

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA MARIA
UNIVERSIDADE ABERTA DO BRASIL
CENTRO DE ARTES E LETRAS
CURSO DE ESPECIALIZAÇÃO EM TECNOLOGIAS DA
INFORMAÇÃO E DA COMUNICAÇÃO APLICADAS À EDUCAÇÃO

GISELE SCREMIN

**SOFTWARE DESMOS COMO FERRAMENTA DE ENSINO E
APRENDIZAGEM DE DERIVADAS**

Santa Maria, RS
2017

Gisele Scremin

**SOFTWARE DESMOS COMO FERRAMENTA DE ENSINO E
APRENDIZAGEM DE DERIVADAS**

Artigo de Conclusão de Curso apresentado ao Curso de Especialização Tecnologias da Informação e Comunicação Aplicadas à Educação (EAD), da Universidade Federal de Santa Maria (UFSM, RS), como requisito parcial para obtenção do grau de **Especialista em Tecnologias da Informação e Comunicação Aplicadas à Educação.**

Aprovado em 24 de junho de 2017:

Ana Marli Bulegon, Doutora (UFSM)

Giliane Bernardi, Doutora (UFSM)

Vanessa Ribas Fialho, Doutora (UFSM)

Santa Maria, RS
2017

SOFTWARE DESMOS COMO FERRAMENTA DE ENSINO E APRENDIZAGEM DE DERIVADAS

DESMOS SOFTWARE AS A TEACHING AND LEARNING TOOL FOR DERIVATIVES

Gisele Scremin¹, Ana Marli Bulegon²

RESUMO

A presente pesquisa, de cunho predominantemente qualitativo, é exploratória e teve como público alvo 15 alunos da disciplina de Cálculo I, do curso de Agronomia, de uma instituição pública de ensino do RS. O objetivo desse trabalho foi desenvolver e aplicar uma Unidade de Aprendizagem para o ensino de variações de funções através do conceito de derivadas, com auxílio do *software* Desmos, com a pretensão de responder a nossa questão de pesquisa: Quais as contribuições do *software* Desmos para a aprendizagem de variações de funções referentes ao conceito de derivadas? A presente questão surgiu através da observação da turma na qual seria desenvolvida uma intervenção pedagógica proposta por uma disciplina de Mestrado. Através desta observação foi possível diagnosticar algumas dificuldades dos alunos referentes a compreensão das funções, seus gráficos e o conceito de derivadas, bem como perceber que a turma era bastante heterogênea e introvertidos. Frente a estas dificuldades partiu-se para a construção e aplicação de uma Unidade de Aprendizagem que contemplasse atividades exploratórias de construção de gráficos de funções com o *software* Desmos, e análise do comportamento da função e de suas derivadas de primeira e segunda ordem, com o objetivo de promover a aprendizagem dos alunos e incentivar sua participação e autonomia durante as aulas. De modo geral as contribuições para a aprendizagem se deram no aspecto da visualização, análise e comparação, o que proporcionou aos alunos um ambiente de descoberta, tornando o ensino mais dinâmico e interessante.

Palavras-chave: Calculadora Desmos; Ensino de Derivadas; Gráfico de funções.

ABSTRACT

The research present, of predominantly qualitative nature, is exploratory and had as of target audience of students 15 of the discipline of Calculus I, of the Agronomy course, of a public teaching institution of RS. The purpose of this work was to develop and apply a Learning Unit for the teaching of variations of functions through the concept of derivatives, with the help of Desmos software, with the aim of answering our research question: What are the contributions of Desmos software to Learning of variations of functions related to the concept of derivatives? The present question arose through the observation of the class in which a pedagogical intervention proposed by a Master's discipline would be developed. Through this observation it was possible to diagnose some difficulties of the students regarding the understanding of the functions, their graphs and the concept of derivatives, as well as to notice that the class was quite heterogeneous and introverted. Facing these difficulties, we set out to construct and apply an Apprenticeship Unit that contemplated exploratory activities of construction of function graphs with the Desmos software, and analysis of the behavior of the function and its first and second order derivatives, with the objective of promoting student learning and encouraging their participation and autonomy during class. In general, the contributions to learning took place in the aspect of visualization, analysis and comparison, which gave the students a discovery environment, making teaching more dynamic and interesting.

Keywords: Desmos Calculator; Derivative Teaching; Functions graph

¹ Especializanda em Tecnologias da Informação e Comunicação Aplicadas à Educação, UFSM.

² Doutora em Informática na Educação, UFSM.

1 INTRODUÇÃO

A disciplina de Cálculo Diferencial e Integral (doravante denominada de Cálculo I) é uma das mais tradicionais do Ensino Superior e se faz presente na grande maioria dos cursos de Graduação da área das Exatas, demonstrando sua amplitude e importância, como base referencial para a compreensão do desenvolvimento científico e tecnológico desde que foi proposta por Newton, na Inglaterra, e Leibnitz, na Alemanha, há trezentos anos. Apesar de sua importância, o ensino de Cálculo ainda apresenta – se de maneira original, sendo considerada uma das disciplinas com maior dificuldade de aprendizado por parte dos alunos.

Frente a esta realidade, faz-se necessário que o professor busque, cada vez mais elementos motivadores e que promovam a aprendizagem de seus alunos. Neste aspecto podemos apontar o trabalho com uso de ferramentas tecnológicas, em especial, os *softwares*, que proporcionam um ambiente de trabalho interativo, com possibilidade de visualização e experimentação, promovendo a aprendizagem dos conceitos e conjecturas presentes nos conteúdos desta disciplina.

O uso de *softwares* apresenta-se como uma opção favorável para o processo e aprendizagem das variações de uma função, pois oportuniza a exploração e visualização gráfica. A visualização gráfica proporcionada pelo *software* é parte importante no processo de ensino e aprendizagem, principalmente na área de matemática, pois permite engajar conceitos e significados que podem ser facilmente incorporados a solução simbólica de problemas ou conteúdo. Segundo Arcavi (2003),

A visualização tem um poderoso papel complementar, onde se pode destacar três aspectos: a visualização como apoio a resultados essencialmente simbólicos; uma maneira possível para resolver conflitos entre soluções simbólicas (corretas) e (incorretas) com intuições; como ajuda a reengajar e recuperar os fundamentos conceituais que podem ser facilmente contornados por soluções formais. (ARCAVI, 2003, p. 222-223, tradução nossa).

A gama de *softwares* existentes atualmente é considerada relevante, principalmente aqueles que exploram o gráfico de funções, possibilitando um trabalho diferenciado que integre os conceitos algébricos e numéricos aos aspectos gráficos e geométricos.

