

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA MARIA
UNIVERSIDADE ABERTA DO BRASIL
CENTRO DE CIÊNCIAS NATURAIS E EXATAS UFSM
CURSO DE ESPECIALIZAÇÃO EM ENSINO DE MATEMÁTICA NO
ENSINO MÉDIO

Maciel Mezdri

**INTRODUZINDO O ENSINO DA GEOMETRIA ATRAVÉS DE UMA
ATIVIDADE LÚDICA USANDO “JUBAS”**

Tapejara, RS
2016

Maciel Mezdri

**INTRODUZINDO O ENSINO DA GEOMETRIA ATRAVÉS DE UMA ATIVIDADE
LÚDICA USANDO “JUBUBAS”**

Monografia apresentada ao Curso de Especialização em Ensino da Matemática no Ensino Médio – Matemática na Prática, da Universidade Federal de Santa Maria (UFSM, RS), como requisito parcial para obtenção do título de **Especialista em Ensino de Matemática no Ensino Médio**.

Orientadora: Prof.^a. Dr.^a. Viviane Cátia Köhler

Tapejara, RS
2016

Maciel Mezdri

**INTRODUZINDO O ENSINO DA GEOMETRIA ATRAVÉS DE UMA ATIVIDADE
LÚDICA USANDO “JUJUBAS”**

Monografia apresentada ao Curso de Especialização em Ensino da Matemática no Ensino Médio – Matemática na Prática, da Universidade Federal de Santa Maria (UFSM, RS), como requisito parcial para obtenção do título de **Especialista em Ensino de Matemática no Ensino Médio**.

Aprovado em 12 de agosto de 2016:

Viviane Cátia Köhler, Dr^a. (UFSM)
(Orientadora)

Maria Cecília Pereira Santarosa, Dr^a. (UFSM)

Liane Teresinha Wendling Roos, Dr^a. (UFSM)

Tapejara, RS
2016

DEDICATÓRIA

A Deus, pela minha vida, capacidade e perseverança. Aos meus pais, que sempre lutaram para que os sonhos de seus filhos se realizem e a minha filha Júlia, pelo abraço apertado que me enche de esperança no futuro. Dedico este trabalho.

AGRADECIMENTOS

A Deus, por jamais desistir de mim.

- aos meus pais, por todo o amor, carinho e apoio, pela índole e caráter a qual sempre me espelhei.
- Bianca, pela força e companheirismo, pelo carinho e paciência em meus momentos difíceis. Graças a sua presença foi mais fácil superar os dias de desânimo e cansaço;
- a minha filha Júlia, por sua capacidade de acreditar em mim, seu sorriso me deu, em muitos momentos, a força para seguir;
- a professora Viviane, pelos importantes ensinamentos, científicos e pessoais, pela amizade e apoio, e pelo conforto nas horas difíceis;
- aos professores e tutores do Curso de Especialização em Ensino da Matemática para o Ensino Médio, em especial ao tutor Clairton, por contribuírem com seus ensinamentos.
- aos colegas e funcionários do Polo da UAB de Tapejara por participarem, de uma forma ou outra para a conquista deste título;
- a Universidade Federal de Santa Maria, pela oportunidade de desenvolver este estudo;

Enfim, a todos que de alguma maneira contribuíram para execução deste trabalho, pela ajuda constante ou por uma palavra de amizade!

Muito obrigado!

RESUMO

INTRODUZINDO O ENSINO DA GEOMETRIA ATRAVÉS DE UMA ATIVIDADE LÚDICA USANDO “JUJUBAS”

AUTOR: Maciel Mezdri

ORIENTADORA: Prof.^a. Dr.^a. Viviane Cátia Köhler

Este trabalho propôs a utilização de jujubas para a introdução da geometria espacial no Ensino Médio de forma lúdica, com isso favorecer a assimilação mais rápida do conteúdo estudado, permitindo que o aluno participe de forma mais efetiva da aula, favorecendo também a construção do conhecimento realizando associações com o meio que convive. Relata-se ainda, ideias e pesquisas, embasados em estudos de outros autores, que esclarecem o estado atual do ensino da geometria no Brasil, a importância da visualização e manipulação de materiais concretos para a assimilação e desenvolvimento do pensamento geométrico e da proposta de ensino utilizando a “Técnica das Jujubas”. Como instrumento de avaliação e reconhecimento da turma em que a aula experimental foi ministrada, foram aplicados questionários, onde os resultados alcançados demonstraram-se satisfatórios e encontram-se detalhadamente ao final do trabalho, visando produzir conhecimento real e efetivo que colabore para o avanço científico de outros pesquisadores sobre este mesmo tema.

Palavras-chave: Ensino de Geometria Espacial, Técnica das Jujubas.

ABSTRACT

INTRODUCING GEOMETRY EDUCATION THROUGH A LUDIC ACTIVITY USING “BULLET JELLY”

AUTHOR: Maciel Mezdri
ADVISOR: Prof.^a. Dr.^a. Viviane Cátia Köhler

This work proposes the use of bullet jelly for the introduction of spatial geometry in high school in a playful way, thus favoring the rapid assimilation of the studied content, allowing the student to participate more effectively in class, also favoring the construction of knowledge by performing associations with the environment that coexists. It also reports, ideas and research, based on studies of other authors, which account for the current state of geometry teaching in Brazil, the importance of visualization and manipulation of concrete materials for the assimilation and development of geometric thinking and teaching proposal using the "Technique of Bullet Jelly". As a tool for evaluation and recognition of the class in which the experimental class was taught, questionnaires, where the results achieved proved to be satisfactory and are detailed at the end of the work, in order to produce real and effective knowledge that collaborate for scientific advancement other researchers on this theme.

Keywords: Space Geometry Teaching. Technical of Bullet Jelly.

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	8
1.1	MEMORIAL DESCRITIVO	8
1.2	JUSTIFICATIVA.....	10
1.2	ESTRUTURA DOS ELEMENTOS TEXTUAIS	11
2	FUNDAMENTOS TEÓRICOS	12
2.1	PROPOSTA DE ENSINO UTILIZANDO JUBUBAS	13
2.2	UM POUCO DE HISTÓRIA.....	13
2.3	O DECRESCENTE ENSINO DE GEOMETRIA NO BRASIL	14
2.4	A GEOMETRIA E O LIVRO DIDÁTICO	15
2.5	A VISUALIZAÇÃO COMO FORMA DE APRENDIZAGEM	17
2.6	CARACTERIZAÇÃO DA ESCOLA.....	19
2.7	RECONHECIMENTO DA TURMA.....	20
3	ELABORAÇÃO DO PLANO DE AULA	21
3.1	ANÁLISE A PRIORI	21
3.2	PLANEJAMENTO DA AULA	23
4	ANÁLISES A POSTERIORI	27
4.1	DESENVOLVIMENTO DA AULA INÉDITA	27
4.3	TÉCNICA DAS JUBUBAS.....	27
4.2	QUESTIONÁRIO APLICADO	34
5	CONSIDERAÇÕES FINAIS	38
6	REFERÊNCIAS	40
	APENDICE A – PLANO DE AULA	41
	APENDICE B - QUESTIONÁRIO APLICADO ANTES DA AULA	50
	APENDICE C - QUESTIONÁRIO APLICADO DEPOIS DA AULA	52
	APENDICE D – FOTO TURMA 302.....	54

1 INTRODUÇÃO

1.1 MEMORIAL DESCRITIVO

No difícil ano de 1987 um casal de agricultores resolve abandonar o campo e migrar para cidade, almejando melhores condições para criar e educar seus filhos, saindo da zona rural da pacata cidade de Charrua-RS e estabelecendo-se no município de Tapejara-RS, nesta etapa de minha de nossas vidas eu estava com 4 anos de idade e pouca coisa recorde deste momento. Acabamos residindo até hoje nesta cidade, minha infância foi humilde porem, meus pais sempre tiveram a preocupação com minha educação. Mesmo assim, ingressei no ensino fundamental apenas na antiga Primeira Série, sem participar da pré-escola.

Cursei todo o Ensino Fundamental numa mesma escola estadual, da qual, gostaria de ter tido uma experiência melhor, na época meus pais não perceberam que não era uma escola adequada, atribuo isso, a falta de instrução que eles tiveram. Cursei a oitava série (hoje 9º ano) no turno da noite, pois deste muito cedo precisei ir em busca de meu próprio dinheiro. Desta forma, trabalhava durante o dia e estudava a noite.

O Ensino Médio também cursei a noite, lembro com frequência das noites em que ia para o colégio muito cansado e não acompanhava algumas disciplinas como, por exemplo, biologia e química, acabei perdendo um ano. Nesta época, já estava trabalhando em uma das empresas que trabalho ainda hoje. Ao finalizar o Ensino Médio, fiquei 3 anos sem estudar e então comecei a me preparar para o vestibular.

Em 2005, fiz vestibular para Engenharia Civil, mas não cursei por conta do alto custo de investimento, acabei entrando na Matemática com o intuito de cursar apenas a matérias que mais tarde aproveitaria na Engenharia Civil. O tempo foi passando e eu comecei a gostar e me identificar com o curso, acabei me graduando em 2010 pela Universidade de Passo Fundo no Curso de Matemática Licenciatura Plena.

Estagiei neste mesmo ano em duas escolas do município de Tapejara, sendo que no Ensino Fundamental em um 7º ano e no Ensino Médio em um 1º ano. Os estágios serviram para me certificar de que eu queria trabalhar em sala de aula, consegui ótimos resultados nas disciplinas de estágio e me formei convicto de que iria para sala de aula o mais breve possível.

No entanto, fui promovido a Gerente de Produção na empresa em que trabalho, uma empresa de confecções que conta hoje com cerca de 100 colaboradores, estou nela a cerca de 17 anos. Esta oportunidade me desfiou a uma nova profissão que consiste em assegurar o cumprimento das metas de produção, dentro dos padrões de qualidade, quantidade, custos e

prazo estabelecidos pela empresa. Interagir e liderar pessoas, conhecendo a programação e previsão das atividades de produção industrial e do controle estatístico do processo. Sendo assim, fui adiando minha saída da empresa e acabei não saindo. Neste meio tempo, assumi outras responsabilidades simultaneamente.

No ano de 2014, fui classificado no processo seletivo para tutoria no Núcleo Educacional de Tapejara (EaD), atuei como Tutor Presencial do Curso Técnico de Automação Industrial, promovido pela Universidade de Santa Maria-UFSM. Tive a oportunidade de contribuir colocando presença humana no processo de aprendizagem, fazendo uma ponte entre o aluno e o professor, tornando a EaD um processo menos solitário e mais comunitário. Estimular e promover a formação de grupos de estudo no polo, incentivar e ensinar o uso de recursos de aprendizagem oferecidos pelo curso. Apoiar os alunos diretamente em relação as tecnologias disponíveis, apontar-lhes alternativas para aprendizagem, assim como, participar de forma parcial das atividades docentes nas aplicações de provas, exames e atividades presenciais.

Além de atuar nestas duas funções sendo, uma durante o dia e outra no turno da noite, respectivamente, dedico meu tempo a dois trabalhos voluntários, que são:

Desenvolvedor Municipal de Mapas Roteáveis dos municípios de Tapejara-RS e Água Santa-RS, para o Projeto TrackSource¹, uma associação livre, de usuários que se organizaram voluntariamente, com o objetivo de produzir mapas do Brasil para uso em GPS. Em constante evolução, desde que foi criado em 2002, hoje o Tracksource é um dos maiores projetos deste gênero no mundo, conta com milhares de colaboradores, centenas de desenvolvedores e produz os melhores, mais completos e atualizados mapas do Brasil para GPS.

