

Capítulo 3

Fotometria Superficial

Neste capítulo são apresentados os procedimentos e os resultados obtidos na determinação do nível do céu e na determinação do centro dos aglomerados via algoritmo de autocorrelação (Djorgovski, 1988). Considerando-se os coeficientes de extinção, os tempos de exposição, os valores da massa de ar, os coeficientes angular e linear da calibração, o nível do céu e os centros determinados para todos os aglomerados, bem como a estimativa de erro desses valores, executamos um programa de fotometria superficial que produz perfis de brilho superficial para cada aglomerado na banda V. Estes perfis de brilho são ajustados ao modelo proposto por Elson, Fall e Freeman (Elson et al., 1987) – sendo que a partir daqui denotaremos por modelo EFF.

3.1 Determinação do céu

O fluxo devido a outras fontes que não o próprio objeto (estrelas de campo, brilho da lua, etc.) é somado ao fluxo proveniente do mesmo, introduzindo assim um fundo de céu nas imagens, sendo necessária a determinação e, posteriormente, a remoção desse fundo.

A determinação do brilho do céu foi avaliada considerando quatro regiões periféricas em cada imagem (já corrigidas pelos efeitos instrumentais e descritos anteriormente), regiões essas afetadas pelo brilho galáctico e por estrelas de campo. Essas regiões foram obtidas com a tarefa *imcopy* do IRAF. A seguir, com a tarefa *imstack* reunimos as quatro regiões em uma só, de maior dimensão, e com a tarefa *imstat* computamos as estatísticas dos pixels dessa imagem.

Um exemplo de histograma da distribuição do brilho do céu em função do número de contagens por segundo em cada pixel é apresentado na Figura 3.1, onde marcamos

o modo e a média da distribuição. Para desconsiderar a contribuição dos pixels mais brilhantes, que provavelmente não são devido ao brilho do céu, um histograma auto-consistente (Figura 3.2) foi obtido para cada imagem através da truncagem das contagens em 3σ da média, repetidas vezes (até 100) até que o histograma não mais variasse. Por fim escolhemos o modo desta distribuição como o valor do brilho do

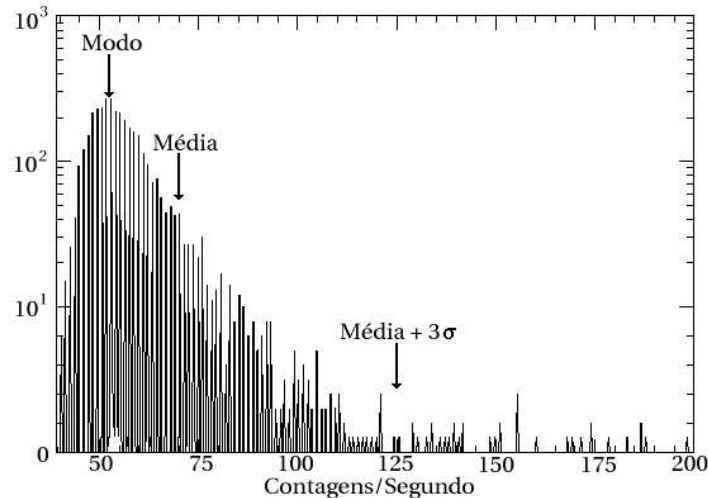


Figura 3.1: Histograma da distribuição de brilho do céu para o aglomerado L54 (NGC 330) na banda V antes de fazer o truncamento.

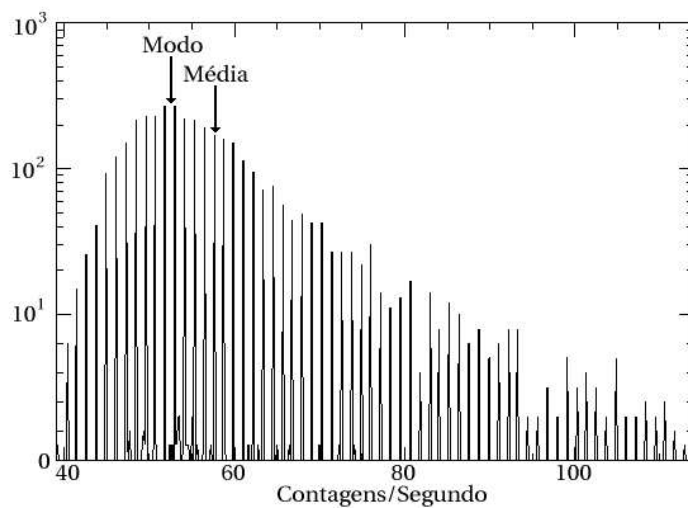


Figura 3.2: Histograma da distribuição de brilho do céu para o aglomerado L54 (NGC 330) na banda V depois de fazer o truncamento.

céu por ser este o valor mais provável na distribuição de probabilidades e, portanto, o valor mais provável do nível do céu. O valor do modo é fornecido pela tarefa *imstat* do IRAF como sendo o pico máximo da distribuição do histograma obtida por interpolação parabólica da mesma.

O erro das medidas do brilho do céu é dado pelo quociente do desvio padrão do modo σ_{modo} pela raiz do número de pixels $n_{céu}$ restantes no histograma truncado, sendo que o desvio padrão do modo foi obtido a partir do desvio padrão da média $\sigma_{média}$, este fornecido pela tarefa *imstat* do IRAF:

$$(\sigma_{média})^2 = \frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (x_{médio} - x_i)^2 \quad (3.1)$$

$$(\sigma_{modo})^2 = \frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (x_{modo} - x_i)^2 \quad (3.2)$$

$$\Delta x = x_{média} - x_{modo} \quad (3.3)$$

Substituindo (3.3) em (3.2)

$$(\sigma_{modo})^2 = \frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (x_{média} - \Delta x - x_i)^2 \quad (3.4)$$

$$(\sigma_{modo})^2 = \frac{1}{N-1} \left\{ \sum_{i=1}^N (x_{média} - x_i)^2 - 2\Delta x \underbrace{\sum_{i=1}^N (x_{média} - x_i)}_{=0} + (\Delta x)^2 \sum_{i=1}^N 1 \right\} \quad (3.5)$$

$$(\sigma_{modo})^2 = \underbrace{\frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (x_{média} - x_i)^2}_{(\sigma_{média})^2} + \underbrace{\frac{N(\Delta x)^2}{N-1}}_{\sim (\Delta x)^2}. \quad (3.6)$$

Logo,

$$\sigma_{modo} = \sqrt{(\sigma_{média})^2 + (\Delta x)^2}. \quad (3.7)$$

Assim, o erro na determinação do céu é

$$\sigma_c = \frac{\sigma_{modo}}{\sqrt{n_{céu}}}. \quad (3.8)$$

Os valores obtidos na determinação do brilho do céu, os erros dessas medidas e o número de pixels ($n_{céu}$) computados na região selecionada para todos os aglomerados são apresentados na Tabela 3.1.

Tabela 3.1: Brilho do céu para os aglomerados

<i>Objeto</i>	<i>Filtro</i>	<i>Contagens/Segundo</i>	$n_{c\acute{e}u}$	<i>Objeto</i>	<i>Filtro</i>	<i>Contagens/Segundo</i>	$n_{c\acute{e}u}$
<hr/>				<hr/>			
L10				L54			
	U	21.62 ± 0.127	3838		U	8.59 ± 0.075	3777
	B	105.90 ± 0.119	3828		B	33.28 ± 0.132	3574
	V	139.00 ± 0.097	3826		V	52.95 ± 0.123	3563
	R	187.60 ± 0.092	3820		R	110.40 ± 0.177	3534
	I	154.40 ± 0.090	3837		I	66.55 ± 0.087	3732
L59				L85			
	U	30.37 ± 0.154	3835		U	—	—
	B	57.98 ± 0.118	3700		B	—	—
	V	67.83 ± 0.091	3655		V	62.66 ± 0.118	3593
	R	126.50 ± 0.104	3602		R	90.69 ± 0.117	3574
	I	182.90 ± 0.096	3709		I	61.35 ± 0.073	3737
L96				NGC 1818			
	U	19.86 ± 0.137	3829		U	4.66 ± 0.066	3778
	B	30.94 ± 0.094	3790		B	—	—
	V	96.44 ± 0.080	3707		V	4.62 ± 0.043	3804
	R	98.85 ± 0.073	3761		R	7.36 ± 0.049	3810
	I	90.50 ± 0.083	3824		I	12.14 ± 0.044	3827
NGC 1866				NGC 1868			
	U	14.48 ± 0.104	3785		U	14.41 ± 0.099	3838
	B	7.81 ± 0.069	3736		B	21.43 ± 0.064	3828
	V	9.97 ± 0.064	3724		V	44.97 ± 0.064	3797
	R	22.67 ± 0.066	3705		R	73.98 ± 0.072	3786
	I	33.49 ± 0.055	3752		I	45.97 ± 0.055	3838
NGC 1978				NGC 2157			
	U	24.81 ± 0.150	3821		U	6.53 ± 0.068	3830
	B	55.75 ± 0.179	3568		B	24.84 ± 0.144	3565
	V	62.83 ± 0.135	3630		V	49.90 ± 0.155	3537
	R	33.43 ± 0.061	3800		R	78.42 ± 0.139	3522
	I	43.76 ± 0.069	3811		I	53.37 ± 0.073	3639
NGC 2213				NGC 2214			
	U	20.58 ± 0.148	3833		U	9.92 ± 0.083	3788
	B	48.97 ± 0.093	3830		B	7.56 ± 0.061	3694
	V	45.77 ± 0.063	3835		V	14.64 ± 0.058	3669
	R	59.59 ± 0.064	3841		R	33.27 ± 0.061	3645
	I	35.87 ± 0.054	3839		I	51.10 ± 0.057	3723
H11							
	V	60.46 ± 0.082	3769				
	R	46.43 ± 0.065	3814				
	I	56.18 ± 0.060	3824				

3.2 Determinação do centro dos aglomerados

A determinação correta do centro dos aglomerados é de extrema importância, pois errando o centro da imagem obteremos uma fotometria de má qualidade, resultando em perfis de brilho equivocados, como apresentamos na Figura 3.3, sendo que construímos uma imagem artificial e deslocamos o centro da fotometria superficial em $5''$, $10''$, $15''$ e $20''$ do centro correto. Notamos que perfis de brilho aparentemente verossímeis podem ser obtidos mesmo quando o centro do aglomerado não foi determinado corretamente, alterando a estimativa dos parâmetros estruturais dos objetos e mascarando a construção dos perfis de brilho.

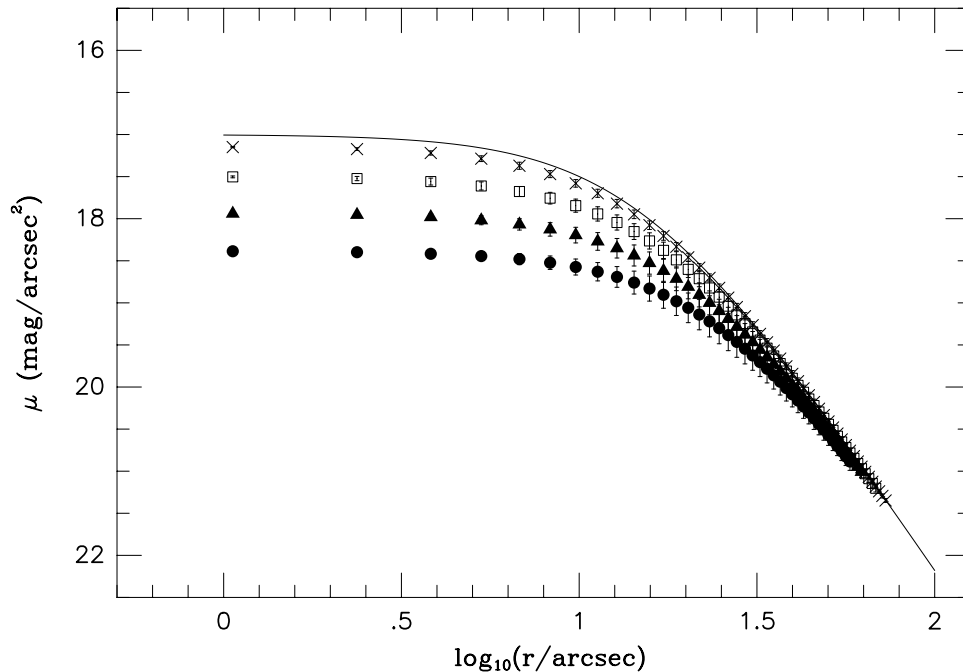


Figura 3.3: Exemplo de efeito do erro na centragem do objeto. A linha sólida representa a distribuição do brilho de uma imagem artificialmente construída. Os pontos representados por cruzes foram obtidos com o centro da fotometria superficial deslocado propositalmente em $5''$ em relação ao centro da imagem artificial; os representados por quadrados, em $10''$; os representados por triângulos, em $15''$ e os pontos representados por círculos foram deslocados em $20''$.

Determinamos o centro mais provável de uma imagem de aglomerado estelar utilizando uma implementação do algoritmo proposto por Djorgovski (1988), conhecido como método de autocorrelação espelhada, sendo que uma grade de centros teste é considerada em torno do núcleo da imagem (Figura 3.4). De cada centro teste

uma sub-imagem quadrada é extraída e a amplitude da autocorrelação desta sub-imagem com sua imagem espelhada é computada. Logo há um número para cada centro teste (amplitude de autocorrelação), e este é maximizado para a sub-imagem mais simétrica. Para obter as coordenadas do centro e o erro na determinação das mesmas, ajusta-se um parabolóide às amplitudes das autocorrelações. Este ajuste é obtido usando o GaussFit para a equação de um parabolóide elíptico com centro em (h, k) (Equação 3.9).

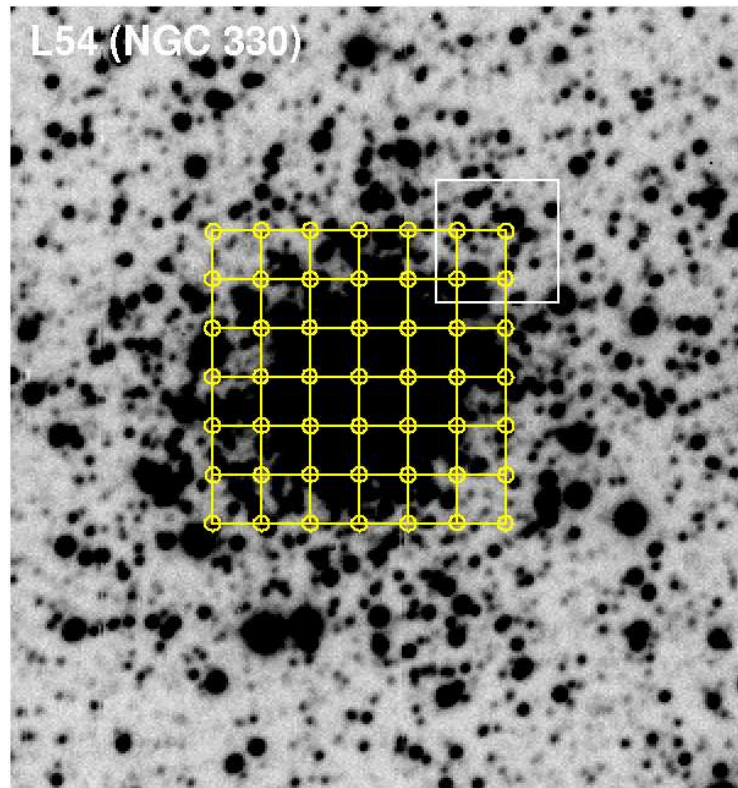


Figura 3.4: Exemplo de uma grade de centros teste usada no algoritmo de autocorrelação. No canto superior direito da grade vemos a delimitação de uma sub-imagem correspondente a esse centro teste.

Convém lembrar que o termo imagem refere-se a uma função bi-dimensional de intensidade de luz $f(x, y)$, sendo que x e y são coordenadas espaciais e o valor de f em um ponto qualquer (x, y) é proporcional ao brilho ou nível de cinza da imagem naquele ponto captada pelo CCD. Uma imagem digital é uma imagem $f(x, y)$ discretizada no espaço e na intensidade de brilho e pode ser considerada uma matriz cujos elementos são chamados de *pixels* (*picture elements*).

Tabela 3.2: Centro dos aglomerados

<i>Objeto</i>	$x \pm e_x$ (pixel)	$y \pm e_y$ (pixel)
L10 (NGC 121)	149.6 ± 1.3	256.4 ± 1.0
L54 (NGC 330)	160.1 ± 2.1	266.6 ± 1.6
L59 (NGC 339)	169.5 ± 2.4	242.7 ± 2.4
L85 (NGC 419)	172.5 ± 1.4	213.4 ± 1.3
L96 (NGC 458)	179.0 ± 1.3	223.5 ± 1.4
NGC 1818	181.7 ± 2.0	237.1 ± 2.5
NGC 1866	165.9 ± 1.3	231.0 ± 1.4
NGC 1868	182.0 ± 2.1	231.5 ± 2.0
NGC 1978	166.4 ± 0.8	201.0 ± 1.2
NGC 2157	200.2 ± 1.9	249.9 ± 1.7
NGC 2213	172.7 ± 1.4	265.6 ± 1.3
NGC 2214	172.9 ± 1.6	259.5 ± 1.1
H11 (SL 868)	149.0 ± 1.4	215.4 ± 1.8

A equação do parabolóide elíptico usada nesse trabalho é dada por:

$$z(x, y) = a - b(x - h)^2 - c(y - k)^2. \quad (3.9)$$

Assim, o vértice do parabolóide no plano xy em (h, k) é tomado como o centro mais provável do aglomerado. Testes feitos com este algoritmo mostraram que o mesmo reproduz o centro de imagens artificiais com um erro ~ 1 pixel, mesmo para um alto nível de ruído ou então na presença de fortes gradientes de brilho do céu ao longo da imagem.

