

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA MARIA  
CENTRO DE CIÊNCIAS RURAIS  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM GEOMÁTICA**

**COMPARAÇÃO DE DOIS TIPOS DE SOLUÇÃO NO  
POSICIONAMENTO COM RECEPTORES GPS**

**DISSERTAÇÃO DE MESTRADO**

**Erika Silva Dockhorn**

**Santa Maria, RS, Brasil**

**2006**

**COMPARAÇÃO DE DOIS TIPOS DE SOLUÇÃO  
NO  
POSICIONAMENTO COM RECEPTORES GPS**

por

**Erika Silva Dockhorn**

Dissertação apresentada ao Curso de Mestrado do Programa de Pós-Graduação em Geomática, Área de Concentração em Tecnologia da Geoinformação, da Universidade Federal de Santa Maria (UFSM, RS), como requisito parcial para obtenção do grau de **Mestre em Geomática**

**Orientador: Prof. Dr. Adroaldo Dias Robaina**

**Santa Maria, RS, Brasil**

**2006**

D637c Dockhorn, Erika Silva, 1981-  
Comparação de dois tipos de solução no posicionamento com receptores GPS / por Erika Silva Dockhorn ; orientador Adroaldo Dias Robaina. – Santa Maria, 2006  
57 f. : il.

Dissertação (mestrado) – Universidade Federal de Santa Maria, Centro de Ciências Rurais, Programa de Pós-Graduação em Geomática, RS, 2006.

1. Geomática 2. GPS 3. Método absoluto de GPS 4. Método relativo de GPS 5. Solução exata de GPS I. Robaina, Adroaldo Dias, orient. II. Título

CDU: 528.28.08

Ficha catalográfica elaborada por  
Luiz Marchiotti Fernandes – CRB 10/1160  
Biblioteca Setorial do Centro de Ciências Rurais/UFSM

**Universidade Federal de Santa Maria  
Centro de Ciências Rurais  
Programa de Pós-Graduação em Geomática**

A Comissão Examinadora, abaixo assinada,  
aprova a Dissertação de Mestrado

**COMPARAÇÃO DE DOIS TIPOS DE SOLUÇÃO NO  
POSICIONAMENTO COM RECEPTORES GPS**

elaborada por

**Erika Silva Dockhorn**

como requisito parcial para obtenção do grau de  
**Mestre em Geomática**

**COMISSÃO EXAMINADORA:**

---

**Prof. Dr. Adroaldo Dias Robaina**  
(Presidente/Orientador)

---

**Prof. Dr. Rudiney Soares Pereira**  
(Dr. Sensoriamento Remoto, UFSM)

---

**Prof. Dr. Enio Giotto**  
(Dr. Sensoriamento Remoto, UFSM)

Santa Maria, 25 de agosto de 2006.

Dedico este trabalho aos meus pais Eugenio e  
Carmen Maria em memória, ao meu esposo  
Patric, as minhas irmãs Helga e Lydia.

## AGRADECIMENTOS

A Universidade Federal de Santa Maria, pela oportunidade de participar do Curso de Mestrado em Geomática.

Ao Prof. Adroaldo Dias Robaina pela oportunidade de realização deste trabalho, pela orientação, compreensão e disponibilidade.

Aos professores do Programa de Pós-Graduação em Geomática, pelos conhecimentos adquiridos.

Aos funcionários do Departamento de Engenharia Rural.

Aos membros da comissão examinadora, pela contribuição neste trabalho.

Ao Laboratório de Geomática na pessoa do Prof. Enio Giotto.

Aos colegas e amigos pela amizade e colaboração, em especial a Tatiane, Marcelo e Alexandre.

Aos meus pais, Carmen e Eugênio, pelo incentivo, amor, dedicação e confiança.

Ao meu esposo Patric pelo incentivo, motivação e por compartilhar os momentos bons e difíceis durante esta etapa.

As minhas irmãs Helga e Lydia, a minha sobrinha Loren e aos meus cunhados Rogério e Christian pelo carinho e incentivo.

Aos meus sogros Edir e Aldemar pela amizade, apoio e colaboração.

Enfim a todos que de uma forma ou de outra contribuíram para a realização deste trabalho.

*“Não é possível existir naquilo que não somos, naquilo que não vivemos, mas é possível crescer através daquilo que tentamos naquilo que buscamos, daquilo que sentimos”.*

(Autor desconhecido)

# RESUMO

Dissertação de Mestrado  
Programa de Pós-Graduação em Geomática  
Universidade Federal de Santa Maria

## COMPARAÇÃO DE DOIS TIPOS DE SOLUÇÃO NO POSICIONAMENTO COM RECEPTORES GPS

Autor: Erika Silva Dockhorn  
Orientador: Profº Dr. Adroaldo Dias Robaina  
Santa Maria, 25 de agosto de 2006.

O princípio básico do uso do GPS consiste na medida simultânea das distâncias entre a antena do receptor e quatro satélites da constelação, no mínimo. Conhecida a distância do satélite à antena do receptor e as coordenadas dos satélites é possível calcular as coordenadas da antena do usuário no mesmo sistema de referência dos satélites. A determinação das coordenadas X, Y, Z da antena do receptor e o tempo (t) é feita pela resolução de um sistema de equações constituído pelo mesmo número de satélites, cujas informações sejam utilizadas naquela época. As coordenadas da antena do receptor GPS podem ser calculadas utilizando-se duas formas de solução: a que utiliza uma formulação linearizada e a que utiliza uma formulação exata. Este trabalho tem por objetivo fazer uma comparação entre os métodos de posicionamento absoluto e relativo e suas formas de solução: a linearizada e a exata. Para atingir os objetivos propostos foi implantada no campus da UFSM uma poligonal com nove vértices cujas coordenadas foram determinadas pelo método do caminhamento perimétrico com o auxílio de uma estação total e posteriormente foi feita a coleta dos dados referentes a cada vértice com os receptores GPS. A seguir foi realizado o processamento dos dados, da seguinte maneira: para o processamento dos dados na forma linearizada utilizou-se o programa Spectrum Survey e para o processamento da forma exata desenvolveu-se um aplicativo onde foram processadas as informações. A análise dos resultados permitiram verificar que o processamento dos dados utilizando as duas formas de solução são adequadas para fazer o cálculo das coordenadas uma vez que não apresentaram diferença significativa quando os dois procedimentos foram comparados entre si. Quando comparados individualmente com os resultados fornecidos pelo método do caminhamento perimétrico com estação total, a solução exata mostrou ser mais consistente que a solução linearizada. A conclusão deste trabalho é que a metodologia proposta foi capaz de fornecer as coordenadas dos vértices apresentando uma maneira de realizar estes cálculos de forma mais rápida e com a mesma confiança que o método tradicionalmente utilizado.

**Palavras-chave:** GPS, método absoluto e relativo, solução exata.

# **ABSTRACT**

Master Dissertation  
Post-Graduate Course in Geomatics  
Federal University of Santa Maria

## **COMPARISON BETWEEN TWO TYPES OF SOLUTION IN THE POSITIONING WITH GPS RECEIVERS**

Author: Erika Silva Dockhorn  
Adviser: Prof. Dr. Adroaldo Dias Robaina  
Santa Maria, August 25<sup>th</sup>, 2006.

The basic principle of GPS use consists in the simultaneous measure of the distances between the receiver antenna and at least four satellites of the constellation. Known the distance from the satellite to the receiver antenna and the satellites coordinates, it is possible to calculate the user antenna coordinates in the same reference system of the satellites. The determination of X, Y, Z coordinates of the receiver antenna and the time (t) is done by the resolution of a equations system constituted by the same number of satellites, whose information be used at that time. The coordinates of the GPS receiver antenna can be calculated using two forms of solution: using the linearized formularization and using the exact formularization. This work has as objective to make a comparison between the absolute and relative positioning methods and their forms of solution: linearized and exact. To reach the proposed objectives one polygonal with nine vextexes was implanted in UFSM campus whose coordinates they had been determined by perimetrical path method using a Total Station. After, data collection of the each vertex with GPS receivers was performed. Later, data processing was carried out in the following way: for data processing in the linearized form Spectrum Survey software was used and for the processing in the exact form, a software was developed. The analysis of the results allowed to verify that data processing using the two solution forms are adequate to perform coordinates calculation once that they did not present significant difference when the two procedures were compared. When individually compared with the results supplied by the perimetrical path method using a Total Station, the exact solution showed to be more consistent than the linearized solution. The conclusion of this work is that the proposal methodology was able to supply the vertex coordinates presenting a way to carry out these calculations in a faster form and with the same reliability that the traditionally used method offers.

**Key words:** GPS, absolute and relative method, exact solution.

## LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 01 – Localização do experimento .....	31
Figura 02 – Localização da poligonal implantada no campus da UFSM .....	31
Figura 03–Vértice 01 .....	32
Figura 04 – Vértice 02 .....	32
Figura 05 – Vértice 04 .....	32
Figura 06 – Vértice 07 .....	32
Figura 07 – Vértice 03 .....	33
Figura 08 – Vértice 05 .....	33
Figura 09 – Vértice 06 .....	33
Figura 10 – Vértice 08 .....	33
Figura 11 – Vértice 09 .....	33
Figura 12 – Receptor GPS L1, marca Topcon, modelo GPR .....	34
Figura 13 – Coleta de dados com GPS L1 .....	35
Figura 14 – Programa para o processamento absoluto e formulação exata .....	41
Figura 15 – Processamento dos dados com programa Spectrum Survey .....	44
Figura 16 – Processamento dos dados com programa desenvolvido .....	45

Figura 17 – Regressão linear do MRSE x MRSL .....	59
Figura 18 – Regressão linear do MRSL x PET.....	59
Figura 19 – Regressão linear do MRSE x PET.....	60

## LISTA DE TABELAS

TABELA 01 – Coordenadas dos vértices em metros (m) processadas no programa Spectrum Survey através do método absoluto solução linearizada .....	48
TABELA 02 – Coordenadas dos vértices em metros (m) processadas no programa computacional Spectrum Survey através do método relativo solução linearizada ..	49
TABELA 03 – Coordenadas dos vértices em metros (m) processadas no programa computacional desenvolvido através do método absoluto solução exata .....	50
TABELA 04 – Coordenadas dos vértices em metros (m) processadas no programa computacional desenvolvido através do método relativo solução exata .....	51
TABELA 05 – Coordenadas dos vértices em metros (m) processadas no programa computacional desenvolvido através do método relativo solução exata .....	51
TABELA 06 – Diferenças de coordenadas (m), diferença de posicionamento bidimensionais (m) e tridimensionais (m) dos vértices, obtidas no programa computacional desenvolvido – método relativo solução exata e solução linearizada .....	52
TABELA 07 – Coordenadas dos vértices no plano topográfico local obtidas com estação total e coordenadas locais obtidas no método relativo solução linearizada .....	53
TABELA 08 – Coordenadas dos vértices no plano topográfico local obtidas com estação total e coordenadas locais obtidas no método relativo solução exata .....	54
TABELA 09 – Diferenças entre as coordenadas dos vértices no plano topográfico local obtidas com estação total e as coordenadas locais obtidas no método relativo solução linearizada e solução exata .....	55

TABELA 10 – Valores do coeficiente linear, do coeficiente angular , do coeficiente de determinação , do teste de significância relativo ao coeficiente linear, do teste de significância relativo ao coeficiente angular e a significância do teste de comparação, ao nível de 95% de probabilidade ..... 57

## **LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS**

**AS** – Anti Spoofing (Antifraude)

**C/A** – Coarse Acquisition (Fácil aquisição)

**DECCA** – Low frequency continuous wave phase comparison navigation

**DGPS** – Differential GPS (Diferencial GPS)

**DOD** – Department of Defense (Departamento de defesa dos Estados Unidos)

**FM** – Frequency modulate

**GPS** – Global Positioning System (Sistema de Posicionamento Global)

**IGP** – Órbitas IGS preditas, disponíveis com antecedência de algumas horas do dia a que se refere

**IGR** – Órbitas IGS rápidas, disponíveis dentro de até 48 horas

**IGS** – International GPS Geodynamics Service

**L1** – Link 1 (sinal proveniente de cada satélite do sistema NAVSTAR/GPS de frequência 1.575.42 Mhz)

**L2** – Link 2 (sinal proveniente de cada satélite do sistema NAVSTAR/GPS de frequência 1.227,60 Mhz)

**LORAN** – Long – Range Navigation System

**NAVSTAR** – Navigation Satellite with Timing and Ranging

**NNSS** – Navy Navigation Satellite System

**ÔMEGA** – Global low frequency navigation system

**P** – Precise or Protected (Preciso ou protegido)

**PPS** – Precise Positioning Service (Serviço de posicionamento preciso)

**RBMC** – Rede Brasileira de Monitoramento Contínuo

**SA** – Selective Availability (Disponibilidade seletiva)

**SCA** – Sistemas de controles ativos

**SPS** – Standard Positioning Service (Serviço de posicionamento padrão)

**UHF**- Ultra High frequency

**VHF** – Very High frequency

**WGS** – World Geodetic System (Sistema Geodésico Global)

# SUMÁRIO

<b>1 INTRODUÇÃO</b> .....	16
<b>2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA</b> .....	18
2.1 Histórico do posicionamento .....	18
2.2 Sistema de posicionamento global .....	18
2.3 Composição do sistema .....	19
2.4 Princípio básico de funcionamento do sistema .....	20
2.5 Medição das posições no sistema GPS .....	20
2.6 Efemérides transmitidas e efemérides precisas .....	21
2.7 Serviços.....	21
2.8 Segmentos do sistema GPS .....	21
2.8.1 Segmento espacial.....	21
2.8.2 Segmento de controle .....	22
2.8.3 Segmento de usuários.....	22
2.9 Técnicas de posicionamento .....	23
2.9.1 Fundamentos e descrições .....	23
2.9.2 Posicionamento por ponto.....	24
2.9.3 Posicionamento por ponto convencional.....	25
2.9.4 Posicionamento por ponto preciso .....	26
2.9.5 Posicionamento por ponto de alta precisão.....	26
2.9.6 Posicionamento relativo .....	26
2.9.7 Posicionamento relativo estático .....	27
2.9.8 Posicionamento relativo estático rápido .....	27
2.9.9 Posicionamento relativo semi-cinemático.....	28
2.9.10 Posicionamento relativo cinemático .....	28
2.9.11 Posicionamento relativo cinemático em tempo real .....	29
2.9.12 Diferencial GPS.....	29
2.10 Erros envolvidos nas observáveis .....	30
<b>3 MATERIAL E MÉTODOS</b> .....	31
3.1 Localização do experimento .....	31
3.2. Localização da poligonal no campus da UFSM.....	31