Por fim, mas não menos importante, me dedico a uma entidade de jovens cidadãos ativos que investem no futuro de suas comunidades desenvolvendo habilidades, conhecimento e compreensão para tomar decisões informadas e agir. A JCI - Junior Chamber International² é uma organização mundial de jovens cidadãos ativos com mais de 200 mil membros em mais de 100 países. Os membros da JCI são cidadãos ativos de todos os setores da sociedade engajados e comprometidos em criar impacto positivo em suas comunidades. A missão da JCI é oferecer oportunidades de desenvolvimento que preparem as pessoas jovens para criar mudanças positivas. A JCI é criada de uma crença comum de que agindo juntos para a segurança humana, que se traduz na garantia de oportunidade social, econômica e ambiental, desenvolvimento e

¹ <http://tracksource.org.br/sobre-o-projeto/>

² <http://www.jci.org.br/>

bem estar para todo indivíduo e sua comunidade, irá inspirar confiança, unir comunidades, estabelecer a justiça, abranger diversidade cultural e criar impacto sustentável. Neste ano de 2016 faço parte do Conselho Diretor da JCI Tapejara com o cargo de Tesoureiro.

1.2 JUSTIFICATIVA

Em seus áureos tempos de liderança, Che Guevara disse a seguinte frase: “ *O conhecimento nos faz responsáveis.* ” Esta citação inspirou e inspira milhares de pessoas a compartilharem seus conhecimentos, a fim de torná-los válidos e valorosos. Desta mesma forma, pretendeu-se levar para sala de aula o conhecimento adquirido ao decorrer do Curso de Especialização de Ensino da Matemática no Ensino Médio, considerando que a Geometria Espacial pode ser trabalhada de forma prazerosa pelos estudantes.

Acreditando-se que, na Matemática, a geometria destaca-se por favorecer oportunidades de uma didática palpável e que este fator costuma despertar o interesse dos alunos de forma espontânea. A ideia de criar uma aula inédita, nunca desenvolvida por mim, parte da premissa de que os métodos tradicionais de aula não satisfazem este despertar de interesse por parte discente, sendo assim, é imprescindível o desenvolvimento de atividades que visam a motivação e o interesse do aluno em aprender.

No desenvolver deste trabalho pretende-se apresentar aos estudantes uma aula utilizando métodos não convencionais à maioria das escolas, quando se trata do ensino de geometria espacial, a “Técnica das Jujubas” (balas de goma). Esta técnica consiste em construir superfícies poliédricas utilizando jujubas e palitos de dente, onde as jujubas representam os vértices e os palitos representam as arestas, para deixar evidente as faces utilizar-se-á plástico filme em volta dos poliedros confeccionados. Nesta linha de raciocínio a proposta de ensino-aprendizagem é trabalhar de forma lúdica, sendo que, os próprios alunos construirão o material de estudo. A princípio foi planejado para esta aula utilizar duas horas/aula, se não for suficiente, a parte final do plano de aula terá de ser abordada em uma terceira hora/aula.

Os fatores considerados positivos desta técnica são: A facilidade de acesso e o baixo custo dos materiais utilizados, resultado rápido e de estrutura firme, proporcionando agilidade aos alunos e conforto ao professor na condução da aula, não inviabilizando assim, o objetivo principal de introduzir o ensino da geometria.

Algumas ideias que aqui serão abordadas, já foram experimentadas por outros autores e servem como referencial para o presente trabalho de conclusão do Curso de Especialização em Ensino de Matemática para o Ensino Médio.

1.2 ESTRUTURA DOS ELEMENTOS TEXTUAIS

O segundo capítulo trata da fundamentação teórica que serve como referencial para o Trabalho de Conclusão de Curso – Ensino da Matemática para o Ensino Médio. O objetivo é revisar os conceitos e técnicas que serão utilizados na elaboração do plano de aula e na aplicação que será relatada. O capítulo finaliza com a caracterização da Escola Estadual de Ensino Médio Senhor dos Caminhos e o reconhecimento da turma 302, terceiro ano, a qual será aplicada a aula inédita planejada para este trabalho.

No terceiro capítulo, apresenta-se a análise feita sobre a turma para evidenciar os conhecimentos prévios que os alunos têm em relação ao conteúdo a ser aplicado na aula, posteriormente é apresentada de forma detalhada a planificação da aula, (conforme apêndice A onde é apresentado no a íntegra) bem como foi pensada em cada momento e o que se espera como resultado.

O quarto capítulo trata do desenvolvimento da aula já apresentada, dissertando sobre o plano e principalmente sobre o momento em que foi trabalhada a Técnica das Jujubas. O capítulo detalha os principais momentos da aula de forma simples e fiel aos acontecimentos.

Capítulo 5, apresentamos os resultados obtidos e discussão relacionada ao plano de aula e a aula em si, levando em consideração a experiência obtida pelo autor e a entrevista realizada ao final da aula. Por fim, apresentamos nossas considerações finais, bem como, sugestões de trabalhos futuros.

2 FUNDAMENTOS TEÓRICOS

Não há ramo da matemática, por abstrato que seja, que não possa um dia vir a ser aplicado aos fenômenos do mundo real.

(Lobachevsky)

Ao longo deste trabalho pretende-se fazer uma breve análise sobre como ensino da Geometria no Brasil está estruturado, em especial sobre as questões do Ensino Médio. Buscar-se-á sustentação em pesquisas já desenvolvidas para a utilização de um método manipulável, conhecido como “Técnica das Jujubas”, espera-se assim, demonstrar que o ensino da Geometria pode ser trabalhado de forma diferenciada do que normalmente é feita.

Em geral a matemática é vista como uma das disciplinas de pouca participação por parte dos estudantes, seja por desinteresse pessoal ou mesmo pela difícil compreensão que algumas pessoas enfrentam, por estes e outros motivos, a Matemática está longe de ser uma disciplina que reluza aos olhos dos estudantes. Muitos não conseguem ver sentido nas fórmulas e teoremas apresentados pelos professores, por ser trabalhado na maior parte das vezes, apenas de forma abstrata, deixando a entender, erroneamente, que existe pouca relação entre a matemática e a vida cotidiana. Normalmente o aluno não está habituado a relacionar o conceito apresentado em aula com sua realidade. O lúdico na matemática tem como objetivo ultrapassar barreiras entre o ensinar e o compreender, tornando-se uma ferramenta importantíssima para motivar o entendimento dos conceitos matemáticos, que são obviamente, fundamentais para o desenvolvimento do raciocínio lógico, da coerência e da compreensão do mundo que nos cerca. (CUNHA, SILVA, 2012)

Ainda de acordo com Cunha e Silva (2012) as atividades lúdicas desenvolvidas para as aulas de matemática são essenciais para atender as necessidades de obter melhor aproveitamento e oferecer entretenimento, facilitando o aluno na análise, compreensão e elaboração de situações que o remetam a resolver determinadas proposições exposta pelo aluno, ou seja, o resultado, adquirindo conhecimento, melhor interpretação e articulação de estratégias para argumentar e concretizar situações problema.

2.1 PROPOSTA DE ENSINO UTILIZANDO JUJUBAS

A Técnica das Jujubas foi apresentada no programa de Pós-Graduação em nível de Especialização, Matemática na Prática. Curso de Especialização em Ensino de Matemática para o Ensino Médio, ofertado pela Universidade Federal de Santa Maria na modalidade EaD. Além de outras atividades lúdicas como a Técnica de Origami e Jogo dos Discos, a partir da execução destas técnicas, foi possível analisar qual melhor se adapta a realidade de sala de aula.

A ideia de utilizar jujubas para o introduzir ensino de Geometria Espacial, surge como principal proposta pois mostrou-se de fácil execução e demanda pouco tempo em sua execução. Além de ter um custo baixo, o material é de acesso fácil e resulta em uma estrutura firme e estável, não causando problemas durante a confecção pelos alunos, a proposta consiste em criar superfícies poliédricas utilizando jujubas, palitos de dente e plástico filme, sendo que: As jujubas representam os vértices, os palitos representam as arestas e o plástico filme representa as faces do poliedro. Uma vez que a superfície for envolvida pelo plástico filme, torna-se um poliedro.

Na escolha pela Técnica das Jujubas, levou-se em consideração, a possibilidade de integração e a motivação dos alunos, uma vez que, tomado os cuidados necessários, ao final da atividade os alunos podem deliciar-se com as jujubas, tornando assim, a aula divertida e diversificada.

2.2 UM POUCO DE HISTÓRIA

Heródoto acreditava que a Geometria se originou no Egito, onde a cada inundação do vale do rio perdiam se as demarcações de terras, desta forma surgia a necessidade prática de refazer as medidas de territórios para evitar conflitos. Em contrapartida, Aristóteles defendia que os Egípcios possuíam uma classe sacerdotal que tinha como lazer o estudo, o que teria levado ao estudo da Geometria. Apesar de serem ideias contraditórias, o fato dos geômetras egípcios terem sido denominados “agrimensores”, ou “esticadores de corda” pode-se enquadrar em ambas as teorias, uma vez que, as cordas eram utilizadas para traçar bases dos templos e auxiliar no traçado das demarcações, que haviam sido apagadas pelo rio. Supõem-se que, Heródoto e Aristóteles subestimaram a época em que Geometria tenha surgido, uma vez que figuras com idade advindas do homem neolítico, apontam uma preocupação com relações espaciais, sugerindo o caminho para a geometria, pois é notória a existência de congruências e simetrias em seus artigos como potes, tecidos e cestas. (BOYER, 1996)

2.3 O DECRESCENTE ENSINO DE GEOMETRIA NO BRASIL

Ao ingressar em um curso de matemática ou fazer um estudo nos livros sobre Educação Matemática, muito se ouve falar da presença que a Geometria tem em nosso cotidiano, basta prestar um pouco de atenção para logo se encantar com a riqueza de exemplos, na natureza, na arquitetura das cidades, nos utensílios domésticos, numa exposição de arte, na engenharia e inúmeros outros lugares, as formas geométricas estão presentes. Proporcionar às crianças e adolescentes o estudo da Geometria, possibilita que os mesmos conheçam e explorem essas relações em seu espaço de convivência, identificando e reconhecendo formas, discernindo sobre as relações cotidianas e abstratas e desenvolvendo o pensamento crítico e autônomo.

No entanto, para Pavanello (1993), a Geometria vem sendo colocada de lado pelo sistema de ensino atualmente utilizado no Brasil. No texto “O abandono do ensino da geometria no Brasil: causas e consequências”, a autora relata que o ensino da geometria vem sendo abandonado pelos professores, principalmente da rede pública, uma vez que, os educadores têm a autonomia de decisão sobre os programas das diferentes disciplinas, tal liberdade foi concedida as escolas, naquela época pela promulgação da Lei 5692/71. Para a autora o despreparo dos professores afeta na decisão de excluir a geometria dos programas ou reservar o final do ano letivo para trabalhá-la, isso se acaso houver tempo. Segundo ela, os professores sentem-se inseguros ao abordar o conteúdo didático, por outro, nos últimos anos preocupam-se muito com esta questão, percebe-se isto pela grande procura de cursos oferecidos por faculdades conveniadas com secretarias de educação.