Na Tabela 3.2 apresentamos os valores encontrados para o centro dos objetos, sendo que o erro médio obtido é da ordem de 1.6 pixels, correspondendo a $0.80''$.

3.3 Determinação da fotometria superficial

Existem diversas técnicas que podem ser usadas para medir os perfis de brilho superficial de aglomerados. Uma delas é a fotometria superficial feita com CCD, em que a imagem verdadeira de um aglomerado está projetada na superfície bidimensional do CCD.

Para realizar a fotometria e construir perfis de brilho para os aglomerados precisamos inicialmente remover estrelas provavelmente não pertencentes a eles. Para isso é necessário definir uma função de espalhamento pontual da imagem (PSF) e

então ajustar essa função à estrela mais brilhante da imagem, subtraí-la e proceder da mesma forma para a próxima estrela mais brilhante, até que todas as estrelas que contaminam a imagem tenham sido removidas.

3.3.1 Função de espalhamento pontual da imagem (PSF)

A distribuição de luz observada de um objeto astronômico reproduz a distribuição de luz verdadeira convoluída pela função de espalhamento pontual da imagem, chamada *Point Spread Function* (PSF), que representa a distribuição da energia irradiada a partir de um ponto em função da distância ao centróide dessa imagem (Sterken & Manfroid, 1992).

Para obter a PSF de cada imagem e remover as estrelas de campo que contaminam as imagens, executamos diversas tarefas do IRAF, analisando individualmente cada perfil de brilho. Após analisar as imagens obtidas na banda V, realizamos todos os procedimentos que estão detalhados no Apêndice C. Percebemos que a remoção das estrelas não pertencentes aos aglomerados proporcionou melhores resultados na obtenção dos perfis de brilho, sem sacrificar a integridade dos dados.

3.3.2 Fotometria superficial

Após remover as estrelas de campo para as imagens na banda V, executamos um programa para obtenção da fotometria superficial dos aglomerados, que leva em conta os seguintes parâmetros: coeficientes de extinção, tempo de exposição, massa de ar, coeficientes angular e linear da calibração, nível do céu e os centros determinados para todos os aglomerados, bem como a estimativa de erro desses valores.

Para cada uma das imagens os dados foram obtidos através de quatro conjuntos de anéis concêntricos de largura 1.5", 2.0", 3.0" e 4.0". Cada anel foi dividido em oito setores, para as quais foram obtidos fluxos superficiais medianos. A Figura 3.5 exemplifica um conjunto de anéis para uma dada largura.

Estipulamos um raio máximo (r_m) para cada aglomerado a fim de que os anéis não excedessem os limites físicos da imagem. Estes valores são listados na Tabela 4.1 do próximo capítulo.

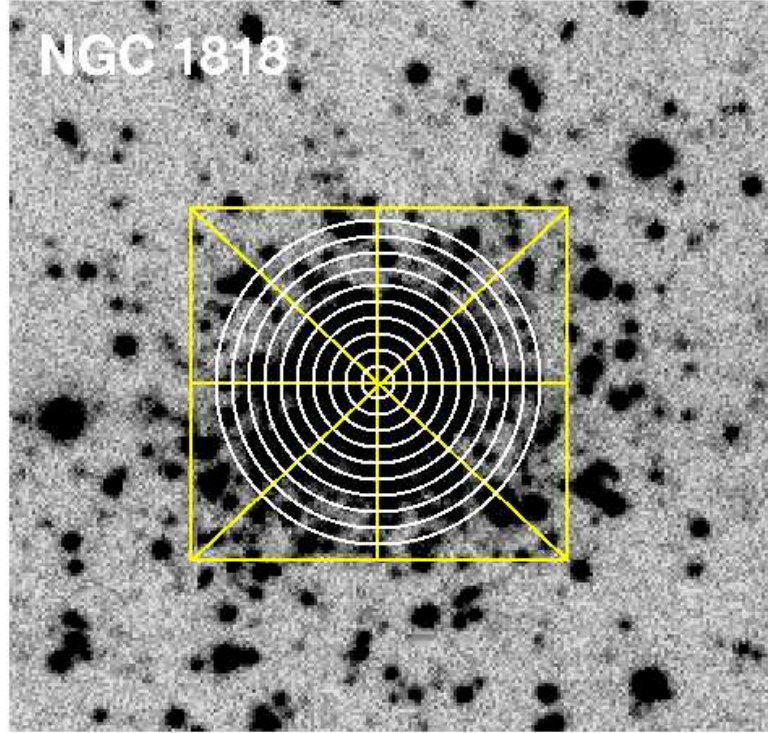


Figura 3.5: Grade de abertura para a fotometria. Os anéis exemplificam apenas uma das séries, dividida em oito setores.

3.3.3 Determinação do erro do fluxo

Para obter o fluxo instrumental para um diafragma de raio r dividimos o valor das contagens de cada pixel pelo tempo de exposição da imagem, somamos as contagens de todos os pixels incluídos no diafragma e descontamos o nível do céu correspondente,

$$F_{obj} = \sum_{i=1}^{n_r} (F_* + F_c)_i - n_r \bar{F}_c, \quad (3.10)$$

sendo que $(F_* + F_c)_i$ é o fluxo no i -ésimo pixel do objeto, F_c é a contribuição no i -ésimo pixel do céu, n_r é a área do diafragma de raio r em pixels e \bar{F}_c é o modo da distribuição do brilho do céu por unidade de tempo. Cada leitura de um pixel produz um ruído de leitura *read out noise* ($R.O.N$) = $R(e^-)$. Assim, a soma quadrática dos erros devido às parcelas da Equação 3.10 mais o ruído de leitura é:

$$\sigma_{F_{obj}}^2 = \sigma_{F_T}^2 + n_r R^2 + n_r^2 \sigma_{\bar{F}_c}^2, \quad (3.11)$$

sendo que

$$F_T = \sum_{i=1}^{n_r} (F_* + F_c)_i = \sum_{i=1}^{n_r} (F_*)_i + \sum_{i=1}^{n_r} (F_c)_i, \quad (3.12)$$

e portanto:

$$\sigma_{F_T}^2 = \sigma_{F_*}^2 + \sum_{i=1}^{n_r} (\sigma_{F_c}^2)_i. \quad (3.13)$$

Uma vez que tomamos o modo do céu como o valor do céu para todos os pixels temos:

$$(\sigma_{F_c}^2)_i \simeq \sigma_{\bar{c}}^2, \quad (3.14)$$

sendo que $\sigma_{\bar{c}}$ é o erro na determinação do nível do céu e é dado pela Equação 3.8.

Considerando o termo $\sigma_{F_*}^2$ da Equação 3.14, temos que

$$\sigma_{F_*} = \sqrt{F_{obj}}, \quad (3.15)$$

assumindo que a probabilidade de detecção de fótons segue uma distribuição poissoniana. Porém, como a detecção de fótons se dá na conversão destes em elétrons pelo CCD, a Equação 3.15 só é válida se F_{obj} for expresso em unidades de elétrons. Isso é obtido multiplicando F_{obj} pelo ganho do CCD (g), em elétrons por ADU, obtendo assim F_* em unidades de elétrons:

$$\sigma_{F_T}^2 = F_{obj} g + n_r \sigma_{\bar{c}}^2 g^2, \quad (3.16)$$

considerando-se que $\sigma_{F_T}^2$ está expresso em (e^-).

Para a determinação de $\sigma_{\bar{F}_c}^2$ temos que:

$$\bar{F}_c = \frac{1}{n_{céu}} \sum_{i=1}^{n_{céu}} (F_c)_i, \quad (3.17)$$

sendo que $n_{céu}$ é a área do céu em pixels. Novamente a leitura de cada pixel produz um ruído de leitura $R.O.N = R(e^-)$ e, portanto,

$$\sigma_{\bar{F}_c}^2 = \frac{1}{n_{céu}^2} \sum_{i=1}^{n_{céu}} \left[g^2 (\sigma_{F_c}^2)_i + R^2 \right] \quad (3.18)$$

$$\sigma_{\bar{F}_c}^2 = \frac{1}{n_{céu}^2} n_{céu} (g^2 \sigma_{\bar{c}}^2 + R^2) = \frac{g^2 \sigma_{\bar{c}}^2 + R^2}{n_{céu}}. \quad (3.19)$$

Assim:

$$\sigma_{F_{obj}}^2(r) = g F_{obj} + n_r g^2 \sigma_{\bar{c}}^2 + n_r R^2 + n_r^2 \left[\frac{g^2 \sigma_{\bar{c}}^2 + R^2}{n_{c\acute{e}u}} \right] \quad (3.20)$$

$$= g F_{obj} + n_r \left[1 + \frac{n_r}{n_{c\acute{e}u}} \right] \left[g^2 \sigma_{\bar{c}}^2 + R^2 \right], \quad (3.21)$$

ou

$$\sigma_{F_{obj}}(r) = \sqrt{g F_{obj} + n_r \left[1 + \frac{n_r}{n_{c\acute{e}u}} \right] \left[g^2 \sigma_{\bar{c}}^2 + R^2 \right]} \quad (e^-) \quad (3.22)$$

Para realizar a conversão de e^- para unidades de contagens (ADU) dividimos a equação acima por g , obtendo então:

$$\sigma_{F_{obj}}(r) = \sqrt{\frac{F_{obj}(r)}{g} + n_r \left[1 + \frac{n_r}{n_{c\acute{e}u}} \right] \left[\sigma_{\bar{c}}^2 + \frac{R^2}{g^2} \right]}. \quad (3.23)$$

O primeiro termo dessa equação é o tradicional erro poissoniano. O segundo termo leva em consideração o erro da leitura eletrônica do CCD e o erro na determinação do nível do céu. No caso de r pequeno o segundo termo será dominante. A presença do termo $\left[1 + \frac{n_r}{n_{c\acute{e}u}} \right]$ indica que o número de pixels na determinação do céu deve ser relativamente grande (comparado com n_r) para minimizar a contribuição de $\sigma_{\bar{c}}$ e R no erro total.

3.3.4 Influência do erro de centragem na determinação da fotometria superficial

Consideramos agora o efeito do erro na determinação do centro da imagem sobre $F_{obj}(r)$. Para obter a variância do fluxo num diafragma de raio r devido à indeterminação do centro das imagens, considera-se:

$$\sigma_{cent}^2(r) = \frac{\sum_{i=1}^N P(d) \left[F_*(r)_i - \bar{F}_*(r) \right]^2}{\sum_{i=1}^N P(d)} \quad (3.24)$$

sendo que atribuímos um peso $P(d)$ a um pixel em função de sua distância d ao centro de um diafragma de raio r , de acordo com a Figura 3.6, σ_r é o erro na determinação do centro do diafragma dado por $\sigma_r = \max(e_x, e_y)$ (ver Tabela 3.2).

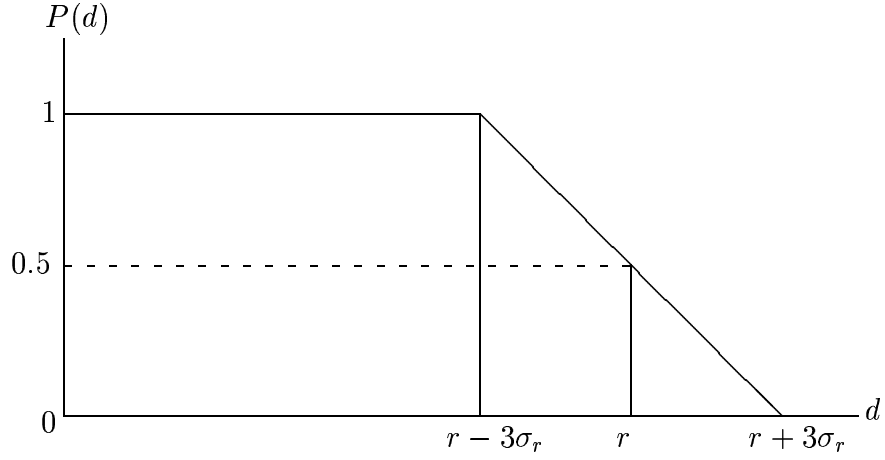


Figura 3.6: Peso atribuído a um pixel em função de sua distância d do centro de um diafragma de raio r , para um erro de centragem σ_r .

Desenvolvendo a Equação 3.24 temos:

$$\sigma_{cent}^2(r) = \frac{\sum_{i=1}^N P(d) F_*^2(r)}{\sum_{i=1}^N P(d)} - 2\bar{F}_*(r) \frac{\sum_{i=1}^N P(d) F_*(r)}{\sum_{i=1}^N P(d)} + \bar{F}_*^2(r) \quad (3.25)$$

e portanto

$$\sigma_{cent}^2 = S_{obj}^2 - 2\bar{F}_{obj}\bar{F}_{obj} + \bar{F}_{obj}^2 = S_{obj}^2 - \bar{F}_{obj}^2, \quad (3.26)$$

sendo que

$$\bar{F}_{obj} = \frac{\sum_{i=1}^N P_i(r) F_*(r)}{\sum_{i=1}^N P_i(r)} \quad e \quad S_{obj}^2 = \frac{\sum_{i=1}^N P_i(r) F_*^2(r)}{\sum_{i=1}^N P_i(r)}. \quad (3.27)$$

Ao quadrado do erro do fluxo para o raio r adiciona-se a variância do fluxo devido ao erro de centragem:

$$\sigma_{F_{obj}}(r) = \sqrt{\sigma_{F_{obj}}^2 + \sigma_{cent}^2}. \quad (3.28)$$

Salientamos que σ_{cent}^2 só é realmente significativo para pequenos valores de r , ou seja, quando o tamanho do diafragma for comparável à incerteza na centragem do

mesmo.

3.3.5 Calibração fotométrica

Para aplicarmos a calibração fotométrica, transformamos o fluxo em magnitude instrumental:

$$m_i(r) = -2.5 \frac{\ln F_{obj}(r)}{\ln 10} \quad (3.29)$$

$$\sigma_{m_i}(r) = \left| \frac{2.5}{\ln 10} \frac{1}{F_{obj}(r)} \sigma_{F_{obj}(r)} \right| \quad (3.30)$$

e corrigimos por extinção atmosférica,

$$m_i^c(r) = m_i(r) - (kx), \quad (3.31)$$

$$\sigma_{m_i^c} = \sqrt{(\sigma_{m_i})^2 + [(x)(\sigma_k)]^2}, \quad (3.32)$$

sendo que k é o coeficiente de extinção, x a massa de ar e σ_k o erro na determinação de k (Tabela 2.4).

A seguir, as magnitudes instrumentais resultantes foram transformadas para o sistema fotométrico padrão aplicando a calibração fotométrica

$$m_o = \alpha m_i^c + \beta, \quad (3.33)$$

$$\sigma_{m_o} = \sqrt{\sigma_{calib}^2 + [(\alpha)(\sigma_{m_i^c})]^2}, \quad (3.34)$$

sendo que o σ_{calib} está definido na seção 2.5.1.

Com os valores obtidos para os brilhos superficiais, construímos perfis de brilho superficial na banda V que são apresentados no próximo capítulo. O ajuste da lei de brilho é explicado a seguir.

3.4 Ajuste da lei de brilho

Frequentemente os perfis de brilho superficial de aglomerados globulares são descritos pelo modelo empírico de King (1962):

$$f(r) = f_0 \left\{ \frac{1}{[1 + (r/r_0)^2]^{1/2}} - \frac{1}{[1 + (r_t/r_0)^2]^{1/2}} \right\}^2, \quad (3.35)$$

sendo que f_0 é o brilho superficial central, r_t é o raio de maré do aglomerado e r_0 é o raio no qual o fluxo projetado se reduz a metade, dado que $r_t \gg r_0$. A razão entre r_t e r_0 define o parâmetro de concentração c ,

$$c = \log (r_t/r_0). \quad (3.36)$$

Modelos com c entre 0.75 e 1.75 ajustam muito bem aglomerados globulares (Binney & Tremaine, 1987). Parâmetros de concentração $1.0 \lesssim c \lesssim 2.0$ para os aglomerados da Grande Nuvem, implicando razões $10 \lesssim r_t/r_0 \lesssim 100$, foram medidos por Elson et al. (1987)

Com estudos de jovens aglomerados da Grande Nuvem, Elson e colaboradores (Elson et al., 1987) notaram que esses aglomerados não aparentavam ser truncados por forças de maré. Isto teria sido causado pela expansão desses aglomerados sobre seu limite de Roche¹. Considerando que um aglomerado jovem completou apenas uma fração da sua órbita em torno da galáxia, quaisquer estrelas fora do limite de Roche ainda não teriam sido arrancadas por forças de maré nos aglomerados mais jovens das Nuvens de Magalhães. Ao invés disso permanecem em órbita em torno do aglomerado. Assim, $r_t \rightarrow \infty$ e um perfil mais adequado para esses objetos seria o modelo EFF:

$$f(r) = f_0 \left(1 + \frac{r^2}{a^2} \right)^{-\gamma/2}, \quad (3.37)$$

sendo que a pode ser correlacionado com o raio r_0 de King estabelecendo $f(r_0) = f_0/2$ na equação acima, obtendo-se então:

$$a = \frac{r_0}{\sqrt{4^{1/\gamma} - 1}}. \quad (3.38)$$

Além disso, o perfil EFF, de forma equivalente ao perfil de King, também tem

¹A maior proximidade a que um corpo fluido pode orbitar ao redor de um outro corpo sem ser destruído por forças de maré. Um corpo sólido pode sobreviver dentro do limite de Roche se as forças de maré não excederem sua resistência estrutural.

três parâmetros livres: f_0 , a e γ .

