

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA MARIA
CENTRO DE CIÊNCIAS SOCIAIS E HUMANAS
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM FILOSOFIA**

**A VARIEDADE DOS MÉTODOS DIAGRAMÁTICOS A
PARTIR DA PERSPECTIVA DA SILOGÍSTICA**

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO

Félix Flores Pinheiro

Santa Maria, RS, Brasil

2015

A VARIEDADE DOS MÉTODOS DIAGRAMÁTICOS A PARTIR DA PERSPECTIVA DA SILOGÍSTICA

Félix Flores Pinheiro

Dissertação apresentada ao Curso de Mestrado do Programa de Pós-Graduação em Filosofia, Área de Concentração em Filosofia Teórica e Prática, linha de pesquisa Análise da Linguagem e Justificação da Universidade Federal de Santa Maria (UFSM, RS) como requisito parcial para obtenção do grau de **Mestre em Filosofia.**

Orientador: Prof. Dr. Frank Thomas Sautter

**Santa Maria, RS, Brasil
2015**

Ficha catalográfica elaborada através do Programa de Geração Automática da Biblioteca Central da UFSM, com os dados fornecidos pelo(a) autor(a).

Flores Pinheiro, Félix
A VARIEDADE DOS MÉTODOS DIAGRAMÁTICOS A PARTIR DA
PERSPECTIVA DA SILOGÍSTICA / Félix Flores Pinheiro.-2015.
133 p.; 30cm

Orientador: Frank Thomas Sautter
Dissertação (mestrado) - Universidade Federal de Santa
Maria, Centro de Ciências Sociais e Humanas, Programa de
Pós-Graduação em Filosofia, RS, 2015

1. Raciocínio Diagramático. 2. Silogística 3. Métodos
Diagramáticos. I. Thomas Sautter, Frank II. Título.

**Universidade Federal de Santa Maria
Centro de Ciências Sociais e Humanas
Programa de Pós-Graduação em Filosofia**

A comissão examinadora, abaixo assinada, aprova a Dissertação de Mestrado

**A VARIEDADE DOS MÉTODOS DIAGRAMÁTICOS A PARTIR DA
PERSPECTIVA DA SILOGÍSTICA**

elaborada por
Félix Flores Pinheiro

como requisito parcial para obtenção do grau de
Mestre em Filosofia

COMISSÃO EXAMINADORA

Frank Thomas Sautter, Dr.
(Presidente/Orientador)

Gisele Dalva Secco, Dra. (UFRGS)

Jorge Alberto Molina, Dr. (UNISC)

Santa Maria, 16 de julho de 2015.

Para Alonso Pinheiro (1953–2009).

AGRADECIMENTOS

Agradeço ao professor Frank Thomas Sautter por conduzir a orientação dessa pesquisa, por todo o empenho, pela dedicação e principalmente pela paciência. Sou grato também à minha família pelo cuidado e por apoiarem incondicionalmente minhas escolhas e meus estudos. Em especial, sou grato à minha mãe por tantos motivos que se tornaram inefáveis.

Presto minha gratidão aos professores Abel Lassalle Casanave, Oscar M. Esquisabel e Javier Legris, pelos comentários valiosos que muito contribuíram para o desenvolvimento dessa pesquisa. Sou grato também aos comentários, às correções e aos questionamentos frutíferos da professora Gisele Dalva Secco e do professor Jorge Molina. Agradeço aos professores e às professoras do departamento de Filosofia da UFSM por serem exemplos a serem seguidos, em especial ao professor Ronai Pires da Rocha e ao professor Róbson Ramos dos Reis. Agradeço à professora Elisete Tomazetti pelo empenho em fornecer as condições necessárias para o desenvolvimento de minhas atitudes profissionais e ao professor Ricardo B. Napoli, pela promoção de minha primeira bolsa de iniciação científica durante a graduação, que promoveu meus conhecimentos iniciais de leitura e escrita filosófica.

Agradeço à Luiza Maus Alberto pelo estímulo diário, pela compreensão e pelas palavras de incentivo e ao Panda pelas demonstrações não linguísticas de carinho.

Sou grato à Mariana Lopes Menezes e aos amigos Cássio Lazarotto Kaus, Felipe Barnewitz e Ricardo Bordin por me lembrarem constantemente que são amigos. Aos amigos do país vizinho Raul da Silva de Miranda, Isabela Martins, Gabriel Vitor Alcantara e Vinícius Lima por me acompanharem durante minha estadia na Argentina. Aos amigos e colegas da (pós-)graduação que de alguma forma contribuíram para o desenvolvimento desse projeto: Kariel Giarolo, Gilson Olegario, Bruno Ramos Mendonça, Gabriel Dietrich, Pablo Rolim, Robson Carvalho, Gabriel Garmendia da Trindade, Marcelo Lopes e Bruna Brambatti.

Por fim, agradeço à CAPES pelo fomento da bolsa de estudos sem a qual essa pesquisa não teria o mesmo resultado e pelo financiamento da bolsa de estudos no exterior que permitiu minha missão de estudos em La Plata na Argentina.

“When one takes seriously the variety of ways in which information can be presented and manipulated, the task of giving a general account of valid reasoning is, to say the least, daunting”.
(Barwise & Etchemendy, 1996, p. 39)

“Porém nesse instante um facho de luz descreveu um arco através da estrutura, pondo em relevo as formas que havia na superfície da esfera negra nela contida. Formas que Arthur conhecia, formas irregulares que lhe eram tão familiares como as formas das palavras, parte do mobiliário de sua mente. Por alguns segundos, Arthur ficou abestalhado, sem palavras, enquanto as imagens dançavam em sua mente, tentando encontrar um ponto em que pudessem estacionar e fazer sentido.

Uma parte de seu cérebro lhe dizia que ele sabia muito bem o que era que estava vendo, o que representavam aquelas formas, enquanto uma outra parte, muito sensatamente, recusava-se a admitir aquela idéia e não assumia a responsabilidade por levar adiante aquele raciocínio”.
(Douglas Adams, *O Guia dos Mochileiros das Galáxias*)

RESUMO

Dissertação de Mestrado
Programa de Pós-Graduação em Filosofia
Universidade Federal de Santa Maria

A VARIEDADE DOS MÉTODOS DIAGRAMÁTICOS A PARTIR DA PERSPECTIVA DA SILOGÍSTICA

AUTOR: FÉLIX FLORES PINHEIRO

ORIENTADOR: DR. FRANK THOMAS SAUTTER

Data e Local da Defesa: Santa Maria, 16 de julho de 2015.

A presente dissertação versa sobre as características do raciocínio diagramático a partir da lógica silogística. No surgimento da lógica moderna diagramas foram descartados enquanto legítimos elementos de métodos de decisão, operando apenas como ferramentas ilustrativas e heurísticas. Mais recentemente houve questionamento por qual razão métodos diagramáticos seriam distintos de métodos puramente sentenciais e como essas características distintivas determinariam o caráter possivelmente enganoso e pouco preciso dos diagramas. Explorando esse debate a partir da silogística, mostramos que métodos diagramáticos são sistemas mais complexos e dinâmicos do que aparentam em dois sentidos. Por um lado, sistemas diagramáticos distinguem-se de sistemas sentencias pela sua constituição semiótica, na medida em que utilizam uma relação espacial para representar algum aspecto do domínio lógico, enquanto que sistemas sentenciais utilizam um símbolo para representar o mesmo aspecto. Por outra via, ao utilizar essa propriedade para gerar uma representação isomórfica, o raciocínio diagramático envolve substancialmente capacidades cognitivas e perceptuais que proporcionam vantagens para determinadas utilidades.

Palavras-chave: Raciocínio Diagramático. Silogística. Métodos Diagramáticos.

ABSTRACT

Master Course Dissertation
Postgraduate Program in Philosophy
Federal University of Santa Maria

THE VARIETY OF DIAGRAMMATIC METHODS FROM THE PERSPECTIVE OF SYLLOGISTICS

AUTHOR: FÉLIX FLORES PINHEIRO

ADVISOR: DR. FRANK THOMAS SAUTTER

Date and place of Defense: Santa Maria, July 16th, 2015.

This dissertation addresses the features of diagrammatic reasoning from the perspective of syllogistics. With the emergence of modern logic, diagrams were not considered as legitimate elements of decision methods, operating only as illustrative and heuristic tools. More recently there were questioning for what characteristics of diagrammatic methods are distinguished from purely sentential methods and how these distinctive features determine the possible misleading and inaccurate character of diagrams. Exploring this debate within syllogistics, I show that diagrammatic methods are more complex and dynamic systems than they appear for two reasons. On the one hand, diagrammatic systems are distinguished from sentential systems by their semiotic constitution. A diagram uses a spatial relationship to represent some aspect of the logical domain, while sentential systems uses a symbol for represent the same aspect. On the other hand, in order to generate an isomorphic representation with this spatial relation, diagrammatic reasoning involves substantial cognitive and perceptual capabilities that provide advantages for some utilities.

Key words: Diagrammatic reasoning. Syllogistics. Diagrammatic methods.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Ossos de Napier	25
Figura 2 - Exemplo de diagrama com distintas interpretações	35
Figura 3 - Análise da representação da informação contraditória	38
Figura 4 - Exemplo de instrumento físico não lógico	44
Figura 5 - A multiplicidade de interpretações de um diagrama lógico	45
Figura 6 - Ilustrações de Sautter para o problema de vizinhança	48
Figura 7 - Diagrama de Venn para cinco termos	49
Figura 8 - As quatro figuras do silogismo	56
Figura 9 - Quadrado de oposição das proposições categóricas	57
Figura 10 - As inferências imediatas	59
Figura 11 - Os 24 modos silogísticos clássicos	61
Figura 12 - Composição do método de Leibniz	70
Figura 13 - Representação das proposições categóricas por Englebretsen	71
Figura 14 - Suporte dos Diagramas de Carroll e de Venn para dois e três termos	73
Figura 15 - O que cada região representa nos diagramas de Venn e de Carroll	74
Figura 16 - Proposições categóricas nos métodos de Venn e de Carroll	75
Figura 17 - Modos válidos da primeira figura representados nos métodos de Venn e de Carroll	76
Figura 18 - Conversão simples no método de Leibniz	79
Figura 19 - BARBARI a partir dos diagramas de Venn e de Carroll	81
Figura 20 - Conversão por acidente e BARBARI no método de Leibniz	82
Figura 21 - Problema operacional nos diagramas de Venn e de Carroll	84
Figura 22 - Representação do silogismo BOCARDO no método de Leibniz	85
Figura 23. Par de premissas particulares no método de Leibniz e no método de Englebretsen	85
Figura 24 - Grafo de Carroll	87
Figura 25 - Composição do método Grafos de Carroll	88
Figura 26 - Regras de derivação para os Grafos de Carroll	88
Figura 27 - Representações das proposições com e sem pressuposto existencial nos Digrafos de Gardner	89
Figura 28 - Regras de derivação para os Digrafos de Gardner	91
Figura 29 - Combinações possíveis de premissas para os Digrafos de Gardner	95
Figura 30 - Gráfico apresentado por Camp	107
Figura 31 - Um par de premissas para uma dada conclusão nos Grafos de Carroll	116

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO	19
1 PROPEDÊUTICAS	23
1.1 Aspectos históricos	24
1.1.1 Sintomas	26
1.1.2 Revitalização	29
1.2 Diagramas na literatura recente	30
1.2.1 Os critérios de semelhança	31
1.2.2 Critério de não convencionalidade	34
1.2.3 Critério de acidentalidade	39
1.3 Distinções	32
1.3.1 Diagramas desde uma perspectiva lógica e teórica	33
1.3.2 Diagramas e o âmbito pragmático cognitivo	47
1.4 Síntese do capítulo	51
2 MÉTODOS DIAGRAMÁTICOS APLICADOS À SILOGÍSTICA	53
2.1 Breve introdução da teoria silogística	53
2.1.1 O silogismo	54
2.1.2 As quatro figuras	55
2.1.3 Quadrado de oposições e inferências imediatas	56
2.1.4 Considerações recentes	59
2.2 Métodos diagramáticos no interior da história da silogística	62
2.2.1 Variedade de métodos e de objetivos	63
2.3 Topologia dos diagramas	67
2.3.1 Introdução das representações diagramáticas	69
2.3.1.1 Composição dos diagramas de Leibniz	69
2.3.1.2 Composição dos diagramas de Englebretsen	70
2.3.1.3 Composição dos diagramas de Venn e de Carroll	72
2.3.2 Análise das características	77
2.3.2.1 Modo de derivação free ride	77
2.3.2.2 Semelhança estrutural e inferências imediatas	79
2.3.2.3 Manipulação de premissas	82
2.4 Métodos alternativos baseados em grafos	86
2.5 Da eficácia representacional	92
2.6 Síntese do capítulo	97
3 RACIOCÍNIO DIAGRAMÁTICO	99
3.1 Diagramas e as funções do pensamento simbólico	99
3.2 Raciocínio diagramático e percepção	103
3.2.1 Visualização em sentido trivial	103
3.2.2 Mapas, diagramas e sentenças	104
3.2.3 Limitações expressivas	107
3.2.4 Utilidade condicionada	109
3.2.5 A influência da percepção visual	110
3.3 Vantagens heurísticas e pedagógicas	114
3.4 Síntese do capítulo	120

CONCLUSÃO 121

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS 121

INTRODUÇÃO

A presente dissertação tem como objetivo reconstruir as principais considerações encontradas no debate sobre a utilização de métodos diagramáticos de decisão em lógica, utilizando a lógica silogística como laboratório de casos.

É comum acordo que seres humanos se comunicam e raciocinam tanto por meio da linguagem¹, quanto por meios não linguísticos. Bons exemplos da comunicação e do raciocínio não linguístico no cotidiano são a utilização dos semáforos de trânsito e a orientação através de mapas. Além desses usos, ferramentas não linguísticas estiveram presentes em boa parte do desenvolvimento de ciências como a lógica e a matemática, tais como diagramas, figuras geométricas e objetos como o ábaco². No entanto, a posição lógica *standard* do último século tem considerado que inferências são tratáveis por um veículo exclusivamente linguístico. O fato da literatura da área utilizar uma definição de “dedução” que só se aplica a sistemas sentenciais é um sintoma desse panorama, onde diagramas só podem atuar como ferramentas ilustrativas. Essa visão tem origem no próprio contexto de surgimento da lógica moderna, que remonta a Frege, projetada com o objetivo de eliminar aspectos intuitivos e acidentais nas demonstrações matemáticas para assegurar seus resultados. Na contramão dessa tradição, encontramos em meados do século XX um movimento a favor da revitalização de certos papéis que figuras geométricas e diagramas desempenham na prática lógica e matemática, impulsionado pelas releituras dos *Elementos* de Euclides. No caso específico da lógica, colocou-se em dúvida por qual motivo diagramas não se enquadram como constituintes legítimos de inferências, originando uma série de investigações sobre a natureza e as funções da representação diagramática, entendida como um sistema heterogêneo, ou seja, não puramente diagramático, em oposição às representações puramente sentenciais, homogêneas.

Mais do que a exploração de um único problema filosófico mais específico, o trabalho a seguir discorre sobre um conjunto de questões inerentes a esse tema, quais sejam **i)** a natureza semiótica dos métodos diagramáticos e as diferenças entre esses e os sistemas de representação puramente sentenciais; **ii)** a aplicabilidade ilustrativa e manipulativa dos métodos

¹ A utilização do termo “linguagem” na presente dissertação seguirá a mesma da tradição analisada, entendida como linguagem simbólica sentencial. Qualquer outro sistema de representação e comunicação que não utilize sentenças será denominado “não linguístico”.

² O ábaco é um instrumento de cálculo geralmente constituído por peças distribuídas em linhas horizontais hierarquizadas e divididas em dois compartimentos verticais, que pode ser utilizado para auxiliar nas quatro operações aritméticas básicas (cf. Yoshino, 1963). Há registros históricos da utilização desse mesmo tipo de instrumento por diferentes povos da antiguidade, como os chineses, os gregos, os egípcios e árabes, sendo difícil determinar sua primeira aparição na história da humanidade (cf. Boyer & Merzbach, 2011, p. 178 – 180).

diagramáticos como ferramentas de representação na lógica silogística; **iii**) as vantagens e as desvantagens cognitivas proporcionadas pela utilização de diagramas e a origem do desempenho dos diagramas na lógica silogística.

A proposta dessa dissertação é justificada por quatro vias distintas. Em primeiro lugar, utilizando a silogística como laboratório de casos, efetua-se um exame histórico de como os métodos diagramáticos desenvolvidos para esse campo se relacionam com as concepções lógicas teóricas nas quais eles estão inseridos. Além dessa justificativa de cunho histórico, a busca por métodos diagramáticos diversos e recentes impulsiona uma justificativa lógica, oferecendo a análise de métodos de decisão alternativos. Por outro lado, há uma justificativa epistemológica - bem como filosófica e pedagógica - a partir das elucidações do próprio debate sobre a obtenção de conhecimento através de sistemas simbólicos, da análise de métodos diagramáticos e da discussão sobre as vantagens que os mesmos proporcionam para usuários iniciantes. Por fim, a pesquisa aqui retratada ainda permanece como estudo de caso relevante para pelo menos duas outras áreas com interesses comuns sobre a relação entre pensamento, linguagem e mundo: o trabalho com objetos físicos para a descoberta de entidades e relações abstratas promove incentivos para o estudo ontológico das entidades lógicas e matemáticas, como por exemplo o quanto o raciocínio e a descoberta nesses campos dependem do meio representacional utilizado; os casos de raciocínio diagramático adentram também as investigações em torno da composição linguística/pictórica do pensamento humano, trabalhadas em filosofia da mente, como por exemplo a hipótese de que o pensamento tem por base uma estrutura semelhante à linguagem (cf. Aydede & McLaughlin 2010).

O texto que segue está estruturado em três capítulos. Visando orientar os diferentes leitores dessa dissertação, oferecemos a seguir um guia dos assuntos e dos principais autores trabalhados em cada um deles.

O **capítulo 1** introduz o contexto de surgimento das reivindicações em torno da legitimidade do uso de sistemas diagramáticos. Inicialmente, retomando os aspectos históricos fornecidos por Giaquinto (2008), Seoane (2012), e Mancosu (2005, 2008), oferecemos um conjunto de sintomas que permitem diagnosticar a visão geral da comunidade lógica e matemática sobre a utilização de figuras e diagramas em métodos de decisão no século XIX, bem como os diversos movimentos, originados no século XX, contrários à concepção *standard* de prova formal, definida como uma sequência finita de fórmulas, tal que cada fórmula ou é um axioma, ou é o produto de uma inferência das fórmulas anteriores (cf. Lassalle Casanave, Schultz & Vaz, 2009).

Entendendo que o questionamento do *status* dos métodos diagramáticos é apenas um desses movimentos, passamos a analisar construtivamente quais características indicam diferenças substanciais entre métodos diagramáticos e métodos puramente sentenciais. Nesse momento iniciamos a investigação de **i)**, que perdurará durante toda a dissertação. Discutimos os estudos de Barwise & Etchemendy (1996) e Shin (1994), principais expoentes da revitalização do uso dos diagramas, retomando os principais critérios de distinção apresentados nesse debate. Essa análise, de cunho semiótico, resulta na observação de abordagens distintas presentes na literatura sobre o tema. Por um lado, a dúvida colocada sobre os papéis que diagramas podem desempenhar na prática lógica passa pela investigação das maneiras como os diferentes métodos acomodam os domínios que visam representar. Portanto, boa parte dos estudos encontrados visam esclarecer os métodos diagramáticos de uma perspectiva lógica e teórica, como faz, por exemplo, Hammer (1999). Por outro lado, a mesma questão impulsiona a investigação em torno dos aspectos cognitivos e pragmáticos dos diagramas, visando explicar a origem das vantagens pedagógicas e heurísticas que a utilização de diagramas proporciona.³

Dada essa distinção, o **capítulo 2** tem por objetivo detalhar os aspectos lógicos e teóricos dos métodos diagramáticos no interior da silogística, desenvolvendo a questão **ii)**. Para tanto, fez-se necessário fixar previamente uma breve elucidação da teoria silogística, focando nos principais conceitos que são utilizados na investigação. Assim, há uma seção inicial propositada principalmente para um leitor não familiarizado com a lógica silogística. A segunda e a terceira partes do capítulo apresentam e desenvolvem as características de distintos métodos diagramáticos, como por exemplo os diagramas de Venn, de Carroll e de Leibniz, vinculando-os com os objetivos para o qual foram desenvolvidos por seus autores. Orientando-se através dos estudos da área, principalmente de Shimojima (1996) e Lemon & Pratt (1997; 1998), buscou-se comparar como as características encontradas nas especificidades diagramáticas de cada método servem aos diferentes propósitos objetivados em seus desenvolvimentos, bem como permitem a representação e a manipulação do domínio visados por eles.

Por fim, discute-se no **capítulo 3** os aspectos cognitivos e pragmáticos da questão, buscando responder **iii)**. Em um primeiro momento, caracteriza-se o raciocínio mediado por diagramas no contexto do conceito de “conhecimento simbólico”, que remonta a Leibniz, explorando as funções – detalhadas no trabalho de Esquisabel (2012) – que os signos desempenham no pensamento humano e na aquisição de conhecimento. A partir disso, apresentamos uma construção dos aspectos cognitivos e perceptuais relevantes presentes no

³ Alguns autores trabalham apenas um aspecto dessa distinção, enquanto outros apresentam interesse em ambas. Ela está explicitamente declarada em Shimojima (1996), Lemon & Pratt (1998) e Sato (2013).

trabalho com diagramas, comparando-os com sistemas sentenciais, representações pictóricas e mapas. Revisando os trabalhos de Stenning & Lemon (2001), Camp (2007) e Norman (2000), propõe-se estabelecer os diferentes tipos de vantagens e prejuízos que sistemas diagramáticos oferecem para seus diferentes contextos de utilização.

1 PROPEDÊUTICAS

Seres humanos comunicam-se diariamente através da linguagem e de ferramentas não linguísticas. Semáforos e placas de trânsito orientam pedestres e usuários de veículos automotivos e médicos interpretam configurações não linguísticas para diagnosticar seus pacientes, como o registro de um eletrocardiograma. Na literatura filosófica, muitos autores fornecem outros exemplos para reafirmar a grande quantidade de representações não linguísticas que criamos e utilizamos. Citando dois deles, Norman (2000) mostra que o caminho que alguém deve percorrer para visitar outra pessoa pode ser transmitido através de uma descrição ou de um mapa e Camp (2007) menciona a orientação marítima através dos mapas de navegação. No interior do desenvolvimento da prática lógica e matemática, figuras, diagramas e outros objetos foram recursos não linguísticos de extrema utilidade e vasto uso em boa parte da história dessas disciplinas. No entanto, a partir do final do século XIX a utilização de ferramentas não linguísticas caiu em desuso. Ademais, tendo em vista a exigência de rigorização e clareza nas investigações formais, figuras e diagramas foram desconsiderados enquanto constituintes legítimos dos métodos de prova. Recentemente alguns autores tem posto em dúvida essa desconsideração, formando parte de um movimento crítico para com certas considerações assumidas naquele contexto, questionando principalmente a concepção *standard* de prova e o papel de menor importância atribuído aos elementos práticos no âmbito da investigação matemática.

No domínio das investigações realizadas em lógica, a variedade de métodos de decisão que utilizam recursos diagramáticos suscita uma série de questões sobre a natureza das representações simbólicas e diagramáticas, desde a indagação pelo papel que os diagramas podem desempenhar no raciocínio, na descoberta e nas demonstrações em lógica, até as características gerais das representações empregadas nas ciências formais que permitiriam distinguir entre um método exclusivamente sentencial e um método que utiliza algum recurso diagramático, suas virtudes e seus defeitos.

Pretende-se oferecer no presente capítulo uma breve reconstrução desse panorama geral. Para tal, na seção 1.1 apresentamos os aspectos históricos que permitem diagnosticar a posição originada pelos estudos em lógica formal e matemática, bem como algumas vertentes de críticas a essa. Na seção 1.2, reconstruímos os principais questionamentos presentes na literatura da área sobre as características que distinguem os métodos diagramáticos e os métodos sentenciais

em lógica. Por fim, na seção 1.3, distinguimos os aspectos práticos e cognitivos dos estudos lógicos teóricos envolvidos no debate sobre a natureza das representações diagramáticas.

1.1 Aspectos históricos

A história do pensamento lógico matemático nos legou um dos campos mais ricos e fascinantes do saber humano. Os métodos de cálculo e raciocínio, as unidades de medidas, as unidades de pesos e todas as padronizações quantitativas utilizadas no decorrer do desenvolvimento das sociedades são partes constitutivas dessas, orientadas nas necessidades sociais e econômicas específicas de cada período e região. Ao observamos a diversidade desses, percebemos que instrumentos físicos, diagramas e figuras, foram vastamente utilizados para auxiliar a realização de operações lógicas e matemáticas.

O ábaco, já citado na introdução desse trabalho, constitui um bom exemplo de objeto utilizado pelas civilizações antigas para auxiliar operações matemáticas. Como exemplo mais recente, há um o jogo de peças semelhante ao ábaco conhecido como “ossos de Napier” (*Napier's bones*), também chamado “rabdologia” (*rabdology*). Como apresenta Gardner (2010), essa estrutura foi desenvolvida por John Napier (1550 - 1617) – que gravou seu nome na história da humanidade com a descoberta dos logaritmos - para realizar operações matemáticas com números grandes, como 256 multiplicado por 835642, e adquiriu essa nomenclatura porque utiliza uma sequência de réguas que eram frequentemente feitas de ossos.¹ Abrindo um grande parênteses para ilustrar o exemplo, o método de cálculo requer um conjunto de pelo menos dez réguas numeradas de 0 a 9, cada uma dividida em 9 compartimentos verticais, e pode conter uma régua primária dividida e numerada ordenadamente de 1 a 9, que servirá de índice para as outras. Os 9 compartimentos das dez réguas são cortados por uma linha diagonal, formando duas áreas para cada compartimento que são nomeados de acordo com o produto resultante do número da régua com a posição do compartimento. Por exemplo, o compartimento 6 da régua 2 contém o número 12, assim como o compartimento 2 da régua 6. O corte nos compartimentos é criado na intenção de separar os dígitos dos números, então o compartimento 6 da régua 2 terá o dígito 1 e o dígito 2 separados pela diagonal. Essa estrutura pode ser visualizada na ilustração A) da Figura 1.

¹ (Cf. Gardner 2010, p. 96-97) para esse e para outros belos exemplos de desenvolvimentos na história da matemática.

A)

1	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
2	0	2	4	6	8	10	12	14	16	18
3	0	3	6	9	12	15	18	21	24	27
4	0	4	8	12	16	20	24	28	32	36
5	0	5	10	15	20	25	30	35	40	45
6	0	6	12	18	24	30	36	42	48	54
7	0	7	14	21	28	35	42	49	56	63
8	0	8	16	24	32	40	48	56	64	72
9	0	9	18	27	36	45	54	63	72	81

B)

1	4	8	9	6
2	8	1	1	1
3	1	2	2	1
4	1	3	3	2
5	2	4	4	3
6	2	4	5	3
7	2	5	6	4
8	3	6	7	4
9	3	7	8	5

Figura 1 - Ossos de Napier
 Fonte: Gardne (2010, p. 96-97)

Como mostra Gardner (2010), obtém-se uma tábua de multiplicar cortada em tiras para manipular cada uma delas e auxiliar o cálculo. Como exemplo, Gardner (2010) multiplica 7 por 4896, tal qual apresentado na ilustração B) da Figura 1. Para tal, alinha-se as réguas referentes ao número 4896 e utiliza-se apenas a linha referente ao número multiplicado, a linha 7. Após isso, lê-se o número da direita para a esquerda, somando aqueles que estão na mesma linha diagonal, resultando no produto do cálculo também da direita para a esquerda. Assim, obtemos o número 2, depois 4 somado a 3 que resulta 7, formando 72; depois 6 somado a 6 que resulta 12, formando o dígito 272 com o acréscimo de 1 à próxima conta que é a soma entre 5 e 8, resultando em 13, mais o acréscimo de 1, formando o dígito 4272; soma-se o 1 restante dessa ao número 2 que é o dígito que falta e temos o resultado da multiplicação: 34272. Para números com mais dígitos, por exemplo 72 multiplicado por 4896, basta efetuar esse procedimento para cada uma das linhas, nesse caso a linha 7 e a linha 2, e somar o resultado de ambas: 34272

somado a 9792, que resulta em 44064. Fechando esse parênteses explicativo, os “Ossos de Napier” fornecem uma excelente ferramenta física para cálculos de multiplicação, e outras operações, possibilitando que operações com números grandes possam ser realizadas mediante a verificação das régua e exigindo do usuário conhecimento apenas da operação de adição, como realizamos no exemplo.

Contemporaneamente, o estudo das ciências matemáticas encontra-se metodologicamente muito distante do empregado pelas antigas civilizações. O desenvolvimento dos estudos em álgebra e a adoção da investigação em lógica enquanto linguagem formal nos séculos XIX e XX resultaram em uma caracterização metodológica formal, e portanto, mais ideal e abstrata. Tal cenário relegou um papel de menor importância para figuras e diagramas tanto no interior da lógica-matemática enquanto instrumentos de raciocínio e de demonstração, quanto para a filosofia e a epistemologia das ciências formais do mesmo período.

1.1.1 Sintomas

No interior do desenvolvimento da lógica e da matemática, figuras e diagramas foram excluídas dos principais estudos na área. Frege (2009), em dois artigos² publicados após o clássico *Conceitografia*, relata que sua preocupação básica fora encontrar uma caracterização precisa do que é uma *demonstração* matemática, a fim de evitar os erros frequentes que os matemáticos da época cometiam em suas demonstrações. No intento de corrigir a falibilidade da linguagem natural e do recurso intuitivo nas demonstrações, Frege (2009) apresentou uma base de regras formais que serviriam para guiar o processo de cálculo e permitiria expressar os conteúdos de forma mais clara e precisa do que a linguagem ordinária, objetivando superar as limitações dessa e alcançar o rigor necessário para o raciocínio formal.

Com o crescente desenvolvimento desses intentos, formou-se uma tradição em torno da rigorosa análise semântica e sintática das sentenças em lógica, tendo como principais expoentes Frege e Russell, e das demonstrações de teoremas a partir das regras formais do cálculo algébrico, tendo como principal expoente Hilbert. Por consequência, no interior do desenvolvimento desses trabalhos diagramas e figuras só poderiam cumprir um papel ilustrativo.

² Os dois artigos são: “Sobre a Justificação Científica de uma Conceitografia” publicado originalmente em 1882 e “Sobre a Finalidade da Conceitografia” publicado em 1883. Ambos estão publicados no livro “Lógica e filosofia da linguagem” (2009), traduzidos para o português.

Como afirma Seoane (2012), o pensamento de que representações desse tipo deveriam ser excluídas das demonstrações matemáticas foi dominante, tal que a própria justificação explícita desse fenômeno seja algo infrequente nos escritos desse período, tidos como um ponto coerente dos projetos em prol do rigor. Em função disso, como ressalta Mancosu (2005) o *status* que diagramas e figuras possuíam nesse contexto, além de outras questões inerentes ao mesmo, “[...] possui, assim, uma história complexa que demanda ainda por um bom historiador” (2005, p.15, tradução nossa).³ Embora seja um enorme desafio descrever todos os elementos envolvidos nessa postura, é possível perceber sintomas dela. Como afirma Giaquinto (2008), encontramos nas obras de muitos setores de pesquisa em lógica e matemática um desdém geral para com o papel desses objetos. Como exemplo, o autor oferece uma série de afirmações isoladas que refletem essa concepção. Citando algumas delas, Pasch afirma que “o teorema só é verdadeiramente demonstrado se sua prova é completamente independente de figuras” (Pasch, 1882, apud Giaquinto, 2008, p. 22, tradução nossa)⁴ e Tennant afirma que “[o diagrama] não possui um lugar apropriado na prova como tal. Para a prova está um objeto sintático constituído apenas de sentenças organizadas em uma ordenação finita e inspecionável” (Tennant, 1986, p. 304 apud Giaquinto, 2008, p. 23, tradução nossa).⁵

Tendo em vista a alegação de Giaquinto (2008), nota-se que a desconsideração para com qualquer importância dos diagramas em um contexto de justificação e de demonstração está presente tanto nas investigações dos conceitos mais básicos para as demonstrações, como os conceitos de “definição” e de “prova”, quanto nos relatos das motivações que guiaram demonstrações puramente algébricas de teoremas. Como exemplo para esse último ponto, Dedekind (1901) relata que embora a utilização de instâncias geométricas seja útil de um ponto de vista didático, principalmente por economizar tempo na explicação,

[...] essa forma de introdução [recorrendo às instâncias geométricas] para o cálculo diferencial não pode realizar nenhuma reivindicação de ser científica, ninguém negará. Para mim esse sentimento de insatisfação foi tão poderoso que fixei uma resolução para continuar meditando sobre a questão até que eu encontrasse uma fundação puramente aritmética e perfeitamente rigorosa para os princípios da análise infinitesimal. (Dedekind, 1901, p.1, tradução nossa)⁶

³ “[...] have thus a complex history, which still calls for a good historian”.

⁴ “the theorem is only truly demonstrated if the proof is completely independent of the figure”.

⁵ “[the diagram] has no proper place in the proof as such. For the proof is a syntactic object consisting only of sentences arranged in a finite and inspectable array”

⁶ “[...] this form of introduction [recorrendo às instâncias geométricas] into the differential calculus can make no claim to being scientific, no one will deny. For myself this feeling of dissatisfaction was so overpowering that I made the fixed resolve to keep meditating on the question till I should find a purely arithmetic and perfectly rigorous foundation for the principles of infinitesimal analysis”.

De modo análogo, investigando o conceito de *definição*, Seoane (2012) utiliza passagens que refletem a mesma ideia, afirmando que

alguns representantes desta influente perspectiva manifestam sua coerência de forma exemplar; é o caso do célebre texto ‘Álgebra Lineal y Geometría Elemental’ de Jean Dieudonné. Este autor se expressa radicalmente (sem realizar distinções com respeito entre demonstrações e definições: ‘Me foi permitido também não introduzir nenhuma figura no texto [...]’. ‘É desejável liberar o aluno o quanto antes da camisa de força das ‘figuras’ tracionais falando o menos possível delas [...]’. (Seoane, 2012, p. 161, tradução nossa)⁷

Semelhantemente, no que diz respeito à concepção do que é uma *prova* matemática, Lassalle Casanave, Vaz & Schultz afirmam que surgiu “sob influência de Frege, Russell e Hilbert, entre outros, a concepção exclusivamente sentencial de prova que culmina na noção de prova *formal*” (2009, p. 14) caracterizada como uma “sequência de fórmulas tal que cada uma delas, ou bem é um axioma, ou bem se segue de fórmulas anteriores na sequência por meio de uma regra de inferência” (2009, p. 14). Mancosu (2005) ressalta ainda que elementos essenciais da concepção de prova dominante nesse período já se encontram em Pasch, onde afirma-se:

[...] vamos reconhecer apenas aquelas provas nas quais pode-se apelar passo a passo às proposições e definições precedentes. Se para o entendimento de uma prova a figura correspondente for indispensável, então a prova não satisfaz os requisitos que nós impomos à ela. (Pasch, 1882/1926, 90 apud Mancosu, 2005, p. 15, tradução nossa).⁸

Voltando-nos para o ramo da lógica, Barwise & Etchemendy (1996) explicam esse mesmo conjunto de descon siderações tendo em vista que a formalização do conceito de “dedução válida” foi tradicionalmente modelada para dar conta exclusivamente das relações entre as sentenças.

Em síntese, com o reconhecimento das ilusões proporcionadas pela linguagem natural e da potencialidade de erros na utilização de figuras e diagramas - derivada da incapacidade dessas justificar explicitamente os resultados obtidos - formulou-se uma abordagem que, objetivando fornecer uma garantia rigorosa e confiável para os procedimentos e seus resultados,

⁷ “Algunos representantes de esta influyente perspectiva manifiestan su coherencia en forma ejemplar; tal es el caso del célebre texto ‘Álgebra Lineal y Geometría Elemental’ de Jean Dieudonné. Este autor se expresa radicalmente (sin hacer distingos al respecto entre demostraciones y definiciones): ‘Me he permitido también no introducir ninguna figura en el texto...’. ‘Es deseable liberar al alumno cuanto antes de la camisa de fuerza de las ‘figuras’ tradicionales hablando lo menos posible de ellas”

⁸ “[...] we will acknowledge only those proofs in which one can appeal step by step to preceding propositions and definitions. If for the grasp of a proof the corresponding figure is indispensable then the proof does not satisfy the requirements that we imposed on it.”

relegou às figuras geométricas e aos diagramas um papel secundário, entendidos como ferramentas meramente ilustrativas.

Por fim, cabe notar que na filosofia da matemática, como afirma Mancosu (2008), esse paradigma resultou diretamente na investigação sobre como podemos ter acesso às entidades abstratas. Segundo o autor, a maior parte dos estudos em filosofia da matemática tiveram como foco tentativas de solucionar uma gama de problemas apresentados em dois artigos clássicos de Benacerraf, quais sejam: “What Numbers Could Not Be” (1965) que critica a posição platonista sobre as entidades matemáticas a partir do argumento estruturalista de que entidades numéricas denotam estruturas abstratas, ao invés dos objetos aos quais parecem se referir, e “Mathematical Truth” (1973) onde o autor discute a impossibilidade de conciliar explicações epistemológicas e semânticas para o conceito de “verdade” na matemática.

