

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA MARIA
CENTRO DE CIÊNCIAS NATURAIS E EXATAS
CURSO DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA –
ESPECIALIZAÇÃO**

**HISTÓRIA DA MATEMÁTICA EM ATIVIDADES
DIDÁTICAS: UMA PROPOSTA DE TRABALHO PARA
O SEXTO ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL**

MONOGRAFIA DE ESPECIALIZAÇÃO

Olga Regina Silva Rosales

Santa Maria, RS, Brasil

2011

HISTÓRIA DA MATEMÁTICA EM ATIVIDADES DIDÁTICAS: UMA PROPOSTA DE TRABALHO PARA O SEXTO ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL

Olga Regina Silva Rosales

Monografia apresentada ao Curso de Especialização em Educação Matemática, da
Universidade Federal de Santa Maria (UFSM, RS), como requisito parcial para a
obtenção do grau de
Especialista em Educação Matemática.

Orientador: Prof. Dr. João Carlos Gilli Martins

Santa Maria, RS, Brasil

2011

**Universidade Federal de Santa Maria
Centro de Ciências Naturais e Exatas
Curso de Especialização em Educação Matemática**

**A Comissão Examinadora, abaixo assinada,
aprova a Monografia de Especialização**

**HISTÓRIA DA MATEMÁTICA EM ATIVIDADES DIDÁTICAS:
UMA PROPOSTA DE TRABALHO PARA O SEXTO ANO DO
ENSINO FUNDAMENTAL**

elaborada por
Olga Regina Silva Rosales

Como requisito parcial para a obtenção do grau de
Especialista em Educação Matemática

COMISSÃO EXAMINADORA:

João Carlos Gilli Martins, Dr.
(Presidente/Orientador)

João Batista Penereiro, Dr.

Primo Manoel Brambilla, Msc.

Ricardo Fajardo, Dr.

Santa Maria, 14 de janeiro de 2011

DEDICATÓRIA

À minha querida mãe Vilma Silva, que me incentiva a percorrer caminhos novos;

Para meu querido pai Joel Rosales, que me ensinou a gostar de livros;

Ao meu esposo Saulo de Freitas Costa, pelo amor que cultivamos,

E a minha querida filha Ingrid Rosales Costa, pelo amor e felicidade que trouxe a minha vida.

AGRADECIMENTOS

Agradeço a Deus, pela dádiva da vida;

Ao meu orientador, Prof^o. Dr^o João Carlos Gilli Martins pelo incentivo ao estudo, pela atenção dedicada nos momentos de orientação e pela amizade que será para toda a vida;

Aos professores do Curso de Especialização em Educação Matemática, Inês Farias Ferreira, João Batista Peneireiro, João Carlos Gilli Martins, Karine Faverzani Magnago, Marcelo Yutaka Noguti e Ricardo Fajardo, pela atenção e dedicação ao meu processo de crescimento e amadurecimento no desenrolar do curso;

Ao Prof^o Msc. Primo Manoel Brambilla, pelas valiosas contribuições feitas durante o desenrolar desta monografia;

À Andreia Lucila da Costa Schlosser e ao William Schmidt, amigos presentes em todos os momentos;

Aos colegas do Curso de Especialização em Educação Matemática, pelas ideias enriquecedoras que trocamos ao longo do curso;

As amigas Angelita Zimmermann e Vilma Serpa, pela amizade que nasceu e agora cultivamos com alegria;

À minha família, pelo amor que nos une, pelo apoio e presença constantes em minha vida;

Enfim, agradeço a todas as pessoas que depositam em mim a confiança necessária para que eu possa evoluir como ser humano.

Tu te tornas eternamente responsável por aquilo que cativas.

Antoine de Saint-Exupéry, em O Pequeno Príncipe

RESUMO

Monografia do Curso de
Especialização em Educação Matemática
Universidade Federal de Santa Maria

HISTÓRIA DA MATEMÁTICA EM ATIVIDADES DIDÁTICAS: UMA PROPOSTA DE TRABALHO PARA O 6º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL

Autora: Olga Regina Silva Rosales

Orientador: Dr. João Carlos Gilli Martins

Data e Local da Defesa: Santa Maria, 14 de janeiro de 2011

O objetivo deste trabalho é mostrar através da elaboração de atividades didáticas utilizando a História da Matemática, as possibilidades reais de se utilizar a mesma como estratégia de ensino e aprendizagem da Matemática visando auxiliar o professor de Matemática em sala de aula. Para fundamentar este trabalho foi feita uma pesquisa em livros, teses, dissertações e artigos que falam sobre o tema. Muitos pesquisadores em Educação Matemática acreditam que a História da Matemática é um recurso útil e viável para tornar as aulas de Matemática mais agradáveis e propiciar assim um ambiente favorável a aprendizagem dos conteúdos ministrados. A série escolhida para o desenvolvimento das atividades didáticas foi o sexto ano do ensino fundamental II — antiga quinta série. Foram selecionadas algumas atividades que possibilitassem aliar História da Matemática com os respectivos conteúdos de exigência da série. O trabalho está dividido em quatro capítulos: Objetivos, metodologia e referencial teórico da pesquisa; Motivações para o uso da História da Matemática em atividades didáticas; Considerações sobre o Primeiro Estudo da tese de Antônio Miguel (1993): a História e o ensino-aprendizagem da Matemática e descrição das atividades didáticas.

Palavras-chave: Atividades Didáticas. História da Matemática. Ensino Fundamental.

ABSTRACT

Monography of Specialization
in Mathematical Education
Federal University of Santa Maria

MATHEMATICAL HISTORY IN DIDACTICS ACTIVITIES: A PROPOSAL FOR THE SIX GRADE OF ELEMENTARY SCHOOL

Author: Olga Regina Silva Rosales

Supervisor: João Carlos Gilli Martins

Date and Local of Defense: Santa Maria, 14 th of january, 2011.

The aim of this paper is to demonstrate through the development of educational activities using the history of mathematics, the real possibilities of using it as a strategy for teaching and learning of mathematics in order to assist the mathematics teacher in the classroom. In support of this work was done a search in books, theses, dissertations and articles that speak on the topic. Many researchers believe that mathematics education in the history of mathematics is a useful and feasible to make mathematics lessons more enjoyable and provide an environment conducive to learning the content taught. The series chosen for the development of teaching activities was the sixth year of elementary school. We selected a few activities that would enable combining history of mathematics with its content requirement of the series. The work is divided into four chapters: Objectives, methodology and theoretical research; Motivations for the use of mathematics history in educational activities; Considerations First Study of the thesis of Michael Anthony (1993): History and the teaching-learning Mathematics and description of didactic activities

Keywords: Didactic activities, History of Mathematics; Elementary School.

LISTA DE ANEXOS

ANEXO 1	
ATIVIDADE 1: CONSTRUÇÃO DE UM ÁBACO	61
ANEXO 2	
ATIVIDADE 2: REPRESENTAÇÕES DO SISTEMA DECIMAL USANDO O ÁBACO	62
ANEXO 3	
ATIVIDADE 3: CONSTRUÇÃO DE ESTRUTURA DE PIRÂMIDE COM CANUDOS	63
ANEXO 4	
ATIVIDADE 4: CONSTRUÇÃO DE UM CUBO E SUAS DIAGONAIS	66
ANEXO 5	
ATIVIDADE 5: OS NÚMEROS FIGURADOS	67
ANEXO 6	
ATIVIDADE 6: COMPARANDO ANTIGOS SISTEMAS DE NUMERAÇÃO ..	69
ANEXO 7	
ATIVIDADE 7: QUADRADOS MÁGICOS	72
ANEXO 8	
ATIVIDADE 8: JOGANDO COM EXPRESSÕES	74
ANEXO 9	
ATIVIDADE 9: MULTIPLICAÇÃO À MODA EGÍPCIA	76
ANEXO 10	
ATIVIDADE 10: DIVISÃO À MODA EGÍPCIA	78
ANEXO 11	
ATIVIDADE 11: O CORPO COMO UNIDADE DE MEDIDA	80
ANEXO 12	
ATIVIDADE 12: NÚMEROS AMIGOS	82
ANEXO 13	
ATIVIDADE 13: HISTÓRIA DOS NÚMEROS AMIGOS	83
ANEXO 14	
ATIVIDADE 14: CONSTRUÇÃO DO TANGRAM ATRAVÉS DE DOBRADURAS EM PAPEL	85

ANEXO 15	
ATIVIDADE 15: TRABALHANDO COM A SIMETRIA E O TANGRAM	89
ANEXO 16	
ATIVIDADE 16: CALENDÁRIOS ANTIGOS	90
ANEXO 17	
ATIVIDADE 17: CONSTRUÇÃO DE UM RELÓGIO SOLAR PARA O HEMISFÉRIO SUL	92
ANEXO 18	
ATIVIDADE 18: FRAÇÕES E O TANGRAM	97
ANEXO 19	
ATIVIDADE 19: FRAÇÕES NO ANTIGO EGITO	98
ANEXO 20	
ATIVIDADE 20: JOGO DA MEMÓRIA COM NÚMEROS DECIMAIS	100
ANEXO 21	
ATIVIDADE 21: CONSTANTES MÁGICAS	101
ANEXO 22	
ATIVIDADE 22: REPRESENTANDO ÂNGULOS COM CARTOLINA	104
ANEXO 23	
ATIVIDADE 23: MOSAICOS E GEOMETRIA	105
ANEXO 24	
ATIVIDADE 24: CONSTRUINDO UM TRIÂNGULO EQUILÁTERO	107
ANEXO 25	
ATIVIDADE 25: CONSTRUINDO UM HEXÁGONO REGULAR	109
ANEXO 26	
ATIVIDADE 26: CONSTRUINDO UM OCTÓGONO REGULAR	110
ANEXO 27	
ATIVIDADE 27: POTÊNCIAS E DOBRADURA	112
ANEXO 28	
ATIVIDADE 28: NÚMEROS PALÍNDROMOS	114
ANEXO 29	
ATIVIDADE 29: CONSTRUINDO TRIÂNGULOS E QUADRILÁTEROS COM O TANGRAM	117

ANEXO 30

ATIVIDADE 30: CONSTRUÇÃO DE UM TRIÂNGULO EQUILÁTERO COM RÉGUA E COMPASSO 118

ANEXO 31

ATIVIDADE 31: COMPOSIÇÃO E DECOMPOSIÇÃO DE FIGURAS 119

ANEXO 32

ATIVIDADE 32: JOGANDO COM O SUDOKU 120

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO	12
CAPÍTULO 1	13
1.1 Objetivos, metodologia e referencial teórico da pesquisa	13
CAPÍTULO 2	16
2.1 Motivações para o uso da História da Matemática em atividades didáticas	16
CAPÍTULO 3	22
3.1 Considerações sobre o Primeiro Estudo da tese de Antônio Miguel (1993): a História e o ensino-aprendizagem da Matemática	22
3.2 Felix Klein e a História como guia metodológico	22
3.3 Henri Poincaré e a História como instrumento de conscientização epistemológica	24
3.4 A História como fonte de motivação	25
3.5 Zúñiga e as três funções da História	28
3.6 Gerdes e a história como instrumento de resgate da identidade cultural	31
CAPÍTULO 4	
ATIVIDADES DIDÁTICAS	33
CONSIDERAÇÕES FINAIS	57
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	58
ANEXOS	60

INTRODUÇÃO

Este trabalho tem por objetivo elaborar atividades didáticas, com o uso da História da Matemática, para alunos do sexto ano do ensino fundamental, visando auxiliar o professor em sala de aula, oferecendo suporte para sua prática pedagógica.

Escolhemos o sexto ano do ensino fundamental por ser esta etapa um verdadeiro desafio, tanto para alunos quanto para professores, pois é nesta fase que se dá a transição do ensino fundamental I, com início no primeiro ano e fim no quinto ano, onde cada turma tem à sua disposição uma professora trabalhando todos os conteúdos de forma integrada, para o fundamental II, que se inicia no sexto ano e finda no nono ano, com os conteúdos divididos em disciplinas e com um professor para cada uma destas.

Esta monografia está organizada em quatro capítulos.

No capítulo 1, são apresentados os objetivos, a metodologia e o referencial teórico da pesquisa.

No capítulo 2, discorremos sobre os diversos usos da História da Matemática em atividades didáticas.

No capítulo 3, apresentamos algumas considerações sobre o primeiro estudo da tese de Antonio Miguel, intitulada *A História e o ensino-aprendizagem da Matemática*.

No capítulo 4, descrevemos as atividades didáticas elaboradas para esta monografia.

Para finalizar, expomos as considerações finais deste trabalho.

CAPÍTULO 1

1.1 Objetivos, metodologia e referencial teórico da pesquisa

Este trabalho tem por objetivo elaborar atividades didáticas, com o uso da História da Matemática, para alunos do 6º ano do ensino fundamental II, visando contribuir com a prática pedagógica de professores que lecionam Matemática nessa série e auxiliar os seus alunos no processo de ensino e aprendizagem da Matemática.

O trabalho aqui apresentado foi elaborado através de uma pesquisa bibliográfica em livros de História da Matemática, teses de doutorado, dissertações de mestrado, artigos publicados e em livros didáticos.

A concepção de história adotada no presente trabalho encontra respaldo na tese *Sobre Revoluções Científicas na Matemática*, de João Carlos Gilli Martins. De acordo com essa concepção, a história é pensada aqui como uma narrativa de eventos, como apenas um texto entre tantos outros possíveis,

onde o presumido sentido dos campos factuais somente pode ser atingido indiretamente através das séries de suas leituras sucessivas, das interpretações possíveis construídas nas diversas épocas ao longo dos tempos. [...] [Uma concepção para a qual] a busca pela pretensa “verdade” *imediate e perene* dos acontecimentos passados é, como já dissemos, inútil e se coloca na ordem do desejo. Para os acontecimentos passados, não há a verdade acessível dos fatos [...], a “verdade” dos fatos, o presumido sentido dos campos factuais está irremediavelmente diluído por entre as dobras da história, está perdido para sempre por entre as tramas urdidas por todas as leituras admissíveis, por todas as interpretações possíveis em cada época, ao longo dos tempos (GILLI MARTINS, 2005).

Nesse sentido, para Gilli Martins (2005), nenhum historiador reproduz em suas pesquisas o que, de fato, aconteceu quando analisa o passado. Para ele, é impossível descrever todo o campo factual. “O historiador sempre escolhe um caminho no rizoma de trajetórias possíveis e o caminho escolhido, qualquer que seja ele, não pode ultrapassar toda parte.” (GILLI MARTINS, 2005, p; 27)”. Desse modo, nenhum dos caminhos escolhidos reescreve o real da história em todas as suas múltiplas relações.

Essa concepção de história permite-nos trabalhar a história da Matemática através de novas leituras para a mesma.

Como fontes de pesquisa no âmbito da História da Matemática para a realização desta monografia, investigamos as seguintes obras, abaixo explicitadas.

Em *Introdução à História da Matemática*, Eves (1997) nos brinda com uma obra voltada para os alunos de graduação dos cursos superiores de Matemática. Além de ser uma fonte de pesquisa sobre o tema, os alunos de graduação encontram, ali, um vasto material voltado à aprendizagem da Matemática, através de resolução de exercícios valendo-se dos métodos históricos estudados.

Na obra *A Rainha das Ciências*, de Garbi (2006) encontramos subsídios para fundamentar algumas das atividades didáticas elaboradas nesta monografia.

Gonzales (2001), em seu livro *Mathematical History*, e Guelli (2004) sugerem uma série de atividades didáticas com o uso da História da Matemática como, por exemplo, caça palavras, cruzadinhas, jogos, além de textos históricos num formato apropriado para o professor reproduzir as atividades e aplicar em sala de aula.

Por fim, Mendes (2000) e Boyer (1996), que defendem a importância da História da Matemática no processo de ensino e aprendizagem das Matemáticas na escola, forneceram, também, os subsídios teóricos para as introduções das atividades didáticas confeccionadas neste trabalho.

Enquanto referencial teórico, analisaremos, neste trabalho, o *Primeiro Estudo* da tese de doutorado de Antonio Miguel (1993) intitulada “*Três estudos sobre História e Educação Matemática*”. Neste estudo ele analisa as possibilidades de se recorrer à história como um recurso pedagógico *a mais*, com potencial para promover e repensar o ensino e a aprendizagem da Matemática. Este primeiro estudo tem como objetivo resgatar a própria história dessa forma de relação através da análise dos diferentes papéis pedagógicos atribuídos à história por matemáticos, historiadores e educadores matemáticos, preocupando-se com a importância da História na Educação Matemática.

Miguel (1993) determina questões básicas que deverão orientar esse resgate, quais sejam:

Quais as razões pedagógicas apontadas pelas propostas desses diferentes autores para justificar o recorrer à história no plano do ensino-aprendizagem da Matemática? Que conjunto de ideias essas propostas oferecem para o enfrentamento da questão referente ao como recorrer à história para se ensinar matemática? (MIGUEL, 1993, p. 16).

Para ele, as propostas analisadas nesse primeiro estudo são heterogêneas, incluindo artigos de revistas nacionais e internacionais, súmulas de anais e congressos, artigos e capítulos de livros que tiveram alguma relação entre História e o ensino-aprendizagem da Matemática.

Miguel (1993) procurou avaliar as propostas segundo elas se aproximavam ou se afastavam do que ele chamou “referencial crítico de relacionamento entre História e ensino-aprendizagem da Matemática.”

Foram avaliadas também algumas propostas que apresentaram obstáculos e resistências para se utilizar a História no processo de ensino e aprendizagem da Matemática.

CAPÍTULO 2

2.1 Motivações para o uso da História da Matemática em atividades didáticas

O presente trabalho tem por objetivo elaborar atividades didáticas, com o uso da História da Matemática, para alunos de turmas de 6º ano do ensino fundamental. Diante disso, uma pergunta se faz necessária: por que atividades didáticas através da História da Matemática para o ensino fundamental?

Dentre as muitas respostas possíveis a essa indagação podemos citar o fato de que, embora existam à disposição de professores e alunos recursos tecnológicos, livros didáticos, estudos adicionais e progressão parcial visando a recuperação de conteúdos, além dos inúmeros avanços na psicopedagogia que trata da relação professor-aluno, não tem ocorrido mudanças significativas no trabalho do professor em sala de aula, no sentido da obtenção de bons resultados na aprendizagem de matemática junto aos seus alunos. A prova deste fato está no alto índice de reprovação que esta disciplina registra ano após ano.

Uma outra situação que atesta esse fracasso no processo de ensino e aprendizagem da Matemática está relacionado ao fato de que, mesmo quando não ocorre a reprovação, também não fica evidenciada a efetiva aprendizagem de matemática pela grande maioria dos estudantes.

Uma outra resposta a essa questão diz respeito à aversão que a disciplina de Matemática exerce na maioria dos estudantes, levando-os a não se dedicarem ao estudo da mesma, a dispersarem sua atenção na sala de aula, atitudes que impedem a efetiva aprendizagem dos conteúdos trabalhados.

Pensando numa forma de contribuir para uma mudança positiva neste panorama observado nas salas de aula de matemática, resolvi investir minhas pesquisas na elaboração do presente trabalho com o objetivo de desenvolver atividades didáticas, fundadas na História da Matemática, que possam auxiliar o professor em sua rotina diária.

A opção pelo sexto ano do ensino fundamental foi proposital. Ela está relacionada ao fato de que é nesse período que começa a ocorrer um maior índice no fracasso do processo de aprendizagem, no ensino de Matemática na Educação Básica.

Entre os motivos que podemos elencar para esse fracasso podemos citar a mudança da rotina escolar do educando. Até o quinto ano do ensino fundamental I os alunos estudam sob a supervisão de uma professora apenas, caracterizando a unidocência, que trabalha todos os conteúdos de forma interdisciplinar. No formato unidocente as crianças desenvolvem uma rotina de trabalho junto a professora responsável e a turma de colegas, onde os horários não costumam modificar, não há muitas faltas da professora, existe todo um sistema de auxílio para as aulas e os horários de atividades extra-curriculares são bem definidos. Os alunos costumam frequentar regularmente a biblioteca, os laboratórios de Ciências e Informática.