Na Figura 3.7 apresentamos um exemplo de um modelo de King comparado com um modelo EFF. Ambos foram calculados com $r_0 = 10''$, valor típico de aglomerados da Grande Nuvem (Elson et al., 1987), e com brilho superficial central de $\mu_0 = -2.5 \log f_0 = 17$. Para o perfil de King adotamos $c = 1.5$, implicando $r_t = 316''$. Para o perfil EFF, escolhemos $\gamma = 2.5$ que é aproximadamente o valor médio encontrado por Elson et al. (1987) para aglomerados jovens da Grande Nuvem, obtendo então o valor de $a = 11.62''$.

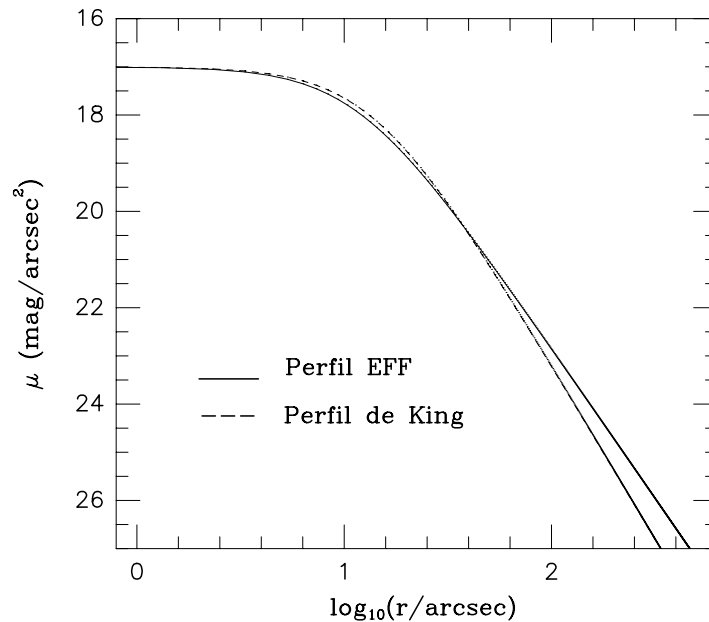


Figura 3.7: Exemplo de perfil de brilho superficial para o modelo EFF, representado pela linha contínua e perfil de brilho superficial para o modelo de King, representado pela linha pontilhada.

Comparando ambos os perfis de brilho (Figura 3.7) é possível notar que nas regiões mais internas a diferença entre eles é muito pequena. Já nas regiões mais externas do objeto (onde o raio máximo atinge um valor aproximadamente igual a $100''$) a diferença torna-se mais significativa. Como nossos objetos tem um raio máximo de $r = 70''$ ou $\log r = 1.84$ ambos os modelos poderiam ser utilizados para realizar o ajuste. Optamos pelo modelo EFF devido à dificuldade de obter com precisão o valor de r_t da equação do Perfil de King (Equação 3.35), pois $r \ll r_t$, além do que $r_t \rightarrow \infty$ conforme discutido acima.

Executando um algoritmo de minimização, ajustamos os parâmetros da lei de

distribuição de brilho superficial de Elson et al. (1987) dada pela Equação 3.37. Para estimar os parâmetros f_0 , γ e a , utilizamos o método de minimização de Levenberg-Marquardt – Numerical Recipes in Fortran 77 - Vol I (<http://www.library.cornell.edu/nr/cbookfpdf.html>) – que é um método tradicional de ajuste não linear, para procurar o mínimo de uma função mérito dada por:

$$\chi^2(\mathbf{p}) = \sum_{i=1}^N \left[\frac{y_i - y(x_i; \mathbf{p})}{\sigma_i} \right]^2, \quad (3.39)$$

sendo que $y(x_i; \mathbf{p})$ é a função modelo dada pela Equação 3.37 em termos dos parâmetros $\mathbf{p} = (f_0, \gamma, a)$, ou seja, é o valor previsto pelo modelo para o brilho superficial em r_i . O brilho superficial e o erro medido são dados respectivamente por y_i e σ_i . Por sua vez N é o número total de pontos usados no ajuste.

Uma correção para as medidas de brilho superficial se faz necessária. A fotometria superficial medida é obtida como um valor médio $\langle f \rangle$ entre r_1 e r_2 , que são respectivamente, os raios interno e externo de um anel. Como há uma distribuição contínua de brilho entre r_1 e r_2 , essa média deve corresponder a um valor de $f(r)$ para um raio efetivo r_e entre r_1 e r_2 . Ou seja,

$$f(r_e) = f_0 \left[1 + \frac{r_e^2}{a^2} \right]^{-\gamma/2} = \langle f \rangle \Big|_{r_1}^{r_2} = \frac{F}{G}, \quad (3.40)$$

sendo que

$$F = \int_{r_1}^{r_2} \int_0^{2\pi} f(r) r dr d\theta, \quad G = \int_{r_1}^{r_2} \int_0^{2\pi} r dr d\theta. \quad (3.41)$$

Então

$$f(r_e) = \frac{2 \int_{r_1}^{r_2} f(r) r dr}{(r_2^2 - r_1^2)}, \quad (3.42)$$

e segue que:

$$f(r_e) = \frac{f_0 2 \left[\left(1 + \frac{r_2^2}{a^2} \right)^{1-\frac{\gamma}{2}} - \left(1 + \frac{r_1^2}{a^2} \right)^{1-\frac{\gamma}{2}} \right] \frac{a^2}{2-\gamma}}{(r_2^2 - r_1^2)}. \quad (3.43)$$

Logo,

$$\frac{2 - \gamma}{a^2} \left(\frac{r_2^2}{2} - \frac{r_1^2}{2} \right) = \left(1 + \frac{r_e^2}{a^2} \right)^{\gamma/2} \left[\left(1 + \frac{r_2^2}{a^2} \right)^{1-\frac{\gamma}{2}} - \left(1 + \frac{r_1^2}{a^2} \right)^{1-\frac{\gamma}{2}} \right]. \quad (3.44)$$

Portanto,

$$r_e = a \left\{ \left[\frac{2 - \gamma}{a^2} \left(\frac{r_2^2}{2} - \frac{r_1^2}{2} \right) \left[\left(1 + \frac{r_2^2}{a^2} \right)^{1-\frac{\gamma}{2}} - \left(1 + \frac{r_1^2}{a^2} \right)^{1-\frac{\gamma}{2}} \right]^{-1} \right]^{\frac{2}{\gamma}} - 1 \right\}^{1/2}. \quad (3.45)$$

A obtenção de a , γ , f_0 e r_e é feita de forma iterativa: um raio efetivo inicial dado por

$$r_e = \sqrt{r_1^2 + r_2^2} \quad (3.46)$$

ou seja, o raio que divide ao meio a área do anel de raio interno r_1 e raio externo r_2 , é usado para obter a , γ e f_0 ; estes por sua vez são usados para recalculer r_e usando a Equação 3.45 e uma nova determinação de a , γ e f_0 é feita. Esse ciclo é repetido até que não haja mais uma variação significativa ($< 10^{-3}$) no valor desses parâmetros. Assim, a , γ , f_0 e r_e são determinados de forma auto-consistente.

Capítulo 4

Resultados

Apresentamos neste capítulo os perfis de brilho superficial obtidos com a realização da fotometria superficial. Os parâmetros estruturais dos aglomerados também são apresentados, sendo que é feita uma comparação desses dados com aqueles obtidos na literatura. Desses parâmetros estruturais, realizamos estimativas para a luminosidade e para a massa dos aglomerados e comparamos esses resultados com os obtidos da literatura.

4.1 Perfis de brilho superficial

Os perfis de brilho superficial na banda V (em magnitudes por segundo de arco ao quadrado em função do raio por segundo de arco numa escala logarítmica) para cada um dos treze aglomerados são apresentados nas Figuras 4.1 a 4.7. Os perfis apresentam os dados para as quatro larguras anelares que utilizamos, sendo que é possível notar o alto grau de consistência entre os dados correspondentes. Todos os perfis de brilho foram ajustados pelo modelo de Elson et al. (1987).

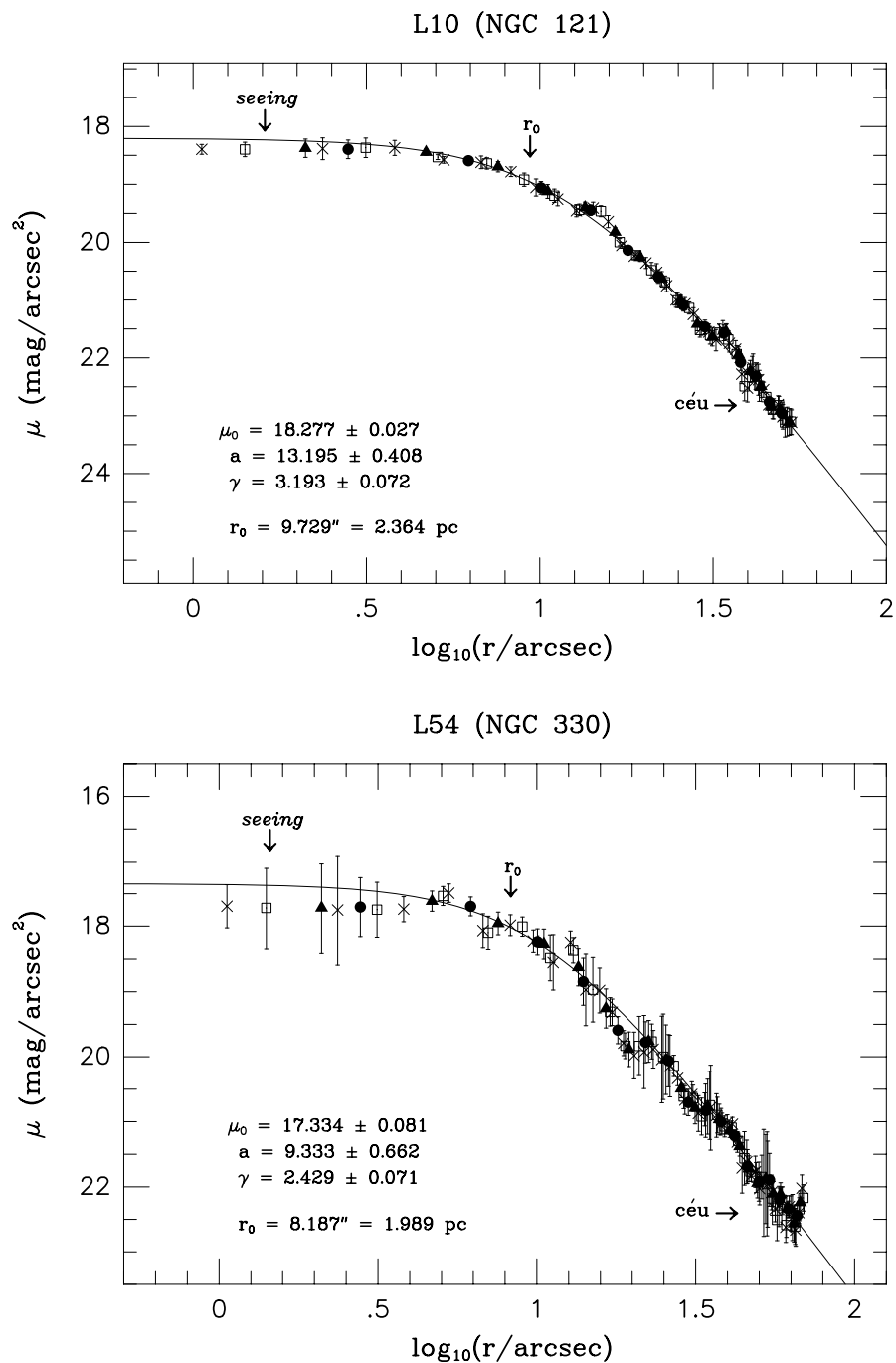


Figura 4.1: Perfis de brilho superficial para os aglomerados L10 e L54. As séries estão marcadas da seguinte forma: os anéis de 1.5 segundos de arco de largura são cruces; de 2.0 segundos de arco, quadrados; de 3.0 segundos de arco, triângulos e de 4.0 segundos de arco são representadas por círculos, cada ponto com sua respectiva barra de erro. A linha contínua representa o ajuste do modelo EFF. Os parâmetros estruturais dos aglomerados, o nível do céu e o *seeing* das imagens são apresentados.

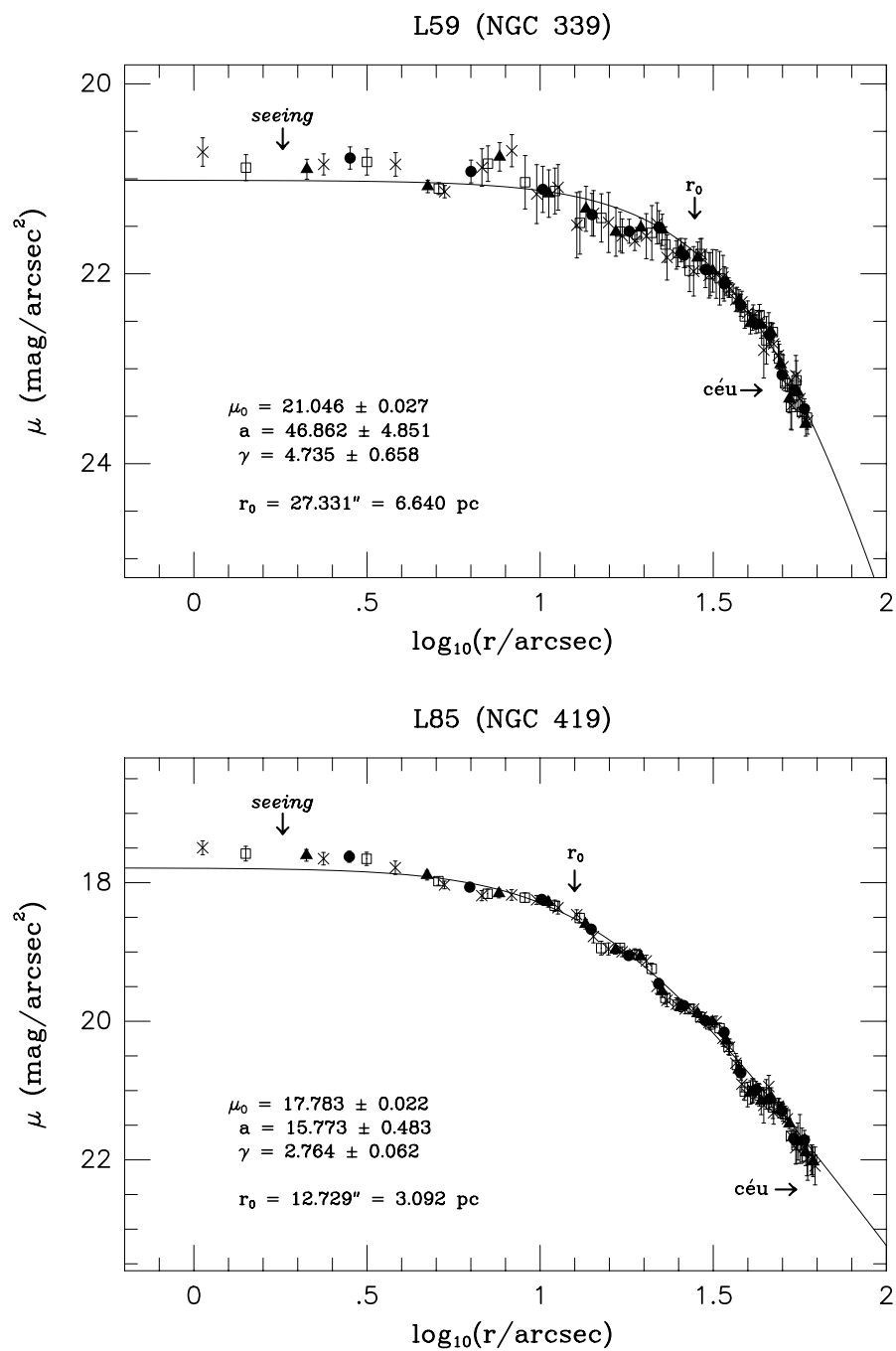


Figura 4.2: O mesmo que da Figura 4.1, mas para os aglomerados L59 e L85.