Sabe-se que o estudo da geometria é considerado indispensável na formação intelectual do indivíduo, muito embora, alguns educadores defendam que a geometria deva ceder lugar a outros ramos da matemática contemporânea, de qualquer forma educadores de todo o mundo, preocupam-se com os rumos do ensino da geometria. Já no Brasil, o abandono do ensino da geometria não tem relação com o desenvolvimento do ensino da matemática. (PAVANELLO, 1993).

Ainda de acordo com Pavanello (1993), em 1931 criava-se a primeira reforma educacional de caráter nacional pelo então Ministro da educação e saúde Francisco Campos, onde definiu-se que a geometria seria abordada de forma prática e intuitiva, no início do curso ginasial, porém, a maioria dos livros didáticos da época não satisfazia a proposta da reforma. Em 1942 uma nova reforma é criada, a reforma prevê que o ensino da geometria deve ser abordado de forma intuitiva nas duas primeiras séries e dedutivamente nas séries seguintes do curso ginasial. Em 1946 cria-se a denominada Primeira Lei de Diretrizes e Bases da Educação

(LDB) que define e regulariza o sistema educacional brasileiro, promulgada pelo presidente Eurico Dutra, mas é em 1971 que foi publicada pelo presidente Emílio Garrastazu Médici, a Lei de Diretrizes e Bases do Ensino de 1º e 2º Graus (Lei 5692/71), possibilitando cada professor montar seu próprio cronograma, abrindo brecha para o desuso do ensino de geometria no Brasil. A autora justifica que professores precisam de tempo e apoio pedagógico, para planejar suas aulas e qualificarem-se, e desta forma, ter capacidade de ministrar aulas de qualidade em geometria aos educandos.

Os professores dessas escolas passam a trabalhar sob novas (e piores) condições de trabalho: tem sua remuneração cada vez mais rebaixada, o que os obriga a assumir uma carga maior de trabalho: são pressionados pelo Estado, que lembra a todo momento o custo, em termos econômicos, da manutenção de cada aluno por ano, ainda, com o desafio de trabalhar com uma população diferente daquela com a qual estavam acostumados a lidar e não contam com qualquer tipo de apoio pedagógico ou tempo e espaço para debates ou reflexões sobre seu trabalho. (PAVANELLO, 1993, P.15).

Nota-se que diversos fatores influenciam para o abandono do ensino da geometria, contudo, a geometria é uma parte fascinante da matemática, onde se encaixa perfeitamente uma aula lúdica, que possibilite a visualização das formas, que seja palpável, que encante não apenas educandos, mas também docentes, partindo desta linha de raciocínio, alguns questionamentos surgem: Utilizando apenas o livro didático, o professor tem condições de ministrar uma aula atrativa, que brilhe aos olhos dos alunos? De que forma a geometria está esquematizada para o Ensino Médio? Pretende-se agora, sanar estas dúvidas a partir de um levantamento sobre a abordagem da geometria nos livros didáticos.

2.4 A GEOMETRIA E O LIVRO DIDÁTICO

No Plano Nacional do Livro Didático (PNLD) de 2007, fica explícito a importância da análise feita pelo professor sobre o livro didático, levando em consideração a realidade de cada sala de aula, a fim de fazer bom proveito do material. O guia enfatiza que:

É preciso observar, no entanto, que as possíveis funções que um livro didático pode exercer não se tornam realidade, caso não se leve em conta o contexto em que ele é utilizado. Noutras palavras, as funções acima referidas são históricas e socialmente situadas e, assim, sujeitas a limitações e contradições. Por isso, tanto na escolha quanto no uso do livro, o professor tem o papel indispensável de observar a adequação desse instrumento didático à sua prática pedagógica e ao seu aluno. (BRASIL, 2007, p.12)

O documento esclarece parte dos questionamentos levantados no subcapítulo anterior, uma vez que evidencia que o professor não deve, sob nenhum pretexto, fazer uso do livro didático como única forma de recurso pedagógico, muito embora, o livro deve ser um dos meios que auxiliam o educador no processo de ensino aprendizagem. Além disso, o guia ressalta a importância do professor complementar o conteúdo do livro didático, tornando as informações e atividades nele contidas mais ricas, minimizando as dificuldades e adequá-lo as realidades sociais e culturais da comunidade escolar. Desta maneira, é que o livro didático exerce seu papel como parte do processo de ensino na formação do aluno de forma efetiva. (BRASIL, 2007)

Segundo os PCNs de matemática, os conceitos geométricos formam uma importante parte do ensino de matemática e a geometria é ferramenta indispensável para formação de indivíduos. Para tanto, o aprendizado é melhor construído, com a exploração de objetos do mundo físico, fica evidente que, a forma como o livro didático apresenta o estudo de geometria é insuficiente para um amplo conhecimento. (BRASIL, 1997).

[...] o aluno desenvolve um tipo especial de pensamento que lhe permite compreender, descrever e representar, de forma organizada, o mundo em que vive. A Geometria é um campo fértil para se trabalhar com situações-problema e é um tema pelo qual os alunos costumam se interessar naturalmente. O trabalho com noções geométricas contribui para a aprendizagem de números e medidas, pois estimula a criança a observar, perceber semelhanças e diferenças, identificar regularidades e vice-versa. Além disso, se esse trabalho for feito a partir da exploração dos objetos do mundo físico, de obras de arte, pinturas, desenhos, esculturas e artesanato, ele permitirá ao aluno estabelecer conexões entre a Matemática e outras áreas do conhecimento. (BRASIL, 1997).

No texto “Análises de livros didáticos” é feita uma reflexão sobre a utilização de livros didáticos de matemática. As autoras ressaltam a importância de usar com cautela ao abordar assuntos de geometria espacial, segundo elas, deve-se conhecer os métodos utilizados para cada conceito, buscando analisar as propriedades do livro e a possibilidade de trabalho. (BARAZZUTTI, RIBAS, ROSA, 2012)

Na análise realizada pelas autoras Barzutti, Ribas e Rosa (2012), nota-se que todos os campos da matemática são abordados nos livros didáticos e que, a forma como são apresentados os conteúdos entre os livros também tem muita semelhança. Segundo as autoras, há pequenas diferenças entre um e outro livro didático, alguns com uma introdução diferenciada, outro com fatos relevantes sobre a história da matemática ou abordagem de atividades cotidianas. Em geral

os conteúdos são divididos em blocos onde cada conceito ou capítulo é trabalhado separadamente. O livro escolhido para análise é de autoria de Kátia Stocco e Maria Ignês Diniz, destinado ao segundo ano do Ensino Médio. No que trata da Geometria Espacial, percebeu-se que a abordagem inicial, é realizada por meio de uma contextualização, de forma dinâmica e fazendo referências com a história e exemplos cotidianos. É notório, segundo as autoras, que essas relações tenham o intuito de motivar e despertar o interesse dos alunos.

[...] a Geometria Espacial inicia com gravuras de imagens de construção que podem remeter a ideia de formas geométricas tridimensionais, como, por exemplo, o Museu de Arte Contemporânea de Niterói, do Arquiteto Oscar Niemeyer, que explora formas sinuosas e circulares. (BARAZZUTTI, RIBAS, ROSA, p. 2, 2012)

Num segundo momento, o livro sugere que o professor indique sites, que oferece gratuitamente simuladores para auxiliar os alunos na assimilação dos conteúdos matemáticos. Ao final de cada bloco as autoras fazem uma ponte de conexão com outras disciplinas ou com relações ao cotidiano. Para a parte da geometria, as autoras fizeram uma relação com o conceito de urbanismo. Em alguns capítulos, percebeu-se a preocupação das autoras em retomar conceitos estudados anteriormente. Os exercícios são em geral, voltados a memorização com repetição. No texto que resultou a análise, há um exemplo retirado do livro didático em que, o enunciado de um exercício apresenta um paralelepípedo retângulo, partindo da figura o aluno é questionado a indicar duas retas perpendiculares que contém uma das faces do paralelepípedo, ou ainda, faz afirmações sobre perpendicularismo instigando o aluno a justificar sua resposta. (BARAZZUTTI, RIBAS, ROSA, 2012)

Apesar desta análise ter sido exposta de forma sucinta, é notório que o livro didático é um bom suporte para o professor, onde todo o conteúdo a ser trabalhado está definido e sistematizado, porém a importância de complementá-lo com atividades didáticas é uma necessidade básica, onde, a teoria não apareça delimitada, mas sim de forma palpável, onde o aluno possa fazer observações a partir da sua própria imaginação, o aluno no caso, deve construir o conceito. Desta forma, precisa-se saber a importância de extrair as figuras das páginas dos livros e levar para as mãos e aos olhos dos estudantes.

2.5 A VISUALIZAÇÃO COMO FORMA DE APRENDIZAGEM

De acordo com Racan e Giraffa (2012), a geometria contribui para o desenvolvimento das crianças em aspectos do dia-a-dia e na absorção de outras atividades escolares, tanto na área

matemática como em outras disciplinas. Destaca-se então a importância da manipulação e análise de objetos, com a finalidade de fazer medições, comparar formas e tamanhos, posições no espaço e diversas outras atividades em que a visualização é utilizada como ferramenta de estudo.

[...] as habilidades de visualização, desenho, argumentação lógica e de aplicação na busca de soluções para problemas podem ser desenvolvidas com um trabalho adequado de Geometria, para que o aluno possa usar as formas e propriedades geométricas na representação e visualização de partes do mundo que o cerca. (BRASIL, 1997, p89-91)

Ainda de acordo com as autoras Racan e Giraffa (2012), as crianças constroem conhecimento e estabelecem relações ao manipularem objetos que vivenciam, pois, estão fazendo uso das características desses objetos, desta forma, os educadores estão possibilitando aos alunos localizarem-se e orientarem-se no espaço em que vivem. Em contrapartida, as autoras chamam a atenção para o fato que, mostrar os objetos apenas, ou entregar aos alunos cópias de figuras em que trazem as observações, feitas por outras pessoas, não satisfazem as necessidades visuais, pois significaria apresentar a solução do problema antes do aluno vivenciá-lo, atividades palpáveis como forma de experiência são bem-vindas, sugere-se ainda, que estas atividades sejam realizadas durante toda a etapa escolar.

O Ensino Fundamental utiliza atividades empíricas ao tratar-se de geometria, desta forma as crianças têm a oportunidade de manipular e explorar objetos que fazem parte do seu cotidiano como: prismas, esferas, cilindros e cones. Por outro lado, no Ensino Médio, os educadores fazem uso das considerações em que a maioria dos livros didáticos estabelecem, desta forma, grande parte das atividades são sistematizadas e buscam a resolução de forma lógica, geralmente partem do estudo de figuras planas, buscando a aplicação de teoremas. Esta ruptura com o empírico, segundo as autoras, não traz benefícios ao estudante. (GIRAFFA, RACAN, 2012)

Essa ruptura com o empírico é pouco produtiva para a aprendizagem, visto que a Geometria é, segundo Fainguelernt (1999), tema integrador entre as diversas partes da matemática, sendo a intuição, o formalismo, a abstração e a dedução, constituintes de sua essência. (RACAN, GIRAFFA, 2012, p.22)

Baseadas no texto “O laboratório de ensino de matemática na formação de professores” de Ana Maria M. R. Kaleff (2006), as autoras Racan e Giraffa concluem que as habilidades de

visualização estão entre as operações mentais básicas para o desenvolvimento do indivíduo e construção do conhecimento geométrico.