A partir deste contexto e ao considerar a importância do aspecto visual estar associado ao algébrico e numérico na abordagem de conceitos matemáticos em relação a funções e suas derivadas, buscamos através deste trabalho responder à **questão de pesquisa**: quais as contribuições do *software* Desmos para a aprendizagem de variações de funções referentes ao conceito de derivadas? Tendo como objetivo verificar as contribuições do uso do *software* (<https://www.desmos.com/>), por meio da construção e aplicação de uma Unidade de

Aprendizagem sobre o tema, com ênfase na exploração gráfica dos conceitos que envolvem este conteúdo.

A presente pesquisa de cunho qualitativo, é exploratória e foi desenvolvida por meio de uma intervenção pedagógica na disciplina de Cálculo I, tendo por público alvo de 15 alunos do curso de Agronomia de uma IES pública do RS. A questão de pesquisa surgiu a partir da observação da turma na qual seria desenvolvida a intervenção pedagógica proposta por uma disciplina de Mestrado de uma IES privada do RS.

A partir da observação foi possível diagnosticar algumas dificuldades dos alunos referentes à compreensão das funções, seus gráficos e o conceito de derivadas. Frente a estas dificuldades partiu-se para a construção e aplicação de uma Unidade de Aprendizagem (UA) que contemplasse atividades exploratórias de construção de gráficos de funções com o *software* Desmos, e análise do comportamento da função e de suas derivadas de primeira e segunda ordem, com o objetivo de promover a aprendizagem dos alunos e incentivar sua participação e autonomia durante as aulas. O *software* Desmos foi o escolhido, pois apresenta em sua janela de visualização aspectos algébricos e geométricos ao mesmo tempo que permite aos estudantes analisarem a relação entre as duas formas de representação do conhecimento.

2 USO DE TECNOLOGIAS NO ENSINO DE CÁLCULO I

Meyer e Souza (2002) por meio de suas pesquisas apontam que no Brasil, o ensino do Cálculo tem sido responsabilizado por um grande número de reprovações e de evasões de estudantes universitários. É comum em nossas universidades a reclamação, por parte dos alunos ou por parte dos professores de outras áreas, da inexistência de esforços para tornar o Cálculo I interessante ou útil.

Usualmente a metodologia utilizada pela maioria dos professores é a tradicional, que se caracteriza pelo ensino a partir de definições, seguida de enunciados, teoremas e demonstrações, finalizando com exercícios. Alguns autores fazem críticas a esse tipo de metodologia, como Barbosa (2004) que expressa da seguinte forma:

[...] no modelo tradicional do ensino da matemática, que valoriza, em excesso, a função de memorização e o rigor de regras, fórmulas, teoremas, demonstrações, situados no campo da abstração, que o aluno não está acostumado, gerando um certo tipo de contaminação científica tanto na aprendizagem do aluno como na prática pedagógica do professor (BARBOSA, 2004, p. 39).

Desta maneira, pode-se afirmar que a metodologia tradicional faz com que grande parte dos alunos aprenda de maneira mecânica, pois apenas resolvem questões aplicando fórmulas e

regras, sem ter compreensão nenhuma dos conceitos envolvidos na resolução destas. Levando-os a serem estimulados a aprender por meio de um processo mecânico, ao invés de compreenderem e aplicarem os conceitos trabalhados de forma significativa.

Propostas pedagógicas têm surgido na tentativa de minimizar os efeitos desta problemática, como a utilização de mídias³ e Tecnologias de Informação e Comunicação (TIC), onde podemos citar os *softwares*, *applets*, objetos de aprendizagem, entre outros. Além disso, o processo de ensino, muitas vezes, baseia-se em metodologias como Modelagem Matemática, Resolução de Problemas, dentre outros.

Para Silva (1994, p. 6),

Um dos caminhos que pode ensejar maior produtividade no processo de ensino e aprendizagem no Cálculo Diferencial e Integral I pode estar na diversificação das formas de abordagem de cada tema a ser apresentado, a partir do que se adapta a cada um destes, da condição intrapessoal e interpessoal de cada docente, do nível de aprofundamento desejado, etc.

Neste contexto, Sestokas, Castanheira e Filho (2002) salientam a necessidade de reflexão quanto a criação de espaços de aprendizagem mais adequados, por meio da incorporação de tecnologias, o uso de ferramentas computacionais na melhoria da qualidade educacional.

Algumas pesquisas sobre a utilização de TIC no ensino de Cálculo I vêm sendo realizadas, como Alves e Reis (2010) e destacando como contribuições a visualização, a abertura de conjecturas e o dinamismo do ambiente, além da mudança da postura dos alunos, possibilitando a inovação no ensino como uma ferramenta auxiliar na construção de conceitos.

Esta tecnologia está ao alcance dos alunos e professores, fazendo - se necessário usufruir delas para melhorar a aprendizagem dos mesmos. É neste momento que o professor pode pensar uma metodologia de ensino que esteja vinculada a realidade do aluno, onde o mesmo possa aprender ou assimilar conceitos de maneira natural no processo de ensino e aprendizagem. Um destes recursos são os meios tecnológicos, que associados a uma metodologia ou método de ensino pode contribuir para a aprendizagem de conceitos, em especial de derivadas e suas aplicações.

Para o trabalho com gráficos de funções e suas derivadas, opta-se por recursos tecnológicos como as calculadoras gráficas, e aplicativos e *softwares* gráficos, como auxílio na demonstração de conceitos algébricos e numéricos, explorando o conceito gráfico e /ou

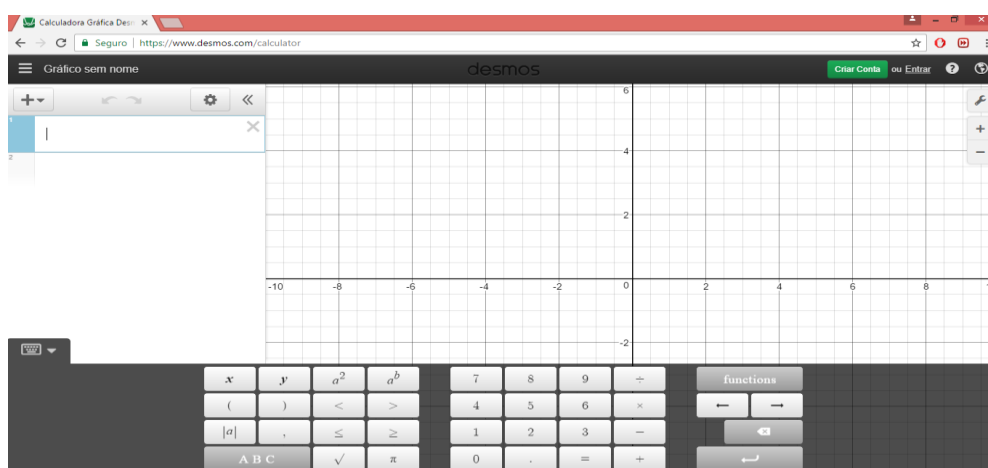
³ Conjunto dos diversos meios de comunicação, com a finalidade de transmitir informações e conteúdos variados. Atualmente se divide em dois tipos: analógica e digital/eletrônico. Exemplos: jornais, televisão, rádio e a internet.

geométrico, com intuito de despertar o olhar crítico dos alunos sobre estes conceitos e suas devidas relações. O *software* selecionado para este trabalho foi o Desmos, por ser *online* e gratuito, de fácil acesso e interface em português, o que vem a contribuir em sua exploração, além de apresentar em sua janela de visualização aspectos algébricos e geométricos.