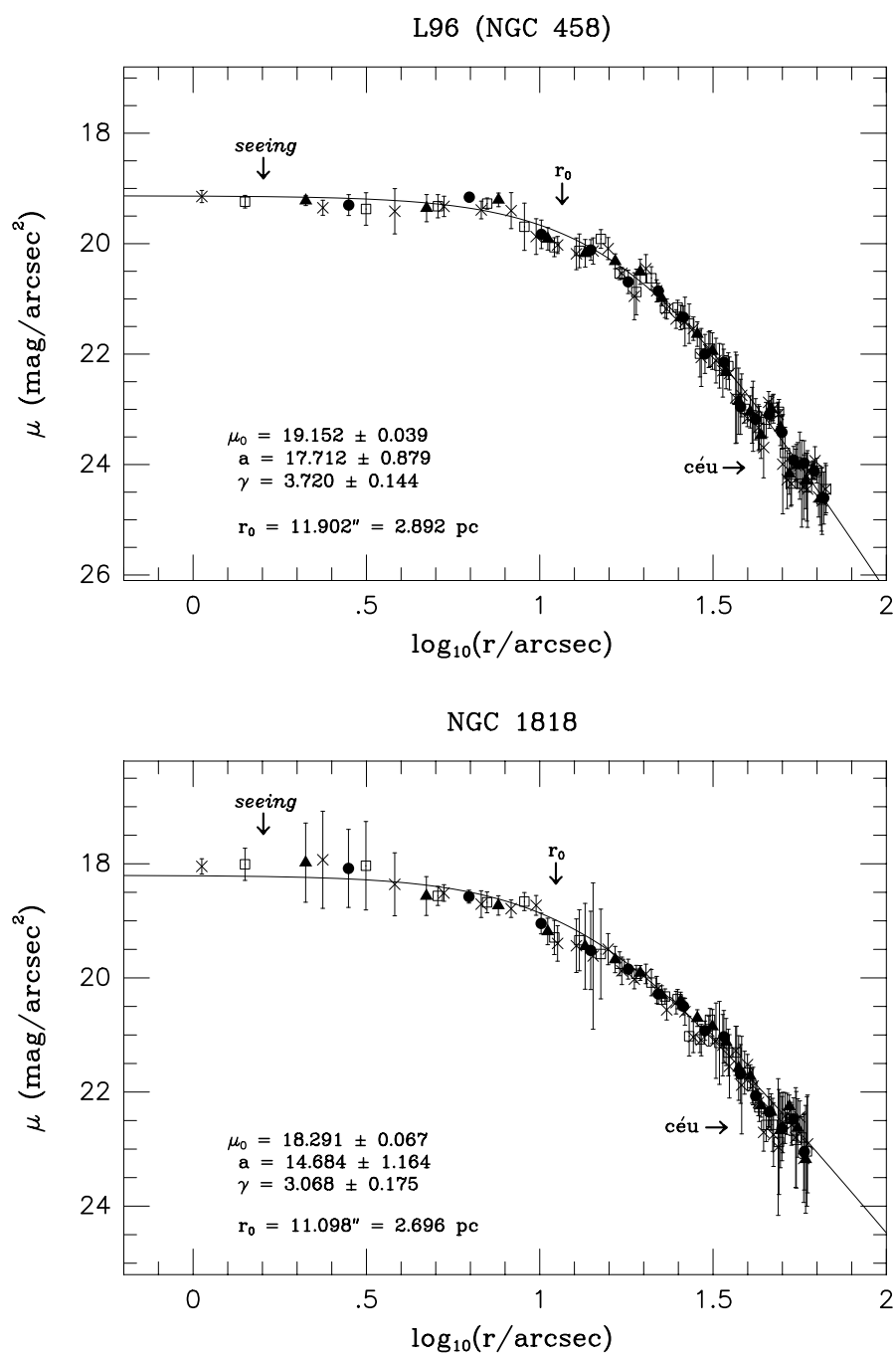


Figura 4.3: O mesmo que da Figura 4.1, mas para os aglomerados L96 e NGC 1818.

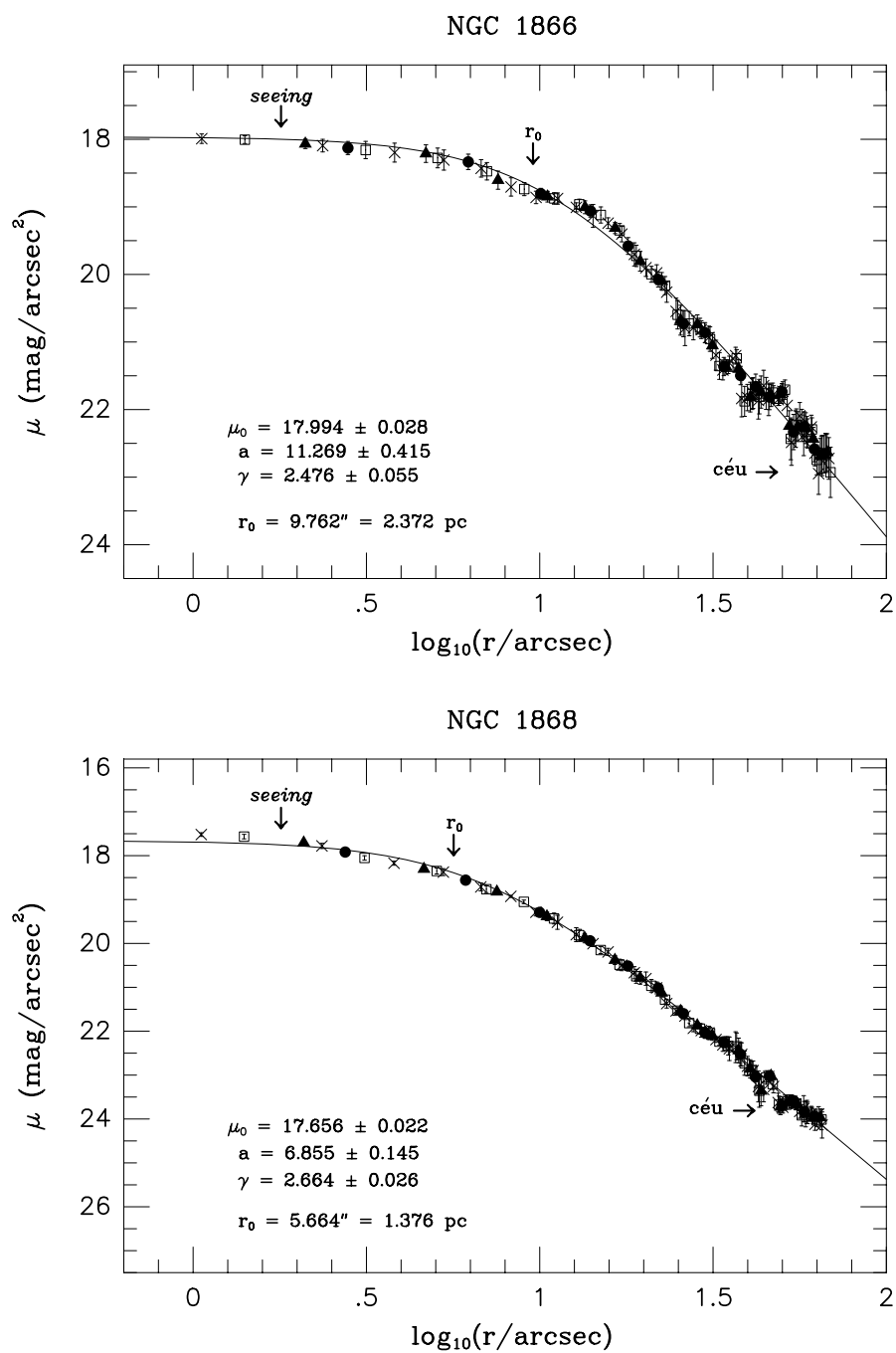


Figura 4.4: O mesmo que da Figura 4.1, mas para os aglomerados NGC1866 e NGC 1868.

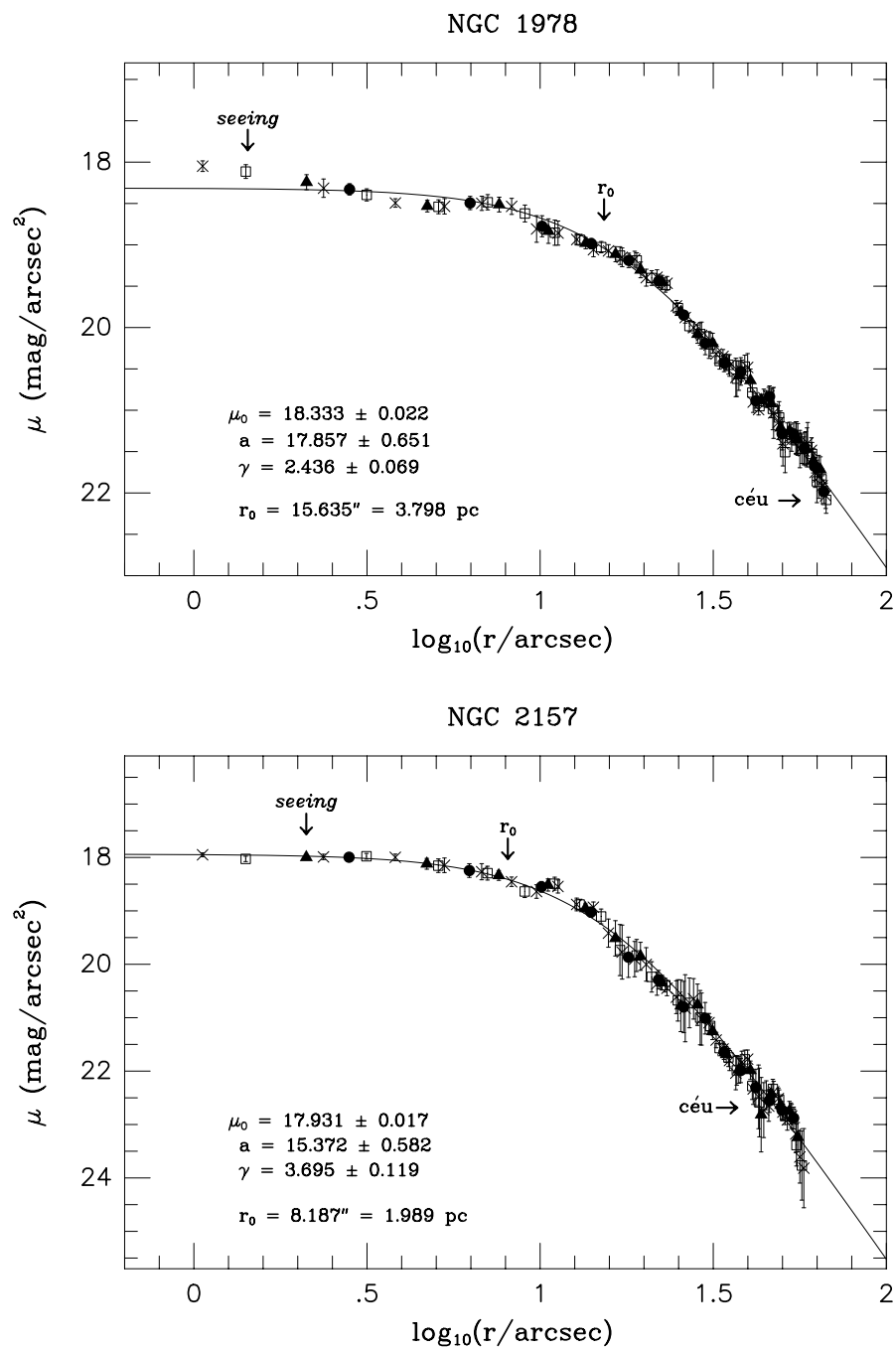


Figura 4.5: O mesmo que da Figura 4.1, mas para os aglomerados NGC1978 e NGC 2157.

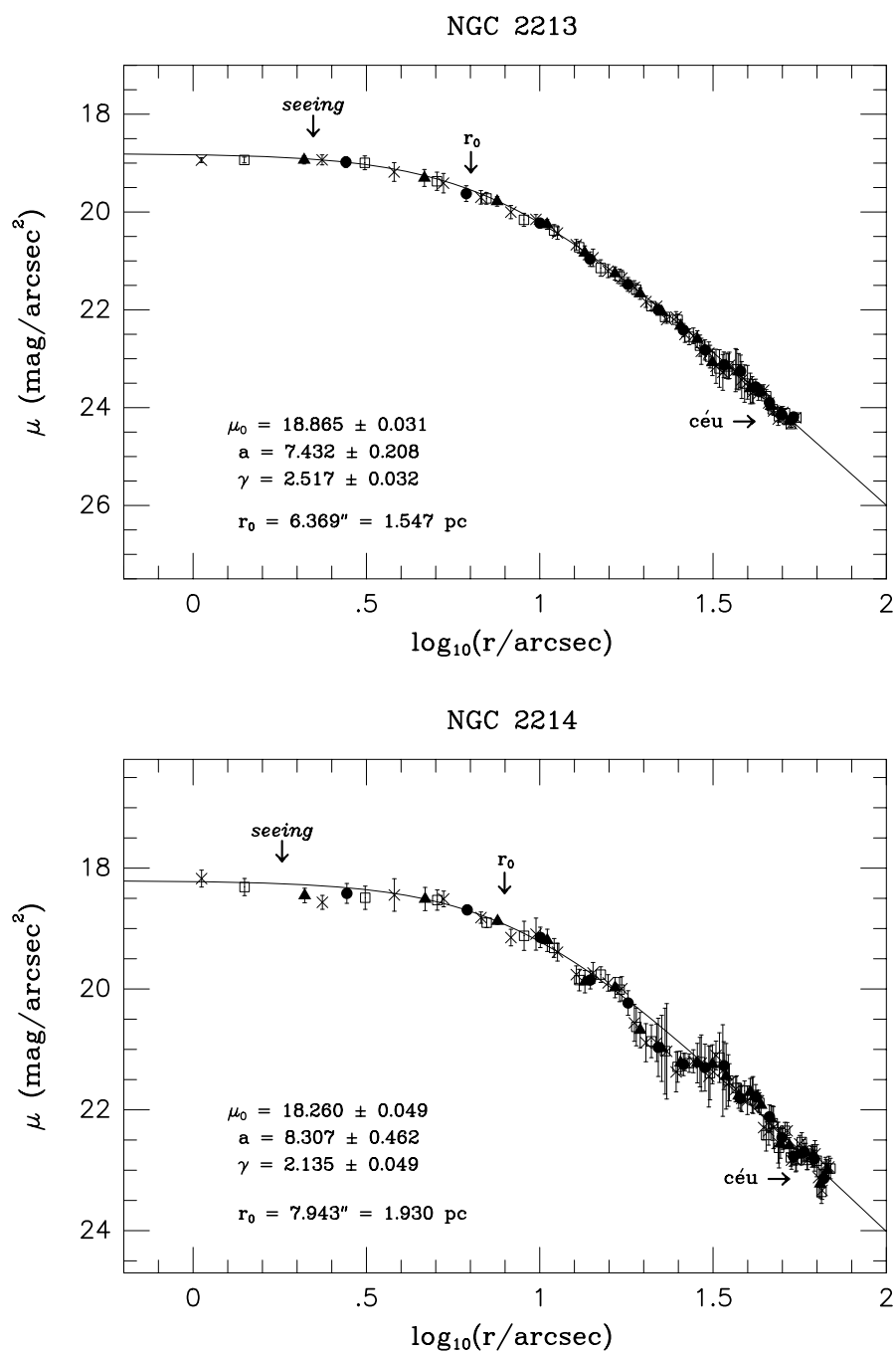


Figura 4.6: O mesmo que da Figura 4.1, mas para os aglomerados NGC2213 e NGC 2214.

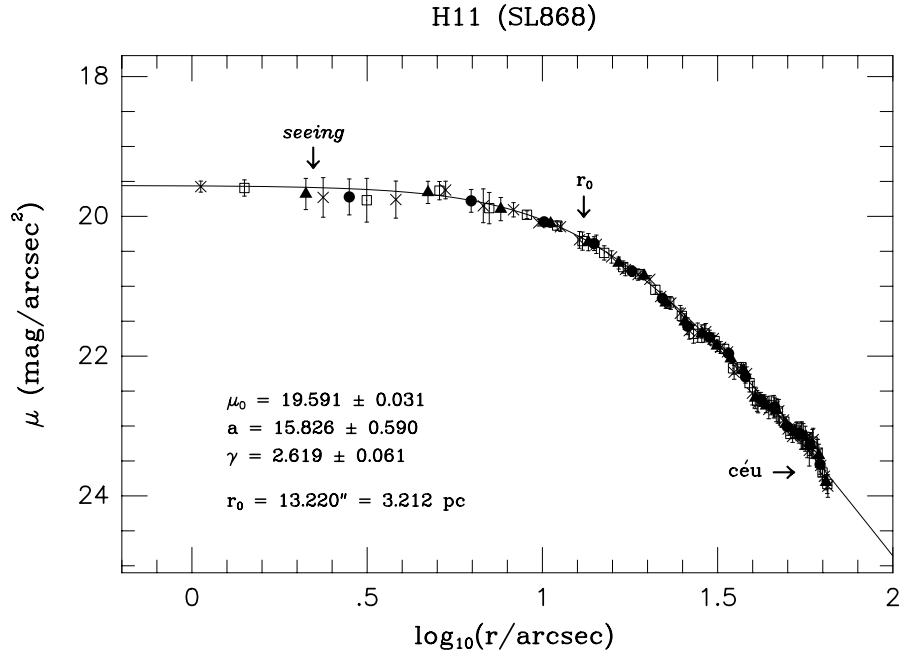


Figura 4.7: O mesmo que da Figura 4.1, mas para o aglomerado H11.

4.2 Parâmetros estruturais

Os parâmetros estruturais (μ_0 , a , γ) são apresentados na Tabela 4.1. Uma comparação dos nossos resultados com aqueles obtidos por Mackey & Gilmore (2003a) e Mackey & Gilmore (2003b) é feita nas Figuras 4.8¹, 4.9 e 4.10. A Figura 4.8 nos mostra que os valores de μ_0 em Mackey & Gilmore (2003a) e Mackey & Gilmore (2003b) são ligeiramente diferentes dos valores obtidos por nós, sendo que a linha tracejada indica uma correlação perfeita. Já a Figura 4.9 mostra que não há uma grande compatibilidade entre os valores de a em Mackey & Gilmore (2003a) e Mackey & Gilmore (2003b) e os valores que encontramos – provavelmente devido ao *seeing* das nossas imagens – além do que, notamos um objeto, o aglomerado NGC 1866, apresentando uma alta discrepância entre os valores. Para o caso da Figura 4.10 – comparação dos valores de γ – nossos valores são bastante compatíveis com os

¹Adicionamos um fator de 0.1 aos valores que estimamos para μ_0 , conforme explicado no Apêndice B.3.

obtidos pelos autores anteriormente citados, com apenas um objeto (L59 – NGC 339) apresentando grandes barras de erro e com nosso valor ligeiramente menor.