Ao progredir para o sexto ano do ensino fundamental II estes alunos precisam aprender a interagir com uma média de sete a dez professores, um para cada disciplina. No sistema estadual de ensino, ambiente da minha investigação prática, existe falta de professores, principalmente em Matemática, Ciências e Língua Portuguesa. Além destas áreas serem carentes de profissionais formados, os que existem não optam pelas séries finais do ensino fundamental, acabando por lecionar no ensino médio, alegando antiguidade na profissão e uma certa aversão pelo trabalho com crianças, pois é um tanto desgastante, necessitando de um maior envolvimento prático e emocional por parte do educador. Os profissionais que são contratados em caráter emergencial ou temporário, demoram para chegar até as escolas e iniciarem suas atividades, seja pela burocracia do estado ou pela ineficiência das escolas. Sentem-se desestimulados e inseguros, uma vez que muitos são, ou muito jovens e inexperientes ou já em idade de serem aposentados, não dispendo de muita paciência para com a intensa energia dos pequeninos.

Além destes fatos, há mudanças constantes na rotina de horários das turmas de sexto ano, a quase ausência de incursões na biblioteca, laboratórios ou atividades extra-curriculares. Como resultado de tudo isso, as crianças parecem retroceder na aprendizagem, o que fica evidenciado pelo alto índice de reprovação das turmas de sexto ano. Acreditamos que existam muitos outros fatores passíveis de análise que não serão por nós estudados neste trabalho, como por exemplo, o fato de que é a partir do sexto ano do Ensino Fundamental que a abstração e o simbolismo entram em cena, com maior intensidade, na Matemática escolar.

Especificamente nos reportando à Matemática, a importância de acolher os alunos na sexta série do ensino fundamental II, para que a transição do quinto para o sexto ano não se torne um obstáculo, mas um avanço agradável visando ao

progresso escolar e à evolução como ser social, reside no fato de que, uma boa impressão da disciplina é um dos pontos-chaves para um despertar para a matemática. Os alunos do sexto ano do ensino fundamental tendem a gostar naturalmente de matemática, pois foram acostumados a trabalhar com ela dentro de contextos e de atividades lúdicas. Aqui, o despertar para a matemática ao qual nos referimos, diz respeito ao início das abstrações inerentes ao campo da matemática, as quais os nossos alunos irão dar os primeiros passos significativos. Aprender matemática, sentir-se realizado frente a resolução de um problema, compreender um conceito “difícil” e logo considerá-lo “moleza”, estas são as atitudes que encontramos com frequência nas classes de sexto ano. Precisamos tornar estas sensações permanentes, porque são elas que contribuirão para que os fracassos nas séries seguintes sejam minimizados. As professoras alfabetizadoras que ensinam aos alunos os rudimentos da leitura e escrita, costumam dizer que “um dia acontece um estalinho” e os alunos começam a ler para nunca mais parar. Acredito que na matemática aconteça o mesmo: depois do “estalinho matemático” nossos alunos irão querer aprender matemática sempre.

Uma aprendizagem para se tornar efetiva precisa que os conteúdos tenham um significado real para os alunos. Como educadores precisamos incluir em nossas práticas pedagógicas atividades articuladas com outras áreas de conhecimento afim e com a da Educação visando a concretização dessa aprendizagem. A História da Matemática têm um perfil especial para ser incluída nas práticas escolares visando auxiliar o professor nessa tarefa.

Segundo os Parâmetros Curriculares Nacionais para a Área de Matemática, dentre os princípios norteadores para a Educação, destacamos a ênfase dada à aprendizagem das matemáticas, que deve estar conectada a modos de produção de significados (constituição de objetos), a acontecimentos, a fatos e às múltiplas relações que a constitui. Desse modo,

A História da Matemática poderia ser usada como uma fonte para a confecção de atividades. Sabemos que uma das maneiras mais eficazes de ensinar matemática é através do uso de atividades (incluindo jogos) com material concreto num contexto de redescoberta. (MENDES, 2001).

A História da Matemática permite compreender os processos através dos quais a Matemática foi sendo desenvolvida ao longo dos tempos, permite

compreender a sua importância no desenvolvimento científico e tecnológico e observar os aspectos humanos do seu desenvolvimento. Mais ainda, para compreender o momento presente de nossa história é importante que se conheça o passado, as pessoas que contribuíram com esse processo e que compreenda o contexto social, político e econômico no qual elas viveram e no qual se deram esses desenvolvimentos.

Desta forma, esta história é um instrumento valioso para o ensino/aprendizagem da própria matemática. Pode-se entender porque cada conceito foi introduzido nesta ciência e porque, no fundo, ele sempre era algo natural no seu momento. Permite estabelecer conexões entre a história, a filosofia, a geografia além de outras manifestações culturais. Conhecendo a História da Matemática percebemos que as teorias que hoje aparecem acabadas e elegantes resultaram sempre de desafios que os matemáticos enfrentaram que foram desenvolvidas com grande esforço e, quase sempre, numa ordem bem diferente daquela em que são apresentadas após todo o processo de descoberta (INSTITUTO DE MATEMÁTICA E ESTATÍSTICA -IME-USP).

Neste sentido, a História da Matemática, enquanto recurso didático, pode se prestar muito bem a essa finalidade.

Para isso, segundo Brito e Mendes (2005) a História da Matemática deve permear os conteúdos específicos das matemáticas permitindo, entre outras coisas, resgatar o contexto histórico do processo de sua criação, que se conheçam os obstáculos enfrentados nesse processo, que se reconheçam os feitos dos agentes dessa criação, que se conheçam as implicações históricas, políticas e sociais no qual estavam inseridos esses agentes, etc.

Mendes (2001) diz, ainda, que os conteúdos específicos de Matemática não devem ser apresentados de forma pronta e acabados, sem levar em conta os aspectos históricos da sua criação, para que não fique a impressão de que tudo foi muito fácil e que não demandou esforço físico e intelectual por parte de seus criadores. Através de nossa proposta, os conteúdos matemáticos tornar-se-ão parte integrante do processo educativo.

No livro “História da Matemática em atividades didáticas”, Brito, Miguel, Carvalho e Mendes (2005) afirmam, ainda, que as potencialidades pedagógicas da história no ensino de matemática têm sido discutidas desde o século XVII, com Clairaut, e que no início do século XIX, tais discussões passaram a fazer parte de congressos internacionais sobre o ensino de matemática. Esses autores citam

Fauvel (1991), que defende a importância do uso da história no ensino de matemática justificando essa importância pelos seguintes fatos:

1. A história aumenta a motivação para a aprendizagem da matemática;
2. Humaniza a matemática;
3. Mostra seu desenvolvimento histórico por meio da ordenação e apresentação de tópicos no currículo;
3. Os alunos compreendem como os conceitos se desenvolveram;
4. Contribui para as mudanças de percepções dos alunos com relação à matemática, e
5. Suscita oportunidades para a investigação em matemática” (BRITO *et al.*, 2005).

A seguir, Brito *et al.* (2005) nos colocam a par de algumas dificuldades encontradas no momento de se fazer um uso efetivo da História da Matemática em sala de aula. Dentre estas dificuldades destacamos:

1. Os professores, em geral, não possuem formação que os habilite a utilizar a História da Matemática em suas aulas, seja por ausência da disciplina nos currículos da Licenciatura ou pela falta de acesso a formação continuada que inclua estudos históricos da Matemática nos seus programas de formação;

2. Os professores de Matemática costumam lecionar em escolas que lhes exigem jornadas de quarenta horas ou mais, trabalhando com turmas numerosas e dispondo de poucas horas-atividade para o real planejamento das aulas, o que dificulta muito a pesquisa e a elaboração de atividades pedagógicas diferenciadas para seus alunos;

3. Os livros didáticos em sua grande maioria trazem dados históricos limitados a curiosidades históricas, biografias de matemáticos ou citações de datas e nomes, que não auxiliam os professores na construção de atividades que, à partir destes dados históricos, venham a ajudar os alunos na construção de conceitos matemáticos;

4. Muitos dados históricos encontrados em livros didáticos e paradidáticos estão incorretos ou geram dúvidas quanto a veracidade de seu conteúdo, servindo apenas para ilustrar os conteúdos, e por fim,

5. Quase não existe material bibliográfico contendo atividades didáticas que possam ser utilizadas pelos professores em sala de aula, pois nem todo o texto que aborda a História da Matemática pode ser utilizado pedagogicamente para o ensino da Matemática na Educação Básica.

Segundo Miguel (1993, p. 109) "para poderem ser pedagogicamente úteis, necessário que histórias da matemática sejam escritas sob o ponto de vista do educador matemático", citado por Brito *et al.* (2005).

Foi pensando na solução de algumas dessas dificuldades dos professores de Matemática que dirigimos nossa proposta de formular atividades didáticas inserindo nelas a História da Matemática. Neste trabalho, como foi frisado anteriormente, optamos por desenvolver atividades voltadas aos alunos do sexto (6º) ano do ensino fundamental.

CAPÍTULO 3

3.1 Considerações sobre o Primeiro Estudo da tese de Antônio Miguel (1993): a História e o ensino-aprendizagem da Matemática

Em sua tese de doutorado intitulada “*Três estudos sobre História e Educação Matemática*”, defendida em 1993, Antônio Miguel (1993) destaca em seu primeiro estudo “*A História e o ensino-aprendizagem da Matemática*”, os diferentes papéis pedagógicos atribuídos à história por matemáticos, historiadores da matemática e educadores matemáticos, que de modo direto ou indireto, acabaram expressando suas posições em relação a essa questão.

Miguel (1993) declara que o alcance de sua pesquisa está delimitado pela quantidade e natureza dos textos que conseguiu recolher ao longo dos anos em que sua pesquisa transcorreu. Foram analisados artigos presentes em revistas nacionais e internacionais, súmulas contidas em anais de encontros e congressos nacionais ou internacionais de Educação Matemática, capítulos de livros e referências esparsas contidas nas obras de matemáticos, educadores, historiadores da matemática e educadores matemáticos.

Miguel (1993) optou por uma exposição personalizada dessas posições, procurando refletir a diversidade das mesmas. Alguns textos foram excluídos por ele, com o devido cuidado, para que essa exclusão não implicasse na eliminação de pontos de vista originais bem como viesse a privilegiar apenas os “apologistas” da história.

À seguir, apresentaremos, de forma sucinta alguns desses textos analisados por Miguel (1993).

3.2 Felix Klein e a História como guia metodológico

Para analisar os escritos de Felix Klein (1849-1925), Miguel (1993) cita a obra desse matemático intitulada “*Elementary Mathematics from an Advanced Standpoint*”. Na página 268 da tradução inglesa de 1945, dessa obra, no prefácio a esta edição, Klein se refere a história. Segundo as observações feitas por Miguel (1993), para Klein a história aparece no momento em que ele se dirige ao leitor para

esclarecer o método de apresentação dos conteúdos. Klein declara ter sentido “ um prazer especial em seguir o desenvolvimento histórico de várias teorias a fim de compreender as marcantes diferenças nos métodos de apresentação quando confrontados com os demais métodos presentes na instrução atual” (Klein, 1945, prefácio, apud Miguel (1993)).

Klein percebeu o desacordo existente entre método de produção e métodos de transposição didática dos conteúdos matemáticos e tentou superá-la ao introduzir observações históricas na apresentação do livro citado anteriormente. Ele acreditava que assim como as ideias matemáticas haviam surgido lentamente e somente depois de longo desenvolvimento haviam adquirido a forma definitiva como hoje as conhecemos, assim também aos alunos não deveriam ser apresentadas coisas tão abstratas e difíceis muito cedo. Sobre isso Klein escreve:

...levando em conta a capacidade natural da juventude, o ensino deveria guiá-la para ideias mais elevadas, e, finalmente, para formulações mais abstratas e, ao fazê-lo, deveria seguir o mesmo caminho ao longo do qual a raça humana tem buscado desenvolver o conhecimento, desde seu estado original e simples até às formas mais elevadas (KLEIN, 1945 *apud* Miguel, 1993).

Segundo Miguel (1993), para Klein a dimensão pedagógica da história aparece vinculada à questão da seleção de métodos adequados de ensino-aprendizagem dos conteúdos matemáticos e de acordo com o ponto de vista de Klein, o método histórico de produção do conhecimento teria a qualidade de método natural e verdadeiramente científico de instrução, porque os métodos de ensino-aprendizagem classificados como “medievais” para Klein, conteriam um formalismo pedagógico em educação matemática que seria incapaz de traduzir-se em instrumento que pudesse realmente promover e estimular o pensamento científico. Neste aspecto o pensamento de Klein estava em conflito com a forma através da qual, os matemáticos de sua época ensinavam a matemática.

Além de toda a argumentação teórica feita por Klein para legitimar a história como guia metodológico, ele também recorre ao “princípio genético”, sob a influência positivista do final do século XIX, fundamentando ainda mais a sua proposta metodológica.

3.3 Henri Poincaré e a História como instrumento de conscientização epistemológica

O papel da história no ensino de matemática aparece na obra de Henri Poincaré (1854 -1912) no livro *“Science et Méthode”*, publicado em 1908, especificamente no Capítulo II , cujo título é *“Les Définitions Mathématiques et L’enseignement”*. De acordo com Miguel (1993) Poincaré busca refletir nesse capítulo sobre a seguinte questão: “por que as crianças frequentemente não conseguem compreender aquelas definições que satisfazem os matemáticos?”

Para responder a essa questão Poincaré deparou-se com outras questões tais como o papel dos padrões atualizados de rigor e da intuição no ensino da matemática e o significado da compreensão da demonstração de um teorema. De acordo com Miguel (1993), para Poincaré recorrer a história é uma concessão necessária que o professor deve fazer ao aluno devido à sua imaturidade psicológica. Os padrões atualizados de rigor não devem ser abandonados mas colocados no momento adequado, quando o aluno possa recuperá-lo de forma consciente. Nas palavras de Poincaré

...a satisfação do professor não é a única coisa que deve ser levada em consideração no ensino; deve-se também preocupar com o espírito do aluno e com aquilo que se quer que ele se torne...Mais tarde, quando o espírito do aluno, familiarizado com o raciocínio matemático, estiver amadurecido, as dúvidas nascerão por si só e então a demonstração será bem vinda. Ela será um estímulo às novidades, e as questões se colocarão sucessivamente à criança assim como elas se colocaram sucessivamente aos nossos antepassados, até que somente o rigor perfeito possa satisfazê-la. Não é suficiente duvidar de tudo, é preciso saber porque se duvida” (POINCARÉ, 1947, *apud* MIGUEL (1993).

Miguel (1993) destaca ter sido através de Poincaré que a função didática da história assume uma dimensão psicológica que consiste na possibilidade de se trazer para o plano da consciência do aprendiz a necessidade de submissão aos padrões atualizados de rigor, tanto no modo de se enunciar as definições, as propriedades e teoremas, quanto no modo de se encaminhar o raciocínio dedutivo presente nas demonstrações. O termo “consciência” é utilizado por Miguel (1993) do mesmo modo como o faz Vygotsky: “para indicar a percepção da atividade da mente – a consciência de estar consciente - e, sendo assim, “não-consciência” não é sinônimo de “inconsciência”, termo este que, no sentido freudiano, aparece como

resultado da repressão” (VYGOTSKY, 1987 *apud* MIGUEL, 1993).

De acordo com Miguel (1993) o argumento de Poincaré para a possibilidade da história exercer uma função conscientizadora no ensino da Matemática assenta-se na aceitação consciente, mas não questionadora do princípio genético, fundado no positivismo. Neste ponto, Miguel (1993) questiona se desvinculada do princípio genético existiria ainda alguma razão para a manutenção da proposta de Poincaré. Para responder essa questão, Miguel (1993) se reporta a obra de Vygotsky, especificamente sobre o estudo do desenvolvimento dos conceitos científicos na infância, e também na obra de Piaget, à questão do modo como a criança atinge a consciência e o domínio dos seus próprios pensamentos.

Para o autor as concepções de Vygotsky e Piaget, sobre essa questão se complementam e parecem sugerir uma conclusão que inverteria o ponto de vista de Poincaré a respeito da potencialidade pedagógica da história. Nas afirmações de Miguel (1993):

...se devemos ver nos processos de elaboração de estruturas e de organização de sistemas, dos quais o mecanismo da generalização é apenas um produto final, os fatores de engendramento do pensamento consciente, e se os conceitos científicos, notadamente os matemáticos, comportam, talvez, mais do que quaisquer outros, o poder de ativar esses processos e esse mecanismo no ato de cognição, que sentido teria a proposta de Poincaré de buscar apoio à produção do pensamento consciente num domínio do conhecimento no qual essa produção não se processa em primeira instância?

3.4 A História como fonte de motivação

Segundo Miguel (1993), existe um número significativo de matemáticos que recorrem à categoria psicológica da motivação para justificar a necessidade de se utilizar a história no processo de ensino-aprendizagem da matemática.

Ele faz uma análise da utilização da história como fonte de motivação, citando trechos americanos que apareceram na revista *“The Mathematics Teacher”*, publicadas nas décadas de 20 e 30. De acordo com Miguel (1993), pode-se perceber um certo otimismo ingênuo em relação às potencialidades pedagógicas da história. Cita o poder quase mágico que a história teria para modificar as atitudes dos alunos frente à Matemática. Citando Simons, Miguel (1993), escreve que “a História da Matemática e as recreações despertam e mantêm o interesse pela

matéria” (Simons, 1923,p.95, apud Miguel (1993),p. 62). Ele percebeu através dos textos que o poder motivador da história fora enaltecido em função de uma concepção lúdica ou recreativa da mesma. A história anedotário, tida como um contraponto necessário aos momentos formais do ensino, onde o aluno precisa ter muita concentração e realizar esforço para aprender. Para fundamentar essa questão, cita Hassler que afirma:

em todo trabalho devem existir momentos de recreação. Em período de esforço mental concentrado é repousante ter um recesso através da mudança na natureza do pensamento... uma parte considerável das aulas de matemática geralmente é dedicada à resolução de problemas, mas isso, dia após dia, acaba tornando-se monótono. Alguns professores enriquecem o seu ensino através de ilustrações dos vários usos da matemática. Em acréscimo a isso, todo professor pode e deve armazenar em sua mente, prontas para serem usadas, as histórias dos grandes matemáticos” (HASSLER, 1929 *apud* MIGUEL, 1993, p. 63).

Uma outra forma de tratar a história como elemento motivador para as aulas de matemática aparece sob a forma de solução de problemas. Isso pode ser visto nas propostas surgidas nas várias sessões do 5º Congresso Internacional de Educação Matemática (ICME -5 ADELAIDE,1984), onde passou-se a veicular a idéia de que a matemática pode ser desenvolvida pelo aluno através da resolução de problemas históricos e através da apreciação e análise das soluções apresentadas para esses problemas no passado.

Meserve, professor da Universidade de Vermont, durante o 4º ICME, manifestou o caráter pedagógico da associação das duas tendências em Educação Matemática – a que punha em destaque a necessidade da história e aquela que via na resolução de problemas o enfoque didaticamente eficiente para a aprendizagem da matemática. “Para mim, a História da Matemática é útil, antes de mais nada, como um auxílio para a compreensão de tópicos que já fazem parte do currículo. Matemática desenvolvida a partir de técnicas de resolução de problemas práticos” (MESERVE, 1980, *apud* MIGUEL, 1993, p. 66).

Nesses textos, Swetz é descrito como defensor da utilização da história no ensino via resolução de problemas históricos. Em sua defesa, foi mais além dos demais defensores dessa utilização ao preocupar-se em fornecer razões que fundamentassem a posição defendida, no sentido de não encarar a motivação como algo que se processaria inevitavelmente em função do simples fato do problema ser qualificado como “histórico”. Swetz não acreditava que a mera inclusão de

comentários a respeito da vida ou do trabalho de um matemático em particular fosse favorecer realmente a aprendizagem dos conceitos que estiverem sendo ensinados. Para ele, representa apenas a “inclusão de mais conhecimento factual em um currículo já abarrotado” (SWETZ, 1989 *apud* MIGUEL, 1993, p. 66).

Miguel (1993), enuncia ainda cinco motivos pelos quais Swet acreditava que os problemas históricos seriam motivadores: possibilitariam o esclarecimento e o reforço de muitos conceitos que estiverem sendo ensinados; são veículos de informação cultural e sociológica; refletem as preocupações práticas ou teóricas das diferentes culturas em diferentes momentos históricos constituem-se em meio de aferimento da habilidade matemática de nossos antepassados e, finalmente, permitem mostrar a existência de uma analogia ou continuidade entre os conceitos e processos matemáticos do passado e do presente.