Se por um lado, sob a influência desses trabalhos, a filosofia contemporânea da matemática nos ofereceu uma rica gama de estudos envolvendo o acesso e a natureza das entidades matemáticas, por outro, tendo em vista que os principais problemas a serem respondidos diziam respeito à questão dos objetos abstratos, dar atenção a outros problemas da matemática tornou-se desnecessário. Nesse cenário, estudos sobre a prática matemática foram excluídos da análise epistemológica efetuada para esse âmbito, limitando a epistemologia da matemática àquelas questões.

1.1.2 Revitalização

Como deve ser notado, as explicações desse panorama inicial já estão inseridas em um movimento de crítica a alguns de seus elementos. Esse movimento não deve ser entendido como uma crítica única, mas como um conjunto de reivindicações, através de diferentes vieses e diferentes justificativas, sendo o tema principal dessa dissertação apenas um deles. Outros exemplos de posturas que questionam as concepções daquele contexto são as tentativas de revisão da utilização de figuras geométricas em demonstrações matemáticas e as abordagens sobre o *status* das provas assistidas por computador.

Explorando brevemente esse movimento, uma primeira justificativa para a motivação do questionamento daquelas concepções consiste na revisão do papel que as estruturas visuais, como as figuras geométricas, podem desempenhar na matemática. Embora aquele cenário tenha sido extremamente proveitoso para o progresso das investigações em lógica e em matemática, ele deixa em aberto por qual motivo os matemáticos antigos foram capazes de formular teoremas e solucionar os mesmos utilizando-se de figuras e de objetos. O ponto paradigmático

desse projeto surge com a revisão dos *Elementos* de Euclides, onde encontra-se ao menos um caso caracterizado como demonstração heterogênea, na medida em que estão presentes figuras geométricas e declarações textuais, mas especialmente porque “em certos casos, uma afirmação no texto se justifica utilizando informações que ‘decorrem’ somente do diagrama” (Lassalle Casanave, Schultz, Vaz, 2009, p. 16).⁹ Isso significa que alguns passos a serem seguidos na demonstração do teorema não estão postos explicitamente em um modo discursivo, mas são *permitidos* pelo recurso visual da figura geométrica e na medida em que apenas a figura fornece essa informação, o processo envolve substancialmente um elemento visual e “não linguístico”.

Na mesma linha desse tipo de investigação, encontramos diversas áreas de estudo que buscaram romper com algumas concepções oriundas da tradição lógico matemática do século XIX. Como já destacamos, o debate em torno das provas assistidas por computador, por exemplo na resolução do Teorema das Quatro Cores, questiona a abrangência do conceito padrão de prova.¹⁰ Por outro viés, argumentou-se contra a exclusão dos passos concretos envolvidos em uma prova, da negligência aos aspectos práticos envolvidos no trabalho dos matemáticos,¹¹ bem como dos aspectos perceptivos que a utilização de figuras proporciona para o pensamento, tema debatido com a denominação *visual thinking*.¹²

No caso específico da temática desse trabalho, encontra-se a defesa da utilização dos diagramas enquanto constituintes legítimos de um método de decisão em lógica, sendo essa a origem das questões debatidas a partir desse momento. Ao colocarem em dúvida as considerações sobre as potencialidades errôneas da utilização de figuras e diagramas, autores como Barwise e Etchemendy (1996) e Shin (1994) exploram a natureza representacional dos sistemas diagramáticos e dos sistemas sentenciais, contrastando-os de acordo com diferentes critérios.

1.2. Diagramas na literatura recente

A defesa de que diagramas não constituem métodos rígidos de prova passa pela enunciação das diferenças entre a representação simbólica formal e a representação diagramática. Nesse sentido, deveríamos encontrar distinções relevantes entre sentenças e diagramas enquanto veículos de representação, ou seja, enquanto objetos utilizados para

⁹ O caso em questão mencionado aqui se trata do Teorema 1 do livro 1. Para uma análise detalhada veja-se Lassalle Casanave, Schultz & Vaz (2009).

¹⁰ Veja-se Secco (2013).

¹¹ Veja-se Sundholm (1993).

¹² Veja-se Mancosu (2005 e 2008).

representar outros objetos. Ao mesmo tempo, a análise em torno dos aspectos semióticos das sentenças e dos diagramas é útil não apenas para a inclusão desses em métodos legítimos de prova, mas também para compreender os motivos pelos quais a utilização de diagramas é benéfica com respeito aos aspectos heurísticos e pedagógicos, como por exemplo na apresentação de argumentos e teoremas em determinados contextos, ou até mesmo no auxílio visual para a demonstração de um teorema.

1.2.1 Os critérios de semelhança

O estudo da utilização dos objetos de representação nas mais variadas formas de comunicação humana remonta a uma vasta literatura sobre essas estruturas, denominadas signos. C. S. Peirce (1839 – 1914), um dos principais expoentes dessa análise, caracteriza os signos como “algo que está no lugar de algo para alguém em algum respeito ou capacidade” (Peirce CP 2.228 apud Legris, 2013, p. 53, tradução nossa),¹³ sendo que a “mais fundamental divisão dos signos” (Peirce CP 2.275 apud Legris, 2013, p. 53, tradução nossa)¹⁴ os classifica em índices, ícones e símbolos. Em um primeiro momento, a partir dessa classificação, diagramas foram entendidos como ícones. Contudo, dada a vasta quantidade de escritos de Peirce, há ao menos duas formas de entender o que isso significa.

A primeira característica dos signos icônicos é a apresentação de uma relação de semelhança entre o representante e o representado. Assim, nos é permitido considerar, como Peirce afirma, que um diagrama é “verdadeiramente icônico, naturalmente análogo àquilo que está representado, e não uma criação de convenções” (Peirce, 4.368, apud Mancosu, 2012, p. 8, nossa tradução).¹⁵ Na base dessa interpretação - exposta por Mancosu (2012) - objetos que representam convencionalmente, como palavras, distinguem-se de objetos que representam por semelhança, como uma foto. Contudo, não está claro como pode ser possível que um diagrama lógico, como o de Venn, mantenha algum tipo de semelhança *natural* com os objetos lógicos que ele representa. Obviamente, sentenças de qualquer tipo não podem ser ícones nesse sentido, dado que nem as proposições, nem as palavras que as compõem se assemelham com aquilo que denotam e ambas possuem uma origem estritamente convencional, mas em que medida isso é diferente em um diagrama?

¹³ “algo que está en lugar de algo para alguien en algún respecto o capacidad”.

¹⁴ “la más fundamental división de los signos”.

¹⁵ “veridically iconic, naturally analogous to the thing represented, and not a creation of conventions”.

Como afirmado por esse viés, para que um diagrama seja um ícone é necessário que ele não contenha elementos convencionais e se assemelhe naturalmente àquilo que representa. Como mostra Mancosu (2012), tendo em vista apenas esse critério de semelhança, que aqui significa uma analogia natural e pictórica para com os objetos representados, dado que os objetos do domínio lógico são abstratos, torna-se impossível que um diagrama, seja qual for, se assemelhe a eles da mesma maneira como um ícone deveria fazer.

Diagramas são utilizados em lógica para representar relações lógicas entre proposições e/ou entre conceitos, no caso da silogística. Tanto a denotação dos termos gerais, i.e., as classes de coisas que um termo denota extensionalmente, quanto as próprias relações lógicas são objetos abstratos. Assim, um diagrama que represente qualquer uma dessas entidades não obterá uma semelhança natural e pictórica com elas. Podemos pensar como exemplo em um diagrama de Venn que represente as mesmas relações lógicas de uma proposição categórica; nesse caso – e em todos os outros – não encontraremos nenhuma diferença, em termos de semelhança *natural* para com o representado, entre os objetos utilizados pelo diagrama e a proposição. A ausência desse fenômeno revela que a interpretação de diagramas, bem como a utilização dos mesmos como representação em lógica depende, em alguma medida, de elementos convencionais.

Constatar a necessidade de utilizarmos elementos convencionais não significa negar a existência de qualquer capacidade de representação dos diagramas, em nosso caso, implica apenas rejeitar que tal relação se enquadre nesse critério. Contudo, como ressalva Legris (2013, p. 53), a teoria semiótica de Peirce é constituída por uma relação tripla entre significante, significado e interpretante, portanto os signos são caracterizados também pela relação de utilidade que desempenham no pensamento. Essa interpretação resulta em outra caracterização de ícones: signos dotados de estrutura, entendidos como objetos que mantêm uma relação de semelhança, mas não necessariamente pictórica. Como afirma Legris, a função de um ícone é primordialmente “tornar visível (ou “visualizar”) a *estrutura do raciocínio*” (2013, p. 54, grifo do autor, tradução nossa).¹⁶

Por essa outra via de entendimento, a relação de semelhança entre o signo e aquilo que ele significa se dá em um nível estrutural, sendo útil por fornecer essa estrutura em um campo visível. Não obstante, essa interpretação vai de encontro ao que Mancosu constrói após rejeitar a ideia de semelhança pictórica e não convencional, afirmando que “devemos abandonar a relação de semelhança pictórica e buscar algo mais apropriado” (2012, p. 9). Esse algo mais

¹⁶ “hacer visible (o “visualizar”) la *estructura del razonamiento*”.

apropriado tem sido sugerido nos estudos do tema como a relação de semelhança estrutural. Como mostra Sato (2013, p. 95), a literatura da área apresentou diferentes denominações para esse modo de representar, tais como “semelhança estrutural”, “correspondência estrutural”, “isomorfismo/homomorfismo” e “relações de correspondência”. Em qualquer uma dessas nomenclaturas, inclusive na que recorre às noções matemáticas de isomorfismo e homomorfismo, está em jogo a tentativa de explicar que um diagrama não fornece uma semelhança para com os objetos que ele representa, mas para com as relações existentes entre esses objetos. Citando exemplos, Barwise & Etchemendy (1996) recorrem aos conceitos matemáticos para explicar que diagramas preservam, em sua maneira de representar, as relações entre os objetos representados. O próprio Mancosu (2012), ao buscar aquela caracterização mais apropriada, aproxima da explicação a noção wittgensteiniana de figuração, presente no *Tractatus*. Tal aproximação afirma que um diagrama possui uma “forma de representação” na mesma medida em que os elementos de uma figuração substituem nela os objetos, as coisas, apresentando como seus elementos estão uns para os outros, i.e., como se relacionam entre si. Assim, a semelhança não se dá em um nível objeto representado e objeto representante, mas em um nível estrutural: relação representada e relação representante.

Nesse sentido, encontramos em Peirce duas maneiras de considerar o critério de semelhança para um ícone, não sendo relevante para o modo de representação de um diagrama qualquer exigência de semelhança pictórica entre as figuras e os objetos representados, mas sim das relações estruturais entre significante e significado.¹⁷ Portanto, utilizar letras, figuras geométricas ou outro tipo de escrita para representar os objetos não oferece, por si só, uma diferença relevante entre representações sentenciais e diagramáticas. Corroborando essa ideia, Shin (1994), em “Diagrammatic Versus Linguistic Representation”, último capítulo do livro *The Logical Status of Diagrams*, apresenta maneiras de representar uma relação espacial através de um diagrama que utiliza palavras e através de sentenças formais que utilizam figuras geométricas como símbolos.

Contudo, para Shin (1994), a principal diferença entre diagramas e sentenças ainda recai em um nível de convenções utilizadas. Afirmando que diagramas requereriam menos convenções do que sentenças, a autora investiga três vias de contraste entre as representações diagramáticas e sentenciais: a forma como as relações entre os objetos são representadas, a

¹⁷ Seguindo na interpretação elaborada por Legris (2013), Peirce teria utilizado os termos “ícones” e “diagramas” como sinônimos para se referir a tudo aquilo que possui estrutura. Nesse sentido, sentenças também teriam um fundo *diagramático*. Assim, a diferença crucial entre sentenças e diagramas seria a importância das propriedades topológicas do signo para esses últimos, denominados agora como *diagramas gráficos*.

forma como a informação conjuntiva é representada e a forma como a informação tautológica ou contraditória é representada.

1.2.2 Critério de não convencionalidade

Com respeito à maneira em que representam as relações entre os objetos, diagramas podem utilizar um aspecto espacial do “pano de fundo”¹⁸ para essa função. Nesse sentido, quando representamos relações espaciais entre objetos, por exemplo que um objeto está à esquerda de outro, o diagrama espelha perfeitamente essa relação. Para Shin (1994), isso constitui uma maneira não convencional para a interpretação do representado:

um isomorfismo entre uma relação espacial que queremos representar e um arranjo espacial em um diagrama é perceptualmente tão óbvio que não há necessidade de um dispositivo sintático extra ou qualquer convenção para essa relação. (Shin, 1994, p. 161, tradução nossa)¹⁹

Isso poderia ocorrer também quando diagramas são utilizados para representar relações não espaciais. Por exemplo, um calendário em formato de tabela possui uma ordenação espacial que expressa as relações temporais envolvidas entre os objetos representados – os dias. Esse ordenamento substitui um dispositivo simbólico, um caractere que estaria denotando uma relação temporal. Como resultado, a necessidade de utilizar um símbolo para expressar as relações e os objetos é a grande diferença entre uma representação puramente sentencial e uma representação diagramática.

Contudo, podemos questionar qual a diferença em termos de convenção entre a utilização de um dispositivo simbólico e um arranjo espacial. Para Shin (1994), tal diferença em alguns casos é óbvia e compreende a não convencionalidade dos arranjos espaciais, enquanto que a utilização de um símbolo em uma linguagem sentencial é completamente convencional. Porém, como ela mesmo afirma, há inúmeras relações que não são facilmente representadas em relações espaciais, como por exemplo a relação de amar alguém.

A variedade dos métodos diagramáticos utilizados na história da lógica nos fornece uma importante característica para compreender em que medida convenções estão sendo utilizadas.

¹⁸ Entendemos por “pano de fundo” tanto a constituição física espacial da folha de asserção, no caso dos diagramas concretos, desenhados em uma superfície, ou mostrados por uma tela, etc.; quanto às relações espaciais relevantes na imaginação de um diagrama. Essa questão é detalhada mais profundamente no capítulo 3, onde comparamos a utilização de diagramas com a utilização de mapas para o raciocínio.

¹⁹ “An isomorphism between a spatial relation that we want to represent and a spatial arrangement in a diagram is perceptually so obvious that there is no need for any extra syntactic device or convention for this relation”.

Como mostra Giardino (2013), diagramas devem ser considerados no interior de um contexto de uso. Não apenas uma figura, como um círculo, pode ser utilizada por distintos métodos para representar distintos objetos, como uma mesma relação estrutural e inclusive o mesmo diagrama pode representar distintas relações. Para explicar essa afirmação, na Figura 2 apresentamos um diagrama composto por uma circunferência B dentro de uma circunferência A.

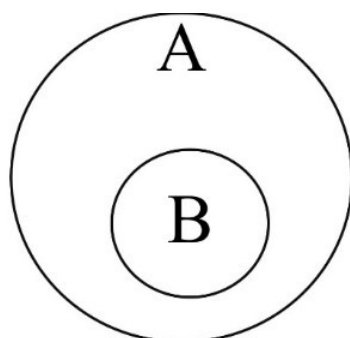


Figura 2 - Exemplo de diagrama com distintas interpretações

Seguindo as afirmações de Shin (1994), o diagrama apresentado na Figura 2 teria a capacidade de representar algumas relações de maneira menos convencional do que uma sentença. Isso significa que não está em jogo aqui o que os conjuntos A e B representados denotam, mas sim o que a inserção completa do conjunto B no conjunto A significa. Seguindo o questionamento de Giardino (2013), um diagrama composto de circunferências pode estar sendo utilizado no interior de diversos contextos (como na geometria cartesiana e na geometria euclidiana) e, de fato, o mesmo diagrama da Figura 2 pode ser utilizado em lógica para representar algo a partir do método de Euler e a partir dos sistemas diagramáticos de Peirce. Comparando os métodos diagramáticos, em um primeiro momento, concebe-se que aquilo que a figura geométrica está denotando é distinto, por exemplo as circunferências A e B poderiam estar denotando tanto conceitos – como é o caso dos diagramas de Euler – quanto proposições. Por outro lado, a circunferência é utilizada por Peirce para representar a negação. Tanto nos Grafos Existenciais quanto nos Grafos Entitativos ela funciona como um corte no universo do discurso, representando que toda porção de informação que estiver no interior desse círculo está sob a determinação da negação, possuindo assim uma função no método diagramático. Tendo em vista esse exemplo, diferentes métodos diagramáticos utilizam arranjos espaciais para alocar

diferentes relações lógicas e, se isso estiver correto, então há um nível convencional envolvido na criação e na leitura de diagramas que não pode ser negligenciado.

Esse nível convencional nada mais é do que a inserção das propriedades representacionais de um diagrama em um contexto mais amplo, constituído por regras advindas do sistema diagramático ao qual o diagrama responde. Nesse sentido, se há algo de não convencional na interpretação de um diagrama, ele está relacionado com a maneira com a qual o diagrama pode ser interpretado à luz de um sistema diagramático.

Portanto, semelhantemente ao que ocorre quando representamos espacialmente uma relação que também é espacial, a projeção espacial parece funcionar em um diagrama lógico como a substituição de um dispositivo simbólico que representa para uma relação lógica, e portanto cumpre uma função *sintática*.²⁰ Explorando ainda o trabalho de Shin (1994), um diagrama seria uma ferramenta menos convencional também na medida em que exhibe a informação conjuntiva. Enquanto linguagens sentenciais necessitam de um símbolo, um dispositivo sintático, para incluir elementos, se queremos adicionar uma informação em um diagrama basta incluí-la no desenho, sem utilizar um símbolo para a conjunção. Ademais, após incluirmos uma nova peça de informação, o diagrama resultante se modificará de modo que a informação possa ser percebida instantaneamente.²¹ Em contrapartida, a autora destaca que um símbolo para a conjunção em uma sentença é uma convenção, mesmo no caso dos idiomas de primeira ordem nos quais a conjunção é feita por justaposição, como por exemplo “pq”. Para esse caso, ela afirma que há apenas um dispositivo sintático invisível e a sentença resultante não esboça a informação adicionada de uma forma perceptualmente óbvia.

Tendo em vista o caso apresentado na seção anterior, um sistema diagramático, como os diagramas Entitativos de Peirce, pode conter uma regra que determine que a informação introduzida no pano de fundo represente uma disjunção. Por certo o próprio Peirce mais tarde transformou a função do pano de fundo em uma conjunção, tendo em vista que a mesma seria mais intuitiva do que uma disjunção. Contudo, a mera possibilidade de que nem todo caractere inserido no plano de desenho constitua uma informação conjuntiva corrobora que a inclusão de

²⁰ Como ressalva Camp (2007), a utilização dos termos “sintaxe” e “semântica” para contextos não linguísticos demanda um certo cuidado. Sendo termos definidos para distinguir características linguísticas, quando transpostos para diagramas, mapas, figuras, e outro meios não linguísticos, esses conceitos não possuem a mesma aplicabilidade. No entanto, seguindo a sugestão de Camp (2007) estaremos utilizando os referidos termos no contexto diagramático da seguinte maneira: A *sintaxe* em um método diagramático é o conjunto de princípios combinatórios que regem o sistema; enquanto a *semântica* é o conjunto de regras que determinam o que cada objeto no sistema denota. Quando referidos ao contexto de sistemas não linguísticos, utilizaremos os termos destacados em itálico.

²¹ Essa é uma característica importantemente trabalhada por Stenning & Lemon (2001), denominada “interpretação direta”. Desenvolvemos essa ideia com mais profundidade no capítulo 3.

uma nova informação no diagrama respeita uma regra convencional ditada pelo sistema diagramático ao qual ele responde, que irá traduzir essa inserção através de uma relação espacial que representa uma relação.²² Isso significa que a representação da informação conjuntiva é convencional tanto para sistemas diagramáticos quanto para sentenças, sendo que a diferença está no tipo de dispositivo utilizado, i.e., no primeiro o suporte espacial substitui um dispositivo *sintático*, no segundo um símbolo (como “^” ou “&”) ou a concatenação de símbolos são dispositivos com funções sintáticas.

O mesmo ocorre na representação de tautologias e contradições. Shin (1994) afirma que os sistemas diagramáticos representam tautologias e contradições de uma forma mais evidente do que os sistemas linguísticos, do ponto de vista da percepção. Tautologias não transmitem qualquer informação, ao passo que as contradições transmitem várias peças que indicam um conflito interno. Para ela, esses aspectos são transmitidos em diagramas de uma forma perceptual mais evidente do que em textos.

No caso da tautologia, um diagrama é tautológico quando não contém representações. Assim, ele não transmite qualquer informação. Contudo, uma sentença tautológica ainda é um “veículo” não vazio, isto é, podemos escrever uma longa sequência de símbolos que não transmitem qualquer informação. No caso das contradições, Shin (1994) afirma que o aspecto da informação conjuntiva é novamente evidenciado. Em diagramas, quando uma nova peça de informação contraditória ao já existente é adicionada, ela gera um conflito que é exibido imediatamente. Isso ocorre na medida em que uma contradição viola uma restrição espacial do diagrama, ditada por uma regra como “nenhum espaço pode ser ocupado por mais de uma marcação”. A fim de analisar essa característica, apresentamos na Figura 3 três configurações diagramáticas com base na versão contemporânea dos diagramas de Venn.

²² Essa característica dos métodos diagramáticos os distingue da representação através de mapas. No capítulo 3 dessa dissertação exploramos mais detalhadamente como isso funciona.

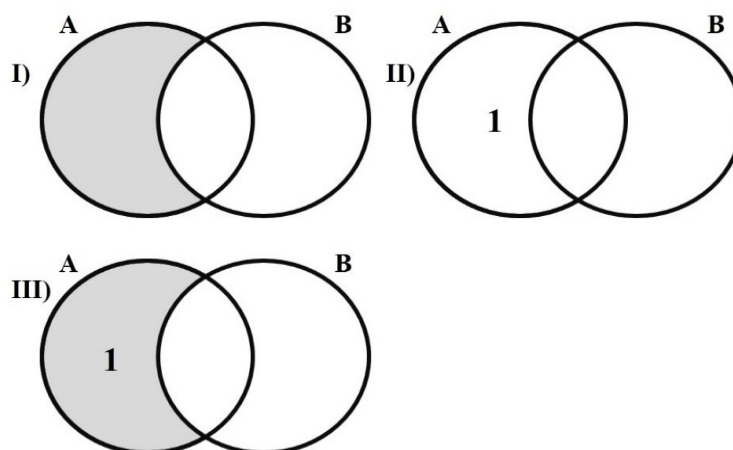


Figura 3 -Análise da representação da informação contraditória

Nos diagramas apresentados na Figura 3, as circunferências A e B representam termos, a região presente na interseção entre as circunferências representa um aspecto comum entre a extensão dos termos, as regiões não intersectadas representam partes da extensão única de cada termo, o sombreamento de uma região interna à essas circunferências representa que essa parte do círculo está vazia e o símbolo “1” representa que há algo na região marcada por ele. Assim, o diagrama I) informa que não há algo referente ao termo A que não seja também referente ao termo B: todo A é B. O diagrama II) informa que há algo referente ao termo A que não é referente ao termo B: algum A não é B. Unindo essas representações, temos no diagrama III) a representação de uma informação contraditória: todo A é B & algum A não é B. Como mencionado por Shin (1994), a contradição aqui representada fere uma regra do tipo “nenhum espaço pode ser ocupado por duas marcações”. Contudo, parece que a contradição viola uma restrição espacial apenas no sentido em que fere as regras de formação ou funcionamento do diagrama. Dado que essas regras variam de método para método, poderíamos criar ou vir a encontrar um método já existente que utilize o mesmo diagrama III) Figura 3 sem que represente uma contradição. Oferecendo um exemplo, o diagrama na base da Figura 3 poderia ser lido como “é necessário que algum A não seja B”, para tal, basta pensarmos em um método diagramático que utilize o símbolo “1” como um dispositivo representante do operador modal de necessidade, enquanto o sombreamento representa que ‘existe algo’ na região marcada, ou vice-versa.

Quando usamos diagramas para representar relações espaciais, dado que há uma perfeita simetria entre as relações espaciais dos objetos e as relações espaciais representadas, obtemos uma leitura visualmente simples dos resultados, embora seja necessário que tenhamos

em mente que os arranjos significam relações espaciais. Porém, dada a natureza abstrata dos objetos de estudo da lógica, um sistema de representação diagramática será construído convencionalmente e, assim, sua interpretação dependerá de um conhecimento prévio dos sujeitos: saber que um círculo delimitado por uma circunferência representa um termo, por exemplo. Por esse motivo, do ponto de vista dos estudos em lógica, o critério de convencionalidade permanece em um segundo plano. Entretanto, Shin (1994) nos lega um conjunto de atributos importantes para considerar a maneira como sujeitos se relacionam com as representações diagramáticas. Sato (2013) desenvolve experimentos que complementam essas constatações, mostrando que apesar de haver sempre um nível de convencionalidade na criação de um método diagramático, alguns métodos estão construídos de tal maneira que trabalham com aspectos familiares para os seus usuários. Nesse sentido, embora ser menos convencional que um sistema sentencial não seja uma exigência para um sistema diagramático, trabalhar com relações espaciais pode proporcionar vantagens em certos contextos. Na medida em que utilizam recursos os quais os usuários estão acostumados a manipular, afinal seres humanos cotidianamente percebem e manipulam objetos espacialmente, certos métodos diagramáticos permitem que os usuários interpretem e manipulem suas estruturas sem a necessidade de muitas informações adicionais. Todavia, isso é assunto para um campo de estudos não estritamente lógico, mas psicológico.

Sintetizando o que foi afirmado até aqui, apesar de considerarmos tanto diagramas quanto sentenças utensílios convencionais, simbólicos, os mesmos diferem na medida em que trabalham a manipulação de símbolos regrados por princípios diferentes. Enquanto o suporte espacial de um diagrama constitui ele mesmo uma função para a manipulação do método, sendo essa atribuída a ele convencionalmente, a representação sentencial utiliza símbolos para representar as funções e as operações. Isso implica que a representação diagramática obtém os lucros e os prejuízos da conversão espacial das relações, enquanto que a representação sentencial obtém os lucros e os prejuízos de não converter espacialmente essas relações.

1.2.3. Critério de acidentalidade

Adentrando o debate sobre a exclusão de diagramas enquanto métodos legítimos de prova, dever-se-ia encontrar uma razão pela qual a utilização de um suporte espacial em uma demonstração heterogênea corresponde a uma diferença relevante quanto aos critérios de uma prova legítima. Como já afirmado, historicamente essa razão tem sido relacionada com os elementos intuitivos envolvidos nas imagens e nos diagramas, base para a alegação de que

figuras e diagramas não apresentam o rigor necessário para evitar erros, nem mesmo a capacidade de explicitar as regras de inferências utilizadas.

Conforme argumentam Barwise & Etchemendy (1996), uma dedução válida é compreendida como o processo de extração ou explicitação de uma informação que estava implícita ou contida em uma informação já disponível. Segundo os autores, a lógica moderna modelou esse conceito a partir das relações entre sentenças. Porém, sentenças constituem apenas uma das maneiras com que seres humanos adquirem e repassam informações, sendo comum pensarmos mesclando à linguagem outros tipos de mecanismos, como gráficos, imagens e diagramas. Um exemplo paradigmático é a utilização de um mapa para a orientação em uma cidade, onde relacionam-se caminhos desenhados com símbolos linguísticos que permitem identificar ruas e com outros símbolos que representam pontos de referência, acompanhados de uma legenda que permite interpretar se há um hospital, uma delegacia, etc., em um determinado local.

Ainda conforme os autores, a principal razão para a má reputação das representações gráficas em lógica e matemática deriva da variedade de interpretações errôneas que podemos retirar delas. De fato, retomando as considerações sobre a história da lógica, temos que com o desenvolvimento dos estudos de Frege e de outros filósofos e matemáticos, considerou-se que diagramas possuíam um potencial errôneo incontornável, em contraponto com a excelente e rigorosa análise semântica e sintática do raciocínio sentencial. Porém, como ressaltam Barwise & Etchemendy (1996), houve e há uma variedade de erros e utilizações equivocadas também nesse âmbito. Ocorre apenas que esses foram acompanhados por um grande esforço intelectual a fim de desenvolver uma sintaxe complexa o bastante para identificarmos e evitarmos tais erros. Nesse sentido, a existência de interpretações errôneas na utilização de diagramas não deve implicar, por si só, sua ilegitimidade de uma forma menos trivial do que a existência de equívocos em raciocínios sentenciais também não implicou a ilegitimidade desse.

Torna-se necessário então observar como a utilização de uma representação diagramática compõe limitações cruciais, em relação ao que as representações sentenciais apresentam, i.e., os prejuízos da primeira em relação à segunda. Como já argumentado no decorrer dessa seção, essas limitações devem derivar exclusivamente da utilização substancial de um suporte espacial para a representação. Nesse ponto, encontramos apenas dois prejuízos para uma representação diagramática.

O primeiro constitui uma limitação expressiva dos métodos diagramáticos. Ao utilizarem figuras e o espaço geométrico, diagramas estão restringidos aos mesmos limites que esses possuem. Porém, como afirma Lemon A. & Lemon O. (2000), se ao originar-se um

sistema que representa a partir da relação de semelhança estrutural estiver em vista quais limites essa relação implica para a expressividade do sistema, então é possível evitar que o mesmo contenha representações enganosas e que poderiam conduzir inferências inválidas.

O segundo prejuízo decorre da presença de elementos acidentais em uma representação diagramática. Barwise & Etchemendy (1996) sugerem que apelar para aspectos acidentais de um diagrama é um perigo bem conhecido. Tal perigo corresponde a focar em elementos especificamente irrelevantes para o problema, como por exemplo o tamanho do desenho de uma figura. Tais aspectos foram trabalhados por Manders (2008) através da distinção entre “elementos exatos” e “elementos coexatos”. A utilização de diagramas pode conter aspectos “exatos”, que são sensíveis às deformações do diagrama, como por exemplo, o fato de um desenho que representa um círculo se assemelhar mais a uma elipse. Essa discussão obtém importância principalmente em geometria, onde pode-se requerer uma semelhança “pictórica” quando o desenho de um círculo é utilizado para representar o conceito de círculo. Contudo, há aspectos “coexatos” na representação diagramática, que “são exemplos de relações que são mostradas pelo diagrama em qualquer diagramação adequada, sendo, portanto, informações que podem ser lidas ou extraídas *legitimamente* do diagrama” (Lassalle Casanave, Schultz e Vaz, 2009, p. 18).

Nesse sentido, recorrer a uma representação diagramática será ilegítimo quando misturam-se aspectos “exatos” na demonstração. Não obstante, é possível mostrar que em uma demonstração não estão sendo utilizados aspectos acidentais, manipulando apenas aquelas partes insensíveis às deformações físicas dos objetos representantes. De modo semelhante, Norman (2000) afirma que a intenção de comunicar algo deve ser tida como o foco principal de qualquer sistema, distinguindo entre informações que são relevantes das informações que podem ser interpretadas mas não são relevantes. Por exemplo, a fim de informar que “o mate está pronto”, alguém pode utilizar um retrato de um mate pronto, que irá conter informações sobre o tamanho da cuia e a coloração da erva, mas que não são relevantes para o objetivo da comunicação, da mesma forma com que a sentença “o mate está pronto” possuir quatro palavras não é relevante para a informação objetivada. Um bom exemplo desses elementos num método diagramático pode ser pensado através da proporção das figuras utilizadas. Sato (2013, p 104) fornece um exemplo de como o julgamento de afirmações prováveis pode ser representado em um método diagramático, no qual quanto maior uma região em um diagrama, maior a probabilidade da informação que ele representa ser verdadeira. Nesse caso, o tamanho de uma figura é algo relevante para o método diagramático, enquanto em outros métodos essa mesma

constituição será um aspecto “exato”, ou seja, uma propriedade que não é relevante para a informação que está sendo transmitida.

Assim, a utilização de representações diagramáticas requer uma sensibilidade com o esquema que está em operação. Em lógica, tal sensibilidade corresponde à atenção que deve ser dada ao contexto dos princípios que ordenam a criação e a manipulação de métodos diagramáticos. Esses aspectos vêm sendo trabalhados por estudos que buscam esclarecer a composição dos métodos diagramáticos, como por exemplo a investigação realizada por Hammer (2001) sobre a funcionalidade dos métodos diagramáticos de Venn e de Peirce.

1.3 Distinções

A análise efetuada até aqui revela uma pluralidade de considerações sob as quais a funcionalidade de um método diagramático é investigada. Como afirma Norman (2000), a literatura da área geralmente buscou comparar e distinguir diagramas de sentenças a partir de uma única propriedade distintiva, e não de um conjunto de características necessárias e suficientes. Tendo em vista que só faz sentido analisar um diagrama a partir de um sistema mais amplo, constituído pelo conjunto de regras e diretrizes desse, há uma pluralidade de caracterizações resultantes de diferentes vias de pesquisa sobre essas representações. Nesse sentido, mais do que um único atributo distintivo, métodos diagramáticos e métodos sentenciais são distinguidos por um conjunto de propriedades semióticas, juntamente com um conjunto de funcionalidades cognitivas que essas proporcionam em maior ou menor grau.

A fim de desenvolver esse tema, um primeiro caminho de estudo passa pela análise detalhada dos métodos diagramáticos, tal como sugere Hammer (2001). A investigação realizada por Hammer (2001) – intitulada pelo autor como lógica diagramática (*diagrammatic logic*) constitui a elucidação das regras e da manipulação dos métodos diagramáticos. O foco principal dessa abordagem fornece um discurso em prol da segurança de determinado método diagramático enquanto método heterogêneo de decisão, eliminando seus aspectos acidentais e irrelevantes. Todavia, esse viés encontra-se distante de esgotar a multiplicidade de questões ontológicas, linguísticas, epistemológicas e semióticas envolvidas na utilização de diagramas. Como o próprio Hammer (2001) afirma:

diagramas podem possuir propriedades incomuns que os distinguem das expressões de muitas linguagens, propriedades que podem motivar a formulação e análise da lógica diagramática. A estrutura de um diagrama pode conter uma estrita correspondência com o que ela representa. O significado dela pode ser invariante sob certas transformações topológicas. E ela pode ser excepcionalmente fácil de

compreender. Uma lógica diagramática não precisa iluminar nenhum desses assuntos (embora alguns deles possam estar conectados às propriedades lógicas dos sistemas e assim abordado pela lógica). Em particular, as questões filosóficas e psicológicas sobre a natureza dos sistemas diagramáticos que são o objeto da lógica podem ser deixados para a filosofia e a psicologia. (2001, p. 395, tradução nossa)²³

Ao declarar a independência entre as questões lógicas diagramáticas e os interesses psicológicos e filosóficos na natureza dos sistemas diagramáticos, Hammer (2001) esclarece uma vez mais o que cada abordagem fornece para o tema. Essa mesma distinção é enunciada em “Operational Constraints in Diagrammatic Reasoning” por Shimojima (1996), onde o autor posiciona a análise dos raciocínios diagramáticos enquanto operações físicas, por exemplo desenhar linhas e curvas, figuras e símbolos, como algo distinto dos estudos sobre a extração de informação dessas entidades simbólicas, por exemplo as operações cognitivas envolvidas quando em um usuário que interpreta um diagrama.

Portanto, nesse amplo panorama de estudos sobre como os métodos diagramáticos de representação formam meios de acesso ao domínio dos elementos lógicos que representam, onde entende-se que diagramas não podem representar algo *per se*, há pelo menos duas vias de investigação. Um primeiro tipo de questão para o acesso dos objetos lógicos via diagramas constitui a análise do sistema diagramático e de seus elementos teóricos internos à lógica. Por outro lado, essa análise não fornece respostas para as questões pragmáticas envolvidas na utilização de representações diagramáticas, como por exemplo, de onde deriva e quais são suas características que proporcionam funcionalidades pedagógicas e heurísticas

1.3.1 Diagramas desde uma perspectiva lógica e teórica

A fim de ilustrar quais os elementos do primeiro âmbito de estudo anunciado naquela distinção, pensemos em um caso de operação e raciocínio envolvendo um instrumento físico simples que não esteja designando qualquer aspecto lógico, como um quebra-cabeça com quatro peças idênticas que se encaixam e formam a frase “quebra-cabeça bem formado”. Pensemos que as peças do quebra-cabeça estão com as figuras para baixo, de modo com que não possamos recorrer às imagens para operar com ele. Ainda assim, como o jogo só tem quatro

²³ “diagrams can have unusual properties that distinguish them from expressions of many languages, properties that might motivate the formulation and analysis of a diagrammatic logic. The structure of a diagram might have a close correspondence with what they represent. Its meaning might be invariant under certain topological transformations. It might be unusually easy to understand. A diagrammatic logic need illuminate none of these matters (though some of them may be connected to the system's logical properties and hence addressed by the logic). In particular, philosophical and psychological questions about the nature of the diagrammatic system that is the target of a logic could be left to philosophy and psychology.”

peças, conseguiremos montá-lo, como pode ser visualizado na primeira configuração apresentada na Figura 4. Supomos que depois de montá-lo, viremos todo o quebra-cabeça, obtendo a segunda configuração apresentada na Figura 4. Esse procedimento como um todo envolve claramente dois tipos de habilidades: a manipulação das peças e a habilidade cognitiva para ler compreender a frase final formada pela junção das mesmas.