3 SOFTWARE DESMOS

O *software* Desmos (<https://www.desmos.com/>), destina-se a construção de gráficos e apresenta basicamente duas colunas: uma algébrica (pode-se inserir uma expressão, nota, tabela, pasta e imagem); uma de visualização gráfica, com malha quadriculada. Além disso, pode-se dispor de uma calculadora na própria tela.

Imagem 1: Tela inicial do *Software* Desmos



Fonte: <https://www.desmos.com/>

As funções desse *software* são semelhantes a uma calculadora gráfica. Podemos destacar algumas de suas potencialidades como: construir pontos, inserir tabelas, anotações, controle deslizante, gráficos de funções (com ou sem restrições de domínio), cônicas e regiões do plano através de equações cartesianas, paramétricas ou polares, além de calcular expressões numéricas, resolver equações de primeiro e segundo grau com uma incógnita, derivadas e integrais de uma função.

Em relação às possíveis contribuições do uso do *software* para o ensino de Derivadas e suas aplicações, está relacionado a visualização gráfica, comandos básicos acessíveis e de fácil compreensão, a possibilidade de exploração de pontos isolados e domínios fechados, além da

animação que pode ser visualizada e trabalhada no ambiente, possibilitando ao aluno a construção do conhecimento por meio da visualização e interação com as atividades propostas.

Como principais características deste recurso podemos apontar: ser uma ferramenta *online* e de acesso gratuito; ser acessado por qualquer navegador de *internet* e por qualquer aparelho, seja, computador, *tablet*, *smartphone*; não precisa ser instalado no dispositivo, desde que esteja conectado; não requer cadastro de usuário para ser utilizado, mas possui a opção de cadastro de usuário do *Google*; é multi-idioma; funciona como uma plataforma de trabalho colaborativo, ou seja, permite compartilhar as atividades que podem ser utilizadas por outros usuários.

Para a digitação das funções utiliza-se a coluna da esquerda que apresenta uma sequência de linhas numeradas. O lado direito da tela é destinado ao traçado das curvas, apresenta o plano cartesiano com suas coordenadas. Abaixo está o teclado com números e letras, sinais matemáticos e os comandos para potência, raiz e módulo. E ainda na tecla “functions”, é possível calcular as funções trigonométricas, suas inversas e hiperbólicas, estatística, máximo divisor comum, mínimo múltiplo comum.

Frente ao conceito de derivada e a análise do comportamento de uma função, é possível demonstrar e construir com o *software* Desmos, tanto a função original quanto a de sua derivada primeira e segunda, possibilitando o comparativo e análise dos gráficos construídos, ou se necessário a ocultação de um deles para um trabalho mais isolado.

Os conceitos relacionados a derivada, podem ser analisados de maneira a proporcionar o entendimento do processo algébrico, possibilitando a compreensão e contribuindo para a análise de gráficos que muitas vezes não são explorados.

4 TRABALHOS CORRELATOS

Para este trabalho optamos por analisar os artigos publicados nas três últimas edições do ENEM (Encontro Nacional de Educação Matemática), X, XI e XII edições, dos anos 2010, 2013 e 2016, para poder buscar referências da utilização do *software* Desmos como ferramenta educacional no ensino Derivadas. Para a busca dos artigos, foi levado em consideração as palavras-chaves e os títulos dos trabalhos que remetessem o ensino de Derivadas com uso do *software* Desmos.

Após a leitura e análise dos trabalhos neste evento, percebeu-se que o *software* Desmos ainda não havia sido explorado como ferramenta educacional para o ensino e aprendizagem de

Derivadas, o que nos levou a analisar os artigos que utilizaram de diferentes *softwares* para o ensino de Derivadas.

Neste contexto foram encontrados 3 (três) trabalhos relacionados a temática, *Softwares para o ensino de Derivadas*. No Quadro 1, elencamos estes trabalhos.

Quadro 1: Artigos sobre uso de *softwares* no ensino de Derivadas

Autores	Atividades	Recurso Tecnológico	Relevância
⁴ Alves, Correia e Melo (2013)	Atividades Exploratórias/ Alunos	<i>Software Geogebra</i>	Visualização/ investigação
⁵ Jover (2013)	Atividades Exploratórias/Alunos	<i>Softwares Geogebra e Graphmatica</i>	Visualização/ Experimentação
⁶ Reis e Martins Júnior (2016)	Atividades Exploratórias/ Professores	<i>Software Geogebra</i>	Confrontação entre aspecto algébrico/ aspecto visual

Fonte: Elaborado pela autora

De acordo com os autores desses artigos, o uso de diferentes *softwares* possibilitou a compreensão dos conceitos envolvidos no caso das Derivadas e sua exploração gráfica, demonstrando que o recurso gráfico pode contribuir no aspecto de visualização do objeto de estudo, proporcionando um ambiente dinâmico e interativo tanto ao aluno quanto ao professor.

A escolha do *software* Desmos como ferramenta para o desenvolvimento da Unidade de Aprendizagem se deu pelo fato deste ser de fácil manuseio e acesso, não havendo necessidade de exploração de suas ferramentas anteriores a aplicação em aula, o que minimiza o tempo e auxilia em sua compreensão.

5 METODOLOGIA

A presente pesquisa, de cunho predominantemente qualitativo, é uma pesquisa exploratória, pois pretende analisar as contribuições geradas pelo uso de um programa computacional junto a um determinado grupo de pessoas que compartilham o mesmo ambiente e a mesma experiência.