Em sua análise à respeito das posições desses autores que buscam na motivação a razão para a utilização pedagógica da História da Matemática no processo de ensino e aprendizagem da Matemática, Miguel (1993) questiona a legitimidade dessa busca pela motivação e onde residiria esse misterioso potencial motivador da história. Miguel (1993) argumenta que se esse potencial motivador da história existisse, o ensino da própria história seria automotivador. Em suas palavras, não é isso o que qualquer professor de história atestaria se fosse questionado em seu cotidiano escolar. Existe o desinteresse dos alunos por essa disciplina, eles costumam a compreender a importância, a natureza os objetivos e os métodos da história.

Por outro lado, utilizando-se de um argumento mais técnico contra esse suposto potencial motivador, Miguel (1993) recorre a Psicologia, em especial às áreas específicas que tem por objeto de estudo e pesquisa a motivação. Para esse propósito, ele cita Evans, segundo o qual é a existência de uma mudança qualitativa dentro do campo da motivação, que se traduz na passagem de um enfoque mecanicista para um enfoque cognitivo da mesma.

...da imagem de um organismo impelido e pressionado por forças e hábitos no interior do enfoque mecanicista, passa-se à imagem alternativa de um organismo capaz, dentro das limitações de sua espécie, de absorver informações provenientes de sua fisiologia interna, de seu meio físico e, sobretudo no homem, de seu ambiente social” (EVANS, 1976, *apud* Miguel, 1993, p. 69).

Para Miguel (1993), as ideias de impulsos aprendidos, baseados em necessidades biológicas, deram lugar a teorias que enfatizam ser o nosso comportamento determinado pelo modo como nos percebemos a nós mesmos e percebemos o nosso meio ambiente (EVANS, 1976 *apud* Miguel, 1993, p. 69).

Miguel (1993) destaca que é dentro de um enfoque mecanicista da motivação que se situam os autores cujos pontos de vista ele analisou. Os autores centram-se no objeto do conhecimento e não no sujeito, tendo a história um poder de atração, sendo a fonte de onde emanariam os impulsos que se constituiriam em reforços automaticamente e invariavelmente positivos para o sujeito.

Quanto a vinculação entre a história e problema, Miguel (1993) afirma que o aspecto motivador de um problema histórico não reside no fato de ser ele histórico ou até mesmo de ser problema, mas no maior ou menor grau de desafio que esse problema oferece, no modo como esse desafio é percebido pelo aluno, no tipo de relações que se estabelecem entre esse desafio e os valores, interesses e aptidões socialmente construídos por ele, dentre outros.

Para Miguel (1993), a motivação constitui-se numa instância problemática para a incorporação da história no ensino, uma vez que se a história, podendo motivar, não necessariamente motiva, também não motiva a todos os alunos igualmente e da mesma forma.

3.5 Zúñiga e as três funções da História

Zúñiga, segundo Miguel (1993), se preocupou em efetuar um ajuste entre aquilo que ele chamava de a “natureza última” da Matemática e o modo como se deve encaminhar, segundo ele, o ensino dessa área de conhecimento. Para Zúñiga (1987), a epistemologia se constituiria em instância normativa para a metodologia do ensino da Matemática. Questionou a si sobre qual a epistemologia da Matemática o seu ensino tomaria como referência e se as diversas epistemologias das matemáticas teriam o poder de revelar a importância da História para o ensino.

As concepções de Matemática que, segundo Zúñiga, se manifestam ao longo da História são as cinco citadas a seguir: “a convencionalista ou sintática, elaborada pelo círculo de Viena, a axiomática, a platônica, a construtivista e a empirista clássica” (ZÚÑIGA, 1987a *apud* MIGUEL, 1993, p. 71).

Segundo Miguel (1993), para Zúñiga, todas essas concepções podem e devem ser questionadas, muito embora não exista, ainda, uma nova concepção da matemática que as substitua numa única vertente. As velhas categorias kantianas, tais como “a priori/a posteriori”, “analítico/sintético” etc., devem ser abandonadas e substituídas por novas ideias e métodos e por novas atitudes filosóficas.

Miguel (1993) destaca as três ideias fundamentais que segundo Zúñiga estariam na base de uma nova atitude no plano da filosofia da matemática:

- I. “ a diversidade teórica das matemáticas, isto é, ruptura com o postulado da existência de uma unidade entre os campos distintos da matemática;
- II. a defesa do caráter empírico das matemáticas e
- III. a defesa de que o conhecimento resulta de uma síntese dialética de três fatores funcionalmente importantes: o sujeito, a sociedade e o objeto material (MIGUEL, 1993, p. 72).

Para Miguel (1993) a dificuldade de se manter a visão de unidade da matemática, segundo Zuñiga, seria uma consequência dos trabalhos de Kurt Gödel, realizados na década de 30. “Poderíamos dividir a moderna história das matemáticas em duas etapas: antes de Gödel e depois de Gödel” (ZUÑIGA, 1988 *apud* MIGUEL, 1993, p. 72). Para Zúñiga “a matemática não pode mais ser considerada um corpo teórico sólido, seguro, único, absoluto e verdadeiro” (ZUÑIGA, 1987a, *apud* MIGUEL, 1993, p. 72).

Sobre o caráter empírico das matemáticas, Miguel (1993) afirma que Zuñiga a defende por identificar a matemática como uma ciência natural cujo objeto não é do mesmo tipo daqueles que outras ciências naturais possuem. Para ele o objeto das matemáticas não existe por si só e nem faz parte de uma instância física do real, manifestando-se na relação epistemológica que se estabelece entre o sujeito epistêmico e o objeto.

Miguel (1993) destaca que a novidade introduzida por Zuñiga é a referência ao social enquanto fator epistemológico condicionante da relação sujeito-objeto no ato do conhecimento. O contexto social tem o poder de influir no modo de agir do sujeito e também tem o poder de modificar a realidade do objeto. Miguel (1993) afirma que é o social enquanto fator epistemológico que imprime ao processo do conhecimento uma dimensão histórica.

Segundo Miguel (1993) essas três idéias de Zuñiga, justificariam a importância da história para o ensino da matemática:

Ao assumir o caráter empírico das Matemáticas manifesta-se a necessidade de introduzir a História concreta em seu ensino. A opinião que afirma a diversidade das matemáticas coloca-nos a necessidade de estabelecermos uma aproximação mais concreta e respeito desses corpos teóricos. Ao mesmo tempo, ao assinalar o papel ativo do sujeito, em uma relação dialética que não elimina nem o objeto e nem o social, torna-se importante recorrer aos momentos históricos de construção individual para se desenvolver adequadamente o ensino-aprendizagem (ZÚÑIGA, 1987a, *apud* MIGUEL, 1993, p. 74).

E ele vai mais além, destacando mais duas funções didáticas que Zuñiga atribui a história:

A participação da história dos conteúdos matemáticos como recurso didático é imprescindível. O desenvolvimento histórico não só serve como elemento de motivação mas também como fator de melhor esclarecimento do sentido dos conceitos e das teorias estudadas (ZÚÑIGA, 1988 *apud* MIGUEL, 1993, p. 75).

Para Zúñiga, é importante usar a ordem histórica da construção matemática visando facilitar a assimilação de conceitos durante a reconstrução teórica, uma vez que os conceitos e noções da matemática tiveram uma ordem de construção. Ao recriar teoricamente esse processo histórico, ficariam em evidência os obstáculos que surgiram na sua elaboração e compreensão. Deve-se ter o cuidado de não reproduzir mecanicamente a ordem de aparição histórica dos conceitos matemáticos:

todas as ciências possuem certa lógica interna que se dá a partir de sínteses teóricas importantes e que se deve assimilar no ensino-aprendizagem. Só se coloca a necessidade de buscar um equilíbrio verdadeiramente dialético entre essa lógica interna e a história de sua evolução conceptual, enfatizando a importância do segundo (ZÚÑIGA, 1988, *apud* MIGUEL, 1993, p. 75).

Miguel (1993) finaliza esta análise das ideias de Zuñiga resumindo as três concepções que a história pode e deve cumprir, quais sejam, a história como fator de motivação, história como instrumento de uma dupla revelação: do sentido dos conceitos e da natureza última da matemática.

3.6 Gerdes e a história como instrumento de resgate da identidade cultural

Em sua análise sobre o trabalho de Gerdes, Miguel (1993) constata que, apesar desse autor não ter mencionado o uso da história em sua prática como professor de matemática, a forma como ele resgata a matemática através do resgate da identidade cultural do povo moçambicano, analisando as práticas culturais, a arte utilitária e o modo de vida das pessoas, contribuíram para a questão do uso da história de forma original e não-linear.

Após o fim do regime colonial imposto por Portugal ao povo de Moçambique, houve a necessidade de reconstruir o sistema educacional daquele povo. No regime imposto por Portugal, a matemática

apresentava-se como uma criação e capacidade exclusiva dos homens brancos; as capacidades matemáticas dos povos colonizados eram negadas ou reduzidas à memorização mecânica; as tradições africanas e índio-americanas ficaram ignoradas ou desprezadas” (GERDES, 1991 *apud* Miguel, 1993, p. 81).

Segundo Miguel (1993), esse fato resultou num bloqueio psicológico, numa aversão à matemática e contribuiu para torná-la impopular e responsável pelo baixo desempenho em matemática por parte dos filhos de camponeses e operários, sendo um filtro educacional de seleção imposto pela elite daquele país. Para Gerdes (1991), a mudança desse quadro social deveria passar pela eliminação do bloqueio cultural do povo moçambicano para depois se conseguir reverter o bloqueio psicológico.

O problema enfrentado por Gerdes para resgatar as tradições culturais do povo de Moçambique residia no fato de muitas dessas tradições terem sido destruídas ao longo dos anos de escravidão e colonização. Gerdes, então, teve de tornar-se um historiador da matemática que ele chamava de “ matemática oprimida” ,ou nas suas palavras,

aqueles elementos matemáticos presentes na vida diária das massas populares e que não são reconhecidos como matemáticos pela ideologia dominante”; ou então, “descongelar o pensamento matemático que se encontra oculto ou congelado em técnicas antigas (GERDES, 1991, *apud* MIGUEL, 1993, p. 82).

De acordo com Miguel (1993), Gerdes não tinha muitas fontes escritas onde pudesse iniciar sua busca. Elaborou então uma metodologia específica para resgatar essa matemática. Gerdes passou a observar as formas e padrões geométricos que apareciam em objetos tradicionais do povo de Moçambique, como em cestos, esteiras, potes, casas, armadilhas de pesca e muitos mais. Gerdes questionou-se sobre o motivo daqueles objetos terem tais formas. Na tentativa de responder a essa questão, Gerdes aprendeu as técnicas de produção usadas e tentou variar as formas:

resultou que a forma desses objetos não é quase nunca arbitrária, mas geralmente representa muitas vantagens práticas e é, muitas das vezes, a única solução possível ou a solução ótima de um problema de produção. A forma tradicional reflete experiência e sabedoria acumuladas. Consta não só conhecimento biológico e físico acerca dos materiais que são usados, mas também conhecimento matemático, conhecimento acerca das propriedades e relações dos círculos, retângulos, quadrados, pentágonos e hexágonos regulares, cones, pirâmides, cilindros, etc.” (GERDES, 1991, *apud* MIGUEL, 1993, p. 83).

Para Gerdes (1991), se os alunos forem estimulados a reinventar uma técnica de produção, estarão fazendo e aprendendo matemática. Isto somente ocorrerá se os professores também estiverem convencidos da existência dessa matemática implícita e se souberem valorizar culturalmente as tradições existentes, conferindo-lhes o devido valor pedagógico e científico.

CAPÍTULO 4

ATIVIDADES DIDÁTICAS

As atividades didáticas elaboradas e descritas a seguir são destinadas à professora ou professor de Matemática, que poderá reproduzir e aplicar em sala de aula no momento que achar mais conveniente e segundo sua metodologia e sequência didática de conteúdos. Procuramos tornar a linguagem dos textos acessível aos alunos do sexto ano do Ensino Fundamental II, porque acreditamos ser importante tornar a leitura um hábito nas aulas de Matemática. Desta forma algumas das atividades didáticas contém um pequeno texto histórico como introdução da atividade. O cuidado com a linguagem a ser utilizada em sala de aula é outro ponto que merece especial atenção dos educandos.

Sugerimos ainda, que a professora ou professor de Matemática trabalhe as atividades didáticas em parceria com outros colegas da escola, tais como os professores de Geografia e História, dentre outros, visando situar os alunos quanto a localização geográfica de alguns povos que foram citados neste trabalho, bem como compreender a realidade histórica vividas por eles quando das descobertas matemáticas exemplificadas.

OS NÚMEROS

Atividade 1: Construção de um ábaco

Objetivo:

I. Construir um ábaco para utilizar em aula posteriormente.

Nesta atividade os alunos irão construir um ábaco para ser utilizado em sala de aula em outras atividades envolvendo a construção do conceito de número. Uma vez que se pretende nesta série trabalhar com a noção de que os números pertencem a uma ordem e uma classe, é importante conseguir que os alunos pratiquem qual classe e ordem um determinado número pertence. Ao construir o ábaco, os alunos iniciam este processo de aprendizagem de forma prática e comprometida com a sua própria aprendizagem.

Atividade 2: Representações do sistema decimal usando o ábaco**Objetivos:**

- 1. Reconhecer a base de contagem decimal, agrupando os elementos de 10 em 10 ao contá-los.**
- 2. Identificar a ordem e a classe de um algarismo de qualquer número.**

Após a construção do ábaco os alunos iniciam a utilização prática do mesmo através desta atividade onde irão reconhecer a base de contagem decimal e identificar a ordem e a classe de um algarismo de qualquer número.

FORMAS GEOMÉTRICAS ESPACIAIS**Atividade 3: Construção de estrutura de pirâmide com canudos****Objetivos:**

- 1. Visualizar propriedades da pirâmide**
- 2. Identificar conceitos básicos para o estudo da geometria plana e espacial**

Esta atividade inicia com um pequeno texto sobre a História da Geometria Espacial e da Geometria Grega. Após a leitura os alunos são convidados a construir uma estrutura de pirâmide utilizando canudinhos de refrigerante.

VISTAS**Atividade 4: Construção de um cubo e suas diagonais****Objetivos:**

- 1. Identificar e representar as vistas frontal, superior, lateral direita e lateral esquerda de diferentes objetos e figuras bidimensionais.**
- 2. Possibilitar o desenvolvimento da visualização espacial.**
- 3. Fixar conceitos sobre arestas, diagonal, triângulo retângulo, tetraedro, triângulos.**

Esta atividade destina-se a fixar conceitos sobre arestas, diagonal, triângulo retângulo, tetraedro, triângulos, bem como identificar e representar as vistas frontal,

superior, lateral direita e lateral esquerda de diferentes objetos e figuras bidimensionais, além de possibilitar o desenvolvimento da visualização espacial.

Os alunos irão construir um cubo e marcar suas diagonais utilizando canudinhos de refrigerante de cores diferentes.

NÚMEROS NATURAIS

Atividade 5: Os números figurados

Objetivos:

1. Identificar as sequências de números naturais associadas as figuras geométricas

Esta atividade inicia com um texto sobre o significado dos números figurados e visa Identificar as sequências de números naturais associadas as figuras geométricas

OPERAÇÕES COM NÚMEROS NATURAIS

Atividade 6: Comparando antigos sistemas de numeração

Objetivos:

1. Identificar os números naturais

2. Comparar diferentes sistemas de numeração quanto ao valor posicional dos números.

Com o objetivo de identificar os números naturais e comparar diferentes sistemas de numeração quanto ao valor posicional dos números, esta atividade possibilita que os alunos façam uma comparação entre os sistemas indo arábico, egípcio e romano.

Os Papiros da Matemática Egípcia

Garbi (2006) afirma que os egípcios desenvolveram sua matemática de forma intuitiva, principalmente voltada para fins práticos como a Agrimensura, a Arquitetura e as obras de irrigação.

Alguns documentos que chegaram até nós mostram que, no começo do segundo milênio a.C., o nível de conhecimentos egípcios já era bastante elevado. Dois destes documentos são considerados as fontes principais de informações referentes à matemática egípcia antiga: o *Papiro Ahmes ou Papiro de Rhind* e o *Papiro de Moscou ou Papiro Golenishev*.

O *Papiro Ahmes ou Papiro de Rhind* foi escrito por volta de 1650 a.C. pelo escriba Ahmes. O papiro foi adquirido no Egito pelo egiptólogo A. Henry Rhind, advindo desse fato o nome Papiro de Rhind, sendo comprado posteriormente pelo Museu Britânico de Londres.

O Papiro Rhind foi publicado em 1927 e consiste num texto matemático na forma de manual prático que contém 85 problemas resolvidos de Aritmética e Geometria, copiados em escrita hierática pelo escriba Ahmes de um trabalho mais antigo.

Os egípcios desenvolveram três formas de escrita. A mais antiga usada pelos sacerdotes em monumentos e tumbas foi chamada hieroglífica. Desta, deriva uma forma cursiva, usada nos papiros, chamada hierática da qual resulta, mais tarde, a escrita demótica, de uso geral.

Em 1799, durante a campanha de Napoleão no Egito, engenheiros franceses escavando o solo, perto do braço Roseta do delta do Nilo, encontraram um fragmento basáltico polido que iria propiciar a decifração da escrita egípcia. Essa pedra (conhecida como Pedra de Roseta) contém inscrições com uma mensagem repetida em hieroglíficos, em caracteres demóticos e em grego.

Tomando o grego como chave foi possível decifrar a escrita egípcia.

O *papiro Rhind* descreve os métodos de multiplicação e divisão dos egípcios, o uso que faziam das frações unitárias, a solução para o problema da determinação da área de um círculo e muitas aplicações da matemática a problemas práticos.

O Papiro Golenishev ou de Moscou é mais antigo que o Papiro de Rhind, datado aproximadamente do ano 1850 a.C. Consiste num texto matemático que contém 25 problemas resolvidos de Aritmética e Geometria. Este papiro encontra-se no Museu de Moscou de Finas Artes (Garbi: 2006).

Garbi (2006) afirma que uma das questões de Geometria surpreendeu os historiadores pela dificuldade e pela correção da resposta. A questão trata do volume de um tronco de pirâmide de altura 6 e bases superior e inferior quadradas com lados, respectivamente, iguais a 2 e 4. Existem várias conjecturas sobre como

os egípcios chegaram a essa difícil resposta, mas não existe certeza sobre o caminho percorrido por eles.

Os egípcios da Antigüidade usavam um sistema não posicional de base dez, havendo símbolos específicos para os nove primeiros números e também para 10, 100, 1000, 10 000, 1 00 000 e 1 000 000.

Em hieróglifos, tais símbolos eram representados da seguinte forma:

1	2	3	4	5	6	7	8	9
I	II	III	II II	II II I	III III	III III I	IIII IIII	IIII IIII I

Fonte: mundoeducacao.com.br

Ao chegar às dezenas os hieróglifos foram substituídos por **n**:

10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21
n	n I	n II	n III	n IIII	n IIII II	n IIII III	n IIII IIII	n IIII IIII	n IIII IIII	n n	n n I

fonte: mundoeducacao.com.br

Os outros hieróglifos básicos eram os seguintes:

Símbolo Egípcio	Descrição do símbolo	O número na nossa notação
	bastão	1
∩	calcanhar	10
?	rolo de corda	100
⌘	flor de lótus	1000
☞	dedo a apontar	10000
🐟	peixe	100000
👤	homem	1000000

O sistema de numeração romano

A civilização romana foi uma das muitas que nos deixaram importantes legados em vários campos das ciências e das artes. Seu centro era a cidade de Roma. Desde sua fundação, em 753 a.C., até ser ocupada por povos estrangeiros em 476 d.C., seus habitantes enfrentaram um número incalculável de guerras de todos os tipos. Inicialmente, para se defenderem dos ataques de povos vizinhos; mais tarde nas campanhas de conquistas de novos territórios.

Foi assim que, pouco a pouco, os romanos foram conquistando a península Itálica e o restante da Europa, além de uma parte da Ásia e o norte de África.

Foi em Roma que se desenvolveu e aperfeiçoou o número concreto, que vinha sendo usado desde a época das cavernas. Eles não inventaram símbolos novos para representar os números; usaram as próprias letras do alfabeto e o sistema de numeração romano baseava-se em sete números chave:

ALFABETO ROMANO	I	V	X	L	C	D	M
VALOR NUMÉRICO	1	5	10	50	100	500	1000

Quando apareciam vários números iguais juntos, os romanos somavam os seus valores.

$$II = 1 + 1 = 2$$

$$XX = 10 + 10 = 20$$

$$XXX = 10 + 10 + 10 = 30$$

Quando dois números diferentes vinham juntos, e o menor vinha antes do maior, subtraíam os seus valores.

$$VI = 6 \text{ porque } 5 + 1 = 6$$

$$XXV = 25 \text{ porque } 20 + 5 = 25$$

$$XXXVI = 36 \text{ porque } 30 + 5 + 1 = 36$$

$$LX = 60 \text{ porque } 50 + 10 = 60$$

Como acabamos de ver, o número 1.000 era representado pela letra M.