[...] identificar determinada figura plana, isolando-a dos demais elementos de um desenho; reconhecer que algumas propriedades de um objeto (real ou imaginário) são independentes das características físicas como tamanho, cor e textura; identificar um objeto ou desenho quando apresentado em diferentes posições; produzir imagens de um objeto, suas transformações e movimentos; relacionar um objeto a uma representação gráfica ou a uma imagem dele; relacionar vários objetos, representações gráficas ou imagens entre si; comparar vários objetos, suas representações gráficas ou suas imagens, à busca de identificação de regularidades e diferenças entre eles. (apud RACAN, GIRAFFA, 2012, p.22).

Com base nos fundamentos relacionados anteriormente, aparece como forma de diversificação a ideia de trabalhar geometria de forma diferenciada. Surge então a proposta de ensino utilizando jujubas, vinculada ao ensino e aprendizado de conceitos geométrico para o Ensino Médio. Buscou-se então aplicar esta aula na Escola estadual de Ensino Médio Senhor dos Caminhos.

2.6 CARACTERIZAÇÃO DA ESCOLA

A Escola Estadual de Ensino Médio Senhor dos Caminhos, está localizada na Rua Arthur Filho, nº 320, no município de Tapejara RS. Atende alunos na faixa de quatorze a vinte quatro anos, vindos de diversas comunidades da região, entre elas destaca-se, Vila Campos, São Brás, Linha Três, Linha Quatro, Linha Marchiori, Linha Scariot, Coroado Alto, Coroado Baixo, Linha Calegari, Linha Dalzotto e Tapejara.

Os recursos financeiros para a escola provem das verbas enviadas pelo estado do Rio Grande do Sul (entidade mantenedora), administrada pela própria escola através do programa de gestão democrática e de contribuição dos alunos.

Sua estrutura de recursos humanos conta com professores nomeados e contratados sob regime emergencial (todos os professores possuem habilitação para atuar no Ensino Médio), atuando na docência, coordenação pedagógica e regentes de classe, além de uma secretária e duas funcionárias nos serviços gerais.

Possui espaços adequados para seu funcionamento, contendo salas de aula, sala de professores, biblioteca, secretaria, sala de direção e coordenação, banheiros para alunos, banheiro para professores, laboratórios de ciências e informática. O prédio onde a escola está

estabelecida pertence a Sociedade Educacional Tapejareense e foi cedido para o Estado do Rio Grande do Sul.

2.7 RECONHECIMENTO DA TURMA

De modo a conhecer o perfil dos alunos da turma 302 a ser aplicada a aula inédita, surge a necessidade de uma entrevista, a qual foi realizada por meio de um questionário (conforme apêndice B onde é apresentado no a íntegra), onde os alunos foram convidados a relatar algumas informações pessoais e sobre a escola que frequentam e de que forma a matemática é ensinada. O questionário teve objetivo exclusivo de dar suporte na realização deste trabalho, aplicado na aula em que antecedeu a aula inédita juntamente com a professora titular da turma.

De acordo com o resultado do questionário, pode-se afirmar que, a turma é composta por 32 alunos que tem entre dezesseis e dezoito anos (conforme apêndice D onde é apresentado uma foto da turma), cerca de 52% desloca-se da zona rural da cidade, sendo assim, a maioria dos alunos (68%) faz uso de transporte escolar oferecido pelo poder público municipal. Quando questionados sobre que materiais tem sido utilizado nas aulas de matemática, os alunos apontaram na seguinte ordem, projetor multimídia como o recurso mais utilizado, seguido de Material Concreto, Livro Didático e por fim Laboratório de Informática.

3 ELABORAÇÃO DO PLANO DE AULA

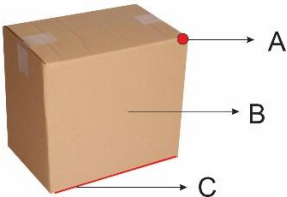
3.1 ANÁLISE A PRIORI

Numa aula diferenciada, é imprescindível que os estudantes se sintam interessados pela atividade. De outra forma, o objetivo dificilmente será alcançado. Neste sentido, procurei criar uma atividade onde a integração e a cooperação fossem exploradas, para melhor conhecer a turma 302 no que se refere aos conhecimentos prévios em geometria, mais precisamente no estudo dos poliedros, elaborei um questionário e apliquei aos alunos. Como não trabalho com eles diariamente, solicitei a professora titular alguns minutos de suas aulas, na oportunidade me foram cedidos vinte minutos.

Levando em consideração a parte matemática do questionário, a primeira questão buscava saber se estava clara a noção de ARESTA, VÉRTICE E FACE. A questão foi apresentada conforme figura 1:

Figura 1: Exemplo de questão.

Analisar o poliedro abaixo e completar a legenda com ARESTA, VÉRTICE E FACE.



A. _____
B. _____
C. _____

Fonte: Autor


Pedi aos alunos que debatessem entre si e tentassem responder aos itens relacionados na figura. Nesta questão, como era de se esperar, a grande maioria dos alunos não teve dificuldades para responder, muito embora, no momento inicial, percebi expressões em alguns alunos que demonstraram certa confusão, mas logo conseguiram chegar a resposta. Analisando separadamente os questionários, o resultado obtido foi, vinte e nove alunos responderem corretamente, deixando evidente que já haviam tido uma inicialização deste conteúdo, cerca de

94%, um aluno não respondeu e um errou invertendo arestas por vértice, cada um dos casos resultou em cerca de 2%.

Em outra questão, apresentei diversas figuras, questionando-os sobre sua definição, conforme figura 2:

Figura 2: Exemplo de questão.

Observe as figuras e identifique:



A B C D E F

Poliedros _____
 Não Poliedro _____
 Prismas _____
 Pirâmides _____
 Cones _____

Fonte: Autor

Neste momento percebi que grande parte dos estudantes não conseguiram identificar os sólidos. Solicitei que os mesmos trocassem ideias com seus colegas e alguns instantes depois pedi que os mesmos respondessem e passassem para a nova questão, pois não se tratava de uma prova, mas sim, de informações sobre o que eles conheciam até o momento. Analisando os questionários posteriormente, percebi que a maior dificuldade se encontrava em diferenciar prismas, pirâmides e principalmente os não poliedros, houve casos que os os alunos deixaram de constar cone e cilindro como não poliedro, deixando evidente que não estava clara a noção de poliedro. Apenas 36% dos estudantes conseguiram responder de forma correta.

A última pergunta do questionário dedicava-se a saber se os alunos já tinham tido contato com a propriedade de Euler.

Nesta etapa percebi que os estudantes já haviam sido iniciados nesta propriedade em algum momento, pois cerca de 78% dos estudantes respondeu sim no primeiro questionamento, em contrapartida, raríssimos alunos (cerca de 7%), conforme figura 3, lembraram-se da fórmula quando solicitado. Segue exemplo do questionário na figura 3.

Figura 3: Exemplo de questão.

<p>Você conhece a propriedade de Euler ?</p> <p>() Sim</p> <p>() Não</p> <p>Lembra da Fórmula?</p> <p>() Sim _____</p> <p>() Não</p>
--

Fonte: Autor

Ao finalizar este momento solicitei que os alunos trouxessem os materiais necessários para a aula, que foram: jujubas e palitos de dente, os demais materiais necessários foram disponibilizados por mim e pela professora titular.

3.2 PLANEJAMENTO DA AULA

O planejamento da aula inédita foi construído a fim de satisfazer a etapa final do Curso de Especialização em Ensino de Matemática para Ensino Médio – Matem@tica na Pr@tica, e será trabalhado na Escola Estadual de Ensino Médio Senhor dos Caminhos, localizada no município de Tapejara-RS que atende alunos na faixa etária de quatorze a vinte quatro anos, vindos de várias comunidades do município. A escola tem uma excelente estrutura e conta com um ótimo quadro docente e funcionários. Possui espaços adequados, paredes limpas e salas climatizadas, biblioteca, secretaria, sala de direção e coordenação, banheiros para alunos e para professores, laboratórios de ciências e informática.

Levando-se em consideração que não sou o professor titular da turma, elaborei num primeiro momento um questionário (apresentado no subcapítulo anterior), para coletar informações que servissem de alicerce para o desenvolvimento da aula, o mesmo me proporcionou uma noção sobre o conhecimento prévio que os alunos têm sobre o conteúdo a ser aplicado. Percebi, que os estudantes da turma 302, tem autonomia e demonstram credibilidade para participarem desta aula diferenciada.

Busquei auxílio com a professora titular da turma, interrogando-a sobre o andamento das aulas, a disciplina dos alunos e se os mesmos eram participativos. Munido das informações, construí com maior facilidade o desenvolvimento da aula e procurei seguir alguns conselhos e passos para tornar a aula mais clara e específica.

Com a perspectiva de que a Geometria é o conhecimento imediato da nossa relação com o espaço e os problemas colocados por este conhecimento é que nos levam a construção gradativa do saber geométrico, este plano de aula teve como objetivos específicos: ***Classificar itens do cotidiano que são poliedros e não poliedros e identificar os principais poliedros utilizados no dia a dia, exemplificando-os a partir de embalagens de diferentes formatos e tamanhos.***

Para isto, farei uso de diferentes embalagens que representem sólidos geométricos, estas embalagens são facilmente vistas e manuseadas pelos estudantes no dia a dia, espera-se que lhes chame a atenção para o fato da geometria estar presente a todo momento. Obviamente todas as embalagens constituem sólidos geométricos, entretanto, os alunos estarão sendo desafiados a responder, caso a caso, se estes sólidos são poliedros ou não poliedros. Esta parte inicial me parece importantíssima, uma vez que para seguir em frente é imprescindível ter clara a noção de poliedro.

No momento seguinte passaremos para o objetivo principal da aula: ***Construir junto com os estudantes, superfícies poliédricas com material diferenciado (jujubas e palitos de dente) a fim de, identificar vértices, faces e arestas.***

Acredito que nesta etapa deverá ser gasto boa parte da energia e expectativas criadas para a aula. Assim, conduzir de forma lúdica a introdução ao estudo da geometria. Os jovens têm uma imaginação tão fértil quanto disposição para fazer algo que lhes é interessante. A aula deverá transcorrer numa mescla de estudo e diversão, facilitando o entendimento da noção de poliedros e suas particularidades. A ideia de construir o próprio material de estudo, com material de fácil acesso e com o “prêmio” de poder comer durante os estágios da aula, apesar de parecer infantil, remete os estudantes a algo além da atmosfera escolar, e este entusiasmo será aproveitado para impactar de forma positiva em suas jornadas escolares. Falo isto com convicção pois, ao assistir as aulas da professora titular e também ao aplicar o questionário, os alunos se mostraram de forma espirituosa, simples e leve, fica fácil perceber que dentro de cada um daqueles alunos, existe um espírito juvenil pronto para ser desafiado e uma ávida curiosidade para ser sanada.