⁴ Disponível em: <http://sbem.web1471.kinghost.net/anais/XIENEM/pdf/61_1994_ID.pdf>

⁵ Disponível em: <http://sbem.web1471.kinghost.net/anais/XIENEM/pdf/954_957_ID.pdf>

⁶ Disponível em: <http://www.sbembrasil.org.br/enem2016/anais/pdf/8057_3666_ID.pdf>

Para atender os objetivos e responder à questão desta pesquisa optou-se, neste trabalho, por desenvolver e aplicar uma Unidade de Aprendizagem (UA) para o ensino de variações de funções através do conceito de derivadas, com auxílio do *software* Desmos.

O presente estudo realizou-se, em duas etapas: **primeiramente** foi realizado uma observação da turma de alunos do curso de Agronomia da disciplina de Cálculo I. Tal turma foi escolhida pelo fato de estarem trabalhando com o conteúdo de Derivadas. Por meio desta observação foi possível elencar uma problemática na turma, que estava relacionada a dificuldade de compreensão das funções e seus gráficos, bem como o conceito de derivadas, além de serem uma turma bastante heterogênea e introvertidos, o que dificultava muitas vezes o trabalho docente, no aspecto de participação.

Em razão desta observação e problemáticas observadas, partimos para a **segunda etapa** desta intervenção que foi a construção e aplicação da UA. Esta contemplou o comportamento das funções pela análise da Derivada, em um aspecto gráfico e numérico deste conceito.

Para a coleta de dados desta pesquisa utilizou-se, além da observação da turma, de um questionário aberto, duas fichas de trabalho e um teste de múltipla escolha. O questionário aberto, desenvolvido no final das atividades da UA, teve por objetivo fazer um levantamento de informações sobre a utilização de *software* pelos estudantes, dificuldades no manuseio do *software* Desmos e as contribuições do uso deste para a aprendizagem dos conceitos envolvidos. As fichas de trabalho 1 e 2, elencaram as atividades a serem desenvolvidas com auxílio do *software* Desmos, foram preenchidas nos encontros presenciais da disciplina de Cálculo I, do curso de Agronomia, de uma Universidade pública do RS. O teste final foi aplicado pelo professor regente da turma como parte da avaliação da disciplina, com a finalidade de verificar se os conceitos trabalhados foram compreendidos.

6 METODOLOGIA DE TRABALHO

As atividades que compõem a UA sobre Derivadas, são apresentadas no Quadro 2.

Quadro 2: Atividades da Unidade de Aprendizagem

(continua)

Data da Atividade	Tempo de duração	Conteúdo	Objetivos
1ª Ficha – 05/05/2017	4 h/a	Crescimento e decrescimento de uma Função pelo teste da derivada. Extremos relativos de uma função (Máximos e Mínimos).	1) Compreender a relação entre o crescimento e decrescimento de uma função pela análise da derivada, identificar pontos de máximos e mínimos; 2) Estabelecer relações entre o aspecto algébrico e gráfico da derivada de uma função.

Quadro 2: Atividades da Unidade de Aprendizagem

(conclusão)

Data da Atividade	Tempo de duração	Conteúdo	Objetivos
2ª Ficha – 12/05/2017	4 h/a	Teste da derivada Segunda e Ponto de Inflexão.	Identificar os conceitos de derivada segunda e ponto de inflexão por meio do gráfico de funções.

Fonte: Elaborado pela autora

O desenvolvimento da 1ª ficha foi composto de dois momentos: no **primeiro momento** dividiu-se a turma em duplas para o trabalho com a Ficha de Trabalho 1 (Quadro 3), cada um com seu computador ou aparelho móvel disponível. Após, distribuiu-se as fichas de trabalho e solicitou-se aos estudantes que acessassem o *software* Desmos no endereço eletrônico: <https://www.desmos.com/calculator>. Feito isso, explicou-se os comandos básicos do *software* para poder trabalhar com as funções e suas derivadas, uma vez que os estudantes não haviam trabalhado com o *software* ainda. Também foi disponibilizado previamente aos alunos uma pequena apostila sobre o conteúdo para complementar o trabalho realizado em aula.

Quadro 3: Ficha de Trabalho 1

(continua)

Questões	Ações
1)Construa o gráfico da seguinte função: $f(x) = x^3 + 3x^2 + 2$ usando o aplicativo Desmos	Esboço do gráfico
2)Calcule os valores de y para a função $f(x)$. Construa uma tabela com o Desmos com os seguintes valores para x : -3, -2.75, -2.5, -2.25, -2	Compare os resultados, o que acontece com os valores da imagem (y)?
3)Construa outra tabela com o Desmos agora com os seguintes valores para x : -2, -1.5, -1, -0.75, -0.50	Compare os resultados, o que acontece com os valores da imagem (y)?
4)Construa mais uma tabela com o Desmos, com os seguintes valores para x : 0.5, 0.75, 1, 1.25	Compare os resultados, o que acontece com os valores da imagem (y)?
5)Através dos resultados obtidos anteriormente, e observando o gráfico da função, quando podemos dizer que uma função é crescente? E decrescente?	Resposta:
6)Agora vamos traçar o gráfico da derivada de $f(x)$, denotado por $g(x)$. $g(x) = \frac{d}{dx} f(x)$ Utilize o seguinte comando:	Esboço do gráfico
7)Calcule os valores de y para a função $g(x)$ Construa uma tabela com o Desmos com os seguintes valores para x em $g(x)$: -3, -2.75, -2.5, -2.25.	Os valores encontrados são positivos ou negativos?

Quadro 3: Ficha de Trabalho 1

(conclusão)

Questões	Ações
8)Construa outra tabela com o Desmos agora com os seguintes valores para x em $g(x)$: -2, -1.5, -1, -0.75, -0.50	Os valores encontrados são positivos ou negativos?
9)Construa mais uma tabela com o Desmos agora com os seguintes valores para x em $g(x)$: 0, 0.5, 0.75, 1	Tabela
10)Identifique os intervalos onde o gráfico de $g(x)$ é positivo. E onde o intervalo é negativo. Compare o resultado com o crescimento e decrescimento de $f(x)$.	Resposta
11)Como podemos denotar o crescimento e decrescimento da função por meio da sua derivada primeira?	Resposta
12)Se fizermos $\frac{d}{dx} f(x) = 0$ que valores encontramos? Observe o gráfico de $f(x)$ e marque os pontos encontrados. O que acontece com a $f(x)$ nestes referidos pontos?	Resposta
13)Calcule o coeficiente angular da reta que passa nestes pontos. Qual o seu valor?	Resposta
14)Trace as retas encontradas. Qual a posição destas retas em relação ao eixo x ?	Resposta
15)Selecione valores para x antes e depois dos pontos -2 e 0, o que aconteceu com a imagem antes e depois destes pontos?	Resposta

Fonte: Elaborado pela autora

Para auxiliar no processo de construção de conceitos, foram realizados cálculos necessários, estabelecendo as relações dos teoremas envolvidos neste processo. Os estudantes foram realizando as atividades propostas na ficha aos poucos, orientados pela professora que os indagou sobre as atividades de aprendizagem, oportunizando a discussão e análise das respostas obtidas com o auxílio do software.

