1/C_f \\ -1/L_f & 0 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 \\ 1/L_f \end{bmatrix}, C = [1 \ 0] \quad (2-28)$$

Como o sistema comuta entre os modos (2-27) e (2-28), pode-se observar que seu modelo é um caso particular do modelo politópico em que o sistema assume somente os valores das matrizes dos vértices do politopo, e comuta instantaneamente de um vértice para o outro. Os vértices, nesse caso, são

$$A_1 = \begin{bmatrix} -1/R_{NL}(C_f + C_{NL}) & 1/(C_f + C_{NL}) \\ -1/L_f & 0 \end{bmatrix}, A_2 = \begin{bmatrix} 0 & 1/C_f \\ -1/L_f & 0 \end{bmatrix} \quad (2-29)$$

$$B_1 = B_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 1/L_f \end{bmatrix}, C_1 = C_2 = [1 \ 0]$$

Esse é um exemplo de modelo de sistema chaveado com subsistemas lineares [42], [92], para o qual técnicas de controle chaveado ou controle robusto podem ser utilizadas.

2.4 Modelo com fonte de corrente como carga

Considere o modelo da Figura 8, em que uma fonte de corrente faz o papel da carga da UPS. O principal objetivo dessa abordagem é descrever a carga como um distúrbio genérico, permitindo representar cargas lineares e não lineares.

Uma carga não linear típica de UPSs, representável pelo modelo da Figura 8, é o retificador não controlado com filtro capacitivo mostrado na Figura 6, que demanda da UPS

uma corrente com harmônicas. Por exemplo, para a UPS em malha aberta com referência de tensão de saída senoidal com 170 V de pico e 60 Hz, para os parâmetros dados na Tabela 1 e para os parâmetros da carga não linear dados por $R_S = 1,2 \Omega$, $R_{NL} = 60 \Omega$ e $C_{NL} = 2350 \mu\text{F}$, tem-se, espectro da corrente de carga mostrado na Figura 9 e a resposta na Figura 10.

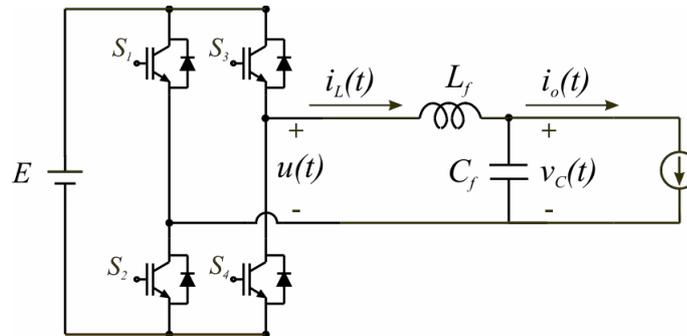


Figura 8 – Inversor PWM, filtro LC com distúrbio como carga.

É possível perceber que existem componentes nas frequências ímpares múltiplas da frequência da fundamental, (i. e. harmônicas ímpares), o que tende a causar distorção na forma de onda de tensão de saída da UPS, como comprova a Figura 10. Essa distorção será explicada pela análise em frequência mostrada mais à frente.

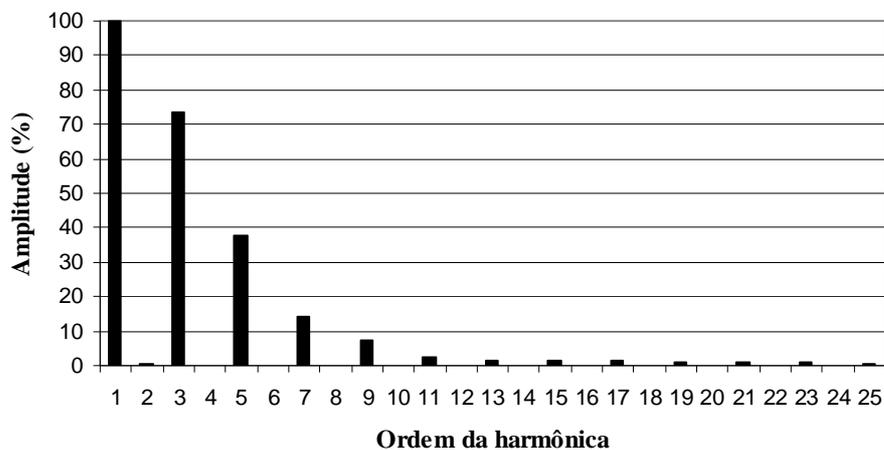


Figura 9 – Espectro harmônico característico da corrente de saída de uma UPS em malha aberta alimentando um retificador não controlado com filtro capacitivo.

Um modelo para o circuito da Figura 8 pode ser obtido a partir das leis de Kirchhoff, levando às equações (2-1) e

$$i_L(t) - C_f \frac{dv_C(t)}{dt} - i_o(t) = 0 \quad (2-30)$$

O sistema pode ser escrito em variáveis de estado como

$$\begin{aligned}\dot{x}(t) &= Ax(t) + Bu(t) + Fi_o(t) \\ y(t) &= Cx(t)\end{aligned}\quad (2-31)$$

Para o vetor de estados

$$x(t) = \begin{bmatrix} v_C(t) \\ i_L(t) \end{bmatrix} \quad (2-32)$$

as matrizes do modelo são dadas por

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1/C_f \\ -1/L_f & 0 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ 1/L_f \end{bmatrix}, \quad C = [1 \quad 0], \quad F = \begin{bmatrix} -1/C_f \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2-33)$$

Note que a entrada $i_o(t)$ representa um distúrbio e a motivação é que o controle seja capaz de rejeitar harmônicas presentes nesse distúrbio para garantir um bom desempenho para a UPS em malha fechada.

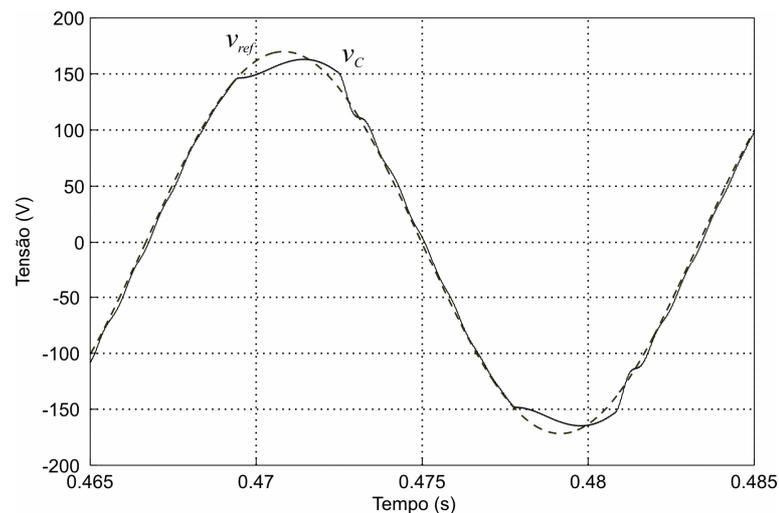


Figura 10 – Resposta da planta em malha aberta para carga não linear do tipo retificador não controlado: saída v_C (—) e tensão de referência v_{ref} (- -).

O sistema (2-31) tem duas entradas e uma saída. Supondo $i_o(t)$ nulo (i. e., UPS a vazio) e fazendo a análise em frequência tem-se, para os parâmetros do filtro na Tabela 1, o resultado da Figura 11. Não há limite para o pico da ressonância, uma vez que não há amortecimento no sistema. Uma consequência disso é que se o sistema for utilizado em malha aberta para gerar senoides de frequências próximas à frequência de ressonância, ocorrerão ampliações proibitivas na forma de onda da tensão de saída.

Na Figura 12 é apresentada a resposta em frequência supondo a entrada $u(t)$ nula, e com parâmetros do filtro dados na Tabela 1. Essa figura pode ser vista como a impedância de saída da planta em malha aberta, uma vez que

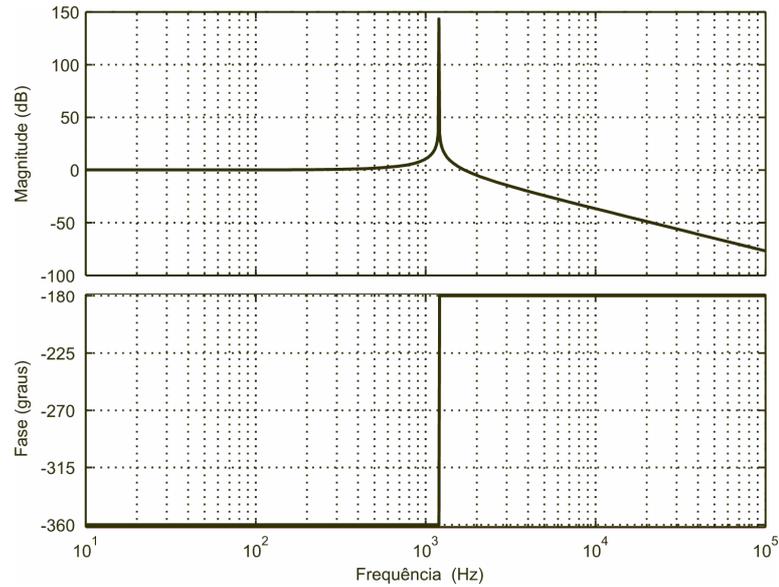


Figura 11 – Resposta em frequência da planta em malha aberta com entrada u e a tensão v_C no capacitor do filtro LC como saída.

$$Z_o(j\omega) = \frac{v_C(j\omega)}{i_o(j\omega)} \quad (2-34)$$

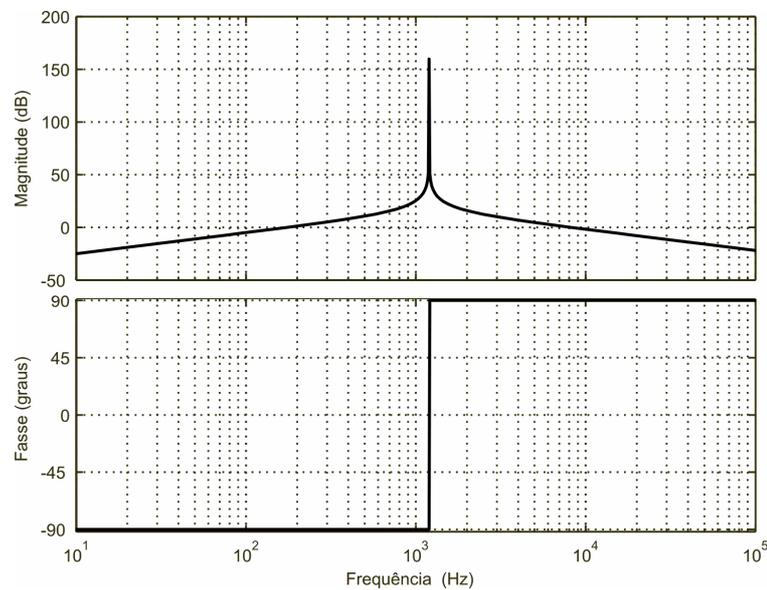


Figura 12 – Resposta em frequência da planta em malha aberta com o distúrbio i_o como entrada e a tensão v_C como saída.

O valor máximo da impedância de saída na Figura 12 ocorre justamente na frequência de ressonância do filtro. Isso significa que correntes de carga da UPS que tenham componentes harmônicas nas proximidades desta frequência distorcerão mais significativamente a forma de onda da tensão de saída. É o que ocorre com a carga não linear

típica, cujo espectro de corrente foi dado na Figura 9, que possui componentes harmônicas mostradas entre as frequências de 180 Hz e 1500 Hz, que estão localizadas na faixa de frequências para a qual a impedância de saída da planta em malha aberta é mais alta (vide Figura 12). Isso explica a forma de onda de tensão distorcida dada na Figura 10. Cabe aqui mencionar que um dos objetivos de controle de UPSs é reduzir a impedância de saída do sistema nas frequências em que as harmônicas de corrente de carga ocorrem, garantindo formas de onda de tensão de saída com baixa distorção.

Por exemplo, em [25] é proposto um controlador que visa à redução da impedância de saída de uma UPS monofásica, pela realimentação da corrente e da tensão de saída, que garante boa resposta em regime permanente e em variações de carga. Em [86], são propostas três técnicas de controle por realimentação de estados, com o intuito de assegurar ao sistema em malha fechada boa capacidade de rejeição de distúrbios em todas as frequências. Em [90], é mostrado como o controlador repetitivo reduz a impedância de saída do sistema em malha fechada, obtendo um bom rastreamento de referência com erro aproximadamente nulo, confirmando a relação existente entre a baixa impedância de saída e a capacidade de rejeição de distúrbios. Maiores detalhes sobre controle com capacidade de rejeição de distúrbios serão vistos no Capítulo 3.

É imediato concluir que o modelo com carga resistiva e o modelo com fonte de corrente como carga podem ser combinados, como dado na Figura 13, cuja representação no espaço de estados é dada por

$$\begin{bmatrix} \dot{v}_C(t) \\ \dot{i}_L(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{R_o C_f} & \frac{1}{C_f} \\ -\frac{1}{L_f} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_C(t) \\ i_L(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{L_f} \end{bmatrix} u(t) + \begin{bmatrix} -\frac{1}{C_f} \\ 0 \end{bmatrix} i_o(t) \quad (2-35)$$

$$v_C(t) = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_C(t) \\ i_L(t) \end{bmatrix}$$

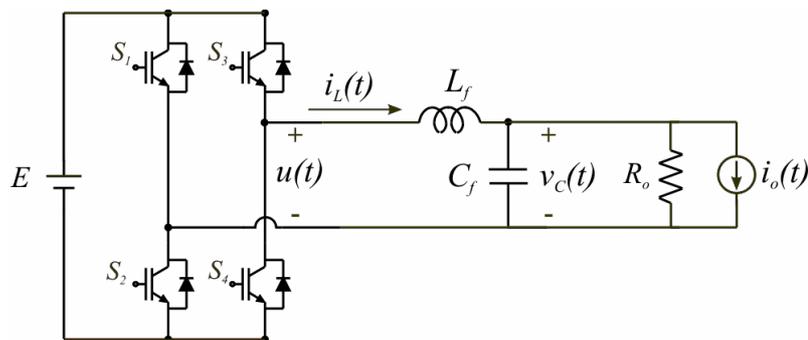


Figura 13 – Inversor PWM, filtro LC com resistência e distúrbio como carga.

Esse modelo é útil para descrever UPSs que operam com uma carga nominal resistiva e estão sujeitas, por exemplo, a distúrbios provenientes de entradas e saídas eventuais de cargas lineares e não lineares.

2.5 Modelo discreto levando em conta o atraso de transporte

Atualmente, UPSs são, quase que na totalidade, controladas por meio de técnicas de controle digital. Um primeiro passo para a implementação de controladores em tempo discreto para UPSs é a obtenção de um modelo discreto da planta. Utilizando o método do retentor de ordem zero (ZOH – *Zero Order Hold*) para discretização de sistemas no espaço de estados, tem-se que o sistema (2-31), discretizado com período de amostragem T_a , fica [46]

$$\begin{aligned} x(k+1) &= A_d x(k) + B_d u(k) + F_d i_o(k) \\ y(k) &= C_d x(k) \end{aligned} \quad (2-36)$$

com

$$A_d = \exp(AT_a) , B_d = \int_0^{T_a} \exp(A\tau) B d\tau , F_d = \int_0^{T_a} \exp(A\tau) F d\tau , C_d = C \quad (2-37)$$

Na implementação digital da lei de controle, sabe-se que usualmente existe um atraso relativo ao fato de as variáveis serem medidas no instante k , e a ação de controle calculada com base nessa informação só estar disponível para implementação no instante $k+1$. A não inclusão desse atraso no modelo do sistema pode levar ao projeto de controladores que produzem desempenho inferior ao esperado ou mesmo que levam o sistema em malha fechada à instabilidade.

Existem estratégias de análise e controle levando em conta atraso, como estratégias baseadas em função de Lyapunov [93], [94]. Um modelo que permite levar em conta o atraso, usual em aplicações com processadores digitais de sinais, é dado por [46]

$$\begin{aligned} x(k+1) &= A_d x(k) + B_d \theta(k) + F_d i_o(k) \\ \theta(k+1) &= u(k) \end{aligned} \quad (2-38)$$

Note que existe um estado adicional relativo ao atraso, que permite representar (2-38) como

$$\begin{bmatrix} x(k+1) \\ \theta(k+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_d & B_d \\ 0_{1 \times 2} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(k) \\ \theta(k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0_{2 \times 1} \\ 1 \end{bmatrix} u(k) + \begin{bmatrix} F_d \\ 0 \end{bmatrix} i_o(k) \quad (2-39)$$

A inclusão do estado θ no modelo insere um polo na origem do círculo de raio unitário, como mostrado na Figura 14, obtida para o modelo da planta discretizada levando em conta o atraso de transporte da forma descrita em (2-39), para parâmetros do filtro apresentados na Tabela 1

e para uma frequência de discretização de 20160 Hz. Note que, como não existe resistência na saída do filtro no modelo em consideração, os polos da planta no domínio contínuo estão sobre o eixo imaginário, sendo mapeados sobre a borda do círculo de raio unitário no domínio discreto.

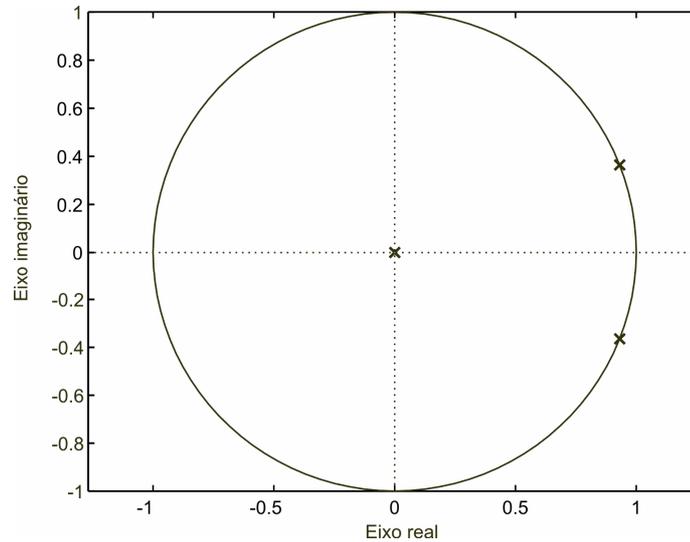


Figura 14 – Localização dos polos discretos da planta modelada com distúrbio como carga considerando o atraso de transporte em malha aberta.

O modelo (2-38) será utilizado no Capítulo 4 para o projeto de um controlador ótimo no espaço de estados para aplicações em UPSs, conveniente para ser implementado em processadores digitais de ponto fixo.

2.6 Sumário

Este capítulo apresentou a modelagem em espaço de estados do estágio de saída de UPSs monofásicas com tensão de saída senoidal. Os modelos são obtidos considerando carga resistiva e fonte de corrente como carga. Para essas situações, são realizadas análises da resposta da planta no domínio do tempo e no domínio da frequência. Além disso, é apresentado um modelo politópico da planta, exemplificado para representar incertezas na resistência da carga. Um modelo para uma carga chaveada típica também é apresentado e mostra-se que este pode ser visto como um caso particular do modelo politópico. Visando à adequação do modelo à implementação digital, é fornecida uma descrição da planta no domínio discreto incluindo atraso de transporte.

3 *CONTROLADOR BASEADO NO PRINCÍPIO DO MODELO INTERNO*

Este capítulo tem como principal objetivo apresentar as características do controlador baseado no princípio do modelo interno (CBPMI) para rastreamento de sinais de referência senoidais e para rejeição de distúrbios senoidais. O sistema com o CBPMI é descrito no espaço de estados, permitindo a aplicação de qualquer técnica de realimentação de estados. Um regulador linear quadrático (LQR – *Linear Quadratic Regulator*) é escolhido por minimizar a energia do sinal de controle e dos estados, além de prover boas margens de fase e ganho. Exemplos de projeto são apresentados para ilustrar a melhora da qualidade dos resultados com o aumento da complexidade do CBPMI.

3.1 Princípio do modelo interno

Segundo o princípio do modelo interno [56], em um sistema de controle realimentado como o da Figura 15, tem-se erro nulo em regime permanente se:

- o sistema em malha fechada for assintoticamente estável;
- os polos de $G_p(s)$ incluírem os polos de $r(s)$ que se deseja rastrear.

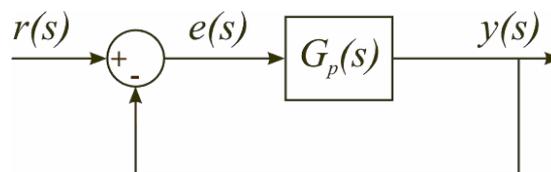


Figura 15 – Sistema realimentado.

Por exemplo, considerando que o sinal de referência $r(s)$ seja um degrau unitário, então o erro será nulo se $G_p(s)$ contiver o termo $1/s$. Assim, sabendo que o sinal de erro $e(s)$ é

$$e(s) = \frac{r(s)}{1 + G_p(s)} \quad (3-1)$$

tem-se, pelo teorema do valor final [6], que

$$e_{rp} = \lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = \lim_{s \rightarrow 0} s e(s) \quad (3-2)$$

Para o caso em questão,

$$e_{rp} = \lim_{s \rightarrow 0} s \frac{1}{s} \frac{1}{1 + G_p(s)} = \frac{1}{1 + G_p(0)} \quad (3-3)$$

Como $G_p(0)$ é infinito, se $G_p(s)$ contiver o termo $1/s$, o erro de regime permanente à entrada degrau será nulo.

O princípio do modelo interno pode ser aplicado para sinais de referência senoidais. Nesse caso, os controladores chamados ressonantes, que impõem polos sobre o eixo imaginário nas frequências iguais às da referência, podem ser utilizados para garantir rastreamento assintótico.

Considere uma referência do tipo $sen(\omega_o t)$. Sua transformada de Laplace é dada por

$$r(s) = \frac{\omega_o}{s^2 + \omega_o^2} \quad (3-4)$$

Um compensador do tipo

$$G_{CBPMI}(s) = \frac{\omega_o}{s^2 + \omega_o^2} \quad (3-5)$$

associado em cascata com o bloco $G_p(s)$ da Figura 15 garante rastreamento assintótico desta referência se o sistema em malha fechada for assintoticamente estável e não houver cancelamento dos polos de $G_{CBPMI}(s)$ com os zeros de $G_p(s)$. A função de transferência (3-5) é mostrada na Figura 16 para $\omega_o = 2\pi 60$ rad/s. Note que o ganho nesta frequência tende a infinito, garantindo erro nulo em regime permanente para a referência senoidal com frequência ω_o .

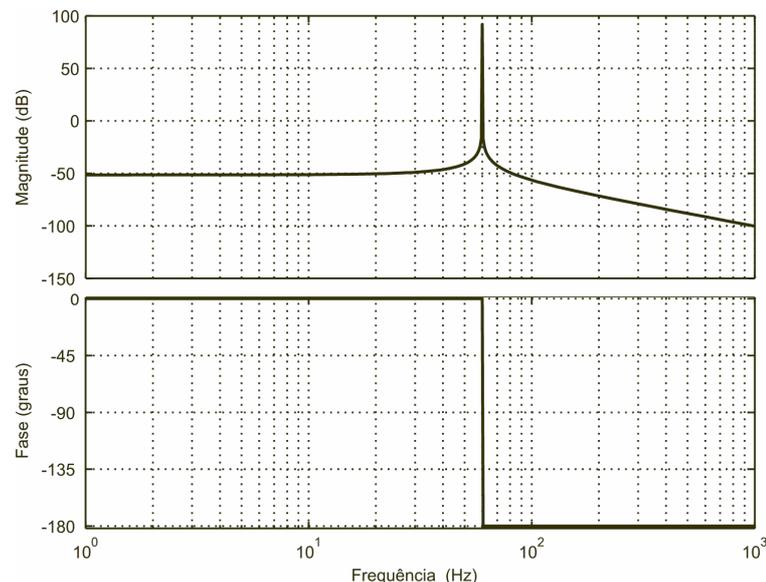


Figura 16 – Resposta em frequência do controlador em (3-5).

A análise da capacidade de rastreamento de referências e rejeição de distúrbios senoidais pode ser realizada, por exemplo, utilizando o diagrama de blocos da Figura 17, conforme descrito a seguir.

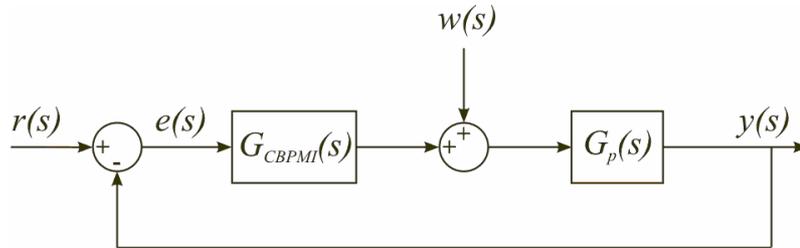


Figura 17 – Sistema em malha fechada submetido a uma perturbação.

3.2 Rastreamento de referências senoidais

Considere o diagrama de blocos da Figura 17 com $r(s)$ sendo uma referência senoidal de frequência angular ω_o e com o distúrbio $w(s)$ sendo zero. Portanto,

$$\frac{e(s)}{r(s)} = \frac{1}{1 + G_{CBPMI}(s)G_p(s)} \quad (3-6)$$

Considere também que $G_{CBPMI}(s)$ é dado por (3-5), ou seja, possui polos na mesma frequência dos polos do sinal de referência e que

$$G_p(s) = \frac{num(s)}{den(s)} \quad (3-7)$$

Substituindo as equações (3-5) e (3-7) na equação (3-6) tem-se que

$$\frac{e(s)}{r(s)} = \frac{1}{1 + \frac{\omega_o}{s^2 + \omega_o^2} \frac{num(s)}{den(s)}} \quad (3-8)$$

Assuma que o sistema em malha fechada é assintoticamente estável e que não há cancelamento de zeros de $G_p(s)$ com polos de $G_{CBPMI}(s)$. Fazendo a análise em regime permanente senoidal, para $s = j\omega_o$ tem-se

$$\frac{e(j\omega_o)}{r(j\omega_o)} = \frac{1}{1 + \frac{\omega_o}{-\omega_o^2 + \omega_o^2} \frac{num(j\omega_o)}{den(j\omega_o)}} = 0 \quad (3-9)$$

Isso significa que o erro de regime permanente é nulo. Portanto, fica comprovada a capacidade de o sistema seguir sinais de referência senoidais se o CBPMI possuir polos adequadamente posicionados.

3.3 Rejeição de distúrbios senoidais

Além do seguimento de referência com erro nulo, um sistema de controle tem, em geral, como objetivo a rejeição de distúrbios externos que podem deteriorar seu desempenho. Em particular, para UPSs, cargas não lineares típicas podem ser vistas como distúrbios de corrente na frequência da tensão de saída e em suas múltiplas. A rejeição deste tipo de distúrbio será fundamental para um bom desempenho de um sistema UPS.

Considere a Figura 17, com $r(s)$ igual a zero, o que permite escrever

$$\frac{e(s)}{w(s)} = -\frac{G_p(s)}{1 + G_{CBPMI}(s)G_p(s)} \quad (3-10)$$

Para verificar a capacidade de rejeição de distúrbios senoidais na frequência ω_o , considere que $G_{CBPMI}(s)$ é dado por (3-5), ou seja, o distúrbio ocorre na mesma frequência em que está sintonizado o CBPMI. Assim,

$$\frac{e(s)}{w(s)} = -\frac{\frac{num(s)}{den(s)}}{1 + \frac{\omega_o}{s^2 + \omega_o^2} \frac{num(s)}{den(s)}} \quad (3-11)$$

Assumindo que o sistema é assintoticamente estável e que não há cancelamento de zeros de $G_p(s)$ com polos de $G_{CBPMI}(s)$, a análise em regime permanente senoidal leva a

$$\frac{e(j\omega_o)}{w(j\omega_o)} = -\frac{\frac{num(j\omega_o)}{den(j\omega_o)}}{1 + \frac{\omega_o}{-\omega_o^2 + \omega_o^2} \frac{num(j\omega_o)}{den(j\omega_o)}} = 0 \quad (3-12)$$

Portanto, neste caso, se o CBPMI possuir polos na mesma frequência do distúrbio, haverá a rejeição deste.

Usando o princípio da superposição, tem-se que o CBPMI incluindo simultaneamente os polos da referência e do distúrbio garante, para o sistema assintoticamente estável e sem o cancelamento de polos e zeros mencionado, o seguimento de referência e rejeição de distúrbios com erro nulo em regime permanente.