Ao construir as superfícies poliédricas, os alunos terão a oportunidade de manusear as “partes” de tais poliedros (arestas, vértices e faces), a visualização destas, de diferentes ângulos lhes será esclarecedora, uma vez que a contagem das partes se fará mais simples, tornando a nomenclatura mais óbvia. Neste mesmo viés, espera-se deixar mais clara também a definição pura dos poliedros. *Denomina-se poliedro o sólido limitado por polígonos planos que têm, dois a dois, um lado em comum.*

Por fim, o último objetivo deste plano pretende: ***Identificar os poliedros que satisfazem a propriedade de Euler e classificar como Poliedros de Platão.***

O objetivo desta parte da aula é descobrir com eles a propriedade de Euler, em outra aula deve ser demonstrado que essa propriedade é válida para todo poliedro convexo, mas que alguns não convexo ou côncavos, a propriedade pode ser válida ou não. A partir do material lúdico e as tabelas utilizadas (ver plano de aula), induzir os estudantes a perceberem que existe uma relação de natureza combinatória nos poliedros. Com incentivo e o quadro (ver plano de aula) devidamente preenchida os alunos serão instigados a perceberem algum padrão na quantidade de faces, arestas e vértices. A intenção é que os estudantes atentem ao fato de que a soma entre os vértices e faces sempre excede em duas unidades o número de arestas. Espera-se que os mesmos consigam chegar a definição da fórmula: $V + F = A + 2$, sendo assim pretende-se fazer a apresentação da Relação de Euler, de maneira inversa ao que se utiliza atualmente nas aulas tradicionais, buscar-se-á a percepção dos estudantes antes da apresentação formal, mantendo assim o objetivo inicial de apresentar uma aula diferenciada.

Na última etapa da aula será exposto de forma sucinta, mas não menos importante, a definição de Poliedros Regulares ou Poliedros de Platão. Digo sucinta, pois o assunto ainda será trabalhado posteriormente pela professora titular.

Com certeza esta etapa do planejamento é onde todas as emoções e incertezas afloram e me colocam em dúvida diversas vezes, o fato de evitar o “tradicional” é, ao mesmo tempo, fantástico e aterrorizante. Trabalhar de forma tradicional, me coloca numa posição confortável, mesmo não trabalhando em sala de aula, é prático para mim, abrir o livro didático, encontrar o conteúdo desejado e ter uma sequência didática, aprovada pelos padrões nacionais. Em contrapartida, ao criar uma aula diferenciada, a incerteza paira sobre nossas cabeças. Ao planejar esta aula, fui tocado por sensações de angústias e esperanças no futuro, todo o tempo empenhado, nas pesquisas, nas aulas e nos trabalhos, me proporcionou uma visão fantástica de como seria esta experiência.

É esperado que os alunos tenham reações diversas ao trabalharem desta forma, mas é esperado também, que os mesmos consigam assimilar seus conhecimentos matemáticos, trabalhados até então para avançar de forma objetiva nesta parte do conteúdo. Como é sabido que não se costuma ter atividades desta forma, imagino que enfrentem, em primeira instância, dificuldade de associar o conteúdo de forma reversa, sendo: primeiro a construção dos sólidos e estudos das partes que o compõem e, pôr fim, a definição em si.

Contudo, a expectativa para a aula é que os estudantes consigam assimilar os conteúdos, interajam entre si e motivem-se a criar e estudar os conceitos. Que esta aula marque

de forma positiva a jornada de cada um deles e que possamos continuar sonhando com uma educação diversificada e eficiente.

4 ANÁLISES A POSTERIORI

4.1 DESENVOLVIMENTO DA AULA INÉDITA

Partindo da premissa de que os alunos demonstraram insegurança ao responder o questionário prévio julguei necessário uma revisão dos conceitos de poliedros, objetivando instigar os alunos a retomar seus conhecimentos já adquiridos. Para isto, apresentei embalagens de diversos tamanhos e formatos, estes materiais foram cedidos pela professora titular da turma, ela os tem guardados na escola e utiliza-os com regularidade em suas aulas. Munido das embalagens, questionei os alunos sobre suas formas, a questão primordial desta etapa foi saber se os estudantes conseguiriam relacionar as embalagens como poliedros ou não poliedros e em seguida classifica-los como prismas, cilindros, cones, cubos, esfera, etc.

Iniciei levantando uma caixa de leite e questionei-os sobre o nome do sólido e se era um poliedro, os alunos responderam facilmente que era um poliedro, porém, alguns responderam que se tratava de um cubo, outros responderam que se tratava de um prisma, por fim chegamos há um consenso de que se tratava de um poliedro de base retangular e por isso definia-se um prisma de base retangular. Fui alternando as embalagens até chegar na embalagem de Toblerone (prisma), mesmo os alunos concordando com a ideia de ser um poliedro, senti dificuldades por parte dos alunos em relacionar a embalagem entre primas, pirâmides e cilindros. Após esclarecer que aquela embalagem se tratava de um prisma triangular, parti para a embalagem de leite em pó (cilindro). Ao questionar se o cilindro era ou não poliedro a turma ficou dividida, mas por fim concordaram, após uma das alunas esclarecer que corpos redondos (superfícies curvas) não se definem como poliedros.

Para finalizar esta etapa da aula quis aproveitar a oportunidade de rever rapidamente a noção de aresta, vértice e face, para isto levantei um sólido geométrico (cubo) que também se encontrava nos materiais da professora, e apontando para o sólido fui questionado sobre a nomenclatura das partes. Percebi assim, que não havia maiores dúvidas nesta parte da aula e poderia seguir em frente.

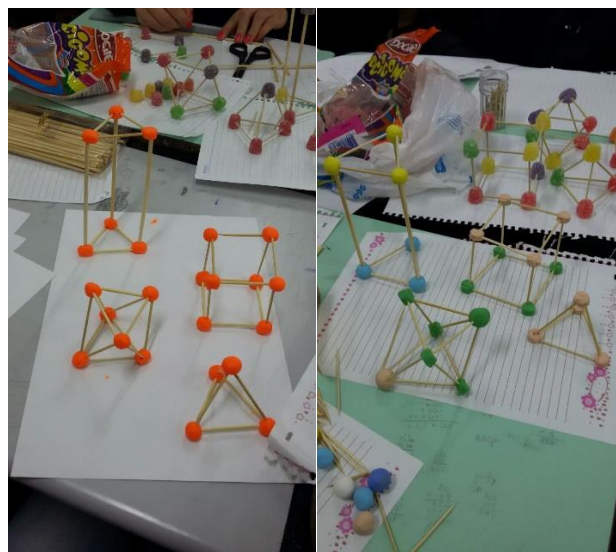
4.3 TÉCNICA DAS JUJUBAS

Ao iniciar a parte principal da aula, senti a expectativa por parte dos alunos, rapidamente foram colocadas folhas em cima das mesas, enquanto distribuía aos estudantes a tabela em que

havia planejado. A ideia da tabela foi tomar nota dos resultados encontrados na construção do material da aula.

Começamos pela construção do **hexágono regular**, solicitei aos alunos que confeccionassem um quadrado para servir de base, neste momento percebi que alguns alunos já haviam começado a espetar os palitos de dente nas jujubas, aproveitei o momento para retomar as propriedades do quadrado, ressaltai que sendo um quadrilátero regular, o quadrado possui quatro lados de mesma medida e quatro ângulos retos. Com a primeira base montada, solicitei que os mesmos confeccionassem outra base idêntica e posteriormente fizessem a junção das duas com os palitos formando ângulos de 90° . Rapidamente o hexágono estava construído. Questionei os alunos sobre o que representavam aqueles palitos e aquelas jujubas. Sem nenhuma hesitação responderam corretamente que representavam arestas e vértices, para demonstrar as faces enrolamos em plástico filme o hexágono de um dos grupos, desta forma ficou evidente a ideia, muito embora, não foi tão fácil a realização, o plástico filme perdeu um pouco da aderência por causa do açúcar contido nas jujubas, para tal experimento, dever-se-ia ter escolhido o trabalho de alguém que não houvesse açúcar na jujuba, ainda, não consegui deixar o plástico filme esticado e firme, de qualquer forma, os alunos conseguiram visualizar e entender o conceito de face. Solicitei a atenção dos mesmos e acrescentei que, tendo as arestas tamanhos idênticos e constituindo ângulos de 90° entre os lados, a superfície poliédrica construída é regular e possui perpendicularidade e paralelismo entre suas faces.

Figura 9: Foto desenvolvimento da aula



De imediato solicitei para que os estudantes tomassem nota em seus quadros, as informações registradas tiveram o formato do quadro 1.

Quadro 1 – Quadro com a resolução do exercício proposto.

Nome do Poliedro	Vértices (Jujubas)	Faces	Arestas (Palitos)
Hexaedro Regular	8	6	12

Fonte: Autor

A atividade 2 foi a construção do **Tetraedro Regular**, da mesma forma, solicitei aos alunos que confeccionassem uma base triangular e aproveitei o momento para revisar a classificação dos lados de um triângulo (equilátero, isósceles ou escaleno). Foi importante esta revisão, pois ao término da primeira base, questionei os alunos sobre que tipo de triângulo aquela base se classificava, os mesmos deduziram que a base representava um triângulo equilátero, uma vez que, as arestas (palitos) possuem o mesmo tamanho. Em seguida a superfície poliédrica foi montada sem maiores dificuldades. Solicitei então que os alunos analisassem a mesma e fizessem as anotações no quadro, conforme exemplo do quadro 2.

Quadro 2 - Quadro com a resolução do exercício proposto.

Nome do Poliedro	Vértices (Jujubas)	Faces	Arestas (Palitos)
Tetraedro Regular	4	4	6

Fonte: Autor

Após terem construído o hexágono regular e o tetraedro regular de forma detalhada, lancei o desafio para que os mesmos confeccionassem uma Pirâmide de Base Quadrada, uma Pirâmide de Base Pentagonal e um Prisma de Base Triangular, instruí os grupos a tentarem construir de forma conjunta pois assim eu teria a possibilidade de fazer levantamentos sobre os sólidos que estavam sendo construído, porém, ao iniciarem, logo percebi que não conseguiria manter o controle desejado, alguns alunos iniciaram rapidamente a construção, com grande entusiasmo, um grupo em especial confeccionou os sólidos muito rápido e com ótima qualidade, os demais fizeram em seu próprio ritmo. Procurei passar de mesa em mesa

acompanhando o processo de construção e fazendo levantamentos sobre a base e as características das figuras. Quando cheguei no grupo citado anteriormente, percebi que já preenchendo o quadro, quando não havia sido pedido ainda. Outro fato que chamou a atenção foi um grupo composto apenas por meninas, elas tinham jujubas de vários modelos, algumas em formato de brigadeiro e outras coloridas, o trabalho ficou muito bonito. Quando percebi que a maioria chegava ao final, solicitei que preenchessem os quadros. O que fizeram com bem menos entusiasmo. Alguns grupos me chamaram para fazer questionamento e principalmente para mostrar seus trabalhos.

Por fim, mostrei a figura do **Icosaedro Regular** e lancei o desafio para ver qual grupo faria o sólido mais bonito. Novamente os alunos começaram a produzir com entusiasmo, fui acompanhando de mesa em mesa e me surpreendi com os trabalhos, percebi que alguns alunos fizeram várias bases e depois foram unindo, outros fizeram uma base e já foram espetando vários palitos, os que fizeram da primeira forma descrita tiveram melhor êxito. Ao fim, os alunos batiam fotos exibindo seus próprios trabalhos.

Levei um certo tempo para restabelecer a concentração dos alunos pois todos queriam registrar o momento com (*selfies*) e fotos do grupo, após a atividade, precisaram de algum tempo para desfazer seus trabalhos, e voltarmos ao material impresso. Ao desfazer, alguns alunos comiam a jujubas.