Como **segundo momento** da atividade com a Ficha de Trabalho 1, os estudantes, ainda em duplas e com auxílio do *software* Desmos, realizaram as atividades que constam no Quadro 4, com a finalidade de avaliar a aprendizagem dos conceitos envolvidos.

Quadro 4: Atividades em aula

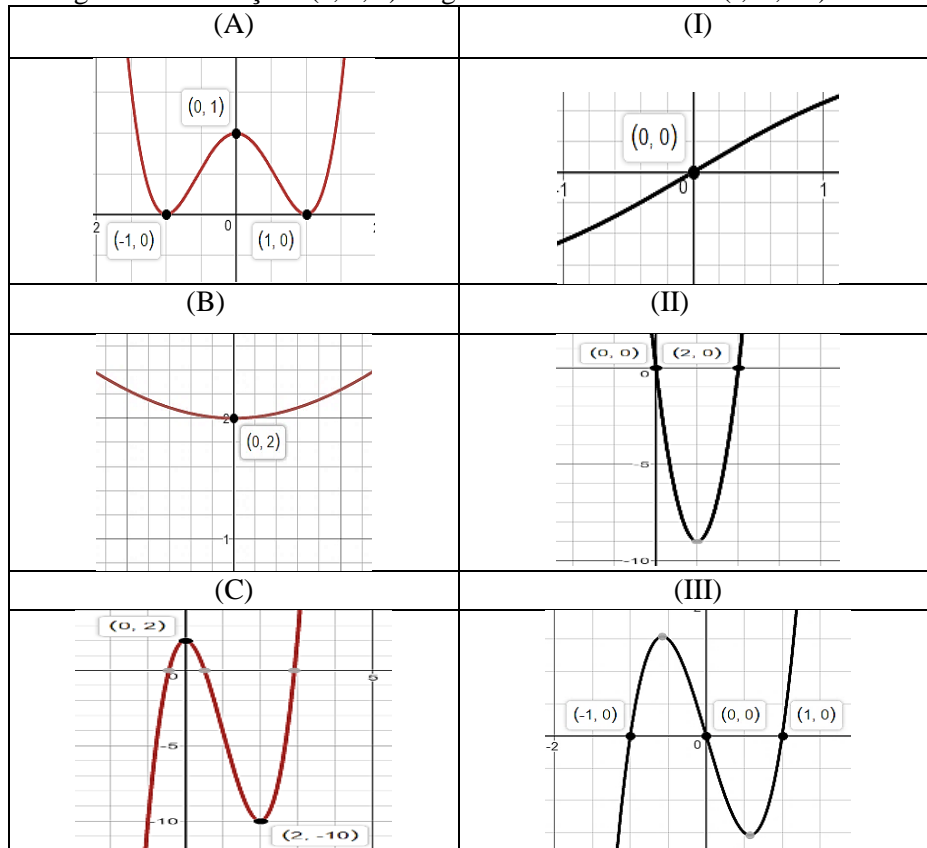
(continua)

<p>1) Construa o gráfico da função $f(x) = x^5 - 5x + 3$, utilizando o recurso computacional Desmos, e determine:</p> <p>a) Em que intervalos f é crescente? E decrescente? Explique.</p> <p>b) Em que valores de x a função tem um máximo ou mínimo relativo? Explique.</p>

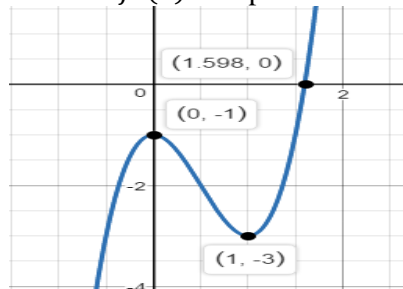
Quadro 4: Atividades em aula

(conclusão)

2) Associe o gráfico das funções (a, b, c) ao gráfico de sua derivada (I, II, III):



3) Observe o gráfico da função derivada $f'(x)$ e responda:



a) Em que intervalos a função $f(x)$ está crescendo?

b) Em que valores de x a função tem um máximo ou mínimo relativo?

4) Encontre os pontos de máximo e mínimo da função $f(x) = 3x^4 - 4x^3 - 12x^2 + 5$, se existirem.

5) Uma dona de casa deseja construir, uma pequena horta de formato retangular em seu quintal. Porém, ela possui apenas 20m de tela para cercá-la. Quais deverão ser as medidas dos lados do retângulo, para que o máximo de espaço seja aproveitado?

Fonte: Elaborado pela autora

Ainda foi disponibilizado aos estudantes uma lista de exercícios para serem realizados em casa e entregues na próxima aula. No segundo dia de aplicação, primeiramente foi retomado

o conteúdo da aula anterior, explorando novamente o gráfico de uma função com auxílio do *software* Desmos. Na sequência foi realizado o desenvolvimento da 2ª ficha, composto de dois momentos. **No primeiro momento**, foi distribuído a Ficha de Trabalho 2 (Quadro 5) e solicitado aos estudantes que acessassem o *software* Desmos, para realizar as atividades.

Quadro 5: Ficha de Trabalho 2

Questões	Ações
1. Construa o gráfico da seguinte função: $f(x) = x^3 - 3x^2 + 1$ usando o aplicativo Desmos.	Esboço do gráfico.
2. Construa o gráfico da derivada segunda, denotada por $h(x)$. Em que intervalo a função $h(x)$ é positiva? E negativa?	Resposta pessoal
3. Calcule o valor de y para $x = 1$ em $f(x)$. Por meio do aplicativo marque o ponto encontrado no gráfico da função $f(x)$.	Qual o valor de y ?
4. O que acontece com a concavidade da $f(x)$ para $x < 1$? E para $x > 1$?	Análise da concavidade
5. Qual a relação entre a concavidade da função e sua derivada segunda?	Resposta
6. Como podemos encontrar o ponto onde ocorre a mudança de concavidade de uma função?	Resposta

Fonte: Elaborado pela autora.

Como segundo momento da atividade com a Ficha de Trabalho 2, os estudantes, ainda em duplas e com auxílio do *software* Desmos, realizaram as atividades que constam no Quadro 6 com a finalidade de avaliar a aprendizagem dos conceitos envolvidos.