Assim, MM correspondiam a 2.000 e MMM a 3.000.

Para escrever 4.000 ou números maiores que ele, os romanos usavam um traço horizontal sobre as letras que representavam esses números.

Um traço multiplicava o número representado abaixo dele por 1.000.

O sistema de numeração romano foi adotado por muitos povos. Mas ainda era difícil efetuar cálculos com este sistema.

Vestígios de símbolos de numeração romana podem ser observados nos dias atuais nos mostradores de relógios, na indicação de datas e de capítulos de livros.

Sistemas de numeração Indo Árábico ou Decimal

Nos textos anteriores sobre as numerações egípcias e romanas observamos que eles não são muito práticos em comparação com o nosso sistema de numeração, pois, para representar certos números, os egípcios e romanos precisavam enfileirar uma grande quantidade de símbolos.

Os hindus, que viviam no vale do Rio Indo, onde hoje é o Paquistão, conseguiram desenvolver um sistema de numeração que reunia as diferentes características dos antigos sistemas.

Tratava-se de um sistema posicional decimal. Posicional porque um mesmo símbolo representava valores diferentes, dependendo da posição ocupada; decimal porque eram feitos agrupamentos de dez em dez.

Esse sistema posicional decimal, criado pelos hindus, corresponde ao nosso atual sistema de numeração, já estudado pelos alunos nas séries anteriores. Por terem sido os árabes os responsáveis pela divulgação desse sistema. Ele ficou conhecido como sistema de numeração indo-arábico.

Os dez símbolos, utilizados para representar os números denomina-se algarismos indo-arábicos. São eles: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9.

Observe, no quadro a seguir, as principais mudanças ocorridas nos símbolos indo-arábicos, ao longo do tempo. Observe que, inicialmente, os hindus não utilizavam o zero. A criação de um símbolo para o nada, ou seja, o zero, foi uma das grandes invenções dos hindus.

HINDU 300 a.C.	-	=	≡	୩	୪	୫	୬	୭	୮	୯
HINDU 500 d.C.	୧	୨	୩	୪	୫	୬	୭	୮	୯	୦
ÁRABE 900 d.C.	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩	٠
ÁRABE (ESPANHA) 1000 d.C.	1	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩	٠
ITALIANO 1400 d.C.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
ATUAL	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0

Fonte: http://www.matematicasociety.hpg.ig.com.br/sistema_de_numeracao.htm

Com o nosso sistema de numeração, usando apenas dez símbolos diferentes, podemos escrever qualquer número, enquanto que, nas numerações egípcias e romanas, para se escrever números muito grandes seria preciso criar novos símbolos: um para o dez mil, outro para o dez milhões, outro para o cem milhões etc. Os sistemas de numeração egípcia e romana apresentavam ainda outra dificuldade: era muito trabalhoso efetuar cálculos usando esses critérios.

Essas dificuldades foram superadas pelos hindus, que foram os criadores do nosso sistema de numeração. Eles souberam reunir três características que já apareciam em outros sistemas numéricos da Antiguidade:

- 1) O sistema de numeração hindu é decimal (o egípcio, o romano e o chinês também o eram);
- 2) O sistema de numeração hindu é posicional (o babilônio também era);
- 3) O sistema de numeração hindu tem o algarismo zero.

Estas três características, reunidas, tornaram o sistema de numeração hindu o mais prático de todos. Não é sem motivo que hoje ele é usado quase no mundo todo. Nossos alunos precisam analisar as características do nosso sistema de numeração para compreender suas regras de funcionamento. Sem esta compreensão é impossível entender as técnicas operatórias, os números decimais e o sistema métrico decimal.

O sistema de numeração indo-arábico tem esse nome devido aos hindus que o inventaram, e devido aos árabes, que o transmitiram para a Europa Ocidental.

Na Índia encontram-se colunas de pedras datadas do ano 250 a.C., com símbolos numéricos que seriam os precursores do nosso sistema de numeração, mas nesses não encontramos nem o zero (sinal para marcar ausência de unidade ou "o espaço vazio" de uma unidade faltante) e nem a notação posicional. Porém, a idéia de valor posicional e zero devem ter sido introduzida na Índia antes do ano 800 d.C., pois o matemático persa Al-Khowarizmi descreveu de maneira completa o sistema hindu num livro datado do ano 825 d.C..

Ainda não existem certezas de como esses numerais chegaram na Europa, mas acredita-se que teria sido através de comerciantes e viajantes árabes, pelas costas do Mediterrâneo. Sabe-se que foi uma tradução latina do tratado de Al-Khowarizmi, feita no século XII, seguida de alguns trabalhos europeus sobre o assunto, fez com que o sistema se disseminasse mais amplamente.

Um primeiro divulgador de seu uso foi Gerbert (c. 950 - 1003). Nascido em Auvugne, França, foi um dos primeiros cristãos a estudar nas escolas muçulmanas da Espanha, e ao retornar de seus estudos, tentou introduzir na Europa cristã os numerais indo-arábicos (sem o zero). À ele, atribui-se a construção de ábacos, globos terrestres e celestes e um relógio. Ele subiu na hierarquia da Igreja, tornando-se papa com o nome de Silvestre II no ano 999. Foi considerado um erudito profundo, escreveu sobre astrologia, aritmética e geometria.

Na época de Gerbert, começaram a entrar na Europa Ocidental os clássicos gregos de ciência e matemática. Houve assim um período de transição, durante o qual o saber grego, preservado pelos muçulmanos, foi passando para os europeus ocidentais.

Posteriormente, Leonardo de Pisa defendeu e utilizou a notação indo-árabica em seus trabalhos, colaborando para a introdução desses numerais na Europa. No século XVI, os cálculos com numerais indo-arábicos se padronizaram.

Muitos dos campos nos quais os cálculos numéricos são importantes, como a astronomia, a navegação, o comércio, a engenharia e a guerra, fizeram com que esses numerais fossem utilizados para tornar os cálculos rápidos e precisos.

Atividade 7: Quadrados mágicos

Objetivos:

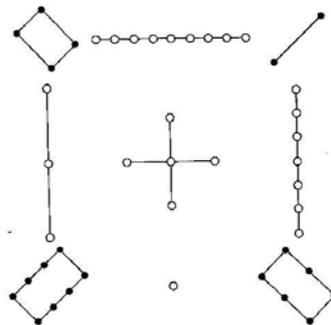
1. Resolver operações simples de adição
2. Fixar conhecimentos dos sistemas de numeração maia, egípcios, gregos e babilônios

Esta atividade visa orientar o aluno na resolução de operações simples de adição e também pretende fixar conhecimentos dos sistemas de numeração maia, egípcio, romano e babilônio e inicia com uma introdução sobre a origem dos quadrados mágicos.

Os quadrados mágicos irão permear outras atividades inseridas nesta monografia.

No sexto ano do ensino fundamental os alunos têm contato com os sistemas de numeração antigos e com os primórdios do princípio da contagem. Observando o livro didático *Matemática: Uma aventura do pensamento* de Oscar Guelli (2004), encontramos uma interessante sugestão de atividade envolvendo o quadrado mágico. Para introduzir o estudante no tema, Oscar Guelli explica que os antigos chineses acreditavam que quem possuísse um quadrado mágico teria um amuleto que lhe traria sorte e felicidade para toda a vida. Segundo Howard Eves, em seu livro *Introdução à História da Matemática*, supõe-se que tenha sido no séc. XII a.C. que um matemático de nome Wön-Wang escreveu o famoso I-King (O Livro das Permutações), uma obra mística, que fala sobre adivinhações, mas que contém tópicos matemáticos como quadrados mágicos.

No I-King aparece um diagrama numérico conhecido como lo-shu, que você observa na figura abaixo.



Trata-se do exemplo conhecido mais antigo de quadrado mágico. Acredita-se que é um arranjo quadrado de numerais expressos por nós em cordas: nós pretos para números pares e nós brancos para números ímpares (EVES, 2004, p 268).

Conta uma lenda que o primeiro a vê-lo foi o imperador Yu, por volta de 2200 a.C., decorando a carapaça de uma tartaruga divina que lhe apareceu às margens do rio Amarelo. Os chineses acreditavam que quem possuísse um quadrado mágico teria um amuleto que lhe traria sorte e felicidade para toda a vida. (Eves, 2004, p 268). A lenda de que os quadrados mágicos possuíam virtudes sobrenaturais despertou a atenção de estudiosos em todo o mundo. Esta lenda sobre os quadrados mágicos incentivou pesquisadores do mundo inteiro a construir muitos quadrados mágicos diferentes.

Na continuação, Guelli (2004) explica o motivo pelo qual é chamado quadrado mágico, levando o aluno a comprovar que a soma dos números em cada coluna, linha ou diagonal é sempre igual.

Em minha experiência como professora de matemática de crianças do sexto ano, tive a oportunidade de trabalhar com os quadrados mágicos e constatei que o interesse dos alunos na atividade fora maior do que eu havia intuitivo, levando inclusive os alunos a fazerem suas pesquisas particulares sobre o tema, sem vistas a avaliação, apenas para conhecimento próprio e diversão, pois para eles trabalhar com os quadrados mágicos foi uma tarefa realizada com alegria e atenção. Baseado nestes fatos, pensei numa variação do tema quadrados mágicos no momento em que vamos estudar com as crianças os números e os princípios de contagem segundo as civilizações antigas. Neste exemplo específico optei pela escrita segundo as civilizações maia e egípcia, após os alunos terem resolvido um quadrado mágico no sistema indo arábico.

OPERAÇÕES COM NÚMEROS NATURAIS

Atividade 8: Jogando com expressões

Objetivos:

- 1. Calcular o valor de expressões numéricas que envolvam operações de adição e subtração.**

Esta atividade é uma variação na forma como é solicitado aos alunos que resolvam exercícios com expressões numéricas. Além de envolver a ludicidade do jogo, os alunos são convidados a estabelecer parceria com os outros colegas na busca pela solução das expressões encontradas.

OPERAÇÕES COM NÚMEROS NATURAIS

Atividade 9: Multiplicação à moda egípcia

Objetivos:

- 1. Resolver as multiplicações da forma como os egípcios faziam;**
- 2. Resolver as multiplicações da forma como estudamos hoje.**

Segundo Eves (2004, p. 72), uma das consequências do sistema de numeração egípcio é o caráter aditivo da aritmética dependente. Assim, a multiplicação e a divisão eram em geral efetuadas por uma sucessão de duplicações com base no fato de que todo número pode ser representado por uma soma de potências de 2.

Antes, porém, uma observação: já sabemos como é que os egípcios escreviam os números (atividades anteriores), mas, nos exemplos a seguir, vamos escrevê-los usando o nosso sistema de numeração. Isto facilitará a compreensão. Como exemplo de multiplicação vamos achar o produto de 12 por 51.

1) Escrevemos duas colunas de números sendo que a primeira começa por 1 e a segunda por um dos fatores da multiplicação desejada. Escolhemos o menor (12).

	1	12
	2	24
	4	48
	8	96
	16	192
	32	384
Total	51	612

2) Agora vamos dobrar os valores dessas duas colunas, até que a soma dos valores da primeira coluna seja igual ou maior a 51.

3) Agora vamos escolher, na primeira coluna, os valores que somados dão exatamente 51, que é o outro fator dessa multiplicação.

$$1 + 2 + 16 + 32 = 51$$

4) Finalmente, basta somamos os números da tabela dispostos na segunda coluna e obtemos o resultado da multiplicação entre 12 por 51.

$$12 + 24 + 192 + 384 = 612$$

$$\text{Logo, } 12 \times 51 = 612$$

Segundo o texto extraído do livro “A Magia da Matemática”, do prof. Msc. Ilydio Pereira de Sá, Editora Ciência Moderna, a justificativa desse método é muito simples e está baseada em duas propriedades: Na decomposição de um número natural em uma soma de potências de base dois (propriedade do sistema binário) e na propriedade distributiva da multiplicação em relação à adição.

No exemplo anterior, 12×51 , o que fizemos foi descobrir quais as potências de 2 que somadas geravam o número 51. No caso, obtivemos os números 32, 16, 2 e 1. No passo seguinte, o que fizemos foi substituir o número 51 por essa soma de potências de 2, ou seja, a multiplicação foi transformada em:

$$12 \times 51 = 12 \times (32 + 16 + 2 + 1)$$

Aplicando agora a propriedade distributiva da multiplicação, em relação à adição, teremos:

$12 \times 51 = 12 \times 32 + 12 \times 16 + 12 \times 2 + 12 \times 1 = 384 + 192 + 24 + 12$, que são exatamente os números selecionados na segunda coluna do método.

Assim, dessa forma bastante criativa e interessante, os antigos Egípcios transformavam uma multiplicação de números naturais em cálculo de dobros (que é simples mentalmente) e em adições.

Em nossa proposta de atividade, sugerimos aproveitar este tema para trabalhar a adição e a multiplicação, temas de suma importância no sexto ano.

OPERAÇÕES COM NÚMEROS NATURAIS

Atividade 10: Divisão à moda egípcia

Objetivos:

1. Resolver as divisões da forma como os egípcios faziam.
2. Resolver as divisões da forma como estudamos hoje.

Na sequência, um exemplo de divisão à moda egípcia, pesquisado no site do Instituto de Matemática e Estatística da USP de São Paulo (IME-USP).

Para efetuar a divisão de 184 por 8 procedemos assim:

1. Dobramos sucessivamente o divisor 8 até que o número de duplicações exceda o dividendo 184.
2. Escolhemos, na coluna da direita, números que somados deem 184:

	1	8
	2	16
	4	32
	8	64
	16	128
Total	23	184

$$8+16+32+128= 184$$

3. Tomamos, na coluna da esquerda, os valores correspondentes e somando-os, temos:

$$1 + 2 + 4 + 16= 23$$

Este é o resultado da divisão: $184 \div 8 = 23$.

Apesar destes métodos serem um tanto trabalhosos para as crianças executarem, a finalidade dos mesmos é enfatizar a multiplicação, a divisão e a adição de números naturais, sob um outro enfoque matemático. Cabe à professora de Matemática explicar os métodos e cativar os alunos para a execução das atividades.

MEDIDAS DE COMPRIMENTO

Atividade 11: O corpo como unidade de medida

Objetivos:

- 1. Identificar a unidade de comprimento no sistema métrico decimal.**
- 2. Comparar grandezas estabelecendo relações com as medidas atuais.**

As primeiras unidades de medida referiam-se direta ou indiretamente ao corpo humano: palmo, pé, passo, braça, cúbito. Por volta de 3500 a.C. - quando na Mesopotâmia e no Egito começaram a serem construídos os primeiros templos - seus projetistas tiveram de encontrar unidades mais uniformes e precisas. Adotaram a longitude das partes do corpo de um único homem (geralmente o rei) e com essas medidas construíram réguas de madeira e metal, ou cordas com nós, que foram as primeiras medidas oficiais de comprimento.

Nesta atividade os alunos serão convidados a realizarem algumas medições usando o pé como unidade de medida.

MÚLTIPLOS E DIVISORES

Atividade 12: Números amigos

Objetivos:

- 1. Reconhecer os divisores de um número natural.**
- 2. Determinar o conjunto dos divisores de um número.**
- 3. Determinar o mínimo múltiplo comum entre dois ou mais números.**

Dizemos que dois números são amigos se cada um deles é igual à soma dos divisores próprios do outro. São divisores próprios de um número todos os divisores desse número, excluindo ele próprio. Os alunos irão comprovar esta teoria resolvendo exercícios simples.

MÚLTIPLOS E DIVISORES

Atividade 13: História dos números amigos

Objetivos:

- 1. Reconhecer os divisores de um número natural.**
- 2. Determinar o conjunto dos divisores de um número.**
- 3. Determinar o mínimo múltiplo comum entre dois ou mais números.**

Nesta atividade os alunos irão resolver uma série de exercícios, onde cada resultado conduz a uma letra e cada letra compõe o nome de diversos matemáticos envolvidos na descoberta dos números amigos.

SIMETRIA

Atividade 14: Construção do tangram através de dobraduras em papel

Objetivo:

1. Rever noções e conceitos de Geometria.
2. Construir o tangram para utilizar nas próximas aulas.

Uma vez que o tangram será utilizado em outras atividades que integram este trabalho optamos por solicitar a construção do mesmo pelos alunos através de dobraduras em papel.

O tangram é um quebra-cabeça chinês, de origem milenar. Existem várias lendas sobre a origem deste jogo. Uma delas conta que um chinês deixou cair no chão um pedaço de espelho, de forma quadrada, o qual se quebrou em sete pedaços. Para sua surpresa, com os cacos do espelho, ele poderia dar origem a várias formas conhecidas como animais, plantas, pessoas, objetos, letras, números e figuras geométricas, entre muitos outros desenhos.

A referência mais antiga é de um painel em madeira, de 1780, de Utamaro com a imagem de duas senhoras chinesas a resolver um tangram. A mais antiga publicação com exercícios de tangram é do início do século XIX.

Em chinês, o tangram é conhecido como as Sete Peças Inteligentes

Existe uma enciclopédia do Tangram, escrita por uma mulher, na China, há mais de 100 anos, em seis volumes com 1700 problemas de Tangram.

SIMETRIA

Atividade 15: trabalhando com a simetria e o tangram

Objetivo:

- 1. Propiciar conceituações de congruência e de semelhança entre figuras.**
- 2. Desenvolver a capacidade de perceber se duas figuras tem ou não a mesma forma e o mesmo tamanho, independente da posição que elas ocupam no plano.**
- 3. Reproduzir figuras por reflexão.**
- 4. Compreender o eixo de simetria.**

O objetivo do uso do tangram é utilizar as sete peças, sem sobreposição, para montar uma determinada figura geométrica ou figuras que lembrem o formato de animais ou objetos quaisquer.

Nesta atividade os alunos deverão observar o eixo de simetria do desenho usado como modelo e montar de forma simétrica as outras figuras que receberam na folha.

Segundo Ribeiro (2010, p.38) a simetria é um tópico do estudo da geometria das transformações, e seu estudo visa propiciar conceituações de congruência e de semelhança, procurando desenvolver no aluno a capacidade de perceber se duas figuras têm ou não a mesma forma e o mesmo tamanho, independente da posição que elas ocupam no plano. Esta atividade explora a simetria de reflexão, não abordando a simetria de rotação e translação.

MEDIDAS DE TEMPO

Atividade 16: Calendários antigos

Objetivos:

- 1. Introduzir a noção de tempo: anos, meses, dias, horas, minutos e segundos.**

Esta atividade inicia com um texto sobre a forma como os povos antigos registravam a passagem do tempo e que através da observação dos movimentos lunares, foi possível estipular a criação dos meses e, com base na variação das

estações, tínhamos a consolidação dos anos.

Ao longo da Antiguidade, o interesse em se aprimorar os primeiros calendários teve ligação próxima ao desenvolvimento das atividades agrícolas. Os calendários eram úteis na programação da caça, dos ciclos de migração e na promoção de festividades religiosas.

Atividade 17: Construção de um relógio de sol

Objetivo: Construir um relógio de sol

Esta atividade foi retirada e adaptada a partir de informações exibidas no site <http://www.ghiorzi.org/relogio.htm>. Para a execução da mesma os alunos deverão utilizar o laboratório de informática da escola e depois testar o relógio de sol no pátio da mesma.

Segundo Eduardo de Freitas, Graduado em Geografia e pertencente a Equipe Brasil Escola, o relógio de sol corresponde a um método utilizado para medir a sucessão das horas ou do tempo por meio da visualização do modo como a luz solar incide na terra em diferentes posições e é justamente essa variação que fornece as horas.

O relógio de sol pode ser como, por exemplo, um relógio de jardim, constituído por um mostrador que é confeccionado em uma superfície plana na qual são indicadas as respectivas horas, dessa forma, a sombra projetada no mostrador funciona como uma espécie de relógio convencional. Assim, a luz do sol ao variar resulta nas sucessões das horas.

A necessidade de conhecer as horas é algo especificamente social, uma vez que animais e plantas não necessitam de tais informações. O indício mais antigo da divisão do dia é proveniente de um relógio de sol egípcio, datado de 1.500 a.C.