3.3	Materialização e identificação dos vértices da poligonal .....	32
3.4	Levantamento topográfico da poligonal .....	34
3.5	Levantamento geodésico da poligonal .....	34
3.5.1	Receptor GPS .....	34
3.5.2	Configuração do receptor .....	34
3.5.3	Coleta de dados .....	35
3.5.4	Observáveis .....	35
3.5.5	Efemérides utilizadas .....	36
3.6	Métodos de posicionamento .....	36
3.6.1	Posicionamento absoluto .....	36
3.6.1.1	Solução linearizada .....	36
3.6.1.2	Solução exata .....	38
3.6.1.3	Processamento dos dados .....	40
3.6.1.3.1	Processamento na formulação linearizada .....	40
3.6.1.3.2	Processamento na formulação exata .....	40
3.6.2	Posicionamento relativo .....	41
3.6.2.1	Solução linearizada .....	42
3.6.2.2	Solução exata .....	43
3.6.2.3	Processamento dos dados .....	44
3.6.2.3.1	Processamento na formulação linearizada .....	44
3.6.2.3.2	Processamento na formulação exata .....	45
4	Cálculo das coordenadas planas no sistema topográfico .....	45
5	Análise dos dados .....	47
<b>4</b>	<b>RESULTADOS E DISCUSSÃO</b> .....	<b>48</b>
4.1	Processamento dos dados através do método absoluto solução linearizada ....	48
4.2	Processamento dos dados através do método absoluto solução exata .....	49
4.3	Comparação dos dados obtidos através do método absoluto com a solução linearizada e a solução exata .....	49
4.4	Processamento dos dados através do método relativo solução linearizada .....	50
4.5	Processamento dos dados através do método relativo solução exata .....	51
4.6	Comparação dos dados obtidos através do método relativo com a solução linearizada e a solução exata .....	52

4.7 Comparação dos dados obtidos através do método relativo com a solução linearizada e a solução exata e a poligonal testemunha (PET) .....	53
4.8 Avaliação estatística da regressão linear entre os valores obtidos pelo MRSL x PET, MRSE x PET e MRSL x MRSE .....	56
<b>5 CONCLUSÕES</b> .....	<b>62</b>
<b>6 REFERÊNCIAS</b> .....	<b>63</b>

# 1 INTRODUÇÃO

GPS é a abreviatura de *Global Position System*, ou em português, Sistema de Posicionamento Global. O mesmo consiste de uma rede de 24 satélites distribuídos em 6 planos de órbita sobre a Terra a uma altitude de 20200 quilômetros aproximadamente. É conhecida a existência de satélites de reserva para uma substituição imediata, em caso de necessidade (Fontana,2002).

O sistema GPS (Global Positioning System), resultante da fusão de dois outros dois sistemas de navegação existentes nos Estados Unidos da América, (o Timation desenvolvido pela marinha e o 621B desenvolvido pela força aérea), é um sistema que foi projetado de forma que em qualquer lugar do mundo e a qualquer momento (24 horas por dia) e em quaisquer condições meteorológicas existam pelo menos quatro satélites acima do plano horizontal do observador (Segantine, 2005).

Com o desenvolvimento da navegação espacial juntamente ao surgimento do Sistema de Posicionamento Global, vem se observando um grande interesse científico na criação de bancos de dados georeferenciados com extrema precisão, pois o sistema é uma grande ferramenta para estudos geodésicos e topográficos, devido a sua precisão, além de permitir em tempo real o posicionamento em três dimensões.

O principio básico de navegação pelo GPS consiste na medida simultânea das distâncias entre a antena do receptor do usuário e quatro satélites da constelação, no mínimo. Conhecida a distância do satélite a antena do receptor e as coordenadas dos satélites num sistema de referência apropriado, é possível calcular as coordenadas da antena do usuário no mesmo sistema de referência dos satélites, sendo o sistema de referência do sistema o World Geodetic System, conhecido como pela sigla WGS 84 (Robaina, 2004).

A determinação das coordenadas tridimensionais (X, Y, Z) da antena do receptor e o tempo (t) é feita pela resolução de um sistema de constituído de tantas equações quantos forem o número de satélites, cujas informações sejam utilizados naquela época de determinação.

As coordenadas tridimensionais da antena do receptor GPS podem ser calculadas utilizando duas formas de solução: uma das maneiras mais utilizadas é a

solução que utiliza uma formulação linearizada (Hofmann-Wellenhof, 1997) e alternativamente pode ser utilizada a solução que utiliza uma formulação exata (Goad, 1998).

A solução exata, segundo Goad (1998), vem sendo mostrada como uma técnica de resposta mais rápida e que permite a compreensão dos aspectos geométricos globais do posicionamento, para obter as coordenadas tridimensionais da antena do receptor de sinais GPS.

Este trabalho tem por objetivo fazer uma comparação entre os métodos de posicionamento absoluto e relativo e suas formas de solução, a linearizada e exata, bem como analisar o desempenho dos dois tipos de soluções através da comparação entre os resultados obtidos pela aplicação das diferentes formulações (linearizada e exata).

Uma vez que não foi encontrado um estudo mais abrangente sobre a obtenção de coordenadas utilizando-se a formulação exata, e tendo em mente as contribuições que podem ser obtidas é que se realizou o presente trabalho.

## **2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA**

### **2.1 Histórico do posicionamento**

Segundo Monico (2000), posicionar um objeto nada mais é do que lhe atribuir coordenadas. Embora hoje se trate de uma tarefa que pode ser realizada com relativa simplicidade, utilizando-se, por exemplo, satélites artificiais apropriados para esse fim, este foi um dos primeiros problemas científicos que o ser humano procurou solucionar.

O homem sempre esteve interessado em saber onde estava; inicialmente restrita à vizinhança imediata de seu lar, mais tarde a curiosidade ampliou-se para os locais de comércio e, por fim, com o desenvolvimento da navegação marítima, praticamente alcançou o mundo todo. Conquistar novas fronteiras, de modo que o deslocamento da embarcação fosse seguro, exigia o domínio sobre a arte de navegar, ou seja, saber ir e voltar de um local a outro e determinar posições geográficas, seja em terra seja no mar. Por muito tempo, o sol, os planetas e as estrelas foram excelentes fontes de orientação. Mas, além da necessária habilidade do navegador, as condições climáticas podiam significar a diferença entre o sucesso e o fracasso de uma expedição (Dotori & Negraes, 1997).

De acordo com Sobel (1996), melhorias foram ocorrendo com o passar dos anos surgindo a bússola, inventada pelos chineses, que proporcionou uma verdadeira evolução na navegação. O astrolábio, a despeito de seu peso e tamanho, possibilitava apenas a obtenção da latitude, sujeita a grande margem de erro também surgiram novos instrumentos, tais como o quadrante de Davis e o sextante.

### **2.2 Sistema de Posicionamento Global**

Segundo Seeber (1993), com o avanço da eletrônica, alguns sistemas foram desenvolvidos, mas mesmo esses apresentavam algum tipo de problema, o LORAN (Long-Range Navigation System), o DECCA (Low frequency continuous wave phase comparison navigation) e o Omega (Global low frequency navigation system), baseavam-se em ondas de rádio.

O LORAN e o DECCA funcionam muito bem na faixa costeira, onde há uma rede de estações para dar suporte ao posicionamento. O Ômega, apesar de sua cobertura global, apresenta baixa precisão e os equipamentos são de custo elevado.

Um outro sistema desenvolvido, agora baseado em satélites artificiais, foi o NNSS (*Navy Navigation Satellite System*), também conhecido como Transit, cujas medidas se baseavam no efeito Doppler (Seeber, 1993). Nesse sistema, as órbitas dos satélites eram muito baixas e não havia uma quantidade muito grande de satélites. Conseqüentemente, não se tinha como obter posições com muita frequência. Faltava, portanto, uma solução que oferecesse boa precisão, facilidade de uso e custos acessíveis para os usuários.

De acordo com Segantine (2005), a solução definitiva para o problema surgiu na década de 1970 com a proposta do GPS (*Global Positioning System*), que surgiu da fusão de dois sistemas de navegação existentes nos EUA (o Timation da marinha e o 621B da Força aérea).

### **2.3 Composição do sistema**

Segundo Leick (1996), Segantine (1998) e Sá (2000) o sistema GPS é composto por uma constelação de 24 satélites em órbita com uma altura aproximada de vinte mil e duzentos quilômetros e período de doze horas siderais, no qual têm-se seis planos orbitais distintos com inclinação de  $55^\circ$  em relação ao equador. Esta configuração permite que em qualquer ponto da superfície terrestre ou próximo a ela tenhamos sempre no mínimo quatro satélites a disposição.

De acordo com Coelho (2003), os sinais emitidos pelos satélites caracterizam-se por um certo número de componentes, estes são baseados numa frequência fundamental de 10,23 MHz, controlada por osciladores atômicos de césio.

As portadoras L1 e L2 são expressas a partir da frequência fundamental pelas seguintes relações  $L1 = 154 \times f_0 = 1575,42 \text{ MHz}$  e  $L2 = 120 \times f_0 = 1227,60 \text{ MHz}$ . Essas duas portadoras são moduladas em fase, por uma função degrau, com distinção entre as fases cossenoidal e senoidal.

Este sistema espacial de navegação, que continua sendo desenvolvido pelo Departamento de Defesa dos EUA (*DoD*), pode ser usado em quaisquer condições meteorológicas satisfazendo as necessidades das forças militares, de modo a determinar, conforme já mencionado, a posição, velocidade e tempo em

relação a um sistema de referência definido para qualquer ponto da Terra. Esse sistema, entretanto, possui restrições para o uso civil, o que explica a degradação da qualidade dos sinais provocada pelo Departamento de Defesa dos EUA (Monico, 2000).

Com a crescente utilização do GPS nos levantamentos geodésicos, os usuários e comunidade científica internacional, estão despendendo grandes esforços na adoção de sistemas de referência geocêntricos.

O sistema de navegação por satélites GPS utiliza o World Geodetic System (WGS) como referência. Ele é representado por um elipsóide cuja posição, orientação e dimensões que se ajustam melhor à superfície equipotencial da Terra que coincide com o geóide global (NIMA, 1997).

#### **2.4 Princípio básico de funcionamento do sistema**

O posicionamento com GPS baseia-se na medição da distância entre os satélites e o receptor. Neste caso são medidas, simultaneamente as distâncias entre o observador e quatro satélites de posições conhecidas. Conhecendo as coordenadas dos satélites, num determinado tempo, podem-se calcular as coordenadas do receptor. Três satélites seriam suficientes para efetuar o cálculo geométrico das coordenadas (x, y, z) do receptor, porém o quarto é necessário para ajustar o relógio do receptor com relação ao tempo GPS. (Fortes, 1994).

#### **2.5 Medição das posições no sistema GPS**

Os sinais enviados pelos satélites GPS são capturados na superfície terrestre por equipamentos apropriados (receptores GPS), permitindo a determinação da posição 3D, solução que só é possível se pelo menos quatro satélites forem sintonizados simultaneamente pelo receptor.

Outro conceito importante no geoposicionamento é o conceito de posicionamento em tempo real e o pós-processado no primeiro caso, a estimativa da posição da estação de interesse ocorre praticamente no mesmo instante em que as observações são coletadas. No pós-processado, as posições dos pontos em que dados foram coletados são estimativas num processamento posterior à coleta (Hofmann-Wellenhof et al, 1997). Cada um destes métodos possui vantagens e

desvantagens. Em navegação, por exemplo, é imprescindível que as posições sejam disponibilizadas em tempo real. Já no estabelecimento de uma rede geodésica, os dados podem ser pós-processados, permitindo aplicar técnicas mais rigorosas de controle de qualidade. No entanto se os dados de navegação forem armazenados eles também poderão ser pós-processados.

## **2.6 Efemérides Transmitidas e Efemérides Precisas**

Segundo Seeber (1993), para obter a posição instantânea de um receptor GPS, o usuário deve ter acesso às posições e ao sistema de tempo dos satélites em tempo real. Essas informações são acessadas via sinais dos satélites GPS, contidos nas efemérides transmitidas (Broadcast Ephemerides).

Para os casos em que não há necessidade de posicionamento em tempo real, ou seja, as observações podem ser pós-processadas, Bock (1996) afirma que é possível utilizar as efemérides precisas e as correções dos relógios dos satélites produzidas pelo International GPS Geodynamics Service (IGS) .

## **2.7 Serviços**

De acordo com Pierre (2002) no GPS há dois tipos de serviços, os quais são conhecidos como SPS (Standard Positioning Service - Serviço de Posicionamento Padrão), é um serviço de posicionamento e tempo padrão que está disponível a todos os usuários do globo sem qualquer cobrança de nenhuma taxa, a precisão deste serviço atualmente é de quinze metros e o PPS (Precise Positioning Service - Serviço de Posicionamento Preciso) que proporciona melhores resultados (um metro), mas é restrito ao uso militar e a usuários autorizados.

## **2.8 Segmentos do sistema GPS**

### **2.8.1 Segmento Espacial**

Segundo Bernardi & Landim (2002), é composto por 24 satélites distribuídos em seis planos orbitais, com quatro satélites em cada plano.

A inclinação dos planos são de 55° em relação ao Equador com período orbital de aproximadamente 12 horas siderais. Assim sendo, a posição dos satélites se repete a cada dia quatro minutos antes que a do dia anterior.

### 2.8.2 Segmento de controle

Segundo Loch & Cordini (1995), a operacionalidade do sistema GPS é feita pelo segmento de controle, ele é formado por cinco estações monitoras (Hawaii, Kwajalein, Ascension Island, Diego Garcia, Colorado Springs). Cada estação é equipada com oscilador externo de alta precisão e receptor de dupla frequência. O segmento de controle tem por objetivo: atualizar periodicamente as mensagens de navegação de cada satélite, determinar o sistema de tempo GPS, monitorar e controlar continuamente o sistema de satélites, prever as efemérides dos satélites e calcular as correções dos relógios.

### 2.8.3 Segmento de usuários

Segundo Maia (1999), o segmento de usuários está relacionado a tudo que diz respeito a comunidade de usuários civil e militar e aos receptores GPS, onde cada qual deve ser apropriado ao propósito que destinam-se. Os militares utilizam os receptores GPS para estimar suas posições e deslocamento em manobras de combate e de treinamento, já a comunidade civil utiliza para as mais diversas aplicações.

