

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA MARIA  
UNIVERSIDADE ABERTA DO BRASIL  
CENTRO DE CIÊNCIAS NATURAIS E EXATAS  
CURSO DE ESPECIALIZAÇÃO EM ENSINO DE MATEMÁTICA PARA  
O ENSINO MÉDIO

Carla Andresa Alberton

**ENSINO DA GEOMETRIA ESPACIAL UTILIZANDO BALAS DE GOMA  
NA ESCOLA GASPARIN DE UNIÃO DA SERRA - RS**

Tapejara, RS

2016

**Carla Andresa Alberton**

**ENSINO DA GEOMETRIA ESPACIAL UTILIZANDO BALAS DE GOMA  
NA ESCOLA GASPARIN DE UNIÃO DA SERRA - RS**

Trabalho apresentado ao Curso de Especialização Ensino da Matemática no Ensino Médio – Matemática na Prática, da Universidade Federal de Santa Maria (UFSM, RS), como requisito parcial para obtenção do grau de **Especialista em Ensino da Matemática no Ensino Médio.**

Orientadora: Viviane Cátia Köhler

Tapejara, RS

2016

**Carla Andresa Alberton**

**ENSINO DA GEOMETRIA ESPACIAL UTILIZANDO BALAS DE GOMA  
NA ESCOLA GASPARIN DE UNIÃO DA SERRA - RS**

Trabalho de conclusão apresentado ao Curso de Especialização Ensino da Matemática no Ensino Médio – Matemática na Prática, da Universidade Federal de Santa Maria (UFSM, RS), como requisito parcial para obtenção do grau de **Especialista em Ensino da Matemática no Ensino Médio.**

**Aprovado em 20 maio de 2016:**

---

**Viviane Cátia Köhler, Dra.  
(Presidente/Orientadora)**

---

**Carmem Vieira Mathias, Dra.**

---

**Maria Cecília Pereira Santarosa, Dra.**

Tapejara, RS  
2016

Dedico este trabalho aos alunos do terceiro ano do Ensino Médio – 2015 da Escola Estadual de Ensino Médio Ricardo Francisco Gasparin.

## **AGRADECIMENTOS**

Agradeço a Deus por me guiar e iluminar nos momentos de dificuldades.

Agradeço ao meu marido pela paciência e compreensão. Agradeço quando ficou com o nosso filho para que eu pudesse escrever este trabalho.

Agradeço a professora Viviane Cátia Köhler por ter me orientado e me incentivado na realização da aula inédita e do trabalho de conclusão de curso.

Agradeço ao corpo docente discente da Escola Estadual de Ensino Médio Ricardo Francisco Gasparin pelo incentivo.

*“a Geometria existiu e existe desde antes da Criação. É co-eterna com a mente de Deus... A Geometria forneceu a Deus um modelo para a Criação... A Geometria é o Próprio Deus...”*

*(Johannes Kleper)*

## RESUMO

### ENSINO DA GEOMETRIA ESPACIAL UTILIZANDO BALAS DE GOMA NA ESCOLA GASPARIN DE UNIÃO DA SERRA - RS

AUTORA: Carla Andresa Alberton  
ORIENTADORA: Viviane Cátia Köhler

Este trabalho apresenta o planejamento e execução de uma aula de Geometria Espacial, que é importante para a formação dos alunos do Ensino Médio. Essa aula foi uma introdução ao estudo dos sólidos geométricos, poliedros, sua classificação, poliedros de Platão e a fórmula de Euler. Para torná-la diferenciada, foi utilizado balas de goma e palitos para tornar os conceitos de geometria mais claros e para que a aprendizagem fosse feita utilizando associações e permitindo que os conceitos estudados fossem realmente absorvidos. A aula foi ministrada na Escola Estadual de Ensino Médio Ricardo Francisco Gasparin, única de ensino médio do município de União da Serra, em uma turma pequena, sendo que todos os alunos moram na zona rural, apesar da escola estar localizada na zona urbana de uma cidade de pequeno porte no interior do Rio Grande do Sul. A aula ministrada teve início com a aplicação de uma avaliação a priori e de uma conversa com os alunos. Após, apliquei uma aula inédita com os alunos do terceiro ano do Ensino Médio, onde o ponto alto foi a confecção de poliedros com um material inusitado: balas de goma e palitos. Eles adoraram a aula, se envolveram e participaram das atividades propostas. Concluo isto pela análise da avaliação a posteriori, onde além de questões relacionadas ao conteúdo recentemente ensinado, também questiono a respeito das aulas de matemática. Os resultados obtidos com a estratégia diferenciada de ensino da Geometria espacial foram satisfatórios segundo a análise dos alunos.