Usando este raciocínio para a rejeição de distúrbios com múltiplas harmônicas, que ocorrem em UPSs com cargas não lineares típicas, é necessária a inclusão no CBPMI de múltiplos controladores ressonantes nas frequências do distúrbio que se deseja rejeitar, como mostrado na Figura 18. Percebe-se que cada controlador possui um ganho proporcional, que deve ser calculado de forma a garantir a estabilidade assintótica do sistema em malha fechada

e um desempenho transitório satisfatório, por exemplo. $G_p(s)$ pode conter a planta com um controlador (e. g. controlador proporcional) que garante uma boa margem de estabilidade. Note que, em geral, utilizando técnicas de controle clássico, o cômputo dos ganhos de múltiplos controladores ressonantes como o da Figura 18 é feito de forma heurística [69], [72], [73] com resultados potencialmente conservadores quando o controlador tem dimensão grande.

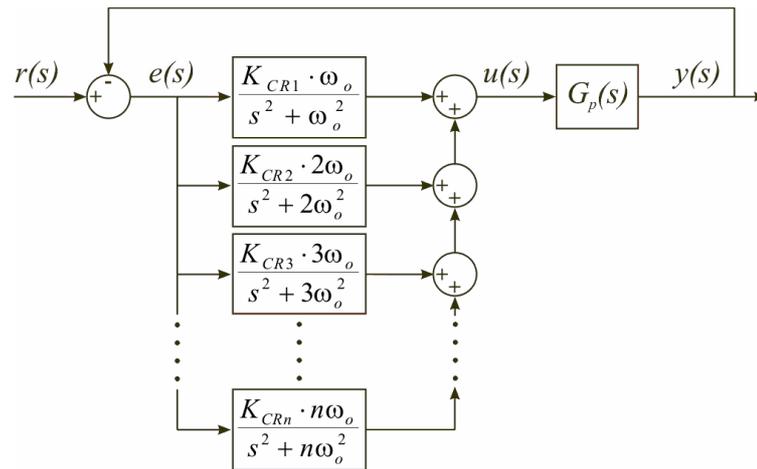


Figura 18 – Sistema realimentado com banco de CBPMI.

Um procedimento sistemático de cálculo de múltiplos ganhos de CBPMIs pode ser obtido usando técnicas no espaço de estados, como as dadas a seguir.

3.4 Representação do CBPMI no espaço de estados

Um CBPMI também pode ser representado em espaço de estados como

$$\begin{aligned} \dot{\rho}(t) &= A_c \rho(t) + B_c e(t) \\ y_c(t) &= C_c \rho(t) \end{aligned} \quad (3-13)$$

sendo $\rho(t)$ o vetor de estados do controlador, $y_c(t)$ o vetor das saídas, A_c , B_c e C_c matrizes de dimensão apropriada. Por exemplo, o controlador (3-5) pode ser incluído em uma representação no espaço de estados dada por

$$A_c = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\omega_o^2 & 0 \end{bmatrix}, \quad B_c = \begin{bmatrix} 0 \\ \omega_o \end{bmatrix}, \quad C_c = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3-14)$$

Nesse caso, o controlador tem como variáveis de saída as variáveis internas do CBPMI, o que facilita o projeto dos ganhos do controlador por realimentação plena de estados, uma vez que

todas as variáveis de estado do CBPMI estão disponíveis para o controle. Note que se a saída do CBPMI fosse apenas um de seus estados, o problema se tornaria um projeto de realimentação parcial de estados, o que é mais difícil de resolver e leva a resultados mais conservadores, ou um problema de realimentação dinâmica de saída, o que também tem solução mais difícil que a realimentação plena de estados [11].

A Figura 19 apresenta o diagrama de um sistema em malha fechada, por meio de realimentação dos estados da planta e dos estados internos do CBPMI. A planta em questão é a mesma descrita no Capítulo anterior, dada por (2-31).

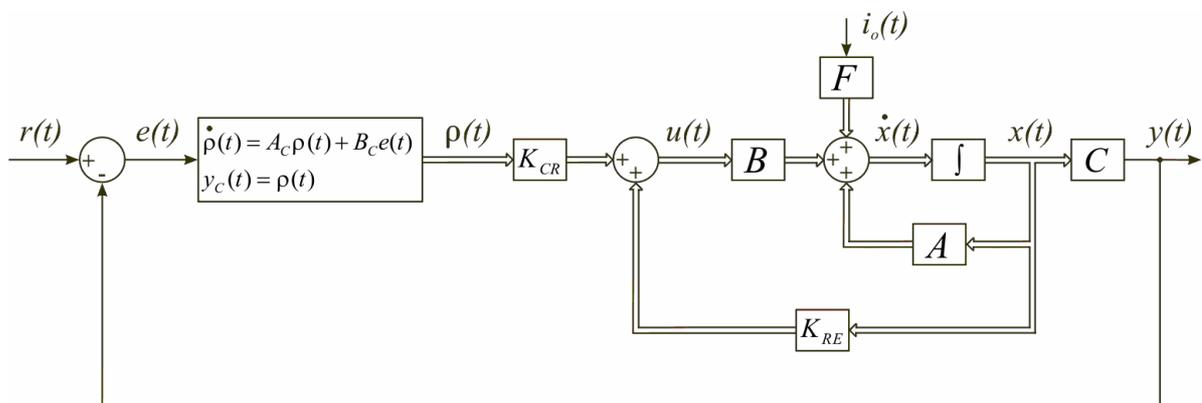


Figura 19 – Sistema em malha fechada com controle por meio de realimentação de estados.

É imediata a extensão da análise anterior, sobre rejeição de distúrbios e rastreamento de referências para o sistema na Figura 19, observando que aqui tem-se álgebra matricial. Portanto, se o CBPMI em (3-13) contiver os polos da referência e do distúrbio, e se K_{CR} e K_{RE} forem adequadamente calculados para garantir que o sistema em malha fechada seja assintoticamente estável, tem-se erro nulo à entrada senoidal $r(t)$ e ao distúrbio com componentes senoidais $i_o(t)$, por exemplo. O cálculo dos ganhos do controlador pode ser feito de forma sistemática com estratégias de controle por realimentação de estados, conforme segue.

3.5 Sistema aumentado e controlador LQR

O sistema da Figura 19 pode ser representado em um espaço aumentado, levando em consideração os estados da planta, $x(t)$, e do CBPMI, $\rho(t)$. Por exemplo, considere o CBPMI sintonizado na frequência fundamental ω_o , levando à seguinte representação

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \dot{x}(t) \\ \dot{\rho}_1(t) \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} A & 0_{2 \times 2} \\ -B_{C1}C & A_{C1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(t) \\ \rho_1(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B \\ 0_{2 \times 1} \end{bmatrix} u(t) + \begin{bmatrix} F \\ 0_{2 \times 1} \end{bmatrix} i_o(t) + \begin{bmatrix} 0_{2 \times 1} \\ B_{C1} \end{bmatrix} r(t) \\ y(t) &= [C \quad 0_{1 \times 2}] \begin{bmatrix} x(t) \\ \rho_1(t) \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (3-15)$$

Detalhando as variáveis de estado e as matrizes da planta e do CBPMI, (3-15) é dada por

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \dot{v}_c(t) \\ \dot{i}_L(t) \\ \dot{\rho}_1^1(t) \\ \dot{\rho}_1^2(t) \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 0 & 1/C_f & 0 & 0 \\ -1/L_f & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -\omega_o & 0 & -\omega_o^2 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_c(t) \\ i_L(t) \\ \rho_1^1(t) \\ \rho_1^2(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1/L_f \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} u(t) + \begin{bmatrix} -1/C_f \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} i_o(t) + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \omega_o \end{bmatrix} r(t) \\ y(t) &= [1 \quad 0 \quad 0 \quad 0] \begin{bmatrix} v_c(t) \\ i_L(t) \\ \rho_1^1(t) \\ \rho_1^2(t) \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (3-16)$$

Para a compreensão da notação, em (3-16), $\rho_1^1(t)$ e $\rho_1^2(t)$ representam, respectivamente, o primeiro e o segundo estados do CBPMI sintonizado na frequência da fundamental. Em um caso geral

$$\rho_i(t) = \begin{bmatrix} \rho_i^1(t) \\ \rho_i^2(t) \end{bmatrix} \quad (3-17)$$

expressa os estados de um CBPMI sintonizado na frequência da i -ésima harmônica. Note que, para cada harmônica i , tem-se no modelo interno dois estado associados.

Observa-se que em (3-16) o sistema aumentado é composto somente da planta e de um CBPMI na frequência da fundamental, ω_o , não possuindo a característica de rejeição de distúrbios de carga nas demais frequências harmônicas. Esse problema pode ser resolvido incluindo no modelo aumentado controladores sintonizados nas frequências múltiplas da fundamental que devem ser rejeitadas.

Generalizando a representação de (3-15), pode-se escrever que

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \dot{x}(t) \\ \dot{\rho}_1(t) \\ \vdots \\ \dot{\rho}_q(t) \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} A & 0_{2 \times 2} & \cdots & 0_{2 \times 2} \\ -B_{C1}C & A_{C1} & \cdots & 0_{2 \times 2} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ -B_{Cq}C & 0_{2 \times 2} & \cdots & A_{Cq} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(t) \\ \rho_1(t) \\ \vdots \\ \rho_q(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B \\ 0_{2 \times 1} \\ \vdots \\ 0_{2 \times 1} \end{bmatrix} u(t) + \begin{bmatrix} F \\ 0_{2 \times 1} \\ \vdots \\ 0_{2 \times 1} \end{bmatrix} i_o(t) + \begin{bmatrix} 0_{2 \times 1} \\ B_{C1} \\ \vdots \\ B_{Cq} \end{bmatrix} r(t) \\ y(t) &= [C \quad 0_{1 \times 2} \quad \cdots \quad 0_{1 \times 2}] \begin{bmatrix} x(t) \\ \rho_1(t) \\ \vdots \\ \rho_q(t) \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (3-18)$$

com

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1/C_f \\ -1/L_f & 0 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ 1/L_f \end{bmatrix}, \quad C = [1 \quad 0], \quad F = \begin{bmatrix} -1/C_f \\ 0 \end{bmatrix}, \quad (3-19)$$

$$A_{Ci} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -(i\omega_o)^2 & 0 \end{bmatrix}, \quad B_{Ci} = \begin{bmatrix} 0 \\ i\omega_o \end{bmatrix}$$

e com $i = 1 \dots q$ sendo igual à ordem das harmônicas a serem compensadas.

A representação (3-18) é conveniente para o projeto de leis de controle como, por exemplo, alocação de polos e de controle ótimo [6], [11]. Dentre os controladores ótimos, destaca-se o LQR, por permitir ao projetista levar em conta a energia das variáveis de estado e também do sinal de controle, provendo ganhos que garantam boas margens de estabilidade [78].

O LQR visa encontrar $u(t)$ que minimiza a função custo

$$J_{LQR} = \int_0^{\infty} (z(t)^T Q z(t) + u(t)^T R u(t)) dt \quad (3-20)$$

para o sistema

$$\dot{z}(t) = A_{LQR} z(t) + B_{LQR} u(t) \quad (3-21)$$

Na função custo (3-20), Q é uma matriz semidefinida positiva e R é uma matriz real simétrica, escolhidas pelo projetista.

A lei de controle que minimiza a função custo da equação (3-20) é uma lei do tipo realimentação de estados

$$u(t) = -Kz(t) \quad (3-22)$$

em que os ganhos são calculados por meio da existência de uma matriz V definida positiva que resolva a equação matricial de Riccati [6]

$$A_{LQR}^T V + V A_{LQR} - V B_{LQR} R^{-1} B_{LQR}^T V + Q = 0 \quad (3-23)$$

Se existir uma matriz V que resolva a equação (3-23), então os ganhos de realimentação

$$K = R^{-1} B_{LQR}^T V \quad (3-24)$$

garantem a estabilidade assintótica em malha fechada e a minimização de (3-20).

É válido ressaltar que a escolha das matrizes Q e R dependem da experiência do projetista e das limitações físicas da planta. Por exemplo, uma forma usual de escolha para a matriz Q é fazê-la uma matriz diagonal em que cada elemento define a importância relativa de cada uma das variáveis de estado. Em relação a R , no caso de uma única entrada de controle,

tem-se que um aumento de R implica a redução do sinal de controle. Assim, a escolha de Q e R permite ao projetista buscar um compromisso entre velocidade de resposta, amplitude de variáveis de estado e energia do sinal de controle.

Rotinas especializadas, como o *lqr*, do *Matlab* [95], fornecem os valores de K a partir do conhecimento das matrizes A_{LQR} e B_{LQR} do modelo do sistema planta e dos pesos das matrizes Q e R fornecidos pelo projetista.

3.6 Exemplos de projeto

Considere a planta dada na Figura 8, com barramento de corrente contínua (CC) igual a 240 V, frequência de chaveamento do inversor de 10080 Hz, com C_f e L_f dados na Tabela 1 e cujo objetivo é gerar uma tensão senoidal de saída de 120 V_{RMS} e 60 Hz. Portanto, o CBPMI deve conter esta frequência. Para tanto, considere o sistema aumentado em (3-16), com ω_o igual a $2\pi 60$ rad/s. Utilizando as matrizes dinâmicas e de controle de (3-16) e escolhendo

$$Q = \text{diag} [200 \quad 40 \quad 1 \quad 10], \quad R = 10 \quad (3-25)$$

como os pesos da matriz diagonal Q referentes à tensão de saída, corrente no indutor e aos estados do CBPMI, respectivamente, a função *lqr* do *Matlab* fornece

$$K = [3,6121 \quad 18,0009 \quad 11,1308 \quad -0,9996] \quad (3-26)$$

Cabe comentar que na estratégia aqui utilizada, todos os ganhos do controlador são calculados simultaneamente, ao contrário de algumas estratégias como [70], [73], [75], em que os ganhos de um primeiro controlador são calculados para garantir boa margem de estabilidade e, *a posteriori*, os ganhos do CBPMI são obtidos, o que pode levar ao empobrecimento do desempenho pela interação dos dois controladores.

A Figura 20 mostra o resultado de simulação do sistema em malha fechada para carga linear resistiva de 28 Ω . Percebe-se com clareza a boa capacidade de rastreamento de referência.

Considerando como carga não linear o retificador não controlado da Figura 6, com $R_S = 1,2 \Omega$, $R_{NL} = 60 \Omega$ e $C_{NL} = 2350 \mu\text{F}$, a Figura 21 mostra a forma de onda da tensão de saída do sistema em malha fechada com ganhos de (3-26), juntamente com o sinal de referência e a corrente de carga. Pela análise dessa figura, fica evidente a distorção na forma de onda da tensão de saída, comprovados pelo espectro harmônico da Figura 22. Isso é devido ao fato de o CBPMI utilizado não ter capacidade de rejeição de distúrbios de carga nas frequências múltiplas da fundamental, que estão presentes na carga não linear.

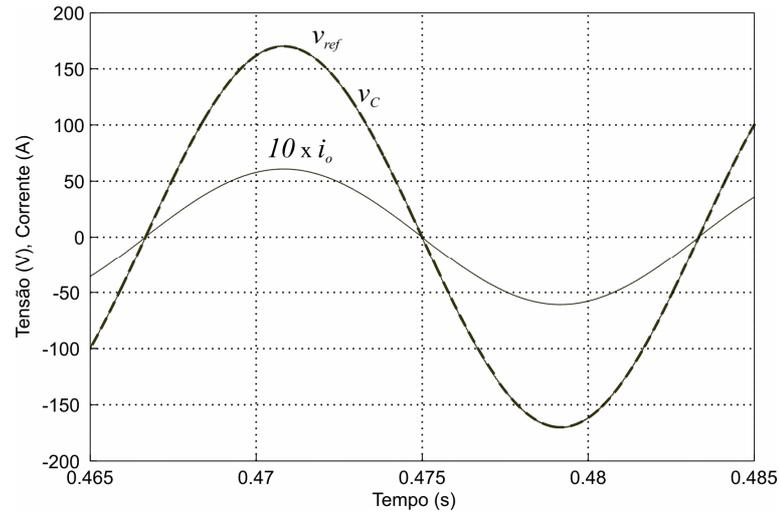


Figura 20 – Resultado de simulação do sistema em malha fechada para carga linear: tensão de saída v_C (—), tensão de referência v_{ref} (---) e corrente de carga (i_o), multiplicada por fator de escala.

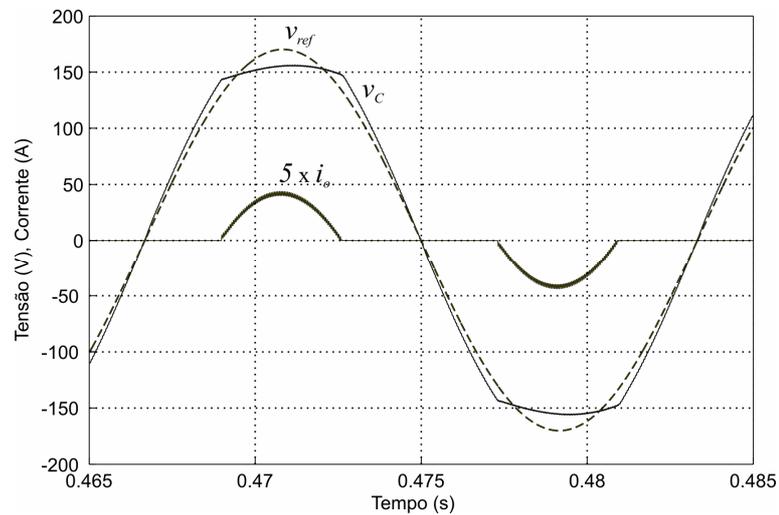


Figura 21 – Resultado de simulação do sistema em malha fechada para carga não linear: tensão de saída v_C (—), tensão de referência v_{ref} (---) e corrente de carga (i_o), multiplicada por fator de escala.

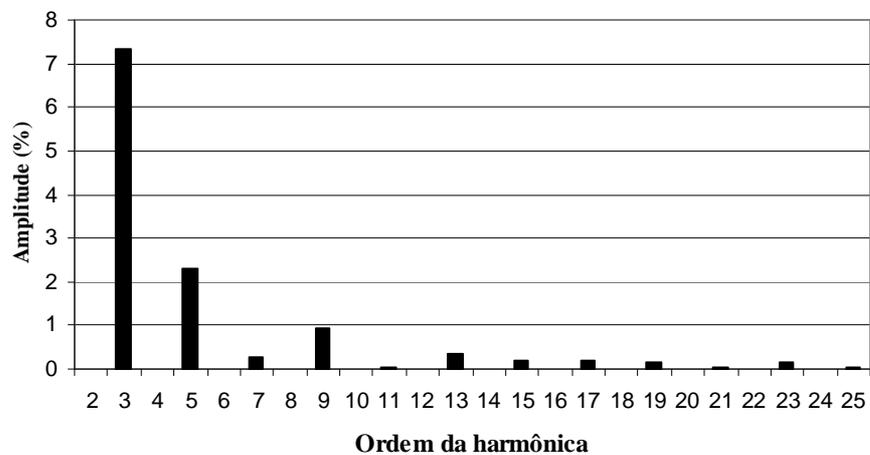


Figura 22 – Espectro harmônico da forma da tensão de saída da Figura 21.

Com o objetivo de melhorar a capacidade de rejeição de distúrbios, inclui-se no CBPMI a terceira harmônica. O sistema aumentado fica

$$\begin{aligned}
 \begin{bmatrix} \dot{v}_c(t) \\ \dot{i}_L(t) \\ \dot{\rho}_1^1(t) \\ \dot{\rho}_1^2(t) \\ \dot{\rho}_3^1(t) \\ \dot{\rho}_3^2(t) \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 0 & 1/C_f & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1/L_f & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\omega_o & 0 & -\omega_o^2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ -3\omega_o & 0 & 0 & 0 & -(3\omega_o)^2 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_c(t) \\ i_L(t) \\ \rho_1^1(t) \\ \rho_1^2(t) \\ \rho_3^1(t) \\ \rho_3^2(t) \end{bmatrix} + \\
 &+ \begin{bmatrix} 0 \\ 1/L_f \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} u(t) + \begin{bmatrix} -1/C_f \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} i_o(t) + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \omega_o \\ 0 \\ 3\omega_o \end{bmatrix} r(t) \tag{3-27} \\
 y(t) &= [1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0] \begin{bmatrix} v_c(t) \\ i_L(t) \\ \rho_1^1(t) \\ \rho_1^2(t) \\ \rho_3^1(t) \\ \rho_3^2(t) \end{bmatrix}
 \end{aligned}$$

São utilizados os mesmos parâmetros do exemplo anterior, com a inclusão de um controlador sintonizado na frequência $3\omega_o$ (correspondendo à frequência da terceira harmônica, isto é, 180 Hz). Escolhendo

$$Q = \text{diag}[200 \ 40 \ 1 \ 10 \ 1 \ 10], \quad R = 10 \tag{3-28}$$

a função *lqr* do *Matlab* resulta em

$$K = [3,7009 \ 18,2180 \ 41,4291 \ -0,9939 \ 9,4941 \ -1] \tag{3-29}$$

A Figura 23 mostra, para os ganhos de (3-29), os resultados do sistema em malha fechada com carga não linear. Nota-se uma melhora da qualidade da tensão de saída em relação à da Figura 21. Essa melhora ocorre em função de o CBPMI agora ser capaz de rejeitar harmônicas de carga nas frequências ω_o e $3\omega_o$.

Na Figura 24 é apresentado o espectro harmônico da tensão de saída da Figura 23. Considerando que a amplitude da componente fundamental representa 100%, percebe-se que o efeito da terceira harmônica é praticamente eliminado, devido a presença do CBPMI sintonizado na frequência de 180 Hz.

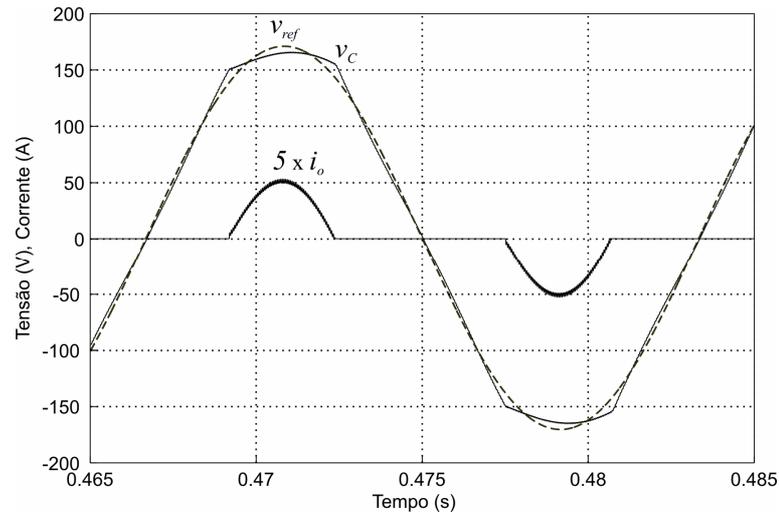


Figura 23 – Resultado de simulação do sistema em malha fechada para carga não linear com compensação da terceira harmônica: tensão de saída v_C (—), tensão de referência v_{ref} (---) e corrente de carga (i_o), multiplicada por fator de escala.

Note que seguindo procedimento de incluir polos referentes a outras harmônicas presentes no distúrbio, e projetando-se adequadamente o LQR, haveria uma melhora progressiva na qualidade da forma de onda da tensão de saída em regime permanente. Este fato será explorado no capítulo seguinte.

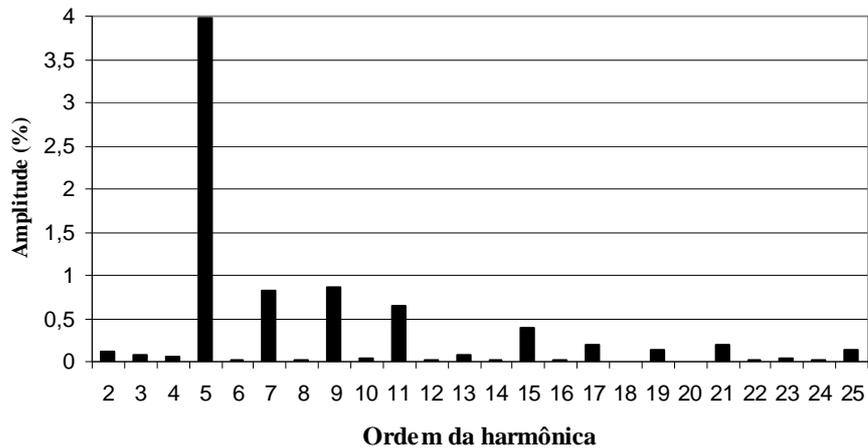


Figura 24 – Espectro harmônico da forma da tensão de saída da Figura 23.

A Figura 25 mostra o diagrama de Bode do sistema (3-27) em malha fechada, para os ganhos dados pela equação (3-29), considerando o distúrbio i_o como entrada e a tensão v_C como saída.

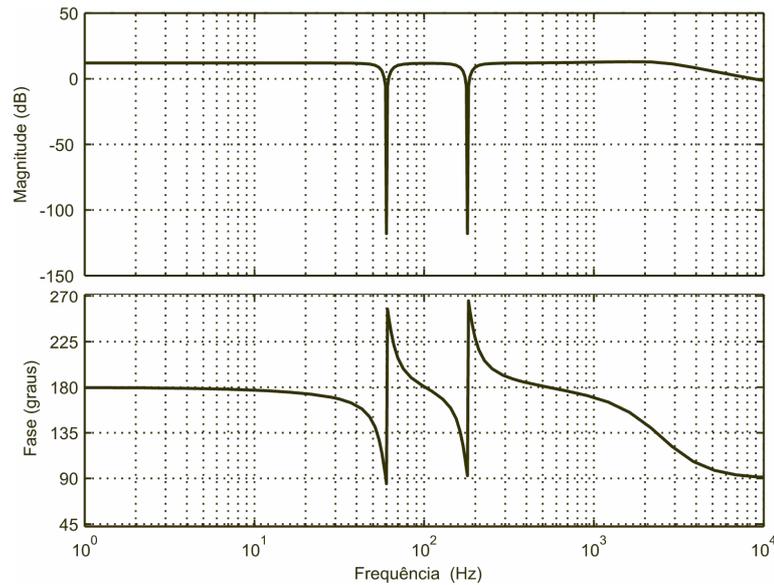


Figura 25 – Resposta em frequência em malha fechada da entrada i_o para a saída v_c para os ganhos do controlador LQR com compensação da terceira harmônica.

No diagrama de magnitude, da Figura 25, nota-se uma grande atenuação do ganho nas frequências de 60 Hz e de 180 Hz. Isso significa que, em malha fechada, o sistema tem a capacidade de rejeitar distúrbios de carga que venham a ocorrer nessas frequências, pois apresenta baixa impedância de saída nestas frequências. Já na Figura 26, que mostra o diagrama de Bode do sistema em malha fechada da entrada r para a saída v_c , é possível perceber a característica de rastreamento de sinais de referência senoidal, pelo ganho 0 dB na frequência de 60 Hz. Também percebe-se ganho 0 dB na frequência de 180 Hz, que vem do CBPMI utilizado. Essa característica não tem relevância para o rastreamento da referência senoidal de 60 Hz, mas poderia ser explorada para o uso do sistema como fonte de potência CA, visando gerar outras frequências, como neste caso, a de 180 Hz.

É válido ressaltar que o controlador foi tratado até agora no domínio do tempo contínuo. A seguir, citam-se algumas dificuldades inerentes à implementação analógica deste controle. Primeiramente, cita-se o elevado número de componentes eletrônicos necessários para a implementação deste controlador com CBPMI com maior número de harmônicas. As variações paramétricas do controlador com fatores externos que tem influência sobre componentes analógicos também seriam relevantes. Isso poderia afetar a estabilidade do sistema em malha fechada, pois o CBPMI possui polos exatamente sobre o eixo imaginário do plano complexo. É possível adicionar um fator de amortecimento, deslocando levemente os polos do CBPMI para o interior do semi-plano esquerdo do plano complexo, melhorando a estabilidade, mas prejudicando o desempenho e elevando ainda mais o número de

componentes na implementação. Como observado na Figura 25, uma pequena variação de frequência dos polos do CBPMI, que, na prática, vem da escolha dos componentes analógicos usados no circuito do CBPMI, prejudicaria muito a característica de rejeição de distúrbios do sistema.