Tabela 4.1: Parâmetros estruturais obtidos para os aglomerados

Nome	μ_0 (mag/arcsec ²)	a ($''$)	γ	r_0 ($''$)	r_m ($''$)
L10 (NGC 121)	18.277 ± 0.027	13.195 ± 0.408	3.193 ± 0.072	9.729 ± 0.354	55
L54 (NGC 330)	17.334 ± 0.081	9.333 ± 0.662	2.429 ± 0.071	8.187 ± 0.366	70
L59 (NGC 339)	21.046 ± 0.027	46.862 ± 4.851	4.735 ± 0.658	27.331 ± 1.114	61
L85 (NGC 419)	17.783 ± 0.022	15.773 ± 0.483	2.764 ± 0.062	12.729 ± 0.692	63
L96 (NGC 458)	19.152 ± 0.039	17.712 ± 0.879	3.720 ± 0.144	11.902 ± 0.885	68
NGC 1818	18.291 ± 0.067	14.684 ± 1.164	3.068 ± 0.175	11.098 ± 0.428	60
NGC 1866	17.994 ± 0.028	11.269 ± 0.415	2.476 ± 0.055	9.762 ± 0.221	70
NGC 1868	17.656 ± 0.022	6.855 ± 0.145	2.664 ± 0.026	5.664 ± 0.161	70
NGC 1978	18.333 ± 0.022	17.857 ± 0.651	2.436 ± 0.069	15.635 ± 0.742	68
NGC 2157	17.931 ± 0.017	15.372 ± 0.582	3.695 ± 0.119	10.372 ± 0.386	70
NGC 2213	18.865 ± 0.031	7.432 ± 0.208	2.517 ± 0.032	6.369 ± 0.308	56
NGC 2214	18.260 ± 0.049	8.307 ± 0.462	2.135 ± 0.049	7.943 ± 0.533	70
H11 (SL 868)	19.591 ± 0.031	15.826 ± 0.590	2.619 ± 0.061	13.220 ± 0.718	66

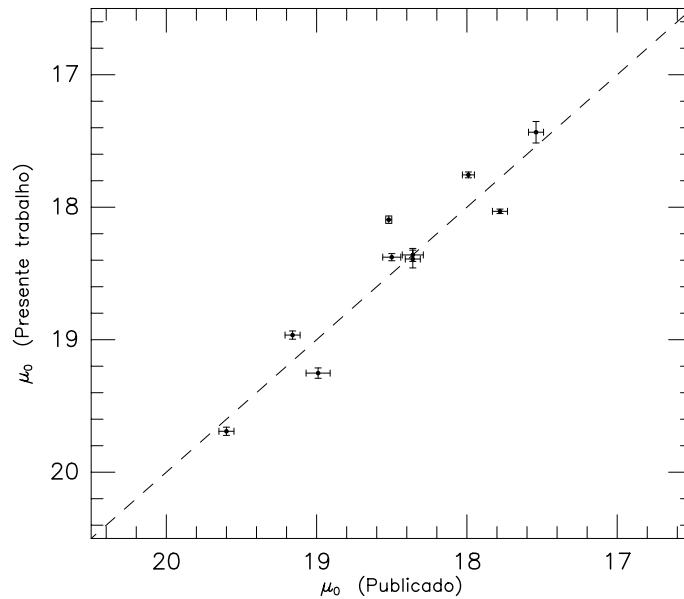


Figura 4.8: Comparação dos valores obtidos para μ_0 .

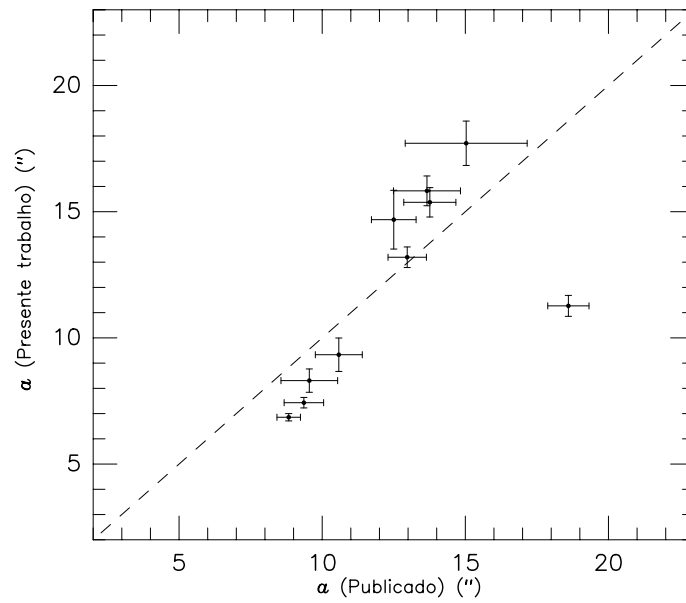


Figura 4.9: Comparação dos valores obtidos para α . O ponto localizado à direita, que apresenta uma alta discrepância entre os valores, corresponde ao aglomerado NGC 1866.

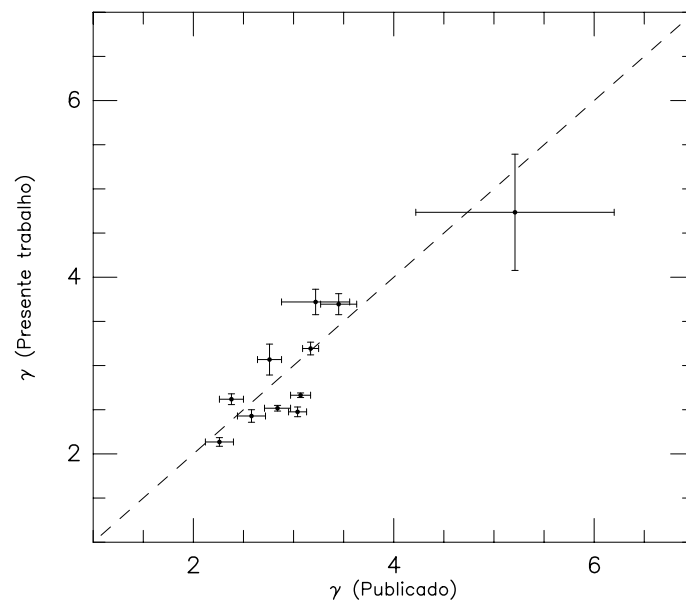


Figura 4.10: Comparação dos valores obtidos para γ . O ponto que apresenta grandes barras de erro corresponde ao aglomerado L59 (NGC 339).

4.3 Estimativas de massa e luminosidade

Com os parâmetros estruturais (μ_0 , a e γ) que obtivemos na seção anterior, podemos estimar a luminosidade e a massa dos aglomerados.

4.3.1 Luminosidade

Para obter a luminosidade total emitida por um aglomerado que apresenta um perfil de brilho dado pela Equação 3.37, aplicamos um método de inversão nessa equação, obtendo assim a densidade de luminosidade $j(R)$. Consideramos inicialmente a Figura 4.5, sendo que $f(r)$ é o resultado da projeção da distribuição $j(R)$ no plano do céu.

Uma vez que $f(r)$ é circularmente simétrico podemos assumir que $j(R)$ é esfericamente simétrico e, portanto:

$$f(r) = \int_{-\infty}^{+\infty} j(R) dz = 2 \int_0^{\infty} j(R) dz. \quad (4.1)$$

Seguindo a Figura 4.5 temos que:

$$R^2 = r^2 + z^2 \quad z^2 = R^2 - r^2 \quad 2z dz = 2R dR \quad dz = \frac{R dR}{\sqrt{R^2 - r^2}}$$

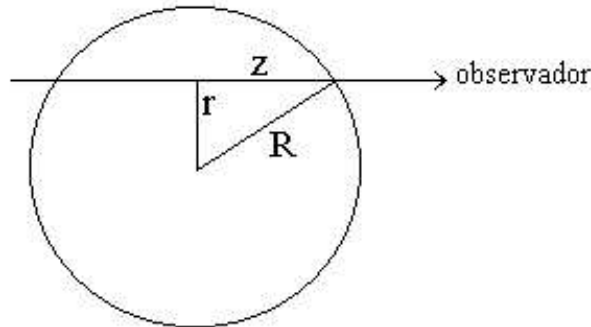


Figura 4.11: Geometria da integração da densidade de luminosidade $j(r)$ ao longo de z (linha de visada) que resulta no brilho superficial observado $f(r)$.

$$f(r) = 2 \int_r^{\infty} \frac{j(R) R dR}{\sqrt{R^2 - r^2}}. \quad (4.2)$$

Essa é uma equação integral de Abel e sua solução para $j(R)$, é dada por Binney

& Tremaine (1987)

$$j(R) = -\frac{1}{\pi} \int_R^\infty \frac{df(r)}{dr} \frac{dr}{\sqrt{r^2 - R^2}}. \quad (4.3)$$

Para $f(r)$ dado pela Equação 3.37 temos que

$$j(R) = -\frac{1}{\pi} \int_R^\infty \frac{d}{dr} \left[f_0 \left(1 + \frac{r^2}{a^2} \right)^{-\gamma/2} \right] \frac{dr}{\sqrt{r^2 - R^2}}. \quad (4.4)$$

Fazendo essa integração (detalhada no Apêndice B.1), obtemos

$$j(R) = j_0 \left(1 + \frac{R^2}{a^2} \right)^{-(\gamma+1)/2}, \quad (4.5)$$

que tem uma forma funcional semelhante a dos perfis de brilho superficial $f(r)$, mas com índice $\gamma + 1$. Na Equação 4.5 j_0 representa a densidade volumétrica de luminosidade central e é dado por (ver Apêndice B.1):

$$j_0 = \frac{f_0 \Gamma[(\gamma + 1)/2]}{a \sqrt{\pi} \Gamma(\gamma/2)}. \quad (4.6)$$

Para obter a luminosidade L como uma função do raio projetado observado r , integramos a Equação 4.5 dentro de um cilindro de raio r ao longo da linha de visada:

$$L(r) = \int_0^{2\pi} d\theta \int_0^r R j(R) dR, \quad (4.7)$$

$$L(r) = 4\pi j_0 \int_0^\infty dz \int_0^r R \left(1 + \frac{R^2 + z^2}{a^2} \right)^{-(\gamma+1)/2} dR, \quad (4.8)$$

$$L(r) = 4\pi j_0 \int_0^r R dR \int_0^\infty \left(1 + \frac{R^2 + z^2}{a^2} \right)^{-(\gamma+1)/2} dz. \quad (4.9)$$

Integrando a equação acima para $r = r_m$ (ver Tabela 4.1), sendo que r_m é o raio máximo considerado na construção dos perfis de brilho superficial, obtemos:

$$L_m = \frac{2\pi f_0}{\gamma - 2} \left[a^2 - a^\gamma (a^2 + r_m^2)^{-(\gamma-2)/2} \right]. \quad (4.10)$$

Podemos também estimar a luminosidade para $\gamma > 2$ no limite em que $r_m \rightarrow \infty$,

obtendo-se que

$$L_\infty = \frac{2\pi f_0 a^2}{\gamma - 2}. \quad (4.11)$$

Para que pudéssemos utilizar as equações 4.10 e 4.11, foi necessário converter os valores de f_0 , a e r_m para unidades físicas. Para converter em parsecs os valores de a e r_m tomamos o módulo da distância para a Grande Nuvem como $DM = 18.50 \pm 0.13$ (Panagia et al., 1991) e para a Pequena Nuvem, $DM = 18.91 \pm 0.13$ (Hilditch et al., 2005). Considerando a definição de módulo de distância

$$DM = 5 \log d - 5 \quad \text{e} \quad d = 10^{(DM+5)/5} \text{ pc}, \quad (4.12)$$

obtem-se uma escala linear (ESC) de $4.11552'' \text{pc}^{-1}$ para a Grande Nuvem de Magalhães e de $3.40741'' \text{pc}^{-1}$ para a Pequena Nuvem.

A conversão das unidades de μ_0 de magnitude por segundos de arco ao quadrado para $L_\odot \text{pc}^{-2}$ está detalhada no Apêndice B.2, de onde temos a seguinte relação:

$$f_0 = 10^{0.4[M_{bol}^\odot - \mu_0 + 3.1 E(B-V) + DM]} (\text{ESC})^2 L_\odot \text{pc}^{-2}, \quad (4.13)$$

sendo que M_{bol}^\odot é a magnitude bolométrica (magnitude em todas as bandas) do Sol, cujo valor utilizado foi de 4.75 (Lang, 1992) e ESC é a escala utilizada de acordo com a galáxia em questão. A correção do brilho superficial de cada aglomerado das Nuvens de Magalhães pela extinção interestelar foi feita usando $E(B - V) = 0.10$ (Elson et al., 1987) para a Grande Nuvem e $E(B - V) = 0.05$ (Crowl et al., 2001) para Pequena Nuvem. Os valores encontrados para f_0 em $L_\odot \text{pc}^{-2}$ são apresentados na Tabela 4.2 e os dados estimados de luminosidade, na Tabela 4.3.

4.3.2 Massa

Para estimar as massas dos aglomerados multiplicamos as equações de luminosidade apropriadas pela razão massa – luminosidade M/L_V para cada um dos aglomerados. A massa M_m dentro do raio r_m é dada pela Equação 4.10 multiplicada por M/L_V , assim como a massa M_∞ resulta da multiplicação da Equação 4.11 por M/L_V . Utilizamos a Equação B.31 para converter os valores de f_0 para unidades físicas.

Os valores adotados para M/L_V foram obtidos de Mackey & Gilmore (2003a), Mackey & Gilmore (2003b), Chun (1978) e Meylan et al. (1991) e estão listados na Tabela 4.2. Os valores estimados para a massa dos objetos são apresentados na Tabela 4.3.

Tabela 4.2: Relação massa/luminosidade dos objetos e estimativas de f_0 e j_0 .

Objeto	$(M/M_\odot)/(L_V/L_V^\odot)$	$\log (f_0/L_\odot \text{ pc}^{-2})$	$\log (j_0/L_\odot \text{ pc}^{-3})$
L10 (NGC 121)	2.74 ^b	3.308 ± 0.051	2.539 ± 0.053
L54 (NGC 330)	0.09 ^b	3.685 ± 0.041	2.997 ± 0.051
L59 (NGC 339)	1.66 ^b	2.200 ± 0.051	0.977 ± 0.092
L85 (NGC 419)	0.30 ^c	3.505 ± 0.051	2.623 ± 0.053
L96 (NGC 458)	0.25 ^b	2.958 ± 0.049	2.099 ± 0.055
NGC 1818	0.08 ^a	3.365 ± 0.044	2.622 ± 0.063
NGC 1866	0.18 ^a	3.483 ± 0.051	2.800 ± 0.053
NGC 1868	0.40 ^a	3.618 ± 0.050	3.170 ± 0.051
NGC 1978	2.10 ^d	3.348 ± 0.050	2.461 ± 0.054
NGC 2157	0.11 ^a	3.508 ± 0.052	2.791 ± 0.057
NGC 2213	0.87 ^a	3.135 ± 0.050	2.637 ± 0.052
NGC 2214	0.11 ^a	3.377 ± 0.048	2.788 ± 0.055
H11 (SL868)	3.25 ^a	2.845 ± 0.050	2.029 ± 0.054

^aMackey & Gilmore (2003a), ^bMackey & Gilmore (2003b), ^cChun (1978), ^dMeylan et al. (1991)

Tabela 4.3: Estimativas de massa e luminosidade calculadas utilizando os parâmetros estruturais dos aglomerados.

Objeto	$\log (L_\infty/L_\odot)$	$\log (L_m/L_\odot)$	(M_∞/M_\odot)	$\log (M_m/M_\odot)$
L10 (NGC 121)	5.202 ± 0.088	5.117 ± 0.074	5.640 ± 0.088	5.555 ± 0.074
L54 (NGC 330)	5.719 ± 0.211	5.483 ± 0.133	4.673 ± 0.211	4.437 ± 0.133
L59 (NGC 339)	4.834 ± 0.317	4.704 ± 0.204	5.054 ± 0.317	4.925 ± 0.204
L85 (NGC 419)	5.747 ± 0.103	5.567 ± 0.079	5.224 ± 0.103	5.044 ± 0.079
L96 (NGC 458)	4.948 ± 0.131	4.906 ± 0.103	4.346 ± 0.131	4.304 ± 0.103
NGC 1818	5.239 ± 0.227	5.134 ± 0.162	4.142 ± 0.227	4.037 ± 0.162
NGC 1866	5.478 ± 0.138	5.244 ± 0.073	4.733 ± 0.138	4.499 ± 0.073
NGC 1868	5.037 ± 0.061	4.933 ± 0.059	4.639 ± 0.061	4.535 ± 0.059
NGC 1978	5.781 ± 0.175	5.434 ± 0.129	6.103 ± 0.175	5.756 ± 0.129
NGC 2157	5.222 ± 0.105	5.188 ± 0.088	4.263 ± 0.105	4.230 ± 0.088
NGC 2213	4.733 ± 0.085	4.546 ± 0.062	4.673 ± 0.085	4.485 ± 0.062
NGC 2214	5.655 ± 0.380	5.054 ± 0.122	4.696 ± 0.380	4.095 ± 0.122
H11 (SL868)	5.021 ± 0.098	4.795 ± 0.069	5.533 ± 0.098	5.307 ± 0.069

4.3.3 Comparação com trabalhos anteriores

Como Mackey & Gilmore (2003a) e Mackey & Gilmore (2003b) apresentam estimativas de massa e luminosidade para uma grande amostra de aglomerados das Nuvens de Magalhães, uma comparação com as nossas estimativas para os objetos em comum nos dois trabalhos é apresentada nas Figuras 4.12, 4.13, 4.14 e 4.15.

Analisando estas figuras, notamos que os dados são compatíveis, apesar dos resultados terem sido obtidos de forma independente. Os autores citados acima obtiveram os dados com observações do *Hubble Space Telescope*; utilizaram o pacote MULTIPHOT (Dolphin 2000) para fazer a calibração fotométrica; usaram uma técnica de fotometria distinta da nossa, pois devido ao pequeno campo de visão da Wide Field Planetary Camera 2 (WFPC2) utilizada nas observações, foi necessário construir um mosaico da imagem para que fossem desenhados conjuntos de anéis sobre o aglomerado, obtendo o fluxo superficial; a localização do centro mais provável dos objetos foi obtida com o método de Monte Carlo, sendo que cada mosaico é dividido em caixas de área igual e o brilho superficial para cada caixa é calculado. A procura do centro fica limitada à região coberta pela caixa com maior brilho superficial e as oito caixas que a cercam. Dentro dessa região, são gerados pontos aleatoriamente e o brilho superficial é calculado em um círculo de raio r sobre cada ponto. Depois de n tentativas, o ponto correspondente ao círculo com maior brilho superficial é tomado como o centro do aglomerado.