**Palavras-chave:** Aula Inédita. Geometria Espacial. Poliedros. Fórmula de Euler. Material Concreto. Bala de Goma. Palitos.

## ABSTRACT

### GEOMETRY TEACHING SPACE USING GUMDROPS IN GASPARIN SCHOOL FROM UNIÃO DA SERRA - RS

AUTHOR: Carla Andresa Alberton  
GUIDANCE: Viviane Cátia Köhler

This paper presents as was the planning and execution of a Spatial Geometry class, which is important for the training of high school students. This class was an introduction to the study of geometric solids, polyhedrons, their classification, polyhedra of Plato and Euler's formula. To make it different, we used gumdrops and toothpicks to make clearer geometry concepts and that learning was done using associations and allowing the concepts studied were absorbed. The class was taught at the State School of Secondary Education Ricardo Francisco Gasparin, the only high school in the União da Serra city, in a little class, and all students live in the countryside, despite the school being located in the urban area of a small town in the interior of Rio Grande do Sul. The given class began with the application of an assessment a priori and a conversation with the students. After, I applied an unprecedented class with the third year of the high school students, where the highlight was the production of polyhedra with unusual materials: gumdrops and toothpicks. They loved the lessons, were involved and participated in the activities proposed. I conclude that the assessment of a posteriori analysis, where in addition to issues related to recently taught content also question about the math classes. The results obtained with different strategy of Spatial Geometry teaching were satisfactory according to the analysis of students.

**Keywords:** Unprecedented Class. Space geometry. Polyhedra. Formula Euler. Concrete material. Gumdrops . Toothpicks.



## LISTA DE FIGURAS

Figura 1: Poliedro e bola de futebol, ilustração do problema 1. ....	25
Figura 2: Poliedros e Corpos redondos.....	31
Figura 3: Alunos e poliedros convexos e não convexos.....	32
Figura 4: Poliedros construídos com balas de goma.....	33
Figura 5: Poliedro (dodecaedro).....	34
Figura 6: Poliedros construídos conforme ficha sorteada. ....	34
Figura 7: Poliedro sendo construído pelas mãos de aluno.....	35
Figura 8: Gráfico de representação do aproveitamento de acertos em porcentagem. .....	37

## LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

DCN	Diretrizes Curriculares Nacionais
ENEM	Exame Nacional do Ensino Médio
PCN	Parâmetros Curriculares Nacionais
PCNEM	Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Médio
PROUNI	Programa Universidade para todos
TCC	Trabalho de Conclusão de Curso
UFSM	Universidade Federal de Santa Maria
UFPR	Universidade Federal do Paraná

## SUMÁRIO

<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO.....</b>	<b>11</b>
<b>2</b>	<b>REFERENCIAIS TEÓRICO E METODOLÓGICO.....</b>	<b>15</b>
<b>2.1</b>	<b>TEMA MATEMÁTICO – GEOMETRIA ESPACIAL.....</b>	<b>18</b>
<b>2.2</b>	<b>METODOLOGIA APLICADA.....</b>	<b>19</b>
<b>2.3</b>	<b>RECURSO DIDÁTICO.....</b>	<b>20</b>
<b>3</b>	<b>ANÁLISE A PRIORI.....</b>	<b>21</b>
<b>3.1</b>	<b>PLANO DE AULA.....</b>	<b>21</b>
<b>3.1.1</b>	<b>Processo de Planejamento da Aula.....</b>	<b>26</b>
<b>3.1.2</b>	<b>Detalhamento do Plano de Aula.....</b>	<b>28</b>
<b>4</b>	<b>ANALISE A POSTERIORI.....</b>	<b>29</b>
<b>4.1</b>	<b>APLICAÇÃO DAS ATIVIDADES.....</b>	<b>29</b>
<b>4.2</b>	<b>PARTICIPAÇÃO DOS ALUNOS.....</b>	<b>29</b>
<b>4.3</b>	<b>DESENVOLVIMENTO DA AULA.....</b>	<b>30</b>
<b>4.3.1</b>	<b>Análise quantitativa da aula.....</b>	<b>37</b>
<b>4.3.2</b>	<b>Análise qualitativa da aula.....</b>	<b>38</b>
<b>4.4</b>	<b>ANÁLISE DA AULA.....</b>	<b>39</b>
<b>5</b>	<b>CONSIDERAÇÕES FINAIS E TRABALHOS FUTUROS.....</b>	<b>41</b>
<b>6</b>	<b>REFERÊNCIAS.....</b>	<b>43</b>
	<b>APÊNDICE A – LÂMINAS SOBRE POLIEDROS.....</b>	<b>44</b>
	<b>APÊNDICE B – AVALIAÇÃO A PRIORI.....</b>	<b>49</b>
	<b>APÊNDICE C – AVALIAÇÃO A POSTERIORI.....</b>	<b>53</b>