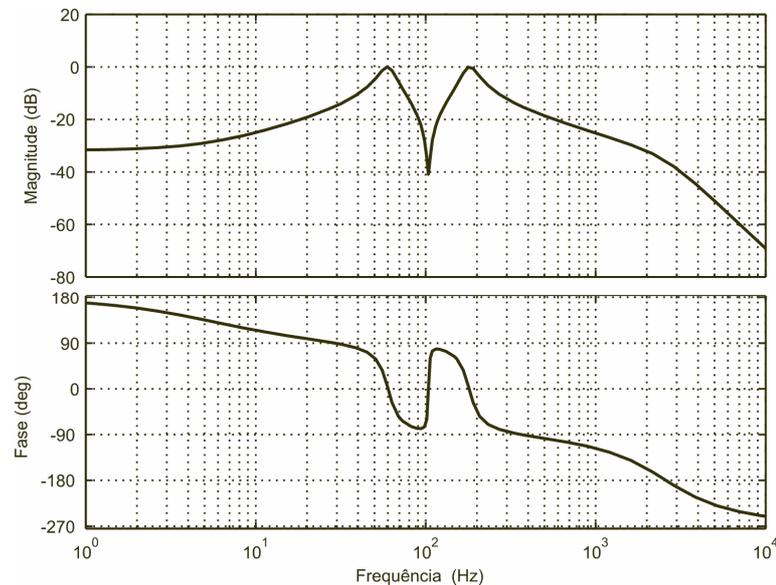


Figura 26 – Resposta em frequência em malha fechada da entrada r para a saída v_c para os ganhos do controlador LQR com compensação da terceira harmônica.

Outro fator que influenciaria seria a dificuldade de sintonização dos ganhos do controlador. Em outras palavras, para cada componente harmônica que se deseja atenuar, seria necessária a sintonização de mais dois ganhos de controle. Também, para cada novo projeto do controlador, seriam necessários novos ajustes de ganhos, o que poderia levar a um dispêndio de tempo considerável.

Por esses motivos, entre outros, torna-se atrativa a implementação digital do controlador, para a qual os ganhos do controlador podem ser facilmente alterados, os parâmetros do controle apresentam uma maior robustez frente a variações das condições externas de operação e o número de componentes necessários é reduzido, em comparação com uma implementação analógica. A implementação digital do controlador será tratada em detalhes no capítulo que segue.

3.7 Sumário

Este capítulo apresentou o princípio do modelo interno e sua particularização para rastreamento de referências e rejeição de distúrbios senoidais. Uma representação no espaço

de estados de CBPMIs foi mostrada. Um modelo no espaço aumentado envolvendo os estados da planta e do controlador é apresentado, sendo propício à implementação de leis de controle por realimentação de estados. Nessa direção, o LQR é escolhido como método de cômputo dos ganhos do controlador. Exemplos de projeto evidenciam a capacidade do CBPMI de rastreamento de referências e rejeição de distúrbios senoidais, com desempenho progressivamente melhorado à medida que a complexidade do controlador aumenta.

4 PROJETO E VALIDAÇÃO EXPERIMENTAL DE UM CONTROLE LQR DISCRETO QUE ATENDE À NORMA IEC62040-3

Este capítulo fornece inicialmente detalhes da norma internacional IEC62040-3, descrevendo testes a que uma UPS deve ser submetida para certificar seu desempenho em regime permanente e transitório. Os testes são realizados utilizando carga linear e não linear, sendo esta projetada de acordo com o método proposto pela própria norma. Em regime permanente, a norma determina limites para a distorção harmônica total (THD – *Total Harmonic Distortion*) e para o espectro harmônico da tensão de saída. No que diz respeito ao regime transitório, a avaliação é realizada mediante o desempenho frente a variações de carga.

Na sequência, o objetivo principal do capítulo é exposto: apresentar um procedimento de projeto de um regulador linear quadrático discreto aplicado a UPSs, conveniente para implementação em processadores digitais de sinais de ponto fixo. O procedimento de projeto proposto leva em conta modificações no CBPMI e o atraso de transporte inerente à implementação digital da lei de controle. Um protótipo de UPS construído em laboratório tem seus parâmetros utilizados para o projeto do controlador, e o sistema em malha fechada é avaliado por meio de resultados de simulação computacional e experimentais. Os resultados demonstram que a UPS com o controlador obtido usando o procedimento proposto atende completamente às exigências da norma IEC62040-3 para desempenho em regime permanente e transitório.

4.1 Desempenho do estágio de saída da UPS de acordo com a norma IEC62040-3

A norma IEC62040-3 foi elaborada pela Comissão Internacional de Eletrotécnica (IEC), com o objetivo de classificar sistemas UPS de acordo com seu desempenho em regime permanente e transitório.

4.1.1 Desempenho em regime permanente

Para UPS com tensão de saída senoidal, a norma IEC62040-3 especifica que, tanto para cargas lineares como não lineares, o fator de distorção harmônica deve ser menor que 0,08. O fator de distorção harmônica pode ser considerado praticamente igual à distorção harmônica total [90]. Portanto, pode-se dizer que a THD máxima admissível é de 8%.

A resistência nominal de carga linear é especificada de modo que a UPS forneça a potência nominal para a qual foi projetada, e é dada por

$$R_L = \frac{V_{RMS}^2}{S} \quad (4-1)$$

sendo V_{RMS} o valor eficaz da tensão de saída e S a potência aparente da UPS.

A norma IEC62040-3 especifica uma carga não linear de referência para o teste de desempenho em regime permanente. Essa carga é um retificador não controlado, mostrado na Figura 27.

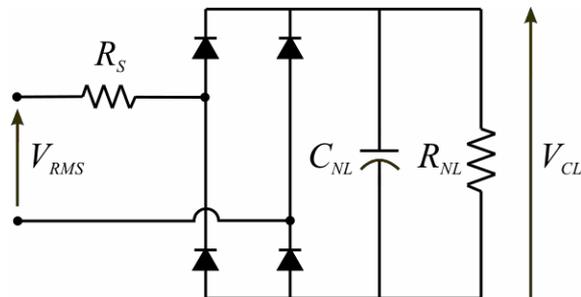


Figura 27 – Carga não linear de referência.

O cálculo dos componentes do retificador da Figura 27 é especificado pela norma como:

$$R_S = \frac{0,04V_{RMS}^2}{S} \quad (4-2)$$

$$R_{NL} = \frac{V_{CL}^2}{0,66S} \quad (4-3)$$

$$C_{NL} = \frac{7,5}{R_{NL}f_1} \quad (4-4)$$

em que f_1 é frequência da tensão de saída da UPS e

$$V_{CL} = 1,22V_{RMS} \quad (4-5)$$

O valor de R_S é calculado de modo que 4% da potência aparente da UPS seja dissipada sobre ele. O resistor R_{NL} é calculado para dissipar 66% da potência aparente. Para o cálculo de C_{NL} deve ser considerado o menor valor de f_1 em casos de UPS que opere com mais de uma frequência de saída.

É válido ressaltar que há limites de tolerância para os valores calculados nas equações (4-2), (4-3) e (4-4), que são mostrados na Tabela 2.

Tabela 2 – Tolerância admissível pela norma IEC62040-3.

Parâmetro	Tolerância
R_S	$\pm 10\%$
R_{NL}	$\pm 10\%$
C_{NL}	0% a +25%

A respeito dos limites para cada componente harmônica do espectro da tensão de saída, a norma IEC62040-3 utiliza os padrões da norma IEC61000-2-2, apresentados na Tabela 3.

Tabela 3 – Níveis de compatibilidade das harmônicas de tensão em redes de baixa tensão, segundo a norma IEC62040-3.

Harmônicas ímpares não múltiplas de 3		Harmônicas ímpares múltiplas de 3		Harmônicas pares	
Ordem da harmônica	Magnitude da harmônica	Ordem da harmônica	Magnitude da harmônica	Ordem da harmônica	Magnitude da harmônica
q	%	q	%	q	%
5	6	3	5	2	2
7	5	9	1,5	4	1
11	3,5	15	0,3	6	0,5
13	3	21	0,2	8	0,5
17	2	>21	0,2	10	0,5
19	1,5			12	0,2
23	1,5			>12	0,2
25	1,5				
>25	$0,2+0,5 \times 25/q$				

4.1.2 Desempenho em regime transitório

A norma IEC62040-3 especifica limites de desempenho dinâmico para a tensão de saída da UPS para testes de variações de carga. A norma determina três classificações, que levam em consideração a variação da tensão de saída. Para classificar a UPS dentro da norma,

a variação da tensão de saída devido aos degraus de carga deve se enquadrar dentro de uma das envoltórias mostradas na Figura 28, Figura 29 e na Figura 30.

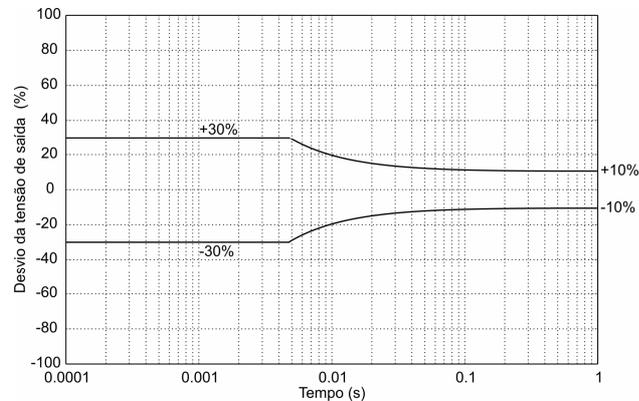


Figura 28 – Desempenho dinâmico da saída da UPS: Classificação 1.

Segundo a norma IEC62040-3, as UPSs que se enquadram na Classificação 1 e na Classificação 2 são apropriadas para a maioria das cargas críticas, como equipamentos hospitalares, por exemplo.

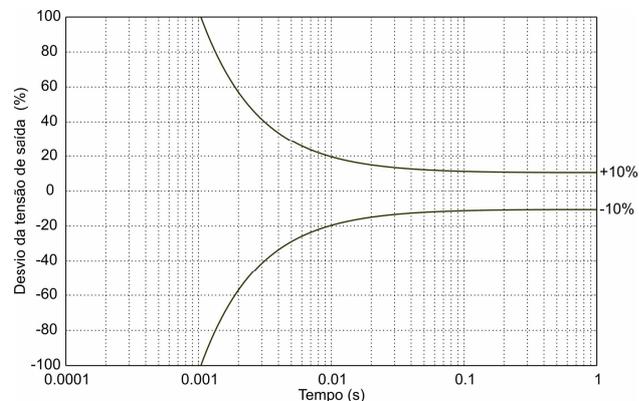


Figura 29 – Desempenho dinâmico da saída da UPS: Classificação 2.

Para uma UPS se enquadrar em uma das classificações, a mesma deve atender às envoltórias específicas nas variações de carga linear e não linear, tanto no degrau de incremento de carga, como no de decremento.

Os testes que serão descritos a seguir são para UPSs monofásicas, com tensão de saída senoidal e potência inferior a 4 kVA.

Para os testes de carga linear, a norma especifica que devem ser utilizadas duas parcelas de carga, sendo uma delas correspondente a 80% da potência nominal e a outra a 20%, dadas na Figura 31. O teste de aumento de carga consiste em iniciar a operação da UPS

com 20% da potência nominal. Com o sistema em regime permanente, deve-se acrescentar a parcela de 80% da carga, totalizando os 100%. O teste seguinte consiste em iniciar o funcionamento do sistema com as duas parcelas de carga conectadas e, com o sistema em regime permanente, desconectar a parcela referente a 80% da carga, deixando somente a parcela correspondente aos 20% da potência. Vale ressaltar que todos os transitórios devem ser realizados quando a senoide da tensão de saída estiver no seu pico ou no seu vale, pois nestes dois pontos a variação de carga afetará mais significativamente o valor da tensão de saída.

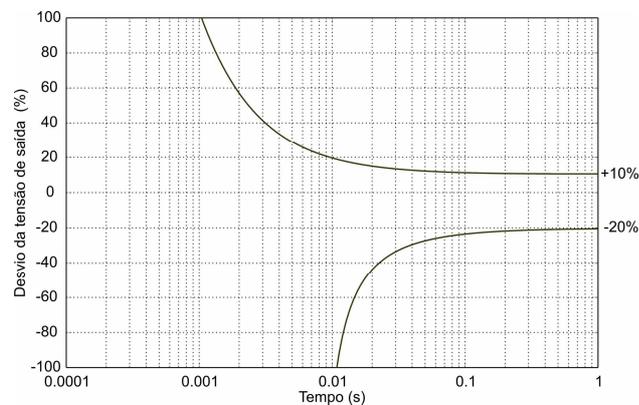


Figura 30 – Desempenho dinâmico da saída da UPS: Classificação 3.

A partir do instante de aplicação do degrau de carga, os valores da tensão de saída são armazenados e passam por um filtro passa-baixa do tipo média móvel. Os valores resultantes da filtragem são traçados juntamente com as envoltórias da norma, permitindo enquadrar o sistema em uma das classificações impostas pela norma.

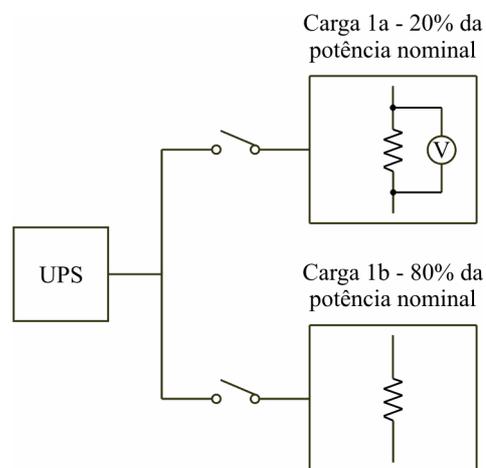


Figura 31 – Conexão para ensaios de transitório de carga resistiva.

O processo para teste de desempenho transitório usando carga não linear também consiste em dividir a carga em duas parcelas. Neste caso, as cargas são retificadores não controlados, sendo que um deles corresponde a 25% da potência aparente de saída e outro, a 75%, conforme a Figura 32. O teste de aumento de carga é iniciado com a carga correspondente a 25% da potência aparente conectada na saída da UPS, até que a tensão no capacitor do retificador entre em regime permanente. Após, quando a tensão de saída estiver em um pico ou em um vale, é conectada a parcela que corresponde a 75% da potência aparente totalizando os 100%.

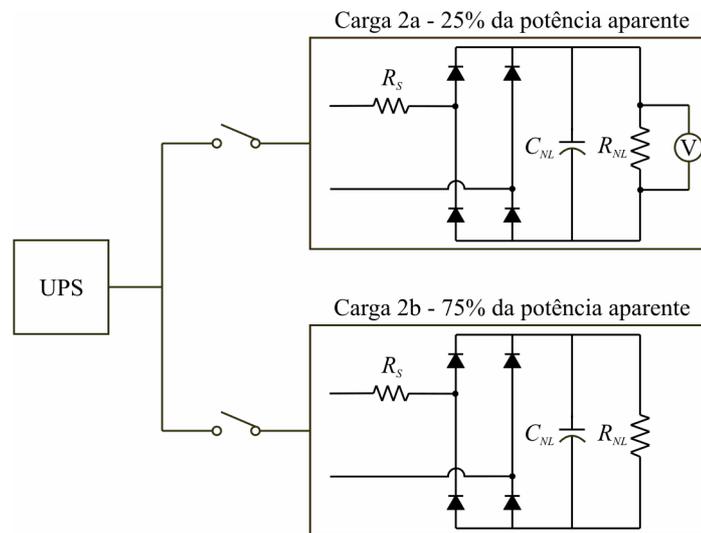


Figura 32 – Conexão para ensaios de transitório de carga não linear.

Para avaliar o desempenho na redução de carga, é realizado o processo inverso, ou seja, inicia-se o funcionamento com as duas parcelas de carga. Após a tensão nos capacitores de saída dos retificadores entrarem em regime permanente, retira-se a parcela referente aos 75%.

Os valores da tensão sobre o capacitor da parcela de carga correspondente aos 25% da potência aparente são armazenados e representados juntamente com as envoltórias da norma para UPS.

Dessa forma, os testes da norma IEC62040-3 permitem uma padronização em avaliação de desempenho de UPSs, e podem auxiliar no projeto e análise de controladores.

4.2 Procedimento de projeto

O objetivo agora é apresentar um procedimento de projeto de um controlador ótimo baseado em realimentação de estados que seja adequado à implementação em processador de

ponto fixo e que faça com que o sistema em malha fechada atenda às exigências da norma IEC62040-3 para UPSs. Os passos desse procedimento são dados na sequência.

4.2.1 Escolha do CBPMI

Conforme visto no capítulo anterior, à medida que se aumenta o número de harmônicas no CBPMI, se obtém melhor desempenho em regime permanente. A norma IEC62040-3 determina os limites de cada componente harmônica, bem como a distorção harmônica total da forma de onda da tensão de saída para que a UPS satisfaça os requisitos de desempenho em regime permanente. Isso permite definir as componentes harmônicas que terão de ser incluídas no CBPMI, a fim de que a resposta do sistema em malha fechada esteja de acordo com a norma. Em especial, a carga não linear de referência orienta a escolha das componentes do CBPMI visando rejeição de harmônicas ímpares. Um número mínimo de componentes no CBPMI, suficiente para atender a norma IEC62040-3, deve ser buscado. Um exemplo da escolha é dado na Seção 4.3.

4.2.2 Adequação do CBPMI para a implementação em processadores de ponto fixo

Primeiramente, note que o CBPMI de (3-13) posiciona polos exatamente sobre o eixo imaginário. A versão discretizada desse controlador teria seus polos posicionados exatamente sobre a borda do círculo de raio unitário. Entretanto, em virtude da precisão limitada de processadores de ponto fixo para a representação deste controlador, os polos do sistema discretizado podem se tornar instáveis. Para contornar esse problema, pode-se incluir um coeficiente de amortecimento ζ diferente de zero nos polos do CBPMI, para assegurar que estes não fiquem exatamente sobre o eixo imaginário, deslocando-os levemente para o semi-plano esquerdo. Isso significa que, quando o controlador for discretizado, os polos não estarão exatamente sobre a borda do círculo de raio unitário, e sim deslocados para o seu interior.

Por exemplo, para um CBPMI com harmônica de ordem q , as matrizes da equação de estados (3-13), levando agora em consideração o amortecimento dos polos, serão descritas como

$$\Gamma = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -(q\omega_o)^2 & -(2\zeta q\omega_o) \end{bmatrix}, \Delta = \begin{bmatrix} 0 \\ q\omega_o \end{bmatrix} \quad (4-6)$$

A manipulação acima permite contornar o problema de resolução limitada na representação do CBPMI em processador digital de ponto fixo. A resolução representa o menor passo entre dois valores consecutivos representáveis no processador. Por exemplo, considere a representação do CBPMI com matrizes sem amortecimento (i. e. $\zeta = 0$)

$$A_C = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\omega_o^2 & 0 \end{bmatrix}, B_C = \begin{bmatrix} 0 \\ \omega_o \end{bmatrix} \quad (4-7)$$

em um processador digital de sinais (DSP – *Digital Signal Processor*) de ponto fixo de 32 bits usando o formato Q₂₂ para a descrição dos dados [96]. Isso significa que a resolução disponível é de $1/(2^{22}) = 0,000000238$. Escolhendo $\omega_o = 2\pi 60$ rad/s, discretizando o sistema (4-7) com período de amostragem de $1/20160$ s usando o método do ZOH, obtêm-se as matrizes discretas dadas no formato Q₂₂ por

$$A_{Cd} = \begin{bmatrix} 0,999825239181519 & 0,000049591064453 \\ -7,049306631088257 & 0,999825239181519 \end{bmatrix} \quad (4-8)$$

$$B_{Cd} = \begin{bmatrix} 0,000000476837158 \\ 0,018698930740356 \end{bmatrix}$$

A matriz A_{Cd} em (4-8) tem o maior módulo de seus autovalores dado por $1,000000045761935$. Isso significa que a representação discreta neste formato de dados leva o CBPMI à instabilidade devido à resolução insuficiente. Para contornar esse problema, reescrevem-se as matrizes do CBPMI (4-7) incluindo o coeficiente de amortecimento ζ , levando à representação

$$A_C = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\omega_o^2 & -2\zeta\omega_o \end{bmatrix}, B_C = \begin{bmatrix} 0 \\ \omega_o \end{bmatrix} \quad (4-9)$$

Uma escolha viável para este caso é $\zeta = 0,0005$. Usando o procedimento de discretização anterior, a representação no formato Q₂₂ é dada por

$$A_{Cd} = \begin{bmatrix} 0,999825239181519 & 0,000049591064453 \\ -7,049240589141846 & 0,999806404113770 \end{bmatrix} \quad (4-10)$$

$$B_{Cd} = \begin{bmatrix} 0,000000476837158 \\ 0,018698692321777 \end{bmatrix}$$

A matriz A_{Cd} em (4-10) tem o maior módulo de seus autovalores dado por $0,99990628192417$. Portanto, o CBPMI com matrizes em (4-10) agora é estável e apropriado para a representação em DSP de ponto fixo com dados no formato Q₂₂.

É interessante mencionar que a matriz dinâmica em (4-9), discretizada usando o ZOH, tem polos dados por $0,999815812656764 \pm 0,018698689260651j$. Já essa mesma matriz, discretizada usando o ZOH e representada no formato Q₂₂, dada por A_{Cd} em (4-10) tem polos

dados por $0,999815821647644 \pm 0,018697038688300j$. É nítida a pequena diferença entre os polos nas duas situações, levando à conclusão que a representação no formato Q₂₂ não altera significativamente a capacidade de rastreamento e de rejeição de distúrbio na frequência dos polos do modelo interno.

Outra restrição importante para a implementação do CBPMI em um processador de ponto fixo é a faixa dinâmica disponível para os dados, que descreve o intervalo de valores dentro do qual os dados devem ser representados. Para adequar os dados do CBPMI à faixa dinâmica disponível, pode-se aplicar uma transformação linear com matriz T da seguinte forma

$$\Phi = T \Gamma T^{-1}, \Psi = T \Delta \quad (4-11)$$

Note que os polos de Φ são os mesmos de Γ , preservando as características de rastreamento de referência e rejeição de perturbação na frequência do CBPMI.

Portanto, o CBPMI modificado tem sua estrutura dada por

$$\dot{\sigma}(t) = \Phi \sigma(t) + \Psi e(t) \quad (4-12)$$

e pode ser discretizado usando, por exemplo, um ZOH, levando às matrizes

$$\Phi_d = \exp(\Phi T_a), \Psi_d = \int_0^{T_a} \exp(\Phi \tau) \Psi d\tau \quad (4-13)$$

do modelo discreto

$$\sigma(k+1) = \Phi_d \sigma(k) + \Psi_d e(k) \quad (4-14)$$

sendo

$$e(k) = r(k) - v_c(k) \quad (4-15)$$

Os elementos das matrizes Φ_d e Ψ_d serão implementados no processador digital de ponto fixo e devem obedecer à faixa dinâmica dos dados do mesmo.

Por exemplo, considere novamente um processador de ponto fixo de 32 bits com o formato Q₂₂ para representação de dados. Neste caso, têm-se 9 bits para a representação da parte inteira e 1 bit para o sinal, levando à faixa dinâmica de -512 a $+512$. Para um CBPMI sintonizado na nona harmônica, escolhido aqui para fins de ilustração de um problema de representação dos dados no referido formato, têm-se as matrizes

$$\Gamma = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -(9\omega_o)^2 & -2\zeta(9\omega_o) \end{bmatrix}, \Delta = \begin{bmatrix} 0 \\ 9\omega_o \end{bmatrix} \quad (4-16)$$

em que $\omega_o = 2\pi 60$ rad/s e $\zeta = 0,0005$. Discretizando essas matrizes com um ZOH, com período de amostragem de $1/20160$ s, tem-se

$$\Gamma_d = \begin{bmatrix} 0,9858718107439 & 0,0000493651855 \\ -568,2874035965317 & 0,9857043186155 \end{bmatrix} \quad (4-17)$$

$$\Delta_d = \begin{bmatrix} 0,000004164020661 \\ 0,167492128480093 \end{bmatrix}$$

Note que um elemento da matriz Γ_d (especificamente, $-568,2874035965317$) tem parte inteira não representável pela faixa dinâmica do formato Q₂₂. Portanto, é necessário escolher uma matriz T de tal forma que os elementos da matriz do CBPMI discreto, sejam adequados ao formato escolhido.

Por exemplo, escolhendo T igual a

$$T = \begin{bmatrix} 230 & 0 \\ 0 & 0,5 \end{bmatrix} \quad (4-18)$$

pode-se escrever

$$\Phi = \begin{bmatrix} 230 & 0 \\ 0 & 0,5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -(9\omega_o)^2 & -2\xi(9\omega_o) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 230 & 0 \\ 0 & 0,5 \end{bmatrix}^{-1} \quad (4-19)$$

$$\Psi = \begin{bmatrix} 230 & 0 \\ 0 & 0,5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 9\omega_o \end{bmatrix}$$

que, discretizadas por meio de um ZOH e representadas no formato Q₂₂ são reescritas como

$$\Phi_d = \begin{bmatrix} 0,985871791839600 & 0,022707939147949 \\ -1,235407352447510 & 0,985704421997070 \end{bmatrix} \quad (4-20)$$

$$\Psi_d = \begin{bmatrix} 0,000957727432251 \\ 0,083745956420898 \end{bmatrix}$$

Nota-se por (4-20) que todos os elementos das matrizes são agora representáveis na faixa dinâmica do formato Q₂₂, justificando, portanto, a transformação realizada.

Um exemplo de adequação de um CBPMI com várias componentes, para aplicação em UPS atendendo a norma IEC62040-3, será apresentado na Seção 4.3.

4.2.3 Sistema aumentado incluindo o atraso de transporte

Considere o modelo da planta discretizada incluindo o atraso de transporte, dado em (2-39). Considere também um CBPMI discreto, como dado em (4-14). Portanto, σ é o vetor de estados do CBPMI discreto levando em consideração o coeficiente de amortecimento e a matriz de transformação linear.

De posse das equações da planta e do CBPMI discretas, é possível descrever o sistema aumentado como

$$z(k+1) = Gz(k) + H_1 u(k) + H_2 i_o(k) + H_3 r(k) \quad (4-21)$$

em que

$$z(k) = \begin{bmatrix} x(k) \\ \theta(k) \\ \sigma(k) \end{bmatrix}, \quad G = \begin{bmatrix} A_d & B_d & 0_{2 \times 2i} \\ 0_{1 \times 2} & 0_{1 \times 2} & 0_{1 \times 2i} \\ -\Psi_d C & 0_{2i \times 1} & \Phi_d \end{bmatrix} \quad (4-22)$$

$$H_1 = \begin{bmatrix} 0_{2 \times 1} \\ 1 \\ 0_{2i \times 1} \end{bmatrix}, \quad H_2 = \begin{bmatrix} F_d \\ 0_{1 \times 1} \\ 0_{2i \times 1} \end{bmatrix}, \quad H_3 = \begin{bmatrix} 0_{2 \times 1} \\ 0_{1 \times 1} \\ \Psi_d \end{bmatrix}$$

Esta representação é adequada para o projeto de controladores por realimentação de estados, sendo que os ganhos de realimentação dos estados da planta (x), do estado relativo ao atraso de transporte (θ) e dos estados do CBPMI (σ) são calculados simultaneamente, diferentemente de algumas estratégias de projeto da literatura como, por exemplo, em [69], [72], [73] que obtêm os ganhos do CBPMI em um procedimento de duas etapas. Tais procedimentos, em geral, se restringem a CBPMIs com poucos ganhos. Já a abordagem baseada no sistema aumentado no espaço de estados aqui apresentada não faz uso dessa restrição, e pode ser aplicada a CBPMIs com muitas componentes. Na sequência, um controlador ótimo por realimentação de estados tradicional da literatura é utilizado para resolver o problema de projeto.

4.2.4 Projeto do controlador LQR discreto

Uma vez que o controlador discreto a ser projetado deve respeitar restrições físicas como variáveis de estado e sinal de controle limitados em amplitude, uma boa opção para a lei de controle é o regulador linear quadrático discreto (DLQR – *Discrete Linear Quadratic Regulator*) [78], [97]. Esse controlador ótimo minimiza a função custo dada por

$$J_{DLQR} = \frac{1}{2} \sum_{k=0}^{\infty} z(k)^T Q z(k) + u(k)^T R u(k) \quad (4-23)$$

com Q sendo uma matriz semidefinida positiva e R sendo uma matriz real simétrica, ou, no caso de uma única entrada de controle, um escalar positivo.

A lei de controle que minimiza a função custo da equação (4-23) é

$$u(k) = -Kz(k) \quad (4-24)$$

A solução que permite ao projetista encontrar os ganhos do controlador DLQR é dada pela equação de Riccati discreta [97]. Para o caso em questão, considerando o sistema aumentado em (4-21), o problema é dado por

$$G^T VG - V - (G^T VH_1)(H_1^T VH_1 + R)^{-1}(H_1 VG) + Q = 0 \quad (4-25)$$

sendo que o vetor de ganhos é

$$K = (H_1^T VH_1 + R)^{-1}(H_1 VG) \quad (4-26)$$

Rotinas especializadas como o *dlqr* do *Matlab* podem fornecer os ganhos K , a partir do conhecimento das matrizes G e H_1 , que vêm do modelo do sistema, e de Q e R , cujos elementos são escolhidos pelo projetista, seguindo, por exemplo, os procedimentos apresentados na Seção 3.5. Esse controlador é interessante para aplicações com processadores digitais de ponto fixo, uma vez que, escolhendo Q e R adequadamente, bons desempenhos transitórios e de regime permanente podem ser atingidos, os valores das variáveis de estado e do sinal de controle podem ser mantidos dentro da faixa dinâmica do processador e a saturação do atuador também pode ser evitada.