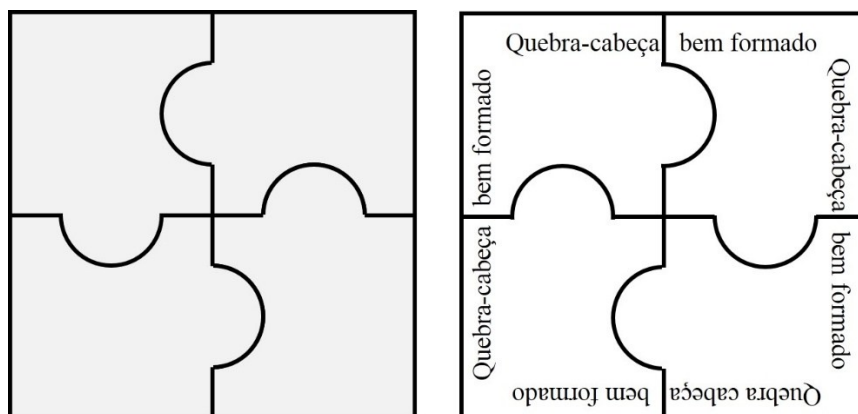


Figura 4 - Exemplo de instrumento não lógico

Tal situação apresenta uma analogia para a compreensão do que compõe um sistema diagramático em lógica. Em primeiro lugar, o método diagramático é composto pelos signos utilizados, tal como figuras fechadas, flechas, marcações, letras, entre outros. Na situação acima esses seriam as peças do quebra-cabeças. Denominaremos “composição do método” o detalhamento desses objetos, bem como de suas características mais básicas como a quantidade e a qualidade de cada uma delas. Há também um conjunto de regras que guiam o procedimento operacional dos métodos, que no caso do quebra-cabeça pode ser entendida como a regra única do tipo “encaixe as peças da maneira como for possível”. Exemplos dessas nos métodos diagramáticos são as diretrizes que determinam para um método que uma região representada admite uma e apenas uma marcação, ou que uma figura fechada admite a inclusão de outras figuras fechadas. Para além disso, há nesse conjunto de diretrizes ao menos uma norma que permite formar e avaliar os arranjos finais de um ponto de vista puramente diagramático. No caso do quebra-cabeça, pode ser uma norma do tipo “se todas as peças estiverem encaixadas, então o quebra-cabeça está pronto”. Em um sistema diagramático, essa pode ser transcrita como “é permitido derivar a estrutura final x a partir da manipulação da estrutura inicial y”. Por cumprir uma função operacional, denominaremos esse conjunto de regras de “roteiro de

manipulação” e para especificar a norma que permite derivar uma informação de outra utilizaremos a denominação “modo de derivação”.

Cada uma dessas partes que compõem o sistema diagramático é acompanhada por um processo de tradução entre os objetos físicos e as relações que eles mantêm entre si com os objetos lógicos e as relações lógicas, indicando o que cada objeto e cada relação do método representa no domínio visado.²⁴ Em nossa analogia, a internalização desses significados equivaleria, grosseiramente, às habilidades que alguém deve possuir para ler a frase formada pela junção das peças do quebra-cabeça. Esse processo de tradução é interessante por permitir que métodos diagramáticos representem coisas distintas a partir da mesma estrutura espacial. Retomando o contraste entre métodos que utilizam diagramas semelhantes, como realizamos na seção anterior, consideremos essa questão uma última vez, a partir do arranjo no formato de um diagrama de Venn ilustrado na Figura 5, composto por um par de circunferências X e Y que estão relacionadas gerando uma intersecção que está marcada com o símbolo “1”. Supondo que esse diagrama seja um arranjo que representa uma relação lógica e não meramente espacial, a interpretação correta do mesmo depende de informações previamente disponíveis sobre como o sistema diagramático traduziu cada elemento utilizado, ou seja, ela é dependente de uma explicitação do que cada parte relevante do diagrama representa.

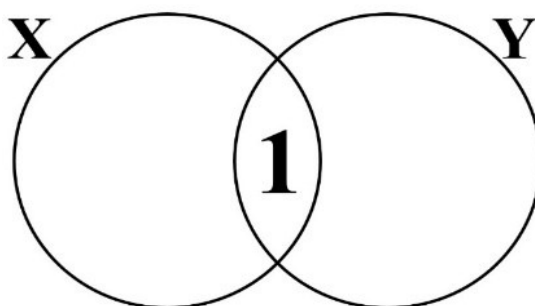


Figura 5 - A multiplicidade de interpretações de um diagrama lógico

Em um primeiro momento, essa explicitação constitui a descrição do significado das estruturas: que uma circunferência represente um conceito ou uma proposição, que uma marcação represente uma qualidade positiva ou negativa, que a abordagem representacional seja extensional ou intensional. Além disso, as relações espaciais utilizadas poderiam compor

²⁴ Além do termo “tradução”, utilizamos também no decorrer do trabalho o termo “analogia” para expressar a projeção do âmbito lógico nos objetos e nas relações espaciais de um método diagramático.

funções distintas. Contudo, supondo que a área na intersecção dos círculos corresponda ao conjunto dos elementos comuns entre aquilo que as circunferências representam, temos a partir dessas características oito possíveis interpretações para o mesmo diagrama:²⁵

- a) Círculos representam conceitos; a abordagem é extensional; a marcação é positiva. O diagrama informa que há objetos aos quais os conceitos X e Y se aplicam.
- b) Círculos representam conceitos; a abordagem é extensional; a marcação é negativa. O diagrama informa que *não* há objetos aos quais os conceitos X e Y se aplicam.
- c) Círculos representam conceitos; a abordagem é intensional; a marcação é positiva. O diagrama informa que há notas características compartilhadas pelos conceitos X e Y.
- d) Círculos representam conceitos, a abordagem é intensional, a marcação é negativa. O diagrama informa que *não* há notas características compartilhadas pelos conceitos X e Y;
- e) Círculos representam proposições; a abordagem é extensional; a marcação é positiva. O diagrama informa que há estados de coisas nos quais as proposições X e Y são ambas verdadeiras.
- f) Círculos representam proposições; a abordagem é extensional; a marcação é negativa. O diagrama informa que *não* há estados de coisas nos quais as proposições X e Y são ambas verdadeiras.
- g) Círculos representam proposições; a abordagem é intensional; a marcação é positiva. O diagrama informa que há proposições (não logicamente verdadeiras) deriváveis de ambas as proposições X e Y.
- h) Círculos representam proposições; a abordagem é intensional; a marcação é negativa. O diagrama informa que *não* há proposições (não logicamente verdadeiras) deriváveis de ambas as proposições X e Y.

Em um segundo momento, o processo de tradução constitui a tentativa de construir regras de manipulação para diagramas que correspondam ao processo de derivação lógica dos objetos representados, buscando a analogia entre as operações diagramáticas e as operações lógicas e formando o escopo do “roteiro de manipulação”. Por fim, o roteiro de manipulação deverá conter ao menos uma regra que permita identificar derivações válidas e distinguir constituições das quais nada se pode derivar validamente, à qual denominamos “modo de

²⁵ As caracterizações a) e b) correspondem aos diagramas de Venn. As caracterizações e) e f) correspondem aos diagramas de Johnston.

derivação”. Essa última é usualmente encontrada nos métodos diagramáticos da seguinte maneira: “uma conclusão se segue de um conjunto de premissas se todas as maneiras que diagramamos as premissas resulta em um diagrama representando a conclusão” (Lemon; Pratt, 1998, p. 575, tradução nossa).²⁶

Na culminância desses fatores, obtêm-se os elementos suficientes que compõem um método diagramático de raciocínio. É a partir da análise de como um método trabalha esses quesitos que se pondera a funcionalidade do mesmo com respeito aos seus aspectos lógico teóricos, como por exemplo, a maneira como sua capacidade expressiva é restringida por uma limitação espacial, a maneira como trabalha a semelhança estrutural, se permite encontrar a representação de uma conclusão sem que haja um passo explícito que a direcione, fenômeno descrito pelo conceito de *free ride* apresentado por Shimojima (1996). No capítulo 2 trabalha-se cada uma dessas questões a partir de alguns métodos diagramáticos de decisão formulados para a silogística.

Como já afirmado, essa investigação difere da análise da utilidade expressiva de um método diagramático. Por exemplo, Englebretsen (1992) afirma que há uma limitação em diagramas baseados em regiões espaciais para a representação de silogismos com quatro ou mais termos, e que o mesmo não ocorre em diagramas lineares. Porém, o autor não explica que tipo de restrição é essa. Na medida em que é possível trabalhar silogismos com mais de três termos nos diagramas baseados em regiões, como os diagramas de Venn, essa limitação não pode ser entendida como intrínseca ao método de representação. Ocorre que ao aumentarmos o número de termos, e portanto o número de figuras e regiões, torna-se mais difícil distinguir as intersecções e visualizar todas as partes relevantes do método, tal como afirmam Lemon & Pratt “o problema parece ser que, quando sistemas diagramáticos são usados para representar um grande número de premissas, o resultado tende a parecer como um prato de espaguete” (1998, p. 576, tradução nossa).²⁷

1.3.2 Diagramas e o âmbito pragmático e cognitivo

Abeles (2007) analisando a obra *Symbolic Logic* de Lewis Carroll (1986), afirma que a motivação para Carroll abandonar o tratamento de argumentos silogísticos a partir de seu

²⁶ “a conclusion follows from a set of premises if all ways of diagramming the premises result in a diagram depicting the conclusion”.

²⁷ “the problem seems to be that, when diagrammatic systems are used to represent large numbers of premises, the result tends to look like a plate of spaghetti”.

método diagramático – os diagramas n-literais – na segunda parte da obra, substituindo-o pelo método de árvores, deriva do enfraquecimento de duas virtudes fundamentais dos métodos diagramáticos que ocorre quando esses são utilizados para o tratamento de argumentos silogísticos complexos.²⁸ O primeiro atributo diagramático apontado por Abeles (2007) é determinado pela simplicidade topológica do método diagramático, denominada “facilidade de diagramação” (*easy of drawing*). Sautter (2010b, p. 69-70), ilustra essa virtude através de um caso não lógico, apresentando um “problema de vizinhança” envolvendo um desafio apresentado numa fase preliminar de um campeonato mundial de quebra-cabeças.²⁹ Tal desafio, baseado no movimento das peças de xadrez, consiste em movimentar as peças em um tabuleiro mutilado com o objetivo de trocar de posição três cavalos negros e três cavalos brancos no menor número possível de turnos. Segundo Sautter (2010b), tendo em vista o movimento dos cavalos no jogo de xadrez, as casas que são vizinhas no tabuleiro não correspondem às casas que são vizinhas para o movimento das peças. Na Figura 6 apresentamos as três ilustrações de Sautter (2010b) para esse exemplo: a ilustração da esquerda apresenta o problema como foi originalmente posto, a ilustração seguinte nomeia as casas do tabuleiro, e a última ilustração (mais à direita) apresenta a ordem de casas vizinhas segundo o movimento das peças.

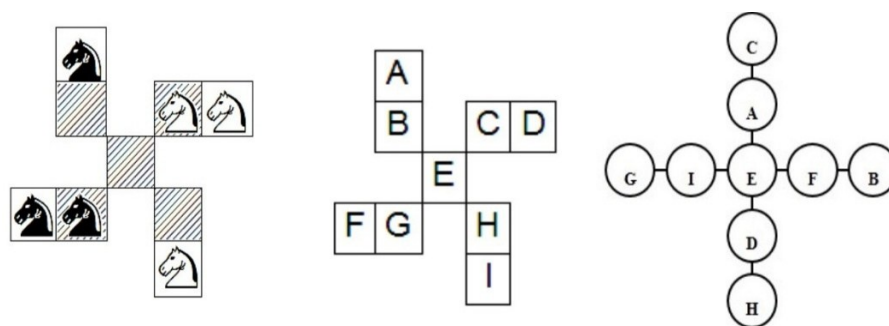


Figura 6 - Ilustrações de Sautter para o problema de vizinhança
Fonte: Sautter (2010b, p. 69-70)

²⁸ A obra *Symbolic Logic* (1986) possui duas partes: na primeira parte, intitulada *Elementary* e publicada durante a vida de Carroll, o autor utiliza os diagramas n-literais para trabalhar a validade dos silogismos; na segunda parte, intitulada *Advanced* e publicada postumamente, o autor trata de silogismos complexos a partir de um método não diagramático – o método de árvores.

²⁹ Esse desafio foi apresentado no 9º Word Puzzle Championship (WPC), realizado no mês de outubro do ano 2000.

Ao compararmos a topologia das ilustrações para o problema apresentado por Sautter (2010b), temos que a ilustração mais à direita facilita o tratamento do problema, enquanto a posição das peças no problema original apresenta um arranjo topológico que exige um tratamento mais complexo. Segundo o autor, ao trabalharmos argumentos silogísticos com mais de três termos em um diagrama pode não ser possível representar regiões que deveriam ser vizinhas como vizinhas. Essa característica resulta em uma variedade de adaptações diagramáticas que podem ser utilizadas, como por exemplo um diagrama de Venn para cinco termos, cuja correta operação é permitida através da inclusão de uma representação dupla para um mesmo termo. Isso está ilustrado na Figura 7, na qual a forma fechada nomeada pela letra “c” é cortada por uma figura interna que origina uma região delimitada para “não c”, permitindo a representação da intersecção apenas das outras quatro formas. Esse exemplo constitui um caso que apresenta um prejuízo para a virtude que Abeles (2007) denomina “facilidade de diagramação”. Na mesma direção da constatação de Lemon e Pratt (1998), Sautter (2010b) ressalta que as dificuldades de resolução desses arranjos não são teóricas, mas práticas – visto que tanto o problema da troca de posição dos cavalos em sua topologia original quanto um silogismo de cinco termos trabalhado por um diagrama de Venn podem ser resolvidos seguindo determinados passos.

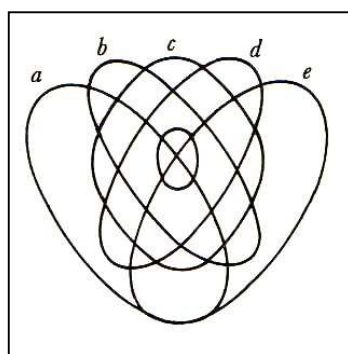


Figura 7 - Diagrama de Venn para cinco termos

Fonte: Sautter (2010b, p. 70)

Essa dificuldade prática está relacionada ao segundo atributo descrito por Abeles (2007), denominado “clareza visual” (*visual clarity*), entendido como o conjunto de características que facilitam ou dificultam a interpretação e a visualização das representações proporcionadas por um diagrama.

Essas duas virtudes, apesar de relacionadas, constituem um bom indício de como estão organizados os estudos sobre as características dos métodos diagramáticos. Por um lado analisam-se elementos como a quantidade de objetos geométricos e formas utilizadas e, por outro, as qualidades valorativas psicológicas e epistemológicas advindas dessas, como proporcionar a visualização total do problema e promover a economia de pensamento. Desse modo, a relação de isomorfia representacional entre os métodos diagramáticos compete às características topológicas dos diagramas, embora seus efeitos psicológicos, epistêmicos e pedagógicos, como por exemplo algumas das afirmações realizadas por Shin (1993), estão considerados a partir dessa segunda perspectiva, revelando um campo de análise da utilidade prática das representações diagramáticas para o pensamento humano. Portanto, embora a formulação rigorosa de um método diagramático, com a explicitação das regras e traduções para todos os métodos disponíveis, seja útil para satisfazer as exigências de rigorização, a tentativa de explicar qual a utilidade de um diagrama em contraposição aos métodos puramente sentenciais é efetuada quando considerada através dessa variedade de questões originadas nos efeitos que esses meios de representação proporcionam para o pensamento humano.

Como visto, esse outro ramo de preocupações trata de elementos mais pragmáticos, referentes aos diversos âmbitos nos quais diagramas podem ser utilizados. No interior dele, destacam-se os estudos sobre o papel pedagógico desses instrumentos e sua capacidade ilustrativa, a proposta de inclusão de figuras e diagramas em processos de demonstrações advinda da reivindicação de legitimidade para provas heterogêneas e a busca pelo valor heurístico desses em um contexto de descoberta. Por certo, para esses dois últimos pontos, se não fosse possível mostrar que trabalhar em uma demonstração heterogênea não fere as exigências de rigorização, evitando os equívocos advindos dos elementos intuitivos e acidentais desses métodos, não seria possível também cogitar que as mesmas pudessem desempenhar esses papéis. Isso revela novamente que embora tenhamos separado esses dois âmbitos, o teórico e o pragmático, o segundo complementa o estudo do primeiro ao mesmo tempo em que depende desse em um sentido fundamental. As questões referentes aos estudos de cunho psicológico e cognitivo são brevemente examinadas no capítulo 3, tomando por base os métodos diagramáticos e suas características apresentadas no capítulo 2.

1.4 Síntese do capítulo

Como afirmam Boyer & Merzbach “o século dezenove merece ser reconhecido como a Era de Ouro na matemática” (2011 p. 464, tradução nossa).³⁰ Contudo, esse cenário rico e prolífero para muitas áreas da lógica e da matemática pôs outros temas à margem das preocupações. Com o início do século XX, surgiu uma gama de estudos buscando revitalizar esses outros temas. Dentre eles, o debate sobre as razões por detrás da exclusão de provas heterogêneas e a atribuição de um papel secundário a figuras e diagramas. Durante o questionamento das diferenças entre as representações diagramáticas e sentenciais, obtemos que sistemas diagramáticos utilizam um aspecto do pano de fundo gráfico para representar alguma parte do domínio lógico, como uma relação lógica, formando uma semelhança entre a estrutura do representante e a estrutura do representado. A partir dos argumentos de Shin (1994), discutiu-se a ideia de que as primeiras são menos convencionais, obtendo que esse elemento não é relevante de um ponto de vista lógico teórico, visto que um diagrama que representa relações lógicas só pode ser interpretado à luz do contexto de um método, um sistema, embora essa característica possa ser analisada de uma perspectiva psicológica. Analisando a maneira como métodos diagramáticos representam, apresentou-se duas qualificações negativas dos mesmos, mas que podem ser evitadas e contornadas, quais sejam, a limitação expressiva advinda da alocação espacial e o recurso aos aspectos acidentais. A partir disso, efetuou-se uma distinção entre os elementos que dizem respeito aos aspectos teóricos e lógicos do sistema diagramático e entre seus elementos cognitivos e pragmáticos. As características representacionais de métodos diagramáticos são analisadas no próximo capítulo, utilizando como estudos de casos alguns métodos diagramáticos no interior da lógica silogística. Utilizando os resultados dessa análise, no capítulo 3 são exploradas as características cognitivas envolvidas na utilização de métodos diagramáticos, buscando explicar as distintas funcionalidades dos mesmos.

³⁰ “the nineteenth century deserves to be known as the Golden Age in Mathematics”.

2 MÉTODOS DIAGRAMÁTICOS APLICADOS À SILOGÍSTICA

O presente capítulo possui por objetivo analisar alguns métodos diagramáticos de decisão criados no interior da lógica silogística a fim de fornecer um conjunto das distintas características da representação diagramática presentes na história da mesma. Para tal, na seção 2.1 são apresentados alguns aspectos históricos relevantes, apresentando uma breve introdução aos conceitos básicos da silogística, com o propósito de esclarecer para um leitor pouco familiarizado algumas questões fundamentais que serão trabalhadas junto dos métodos diagramáticos investigados posteriormente. O trabalho desenvolvido na seção 2.2 objetiva situar historicamente os métodos diagramáticos de decisão desenvolvidos por autores importantes da lógica, como Leibniz, Euler, Venn e Carroll. Seguindo uma sugestão de Mendonça (2012, p. 471), busca-se articular a análise dos métodos diagramáticos tendo em vista sua relação com a história da lógica, principalmente com os objetivos que seus autores tiveram em vista no contexto de surgimento dos mesmos. Na seção 2.3 analisamos os métodos diagramáticos propriamente ditos, apresentando suas composições, buscando compará-los a partir dos diferentes elementos utilizados para representar as proposições e os argumentos trabalhados na silogística e avaliando diferentes características resultantes desses. Na seção 2.4 apresentamos dois métodos alternativos originados recentemente que utilizam características gráficas distintas dos métodos “clássicos”. Por fim, na seção 2.5, discutimos os aspectos em torno da eficácia representacional dos sistemas diagramáticos, entendida como a capacidade de representar silogismos válidos e de evitar configurações diagramáticas que são legítimas no contexto do sistema diagramático mas que representam silogismos inválidos.

2.1 Breve introdução da teoria silogística

A teoria do silogismo de Aristóteles (384 a.c. – 322 a.c.) é considerada como o primeiro marco na história da lógica, constituindo a primeira tentativa de sistematizar formas de inferências da qual temos conhecimento. Tal teoria encontra-se na obra *Órganon*, que reúne além da análise teórica das formas de inferência nos *Analíticos Anteriores*, outras obras relacionadas à essa.¹ A organização desse sistema de inferências elaborada por Aristóteles não

¹ O *Órganon* é composto pelos *Analíticos Anteriores* que trata da teoria do silogismo; dos *Analíticos Posteriores* que trata da utilização daquela para provar as verdades das ciências; *Das Categorias* onde Aristóteles investiga os elementos do discurso; em *Da Interpretação* o autor analisa juízos e proposições; nos *Tópicos* tem-se uma

apenas constitui o primeiro registro do estudo da lógica, como perdurou como paradigma da mesma até o recente surgimento da lógica matemática no século XX. Sendo o estudo padrão da disciplina por tantos séculos, a teoria do silogismo passou por algumas modificações e mesmo depois do surgimento da lógica matemática ainda restam questões a serem tratadas.² Essa seção tem por objetivo apenas introduzir alguns elementos dessa teoria, tendo em vista que esses serão trabalhados durante a análise dos métodos diagramáticos.

2.1.1 O silogismo

Uma dedução (*sullogismos*) é a derivação de uma afirmação a partir de outras afirmações. Em Aristóteles, a “dedução” é afirmada como uma locução que na presença de certas suposições segue-se algo, distinto delas, necessariamente e apenas devido à presença das suposições. Assim, Aristóteles formula um sistema no qual um argumento é constituído por duas asserções iniciais e uma asserção que se segue daquelas. Por “asserções” entende-se a denominação utilizada por Aristóteles para designar uma sentença verdadeira ou falsa e constituída por um termo sujeito e um termo predicado.³ Assim, as asserções podem conter um sujeito que afirma o predicado (afirmação) ou que negue o predicado (negação). Tradicionalmente, as informações disponíveis são denominadas premissas e a informação derivada é denominada conclusão. Nesse sentido, o silogismo contém duas premissas e uma conclusão.

Além daquelas características qualitativas, as asserções são frases declarativas que podem ser particulares ou universais, de acordo com a porção designada da extensão da classe representada pelo termo sujeito. Para Aristóteles, uma asserção universal se aplica a tudo ou a nada do sujeito, enquanto uma assunção particular se aplica a alguma coisa ou não se aplica ao seu todo.⁴

Combinadas essas características das asserções, obtém-se os quatro tipos possíveis de sentenças trabalhadas em um silogismo: universal afirmativa (Todo A é B); universal negativa

discussão sobre a argumentação; e nas *Refutações Sofísticas* encontramos um estudo sobre tipos comuns de argumentos considerados capciosos. Utilizamos como texto base a tradução de Smith (1989) para a obra *Analíticos Anteriores*.

² Tais questões estão presentes principalmente nas investigações de teóricos da *neossilogística*, como Englebretsen (1992).

³ Aristóteles não utiliza na teoria do silogismo os termos singulares. Segundo Rasch (2013), as razões aparentes para isso são que no silogismo exige-se que os termos possam ser trocados de posição e, além disso, Aristóteles formula a teoria do silogismo em vista da sua teoria da ciência que trata apenas de universais.

⁴ Aristóteles ainda menciona a qualidade de “oração indefinida”, entendida como aquela em que o sujeito está ligado ao predicado sem referência à universalidade ou particularidade (cf. Smith, 1989; 2015).

(Nenhum A é B); particular afirmativa (Algum A é B); particular negativa (Algum A não é B). Utilizaremos como notação uma letra maiúscula entre parênteses para abreviar a forma das quatro proposições categóricas e uma letra maiúscula sem parênteses para os termos da proposição, como segue:

- (A) Todo S é P
- (E) Nenhum S é P
- (I) Algum S é P
- (O) Algum S não é P

Na organização do argumento, cada termo deve aparecer em duas proposições, sendo que um deles aparece necessariamente nas duas premissas – denominado *termo médio*. O termo sujeito da conclusão recebe o nome de *termo menor* e o termo da premissa que não contém o *termo menor* é denominado *termo maior*. Assim também ocorrem com as premissas, que são denominadas *maior* ou *menor* de acordo com o termo, ou seja, a premissa que contém o termo sujeito da asserção realizada na conclusão é denominada *premissa menor*, enquanto a premissa que contém o *termo maior* é denominada *premissa maior*. A partir disso chegamos a caracterização do silogismo como uma inferência que “assume duas asserções com quantidade e qualidade definidas, contendo exatamente um termo em comum, e os demais termos participando da conclusão, que é obtida apenas pela assunção das premissas” (Rasch, 2013, p. p. 14).

2.1.2 As quatro figuras

Dada a organização do argumento composta por três asserções, sendo duas premissas, podemos encontrar diferentes configurações tanto para a qualidade das premissas, quanto para a posição dos termos que as compõem. A variedade das formas de posição dos termos analisadas por Aristóteles foi organizada pela tradição em três *figuras*, que são conjuntos distinguidos de acordo com as posições que o termo médio ocupa.⁵ São denominados silogismos da primeira figura quando o termo médio aparece como sujeito na primeira premissa e predicado na segunda premissa; da segunda figura quando o termo médio aparece como predicado em ambas as premissas; da terceira figura quando o termo médio aparece como

⁵ Cf. Lagerlund (2015).

sujeito em ambas as premissas. Os silogismos válidos da primeira figura são denominados por Aristóteles de *perfeitos*, enquanto os outros de *imperfeitos*. Segundo Rasch (2013), a razão para isso se deve ao pensamento de Aristóteles de que os silogismos válidos da primeira figura seriam evidentes, não necessitariam de demonstrações ou provas adicionais. Há ainda uma outra combinação possível, referente à posição do termo médio como termo predicado da primeira premissa e como termo sujeito na segunda. Apesar de Aristóteles não afirmar diretamente a existência dessa configuração, o mesmo deixa a impressão de reconhecê-la.⁶ Posteriormente, essa configuração foi incorporada à teoria, denominada como a quarta figura.⁷ Mais recentemente, autores como Rescher (1996) afirmam que trabalhar a quarta figura é inevitável, dado o número de silogismos válidos que ela apresenta seguindo as regras da lógica silogística. Para auxiliar a compreensão de cada figura, ilustramos na Figura 8 cada uma de acordo com a ordem dos termos premissas.⁸

Primeira Figura	Segunda Figura	Terceira Figura	Quarta Figura
<ul style="list-style-type: none"> • Premissa 1: M P • Premissa 2: S M • Conclusão: S P 	<ul style="list-style-type: none"> • Premissa 1: P M • Premissa 2: S M • Conclusão: S P 	<ul style="list-style-type: none"> • Premissa 1: M P • Premissa 2: M S • Conclusão: S P 	<ul style="list-style-type: none"> • Premissa 1: P M • Premissa 2: M S • Conclusão: S P

Figura 8 - As quatro figuras do silogismo

2.1.3 Quadrado de oposições e inferências imediatas

Nos capítulos 4, 5 e 6 do Livro I dos *Analíticos Anteriores* Aristóteles apresenta estudos que trabalham com a manipulação das configurações silogísticas.⁹ Além de demonstrar quais configurações constituem silogismos válidos e quais configurações não constituem, Aristóteles busca mostrar como as formas de silogismos da segunda e da terceira figura (formas imperfeitas) podem ser reduzidas aos silogismos da primeira figura (formas perfeitas). Nesse projeto, trabalham-se relações que proposições categóricas mantém umas com as outras. Quando possuem os mesmos termos sujeito e predicado, as relações entre as quatro proposições

⁶ Cf. Rasch (2013).

⁷ Cf. Lagerlund (2015).

⁸ Cf. Smith (2015)

⁹ Cf. Smith (1989).

categóricas são tradicionalmente apresentadas pelo quadrado de oposições, que está ilustrado na Figura 9, embora este não se encontre originalmente no texto de Aristóteles.¹⁰

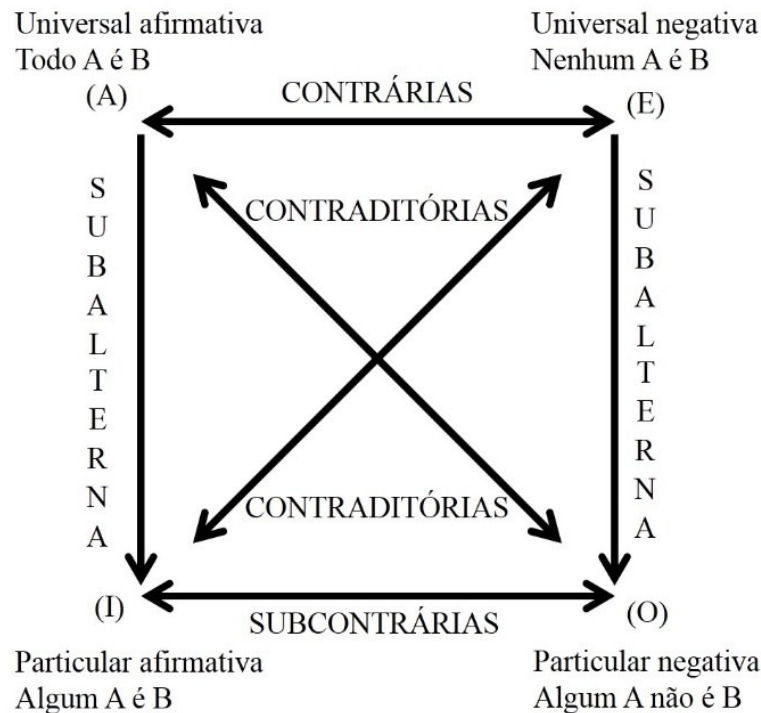


Figura 9 - Quadrado de oposição das proposições categóricas

Como resultado dessa análise, a tradição reconhece quatro relações possíveis entre as proposições categóricas, nomeadas e explicadas da seguinte maneira:

- a) *Contradição*: Ocorre entre as proposições universais e as particulares de qualidade oposta. Em analogia com a lógica proposicional, explica-se que quando uma é verdadeira a outra é falsa e vice-versa, ou seja, quando (A) é verdadeira, (O) é falsa e vice-versa; quando (E) é verdadeira, (I) é falsa e vice-versa.
- b) *Contrariedade*: ocorre entre as proposições categóricas universais – (A) e (E) – designando a possibilidade de ambas serem falsas e da necessidade de quando uma for verdadeira a outra seja falsa.
- c) *Subcontrariedade*: ocorre entre as proposições categóricas particulares – (I) e (O) – designando a possibilidade de ambas serem verdadeiras e a necessidade de quando uma for falsa a outra seja verdadeira.

¹⁰ Cf. Parsons (2015).

d) *Subalternação*: ocorre entre as proposições de mesma qualidade – de (A) para (I); de (E) para (O). Na presença do valor de verdade da proposição universal, a proposição particular deve conter o mesmo valor de verdade.¹¹

Ainda naquele projeto, Aristóteles utilizou três conversões das proposições categóricas, denominadas inferências imediatas, que também são realizadas através de uma única proposição, quais sejam: a conversão da universal afirmativa para a particular afirmativa (“Todo A é B” implica logicamente “Algum A é B”); a conversão da universal negativa para a universal negativa com a inversão dos termos (“Nenhum A é B” implica logicamente “Nenhum B é A”); a conversão da particular afirmativa para a particular afirmativa com a inversão dos termos (“Algum A é B” implica logicamente “Algum B é A”)¹². A primeira conversão é denominada *conversão por acidente*. Essa ocorre quando há a troca de quantidade – de universal para particular, enquanto preserva-se a qualidade – afirmativa.¹³ As outras duas conversões são denominadas *conversão simples*, e demanda apenas a troca de posição dos termos sujeito e predicado.

Conforme mostra Parsons (2015), a tradição ainda reconhece como inferências imediatas outras duas conversões, denominadas *obversão* e *contraposição*. Contudo, estas dependem do uso de termos negativos. Embora a negação em lógica seja associada comumente à lógica proposicional, e assim atribuída apenas a proposições, no desenvolvimento da silogística, autores como Lewis Carroll (1832 – 1898) e John Keynes (1883 – 1946) apresentaram contribuições de suma importância utilizando a negação de termos.¹⁴ Nos *Analíticos Anteriores*, Aristóteles menciona a existência de termos negativos, porém não dedica a eles uma análise detalhada.

A interpretação mais comum para a semântica dos termos negativos consiste na ideia da negação de um termo corresponder ao seu complemento. Isso significa que os conceitos estão sendo trabalhados extensionalmente, de modo que um termo positivo denote uma classe ou conjunto de objetos, e sua negação constitua o conjunto de coisas que não faz parte da classe designada pelo termo. Assim, a negação de um termo como “homem”, refere-se a tudo aquilo que é “não homem”, abrangendo tudo o que não está incluído na classe dos animais humanos,

¹¹ As relações de subcontrariedade e de subalternação exigem que o silogismo trate de classes não vazias (Cf. Parsons, 2015). Em “Linear K”, Sautter (2012b) mostra que a relação de contrariedade também exige.

¹² Cf. Bobzien (2015).

¹³ Também exige termos não vazios.

¹⁴ Algumas características da obra de Lewis Carroll serão examinadas nas seções seguintes, em conjunto de seu método diagramático. Para a contribuição de Keynes, veja-se o trabalho de Sautter & Ferreira (2013).

como cachorros, e inclusive as que não estão incluídas na classe dos animais, como cadeiras e computadores.

Retomando as inferências imediatas, apresentamos na Figura 10 um catálogo das mesmas, já com as duas que dependem de termos negativos, utilizando o símbolo “¬” como notação para a negação de um termo.

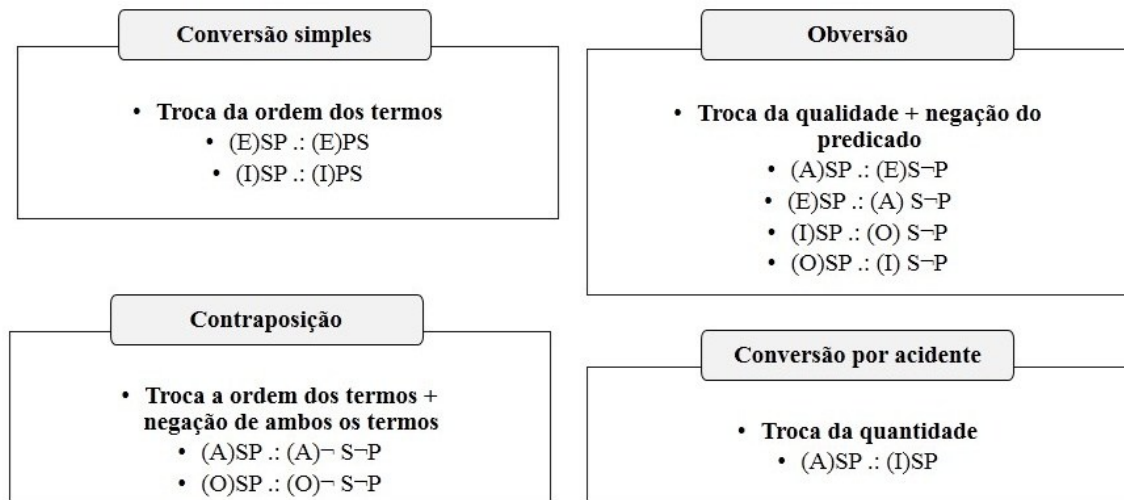


Figura 10 - As inferências imediatas

A *obversão* é possível nas quatro proposições categóricas, sua conversão é dada a partir de uma proposição categórica para uma outra que possua a qualidade oposta, a mesma quantidade e sendo acrescida com a negação do termo predicado. Já a *contraposição* é válida apenas para a conversão das proposições afirmativas e consiste no procedimento de negar ambos os termos de uma proposição invertendo sua ordem.¹⁵

2.1.4 Considerações recentes

A partir das combinações de sentenças com qualidade e quantidade distintas no lugar das premissas e da conclusão, encontramos que são possíveis 256 silogismos, dos quais Aristóteles havia elencado 14 modos silogísticos válidos. Esse número de silogismos possíveis é obtido através da multiplicação das 4 figuras, pelas 4 possibilidades de premissa maior, pelas 4 possibilidades de premissas menores e pelas 4 possibilidades de conclusões. Contudo,

¹⁵ Como mostra Rasch (2013), a *contraposição* é uma operação que pode ser obtida por uma sequência de outras operações: uma *obversão* seguida de uma *conversão simples* e de outra *obversão*.