Um receptor pode trabalhar com três sistemas de canais de recepção: o seqüencial que apresenta apenas um canal onde o receptor recebe os sinais dos satélites seqüencialmente, multiplex apresenta um recurso de software que possibilita um bom ganho de recepção utilizando apenas um canal, simulando um equipamento com um sistema de múltiplos canais.

O de múltiplos canais é o mais preciso e de melhor recepção relacionado à sensibilidade e qualidade dos sinais obtidos, porém tem seu custo um pouco mais elevado que os outros modelos; por outro lado, nos dias atuais seu preço tornou-se acessível e praticamente todos os receptores novos trazem essa característica. Pode-se dizer que cada um tem suas vantagens e desvantagens. Um fator importante a

considerar é a capacidade de captação dos sinais e a velocidade com que eles podem ser percebidos, pois os receptores necessitam desse recurso em determinados casos. (Fontana, 2002)

## **2.9 Técnicas de posicionamento**

### **2.9.1 Fundamentos e descrições**

Independentemente do estado do objeto, podem-se ter posicionamentos absoluto e relativo, e combinações com a presença ou ausência de movimento.

Posicionamento é definido como sendo a posição de objetos com relação a um referencial específico. O método de posicionamento pode ser classificado como absoluto, quando as coordenadas de um objeto estão associadas diretamente ao geocentro, e relativo, quando as coordenadas são determinadas em relação a um referencial materializado por um ou mais vértices com coordenadas conhecidas.

Um complemento a esta classificação refere-se ao deslocamento de um objeto, quando o posicionamento torna-se cinemático e oposição ao objeto em repouso e, desse modo, com posicionamento estático. O mesmo pode-se dizer com respeito ao posicionamento relativo e DGPS.

O posicionamento absoluto de pontos baseia-se efemérides transmitidas e o ponto é determinado em relação ao sistema de referência vinculado ao GPS, ou seja, o WGS 84. Quando a posição de um ponto é determinada em relação a outro com suas coordenadas conhecidas, referenciadas de acordo com o WGS 84, ou a um sistema compatível com este, chama-se a este posicionamento relativo.

As coordenadas podem ser calculadas de acordo com as pseudodistâncias observadas, ou entre as coordenadas determinadas a partir das posições dos satélites e estações, como no caso do DGPS, onde um receptor GPS é estacionado numa estação de referência. O DGPS foi criado com o intuito de diminuir os efeitos advindos da disponibilidade seletiva (SA) implementada nos satélites GPS.

Outro conceito importante no geoposicionamento é o conceito de posicionamento em tempo real e o pós-processado. No primeiro caso, a estimativa da posição da estação de interesse ocorre praticamente no mesmo instante em que as observações são coletadas. No pós-processado, as posições dos pontos em que dados foram coletados são estimativas num processamento posterior à coleta

(Hofmann-Wellenhof et al, 1997). Em navegação, por exemplo, é imprescindível que as posições sejam disponibilizadas em tempo real. Já no estabelecimento de uma rede geodésica, os dados podem ser pós-processados, permitindo aplicar técnicas mais rigorosas de controle de qualidade. No entanto se os dados de navegação forem armazenados eles também poderão ser pós-processados.

No posicionamento com GPS surgiram vários métodos intermediários entre posicionamento estático e cinemático, explorando a capacidade do sistema em fornecer coordenadas altamente precisas depois de um breve período de coleta de dados, ou mesmo com o receptor em movimento. Diante disso, surgiram vários denominações para os métodos rápidos desenvolvidos. Algumas vezes, denominações diferentes são utilizadas para descrever o mesmo procedimento.

Entre os vários termos surgidos destacam-se: estático rápido, semicinemático, pseudocinemático, cinemático puro ou contínuo, cinemático rápido, pseudo-estático, “stop and go”.(Monico, 2000).

Existem diferentes possibilidades para subdividir os métodos estáticos e rápidos de posicionamento relativos via GPS. Os métodos utilizados neste texto foram extraídos de (Hofmann-Wellenhof et al, 1997 e Monico, 2000). Estes métodos estão descritos em três grupos: método estático rápido; método semicinemático e método cinemático. No método cinemático, o receptor coleta dados enquanto está se deslocando, permitindo estimar as coordenadas de sua trajetória. Quando o receptor é desligado durante o deslocamento de uma estação para outra, trata-se do método estático rápido. Se o receptor tiver de manter sintonia com os satélites durante o deslocamento, mesmo sem armazenar informações, trata-se do método denominado semicinemático.

### **2.9.2 Posicionamento por ponto**

Para Corseul (2001), o posicionamento por ponto necessita de apenas um receptor e é um método muito utilizado em navegação de baixa precisão e em levantamentos expeditos. Este tipo de posicionamento em tempo real, derivada da pseudodistância do código C/A presente na fase portadora L1, que possuía uma precisão planimétrica melhor que 100 metros, 95% do tempo. Com a eliminação do SA em 2 de maio de 2000, a qualidade citada anteriormente melhorou algo em torno

de 10 vezes. Caso esteja disponível, é possível incluir no processamento, além da pseudodistância, a medida da fase portadora. Esse método é chamado posicionamento por ponto convencional, sendo descrito na próxima seção.

Os principais erros que afetam os sistemas estão relacionados com a qualidade das observáveis utilizada, ou seja, a pseudodistância e a acurácia dos parâmetros transmitidos nas mensagens de navegação. No que concerne ao último, enquanto a acurácia da órbita do satélite é da ordem de poucos metros, a do relógio dos satélites é de uma ordem de magnitude maior, devido à refração troposférica e ionosférica, multicaminho do sinal, dentre outros. Quando não se tem a necessidade de posicionamento em tempo real, é possível a utilização de pós-processamento com efemérides precisas e as correções para os relógios dos satélites produzidos pelo IGS (International Geodetic System), ambos com precisões de poucos centímetros.

Vettorazzi et al (1994), cita que no modo absoluto, usando-se apenas um receptor, a exatidão no posicionamento obtida com o código C/A gira em torno de 100 m, enquanto que com o código P está ao redor de 1 m.

Devido a restrição do sistema (AS), a observação do código P somente está disponível para os militares americanos.

### **2.9.3 Posicionamento por ponto convencional**

Segundo Gilbert (1997), o posicionamento por ponto convencional baseia-se na inclusão no processamento dos dados, além da pseudodistância, da medida da fase da onda portadora. Tal procedimento não tem sido uma prática muito comum em levantamentos geodésicos, visto que este método não atende os requisitos de precisão.

Os principais erros que a afetam estão relacionados com a qualidade da “observável” utilizada (pseudodistância) e a acurácia dos parâmetros transmitidos nas mensagens de navegação.

Acrescenta-se a esses erros aqueles advindos da refração troposférica e ionosférica, multicaminho do sinal, dentre outros.

#### **2.9.4 Posicionamento por ponto preciso**

Para Prates (2004), neste tipo de posicionamento, podem-se diminuir consideravelmente os efeitos da refração ionosférica. Para usuários com receptores de apenas uma frequência, há duas possibilidades no que se refere à refração atmosférica: negligenciá-la, ou utilizar algum modelo disponível.

Vale ressaltar que desde maio de 1998, o IGS está produzindo um modelo global para a ionosfera. Este método não utiliza correções das efemérides e do relógio contidos na mensagem de navegação, mas sim correções produzidas pelo IGS, IGR e IGP, apresentando precisão da ordem de 5, 10 e 50 cm, respectivamente.

#### **2.9.5 Posicionamento por ponto de alta precisão**

De acordo com Mônico (2002), neste método é imprescindível a utilização de dados de receptores de dupla frequência, isto é, com pseudodistância e fase da onda portadora nas duas portadoras. Trata-se de um processamento que envolve quatro “observáveis” para cada um dos satélites visíveis em cada época. As duas de fase de batimento da onda portadora podem ser combinadas linearmente.

#### **2.9.6 Posicionamento relativo**

O posicionamento relativo associado à utilização da fase da onda portadora foi a primeira técnica que possibilitou ao GPS alcançar a precisão centimétrica, ampliando largamente suas potencialidades (Remondi, 1986).

O conceito fundamental do posicionamento relativo é que os dois ou mais receptores envolvidos rastreiam, simultaneamente, um grupo de pelo menos dois satélites comuns.

De acordo com Silva (1997), para a realização do posicionamento relativo, o usuário deve dispor de dois ou mais receptores. No entanto com a criação dos chamados Sistemas de Controle Ativos (SCA), tal afirmativa não é mais verdadeira. O usuário que dispor de apenas um receptor poderá efetuar posicionamento relativo, desde possa acessar os dados de uma ou mais estações pertencentes ao SCA, que

no caso do Brasil, é a Rede Brasileira de Monitoramento Contínuo (RBMC). Nesse caso, o sistema de referência do SCA será introduzido na solução do usuário via as coordenadas das estações utilizadas como estações de referência. Dentro do contexto de posicionamento relativo, utilizam-se em geral as duplas diferenças como observáveis fundamentais.

### **2.9.7 Posicionamento relativo estático**

De acordo com Briceno (2001), a observável normalmente adotada no posicionamento relativo estático é a dupla diferença da fase de batimento da onda portadora, podendo também ser utilizado a dupla diferença da pseudodistância ou ambas. Os melhores resultados em termos de acurácia ocorrem quando se tem duas observáveis.

Neste tipo de posicionamento, dois ou mais receptores rastreiam, simultaneamente, os satélites visíveis por um período de tempo que pode variar de dezenas de minutos (20 minutos no mínimo) até algumas horas. Devido ao longo período de ocupação das estações este método utiliza mais a fase de onda portadora cuja precisão é superior ao da pseudodistância, que só é utilizada no pré-processamento. Este método é o mais preciso e mais adequado para levantamentos geodésicos e geodinâmicos.

### **2.9.8 Posicionamento relativo estático rápido**

Para Costa (2002), o posicionamento relativo estático rápido difere do estático somente pelo tempo durante o período de ocupação da estação, que neste caso não passa de 20 minutos. A utilização deste método é propícia para levantamentos em que se deseja alta produtividade.

Neste método podem-se utilizar receptores simples (L1) ou dupla frequência (L1 e L2). No campo deve-se ter um receptor fixo servindo de base, coletando dados continuamente, enquanto o outro receptor percorre as áreas e pontos de interesse, permanecendo cerca de 5 a 20 minutos para cada coleta de dados. Não há necessidade da continuidade de rastreamento durante as mudanças de pontos de interesses nem do receptor permanecer ligado durante o percurso.

Os dados coletados da estação base e do receptor de caminhamento são processados para que se solucione o vetor de ambigüidade e se consiga uma melhor precisão.

Este método é adequado para levantamentos em torno de dez quilômetros de raio da estação base.

### **2.9.9 Posicionamento relativo semi-cinemático**

Segundo Monico (2000), o posicionamento relativo semicinemático baseia-se no fato de que a solução do vetor de ambigüidades, presente numa linha base a determinar, requer que a geometria envolvida entre as estações e os satélites se altere.

Portanto segundo o mesmo autor devem-se então coletar os dados pelo menos duas vezes em curtos períodos na mesma estação. As duas coletas devem estar separadas por um intervalo de tempo em torno de 20 a 30 minutos para proporcionar a alteração na geometria dos satélites.

De acordo com Monico (2000), durante este intervalo outras estações podem ser ocupadas por períodos de tempo relativamente curto. Este método requer que os receptores fiquem continuamente rastreando os mesmos satélites durante as visitas às estações, embora a trajetória não seja de interesse. Quando se utiliza receptor de frequência simples, as distâncias do ponto a base não deve ultrapassar de 10 km.

Este método é também chamado de pseudo-estático ou ainda stop and go, ou seja, para no ponto desejado para a marcação e depois avança para a ocupação de outro ponto, sem perder a sintonia com o grupo de satélites rastreados.

### **2.9.10 Posicionamento relativo cinemático**

Segundo Monico (2000), no posicionamento relativo cinemático tem-se como observável fundamental à fase da onda portadora, muito embora o uso da pseudodistância seja muito importante na solução do vetor de ambigüidades. Os dados obtidos deste método podem ser processados em tempo real ou pós-processados depois no laboratório.

### **2.9.11 Posicionamento relativo cinemático em tempo real**

Para que os dados possam ser processados em tempo real, de acordo com Monico (2000), é necessário que os dados coletados na estação de referência sejam transmitidos para o receptor móvel ou de caminhamento, necessitando de um link de rádio. Trata-se de um método similar ao DGPS em tempo real, só que neste caso utiliza-se à fase de onda portadora e no DGPS as pseudodistâncias. Resumidamente este sistema consiste de dois receptores de dupla ou simples frequências com as respectivas antenas de link de radio para transmitir as correções e/ou observações da estação de referência.

Segundo o mesmo autor, uma das limitações desta técnica diz respeito à utilização de link de rádio na transmissão dos dados para as correções. Por esse motivo faz-se uso de rádio com frequências de VHF ou UHF, limitando assim, na maioria das vezes, seu uso em distâncias maiores que 4,3 km da estação fixa. A precisão deste método é da ordem de poucos centímetros.

### **2.9.12 Diferencial GPS**

Neste método de acordo com Mônico (2000), se a localização de um receptor for conhecida, pode-se comparar os valores obtidos com os valores teóricos e deste modo calcular correções às medições, as quais pode ser usado para também corrigir as medições dos outros receptores que estão em pontos desconhecidos. O receptor na posição conhecida é chamado receptor base ou de referência, o receptor ou receptores que estão em posições desconhecidas são chamados móvel ou "rover".

Segundo o mesmo autor, o receptor de referência calcula as medições para cada satélite, baseando-se na sua posição que é conhecida e na localização instantânea de cada satélite e, em seguida, compara os valores calculados com as medições reais. A diferença entre esses valores fornece a correção para cada satélite, a qual vai ser transmitida ao outro receptor. O rover pode então calcular a sua posição com muito melhor precisão.

Para Monico (2000), o DGPS é baseado na medição da distância receptor-satélite através da observação do código. Se as correções forem transmitidas desde o receptor de referência para os rovers em tempo real. Se não há necessidade de trabalhar em tempo real as medições da base e do rover são gravadas e mais tarde transferidas para um computador para serem efetuados os cálculos. Esta técnica é usualmente designada por DGPS em pós-processamento.

Segundo o mesmo autor, neste método de posicionamento baseados na observação do código os resultados são instantâneos, mas não são precisos. Além da correção diferencial (DGPS) realizada com os dados obtidos de uma base GPS própria, em locais como áreas costeiras, o sinal DGPS é transmitido por ondas de rádio para o sistema de navegação de embarcações.