Reestabelecida a atenção, solicitei que os alunos verificassem os quadros, que neste momento estavam completamente preenchidos. Instiguei os alunos a perceber algum padrão na quantidade de faces, arestas e vértices da seguinte forma: *Sendo o número de vértices representado por V , de faces representado por F e de arestas representado por A , como podemos chegar a uma fórmula, a partir da relação que pode ser encontrada entre os dados do quadro?*

Expliquei aos alunos que os dados do quadro estavam se comportando de forma a manter uma regularidade. A intenção era que os estudantes percebessem que a soma entre os vértices e faces sempre excede em duas unidades o número de arestas. Não obtive êxito, os alunos não conseguiram perceber esta particularidade. Neste momento então deduzi com os alunos a Fórmula de Euler:

$$\mathbf{V + F = A + 2}$$

Só neste momento, os alunos perceberam o padrão olhando para o quadro e foram desafiados a utilizar a fórmula para deduzirem o número de arestas do icosaedro, uma vez que na tabela já havia o número de faces e vértices, fiz comentários a fim de perceberem que não

precisavam contar as arestas e sim, apenas aplicar a fórmula. A Grande maioria realizou sem maiores problemas os cálculos, preenchendo completamente o quadro. Porém alguns alunos tiveram dificuldade de associar os elementos, pois, após a parte de construção, alguns dos alunos perderam a concentração. Por diversas vezes tive que intervir pedindo silêncio. Entreguei a folha com os exercícios de fixação, no momento em que consegui retomar novamente a atenção.

Precisei fazer uma modificação em relação ao plano de aula, devido ao tempo restante. Em vez de deixar os alunos fazerem os exercícios propostos, sugeri que fizemos juntos. O que foi de grande aceitação. Seguem os exemplos.

Atividade 1: Um Poliedro possui 8 faces e 6 vértices. Quantas são as arestas?

$$V + F = A + 2$$

$$8 + 6 = A + 2$$

$$14 = A + 2$$

$$14 - 2 = A$$

$$A = 12$$

Atividade 2: Um Poliedro possui 8 faces triangulares. Quantos seus vértices?

Contagem das Arestas

$$8F (3 \text{ arestas}) = 8 \times 3 = 24$$

Sabendo que cada aresta é comum a duas faces, dividimos por 2.

$$24 / 2 = 12 \text{ arestas}$$

Calculo dos Vértices

$$V + F = A + 2$$

$$V + 8 = 12 + 2$$

$$V + 8 = 14$$

$$V = 14 - 8$$

$$V = 6$$

Ao iniciar a explicação os alunos demonstraram entendimento, e conseguiam acompanhar o raciocínio, a cada etapa do cálculo fui questionando-os e solicitando que me ajudassem a chegar na resolução, mesmo não tendo conseguido realizar da forma planejada, achei importante este momento com os alunos, pois considerei uma ponte entre a atividade lúdica e a parte teórica.

A partir disso, partimos para a parte teórica, fazendo o caminho inverso das aulas tradicionais, onde, normalmente define-se o conteúdo a ser trabalhado, para depois exemplificar ou trabalhar de forma diferenciada.

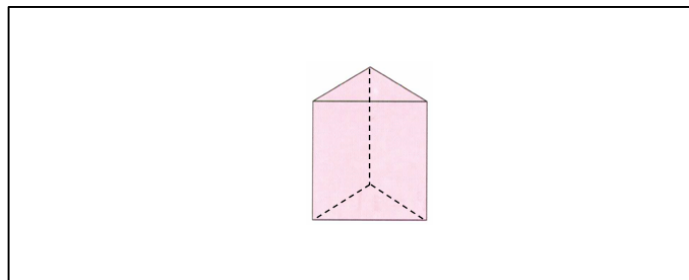
Os alunos receberam então o material contendo a definição de poliedros e passamos de imediato para as considerações.

Definição de Poliedros

*Denomina-se **poliedro** o sólido limitado por polígonos planos que têm, dois a dois, um lado em comum. Podemos citar como exemplos:*

- a) **Prisma triangular** (9 arestas e 6 vértices), ver figura 10.*

Figura 10: Prisma triangular

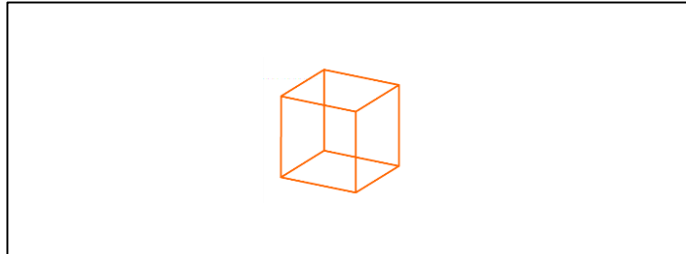


Fonte: <http://slideplayer.com.br/slide/10503145/>

Neste momento tomei como exemplo um prisma triangular do material disposto pela professora titular como forma de obter suporte na exemplificação, solicitei a uma aluna para que lesse a definição, enquanto eu demonstrava com o sólido geométrico. Novamente foram identificados os elementos do mesmo

b) *Cubo (12 arestas e 8 vértices), ver figura 11.*

Figura 11: Cubo



Fonte: <http://slideplayer.com.br/slide/10503145/>

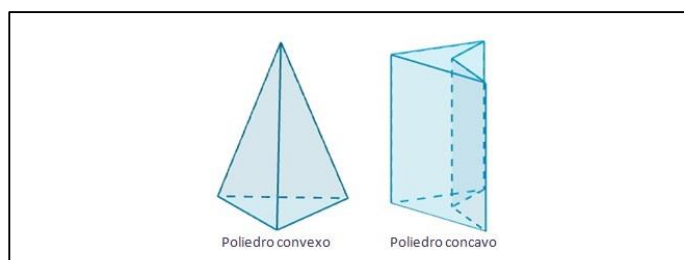
Foi ressaltado a questão dos polígonos, que constituem as faces dos sólidos geométricos. Em seguida deduzimos os poliedros convexos e não convexo. Neste momento a explicação teve de ser repetida. No material havia o exemplo da figura 12, que acabou não sendo suficiente para o entendimento dos alunos. Desta forma, peguei um sólido geométrico no material da professora, solicitei a atenção dos alunos e com uma folha de papel, encostava em suas bases, demonstrando que o poliedro ficou todo de um lado só deste plano (folha), comparando com o poliedro não convexo do exemplo, se eu colocasse a folha de papel na abertura que nele existe, este poliedro ficaria em dois lados do plano (folha), assim os alunos conseguiram ter maior clareza da definição.

*Os polígonos são denominados **faces** do poliedro.*

*Os lados e os vértices dos polígonos denominam-se respectivamente **arestas e vértices** do poliedro.*

Um poliedro se diz convexo se, em relação a qualquer de suas faces, ele está todo situado num mesmo semi-espaco determinado por esta face. ver figura 12.

Figura 12: Exemplos poliedro convexo e côncavo.



Fonte: <http://slideplayer.com.br/slide/10503145/>

Entramos então rapidamente na parte dos Poliedros de Platão, nesta parte eu apenas comentei o que estava no material, pois já não havia tempo suficiente para detalhes. Solicitei que os alunos gastassem um tempo pesquisando sobre este tema, pois além de ser importante é interessantíssimo.

Acabei a aula me sentindo um pouco frustrado por não ter conseguido finalizar da maneira planejada. Me faltou neste momento a noção do tempo, que acredito, se adquire com a experiência de sala de aula, o que ainda não tenho.

No material proposto havia a seguinte definição.

Poliedros Regulares ou Poliedros de Platão

*Um Poliedro convexo se diz Regular se suas faces são regiões poligonais regulares, todas com o mesmo número de lados, e se em todo vértice do poliedro converge o mesmo número de arestas. Com essas características existem somente cinco poliedros regulares, chamados **Poliedros de Platão**.*

- *Cubo, com 6 faces quadradas e 3 arestas que convergem para cada vértice;*
- *Dodecaedro, com 12 faces pentagonais e 3 arestas que convergem para cada vértice;*
- *Tetraedro, com 4 faces triangulares equiláteras e 3 arestas que convergem para cada vértice;*
- *Octaedro, com 8 faces triangulares equiláteras e 4 arestas que convergem para cada vértice;*
- *Icosaedro, com 20 faces triangulares equiláteras e 5 arestas que convergem para cada vértice.*

4.2 QUESTIONÁRIO APLICADO

A análise do questionário aplicado após a aula inédita (conforme apêndice C onde é apresentado no a íntegra), resultou de forma satisfatória as expectativas do autor, revelando que a aula impactou de alguma forma no aprendizado daquela turma de terceiro ano, no que se trata a Introdução à Geometria Espacial. No primeiro questionamento os alunos foram indagados sobre a proposta de aula apresentada (aula diferenciada). Esta questão obteve unanimidade de aceitação, deixando claro que os estudantes gostam e esperam dos professores aulas trabalhadas de forma lúdica.

Em seguida, os alunos descreveram sobre o que acharam de confeccionar seu próprio material de estudo. Dentre as respostas obtidas, destacam-se as algumas: “*Bom, pois ajuda no aprendizado*”, “*Um método novo e que estimula o aprendizado*”, “*Eu achei uma atividade bem criativa e útil*”, cerca de 90% dos alunos respondeu positivamente quanto ao uso de técnicas como está em aulas de matemática, evidenciando que a forma de aprender matemática melhora com atividades lúdicas, facilita a fixação dos conceitos e torna-se mais prazerosa, entre os 10% restantes, responderam principalmente que encontraram dificuldades na construção do material, segue anexo um exemplo de resposta ao questionário na figura 13.

Figura 13: Exemplo de resposta ao questionário

O que achou de confeccionar os próprios matérias de estudo? Comente:

Percebi que aprendi o conteúdo de uma forma diferente, mais divertida e informal.

Fonte: Autor

Em seguida foi solicitado a opinião dos estudantes sobre trabalhar o estudo da matemática de forma prática, levando em consideração a aula em que participaram, nesta questão, cerca de 76% dos estudantes afirmaram, que o professor, trabalhando de forma prática, ajuda os alunos na absorção dos conceitos. Por ser de caráter pessoal e de forma descritiva, não há como descrever o que cada aluno declarou ou sugeriu, porém de forma geral, os mesmos demonstraram ter confiança neste tipo de trabalho por parte do professor. Segue imagem com exemplo de resposta, figura 14.

Figura 14: Exemplo de resposta ao questionário

Acha que o professor trabalhando de forma prática ajuda na absorção dos conceitos?

Sim
 Não

Comente: *A aula se tornou agradável e mais fácil de aprender.*

Fonte: Autor

Alguns estudantes disseram que o uso de técnicas diferenciadas auxilia na assimilação dos conceitos tornando o aprendizado mais eficiente. Alguns se posicionaram dizendo que há muita teoria em matemática e pouca prática e que isto deveria ser invertido no sistema de ensino.

Posteriormente os alunos foram questionados se a noção de poliedros e suas superfícies haviam ficado claras, em seguida convidados a comentar sua resposta. Nesta questão cerca de 82% dos alunos responderam positivamente, 12% comentaram que mesmo com a aula prática ainda ficaram com algumas dúvidas, os demais não responderam esta questão. Exemplo figura 15.

Figura 15: Exemplo de resposta ao questionário

<p>Ficou claro a noção de poliedro e suas características?</p> <p><input checked="" type="checkbox"/> Sim</p> <p><input type="checkbox"/> Não</p> <p>Comente: <u>a pesquisa juntamente com a explicação</u> <u>com uma aula de aula deixou claro</u></p>
--

Fonte: Autor

Logo após foi questionado aos estudantes se esperam que se tenha mais aulas deste formato, nesta questão houve unanimidade em se responder que sim, garantindo que gostaram da experiência e pretendem participar de outras, salientando que a aula tornou-se divertida e produtiva, em contrapartida, alguns alunos preocuparam-se no sentido de que a aula esteja realmente focada com o conteúdo estudado. Como no exemplo da figura 16.