Quadro 6: Atividades em aula

<p>1. Utilizando o <i>Software</i> Desmos, construa o gráfico das funções e suas derivadas e determine o valor para os pontos de inflexão, em seguida confirme sua estimativa.</p> <p>a) $f(x) = x^4 - 2x^2 + 7$</p> <p>b) $f(x) = x^3 - 3x^2$</p> <p>2. Construa o gráfico da função derivada $f'(x) = x^2 - 4$ com o Desmos, e determine:</p> <p>a) Em que intervalos $f(x)$ é crescente? E decrescente?</p> <p>b) Em que intervalos o gráfico de $f(x)$ tem concavidade para cima? E para baixo?</p> <p>c) Os pontos de máximos, mínimos e de inflexão, se existirem.</p>

Fonte: Elaborado pela autora

7 DISCUSSÕES

Anterior ao desenvolvimento da UA, proposta para este trabalho, foi realizado a observação da turma, para analisar quais as dificuldades enfrentadas pelos estudantes na disciplina. Verificou-se que grande parte dos estudantes eram repetentes e que não tinham domínio sobre funções e dificuldades em relação a conceitos matemáticos elementares como fórmula de Báskara, simplificações e análise de gráficos, além de serem uma turma bastante heterogênea, retraídos e pouco participativos. Frente a este cenário optou-se por desenvolver esta UA focada na exploração gráfica dos conceitos envolvendo derivadas e análise de funções.

A Ficha de Trabalho 1 foi desenvolvida em duplas, o que proporcionou maior interação entre os estudantes, e estudantes – professora, possibilitando um diálogo aberto e discussão sobre os conceitos envolvidos. A grande maioria demonstrou interesse e participou ativamente do desenvolvimento das atividades em aula, para as quais utilizaram o *software* Desmos, para construir e analisar os gráficos das funções e de suas derivadas, bem como a construção de tabelas, seleção de pontos e realização de cálculos de valores para determinados coeficientes. Os resultados encontrados e analisados no *software* foram transpassados para as folhas de atividades de modo a assegurar a escrita de todas as contribuições e conceitos trabalhados por meio do *software*.

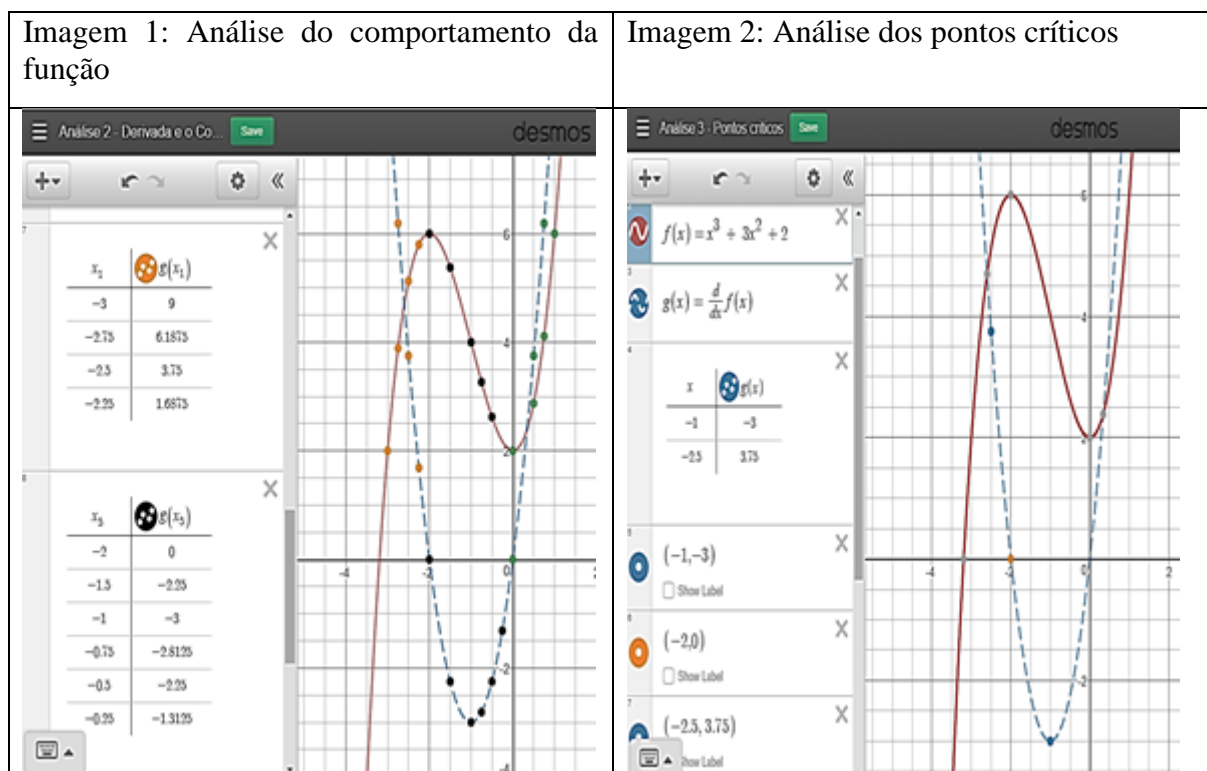
No quadro 7 mostra-se os gráficos construídos a partir da Ficha de Trabalho 1 cujos objetivos a serem trabalhados estavam relacionados a: a) compreender e analisar o crescimento e decrescimento de uma função pela análise de sua derivada; b) identificar e relacionar os pontos críticos a função original e sua derivada primeira. Observe as imagens 1 e 2, abaixo, que demonstram como os gráficos e as análises foram realizadas pelos estudantes.

Imagem 1: A primeira análise realizada pelos estudantes foi relacionada ao crescimento e decrescimento da função original, identificando seus intervalos, através da construção de tabelas e marcação dos pontos encontrados no gráfico. O gráfico da função original denotado por $f(x)$ pode ser visto na cor vermelha em linha cheia. Em seguida solicitou-se a construção do gráfico da derivada primeira da função $f(x)$, denotada por $g(x)$, apresentado na cor azul pontilhado, para poder relacioná-los no aspecto da sua monotonicidade. Construiu-se as tabelas para $g(x)$ e verificou-se os intervalos onde $g(x)$ era positiva ou negativa com o crescimento e decrescimento de $f(x)$.

Imagem 2: No decorrer do trabalho os estudantes igualaram a função derivada a zero, ou seja, $g(x) = 0$, para que pudessem encontrar os pontos considerados críticos. Com os valores encontrados foi possível analisar e compreender a conexão entre os pontos críticos e a

função original $f(x)$. Além do reconhecimento e análise dos pontos críticos, realizou-se a análise do comportamento gráfico da função derivada em torno destes pontos para compreender que se uma função tiver um máximo ou mínimo em $x = c$, então c é um ponto crítico de $f(x)$, que precisa ser analisado.