## 1 INTRODUÇÃO

Este Trabalho de Conclusão de Curso (TCC) traz como tema a Geometria Espacial, mais especificamente a classificação dos poliedros em convexo e não convexo, os poliedros de Platão, os elementos de um poliedro: arestas, faces e vértices, e a Relação de Euler, entre outras que podemos estudar na introdução à Geometria Espacial. É apresentado as aulas que foram ministradas aos alunos do terceiro ano da Escola Estadual de Ensino Médio Ricardo Francisco Gasparin, de União da Serra – RS.

Como professora de matemática, Geometria Espacial sempre me atraiu, pois é possível trabalhar de maneira mais concreta a matemática, onde os alunos podem manusear, construir, planificar, identificar as partes dos poliedros.

Na aula planejada os alunos puderam construir poliedros com material distinto para aulas de Geometria Espacial: palitos e balinhas de goma. Eles relatam que a aula foi bem diferente das demais aulas de matemática. Pude perceber o quanto estavam empolgados na construção dos poliedros, queriam fazer mais e diferentes. Os alunos se desafiavam entre eles para ver quem construía o poliedro mais “bonito”, e mais difícil de ser feito.

A Geometria Espacial é essencial para a formação dos alunos do Ensino Médio, pois é uma importante parte da Matemática, ela possui um papel formativo que contribui no desenvolvimento de processos de pensamento e aquisição de atitudes, podendo formar no aluno a capacidade de se localizar no espaço, de resolver problemas, formando uma visão ampla podendo assim levar a um olhar que observe a beleza e a harmonia de tudo que está presente na natureza, ou as grandiosidades que o homem construiu. Como consta nos PCN+ (BRASIL, 2000, p. 123):

A Geometria, ostensivamente presente nas formas naturais e construídas, é essencial à descrição, à representação, à medida e ao dimensionamento de uma infinidade de objetos e espaços na vida diária e nos sistemas produtivos e de serviços. No ensino médio, trata das formas planas e

tridimensionais e suas representações em desenhos, planificações, modelos e objetos do mundo concreto.

Os alunos devem saber da importância da matemática na nossa vida, percebendo assim o quanto ele precisa empenhar-se em aprender todos os conteúdos ensinados pelos professores. A matemática não são somente números, mas sim leitura interpretação, representação geométrica e tantos outros, como nos relata os PCNEMs (BRASIL, 2000, p. 40):

Nesse sentido, é preciso que o aluno perceba a Matemática como um sistema de códigos e regras que a tornam uma linguagem de comunicação de ideias e permite modelar a realidade e interpretá-la. Assim, os números e a álgebra como sistemas de códigos, a geometria na leitura e interpretação do espaço, a estatística e a probabilidade na compreensão de fenômenos em universos finitos são subáreas da Matemática especialmente ligadas às aplicações.

A Geometria Espacial oferece uma ampla e diversificada gama de conteúdo, onde podem ser explorados de maneira realmente concreta e palpável, que motivou a escolha deste tema para a aula planejada.

Baseada nas aulas de geometria espacial durante o curso optei pela estratégia de construir poliedros utilizando balas de goma e palitos de madeira de diferentes tamanhos, sendo esta construção o auge da minha aula inédita.