Figura 16: Exemplo de resposta ao questionário

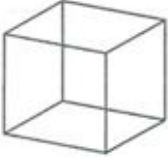
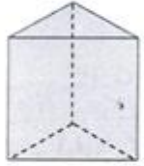
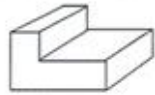
<p>Gostaria que houvessem mais aulas práticas de matemática? Porque?</p> <p><u>Sim, se relacionados diretamente com o</u> <u>conteúdo que se aprende.</u></p>

Fonte: Autor

Por fim foi proposto aos estudantes que preenchessem o quadro onde haviam figuras representando superfícies poliédricas, os alunos deveriam preenche-lo com os seguintes dados:

Nome da superfície poliédrica, quantidade de vértice, quantidade de faces, quantidade de arestas, se a superfície poliédrica era regular ou não e se satisfazia a relação de Euler (havia a fórmula para poderem calcular), vide figura 17. Neste exercício nem todos os estudantes chegaram a completa-lo integralmente, alguns deixaram partes do quadro em branco, demonstrando que mesmo com a aula prática e a definição teórica, permaneceram dúvidas e que obviamente, deve-se ter continuidade com demais aulas pela professora titular da turma.

Figura 17: Exemplo de respostas aos questionários

REPRESENTAÇÃO DO POLIÉDRO	NOME DO POLIEDRO	VÉRTICES (JUBAS)	FACES	ARESTAS (PALITOS)	POLIEDRO É REGULAR?	SATISFAZ A RELAÇÃO DE EULER? $V + F = A + 2$
	Cubo	8	6	12	Sim	$8 + 6 = 14$ $12 + 2 = 14$ Sim
	Prisma	6	5	9	Não	Sim
	Poliedro não convexo					Não satisfaz pois não é convexo

Fonte: Autor

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

É evidente que o professor não deve utilizar apenas métodos lúdicos deixando de lado a parte teórica. Este foi um dos cuidados tomados no planejamento da aula inédita apresentada para a conclusão deste trabalho. Buscou-se fazer uma inversão da forma didática, que vem sendo trabalhado hoje em dia nas escolas quando se trata da introdução da geometria, ou seja, iniciar a aula trabalhando de forma lúdica e encerrando com a definição dos conceitos.

Deve-se salientar que, os objetivos propostos a serem atingidos foram alcançados pela maioria dos alunos, tendo como referência não apenas o questionário aplicado na aula que sucedeu a aula inédita, mas também, na análise feita pelo autor durante os trabalhos realizados com a turma, questões como a visualização e a manipulação dos materiais concretos mostraram-se fundamentais para despertar o interesse e entusiasmo dos mesmos, tais situações serviram de base para se chegar nas seguintes considerações.

Em se tratando de classificar itens do cotidiano (embalagens) poliedros e não poliedros os alunos avançaram significativamente após a parte inicial da aula, encontraram-se melhor situados sobre as diferenças entre prismas, cones e cilindros, o que foi essencial para dar continuidade. Mesmo que os alunos já haviam tido, em algum momento uma previa sobre poliedros, não estava clara as relações advindas de materiais utilizados no dia a dia.

A grande aceitação da parte lúdica da aula (aplicação da Técnica das Jujubas), torna clara a deficiência do nosso sistema de ensino atual, ou seja, de seguir sistematicamente o livro didático, que por vezes não há nenhuma parte em que os alunos possam visualizar e manipular os fenômenos ocorridos, seja da geometria ou qualquer outro ramo da matemática. Outro fator que deve-se registrar, foi o fato de praticamente toda turma ter se envolvido na atividade, embora esta, tenha sido “classificada” pela professora titular, como uma turma tranquila de trabalhar, praticamente todos os alunos interagiram e participaram da atividade proposta.

No que se refere a propriedade de Euler e a classificação dos Poliedros de Platão, necessitaria de mais uma aula para finalizar de forma eficiente o que foi começado tendo, em vista a falta de experiência na docência, acabei não atingindo totalmente o objetivo deixando para a professora titular, a tarefa de complementar o que por mim foi inicializado.

Acredito que, o fato dos alunos se posicionarem favoráveis às aulas deste estilo, partem da vivência escolar que tiveram até o momento, onde ano após ano, recebem o mesmo formato de aulas, a adolescência dos alunos, anseia novidades, tecnologias e novas experiências.

Assim sendo espera-se que a proposta de trabalho aqui apresentada, possa ser levada a diante em outras pesquisas, tanto por mim como por outros autores, espera-se ainda que

educadores do ensino médio se inspirem em pesquisar e aplicar a Técnica das Jujubas, assim como outras técnicas existentes que auxiliam no processo de ensino e aprendizagem dos alunos nas aulas de geometria, inovando suas aulas e atingindo resultados satisfatórios, que engrandecem sua prática pedagógica e elevem o trabalho didático e pedagógico.

6 REFERÊNCIAS

BARAZZUTTI, Milene, RIBAS, Lizemara Costa, ROSA, Carine Pedroso. Análise de Livros Didáticos, Escola de Inverno de Educação Matemática, III EIEMAT, 2012.

BOYER, Carl B. História da Matemática. São Paulo: Editora Edgard Blucher LTDA, 1996.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Média e Tecnológica. Parâmetros Curriculares Nacionais: ensino médio: ciências da natureza, matemática e suas tecnologias. Brasília: Ministério da Educação/Secretaria de Educação Média e Tecnológica, 1999.

BRASIL. MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO. Guia de Livros Didáticos PNLD 2008: Matemática. Brasília: MEC, 2007.

CUNHA, Jucelino Souza. SILVA, José Anderson Victor. A importância das atividades lúdicas na matemática, Revista de Ensino de Ciências e Matemática III EIEMAT, Escola de Inverno de Educação Matemática, páginas 1-4, ago. 2012.

Dicionário Informal. Disponível em: < <http://www.dicionarioinformal.com.br/1%C3%BAAdico> >. Acesso em: 28 de ago. 2016.

GIRAFFA, Lucia Maria Martins RANCAN, Grazielle. Utilizando manipulação, visualização e tecnologia como suporte ao ensino da geometria, Revista de Ensino de Ciências e Matemática, Universidade Cruzeiro do Sul, V. 3 N. 1, páginas 15-27, jan/jul. 2012.

KALEFF, Ana Maria M. R. Do fazer concreto ao desenho em Geometria. In: LORENZATO, Sérgio. O laboratório de ensino de matemática na formação de professores. Campinas: Autores Associados, 2006.

PAVANELLO, R. M. “O abandono do Ensino da Geometria no Brasil: Causas e Consequências.” In: Zetetiké, n.1, p. 07-17, Unicamp, mar. 1993.

Secretária de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais**: Introdução. Secretaria de Educação Fundamental, Brasília: MEC/SEF, 1997.

APENDICE A – PLANO DE AULA



Especialização em Ensino de Matemática
no Ensino Médio

Matem@tica na Pr@tica



PLANO DE AULA

INTRODUZINDO O ENSINO DA GEOMETRIA ATRAVÉS DE UMA ATIVIDADE LÚDICA USANDO “JUJUBAS”

1) Dados de identificação

- Número de Períodos: 2 Períodos (aproximadamente 1h30min.)
- Data:

2) Conteúdo:

Estudo de Poliedros e Relação de Euler

3) Objetivo específico

- Classificar itens do cotidiano que são poliedros e não poliedros;
- Identificar os principais poliedros utilizados no dia a dia, exemplificando-os a partir de embalagem de diferentes formatos e tamanhos;
- Construir junto com os estudantes, superfícies poliédricas com material diferenciado (jujubas e palitos de dente) afim de, identificar vértices, faces e arestas;
- Identificar os poliedros que satisfazem a propriedade de Euler
- Classificar os Poliedros que são de Platão.

4) Metodologia

A aula será expositiva dialogada procurando trabalhar com o interesse dos estudantes. A turma estará disposta em grupos de 3 a 4 alunos, será valorizado o conhecimento dos

estudantes em relação à noção de poliedros. Para isso, quadro, giz, embalagens diversas, jujubas, palitos de dente, plástico filme, folha impressa com tabela e livro didático, farão parte da relação de recursos utilizados na aula.

5) Desenvolvimento

A aula será iniciada explorando os conhecimentos que eles possuem sobre o conteúdo que vamos trabalhar, em relação aos poliedros e seus conceitos, para isto será utilizado caixas de leite, Toblerone, lata de leite em pó e outras embalagens dos mais variados tamanhos.

Ao fazer uso da caixa de leite será questionado aos alunos se aquele sólido geométrico é um poliedro, considerando que a resposta seja afirmativa, farei uso de outras embalagens que representam poliedros, ao apresentar a caixa de Toblerone solicitarei dos alunos o nome do poliedro, esperando que identifiquem como um poliedro chamado prisma triangular, e assim por diante. Por último será apresentado uma embalagem de leite em pó (cilindro), neste momento questionarei se, o cilindro também pode ser considerado poliedro, espera-se desta forma que a resposta seja negativa e que, em seguida consigam caracterizar os poliedros por possuir apenas superfícies planas, já o cilindro, por possuir superfícies curvas é considerado não poliedro.

Em seguida pegarei um cubo e questionarei sobre os elementos que os caracterizam (vértices, arestas e faces), os alunos serão questionados sobre o que conseguem visualizar com clareza no sólido, a fim de ter consciência do nível de conhecimento da turma. Não sei se os alunos chegarão facilmente às respostas corretas, contudo, iniciarei a atividade prática da aula, a construção das superfícies poliédricas com palitos de dente e jujubas e a partir daí, demonstrar cada elemento que caracterizam os poliedros.

Para isso será entregue aos grupos um saquinho de jujubas, uma caixa de palitos de dente e um quadro para anotações como o exemplo a seguir.

Quadro 1: Exemplo de material entregue aos alunos.

Nome do Poliedro	Vértices (Jujubas)	Faces (plástico filme)	Arestas (Palitos)

Atividade 1: A primeira atividade será a construção do **hexaedro regular**. Ao iniciar a construção da base, serão revisadas as propriedades do quadrado, uma vez sabido que os lados possuem tamanhos idênticos, conforme desenvolve-se a atividade, será questionado o nome dado a estes lados (arestas) e a junção deles (vértices). Ao concluir a confecção da superfície poliédrica, será observado a questão das faces estarem vazadas, para um melhor entendimento e uma melhor observação, será passado um plástico filme ao redor do poliedro deixando palpável a noção de face.

Figura 4: Superfície poliédrica hexaedro regular.



Fonte: Autor

Sabendo que as arestas possuem tamanhos idênticos, será comentado sobre a perpendicularidade e o paralelismo das faces opostas. Neste momento os alunos serão convidados a manusearem seus transferidores e perceberem que os ângulos formados pelas arestas possuem 90° .

Neste momento será ressaltado aos alunos os elementos de um **poliedro**:

Vértices: Serão representados pelas Jujubas;

Arestas: Serão representados pelos palitos;

Faces: Serão representadas pelo plástico filme.

Em seguida os alunos devem preencher o quadro de acordo com suas observações.

Quadro 2 – Quadro com a resolução do exercício proposto.