Os seres humanos têm utilizado dos relógios para marcar o tempo e assim facilitar o agendamento dos compromissos e atividades, assim como encontro entre pessoas, como reuniões, festas e outros eventos.

FRAÇÕES

Atividade 18: Frações e o tangram

Objetivos:

- 1. Reconhecer e representar frações de figuras geométricas usando o tangram**
- 2. Expressar medidas por meio de frações e números mistos**

Os alunos irão utilizar o tangram construído anteriormente para preencher um quadro relacionando as figuras do tangram com as frações.

FRAÇÕES

Atividade 19: Frações no antigo Egito

Objetivos:

- 1. Conhecer a notação egípcia de fração**
- 2. Resolver cálculos simples com frações**

Os números racionais no antigo Egito eram expressos somente como somas de frações unitárias, isto é, como somas de recíprocos de inteiros positivos, exceto para $\frac{2}{3}$ e $\frac{3}{4}$ que tinham símbolos especiais. Nesta atividade os alunos irão conhecer a história das frações egípcias e resolver cálculos simples envolvendo frações.

NÚMEROS DECIMAIS

Atividade 20: Jogo da memória com números decimais

Objetivo:

- 1. Fazer a correspondência entre diferentes formas de representar o mesmo número.**

Nesta atividade o jogo da memória é explorada para fazer a correspondência entre diferentes formas de representar o mesmo número fracionário ou decimal.

OPERAÇÕES COM NÚMEROS DECIMAIS

Atividade 21: Constantes mágicas

Objetivo:

- 1. Resolver expressões com números decimais.**

Atividade que consiste numa variação dos quadrados mágicos envolvendo a adição de números decimais.

RETAS E ÂNGULOS

Atividade 22: Representando ângulos com cartolina

Objetivo:

- 1. Representar ângulos por sobreposição ou união em cartolina.**

Os alunos irão construir com transferidor ângulos em cartolina e depois representarão outros ângulos através de união ou sobreposição de ângulos.

POLÍGONOS

Atividade 23: Mosaicos e geometria

Objetivo:

- 1. Reconhecer as características dos polígonos triângulos, quadrados e hexágonos.**

Os mosaicos fazem parte da história das civilizações desde a antiguidade. Em geral, eles representam relações algébricas e geométricas, sempre relacionadas à busca da humanidade em descobrir padrões relativos à simetria de objetos.

Nesta atividade os alunos irão desenhar mosaicos a partir de figuras geométricas e pintar os mosaicos obtidos.

POLÍGONOS

Atividade 24: Construindo um triângulo equilátero

Objetivo:

- 1. Construir um triângulo equilátero através de dobradura em papel.**

Esta atividade é o início da construção de outros polígonos regulares que serão confeccionados através da dobradura em papel.

POLÍGONOS

Atividade 25: Construindo um hexágono regular

Objetivo:

- 1. Construir um hexágono regular através de dobradura em papel.**

POLÍGONOS

Atividade 26: Construindo um octógono regular

Objetivo:

- 1. Construir um octógono regular através de dobradura em papel.**

POTÊNCIAS

Atividade 27: Potências e dobradura

Objetivo:

- 1. Reforçar o conceito de potenciação através da dobradura em papel.**

POTÊNCIAS

Atividade 28: Números palíndromos

Objetivo:

1. Revisar operações fundamentais de adição, subtração e potenciação.

Um número palíndromo (ou capicua) é aquele que é igual quando lido nos dois sentidos, como por exemplo 7117. As particularidades dos números palíndromos serão exploradas nesta atividade.

TRIÂNGULOS E QUADRILÁTEROS

Atividade 29: Construindo triângulos e quadriláteros com o tangram.

Objetivo:

1. Construir triângulos e quadriláteros usando o tangram.

TRIÂNGULOS E QUADRILÁTEROS

Atividade 30: Construção de um triângulo equilátero com régua e compasso

Objetivo:

1. Construir um triângulo equilátero com régua e compasso

Esta atividade visa iniciar os alunos na utilização prática da régua e do compasso.

MEDIDAS DE SUPERFÍCIE

Atividade 31: Composição e decomposição de figuras

Objetivo:

1. Construção do conceito de área.

Através da composição e da decomposição de figuras os alunos irão trabalhar o conceito de área de figuras planas.

Atividade 32: Jogando com o Sudoku

Objetivo:

1. Estimular a concentração na resolução do jogo.

		1		7		3	5
		5	4				7
						8	
	8		9			5	4
				2			
5	7	6			1		2
	5						
3					8	6	
9	1		7			8	

Sudoku clássico

O Sudoku (figura 1) é considerado um quebra-cabeça que utiliza em sua resolução princípios básicos envolvendo a lógica. A utilização de números distribuídos na tábua traduz uma intensa ligação com a matemática lógica e estratégica, pois na resolução temos que pensar em possíveis jogadas futuras. Ele consiste em uma malha de 81 quadrados divididos em 9 seções de ordem 3 x 3.

Os números de 1 a 9 devem ser distribuídos de forma aleatória em cada uma das seções, sem que haja repetições. Ao final do preenchimento de todos os quadrados, não deve ocorrer a presença de números iguais na horizontal e na vertical, como também a repetição de números em cada seção 3 x 3.

A inicialização do Sudoku é realizada através de uma grade com alguns números pré-fixados, no intuito de aprimorar as jogadas. Os jogos com nível de dificuldade elevado apresentam poucos números pré-fixados. Dessa forma, o preenchimento dos espaços de forma correta torna-se mais complexo.

As primeiras publicações do sudoku ocorreram nos Estados Unidos no final dos anos 1970 na revista norte-americana *Math Puzzles and Logic Problems*, da editora *Dell Magazines*, especializada em desafios e quebra-cabeças. A editora deu ao jogo o nome de *Number Place*, que é usado até hoje nos Estados Unidos.

Em 1984, a *Nikoli*, maior empresa japonesa de quebra-cabeças, descobriu o jogo e decidiu levá-lo àquele país. O nome Sudoku é a abreviação japonesa para a longa frase, *suuji wa dokushin ni kagiru*, que significa “ os dígitos devem permanecer

únicos”e é uma marca registrada da *Nikoli*. Em 1986, depois de alguns aperfeiçoamentos no nível de dificuldade e na distribuição dos números, o sudoku tornou-se um dos jogos mais vendidos do Japão, onde os jogos numéricos são mais populares que palavras-cruzadas e caça palavras, que não funcionam muito bem na língua japonesa. Outras editoras japonesas que lançaram o produto referem-se ao jogo como colocando os números, ou como "*Nanpure*".

Apesar de toda a popularidade no Japão, o Sudoku não conseguiu atrair a mesma atenção no Ocidente até o fim de 2004, quando Wayne Gould - um juiz aposentado de Hong Kong, que também era fã de quebra-cabeças e programador de computador - viajou a Londres para convencer os editores do *The Times* a publicar o Sudoku. Gould havia criado um programa de computador que gerava jogos de Sudoku com vários níveis de dificuldade e não estava cobrando nada por ele. O *Times* decidiu arriscar e no dia 12 de novembro de 2004 publicou seu primeiro Sudoku.

No Brasil, o Sudoku é publicado pelas Revistas *Coquetel* desde o início de 2005. Em Portugal, ele começou a ser publicado em Maio de 2005 pelo jornal *Público* e atualmente já existem muitas publicações portuguesas de formato bolso, como é o caso do *Extreme Sudokus* da Editora *Momentos de Relax* ou *Super Sudokus* da Editora *JEA*. Estão disponíveis no mercado brasileiro duas opções. A revista *Sudoku* (tamanho grande) e *Sudoku* de bolso, em formato mais portátil. A atração do jogo é que as regras são simples, contudo, a linha de raciocínio requerida para alcançar a solução pode ser complexa. O *Sudoku* é recomendado por alguns educadores como um exercício para o pensamento lógico. O nível de dificuldade pode ser selecionado para combinar com o público. Existem diversas fontes na Internet não ligadas a editoras que disponibilizam os jogos gratuitamente.

Existem diversas variações para o Sudoku, desde a modificação do número das grades, os formatos das grades, a inserção de cores e figuras, além do grau de dificuldade que também pode variar.

Nesta atividade com o Sudoku queremos propiciar ao aluno a oportunidade de exercitar sua concentração e familiarizar-se com o jogo e as estratégias de resolução do mesmo.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Através deste trabalho foi possível comprovar as possibilidades reais da utilização da História da Matemática como fonte de recursos para a elaboração de atividades didáticas visando auxiliar o professor em sala de aula e promover o ensino e a aprendizagem da Matemática.

Através das leituras feitas para fundamentar cada atividade, pode-se concluir que a História da Matemática deve ser utilizada de forma contextualizada para assim promover a aprendizagem dos alunos. Ao contextualizar os conteúdos o professor consegue dar significado aos mesmos o que facilita a compreensão por parte dos educandos.

A elaboração das atividades demandou muita pesquisa e inúmeras leituras o que nos leva a frisar a importância do envolvimento do professor na busca de subsídios históricos para as suas aulas. Estabelecer relações históricas entre os conteúdos, refazer o percurso de antigos matemáticos, pensadores e estudiosos, na busca de um conhecimento é um processo que exige envolvimento pessoal do educador. É preciso conhecer os conteúdos e a forma como foram construídos para assim poder aplicar atividades que venham a promover a aprendizagem e despertar o interesse dos alunos nas aulas de Matemática.

Durante a pesquisa bibliográfica contatou-se também a escassez de atividades didáticas que utilizam a História da Matemática como recurso pedagógico visando a aprendizagem em Matemática. Se por um lado este fato trouxe maiores dificuldades na elaboração das atividades didáticas apresentadas neste trabalho, também abre um leque de possibilidades para novas propostas de elaboração de atividades para as demais séries da educação básica.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

BONGIOVANNI, V.; VISSOTO, O. R.; LAUREANO, J. L. T. **Matemática e vida**: 2º grau. São Paulo: Ática, 1993.

BOYER, Carl B. **História da matemática**. Tradução: Elza F. Gomide. 2. ed. São Paulo: Blücher, 1996.

BRITO, A. J. *et al.* (Orgs.) **História da matemática em atividades didáticas**. Natal: Editora da UFRN, 2005.

EVES, H. **Introdução à história da matemática**. Tradução: Hygino H. Domingues. 2. ed.). Campinas: Editora da Unicamp, 1997.

GARBI, GILBERTO GERALDO. **A rainha das ciências**: um passeio histórico pelo maravilhoso mundo da matemática. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2006.

GEOMETRIA COM CANUDOS. Disponível em: <<http://www.facil.webs.com/canudos/canudos.htm>>. Acesso em: 10.fev. a 15.mar. 2011.

GONZALES, NANCY A.; MITCHEL, Merle; STONE, Alexander P. **Mathematical history**: activities, puzzles, stories, and games. 2nd ed. Reston, Virginia: National Council of Teachers of Mathematics, 1978-2001.

GUELLI, OSCAR. **Matemática**: uma aventura do pensamento, livro do professor. 2. ed. São Paulo: Ática, 2004.

KENNEDY, E. S. **Tópicos de história da matemática**. São Paulo: Atual, 1994

MARTINS, J. C. Gilli. **Sobre revoluções científicas na matemática**. Tese (Doutorado). Universidade Estadual Paulista (UNESP), Rio Claro, 2005.

MENDES, I. A. **O uso da história no ensino da matemática**: reflexões teóricas e experiências. Belém: EDUEPA, 2001; Parâmetros Curriculares Nacionais (MEC) 2000.

_____. **História da matemática em atividades didáticas**. Natal, RN: EDUFRN, 2005.

MIGUEL, Antonio. **Três estudos sobre história e educação matemática**. Tese (Doutorado). Faculdade de Educação, UNICAMP, Campinas, 1993.

RELÓGIO SOLAR PARA O HEMISFÉRIO SUL. Disponível em: <<http://www.ghiorzi.org/relogio.htm>>. Acesso em: 10.fev. a 15.mar. 2011.

RIBEIRO, Jackson da Silva. **Projeto Radix**: matemática, 6º ano. São Paulo, Editora Scipione, 2010.

RODRIGUES, Rosália; MIRANDA, Emília. **As formas e os números**. Disponível em: <<http://www.atractor.pt/mat/numeros/index.html>>. Acesso em: 10.fev. a 15.mar. 2011.

ANEXOS

ANEXO 1

ATIVIDADE 1: CONSTRUÇÃO DE UM ÁBACO

1) Material necessário:

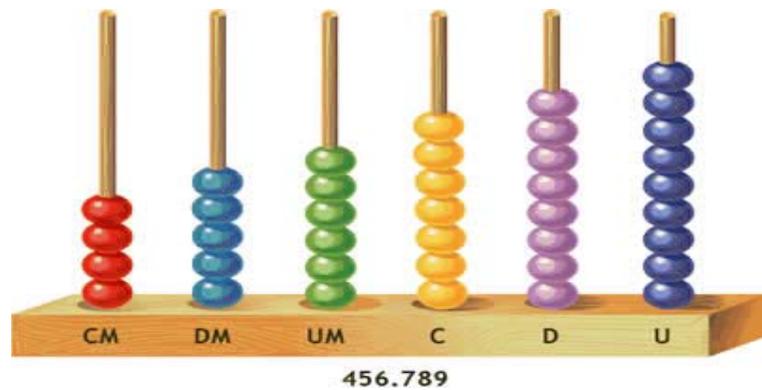
1 placa de isopor ou madeira de aproximadamente 5 cm de espessura;

Palitos de churrasco ou de madeira;

Argolinhas coloridas de plástico;

Cola, tesoura, cartolina, canetinhas coloridas.

2) Construir o ábaco conforme a figura abaixo.



ANEXO 2

ATIVIDADE 2: REPRESENTAÇÕES DO SISTEMA DECIMAL USANDO O ÁBACO

1) Após ter construído o ábaco, represente no mesmo os seguintes números e determine qual o valor posicional ou relativo do algarismo 7 em cada caso.

1. 187

2. 1276

3. 1765

4. 7534

ANEXO 3

ATIVIDADE 3: CONSTRUÇÃO DE ESTRUTURA DE PIRÂMIDE COM CANUDOS

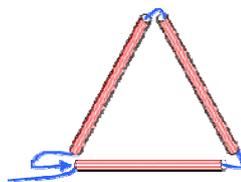
HISTÓRIA DA GEOMETRIA ESPACIAL

O estudo da geometria espacial pelos povos da mesopotâmia (região situada no Oriente Médio, no vale dos rios Tigre e Eufrates) é datada desde, aproximadamente, dois mil anos antes de Cristo e todo o conhecimento que temos hoje se baseiam em documentos de denominamos papiros. Dentre os principais podemos citar o “papiro de Rhind” e o “papiro de Moscou”. Estes papiros são compostos por exposições de problemas e suas resoluções. Na verdade o que distingue a Matemática babilônica da grega (posterior) é o fato de não serem conhecidos seus criadores. O que se encontra são exemplos comprobatórios da existência e a preocupação do estudo geométrico.

A GEOMETRIA GREGA

Os gregos perceberam que os egípcios eram capazes de executarem cálculos e medidas de dimensionamento da terra e através destes conhecimentos assimilaram seus princípios empíricos, procurando encontrar demonstrações dedutivas rigorosas das leis acerca do espaço. A este conhecimento os gregos deram o nome de GEOMETRIA (medida da terra).

Alguns filósofos gregos, em particular Pitágoras e Platão, associavam o estudo da Geometria espacial ao estudo da metafísica e da religião, devido as formas abstratas que os sólidos apresentam.



A Geometria chega ao ápice na antiguidade com os denominados Geômetras Alexandrinos. Arquimedes com seus estudos sobre as esferas e o cilindro e Euclides

com seu livro denominado de ELEMENTOS, onde sistematizava todos os conhecimentos acumulados até então pelo seu povo, fornecendo desta forma ordenação através de uma linguagem científica.

<http://calculomatematico.vilabol.uol.com.br/geoespacial.htm>

I. Construa a estrutura de uma pirâmide de base triangular.

II. Material necessário:

I. 3 pedaços de canudinhos com 6 cm de comprimento cada;

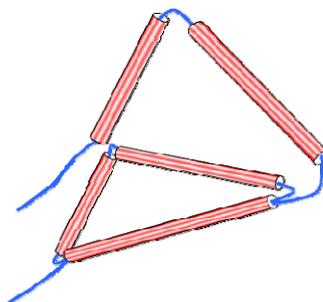
II. 3 pedaços de canudinhos com 8 cm de comprimento cada;

III. 1 m de linha ou barbante.

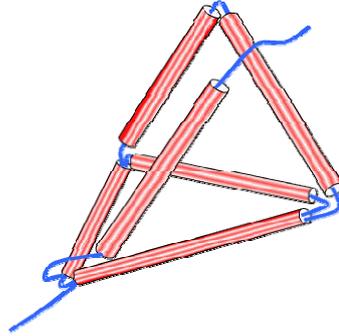
III. Procedimento para a construção:

1º Insiram a linha nos 3 pedaços de canudinhos de 6 cm de modo a formar um triângulo;

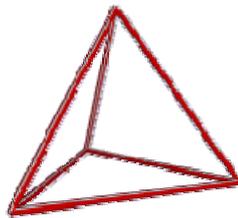
2º Coloquem 2 pedaços de canudinhos com 8 cm de comprimento na linha, unindo aos canudinhos anteriores;



3º Passe a linha por dentro do último pedaço de canudinho e, em seguida, insiram a ponta da linha no canudinho colocado;



4º Puxem as duas pontas da linha e amarrem-nas, formando a estrutura de uma pirâmide de base triangular.



ANEXO 4

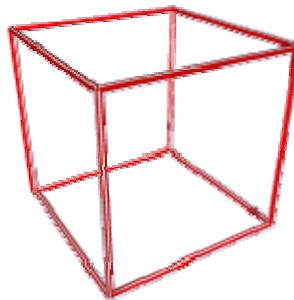
ATIVIDADE 4: CONSTRUÇÃO DE UM CUBO E SUAS DIAGONAIS

1. Construa um cubo e suas diagonais
2. Material necessário:
 - I. 12 pedaços de canudinhos de cor branca com 8 cm de comprimento;
 - II. 6 pedaços de canudinhos de cor verde;
 - III. 2 canudinhos de cor azul.
- I. Procedimentos para construção:

1º Com pedaços de canudinho de cor branca construa um cubo de 8 cm de aresta. Para isso proceda como na construção da pirâmide de canudinhos.

2º Com pedaços de canudinho de cor verde construa uma diagonal em cada face, de modo que em cada vértice que determina a diagonal cheguem mais duas diagonais. Anote que estrutura você construiu.

3º Com um pedaço de canudinho de cor azul construa uma diagonal do cubo.



ANEXO 5

ATIVIDADE 5: OS NÚMEROS FIGURADOS

Os pitagóricos eram membros de um centro de pesquisas e estudos de Matemática, filosofia e astronomia, fundado por Pitágoras, matemático e filósofo grego que viveu por volta do século VI a.C. A filosofia pitagórica baseava-se na suposição de que a causa última das várias características do homem e da matéria são os números.

Os números figurados se originaram com os membros mais antigos da escola. Esses números, que expressam o número de pontos em certas configurações geométricas, representam um elo de ligação entre a Geometria e a Aritmética. As figuras 1, 2 e 3 justificam a nomenclatura números triangulares, números quadrados e números pentagonais.

1) Observe algumas sequências formadas por esses números e escreva os três próximos termos das mesmas e desenhe as figuras correspondentes a cada um deles

Números triangulares

Os números triangulares formam a sequência 1, 3, 6,.....

Note que cada termo dessa sequência, a partir do 2º, é obtido por meio de uma adição de números naturais.

1º termo: $1 = 1$



2º termo: $3 = 1 + 2$



Números quadrados

Os números quadrados formam a sequência 1, 4, 9

1º termo: $1 = 1$



2º termo: $4 = 1 + 3$



Números pentagonais

Os números pentagonais formam a sequência 1, 5, 12.....

1º termo: $1 = 1$



2º termo: $5 = 1 + 4$



ANEXO 6

ATIVIDADE 6: COMPARANDO ANTIGOS SISTEMAS DE NUMERAÇÃO

Observe as características básicas dos sistemas de numeração indo-arábico, egípcio e romano.

1) Base

A base de um sistema é a quantidade escolhida no processo de agrupar e reagrupar.

- a) No sistema indo-arábico a base é dez;
- b) No egípcio a base é dez;
- c) No romano a base é dez.