Um sistema semelhante é disponível em alguns locais com o uso de estações FM, mas este serviço é normalmente pago. O sinal DGPS pode ser obtido também via satélite de comunicação geoestacionário específico para este fim, é um sinal de abrangência continental e está disponível aos usuários brasileiros mediante uma taxa anual (Molin, 1998).

## **2.10 Erros envolvidos nas observáveis**

As principais fontes de erros sistemáticos que afetam o posicionamento com GPS (*Global Positioning System*) estão associadas ao satélite (órbita, relógio, relatividade), a propagação do sinal (refração troposférica e ionosférica, interrupção do sinal, multicaminho), ao receptor/antena (relógio, canais, centro de fase da antena) e à estação (coordenadas, marés terrestres e oceânicas, movimento do pólo), conforme cita Gemael (1994).

### 3 MATERIAL E MÉTODOS

#### 3.1 – Localização do experimento

Este trabalho foi realizado no Campus da Universidade Federal de Santa Maria (UFSM) tendo coordenadas geográficas, 29° 43' de latitude sul e 53° 42' de longitude oeste, e altitude de 100 metros, aproximadamente, em Santa Maria, RS.

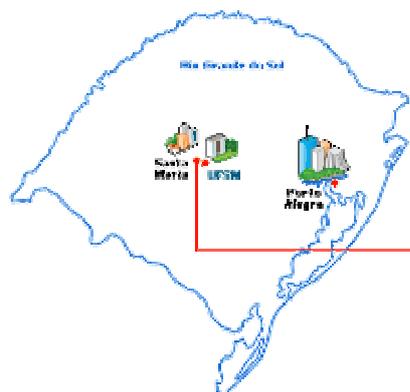


Figura 1 – Localização do experimento.

#### 3.2 – Localização da poligonal no campus da UFSM

O experimento foi realizado em uma poligonal fechada em anel, constituída de nove vértices, que apresentava um perímetro de 3,3 Km e uma superfície com uma área de 47,5 hectares (Figura 02).

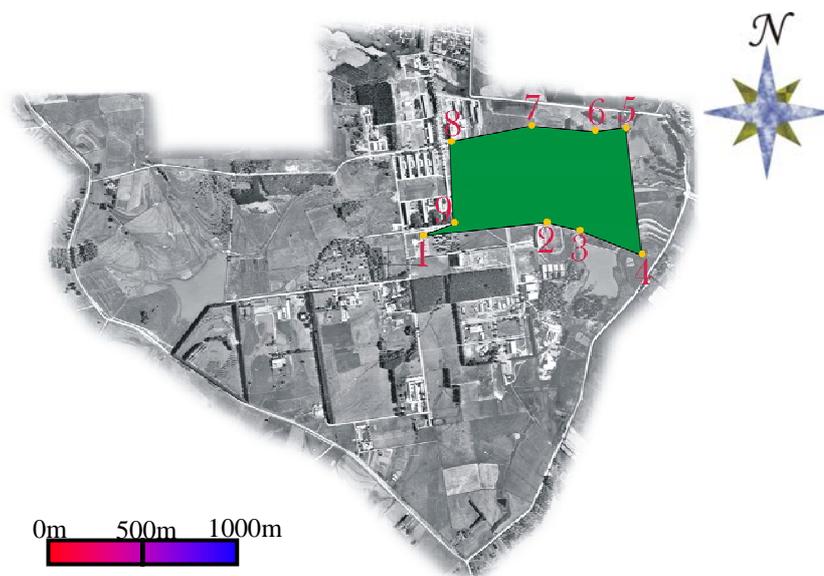


Figura 02 – Localização da poligonal implantada no Campus da UFSM.

### 3.3 – Materialização e identificação dos vértices da poligonal

Quatro dos vértices da poligonal materializados através de cilindros de concreto com cerca de 50 cm de altura e 30 cm de diâmetro já haviam sido implantados na área da UFSM.

O topo desses marcos estão protegidos por uma chapa circular de alumínio, fixada ao concreto por quatro parafusos, cujo centro materializa o vértice da poligonal.

As Figuras 03 a 07, mostram os detalhes dos marcos e a identificação dos vértices da poligonal selecionada para esse trabalho.



Figura 03 – Vértice 01



Figura 04 – Vértice 02



Figura 05 – Vértice 04



Figura 06 – Vértice 07

Os outros cinco vértices da poligonal foram materializados através de cilindros de concreto com cerca de 35 cm de altura e 15 cm de diâmetro, tendo seu centro perfurado com uma broca de 5 mm para melhor caracterizá-los.

As Figuras 07 a 11, mostram os detalhes dos marcos e a identificação dos outros cinco vértices da poligonal selecionada para esse trabalho.



Figura 07 – Vértice 03



Figura 08 – Vértice 05



Figura 09 – Vértice 06



Figura 10 – Vértice 08



Figura 11 – Vértice 09

### 3.4 – Levantamento topográfico da poligonal

O levantamento topográfico dos 9 vértices da poligonal para a obtenção das coordenadas dos vértices foi realizado pelo método do caminhar perimétrico com a utilização de uma estação total da marca SOKKIA, modelo SET5F.

### 3.5 – Levantamento geodésico da poligonal

#### 3.5.1 - Receptor GPS

O levantamento geodésico da poligonal para a obtenção das coordenadas geodésicas dos 9 vértices foi realizado com um receptor GPS, de frequência simples, marca TOPCON, modelo GPR, com 12 canais paralelos.(Figura 10).



Figura 12 – Receptor GPS, L1, marca Topcon, modelo GPR.

#### 3.5.2 - Configuração do Receptor GPS

O receptor GPS foi configurado para registrar as informações em cada vértice do polígono, com uma taxa de armazenamento das observáveis a cada 15 segundos e um tempo de permanência de 5 minutos.

### 3.5.3 – Coleta de dados com GPS

A antena do receptor GPS para a coleta de dados oriundos dos sinais dos satélites GPS foi instalada em cada vértice da poligonal com o auxílio de um tripé e de um bastão para a fixação da antena do receptor GPS (Figura 13).

A altura da antena, medida na extensão do bastão de fixação da antena, nos vértices 01, 02, 03, 04, 05, 07, 08 e 09 foi de 1,85 metros, sendo que no ponto 06 a altura da antena foi de 2,65 metros.



Figura 13 – Coleta de dados com GPS L1.

### 3.5.4 – Observáveis

A observável considerada neste trabalho foi a medida da distância satélite-receptor (pseudodistância) obtida através do código C (ou C/A).

### 3.5.5 –Efemérides utilizadas

Para o cálculo das coordenadas dos satélites foram utilizadas neste trabalho as efemérides operacionais (informações transmitidas em tempo real através do código D).

### 3.6 – Métodos de posicionamento

Posicionamento é definido como sendo a posição de objetos em relação a um referencial específico. Se o referencial for o centro da Terra o posicionamento é do tipo absoluto e se o referencial é outro ponto de coordenadas conhecidas que não o centro da Terra, tem-se o posicionamento relativo.

Neste trabalho, as coordenadas geodésicas dos vértices da poligonal foram obtidos no método de posicionamento absoluto e no método do posicionamento relativo.

#### 3.6.1 - Posicionamento Absoluto

Para a obtenção das coordenadas geodésicas dos vértices da poligonal com esta técnica de posicionamento foram utilizadas duas formas de solução: a solução linearizada e a solução exata:

##### 3.6.1.1 - Solução Linearizada

Segundo Hofmann-Wellenhof et al (1997), o modelo básico do posicionamento com distâncias medidas por código é composto pela equação:

$$R_i^j = \rho_{i0}^j(t) - \frac{X^j(t) - X_{i0}}{\rho_{i0}^j(t)} \Delta X_i - \frac{Y^j(t) - Y_{i0}}{\rho_{i0}^j(t)} \Delta Y_i - \frac{Z^j(t) - Z_{i0}}{\rho_{i0}^j(t)} \Delta Z_i + c\delta_i(t) - c\delta^j(t) \quad (1)$$

Agrupando os termos independentes que aparecerem na equação 1, obtém-se a seguinte equação:

$$R_i^j - \rho_{i0}^j(t) + c\delta_i^j(t) = -\frac{X^j(t) - X_{i0}}{\rho_{i0}^j(t)} \Delta X_i - \frac{Y^j(t) - Y_{i0}}{\rho_{i0}^j(t)} \Delta Y_i - \frac{Z^j(t) - Z_{i0}}{\rho_{i0}^j(t)} \Delta Z_i + c\delta_i(t) \quad (2)$$

A equação 2, mostrada anteriormente, apresenta as quatro incógnitas de interesse que são:  $\Delta X_i, \Delta Y_i, \Delta Z_i$  e  $\delta_i(t)$

$$\text{Fazendo-se } L^j = R_i^j - \rho_{i0}^j(t) + c\delta_i^j(t), \quad a_{X_i}^j = -\frac{X^j(t) - X_{i0}}{\rho_{i0}^j(t)}, \quad a_{Y_i}^j = -\frac{Y^j(t) - Y_{i0}}{\rho_{i0}^j(t)} \text{ e}$$

$$a_{Z_i}^j = -\frac{Z^j(t) - Z_{i0}}{\rho_{i0}^j(t)} \text{ e simplificando a representação do sistema, para o caso de 4}$$

satélites, tem-se:

$$\begin{aligned} L^1 &= a_{X_i}^1 \Delta X_i + a_{Y_i}^1 \Delta Y_i + a_{Z_i}^1 \Delta Z_i + c\delta_i(t) \\ L^2 &= a_{X_i}^2 \Delta X_i + a_{Y_i}^2 \Delta Y_i + a_{Z_i}^2 \Delta Z_i + c\delta_i(t) \\ L^3 &= a_{X_i}^3 \Delta X_i + a_{Y_i}^3 \Delta Y_i + a_{Z_i}^3 \Delta Z_i + c\delta_i(t) \\ L^4 &= a_{X_i}^4 \Delta X_i + a_{Y_i}^4 \Delta Y_i + a_{Z_i}^4 \Delta Z_i + c\delta_i(t) \end{aligned} \quad (3)$$

Este conjunto de equações lineares pode ser escrito na forma  $L = Ax$ , que para o caso da observação de 4 satélites, fica:

$$A = \begin{bmatrix} a_{X_i}^1 & a_{Y_i}^1 & a_{Z_i}^1 & c \\ a_{X_i}^2 & a_{Y_i}^2 & a_{Z_i}^2 & c \\ a_{X_i}^3 & a_{Y_i}^3 & a_{Z_i}^3 & c \\ a_{X_i}^4 & a_{Y_i}^4 & a_{Z_i}^4 & c \end{bmatrix} \quad X = \begin{bmatrix} \Delta X_i \\ \Delta Y_i \\ \Delta Z_i \\ \delta_i(t) \end{bmatrix} \quad L = \begin{bmatrix} L^1 \\ L^2 \\ L^3 \\ L^4 \end{bmatrix} \quad (4)$$

A solução do sistema de equações anterior (equação 4), para o caso de 4 ou mais satélites, pode ser obtida por:

$$X = (A^T A)^{-1} \cdot A^T L \quad (5)$$

na qual  $X_{i+1} = X_i + \Delta X_i$  e  $i = 0, 1, 2, 3, \dots, n$ , sendo  $n$  o número de iterações efetuadas para se atingir o nível de precisão estabelecido.

### 3.6.1.2 Solução Exata

Segundo Goad, (1998), a medida da distância satélite-receptor pode ser modelada pela expressão:

$$P^i = \sqrt{(x^i - x)^2 + (y^i - y)^2 + (z^i - z)^2} + c.dt \quad (6)$$

e sendo  $b = c.dt$ , obtém-se:

$$P^i - b = \sqrt{(x^i - x)^2 + (y^i - y)^2 + (z^i - z)^2} \quad (7)$$

Elevando-se ao quadrado ambos os membros da equação 7, e efetuando algumas operações, a equação 7 pode ser escrita como:

$$\left[ x^{i^2} + y^{i^2} + z^{i^2} - P^{i^2} \right] - 2[x^i x + y^i y + z^i z - P^i b] = -[x^2 + y^2 + z^2 - b^2] \quad (8)$$

Dividindo-se por 2 ambos os membros da equação 8 e agrupando-se os termos de maneira compacta em produtos internos obtém-se:

$$\frac{1}{2} \left\langle \begin{bmatrix} r^i \\ P^i \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} r^i \\ P^i \end{bmatrix} \right\rangle - \left\langle \begin{bmatrix} r^i \\ P^i \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} r \\ b \end{bmatrix} \right\rangle + \frac{1}{2} \left\langle \begin{bmatrix} r \\ b \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} r \\ b \end{bmatrix} \right\rangle = 0 \quad (9)$$

onde:

$$\begin{bmatrix} r^i \\ P^i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x^i \\ y^i \\ z^i \\ -P^i \end{bmatrix} \quad \text{e} \quad \begin{bmatrix} r \\ b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ b \end{bmatrix} \quad (10)$$

Sendo a definição de produto interno dado por:

$$\langle g, h \rangle = g^t . M . h \quad \text{onde} \quad M = \begin{bmatrix} I_{3 \times 3} & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \quad (11)$$

e sabendo que a matriz  $B = \begin{bmatrix} x^1 & y^1 & z^1 & P^1 \\ x^2 & y^2 & z^2 & P^2 \\ x^3 & y^3 & z^3 & P^3 \\ x^4 & y^4 & z^4 & P^4 \end{bmatrix}$  (12)

Tem-se a equação:

$$\alpha - BM \begin{bmatrix} r \\ b \end{bmatrix} + A\tau = 0 \quad (13)$$

Fazendo-se  $\alpha + A\tau = BM \begin{bmatrix} r \\ b \end{bmatrix}$  e multiplicando a equação por  $(BM)^{-1}$ , tem-se a

seguinte expressão:

$$(BM)^{-1}(\alpha + A\tau) = (BM)^{-1}BM \begin{bmatrix} r \\ b \end{bmatrix} \quad (14)$$

Fazendo  $M^{-1}B^{-1}(\alpha + A\tau) = I \begin{bmatrix} r \\ b \end{bmatrix}$ , onde  $I$  é a matriz identidade, obtém-se:

$$\begin{bmatrix} r \\ b \end{bmatrix} = MB^{-1}(\alpha + A\tau) \quad (15)$$

Multiplicando-se a equação 15 por  $B^{-1}$  tem-se:

$$B^{-1}.\alpha - B^{-1}.BM \begin{bmatrix} r \\ b \end{bmatrix} + B^{-1}.A.\tau = 0 \quad (16)$$