Nome do Poliedro	Vértices (Jujubas)	Faces (plástico filme)	Arestas (Palitos)
Hexaedro Regular	8	6	12

Fonte: Autor

Atividade 2: A próxima atividade será a construção do **tetraedro regular**. Durante a construção da base será revisado a classificação quanto aos lados de um triângulo (equilátero, isósceles ou escaleno) desta forma, os estudantes serão conduzidos a perceberem que, por se tratar de um poliedro regular as arestas (palitos) possuem tamanhos idênticos, logo, trata-se de um triângulo equilátero. De imediato será construído o poliedro.

Figura 5: Superfície poliédrica tetraedro regular.



Fonte: Autor

Uma vez construído o poliedro, os estudantes serão estimulados a analisarem o sólido de forma palpável, espera-se que desta forma consigam interpretar os componentes, verificar a forma das faces bem como a quantidade de vértices, arestas e faces, após essa reflexão os alunos serão novamente convidados a tomar nota com o auxílio do quadro. Exemplo:

Quadro 3 – Quadro com a resolução do exercício proposto.

Nome do Poliedro	Vértices (Jujubas)	Faces	Arestas (Palitos)
Tetraedro Regular	4	4	6

Fonte: Autor

Após serem desenvolvidas as tarefas 1 e 2 detalhadamente, os alunos serão convidados a construir os seguintes poliedros: Pirâmide de base quadrada, pirâmide de base pentagonal, prisma de base triangular.

Será atentado para que os grupos confeccionem os poliedros ao mesmo tempo, sendo assim, pretende-se fazer as observações sobre cada poliedro e em seguida o preenchimento da tabela. Ao final da atividade dos sólidos o quadro ficará com o seguinte formato.

Quadro 4 – Quadro com a resolução do exercício proposto.

Nome do Poliedro	Vértices (Jujubas)	Faces	Arestas (Palitos)
Hexaedro Regular	8	6	12
Tetraedro Regular	4	4	6
Pirâmide de Base Quadrada	5	5	8
Pirâmide de Base Pentagonal	6	6	10
Prisma de Base Triangular	6	5	9
Icosaedro Regular	12	20	?

Fonte: Autor

Com a tabela devidamente preenchida os alunos serão instigados a perceberem algum padrão na quantidade de faces, arestas e vértices. A intenção é que os estudantes atentem ao fato de que a soma entre os vértices e faces sempre excede em duas unidades o número de arestas.

A partir disto os alunos terão capacidade de calcular o número de arestas, sem produzirem o poliedro, sabendo o número de faces e vértices. Para exemplificar isto, haverá na

tabela uma linha contendo informações do **icosaedro regular** em que, os alunos serão desafiados a preencher o dado faltante (arestas) por meio de dedução.

Neste momento será chamado a atenção dos alunos na seguinte colocação:

Sendo o número de vértices representado por V, de faces representado por F e de arestas representado por A, como podemos escrever a formula que acabamos de deduzir?

$$\mathbf{V + F = A + 2}$$

Desta maneira chegaremos na Fórmula de Euler, será comentado sucintamente que Leonardo Euler (1707-1783) percebeu uma relação de natureza combinatória nos poliedros, entre suas faces, vértices e arestas por volta de 1750, descrita em uma carta ao seu amigo, também matemático Christian Goldbach (1690-1764).

Para complementar a aula e fixar a **Relação de Euler**, será exemplificado por meio de exercícios algumas atividades.

Exemplos:

Atividade 1: Um Poliedro possui 8 faces e 6 vértices. Quantas são as arestas?

$$\mathbf{V + F = A + 2}$$

$$\mathbf{8 + 6 = A + 2}$$

$$\mathbf{14 = A + 2}$$

$$\mathbf{14 - 2 = A}$$

$$\mathbf{A = 12}$$

Atividade 2: Um Poliedro possui 8 faces triangulares. Quantos seus vértices?

Contagem das Arestas

$$\mathbf{8F (3 arestas) = 8 \times 3 = 24}$$

Sabendo que cada aresta é comum a duas faces, dividimos por 2.

$$\mathbf{24 / 2 = 12 arestas}$$

Calculo dos Vértices

$$V + F = A + 2$$

$$V + 8 = 12 + 2$$

$$V + 8 = 14$$

$$V = 14 - 8$$

$$V = 6$$

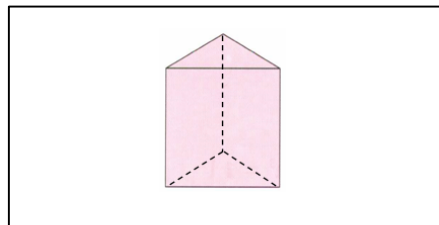
Por fim, desenvolverei a parte teórica do conteúdo definindo os poliedros e poliedros regulares trabalhando de forma inversa à tradicional, onde no primeiro momento construiu-se os conceitos em forma de perguntas e atividade lúdica e posteriormente apresentando-se a definição (de acordo com a necessidade da turma) do conteúdo.

6) Definição de Poliedros

Denomina-se **poliedro** o sólido limitado por polígonos planos que têm, dois a dois, um lado em comum. Podemos citar como exemplos:

- a) Prisma triangular (9 arestas e 6 vértices)

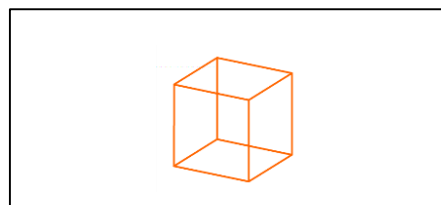
Figura 6: Prisma triangular



Fonte: <http://slideplayer.com.br/slide/10503145/>

- b) Cubo (12 arestas e 8 vértices)

Figura 7: Cubo



Fonte: <http://slideplayer.com.br/slide/10503145/>

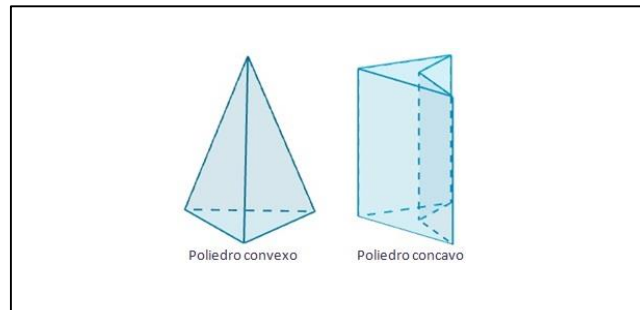
Os polígonos são denominados **faces** do poliedro.

Os lados e os vértices dos polígonos denominam-se respectivamente **arestas** e **vértices** do poliedro.

Um poliedro se diz convexo se, em relação a qualquer de suas faces, ele está todo situado num mesmo semi-espço determinado por esta face.

Referente a relação de Euler, será salientado que poliedros convexos sempre satisfazem a propriedade , mas para o côncavos podem ou não satisfazer.

Figura 8: Exemplos poliedro convexo e côncavo.



Fonte: <http://slideplayer.com.br/slide/10503145/>

Poliedros Regulares ou Poliedros de Platão

Um Poliedro convexo se diz **regular** se suas faces são regiões poligonais regulares, todas com o mesmo número de lados, e se em todo vértice do poliedro converge o mesmo número de arestas. Com essas características existem somente cinco poliedros regulares, chamados **Poliedros de Platão**.

- Cubo, com 6 faces quadradas e 3 arestas que convergem para cada vértice;
- Dodecaedro, com 12 faces pentagonais e 3 arestas que convergem para cada vértice;
- Tetraedro, com 4 faces triangulares equiláteras e 3 arestas que convergem para cada vértice;
- Octaedro, com 8 faces triangulares equiláteras e 4 arestas que convergem para cada vértice;
- Icosaedro, com 20 faces triangulares equiláteras e 5 arestas que convergem para cada vértice.

A partir destas colocações os alunos serão convidados responder um questionário sobre a apreciação da aula, desta forma, pretende-se avaliar o nível de compreensão dos estudantes, considerando a proposta trabalhada de forma inversa ao que vem se trabalhando normalmente nas escolas onde, primeiro se define o conteúdo e depois se parte para as atividades práticas. O resultado desta avaliação será observado de forma reflexiva para que faça parte do trabalho de conclusão do Curso de Especialização em Ensino de Matemática para o Ensino Médio Matem@tica na Pr@tica.

APENDICE B - QUESTIONÁRIO APLICADO ANTES DA AULA



Especialização em Ensino de Matemática
no Ensino Médio

Matem@tica na Pr@tica



QUESTIONÁRIO DE AVALIAÇÃO ANTES DA AULA

INTRODUZINDO O ENSINO DA GEOMETRIA

Maciel Mezadri – macielmezadri@hotmail.com

ALUNO: _____ TURMA: _____

1) Característica dos alunos:

Idade: _____

Pertence a zona Urbana () Rural ()

Que tipo de transporte utiliza até a escola?

Transporte escolar () a pé () Carro ()

2) Referente as aulas de matemática, o que tem sido utilizado nas atividades?

() Data show

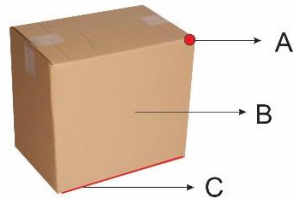
() Material concreto

() Laboratório Informática (softwares educacionais)

() Livro didático, quadro e pincel.

() outros: _____

3) Analise o poliedro abaixo e complete a legenda com ARESTA, VÉRTICE E FACE.



A. _____

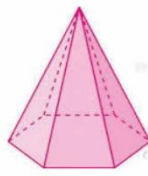
B. _____

C. _____

Observe as figuras e classifique:



A



B



C



D



E



F

Poliedros _____

Não Poliedro _____

Prismas _____

Pirâmides _____

Cones _____

4) Você conhece a propriedade de Euler?

() Sim

() Não

Lembra da Fórmula?

() Sim _____

() Não

APENDICE C - QUESTIONÁRIO APLICADO DEPOIS DA AULA



Especialização em Ensino de Matemática
no Ensino Médio

Matem@tica na Pr@tica



**QUESTIONÁRIO DE AVALIAÇÃO DA AULA
INTRODUZINDO O ENSINO DA GEOMETRIA**

Maciel Mezdri – macielmezadri@hotmail.com

ALUNO: _____ TURMA: _____

1) Você gostou da proposta desta aula?

() Sim

() Não

2) O que achou de confeccionar os próprios matérias de estudo? Comente:

3) Acha que o professor trabalhando de forma prática ajuda na absorção dos conceitos?

() Sim

() Não

Comente: _____

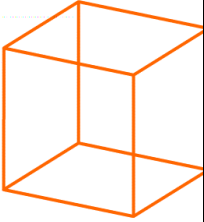
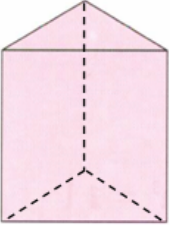
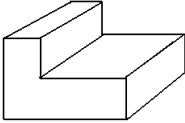
4) Ficou claro a noção de poliedro e suas características?

() Sim

() Não

Comente: _____

5) Gostaria que houvessem mais aulas práticas de matemática? Porque?

REPRESENTAÇÃO DO POLIÉDRO	NOME DO POLIEDRO	VÉTICES (JUJUBAS)	FACES	ARESTAS (PALITOS)	POLIEDRO É REGULAR?	SATISFAZ A RELAÇÃO DE EULÉR? $V + F = A + 2$
						
						
						

APENDICE D – FOTO TURMA 302



Fonte: Autor