Os aglomerados NGC 1978 e L85 (NGC 419) não constam na amostra analisada por Mackey & Gilmore (2003a) e Mackey & Gilmore (2003b), sendo que para NGC 1978 não encontramos estudos semelhantes ao nosso, que estimassem a massa e a luminosidade do objeto a partir dos parâmetros estruturais obtidos, sendo essas as primeiras medidas feitas para esse objeto. Para o aglomerado L85 (NGC 419), Kontizas & Kontizas (1983) apresentam perfis de brilho derivados do número de contagens por meio de placas fotográficas, sendo que a estimativa da massa do aglomerado obtida por eles, utilizando o modelo de Freeman, em uma escala logarítmica, é $\log 5.104 (M/M_{\odot})$. Outro trabalho que deriva os perfis de brilho do número de contagens e estima a massa de L85 a partir do modelo de Freeman é o de Chun (1978), sendo que as estimativas para massa e luminosidade em uma escala logarítmica são, respectivamente, $\log 5.057 (M/M_{\odot})$ e $\log 5.580 (L/L_{\odot})$.

Então, da comparação dos resultados de Mackey & Gilmore (2003a), Mackey & Gilmore (2003b), Kontizas & Kontizas (1983) e Chun (1978) com os nossos, percebemos que existe uma boa concordância entre eles, sendo que os erros são de mesma ordem e em alguns casos menores.

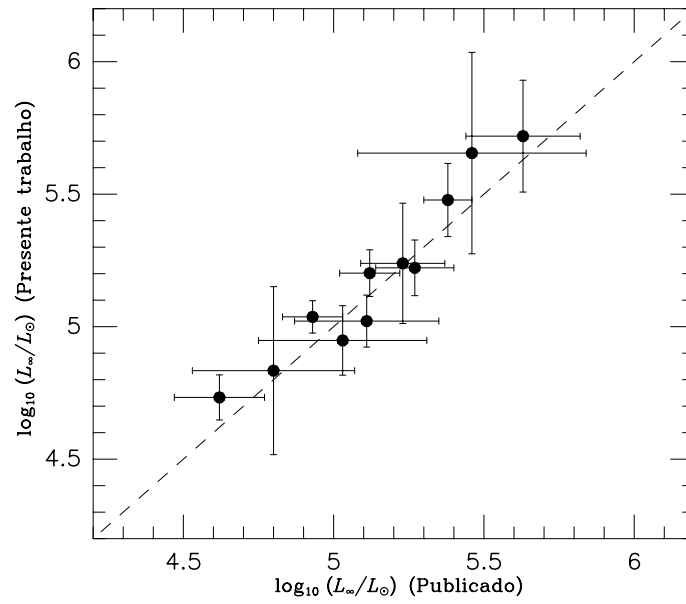


Figura 4.12: Comparação dos valores obtidos para L_{∞}

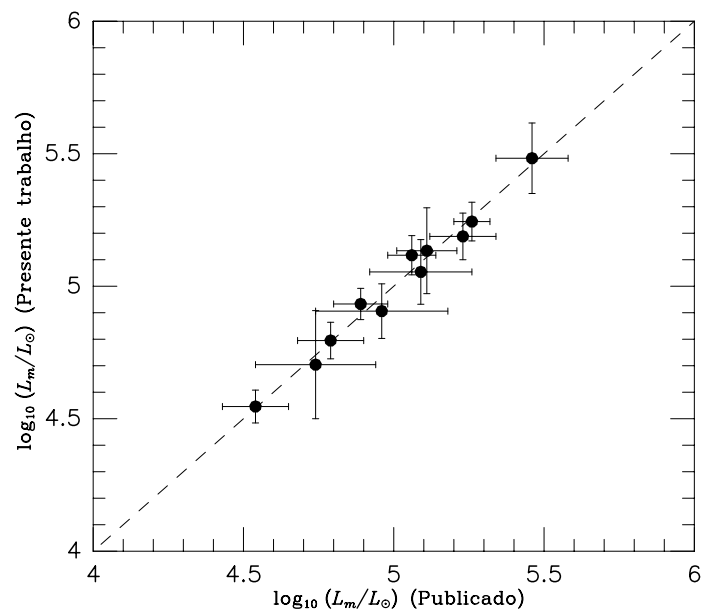


Figura 4.13: Comparação dos valores obtidos para L_m

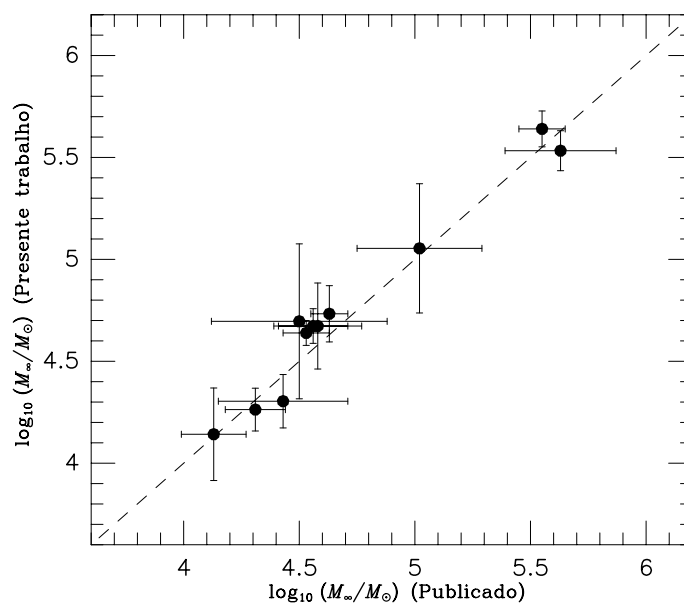


Figura 4.14: Comparação dos valores obtidos para M_∞

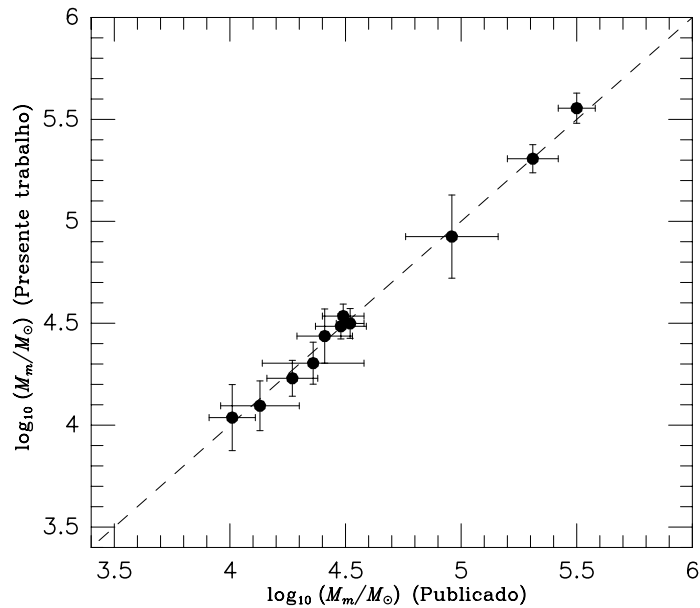


Figura 4.15: Comparação dos valores obtidos para M_m

Capítulo 5

Considerações Finais e Perspectivas Futuras

Através da análise de imagens CCD de um conjunto de 13 aglomerados globulares das Nuvens de Magalhães foi possível determinar parâmetros estruturais dos mesmos com um alto grau de consistência. Apresentamos aqui um resumo dos principais pontos estudados, dos resultados obtidos, das comparações com trabalhos anteriores e das conclusões de cada capítulo.

Inicialmente, no capítulo 1 apresentamos uma visão geral dos objetos em estudo e da técnica utilizada.

No capítulo 2 descrevemos os procedimentos observacionais e de redução dos dados. Apresentamos os coeficientes de extinção atmosférica e transformamos as magnitudes instrumentais para o sistema padrão, obtendo assim os coeficientes angular e linear da calibração. Construímos curvas de calibração fotométrica para os filtros UBVRI. Apresentamos os resíduos do ajuste juntamente com as curvas dos intervalos de confiança de 66% e 95%, sendo que obtivemos um erro menor que 0.01 mag para um nível de confiança de 66%. Com a relação idade-metalicidade que obtivemos dos dados da literatura, demonstramos que nossa amostra é composta, em sua maioria, de aglomerados jovens, apesar de também adotarmos alguns com idade intermediária e um aglomerado antigo.

No capítulo 3 determinamos o nível do céu para cada um dos objetos e o erro na determinação desse valor. A seguir foi determinado o centro de cada aglomerado, procurando obter valores precisos com um erro mínimo, pois uma determinação errada do centro dos aglomerados resulta em uma fotometria de má qualidade, deformando os perfis de brilho. Com os coeficientes de extinção, os tempos de

exposição, os valores da massa de ar, os coeficientes angular e linear da calibração, o nível do céu e os centros determinados para todos os aglomerados, bem como a estimativa de erro desses valores, executamos o programa de fotometria superficial que simula quatro conjuntos de anéis concêntricos de largura 1.5", 2.0", 3.0" e 4.0" sob cada imagem, medindo assim os magnitudes superficiais na banda V para cada aglomerado. Os ajustes das curvas de brilho foram feitos de acordo com o modelo EFF, quando determinamos os parâmetros estruturais para os objetos. Ajustamos a Função de Espalhamento Pontual das imagens (PSF), removendo assim estrelas não pertencentes aos aglomerados.

Os perfis de brilho superficial foram apresentados no capítulo 4. Mostramos também o resultado dos ajustes feitos pelo modelo EFF. Apresentamos os resultados relativos aos parâmetros estruturais dos aglomerados, bem como comparações com resultados obtidos por outros autores, onde notamos que, em geral, nossos resultados para μ_0 , a e γ são similares, embora hajam casos ligeiramente discrepantes. Utilizamos os parâmetros estruturais para estimar a luminosidade e a massa dos aglomerados e o erro dessas estimativas.

Analisando nossos resultados percebemos que esses são capazes de reproduzir valores consistentes com aqueles existentes na literatura. Examinando os perfis de brilho superficial notamos que, aparentemente não existem aglomerados duplos em nossa amostra e nem aglomerados com núcleo colapsado. Da comparação das estimativas de massa e luminosidade com os resultados obtidos por Mackey & Gilmore (2003a), Mackey & Gilmore (2003b), Kontizas & Kontizas (1983) e Chun (1978), constatamos que nossos valores estão de acordo com aqueles encontrados por esses autores, sendo que os erros são de mesma ordem e em alguns casos menores. Concluímos que a precisão obtida nas nossas estimativas deve-se principalmente à qualidade dos dados medidos, à precisão da calibração fotométrica e à consistência da técnica que utilizamos para a fotometria.

Convém salientar que para o aglomerado NGC 1978 não encontramos estudos semelhantes ao nosso, que estimassem a massa e a luminosidade dos objetos a partir dos parâmetros estruturais obtidos, sendo essas as primeiras medidas feitas para esse objeto.

Como propostas futuras de trabalho pretendemos remover as estrelas não pertencentes aos aglomerados para as imagens obtidas com os outros filtros do sistema fotométrico Johnson-Cousins, para que assim possamos estimar a magnitude integrada nessas bandas. O valor relativamente baixo do *seeing* de algumas imagens

permite considerarmos a possibilidade de se obter diagramas cor-magnitude para o presente conjunto de objetos e conseqüentemente a determinação de idade.

Apêndice A

Imagens dos Aglomerados

Apresentamos nas figuras a seguir as imagens na banda V dos aglomerados utilizados para fazer a fotometria. Estas imagens foram obtidas por A. A. Schmidt em novembro de 1990, no *European Southern Observatory* (ESO), em La Silla, no Chile. A escala das imagens é de $0.4749''\text{pxl}^{-1}$ com a direção norte para cima e leste para a esquerda.

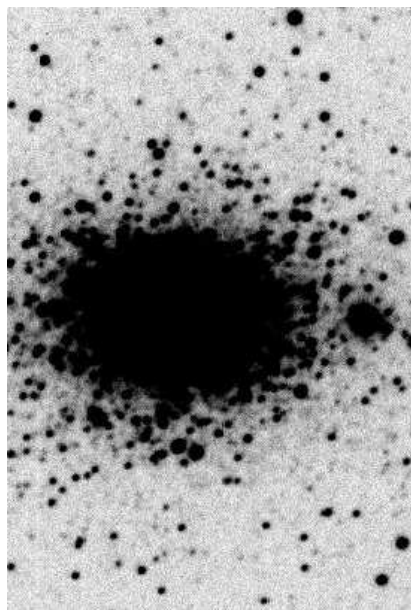


Figura A.1: L10 (NGC 121)

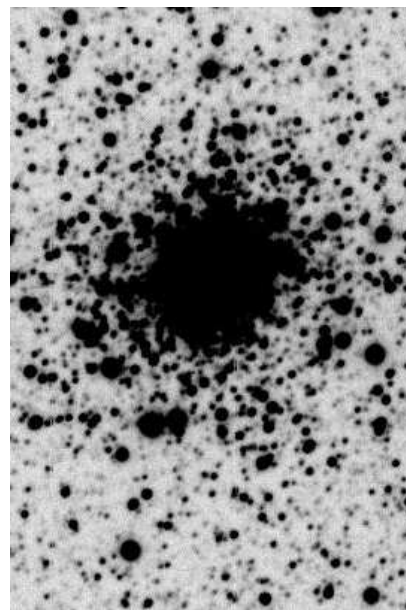


Figura A.2: L54 (NGC 330)

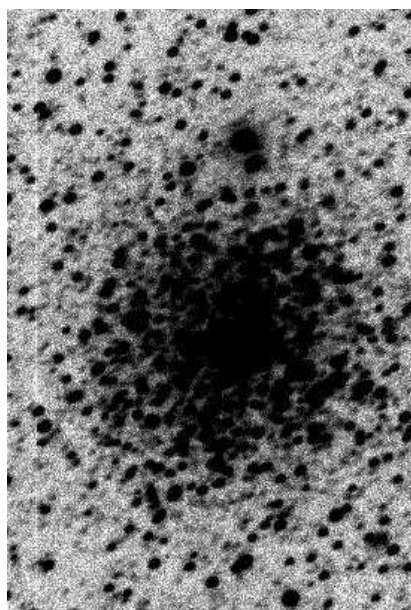


Figura A.3: L59 (NGC 339)

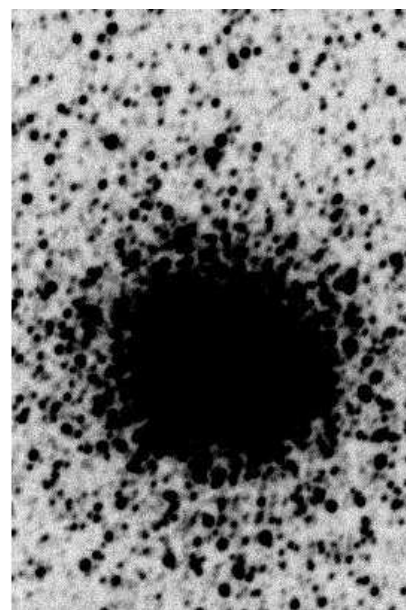


Figura A.4: L85 (NGC 419)

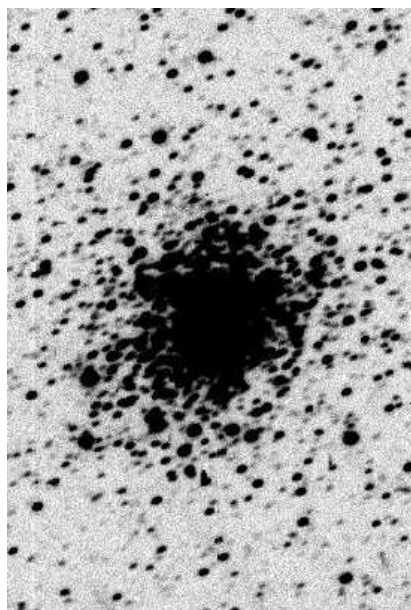


Figura A.5: L96 (NGC 458)