Quadro 7 : Gráficos construídos com o Desmos

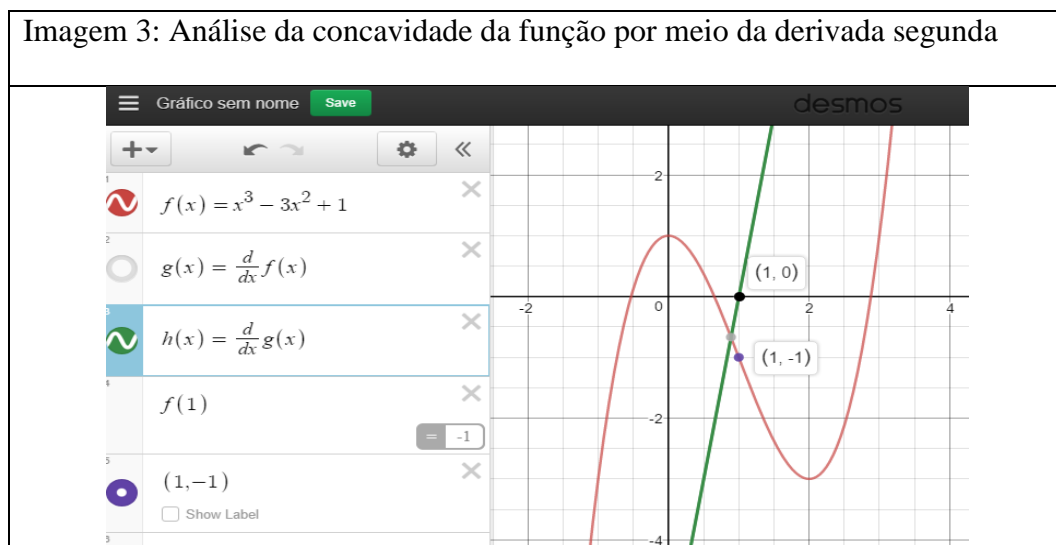


Fonte: Elaborado pela autora

Para finalizar realizou-se algumas indagações referentes a Ficha de Trabalho 1, e um exemplo foi resolvido com os estudantes no quadro branco, para sanar possíveis dúvidas referentes ao aspecto numérico da análise de funções por meio da sua derivada primeira. Para concluir foram realizadas algumas atividades em aula, com auxílio do *software*, dos colegas e da professora, onde pode-se notar que todos eles realizaram as atividades propostas e conseguiram associar o conceito numérico ao gráfico.

No quadro 8 mostra-se o gráfico construído através da Ficha de Trabalho 2, com a finalidade de analisar o gráfico da segunda derivada e da função original, e relacionar com a concavidade da função. Os estudantes novamente realizaram as atividades com auxílio do *software* Desmos e em dupla, e participaram ativamente das atividades.

Quadro 8 : Gráfico construído com o Desmos



Fonte: Elaborado pela autora.

Por meio da análise gráfica gerada pelo *software* Desmos, e com o auxílio das Fichas de Trabalho, os estudantes puderam estabelecer as conexões necessárias para compreender a relação entre a derivada segunda de uma função e sua concavidade, e identificar o ponto de inflexão, ou seja, aquele ponto onde ocorre a mudança de concavidade da função. O aspecto visual, ou seja, gráfico contribuiu em conjunto com as atividades elencadas na Ficha, pois direcionaram e indagaram os estudantes sobre determinados conceitos, anteriormente aprendidos somente numericamente. Isto demonstrou a importância do uso do *software*, bem como sua contribuição significativa para a compreensão e aprendizagem de conceitos muitas vezes abstratos aos olhos dos estudantes.

8 RESULTADOS

De acordo com as observações realizadas, e das atividades propostas desenvolvidas, pode-se apontar alguns aspectos positivos frente ao uso do *software* em sala de aula, que são: criação de um ambiente mais dinâmico e interativo, seja pela oportunidade de trabalho com o *software*, como o trabalho em duplas; os acadêmicos assumiram um papel mais ativo em relação a construção do conhecimento envolvido na derivada de funções e sua exploração gráfica, pois precisaram realizar as atividades propostas para entender o conteúdo elencado; possibilidade de comparar os resultados obtidos numericamente com os gráficos das funções; turma mais

participativa e ativa em sala de aula, pois trabalhavam para poder realizar as fichas e atividades propostas, tendo a oportunidade de verificar o comportamento das funções em relação a sua derivada.

Para ter conhecimento acerca das contribuições do uso do *software* Desmos nas aulas de Cálculo, solicitou-se que os estudantes respondessem a um questionário aberto, pelo qual pode-se elencar alguns contribuições tais como: melhor compreensão dos conteúdos e do comportamento das funções envolvidas; através do *software* pode-se observar o gráfico e seus pontos de maneira mais clara; possibilitou mais interatividade e contribuiu no aprendizado; ajudou a visualizar os resultados, e torná-los menos abstratos; tornou as aulas mais interativas; o entendimento das questões se tornou mais fácil e também mais interessante; agiliza os cálculos, auxiliando na correção dos erros; torna o ensino menos monótono; a observação do gráfico facilita a compreensão e a correlacionar aspectos numéricos com o comportamento da função.

Em relação ao manuseio do *software*, todos os acadêmicos disseram não ter tido dificuldade ao utilizá-lo, pois o mesmo possui interface amigável, layout simples e didático.

Alguns pontos considerados negativos nesta proposta: acadêmicos não haviam trabalhado até então com a parte gráfica de funções e suas derivadas, demonstrando um certo receio frente a esta nova abordagem; nem todos os acadêmicos trouxeram seus notebooks para o trabalho em sala de aula, e acabaram utilizando os telefones, o que pode ter prejudicado a visualização dos gráficos e seu manuseio, pois as telas dos telefones nem sempre possuem uma visualização de boa qualidade quanto a tela dos computadores; conhecimento matemático básico um tanto deficiente, o que levou os acadêmicos utilizarem mais tempo para a realização dos cálculos envolvidos neste conteúdo.

O resultado dos testes de conhecimento conceitual sobre o tema deste trabalho, pôde-se observar que os acadêmicos conseguiram associar o comportamento da função ao sinal de sua derivada e do crescimento e decréscimo da função, mas ainda precisam de mais tempo e trabalho frente a compreensão do gráfico da derivada e seus pontos críticos. Muitas vezes, os erros cometidos estavam relacionados a falta de interpretação da questão e não acerca da compreensão conceitual, o que leva a erros na resolução das questões propostas nos testes.