Efetuando-se o produto interno de cada termo da equação 16, mostrada anteriormente, com  $B^{-1}\alpha$ :

$$\langle B^{-1}\alpha, B^{-1}\alpha \rangle - \left\langle M \begin{bmatrix} r \\ b \end{bmatrix}, B^{-1}\alpha \right\rangle + \langle B^{-1}A\tau, B^{-1}\alpha \rangle = 0 \text{ terá que ser igual :}$$

$$\langle B^{-1}\tau, B^{-1}\tau \rangle A^2 + 2 \left[ \langle B^{-1}\tau, B^{-1}\alpha \rangle - 1 \right] A + \langle B^{-1}\alpha, B^{-1}\alpha \rangle = 0 \quad (17)$$

Efetuando-se o produto interno da equação 3 com a equação 3:

$$\left\langle B^{-1}\alpha - M \begin{bmatrix} r \\ b \end{bmatrix} + B^{-1}A\tau, B^{-1}\alpha - M \begin{bmatrix} r \\ b \end{bmatrix} + B^{-1}A\tau \right\rangle = 0 \text{ tem-se:}$$

(18)

$$\begin{aligned} & \left\langle B^{-1}\alpha, B^{-1}\alpha \right\rangle - \left\langle B^{-1}\alpha, M \begin{bmatrix} r \\ b \end{bmatrix} \right\rangle + \left\langle B^{-1}\alpha, B^{-1}A\tau \right\rangle - \left\langle M \begin{bmatrix} r \\ b \end{bmatrix}, B^{-1}\alpha \right\rangle + \left\langle M \begin{bmatrix} r \\ b \end{bmatrix}, M \begin{bmatrix} r \\ b \end{bmatrix} \right\rangle - \left\langle M \begin{bmatrix} r \\ b \end{bmatrix}, B^{-1}A\tau \right\rangle + \\ & \left\langle B^{-1}A\tau, B^{-1}\alpha \right\rangle - \left\langle B^{-1}A\tau, M \begin{bmatrix} r \\ b \end{bmatrix} \right\rangle + \left\langle B^{-1}A\tau, B^{-1}A\tau \right\rangle \end{aligned}$$

$$\text{e ainda } \left\langle M \begin{bmatrix} r \\ b \end{bmatrix}, M \begin{bmatrix} r \\ b \end{bmatrix} \right\rangle = 2A \quad \text{e} \quad \left\langle B^{-1}A\tau, B^{-1}A\tau \right\rangle = A^2 \left\langle B^{-1}\tau, B^{-1}\tau \right\rangle$$

(19)

Reescrevendo-se a equação 19, tem-se:

$$\left\langle B^{-1}\tau, B^{-1}\tau \right\rangle A^2 + 2A \left\langle B^{-1}\tau, B^{-1}\alpha \right\rangle + 2A - 2A \left\langle M \begin{bmatrix} r \\ b \end{bmatrix}, B^{-1}\tau \right\rangle - 2 \left\langle M \begin{bmatrix} r \\ b \end{bmatrix}, B^{-1}\alpha \right\rangle + \left\langle B^{-1}\alpha, B^{-1}\alpha \right\rangle = 0$$

(20)

### 3.6.1.3 - Processamento dos dados

O processamento dos dados será realizado através de duas formulações: a linearizada e a exata.

#### 3.6.1.3.1 – Processamento na formulação linearizada

Para o processamento dos sinais dos satélites coletados com o receptor GPS nos diversos vértices da poligonal implantada para a realização desse trabalho e processados pelo método absoluto e formulação linearizada foi utilizado o programa Spectrum Survey (versão 3.30) da SOKKIA e com a utilização das efemérides operacionais para o cálculo das coordenadas dos satélites, solucionando a equação 5 de acordo com Hofmann-Wellenhof et al (1997).

#### 3.6.1.3.2 – Processamento na formulação exata

Para o processamento dos dados na forma exata foi desenvolvido um programa computacional em Visual Basic (versão 6.0). O programa calcula as

coordenadas de um ponto qualquer na ou sobre a superfície da terra através do posicionamento absoluto usando efemérides operacionais, solucionando a equação 20 (Goad,1998).

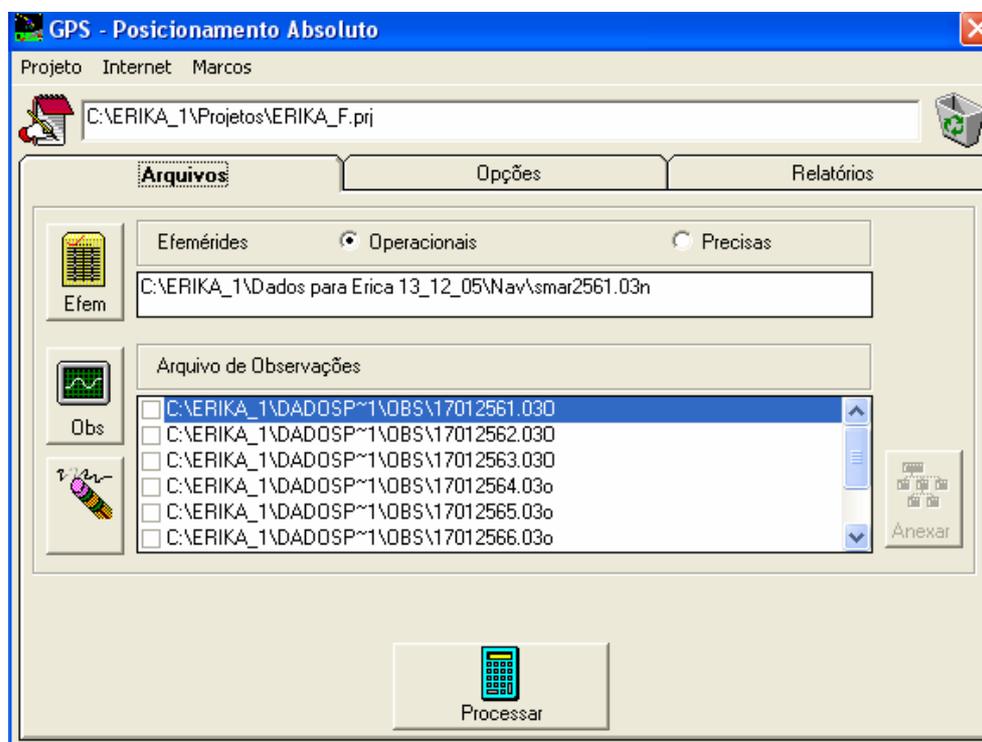


Figura 14 – Programa para o processamento absoluto e formulação exata.

### 3.6.2 - Posicionamento Relativo

O conceito do posicionamento relativo é que dois ou mais receptores rastreiam simultaneamente um grupo de pelo menos quatro satélites comuns para se ter uma solução em cada época, sendo que um dos receptores permanece imóvel em um referência (base) de coordenadas conhecidas e o outro se desloca pelos pontos a serem determinados.

A estação utilizada como referência ou base foi uma estação identificada pelo código SMAR e que pertence à Rede Brasileira de Monitoramento Contínuo (RBMC). Esta estação está materializada por uma antena instalada em um dispositivo de centragem forçada em um pilar de concreto do prédio do Centro de Ciências Rurais (prédio 42) da Universidade Federal de Santa Maria.

As coordenadas geográficas da estação SMAR são: 29° 43' 06.3725 "de latitude sul e 53° 42' 57.8008" de longitude oeste e uma altura elipsoidal de 108.63 metros, no sistema de referência World Geodetic System (WGS 84).

### 3.6.2.1 - Solução Linearizada

O modelo matemático utilizado se baseia nas medidas verificadas na estação A para uma época  $t$  cuja expressão é:

$$R_A^j(t) = \rho_A^j(t) + c\delta^j(t) - c\delta_A(t) + \Delta T^j + \Delta I^j \quad j = 1,2,3,4,.. \quad (21)$$

que pode ser escrita da seguinte forma:

$$-R_A^j(t) + \rho_A^j(t) = -c\delta^j(t) + c\delta_A(t) - \Delta T^j - \Delta I^j \quad (22)$$

A correção  $Cor^j(t)$  para o satélite J e uma época  $t$  a ser aplicada aos dados coletados pelo receptor B é dada, aproximadamente por:

$$Cor^j(t) = -R_A^j(t) + \rho_A^j(t) \quad (23)$$

Na estação B, a distância satélite-receptor pode ser modelada da mesma forma que a estação A, considerando os mesmos satélites para uma época  $t$

$$R_B^j(t) = \rho_B^j(t) + c\delta^j(t) - c\delta_B(t) + \Delta T + \Delta I \quad (24)$$

Aplicando as correções, a equação da pseudodistância referente ao ponto B, obtém-se:

$$R_B^j(t)_{corr} = R_B^j(t) + Cor^j(t) \quad (25)$$

que se transforma na expressão:

$$R_B^j(t)_{corr} = \rho_B^j(t) - c\Delta\delta_{AB}(t) \quad (26)$$

na qual pode-se observar que os erros devido a troposfera e a ionosfera foram cancelados, bem como os erros devido ao relógio dos satélite.

Aplicando o mesmo princípio a observação de 4 satélites (j, k, l e m) numa mesma época t, pode-se escrever:

$$\begin{aligned} R_B^j(t)_{corr} &= \rho_B^j(t) - c\Delta\delta_{AB}(t) \\ R_B^k(t)_{corr} &= \rho_B^k(t) - c\Delta\delta_{AB}(t) \\ R_B^l(t)_{corr} &= \rho_B^l(t) - c\Delta\delta_{AB}(t) \\ R_B^m(t)_{corr} &= \rho_B^m(t) - c\Delta\delta_{AB}(t) \end{aligned} \quad (27)$$

A solução do sistema de equações anterior (equação 27), para o caso de 4 ou mais satélites, pode ser obtida por:

$$X = (A^T A)^{-1} \cdot A^T L \quad (28)$$

na qual  $X_{i+1} = X_i + \Delta X_i$  e  $i = 0, 1, 2, 3, \dots, n$ , sendo n o número de iterações efetuadas para se atingir o nível de precisão estabelecido.

### 3.6.2.2 - Solução Exata

A medida da distância satélite-receptor pode ser modelada pela equação 6 modificada para:

$$R_B^j = \sqrt{(x^i - x)^2 + (y^i - y)^2 + (z^i - z)^2} + c\Delta\delta_{AB}(t) \quad (29)$$

e fazendo  $b = c\Delta\delta_{AB}(t)$  e  $P^i = R_B^j$ , obtém-se:

$$P^i - b = \sqrt{(x^i - x)^2 + (y^i - y)^2 + (z^i - z)^2} \quad (30)$$

A partir desse ponto o desenvolvimento da formulação exata para o caso do posicionamento relativo é idêntico ao caso do posicionamento absoluto e a expressão final para esse caso é a mesma equação 20, repetida aqui para maior clareza:

$$\langle B^{-1}\tau, B^{-1}\tau \rangle A^2 + 2A \langle B^{-1}\tau, B^{-1}\alpha \rangle + 2A - 2A \left\langle M \begin{bmatrix} r \\ b \end{bmatrix}, B^{-1}\tau \right\rangle - 2 \left\langle M \begin{bmatrix} r \\ b \end{bmatrix}, B^{-1}\alpha \right\rangle + \langle B^{-1}\alpha, B^{-1}\alpha \rangle = 0 \quad (31)$$

### 3.6.3 - Processamento dos dados

O processamento dos dados será feito através de duas formulações: a formulação linearizada e a formulação exata.

#### 3.6.3.1 – Processamento de formulação linearizada

O processamento dos dados na formulação linearizada foi realizado com o programa SPECTRUM SURVEY, versão 3.30 (Figura 15), tendo como referência (base) a estação SMAR da RBMC e os dados coletados pelo receptor foram convertidos para o formato RINEX.

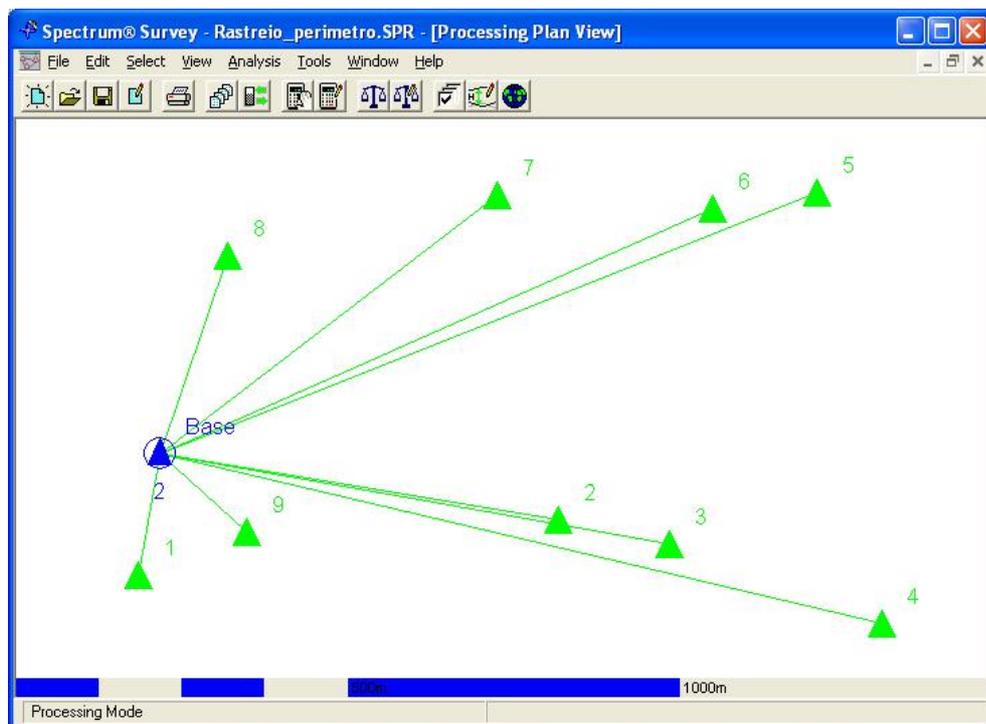


Figura 15 – Processamento dos dados com programa Spectrum Survey.

### 3.6.3.2 – Processamento com a formulação exata

O processamento dos dados na formulação exata foi realizado com um programa computacional (Figura 16), desenvolvido em Visual Basic 6.0, tendo como referência (base) a estação SMAR da RBMC. Os dados coletados pelo receptor foram convertidos para o formato RINEX e o programa utilizou as efemérides operacionais para a estimativa das coordenadas dos satélites.