Aristóteles não mencionava os silogismos da quarta figura, nem mesmo distinguia entre silogismos com ou sem pressuposição existencial. Com a inclusão de uma quarta figura, bem como o reconhecimento dos silogismos que dependem de pressuposição existencial, a tradição apresentou como resultado um total de 24 silogismos válidos. Nove destes 24 são modos que dependem da pressuposição existencial – resultando em 15 sem pressupostos existenciais. Cinco destes nove possuem uma conclusão mais fraca do que poderiam, denominados “modos enfraquecidos”.

Na Figura 11 detalhamos os 24 modos silogísticos válidos, indicando quais são de cada figura e quais necessitam de pressuposição existencial. Utilizamos novamente a notação de letras maiúsculas entre parênteses para indicar as proposições categóricas envolvidas no silogismo e as letras maiúsculas sem parênteses para indicar os termos envolvidos na proposição, como por exemplo, (A)SM significa “todo S é M”. Além disso, indicamos a nomenclatura adotada pela tradição para cada modo silogístico válido. Tal nomenclatura utiliza palavras mnemotécnicas que apresentam as vogais que indicam as proposições presentes no silogismo na mesma ordem em que aparecem na palavra, como por exemplo, o silogismo denominado FERIO utiliza uma proposição universal negativa (E), a proposição particular afirmativa (I) e possui como conclusão a proposição particular negativa (O).

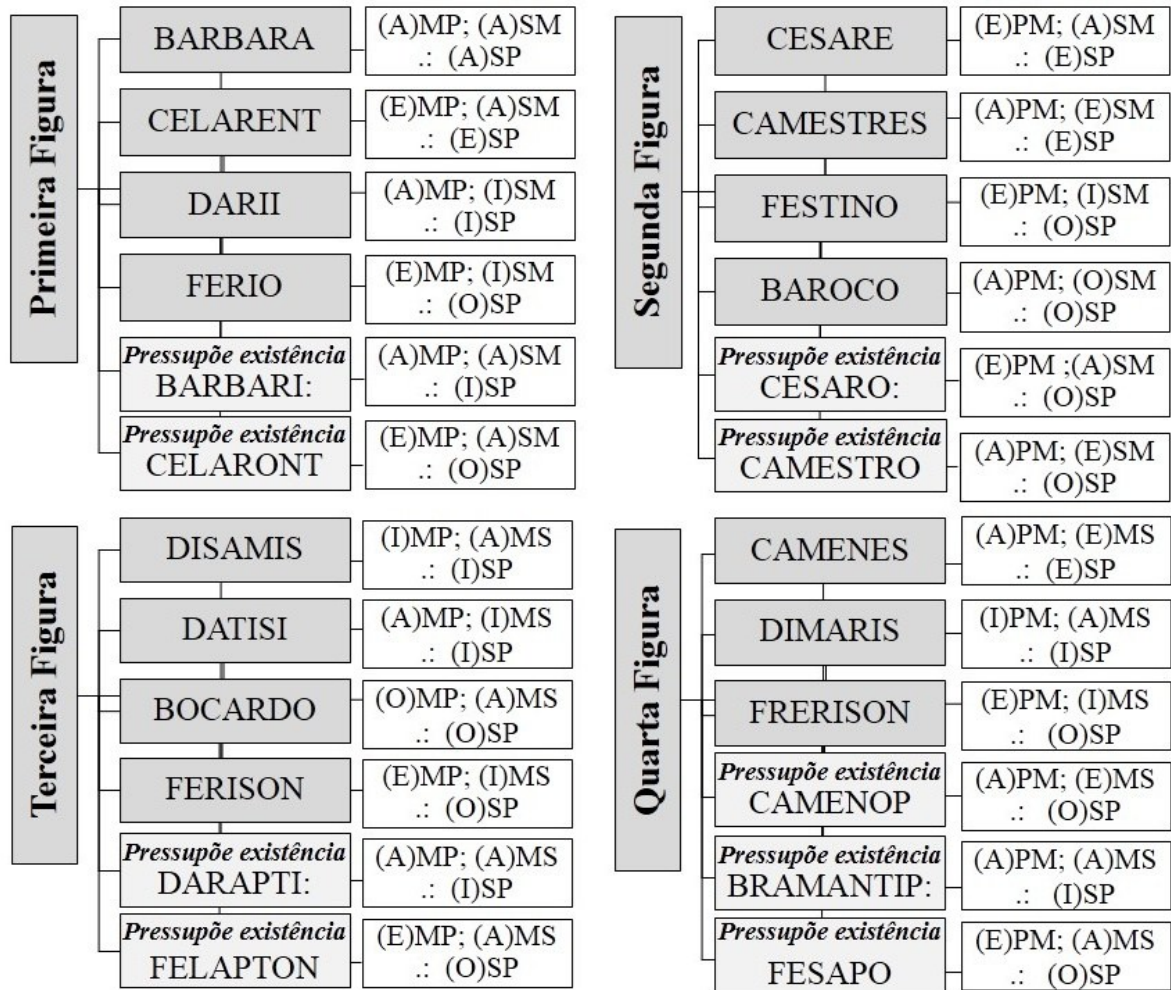


Figura 11 - Os 24 modos silogísticos válidos

Como visto, a teoria aristotélica sofreu algumas modificações importantes ao longo dos séculos, como a inclusão de termos negativos e o reconhecimento de uma quarta figura. Outra modificação importante para o escopo da teoria advém da discussão sobre a pressuposição existencial, que originou os já citados modos válidos que dependem da pressuposição existencial e os que são silogismos enfraquecidos. Tal debate está relacionado com as análises da *conversão por acidente*, da relação de subalternação, contrariedade e de subcontrariedade. Notemos que na relação de subcontrariedade assumimos que as proposições (I) e (O) não podem ser falsas ao mesmo tempo, contudo, se supormos um caso no qual o sujeito da proposição não existe, então é possível pensar que tanto a afirmação de um predicado quanto a negação desse sejam falsas. Um exemplo simples é pensar que consideraríamos falsa a afirmação “Alguns seres lunares são verdes” e que ao mesmo tempo consideraríamos falsa a afirmação “Alguns seres lunares não são verdes”, pois seres lunares não existem. Nesse sentido, para que a regra da relação de subcontrariedade persista em todos os casos, exige-se que estes estejam

restritos a termos que denotem classes não vazias. O mesmo ocorre na relação de subalternação e na *conversão por acidente*; os termos sujeitos das proposições categóricas universais devem denotar algo que exista. Essa tem sido a solução mais utilizada para esse problema, restringindo os silogismos às classes não vazias e denominando a dependência dessa ressalva de “pressuposição existencial”. Através dela, obtém-se os já citados modos válidos que dependem de pressuposição existencial. Dentre eles, há os modos enfraquecidos, caracterizados como silogismos dos quais poder-se-ia derivar validamente uma proposição universal, porém deriva-se uma proposição particular. Citando um exemplo, seguindo as premissas “todo M é P” e “todo S é M” do argumento BARBARA da primeira figura, pode-se inferir que “todo S é P”, porém, será legítimo inferir também que “algum S é P”, quando houver o pressuposto de que há ao menos uma coisa que responde pela classe denotada pelo termo S, originando o modo válido BARBARI, também da primeira figura.

Há que se fazer uma última ressalva quanto à escolha da lógica silogística enquanto campo de casos a serem analisados. Conquanto a lógica clássica constitua um ramo de teorias muito mais complexas do que a lógica tradicional, a maior parte da história da lógica teve seu desenvolvimento no interior dessa última. Muito embora nos últimos séculos tenham surgido teorias lógicas com maior alcance de aplicabilidade, dada a modificação da linguagem utilizada, a lógica silogística oferece uma teoria que trabalha com os principais conceitos lógicos. Nesse sentido, a utilização da lógica silogística como laboratório para nossos propósitos se justifica na medida em que a mesma não deixa a desejar em qualquer sentido substancial para a nossa análise, dado que a partir dela é possível explorar distintos métodos diagramáticos relacionando-os com as concepções lógicas de dedução válida, prova de correção, inferência imediata, entre outras. Ao encontro disso, temos na história da silogística a utilização de um bom número diagramas, seja como ilustração ou método de derivação. Um terceiro ponto importante é o número finito de formas argumentativas, o que resulta em uma economia de testes para nossas assunções. Por fim, há ainda questões da teoria em aberto que poderemos explorar, permitindo a análise de como um método diagramático pode contribuir para uma teoria, ou revelar algo acerca do seu âmbito.

2.2 Métodos diagramáticos no interior da Silogística

Após introduzirmos brevemente alguns elementos da teoria silogística, podemos tratar com cuidado dos métodos diagramáticos desenvolvidos para a mesma. Como afirmamos ao término do capítulo 1, um método diagramático não pode representar nada *per se*, mas apenas

enquanto ferramenta inserida em um contexto pré-determinado. Apesar de estarmos utilizando um contexto já fechado, que é a silogística, os métodos diagramáticos que encontramos possuem uma história interessante em torno das intenções de seus autores. Como sugere Mendonça (2012), o conhecimento proporcionado por meio de símbolos cumpriu um papel fundamental no desenvolvimento das ciências formais, de tal modo que a investigação sobre como adquirimos esse conhecimento está interligada com a pesquisa historiográfica das origens da lógica e da matemática moderna. Nesse sentido, apresentar os métodos diagramáticos explorando os mesmos de um ponto de vista das características topológicas, compreender os objetivos que seus autores tinham em mente enquanto formulavam essas estruturas e o modo como isso se relaciona com o desenvolvimento das obras, são pesquisas que se complementam. A partir disso, a presente seção objetiva reconstruir brevemente esse aspecto histórico em torno dos métodos diagramáticos, tanto dos que utilizam regiões, doravante métodos seccionais, quanto dos que utilizam estruturas lineares.

2.2.1 Variedades de métodos e de objetivos

Uma primeira classificação dos métodos diagramáticos distingue entre os tipos de elementos espaciais que os compõem. Por um lado, temos diagramas seccionais, que utilizam setores e áreas delimitadas através de figuras fechadas; por outro, diagramas lineares, que utilizam segmentos de reta e pontos isolados. Dos primeiros, destacamos os diagramas de Euler, Venn e Carroll, nos segundos, os diagramas de Leibniz, Lambert e Englebretsen.

A história dos métodos diagramáticos seccionais mais conhecidos, - Euler, Venn e Carroll - compõe um capítulo de suma importância na história da silogística. Conforme afirma Simonetto (2011), Euler foi convidado por Frederico II, também conhecido como “Frederico, o Grande”, rei da Prússia entre 1740 e 1786 (ano de sua morte), para ser tutor de sua sobrinha. Como Euler vivia em Berlim, ambos não se encontravam, tendo Euler escrito mais de 200 cartas para ela entre 1760 e 1762. Tais cartas, que versavam sobre várias disciplinas matemáticas e físicas, foram coletadas e publicadas.¹⁶ Em algumas delas,¹⁷ Euler trabalha o tema das

¹⁶ As cartas de Euler podem ser encontradas nas seguintes publicações (cf. Simonetto, 2011):

- a) David Brewster and John Griscom. *Letters of Euler on Different Subjects in Natural Philosophy Addressed to a German Princess*. New York: J. & J. Harper, 1837;
- b) Nicolas de Condorcet and Sylvestre François Lacroix. *Lettres de Euler à une princesse d'Allemagne sur divers sujets de physique et de philosophie*. Paris: Royez, 1789;
- c) Leonhard Paul Euler. *Lettres à une princesse d'Allemagne sur divers sujets de physique et de philosophie*. St. Petersburg: Académie Imperiale des Sciences, 1768–1772.

¹⁷ Cartas 102-105 do volume 1 da obra: *Letters of Euler on Different Subjects in Natural Philosophy Addressed to a German Princess*, de David Brewster e John Griscom (1837).

proposições e dos silogismos, utilizando representações gráficas para ilustrar as proposições e as conclusões retiradas de um silogismo, facilitando a compreensão dos conceitos envolvidos.

É interessante perceber como Euler tinha em vista que as figuras proporcionariam um elemento externo à teoria que poderia facilitar a aprendizagem da menina. A partir dessa função pedagógica e ilustrativa, o método diagramático de Euler compõe um dos principais métodos analisados na literatura contemporânea. Tal método é constituído apenas por circunferências que, relacionadas geometricamente, representam proposições categóricas. Assim, as circunferências designam conceitos enquanto as regiões internas e externas aos círculos denotam aspectos da extensão desses conceitos. Embora as representações das proposições categóricas apresentadas isoladamente resultem em uma compreensão intuitivamente simples do que está representado, a combinação das mesmas em um argumento silogístico é um procedimento menos simples e intuitivo. Ocorre que uma proposição categórica particular pode ser representada por pelo menos três diagramas distintos, exigindo para o tratamento de um silogismo a análise combinada desses casos. Ainda assim, estudos mostram que a utilização dessas constituições geométricas para o raciocínio facilita o mesmo, inclusive quando efetuado por crianças (cf. Sato, 2013). Por ser um dos métodos mais estudados, ele não será desenvolvido nesse trabalho.¹⁸ Para uma análise muito mais completa do que aquela que poderia vir a ser realizada dentro dos propósitos dessa dissertação, veja-se os trabalhos de Sato (2013) e de Simonetto (2011).

Cerca de um século mais tarde, Venn (1881), em *Symbolic Logic*, discute alguns problemas do método de Euler e propõe um novo método diagramático como substituto daquele. Em primeiro lugar, Venn constata que, como os diagramas de Euler não distinguem entre a representação dos termos e das proposições, os mesmos se tornam incapazes de representar porções parciais de informação, ou seja, toda representação em um diagrama de Euler é uma representação atual das relações entre duas classes. Em detrimento disso, o método de Euler não administra situações hipotéticas, pois como cada diagrama é apenas uma ilustração das relações atuais, ao se acrescentar uma nova proposição deve-se modificar o diagrama como

¹⁸ Explicando melhor como a justificativa para não desenvolvermos com mais detalhes as estruturas denominadas como “método de Euler” advém do já citado fato de que esses foram muito bem desenvolvidos e explorados por Sato (2013) e Simonetto (2011), a investigação preliminar que é causa dessa dissertação não revelou qualquer resultado distinto dos apresentados naqueles trabalhos. Nesse sentido, nossos propósitos devem ser entendidos claramente: não temos em vista a apresentação de todos os métodos diagramáticos possíveis e existentes, nem mesmo da análise completa de um único método, que é o tipo de investigação mais frequente na literatura da área, tão somente encontrar um conjunto mínimo das características diagramáticas e dos métodos que permitam responder a) como métodos diagramáticos representam, aplicando-se de maneira ilustrativa e fornecendo uma ferramenta para a manipulação das informações e b) como o raciocínio através de diagramas é possível e quais elementos estão envolvidos nele.

um todo. Isso significa que a dinâmica de trabalho do método não é cumulativa, isto é, cada passo só pode ser realizado em um pano de fundo novo. Por fim, essas constatações culminam na crítica à metodologia de análise de casos no exame da validade de um silogismo.

A solução oferecida por Venn para essa dificuldade constitui representar de forma distinta os termos e as proposições. Assim, Venn utiliza as mesmas figuras fechadas, circunferências, para a representação de termos, porém fixando-as a fim de explorar a intersecção das mesmas e adiciona marcações para representar as relações entre eles. A partir disso, o método oferecido por Venn resulta mais econômico do que o método de Euler, visto que elimina a necessidade da análise de casos para uma derivação, exigindo apenas a análise de um diagrama (embora possa seja possível utilizar um diagrama para representar cada proposição do argumento). Contudo, além dessa vantagem prática, o método de Venn administra na configuração diagramática relações possíveis entre os termos representados, permitindo a representação de informações parciais. A partir da determinação de como as circunferências devem estar postas no diagrama, as regiões internas aos círculos representam as possibilidades de combinações entre as extensões dos termos representados.

Embora o método de Venn obtenha sucesso frente às dificuldades do método de Euler demonstradas pelo autor, tal como afirma Sautter (2012a), o mesmo não se encontra isento de críticas. Carroll (1986) discute limitações expressivas do mesmo e também oferece um método diagramático de decisão para silogismos. Em sua obra póstuma *Symbolic Logic*, o autor argumenta que o método de Venn não é capaz de representar adequadamente todos os silogismos assertóricos válidos. Isso ocorre na medida em que o tratamento da lógica silogística por Carroll envolve de forma substancial termos negativos, exigindo uma oitava região para os diagramas de Venn. Como resposta, a oitava região nos diagramas de Venn deveria ser interpretada pela área externa aos círculos. Tal como afirma Sautter “Carroll retrucará que essa solução é inadmissível, porque a região externa a todos os círculos é uma região ilimitada” (2012a, p. 16).

No conjunto dessa discussão, Carroll (1886) oferece em *The Game of Logic* um método diagramático que trabalha com regiões que representam explicitamente termos negativos: os diagramas “n-literais”. Tal método é muito semelhante aos diagramas formulados por Venn: ambos representam termos e proposições separadamente, através de regiões em figuras fechadas para representar termos e suas relações e de dois tipos de marcações – a positiva e a negativa, para representar proposições. Contudo, o método de diagramas n-literais inclui de que as regiões devem ser delimitadas. Assim, o método trabalha com regiões dentro de uma representação do universo do discurso.

Enquanto os métodos diagramáticos seccionais aparecem de forma sucessiva na história da lógica – pois Venn objetivava aprimorar o método de Euler e Carroll aprimorar o método de Venn – os métodos lineares de Leibniz, Lambert e Englebretsen foram formulados com objetivos acompanhados de críticas aos métodos seccionais.

Leibniz (cf. Couturat, 1903, p. 292 – 391)¹⁹ utiliza gráficos lineares, mas também gráficos que utilizam circunferências, para o tratamento da silogística, apresentando uma maneira para derivar silogismos a partir do posicionamento de retas paralelas ordenadas horizontalmente. Apesar de também ilustrar as proposições categóricas através de relações entre circunferências, Leibniz opta por desenvolver os diagramas lineares.²⁰ Como afirmam Pietarinen, Bellucci & Moktefi (2013, p. 24), Leibniz acreditava que o diagrama linear era mais *autárquico* que os diagramas circulares. Por *autarquia* ou *capacidade autárquica* entende-se a capacidade de um signo permitir a partir de suas propriedades derivar as consequências daquilo que ele representa, ou seja, que uma consequência física do diagrama seja sempre a diagramação da consequência necessária dos objetos representados por ele. Um exemplo de como isso ocorre nos diagramas de Leibniz pode ser visto na maneira como a representação da proposição universal negativa “Nenhum S é P” pode ser interpretada como a representação da proposição “Nenhum P é S”, preservando graficamente uma inferência imediata. É interessante notar como essa noção é semelhante à explicação de que certas estruturas representam por semelhança estrutural, permitindo na manipulação da estrutura encontrar as consequências dos objetos representados.²¹

Encontramos em Lambert (1764) outra elaboração de diagrama linear.²² Segundo o autor, a utilização dessa configuração torna mais fácil a interpretação de silogismos válidos do que a configuração oferecida por diagramas seccionais e, principalmente, permite identificar os casos dos quais nada se pode derivar de maneira mais simples do que os métodos que utilizam circunferências. O sistema apresentado por Lambert é bastante similar ao de Leibniz: ambos representam conceitos através de segmentos de reta, proposições através da relação entre duas delas e um argumento silogístico através das relações entre três delas. Contudo, as estruturas oferecidas por Lambert diferem com respeito à extensão dos segmentos, que podem ser abertas

¹⁹ Utilizamos a tradução de Julián Velarde (2013) da edição: G. W. Leibniz, *Opuscules et Fragments Inédits de Leibniz*, L. Couturat, Ed., Paris: Alcan, 1903, p. 292 – 391.

²⁰ Embora Leibniz tenha utilizado círculos como ferramentas de representação antes de Euler, está claro que Euler não os conhecia, dado que àqueles só foram publicados posteriormente às cartas de Euler.

²¹ No capítulo 3 examinamos algumas características que Leibniz utiliza para explicar o funcionamento de sistemas simbólicos, a partir de Esquisabel (2012), onde vemos que o autor tem em mente justamente que há um aspecto estrutural de extrema relevância na maneira como signos representam.

²² Apesar da inclusão dos diagramas de Lambert cumprir o propósito explicativo historiográfico, não iremos desenvolver a análise do método enquanto tal nesse trabalho.

ou fechadas de acordo com a certeza que se tem acerca da extensão do termo representado. Com isso, Lambert tem em mente que sempre teremos à disposição quais partes do conceito representado permanecem indeterminadas, expressando nosso conhecimento parcial acerca daquele e “mostrando” quais proposições podem ser derivadas. É interessante perceber que esses aspectos são marcados simbolicamente no diagrama, por pontos que representam a extensão aberta ou fechada, e portanto não apenas a partir da semelhança estrutural entre a extensão dos segmentos e a extensão dos conceitos.

Finalizando essas considerações históricas, mais recentemente, em “Linear Diagrams for Syllogisms (with Relational)”, Englebretsen (1992) apresenta um método diagramático para decisão de silogismos também baseado em representações lineares, porém pouco similar ao método de Leibniz e ao método de Lambert. O método de Englebretsen (1992) também consiste em representar termos através de segmentos de retas, todavia as relações entre os termos são dadas por configurações geométricas. Assim, enquanto um termo geral é representado por um segmento de reta, por analogia com os elementos da geometria explica-se que como uma reta é constituída por vários pontos, um termo singular será representado por um só ponto. Além disso, Englebretsen (1992) utiliza a noção de retas paralelas como a configuração de um termo positivo e seu respectivo negativo, afirmando que esse tipo de relação é análogo ao que ocorre entre um termo e seu complemento, dado que segmentos de reta paralelos jamais se encontram.²³ Contudo, a principal motivação do autor para o desenvolvimento desse método diagramático é apresentar um tratamento eficaz para silogismos com mais de três termos. Como já afirmamos no capítulo 1, Englebretsen (1992) considera que apesar dos diagramas seccionais serem eficazes para algumas tarefas, os mesmos são limitados quanto à representação de argumentos com mais termos.

2.3 Topologia dos diagramas

Em detrimento das considerações do capítulo anterior, o foco da análise dos métodos diagramáticos será o contraste de suas propriedades gráficas, buscando encontrar as virtudes de cada um através da maneira como utilizam a estrutura espacial para representar a os elementos do domínio lógico visado.

²³ Apesar dessa noção ser interessante de um ponto de vista das características da representação isomórfica, Lemon & Pratt (1998) mostram que ela é completamente desnecessária. Como a relação fundamental para designar a relação representada modo como as retas compartilham pontos, segmentos paralelos e segmentos que simplesmente não se cruzam possuem a mesma interpretação.

Utilizaremos no decorrer dessa investigação três objetos e relações tipicamente estudados em matemática que devem ser esclarecidos previamente. Em primeiro lugar, trataremos de objetos geométricos e de objetos topológicos. Como mostra Boyer & Merzbach (2011, p. 552, 553) a topologia é uma área da matemática que estuda os aspectos qualitativos intrínsecos das configurações espaciais, figuras e objetos, que permanecem invariantes a transformações. Como exemplo, quando deformamos um balão sem rasgá-lo ou furá-lo temos uma transformação em um objeto que pode ser trabalhado a partir das relações que não foram modificadas por essas transformações. Assim, são exemplos de características topológicas as relações de vizinhança, do interior e do exterior de figuras e objetos fechadas, da distinção entre figura aberta e figura fechada, etc. Por contraste, estaremos utilizando a nomeação de geometria quando trabalharmos com questões referentes ao espaço geométrico que são sensíveis a essas deformações.²⁴

Por último, utilizamos a noção matemática de grafo. Como mostra Costa (2011), um grafo é uma estrutura abstrata formada por pelo menos um par de vértices ligados por pelo menos uma aresta. O estudo dessas estruturas forma uma teoria utilizada para solucionar diversos problemas, como o clássico “Problema das Pontes de Königsberg” apresentado por Euler (cf. Costa, 2011, p. 24), que pode ser explicitado pela seguinte questão: dado que há sete pontes na cidade de Königsberg (atual Kaliningrado), é possível percorrer um caminho atravessando cada ponte apenas uma vez e retornar ao ponto de início? A solução para esse problema é oferecida pela teoria dos grafos da seguinte maneira: as pontes são abstraídas nas arestas de um grafo e as porções de território ligadas por elas nos vértices desses; um circuito só é possível através de um grafo constituído por vértices de grau par (que contém um número par de arestas) e no caso do problema das sete pontes todos os vértices contém grau ímpar (um número ímpar de arestas), sendo portanto, impossível percorrer o caminho pretendido, mesmo que não se queira sair e retornar de um mesmo ponto (Cf. Costa, 2011, p. 24 – 27). Essa configuração é utilizada somente a partir da seção 2.4, onde a representação dessas estruturas abstratas é empregada para dar forma a métodos diagramáticos alternativos.

²⁴ Essa distinção, apesar de estar sendo apresentada de modo trivial, satisfaz nossos propósitos, pois não é necessário para distinguir os objetos e as relações diagramáticas compreender mais profundamente as áreas da topologia, como ela está inserida na geometria, etc.

2.3.1 Introdução das representações diagramáticas

Inicialmente, consideraremos a maneira como cada método traduz as relações lógicas presentes nas proposições categóricas e nos silogismos em arranjos espaciais. Utilizaremos como exemplo a representação dos quatro silogismos válidos da primeira figura que não dependem de pressuposição existencial. Após, iremos comparar suas características gráficas, buscando expor virtudes e vícios de um em relação ao outro e analisando casos isolados determinantes para a funcionalidade de cada método.

2.3.1.1 Composição dos diagramas de Leibniz

Os diagramas lineares de Leibniz são compostos basicamente de segmentos de retas que representam os termos das proposições, de modo que as relações lógicas entre esses termos sejam fixadas na comparação do comprimento dos segmentos de retas. Na Figura 12 apresentamos as ilustrações para as quatro proposições categóricas e para os silogismos válidos da primeira figura que não dependem de pressuposto existencial.

Explicando cada configuração, a proposição universal afirmativa “Todo S é P” é representada por dois segmentos de retas paralelos, S e P, onde o segmento P é mais comprido do que o segmento S, gerando a analogia de que toda a extensão daquilo representado pelo segmento de reta S está contida na extensão daquilo representado pelo segmento de reta P. Para a proposição universal negativa, ocorre a configuração onde os segmentos paralelos S e P não se encontram. Assim, nem uma parcela da extensão daquilo representado por S está contida na extensão daquilo representado por P e vice-versa. No caso das proposições particulares, a representação de Leibniz apresenta parte do comprimento de um segmento de reta no mesmo “quadrante” vertical de outra, distinguindo entre as representação das proposições particular afirmativa e negativa com o auxílio prévio da noção de prolongamento de retas. Enquanto que na configuração da proposição particular afirmativa as retas S e P estão prolongadas em sentidos opostos, na configuração da particular negativa apenas a reta P é prolongada em relação ao segmento de reta S. Segundo Leibniz,²⁵ isso permite que não se expresse nada além daquilo que a proposição quer dizer, ou seja, que não seja permitido inferir a partir da primeira configuração que Todo A é B, nem que Todo B é A; tampouco seja permitido inferir a partir da segunda configuração que Algum B não é A.

²⁵ Couturat, 1903, p. 293 – 294.

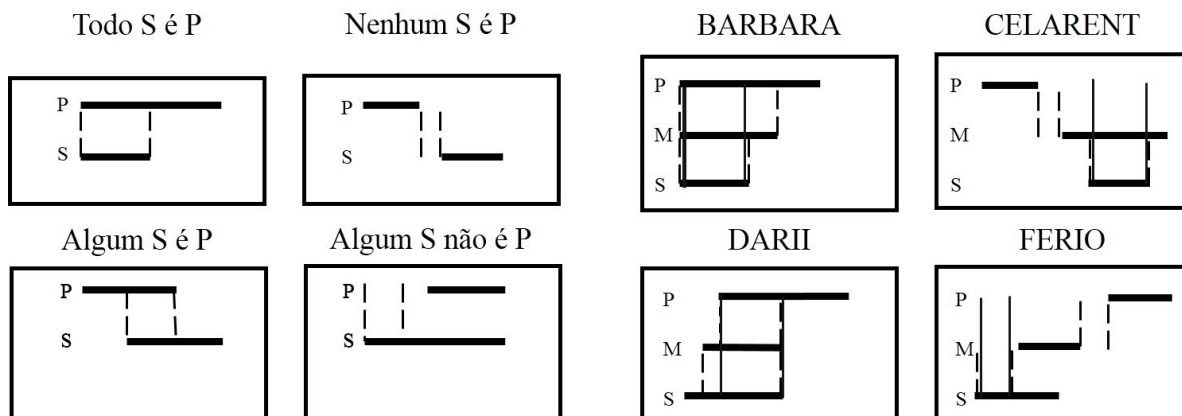


Figura 12 - Composição do método de Leibniz²⁶

Para um silogismo, o diagrama de Leibniz compõe três segmentos de retas paralelas, ordenadas verticalmente, onde a relação de extensão entre elas representa as relações silogísticas entre os termos. Como cada segmento de reta horizontal representa um termo, Leibniz sugere que o segmento que está para o termo médio do silogismo seja fixado entre os outros dois segmentos, sendo que o segmento que está para o termo sujeito da conclusão seja representado na base e o segmento que está para o predicado da conclusão esteja no topo. Assim, a composição das premissas é dada no isolamento da relação entre dois segmentos, marcada por uma linha vertical pontilhada. A conclusão é derivada na comparação entre o segmento de reta que está para o termo maior e o segmento de reta que está para o termo menor, sendo sugerido marcá-la com uma linha vertical contínua (não pontilhada), como pode ser visualizado na Figura 12.

2.3.1.2 Composição dos diagramas de Englebretsen

O método de Englebretsen (1992) consiste em representar termos através de segmentos de retas e as relações entre os termos por configurações geométricas, utilizando o compartilhamento total e parcial de pontos entre eles. Como vimos, Englebretsen o desenvolveu

²⁶ Couturat, 1903. 293 – 295.

com o objetivo de trabalhar com argumentos com mais de três termos, originando um método com características distintas das que vimos até aqui.

Em primeiro lugar, no método de Englebretsen há uma analogia entre um segmento de reta representando uma classe de objetos e entre um ponto isolado representando um objeto – um termo singular. Além disso, Englebretsen (1992) busca alocar interpretações lógicas em outras relações geométricas, como por exemplo a noção de retas paralelas como uma configuração representante de um termo positivo e seu respectivo negativo, pois jamais possuirão um ponto em comum, o que segundo o autor resulta na fácil compreensão de que é impossível que ambas as classes representadas possuam um objeto em comum. As relações lógicas entre os termos representadas pelo total ou parcial compartilhamento de pontos entre os segmentos de retas podem ser visualizadas na Figura 13, onde apresentamos as configurações gráficas resultantes para cada proposição categórica. Explicando cada configuração, Englebretsen (1992) marca com um ponto destacado o fim de um segmento de reta, a fim de ilustrar o comprimento dos segmentos. Nesse sentido, a proposição categórica universal afirmativa é representada pela relação entre o segmento S e o segmento P, de modo com que a extensão do segmento S esteja totalmente contido na extensão do segmento P. Já a proposição universal negativa é representada pela total exclusão dos segmentos de reta, de modo com que ambos não contenham qualquer ponto em comum. Para a proposição particular afirmativa o autor utiliza o cruzamento entre os segmentos, indicando que ambos contém algum ponto em comum e para a negativa representa-se que há ao menos um ponto que não é comum entre as retas.

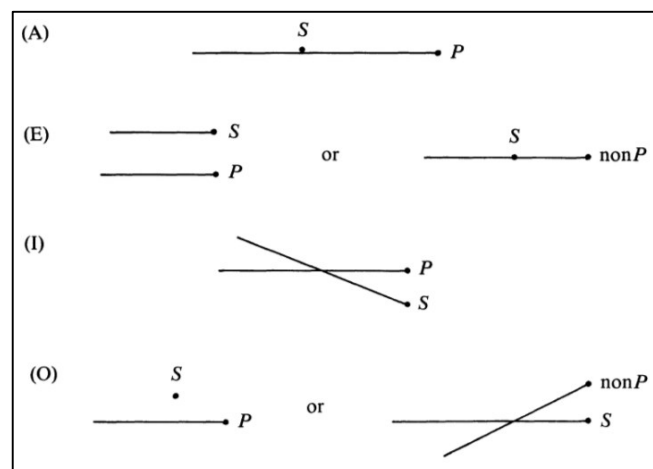


Figura 13 - Representação das proposições categóricas por Englebretsen (1992, p. 44)

Tendo em vista a manipulação para mais de três termos, Englebretsen não fixa um pano de fundo onde os segmentos de reta devem ser colocados. Na culminância do tratamento de termos negativos essa característica resulta em uma variedade de possibilidades de manipulação para as estruturas geométricas do método, admitindo mais de uma representação para as proposições categóricas, como o próprio autor ilustra e pode ser visualizado na Figura 13.

2.3.1.3 Composição dos diagramas de Venn e de Carroll

Os métodos diagramáticos de Venn e de Carroll são similares, sendo interessante apresentá-los conjuntamente. Os diagramas de Venn são compostos por áreas fechadas – geralmente circunferências – que representam termos. Em detrimento de suas críticas ao método de Euler, Venn exige que cada termo representado no diagrama, ou seja cada figura fechada, contenha uma intersecção com todos os outros termos, de forma com que o diagrama contenha subáreas referente a todas as relações possíveis. Como vimos, em *The Game of Logic*, Carroll (1886) apresenta o método de decisão denominado “diagramas n-literais”. Seguindo suas críticas ao método de Venn, Carroll utiliza uma região limitada como sendo o âmbito do discurso, onde a representação de termos é apresentada por uma região delimitada dentro desse. A inclusão de um termo deve sempre respeitar a exigência de dividir o âmbito do discurso em dois, moldando uma área para a representação do termo e outra para a representação de sua negação, de seu complemento.

Como sugere Hammer (2001), essa regra pode ser entendida na operação: para cada n região (termo representado) obtemos 2^n possíveis combinações. Assim, para uma proposição isolada com dois termos, o diagrama de Venn deve conter duas figuras fechadas em intersecção, originando 4 sub-regiões; já o diagrama de Carroll irá conter um plano seccionado por dois termos e os dois complementos dos respectivos termos, também originando quatro setores. Para um silogismo – que é a relação entre três termos – o diagrama de Venn deve conter três figuras fechadas interseccionadas de forma com que obtenhamos oito sub-regiões e o diagrama de Carroll introduzirá uma região para a representação do termo médio no interior do diagrama, seccionando cada um dos quatro setores em dois, obtendo também o total de oito sub-regiões. Ambas configurações estão ilustradas nos diagramas da Figura 14 respectivamente.

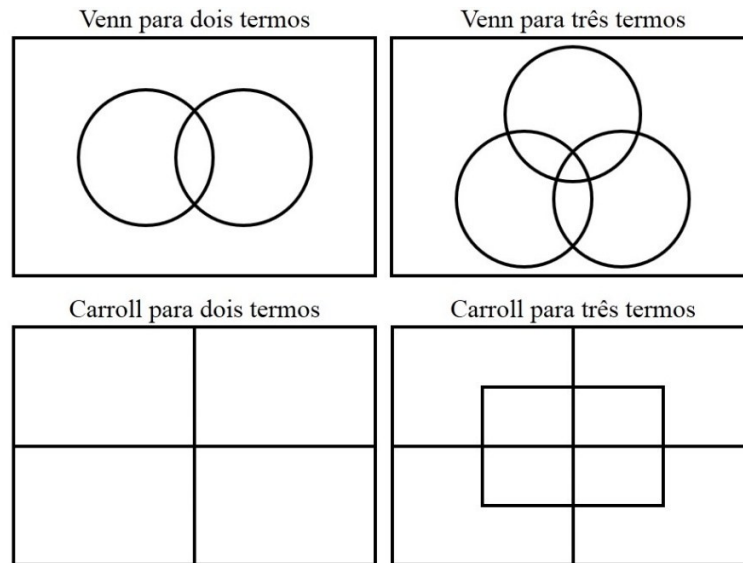


Figura 14 - Suporte dos Diagramas de Carroll e de Venn para dois e três termos.

Embora Venn não tenha desenvolvido seu método para tratar de termos negativos, o mesmo pode ser incluído facilmente na interpretação do diagrama. A crítica de Lewis Carroll ao diagrama de Venn apresentada na seção anterior consistia na exigência de uma 8ª região, correspondente às áreas para a intersecção do complemento de todos os termos representados; A resposta de um ponto de vista do diagrama Venn seria que essa região é todo o exterior limitado pelas circunferências, sendo objetada por Carroll na medida em que essa região era ilimitada. Seguindo essa última objeção, utilizamos os diagramas de Venn inseridos em uma área fechada, representando o âmbito do discurso. Notemos que essa oitava região também é exigida para a regra de que para cada “n” figuras fechadas devemos obter 2^n áreas, por exemplo, em um diagrama contendo três figuras fechadas, a área externa a todas as figuras deve ser contada, totalizando 8 sub-regiões. Nesse sentido, a área externa aos círculos representa o complemento dos termos representados pela circunferência, enquanto a área interna aos círculos representa a extensão do termo representado pela circunferência. Isso nos permite encontrar, tal qual no método de Carroll, que cada sub-região é responsável por determinar uma relação entre os termos representados e seus complementos, obtendo no total das sub-regiões todas as combinações possíveis desses, como está ilustrado na Figura 15, onde utilizamos como notação letras maiúsculas para designar os termos e o símbolo “-” para representar a negação de um termo.