4.3 Resultados

Com o intuito de verificar a aplicabilidade do procedimento de projeto proposto, foi construído em laboratório um protótipo do estágio de saída de uma UPS monofásica, composto pelo inversor PWM, pelo filtro LC e pela carga ilustrados na Figura 33.

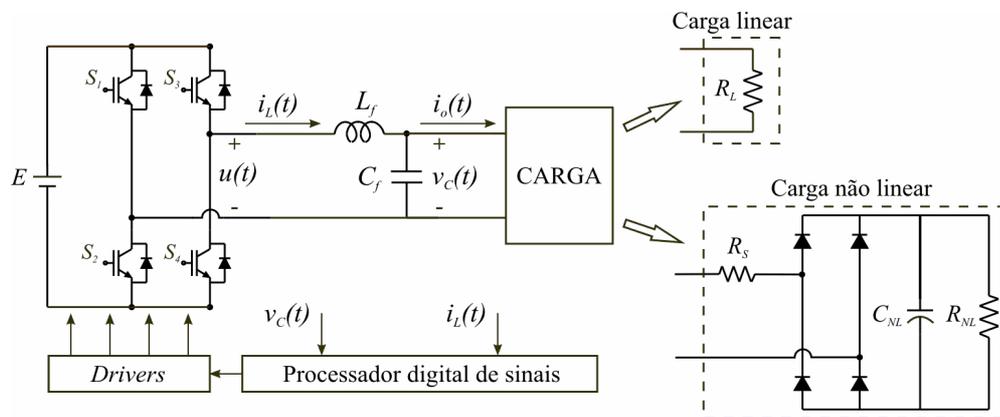


Figura 33 – Representação do protótipo utilizado: inversor PWM, filtro de saída, cargas e processador digital empregado para implementar o algoritmo de controle.

As especificações do protótipo são dadas na Tabela 4, com os componentes referentes à carga não linear calculados de acordo com a norma IEC62040-3.

Percebe-se que a frequência de comutação é metade da frequência de amostragem, ou seja, em um período de comutação há duas amostragens e duas atualizações da lei de controle. Com isso o efeito do atraso de transporte é menor e, conseqüentemente, há uma melhoria da qualidade dos resultados.

Tabela 4 – Parâmetros do Protótipo.

Parâmetro	Valor
Tensão do barramento CC	$E = 240 \text{ V}$
Indutância do filtro de saída	$L_f = 886 \text{ } \mu\text{H}$
Capacitância do filtro de saída	$C_f = 20 \text{ } \mu\text{F}$
Carga linear	$R_L = 28 \text{ } \Omega$
	$R_{NL} = 60 \text{ } \Omega$
Carga não linear	$C_{NL} = 2350 \text{ } \mu\text{F}$
	$R_S = 1,2 \text{ } \Omega$
Tensão de saída (eficaz)	120 V (eficaz)
Frequência de saída	60 Hz
Potência de saída	0,5 kVA
Frequência de amostragem	20160 Hz
Frequência de comutação	10080 Hz

Primeiramente, seguindo o procedimento dado na Seção 4.2, o projetista deve escolher as componentes do CBPMI. Para tanto, considere o sistema com carga não linear e demais parâmetros dados na Tabela 4. Projetando DLQRs para compensações de harmônicas ímpares devido ao perfil da carga não linear, seguindo os demais passos do procedimento de projeto, obteve-se, por simulação, o resultado da Figura 34. Essa figura apresenta a relação entre as harmônicas compensadas e a THD que a tensão de saída possui para cada situação. No eixo horizontal da Figura 34, em **a**, foi feita a compensação somente da componente fundamental, em **b**, foi feita a compensação da fundamental e da terceira harmônica e assim sucessivamente, até que, em **h**, é realizada a compensação das componentes harmônicas ímpares até a décima quinta ordem. Percebe-se a redução progressiva da THD da tensão de saída do sistema em malha fechada à medida que aumenta o número de componentes do CBPMI, apontando que com o aumento da complexidade deste controlador, obtêm-se melhores resultados em termos de THD, ao custo de um algoritmo de controle com mais estados e ganhos, ou seja, com mais operações aritméticas a realizar.

Percebe-se também que em **b** a THD da tensão de saída já está abaixo do valor especificado pela norma IEC62040-3. Entretanto, algumas das componentes individuais do espectro harmônico não se enquadram nos limites estabelecidos pela norma. O espectro harmônico só foi atendido com a compensação das harmônicas ímpares até a décima quinta, descrita por **h** na Figura 34. Figuras como esta podem ser usadas para estudos de relações de compromisso entre complexidade do CBPMI (dada pelo número de componentes harmônicas a serem incluídas no modelo) e qualidade dos resultados, orientando o projetista na escolha das componentes do CBPMI.

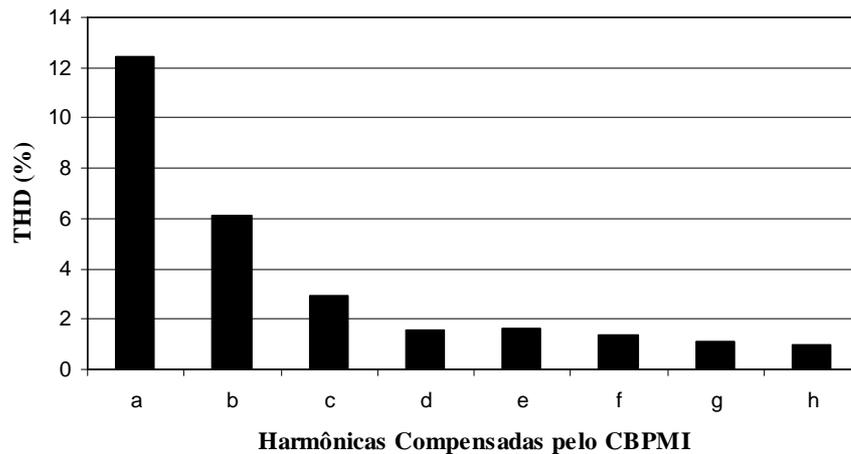


Figura 34 – THD da tensão de saída para compensação de sucessivas harmônicas ímpares: (a) compensação somente da fundamental e (h) compensação da fundamental até a décima quinta harmônica.

Para a situação **h**, da Figura 34, tem-se que os parâmetros para adequação do CBPMI ao processador digital de ponto fixo foram os seguintes

$$\Gamma = \text{diag} \left(\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\omega_o^2 & -2\xi\omega_o \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -(3\omega_o)^2 & -2\xi(3\omega_o) \end{bmatrix}, \right. \\ \left. \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -(5\omega_o)^2 & -2\xi(5\omega_o) \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -(7\omega_o)^2 & -2\xi(7\omega_o) \end{bmatrix}, \right. \\ \left. \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -(9\omega_o)^2 & -2\xi(9\omega_o) \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -(11\omega_o)^2 & -2\xi(11\omega_o) \end{bmatrix}, \right. \\ \left. \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -(13\omega_o)^2 & -2\xi(13\omega_o) \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -(15\omega_o)^2 & -2\xi(15\omega_o) \end{bmatrix} \right) \quad (4-27)$$

$$\Delta^T = (0 \ \omega_o \ 0 \ 3\omega_o \ 0 \ 5\omega_o \ 0 \ 7\omega_o \ 0 \ 9\omega_o \ 0 \ 11\omega_o \ 0 \ 13\omega_o \ 0 \ 15\omega_o)$$

$$\xi = 0,0005$$

$$T = \text{diag} (230 \ 0,5 \ 230 \ 0,5 \ 230 \ 0,5 \ 230 \ 0,5 \ \dots \\ \dots \ 230 \ 0,5 \ 230 \ 0,5 \ 230 \ 0,5 \ 230 \ 0,5)$$

Com as matrizes da planta e do CBPMI já discretizadas obtém-se o sistema aumentado como em (4-22) e, então, pode-se projetar o controlador DLQR. As matrizes Q e R do controlador foram escolhidas como

$$Q = \text{diag} (5000 \ 1 \ 5000 \ 1 \ 20000 \ 1 \ 100 \ 1 \ 100 \ \dots \\ \dots \ 1 \ 100 \ 1 \ 100 \ 1 \ 100 \ 1 \ 100 \ 1 \ 100) \quad (4-28)$$

$$R = 1$$

sendo os dois primeiros pesos da matriz Q referentes aos estados da planta, o terceiro relativo ao atraso de transporte e os restantes, ao CBPMI com compensação até a 15ª harmônica. Por meio do comando *dlqr* do *Matlab*, obtém-se o vetor de ganhos $K=[k_1, \dots, k_{19}]$ do controlador, cujos elementos são dados por

$$\begin{aligned}
 k_1 &= -0,07878038718718, & k_2 &= -7,13972406622515, \\
 k_3 &= -0,38980569911551, & k_4 &= -0,16716822941724, \\
 k_5 &= 1,60932054508406, & k_6 &= -0,02521710512785, \\
 k_7 &= 0,11212723122203, & k_8 &= -0,16455422912063, \\
 k_9 &= 0,10518777369970, & k_{10} &= -0,33905463534500, \\
 k_{11} &= 0,09584467514281, & k_{12} &= -0,53703680176227, \\
 k_{13} &= 0,08591985603772, & k_{14} &= -0,74327942071706, \\
 k_{15} &= 0,07675493626165, & k_{16} &= -0,93343611224755, \\
 k_{17} &= 0,07086552732195, & k_{18} &= -1,02104493140112, \\
 k_{19} &= 0,07637158299232
 \end{aligned}
 \tag{4-29}$$

Esses ganhos são, respectivamente, os ganhos de realimentação dos estados v_C (tensão no capacitor), i_L (corrente no indutor), θ (atraso de transporte) e σ (estados do CBPMI).

É importante observar que um dos pesos da matriz Q , referente a um dos estados do CBPMI na frequência da fundamental (i. e., peso 20000) é maior que os respectivos pesos destinados às demais harmônicas (100). Com isso, o controlador tenderá a levar mais rapidamente ao regime permanente os estados do CBPMI relativos à fundamental, melhorando a resposta transitória da tensão de saída da UPS.

4.3.1 Resultados de simulação

O circuito da Figura 33, com parâmetros dados na Tabela 4, foi simulado utilizando o programa *PSIM* [98], motivado principalmente pela rapidez nas simulações e pela possibilidade de implementar o algoritmo de controle em linguagem C++ utilizando um bloco DLL (*Dynamic Link Library*) [99], detalhado no Anexo A. Esse ambiente de simulação permite a fácil alteração de parâmetros de componentes, do algoritmo e dos ganhos do controlador. Além disso, no caso de um conjunto de ganhos de controle prover bons resultados, o algoritmo de controle pode ser facilmente transferido para o processador digital de sinais que será utilizado na implementação prática da lei de controle.

Na sequência todos os resultados de simulação apresentados foram obtidos utilizando os parâmetros da Tabela 4 e os ganhos de controle de (4-29).

4.3.1.1 Resultados de simulação com carga linear

A Figura 35 apresenta a tensão e a corrente de saída do sistema em malha fechada operando com carga linear nominal. Percebe-se com clareza na Figura 35 a boa qualidade da tensão de saída, confirmada pela THD de 0,55%. Neste caso, a presença da componente fundamental no CBPMI já garante o bom rastreamento da referência.

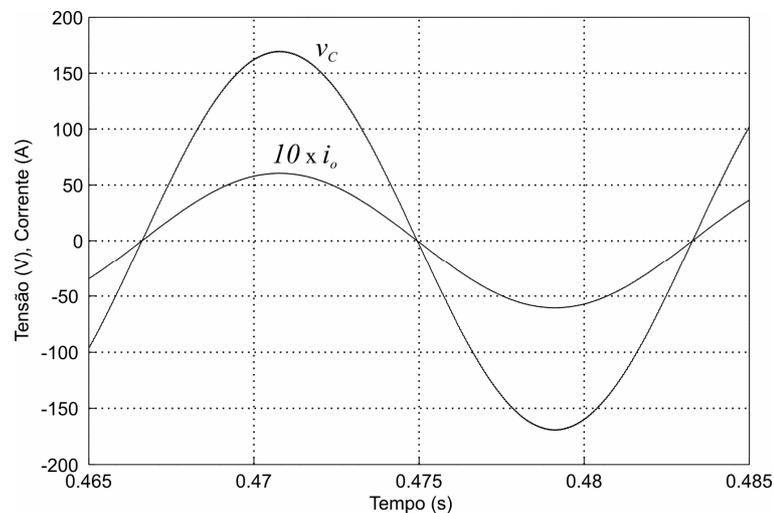


Figura 35 – Resultado de simulação do sistema em malha fechada com carga linear nominal: tensão de saída (v_c) e corrente de carga (i_o), multiplicada por fator de escala.

O sinal de controle que sintetiza a tensão de saída da Figura 35 é dado na Figura 36. Nota-se que o sinal de controle é suave, isto é, sem variações abruptas, e também se mantém distante do nível da saturação, que ocorre no valor de 240 V, que é a tensão do barramento CC, indicando a viabilidade da implementação do mesmo por meio do inversor PWM.

Para realizar o ensaio de resposta de recuperação da UPS a degraus de carga linear, conforme a norma IEC62040-3, foram calculadas as resistências de cargas correspondentes a 20% e a 80% da potência nominal, conforme (4-1), sendo, utilizados os valores 150 Ω e 36 Ω , respectivamente, em função da disponibilidade de componentes com estes valores para a implementação prática. A norma prevê dois ensaios: um degrau de 20% a 100% da carga, e um degrau de 100% a 20% da carga, que serão realizados combinando adequadamente as resistências de carga previamente mencionadas.

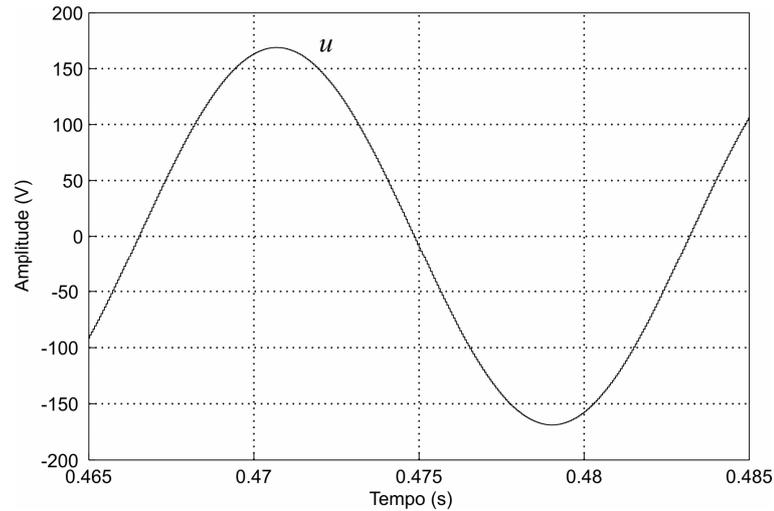


Figura 36 – Sinal de controle relativo ao resultado da Figura 35.

Na Figura 37, é apresentado o desempenho transitório da tensão de saída frente ao degrau de aumento de carga especificado pela norma IEC62040-3 (20% para 100%).

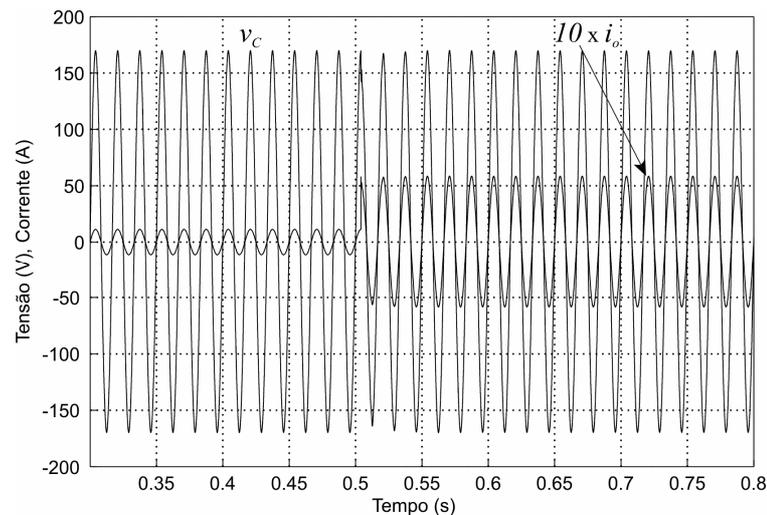


Figura 37 – Resultado de simulação do sistema em malha fechada com degrau de carga linear de 20% para 100% da potência nominal: tensão de saída (v_c) e corrente de carga (i_o), multiplicada por fator de escala.

Percebe-se o rápido transitório do sistema que, após aproximadamente dois ciclos da frequência 60 Hz, retorna ao seu comportamento de regime permanente. Um maior detalhamento do transitório é mostrado na Figura 38.

Assim como no degrau de incremento de carga, é realizado um ensaio de decremento de 100% para 20% de carga linear nominal, dado na Figura 39.

Em aproximadamente dois ciclos após ocorrer o degrau de carga, a tensão de saída retoma seu comportamento de regime permanente. Um maior detalhamento do transitório é mostrado na Figura 40.

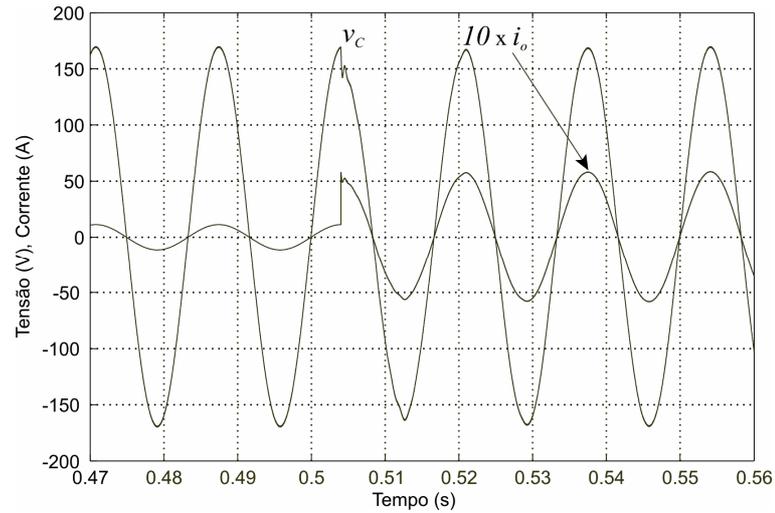


Figura 38 – Detalhe do transitório mostrado na Figura 37.

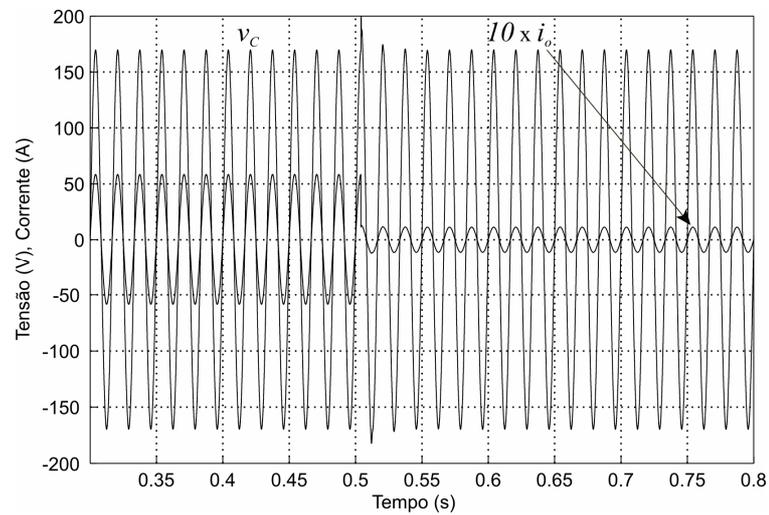


Figura 39 – Resultado de simulação do sistema em malha fechada com degrau de carga linear de 100% para 20% da potência nominal: tensão de saída (v_c) e corrente de carga (i_o), multiplicada por fator de escala.

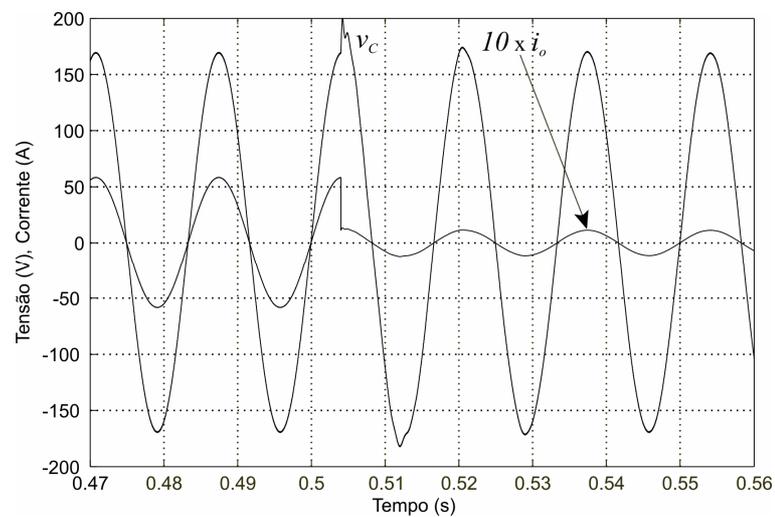


Figura 40 – Detalhe do transitório mostrado na Figura 39.

Um teste mais rigoroso de desempenho é feito com a carga não linear, pois esta demanda corrente com harmônicas, que tendem a distorcer a forma de onda da tensão de saída da UPS.

4.3.1.2 Resultados de simulação com carga não linear

Com a carga não linear de referência conectada à saída da UPS foram realizados testes de desempenho. A Figura 41 apresenta a forma de onda da tensão e da corrente de saída do sistema em malha fechada, com a carga não linear de referência especificada de acordo com a norma IEC62040-3.

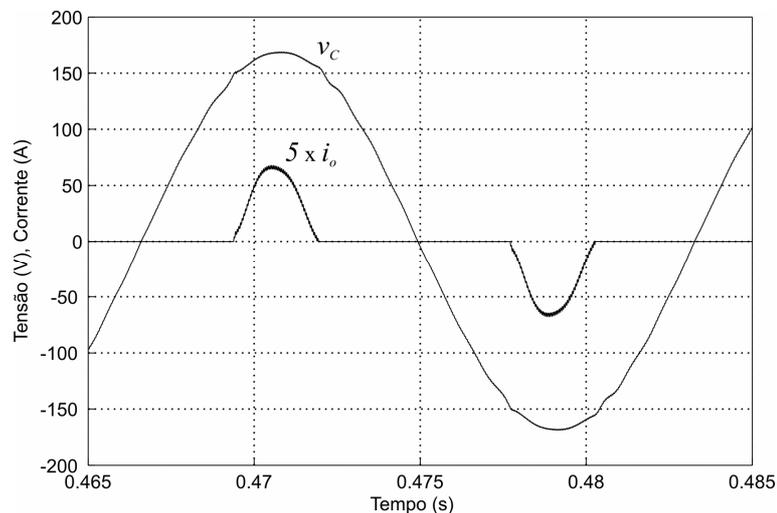


Figura 41 – Resultado de simulação do sistema em malha fechada com carga não linear especificada de acordo com a norma IEC62040-3: tensão de saída (v_c) e corrente de carga (i_o), multiplicada por fator de escala.

Analisando visualmente a Figura 41, percebe-se uma forma de onda de tensão de saída com boa qualidade, indicando boa característica de rejeição das harmônicas presentes na corrente de carga. Isso se confirma pela baixa THD, que é de 0,96%, bem abaixo do limite máximo estabelecido pela norma IEC62040-3.

A capacidade de rastreamento de referência é comprovada pela análise da Figura 42, que apresenta o sinal de erro em regime permanente, que, em módulo, não supera 1,6% do valor de pico da senoide de referência.

O sinal de controle que sintetiza a tensão de saída da Figura 41 é apresentado na Figura 43. Nota-se um sinal de controle suave, sem variações abruptas, o que indica a fácil implementação do mesmo por meio do inversor PWM.

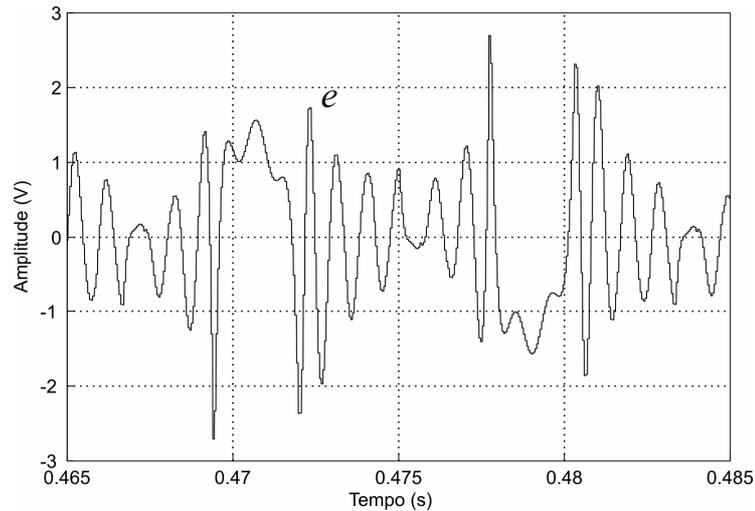


Figura 42 – Resultado de simulação: sinal de erro em regime permanente com carga não linear especificada de acordo com a norma IEC62040-3.

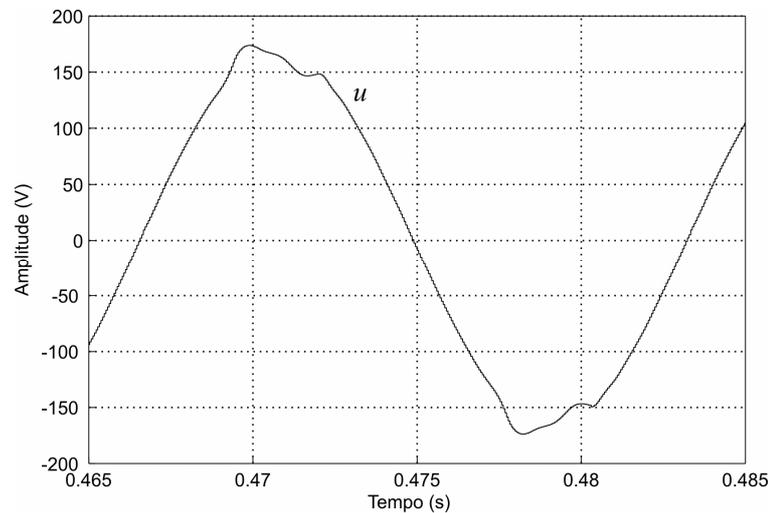


Figura 43 – Sinal de controle relativo ao resultado da Figura 41.

Para a validação do desempenho da UPS de acordo com a norma IEC62040-3, também deve ser analisada a resposta transitória do sistema frente a variações de carga não linear. Como descrito anteriormente, este teste é realizado com a utilização de dois retificadores não controlados, sendo que um representará 25% da potência aparente da UPS e o outro, 75%. Os testes especificados pela norma são relativos ao incremento de 25% para 100% da carga e ao decremento de 100% para 25%, e serão realizados aqui pela combinação apropriada dos retificadores não controlados acima mencionados. Fazendo o uso das equações (4-2) a (4-5) e dos limites mostrados na Tabela 2, são obtidos os valores dos componentes da carga não linear. Em função da disponibilidade de componentes para implementação prática, os valores utilizados são os da Tabela 5.

Tabela 5 – Cargas não lineares especificadas de acordo com a norma IEC62040-3 para ensaio de resposta transitória.

Potência	Valor dos componentes
25% da potência aparente da UPS	$R_{NL} = 270 \Omega$
	$C_{NL} = 610 \mu\text{F}$
	$R_S = 4,6 \Omega$
75% da potência aparente da UPS	$R_{NL} = 80 \Omega$
	$C_{NL} = 2350 \mu\text{F}$
	$R_S = 1,6 \Omega$

A Figura 44 apresenta o resultado de simulação do sistema em malha fechada frente à variação de 25% para 100% da potência aparente, conforme descrito na norma IEC62040-3, evidenciando a recuperação da forma de onda da tensão de saída, detalhada na Figura 45.