Na aula planejada utilizei diferentes recursos como: projetor multimídia para a exposição de conceitos e figuras; diferentes objetos que podem ser classificados como poliedros convexos e não convexos; fichas com o desenho do poliedro a ser abordado; gomas e palitos.

As aulas de geometria normalmente são trabalhadas de maneira bem superficial, isso quando esse assunto tão importante é trabalhado pelos professores, tanto do Ensino Fundamental como do Ensino Médio. Quando fiz meu Ensino Fundamental escutava os professores dizendo que não deu tempo, e como esse conteúdo era o último capítulo do livro didático, nunca dava tempo, dos professores ensinarem antes que terminasse o ano letivo. No meu Ensino Médio como foi Magistério e esse curso se dedica mais as didáticas, logo, também estudei Geometria Espacial superficialmente, sem muitos detalhes, apenas o básico. Na

graduação, nas cadeiras de desenho geométrico, eu me encantei com tanta coisa que poderia ser explorado nas aulas Geometria Espacial.

Nesses anos que trabalho com matemática tanto no Fundamental e no Médio sempre procurei dar a Geometria Espacial o enfoque e o espaço merecido dentre tantos outros conteúdos. Percebia, porém, a dificuldade dos alunos em relação aos nomes que aparecem na Geometria Espacial; e isso se deve aos professores anteriores não terem trabalhado com este importante conteúdo.

A Geometria Espacial tem um lugar importante no desenvolvimento das habilidades dos alunos, como está escrito nos PCNEMs (BRASIL, 2000, p. 44):

[...] as habilidades de visualização, desenho, argumentação lógica e de aplicação na busca de soluções para problemas podem ser desenvolvidas com um trabalho adequado de Geometria, para que o aluno possa usar as formas e propriedades geométricas na representação e visualização de partes do mundo que o cerca. Essas competências são importantes na compreensão e ampliação da percepção de espaço e construção de modelos para interpretar questões da Matemática e de outras áreas do conhecimento. De fato, perceber as relações entre as representações planas nos desenhos, mapas e na tela do computador com os objetos que lhes deram origem, conceber novas formas planas ou espaciais e suas propriedades a partir dessas representações são essenciais para a leitura do mundo [...]

Isso tudo me incentivou para escolher este assunto e para ter certeza que a aula inédita deveria ter muito material concreto para os alunos conseguirem visualizar, analisar e associar com o cotidiano. Quem sabe assim fazer com que os alunos gostem de matemática, o que para muitos é uma disciplina assustadora e o professor de matemática é o mais “brabo” de toda a escola.

Os alunos do terceiro ano do Ensino Médio, onde apliquei a minha aula de Geometria Espacial são filhos de agricultores, pois o município de União da Serra, onde está localizada a Escola Estadual de Ensino Médio Ricardo Francisco Gasparin, é formado por uma população, que na sua grande maioria mora na zona rural e se dedicam a agricultura e a pecuária. Os alunos dessa turma de 16 estudantes moram todos na zona rural do município, sendo 15 filhos de agricultores. A metade da turma pretende continuar com os estudos e fazer o Ensino Superior.

Como a turma não é numerosa, é possível os professores dar mais atenção a cada um dos alunos, principalmente aos que têm maior dificuldade de aprendizagem. Como em todas as turmas, alguns alunos possuem dificuldades na aprendizagem de Matemática.

A Escola onde o trabalho foi desenvolvido é a única escola de Ensino Médio do município. A Escola Gasparin é tradicionalmente rígida na entrega de trabalhos e avaliações e tem muito orgulho dos alunos que ali estudaram, pois se percebe o bom desempenho deles nas Universidades da região.

Os alunos do terceiro ano do Ensino Médio, que realizei a minha aula inédita são interessados, pontuais nas entregas de trabalhos, questionadores dos seus direitos e deveres, e preocupados com sua aprendizagem. Mas é claro que sempre há alunos que têm dificuldade com a matemática, alguns não gostam da disciplina e então todos os conteúdos parecem difíceis. Pude perceber isso na avaliação a posteriori, onde alguns alunos relataram não gostar de matemática e escreveram que possuem dificuldade com a Matemática do Ensino Fundamental. Logo quando os conteúdos envolvem muitos cálculos, e ainda mais quando apresentam diferentes sinais positivos ou negativos, os alunos se assustam e não conseguem realizar as atividades.