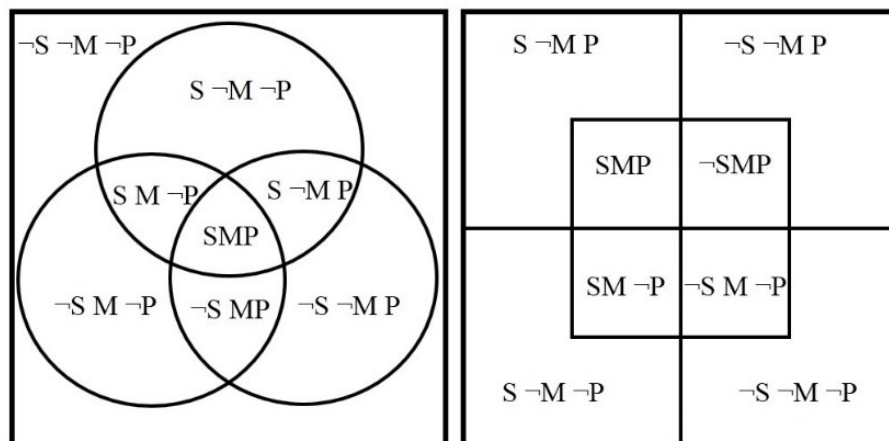


Figura 15 - O que cada região representa nos diagramas de Venn e de Carroll

Para a representação de uma proposição, Venn utiliza uma marcação no diagrama representando que a região em destaque está vazia. Conforme afirma Sautter (2012a), Venn utiliza esse único tipo de marcação para indicar que uma classe está “negativada”, para eliminar qualquer dúvida sobre qual classe ela pertence – problema que o autor identifica no método euleriano que não utiliza marcações.

Apesar de Venn utilizar apenas um tipo de marcação, a versão contemporânea de seu método apresenta dois tipos, sendo uma negativa e outra positiva. A marcação negativa indica que a classe marcada está vazia, enquanto a marcação positiva significa que a área marcada contém ao menos um elemento, como foi utilizado no capítulo 1. Geralmente a marcação negativa constitui uma hachura e a marcação positiva o símbolo “x”, porém utilizaremos “0” como um símbolo para marcar uma área vazia e “1” para marcar uma área não vazia. Nossa escolha para tais símbolos deve-se à utilização da mesma notação por Lewis Carroll (1886) em *The Game of Logic* para seu método, o qual também utiliza a mesma noção de área vazia e área não vazia, a fim de padronizar os símbolos utilizados. A representação das proposições categóricas tanto no método de Venn quanto no método de Carroll está ilustrada na Figura 16.

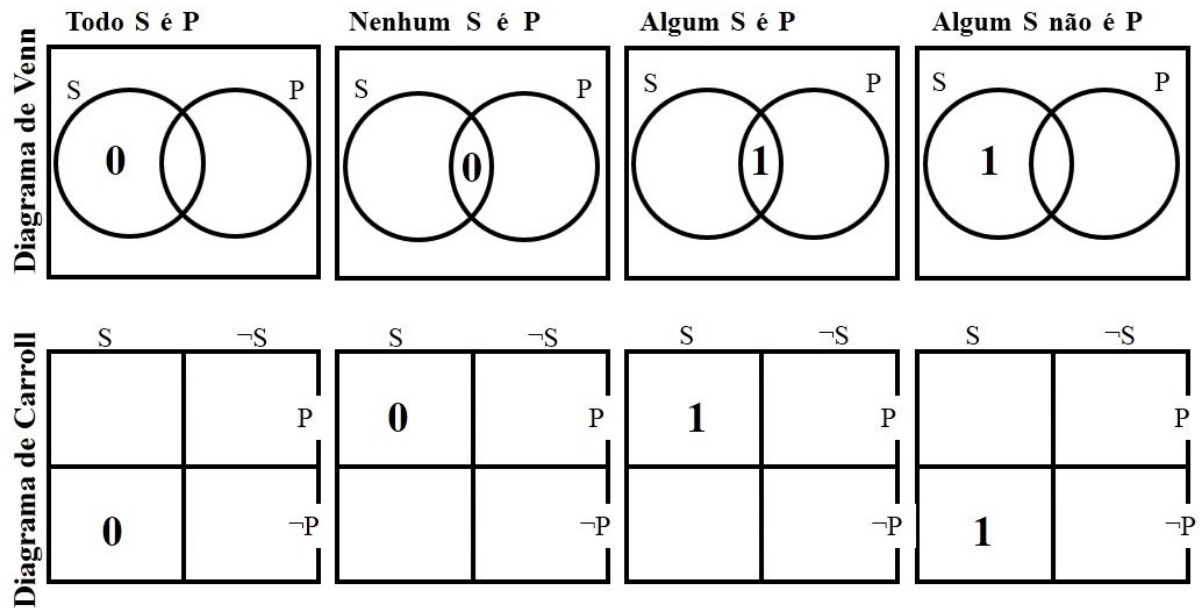


Figura 16 - Proposições categóricas nos métodos de Venn e de Carroll.

Explicando cada configuração, as proposições categóricas universais são representadas através da marcação negativa, onde indica-se que a região marcada é vazia. A proposição categórica universal afirmativa é representada pela marcação negativa na região correspondente ao termo S que também é não P, indicando que não há objetos naquele setor. Já para a proposição categórica universal negativa, temos a marcação negativa na região correspondente ao termo S e ao termo P, representando que não há algo que seja S e P ao mesmo tempo. Nos diagramas de Venn essa região é a área no interior da intersecção das circunferências, enquanto que nos diagramas de Carroll essa região não possui qualquer especificidade topológica em relação às outras áreas. Já as proposições categóricas particulares são representadas com o recurso da marcação positiva, indicando que a região marcada não está vazia. Assim, a representação da proposição particular afirmativa é dada pela marcação positiva das áreas de intersecção entre as figuras no diagrama de Venn e pela região correspondente aos termos S e P (positivos) no diagrama de Carroll, enquanto a representação da proposição particular negativa é dada pela marcação positiva na região correspondente ao termo sujeito da proposição e do complemento do termo predicado.

Uma importante observação que pode ser realizada já nesse momento é a revisão do tema da informação contraditória que foi discutido no capítulo 1 a partir de Shin (1994). Como já destacado naquele contexto, evidencia-se aqui tanto nos diagramas de Venn quanto nos diagramas de Carroll que as regiões marcadas positiva e negativamente formam o par de

contraditórias, ou seja, a marcação do símbolo “0” e do símbolo “1” na mesma região corresponde a representação das proposições universais e particulares contraditórias, e assim a representação da informação contraditória nesses diagramas depende de duas marcações em uma mesma região. É interessante notar também que a representação do par de proposições contrárias, “todo S é P” e “nenhum S é P”, implica que o termo sujeito seja representado como completamente vazio, pois dependerá da marcação negativa nas duas regiões referentes ao termo S.

Para um silogismo, os diagramas podem ser manipulados de duas maneiras. Um primeiro caminho é representar cada premissa separadamente, formando dois diagramas, e por fim unir essas representações em um diagrama com os três termos. Contudo, pode-se utilizar o diagrama com os três termos diretamente para marcar a representação das premissas, como apresentados na Figura 17 com os diagramas representantes dos quatro modos válidos da primeira figura que não dependem de pressuposição existencial.

Resumindo, tanto um diagrama de Venn quanto um diagrama de Carroll bem formado deve respeitar as regras de que temos apenas uma área fechada correspondente para cada termo, obtendo a partir da combinação de “n” termos o número de 2^n subáreas. Ao mesmo tempo, cada subárea admite apenas uma marcação, seja ela positiva ou negativa. Uma marcação positiva é lida como a presença de ao menos um objeto e uma marcação negativa indica que a área está vazia.

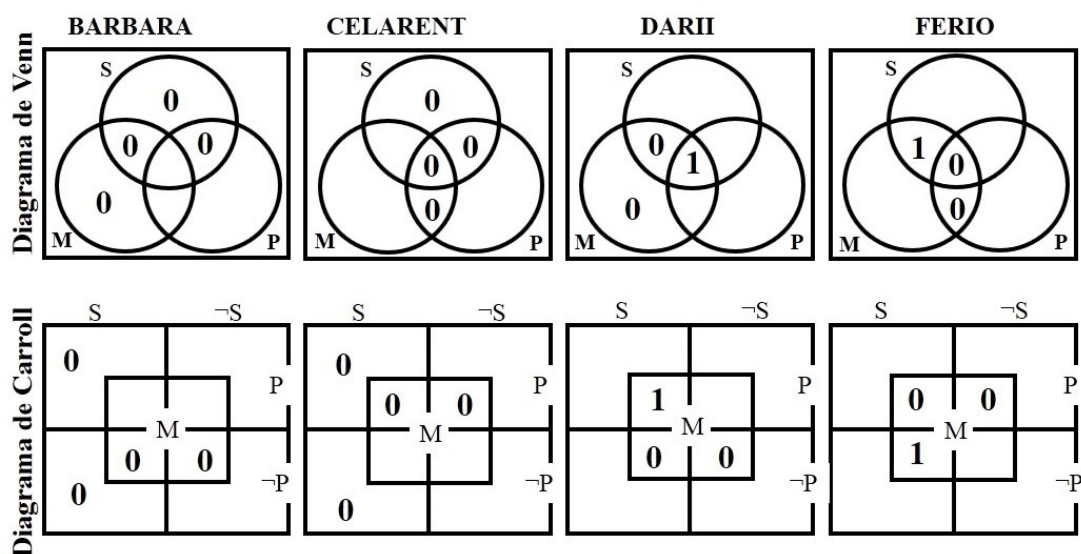


Figura 17 - Modos válidos da primeira figura representados nos métodos de Venn e de Carroll

Por fim, na presença da representação das premissas de um silogismo, temos a regra de derivação de silogismos válidos da seguinte maneira: uma conclusão válida pode ser *visualizada* a partir da representação das premissas. Assim, deve-se identificar se a conclusão está representada no diagrama resultante da representação das premissas de um silogismo qualquer, tal como pode ser realizado nos diagramas da Figura 17. Essa regra é a mesma que opera os diagramas de Leibniz e de Englebretsen, constituindo um bom ponto de partida para a análise das características dos métodos diagramáticos.

2.3.2 Análise das características

Retomando as considerações sobre a natureza das representações diagramáticas, afirmamos até aqui que diagramas são instâncias físicas utilizadas para representar parte do domínio lógico. Tal como afirma Shimojima (1996), ao alocarem as relações lógicas presentes na teoria do silogismo em arranjos espaciais, os métodos diagramáticos apresentam um conjunto de limitações físicas advindas dessas estruturas que são determinantes para a funcionalidade e a manipulação dos mesmos. Essa mesma ideia também é afirmada por Barwise & Etchemendy (1996) e principalmente por Lemon & Pratt (1997; 1998).

Entendendo um diagrama como um conjunto estruturado de objetos em um plano, o qual é utilizado como ferramenta para denotar através de relações espaciais que “espelham” a estrutura do que está sendo representado, Lemon e Pratt (1997) afirmam que as representações diagramáticas contêm limitações expressivas de acordo com o tipo de relação geométrica utilizada para representar um certo domínio. Contudo, a análise das estruturas diagramáticas de acordo com suas características gráficas revela que esses constrangimentos físicos não apenas limitam o poder expressivo, mas constituem as bases determinantes da funcionalidade dos métodos diagramáticos.

2.3.2.1 Modo de derivação *free ride*

Em “Operational Constraints in Diagrammatic Reasoning”, Shimojima (1996) trabalha a hipótese de que os métodos diagramáticos são determinados por suas limitações geométricas e topológicas. Nesse trabalho, o autor apresenta como estudo de caso a maneira como os métodos diagramáticos de Venn e de Euler fornecem a conclusão de um silogismo. Além desses, ao operar com certas relações topológicas, todos os métodos apresentados até aqui

recorrem ao mesmo *fenômeno* diagramático para o funcionamento da derivação, o qual Shimojima (1996) denomina *free ride*.²⁷

Tomemos como exemplo a derivação do silogismo BARBARA através do método de Venn. O processo de manipulação do método determina que as premissas sejam marcadas no diagrama. Assim, para “Todo M é P” marcamos negativamente as áreas representantes de M e não P; e para “Todo S é M” marcamos negativamente as áreas representantes de S e não M. Contudo, não há uma requisição direta para que façamos marcações que representem a conclusão. Ocorre que ao marcarmos as áreas de acordo com as premissas, o diagrama oferece uma configuração que representa a conclusão mesmo não havendo uma exigência direta para a representação dessa. Segundo Shimojima (1996), tendo completado corretamente os passos de manipulação do diagrama, o resultado vem na carona (*free ride*) dos outros passos, permitindo ao usuário “ler de graça” a conclusão.

Compreendido isso, Shimojima (1996) afirma que um *free ride* ocorre quando alcançamos a representação de uma informação β de um modo *semanticamente* significativo no plano do diagrama, enquanto as instruções para as operações que foram executadas não exigem diretamente a realização de β .

Nesse processo, um usuário alcança a informação β sem que houvesse qualquer passo especificamente designado para isso, constitui um caso em que uma limitação operacional intervém na funcionalidade do método. Embora esse processo ocorra em todos os diagramas que apresentamos nesse capítulo, pois permitem a representação da conclusão do silogismo a partir do sucesso da manipulação necessária para representar as premissas, a ocorrência de *free rides* depende das relações topológicas utilizadas pelo método, bem como da *semântica* aplicada à ele. Como veremos mais adiante, é possível formular um método que utilize limitações espaciais de outra forma para a derivação. Isso indica que um *free ride* é apenas uma entre outras maneiras com as quais métodos diagramáticos podem trabalhar a obtenção da conclusão. Retomando o que foi trabalhado no capítulo 1, denominamos o conjunto das diretrizes que determinam o funcionamento de uma derivação para um determinado método de “modo de derivação”. Sugerimos como descrição do modo de derivação para os métodos de Leibniz, Englebretsen, Venn e Carroll a seguinte caracterização baseada no trabalho de Lemon & Pratt (1998): uma conclusão é derivada legitimamente do conjunto das premissas se as

²⁷ Uma tradução literal para o termo seria “carona”. Contudo, optamos por mencionar essa tradução apenas quando explicamos o funcionamento desse fenômeno, permanecendo com a denominação estrangeira no restante do trabalho.

configurações diagramáticas referente às premissas resultam em uma configuração diagramática que representa a conclusão.

2.3.2.2 Semelhança estrutural e inferências imediatas

A tese que estamos seguindo até aqui remonta às ideias do primeiro capítulo de que a representação diagramática preserva uma semelhança de tipo estrutural com as relações entre os objetos lógicos. Nesse sentido, a utilização de relações espaciais deve respeitar o que a literatura chamou de “restrições operacionais” (*operational constraints*). Um exemplo de como operam as restrições operacionais é o “modo de derivação” através de *free rides*. Contudo, a analogia entre relações lógicas e relações geométricas resulta em características interessantes até mesmo na representação das proposições isoladas. Como vimos, Aristóteles e a tradição apresentaram uma série de conversões entre proposições denominadas “inferências imediatas”. Tais conversões são implicações lógicas que as proposições categóricas mantêm entre si. Na Figura 18 apresentamos a representação diagramática da *conversão simples* através do método de Leibniz.

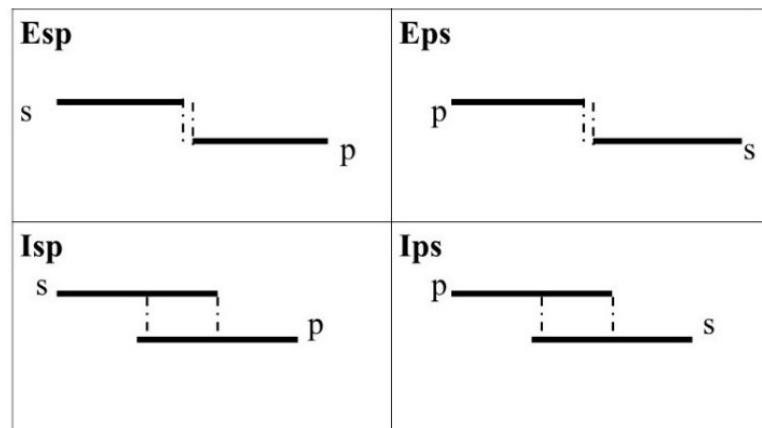


Figura 18 - Conversões simples no método de Leibniz

Como já afirmamos, Leibniz acreditava que o diagrama linear apresentava em suas propriedades a capacidade para derivarmos as consequências daquilo para o qual ele está (*autarquia*). Assim, no método diagramático de Leibniz a representação da proposição universal negativa “Nenhum S é P” permite também a interpretação da proposição “Nenhum P é S”, tal qual a representação da proposição particular afirmativa também permite representar

na mesma estrutura a troca dos termos, preservando diagramaticamente a inferência imediata de *conversão simples*.

Embora Leibniz acreditasse que os diagramas lineares são superiores com relação a esse aspecto e embora também haja essa característica no método de Englebretsen, com a introdução das marcações, os diagramas seccionais também apresentam a mesma estrutura representativa para as proposições da *conversão simples*. Essa característica deriva essencialmente das limitações expressivas dos diagramas, tal qual mostramos na representação da informação contraditória, uma vez que uma área de intersecção no diagrama de Venn é marcada como vazia ou preenchida, ela permite a interpretação da proposição independente da ordem dos termos.

Contudo, os métodos diagramáticos divergem no esboço da *conversão por acidente*. Enquanto nos métodos de Englebretsen e de Leibniz pode-se interpretar que “(A)SP implica (I)SP”, dado que a reta S é constituída por pontos contidos na extensão do segmento P (principalmente no método de Englebretsen onde um ponto é traduzido como um termo singular), o mesmo não ocorre nos métodos seccionais.

Ao utilizarem marcações positivas e negativas, os métodos de Venn e de Carroll não apresentam na estrutura representativa da proposição categórica universal a estrutura representante da proposição categórica particular. Como foi ilustrado na Figura 16, onde apresentamos a representação das proposições categóricas nos métodos seccionais, a marcação negativa implica uma interpretação hipotética das proposições categóricas universais, de modo que a representação de “Todo S é P” seja dada pela representação de que “Não há qualquer S que não seja P”, ou seja, “Se há algum S, esse S também é P”.

Essa característica hipotética das proposições categóricas universais é afirmada tanto por Rasch (2013) quanto por Sautter (2013), que distinguem o caráter ontológico das proposições categóricas. Segundo Sautter (2013), a diferença crucial se dá na medida em que uma proposição categórica particular não pressupõe a existência dos objetos das classes para o qual os termos estão, mas afirma a existência de ao menos um objeto nessa classe. Esse caráter existencial das proposições particulares é evidenciado nos métodos seccionais, dado que a utilização da marcação positiva constitui a afirmação de que as classes correspondentes à região marcada é “não vazia”. Essa configuração diagramática, resultante da maneira como as proposições são representadas, mostra que os métodos seccionais de Venn e de Carroll permitem o trabalho com classes vazias, tendo como consequência a impossibilidade de tratamento dos silogismos enfraquecidos. Tomando como exemplo o silogismo enfraquecido da primeira figura BARBARI, notemos que as configurações resultantes da representação das premissas, “todo M é P” e “todo S é M” não permitem a derivação da conclusão “algum S é P”,

pois essa deveria ser representada pela marcação positiva na região que não está marcada, como está ilustrado na Figura 19.

Sobre esse ponto, há ainda um último esclarecimento necessário. No método de Leibniz, a passagem da proposição universal afirmativa para a proposição particular afirmativa com a mesma ordem de termos só é possível na presença da permissão para manipular e analisar um pedaço da extensão de uma reta como uma parte da classe que ela designa. Assim, a *conversão por acidente* pode ser representada no método ao utilizarmos as retas verticais representantes da fixação da conclusão apenas em uma parte do segmento, como realiza o próprio Leibniz.

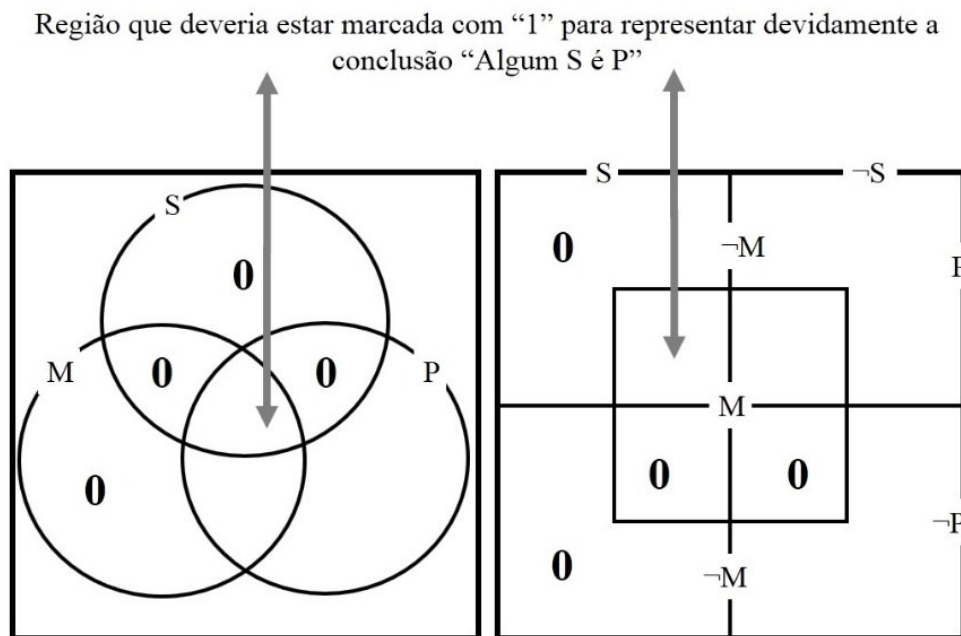
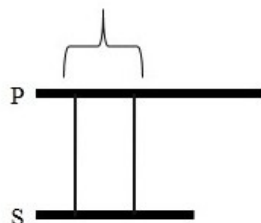


Figura 19 - BARBARI a partir dos diagramas de Venn e de Carroll

Ao mesmo tempo, esse passo diagramático permite encontrar uma conclusão enfraquecida, tal qual apresenta Leibniz²⁸ para o silogismo BARBARI. Ambos passos estão ilustrados na Figura 20.

²⁸ Couturat, 1903, p. 294.

Utilização da linha marcadora de conclusão capturando apenas uma parcela do segmento de reta S para representar a possibilidade de passar de (A)SP para (I)SP.



Utilização da linha marcadora de conclusão capturando apenas uma parcela do segmento de reta S para derivar uma conclusão mais fraca: BARBARI

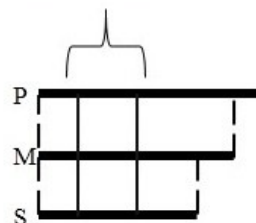


Figura 20 - Conversão por acidente e BARBARI no método de Leibniz

Por fim, cabe ressaltar novamente que a representação inicial da proposição categórica particular afirmativa é pensada por Leibniz para impedir a passagem dela para a proposição universal, dado que nessa configuração os segmentos de retas estão prolongados em sentidos opostos, como foi apresentado na Figura 12 e pôde ser visto também na Figura 18.

Os métodos diagramáticos que trabalham com termos negativos ainda preservam as inferências imediatas da *obversão* e da *contraposição*, pois o diagrama representante de uma proposição categórica permite interpretar também as proposições derivadas por essas inferências imediatas.²⁹

Como resultado, podemos afirmar que tanto o modo *free ride* de derivação quanto a preservação gráfica das inferências imediatas constituem características positivas das limitações operacionais advindas da alocação de relações lógicas em relações geométricas. Contudo, há ainda características negativas referentes à manipulação dos métodos diagramáticos que também se originam na utilização de elementos espaciais para promover uma semelhança estrutural.

2.3.2.3 Manipulação de premissas

A explicação do modo de derivação *free ride* utiliza a noção de passos operacionais. Esses passos constituem o cumprimento de certas diretrizes para o processo de derivação de um

²⁹ Isso pode ser encontrado na Figura 16, onde apresentamos as representações das proposições categóricas dos métodos de Carroll e de Venn. Cada uma daquelas configurações gráficas permite a leitura, seguindo as regras de interpretação das marcações, das inferências imediatas de obversão e de contraposição.

silogismo a partir de um método diagramático. No caso dos exemplos utilizados na seção anterior sobre o *free ride*, a manipulação do diagrama envolvia dois passos, sendo o “passo 1” a marcação representante da primeira premissa no diagrama e o “passo 2” a marcação representante da segunda premissa no diagrama. A ideia de que a partir disso poder-se-ia “ler de graça” a conclusão advém de não existir um “passo 3” que determine uma “ordem” para a representação da conclusão. Pode haver um “passo 3” na forma de “verifique se a conclusão está representada”, ou com a normatização do “modo de derivação”: se a representação resultante dos passos 1 e 2 proporcionar a representação da conclusão, então o silogismo é válido. No capítulo 1, havíamos denominado “roteiro de manipulação” o conjunto de diretrizes que especificam quais as operações possíveis são legítimas no método diagramático.

Esse “roteiro de manipulação” de um método diagramático pode ser descrito parcialmente ou completamente por uma análise. Sendo parcial, ele conterà as diretrizes que devem ser seguidas para um determinado silogismo, podendo ser distinto de um roteiro para outro silogismo do mesmo método diagramático. Tomemos como exemplo os seguintes “roteiros de manipulação” para a construção dos diagramas referentes aos silogismos BARBARA e BARBARI no método de Leibniz:

a) BARBARA

Passo 1: Represente a primeira premissa de acordo com a extensão dos termos M e P;

Passo 2: Represente a segunda premissa de acordo com a extensão dos termos M e S;

Passo 3: Verifique se a extensão dos seguimentos referente aos termos S e P estão de acordo com a conclusão.

BARBARI

Passo 1: Represente a primeira premissa de acordo com a extensão dos termos M e P;

Passo 2: Represente a segunda premissa de acordo com a extensão dos termos M e S;

Passo 3: Verifique se a extensão dos segmentos referente aos termos S e P estão de acordo com a conclusão, considerando que uma porção da extensão do segmento de reta representa uma parcela da classe que ele representa.

O “passo 3” para o silogismo BARBARI vem acrescido de uma explicação sobre o funcionamento do método diagramático para os modos enfraquecidos, enquanto que o roteiro para a derivação de BARBARA não necessita dessa explicação.

A partir da ilustração promovida por esse exemplo, o “roteiro de manipulação” completo constitui todas as diretrizes que o método diagramático possui, levando-se em conta todas as operações diagramáticas possíveis. Na construção desses roteiros, encontramos novamente características físicas que limitam a funcionalidade dos métodos diagramáticos. Por exemplo, em “Dois Novos Métodos Para a Teoria do Silogismo”, Sautter (2012a) mostra que tanto nos diagramas de Venn quanto nos diagramas de Carroll exige-se que a premissa universal em silogismos mistos seja representada primeiro. Tal como ressalva Sautter (2012a), embora seja possível manipular os diagramas de Venn e de Carroll construindo representações separadas para cada premissa, quando utilizamos um diagrama com três termos – seja para representar apenas a conclusão ou para representar diretamente todas as partes do argumento – a representação adequada deverá respeitar a exigência operacional de marcar primeiro a representação da proposição universal.

Assim, o “roteiro de manipulação” completo desses métodos deve conter uma exigência para que o primeiro passo da manipulação de silogismos mistos seja sempre representar a premissa universal, mesmo quando a premissa “maior” do silogismo seja uma proposição particular, como no caso de BOCARDO, modo válido da terceira figura. Para ilustrar como isso ocorre, podemos utilizar o próprio silogismo BOCARDO; se tentarmos iniciar a representação diagramática pela premissa “Algum M não é P” não saberemos se devemos marcar positivamente a região referente ao termo M que também é S ou a região referente ao termo M que também é não S, como está ilustrado com o símbolo “?” na Figura 21. Conforme afirma Sautter (2012a), esse problema é um resultado direto do procedimento dos métodos seccionais nos quais cada premissa é representada por marcações em mais de uma região.

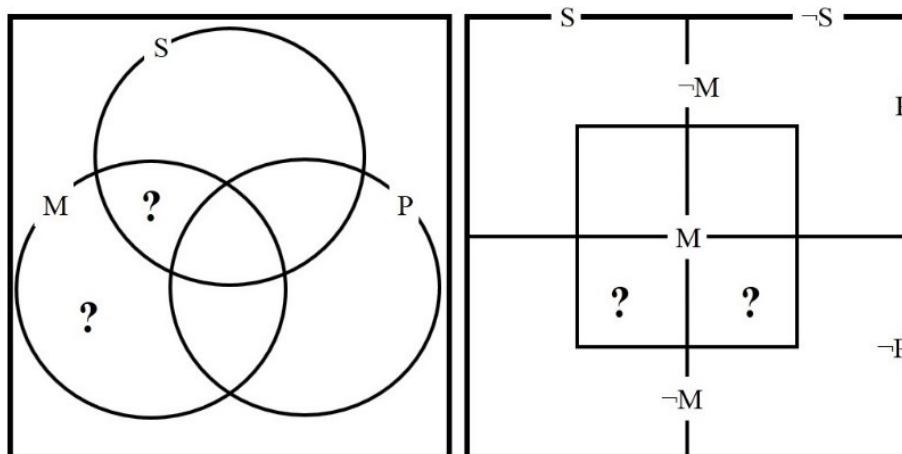


Figura 21 - Problema operacional nos diagramas de Venn e de Carroll

Observando os métodos lineares, nos quais as premissas não são representadas por marcações, temos que o “roteiro de manipulação” desses não necessitará dessa ressalva. Como pode ser visto na representação diagramática de BOCARDO pelo método de Leibniz, na Figura 22, a ordem de representação das premissas não modifica substancialmente a funcionalidade do diagrama.

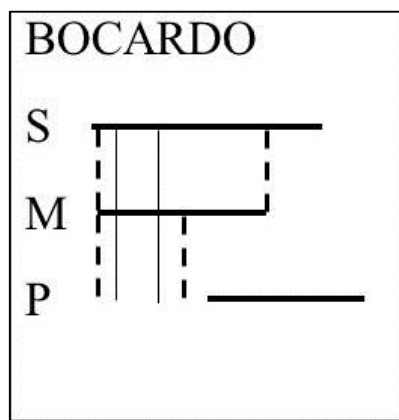


Figura 22 - Representação do silogismo BOCARDO no método de Leibniz

No entanto, os métodos de Leibniz e de Englebretsen apresentam uma dificuldade operacional ainda maior. Eles devem incluir no roteiro de manipulação que certas configurações possíveis de serem derivadas por *free ride* não constituem silogismos válidos. Como apresentado em três diagramas na Figura 23, o método terá uma dificuldade física em representar um par de premissas particulares conjuntamente impedindo que algo possa ser derivado dessas configurações.

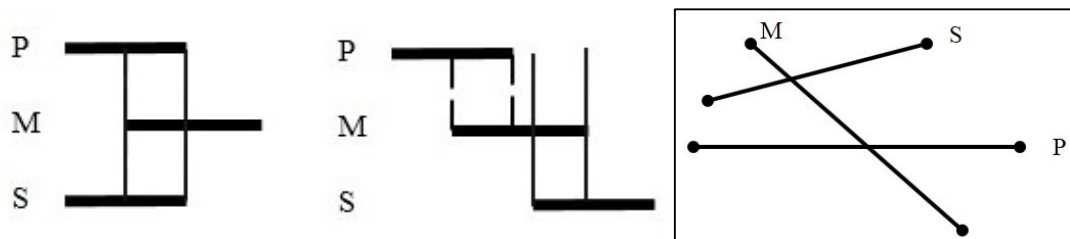


Figura 23 - Par de premissas particulares no método de Leibniz e no método de Englebretsen

Explicando esse pensamento, suponha-se que um usuário tenha representado a premissa “Algum M é P” e a premissa “Algum S é M” tal qual permitido por qualquer uma das configurações diagramáticas da Figura 23. Esse usuário poderia inferir a partir delas, pela regra de derivação *free ride*, que “Algum S é P” ou que “Algum S não é P”, dependendo da maneira como posicionou no diagrama os segmentos de reta. Essa configuração implica para os métodos de Leibniz e de Englebretsen que o modo de derivação deve ser condicionado, impedindo que essas combinações exemplificadas sejam tomadas como representações de silogismos válidos. Caso contrário, estará posto explicitamente que o método não é correto (*sound*).³⁰ Ilustrando uma maneira de fazer isso, poder-se-ia incluir uma regra do tipo “quando uma informação puder ser representada por mais de uma maneira no diagrama, ela não conta como um pedaço de informação legítimo” e verificar se essa diretriz dá conta de todos os casos problemáticos. Outra solução pode ser a inclusão de dispositivos simbólicos que representem se os segmentos de retas possuem extensão aberta ou fechada, tal como ocorre nos diagramas de Lambert, o que representará a incerteza sobre a extensão dos termos representados.

Cabe notar que esse é um atributo importante do posicionamento diagramático utilizado por certos métodos e, embora seja algo contornável através da inclusão de regras operacionais, revela algo sobre a capacidade expressiva dos sistemas diagramáticos. Essa característica é um assunto detalhado no capítulo 3, mas que merece ser destacada já nesse momento. Como ressaltam Camp (2007) e Norman (2000), métodos diagramáticos são ferramentas semióticas que carregam mais informação do que sentenças – e isso explica porque podemos interpretar diferentes informações a partir de uma mesma configuração gráfica, como realizado no caso das inferências imediatas. Tal como ocorre na comunicação de algo através de uma figura, pois é difícil transmitir qualquer informação através de um retrato sem informar também tamanhos e posições, nos casos diagramáticos ilustrados, como os métodos utilizam posições espaciais, inserir uma porção de informação irá posicionar espacialmente o representante e, portanto, ele possuirá uma interpretação no interior do sistema diagramático.

2.4 Métodos alternativos baseados em grafos

A partir da argumentação de que os métodos de Venn e de Carroll continham a exigência da representação da premissa universal antes da representação da premissa particular, Sautter

³⁰ Essa é uma característica importante para a legitimidade de um sistema. Exploramos o que ela significa na seção 2.5, onde é apresentada como um dos componentes que determinam a eficácia representacional de um método diagramático.

(2012a) apresenta um método diagramático alternativo que não necessita dessa exigência. Tal método, denominado “Grafos de Carroll”, posiciona um grafo no diagrama de Carroll, transpondo as regiões do diagrama em vértices que são unidos por arestas, como pode ser visto no diagrama da Figura 24.

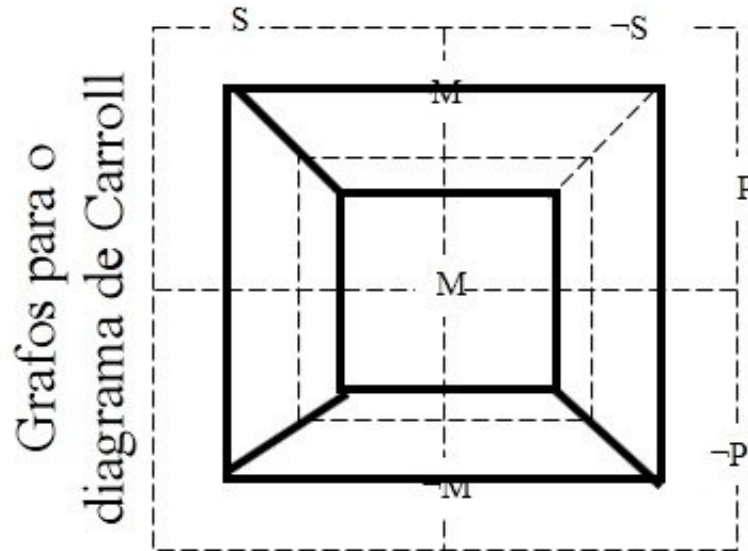


Figura 24 - Grafo de Carroll

Utilizamos como recurso, na Figura 24, o destaque nas linhas que formam o grafo e o pontilhado nas linhas que são do diagrama original para distingui-los claramente. Nesse sentido, cada aresta do grafo representa uma relação entre dois termos, e essa relação é designada pela cor da aresta. Como nas arestas estão incluídos termos negativos, e isso determina a qualidade da proposição representada, o destaque indica a quantidade da proposição representada: utilizaremos aqui o destaque em azul como marcação positiva, i.e., para representar que há algo na aresta e o destaque em vermelho para representar a marcação negativa, i.e., que a aresta está vazia.³¹ Tal qual ocorre nos diagramas seccionais, a marcação negativa representa as proposições universais e a marcação positiva representa as proposições particulares. A partir dessa adaptação, Sautter (2012a) monta um suporte que representa todas as combinações possíveis entre os termos representados, como pode ser visto na Figura 25.

³¹ Na versão original a marcação negativa é representada na aresta pela coloração em escala de cinza e a marcação positiva é indicada pelo destaque em negrito (cf. Sautter, 2012a, p. 19).