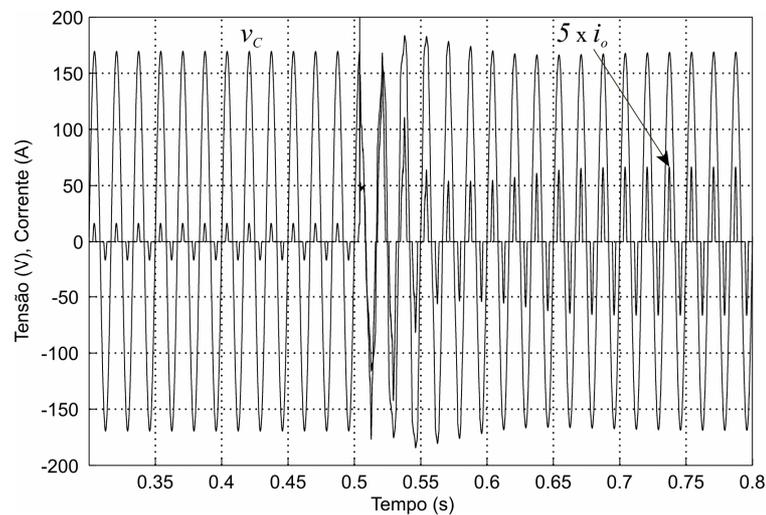


Figura 44 – Resultados de simulação do sistema em malha fechada com degrau de carga não linear de 25% para 100% da potência aparente, especificado de acordo com a norma IEC62040-3: tensão de saída (v_C) e corrente de carga (i_o), multiplicada por fator de escala.

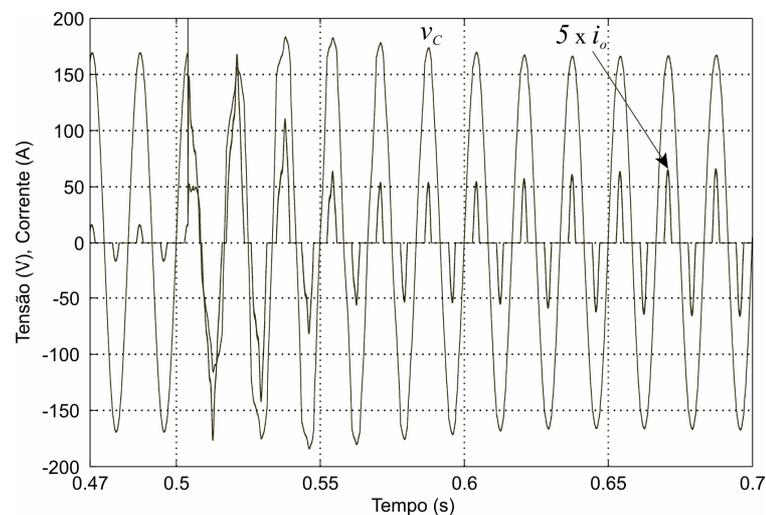


Figura 45 – Detalhe do transiente mostrado na Figura 44.

A recuperação da tensão de saída do sistema frente à variação de 100% para 25% é mostrada na Figura 46, com detalhes do transitório vistos na Figura 47.

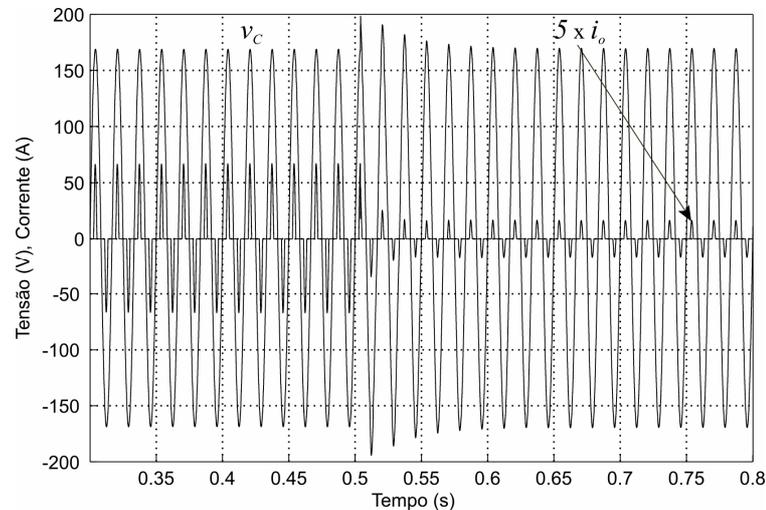


Figura 46 – Resultados de simulação do sistema em malha fechada com degrau de carga não linear de 100% para 25% da potência aparente, especificado de acordo com a norma IEC62040-3: tensão de saída (v_C) e corrente de carga (i_o), multiplicada por fator de escala.

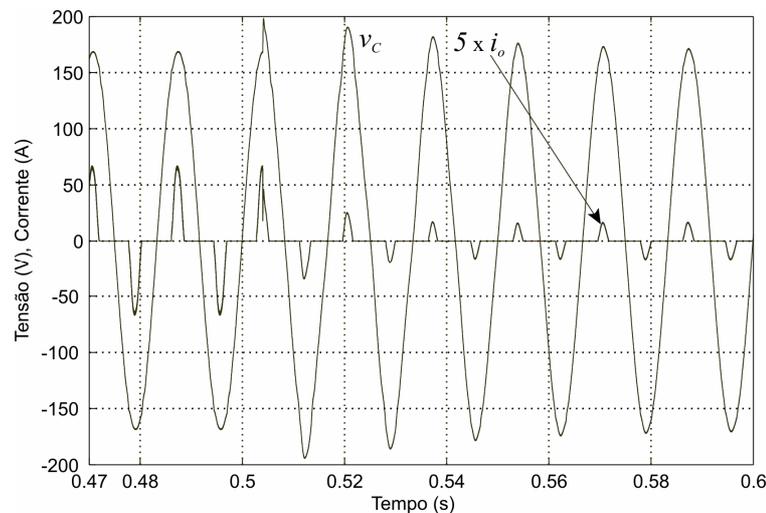


Figura 47 – Detalhe do transitório mostrado na Figura 46.

Para a avaliação do desempenho dinâmico da tensão de saída da UPS em malha fechada, os resultados relativos à Figura 44 e à Figura 46 são mostrados na Figura 48, na forma determinada pela norma IEC62040-3.

Ainda que as respostas aos degraus de carga não linear sejam mais lentas que as correspondentes respostas aos degraus de cargas linear, a UPS em malha fechada atinge a classificação mais rígida da norma IEC62040-3 para resposta transitória, de acordo com os resultados de simulação. Esse resultado se confirma na prática conforme será visto a seguir.

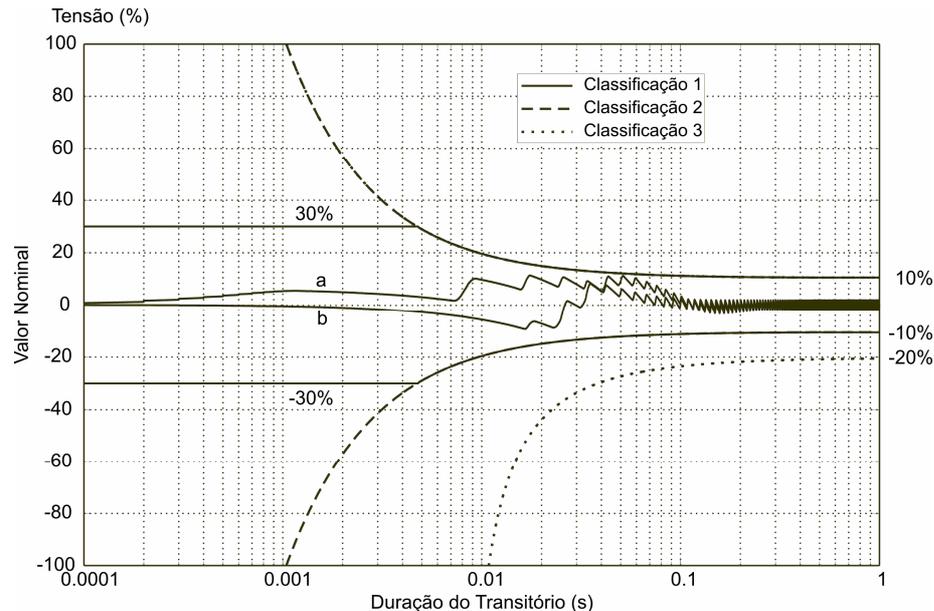


Figura 48 – Resultado de simulação do desempenho dinâmico da tensão de saída do retificador não controlado para degrau de carga não linear de 100% para 25% (a) e de 25% para 100% (b) para o sistema em malha fechada.

4.3.2 Resultados experimentais

Os resultados de simulação indicam a viabilidade do controlador. Mesmo assim, a validação experimental do sistema de controle é fundamental, uma vez que na prática o sistema está sujeito a incertezas paramétricas e a dinâmicas não modeladas, que podem trazer prejuízo ao desempenho do sistema.

O protótipo utilizado para a obtenção dos resultados experimentais é detalhado a seguir.

Para o inversor da Figura 33, foi utilizado um módulo fabricado pela empresa Semikron, com IGBTs (*Insulated Gate Bipolar Transistor*) modelo SKM 75GB, com limites de 75A de condução e de 1200V de tensão entre coletor e emissor. Os *drivers* utilizados são do modelo SKHI 22, soldados em uma placa de circuito impresso modelo SKPC 2122.

A fonte utilizada para gerar o barramento CC é fabricada pela empresa Tectrol, modelo TCA 300-10BR1A, podendo fornecer até 10A e gerar um barramento CC de até 300V estabilizado. A saída da fonte é ligada diretamente no módulo Semikron, que possui dois capacitores de 4700 μ F para estabilizar o nível da tensão de entrada.

A aquisição de sinais de tensão foi realizada por meio do circuito apresentado na Figura 49, chamado de circuito para medição da tensão de saída. Este circuito permite realizar

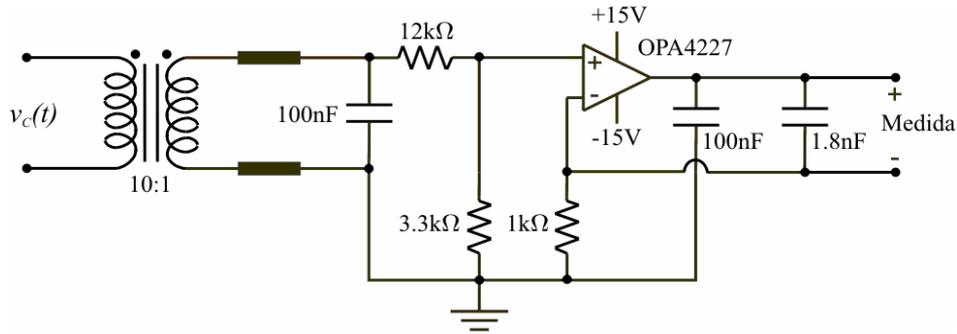


Figura 49 – Circuito para medição da tensão de saída (v_c).

a medição de uma tensão máxima de 400 V de pico, utilizando um transformador de relação 10:1, com relação de transformação de 440:44. Após o transformador abaixar o nível da tensão, um divisor resistivo é utilizado para limitar a tensão em 12 V de pico. O amplificador operacional OPA4227 faz a transformação do sinal de tensão em um sinal de corrente, para a transmissão até o circuito de condicionamento de sinais, apresentado na Figura 50.

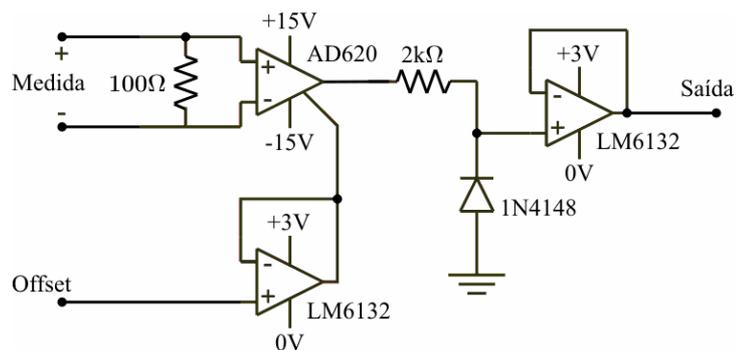


Figura 50 – Circuito para condicionamento de sinais.

O sinal de saída em corrente do circuito de medição de tensão é novamente transformado em um sinal de tensão por um resistor, utilizado como sensor, na entrada do circuito da Figura 50, chamado aqui de circuito para condicionamento de sinais. As tensões de alimentação (+15 V, -15 V e +3V) são fornecidas por uma placa externa, na qual se encontra o DSP que será utilizado para controle, além do sinal de *offset*. Esse sinal é necessário em função de os canais de conversão analógico-digital (A/D) do DSP admitirem somente sinais positivos de 0 V a +3 V. O diodo 1N4148 tem a função de proteger o amplificador operacional LM6132, que por sua vez protege o canal de conversão A/D do DSP.

A aquisição de corrente é realizada por meio de um transdutor de efeito Hall LA55-P, fabricado pela empresa LEM, que fornece uma corrente proporcional à corrente que circula através de seu encapsulamento. A corrente de saída do transdutor de corrente passa pelo

mesmo processo de medição descrito anteriormente para a tensão, e então é enviada para o conversor A/D do DSP.

O modelo do DSP utilizado é o TMS320F2812 [100], de 32 bits, com arquitetura de ponto fixo, fabricado pela empresa Texas Instruments. Esse processador é alimentado com uma tensão de 3,3 V, sendo esse o nível máximo de tensão aceito pelas entradas e saídas do processador. Além disso, possui alta capacidade de processamento, operando em uma frequência máxima de 150 MHz. Também possui 16 canais de 12 bits para conversão A/D e 16 canais capazes de gerar sinais PWM de 16 bits.

As especificações do filtro de saída e das cargas utilizadas já foram feitas na Tabela 4 e na subseção 4.3.1.

O controle utilizado nas simulações anteriores é implementado no DSP, utilizando o formato de dados Q₂₂, levando aos resultados experimentais mostrados a seguir.

4.3.2.1 Resultados experimentais com carga linear

A Figura 51 apresenta o resultado experimental do sistema em malha fechada com carga linear nominal. Percebe-se primeiramente a clara correspondência dos resultados da Figura 51 com os resultados de simulação apresentado na Figura 35.

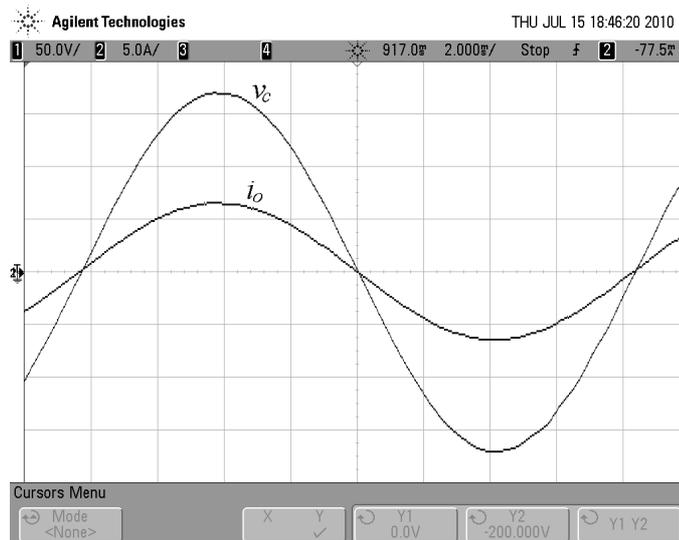


Figura 51 – Resultado experimental do sistema em malha fechada com carga linear nominal: tensão de saída (v_c) e corrente de carga (i_o). Escala de tensão: 50 V/div. Escala de corrente: 5 A/div. Escala de tempo: 2 ms/div.

A boa qualidade da forma de onda da tensão de saída da Figura 51 é comprovada pelo valor de sua THD, que é de 0,7%, bem abaixo do limite de 8% estabelecido pela norma IEC62040-3. Ainda, como mencionado anteriormente, esta norma impõe limites individuais

para cada componente harmônica. Na Figura 52 é apresentada a comparação entre os valores das componentes harmônicas da forma de onda da tensão da Figura 51 com os limites máximos de cada harmônica dados pela norma. Percebe-se que todas as componentes harmônicas da tensão de saída atendem à norma.

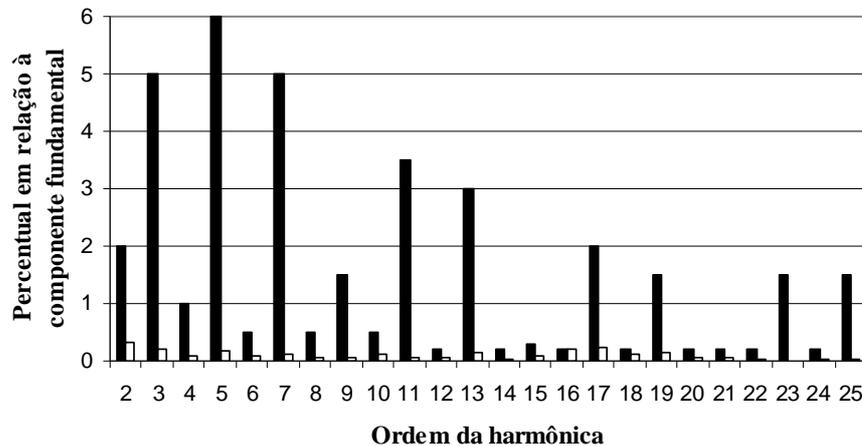


Figura 52 – Comparação das harmônicas da forma de onda da tensão v_C da Figura 51 (barras da direita) com o valor máximo de cada componente harmônica, especificado pela norma IEC62040-3 (barras da esquerda).

Também foram realizados os testes de desempenho transitório, como estabelecido na norma IEC62040-3. A Figura 53 apresenta o comportamento da tensão de saída frente ao incremento de carga linear, de 20% para 100% da potência nominal. Há uma rápida recuperação da tensão de saída, retomando o regime permanente em pouco mais de um ciclo.

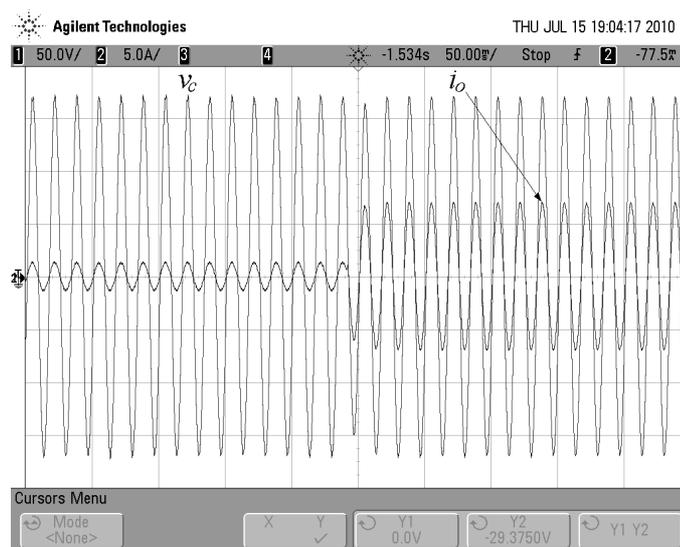


Figura 53 – Resultado experimental do sistema em malha fechada com degrau de carga linear de 20% para 100% da potência nominal: tensão de saída (v_C) e corrente de carga (i_o). Escala de tensão: 50 V/div. Escala de corrente: 5 A/div. Escala de tempo: 50 ms/div.

A rápida resposta do sistema frente a variações de carga linear se confirma no ensaio de decremento de carga, que ocorre quando a UPS está operando em regime permanente com 100% da potência de saída, e passa a operar com 20% dessa potência. Os resultados para esse caso são apresentados na Figura 54.

Como no caso de simulação, testes mais rigorosos são realizados na prática com cargas não lineares.

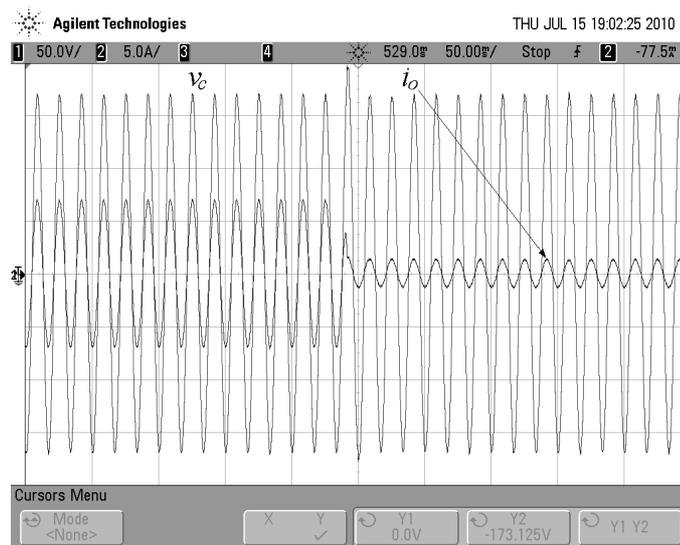


Figura 54 – Resultado experimental do sistema em malha fechada com degrau de carga linear de 100% para 20% potência da nominal: tensão de saída (v_c) e corrente de carga (i_o). Escala de tensão: 50 V/div. Escala de corrente: 5 A/div. Escala de tempo: 50 ms/div.

4.3.2.2 Resultados experimentais com carga não linear

Primeiramente, na Figura 55, é apresentado o comportamento da tensão e da corrente de saída em regime permanente, para o sistema em malha fechada operando com a carga não linear de referência dada na Tabela 4. Visualmente, nota-se uma boa correspondência com os resultados de simulação da Figura 41. A qualidade da forma de onda da tensão de saída é medida pela baixa THD, que é de 1,16%. Esse valor é levemente superior àquele da simulação, devido a não idealidades existentes na prática, não levadas em conta na simulação.

A Figura 56 mostra a comparação das componentes harmônicas da tensão de saída da Figura 55 com os limites da norma IEC62040-3, confirmando que o sistema em malha fechada também atende à norma.

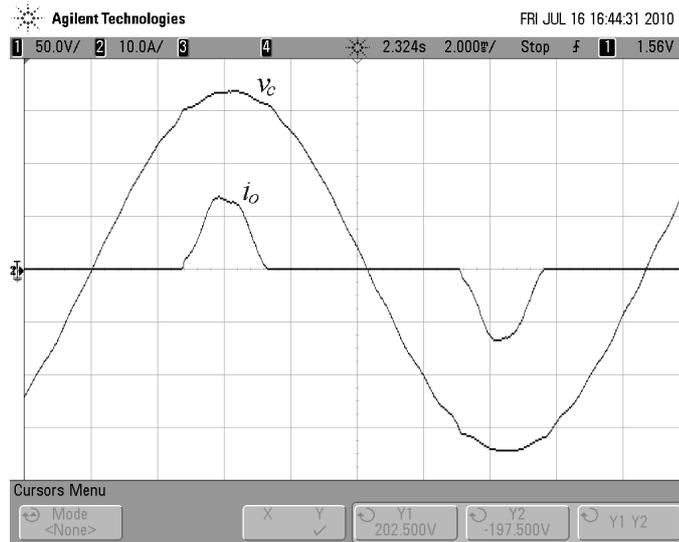


Figura 55 – Resultado experimental do sistema em malha fechada com carga não linear especificada de acordo com a norma IEC62040-3: tensão de saída (v_c) e corrente de carga (i_o). Escala de tensão: 50 V/div. Escala de corrente: 10 A/div. Escala de tempo: 2 ms/div.

Para comprovar o bom rastreamento de referência, foi feita a aquisição dos pontos da tensão de saída e do sinal de referência gerados internamente no DSP e gerado o sinal de erro mostrado na Figura 57.

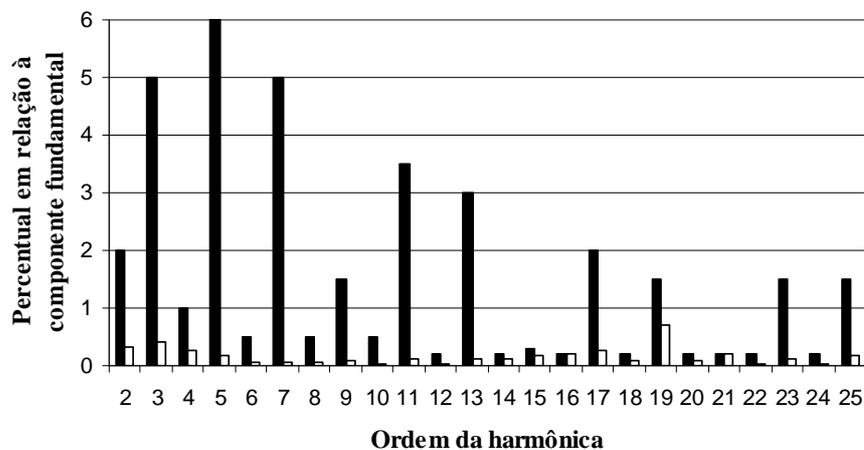


Figura 56 – Comparação das harmônicas da forma de onda v_c da Figura 55 (barras da direita) com o valor máximo de cada componente harmônica especificado pela norma IEC62040-3 (barras da esquerda).

Ensaio experimentais para verificação do desempenho transitório do sistema em malha fechada com degraus de carga não linear foram feitos da mesma forma como anteriormente descritos na simulação.

A Figura 58 apresenta o resultado experimental para o incremento de 25% a 100% da potência aparente e a Figura 59 mostra o resultado experimental para a redução de 100% para 25% da potência aparente da carga.

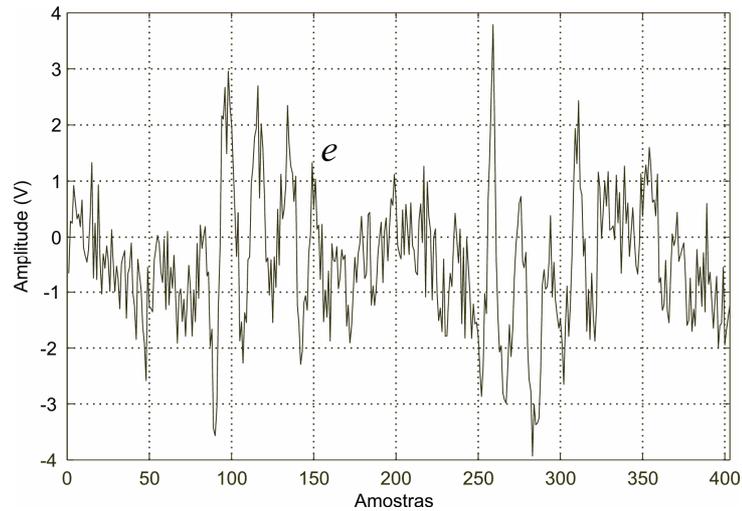


Figura 57 – Resultado experimental do sinal de erro em regime permanente com carga não linear especificada de acordo com a norma IEC62040-3. O tempo de cada amostra corresponde a 1/20160 s.

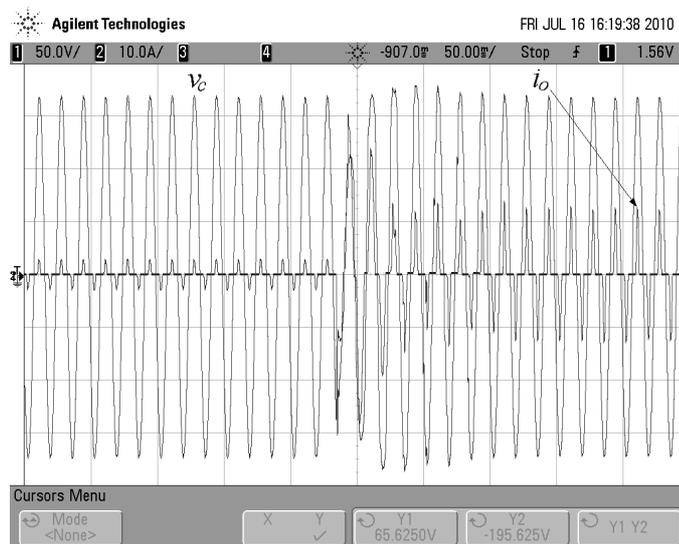


Figura 58 – Resultado experimental do sistema em malha fechada com degrau de carga não linear de 25% para 100% da potência aparente especificada de acordo com a norma IEC62040-3: tensão de saída (v_c) e corrente de carga (i_o). Escala de tensão: 50 V/div. Escala de corrente: 10 A/div. Escala de tempo: 50 ms/div.

O teste de incremento de carga não linear é o mais rigoroso, pois o capacitor da carga correspondente aos 75% da potência aparente está inicialmente descarregado, o que ocasiona um grande pico de corrente quando é conectado à saída da UPS, causando a distorção na forma de onda da tensão de saída.

Para uma avaliação de desempenho dinâmico da UPS em malha fechada com respeito aos degraus de carga, os resultados relativos à Figura 58 e à Figura 59 são mostrados na Figura 60, na forma determinada pela norma.