No sistema romano, os símbolos são sempre reagrupados de dez em dez: dez "I" formam um "X", dez "X" formam um "C", dez "C" formam um "M".

2) Valor posicional

a) Nosso sistema indo-arábico é posicional; 51 é diferente de 15;

b) O egípcio não é posicional; é **indiferente** escrever doze assim: 

ou assim: ;

c) O romano é posicional, mas não no mesmo sentido do nosso sistema. É **diferente** escrever VI ou IV.

3) Zero

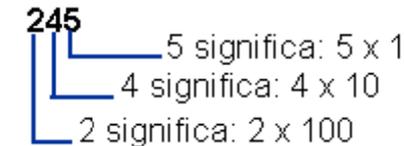
O sistema indo-arábico tem um símbolo para o **nada – o zero**;

O egípcio não tem zero;

O romano não tem zero.

4) Princípio multiplicativo

O número posicional, como o indo-arábico, baseia-se no princípio multiplicativo: cada algarismo representa o **produto** dele mesmo pelo valor de sua posição. Por exemplo: no indo-arábico maneira de escrever o número 245



Nos sistema egípcio e romano não vale o princípio multiplicativo.

5) Princípio aditivo

O número representado é a soma dos valores que cada um dos símbolos representa. O princípio aditivo comparece nos três sistemas:

a) No indo-arábico, $245 = 200 + 40 + 5$;

b) No egípcio,  = $100 + 100 + 10 + 1 + 1 + 1$;

c) No romano, $CXXVII = 100 + 10 + 10 + 5 + 1 + 1$.

Entretanto, no sistema romano, o princípio aditivo precisa ser aplicado com cuidado, porque nele existe também o princípio subtrativo. Por exemplo:

A leitura correta: $CXLIX = 100 + (50 - 10) + (10 - 1)$

Uma leitura errada seria: $CXLIX = 100 + 10 + 50 + 1 + 10$

6) Quantidades de símbolos diferentes

Quantos símbolos diferentes são necessários para escrever qualquer número?

a) No sistema indo-arábico , com apenas dez sinais diferentes, **1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 e 0**, escrevemos qualquer número;

b) No egípcio e no romano, por mais que se criassem novos símbolos, sempre seria possível pensar num número que, para ser escrito, precisaria de um novo símbolo. Assim, seriam necessários infinitos símbolos.

Atividades:

Preencha o quadro abaixo corretamente e após responda as questões solicitadas.

Numeração indo-arábica	Numeração egípcia	Numeração romana
98		
189		
1879		

1) Qual foi a dificuldade encontrada por você ao representar os números romanos e egípcios? Registre sua resposta.

2) A posição dos números na representação egípcia foi igual ao de seus colegas? Registre sua resposta.

3) A posição dos números na representação romana tem alguma importância? Registre sua resposta.

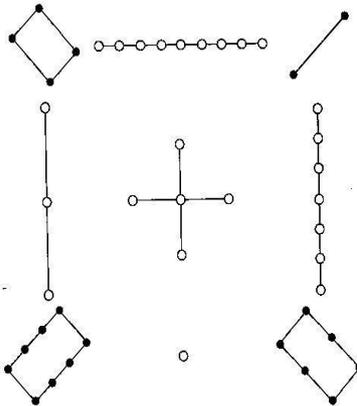
4) Você já observou um número expresso com símbolos egípcios e romanos em outro local além do livro didático ou das aulas de Matemática? Registre sua resposta.

ANEXO 7

ATIVIDADE 7: QUADRADOS MÁGICOS

Supõe-se que tenha sido no séc. XII a.C. que um matemático de nome Wön-Wang escreveu o famoso I-King (O Livro das Permutações), uma obra mística, que fala sobre adivinhações, mas que contém tópicos matemáticos como quadrados mágicos.

No I-King aparece um diagrama numérico conhecido como lo-shu, que você observa na figura abaixo. Trata-se do exemplo conhecido mais antigo de quadrado mágico.



Acredita-se que é um arranjo quadrado de numerais expressos por nós em cordas: nós pretos para números pares e nós brancos para números ímpares.

Conta uma lenda que o primeiro a vê-lo foi o imperador Yu, por volta de 2200 a.C., decorando a carapaça de uma tartaruga divina que lhe apareceu às margens do rio Amarelo.

Os chineses acreditavam que quem possuísse um quadrado mágico teria um amuleto que lhe traria sorte e felicidade para toda a vida.

A lenda de que os quadrados mágicos possuíam virtudes sobrenaturais despertou a atenção de estudiosos em todo o mundo.

Os quadrados são chamados de mágicos porque a soma dos números em cada linha, coluna ou diagonal é sempre igual.

Atividades:

Complete os quadrados mágicos abaixo e depois estude pela tabela a forma como os maias, egípcios, romanos e babilônios escreviam seus números e forme outros quadrados mágicos utilizando esses sistemas. Você vai aprender matemática e, de quebra, ter muita sorte e felicidade!

2		
	5	
		8

3	5	7

OPERAÇÕES COM NÚMEROS NATURAIS

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	100
Egípcios	I	II	III	IIII	III II	III III	IIII III	IIII IIII	IIII IIII	∩	∞
Romanos	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X	C
Maias	•	••	•••	••••	—	•	••	•••	••••	=	
Babilônios	∩	∩∩	∩∩ ∩	∩∩ ∩∩	∩∩ ∩∩ ∩	∩∩∩ ∩∩∩	∩∩∩ ∩∩∩ ∩	∩∩∩ ∩∩∩ ∩∩	∩∩∩ ∩∩∩ ∩∩∩	∩	∩∩ ∩∩ ∩∩

ANEXO 8

ATIVIDADE 8: JOGANDO COM EXPRESSÕES

Instruções:

Formar duplas ou trios e utilizando papel e tesoura, confeccionar cada uma das fichas abaixo.

15	12	-	4	+
X	3	24	:	30

Recorte as fichas e monte expressões numéricas seguindo as regras abaixo, que determinam a quantidade de fichas a ser utilizada e o resultado da expressão.

Exemplo:

I. Quantidade de fichas: 5

Resultado: 9

Expressão: $15 : 3 + 4$

II. Quantidade de fichas: 7

Resultado: 10

Expressão: $3 \times 12 - 30 + 4$

III. Quantidade de fichas: 7

Resultado: 15

Expressão: $15 + 12 - 3 \times 4$

IV. Quantidade de fichas: 9

Resultado: 14

Expressão: $30 : 15 + 3 \times 12 - 24$

V. Quantidade de fichas: 5

Resultado: 60

Expressão: $3 \times 24 - 12$

O primeiro aluno que conseguir montar a expressão ganha 1 ponto.

Vence o jogo quem conseguir o maior número de pontos ao final de cinco partidas.

Ao final de cada partida, você deve escrever no caderno a expressão obtida e resolvê-la corretamente.

Os componentes das duplas ou trios devem conferir a resolução feita por você.

ANEXO 9

ATIVIDADE 9: MULTIPLICAÇÃO À MODA EGÍPCIA

A multiplicação e a divisão dos egípcios eram efetuadas por uma sucessão de duplicações.

Como exemplo da multiplicação observe o produto de 12 por 51.

1. Escrevemos duas colunas de números sendo que a primeira começa por 1 e a segunda por um dos fatores da multiplicação desejada. Escolhemos o menor (12)

	1 *	12 *
	2 *	24 *
	4	48
	8	96
	16 *	192 *
	32 *	384 *
Total	63	756

2. Agora vamos dobrar os valores dessas duas colunas, até que a soma dos valores da primeira coluna seja igual ou maior a 51.

3. Agora vamos escolher, na primeira coluna, os valores que somados dão exatamente 51, que é o outro fator dessa multiplicação.

$$1 + 2 + 16 + 32 = 51$$

4. Finalmente, basta somamos os números da tabela dispostos na segunda coluna e obtemos o resultado da multiplicação entre 12 por 51.

$$12 + 24 + 192 + 384 = 612$$

$$\text{Logo, } 12 \times 51 = 612$$

5. Efetue a multiplicação de 12 por 27 da forma como os egípcios faziam. Use a tabela abaixo para lhe ajudar.

6. Refaça o mesmo cálculo de outra forma e registre seu procedimento

2. Refaça o mesmo cálculo de outra forma e registre seu procedimento.

ANEXO 11

ATIVIDADE 11: O CORPO COMO UNIDADE DE MEDIDA

As primeiras unidades de medida referiam-se direta ou indiretamente ao corpo humano: palmo, pé, passo, braça, cúbito. Por volta de 3500 a.C. - quando na Mesopotâmia e no Egito começaram a ser construídos os primeiros templos - seus projetistas tiveram de encontrar unidades mais uniformes e precisas. Adotaram a longitude das partes do corpo de um único homem (geralmente o rei) e com essas medidas construíram réguas de madeira e metal, ou cordas com nós, que foram as primeiras medidas oficiais de comprimento.

Nesta atividade você deverá realizar algumas medições usando o seu pé como unidade de medida.

1. Meça o comprimento e a largura da quadra de esportes de sua escola, e anote os dados na tabela abaixo.

Medida a ser tomada	Número de pés que obtive
Comprimento da quadra	
Largura da quadra	

2. Contorne o seu pé em uma folha de papel. Depois, meça, em centímetros, o comprimento do seu pé.

3. Complete a tabela abaixo.

Medida a ser tomada	Número de pés obtidos	Transformando pés em centímetros	Transformando pés em milímetros
Comprimento da quadra	_____pés	_____X_____ = _____ c m	_____X_____ = _____ mm
Largura da quadra	_____pés	_____X_____ = _____ c m	_____X_____ = _____ mm

4. Compare as medidas registradas em pés e as transformadas em centímetros com as de outro colega.

- As medidas em pés são iguais ou diferentes?
- Se forem diferentes, qual seria o motivo?

- c) E as medidas em centímetros? São iguais ou diferentes?
- d) E as medidas em milímetros? São iguais ou diferentes?

ANEXO 12

ATIVIDADE 12: NÚMEROS AMIGOS

Dizemos que dois números são amigos se cada um deles é igual à soma dos divisores próprios do outro. São divisores próprios de um número todos os divisores desse número, excluindo ele próprio.

Número \rightarrow 28

Divisores de 28 \rightarrow 1, 2, 4, 7, 14 e 28

Divisores próprios de 28 \rightarrow 1, 2, 4, 7 e 14.

Um exemplo de números amigos são 284 e 220, pois os divisores próprios de 220 são 1, 2, 4, 5, 10, 11, 20, 22, 44, 55 e 110.

Efetuada a soma destes números obtemos o resultado 284.

1) Efetue essa soma e comprove este resultado.

Os divisores próprios de 284 são 1, 2, 4, 71 e 142.

Efetuada a soma destes números obtemos o resultado 220.

2) Efetue essa soma e comprove este resultado.

ANEXO 13

ATIVIDADE 13: HISTÓRIA DOS NÚMEROS AMIGOS

A descoberta deste par de números é atribuída a 29-11-99-3-9-23-36-3-81.

Houve uma aura mística em torno deste par de números e estes representaram

um papel importante na magia, feitiçaria, na astrologia e na determinação de horóscopos.

Outros números amigos foram descobertos com o passar do tempo. 29-11-5-36-36-57-5-36-18-3-99 anunciou em 1636 um novo par de números amigos formando por 17296 e 18416, mas na verdade tratou-se de uma redescoberta, pois o árabe Al-Banna (1256- 1321) já havia encontrado este par de números no fim do século XIII.

12-5-23-21-3-36-4*5-293-12-5-36, matemático suíço estudou sistematicamente os números amigos e descobriu em 1747 uma lista de trinta pares, que foi ampliada por ele mais tarde, obtendo mais de sessenta pares. Todos os números amigos inferiores a um bilhão já foram encontrados.

Bibliografia: Eves, Howard. **Introdução à história da matemática**. Campinas: Unicamp, 1997.

3) Para descobrir o nome dos matemáticos citados no texto, resolva os exercícios abaixo. Cada resposta encontrada corresponde a uma letra, conforme a tabela.

A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M
3	1	2	4	5	7	9	10	11	13	14	12	18
N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z
21	23	29	30	36	81	99	293	100	67	43	34	

Exercícios:

- I. Qual é o mínimo múltiplo comum de 4 e 6?
- II. Qual é o mínimo múltiplo comum de 4 e 9?

- III. Qual é o mínimo múltiplo comum de 6 e 9?
- IV. Divida 1830 por 6.
- V. Divida 2768 por 8.
- VI. $2 \times 4 - 5$
- VII. $10 + 7 \times 2 - 15$
- VIII. $2 + 30 - 5 \times (8 - 3)$
- IX. $9 \times 2 - 7$
- X. $(360 + 6 \times 72 + 380) : 4$
- XI. $25 \times 3 + 48 : 2$
- XII. $150 - (7 \times 4 + 246 : 6)$
- XIII. $147 : (28 \times 3 - 11 \times 7)$
- XIV. $(23 + 488 : 4) : (741 : 3 - 242)$
- XV. $32 - 12 \times 3 : 4$

ANEXO 14

ATIVIDADE 14: CONSTRUÇÃO DO TANGRAM ATRAVÉS DE DOBRADURAS EM PAPEL

História da tangram

O tangram é um quebra-cabeça chinês, de origem milenar. Existem várias lendas sobre a origem deste jogo. Uma delas conta que um chinês deixou cair no chão um pedaço de espelho, de forma quadrada, o qual se quebrou em sete pedaços. Para sua surpresa, com os cacos do espelho, ele poderia dar origem a várias formas conhecidas como animais, plantas, pessoas, objetos, letras, números, figuras geométricas, entre outras.

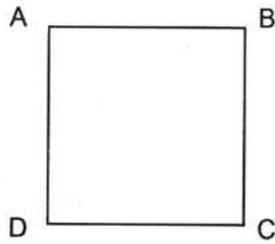
O objetivo deste jogo é utilizar as sete peças, sem sobreposição, para montar uma determinada figura.

A referência mais antiga é de um painel em madeira, de 1780, de Utamaro com a imagem de duas senhoras chinesas a resolver um tangram. A mais antiga publicação com exercícios de tangram é do início do século XIX. Em chinês, o tangram é conhecido como as Sete Peças Inteligentes.

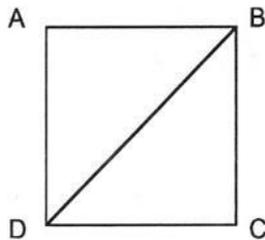
Existe uma enciclopédia do Tangram, escrita por uma mulher, na China, há mais de 100 anos, em seis volumes com 1700 problemas de Tangram.

Procedimentos para a construção do tangram:

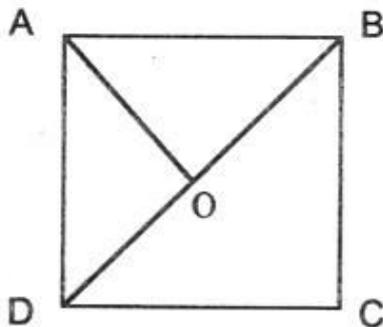
1. Inicialmente, pegue a folha de sulfite no sentido “retrato”, dobre o lado inferior sobre o lado esquerdo (lateral da folha);
2. Recorte com a tesoura a parte superior excedente a dobradura, abra o papel e obterá um quadrado;
3. Nomeie os vértices, A,B,C,D, conforme a figura abaixo.



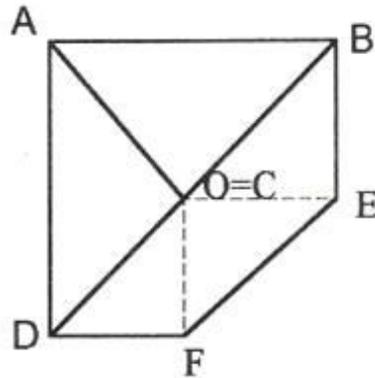
4. Verifique que a dobradura feita inicialmente, liga os pontos B e D, formando o segmento chamado diagonal BD. Utilizando um lápis, reforçe o traçado dessa diagonal.



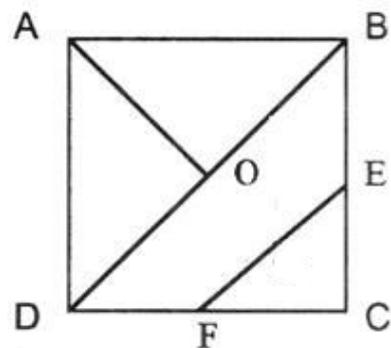
5. Dobre o quadrado pela outra diagonal AC e “vinque” apenas a linha que, partindo do vértice A, encontra a diagonal BD já traçada. Abra, risque essa linha e nomeie o ponto de encontro das diagonais de O. A partir dessa dobra, obtivemos duas peças do tangram:



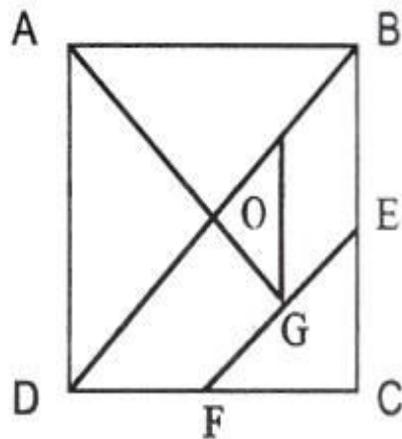
6) Dobre de maneira que o vértice C “encontre” o ponto O. Abra e risque a linha de dobra.



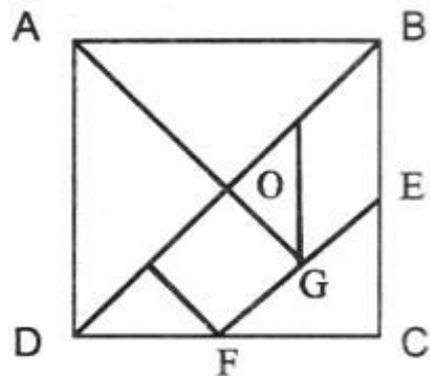
Assim, formamos mais uma peça do tangram, o **triângulo médio**. Nomeie os outros vértices desse novo triângulo. Através de dobras compare e verifique que as medidas dos segmentos DF e FC são iguais, bem como as medidas dos segmentos BE e EC. Verifique também que os segmentos CE e CF são congruentes e são os catetos do triângulo retângulo isósceles CEF (retângulo em C). A figura restante é um quadrilátero (DBEF), do qual serão obtidas as outras quatro peças do tangram.



7) Dobre novamente a diagonal AC e faça um vinco até o encontro do segmento EF. Nomeie o ponto de intersecção G. Risque essa linha de dobra. Dobre, então, de modo que o ponto E toque o ponto O. Vinque a dobra entre o ponto G e a diagonal BD. Abra e risque esse segmento.



8) Para obter o quadrado e o triângulo pequeno, você deve dobrar o quadrado de maneira que o vértice D toque o ponto O. Vinque essa dobra do ponto F até a diagonal BD. Formamos o quadrado e o triângulo pequeno.



9) O tangram está pronto. Utilizando a tesoura, recorte cada uma das sete peças do seu tangram.

ANEXO 15

ATIVIDADE 15: TRABALHANDO COM A SIMETRIA E O TANGRAM

Atividade:

Formar duplas ou trios para fazer esta atividade.

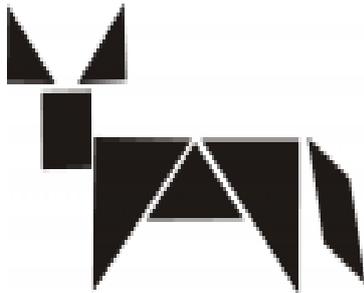
Cada aluno deve estar de posse do seu tangram, confeccionado anteriormente.

Observe o eixo de simetria no desenho abaixo. A figura do gato à direita é simétrica à figura do gato à esquerda e vice-versa.



Observe as figuras abaixo e utilizando as peças dos tangrans monte de forma simétrica cada uma das duas figuras apresentadas.

Registre no caderno as suas conclusões sobre a atividade.



ANEXO 16

ATIVIDADE 16: CALENDÁRIOS ANTIGOS

Calendários antigos

Ao longo da Antiguidade, o interesse em aprimorar os primeiros calendários teve ligação próxima ao desenvolvimento das atividades agrícolas. Os calendários eram úteis na programação da caça, dos ciclos de migração e na promoção de festividades religiosas.