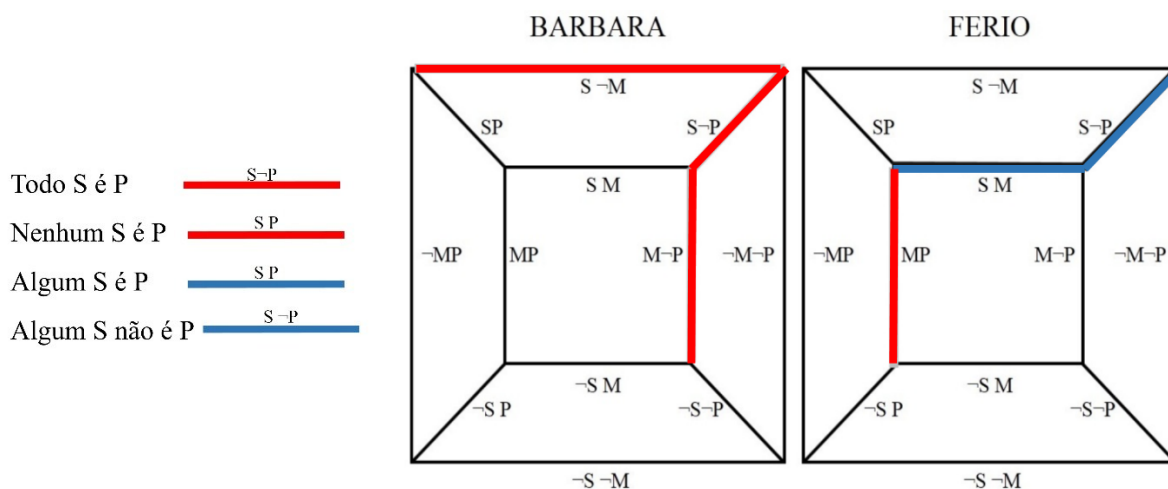


Figura 25 - Composição do método Grafos de Carroll (Sautter, 2012a, p. 18 – 19).

A parte mais interessante desse método diagramático alternativo reside nos componentes de seu roteiro de manipulação. Basicamente, o método diagramático possui duas regras, sendo uma para silogismos apenas com premissas universais e outra pra silogismos mistos. Essas regras estão apresentadas graficamente na Figura 26, respectivamente. Desse modo, o método constitui um modo de derivação que não é um *free ride*, mas uma manipulação direta nas arestas do método, como pode ser visto nos diagramas da Figura 25 representantes de BARBARA e FERIO.



Figura 26 - Regras de derivação para os Grafos de Carroll (Sautter, 2012a, p. 19 – 20)

A partir dessas regras, o “roteiro de manipulação” do método designa que uma configuração válida é obtida quando essas são aplicadas a uma aresta de cada direção, ou seja, marcando uma aresta vertical, uma aresta diagonal e uma aresta horizontal. Esse procedimento assegura a forma das proposições da silogística, impedindo que se represente como um silogismo uma configuração gráfica entre proposições com termos repetidos como as

representadas nas arestas laterais “MP” e “M¬P”. Como resultado, essa manipulação deve ser compreendida pelo usuário, fornecendo uma estrutura dinâmica para a derivação de silogismo.

Em outro trabalho mais recente, Sautter (2013) apresenta outro método diagramático baseado em grafos que merece destaque, intitulado “Digrafos de Gardner”, pois utiliza grafos dirigidos e é baseado na modificação de um método apresentado por Gardner (2001) para a lógica proposicional clássica.³² Esse método merece ser citado pela adaptação gráfica da pressuposição existencial, como pode ser visualizado na Figura 27, na qual ilustramos as representações das proposições categóricas.

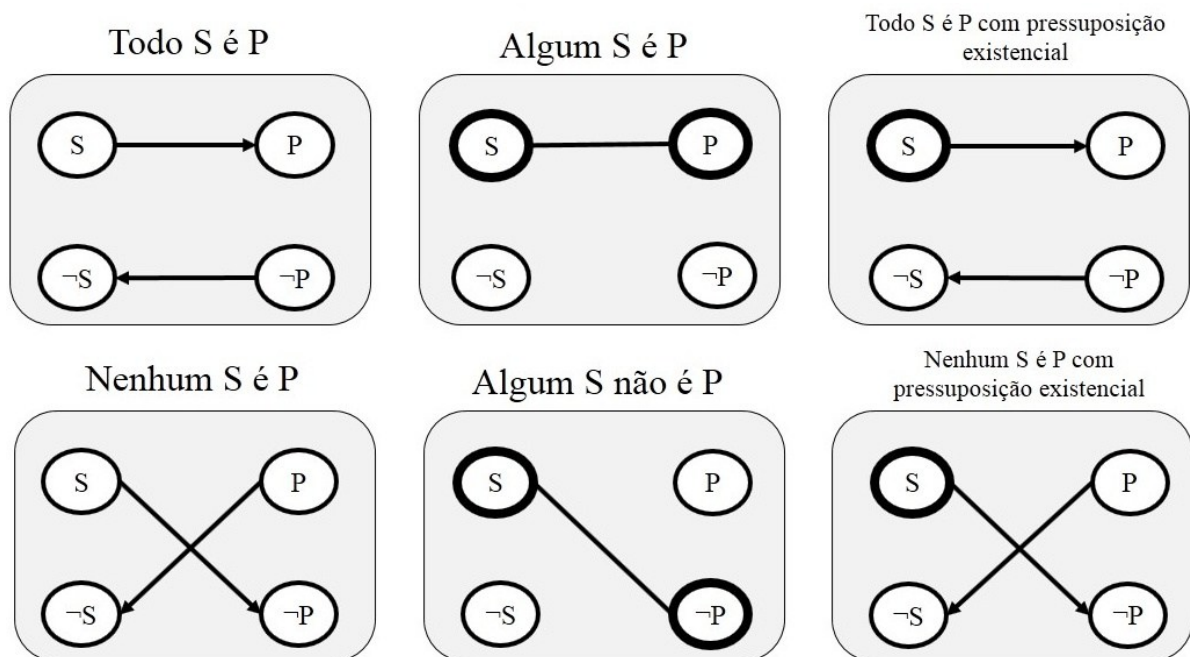


Figura 27 - Representações das proposições com e sem pressuposto existencial nos Digrafos de Gardner (Sautter, 2013, p. 225 – 226).

Enquanto nos Grafos de Carroll apenas as arestas do grafo atuam de forma relevante, nos Digrafos de Gardner os vértices do grafo também possuem uma função, sendo os responsáveis por representar o componente existencial. A composição dos Digrafos de Gardner inclui vértices de um grafo que representam os termos, exigindo que cada termo seja representado por um par de vértices, sendo um vértice para o termo positivo e outro para o seu respectivo complemento; além das arestas que, quando dirigidas (em formato de flecha)

³² Esse método é elaborado por Gardner (2001) em “The Propositional Calculus With Directed Graphs”, e se caracteriza pela representação de proposições e seus respectivos valores de verdade em um plano diagramático com a forma de grafos dirigidos, também conhecidos como digrafos. Esse método é também uma variante do método por redes, também apresentado por Gardner (1958) em “A Network of Diagram for the Propositional Calculus”.

indicam a representação de uma proposição universal e quando não dirigidas (em formato de reta) indicam uma proposição particular, como está ilustrado na Figura 27.

Sautter (2013) alega ter em mente a ideia já apresentada de que proposições particulares são afirmações de existência, enquanto proposições universais são afirmações hipotéticas.³³ Nesse sentido, quando há uma aresta não dirigida entre dois vértices, esses apresentam um destaque em negrito que representa a existência de algo para o qual estão. Esse destaque no vértice do grafo é o recurso que permite representar a pressuposição existencial, tal como pode ser visto na Figura 27.

Tal como nos Grafos de Carroll, a manipulação do método é guiada por regras que não recorrem aos *free rides* para representar e manipular inferências. Utilizando também duas regras para os silogismos sem pressuposição existencial, sendo uma para silogismos mistos e outra para silogismos que utilizam apenas proposições universais, além de uma diretriz para os casos em que ocorre a pressuposição existencial. Essas estão ilustradas na Figura 28, junto da ilustração dos silogismos BARBARA, FERIO e BARBARI, onde utilizamos uma linha tracejada para separar a representação da conclusão.

Explicando essas regras, no primeiro diagrama da Figura 28 temos duas arestas em forma de flecha, das quais se pode derivar uma outra aresta em forma de flecha. Cabe notar, porém, que o sentido das flechas é de suma importância, pois a derivação só é possível se tivermos duas flechas no mesmo sentido. No segundo diagrama da Figura 28, encontramos que a partir de arestas mistas é possível derivar uma aresta não dirigida. Porém, o sentido da aresta dirigida aqui também é crucial, sendo necessário que a mesma tenha sua extremidade de início junto do vértice da aresta não dirigida. Por fim, um pressuposto existencial no vértice torna a representação gráfica distinta, indicando se só se pode derivar dessa configuração uma aresta não dirigida. Com isso, Sautter (2013) apresenta um método simples e capaz de representar os modos que dependem de pressuposição existencial.

³³ As proposições universais são traduzidas no método por Sautter (2013) como proposições hipotéticas, da forma “Se existe um S, então também existe um P”. Por contraste, as proposições particulares são traduzidas como afirmações existenciais, e não como hipóteses, na forma “existe algo que é S e ao mesmo tempo é P”.

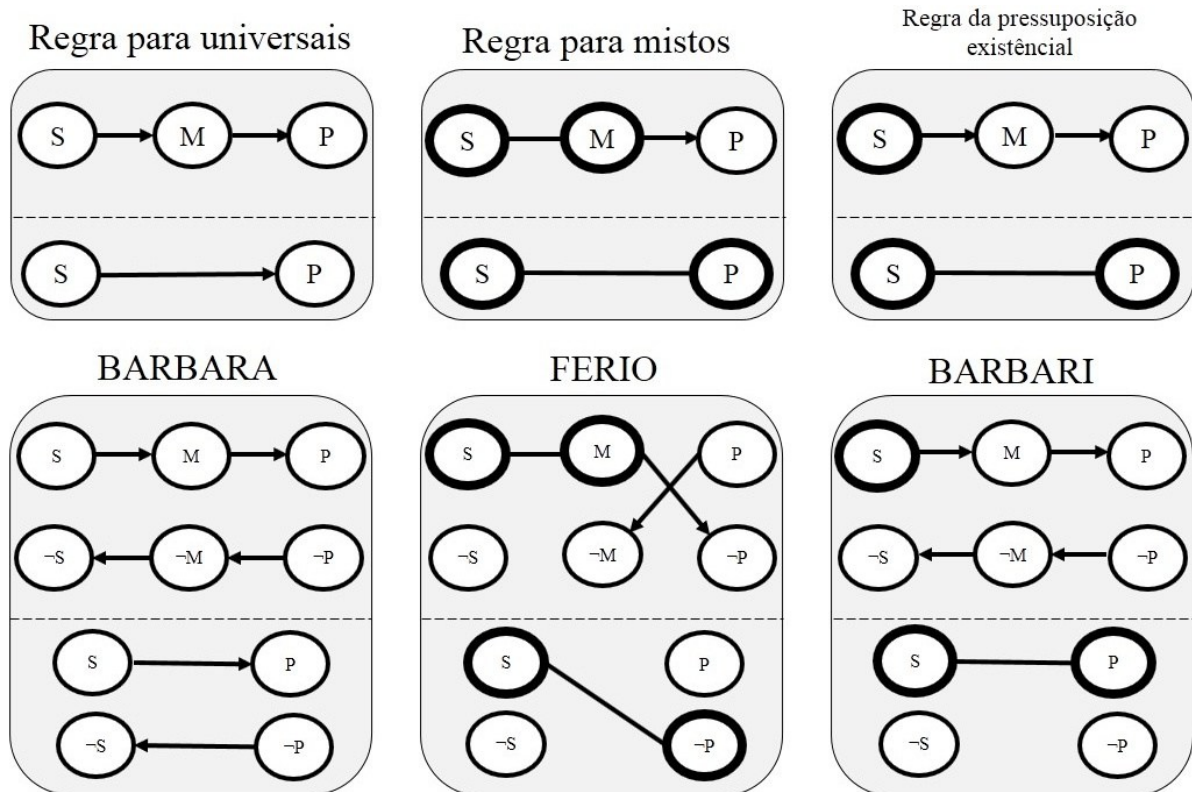


Figura 28 - Regras de derivação para os Digrafos de Gardner (Sautter, 2013, p. 226)

Os propósitos para a inclusão da análise desses dois métodos diagramáticos alternativos são, em primeiro lugar, o fato deles fornecerem exemplos de métodos que não operam através de *free rides*; em segundo lugar, eles não contêm as restrições operacionais que os diagramas seccionais de Venn e de Carroll apresentam no “roteiro de manipulação”; por fim, eles incluem regras de operação que não trabalham com a topologia das figuras utilizadas, mas com seus recursos gráficos.

Tendo por base as estruturas dos grafos, a semelhança estrutural trabalhada por esses métodos se refere aos elementos dessa área, e não à geometria e à topologia. Por essa via, esses sistemas trabalham com as noções de caminhos e orientação a partir de arestas, ao invés de intersecções, inclusão completa, etc. Assim, eles impulsionam a multiplicidade das formas com as quais podemos representar objetos lógicos por meios não linguísticos.³⁴

³⁴ Eles são valiosos também para as considerações pragmáticas discutidas no capítulo 3.

2.5 Da eficácia representacional

A análise dessas características gráficas reafirma a composição tripla dos métodos diagramáticos. Em primeiro lugar, os métodos diagramáticos são compostos por traduções das relações lógicas em relações geométricas ou diagramáticas. Tendo em vista que essas traduções são guiadas pelos objetivos que originaram os métodos – por exemplo aperfeiçoar uma característica de um método anterior – a manipulação adequada do método deve ser guiada pelo que chamamos de “roteiro de manipulação”, constituindo o conjunto dos procedimentos operacionais adequados para cada método. Por fim, os métodos diagramáticos são constituídos também pelo que denominamos “modos de derivação”, caracterizado pelos aspectos que permitem trabalhar os métodos diagramáticos para realizar inferências.

Na presença da análise dessas três características, encontramos as restrições operacionais (*operational constraints*) de cada método. Por um lado, essas restrições podem estar sendo utilizadas no interior do método, como no caso das representações das inferências imediatas de uma proposição categórica e do modo de derivação *free ride*. Por outro, a utilização do espaço geométrico pode implicar limitações para a funcionalidade do método, como no problema do “roteiro de manipulação” dos diagramas de Venn e de Carroll. Através da comparação dessas características, temos um padrão da eficácia dos métodos diagramáticos.

Como afirmam Lemon & Pratt (1997), a eficácia representativa de um método diagramático reside na união de dois aspectos. Em primeiro lugar, podemos retomar o conceito de “facilidade de diagramação” (*easy drawing*) citado no primeiro capítulo. Os métodos diagramáticos possuem como vantagem em relação aos métodos sentenciais uma economia de passos a serem seguidos, bem como a capacidade de acumular informação na mesma representação, como o caso das inferências imediatas. Assim, quanto mais baixa a complexidade do método, mais eficaz ele será no cumprimento da função de ferramenta que auxilia o raciocínio. Contudo, não basta termos um método demasiado simples se ele não cumpre os propósitos que queremos. Esse segundo aspecto diz respeito ao modo como o método diagramático está adequado para tratar um certo domínio. Assim, quanto mais o método diagramático capturar detalhes do domínio o qual ele representa, maior seu poder expressivo e maior será a quantidade de questões e problemas que poderemos investigar através dele.

Cabe notar que Shimojima (1996) esboça unir no conceito de *free ride* uma explicação para essas duas virtudes, afirmando que no processo de derivação através de um diagrama, o pano de fundo pode acumular informações de modo que o diagrama final constitua mais informação em menos passos correspondentes do que um método sentencial. Ainda assim,

Lemon e Pratt (1997) mostram que o poder expressivo de um método diagramático refere-se a mais do que apenas acumular informação, especialmente para com dois tipos de exigências. Em primeiro lugar, um sistema diagramático deve cumprir perfeitamente a representação do âmbito que objetiva representar. Isso significa que, no caso da teoria silogística, um método diagramático deve ser capaz de representar todos os silogismos válidos como configurações gráficas válidas a partir de suas propriedades. Em contrapartida, o método diagramático não pode conter uma configuração que seja permitida a partir de seu “roteiro de manipulação” e que não corresponda a um silogismo válido.

Tais propriedades dos métodos diagramáticos correspondem às exigências de correção (*soundness*) e de completude (*completeness*) de um sistema. Enquanto que a completude de um sistema realiza uma ponte entre os elementos *semânticos* com os elementos *sintáticos* do método, a correção realiza o caminho inverso, testando se os elementos *sintáticos* implicam apenas os elementos *semânticos*. Em nosso caso, transpor essas qualificações típicas dos sistemas formais para os casos diagramáticos exige um cuidado especial. Contudo, seguindo a literatura da área, traduziremos esses termos para o contexto dos métodos diagramáticos a partir das configurações do sistema diagramático e dos modos válidos da silogística. Nesse sentido, dizer que um método diagramático é completo significa que ele é capaz de oferecer configurações diagramáticas que se seguem das regras do método para todos os silogismos válidos. Um exemplo dessa questão é a diagramação de todos os silogismos válidos por Sautter (2013) para o método Dígrafos de Gardner. Coerentemente, um sistema diagramático é considerado correto se a partir de suas regras de inferências, ou seja, do conjunto de operações legítimas que o sistema permite, encontramos apenas representações de argumentos válidos. Essa é utilização dos termos “correção” e “completude” encontrada na literatura em torno dos métodos diagramáticos, além dos já citados Lemon & Pratt (1997) um exemplo dessa utilização é encontrado em Englebretsen. O autor afirma que

diagramas similares podem ser facilmente construídos para todos os 24 silogismos clássicos válidos [...]. Portanto o método é completo. Ele é correto também. Uma exaustiva (e desgastante) verificação de cada uma das 232 formas clássicas inválidas mostra que nenhuma é válida por nosso método (1992, p. 45, nossa tradução).³⁵

Apesar de Englebretsen (1992) sugerir que um caminho para a correção de um sistema gráfico é uma verificação das 232 formas de silogismos inválidos, um outro processo mais

³⁵ “similar diagrams can easily be constructed for all 24 valid classical syllogisms from AAA-1 to EIO-4. So, the method is complete. It is sound as well. An exhaustive (and exhausting) check of each of the 232 classical invalid forms shows that none is valid by our method.”

econômico pode obter o mesmo resultado. Nos sistemas diagramáticos que não usam *free rides*, ou seja, nas quais há um conjunto de regras especificando a partir de quais configurações algo pode ser derivado, a partir do número limitado de combinações possíveis das estruturas que respeitam o “roteiro de manipulação” pode-se obter que todas as combinações possíveis representam silogismos válidos e que, portanto, silogismos inválidos só são obtidos a partir da representação de premissas que ferem as regras de derivação.

Para finalizar as questões desse capítulo, apresentamos a partir da Figura 29, um exemplo do que pode ser entendido como a correção gráfica de um sistema diagramático. Utilizando o método Digrafos de Gardner, montamos todas as configurações de premissas possíveis que respeitam as diretrizes do método, sem incluir o fenômeno da pressuposição existencial, a fim de avaliar se elas permitem a interpretação de um par de premissas do qual nada pode ser derivado. Para tanto, utilizaremos dois recursos diagramáticos de extrema utilidade: as operações de simetria gráfica da rotação das premissas e do espelhamento das mesmas.³⁶ A rotação consiste em inverter a ordem das premissas, por exemplo a ordem ‘premissa A e premissa B’, com a rotação, resulta na ordem ‘premissa B e premissa A’. O espelhamento de um grafo consiste em reproduzir o caminho inverso do mesmo, assim, um grafo que tenha uma flecha da direita para a esquerda e após uma linha, espelha um grafo que tenha uma linha e após uma flecha da esquerda para a direita.

Na Figura 29 apresentamos as combinações possíveis de premissas, já utilizando os recursos de rotação e espelhamento. Cabe notar que logo de início eliminamos a possibilidade de duas premissas na forma de arestas não dirigidas, ou seja, de grafos que representam apenas proposições particulares. Seguindo as regras de derivação de Sautter (2013), dessa combinação nada se pode derivar e, portanto, na presença de uma conclusão, é um raciocínio inválido. Conjeturamos na Figura 29 que os termos superiores de cada grafo são positivos e os inferiores são negativos. Assim, agrupamos conjuntos de arranjos possíveis que recorrem às mesmas combinações de premissas.

Analisando cada conjunto de grafos, observamos algumas configurações idênticas às dos silogismos ilustrados no trabalho de Sautter (2013, p. 229 - 232). O conjunto dos grafos 1) oferece dois arranjos representantes das premissas de BARBARA, 1a) e 1b), que são diagramas espelhados. No segundo conjunto de grafos, o grafo 2a) oferece a representação de CELARENT e CESARE, e o grafo 2d) de CALEMES e CAMESTRES. No conjunto dos grafos 3), o grafo 3b) apresenta a forma correspondente aos grafos DARII, e DATISI e 3c) aos grafos de

³⁶ Sautter (2010a) utiliza esses mesmos recursos de rotação e espelhamento com diagramas de Venn para trabalhar com diagramas “mutilados” a fim de criticar a classificação dos silogismos em modos e figuras.

DISAMIS e DIMATIS. Os arranjos de 4c) e 4d) correspondem às formas válidas de BOCARDO e BAROCO respectivamente. O grafo 5b) - e seu espelhamento 5a) - apresenta exatamente as formas de FERIO, FESTINO, FERISON e FRERISON. Assim, temos que as combinações 1a-b), 2a), 2d), 3b), 3c), 4b), 4d), e 5a-b) correspondem a representações de silogismos válidos da silogística clássica.

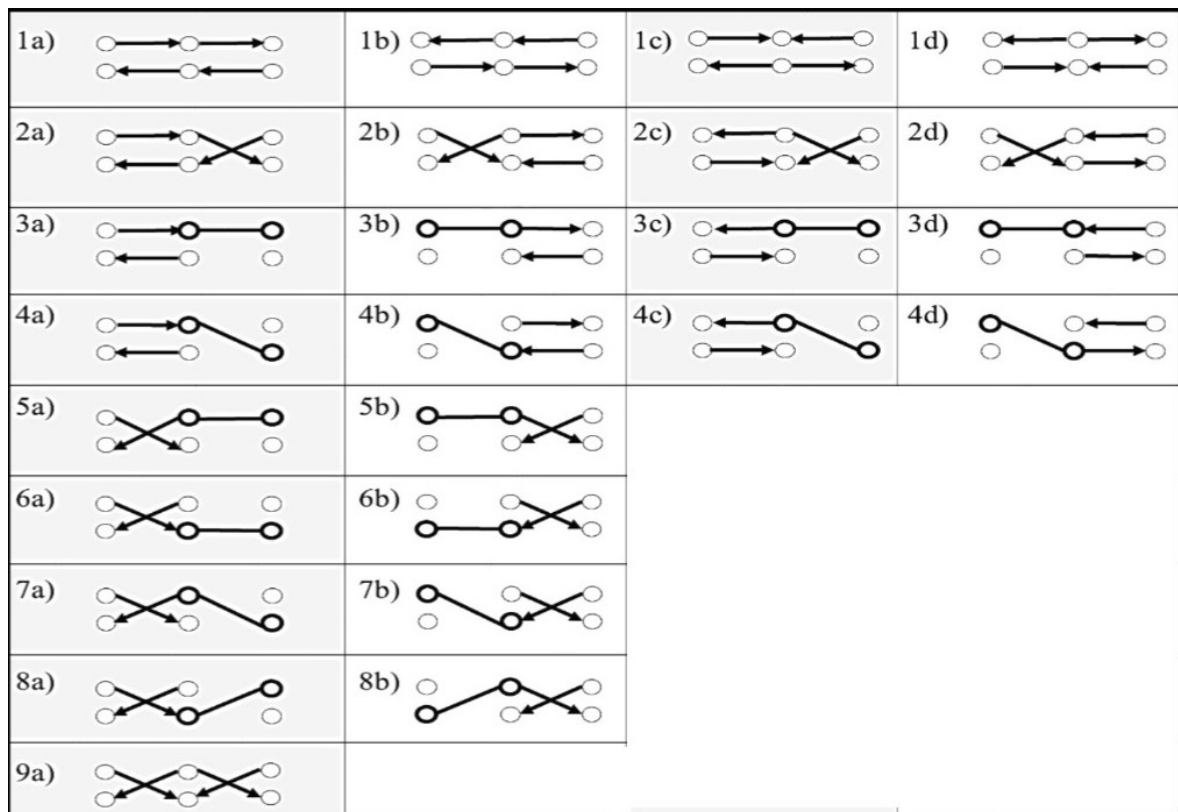


Figura 29 - Combinações possíveis de premissas para os Digrafos de Gardner

Os grafos 1c) e 1d) apresentam arestas dirigidas em sentido contrário, sendo facilmente identificados como grafos dos quais nada se pode derivar. Assim, na presença de uma conclusão, tais configurações representam silogismos inválidos. O mesmo ocorre com os grafos 2b), 2c) e 9a). Da mesma forma os grafos 3a), 3d), 4a), 4b), 6a), 6b), 7b) e 8a) não se enquadram nas regras de derivação, sendo também configurações das quais nada se pode derivar.³⁷

³⁷ Cabe notar que essas configurações tem um aspecto importante e por esse motivo foram apresentadas no texto separadamente. Com o acréscimo de uma conclusão, tais grafos possuem uma disposição perceptivamente enganadora. Ocorre que é mais fácil de identificar visualmente a invalidade daquelas combinações do que destas. Não por acaso, a regra aqui aplicada recorre ao sentido das arestas com relação à ordem das premissas. Por esse motivo, tais configurações se apresentam como as principais falácias derivadas das características visuais do método. Essa é uma característica psicológica da interpretação dos sistemas diagramáticos e é melhor desenvolvida

Contudo, os arranjos diagramáticos 7a) e 8b) respeitam as regras de derivação e, seguindo elas, deveríamos poder derivar logicamente uma conclusão com a forma de uma aresta não dirigida. Porém, tais arranjos não correspondem a nenhum silogismo válido clássico, seriam eles então silogismos inválidos? Curiosamente, tais casos correspondem exatamente à crítica de Carroll (1986) ao método de Venn. Carroll (1986) afirma que é necessário acrescentar uma oitava região nos diagramas de Venn, oferecendo-a em seu método diagramático que utiliza termos negativos. Para apoiar esse pensamento, Carroll (1986, p. 247) apresenta o seguinte silogismo com disposições dos termos nos moldes da quarta figura:

Nenhum P é M (premissa maior);

Algum M não é S (premissa menor);

Algum não S não é P (conclusão).

Como mencionamos na apresentação das regras de construção, Digrafos de Gardner utiliza em sua composição termos negativos. Contudo, os silogismos tradicionais são formulados em um âmbito linguístico exclusivo a termos positivos. Por esse motivo, ocorre aqui o fenômeno conhecido como *extensão conservativa*, ou seja, o método utiliza elementos de uma linguagem extensionalmente maior do que aquela utilizada pela silogística clássica, sendo a característica importante que legitima esse uso a de que tudo o que pode ser *provado* sobre silogismos clássicos através do método também pode sê-lo através da silogística clássica. Porém, ao estendermos a linguagem utilizada encontramos resultados que derivam exclusivamente dessa extensão.³⁸ Nesse sentido, os arranjos 7a) e 8b) possibilitam derivar validamente a representação de uma proposição, mas essa proposição não pode ser expressa apenas com termos positivos. No caso de 7a), que representa as premissas “Algum M não é P” e “Nenhum M é S”, podemos derivar a representação de “Algum não S é não P”. No caso de 8b), que representa as premissas “Algum M não é S” e “Nenhum M é P”, podemos derivar novamente a representação de “Algum não S é não P”.

no capítulo 3. É a partir de considerações desse tipo que Shin (1994) afirma que diagramas são ferramentas menos convencionais e também a partir desses elementos que Sato (2013) avalia o desempenho dos diagramas de Euler.

³⁸ É importante ter em vista que essa não é uma exclusividade desse método diagramático, mas de todos os que utilizam termos negativos que podem ser utilizados como os termos sujeito de uma proposição.

2.6 Síntese do capítulo

O presente capítulo teve por objetivo abordar os distintos métodos diagramáticos a partir das características utilizadas para representar os elementos da lógica silogística. Para tanto, apresentamos na seção 2.1 uma breve introdução à silogística, com propósitos mais pedagógicos do que investigativos, a fim de introduzir ao leitor pouco familiarizado com essa área os elementos trabalhados na sequência do capítulo. Na seção 2.2 retomamos os aspectos históricos envolvidos na origem dos métodos mais comuns na literatura, mostrando por quais objetivos seus respectivos autores os propuseram. Na seção 2.3 apresentamos os elementos que compõe os métodos de decisão de Venn, de Carroll, de Leibniz e de Englebretsen. Na seção 2.4 analisamos as características diagramáticas que permitem aos métodos representar as proposições e os argumentos tratados na silogística, enumerando algumas limitações expressivas e operacionais. Na seção 2.4 apresentamos dois métodos alternativos que não possuem essas limitações, mas que diferem quanto aos recursos espaciais utilizados em suas constituições. Por fim, na seção 2.5, discutimos a eficácia representacional dos métodos diagramáticos a partir dos conceitos de correção e completude, oferecendo um exemplo de uma maneira gráfica de verificar a correção de um método diagramático.

A análise realizada na seção 2.3 revelou uma série de considerações importantes para compreender como sistemas diagramáticos funcionam. A partir da alocação das relações lógicas em relações espaciais, seja por meio da fixação de regiões ou pela semelhança entre comprimento de retas e extensão entre conceitos, sistemas diagramáticos apontam para o âmbito lógico explorando os constrangimentos físicos derivados dessa adaptação. Como os métodos exploram essa semelhança estrutural de maneira distinta, os mesmos apresentam limitações expressivas distintas. Em especial, os diagramas seccionais apresentam uma limitação operacional e na representação do enfraquecimento das premissas e dos argumentos. Por outro lado, os sistemas lineares ocupam o espaço de tal forma que cada porção de informação inserida poderá ser interpretada pelo usuário, permitindo a interpretação legítima através dos *free rides* de configurações que não correspondem a argumentos válidos. Ambos esses problemas podem ser contornados com a inclusão de regras.

Além da análise desses métodos, apresentamos dois métodos diagramáticos que recorrem às estruturas denominadas grafos, afirmando uma variedade de formas que podem ser utilizadas para montar diagramas em lógica. Coerentemente, esses métodos funcionam de modo diferente dos anteriores. Dados os resultados apresentados nesse capítulo, torna-se um caminho natural da pesquisa investigar como as diferenças semióticas exploradas pelos métodos

diagramáticos, na medida em que operam com semelhanças estruturais diferentes, compõem características funcionais diferentes. Esse problema é investigado no capítulo 3, onde exploramos a literatura em torno de como os métodos diagramáticos operam de um ponto de vista psicológico e cognitivo, a origem das suas limitações expressivas e também dos desempenhos heurísticos.

3 RACIOCÍNIO DIAGRAMÁTICO

A análise efetuada no capítulo 2 focou na compreensão de como os sistemas diagramáticos representam a partir das características internas aos distintos métodos diagramáticos. Pode-se dizer que esse estudo esclarece as relações *intrasimbólicas* dos sistemas diagramáticos, ou seja, os elementos referentes ao domínio representacional dos signos utilizados. Porém, como afirmamos no capítulo 1, há uma série de conteúdos que escapam àquela análise. Embora a compreensão sistemática dos métodos diagramáticos seja crucial para o estabelecimento da legitimidade desses objetos na prática lógica e matemática, a mesma não informa por qual motivo sistemas diagramáticos possam ser - em determinados contextos e para determinadas finalidades - mais, menos ou tão úteis quanto sistemas sentenciais. Nesse sentido, o presente capítulo tem o objetivo de discutir as vantagens e desvantagens da utilização de diagramas em detrimento do uso exclusivo de sentenças no raciocínio.

Para tanto, Na seção 1 apresentamos uma breve reconstrução das funções do pensamento simbólico mapeadas por Esquisabel (2012) no interior das obras de Leibniz, a fim de ofertar uma explicação semiótica mais dinâmica para o funcionamento do pensamento através de instrumentos simbólicos. De encontro a isso, efetuamos uma análise breve da literatura da área em torno das características distintivas do raciocínio realizado com o auxílio de diagramas e de sentenças, mas também de objetos físicos como mapas e figuras, tema central da seção 2, onde investigamos como a percepção aparece como intermediário ou elemento constitutivo do raciocínio através de sistemas gráficos de maneira substancialmente distinta da maneira como opera no raciocínio exclusivamente sentencial. Na seção 3, discutimos o papel que diagramas desempenham no contexto da prática lógica, buscando explicar a natureza da performance heurística dessas estruturas a partir das características encontradas na seção 2.

3.1 Diagramas e as funções do pensamento simbólico

A utilização de métodos diagramáticos – e de outras estruturas semióticas – para pensar sobre aquilo que estão designados a representar envolve pelo menos dois tipos de relações que merecem ser estudadas. A primeira, que foi desenvolvida no capítulo 2, diz respeito à maneira pela qual sistemas representam. Retomando algumas considerações importantes, temos admitido que diagramas lógicos não denotam *per se*, sendo ferramentas semióticas heterogêneas que permitem a representação de objetos lógicos e de suas relações de modo

distinto de sistemas puramente sentenciais devido à utilização da estrutura do pano de fundo – seja essa considerada como geométrica, topológica ou apenas gráfica – para obter uma relação isomorfa com alguma relação lógica. Já o segundo tipo de relação versa sobre como esses sistemas permitem a obtenção de conhecimento, isto é, a relação entre a utilização de um diagrama e a obtenção da informação desde uma perspectiva cognitiva. Examinando a literatura que compara a utilização de diagramas e de métodos puramente sentenciais, muitos autores afirmam que o uso de diagramas facilita a compreensão de um determinado assunto, sendo ferramentas valorosas principalmente para a pedagogia devido ao seu papel heurístico.

Ao buscar uma explicação para os motivos que tornam diagramas ferramentas mais úteis do que sentenças, a literatura da área compreende que tal utilidade só pode ser afirmada quando comparado o mesmo processo observado mediado por outro tipo de representação, sendo essa geralmente sentencial. Como já mencionamos no primeiro capítulo, Norman (2000) afirma que várias tentativas têm sido realizadas a fim de encontrar e caracterizar as diferenças entre diagramas e sentenças – mas também mapas e figuras – sendo que a maioria delas tenta identificar uma única característica distintiva para cada caso. No caso do raciocínio diagramático, essa característica tem sido associada aos aspectos visuais envolvidos no trabalho com diagramas e que estariam ausentes no trabalho com sentenças. Esclarecendo esse ponto, sendo diagramas objetos físicos visualizáveis, os mesmos ilustram situações para um observador de tal maneira que a compreensão das mesmas seja facilitada. Essa característica encontra respaldo em uma intuição comum da literatura da área de que diagramas e figuras são casos de raciocínio nos quais o processo de visualização atua de maneira substantiva, sendo essa a fonte das vantagens dos sistemas diagramáticos frente aos sistemas sentenciais.

Um caminho inicial para compreender a natureza desses lucros é recorrer a uma teoria semiótica que forneça uma explicação para o trabalho com os sistemas diagramáticos, simbólicos e formais a partir daquilo que a utilização dessas estruturas simbólicas proporciona para o pensamento. Recentemente, essa questão tem sido avaliada através do conceito de “conhecimento simbólico”, presente e tratado por diferentes maneiras na literatura filosófica, pelo menos desde Leibniz. Para nossos propósitos, a enumeração das funções que os sistemas simbólicos apresentam a partir das obras de Leibniz compõe um conjunto de características suficientes para um excelente ponto de partida.

Como afirma Lassalle Casanave (2012), Leibniz nos legou um importante caminho para distinguir o conhecimento intuitivo do conhecimento adquirido por meio do tratamento de caracteres. Tal distinção oferece uma variedade de características funcionais do pensamento simbólico. Em “Representing and Abstracting: an analysis of Leibniz’s concept of symbolic

knowledge”, Esquisabel (2012) analisa detalhadamente como o pensamento de Leibniz oferece através de várias obras uma caracterização do conceito de “conhecimento simbólico”.¹ Embora as explorações de Esquisabel (2012) – e os próprios escritos de Leibniz – foquem especialmente nos sistemas simbólicos algorítmicos, a mediação proporcionada por sistemas diagramáticos em lógica também se adequa como pensamento simbólico, possuindo em menor ou maior grau cada uma das funções descritas.

Reconstruindo brevemente a argumentação e as características enumeradas por Esquisabel (2012), o conhecimento simbólico é aquele adquirido por meio do pensamento simbólico, sendo esse caracterizado pela manipulação de um sistema físico governado por regras. Assim, o pensamento mediado por símbolos cumpre, primordialmente, uma função subrogativa, na medida em que substitui o tratamento direto dos objetos (ou a contemplação das “ideias” entendidas no interior do pensamento leibniziano) pela relação de um usuário com um sistema simbólico. Tanto a subrogação proporcionada pelo meio simbólico quanto a manipulação do mesmo originam-se na adequação das expressões simbólicas a certas regras: a estrutura daquilo que será representado é projetada na *sintaxe* do sistema simbólico, característica denominada de função ectética.²

Como afirma Esquisabel, isso significa que “consequentemente, a função subrogativa está fundamentada na natureza ectética da organização simbólica” (2012, p. 45, tradução nossa).³ Assim, o pensamento simbólico, em suas variadas formas, está baseado na manipulação estrutural dos sistemas simbólicos, possibilitado pela adequação das regras *sintáticas* que governam o sistema às estruturas que determinam formalmente o domínio representado por ele. Isso permite abstrair o significado das expressões e operar apenas nas propriedades formais dos sistemas simbólicos. Essa característica torna o pensamento simbólico uma espécie de computação, na medida em que é possível separar nos sistemas os constituintes *semânticos* dos *sintáticos*, permitindo investigá-los abstratamente e formalmente. Ao mesmo tempo, torna um mesmo sistema formal capaz de admitir interpretações diferentes.