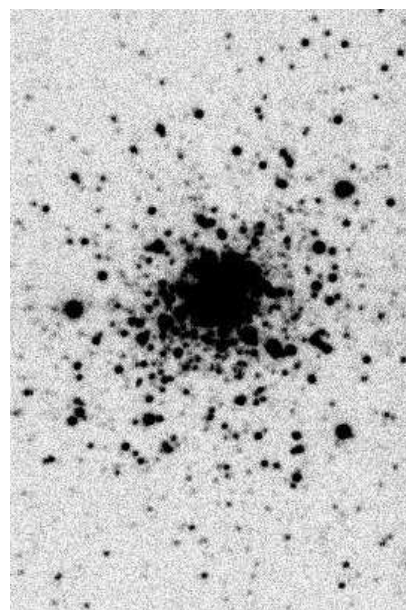


Figura A.6: NGC 1818

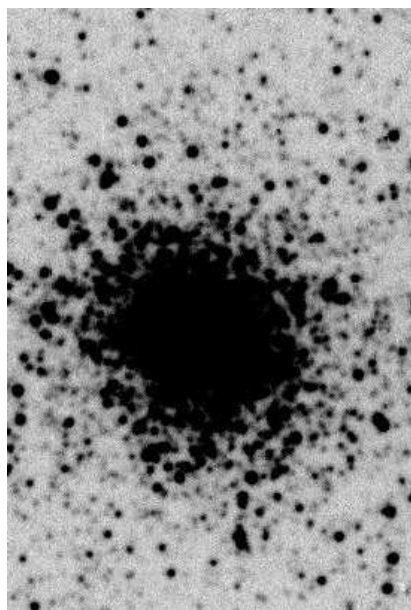


Figura A.7: NGC 1866

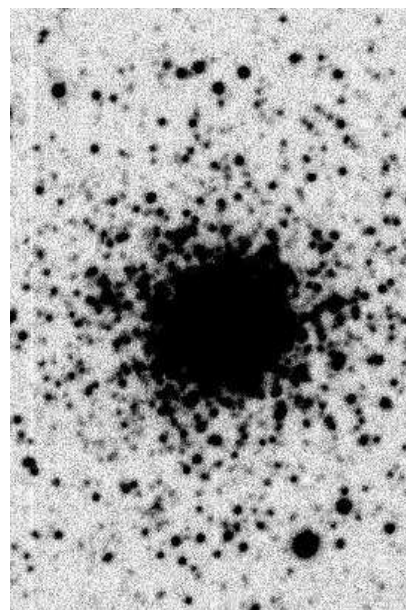


Figura A.8: NGC 1868

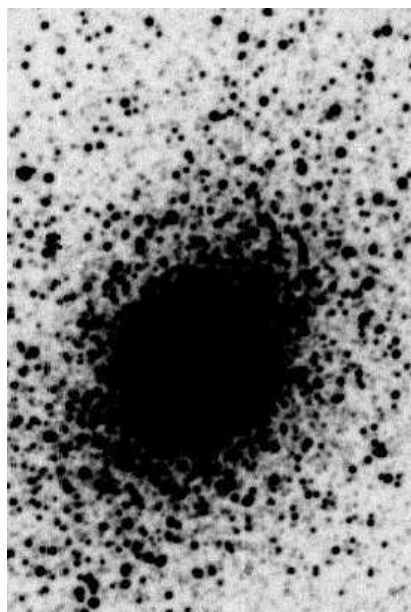


Figura A.9: NGC 1978

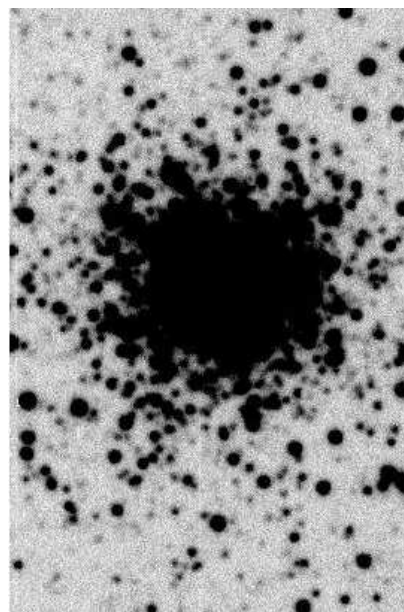


Figura A.10: NGC 2157

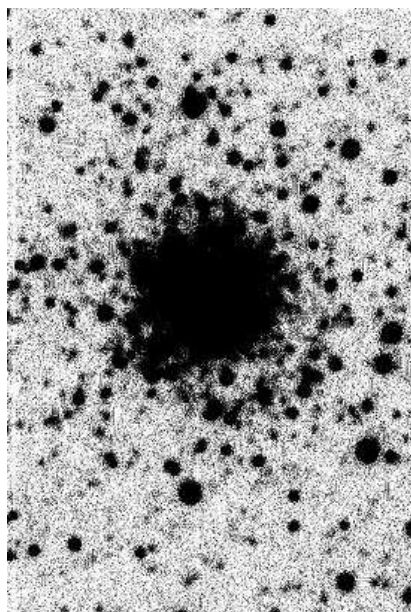


Figura A.11: NGC 2213

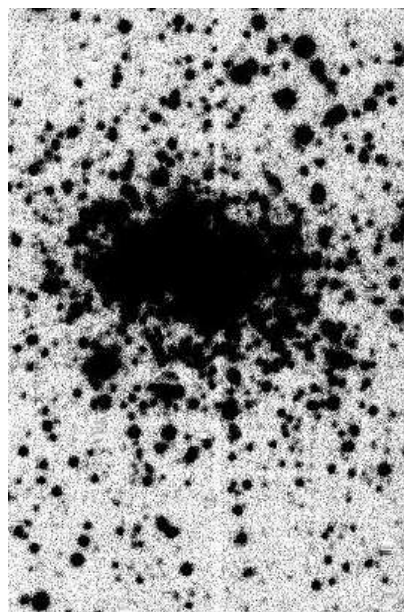


Figura A.12: NGC 2214

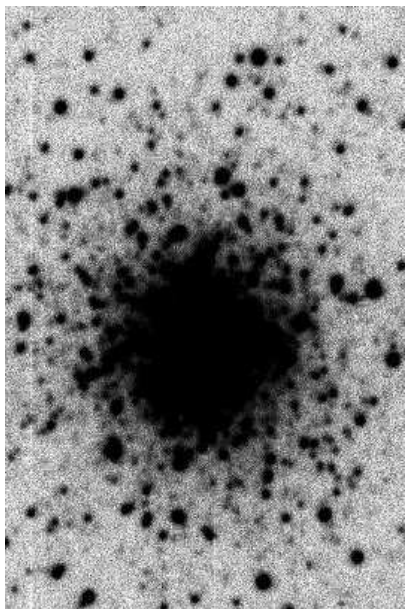


Figura A.13: H11 (SL 868)

Apêndice B

Detalhes dos Cálculos

B.1 Obtenção da expressão para a densidade volumétrica de luminosidade $j(R)$

Partindo da Equação 4.4:

$$\begin{aligned} j(R) &= -\frac{1}{\pi} \int_R^\infty \frac{d}{dr} \left[f_0 \left(1 + \frac{r^2}{a^2} \right)^{-\gamma/2} \right] \frac{dr}{\sqrt{r^2 - R^2}} \\ &= -\frac{f_0}{\pi} \int_R^\infty -\frac{\gamma}{2} \left(1 + \frac{r^2}{a^2} \right)^{-\frac{\gamma}{2}-1} \frac{2r}{a^2} \frac{dr}{\sqrt{r^2 - R^2}} \end{aligned} \quad (\text{B.1})$$

$$= \frac{\gamma f_0}{a^2 \pi} \int_R^\infty \frac{(a^2 + r^2)^{-\frac{\gamma}{2}-1} r}{\sqrt{r^2 - R^2}} dr \quad (\text{B.2})$$

$$= \frac{\gamma f_0}{a^2 \pi} (a^2)^{\frac{\gamma}{2}+\frac{1}{2}} \int_R^\infty \frac{(r^2 - R^2)^{-\frac{1}{2}} r}{(a^2 + r^2)^{\frac{\gamma+2}{2}}} dr \quad (\text{B.3})$$

$$= \frac{\gamma f_0}{a^2 \pi} (a)^{\gamma+2} \int_R^\infty \frac{r}{(r^2 - R^2)^{\frac{1}{2}} (r^2 + a^2)^{\frac{\gamma+2}{2}}} dr. \quad (\text{B.4})$$

Para $t = r^2 - R^2$, resulta $dt = 2r dr$. Temos assim

$$j(R) = \frac{\gamma f_0 a^\gamma}{\pi} \int_0^\infty \frac{dt/2}{(t)^{\frac{1}{2}} (t + R^2 + a^2)^{\frac{\gamma}{2}+1}} \quad (\text{B.5})$$

$$j(R) = \frac{\gamma f_0 a^\gamma}{2\pi} \int_0^\infty \frac{dt}{(t)^{\frac{1}{2}} (t + k)^{\frac{\gamma}{2}+1}} \quad (\text{B.6})$$

sendo que

$$k = R^2 + a^2.$$

Considerando $x = \frac{k}{t+k}$, segue que $t = \frac{k}{x} - k$ e $dt = -k \frac{dx}{x^2}$.

Temos:

$$j(R) = \frac{\gamma f_0 a^\gamma}{2\pi} \int_1^0 \frac{-k dx/x^2}{\left(\frac{k}{x}\right)^{\frac{\gamma}{2}+1} \left(\frac{k}{x} - k\right)^{\frac{1}{2}}} \quad (\text{B.7})$$

$$= \frac{\gamma k f_0 a^\gamma}{2\pi (k)^{\frac{1}{2}} (k)^{\frac{\gamma}{2}+1}} \int_0^1 \frac{dx (x)^{\frac{\gamma}{2}+1-2}}{\frac{(1-x)^{1/2}}{x^{1/2}}} \quad (\text{B.8})$$

$$= \frac{\gamma f_0 a^\gamma}{2\pi (k)^{\frac{\gamma}{2}+\frac{1}{2}}} \int_0^1 (x)^{\frac{\gamma}{2}-\frac{1}{2}} (1-x)^{-\frac{1}{2}} dx \quad (\text{B.9})$$

$$= \frac{\gamma f_0 a^\gamma}{2\pi (k)^{\frac{\gamma+1}{2}}} \int_0^1 (x)^{\frac{\gamma}{2}+\frac{1}{2}-1} (1-x)^{\frac{1}{2}-1} dx \quad (\text{B.10})$$

a integral é dada pela Função Beta $B(m, n)$ para $m = \gamma/2 + 1/2$ e $n = 1/2$. Considerando a relação entre a Função Beta e a Função Gama, temos:

$$B(m, n) = \frac{\Gamma(m)\Gamma(n)}{\Gamma(m+n)}, \quad (\text{B.11})$$

então a Equação B.10 resulta em:

$$j(R) = \frac{\gamma f_0 a^\gamma}{2\pi (k)^{\frac{\gamma+1}{2}}} \frac{\Gamma\left(\frac{\gamma}{2} + \frac{1}{2}\right)\Gamma\left(\frac{1}{2}\right)}{\Gamma\left(\frac{\gamma}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2}\right)}. \quad (\text{B.12})$$

Sendo $\Gamma\left(\frac{1}{2}\right) = \sqrt{\pi}$ temos:

$$j(R) = \frac{\gamma f_0 a^\gamma}{2\pi (k)^{\frac{(\gamma+1)}{2}}} \frac{\Gamma\left(\frac{\gamma}{2} + \frac{1}{2}\right) \sqrt{\pi}}{\Gamma\left(\frac{\gamma}{2} + 1\right)} \quad (\text{B.13})$$

$$= \frac{\gamma f_0 a^\gamma \sqrt{\pi} \Gamma\left[\frac{(\gamma+1)}{2}\right]}{2\pi (k)^{\frac{(\gamma+1)}{2}} \gamma/2 \Gamma(\gamma/2)} \quad (\text{B.14})$$

$$= \frac{f_0}{\sqrt{\pi}} \frac{\Gamma[(\gamma+1)/2]}{\Gamma(\gamma/2)} \frac{a^\gamma}{(R^2 + a^2)^{\frac{\gamma+1}{2}}} \quad (\text{B.15})$$

$$= \frac{f_0 \Gamma[(\gamma+1)/2]}{a \sqrt{\pi} \Gamma(\gamma/2)} \left(1 + \frac{R^2}{a^2}\right)^{-\frac{(\gamma+1)}{2}}. \quad (\text{B.16})$$

Finalmente:

$$j(R) = j_0 \left(1 + \frac{R^2}{a^2}\right)^{-\frac{(\gamma+1)}{2}} \quad (\text{B.17})$$

onde

$$j_0 = \frac{f_0 \Gamma[(\gamma+1)/2]}{a \sqrt{\pi} \Gamma(\gamma/2)}. \quad (\text{B.18})$$

B.2 Conversão de unidades do parâmetro μ_0

Para realizar a conversão das unidades de μ_0 de magnitude por segundos de arco ao quadrado para $L_\odot \text{ pc}^{-2}$, consideramos inicialmente a magnitude aparente na banda V corrigida por extinção (m_{0V}^c):

$$m_{0V}^c = -2.5 \log \left[\frac{F_0^V (\text{erg/s})}{4\pi d^2} \right] + k \quad (\text{B.19})$$

sendo que d é dado pela Equação 4.12 e k é uma constante arbitrária que define o zero da escala de magnitudes.

Considerando agora a magnitude absoluta na banda V do Sol, M_V^\odot :

$$M_V^\odot = -2.5 \log \left[\frac{L_V^\odot (\text{erg/s})}{4\pi (10 \text{ pc})^2} \right] + k. \quad (\text{B.20})$$

Temos que

$$M_V^\odot = M_{bol}^\odot - \text{BC} \quad e \quad L_V^\odot = L_\odot 10^{(0.4 \text{ BC})} \quad (\text{B.21})$$

sendo que M_{bol}^{\odot} é a magnitude bolométrica do Sol, ou seja, é a magnitude correspondente à energia em todas as frequências, onde BC é a correspondente correção bolométrica para a banda V.

Fazendo a subtração entre B.19 e B.20 para eliminarmos a constante k temos:

$$0.4[M_V^{\odot} - m_{0V}^c] = \log \left[\frac{F_0^V (\text{erg/s}) / 4\pi d^2}{L_V^{\odot} (\text{erg/s}) / 4\pi (10 \text{ pc})^2} \right]. \quad (\text{B.22})$$

Da definição de módulo de distância temos

$$DM = 5 \log d - 5 \quad \text{e} \quad d = 10^{(DM+5)/5} \text{ pc} \quad (\text{B.23})$$

então

$$10^{0.4(M_V^{\odot} - m_{0V}^c)} = \frac{F_0^V (10 \text{ pc})^2}{d^2 L_V^{\odot}} = \frac{F_0^V (10 \text{ pc})^2}{10^{(0.4 DM)} L_V^{\odot}} \quad (\text{B.24})$$

e

$$F_0^V = 10^{0.4(M_V^{\odot} - m_{0V}^c + DM)} L_V^{\odot}. \quad (\text{B.25})$$

Sendo que $m_{0V}^c = m_{0V} + 3.1 E(B - V)$, onde $E(B - V) = 0.10$ para a Grande Nuvem e $E(B - V) = 0.05$ para a Pequena Nuvem, então

$$F_0^V = 10^{0.4[M_V^{\odot} - m_{0V} + 3.1 E(B-V) + DM]} L_V^{\odot} \quad (\text{B.26})$$

ou

$$F_0^V 10^{(0.4 m_{0V})} = 10^{0.4[M_V^{\odot} + 3.1 E(B-V) + DM]} L_V^{\odot}. \quad (\text{B.27})$$

Como

$$\mu_0 [\text{mag}/(")^2] = -2.5 \log \left[f_0 \frac{\text{erg/s}}{(")^2} \right] + k \quad (\text{B.28})$$

e

$$m_{0V} = -2.5 \log(F_0^V \text{ erg/s}) + k, \quad (\text{B.29})$$

logo

$$F_0^V 10^{(0.4 m_{0V})} = f_0 10^{(0.4 \mu_0)} (")^2. \quad (\text{B.30})$$

Substituindo B.30 em B.27 e considerando que $1'' = 1 \text{ pc/ESC}$ temos

$$f_0 = 10^{0.4[M_V^{\odot} - \mu_0 + 3.1 E(B-V) + DM]} (\text{ESC})^2 L_V^{\odot} \text{ pc}^{-2}. \quad (\text{B.31})$$

Usando a Equação B.21, temos

$$f_0 = 10^{0.4[M_V^{\odot} + \text{BC} - \mu_0 + 3.1 E(B-V) + DM]} (\text{ESC})^2 L_{\odot} \text{ pc}^{-2} \quad (\text{B.32})$$

e finalmente

$$f_0 = 10^{0.4[M_{bol}^{\odot} - \mu_0 + 3.1 E(B-V) + DM]} (\text{ESC})^2 L_{\odot} \text{pc}^{-2}. \quad (\text{B.33})$$

B.3 Diferença entre o brilho superficial central obtido e o brilho superficial central da literatura

Comparamos nossos resultados para μ_0 com aqueles obtidos por Mackey & Gilmore (2003a) e Mackey & Gilmore (2003b). Estes autores utilizaram um sistema fotométrico distinto do sistema Johnson-Cousins (filtro F555W) e nós o filtro V do sistema Johnson-Cousins.

Portanto, uma comparação entre a Equação B33 e a equação de calibração correspondente no trabalho desses autores implica em

$$\mu_{555}(0) - V_{555}^{\odot} = \mu_0 - M_{bol}^{\odot} \quad (\text{B.34})$$

onde $\mu_{555}(0)$ é o fluxo superficial central da distribuição de brilho para o filtro F555W (em magnitudes) e V_{555}^{\odot} é a magnitude absoluta do Sol para esse mesmo filtro. Sendo $V_{555}^{\odot} = 4.85$ (Mackey & Gilmore, 2003a) e $M_{bol}^{\odot} = 4.75$ (Lang, 1992), temos

$$\mu_{555}(0) = \mu_0 + 0.1. \quad (\text{B.35})$$

Apêndice C

Extração das Estrelas de Campo

Como os perfis de brilho superficiais das imagens apresentavam irregularidades, notamos que era necessário a remoção de estrelas que não faziam parte dos aglomerados. Para realizar essa remoção utilizamos o software de processamento de dados IRAF. Estes procedimentos foram realizados basicamente com tarefas do pacote DAOPHOT.

C.1 Examinando as imagens

Utilizamos a rotina *imexamine* para analisar cada uma das imagens, determinar e gravar as características de nossos dados em dois arquivos de parâmetros – o *daopars* e o *datapars* – que serão usados por várias rotinas do DAOPHOT. Estes arquivos contém dados, que são obtidos com o *imexamine*, como o *fwhmpsf*¹, o *psfrad*² e o *fitrad*³ que serão utilizados em algumas rotinas que iremos executar.

C.2 Encontrando estrelas

Precisamos de um arquivo de coordenadas que mostre a posição das estrelas na imagem. Esse arquivo pode ser criado com o *daofind*, rotina que faz uma procura ao longo do eixo X e ao longo do eixo Y do campo CCD, nessa ordem, criando uma lista com coordenadas das estrelas do campo no arquivo de saída. Depois, usamos a tarefa *phot*, que realiza uma fotometria de abertura nas estrelas identificadas ante-

¹*Full Width at Half Maximum*, ou largura máxima a meia altura de um objeto estelar (psf).