Os egípcios organizavam seu calendário a partir de um ano dividido em três diferentes estações, que eram formuladas a partir da variação das águas do Nilo. Eles trabalhavam basicamente com as estações das inundações, da semeadura e da colheita. Como eles precisavam antecipar a ocorrência de cada uma dessas épocas, a constante observação das estrelas também servia como referencial. Já no século V a.C., os egípcios adotavam um calendário com 365 dias e subdividido em 12 meses com 30 dias.

Há mais de 5000 anos, os sumérios formularam um calendário de 360 dias e 12 meses inspirado no sistema hexadecimal que ordenava seu sistema numérico. Tendo a variação da lua como referência, os astrônomos perceberam que o seu calendário tinha uma defasagem de 11 dias em relação ao ano solar. Com isso, o seu calendário era acrescido de um mês com trinta e três dias a cada três anos. Dessa forma, as estações alinhavam-se aos ciclos da Lua.

Na Grécia Antiga, a questão da autonomia das cidades-Estado acabou gerando uma grande confusão entre os calendários utilizados por aquele povo. Cada cidade tinha um critério próprio para adicionar um décimo terceiro mês regulador do ciclo anual. Por volta de 500 a.C., foi que os astrônomos gregos começaram a se reunir com a intenção de utilizarem um mesmo padrão de tempo para a adoção do décimo terceiro mês. No século IV, o Ciclo Calíptico ofereceu um dos paradigmas de tempo mais precisos daquela época.

Os romanos foram os primeiros a estudarem medições de tempo que se aplicassem a todo seu extenso território. No século I a.C., o imperador Júlio César requisitou os serviços do astrônomo Sosígenes para que toda a civilização romana utilizasse um mesmo calendário solar. Para que essa regulação fosse feita, o ano de

46 a.C., contou com 445 dias e, por tal motivo, ficou sendo historicamente conhecido como o “ano da confusão”.

Apesar do alcance desse padrão, o calendário de Júlio César – convencionado como o calendário Juliano – apresentava uma defasagem de 10 dias em relação ao ano solar, no ano de 1582. Por tal motivo, o papa Gregório XIII organizou uma comissão de astrônomos e matemáticos que resolvessem esse problema de maneira definitiva. Ainda hoje, esse é o calendário de proporção mais exata, gerando uma defasagem de um dia a cada 3532 anos.

Mesmo sendo tão funcional, devemos nos lembrar de que a adoção universal do calendário gregoriano nunca chegou a se concretizar. Países de religião ortodoxa, islâmica e oriental ainda mantêm antigos calendários que organizam as suas manifestações religiosas ao longo do tempo. De fato, vemos que os elementos de ordem cultural ainda resistem mediante os argumentos econômicos e políticos que demandam de calendários precisos e universais.

Fonte: <http://www.brasilecola.com/historiag/calendarios-antigos.htm>

Atividades:

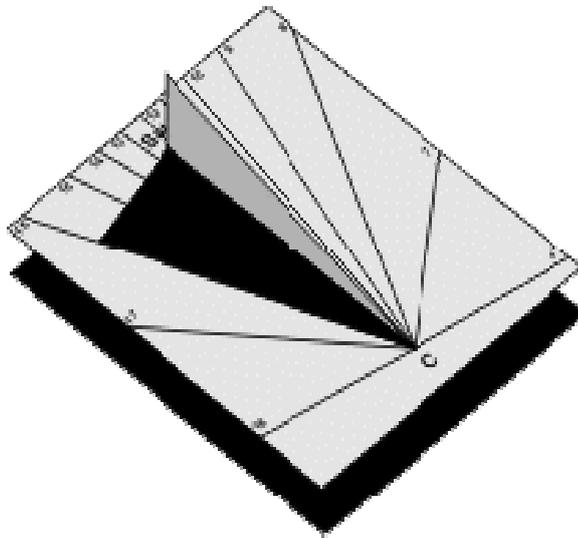
- I. Por que os antigos aprimoraram os calendários?
- II. Cite uma característica do calendário egípcio.
- III. Qual o calendário que utilizamos hoje em dia?
- IV. Quantas horas existem em um dia de nosso calendário atual?
- V. Determine quantos minutos e segundos há em um dia de nosso calendário atual.

ANEXO 17

ATIVIDADE 17: CONSTRUÇÃO DE UM RELÓGIO SOLAR PARA O HEMISFÉRIO SUL

Este relógio solar você pode montar usando uma régua, um esquadro, um transferidor e as indicações do site <http://www.ghiorzi.org/relogio.htm>.

Comece pelas instruções abaixo.



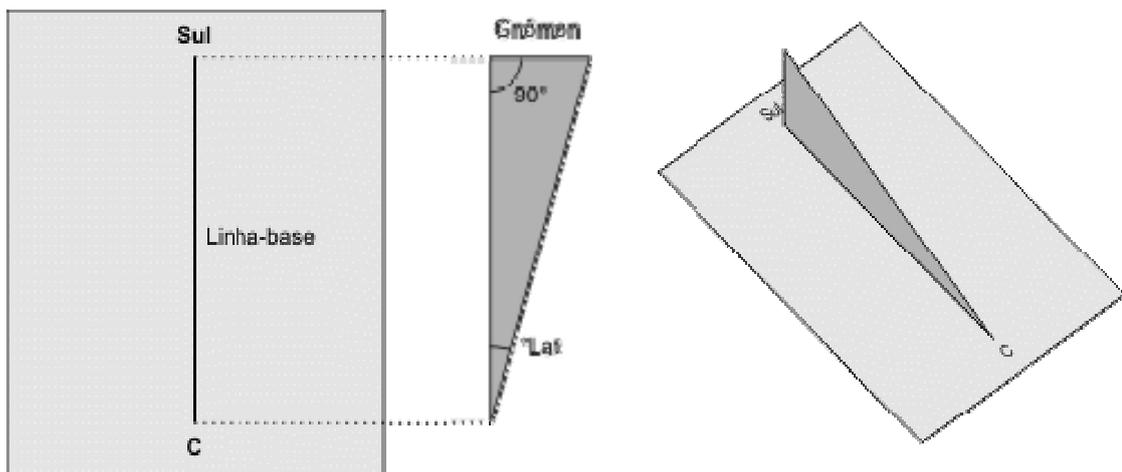
A TABELA HORÁRIA

No laboratório de informática acesse a página <http://www.ghiorzi.org/relogio.htm> e preencha a tabela horária on-line conforme ilustrada abaixo. Comece digitando a **Latitude** (sempre com números **positivos**), a **Longitude** e o **Fuso Horário** de sua cidade (entre com Longitude e Fuso Horário **negativos**, se estiver a Leste de Greenwich).

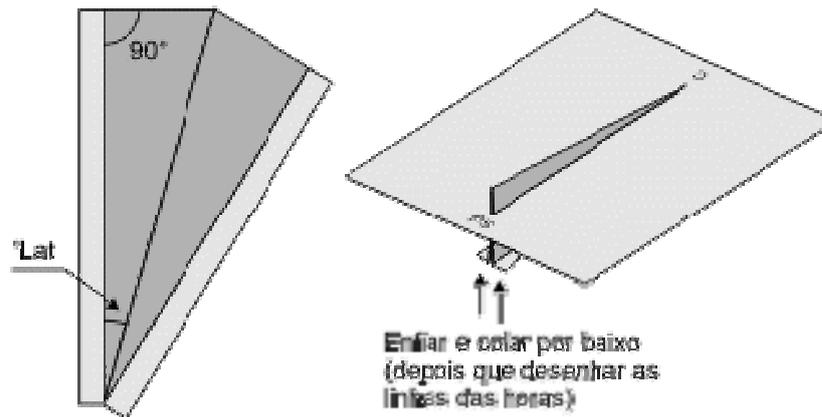
Latitude frações decimais	Longitude frações decimais	Fuso Horário Greenwich = 0 Brasília = 3	Calcular			
C12	C11	C10	C9	C8	C7	C6
C13	C14	C15	C16	C17	C18	
						Reiniciar

A construção do relógio

Desenhe e recorte um retângulo, do tamanho que quiser, com uma linha vertical no meio (**linha-base**), e um triângulo (**gnômon**) com as dimensões ao lado e o ângulo menor igual à Latitude de sua cidade, a ser colado mais tarde sobre a linha-base, como ilustrado:

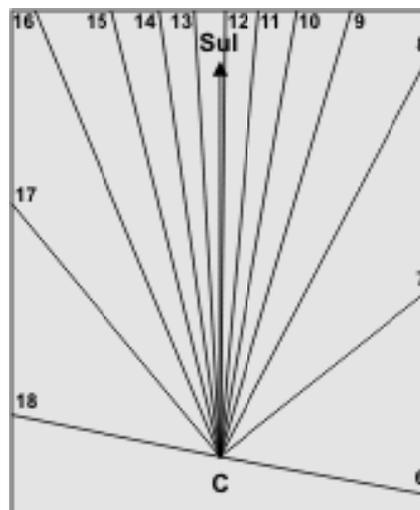


Se você estiver usando cartolina fina para fazer o relógio, é melhor fazer o gnômon duplo, recortar a linha-base, passá-lo por esse corte e colá-lo, como ilustrado:



Trace as linhas das horas com os ângulos da tabela acima (as frações estão em **decimais**), sempre a partir do ponto **C** da linha-base, como ilustrado (observe que a hora **12** estará exatamente sobre a linha-base, se a Longitude for \emptyset , 15 ou múltiplo de 15, e estará **à esquerda** da linha-base, se **C12** for **negativo**):

A ilustração se refere à cidade de Brasília (DF), Latitude=15,8S e Longitude=47,9W (Fuso Horário=3)



Cole o **gnômon** sobre a linha-base.

O direcionamento

Agora é só largar o relógio sobre uma superfície nivelada, direcionando a **linha-base** para o **Sul verdadeiro**. Como encontrar o Sul verdadeiro? É simples: Digite abaixo a **Longitude** de sua cidade e veja o horário do "**Trânsito**" do **Sol**, no local e data da experiência. Exatamente nesse horário, aponte a **linha-base** para o

Sul e gire o artefato até que a sombra do **gnômon** desapareça sobre ele mesmo. Pronto! Marque essa direção. Ela é imutável e não precisa ser calculada novamente, a menos que você queira testar o relógio em outro lugar.

Introduza a **Longitude** de sua cidade (Graus com sinal "-" se você estiver a Leste de Greenwich), ou selecione na lista prévia. Se for o caso, altere o Fuso Horário (sinal "-" se você estiver a Leste de Greenwich) e mude a data. **Atenção:** Se a sua cidade não estiver na lista é imprescindível selecionar "**A sua cidade** →" e reescrever os dados que porventura tiverem sido registrados antes.

Cidade	Graus	Minutos	Segundos	Fuso Horário	Horário de verão	
Mês	Dia	Ano	Calcular	Trânsito do Sol		

(Script adaptado de uma publicação da [U.S.NOAA](http://www.noaa.gov) - National Oceanic and Atmospheric Administration)

A precisão

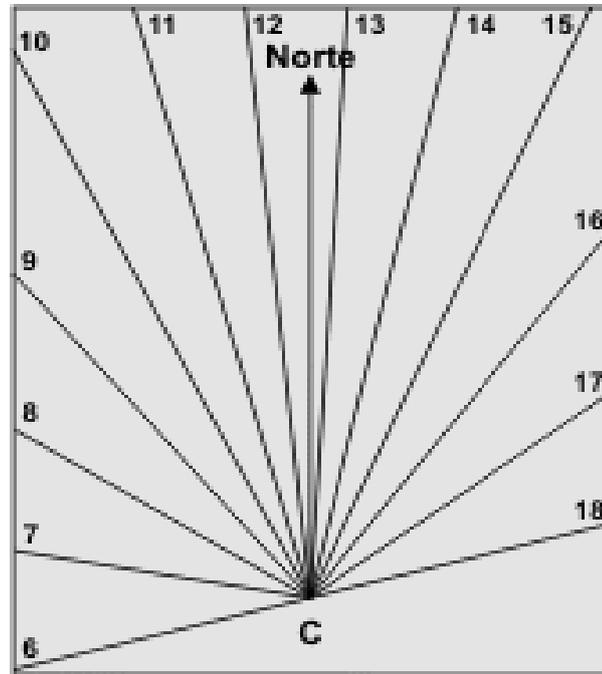
A precisão dos relógios de sol é relativa. Eles são mais precisos em torno dos dias 21 de março e 21 de setembro, quando o Sol corre em cima da linha do equador, e têm maior erro em 21 de junho e 21 de dezembro, quando o Sol está mais afastado do equador.

Relógio solar para o hemisfério norte

Todas as instruções anteriores prevalecem para o hemisfério **Norte**, EXCETO que:

- a ordem das horas será invertida, como na ilustração a seguir
- o relógio deve ser apontado para o **Norte verdadeiro**
- a hora **12** estará à **esquerda** da linha-base se **C12** for **positivo**

A ilustração se refere à cidade de Lisboa (PORTUGAL), Latitude=38,8N e Longitude=9,2W (Fuso Horário= Ø)



ANEXO 18

ATIVIDADE 18: FRAÇÕES E O TANGRAM

- I. Utilize o tangram confeccionado anteriormente.
- II. Complete o quadro abaixo, escrevendo a quantidade de triângulos pequenos necessários para cobrir a peça e a fração que o triângulo pequeno representa da peça.

Peça	Quantidade de triângulos pequenos para cobrir a peça	Fração que o triângulo pequeno representa na peça
Quadrado		
Paralelogramo		
Triângulo médio		
Triângulo grande		

- I. Monte o tangram e escreva que fração dele representa:
 - a) O triângulo grande:.....
 - b) O triângulo médio:.....
 - c) O quadrado:.....
 - d) O triângulo pequeno:.....

ANEXO 19

ATIVIDADE 19: FRAÇÕES NO ANTIGO EGITO

Frações no antigo Egito

No antigo Egito, por volta do ano 3000 a.C., o faraó Sesóstris distribuiu algumas terras às margens do rio Nilo para alguns agricultores. Todo ano, no mês de julho, as águas do rio inundavam essa região ao longo de suas margens e fertilizava os campos. Essas terras, portanto, eram bastante valorizadas.

Era necessário, porém, remarcar os terrenos de cada agricultor em setembro, quando as águas baixavam. Os responsáveis por essa marcação eram os agrimensores, que também eram chamados de **estiradores de corda**, pois mediam os terrenos com cordas com vários nós. A distância entre um nó e outro indicava uma unidade de medida.

Essas cordas eram esticadas e se verificava quantas vezes a unidade de medida cabia nos lados do terreno. Porém, por mais adequada que fosse a unidade de medida escolhida não cabia um número inteiro de vezes nos lados do terreno. Tornou-se, então, necessário fracionar a unidade de medida, ou seja, dividi-la em outras partes. Assim, os egípcios desenvolveram a noção de número fracionário.

Os números racionais no antigo Egito eram expressos somente como somas de frações unitárias, isto é, como somas de recíprocos de inteiros positivos, exceto para $2/3$ e $3/4$ que tinham símbolos especiais. O hieróglifo que indicava a fração era semelhante a uma boca, e significava "parte":



As frações eram escritas com este hieróglifo, que funcionava como traço de fração, onde 1 era, por padrão, o numerador e o número que ficava por baixo era o denominador. Assim $1/3$ era escrito do seguinte modo:

$$\begin{array}{c} \text{boca} \\ \text{III} \end{array} = \frac{1}{3}$$

Havia símbolos especiais para $1/2$ e para duas frações não unitárias, nomeadamente $2/3$ (menos freqüente) e $3/4$ (ainda menos freqüente):

$$\overline{\quad} = \frac{1}{2} \quad \overline{\quad} = \frac{2}{3} \quad \overline{\quad} = \frac{3}{4}$$

Se o denominador se tornasse muito grande, a "boca" era colocada sobre o início do "denominador":

$$\overline{\quad} \overline{\quad} = \frac{1}{331}$$

Atividades:

- 1) Observe o exemplo e demonstre como os egípcios representavam as frações abaixo:

a) $\frac{19}{8} = \frac{8+8+2+1}{8}$

$$\frac{19}{8} = \frac{8}{8} + \frac{8}{8} + \frac{2}{8} + \frac{1}{8}$$

$$\frac{19}{8} = 1 + 1 + \frac{1}{4} + \frac{1}{8}$$

$$\frac{19}{8} = 2 + \frac{1}{4} + \frac{1}{8}$$

b) $\frac{21}{9}$

c) $\frac{23}{8}$

ANEXO 20

ATIVIDADE 20: JOGO DA MEMÓRIA COM NÚMEROS DECIMAIS

Instruções:

- 1) Trabalhar esta atividade em duplas.
- 2) Reproduza as fichas abaixo em cartolina.

5 Décimos	0,5	1,8	1,80
8 Centésimos	0,08	2/100	0,02
3 Milésimos	0,003	23/1000 m	0,023 m
1 Inteiro e 25 Centésimos	1,25	18/100 cm	0,18 cm

- 3) Embaralhe as fichas, mantendo-as viradas para baixo, e disponha-as sobre a mesa em frente a você e seu colega.
- 4) Um dos alunos inicia o jogo, virando duas fichas. Se elas formarem par, as fichas devem ser retiradas e o jogo reiniciado, com o mesmo aluno.
- 5) Caso não formem pares, as fichas deverão ser viradas e dispostas na mesa novamente, passando a vez para o outro aluno.
- 6) O jogo termina quando todas as fichas forem retiradas.
- 7) Ganha aquele que terminar o jogo com a maior quantidade de fichas.

ANEXO 21

ATIVIDADE 21: CONSTANTES MÁGICAS

A **constante mágica** ou **soma mágica** de um [quadrado mágico](#) é a soma dos números de qualquer linha, coluna ou diagonal de um quadrado mágico. Por exemplo, o quadrado mágico mostrado abaixo tem uma constante mágica de 15.

2	7	6	→ 15
9	5	1	→ 15
4	3	8	→ 15

15 ↓ ↓ ↓ ↓ ↘
15 15 15 15 15

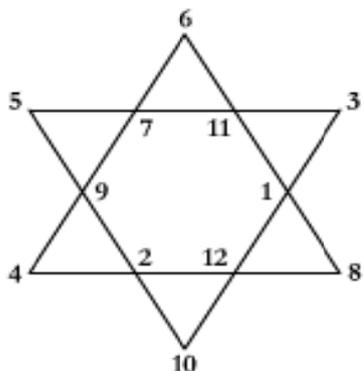
O termo **constante mágica** ou **soma mágica** é similarmente aplicado a outras figuras "mágicas" como a [estrela mágica](#) e o [cubo mágico](#).

Uma estrela mágica de n pontas é uma estrela na qual são colocados números em cada uma dos n vértice e n intersecções, de forma que os quatro números em cada linha dêem como soma a mesma constante mágica. Uma estrela mágica normal contém n números inteiros consecutivos de 1 a $2n$. A constante mágica é de uma estrela mágica normal de n pontas é $M = 4n + 2$.

Nenhuma estrela com menos de cinco pontas existe e a construção de uma estrela mágica normal de cinco pontas acaba sendo impossível. O menor exemplo de estrela mágica normal é, portanto a de seis pontas.

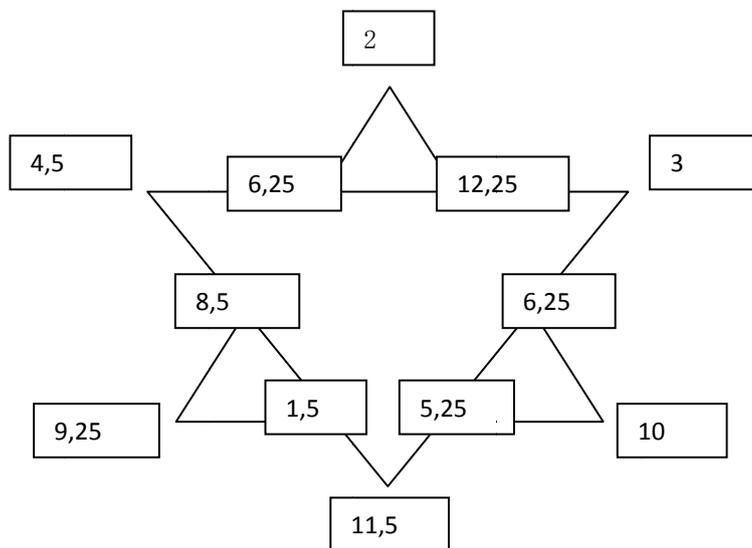
Atividades:

1) Determine a constante mágica da estrela abaixo.



2) Verifique se a estrela abaixo possui uma constante mágica.