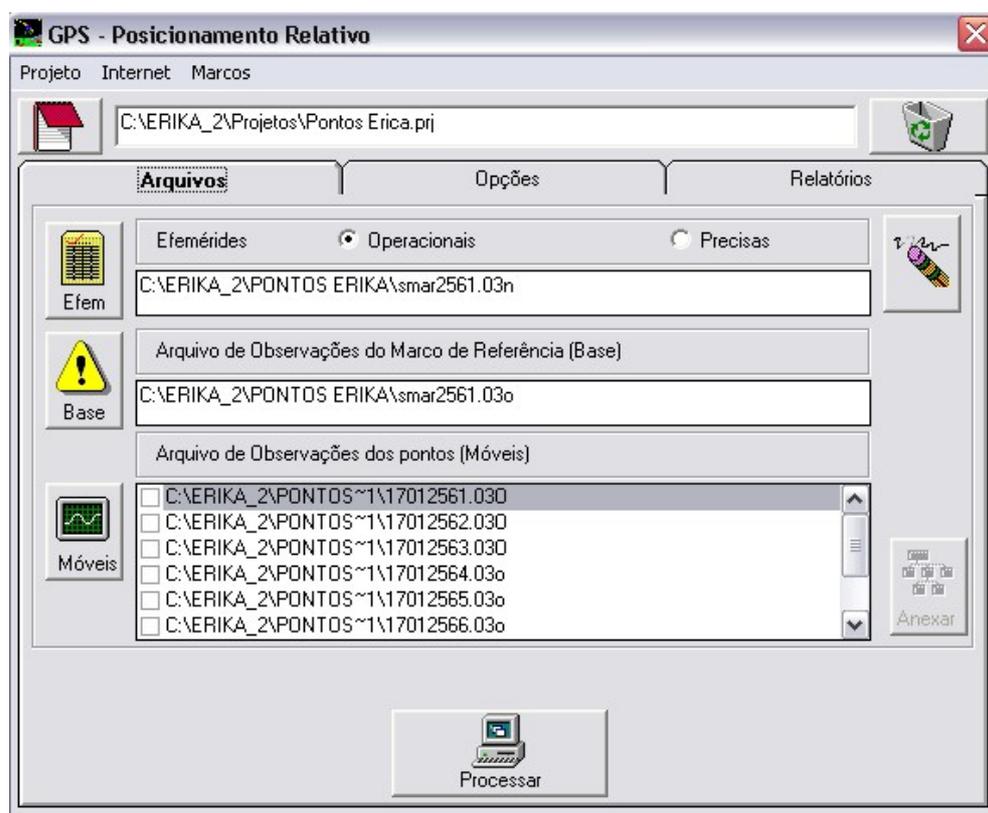


Figura 16 – Processamento dos dados com o programa desenvolvido

## 4 - Cálculo das coordenadas planas no sistema topográfico local

As coordenadas dos vértices da poligonal referenciadas no sistema WGS84, foram transformadas para o sistema topográfico local, por um procedimento descrito em Hoffmann- Wellenhof et al (1997).

Conhecidas as coordenadas geocêntricas tridimensionais ou elipsoidais  $(x_0, y_0, z_0)$  as coordenadas geodésicas (latitude/ $\varphi_0$ , Longitude/ $\lambda_0$  e altura elipsóidica/ $h_0$ ) do ponto de referencia da RBMC e as coordenadas geocêntricas

tridimensionais (X,Y,Z) dos vértices V1, V2, V3, V4, V5, V6, V7, V8 e V9, pode-se determinar a diferença de coordenadas geocêntricas ( $\Delta X, \Delta Y, \Delta Z$ ) entre cada ponto e o ponto de referência ou base.

As fórmulas utilizadas para realizar o procedimento de transformação de coordenadas geodésicas em coordenadas topográficas foram:

a) Projeção X ( $P_x$ )

$$P_x \equiv -\Delta X \operatorname{sen} \lambda_0 + \Delta Y \cos \lambda_0 \quad (21)$$

b) Projeção Y ( $P_y$ )

$$P_y = -\Delta x \operatorname{sen} \varphi_0 \cos \lambda_0 - \Delta y \operatorname{sen} \varphi_0 \operatorname{sen} \lambda_0 + \Delta z \cos \varphi_0 \quad (22)$$

c) Diferença de altura elipsoidal ( $\Delta h$ )

$$\Delta h = \Delta x \cos \varphi_0 \cos \lambda_0 + \Delta y \cos \varphi_0 \operatorname{sen} \lambda_0 + \Delta z \operatorname{sen} \varphi_0 \quad (23)$$

nas quais  $\Delta x$  = diferença entre as coordenadas geocêntricas X,  $\Delta y$  = diferença entre as coordenadas geocêntricas Y,  $\Delta z$  = diferença entre as coordenadas geocêntricas Z,  $\lambda_0$  = longitude do ponto de referencia da RBMC,  $\varphi_0$  = latitude do ponto de referencia da RBMC

d) Coordenadas planas locais ( $C_x$  e  $C_y$ )

$$C_x = X_b + P_x \operatorname{sen} A_z \quad (24)$$

$$C_y = Y_b + P_y \cos A_z \quad (25)$$

onde  $X_b$  = Coordenadas X do ponto de referencia da RBMC,  $Y_b$  = Coordenadas Y do ponto de referencia da RBMC.

Uma rotina computacional calcula a projeção X, a projeção Y, a diferença de altura elipsoidal, e as coordenadas planas (Cx, Cy e Cz) dos vértices da poligonal no sistema topográfico local, referidas a mesma origem da poligonal topográfica utilizada no levantamento com a estação total.

## 5 - Análise dos dados

Para analisar os dados gerados pelas duas técnicas de posicionamento através de suas formas de solução, foram geradas tabelas comparativas a partir dos dados coletados com os receptores GPS e processados nos programas computacionais utilizados neste trabalho.

Os dados obtidos com os dois procedimentos estudados foram analisados comparando-se os valores obtidos através da regressão linear ( $Y = a + b \cdot x$ ), onde x é o valor das coordenadas x, y e z dos vértices da poligonal determinadas com GPS e processadas pelo método relativo com o uso da solução exata e Y é o valor das coordenadas x, y e z dos vértices da poligonal determinadas com GPS e processadas pelo método relativo com o uso da solução linearizada.

Após a obtenção dos valores a e b da regressão linear será feito o teste t do coeficiente linear (a) que indicará se  $a = 0$  e o teste t do coeficiente angular (b) que indicará se  $b = 1$ . O valor de  $a = 0$  significa que a reta de regressão passa pela origem e o valor de  $b = 1$  significa que a reta de regressão tem uma inclinação de  $45^\circ$  em relação ao eixo das abcissas, que contém os valores da variável a ser testada (x). Sendo verdadeiras as duas hipóteses testadas pode-se admitir que não existe diferença significativa entre os procedimentos que forem comparados.

A mesma metodologia de análise será aplicada quando da comparação dos valores das coordenadas dos vértices da poligonal obtidas a partir dos dados coletados pelos receptores GPS e processados pelo método relativo e solução linearizada e as coordenadas dos vértices da poligonal obtidas a partir dos dados coletados com utilização da estação total.

A metodologia de análise utilizada para os casos anteriores será repetida quando da comparação dos valores das coordenadas dos vértices da poligonal obtidas a partir dos dados coletados pelos receptores GPS e processados pelo método relativo e solução exata e as coordenadas dos vértices da poligonal obtidas a partir dos dados coletados com utilização da estação total.

## 4 RESULTADOS E DISCUSSÃO

Os resultados obtidos com os dados coletados em campo pelos receptores GPS e processados por diferentes maneiras foram comparados entre si e também com os dados obtidos pela utilização da estação total.

Os dados foram agrupados em tabelas comparativas, permitindo assim realizar avaliações dos resultados obtidos pelo método absoluto e pelo método relativo e pelas duas formas de solução propostas neste trabalho.

### 4.1 Processamento dos dados através do método absoluto solução linearizada

As informações referentes ao processamento realizado pelo método absoluto solução linearizada encontram-se na tabela 01 e foram extraídas do relatório de processamento do programa computacional Spectrum Survey.

Estas informações apresentam-se distribuídas na tabela 01 da seguinte forma: a primeira coluna refere-se à identificação do vértice da poligonal, a segunda, refere-se ao valor da coordenada X, a terceira ao valor da coordenada Y e a quarta ao valor da coordenada Z da posição de cada um dos vértices.

Tabela 01 – Coordenadas dos vértices em metros (m) processadas no programa computacional Spectrum Survey através do método absoluto solução Linearizada.

Vértice	X (m)	Y (m)	Z (m)
1	3280689,247	-4468915,110	-3143483,680
2	3281208,631	-4468557,773	-3143414,770
3	3281329,377	-4468445,713	-3143454,683
4	3281547,041	-4468200,594	-3143562,792
5	3281676,222	-4468513,021	-3142996,814
6	3281542,274	-4468593,152	-3143010,859
7	3281308,637	-4468797,615	-3142990,627
8	3280941,294	-4469015,548	-3143058,822
9	3280833,961	-4468830,207	-3143422,022

## 4.2 Processamento dos dados através do método absoluto solução exata

As informações referentes ao processamento realizado pelo método absoluto solução exata encontram-se na tabela 02 e foram extraídas do relatório do programa computacional desenvolvido. Estas informações apresentam-se distribuídas da seguinte forma: a primeira coluna refere-se ao vértice do polígono, já a segunda, terceira e quarta expressam o valor em metros da posição de cada um dos vértices.

Tabela 02 – Coordenadas dos vértices em metros (m) processadas no programa computacional desenvolvido através do método absoluto solução exata

Vértice	X (m)	Y (m)	Z (m)
1	3280689,210	-4468915,055	-3143483,597
2	3281208,600	-4468558,026	-3143414,944
3	3281330,043	-4468446,762	-3143455,170
4	3281547,486	-4468201,030	-3143562,989
5	3281676,317	-4468512,973	-3142996,935
6	3281541,966	-4468592,592	-3143011,068
7	3281308,169	-4468797,753	-3142990,815
8	3280941,146	-4469015,909	-3143058,285
9	3280834,119	-4468829,737	-3143423,004

## 4.3 Comparação dos dados obtidos através do método absoluto com a solução linearizada e a solução exata

A tabela 03 apresenta os valores obtidos através da comparação dos resultados das duas tabelas anteriores. Estas informações apresentam-se distribuídas da seguinte forma: a primeira coluna refere-se ao vértice do polígono, a segunda, terceira e quarta expressam a diferença do valor em metros entre as coordenadas processadas no programa computacional desenvolvido através do método absoluto solução exata e as coordenadas processadas no programa computacional Spectrum Survey através do método absoluto solução linearizada, já a quinta e a sexta coluna apresentam a diferença de posicionamento bidimensionais e tridimensionais .

Tabela 03 – Diferenças de coordenadas (m), diferença de posicionamento bidimensionais (m) e tridimensionais (m) dos pontos, obtidas no programa computacional desenvolvido - método absoluto solução exata e solução linearizada.

Vértice	Coordenadas (m)			P. Horizontal m	P. Tridimensional m
	X	Y	Z		
1	-0,037	0,055	0,083	0,066	0,107
2	-0,031	-0,252	-0,174	0,254	0,308
3	0,667	-1,049	-0,487	1,243	1,334
4	0,445	-0,435	-0,197	0,622	0,653
5	0,096	0,048	-0,120	0,107	0,161
6	-0,308	0,560	-0,209	0,639	0,672
7	-0,468	-0,138	-0,188	0,488	0,522
8	-0,148	-0,361	0,537	0,390	0,664
9	0,157	0,470	-0,981	0,496	1,099

Os valores que se encontram na tabela 03 foram obtidos da seguinte maneira: subtraindo-se os resultados da tabela 02 com a tabela 01 respectivamente. Sendo assim podemos verificar que a diferença entre os valores encontrados através do método absoluto solução exata e o método absoluto solução linearizada apresentam uma variação centimétrica com exceção da coordenada y do vértice 03 que variou uma unidade, da mesma maneira observamos que a posição horizontal e tridimensional deste mesmo vértice também variou uma unidade. Outro vértice que apresentou a mesma variação na posição tridimensional foi o vértice 09.

#### 4.4 Processamento dos dados através do método relativo solução linearizada

As informações referentes ao processamento realizado pelo método relativo solução linearizada encontram-se na tabela 04 e foram extraídas do relatório do programa Spectrum Survey.

As mesmas apresentam-se distribuídas da seguinte forma: a primeira coluna refere-se ao vértice do polígono, já a segunda, terceira e quarta expressam o valor em metros da posição de cada um dos vértices.

Tabela 04 – Coordenadas dos vértices em metros (m) processadas no programa computacional Spectrum Survey através do método relativo solução Linearizada.

Vértice	X (m)	Y (m)	Z (m)
1	3280677,150	-4468901,384	-3143479,261
2	3281204,842	-4468551,725	-3143417,589
3	3281327,979	-4468436,688	-3143450,722
4	3281545,631	-4468196,440	-3143560,796
5	3281671,151	-4468507,559	-3142995,214
6	3281535,725	-4468588,809	-3143010,591
7	3281286,036	-4468796,027	-3142988,162
8	3280933,340	-4469006,281	-3143058,603
9	3280826,985	-4468827,291	-3143425,978

#### 4.5 Processamento dos dados através do método relativo solução exata

As informações referentes ao processamento realizado pelo método relativo solução exata encontram-se na tabela 05 e foram extraídas do relatório do programa computacional desenvolvido. Estas informações apresentam-se distribuídas da seguinte forma: a primeira coluna refere-se ao vértice do polígono, já a segunda, terceira e quarta expressam o valor em metros da posição de cada um dos vértices.

Tabela 05 – Coordenadas dos vértices em metros (m) processadas no programa computacional desenvolvido através do método relativo solução exata.

Vértice	X (m)	Y (m)	Z (m)
1	3280677,546	4468901,642	3143479,608
2	3281204,730	4468551,696	3143417,564
3	3281328,137	4468436,854	3143450,799
4	3281545,632	4468196,433	3143560,823
5	3281671,158	4468507,521	3142995,139
6	3281535,571	4468588,664	3143010,655
7	3281286,088	4468795,951	3142988,174
8	3280933,369	4469006,569	3143058,770

9	3280826,831	4468827,162	3143426,024
---	-------------	-------------	-------------

#### 4.6 Comparação dos dados obtidos através do método relativo com a solução linearizada e a solução exata

A tabela 06 apresenta os valores obtidos através da comparação dos resultados das duas tabelas anteriores. Estas informações apresentam-se distribuídas da seguinte forma: a primeira coluna refere-se ao vértice do polígono, já a segunda, terceira e quarta expressam a diferença do valor em metros entre as coordenadas processadas no programa computacional desenvolvido através do método absoluto solução exata e as coordenadas processadas no programa computacional Spectrum Survey através do método absoluto solução linearizada, já a quinta e a sexta apresentam a diferença de posicionamento bidimensionais e tridimensionais respectivamente.