²O raio do círculo em escala de unidades dentro do qual um modelo de PSF está definido.

³O raio de ajuste em escala de unidades, normalmente seu valor é aproximadamente igual ao valor do FWHM.

riormente, gerando um arquivo de saída necessário para a realização das próximas tarefas.

C.3 Determinando estrelas PSF

O próximo passo foi selecionar com a tarefa *pstselect* prováveis estrelas PSF no arquivo de fotometria produzido pelo *phot*, onde boas candidatas não devem ter outras estrelas muito próximas, ou seja, dentro do raio de ajuste (*fitrad*), nem pixels ruins ao seu redor, e também, todas as estrelas que estão a 1.5 vezes o raio do PSF (*psfrad*) devem ser significativamente menos brilhante que as estrelas candidatas. Para os nosso objetos, que são repletos de estrelas, selecionamos em torno de trinta estrelas PSF em cada imagem, conforme sugere Massey & Davis (1992).

Logo, usamos a tarefa *psf*, que constrói a função de espalhamento pontual de cada imagem. Analisando um dos arquivos de saída desta tarefa, notamos que as estrelas PSF tem algumas outras estrelas próximas (suas "vizinhas") listadas no arquivo. Cada estrela PSF tem seu grupo que contém algumas estrelas vizinhas. Devemos então determinar um raio PSF (*psfrad*) menor do que o que estávamos utilizando, pois é necessário determinar um raio onde as estrelas PSF não sobreponham-se as suas vizinhas, evitando que a luz dessas estrelas não prejudiquem o ajuste.

Executamos a tarefa *nstar*, já com o valor do *psfrad* modificado após analisar imagem por imagem e concluir qual valor a luz de uma estrela próxima não estaria sobrepondo a luz de alguma estrela PSF. Com a execução desta tarefa foram ajustados PSF's para cada uma das estrelas em cada grupo.

C.4 Removendo estrelas e obtendo as imagens finais

A seguir removemos as estrelas ajustadas com a função PSF da imagem original com a tarefa *substar*, que produziu para cada objeto uma imagem de saída. Verificamos imagem por imagem se realmente as estrelas PSF e sua vizinhas haviam sido removidas. Em alguns casos – onde não foram todas subtraídas – repetimos a execução das tarefas *nstar* e *substar* até que as imagens ficassem completamente limpas. O próximo passo foi realizar um ajuste completo do PSF para todas as estrelas das imagens e produzir uma imagem final para cada aglomerado. Para obter esses resultados, executamos a tarefa *allstar*. Logo, comparamos as imagens

resultantes com as originais e notamos que as estrelas subtraídas foram as mais brilhantes e o número de estrelas extraídas teve uma variação de aproximadamente 4 a 45, dependendo do aglomerado. Para NGC 1978 e L85 não foi necessário remover estrelas. Nas figuras C.1 e C.2 mostramos alguns perfis de brilho para imagens que realizamos os procedimentos acima.

Finalmente, percebemos que a remoção de tais estrelas proporcionou melhores resultados na obtenção dos perfis de brilho sem comprometer a medida dos parâmetros estruturais dos objetos.

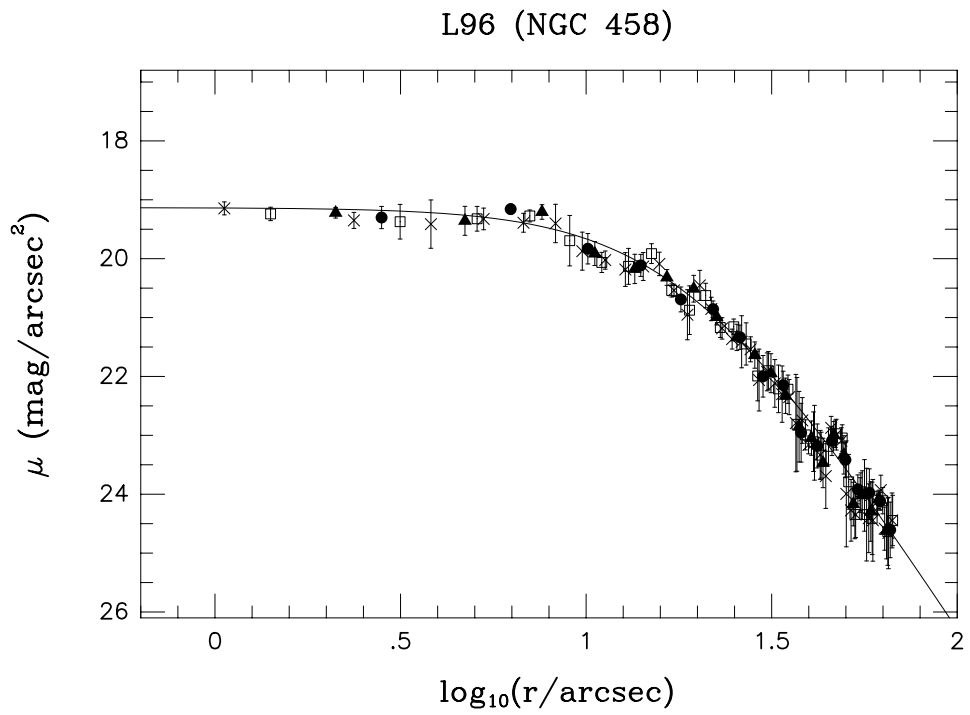
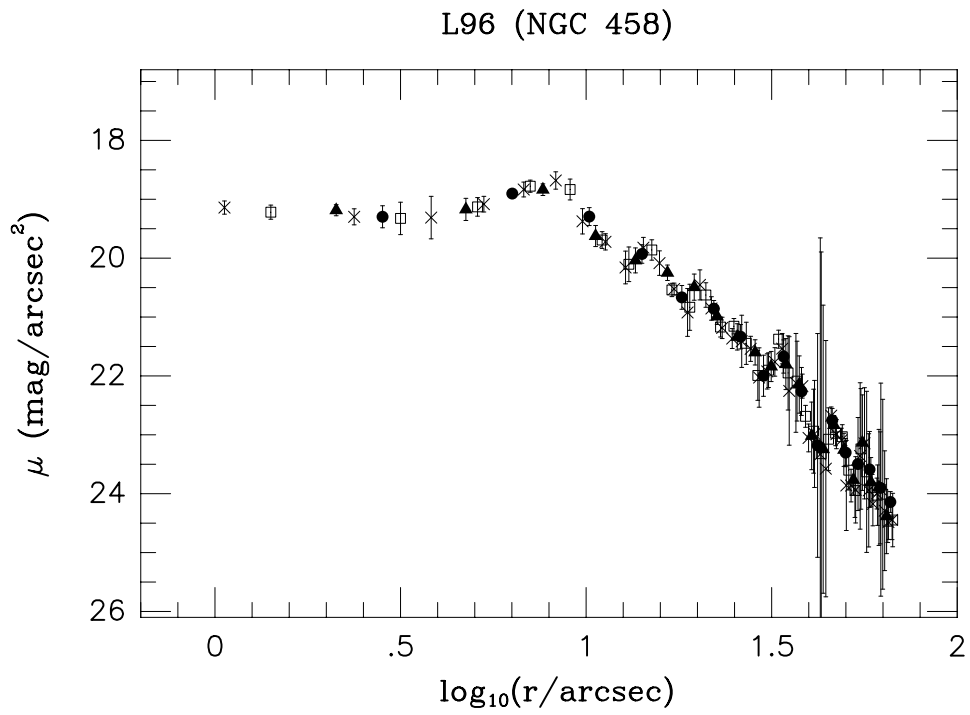


Figura C.1: Perfis de brilho antes e depois da remoção de quatro estrelas de campo, suspeitas de não pertencerem ao aglomerado por apresentarem um brilho mais intenso.

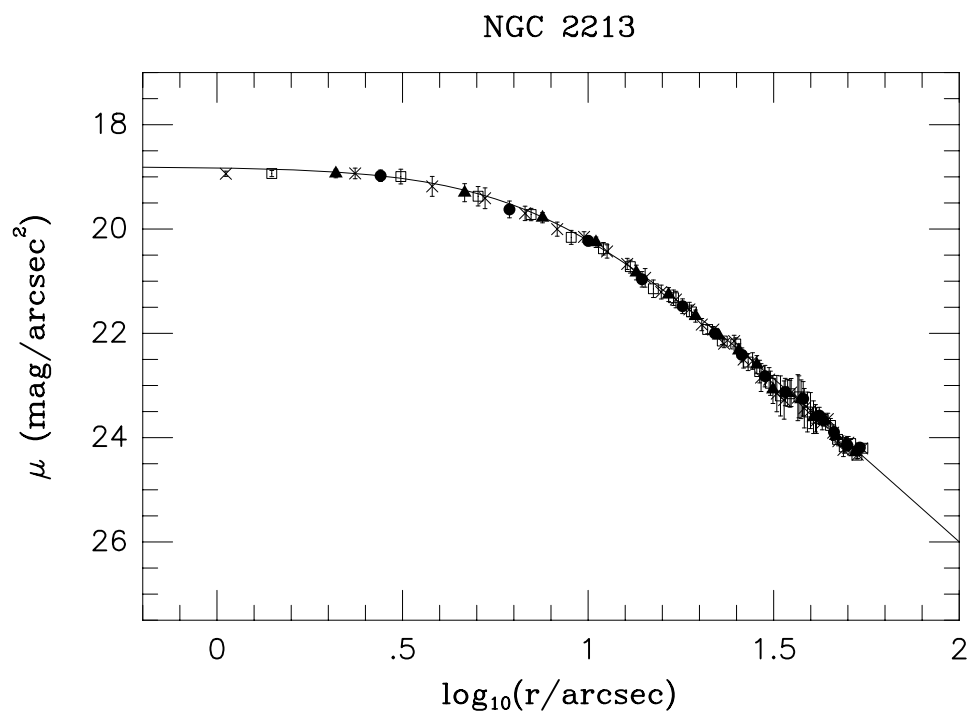
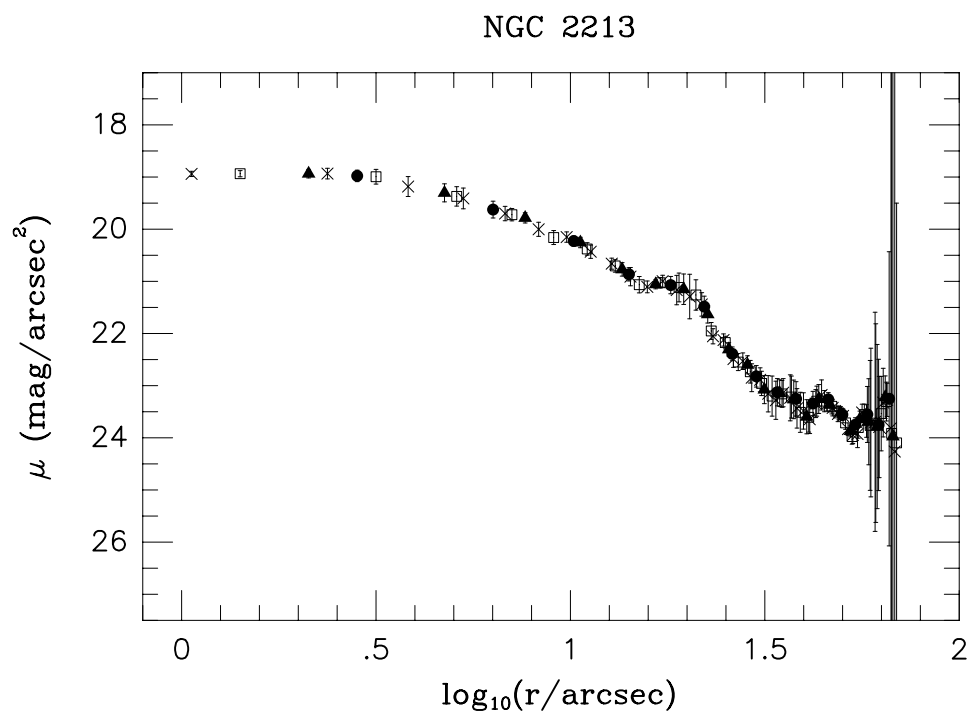


Figura C.2: Idem à Figura C.1 para o objeto NGC 2213, com a remoção de 12 estrelas de campo.

Bibliografia

- Alvarado, F., Wenderoth, E., Alcaino, G., Liller, W., 1995, *Astronom. J.*, **110**, 646.
- Becker, S.A., Mathews, G.J., 1983, *Astrophys. J.*, **270**, 155.
- Binney, James, Tremaine, Scott., 1987, *Galactic Dynamics*. Princeton, New Jersey.
- Crowl, H.H., Sarajedini, A., Piatti, A.E., Geisler, D., Bica, E., Clariá, J.J., Santos, J.F.C.Jr, 2001, *Astronom. J.*, **122**, 220.
- Chun, M.S., 1978, *Astronom. J.*, **83**, 1062.
- Da Costa, G.S., Mould, J.R., Crawford, M.D., 1985, *Astrophys. J.*, **297**, 582.
- Da Costa, G.S., Hatzidimitriou, D. , 1998, *Astronom. J.*, **115**, 1934.
- De Freitas Pacheco, J.A., Barbuy, E., Idiart, T., 1998, *Astron. Astrophys.*, **332**, 19.
- De Grijs, R., Gilmore, G.F., Johnson, R.A., Mackey, A.D., 2002, *Monthly Notices Roy. Astron. Soc.*, **331**, 245.
- Djorgovski, S., 1988, *Intern. Astron. Union*, **126**, 333.
- Durand, D., Hardy, E., Melnick, J., 1984 , *Astrophys. J.*, **283**, 552.
- Elson, R.A.W., Fall, S.M., 1985, *Astrophys. J.*, **299**, 211.
- Elson, R.A.W., Fall, S.M., Freeman, K.C., 1987, *Astrophys. J.*, **323**, 54.
- Elson, R.A.W., Fall, S.M., 1988, *Astronom. J.*, **96**, 1383.
- Geisler, D., 1987, *Astronom. J.*, **93**, 1081.
- Girardi, L., Chiosi, C., Bertelli, G., Bressan, A., 1995, *Monthly Notices Roy. Astron. Soc.*, **357**, 304.
- Graham, J.A., 1982, *Publ. Astron. Soc. Pacific*, **94**, 244.

- Hilditch, R.W., Howarth, I.D., Harries, T.J., 2005, *Astron. Astrophys.*, **364**, 19.
- Hill, V., 1999, *Astron. Astrophys.*, **345**, 430.
- Hill, V., François, P., Spite, M., Primas, F., Spite, F., 2000, *Astron. Astrophys.*, **364**, 19.
- Hodge, P W., 1983, *Astrophys. J.*, **264**, 470.
- Jefferys, W.H., Fitzpatrick, M.J., McArthur, B.E., McCartney, J.E., GaussFit: *A System for Least Squares and Robust estimation - User's Manual*, 1988, Copyright.
- Johnson, R.A., Beaulieu, S.F., Gilmore, G.F., Hurley, J., Santiago, B.X., Tanvir, N.R., Elson, R.A.W., 2001, *Monthly Notices Roy. Astron. Soc.*, **324**, 367.
- King, I., 1962, *Astrophys. J.*, **67**, 471.
- Kontizas, E., Kontizas, M., 1983, *Astron. Astrophys. Suppl.*, **52**, 143.
- Lang, Kenneth R., 1992, *Astrophysical Data: Planets and Stars*. Springer-Verlag, New York, Inc.
- Lang, Kenneth R., 1998, *Astrophysical Formulae, Volume II*. Springer-Verlag Berlin Heidelberg, New York.
- Massey, P. & Davis, L., 1992, *A User's Guide to Stellar CCD Photometry with IRAF*, daophot2.ps.Z.
- Mackey, A.D.& Gilmore, G.F.,2003, *Monthly Notices Roy. Astron. Soc.*, **338**, 85.
- Mackey, A.D.& Gilmore, G.F.,2003, *Monthly Notices Roy. Astron. Soc.*, **338**, 120.
- Mclean, Ian S., 1989, *Electronic and Computer-Aided Astronomy*. Ellis Horwood Limited, England.
- Mendenhall, W. Scheaffer, R.L., Wackerly, D.D., 1986, *Mathematical Statistics with Applications*. PWS Publishers, Boston.
- Meylan, G., Dubath, P., Mayor, M., 1991, *Astron. Soc. Pacif. Confer.*, **13**, 158.
- Middelburg, F.,1980, IHAP User's Manual, ESO.
- Mighell, K.J., Sarajedini, A., French, R.S., 1998, *Astronom. J.*, **116**, 2395.
- Mighell, K.J.,Rich, R.M., Shara, M., Fall, S.M., 1996, *Astronom. J.*, **111**, 2314.

- Olszewski, E.W., Schommer, R.A., Suntzeff, N.B., Harris, H.C., 1991, *Astronom. J.*, **101**, 515.
- Panagia, N., Gilmozzi, R., Macchetto, F., Adorf, H.M., Kirshner, R.P., 1991, *Astrophys. J.*, **380**, 23.
- Richtler, T., Nelles, B., 1983, *Astron. Astrophys.*, **119**, 75.
- Richtler, T., Spite, M., Spite, F., 1989, *Astron. Astrophys.*, **225**, 351.
- Sagar, R., Pandey, A.K., 1989, *Astron. Astrophys. Suppl.*, **79**, 407.
- Sterken, C. & Manfroid J., 1992, *Astronomical Photometry*. Kluwer Academic Publishers, The Netherlands.
- Straizys, V. & Sviderskiene, Z., 1972, *Vilnius Astronomijos Observatorijos Biuletėnis*, **35**, 3.
- Van den Bergh, Sidney, 1991, *Astrophys. J.*, **369**, 1.
- Walker, A.R., 1990, *Astrophys. Space Sci.*, **8**, 319.
- Will, J., Bomans, D.J., de Boer, K.S., 1995, *Astron. Astrophys.*, **295**, 54.