Os alunos relataram que este conteúdo sobre sólidos geométricos eles gostaram, pois quase não envolveu cálculos e na aula foi explorado muito material concreto, que os alunos puderam manusear e construir os sólidos.

A estrutura deste trabalho está organizada da seguinte forma: no Capítulo 2 está presente o Referencial Bibliográfico, o Tema Matemático que é a Geometria Espacial, a Metodologia Aplicada, e os Recursos Didáticos; Capítulo 3 apresenta a Análise a Priori, onde destaca o Plano de Aula, o Processo de Planejamento da Aula, e o Detalhamento do Plano de Aula; e no Capítulo 4 descreve a Análise a Posteriori, subdividindo em Aplicação das atividades, Participação dos Alunos, Desenvolvimento da Aula, onde consta a análise quantitativa e qualitativa da aula, e ainda neste capítulo a Análise da Aula; e por fim, o Capítulo 5 apresenta as Considerações Finais e Trabalhos Futuros.

## 2 REFERENCIAIS TEÓRICO E METODOLÓGICO

A matemática é importante na vida e no desenvolvimento intelectual do ser humano, como consta nos Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Médio - PCNEMs (BRASIL, 2000, p. 36),

[...] a Matemática no Ensino Médio não possui apenas o caráter formativo ou instrumental, mas também deve ser vista como ciência, com suas características estruturais específicas. É importante que o aluno perceba que as definições, demonstrações e encadeamentos conceituais e lógicos têm a função de construir novos conceitos e estruturas a partir de outros e que servem para validar intuições e dar sentido às técnicas aplicadas. ... Cabe à Matemática do Ensino Médio apresentar ao aluno o conhecimento de novas informações e instrumentos necessários para que seja possível a ele continuar aprendendo. Saber aprender é a condição básica para prosseguir aperfeiçoando-se ao longo da vida.

A citação acima do PCNEMs que é uma descrição do que é esperado para todos os conteúdos de matemática, se encaixa perfeitamente também à Geometria Espacial em todos os pontos apontados.

Acredito que sem os conhecimentos de Geometria Espacial o ser humano não conseguiria organizar os móveis dentro de casa, nem fazer medidas de áreas e volumes, entre outros exemplos do dia a dia.

Nos dias de hoje que se fala tanto em sustentabilidade, preservação do Meio ambiente, aproveitamento e reaproveitamento, as fábricas que produzem em grande escala, por exemplo, embalagens de diferentes tipos devem desenhá-las de maneira eficiente, aproveitando assim toda a matéria-prima e isso tudo vai de encontro ao não desperdício. Este exemplo salienta a importância de os alunos aprenderem Geometria, e usarem o raciocínio lógico a seu favor e para fazer o bem ao ser humano e ao mundo.

Se nós professores conseguirmos desenvolver o raciocínio lógico e a capacidade de resolver problemas, formaremos cidadãos responsáveis, éticos e



conscientes. E como consta nos PCNEMs (BRASIL, 2000, p 44), a matemática e principalmente a Geometria possuem essa capacidade de desenvolver os alunos:

[...] as habilidades de visualização, desenho, argumentação lógica e de aplicação na busca de soluções para problemas podem ser desenvolvidas com um trabalho adequado de Geometria, para que o aluno possa usar as formas e propriedades geométricas na representação e visualização de partes do mundo que o cerca. Essas competências são importantes na compreensão e ampliação da percepção de espaço e construção de modelos para interpretar questões da Matemática e de outras áreas do conhecimento.

De fato, perceber as relações entre as representações planas nos desenhos, mapas e na tela do computador com os objetos que lhes deram origem, conceber novas formas planas ou espaciais e suas propriedades a partir dessas representações são essenciais para a leitura do mundo através dos olhos das outras ciências, [...]

Assim podemos perceber também que a matemática não é uma ciência isolada, ela está sempre andando junto com as ciências da natureza e suas tecnologias. A matemática contribui e muito para a evolução destas outras disciplinas: física, biologia e química.