Tabela 06 – Diferenças de coordenadas (m), diferença de posicionamento bidimensionais (m) e tridimensionais (m) dos pontos, obtidas no programa computacional desenvolvido - método relativo solução exata e solução linearizada.

Vértice	Coordenadas (m)			P. Horizontal m	P. Tridimensional m
	X	Y	Z		
1	0,396	-0,258	-0,347	0,473	0,586
2	-0,112	0,028	0,026	0,115	0,118
3	0,158	-0,166	-0,077	0,229	0,242
4	0,001	0,007	-0,027	0,007	0,028
5	0,007	0,038	0,075	0,039	0,084
6	-0,155	0,145	-0,064	0,212	0,222
7	0,052	0,077	-0,012	0,093	0,094
8	0,028	-0,288	-0,167	0,289	0,334
9	-0,154	0,129	-0,046	0,201	0,206

Na tabela 06 é possível observar a comparação dos resultados obtidos pelo método relativo. Esta comparação foi realizada da seguinte maneira: subtraindo-se os resultados da tabela 05 com a tabela 04 respectivamente.

Posteriormente estes valores serão comparados com a poligonal testemunha levantada topograficamente através de uma estação total.

#### 4.7 Comparação dos dados obtidos através do método relativo com a solução linearizada e a solução exata e a poligonal testemunha (PET).

Neste item serão apresentadas três tabelas a tabela 07 nos mostrará os valores das coordenadas da poligonal testemunha juntamente com os valores das coordenadas obtidas pelo método relativo solução linearizada, já a tabela 08 apresentará os valores das coordenadas da poligonal testemunha juntamente com os valores das coordenadas obtidas através do método relativo solução exata, e finalmente a tabela 09 nos apresentará a diferença entre os valores dos vértices das coordenadas no plano topográfico local obtidas com estação total e as coordenadas locais obtidas no método relativo solução linearizada e solução exata. Estas tabelas serão descritas detalhadamente logo a seguir.

As coordenadas locais da poligonal levantada topograficamente com estação total (PET) e as coordenadas locais obtidas após a transformação dos valores obtidos em coordenadas cartesianas tridimensionais em relação ao elipsóide podem ser vistas na tabela 07.

Tabela 07 – Coordenadas dos vértices no plano topográfico local obtidas com estação total e coordenadas locais obtidas no método relativo solução linearizada.

Vértice	Coordenadas (m) - PET			Coordenadas (m) - MRSL		
	XL	YL	ZL	XL	YL	ZL
1	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
2	632,873	68,466	-5,949	632,294	68,641	-4,150
3	799,341	28,895	-5,018	799,631	30,022	-4,973
4	1116,440	-98,015	-6,028	1117,255	-97,728	-6,733
5	1034,032	554,392	-5,215	1034,319	554,615	-4,797
6	876,366	533,281	-8,051	877,071	534,000	-9,896
7	552,347	562,202	-2,575	553,169	563,033	-4,275
8	145,183	480,933	-4,630	144,437	482,406	-3,431
9	163,677	61,621	-1,516	164,629	60,623	-1,276

Podemos ver que a tabela 07 possui os valores das coordenadas dos pontos da poligonal testemunha juntamente com os valores das coordenadas dos vértices obtidos através do método relativo solução linearizada, ou seja, a solução tradicionalmente usada. Esses dados posteriormente serão analisados através de gráficos.

As coordenadas locais dos vértices da poligonal levantada topograficamente com estação total (PET) e as coordenadas locais dos vértices da poligonal obtidas após a transformação dos valores das coordenadas cartesianas tridimensionais em relação ao elipsóide podem ser vistas na Tabela 08.

Tabela 08 – Coordenadas dos vértices no plano topográfico local obtidas com estação total e coordenadas locais obtidas no método relativo solução exata.

Vértice	Coordenadas (m) - PET			Coordenadas (m) - MRSE		
	XL	YL	ZL	XL	YL	ZL
1	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
2	632,873	68,466	-5,949	632,053	68,703	-4,796
3	799,341	28,895	-5,018	799,493	30,151	-5,293
4	1116,440	-98,015	-6,028	1117,092	-97,670	-7,280
5	1034,032	554,392	-5,215	1034,180	554,750	-5,414
6	876,366	533,281	-8,051	876,865	533,924	-10,601
7	552,347	562,202	-2,575	553,089	563,090	-4,852
8	145,183	480,933	-4,630	144,123	482,468	-3,688
9	163,677	61,621	-1,516	164,414	60,569	-1,979

Podemos ver na tabela 08 os valores das coordenadas dos vértices da poligonal testemunha juntamente com os valores das coordenadas dos vértices obtidos através do método relativo solução exata.

A solução exata vem sendo mostrada neste trabalho como uma nova maneira de calcular as coordenadas dos vértices de poligonais obtidas com a tecnologia dos receptores GPS, sendo posteriormente analisado graficamente.

A tabela 09 nos mostra a diferença entre os valores das coordenadas dos vértices no plano topográfico determinadas com estação total e as coordenadas locais dos vértices da poligonal obtidas por transformação dos resultados obtidos na

aplicação do método relativo solução linearizada e as coordenadas locais dos vértices da poligonal obtidas por transformação dos resultados obtidos na aplicação do método relativo solução exata.

Tabela 09 – Diferenças entre as coordenadas dos vértices no plano topográfico local obtidas com estação total e as coordenadas locais obtidas no método relativo solução linearizada e solução exata.

Vértice	Coordenadas (m) - MRSL			Coordenadas (m) - MRSE		
	$\Delta XL$	$\Delta YL$	$\Delta ZL$	$\Delta XL$	$\Delta YL$	$\Delta ZL$
1	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
2	-0,579	0,175	1,799	-0,820	0,237	1,153
3	0,290	1,127	0,045	0,152	1,256	-0,275
4	0,815	0,287	-0,705	0,652	0,345	-1,252
5	0,287	0,223	0,418	0,148	0,358	-0,199
6	0,705	0,719	-1,845	0,499	0,643	-2,550
7	0,822	0,831	-1,700	0,742	0,888	-2,277
8	-0,746	1,473	1,199	-1,060	1,535	0,942
9	0,952	-0,998	0,240	0,737	-1,052	-0,463

Para melhor entendimento a análise dos dados da tabela 09 foi feita em duas etapas. Na primeira delas foram considerados os valores das diferenças de coordenadas através do método relativo solução linearizada que compreende a segunda, terceira e quarta coluna da tabela acima. Todos estes valores foram obtidos da tabela 07, para encontrar os resultados referentes à variação  $\Delta XL$  fez-se a diferença da quinta coluna pela primeira coluna, da mesma maneira para encontrar os resultados referentes à variação  $\Delta YL$  foi feita a diferença da sexta coluna pela segunda coluna e para encontrar a variação  $\Delta ZL$ , foi feita a diferença entre a sétima e quarta colunas. Na segunda etapa tomamos os valores referentes às diferenças das coordenadas através do método relativo solução exata que compreende a outra metade da tabela 09, formada pela quinta, sexta e sétima colunas, estas apresentam a variação  $\Delta XL$ ,  $\Delta YL$  e  $\Delta ZL$ , respectivamente. Estes resultados foram adquiridos através da tabela 08 procedendo a diferença da quinta e segunda colunas, para encontrar o resultado de  $\Delta XL$ ; sexta e terceira colunas para encontrar o

resultado de  $\Delta YL$ ; e sétima e quarta, para encontrar o resultado de  $\Delta ZL$ . Analisando a variação de cada um dos pontos apresentados na tabela acima, é possível verificar que na primeira etapa da tabela que compreende a diferença das coordenadas no plano topográfico local com o método relativo solução linearizada apresentou na maioria das coordenadas dos vértices uma variação centimétrica, com exceção dos vértices 3 e 8 referente a coluna  $\Delta YL$  e dos vértices 2, 6, 7 e 8 referente a coluna  $\Delta ZL$ . Já a segunda etapa da tabela que compreende a diferença das coordenadas no plano topográfico local com o método relativo solução exata também apresentou na maioria das coordenadas dos vértices variação centimétrica, exceto a coordenada do vértice 8, referente a coluna  $\Delta XL$ , as coordenadas dos vértices 2, 8 e 9 referentes a coluna  $\Delta YL$  e na coluna  $\Delta ZL$  os vértices 2, 4, 6 e 7.

#### **4.8 Avaliação estatística da regressão linear entre os valores obtidos pelo MRSL x PET, MRSE x PET e MRSL x MRSE.**

A análise estatística da regressão linear entre os valores obtidos nos diferentes procedimentos, foi feito através de um modelo matemático que permita a estabelecer a relação entre as variáveis envolvidas neste estudo.

Para este estudo foi adotado o modelo de regressão linear simples e a metodologia descrita em Costa Neto (1977). O modelo matemático utilizado foi uma função linear do tipo  $Y = a + bx$ , onde  $a$  é o coeficiente linear,  $b$  é o coeficiente angular.

Os valores de  $a$  e  $b$  obtidos na regressão linear entre os valores das coordenadas dos vértices ( $y$ ) da poligonal determinados através pelo método relativo solução linearizada (MRSL) e os valores das coordenadas dos vértices ( $x$ ) obtidas pelo método relativo solução exata (MRSE), podem ser encontrados na tabela 10.

Ainda na tabela 10, podem ser vistos os valores de  $a$  e  $b$  obtidos na regressão linear entre os valores das coordenadas dos vértices ( $x$ ) da poligonal determinados através pelo método relativo solução linearizada e os valores das coordenadas dos vértices ( $y$ ) obtidas pelo método do caminhamento perimétrico com estação total (PET)

Os valores de  $a$  e  $b$  obtidos na regressão linear entre os valores das coordenadas dos vértices ( $x$ ) da poligonal determinados através pelo método relativo solução exata e os valores das coordenadas dos vértices ( $y$ ) obtidas pelo método do

caminhamento perimétrico com estação total (PET), também podem ser vistos na tabela 10.

Na mesma tabela 10, podem ser encontrados o coeficiente de determinação ( $r^2$ ), o valor do teste t do coeficiente a ( $t_a$ ), o valor do teste t do coeficiente b ( $t_b$ ), o valor do teste t obtido em uma tabela ( $t_{tab}$ ) e o resultado estatístico (S ou NS) de cada uma das três análises realizadas.

Tabela 10 – Valores do coeficiente linear, do coeficiente angular, do coeficiente de determinação, do teste de significância relativo ao coeficiente linear, do teste de significância relativo ao coeficiente angular e a significância do teste de comparação, ao nível de 95% de probabilidade.

Método	a	b	$r^2$	Valores de t (95%)			Obs	Obs
				$t_a$	$t_b$	$t_{tab}$		
MRSE X MRSL	-0,0004	0,999863	0,999999	0,13	0,92	2,06	NS	NS
MRSL X PET	-0,0440	1,000520	0,999995	0,21	1,36	2,06	NS	NS
MRSE X PET	-0,0004	1,000540	0,999996	0,04	1,25	2,06	NS	NS

A primeira linha da tabela 10, mostra o valor absoluto de  $a = 0,0004$  e  $b = 0,999863$  e o coeficiente de determinação  $r^2 \approx 1$  obtidos na regressão linear resultante da comparação entre os valores das coordenadas dos vértices (y) da poligonal determinados através pelo método relativo solução linearizada (MRSL) e os valores das coordenadas dos vértices (x) obtidas pelo método relativo solução exata (MRSE).

O valor do teste estatístico t para o coeficiente a é 0,13 e o valor do teste t para o coeficiente b é 0,92 sendo nos dois casos menores do que o valor do teste t obtidos em uma tabela estatística é 2,06, considerando-se 54 graus de liberdade e um nível de confiança de 95%.

Esse resultado indica que  $a \equiv 0$  e  $b \equiv 1$  e que não existe diferença estatística (NS) entre os dois procedimentos, ou seja, pode-se afirmar com 95% de confiança que o processamento feito com o procedimento da formulação linearizada é igual ao processamento feito com o procedimento da formulação exata, quando da aplicação do método relativo para a obtenção das coordenadas dos vértices de uma poligonal.

A segunda linha da tabela 10, mostra o valor absoluto de  $a = 0,044$  e  $b = 1,000520$  e o coeficiente de determinação  $r^2 \approx 1$  obtidos na regressão linear

resultante da comparação entre os valores das coordenadas dos vértices (y) da poligonal determinados através pelo método relativo solução linearizada (MRSL) e os valores das coordenadas dos vértices (x) obtidas pelo método do caminhamento perimétrico com estação total (PET).

O valor do teste estatístico t para o coeficiente a é 0,21 e o valor do teste t para o coeficiente b é 1,36 sendo nos dois casos menores do que o valor do teste t obtidos em uma tabela estatística é 2,06, considerando-se 54 graus de liberdade e um nível de confiança de 95%.

Esse resultado indica que  $a \equiv 0$  e  $b \equiv 1$  e que não existe diferença estatística (NS) entre os dois procedimentos, ou seja, pode-se afirmar com 95% de confiança que as coordenadas dos vértices da poligonal feitas com GPS e processamento dos dados feito com o método relativo e formulação linearizada não diferem das coordenadas dos vértices da poligonal obtidas pelo método do caminhamento perimétrico com estação total (PET).

A terceira linha da tabela 10, mostra o valor absoluto de  $a = 0,0004$  e  $b = 1,000540$  e o coeficiente de determinação  $r^2 \approx 1$  obtidos na regressão linear resultante da comparação entre os valores das coordenadas dos vértices (y) da poligonal determinados através pelo método relativo solução linearizada (MRSL) e os valores das coordenadas dos vértices (x) obtidas pelo método do caminhamento perimétrico com estação total (PET).

O valor do teste estatístico t para o coeficiente a é 0,04 e o valor do teste t para o coeficiente b é 1,25 sendo nos dois casos menores do que o valor do teste t obtidos em uma tabela estatística é 2,06, considerando-se 54 graus de liberdade e um nível de confiança de 95%.