¹ Leibniz opõe ao conhecimento intuitivo àquele adquirido por meio de símbolos. No interior da obra leibniziana, denominou-se “conhecimento cego” (*blind knowledge*) o conhecimento que não é realizado pelo contato direto com as “ideias”, sendo esse distinguível em simbólico e verbal. Conquanto o pensamento verbal constitui o tratamento da linguagem comum, da língua natural e das representações fônicas, o pensamento simbólico é a operação mediada por estruturas físicas, como caracteres escritos e diagramas.

² Esquisabel (2012) esclarece que o termo “*ecthetic*” vem da palavra grega *ékthesis* que significa literalmente exposição ou apresentação. O termo também é utilizado por Aristóteles para denominar um processo de dedução: “prova por ectése”. Esse processo é usado algumas vezes para fornecer um esquema alternativo a fim de completar certas disposições silogísticas e em um caso é o único modo de dedução utilizado (cf. Smith, 1983).

³ “consequently, the surrogative function is grounded in the ecthetic nature of the symbolic arrangement”.

Nessa etapa de nossa investigação, dadas as variadas análises apresentadas no capítulo 2, perceber como essas características estão presentes nos métodos diagramáticos já é praticamente intuitivo: diagramas obviamente desempenham a função subrogativa, e principalmente a função ectética, pois projetam ao menos um aspecto formal da estrutura do domínio a ser representado em uma relação espacial, e portanto exibindo-o em sua estrutura. Aparentemente, um diagrama pode também alocar outros aspectos formais simbolicamente, desde que não se utilizem objetos e caracteres que entrem em conflito com sua estrutura. Ademais, permite a computação dos aspectos formais representados abstraindo o significado dos constituintes *semânticos* – o que é evidenciado pelas interpretações distintas que uma mesma configuração diagramática pode receber. Contudo, como já afirmamos no capítulo 1, os elementos semânticos e sintáticos dos sistemas sentenciais são distinguidos de forma muito mais evidente, inclusive porque essa é uma distinção tipicamente linguística, como ressalta Camp (2007). Por esse motivo, a computação no caso dos diagramas pode não ocorrer exatamente da mesma maneira, e provavelmente não terá as mesmas características funcionais.

Por fim, o pensamento simbólico cumpre um papel instrumental e uma função psicotécnica. Como mostra Esquisabel (2012), utilizar um sistema físico para o tratamento de questões abstratas fornece um guia perceptível para a realização de inferências, possibilitando verificarmos cada passo da inferência e testarmos nossas assunções na composição do sistema simbólico. Esse procedimento, na culminância da abstração dos significados das expressões, economiza a quantidade de informações que um usuário deve dispor na memória de curto prazo⁴ e oferece, a partir do aspecto ectético, uma capacidade exibitiva – visualmente relevante – das características essenciais que devem ser trabalhadas pelo sistema.

Tendo essas funções como ponto de partida, obtemos três questões importantes para a compreensão do raciocínio diagramático que merecem maior atenção. Como os sistemas simbólicos são primordialmente instrumentos físicos e isso permite o fornecimento de uma espécie de guia perceptivo para o raciocínio, é importante questionar se os aspectos cognitivos relacionados à percepção desempenham papéis distintos em métodos diagramáticos e sentenciais. Essa característica advém principalmente do desempenho da função ectética nos sistemas diagramáticos. Como vimos, sistemas diagramáticos operam de forma significativamente diferente do que sistemas sentenciais, de modo que essas diferenças podem compor aspectos cognitivos e perceptuais distintos na sua utilização. Nessa mesma via, afirmamos que um diagrama pode possuir um estilo de computação distinto. No intuito de

⁴ Memória de curto prazo é entendida como a retenção de informação durante um determinado processo. Mais adiante esse mesmo significado aparecerá no conceito de “memória de trabalho”.

analisar essa questão, é necessário ter em vista as limitações expressivas dos métodos diagramáticos. Embora seja aparentemente possível introduzirmos e desenvolvermos símbolos que desempenham funções formais nos diagramas, com a ressalva de que esses não entrem em conflito com sua estrutura, é provável que haja uma diferença significativa no desempenho ectético da estrutura, e portanto naquilo que ela pode expressar claramente. A partir de um resultado mínimo para essa questão, é possível encarar as diferenças na manipulação desses veículos semióticos, ou seja, os seus aspectos computacionais.

3.2 Raciocínio diagramático e percepção

A fim de investigar os problemas obtidos na seção anterior, investiga-se nessa seção a relação entre o raciocínio diagramático e a percepção visual e espacial. Para tal, teremos como guia condutor o contraste entre as capacidades expressivas de distintas ferramentas semióticas, como diagramas, mapas, figuras e frases.

3.2.1 Visualização em sentido trivial

Uma primeira tentativa de distinguir a funcionalidade de sistemas diagramáticos e sistemas sentenciais corresponde à intuição de que diagramas, por serem espacialmente semelhantes a figuras e mapas, possuem características representacionais que permitem aos usuários internalizar uma informação através do processo de visualização, sem a necessidade de uma inferência. Tal como afirma Schultz (2010), analisando o que poderia ser o marco distintivo visual entre sentenças e diagramas para argumentos com a finalidade de demonstrar algo, poder-se-ia pensar que o fato de visualizarmos uma região, marcação, ou qualquer outro tipo de inscrição que corresponda a uma propriedade do diagrama, atue de maneira substancial no processo de inferência. Em contrapartida, a inferência através de sentenças nada tem a ver com a visualização dos caracteres em um sentido substancial. Nesses casos a visualização estaria presente apenas em um sentido trivial, isto é, o fato de que alguém observa os caracteres não faz parte do processo de inferência.

Se isso estiver correto, uma inscrição em sistema diagramático difere de uma inscrição em um sistema sentencial na medida em que a visualização da primeira irá atuar de forma determinante no processo inferencial. A presença desse elemento perceptivo caracteriza uma inferência heterogênea, um caso no qual uma parte do processo não é linguística, mas visual. Isso pode ser melhor entendido através do exemplo fornecido pelo próprio Schultz (2010), onde

um sujeito possui a informação “Ana é a mulher que está na sala 2 conversando com um homem com barba” e com a observação de que os únicos dois homens com barba na sala 2 estão conversando com a mesma mulher, o sujeito infere que aquela mulher é Ana. Nesse caso há uma premissa sentencial, que é a informação que o sujeito já possuía, mas tanto uma premissa complementar quanto a conclusão do argumento não consistem em sentenças, mas na observação e na associação dos indivíduos com signos. Porém, como ressalta Schultz (2010), inferências que envolvem métodos diagramáticos não são visuais no mesmo sentido do exemplo fornecido.

Enquanto nas inferências heterogêneas a visualização determinaria o conteúdo de pelo menos parte da conclusão ou de uma premissa, ao representarmos um argumento em um diagrama a visualização não determina o conteúdo de qualquer parte do argumento. Como argumentamos no capítulo 1 e realizamos no capítulo 2, o conteúdo representado por um diagrama é determinado em detrimento do conjunto de regras do sistema no qual ele está inserido. Por esse motivo, o fato de um sujeito observar e extrair informação de um diagrama é algo tão trivial – do ponto de vista da inferência – quanto o que ocorre com sistemas sentenciais. Tal como afirma Schultz (2010), visualizar um diagrama permite *verificar* sua obediência a certas *regras* no mesmo sentido em que podemos verificar visualmente que uma regra de derivação foi usada corretamente ou que um símbolo está grafado de maneira correta em uma representação sentencial. Mesmo nos casos em que o modo de derivação do método diagramático é um *free ride*, o conteúdo da conclusão do argumento não depende do fato de que o indivíduo observa uma determinada característica do diagrama, do mesmo modo como o conteúdo da conclusão de um argumento escrito ou falado não depende do fato de um indivíduo percebê-lo.

3.2.2 Mapas, diagramas e sentenças

Schultz (2010) estava alegadamente preocupado com o papel que a visualização concreta pode desempenhar em demonstrações diagramáticas de argumentos – que denominou *provas informais*. Para essa finalidade, a análise correspondeu à participação da visualização de algo que corresponda ao conteúdo das premissas ou ao conteúdo da conclusão do argumento. Porém, tendo em vista outras finalidades, nas quais a visualização não seja considerada como meio direto para o conteúdo de uma inferência, é possível que haja uma diferença substancial naquilo que ela desempenha em métodos diagramáticos e em métodos puramente sentenciais. Por exemplo, é uma intuição comum que a percepção visual tenha importâncias diferentes na

extração de informação de um mapa e de um texto escrito, embora ambos sejam representações e não o conteúdo diretamente visualizado.

Um caminho comumente traçado pela literatura da área para encontrar as características distintivas do pensamento diagramático tem sido comparar o uso de diagramas com a utilização de retratos, mapas e sentenças. Camp (2007), por exemplo, no intuito de refletir sobre a hipótese de uma linguagem do pensamento,⁵ apresenta uma investigação sobre a distinção entre operar com mapas e sentenças. Tal como ocorre em diagramas, mapas incorporam o pano de fundo como dispositivo representacional oferecendo uma relação de isomorfia para com o domínio dos objetos representados. Do mesmo modo, Norman (2000) compara diagramas com retratos e sentenças a fim de compreender as características distintivas desses modos de representação.

Como ponto de partida, a discrepância radical entre o modo como um retrato e um sistema sentencial representam recai sobre as porções de informação que podem ser comunicadas. Um sistema sentencial é capaz de fornecer a comunicação de qualquer parte de uma informação separadamente, enquanto um retrato aloca todas elas conjuntamente. Essa distinção tem sido denominada como *meios digitais* e *meios analógicos*, respectivamente. De modo análogo, Norman (2000) utiliza o termo “discreto” (*discreet*)⁶ para a capacidade das descrições sentenciais informar algo sem transmitir mais do que é necessário, enquanto que os retratos seriam intrinsecamente indiscretos, visto que qualquer informação intencionalmente comunicada terá conjuntamente outras informações devido ao meio de representação. Exemplificando essa distinção, como afirma Norman (2000), quando utilizamos um retrato é difícil informar a forma de algo sem informar também seu tamanho e sua orientação. Assim, como afirma Camp (2007), se quero comunicar que “o café está servido”, um retrato de uma xícara com café irá conter inescapavelmente o quanto de café há no recipiente, a forma e o tamanho da xícara.

Segundo Camp (2007), ao contrário do que ocorre com retratos – onde há uma relação de semelhança no nível do conteúdo – mapas exploram isomorficamente apenas a estrutura espacial, o que permite omitir certas porções de informação irrelevantes. Ao mesmo tempo, tal como diagramas, mapas incorporam componentes *semânticos* arbitrários: que um certo símbolo indique que há uma padaria em uma determinada rua, por exemplo. Contudo, como já

⁵ A hipótese da “linguagem do pensamento” corresponde a ideia em filosofia da mente de que o pensamento é composto fundamentalmente por uma estrutura semelhante à da linguagem (*language-like*), sendo articulado principalmente por Fodor e por Pylyshyn, (Cf. Aydede & McLaughlin, 2010).

⁶ O termo “discreto” aqui é usado por Norman (2000) no sentido trivial de discrição, aquela capacidade dos indivíduos agirem com pudor e cautela. Nesse sentido, que uma imagem é “não discreta” é entendida por analogia com atitudes indiscriminadas.

afirmamos, haverá sempre uma restrição para que as características físicas dos símbolos utilizados não entrem em conflito com as relações espaciais do pano de fundo, tanto em diagramas quanto em mapas. Seguindo o pensamento de Norman (2000), esse tipo de restrição deriva do caráter *indiscreto* dos sistemas de representação, por exemplo, da mesma forma como um retrato de uma bola em uma caixa carregará a informação de onde a bola está localizada, qualquer informação em um mapa estará espacialmente localizada. Tal característica, seja denominada *indiscricção* ou meio *analógico*, situa diagramas como um meio termo entre retratos e sentenças.

Quando considerados os recursos cognitivos que um sujeito deve dispor para interpretar as informações representadas - por exemplo que praticamente qualquer pessoa pode compreender o retrato de uma bola em uma caixa, mas o entendimento de uma sentença como “a bola está na caixa” dependerá de uma capacidade de interpretação linguística - Norman (2000) afirma que diagramas estariam mais próximos a retratos do que sistemas sentenciais. Contudo, a análise realizada na presente dissertação situaria diagramas mais próximos a sentenças. De fato, o critério que Norman (2000) utiliza para tal é o grau de dependência de um contexto de interpretação, distinguindo entre signos icônicos puros e dotados de significado externo (utilizados como símbolos) como, por exemplo, a imagem de uma pomba branca que enquanto ícone puro representa uma pomba, mas que em um determinado contexto pode vir a representar a paz entre nações. Nesse sentido, ainda que diagramas possam ser entendidos como estando em um meio termo entre sentenças e retratos, a exigência de informações prévias para a sua interpretação, de um contexto de uso, torna-os mais similares a sistemas sentenciais.⁷

Ainda assim, Norman (2000) apresenta uma contribuição de suma importância para a questão aqui trabalhada. Norman (2000) mostra como sistemas de representação podem ser distinguidos coerentemente do ponto de vista funcional por mais de uma característica, ilustrando em um gráfico bidimensional suas conclusões. De modo semelhante, Camp (2007) também equipara a funcionalidade de mapas, retratos, diagramas e sentenças a partir de duas características, também posicionando-os em um gráfico bidimensional. Contudo, as características reunidas por Camp (2007) dizem respeito ao quanto o sistema de representação recorre a componentes arbitrários – em oposição às relações de isomorfismo. Na Figura 30 apresentamos o gráfico utilizado por Camp (2007, p. 160).

⁷ Essa característica constitui o mesmo problema do critério de “não convencionalidade” trabalhado no capítulo 1 a partir de Shin (1994).

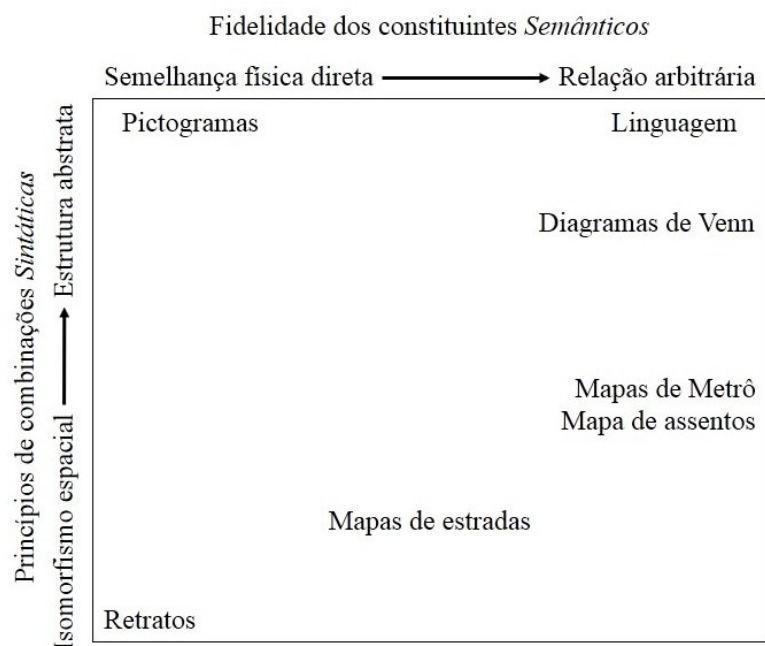


Figura 30 - Gráfico apresentado por Camp (2007, p. 160, tradução nossa).

Explicando o pensamento de Camp (2007), em um retrato, tanto os componentes *sintáticos* quanto os componentes *semânticos* operam com relações de isomorfismo, dada a semelhança *pictórica*. Em um mapa, os princípios de combinação *sintáticos* são regidos pelo isomorfismo espacial, mas seus componentes *semânticos* não, o que também ocorre em diagramas, em menor ou maior grau. Cabe notar que os sistemas diagramáticos distintos ocupam locais distintos nesse gráfico, dado que diferem no grau em que recorrem ao isomorfismos espacial e a quantidade de dispositivos *semânticos* não arbitrários.

Em detrimento das considerações analisadas até aqui, temos coerentemente que a funcionalidade dos sistemas diagramáticos, ou seja, aquilo que um usuário pode processar qualitativamente através de um método diagramático, é determinado pelas suas características representacionais. Nesse sentido, haverá uma gama de informações que não serão facilmente tratáveis a partir de diagramas.

3.2.3 Limitações expressivas

Ainda recorrendo à comparação de métodos diagramáticos com mapas, pois ambos utilizam o pano de fundo como componente representacional, podemos observar as limitações expressivas desses sistemas quando considerados conjuntamente com os processos cognitivos dos seus usuários. Como afirma Camp (2007), é implausível que um pensador possa administrar

tudo o que um sistema sentencial permite sobre um determinado domínio através de retratos, dado que muitas das modificações que deveríamos poder fazer a fim de raciocinar seriam impedidas pela coerência estrutural de um retrato. De modo semelhante, a estrutura montada em um mapa e em um diagrama torna certos conjuntos de informações dificilmente tratáveis.

Como o pano de fundo de mapas e diagramas adquire uma função específica, toda informação que não esteja relacionada a essa função será intratável por relações de semelhança estrutural. No caso de mapas, onde o pano de fundo geralmente possui a função de isomorfia espacial, as operações de negação, disjunção e implicação são particularmente caras. No caso dos diagramas, elas dependerão da função atribuída ao pano de fundo, embora seja praticamente impossível que um mesmo pano de fundo permita manipular todas elas conjuntamente.

Isso significa que a informação negativa, por exemplo, poderá ser incluída em ambos os casos através de um símbolo – ou seja, de um dispositivo que não representa por semelhança estrutural. No caso próprio dos diagramas ela também pode ser fixada em regiões, como nos diagramas seccionais, ou representada por um objeto, como Peirce realiza em seus Grafos através de uma circunferência que designa a negação para todos os objetos no interior desse círculo. Nos Grafos Existenciais, Peirce trabalha no pano de fundo do diagrama as funções de conjunção e de negação, permitindo tratar uma variedade de sentenças a partir da tradução das outras operações. Ainda assim, uma vez que a função do pano de fundo é fixada, qualquer operação que não puder ser transcrita naquela função dependerá do acréscimo de um símbolo. Isso pode ser ilustrado quando comparamos os Grafos Existenciais de Peirce com diagramas seccionais, por exemplo os diagramas de Carroll e os diagramas de Venn. Enquanto aquele utiliza o espaço diagramático para marcar operações, a conjunção e a negação, e isso exige que os átomos sejam marcados simbolicamente, os últimos utilizam o espaço geométrico para marcar *nomeações*, setores referentes a extensão dos termos, exigindo a representação simbólica das operações.

Essa exigência construtiva à primeira vista não parece um grande problema para o sucesso de um método de representação. Contudo, quando consideramos outros tipos de informação que a linguagem nos permite trabalhar, notamos que a dependência das restrições do pano de fundo é um pouco mais complexa e problemática. Do mesmo modo que um mapa é incapaz de representar objetos que não estejam situados espacialmente de modo específico, por exemplo o conteúdo da sentença “existem duas igrejas em uma rua qualquer da cidade tal”, diagramas são limitados a representar objetos que se encontram no escopo da função atribuída ao pano de fundo, por exemplo um diagrama biliteral dos termos A e B não contém espaço para os objetos que são “nem A & nem B”. Utilizando problemas com métodos diagramáticos

mencionados no capítulo 2, um diagrama que contenha duas regiões para a intersecção entre os termos A e B não nos informará previamente em qual região específica algum A é B, bem como um diagrama cujo pano de fundo é constituído pela função de alocar relações atuais não contém espaço para situações hipotéticas.⁸

Nesse sentido, principalmente a variedade das atitudes intencionais e quantificações serão representadas com o custo da inclusão de dispositivos simbólicos específicos, dependendo sempre da função do pano de fundo.

3.2.4 Utilidade condicionada

As considerações levantadas sobre a limitação representacional dos sistemas diagramáticos determinam que conforme acrescentamos novos tipos de informação e de operações em um diagrama, o mesmo será mais difícil de ser manipulado. Contudo, as mesmas características que tornam diagramas mais complexos de serem interpretados e manipulados, também os qualificam como sistemas mais fáceis de manipular do que os sentenciais em casos simples.

Administrando um diagrama bem construído, respeitando as regras pelas quais o sistema responde, um pensador pode manipular os signos no diagrama resultando em uma configuração que representa as informações do domínio lógico de forma compacta. Como resultado, sistemas diagramáticos podem exibir uma gama de informações que nos sistemas sentenciais deveriam ser inferidas, o que resulta em uma economia de pensamento e de passos. São exemplos dessa utilidade os casos mencionados no segundo capítulo, nos quais uma mesma configuração diagramática representa uma proposição e suas inferências imediatas.

Assim, a variedade dos sistemas diagramáticos existentes pode ser melhor compreendida. Dadas as limitações advindas da função atribuída ao pano de fundo do diagrama, diferentes sistemas empregam diferentes tipos de isomorfismos entre essa estrutura física e as relações presentes na estrutura do domínio dos objetos lógicos. Cada qual terá uma limitação expressiva direta da relação isomórfica capturada pelo diagrama e diferentes lucros para os pensadores.

Para além disso, o posicionamento espacial dos objetos, determinado por uma função sintática desse espaço, permite um tipo de interpretação diferente daquele que ocorre com

⁸ O primeiro é o caso dos diagramas de Venn e de Carroll, que exigem em sua manipulação que a primeira marcação efetuada no diagrama seja sempre a que representa uma proposição universal; o segundo é o caso dos diagramas de Euler, cuja característica é a base da crítica de Venn mencionada no capítulo 2.

sistemas sentenciais. Lemon A. & Lemon O. (2000) argumentam que o ponto de partida para um sistema semiótico que utiliza o isomorfismo espacial não é a teoria matemática abstrata mas as considerações sobre as capacidades cognitivas dos usuários. Para os autores, a construção desses sistemas deve ter em vista a capacidade dos usuários de detectar padrões e diferenças em um pano de fundo com muitos caracteres e, principalmente, a capacidade de distinguir as relações entre esses objetos. Dito de outro modo, a *usabilidade* de um diagrama está relacionada principalmente aos limites cognitivos dos usuários.

3.2.5 A influência da percepção visual

O argumento de Lemon A. & Lemon O. (2000) fornece uma explicação complementar à dependência do tratamento adequado de diagramas para casos simples. Conforme os autores, quando as características dos objetos utilizados no diagrama não são icônicas, ou seja, não cabem na semelhança estrutural representada no pano de fundo, a manipulação dos mesmos exigirá maior processamento, pois o usuário terá de manter todas as interpretações *semânticas* dos distintos signos na “memória de trabalho”⁹, ou seja, o usuário deverá armazenar e manipular mais informações de curto prazo. Assim, conforme um método diagramático busca lidar com diferentes tipos de informação, e nesse sentido terá que dispor de mecanismos para representar cada uma delas – sejam figuras geométricas, letras, cores, números, etc. – além de uma limitação física derivada das leis geométricas, teremos um acréscimo na carga cognitiva necessária para a interpretação do diagrama.

As capacidades cognitivas envolvidas na leitura e manipulação de gráficos e diagramas, tal como as citadas por Lemon A. & Lemon O. (2000), podem ser testadas através de estudos empíricos. Por exemplo, investigando a importância da limitação na “memória de trabalho”, Hegarty (2000) apresenta um experimento com indivíduos que deveriam manipular diagramas e deduzir novas informações a partir dessas manipulações, concluindo que embora a capacidade da “memória de trabalho” dos indivíduos seja um fator importante no raciocínio e na resolução de problemas através de gráficos e diagramas, as limitações na memória de trabalho de um indivíduo podem ser compensadas com estratégias para decompor o procedimento, organizando separadamente cada tarefa necessária para o raciocínio.

⁹ “Memória de trabalho” significa, no contexto desse tema, a capacidade de armazenar informações de curto prazo no decorrer de um processo cognitivo, como calcular ou encontrar um estratégia para solucionar um problema, sejam esses trabalhadas a partir de meios fonéticos ou visuais espaciais. Assim, a memória de trabalho compõe um suporte entre a percepção, a memória de longo prazo e a manipulação das informações (cf. Baddeley, 2003).

Há ainda uma série de outros fatores mais triviais que podem ser considerados quando tratamos de processos cognitivos na interpretação de gráficos e diagramas. Feeney et al. (2000), por exemplo, realizaram um experimento a fim de testar os processos envolvidos na compreensão de gráficos de barras simples, onde os indivíduos deveriam verificar se certas afirmações correspondiam ou não aos gráficos, chegando à conclusão de que um fator determinante na velocidade de resposta da verificação dos gráficos pelas pessoas é se a ordem dos referentes no gráfico é a mesma que a ordem dos referentes nas frases que deveriam ser verificadas.

Cabe notar que os processos cognitivos envolvidos na verificação, construção e manipulação dos diagramas são um pouco distintos daqueles envolvidos nas mesmas atividades a partir de sentenças. A capacidade de detectar padrões e distinguir relações entre objetos diagramáticos é fornecida pela percepção visual. Enquanto nos sistemas sentenciais essas mesmas capacidades são reduzidas ao reconhecimento de caracteres e espaçamentos entre suas concatenações, nos sistemas diagramáticos elas atuam de forma substancial na manipulação da estrutura subjacente ao diagrama. Tal diferença é bem explicada na literatura inicialmente por Stenning (2000) através da distinção entre *sintaxe abstrata* e *interpretação direta*, sendo melhor desenvolvida por Stenning & Lemon (2001). Buscando montar um sistema de referência (*framework*) que dê conta das variadas características em jogo na eficácia cognitiva dos métodos diagramáticos, Stenning & Lemon (2001) argumentam que as propriedades cognitivas das representações – diagramáticas e sentenciais – residem no modo como usuários as interpretam.

Tal como argumentam os autores, tendo em vista os sistemas semióticos como objetos físicos, tanto um diagrama quanto um texto utilizam relações espaciais. Contudo, sentenças exploram essas propriedades espaço-temporais apenas com a relação de concatenação. Embora a concatenação seja uma relação tão importante quanto onipresente em um texto, a mesma permite a comunicação e a leitura de uma variedade de interpretações, ou seja, a estrutura não tem fixada uma única função linguística. Assim, quando duas palavras estão na mesma relação de concatenação em uma sentença, o que determina aquilo que deve ser interpretado é a sintaxe abstrata da sentença. Em contrapartida, a estrutura fixada no fundo de um diagrama terá uma função representacional estabelecida, de modo com que quando duas ou mais estruturas estiverem na mesma relação gráfica as mesmas serão interpretadas da mesma maneira.

Diante dessas considerações, Stenning & Lemon (2001) explicam que o modo de interpretação de um sistema sentencial é determinado pela sintaxe abstrata, enquanto que a utilização do pano de fundo de um diagrama para uma função sintática permite uma

interpretação direta das relações entre os objetos representados. Interpretar diretamente aqui não significa abrir mão de um contexto de interpretação mais complexo, mas apenas a presença de uma característica gráfico-espacial relevante. Assim, a diferença no modo como usuários internalizam as representações é justamente o papel que a percepção visual desempenha, pois o reconhecimento visual de padrões permite que uma regra sintática esteja operando na estrutura do meio semiótico.

Como Schultz (2010) mencionou, a visualização concreta atua na verificação das regras tanto dos sistemas diagramáticos como dos sistemas sentenciais. No entanto, embora não haja uma diferença substancial nos termos da visualização direta do conteúdo de uma inferência, o argumento de Stenning & Lemon (2001) mostra que a percepção visual atua de forma substancial na interpretação e na manipulação da estrutura de um sistema diagramático.

Ainda assim, poder-se-ia argumentar que a interpretação direta fornecida por um método diagramático não implica que esses sistemas sejam mais úteis do que os sentenciais. Porém, a percepção visual não compõe somente a visualização concreta das situações, mas também processos cognitivos. Por exemplo, tal como mostra o experimento realizado por Hegarty (2000), o desempenho na manipulação de um sistema gráfico está relacionado com a capacidade visual-espacial dos usuários, de modo que as diferenças nos limites dos componentes visuais e espaciais que um usuário é capaz de reter na memória de trabalho explica porque quando dada a oportunidade de trabalhar com anotações na manipulação gráfica, apenas alguns usuários do experimento recorreram a ela. Obviamente, esses experimentos adentram ao nível das diferenças individuais entre os usuários, tal como Stenning & Lemon (2001) também afirmam, quando um teste empírico é conduzido, sistemas diagramáticos são mais ou menos úteis para usuários diferentes. Contudo, nesse momento é importante fixar apenas que o trabalho com sistemas diagramáticos envolve mais elementos visuais e espaciais na cognição dos usuários do que a simples visualização concreta dos objetos.

Nesse sentido, mais do que a verificação facilitada da validade de um argumento, métodos diagramáticos serão valiosos (ao menos para alguns usuários) na manipulação das peças representantes, operando com a informação disponível em um procedimento espaço visual. Uma boa correlação para compreender melhor essa temática é apresentada nas pesquisas psicológicas dos elementos perceptuais no raciocínio do jogo de xadrez. Chase & Simon (1973) mostram que bons jogadores de xadrez são capazes de manter na memória de trabalho imagens mentais de várias posições possíveis das peças no tabuleiro. Explorando um pouco mais essa característica, Ferrari, Didierjean, e Marmèche (2006), seguindo alguns experimentos, mostram que jogadores experientes conseguem reconhecer padrões familiares de jogo, mas

principalmente são capazes de ativar a partir desses padrões visuais outras informações que permitem antecipar as configurações seguintes. Assim, alia-se com a percepção concreta de uma posição de jogo informações sobre as estratégias a serem seguidas, incluindo movimentos prováveis. Explicando esse ponto, especialistas em xadrez possuem uma capacidade perceptual que permite explorar visualmente padrões familiares que estão relacionadas com informações adicionais que permitem antecipar algumas jogadas prováveis e focar nas áreas onde elas ocorreriam para pensar nos próximos passos do adversário. Como resultado, a percepção visual desses jogadores mostra-se aliada a informações estratégicas, sendo essas ativadas pelas informações adquiridas visualmente.

Por outro viés, alguns estudos tem mostrado que a percepção espaço visual é constituída de múltiplas características cognitivas. Em “O Homem Que Confundiu Sua Mulher Com Um Chapéu”, Sacks (1997) relata o caso de um senhor que perdeu um componente da percepção visual, patologia denominada de agnosia visual. Nesse caso, um indivíduo havia danificado uma parte do córtex cerebral – que segundo o autor é um pré-requisito orgânico para as imagens pictóricas. Como resultado, o indivíduo não só estava impossibilitado de perceber visualmente o mundo a partir de sua topologia, distinguindo apenas detalhes específicos em imagens, como também parou de sonhar com cenas pictóricas, ou seja, o conteúdo do sonho não era transmitido em termos visuais. Ademais, o senhor em questão, que era professor de música em uma faculdade, tinha exposto em sua casa uma coleção de pinturas que havia realizado.¹⁰ Curiosamente essas pinturas estavam em ordem cronológica e passavam progressivamente de quadros com características realistas e naturalistas para obras mais abstratas e geométricas. Segundo Sacks (1997) o fato do estilo ter variado do realismo ao abstrato no decorrer do tempo estava diretamente relacionado com o avanço da agnosia visual de seu paciente, que afetava não apenas a capacidade visual concreta, mas também sua imaginação visual e sua capacidade de representação pictórica, sendo “aquela parede de quadros [...] uma trágica exposição patológica, que pertencia à neurologia e não à arte” (Sacks, 1997, p. 14).

¹⁰ Sacks (1997) fornece diversos exemplos dos efeitos da perda dessa capacidade visual por parte do paciente, citando um deles, o mesmo não conseguia identificar uma luva, mesmo visualizando seus detalhes e tocando o objeto. Contudo, sendo professor de música e profundo conhecedor dessa área, ele conseguia ambientar-se e realizar tarefas cotidianas através da representação sonora, musical. Conforme relata Sacks “a música, para ele, tomara o lugar da imagem. Ele não possuía imagem corporal, e sim música corporal; eis por que ele era capaz de mover-se e agir com fluência, mas parava todo confuso se a ‘música interior’ fosse interrompida. E o mesmo acontecia com o exterior,” (1997, p. 14). Embora extremamente difícil de compreender como o paciente reconhecia o mundo (e a si mesmo), encontramos em uma nota de rodapé da obra um exemplo que ilumina essa questão, onde o autor relata que “embora ele não conseguisse reconhecer seus alunos se eles se mantivessem sentados e quietos, se fossem meras ‘imagens’, era capaz de reconhecê-los subitamente se eles se movessem ‘aquele é Karl’, bradava ‘Conheço seus movimentos, sua música corporal’” (1997, p. 14).

Diante disso, o tratamento com estruturas diagramáticas é realizado em um par representação – processo, tanto mediado pela percepção visual na interpretação do significado da estrutura do diagrama, quanto presente na internalização dessas representações, recorrendo à imaginação e à memória visual dos sujeitos.

3.3 Vantagens heurísticas e pedagógicas

Após essas breves considerações sobre o raciocínio diagramático e o papel que a percepção visual desempenha, entendida agora como um processo cognitivo mais complexo do que a mera observação concreta de algo, obtemos uma enumeração mais precisa dos elementos envolvidos no raciocínio diagramático. Assim, o raciocínio através de diagramas é composto por um par representação - processo cognitivo, caracterizado por:

- a) mediação perceptual substantiva na verificação e na manipulação da estrutura do diagrama;
- b) processos cognitivos ativados por e vinculados à percepção, como a memória visual espacial, a imaginação, o reconhecimento de padrões e a relação desses com informações adicionais.

Em detrimento dessas questões, vimos que a expressividade de um sistema diagramático depende do conteúdo visado. Casos mais complexos, que objetivam trabalhar com diferentes tipos de informações (quantificações, atitudes intencionais, etc.), exigem mais dos usuários, de modo que as vantagens advindas da natureza analógica do diagrama sejam ofuscadas pela quantidade de informação que deve ser percebida na folha de asserção. Essas vantagens correspondem à intuição comum de que os diagramas possuem um valor heurístico, principalmente em sua utilização pedagógica. Essa ideia está presente na literatura da área inclusive na tradição do século XX. Como afirma Giardino (2013) “mesmo um intelectual que defende a concepção de lógica e matemática como meros jogos de símbolos não negará que objetos como círculos ou figuras são prestativos como ferramentas heurísticas” (Giardino, 2013, p. 135, tradução nossa).¹¹

Tendo em vista as funções que os sistemas simbólicos desempenham, o caráter heurístico dos diagramas pode ser encontrado pelo menos em duas vias distintas. Em primeiro

¹¹“even a scholar who defends a conception of logic or mathematics as mere games of symbols would not deny that objects such as circles or figures are helpful as heuristic tools in directing reasoning”.

lugar, diagramas aproximam um usuário iniciante – um aluno que não teve contato ainda com um domínio de problemas – fixando os pontos relevantes do domínio representado. Em segundo lugar, sistemas diagramáticos trabalham dinamicamente as combinações possíveis de seus constituintes e, portanto, das relações entre aquilo que eles representam. Essas duas características são possíveis porque diagramas lógicos trabalham originalmente com a filtragem dos elementos que representam, codificando as informações relevantes em uma estrutura padronizada. Assim, mais do que uma simples ilustração facilitada de um aspecto, obtém-se um sistema de peças regido por regras de combinação que compõem uma prática de uso. Nesse sentido, a interpretação direta dos objetos no diagrama retoma agora um caráter dinâmico, amparada na capacidade de imaginação e percepção manipulativa dos usuários, semelhante à manipulação do jogo de peças “ossos de Napier” apresentado no início do primeiro capítulo.

Explicando cada ponto, tal como afirmam Stenning & Lemon (2001), muito do que um aluno de lógica inicial deve aprender consiste em desfazer o condicionamento habitual da linguagem comum. Sistemas diagramáticos são criados sem esse condicionamento, permitindo que o usuário, ao entrar em contato com a representação daquele domínio, compreenda quais elementos realmente estão em jogo. Nesse sentido, o valor pedagógico dos sistemas diagramáticos está relacionado ao desempenho dinâmico das funções subrogativa e ectética, que abstraem os aspectos irrelevantes que podem confundir os usuários.