Além de contribuir com outras disciplinas a matemática pode e deve andar junto, fazendo-se atividades interdisciplinares com as outras disciplinas do Ensino Médio. Eu participei da Formação de Professores do Ensino Médio e no Caderno III – O currículo do ensino médio, seus sujeitos e o desafio da formação humana integral, nos fez pensar sobre o currículo, as diretrizes curriculares nacionais e a interdisciplinaridade, (UFPR, 2013, p. 37).

[...] a proposta é que, respeitadas as diretrizes curriculares nacionais, as normas do sistema de ensino, instituições possam ser capazes de organizar o currículo e desenvolver atividades relacionadas às dimensões do trabalho, da ciência, da tecnologia e da cultura, visando a atender às necessidades e características sociais, culturais, econômicas e intelectuais dos estudantes.

As experiências curriculares presentes nas escolas e na teoria pedagógica demonstram que os currículos não são conteúdos prontos a serem transmitidos. São uma construção e uma seleção de conhecimentos e práticas produzidos em contextos concretos e em dinâmicas sociais, políticas e culturais, intelectuais e pedagógicas. Conhecimentos e práticas expostos às novas dinâmicas e reinterpretados em cada contexto histórico. Os currículos são orientados pela dinâmica da sociedade e, sempre, por uma seleção de conhecimentos a partir da finalidade e dos objetivos educacionais desejados.

As Diretrizes Curriculares Nacionais (DCNs) servem para deixar os conteúdos a serem ensinados um padrão em todo o país, porém cabe a nós educadores relacionar com a realidade e o cotidiano dos estudantes. E também devemos saber utilizar o conteúdo proposto de maneira interessante e criativa sem perder o foco no que realmente cada conteúdo pretende ensinar, e a matemática tem muito a ensinar aos nossos educandos.

Reconhecer que os conteúdos da matemática são iguais, ou praticamente iguais, em todo o país é fundamental, mas também sabemos que a matemática é trabalhada com diferentes metodologias e somos nós professores os responsáveis em desenvolver diferentes métodos, relacionando com o cotidiano da escola, da comunidade e dos alunos.

Devemos também reconhecer a universalidade da matemática em praticamente todos os países, pois é uma disciplina que vai navegando em diferentes línguas, mas os estudos matemáticos, as descobertas e o conhecimento vai passando por todo universo como nos relata Ubiratan D'Ambrosio no livro *Etnomatemática* (1998, p 10):

A matemática é, desde os gregos, uma disciplina de foco nos sistemas educacionais, e tem sido a forma de pensamento mais estável da tradição mediterrânea que perdura até nossos dias como manifestação cultural que se impôs, incontestada, às demais formas. Enquanto nenhuma religião se universalizou, nenhuma língua se universalizou, nenhuma culinária nem medicina se universalizaram, a matemática se universalizou, deslocando todos os demais modos de quantificar, de medir, de ordenar, de inferir e servindo de base, se impondo, como o modo de pensamento lógico e racional que passo a identificar a própria espécie. Do *Homo sapiens* se fez recentemente uma transição para o *Homo rationalis*. Este último é identificado pela capacidade de utilizar matemática, uma mesma matemática para toda a humanidade e, desde Platão, esse tem sido o filtro utilizado para selecionar lideranças.

Isso não significa que o ensino de matemática deve ser universal para todos, mas sim que os conhecimentos dos povos antigos e de outras nações serviram e servem como base do ensino de matemática nos dias de hoje.

## 2.1 TEMA MATEMÁTICO – GEOMETRIA ESPACIAL

A Geometria Espacial é o conteúdo mais concreto de se estudar, no meu ponto de vista, pois convivemos com espaços e formas o tempo todo. Desde crianças construímos “torres” com blocos e peças; brincamos de casinha e precisamos organizar o espaço da brincadeira. Toda criança adora brincar com caixas de sapato, caixinhas de diferentes produtos, garrafas pet, latas de leite em pó e outros mais que sempre estão presentes nas casas.

Caixas de papelão podem ser um excelente subsídio nas aulas de Geometria, como escreve Eduardo Sarquis Soares (2010, p. 120) no livro *Ensinar Matemática: desafios e possibilidades*.