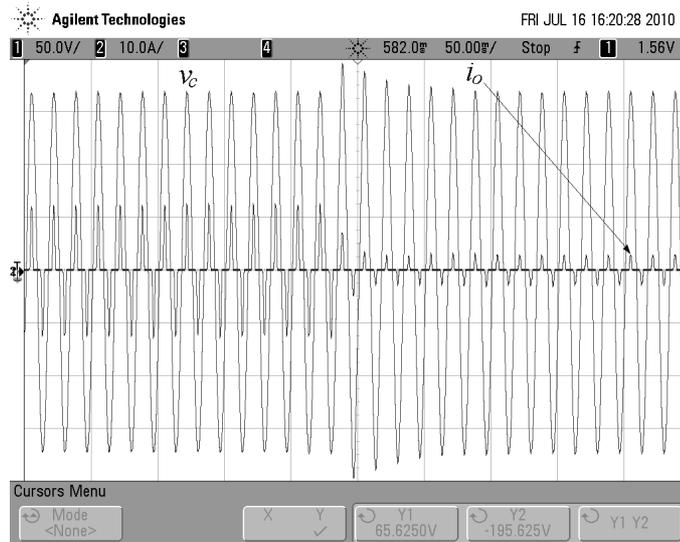


Figura 59 – Resultado experimental do sistema em malha fechada com degrau de carga não linear de 100% para 25% da potência aparente especificada de acordo com a norma IEC62040-3: tensão de saída (v_c) e corrente de carga (i_o). Escala de tensão: 50 V/div. Escala de corrente: 10 A/div. Escala de tempo: 50 ms/div.

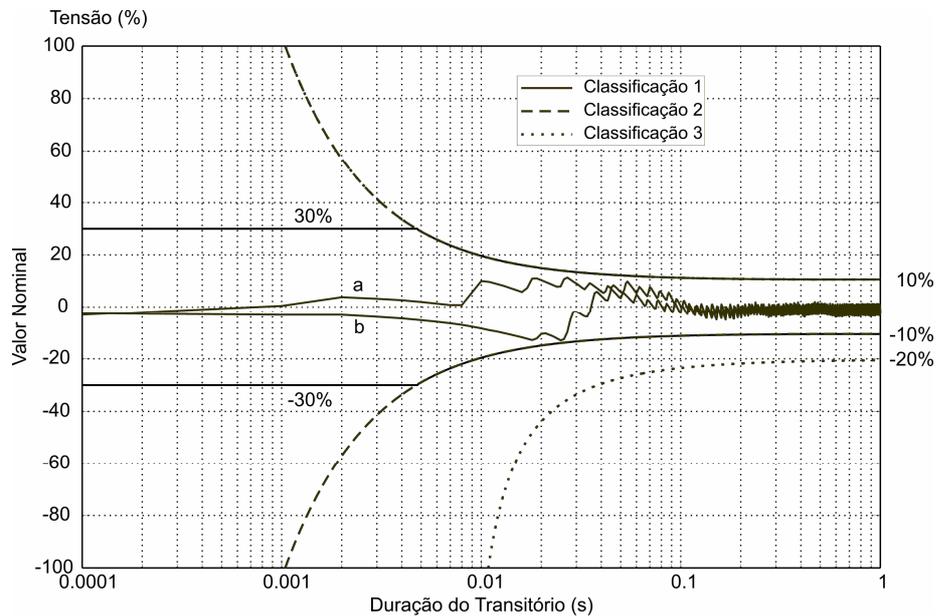


Figura 60 – Resultado experimental do desempenho dinâmico da tensão de saída do retificador não controlado para degrau de carga não linear de 100% para 25% (a) e de 25% para 100% (b) para o sistema em malha fechada.

Claramente, a UPS com o controlador projetado pelo método proposto e implementado na prática atende à classificação mais rigorosa da norma IEC62040-3.

4.4 Sumário

Este capítulo fornece inicialmente os testes para UPSs descritos pela norma IEC62040-3, com respeito à resposta transitória e permanente. A seguir, é proposto um procedimento de projeto de controladores ótimos do tipo DLQR aplicados a UPSs utilizando um DSP de ponto fixo para controle. Este procedimento é extensível a qualquer lei de controle por realimentação de estados e também pode ser estendido a qualquer processador digital de ponto fixo. Os resultados de simulação e os resultados experimentais obtidos estão completamente de acordo com os limites da norma IEC62040-3. Além disso, apresentam boa correspondência entre si, confirmando o sucesso na validação experimental da técnica.

5 ANÁLISE DE ROBUSTEZ USANDO DESIGUALDADES MATRICIAIS LINEARES

Este capítulo apresenta desigualdades matriciais lineares (LMIs – *Linear Matrix Inequalities*) aplicadas aos testes de estabilidade e de cômputo da norma \mathcal{H}_∞ para os casos contínuo e discreto no tempo, para sistemas com modelos lineares. Na sequência, é feita a aplicação destes conceitos ao sistema UPS em malha fechada dado no Capítulo 4, levando a conclusões sobre estabilidade e desempenho robusto.

5.1 Desigualdades matriciais lineares

A forma geral de uma LMI é dada por

$$F(\varepsilon) = F_0 + \sum_{i=1}^m \varepsilon_i F_i > 0 \quad (5-1)$$

em que $\varepsilon \in \mathfrak{R}^m$ é a variável, $F_i = F_i^T \in \mathfrak{R}^{n \times n}$, $i = 0, \dots, m$, são matrizes simétricas conhecidas. O símbolo de desigualdade em (5-1) significa que $F(\varepsilon)$ é definida positiva, portanto, todos os autovalores de $F(\varepsilon)$ são positivos.

Muitos problemas de análise de estabilidade e de projeto de controladores podem ser formulados como problemas de factibilidade de LMIs ou problemas de otimização cujas restrições são LMIs. Descrever um problema na forma de LMIs equivale a resolvê-lo, pois existem algoritmos eficientes para sua solução, que produzem convergência global em tempo polinomial para a solução do problema, sempre que esta existir [11], [80].

Embora a forma (5-1) seja geral para LMIs, é mais comum encontrá-las expressas na forma de desigualdades lineares cujas variáveis são matrizes. Como exemplo disso, tem-se que a positividade da matriz $X = X^T \in \mathfrak{R}^{2 \times 2}$ é mais frequentemente descrita por

$$X > 0 \quad (5-2)$$

do que por

$$X = \begin{bmatrix} \varepsilon_1 & \varepsilon_2 \\ \varepsilon_2 & \varepsilon_3 \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}}_{F_1} \varepsilon_1 + \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}}_{F_2} \varepsilon_2 + \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}}_{F_3} \varepsilon_3 > 0 \quad (5-3)$$

Embora as LMIs já fossem conhecidas desde os estudos de Lyapunov, do final do século XIX, levando à consagrada desigualdade $A^T P + PA < 0$, para a qual se busca uma matriz P que certifique a estabilidade de sistemas lineares com matriz dinâmica A , elas só se tornaram um paradigma na solução de problemas de análise e síntese de sistemas de controle um século mais tarde, com o advento de eficientes algoritmos para sua solução [11], [80], [101].

Uma das principais ferramentas utilizadas em LMIs é o complemento de Schur, que possibilita transformar uma desigualdade convexa (não linear) em uma LMI [11]. O princípio básico do complemento de Schur é que uma desigualdade dada por

$$\begin{bmatrix} Q(\varepsilon) & S(\varepsilon) \\ S(\varepsilon)^T & R(\varepsilon) \end{bmatrix} > 0 \quad (5-4)$$

sendo $Q(\varepsilon) = Q(\varepsilon)^T$, $R(\varepsilon) = R(\varepsilon)^T$, e $S(\varepsilon)$ dependentes de forma afim de ε , é equivalente a

$$\begin{aligned} R(\varepsilon) &> 0, \\ Q(\varepsilon) - S(\varepsilon)R(\varepsilon)^{-1}S(\varepsilon)^T &> 0 \end{aligned} \quad (5-5)$$

Na sequência, serão apresentadas LMIs para análise de estabilidade e cômputo da norma \mathcal{H}_∞ , para sistemas contínuos e para sistemas discretos.

5.2 Sistemas contínuos no tempo

5.2.1 Estabilidade

A estabilidade assintótica do sistema

$$\dot{x}(t) = Ax(t) \quad (5-6)$$

com $A \in \mathfrak{R}^{n \times n}$ é completamente caracterizada pela existência de uma matriz $P \in \mathfrak{R}^{n \times n}$ que resolve as LMIs

$$\begin{aligned} P &= P^T > 0 \\ A^T P + PA &< 0 \end{aligned} \quad (5-7)$$

De fato, este resultado vem do Teorema de Lyapunov [8], que afirma que todos os autovalores de A têm parte real negativa se, e somente se, para qualquer matriz simétrica definida positiva N a equação de Lyapunov

$$A^T M + MA = -N \quad (5-8)$$

tiver uma única solução simétrica M e M for definida positiva.

Note que a existência de solução para (5-7) fornece uma matriz P para a função de Lyapunov quadrática

$$v(x(t)) = x(t)^T P x(t) > 0, \forall x \neq 0 \quad (5-9)$$

com

$$\begin{aligned} \dot{v}(x(t)) &= \dot{x}(t)^T P x(t) + x(t)^T P \dot{x}(t) + x(t)^T \dot{P} x(t) \\ \dot{v}(x(t)) &= x(t)^T (A^T P + PA)x(t) < 0 \end{aligned} \quad (5-10)$$

É interessante observar que a função de Lyapunov quadrática acima é conveniente para análise da estabilidade no caso de sistemas variantes no tempo dados por

$$\dot{x}(t) = A(t)x(t) \quad (5-11)$$

em que a matriz $A(t)$ pode ter elementos variando arbitrariamente rápido no tempo. No caso de os elementos de $A(t)$ serem limitados, esta matriz pode ser representada por um politopo, conforme descrito no Capítulo 2 e o teste de (5-7) nos vértices do politopo é suficiente para a estabilidade do sistema no caso arbitrariamente variante no tempo.

5.2.2 Norma \mathcal{H}_∞

Considere o sistema linear, contínuo e invariante no tempo dado por

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= Ax(t) + Bw(t) \\ y(t) &= Cx(t) + Dw(t) \end{aligned} \quad (5-12)$$

sendo $w(t) \in \mathfrak{R}^m$ um distúrbio e $y(t) \in \mathfrak{R}^p$ a saída do sistema.

Dada a representação no domínio da frequência

$$H(s) = C(sI - A)^{-1} B + D \quad (5-13)$$

no caso SISO – (*Single Input Single Output*), a norma \mathcal{H}_∞ é definida como o maior valor absoluto de $H(j\omega)$ para todos os valores de frequência, ou seja, o pico do gráfico de magnitude do diagrama de Bode.

Se considerado o sistema no domínio do tempo, dado pela equação (5-12), a norma \mathcal{H}_∞ será a razão resultante das normas dos sinais de saída e de entrada, e será dado por

$$\|H\|_\infty = \sup_{w \neq 0} \frac{\|y(t)\|_2}{\|w(t)\|_2} \quad (5-14)$$

Uma maneira de determinar o valor da norma \mathcal{H}_∞ é buscar um limitante superior γ para a expressão

$$\sup_{w \neq 0} \frac{\|y(t)\|_2}{\|w(t)\|_2} < \gamma \quad (5-15)$$

Para um sistema estável, a norma \mathcal{H}_∞ pode ser caracterizada por meio da função de Lyapunov quadrática, impondo-se [11]

$$\dot{v}(t) + y(t)^T y(t) - \gamma^2 w(t)^T w(t) < 0 \quad (5-16)$$

Aplicando a função de Lyapunov em (5-16) tem-se que

$$\dot{x}(t)Px + x^T P\dot{x}(t) + y(t)^T y(t) - \gamma^2 w(t)^T w(t) < 0 \quad (5-17)$$

Além disso, é possível substituir em (5-17) as equações que descrevem o sistema, o que leva a

$$\begin{aligned} & (x(t)^T A^T + w(t)^T B^T)Px(t) + x(t)^T P(Ax(t) + Bw(t)) + \\ & + (x(t)^T C^T + w(t)^T D^T) + (Cx(t) + Dw(t)) - \gamma^2 w(t)^T w(t) < 0 \end{aligned} \quad (5-18)$$

Escrevendo a desigualdade de (5-18) em forma matricial, tem-se

$$\begin{bmatrix} x(t) \\ w(t) \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} A^T P + PA + C^T C & PB + C^T D \\ B^T P + D^T C & -\gamma^2 I + D^T D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(t) \\ w(t) \end{bmatrix} < 0 \quad (5-19)$$

Este resultado é conhecido na literatura como *Bounded Real Lemma* [11], significando que A é assintoticamente estável e $\|H\|_\infty < \gamma$ se, e somente se, existir uma matriz simétrica definida positiva $P \in \mathfrak{R}^{n \times n}$ tal que

$$\begin{bmatrix} A^T P + PA + C^T C & PB + C^T D \\ B^T P + D^T C & -\gamma^2 I + D^T D \end{bmatrix} < 0 \quad (5-20)$$

em que $A \in \mathfrak{R}^{n \times n}$, $B \in \mathfrak{R}^{n \times p}$, $C \in \mathfrak{R}^{m \times n}$ e $D \in \mathfrak{R}^{m \times p}$ são conhecidos do modelo do sistema.

O problema de cômputo da norma \mathcal{H}_∞ pode ser resolvido como o problema de otimização:

$$\begin{aligned} \mu^* &= \min \mu \\ & \text{s.a} \\ P &= P^T > 0 \end{aligned} \quad (5-21)$$

$$\begin{bmatrix} A^T P + PA + C^T C & PB + C^T D \\ B^T P + D^T C & -\mu I + D^T D \end{bmatrix} < 0$$

Nesse caso, se (5-21) tiver solução, então o sistema é assintoticamente estável e a norma \mathcal{H}_∞ será dada por

$$\gamma = \sqrt{\mu^*} \quad (5-22)$$

Esta é uma forma prática de calcular a norma \mathcal{H}_∞ , uma vez que problemas de otimização convexa com restrições do tipo LMI, como (5-21), têm sua solução ótima global obtida em tempo polinomial por algoritmos especializados.

Se a LMI de (5-21) tiver solução, então é válida a equivalência dada por

$$\begin{bmatrix} A^T P + PA + C^T C & PB + C^T D \\ B^T P + D^T C & -\mu I + D^T D \end{bmatrix} < 0 \Leftrightarrow \begin{bmatrix} A^T P + PA & PB & C^T \\ B^T P & -I & D^T \\ C & D & -\gamma^2 I \end{bmatrix} < 0 \quad (5-23)$$

Para comprovar essa equivalência, a desigualdade de (5-20) deve ser escrita como

$$\begin{bmatrix} A^T P + PA & PB \\ B^T P & -\mu I \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} C^T \\ D^T \end{bmatrix} I [C \ D] < 0 \quad (5-24)$$

Aplicando o complemento de Schur, dado em (5-4) e (5-5), tem-se que

$$\begin{bmatrix} A^T P + PA & PB & C^T \\ B^T P & -\gamma^2 I & D^T \\ C & D & -I \end{bmatrix} < 0 \quad (5-25)$$

Se existir solução para a o problema de (5-25), então pode-se escrever que

$$\begin{bmatrix} \gamma^{-1} P & 0 & 0 \\ 0 & \gamma^{-1} P & 0 \\ 0 & 0 & \gamma P \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A^T P + PA & PB & C^T \\ B^T P & -\gamma^2 I & D^T \\ C & D & -I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \gamma^{-1} P & 0 & 0 \\ 0 & \gamma^{-1} P & 0 \\ 0 & 0 & \gamma P \end{bmatrix} < 0 \quad (5-26)$$

que resulta em

$$\begin{bmatrix} A^T (\gamma^{-2} P) + (\gamma^{-2} P) A & (\gamma^{-2} P) B & C^T \\ B^T (\gamma^{-2} P) & -I & D^T \\ C & D & -\gamma^2 I \end{bmatrix} < 0 \quad (5-27)$$

Fazendo $\gamma^{-2} P = \tilde{P}$, $\gamma^2 = \mu$, a norma \mathcal{H}_∞ pode também ser calculada por meio do problema de otimização convexa baseado em LMIs [11]:

$$\mu^* = \min \mu$$

s.a

$$\tilde{P} = \tilde{P}^T > 0$$

$$\begin{bmatrix} A^T \tilde{P} + \tilde{P} A & \tilde{P} B & C^T \\ B^T \tilde{P} & -I & D^T \\ C & D & -\mu I \end{bmatrix} < 0 \quad (5-28)$$

Se esse problema tem solução, então \tilde{P} é a matriz de Lyapunov que garante a estabilidade do sistema com uma norma \mathcal{H}_∞ igual a $\sqrt{\mu^*}$.

Na sequência, os resultados para o caso discreto são apresentados.

5.3 Sistemas discretos no tempo

5.3.1 Estabilidade

Considere o sistema

$$x(k+1) = A_d x(k) \quad (5-29)$$

em que $A_d \in \mathfrak{R}^{n \times n}$. A estabilidade do sistema (5-29) pode ser completamente caracterizada pela existência de uma matriz $P \in \mathfrak{R}^{n \times n}$ que resolve as LMIs

$$\begin{aligned} P &= P^T > 0 \\ A_d^T P A_d - P &< 0 \end{aligned} \quad (5-30)$$

Esse resultado vem do Teorema de Lyapunov para sistemas discretos [8], que afirma que todos os autovalores de A_d têm magnitude menor do que 1 se, e somente se, para qualquer matriz definida positiva N , a equação de Lyapunov

$$M - A_d^T M A_d = N \quad (5-31)$$

tiver uma única solução simétrica M e M for definida positiva.

Note que a existência de solução para (5-30) fornece uma matriz P para a função de Lyapunov quadrática

$$v(x(k)) = x(k)^T P x(k) > 0, \quad \forall x \neq 0 \quad (5-32)$$

com

$$\begin{aligned} \Delta v &= v(x(k+1)) - v(x(k)) = x(k+1)^T P x(k+1) - x(k)^T P x(k) \\ \Delta v &= x(k)^T (A_d^T P A_d - P) x(k) < 0 \end{aligned} \quad (5-33)$$

Assim, para determinar se o sistema de (5-29) é estável, basta determinar P que satisfaça as desigualdades de (5-30).

5.3.2 Norma \mathcal{H}_∞

Considere o sistema discreto dado por

$$\begin{aligned} x(k+1) &= A_d x(k) + B_d w(k) \\ y(k) &= C_d x(k) + D_d w(k) \end{aligned} \quad (5-34)$$

em que $w(t) \in \mathfrak{R}^m$ é um distúrbio e $y(t) \in \mathfrak{R}^p$ é a saída do sistema, sendo que a matriz de transferência de w para y é dada por

$$H_d(z) = C_d(zI - A_d)^{-1}B_d + D_d \quad (5-35)$$

Como no caso de sistemas contínuos no tempo, a norma \mathcal{H}_∞ é dada por

$$\|H_d\|_\infty = \sup_{w \neq 0} \frac{\|y(k)\|_2}{\|w(k)\|_2} \quad (5-36)$$

Portanto, para determinar o valor da norma \mathcal{H}_∞ , basta buscar um limitante superior γ tal que

$$\sup_{w \neq 0} \frac{\|y(k)\|_2}{\|w(k)\|_2} < \gamma \quad (5-37)$$

Para um sistema estável, a norma \mathcal{H}_∞ pode ser caracterizada por meio da função de Lyapunov quadrática, impondo-se [11]

$$v(x(k+1)) - v(x(k)) + y(k)^T y(k) - \gamma^2 w(k)^T w(k) < 0 \quad (5-38)$$

Aplicando a função de Lyapunov discreta (5-32) em (5-38), tem-se que

$$x(k+1)^T P x(k+1) - x(k)^T P x(k) + y(k)^T y(k) - \gamma^2 w(k)^T w(k) < 0 \quad (5-39)$$

Substituindo as equações que descrevem o sistema dado em (5-34), em (5-39) tem-se

$$\begin{aligned} & (x(k)^T A_d^T + w(k)^T B_d^T) P (A_d x(k) + B_d w(k)) - x(k)^T P x(k) + \\ & + (x(k)^T C_d^T + w(k)^T D_d^T) (C_d x(k) + D_d w(k) - \gamma^2 w(k)^T w(k)) < 0 \end{aligned} \quad (5-40)$$

que pode ser reescrita como

$$\begin{bmatrix} x(k) \\ w(k) \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} A_d^T P A_d - P + C_d^T C_d & A_d^T P B_d + C_d^T D_d \\ B_d^T P A_d + D_d^T C_d & B_d^T P B_d + D_d^T D_d - \gamma^2 I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(k) \\ w(k) \end{bmatrix} < 0 \quad (5-41)$$

Este resultado é conhecido na literatura como *Bounded Real Lemma* para sistemas discretos [11], significando que A_d é assintoticamente estável e $\|H_d\|_\infty < \gamma$ se, e somente se, existir uma matriz simétrica definida positiva $P \in \mathfrak{R}^{n \times n}$ tal que

$$\begin{bmatrix} A_d^T P A_d - P + C_d^T C_d & A_d^T P B_d + C_d^T D_d \\ B_d^T P A_d + D_d^T C_d & B_d^T P B_d + D_d^T D_d - \gamma^2 I \end{bmatrix} < 0 \quad (5-42)$$

em que $A_d \in \mathfrak{R}^{n \times n}$, $B_d \in \mathfrak{R}^{n \times p}$, $C_d \in \mathfrak{R}^{m \times n}$ e $D_d \in \mathfrak{R}^{m \times p}$ são conhecidos do modelo do sistema.

Portanto, assim como anteriormente (caso contínuo), a norma \mathcal{H}_∞ pode ser calculada por meio de um problema de otimização convexa, dado por:

$$\mu^* = \min \mu$$

s.a

$$P = P^T > 0$$

(5-43)

$$\begin{bmatrix} A_d^T P A_d - P + C_d^T C_d & A_d^T P B_d + C_d^T D_d \\ B_d^T P A_d + D_d^T C_d & B_d^T P B_d + D_d^T D_d - \mu I \end{bmatrix} < 0$$

Se o problema dado em (5-43) tiver solução, então a norma \mathcal{H}_∞ do sistema discreto será dada por $\gamma = \sqrt{\mu^*}$.

Ainda, se a LMI de (5-43) tiver solução, então a seguinte equivalência é válida

$$\begin{bmatrix} A_d^T P A_d - P + C_d^T C_d & A_d^T P B_d + C_d^T D_d \\ B_d^T P A_d + D_d^T C_d & B_d^T P B_d + D_d^T D_d - \gamma^2 I \end{bmatrix} < 0 \Leftrightarrow \begin{bmatrix} P & A_d^T P & 0 & C_d^T \\ P A_d & P & P B_d & 0 \\ 0 & B_d^T P & I & D_d^T \\ C_d & 0 & D_d & \gamma^2 I \end{bmatrix} > 0 \quad (5-44)$$

Para mostrar a equivalência dada em (5-44), a LMI de (5-43) deve ser escrita como

$$\begin{bmatrix} A_d^T P A_d - P & A_d^T P B_d \\ B_d^T P A_d & B_d^T P B_d - \gamma^2 I \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} C_d^T \\ D_d^T \end{bmatrix} I \begin{bmatrix} C_d & D_d \end{bmatrix} < 0 \quad (5-45)$$

Aplicando o complemento de Schur, tem-se que

$$\begin{bmatrix} P - A_d^T P A_d & -A_d^T P B_d & C_d^T \\ -B_d^T P A_d & \gamma^2 I - B_d^T P B_d & D_d^T \\ C_d & D_d & I \end{bmatrix} > 0 \quad (5-46)$$

De (5-46) pode-se escrever

$$\begin{bmatrix} P & 0 & C_d^T \\ 0 & \gamma^2 I & D_d^T \\ C_d & D_d & I \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} A_d^T P \\ B_d^T P \\ 0 \end{bmatrix} P^{-1} \begin{bmatrix} P A_d & P B_d & 0 \end{bmatrix} > 0 \quad (5-47)$$

que, novamente por complemento de Schur, pode ser reescrita como

$$\begin{bmatrix} P & 0 & C_d^T & A_d^T P \\ 0 & \gamma^2 I & D_d^T & B_d^T P \\ C_d & D_d & I & 0 \\ P A_d & P B_d & 0 & P \end{bmatrix} > 0 \quad (5-48)$$

Rearranjando os vetores de forma adequada, (troca-se linha e coluna 2 com 3 e depois 2 com 4), tem-se que

$$\begin{bmatrix} P & A_d^T P & 0 & C_d^T \\ PA_d & P & PB_d & 0 \\ 0 & B_d^T P & \gamma^2 I & D_d^T \\ C_d & 0 & D_d & I \end{bmatrix} > 0 \quad (5-49)$$

Se existir solução para a o problema de (5-49), então pode-se escrever que

$$\begin{bmatrix} \gamma^{-1} I & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \gamma^{-1} I & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \gamma^{-1} I & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \gamma I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P & A_d^T P & 0 & C_d^T \\ PA_d & P & PB_d & 0 \\ 0 & B_d^T P & \gamma^2 I & D_d^T \\ C_d & 0 & D_d & I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \gamma^{-1} I & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \gamma^{-1} I & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \gamma^{-1} I & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \gamma I \end{bmatrix} > 0 \quad (5-50)$$

que resulta em

$$\begin{bmatrix} (\gamma^{-2} P) & A_d^T (\gamma^{-2} P) & 0 & C_d^T \\ (\gamma^{-2} P) A_d & (\gamma^{-2} P) & (\gamma^{-2} P) B_d & 0 \\ 0 & B_d^T (\gamma^{-2} P) & I & D_d^T \\ C_d & 0 & D_d & \gamma^2 I \end{bmatrix} > 0 \quad (5-51)$$

Desse modo, fazendo $\gamma^{-2} P = \tilde{P}$, $\gamma^2 = \mu$, a norma \mathcal{H}_∞ pode também ser calculada por meio do problema de otimização convexa baseado em LMIs [102]:

$$\begin{aligned} \mu^* &= \min \mu \\ &s.a \\ &\tilde{P} = \tilde{P}^T > 0 \\ &\begin{bmatrix} \tilde{P} & A_d^T \tilde{P} & 0 & C_d^T \\ \tilde{P} A_d & \tilde{P} & \tilde{P} B_d & 0 \\ 0 & B_d^T \tilde{P} & I & D_d^T \\ C_d & 0 & D_d & \mu I \end{bmatrix} > 0 \end{aligned} \quad (5-52)$$

Se tal problema tiver solução, então \tilde{P} é a matriz de Lyapunov que garante a estabilidade do sistema discreto, com uma norma \mathcal{H}_∞ igual a $\sqrt{\mu^*}$.

5.4 Aplicação à UPS

As condições de análise de estabilidade e de cômputo de norma \mathcal{H}_∞ mostradas anteriormente podem ser aplicadas à UPS controlada pela lei de controle por realimentação de estados descrita no Capítulo 4. Esse sistema tem um modelo no espaço de estados compatível com as condições dadas na Seção 5.3. Em especial, o cômputo da norma \mathcal{H}_∞ é importante

para estabelecer limites de desempenho do sistema controlado, conforme será visto na sequência para a análise sem incertezas paramétricas e com incertezas paramétricas.

5.4.1 Caso sem incertezas paramétricas

Considere o sistema aumentado, representando a planta e o CBPMI, dado em (4-21) e (4-22), com os ganhos de realimentação apresentados em (4-29). Considere também o distúrbio i_o (corrente de saída) e a variável de saída v_C (tensão de saída). Assim, o sistema em malha fechada é dado por

$$\begin{aligned} z(k+1) &= G_{cl}z(k) + H_2i_o(k) \\ y(k) &= C_dz(k) \end{aligned} \quad (5-53)$$

com

$$G_{cl} = (G - H_1K) \quad (5-54)$$

e

$$C_d = [1 \quad 0 \quad \dots \quad 0] \quad (5-55)$$

A norma \mathcal{H}_∞ do sistema com o controlador validado no Capítulo 4 é calculada pelo problema de otimização convexa abaixo

$$\begin{aligned} \mu^* &= \min \mu \\ & \text{s.a} \\ & \tilde{P} = \tilde{P}^T > 0 \\ & \begin{bmatrix} \tilde{P} & G_{cl}^T \tilde{P} & 0 & C_d^T \\ \tilde{P} G_{cl} & \tilde{P} & \tilde{P} H_2 & 0 \\ 0 & H_2^T \tilde{P} & I & 0 \\ C_d & 0 & 0 & \mu I \end{bmatrix} > 0 \end{aligned} \quad (5-56)$$

O resultado do problema (5-56), utilizando o LMI *Control Toolbox* do *Matlab*, é

$$\gamma = 10,9090 \quad (5-57)$$

Pela interpretação da norma \mathcal{H}_∞ para sistemas SISO, o valor 10,9090 é igual ao valor de pico da magnitude da resposta em frequência do sistema em malha fechada. Isso pode ser comprovado pela resposta em frequência do sistema em malha fechada, dada na Figura 61, considerando a corrente i_o como variável de entrada e a tensão v_C como variável de saída. De acordo com essa figura, o valor de pico ocorre em aproximadamente 1320 Hz, com magnitude de 20,751 dB, o que em valor absoluto, equivale ao valor da norma \mathcal{H}_∞ dado em (5-57). É importante observar que, como a magnitude ilustrada na Figura 61 se refere à magnitude da

impedância de saída, o valor da norma \mathcal{H}_∞ é o valor máximo da impedância da UPS em malha fechada, dado por $10,9090 \Omega$.