Esse resultado indica que  $a \equiv 0$  e  $b \equiv 1$  e que não existe diferença estatística (NS) entre os dois procedimentos, ou seja, pode-se afirmar com 95% de confiança que as coordenadas dos vértices da poligonal feitas com GPS e processamento dos dados feito com o método relativo e formulação exata não diferem das coordenadas dos vértices da poligonal obtidas pelo método do caminhamento perimétrico com estação total (PET).

A figura 17 mostra a comparação gráfica dos valores das coordenadas dos pontos da poligonal obtidas através do método relativo solução linearizada (y) com o método relativo solução exata (x).

Podemos verificar que a reta ajustada com os valores das coordenadas dos vértices coletados com GPS e processados através do método relativo solução linearizada com os valores das coordenadas dos vértices coletados com GPS e processados através do método relativo solução exata se distribuem sobre a reta que parte da origem dos eixos e forma um ângulo de  $45^\circ$  (que corresponde ao coeficiente angular igual a 1).

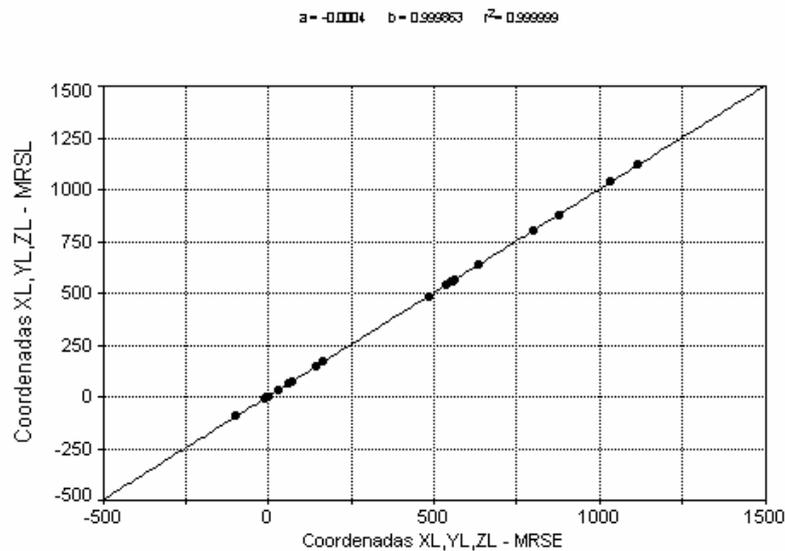


Figura 17 – Regressão linear do MRSE x MRSL

A observação da forma de distribuição dos valores oriundos dos diferentes procedimentos na figura 17 permite deduzir que foi indiferente a aplicação de um ou outro método na obtenção das coordenadas dos vértices da poligonal.

A figura 18 mostra a comparação gráfica dos valores das coordenadas dos vértices da poligonal obtidas através do método relativo solução linearizada (x) com o método do caminhamento com estação total (y).

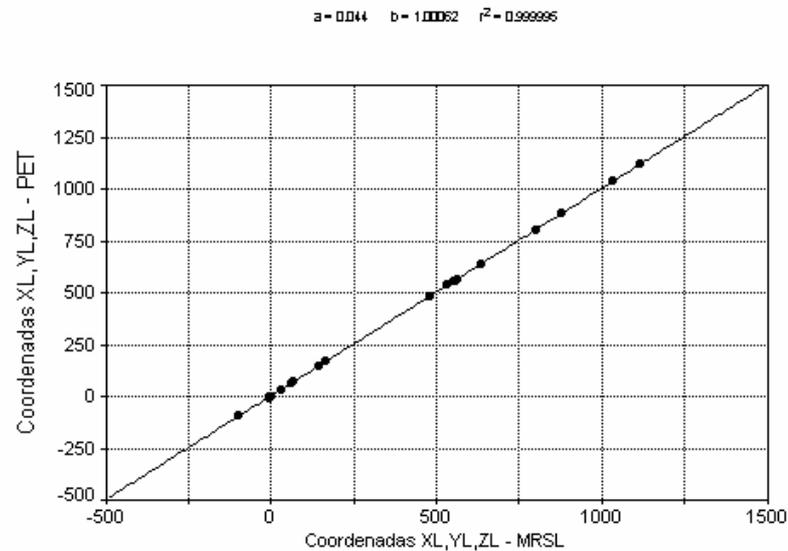


Figura 18 – Regressão linear do MRSL x PET

A reta ajustada com os valores das coordenadas dos vértices coletados com GPS e processados através do método relativo solução linearizada com os valores das coordenadas dos vértices determinados com estação total parte da origem dos eixos e forma um ângulo de 45° (que corresponde ao coeficiente angular igual a 1).

A observação da forma de distribuição dos valores oriundos dos diferentes procedimentos na figura 18 permite deduzir que a aplicação do método relativo solução linearizada foi capaz de estimar satisfatoriamente as coordenadas dos vértices da poligonal implantada com estação total para a realização do trabalho.

A figura 19 mostra a comparação gráfica dos valores das coordenadas dos vértices da poligonal obtidas através do método relativo solução exata (x) com o método do caminhamento com estação total (y).

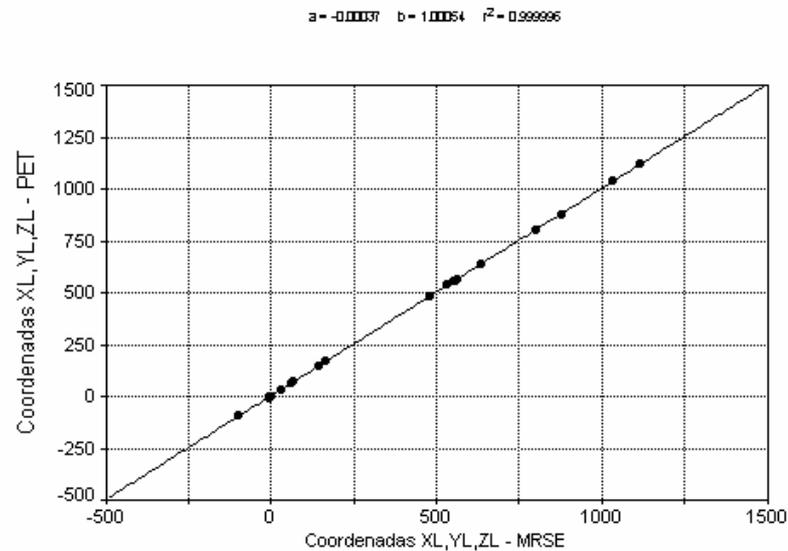


Figura 19 – Regressão linear do MRSE x PET

A reta ajustada com os valores das coordenadas dos vértices coletados com GPS e processados através do método relativo solução exata com os valores das coordenadas dos vértices determinados com estação total parte da origem dos eixos e forma um ângulo de 45° (que corresponde ao coeficiente angular igual a 1).

A observação da forma de distribuição dos valores oriundos dos diferentes procedimentos na figura 19 permite deduzir que a aplicação do método relativo solução exata foi capaz de estimar satisfatoriamente as coordenadas dos vértices da poligonal implantada com estação total para a realização do trabalho.

Os valores dispostos nas tabelas anteriores que apresentaram variação maior que a centimétrica, justifica-se pelo horário em que os dados foram coletados pelos receptores GPS em cada um dos vértices da poligonal.

## 5 CONCLUSÕES

De acordo com a análise dos resultados obtidos e levando em consideração as condições em que o trabalho foi realizado pode-se concluir que:

a) o cálculo das coordenadas dos vértices com receptores GPS pode ser realizado utilizando-se a solução exata.

b) o cálculo das coordenadas dos vértices com receptores GPS utilizando-se a solução exata é realizada com precisão comparável à solução linearizada.

c) o cálculo das coordenadas dos vértices com receptores GPS utilizando-se a solução exata quando comparada com as coordenadas dos vértices obtidas com estação total apresentou desempenho superior ao cálculo das coordenadas dos vértices com receptores GPS utilizando-se a solução linearizada.

d) o cálculo das coordenadas dos vértices com receptores GPS utilizando-se a solução exata é realizada de forma mais rápida e de forma mais didática, sendo assim compreendida mais facilmente.

Levando em consideração as comparações realizadas neste trabalho e as considerações acima feitas recomenda-se o uso da solução exata para o cálculo das coordenadas dos vértices com receptores GPS.

## 6 Referências

BERNARDI, J.V.E. & LANDIM, P.M.B. **Aplicação do Sistema de Posicionamento Global (GPS) na coleta de dados**. DGA, IGCE, UNESP/ Rio Claro, Lab. Geomatematica, Texto didático 10,31 p.p.2002. Disponível em :< [http://www.rc.unesp.br/igce/aplicada/texto\\_di.htm](http://www.rc.unesp.br/igce/aplicada/texto_di.htm)> Acesso em:14 de março de 2006.

BRICENO, J.G. **Avaliação do posicionamento estático para distâncias médias**.Boletim de ciências geodésicas, Curitiba, v.7, n.2, p. 79-88, 2001.

BOCK,Y. **Reference system GPS for geodesy**.Berlin; Ed. Verlag,1996, p.3-36.

COELHO, Antonio C., S. **Avaliação do Desempenho de Receptores GPS em Levantamentos Altimétricos, para fim de Sitematização de terras**. 2003. 128p. Dissertação (Mestrado em Agronomia) – Escola Superior de Agricultura “ Luiz de Queiroz”, Universidade de São Paulo, Piracicaba.

COSTA NETO, P.,L. DE O. **Estatística**. São Paulo: Edgard Blücher, 1977.

COSTA, M. F., LAGO, I.F., PRADO, A. **Análise do processamento de dados GPS em função das diferentes condições de rastreo**. Boletim de ciências geodésicas, Curitiba, v.8, n.1, p.17-24, 2002.

CORSEUIL, Cláudia W. **Reconstituição de uma Poligonal Topográfica pelo Sistema de Posicionamento Global**. 2001, 69 f, Dissertação (Mestrado em Engenharia Agrícola) - Universidade Federal de Santa Maria, Santa Maria.

DOTORI, M., NEGRAES, R.**GPS: Global Positioning System**.São Paulo : Editora Fitipaldi, 1997.64p.

FONTANA, Sandro. **Sistema de Posicionamento Global GPS: A Navegação do Futuro**. Porto Alegre : Editora Mercado Aberto,2002, 303p.

FORTES, L. P. S. **Especificações e normas gerais para levantamentos GPS**. (versão preliminar) Fator GIS – **Revista do Geoprocessamento**., n. 05, p. 31-34, 1994.

FORTES, L.P.S. **Operacionalização da Rede Brasileira de Monitoramento Contínuo do Sistema GPS (RBMC)**. 1997.152p. Dissertação de mestrado – Instituto Militar de Engenharia, Rio de Janeiro.

GEMAEL, C. **Introdução ao ajustamento de observações: aplicações geodésicas**.Curitiba. Ed. UFPR Curitiba, 1994. 283p.

GILBERT, C. GPS-Performance sob coberturas vegetais. **Fator GIS**.,v.5, n.18, p.52-53;1997.

GOAD, Clyde,C. Single – Site GPS Models **IN:GPS for Geodesy**, Peter J. G. Teunissen, Alfred Kleusberg (Eds), 2 nd ed, Berlin: Springer, 1998, cap. 10, p. 437-456.

HOFMANN-WELLENHOF, B., LICHTENEGGER H.&COLLINS J. **Global Position System: Theory and Praticce**. New York: Springer-Verlag Wien 1997. 389p.

LEICK, A. **GPS Satélite Surveying**.New York, Ed. John Wiley & Sons, Inc,560p., 1996.

LOCH, C., CORDINI, J. **Topografia Contemporânea: planimetria**. Florianópolis: Universidade Federal de Santa Catarina, 1995. 320p.

MAIA, T. C. B. **Estudo e análise de poligonais segundo a NBR 13.1323 e o sistema de posicionamento global**.1999, 176p, Dissertação (Mestrado em Transportes) – Escola de Engenharia de São Carlos – Universidade de São Paulo, São Paulo.

MOLIN, J. P. **Utilização de GPS em Agricultura de Precisão**.Engenharia Agrícola, Jaboticabal, v. 17, n.3, p. 121 – 132, 1998.

MONICO, João Francisco Galera. **Posicionamento pelo NAVSTAR – GPS: descrição fundamentos e aplicações**. São Paulo: Editora UNESP,2000 . 287p.

NIMA- **National Imagery And Mapping Agency**, St. Louis, Departament of Defence World Geodetic System, Nima TR 8250.2, 3 rd., 1997,171p.

PRATES, G. **Navstar GPS – Sistema de Posicionamento Global**, Lisboa Escola Superior de Tecnologia da Universidade do Algarve, 2004, 18p.

PIERRE, Gustavo M.. **Ambiente Integrado para Posicionamento em Operações Militares**. 2002, 63p. Dissertação ( Mestrado em Ciências em Informática) – Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro.

REMONDI, B. W. **Performing Centimeter – Level Surveys in Seconds with GPS Carrier Phase: Initial Results**. Journal of Navigation, v.3, Institute of Navigation, 1986.

ROBAINA, A. D. **Sistema de posicionamento global: GPS**. Santa Maria: Departamento de Engenharia Rural, Universidade Federal de Santa Maria, 2004, 100 p. (Apostila do Curso de georreferenciamento de Imóveis Rurais).

Sá, N. C. de **GPS. Fundamentos e aplicações**. São Paulo: IAG/USP, Departamento de Geofísica 2000, 98p.

SEGANTINE, P.,C.,L. **GPS – Sistema de Posicionamento Global**, Escola de Engenharia de São Carlos, Departamento de Transportes, 1998, 181p.

SEGANTINE, P. C. L. **GPS – Sistema de Posicionamento Global**, São Carlos: Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, 2005, 364p.

SEEBER, G. **Satellite geodesy: foundations, methods and applications**. Berlin, New York: Walter de Gruyter, 1993. 356p.

SILVA, A.S. **GPS(Global Positioning System)**. Viçosa: Universidade Federal de Viçosa, 1997.117p.

SOBEL, D. **Longitude: a verdadeira história de um gênio solitário que resolveu o maior problema científico do Século XVIII**. Rio de Janeiro: Ediouro, 1996.144p.

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA MARIA**. Pró-Reitoria de Pós-Graduação e Pesquisa. Estrutura e apresentação de monografias, dissertações e teses: MDT. Universidade Federal de Santa Maria. 6. ed., Santa Maria: ED> UFSM, 2005.

VETTORAZZI, C. A., ANGOLO FILHO, R., COUTO, H.T.Z. **Sistema de posicionamento global – GPS**. Engenharia Rural, Piracicaba v.5, n.2, p. 61 – 70, 1994.