1,3	6,8	5,7
9	4,6	0,2
3,5	2,4	7,9



Atividades:

2) Verifique se o quadrado abaixo é mágico, determinando sua constante mágica.

3) Encontre o valor de cada letra sabendo que o quadrado abaixo é mágico.

A	B	2,15
C	2,51	D
2,87	E	2,63

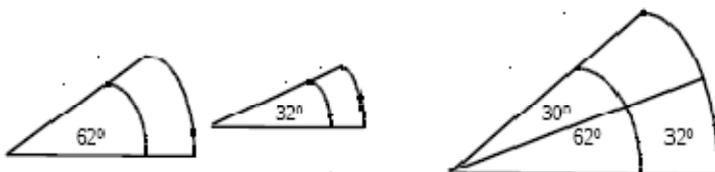
ANEXO 22

ATIVIDADE 22: REPRESENTANDO ÂNGULOS COM CARTOLINA

- 1) Construa com o compasso uma circunferência de raio qualquer.
- 2) Utilizando o transferidor, divida a circunferência em seções de ângulos com 10° , 15° , 28° , 32° , 37° , 43° , 56° , 62° e 77° e anote a medida de cada ângulo na respectiva seção.
- 2) Recorte cada seção do item acima.
- 4) Observe o exemplo de como podemos representar o ângulo de 47° , unindo o ângulo de 10° e 37° .



- 5) Observe o exemplo de como podemos representar o ângulo de 30° , como a parte não sobreposta do ângulo de 62° , quando a este sobrepomos o ângulo de 32° .



- 6) A partir da união e da sobreposição dos ângulos, represente os ângulos de 65° , 49° , 80° e 71° .
- 7) Registre essas representações no seu caderno através de desenhos.

ANEXO 23

ATIVIDADE 23: MOSAICOS E GEOMETRIA

O que é um mosaico

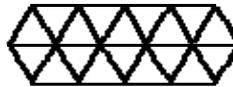
Os mosaicos fazem parte da história das civilizações desde a antiguidade. Em geral, eles representam relações algébricas e geométricas, sempre relacionadas à busca da humanidade em descobrir padrões relativos à simetria de objetos.

Atualmente, os mosaicos podem ser vistos em diversas construções, sejam nos pisos, tetos ou paredes, bem como na arte também. Construídos a partir de peças similares para formar um único objeto, podem ser constituídos de partes que lembram polígonos regulares, não-regulares, entre outras formas geométricas.

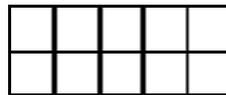
O mosaico é um desenho formado por uma ou mais formas geométricas que se encaixam perfeitamente e cobrem uma superfície, de tal maneira que a soma dos ângulos ao redor de um mesmo ponto será igual a 360° .

Exemplos de mosaicos:

Um mosaico de triângulos



Um mosaico de quadrados



Um mosaico de hexágonos



Atividades:

1) Construa no seu caderno mosaico formados pelos polígonos exemplificados acima.

2) Pinte os mosaicos de cores variadas.

ANEXO 24

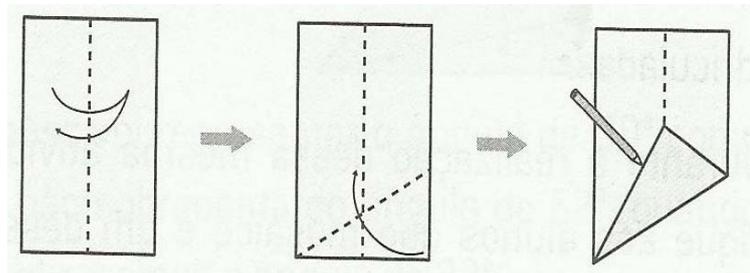
ATIVIDADE 24: CONSTRUINDO UM TRIÂNGULO EQUILÁTERO

Material necessário:

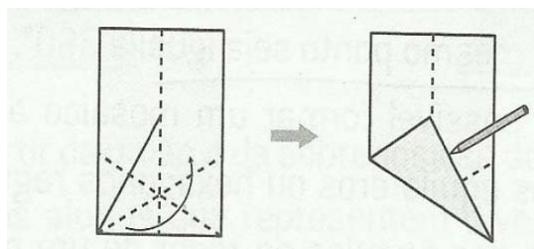
1. Uma folha de papel sulfite
2. Régua
3. Lápis
4. Tesoura

Procedimentos para a construção:

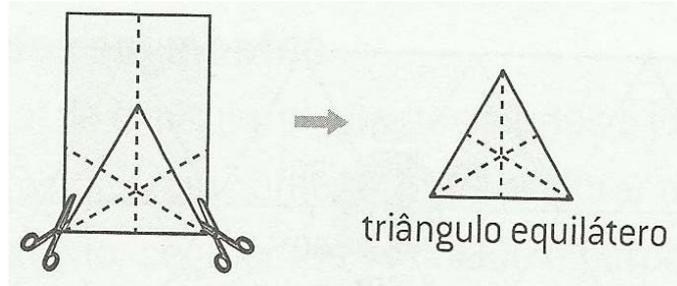
1) Dobre uma folha de papel retangular ao meio. Depois, dobre o canto inferior direito da maneira apresentada na ilustração. Trace com o lápis um dos lados do triângulo e desdobre a folha.



2) Dobre o outro canto inferior da folha da mesma maneira que foi feito anteriormente. Em seguida, trace o outro lado do triângulo.



3) Desdobre a folha e recorte o triângulo que se formou com as linhas traçadas. A figura que você obterá é chamada triângulo equilátero.



ANEXO 25

ATIVIDADE 25: CONSTRUINDO UM HEXÁGONO REGULAR

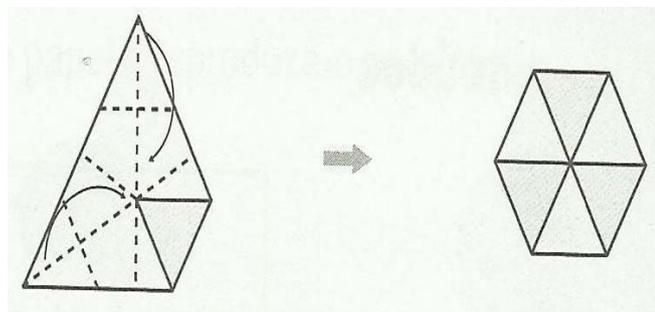
Material necessário:

1. Uma folha de papel sulfite
2. Régua
3. Lápis
4. Tesoura

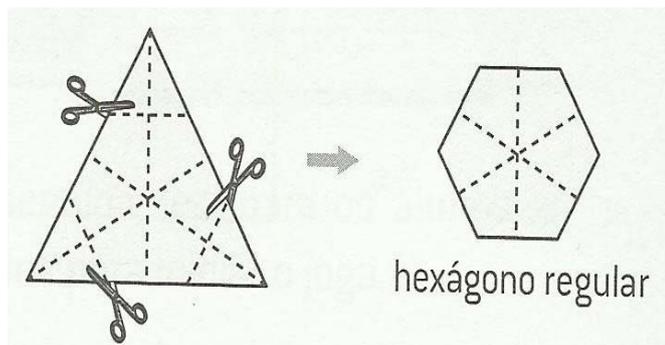
Procedimentos para a construção:

Construa um novo triângulo equilátero, seguindo as instruções da atividade anterior. Após a construção do triângulo equilátero, obtenha um hexágono regular da seguinte maneira:

1) Dobre cada um dos cantos do triângulo equilátero até o encontro das dobras obtidas anteriormente.



2) Desdobre a folha e corte os três cantos no vinco formado pelas últimas dobras. Você obterá o hexágono regular.



ANEXO 26

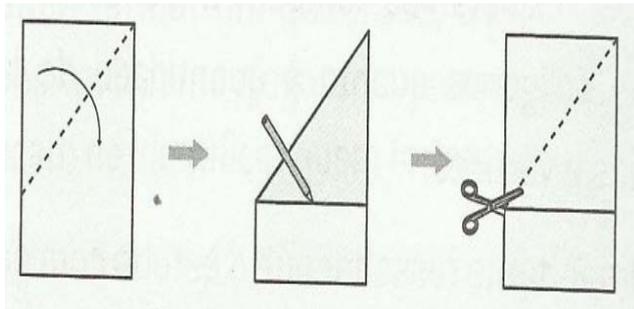
ATIVIDADE 26: CONSTRUINDO UM OCTÓGONO REGULAR

Material necessário:

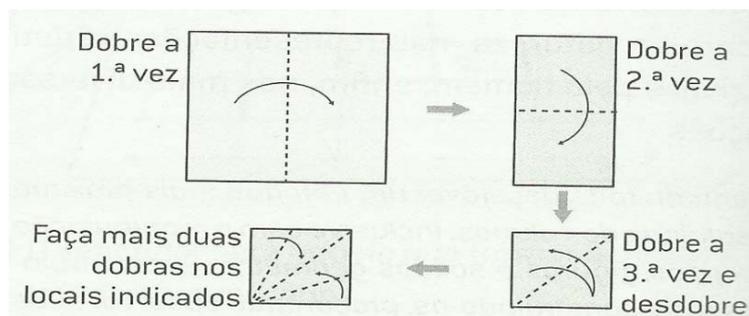
- I. Uma folha de papel sulfite
- II. Régua
- III. Lápis
- IV. Tesoura

Procedimentos para a construção:

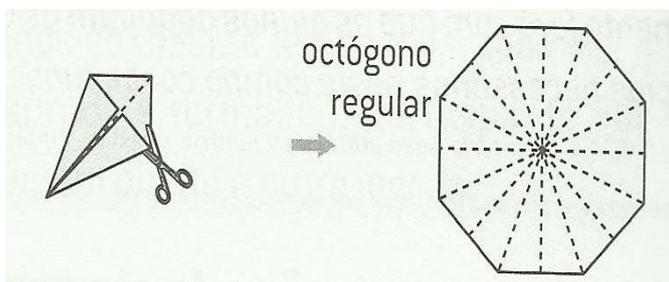
1) Dobre a ponta superior esquerda da folha para baixo e trace um segmento de reta no local indicado a seguir. Depois, desdobre a folha e recorte sob o segmento traçado, obtendo um quadrado.



2) Com o quadrado, realize as dobras apresentadas a seguir.



3) Corte o papel dobrado no local indicado. Ao desdobrar a figura, você obterá um octógono regular.

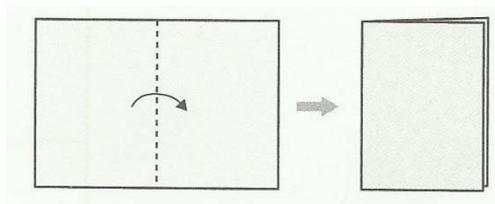


ANEXO 27

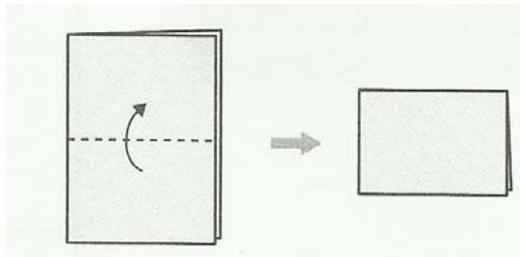
ATIVIDADE 27: POTÊNCIAS E DOBRADURA

Com uma folha de papel, realize os procedimentos a seguir.

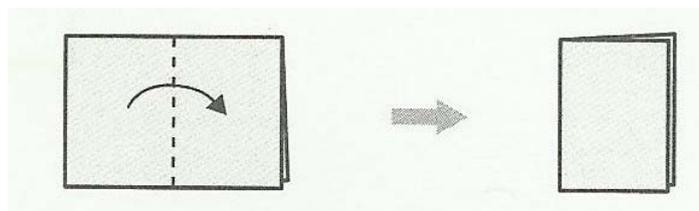
1) Dobre a folha ao meio. Em seguida, desdobre-a e verifique em quantas partes ela foi dividida. Note que esta etapa já está indicada no quadro abaixo.



2) Dobre duas vezes a folha ao meio. Depois, desdobre-a, observe o que aconteceu e complete o quadro.



3) Repita o mesmo o procedimento dobrando três vezes a folha ao meio e complete o quadro.



4) Continue esse procedimento até dobrar cinco vezes a folha ao meio e completar o quadro.

Quantidade de dobras	Quantidade de partes obtidas
1	
2	
3	
4	
5	

ANEXO 28

ATIVIDADE 28: NÚMEROS PALÍNDROMOS

Uma frase palíndroma é aquela que, ou se leia da esquerda para a direita, ou da direita para a esquerda, tem o mesmo sentido.

Por exemplo:

SOCORRAM-ME SUBI NO ONIBUS EM MARROCOS

Podemos observar que, da direita para a esquerda, as letras, juntadas ou separadas convenientemente, formam a mesma frase. No exemplo a palindromidade está feita em termos de letras.

Os números, como as letras, também são símbolos e um número palíndromo (ou capicua) é aquele que é igual quando lido nos dois sentidos:

Exemplos: 14541, 7117, 3333, etc.

Há uma questão matemática interessante, envolvendo esses números, chamada conjectura palíndroma. Essa conjectura consiste em escolhermos qualquer número, escrevê-lo em ordem inversa e somarmos os dois números obtidos. Com a soma obtida, repete-se o procedimento até a obtenção de um número palíndromo.

Por exemplo seja 68 o número escolhido.

Primeiro passo:

$$68 + 86 = 154$$

Segundo passo:

$$154 + 451 = 605$$

Terceiro passo:

$$605 + 506 = 1111 \text{ (deu um palíndromo!).}$$

Existem várias particularidades sobre os números palíndromos. Uma delas é que todo número palíndromo com um número par de dígitos é divisível por 11, ou seja, o resto da sua divisão por 11 é zero.

Exemplos:

I. 731137 (número palíndromo com seis dígitos)

II. 95344359 (número palíndromo com oito dígitos)

Se dividirmos qualquer um desses números por 11, o resto será nulo. Vale lembrar que um número é divisível por 11 quando acontece o seguinte:

IV. Somamos os algarismos de ordem ímpar.

V. Somamos os algarismos de ordem par.

Se a diferença dos números obtidos for zero ou um múltiplo de 11 (positivo ou negativo), o número será divisível por 11.

Dos exemplos anteriores, vejamos com o número 731137

I. Soma dos algarismos de ordem ímpar: $7 + 1 + 3 = 11$

II. Soma dos algarismos de ordem par: $3 + 1 + 7 = 11$

III. Diferença: $11 - 11 = 0$

Atividade:

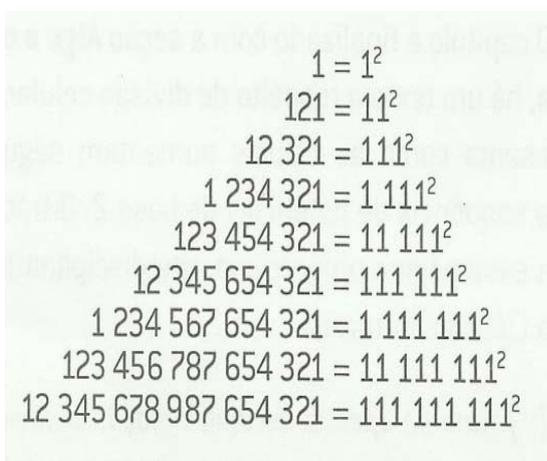
Comprove se o número 95344359 é divisível por 11.

I. Soma dos algarismos de ordem ímpar: _____

II. Soma dos algarismos de ordem par: _____

III. Diferença: _____

1) Observe a figura abaixo sobre números palíndromos. Qual a operação matemática envolvida nesta figura?


$$\begin{aligned}1 &= 1^2 \\121 &= 11^2 \\12321 &= 111^2 \\1234321 &= 1111^2 \\123454321 &= 11111^2 \\1234567654321 &= 111111^2 \\123456787654321 &= 1111111^2 \\12345678987654321 &= 11111111^2\end{aligned}$$

ANEXO 29
ATIVIDADE 29: CONSTRUINDO TRIÂNGULOS E QUADRILÁTEROS
COM O TANGRAM.

Construindo triângulos e quadriláteros com o tangram.

Utilizando o tangram construído realize as seguintes atividades.

- 1) Com todas as peças do tangram, construa as seguintes figuras:
 - a) um paralelogramo
 - b) um retângulo
 - c) um trapézio
 - d) um triângulo

- 2) Construa quadrados com a quantidade de peças do tangram indicada em cada item.
 - a) Duas peças
 - b) Três peças
 - c) Quatro peças
 - d) Cinco peças

- 3) Utilizando a quantidade de peças do tangram indicada em cada item monte triângulos.
 - a) Duas peças
 - b) Três peças
 - c) Quatro peças
 - d) Cinco peças

- 4) Desenhe cada montagem no seu caderno e compare com a dos colegas de aula.

ANEXO 30

ATIVIDADE 30: CONSTRUÇÃO DE UM TRIÂNGULO EQUILÁTERO COM RÉGUA E COMPASSO

Construa um triângulo equilátero com régua e compasso

Material Necessário:

- I. Régua não graduada
- II. Compasso

Instruções:

1) Construa um triângulo equilátero sendo dado um segmento como lado e seguindo as instruções abaixo.

- a) Trace a circunferência $C(A; AB)$
- b) Trace a circunferência $C(B; BA)$
- c) Marque o ponto C na intersecção das circunferências
- d) Trace o segmento AC
- e) Trace o segmento BC

2) Justifique porque o triângulo encontrado é equilátero.

ANEXO 31

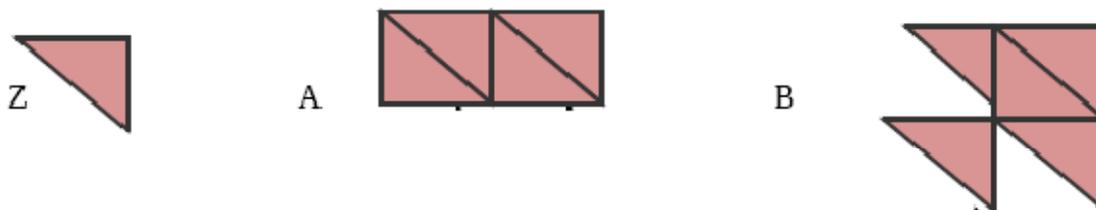
ATIVIDADE 31: COMPOSIÇÃO E DECOMPOSIÇÃO DE FIGURAS

Objetivo:

1. Construção do conceito de área.

Composição e decomposição de figuras

1) Considerando o triângulo Z abaixo como sendo a unidade de área, decomponha cada uma das figuras em triângulos congruentes a ele, registrando sua resposta.



2) Com cada uma das figuras decompostas no exercício 1, forme um triângulo. Não se esqueça que você precisa utilizar toda a quantidade de triângulos obtida em cada decomposição, por exemplo, quando for compor o triângulo equicomposto¹ à figura A, ele será formado por quatro triângulos congruentes a Z. Registre seu procedimento.

3) Transforme cada um dos triângulos encontrados no exercício 2 em retângulo. Registre seu procedimento.

4) Meça em centímetros os perímetros desses retângulos e os perímetros das figuras que originaram cada um desses retângulos. Compare-os. O que você observa?

5) Transforme cada um dos retângulos encontrados no exercício 3 em um quadrado de mesma área. Qual procedimento você utilizou? Determine a área e o perímetro de cada um desses quadrados e compare-os com as dos retângulos que originaram cada um desses quadrados. O que você observa?

6) Considerando que o quadrado é um retângulo, podemos afirmar que em uma coleção de retângulos de mesma área, o quadrado será sempre o que tem menor perímetro? Por quê?

¹ Duas figuras são equicompostas se for possível decompor uma delas em um número finito de partes e, com essas partes, sem utilizar-se de sobreposição, compor a outra figura.

ANEXO 32

ATIVIDADE 32: JOGANDO COM O SUDOKU

O Sudoku é considerado um quebra-cabeça que utiliza em sua resolução princípios básicos envolvendo a lógica. A utilização de números distribuídos na tábua traduz uma intensa ligação com a matemática lógica e estratégica, pois na resolução temos que pensar em possíveis jogadas futuras.

Preencha os espaços em branco com os algarismos de 1 a 9, de modo que cada número apareça apenas uma vez na linha.

O mesmo deve acontecer em cada coluna. Nenhum número pode ser repetido e todos os números de 1 a 9 se encontram presentes.

		8		1	3		2	
3				4	5			
								1
8	5		1		7			
9	2			3			1	7
			6		2		4	5
4								
			2	7				9
	9		4	6		5		