Na Figura 61 também notam-se baixos ganhos nas frequências do CBPMI, ou seja, o sistema rejeita com boa qualidade distúrbios de corrente de carga nessas frequências ou, dito de outra forma, a UPS em malha fechada possui baixas impedâncias de saída nas frequências das harmônicas da corrente da carga não linear, levando à tensão de saída com baixa THD observada no Capítulo 4.

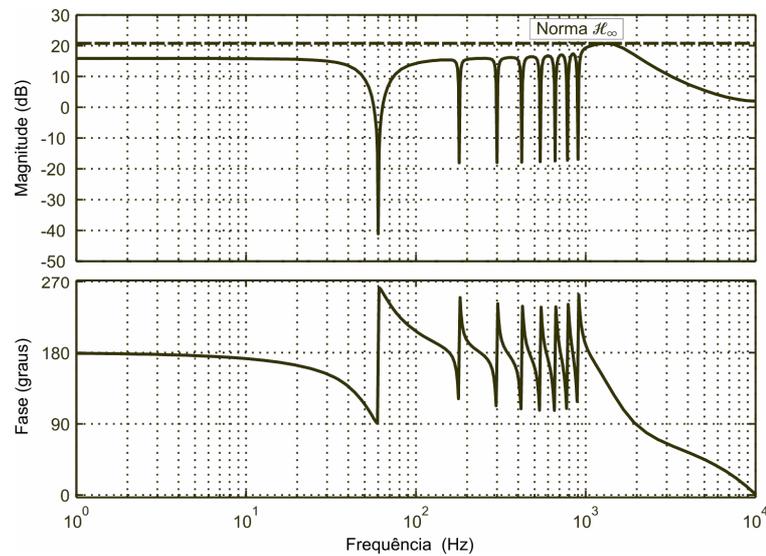


Figura 61 – Resposta em frequência do sistema em malha fechada da entrada i_o para a saída v_c .

Além disso, da existência de solução para (5-56), tem-se que

$$\begin{bmatrix} \tilde{P} & G_{cl}^T \tilde{P} \\ \tilde{P} G_{cl} & \tilde{P} \end{bmatrix} > 0 \quad (5-58)$$

o que, por complemento de Schur, equivale a

$$G_{cl}^T \tilde{P} G_{cl} - \tilde{P} < 0 \quad (5-59)$$

Portanto, a existência de solução para o problema da norma \mathcal{H}_∞ assegura a estabilidade do sistema em malha fechada.

De fato, analisando os autovalores do sistema em malha fechada, apresentados na Figura 62, nota-se que todos estão localizados dentro do círculo de raio unitário. Nota-se um autovalor na origem, associado ao atraso de uma amostra na implementação digital do sinal de controle. É importante mencionar aqui que a inclusão desse atraso no modelo é relevante para o projeto adequado do controlador. Por exemplo, projetando o controlador sem levar em conta o estado referente ao atraso e utilizando os mesmos pesos para os demais estados nas matrizes

de ponderação dadas em (4-28), obtém-se um conjunto de ganhos para o controlador que, implementado para o sistema com atraso, levaria à instabilidade em malha fechada, o que mostra a importância da inclusão dessa dinâmica no modelo do sistema.

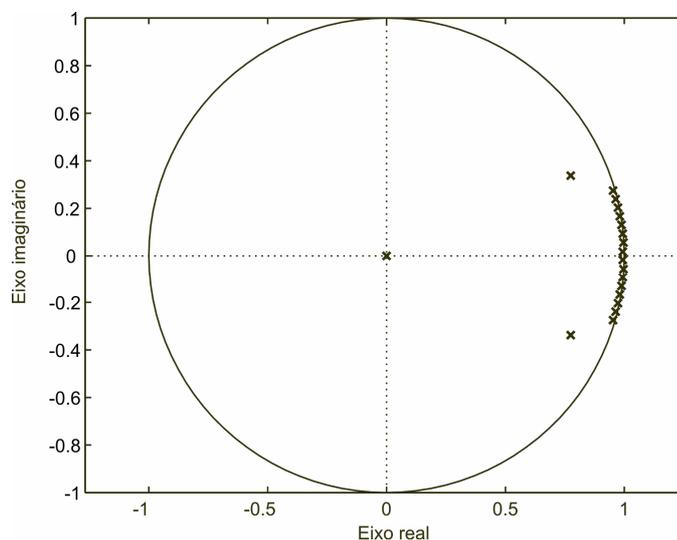


Figura 62 – Autovalores do sistema em malha fechada.

Na Figura 63 é detalhada a região em que se encontram os autovalores referentes ao CBPMI em malha fechada, onde nota-se que nenhum deles está fora do círculo de raio unitário.

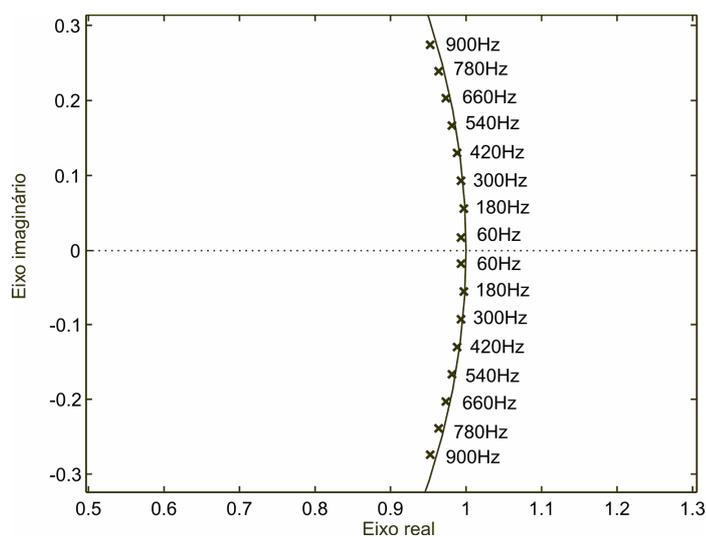


Figura 63 – Autovalores do CBPMI em malha fechada.

Assim, os métodos clássicos de análise de sistemas (resposta em frequência e lugar das raízes) corroboram a análise por meio de LMIs, para o caso do sistema sem incertezas. Na sequência, esta ferramenta será também utilizada para a análise do desempenho robusto do

sistema em malha fechada. Nessa situação, os métodos clássicos são limitados, pois exigiriam discretização do espaço de parâmetros incertos, a rigor, em infinitos pontos, para afirmar sobre estabilidade e robustez no caso de parâmetros incertos invariantes no tempo, e não se aplicariam ao caso de parâmetros incertos variantes no tempo.

5.4.2 Caso com incertezas paramétricas

Sabe-se que, na prática, os valores dos parâmetros do filtro de saída da UPS nem sempre são perfeitamente conhecidos, e que podem variar no tempo. Portanto, é interessante realizar a análise de desempenho por LMIs para o caso do sistema com incertezas paramétricas. Para tanto, basta testar as LMIs de (5-56) para os vértices de um politopo obtidos avaliando as matrizes G_{cl} , H_2 e C_d , para todas as combinações de máximos e mínimos dos parâmetros incertos.

Primeiramente, considere a capacitância do filtro de saída da UPS como um parâmetro incerto, assumindo valores em intervalos em torno do valor nominal de 20 μF . Por exemplo, para o parâmetro C_f assumindo qualquer valor no intervalo de 20 $\mu\text{F} \pm 1\%$, ou seja, C_f entre 19,8 μF e 20,2 μF , o problema de otimização convexa (5-56) fornece como solução um custo garantido \mathcal{H}_∞ dado por $\gamma = 11,0635$. Por custo garantido, entende-se um limitante superior para a norma \mathcal{H}_∞ do sistema com incertezas. Seguindo a mesma ideia, a Tabela 6 mostra os custos garantidos \mathcal{H}_∞ do sistema em malha fechada para incertezas paramétricas de até 20% no parâmetro C_f .

Tabela 6 – Custo garantido \mathcal{H}_∞ considerando incerteza em C_f .

Incerteza (%)	Custo garantido \mathcal{H}_∞	Incerteza (%)	Custo garantido \mathcal{H}_∞
-1 a +1	11,0635	-11 a +11	12,9435
-2 a +2	11,2230	-12 a +12	13,1727
-3 a +3	11,3881	-13 a +13	13,4117
-4 a +4	11,5590	-14 a +14	13,6599
-5 a +5	11,7359	-15 a +15	13,9188
-6 a +6	11,9195	-16 a +16	14,1886
-7 a +7	12,1092	-17 a +17	14,4707
-8 a +8	12,3062	-18 a +18	14,7648
-9 a +9	12,5107	-19 a +19	15,0722
-10 a +10	12,7229	-20 a +20	15,3942

A Figura 64 mostra a evolução do custo garantido \mathcal{H}_∞ , para os casos de incerteza percentuais mostrados na Tabela 6. Percebe-se pela Figura 64 que, à medida que a incerteza

percentual no parâmetro C_f aumenta, o aumento no custo garantido \mathcal{H}_∞ torna-se mais significativo.

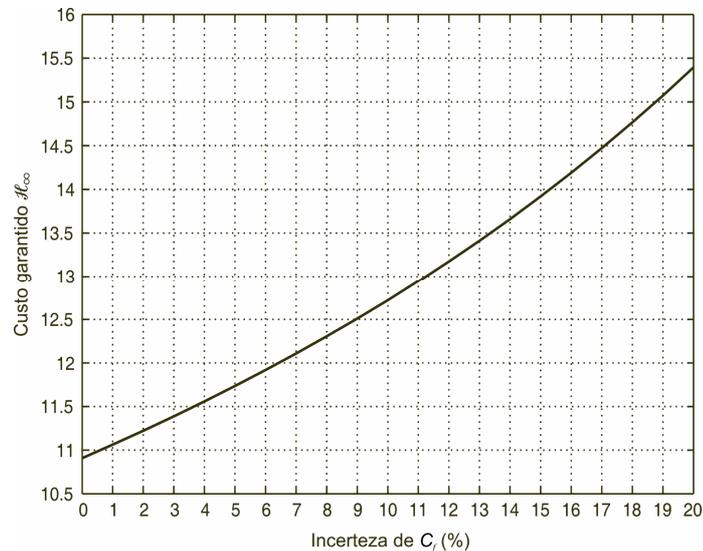


Figura 64 – Evolução do custo garantido \mathcal{H}_∞ considerando incerteza em C_f .

Para validar a análise do custo garantido \mathcal{H}_∞ , a Figura 65 apresenta as respostas em frequência do sistema em malha fechada para valores de C_f no intervalo de $20 \mu\text{F} \pm 20\%$. Para essa análise, C_f é assumido incerto e invariante no tempo. Nota-se que o valor mais elevado do gráfico de magnitude da resposta em frequência não ultrapassa o valor estabelecido pelo custo garantido \mathcal{H}_∞ , de 15,3942 (ou de 23,7471 dB), o que comprova a análise de desempenho robusto realizada por meio de LMIs.

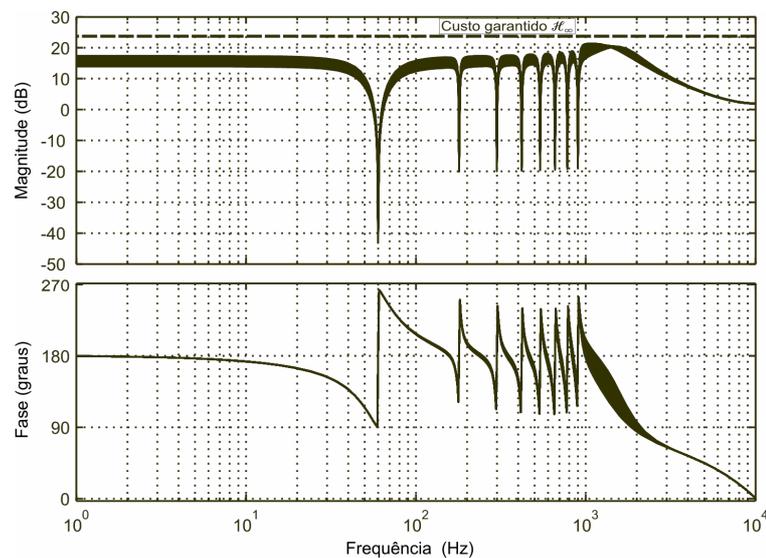


Figura 65 – Resposta em frequência do sistema em malha fechada da entrada i_o para a saída v_C , com incerteza de $\pm 20\%$ em C_f e custo garantido \mathcal{H}_∞ .

Note também que, apesar da incerteza paramétrica, o sistema em malha fechada não tem sua capacidade de rejeição de distúrbios afetada significativamente, o que indica que os autovalores do CBPMI não sofrem grandes variações. De fato, pela análise da Figura 66, percebe-se que os autovalores da planta sofrem mudança de posição dentro do círculo de raio unitário, mas os autovalores referentes ao CBPMI pouco se deslocam, assim como o autovalor referente ao atraso de transporte. As setas indicam o sentido de deslocamento dos autovalores à medida que o valor da capacitância aumenta.

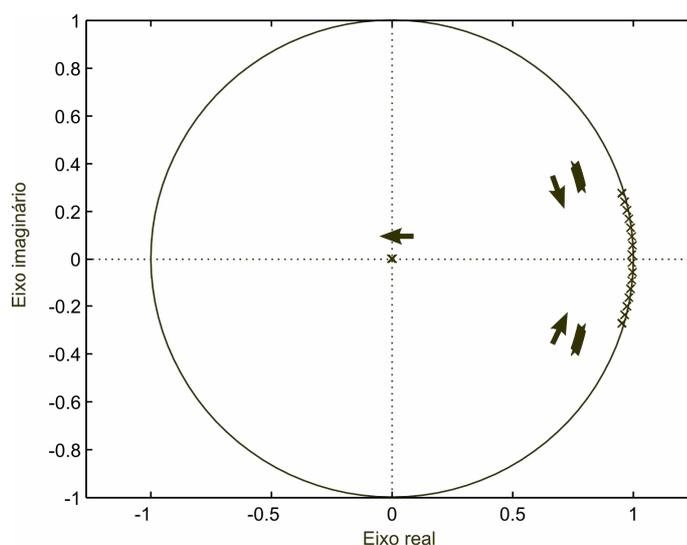


Figura 66 – Autovalores do sistema em malha fechada coconsiderando incerteza em C_f ($20 \mu\text{F} \pm 20\%$).

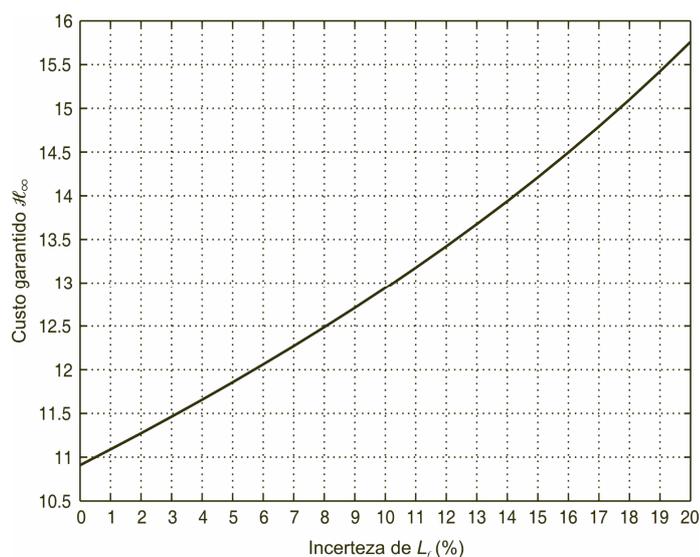
A Figura 66 aponta para a estabilidade robusta do sistema em malha fechada frente a incertezas paramétricas em C_f . Essa informação é corroborada pela factibilidade das LMIs em (5-56). Entretanto, o procedimento utilizado na análise de autovalores é um procedimento de discretização exaustiva do espaço paramétrico, enquanto (5-56) é um problema de otimização convexa cuja solução fornece a matriz de uma função de Lyapunov certificando a estabilidade em malha fechada, inclusive para o caso de variações paramétricas em C_f .

Considere agora a indutância do filtro de saída da UPS como um parâmetro incerto, assumindo valores em intervalos em torno do valor nominal de $886 \mu\text{H}$. A Tabela 7 mostra os custos garantidos \mathcal{H}_∞ do sistema em malha fechada para incertezas paramétricas de até 20% no parâmetro L_f . Note que no intervalo de $886 \mu\text{H} \pm 20\%$, o custo garantido \mathcal{H}_∞ é $\gamma = 15,7606$. Isso significa que este será o limitante superior da norma \mathcal{H}_∞ do sistema para valores de L_f dentro da faixa de incerteza considerada.

Tabela 7 – Custo garantido \mathcal{H}_∞ considerando incerteza em L_f .

Varição (%)	Custo garantido \mathcal{H}_∞	Varição (%)	Custo garantido \mathcal{H}_∞
-1 a +1	11,0896	-11 a +11	13,1757
-2 a +2	11,2743	-12 a +12	13,4208
-3 a +3	11,4635	-13 a +13	13,6749
-4 a +4	11,6576	-14 a +14	13,9376
-5 a +5	11,8564	-15 a +15	14,2108
-6 a +6	12,0606	-16 a +16	14,4949
-7 a +7	12,2706	-17 a +17	14,7907
-8 a +8	12,4868	-18 a +18	15,0994
-9 a +9	12,7092	-19 a +19	15,4220
-10 a +10	12,9387	-20 a +20	15,7606

Os dados da Tabela 7 podem ser colocados em um gráfico, com o intuito de ilustrar a evolução do custo garantido \mathcal{H}_∞ à medida que a incerteza na indutância aumenta, como mostra a Figura 67.

Figura 67 – Evolução do custo garantido \mathcal{H}_∞ considerando incerteza em L_f .

As respostas em frequência do sistema em malha fechada com L_f suposto incerto e invariante no tempo, para valores de L_f no intervalo de $886 \mu\text{F} \pm 20\%$, são dados na Figura 68, comprovando que o custo garantido \mathcal{H}_∞ 15,7606 (ou 23,9514 dB) é um limitante superior para o pico da magnitude dos diagramas de Bode.

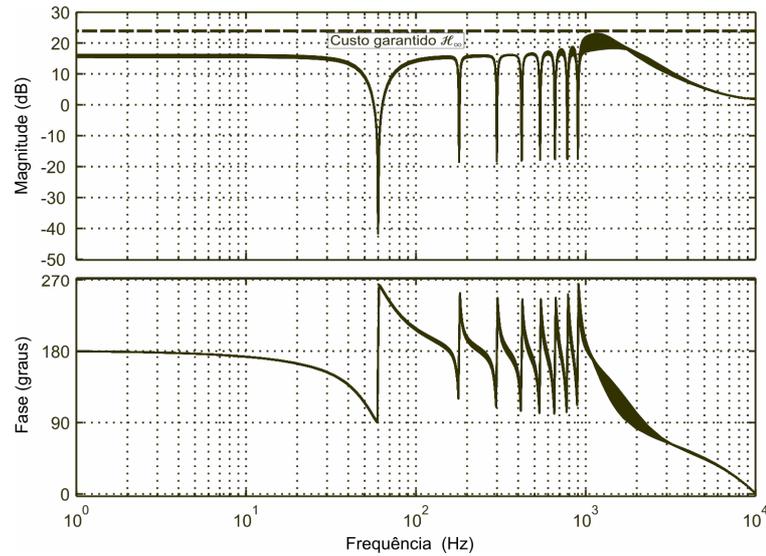


Figura 68 – Resposta em frequência do sistema em malha fechada da entrada i_o para a saída v_C com incerteza de $\pm 20\%$ em L_f e custo garantido \mathcal{H}_∞ .

Percebe-se que a incerteza no parâmetro L_f não afeta a capacidade de rejeição de distúrbios do sistema em malha fechada. Como pode ser observado na Figura 69, os autovalores referentes ao CBPMI em malha fechada não sofrem alterações de posicionamento dentro do círculo de raio unitário.

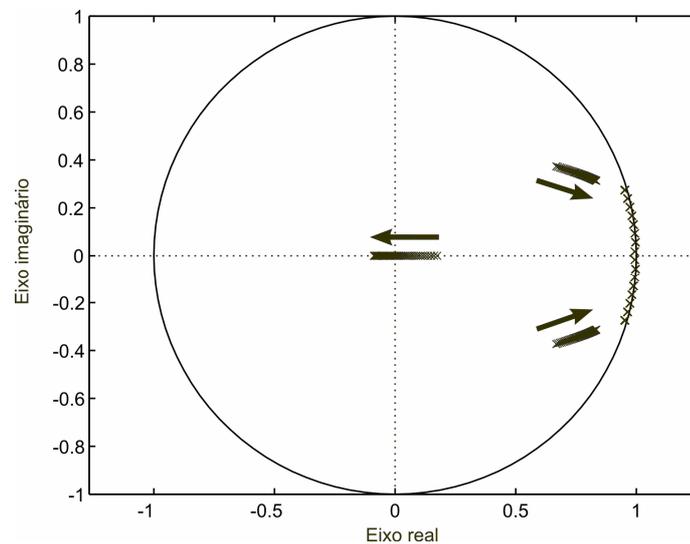


Figura 69 – Autovalores do sistema em malha fechada considerando incerteza em L_f ($886 \mu\text{H} \pm 20\%$).

Pela Figura 69, percebe-se que os autovalores da planta se deslocam para a borda do círculo de raio unitário, sem levar o sistema à instabilidade. A análise de custos garantidos \mathcal{H}_∞ também permite conclusões da estabilidade para o caso de L_f variante no tempo, o que não é válido para a análise em autovalores e em frequência apresentada.

Na Figura 70, é realizada uma comparação entre os custos garantidos quando é considerada incerteza em L_f e incerteza C_f . Percebe-se que, à medida que a faixa de incerteza aumenta, o custo garantido \mathcal{H}_∞ para a indutância aumenta mais do que o para a capacitância, ou seja, analisando o custo garantido \mathcal{H}_∞ , o sistema é mais sensível a incertezas em L_f do que em C_f .

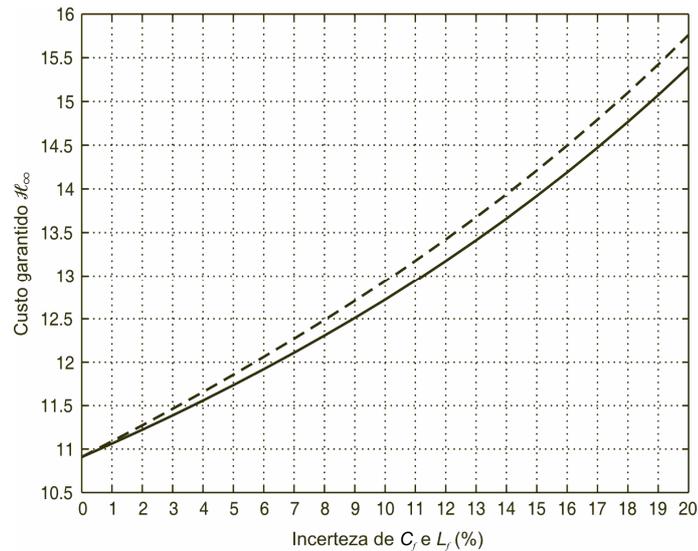


Figura 70 – Comparação da evolução do custo garantido \mathcal{H}_∞ para incerteza em L_f (---) e em C_f (—).

5.5 Sumário

Neste capítulo foi apresentada uma breve introdução sobre LMIs, descrevendo as condições de estabilidade e de cômputo da norma \mathcal{H}_∞ , no domínio do tempo contínuo e discreto. Essas condições são aplicadas à análise do sistema de controle em malha fechada, para o caso nominal e para o caso com incertezas nos parâmetros do filtro de saída da planta. Para este caso, foi realizado o cômputo do custo garantido, que resulta em um limitante superior para a norma \mathcal{H}_∞ . Os resultados obtidos por meio das LMIs deste capítulo são válidos também para o caso de incertezas paramétricas variantes no tempo, permitindo, neste caso, conclusões que não são deriváveis diretamente utilizando ferramentas clássicas como lugar das raízes e resposta em frequência.

6 CONCLUSÃO

Esta dissertação apresentou contribuições ao projeto de controladores e à análise de desempenho de UPSs. No que diz respeito ao projeto, foi proposto um procedimento de obtenção de um controlador ótimo linear quadrático no espaço de estados que leva em conta restrições de implementação em DSPs de ponto fixo e que atende aos limites da norma IEC62040-3 para desempenho transitório e de regime permanente. No que diz respeito à análise de desempenho, foi proposto o uso das LMIs para cômputo da norma \mathcal{H}_∞ (para o sistema suposto precisamente conhecido) ou para cômputo de um custo garantido \mathcal{H}_∞ (para o sistema com incertezas paramétricas). A análise vale para o caso incerto variante no tempo, levando a conclusões sobre robustez na rejeição de distúrbios que não são dadas por ferramentas de sistemas invariantes no tempo, como lugar das raízes ou reposta em frequência.

Em termos de modelagem da planta, foi apresentada a modelagem em espaço de estados do estágio de saída de UPSs monofásicas com carga resistiva, carga chaveada e carga como fonte de corrente, e também foi levado em conta no modelo o atraso na implementação do sinal de controle, descrevendo situações comuns na prática.

Na sequência, o princípio do modelo interno foi apresentado, particularmente para rastreamento de referências e rejeição de distúrbios senoidais. Também foi mostrada a modelagem da planta e do controlador em um espaço aumentado, de modo a realizar o projeto conjunto dos ganhos de realimentação, permitindo projetar facilmente ganhos de CBPMIs com grande número de estados. Exemplos de projeto no domínio do tempo contínuo são apresentados, apontando que CBPMIs com maior complexidade conduzem a resultados melhores em termos de THD de tensão de saída.

Os principais requisitos de desempenho de UPSs exigidos pela IEC62040-3 foram descritos. No Capítulo 4, um procedimento de projeto de controladores ótimos do tipo DLQR, especializados para aplicações com CBPMIs como o do Capítulo 3 em processadores de ponto fixo, foi proposto e utilizado com sucesso em um exemplo de projeto e implementação para um protótipo de UPS, com resultados que atendem à norma IEC62040-3. Esse procedimento pode ser estendido ao projeto de outros controladores por realimentação de estados

Por fim, a análise de estabilidade e robustez do sistema por meio de desigualdades matriciais lineares foi realizada. Foi computada a norma \mathcal{H}_∞ do sistema em malha fechada, que define a máxima impedância de saída da UPS. No caso com incertezas paramétricas no filtro de saída, foram calculados custos garantidos \mathcal{H}_∞ , que são limitantes superiores para a norma \mathcal{H}_∞ , mostrando valores de pior caso para a impedância de saída do sistema. A análise por meio de LMIs é válida para o caso variante no tempo, e traz novas informações, com respeito àquelas obtidas por métodos clássicos, sobre o desempenho robusto do sistema em malha fechada, podendo também ser usada para qualquer controlador por realimentação de estados.

Como propostas de trabalhos futuros, podem-se citar:

- a aplicação do controlador aqui descrito a fontes de potência de corrente alternada. O controlador proposto pode seguir referências senoidais nas frequências do CBPMI. Portanto, pode ser aplicada a geração de sinais senoidais em várias frequências, ou sinais que possuam componentes harmônicas;
- a extensão do procedimento de projeto e de análise proposto a sistemas trifásicos. Nesses sistemas, também seria possível a implementação de técnicas de modulação, que não foram abordadas neste trabalho;
- a aplicação do controlador proposto a filtro ativos de potência monofásicos e trifásicos, para os quais o controlador seria utilizado para a rejeição seletiva de harmônicas;
- o projeto de controladores para garantir impedância mínima de saída para a UPS em malha fechada, evitando o uso de CBPMIs mais complexos.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] IEEE 446-1995. *IEEE 446-1995: Recommended Practice for Emergency and Standby Power Systems for Industrial Applications (Orange Book)*. The Institute of Electrical and Electronics Engineers. Piscataway, USA, 1995.
- [2] IEC62040-1-1. *Uninterruptible Power Systems (UPS) – Part 1-1: General and safety requirements for UPS used in operator access areas*. International Electrotechnical Commission. Geneva. Switzerland, 1999.
- [3] IEC62040-1-2. *Uninterruptible Power Systems (UPS) – Part 1-2: General and safety requirements for UPS used in restricted access locations*. International Electrotechnical Commission. Geneva. Switzerland, 1999.
- [4] IEC62040-2. *Uninterruptible Power Systems (UPS) – Part 2: Electromagnetic Compatibility (EMC) requirements*. International Electrotechnical Commission. Geneva. Switzerland, 1999.
- [5] IEC62040-3. *Uninterruptible Power Systems (UPS) – Part 3: Method of specifying the performance and test requirements*. International Electrotechnical Commission. Geneva. Switzerland, 1999.
- [6] OGATA, K. *Engenharia de Controle Moderno*. 3. ed. Rio de Janeiro: Livros Técnicos e Científicos, 1998.
- [7] DORF, R. C.; BISHOP, R. H. *Sistemas de Controle Modernos*. 8 ed. Rio de Janeiro: Livros Técnicos e Científicos, 2001.
- [8] CHEN, C. T. *Linear System Theory and Design*. 3rd. ed. Oxford University Press, 1999.
- [9] ACKERMANN, J. *Robust control: systems with uncertain parameters*. London: Springer-Verlag, 1993.
- [10] ZHOU, K.; DOYLE, J. C.; GLOVER, K. *Robust and optimal control*. Upper Saddle River, NJ: Prentice-Hall, 1996.
- [11] BOYD, S.; EL GHAOUI, L.; FERON, E.; BALAKRISHNAN, V. *Linear Matrix Inequalities in System and Control Theory*. SIAM Studies in Applied Mathematics, Philadelphia, PA, USA, 1994.
- [12] KHALIL, H. K. *Nonlinear systems*. Upper Saddle River, NJ: Prentice-Hall, 2002
- [13] NICULESCU, S. I. *Delay effects on stability: a robust control approach*. London: Springer-Verlag, 2001.
- [14] TARBOURIECH, S.; GARCIA, G. *Control of uncertain systems with bounded inputs*. Berlin: Springer-Verlag, 1997.