É interessante notar que anteriormente tratamos diagramas a partir das características que estavam sendo denominadas de “meios analógicos” ou “indiscretos”, seguindo Norman (2000) e Camp (2007). Entretanto, se o modo de exibição de um diagrama carrega mais informação do que uma sentença, e isso contém aspectos positivos e negativos para o raciocínio, o entendimento proporcionado por um método não-linguístico para usuários iniciantes em lógica oferece informações a partir da abstração dos conteúdos e, sendo assim, de modo “discreto”, para utilizar a caracterização de Norman (2000). Na medida em que o raciocínio sentencial em lógica para usuários iniciais compõem a utilização de termos e expressões comuns na língua natural, essas podem carregar mais informação na interpretação dos usuários, ou seja, os usuários familiarizados com essas expressões deverão compreender que nesse contexto seus significados são diferentes e assim se desfazer da carga informacional que é irrelevante para a lógica formal. Já o contato com um método diagramático fornece um meio pelo qual esses condicionamentos linguísticos não estão presentes, embora também envolvam certas habilidades com as quais os usuários já estão familiarizados. Diante desse último ponto, a ideia de Shin (1994) de que métodos diagramáticos são menos convencionais e a ideia de Norman (2000) de que sistemas diagramáticos são mais semelhantes a figuras são

fundamentais, pois os condicionamentos dos métodos diagramáticos estão resguardados naquilo ao qual seus usuários já estão habituados: a percepção e a manipulação de objetos relacionados espacialmente. Essa ideia também é trabalhada e corroborada por Sato (2013) através de um experimento sobre como crianças manipulam diagramas de Euler.

Vinculado a essa característica pedagógica, métodos diagramáticos subrogam em sua estrutura os aspectos formais do domínio representado, permitindo que os usuários manipulem concretamente essas relações. Obviamente, como já afirmamos, distintos métodos diagramáticos oferecem e trabalham com relações isomórficas distintas e, por esse motivo, seu caráter heurístico estará associado ao descobrimento de diferentes aspectos do domínio.

Tomando como exemplo um argumento silogístico trabalhado por um diagrama baseado em grafos, como os Grafos de Carroll, o suporte gráfico do método diagramático permite que o usuário não precise reter muitas representações na memória de trabalho, pois oferece uma constituição perceptível da posição de cada aresta, embora deva ter em mente as regras de manipulação. Essas regras são simples e na medida em que são praticadas permitem ao usuário encontrar uma conclusão, ou buscar uma premissa tácita nos sistemas diagramáticos. Essa estrutura proporciona uma representação dinâmica: na medida em que as regras de manipulação esclarecem as combinações possíveis, a estrutura gráfica do diagrama oferece um caminho perceptível para encontrar cada uma dessas possibilidades. Ilustramos como exemplo, na Figura 31, a busca por um par de premissas para uma determinada conclusão em um Grafo de Carroll.

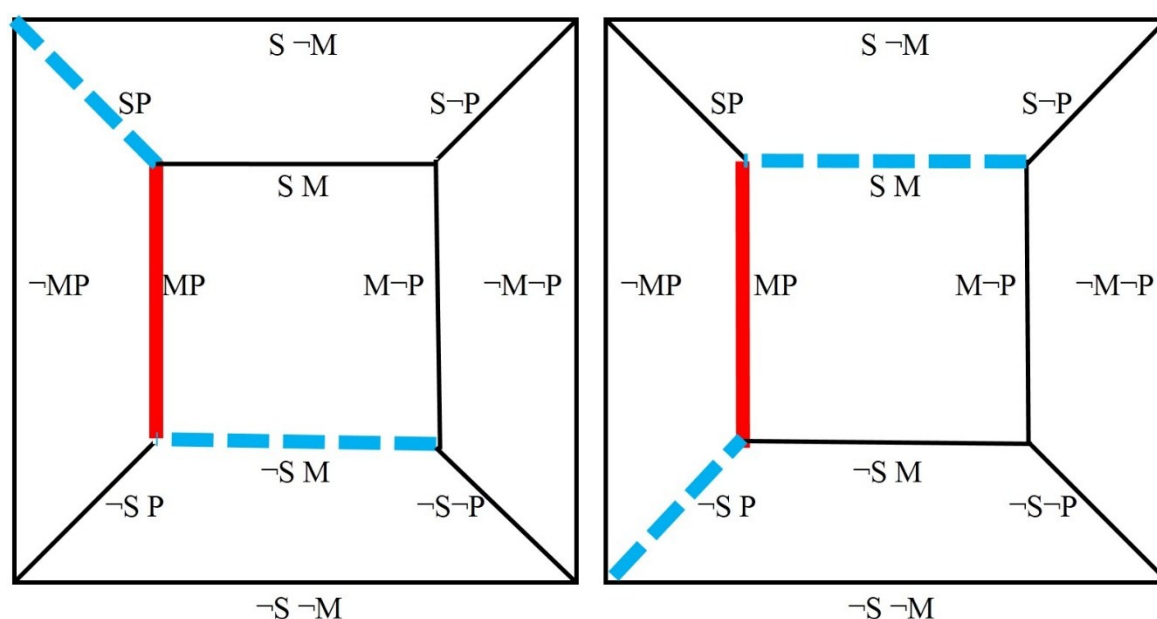


Figura 31 - Um par de premissas para uma dada conclusão nos Grafos de Carroll

Em nosso exemplo, trata-se de uma conclusão universal, portanto, pelas regras do método as premissas deverão igualmente serem universais. Contudo, o mesmo procedimento pode ser utilizado para silogismos mistos, com a única ressalva de que seriam encontradas mais configurações legítimas possíveis. Utilizamos como notação a coloração em vermelho para a aresta da conclusão já disponível, ilustrando através das arestas azuis pontilhadas as premissas possíveis. Como a regra de operação do método designa que deve haver uma aresta de cada direção, sendo que no caso das marcações estritamente negativas a aresta referente à conclusão é posicionada entre as premissas, obtemos como resultado duas configurações diagramáticas possíveis para uma mesma conclusão.

Como mostra Sato (2013), o caráter heurístico dos métodos diagramáticos compõe tanto um sentido de interpretação, utilizando as equivalências topológicas das relações de semelhança de uma maneira estática para facilitar a interpretação daquilo que está sendo representado; quanto um sentido inferencial, no qual essas estruturas são utilizadas dinamicamente, manipulando suas peças diagramáticas a fim de descobrir algo sobre aquilo que está sendo representado. Esses dois sentidos correspondem ao que foi afirmado como a vantagem pedagógica e a vantagem de utilizar um guia perceptível para o raciocínio. É importante notar que essas vantagens podem estar presentes em um único método. Por exemplo, ao trabalhar a analogia com objetos e relações familiares para os usuários, como essas informações já estão assimiladas por eles, e assim resguardadas na memória de longo prazo, elas aliviam a quantidade de informações novas que deve ser mantida na memória de trabalho, tornando alguns métodos ferramentas que realmente exigirão “menos convenções” do que outros, no sentido do usuário iniciante não necessitar de declarações explícitas sobre o funcionamento de cada parte do método diagramático.

Esses elementos constituem vantagens interessantes da utilização de um método diagramático. Ademais, elas vão de encontro à reivindicação realizada por Barwise & Etchemendy (1996) sobre o caráter *probativo* dos métodos diagramáticos. É importante notar novamente que essa reivindicação é direcionada para sistemas heterogêneos e não pela primazia de um sistema completamente diagramático. Sobre o panorama atual dessa reivindicação, pode-se avaliar que, tal como os autores argumentam, e como foi reconstruído nessa dissertação, sistemas diagramáticos não são intrinsecamente enganosos. A análise das características semióticas dos métodos diagramáticos resulta na eliminação das ideias de que os mesmos utilizam elementos acidentais, pois o aspecto intuitivo presente na interpretação de um método

diagramático deriva do fato do mesmo trabalhar com relações e objetos familiares para os usuários, sendo esse um efeito psicológico e não uma parte constitutiva do sistema de representação. Além disso, a análise do funcionamento do raciocínio, tanto diagramático quanto puramente sentencial, impulsiona a compreensão de que as limitações expressivas dos sistemas diagramáticos são benéficas para certas finalidades, mas prejudiciais para outras. Reconhecendo essa condição material, os programas desenvolvidos que visam trabalhar a lógica em conjunto com diagramas só tem a oferecer, tanto para a lógica, quanto para outros âmbitos relacionados. Na medida em que esses estudos se desenvolvem, explorando as características dos métodos diagramáticos, forma-se um conjunto de métodos de inferências que envolvem elementos gráficos, e aproximam o rigor das ciências formais do tipo de raciocínio que seres humanos realizam cotidianamente. Portanto, tais estudos fornecem evidências de que as razões pelas quais diagramas foram vistos pela tradição como ferramentas problemáticas não se justificam na natureza dessas representações. Como comenta avaliativamente Mancosu (2005),

eu gostaria de concluir com uma reflexão sobre como esse trabalho afeta preocupações fundamentais da tradição. Uma reivindicação feita por Barwise & Etchemendy, Shin e outros se preocupa com a questão fundamental do raciocínio com representações diagramáticas, i.e. que seja possível raciocinar rigorosamente com elementos diagramáticos. Assim, sistemas visuais não são inerentemente enganosos, ou não mais do que sistemas linguísticos poderiam ser. Aqui eu penso que o trabalho realizado por Barwise & Etchemendy, Shin e outros prova o ponto. O que eles fizeram foi mostrar que ao modelo tradicional do rigor linguístico podemos adicionar agora formas rigorosas de inferência com elementos diagramáticos. (2005, p. 26, nossa tradução).¹²

Por último, podemos afirmar como resultado dessa análise que encontramos um conjunto mínimo de elementos que explicam a funcionalidade pedagógica e heurística dos métodos diagramáticos. Como vem sendo tratado no decorrer desse capítulo, os variados métodos diagramáticos possuem características interessantes e distintivas que proporcionam uma melhor funcionalidade para certos problemas e certos contextos. Como um último exemplo individual, podemos notar que os métodos baseados em grafos que trabalham com termos negativos, como por exemplo os Grafos de Carroll e os Digrafos de Gardner, são úteis enquanto ferramentas para manipular as peças de informação, mas não tão úteis para a representação

¹² “I would like to conclude with a reflection on how this work affects traditional foundational concerns. One claim made by Barwise, Etchemendy, Shin and others is concerned with the foundational issue of reasoning with diagrammatic representations, i.e. that it is possible to reason rigorously with diagrammatic elements. Thus, visual systems are not inherently deceptive, or no more than linguistic systems might be. Here I think that the work done by Barwise, Etchemendy, Shin and others proves the point. What they did was to show that to the traditional model of linguistic rigor we can now add rigorous forms of inference with diagrammatic elements”.

estática das relações entre os termos de uma única proposição. Ainda assim, apesar do modo de derivação desses métodos ser distinto do comum, pois não apela a um *free ride*, mas a uma regra que exige diretamente a representação da conclusão, uma vez que essas regras são compreendidas pelo usuário, ele pode vir a manipular e descobrir uma conclusão para um par de premissas, uma premissa tácita ou duas premissas para uma dada conclusão, como também elementos sobre o domínio dos objetos lógicos que estão representados.

Para ilustrar o que isso significa, podemos supor uma situação na qual há um usuário do método diagramático que possui um contato apenas inicial com a teoria silogística. Esse usuário terá em mente sobre a teoria silogística as características mais comuns da mesma que podemos encontrar nos livros didáticos de introdução à lógica. Manipulando livremente combinações diagramáticas possíveis e verificando as regras do método, o usuário pode encontrar uma série de configurações de silogismos válidos e um conjunto de configurações de premissas combinadas a partir das quais nada se pode derivar. Em especial, como mostramos no capítulo 2, o usuário desse caso pode encontrar uma configuração diagramática que é válida a partir do método diagramático, mas que não é válida a partir da silogística clássica, o caso dos seguintes silogismos com termo negativos:

- “Algum M não é P” e “Nenhum M é S”, logo “Algum não S é não P”.
- “Algum M não é S” e “Nenhum M é P”, logo “Algum não S é não P”

Apesar dessas configurações silogísticas válidas não encontrarem lugar na silogística clássica, mas serem fruto da inclusão de termos negativos – exigindo que possam atuar como termos sujeito nas proposições – a mesma constitui uma descoberta importante para nossa investigação. Dentro dessa suposição, o usuário terá descoberto uma configuração válida a partir do método diagramático, uma nova informação sobre o domínio lógico, não clássico, mas relevante para o conjunto dos conteúdos trabalhados pela lógica. Além disso, esse resultado vai contra uma ideia comum de que nos silogismos com premissas de qualidade negativa nada se pode derivar validamente, o que para o caso do nosso usuário hipotético teria sido revelado agora como uma afirmação que deve ser qualificada, ou restringida explicitamente ao domínio da silogística clássica.

3.4 Síntese do capítulo

Sintetizando o que foi realizado no presente capítulo, na seção 3.1 apresentamos as funções do pensamento simbólico apresentadas por Esquisabel (2012), entendendo que os métodos diagramáticos subrogam em uma estrutura física os objetos da silogística que visam representar, explorando a relação de semelhança estrutural entre algum aspecto espacial e as relações lógicas da silogística que desempenha uma função ectética para o pensamento.

Na seção 3.2 exploramos a expressividade dos métodos diagramáticos e como a percepção visual e espacial atuam de maneira relevante na interpretação dos mesmos, obtendo como resultado que métodos diagramáticos utilizam símbolos para representar as funções e os demais objetos que não são explorados pela semelhança estrutural, sendo que esses símbolos não podem entrar em conflito com a estrutura do diagrama. Os diferentes aspectos espaciais fixados na semelhança estrutural determinam o caráter expressivo do método. Ao mesmo tempo, a percepção visual atua substantivamente na interpretação da estrutura representacional do diagrama, bem como os aspectos cognitivos relacionados à ela, como a memória visual especial e a imaginação espacial manipulativa.

Por fim, na seção 3.3 vinculamos essas características com a intuição comum de que diagramas são valiosos enquanto ferramentas heurísticas e pedagógicas, afirmando que na culminância desses fatores, diferentes métodos diagramáticos apresentam vantagens diferentes para o pensamento. Por um lado, diagramas são úteis para ilustrar relações entre conceitos, trabalhando essas a partir de relações espaciais familiares para os usuários. Por outro, diagramas são valiosos para o tratamento dinâmico de peças de informação, orientando o processo de inferência na medida em que permitem manipular e perceber essa estrutura.

CONCLUSÃO

A presente investigação objetivou reconstruir as principais considerações encontradas no debate sobre a utilização de métodos diagramáticos de decisão em lógica, trabalhando-os no interior da lógica silogística. Partindo do reconhecimento de que a linguagem é apenas um meio entre outros que seres humanos utilizam para se comunicar e para o raciocínio, adentramos ao contexto das reivindicações da legitimidade dos métodos diagramáticos em lógica, impulsionadas principalmente por Barwise & Etchemendy (1996) e Shin (1994). Nesse contexto, exploramos no interior da investigação o conjunto das seguintes questões mencionadas na introdução: **i)** a natureza semiótica dos métodos diagramáticos e as diferenças entre esses e os sistemas de representação puramente sentenciais; **ii)** a aplicabilidade ilustrativa e manipulativa dos métodos diagramáticos como ferramentas de representação na lógica silogística; **iii)** as vantagens e as desvantagens cognitivas proporcionadas pela utilização de diagramas e a origem do desempenho dos diagramas na lógica silogística.

Retomando o que foi realizado, no **capítulo 1** apresentamos um conjunto de considerações sobre a utilização de figuras e diagramas no interior do desenvolvimento das pesquisas em lógica e matemática nos séculos XIX e XX, situando o leitor no grande pano de fundo ao qual essa problemática está inserida. A partir disso introduzimos as principais considerações sobre a utilização dos métodos diagramáticos: que métodos diagramáticos exploram uma relação de semelhança estrutural com aquilo que representam; que isso não significa que métodos diagramáticos são estruturas desprovidas de convenção em um sentido forte; que há elementos acidentais que podem ser evitados e que que como resultado da utilização de aspectos espaciais a capacidade expressiva é limitada em um sentido importante. Essas afirmações iniciam a resposta do ponto **i)**, sendo completada pelas análises dos outros dois capítulos.

No **capítulo 2**, analisamos as características diagramáticas e representacionais de alguns métodos, encontrando diferenças substanciais entre eles que corroboram a ideia de que as relações estruturais representadas através dos elementos espaciais determinam a capacidade expressiva do método. Nesse sentido, foi mostrado que sistemas diagramáticos apontam para o âmbito lógico explorando os constrangimentos físicos aos quais foram inseridos, sendo que as maneiras diferentes de explorar a semelhança estrutural resulta em limitações e vantagens expressivas diferentes. Retomando essa análise, nos diagramas seccionais foi encontrada uma limitação operacional e na representação do enfraquecimento das premissas e dos argumentos,

enquanto nos diagramas lineares houve um conflito entre a representação de configurações inválidas no interior da silogística e a adequação espacial das informações, pois cada porção de informação inserida é imediatamente posicionada em relação às informações já existentes. Na medida em que esses métodos operam por *free rides*, é permitido a um usuário inferir a partir do diagrama um silogismo inválido. Essas limitações podem ser solucionadas através da inclusão de regras operacionais ou da modificação de algum aspecto *semântico* dos métodos diagramáticos. A fim de mostrar a pluralidade de formas que podem comportar métodos diagramáticos, apresentamos brevemente dois métodos alternativos que recorrem às estruturas denominadas grafos. Como resultado dessa análise, respondemos a questão **ii)** da seguinte maneira: dado que métodos diagramáticos exploram características físicas para representar objetos abstratos, eles se aplicam, tanto para representar proposições, i.e., relações entre dois termos, quanto para representar argumentos, explorando as consequências dessa utilização.

Essas consequências foram retomadas no **capítulo 3**, vinculando a discussão com aquilo que um usuário poderia expressar a partir de mapas, diagramas, retratos e sentenças, a fim de encontrar o que esses meios de representação implicam nos termos das limitações expressivas. Obtivemos como resultado a corroboração da ideia que a fixação de um plano espacial para encontrar uma semelhança estrutural com algum aspecto do domínio representado determina que os símbolos utilizados para representar as relações e os objetos restantes não podem entrar em conflito com essa estrutura. Nesse sentido, quando se utiliza o plano espacial do diagrama para situar objetos, todos os objetos ali presentes são imediatamente alocados espacialmente gerando uma interpretação direta, o que explica os problemas encontrados nos métodos diagramáticos durante o **capítulo 2**, e inicia a resposta do ponto **iii)**.

Além dessa questão, investigamos no **capítulo 3** as funções semióticas que sistemas simbólicos proporcionam desde um ponto de vista cognitivo. Como resultado, encontramos que dada a subrogação das relações lógicas em uma estrutura física, além dos diferentes aspectos espaciais fixados na semelhança estrutural determinarem o caráter expressivo do método, eles proporcionam um aspecto perceptivo substancial para a interpretação do diagrama. Nesse sentido, a percepção visual e os aspectos cognitivos relacionados à ela, como a memória visual espacial e a imaginação espacial manipulativa, compõem um par representação e processo cognitivo que resulta em vantagens para o pensamento mediado por estruturas físicas, sendo essa a porta de entrada para a compreensão da origem dos lucros e dos prejuízos heurísticos e pedagógicos. Desse modo, a resposta do ponto **iii)** está relacionada diretamente com o fechamento do ponto **i)**, podendo ser apresentada como segue: na medida em que diagramas fornecem estruturas físicas que subrogam aspectos do domínio lógico, eles oferecem um guia

perceptível para a compreensão dos aspectos lógicos a partir de estruturas não linguísticas, e portanto desprovidas dos condicionamentos da linguagem natural, apresentando aquilo que representam a partir de características familiares para os usuários. Essas características variam no grau de familiaridade dependendo dos objetos, do tipo de estrutura e das relações espaciais utilizadas, facilitando a interpretação e a manipulação das informações representadas.

O tema central dessa dissertação foi conduzido através do contraste entre a utilização de métodos sentenciais e métodos diagramáticos no âmbito da silogística. A partir dessa comparação afirmamos que sistemas diagramáticos (heterogêneos) são ferramentas semióticas criadas para a representação e o descobrimento dos objetos do domínio lógico. A fim de sintetizar os resultados obtidos e os pontos que permanecem em aberto, segue um detalhamento dos domínios relacionados através da análise realizada nesse trabalho:

- a) o domínio dos objetos lógicos, que no interior da literatura analisada é denominado “domínio de alvos” porque constitui aquilo que um método visa representar;
- b) o meio de acesso ao domínio de alvos: os sistemas de representação que permitem representar e operar com os objetos visados;
- c) a mediação perceptual: o papel que aspectos cognitivos relacionados à percepção visual e espacial desempenham enquanto intermediários entre o pensamento e o domínio dos objetos lógicos.
- d) a cognição: a obtenção de interpretações e a realização de raciocínios que manipulam informações permitindo descobrir algo sobre a natureza do domínio de alvos.

Sistemas sentenciais são tidos comumente como o meio pelo qual temos acesso à “realidade” do domínio a). Contudo, como vimos, sistemas diagramáticos também possibilitam o tratamento desse, utilizando o pano de fundo geométrico, topológico ou gráfico para obter uma representação isomórfica, sendo essa a principal diferença com relação aos sistemas puramente sentenciais. No capítulo 2 demonstramos como alguns sistemas diagramáticos tratam argumentos silogísticos, reafirmando que eles não são enganosos por natureza. Assim, a reivindicação de que diagramas podem atuar legitimamente em inferências, e portando a legitimação de inferências heterogêneas, encontra-se bem fundamentada, e deve ser impulsionada pelos diversos estudos que vem sendo realizados na área. Boa parte desse movimento consiste em mostrar que se pode raciocinar através de diagramas mantendo o rigor necessário, e isso demanda o desenvolvimento de estudos para cada método diagramático, a

fim de descobrir e evitar seus defeitos, garantindo a eficácia representacional: que sejam sistemas corretos e completos.

Por outra via de análise, encontramos que a utilização de sistemas de representação distintos possuem efeitos distintos no pensamento dos usuários. Como vimos no capítulo 3, essa questão passa pela influência que a percepção visual e as capacidades cognitivas associadas a ela desempenham na manipulação e na interpretação das estruturas diagramáticas, e que não estão tão presentes na utilização de sistemas puramente sentenciais. Nesse sentido, os resultados dessa dissertação remontam à investigação dos domínios b) e c), a partir dos seus efeitos no domínio d).

Um leitor mais atento deve ter percebido que pouco falamos da constituição dos domínios a) e d). O domínio a) constitui um âmbito de estudo que está pressuposto nesse trabalho. Houve durante toda a investigação menções ao domínio lógico, da mediação simbólica que representa ou “aponta para” esse âmbito, embora não tenhamos nos detido em analisar sua constituição. Obviamente, relacionar o trabalho aqui realizado com as discussões efetuadas sobre esse tema ocuparia um espaço e principalmente um tempo de pesquisa muito maior. Essa temática compõe a análise tradicional das discussões metalógicas sobre a natureza desses objetos, como por exemplo o debate entre os extremos idealistas e empiristas, e as discussões oriundas dos dois clássicos artigos de Benacerraf que mencionamos no capítulo 1.¹

De modo relacionado, o domínio d) é explorado aqui apenas como um campo que sofre efeitos da utilização de distintos métodos de representação. Ele está fundado na temática de estudo daquilo que constitui o *pensamento* de um ser humano, uma análise típica de filosofia da mente, que possui relação com nossa abordagem na medida em que teorias contemporâneas trabalham com a ideia de que o pensamento possui uma estrutura semelhante à da linguagem, área da qual retiramos considerações de suma importância sobre o que usuários podem pensar através de mapas.² É interessante perceber que os domínios a) e d) não estão necessariamente separados, nem mesmo são completamente independentes. Inclusive, a própria relação entre eles constitui um problema para ambas as áreas. Cabe notar também que poderíamos ter mencionado um outro âmbito, correspondente aos aspectos fisiológicos envolvidos no pensamento, promovido pelas análises cognitivas de cunho empírico dos processos cerebrais, tal como as ideias advindas do trabalho de Sacks (1997) que foram mencionadas no capítulo 3.

Finalizando nossas considerações, embora tanto a natureza das entidades lógicas e a constituição do pensamento não sejam temas trabalhados diretamente por essa dissertação, a

¹ Cf. Mancosu (2012).

² Cf. Camp (2007) e Aydede & McLaughlin (2010).

mesma encontra-se relacionada a essas áreas. O trabalho com objetos físicos para o descobrimento de entidades e relações abstratas pressupõe e implica algum nível de realidade dessas entidades. Ao mesmo tempo, a possibilidade do raciocínio através de diagramas se apresenta como um estudo de caso que pressupõe e implica certas funcionalidades do pensamento humano que devem ser encontradas e derivadas de sua constituição. Dessa forma, a investigação aqui realizada remonta agora a um problema mais amplo, adentrando ao tradicional problema da relação entre linguagem, pensamento e realidade: Como o acesso ao domínio lógico e a descoberta de sua realidade depende da maneira com a qual o raciocínio é expressado e principalmente dos elementos que constituem o pensamento?

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ABELES, F. Lewis Carroll's visual logic. *History and Philosophy of Logic*, v. 28, pp. 1-17, 2007.

ARISTÓTELES. Prior Analytics. In: _____. *Prior analytics*: introdução, notas e tradução de Robin Smith. Indianapolis: Hackett Publishing Company, 1989.

AYDEDE, M.; MCLAUGHLIN, B. The Language of thought hypothesis. In: ZALTA, E. (ed.). *The Stanford Encyclopedia of Philosophy*, 2010. Disponível em: <<http://plato.stanford.edu/archives/fall2010/entries/language-thought/>>. Acesso em: 14 dez.2014.

BADDELEY, A. Working memory: looking back and looking forward. *Nature Reviews Neuroscience*, v. 4, n. 10, pp. 829-839, 2003.

BARWISE, J.; ETCHEMENDY, J. Visual information and valid reasoning. In: ALLWEIN, G; BARWISE, J. (Eds.). *Logical reasoning with diagrams*. New York: Oxford University Press, 1996. pp. 3-26.

BELLUCI, F.; MOKTEFI, A.; PIETARIAN, A. Diagrammatic autarchy: linear diagrams in the 17th and 18th centuries. In: BURTON, J.; CHOUDHURY, L. (Eds.). *Proceedings of the First International Workshop on Diagrams, Logic and Cognition*, v. 1132. Kolkata: CEUR-WS, 2013. pp. 23-30. Disponível em: <<http://ceur-ws.org/Vol-1132/>>. Acesso em: 20 set.2014.

BENACERRAF, P. Mathematical truth. *The Journal of Philosophy*, v. 70, p. 661-679, 1973.

_____. What numbers could not be. *Philosophical Review*, v. 74, pp. 47-73, 1965.

BOBZIEN, S. Ancient logic. In: ZALTA, E. (Ed.). *The Stanford Encyclopedia of Philosophy*, 2014. Disponível em: <<http://plato.stanford.edu/archives/spr2014/entries/logic-ancient/>>. Acesso em: 20 jan.2015.

BOYER, B.; MERZBACH, U. *A History of mathematics*. 3rd ed. Hoboken: John Wiley & Sons, Inc., 2011.

BREWSTER, D.; GRISCOM, J. *Letters of Euler on different subjects in natural philosophy addressed to a german princess*. New York: J. & J. Harper, 1837.

CAMP, E. Thinking with maps. *Philosophical Perspectives*, n. 21, v.1, pp. 145-182, 2007.

CARROLL, L. *Symbolic logic*. New York: Clarkson N. Potter, 1986.

_____. *The Game of logic*. London: Macmillan and Co. 1886.

CHASE, W; SIMON, H. Perception in chess. *Cognitive psychology*, v. 4, pp. 55-81, 1973.

- COSTA, P. *Teoria de Grafos e suas aplicações*. 2011. 77 f. Dissertação (Mestrado em Matemática). Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro. 2011.
- DEDEKIND, R. Continuity and irrational numbers. In: _____. *Essays on The Theory Of Numbers*. Tradução de Beman, W. Chicago: THE OPEN COURT PUBLISHING COMPANY, 1901. p. 1 – 21.
- ENGLEBRETSSEN, G. Linear diagrams for syllogisms (with relationals). *Notre Dame Journal of Formal Logic*, v. 33, n. 1, pp. 31-69, 1992.
- ESQUISABEL, O. Representing and abstracting: an analysis of Leibniz's CONCEPT OF SYMBOLIC KNOWLEDGE. In: LASSALLE CASANAVE, A. (Eds). *Symbolic knowledge from Leibniz to Husserl*. London: College Publications, 2012. pp. 1-50.
- FERRARI, V.; DIDIERJEAN, A.; MARMÈCHE, E. Dynamic perception in chess. *The Quarterly Journal of Experimental Psychology*, v. 59. pp. 397-410, 2006.
- FEENEY, A. et al. How people extract information from graphs: evidence from a sentence-graph verification paradigm. In: ANDERSON, M.; CHENG, P.; HAARSLEV, V. (Eds). *Theory and application of diagrams*. Berlin: Springer, 2000. pp. 149-161.
- FREGE, G. *Lógica e filosofia da linguagem: seleção, introdução, tradução e notas de Alcoforado*. São Paulo: EDUSP, 2009.
- GARDNER, M. A network of diagram for the propositional calculus. In: _____. *Logical machines and diagrams*. United States: MacGraw-Hill Book Company. 1958. pp. 60-79.
- _____. Los huesos de Napier. In: _____. *Rosquillas anudadas*. Barcelona: RBA libros, 2010. pp. 93-102.
- _____. The propositional calculus with directed graphs. In: _____. *A Gardner's workout training the mind and entertaining the spirit*. Canada: A. K. Peters Ltd. 2001. pp. 25-35.
- GIAQUINTO M. Visualizing in mathematics. In: MANCOSU, P. (Ed.). *The philosophy of mathematical practice*. Oxford: Oxford University Press, 2008. pp. 22-64
- GIARDINO, V. A practice-based approach to diagrams. In: MOKTEFI, A.; SHIN, S. (Eds.). *Visual reasoning with diagrams*. Basel: Birkhäuser, 2013. pp. 135-152.
- HAMMER, ERIC. Diagrammatic logic. In: GABBAY, M.; GUENTHNER, F. (Eds.). *Handbook of philosophical logic*. 2. ed. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, 2001. v. 4. pp. 395-422.
- HEGARTY, M. Capacity limits in diagrammatic reasoning. In: ANDERSON, M.; CHENG, P.; HAARSLEV, V. (Eds.). *Theory and application of diagrams*. Berlin: Springer, 2000. pp. 194-206.

LAGERLUND, H. Medieval theories of the syllogism. In: ZALTA, E. (Ed.) *The Stanford Encyclopedia of Philosophy*. 2015. Disponível em: <<http://plato.stanford.edu/archives/sum2015/entries/medieval-syllogism/>>. Acesso em: 02 mar.2015.

LAMBERT, J. *Neues Órganon: oder gedanken über die erforschung und bezeichnung des wahren und dessen unterscheidung vom irrthum und schein*. Leipzig: Wendler, 1764.

LASSALLE CASANAVE, A. Preface. In: _____. (Ed). *Symbolic knowledge from Leibniz to Husserl*. London: King's College, 2012. pp. ix-xi.

LASSALLE CASANAVE, A.; VAZ, C.; SCHULTZ, S. Diagramas e provas. *Dois Pontos*, v. 6, n. 2, pp. 13-25, 2009.

LEGRIS, J. Conocimiento gráfico y diagramas desde la perspectiva de C. S. Peirce. In: ESQUISABEL, O; SAUTTER, F. (Eds.). *Conocimiento simbólico y conocimiento gráfico: historia y teoría*. Buenos Aires: Academia Nacional de Ciencias de Buenos Aires 2013. pp. 51-60.

LEIBNIZ. Sobre la comprobación de la forma lógica mediante gráficos lineales. In: VELARDE, J.; CABAÑAS, L. G. W. *Leibniz, obras filosóficas y científicas: lengua universal, característica y lógica*. Tradução de Julián Velarde. Granada: Editorial Comares, 2013. pp. 397-426. 5v.

LEMON, A.; LEMON, O. Constraint matching for diagram design: qualitative visual languages. In: ANDERSON, M.; CHENG, P.; HAARSLEV, V. (Eds.). *Theory and application of diagrams*. Berlin: Springer, 2000. pp. 74-88.

LEMON, O.; PRATT, I. On the insufficiency of linear diagrams for syllogisms. *Notre Dame Journal of Formal Logic*, v. 39, n. 4, pp. 573-580, 1998.

_____. Spatial logic and the complexity of diagrammatic reasoning. *Machine Graphics & Vision*, v. 6, n. 1, pp. 89-108, 1997.

MANCOSU, P. Introduction. In: _____. (Ed.). *The philosophy of mathematical practice*. Oxford: Oxford University Press, 2008. pp. 1-21.

_____. O visível e o invisível. In: LASSALLE CASANAVE, A.; SAUTTER, F. (Eds.). *Filosofia contemporânea e história da filosofia: visualização nas ciências formais*. London: College Publications, 2012. pp. 1-32. v.3.

_____. Visualization in logic and mathematics. In: MANCOSU, P.; JØRGENSEN, K.; PEDERSEN, S. (Eds). *Visualization, explanation and reasoning styles in mathematics*. Dordrecht: Springer, 2005. pp. 13-30.

MANDERS, K. Diagram-based geometric practice. In: MANCOSU, P. (Ed.). *The philosophy of mathematical practice*. Oxford: Oxford University Press, 2008. pp. 65-79.

MENDONÇA, B. Conhecimento simbólico na álgebra da lógica de Venn. *Principia*, v. 16, n. 3, pp. 471-488, 2012.

NORMAN, J. Differentiating Diagrams: a New Approach. In: ANDERSON, M.; CHENG, P.; HAARSLEV, V. (Eds). *Theory and application of diagrams*. Berlin: Springer, 2000. pp. 105-116.

PARSONS, T. The Traditional square of opposition. In: ZALTA, E. (Ed). *The Stanford Encyclopedia of Philosophy*. 2015. Disponível em: <http://plato.stanford.edu/archives/sum2015/entries/square/>. Acesso em: 03 jan.2015.

RASCH, E. *A Silogística categórica dos analíticos anteriores*. 2013. 100 f. Dissertação (Mestrado em Filosofia). Centro de Ciências Sociais e Humanas, Universidade Federal de Santa Maria, Santa Maria, 2013.

RESCHER, *Galen and the syllogism*. Pittsburgh: University of Pittsburgh Press, 1996.

SACKS, O. *O Homem que confundiu sua mulher com um chapéu e outras histórias clínicas*. Tradução de Laura Teixeira Motti. São Paulo: Companhia das letras, 1997.

SATO, Y. *The cognitive efficacy of diagrammatic representations in logic reasoning*. 2013. 148 p. Tese (Doutorado em Filosofia). The Graduate School of Letters, Keio University, Minato – Tokyo, 2013.

SAUTTER, F. A Essência do silogismo: uma abordagem visual. *Cognitio*, v. 11, n. 2, pp. 316-332, jul./dez. 2010a.

_____. A funcionalidade dos métodos diagramáticos. *Representaciones* (Córdoba), v. 6, pp. 61-73, 2010b.

_____. Dois novos métodos para a teoria do silogismo: método diagramático e método equacional. *Notae Philosophicae Scientiae Formalis*, v. 1, n. 1, pp. 14-22, 2012a.

_____. Linear K. In: LASSALLE CASANAVE, A.; SAUTTER, F. (Eds.). *Filosofia contemporânea e história da filosofia: visualização nas ciências formais*. London: College Publications, 2012b. pp. 145-161. v.3

_____. Método de Gardner para a silogística. *Cognitio*, v. 14, n. 2, pp. 221-234, 2013.

SAUTTER, F.; FERREIRA, I. Silogísticas keynesianas: as inferências imediatas. *Abstracta*, v. 7, n. 2, pp. 61-68, 2013.

SECCO, G. Conocimiento simbólico en la prueba del Teorema de los Cuatro Colores. In.: ESQUISABEL, O.; SAUTTER, F. (Eds.). *Conocimiento simbólico y conocimiento gráfico: historia y teoría*. Buenos Aires: Academia Nacional de Ciencias de Buenos Aires 2013. pp. 51-60.

SEOANE, J. Definición y visualización. *Notae Philosophicae Scientiae Formalis*, v. 1, n. 2, pp. 160-173, out. 2012.

- SIMONETTO, P. *Visualisation of overlapping sets and clusters with euler diagrams*. 2011. 182 p. Tese (Doutorado em Informática). École Doctorale de Mathématiques et Informatique, L'Université Bordeaux I, 2011.
- SHIN, S. *The logical status of diagrams*. New York: Cambridge university press, 1994.
- SHIMOJIMA A. Operational constraints in diagrammatic reasoning. In: ALLWEIN, G.; BARWISE, J. (Eds). *Logical reasoning with diagrams*. New York: Oxford University Press, 1996. p. 27-49.
- SMITH, R. Aristotle's Logic. In: ZALTA, E. (Ed.). *The Stanford Encyclopedia of Philosophy*. 2015. Disponível em: <<http://plato.stanford.edu/archives/sum2015/entries/aristotle-logic/>>. Acesso em: 13 mar.2015.
- _____. Preface. In: ARISTÓTELES. *Prior analytics*: introdução, notas e tradução de Robin Smith. Indianapolis: Hackett Publishing Company, 1989.
- _____. Completeness of an Ecthetic Syllogistic. *Notre Dame Journal of Formal Logic*, v. 24, n. 2, p. 224 – 232, 1983.
- STENNING, K.; LEMON, O. Aligning logical and psychological perspectives on diagrammatic reasoning. *Artificial Intelligence Review*, v. 15, p. 29-65, 2001.
- SUNDHOLM, G. Questions of proof. *Manuscrito*, v. XVI, n.2, pp. 47-70, 1993.
- VENN, J. *Symbolic logic*. London: Macmillan and co, 1881.
- YOSHINO, Y. *The japanese abacus explained*. New York: Dover, 1963.