9 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Frente aos objetivos propostos em nosso projeto, pode-se afirmar que a utilização do *software* para a exploração gráfica dos conceitos de derivada primeira e segunda e o

comportamento de uma função foi positiva, e desempenhou um papel importante frente a aprendizagem dos estudantes, pois possibilitou a visualização dos gráficos das funções e de suas derivadas, o que muitas vezes não é trabalhado graficamente, e sim numericamente.

Os aspectos citados por Arcavi (2003) em relação a visualização, realmente se fazem presentes e são muito importantes, principalmente na matemática, pois facilitam a compreensão de conteúdos muitas vezes numéricos ou algébricos, assim como possibilitam a resolução de conflitos, ou seja, verificação das respostas obtidas numericamente aos gráficos das funções.

Quanto ao trabalho docente frente ao uso de uma tecnologia em sala de aula, faz-se necessário o conhecimento sobre a tecnologia adequada, e a metodologia associada a esta tecnologia, pois para fazer um trabalho significativo e coerente, a junção destes dois elementos é essencial para um bom desempenho das atividades propostas.

Conforme Penteadó (2000) muitos professores trabalham de acordo com sua “Zona de Conforto”, onde se continua fazendo o que rotineiramente se faz, não ocorrem mudanças, tudo está sobre controle e é previsível, isto se observa muitas vezes no ensino tradicional, onde o professor transfere conhecimentos aos seus estudantes, tendo o aluno o papel passivo, onde recebe informações prontas e acabadas, o que se torna confortável para os professores que tem controle sobre a aula.

Agora quando se decide fazer algo novo, utilizar novas metodologias e recursos é necessário que o professor esteja preparado para sair desta “zona de conforto” para entrar no que Penteadó e Skovsmose (2008) denominaram como “Zona de Risco”, na qual podem ocorrer novos fatos, há flexibilidade, incerteza e imprevisibilidade, pois, o professor não é o ator principal no processo de ensino e aprendizagem, mas passa a ser um orientador e motivador em sala de aula.

O uso das fichas de trabalho associadas ao *software* Desmos, demonstrou a possibilidade de sair de metodologias tradicionais para uma metodologia mais ativa, centrada no aluno e na preocupação com sua aprendizagem e aproveitamento, na disciplina de Cálculo I, que atualmente é considerada uma das mais problemáticas no Brasil, por ter um número elevado de não aprovação, evasão e desistência.

Em suma, o resultado foi positivo e atingiu boa parte dos objetivos propostos na Unidade de aprendizagem, sendo necessário um trabalho mais constante envolvendo a exploração gráfica dos conceitos, como auxílio para os cálculos, de maneira a desenvolver o senso crítico e analítico dos estudantes, seja no ensino básico quanto no ensino superior.

REFERÊNCIAS

ALVES, A. D.; CORREIA, L. M de B; MELO, E. de R. Explorando os conceitos iniciais da disciplina de cálculo diferencial e integral: utilizando o software Geogebra. In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA: EDUCAÇÃO MATEMÁTICA: Retrospectivas e Perspectivas: XI ENEM, Curitiba/PR. **Anais...** Curitiba, 2013. Disponível em: <http://sbem.web1471.kinghost.net/anais/XIENEM/pdf/61_1994_ID.pdf>. Acesso em: 30 Jan. 2017

ALVES, Davis. O.; REIS, Frederico da S. Ensino de Funções, Limites e Continuidade em Ambientes Educacionais Informatizados: Uma proposta para cursos de Introdução ao Cálculo. In: X ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 2010, Salvador – BA. **Anais do X ENEM**. Recife – PE: Sociedade Brasileira de Educação Matemática, 2010. v. 1. p. 1-10.

ARCAVI, A. The Role of Visual Representations in the Learning of Mathematics. In: **Educational Studies in Mathematics**, n. 52, p. 215-241, 2003.

BARBOSA, M. A. **O insucesso no ensino e aprendizagem na disciplina de Cálculo Diferencial e Integral**. 2004. 100 p. Dissertação (Mestrado em Educação) - Pontifícia Universidade Católica do Paraná. Curitiba, 2004.

JOVER, R.S.R. Cálculo diferencial: uma experiência de ensino utilizando os aplicativos Geogebra e Graphmatica. In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA: Educação Matemática: Retrospectivas e Perspectivas: XI ENEM, Curitiba/PR. **Anais...** Curitiba, 2013. Disponível em: <http://sbem.web1471.kinghost.net/anais/XIENEM/pdf/954_957_ID.pdf>. Acesso em: 30 de Jan. 2017.

MEYER, J. F. C. A.; SOUZA JUNIOR, A. J. **A utilização do Computador no Processo de Ensinar – Aprender Cálculo**: A constituição de Grupos de ensino com pesquisa no interior da universidade. ZETETIKÉ – Cempem – FE – Unicamp – v.10 – no 17,18. 2002.

PALIS, G.R. **Computadores em Cálculo uma alternativa que não se justifica por si mesma**. Temas & Debates, Sociedade Brasileira de Educação Matemática, ano VIII, 6ª edição, p. 22-38, 1995.

PENTEADO SILVA, M. G. **O computador na perspectiva do desenvolvimento profissional do professor**. 1997. Tese (Doutorado em Educação)- Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 1997.

PENTEADO, M. G. **Novos Atores, Novo Cenário: Discutindo a inserção dos computadores na profissão docente**. In: BICUDO, M. A. V. (org.). Pesquisa em Educação Matemática: Concepções & Perspectivas. São Paulo: Editora da UNESP, p.297-313, 1999.

_____. **Possibilidades para a formação de professores de Matemática**. In: PENTEADO, M. G; BORBA, M. C. (Orgs.). A Informática em Ação: formação de professores, pesquisa e extensão. 1. ed. São Paulo: Olho Dágua. v. p. 23-34, 2000.

_____. SKOVSMOSE, O. **Riscos trazem possibilidades**. In: SKOVSMOSE, O. (Org). *Desafios da Reflexão em Educação Matemática Crítica*. 1 ed. Campinas: papyrus, 2008, v. , p.41-50.

REIS, F. da S.; JUNIOR, J.C.M. As contribuições da visualização proporcionada pelo Geogebra à aprendizagem de funções derivadas em Cálculo I. In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA: Educação Matemática na Contemporaneidade: desafios e possibilidades: XII ENEM, São Paulo/SP. **Anais...** São Paulo, 2016. Disponível em: <http://www.sbemrasil.org.br/enem2016/anais/pdf/8057_3666_ID.pdf>. Acesso em: 30 Jan. 2017

SESTOKAS F, B., CASTANHEIRA, A. M. P. e ANTUNES, G. **O ensino de cálculo frente às novas demandas da sociedade tecnológica**. Fundo Mackenzie de Pesquisa MACKPESQUISA, 2002.