- [15] IAOUNNOU, P.; SUN, J. *Robust adaptive control*. Upper Saddle River, NJ: Prentice-Hall, 1996.
- [16] KASSAKIAN, J. G.; SCHLECHT, M. F.; VERGHESE, G. C. *Principles of power electronics*. Reading, Mass.: Addison-Wesley, 1991.
- [17] ERICKSON, R. W.; MAKSIMOVIC, D. *Fundamentals of power electronics*. 2nd. ed. Norwell: Kluwer Academic, 2001.
- [18] BUSO, S.; MATTAVELLI, P. *Digital control in power electronics*. San Rafael: Morgan & Claypool, 2006.
- [19] HANEYOSHI, T.; KAWAMURA, A.; HOFT, R. G. Waveform compensation of PWM inverter with cyclic fluctuating load. *IEEE Transactions on Industry Applications*, 24(4):582-589, July/August 1988.
- [20] GRÜNDLING, H. A.; CARATI, E. G.; PINHEIRO, J. R. A robust model reference adaptive controller for UPS applications. In *Proceedings of the 23rd IEEE International Conference on Industrial Electronics, Control and Instrumentation – IECON 1997*, volume 2, pp. 901-905, New Orleans, LA, USA, November 1997.
- [21] TZOU, Y. Y.; JUNG, S. L. Full control of a PWM DC-AC converter for AC voltage regulation. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 34(4): 1218-1226, October 1998.
- [22] LEE, T.S.; CHIANG, S. J.; CHANG, J. M. H_{∞} loop-shaping controller designs for the single-phase UPS inverters. *IEEE Transactions on Power Electronics*, 16(4):473-481, July 2001.
- [23] MICHELS, M.; PINHEIRO, H.; GRÜNDLING, H. A. Design of plug-in repetitive controllers for single-phase PWM inverters. In *Proceedings of the 39th IEEE Annual Industrial Applications Conference – IAS 2004*, volume 1, pp. 163-170, Seattle, WA, USA, October 2004.
- [24] CHEN, S.; LAI, Y. M.; TAN, S. C.; TSE, C. K. Analysis and design of repetitive controller for harmonic elimination in PWM voltage source inverter systems. *IET Power Electronics*, 1(4):497-506, December, 2008.
- [25] DENG, H.; ORUGANTI, R.; SRINIVASAN, D. A Simple Control Method for High-Performance UPS Inverters Through Output-Impedance Reduction. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 55(2):888-898, February, 2008.
- [26] RECH, C.; MICHELS, L.; PINHEIRO, J. R. Reinicialização de Controladores Repetitivos em Inversores PWM sob Distúrbios Não-Periódicos: Análise e Projeto. *Revista Eletrônica de Potência*, 15(1):11-20, Fevereiro 2010.
- [27] NISHIDA, Y.; HANEYOSHI, T. Predictive instantaneous value controlled PWM inverter for UPS. In *Proceedings of the 23rd IEEE Annual Power Electronics Specialists Conference – PESC 1992*, volume 2, pp. 776-783, June/July 1992.

- [28] BOTTERÓN, F.; PINHEIRO, H.; GRÜNDLING, H. A.; PINHEIRO, J. R.; HEY, H. L. Digital voltage and current controllers for three-phase PWM inverter for UPS applications. In *Proceedings of the 36th Annual Industry Application Conference – IAS 2001*, volume 4, pp. 2667-2674, Chicago, IL, USA, September/October 2001.
- [29] MONTAGNER, V. F.; CARATI, E. G.; GRÜNDLING, H. A.; Design and Analysis of a Linear Quadratic Regulator with Repetitive Controller for AC Power Supplies. In *Proceedings of the International Symposium on Industrial Electronics – ISIE 2003*, volume 1, pp. 544-549, Rio de Janeiro, RJ, Brazil, June 2003.
- [30] STEFANELLO, M.; PINHEIRO, H.; GRÜNDLING, H. A. Multi-Rate Repetitive Controller for UPS Applications. In *Proceedings of the 42nd IEEE Annual Industrial Applications Conference – IAS 2007*, pp. 2340-2345, New Orleans, LA, USA, September 2007.
- [31] MONTAGNER, V. F.; RIBAS, S. P.; PINHEIRO, H.; OLIVEIRA, R. C. L. F. Controle Ótimo Aplicado a Inversores PWM: Validação Experimental de Acordo com a Norma IEC62040-3 e Certificação de Desempenho Usando LMIs. In *Anais do XVIII Congresso Brasileiro de Automática*, pp. 3121-2127, Bonito, MS, Brasil, Setembro 2010.
- [32] KAWAMURA, A.; CHUARAYAPRATIP, R.; HANEYOSHI, T. Deadbeat Control of PWM Inverter With Modified Pulse Patterns for Uninterruptible Power Supply. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 35(2):295-300, May, 1988.
- [33] ZHOU, K.; WANG, D. Digital repetitive learning controller for three-phase CVCF PWM inverter. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 48(4):820-830, August 2001.
- [34] RECH, C.; PINHEIRO, H.; GRÜNDLING, H. A.; HEY, H. L.; PINHEIRO, J. R. Comparison of digital control techniques with repetitive integral action for low cost PWM inverters. *IEEE Transactions on Power Electronics*, 18(1):401-410, January 2003.
- [35] ZHOU, K.; WANG, D.; ZHANG, B.; WANG, Y. Plug-In Dual-Mode-Structure Repetitive Controller for CVCF PWM Inverters. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 56(3):784-791, March 2009.
- [36] LOW, K. S. A Digital Control Technique for a Single-Phase PWM Inverters. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 45(4):672-674, August 1998.
- [37] BUSO, S.; FASOLO, S.; MATTAVELLI, P. Uninterruptible Power Supply Multiloop Control Employing Digital Predictive Voltage and Current Regulators. *IEEE Transactions on Industry Applications*, 37(6):1846-1854, November/December 2001.
- [38] MATTAVELLI, P. A Improved Deadbeat Control for UPS Using Disturbance Observers. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 52(1):206-212, February 2005.

- [39] BOTTERÓN, F.; PINHEIRO, H. Controlador Discreto de Alto Desempenho com Base num Modelo Interno em Eixos Síncronos para UPS Trifásica que Satisfaz a Norma IEC62040-3. *Revista Eletrônica de Potência*, 11(2):135-147, Julho 2006.
- [40] CORTÉS, P.; ORTIZ, G.; YUZ, J. I.; RODRÍGUEZ, J.; VAZQUEZ, S.; FRANQUELO, L. G. Model Predictive Control of an Inverter With Output LC Filter for UPS Applications. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 56(6): 1875-1883, June 2009.
- [41] JUNG, S. L.; TZOU, Y. Y. Discrete sliding-mode control of a PWM inverter for sinusoidal output waveform synthesis with optimal sliding curve. *IEEE Transactions on Power Electronics*, 11(4):567-577, July 1996.
- [42] MONTAGNER, V. F.; LEITE, V. J. S.; PERES, P. L. D. Design of a switched control with pole location constraints for a UPS system. In *Proceedings of the IEEE International Symposium on Industrial Electronics – ISIE 2004*, volume 1, pp 441-446, Ajaccio, France, May 2004.
- [43] MONTAGNER, V. F.; PERES, P. L. D. Robust state feedback control applied to a UPS system. In *Proceedings of the 29th IEEE Annual Conference of the Industrial Society – IECON 2003*, volume 3, pp. 2245-2250, Roanoke, VA, USA, November 2003.
- [44] MONTAGNER, V. F.; PERES, P. L. D. Robust pole location for a DC-DC converter through parameter dependent control. In *Proceedings of the IEEE International Symposium on Circuits and Systems – ISCAS 2003*, volume 3, pp. 351-354, Bangkok, Thailand, May 2003.
- [45] WILLMANN, G.; COUTINHO, D. F., PEREIRA, L. F. A.; LÍBANO, F. B. Multiple-Loop H-Infinity Control Design for Uninterruptible Power Supplies. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 54(3):1591-1602, June 2007.
- [46] ASTRÖM, K. J.; WITTENMARK, B. *Computer-Controlled Systems*. Upper Saddle River, NJ: Prentice-Hall, 1997.
- [47] BOTTERÓN, F.; PINHEIRO, H. A Three-Phase PWM Inverter For Double Conversion UPS That Complies With the Standard IEC 62040-3. In *Proceedings of the 36th IEEE Power Electronics Specialists Conference – PESC 2005*, pp. 2898-2904, Recife, PE, Brazil, June 2005.
- [48] MONTAGNER, V. F.; CALLIERO, T. R.; PERES, P. L. D.; QUEINNEC, I.; TARBOURIECH, S. Controle de sistemas chaveados com saturação de atuadores por meio de desigualdades matriciais lineares. In *Anais do Congresso Brasileiro de Automática – CBA 2006*, pp. 1351-1356, Salvador, BA, Brasil, 2006.
- [49] OLALLA, C.; LEYVA, R.; EL AROUDI, A; QUEINNEC, I.; TARBOURIECH, S. H_{∞} control of DC-DC converters with saturated inputs. In *Proceedings of the 35th IEEE Annual Industrial Electronics Conference – IECON 2009*, pp. 548-553, Porto, Portugal, November 2009.

- [50] BEKIAROV, S. B.; EMADI, A. Uninterruptible Power Supplies: classification, Operation, Dynamics and Control. In *Proceedings of the 17th IEEE Applied Power Electronics Conference – APEC 2002*, volume 1, pp. 597-604, Dallas, TX, USA, March, 2002.
- [51] DENG, H; ORUGANTI, R.; SRINIVASAN, D. Modeling and Control of Single-Phase UPS Inverters: A Survey. In *Proceedings of the IEEE International Conference on Power Electronics and Drives Systems – PEDS 2005*, volume 2, pp. 848-853, November 2005.
- [52] KAWAMURA, A.; YOKOYAMA, T. Comparison of five different approaches for real time digital feedback control of PWM inverters. In *Proceedings of the IEEE Industry Applications Society Annual Meeting*, volume 2, pp. 1005-1011, Seattle, WA, USA, October 1990.
- [53] RYAN, M. J.; BRUMSICKLE, W. E.; LORENZ, R. D. Control topology options for single-phase UPS inverters. *IEEE Transactions on Industry Applications*, 33(2):493-501, March/April 1997.
- [54] GOKHALE, K. P.; KAWAMURA, A.; HOFT, R. G. Dead Beat Microprocessor Control of PWM Inverter for Sinusoidal Output Waveform Synthesis. *IEEE Transactions on Industry Applications*, 23(5):901-910, September/October 1987.
- [55] KAWAMURA, A.; HANEYOSHI, T.; HOFT, R. G. Deadbeat Controlled PWM Inverter with Parameter Estimation Using Only Voltage Sensor. *IEEE Transactions on Power Electronics*, 3(2):118-125, April 1988.
- [56] FRANCIS, B.; WONHAM, W. M. The Internal Model Principle of Control Theory. *Automatica*, 12(5):457-465, 1976.
- [57] HARA, S.; YAMAMOTO, Y.; OMATA, T.; NAKANO, M. Repetitive control system: a new type servo system for periodic exogenous signals. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 33(7):659-668, July 1988.
- [58] TOMIZUKA, M.; TSAO, T. C.; CHEW, K. K. Analysis and Synthesis of the Discrete-Time Repetitive Controllers. *Transactions ASME, Journal of Dynamic Systems, Measurement and Control*, 111(3):353-358, September 1989.
- [59] RECH, C.; PINHEIRO, H.; GRÜNDLING, H. A.; HEY, H. L.; PINHEIRO, J. R. A modified discrete control law for UPS applications. *IEEE Transactions on Power Electronics*, 18(5):1138-1145, September 2003.
- [60] ZHANG, K.; KANG, Y.; XIONG, J.; CHEN, J. Direct repetitive control of SPWM inverter for UPS purpose. *IEEE Transactions on Power Electronics*, 18(3):784-792, May 2003.
- [61] TZOU, Y. Y.; OU R. S.; JUNG, S. L.; CHANG, M. Y. High-performance programmable AC power source with low harmonic distortion using DSP-based repetitive control technique. *IEEE Transactions on Power Electronics*, 12(4):715-725, July 1997.

- [62] CARATI, E. G.; PINHEIRO, H.; PINHEIRO, J. R.; HEY, H. L.; GRÜNDLING, H. A. Adaptive Robust DSP-Based Single Phase AC Power Source. In *Proceedings of the IEEE International Conference on Control Applications – CCA 2001*, pp. 24-28, Mexico City, Mexico, September 2001.
- [63] TZOU, Y. Y.; JUNG, S. L.; YEH, H. C. Adaptive repetitive control of PWM inverters for very low THD AC-voltage regulation with unknown loads. *IEEE Transactions on Power Electronics*, 14(5):973-981, September 1999.
- [64] ZHOU, K.; LOW, K. S.; WANG, D.; LUO, F. L.; ZHANG, B.; WANG, Y. Zero-phase odd-harmonic repetitive controller for a single-phase PWM inverter. *IEEE Transactions on Power Electronics*, 21(1):193-201, January 2006.
- [65] MONTAGNER, V. F.; PERES, P. L. D. Design of robust repetitive controllers based on convex optimization with an application to power electronics. In *Anais do Congresso Brasileiro de Eletrônica de Potência – COBEP 2007*, pp. 22-25, Blumenau, SC, Brasil, 2007.
- [66] FLORES, J. V.; PEREIRA, L. F. A.; DA SILVA JR., J. M. G.; BONAN, G.; COUTINHO, D. F. LMI-Based Design of Robust Repetitive Controllers for UPS Systems. In *Anais do XVIII Congresso Brasileiro de Automática – CBA 2010*, pp. 4104-4109, Bonito, MS, Brasil, Setembro 2010.
- [67] SHE, J. H.; WU, M.; LAN, Y. H.; HE, Y. Simultaneous optimisation of the low-pass filter and state-feedback controller in a robust repetitive-control system. *IET Control Theory & Applications*, 4(8):1366-1376, August 2010.
- [68] FLORES, J. V.; DA SILVA JR., J. M. G.; PEREIRA, L. F. A.; SBARBARO, D. Robust repetitive control with saturating actuators: a LMI approach. In *Proceedings of the American Control Conference – ACC 2010*, pp. 4259-4264, Baltimore, MD, USA, June/July 2010.
- [69] FUKUDA, S.; YODA, T.; A novel current-tracking method for active filters based on a sinusoidal internal model. *IEEE Transactions on Industry Applications*, 37(3):888-895, May/June 2001.
- [70] ZMOOD, D. N.; HOLMES, D. G.; Stationary Frame Current Regulation of PWM Inverters With Zero Steady-State Error. *IEEE Transactions on Power Electronics*, 18(3):814-822, May 2003.
- [71] LOH, P. C.; NEWMAN, M. J.; ZMOOD, D. N.; HOLMES, D. G. A Comparative Analysis of Multiloop Voltage Regulation Strategies for Single and Three-Phase UPS Systems. *IEEE Transactions on Power Electronics*, 18(5):1176-1185, September 2003.
- [72] BOTTERÓN, F.; PINHEIRO, H. A Three-Phase UPS That Complies With the Standard IEC 62040-3. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 54(4):2120-2136, August 2007.

- [73] GABE, I. J.; MONTAGNER, V. F.; PINHEIRO, H. Design and Implementation of a Robust Current Controller for VSI Connected to the Grid Through an LCL Filter. *IEEE Transactions on Power Electronics*, 24(6):1444-1452, June 2009.
- [74] ESCOBAR, G.; VALDEZ, A. A.; LEYVA-RAMOS, J.; MATTAVELLI, P. A Repetitive-based Controller for UPS using a Combined Capacitor/load Current Sensing. In *Proceedings of the 36th IEEE Power Electronics Specialists Conference – PESC 2005*, pp. 955-961, Recife, PE, Brazil, June 2005.
- [75] ESCOBAR, G.; VALDEZ, A. A.; LEYVA-RAMOS, J.; MATTAVELLI, P. Repetitive-Based Controller for a UPS Inverter to Compensate Unbalance and Harmonic Distortion. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 54(1):504-510, February 2007.
- [76] ESCOBAR, G.; MATTAVELLI, P.; STANKOVIC, A. M.; VALDEZ, A. A.; LEYVA-RAMOS, J.; An Adaptive Control for UPS to Compensate Unbalance and Harmonic Distortion Using a Combined Capacitor/Load Current Sensing. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 54(2):839-847, April 2007.
- [77] BONAN, G.; MANO, O.; PEREIRA, L. F. A.; COUTINHO, D. F. Robust Control Design of Multiple Resonant Controllers for Sinusoidal Tracking and Harmonic Rejection in Uninterruptible Power Supplies. In *Proceedings of the International Symposium on Industrial Electronics – ISIE 2010*, pp. 303-308, Bari, Italy, July 2010.
- [78] DORATO, P.; CERONE, V.; ABDALLAH, C. T. *Linear Quadratic Control: An Introduction*. Krieger Publishing, 2000.
- [79] KÖMÜRÇÜGİL, H.; KÜRKER, O.; DOGANALP, A. Optimal Control for Single-Phase UPS Inverters Based On Linear Quadratic Regulator Approach. In *Proceedings of the IEEE International Symposium on Power Electronics, Electrical Drives, Automation and Motion – SPEEDAM 2006*, pp. 1137-1142, Taormina, Italy, May 2003.
- [80] GAHINET, P; NEMIROVSKI, A.; LAUB, A. J. ; CHILALI, M. *LMI Control Toolbox User's Guide*. The Math Works Inc., Natick, MA, USA, 1995.
- [81] EL GHAOUI, L.; NICULESCU, S. I. *Advances in linear matrix inequalities in control: advances in design and control*. SIAM Studies in Applied Mathematics, Philadelphia, PA, USA, 2000.
- [82] MONTAGNER, V. F.; PERES, P. L. D. Robust state feedback control of uncertain discrete-time systems with almost deadbeat response. In: *Anais do 8^o Congresso Brasileiro de Eletrônica de Potência – COBEP 2005*, pp. 162-168, Recife, PE, Brasil, 2005.
- [83] OLALLA, C.; LEYVA, R.; EL AROUDI, A.; QUEINNEC, I. Robust LQR Control for PWM Converters: An LMI Approach. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 56(7):2548-2558, July 2009.

- [84] OLLALA, C.; LEYVA, R.; EL AROUDI, A.; GARCÉS, P.; QUEINNEC, I. LMI robust control design for boost PWM converters. *IET Power Electronics*, 3(1):75-85, September 2010.
- [85] PEREIRA, L. F. A.; BONAN, G.; THOMAZ, G.; COUTINHO, D. F.; Robust PSC control design for sinusoidal tracking in uninterruptible power supplies. In *Proceedings of the Brazilian Power Electronics Conference – COBEP 2009*, pp. 389-396, Bonito, MS, Brazil, September/October 2009.
- [86] MONTAGNER, V. F.; RIBAS, S. P. State feedback control for tracking sinusoidal references with rejection of disturbances applied to UPS systems. In *Proceedings of the 35th IEEE Annual Industrial Electronics Conference – IECON 2009*, pp. 1764-1769, Porto, Portugal, November 2009.
- [87] MONTAGNER, V. F.; RIBAS, S. P. Design of a controller for tracking sinusoidal references with robustness to load disturbances. In *Proceedings of the Brazilian Power Electronics Conference – COBEP 2009*, pp. 1239-1243, Bonito, MS, Brazil, September/October 2009.
- [88] FLORES, J. V.; DA SILVA JR.; J. M. G., SBARBARO, D. Robust periodic reference tracking for uncertain linear systems subject to control saturations. In *Proceedings of the 28th IEEE Conference on Decision and Control, held jointly with the 28th Chinese Control Conference – CDC/CCC 2009*, pp. 7960-7965, Shanghai, China, December 2009.
- [89] CALLIERO, T. R.; MONTAGNER, V. F.; BORGES, R. A.; PERES, P. L. D. *Projeto convexo de controladores por realimentação de estados para sistemas discretos chaveados com saturação*. In *Anais do XVIII Congresso Brasileiro de Automática – CBA 2010*, pp. 4076-4082, Bonito, MS, Brasil, Setembro 2010.
- [90] MICHELS, L. *Metodologia de Projeto de Fontes Ininterruptas de Energia Monofásicas Empregando Controladores de Ação Repetitiva Auxiliar no Estágio de Saída*. 2006. 235 f. Tese (Doutorado) – Universidade Federal de Santa Maria, Santa Maria, 2006.
- [91] MANO, O. S. *Projeto de Controladores Ressonantes para Sistemas Ininterruptos de Energia para Seguimento Assintótico de Sinais de Referência Senoidais e Rejeição de Harmônicos*. 2010. 95 f. Dissertação (Mestrado) – Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2010.
- [92] MONTAGNER, V. F. *Estabilidade e Controle de Sistemas Lineares Variantes no Tempo e de Sistemas Chaveados Lineares*. 2005. 140 f. Tese (Doutorado) – Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2005.
- [93] MONTAGNER, V. F.; LEITE, V. J. S.; TARBOURIECH, S.; PERES, P. L. D. Stability and stabilizability of discrete-time switched linear systems with state delay. In *Proceedings of the American Control Conference – ACC 2005*, pp. 3806-3811, Portland, OR, USA, June 2005.

- [94] DUGARD, L.; VARRIEST, E. I. *Stability and Control of Time-delay*. Berlin: Springer-Verlag, 1997.
- [95] THE MATH WORKS. *Matlab[®] Getting Started Guide*. Disponível em: http://www.mathworks.com/help/pdf_doc/matlab/getstart.pdf. Acesso em: 20 mar. 2009.
- [96] TEXAS INSTRUMENTS. *IQmath Library, A Virtual Floating Point Engine*. Disponível em: <http://focus.ti.com/lit/sw/sprc990/sprc990.pdf>. Acesso em: 10 de jun. 2010.
- [97] OGATA, K. *Discrete-time Control Systems*. 2nd. ed. Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall, 1995.
- [98] POWERSIM. *PSIM User's Guide. Version 6.0*. Disponível em: <http://hermes.eee.nott.ac.uk/teaching/h5cpe2/PSIM%20User%20Manual.pdf>. Acesso em: 28 de maio de 2009.
- [99] POWERSYS SARL. *PSIM Simulation Software: How to use DLL Block*. Disponível em: www.powersys.fr/openload2.php?doc=tutorialDLL.pdf. Acesso em: 12 de ago. 2009.
- [100] TEXAS INSTRUMENTS. *TMS320F2812 Data Manual*. Disponível em: <http://focus.ti.com/lit/ds/symlink/tms320f2812.pdf>. Acesso em: 02 de jun. 2010.
- [101] STURM, J. F. *Using SeDuMi 1.02, a MATLAB toolbox for optimization over symmetric cones*. Optimization Methods and Software Special issue on Interior Point Methods, 1999.
- [102] PALHARES, R. M.; TAKAHASHI, R. H. C.; PERES, P.L.D. H-infinity and H-2 guaranteed costs computation for uncertain linear systems. *International Journal Systems and Science*, 28(2):183-188, February 1997.

ANEXO A

Algoritmo de controle implementado no bloco DLL

```

#include "LQR_15h.h"
#include <windows.h>
#include <math.h>

__declspec(dllexport) void simuser (double t, double delt, double *in, double *out)
{
static double vacout, iac, barr_cc=1.4117647058;
static double fa=20160, Ta = 1/fa, pi=3.14159265359;
static double erro, uk, uk_1, ref, i=0;
static double p11, p22, p1=0, p2=0;
static double t11, t22, t1=0, t2=0;
static double y11, y22, y1=0, y2=0;
static double s11, s22, s1=0, s2=0;
static double n11, n22, n1=0, n2=0;
static double o11, o22, o1=0, o2=0;
static double z11, z22, z1=0, z2=0;
static double q11, q22, q1=0, q2=0;

double K1 = -0.07878038718718;
double K2 = -7.13972406622515;
double K3 = -0.38980569911551;
double K4 = -0.16716822941724;
double K5 = 1.60932054508406;
double K6 = -0.02521710512785;
double K7 = 0.11212723122203;
double K8 = -0.16455422912063;
double K9 = 0.10518777369970;
double K10 = -0.33905463534500;
double K11 = 0.09584467514281;

```

```

double K12 = -0.53703680176227;
double K13 = 0.08591985603772;
double K14 = -0.74327942071706;
double K15 = 0.07675493626165;
double K16 = -0.93343611224755;
double K17 = 0.07086552732195;
double K18 = -1.02104493140112;
double K19 = 0.07637158299232;
//*****

vacout=in[0];
iac=in[1];
uk_1=in[2];

    if (t >= i*Ta)
    {
        i=i+1;

        ref=sin(2*pi*60*i*Ta); // Geração da senoide de referencia

vacout=vacout/170;
iac=iac/170;
//*****
erro=(ref-vacout);

p11=0.999825162002563*p1+0.022815917178323*p2+0.000106667604208*erro;
p22=-0.015324436214613*p1+0.999806463310965*p2+0.009349345799*erro;

t11=0.998426844434351*t1+0.022804854019467*t2+0.000319924230227*erro;
t22=-0.137853050248285*t1+0.998370775559857*t2+0.028034437247118*erro;

y11=0.995632215051332*y1+0.0227831638846*y2+0.028034437247118*erro;
y22=-0.382560932120177*y1+0.995538855807482*y2+0.046679621925256*erro;

```

$$s11=0.991445234543272*s1+0.02275086521165*s2+0.00074560151945*erro;$$

$$s22=-0.748756441473563*s1+0.991314716893599*s2+0.065258824836799*erro;$$

$$n11=0.985871810744346*n1+0.022707985335616*n2+0.000957724752045*erro;$$

$$n22=-1.235407399123067*n1+0.985704318615865*n2+0.083746064240055*erro;$$

$$o11=0.978919790297826*o1+0.022654560461026*o2+0.001169173488437*erro;$$

$$o22=-1.841143270684551*o1+0.978715559321862*o2+0.102115487981909*erro;$$

$$z11=0.970598947609545*z1+0.022590635625542*z2+0.001379800318731*erro;$$

$$z22=-2.564258060964434*z1+0.970358264790247*z2+0.120341409648869*erro;$$

$$q11=0.960920971105656*q1+0.022516264654751*q2+0.001589458602829*erro;$$

$$q22=-3.402713913675382*q1+0.960644174416686*q2+0.138398344484968*erro;$$

$$uk=K1*vacout+K2*iac+K3*uk_1+K4*p1+K5*p2+K6*t1+K7*t2+K8*y1+K9*y2+K10*s1+K11*s2+K12*n1+K13*n2+K14*o1+K15*o2+K16*z1+K17*z2+K18*q1+K19*q2;$$

$$p1=p11;$$

$$p2=p22;$$

$$t1=t11;$$

$$t2=t22;$$

$$y1=y11;$$

$$y2=y22;$$

$$s1=s11;$$

$$s2=s22;$$

$$n1=n11;$$

$$n2=n22;$$

$$o1=o11;$$

$$o2=o22;$$

$$z1=z11;$$

$$z2=z22;$$

$$q1=q11;$$

$$q2=q22;$$

```
///*****  
    if (uk>=barr_cc) {  
        uk=barr_cc;  
    }  
    else if (uk<=-barr_cc) {  
        uk=-barr_cc;  
    }  
    else {  
    }  
}  
  
out[0]=(uk/2)+(1.4117647058/2);  
out[1]=(-1.*uk/2)+(1.4117647058/2);  
out[2]=ref;  
out[3]=erro;  
out[4]=uk;  
out[5]=(170*ref)-200;  
}
```