Experiências com sólidos podem se iniciar com a exploração de embalagens de produtos industrializados. Quando deslocamos e abrimos uma caixa de papelão, revela-se sua planificação, e algumas planificações são surpreendentes. Quanto maior a variedade das embalagens disponíveis, mais oportunidades de aprendizagem. Há muita engenhosidade no aproveitamento de triângulos, quadrados, retângulos e de outras figuras poligonais e não poligonais. Além de verificarem como é o processo que resulta na produção de uma caixa, as crianças podem descobrir que existem planificações diferentes para um mesmo formato de caixa. Isso é facilmente observável em embalagens de pastas de dente. Provavelmente devido a questões relacionadas com patente e propriedade, pastas de dente provenientes de indústrias diferentes costumam ter planificações também diferentes mesmo que, no final, os paralelepípedos resultantes sejam os mesmos.

A Geometria é parte do conhecimento desenvolvido na tentativa humana de compreender o mundo em que vive, pois convivemos com objetos de diferentes formas e tamanhos que ocupam as mais variadas posições. Medir, examinar formas e comparar objetos são algumas das preocupações do dia a dia do ser humano.

Desde as civilizações mais antigas a Geometria desenvolveu-se visando à resolução de problemas de medições, como cálculos de distâncias, áreas e volumes. Os agricultores da época já utilizavam conhecimentos matemáticos para conseguir produzir as suas culturas, como consta no Livro: *Introdução à história da matemática* de Howard Eves (2008, p 53), “os proprietários de terra mantinham

anotações escritas sobre a produção agrícola e traçavam mapas que especificavam as valas de irrigação. ”

Sabemos o quanto é importante passar aos alunos um pouco da história da matemática, a cada assunto que é estudado, como nos relata o Referencial Curricular – 2009. Lições do Rio Grande – Matemática e suas Tecnologias (p. 193).

A história da Matemática permeia todo o trabalho, de tal forma que os alunos possam perceber a Matemática como uma construção histórica em constante evolução, reconhecendo a sua contribuição na interpretação e explicação dos fenômenos das ciências, relacionando os processos matemáticos com as diferentes manifestações artísticas ao longo da história e na atualidade.

O aluno de Ensino Médio já tem maturidade para conseguir relacionar a história da matemática, as contribuições dos mais antigos, e dos outros povos, e aplicar seu conhecimento na vida cotidiana. Ao concluir o Ensino Médio, etapa final da educação básica, é esperado que o aluno saiba ler, interpretar e agir diante de uma realidade, desenvolvendo habilidades e competências para viver em sociedade, tanto na sua vida pessoal, quanto profissional, podendo ainda estar apto a continuar seus estudos.

## 2.2 METODOLOGIA APLICADA

A aula aplicada aos alunos do terceiro ano do Ensino Médio foi uma aula inédita para mim como professora de matemática. Os materiais e a problematização nunca haviam sido usados antes em outras aulas que venho desenvolvendo já a treze anos.

Na aplicação da aula inédita, como o próprio nome diz eu deveria utilizar uma metodologia inédita, então utilizei a construção de poliedros utilizando materiais inusitados: palitos de dente, palitos de churrasco e balinhas jujubas, mas na minha cidade chamamos de bala de goma, ou simplesmente goma.

Procurei agregar outras metodologias como aula explicativa, aula de muita conversa para ouvir a opinião de todos, aula com muito material concreto para os alunos manusearem o conteúdo em questão, aula expositiva com o auxílio do projetor multimídia, e aula com avaliação bem diversificada.

### 2.3 RECURSO DIDÁTICO

Na aula que apliquei aos alunos do terceiro ano do Ensino Médio, utilizei sólidos que eu mesma confeccionei com caixinhas, outros objetos que peguei emprestado do meu filho pequeno e utilizei também poliedros de madeira maciça (onze peças de um conjunto de sólidos geométricos).

É interessante que os alunos manipulem o material concreto ou mesmo possam construir o “seu material concreto”. Por isso o ápice da aula aplicada foi a confecção de poliedros com material concreto (balas de goma e palitos), onde os palitos representam as arestas e as balas de goma são os vértices. Os alunos colocavam os palitos na bala de maneira a formar poliedros.

A situação problema apresenta duas propostas:

- 1ª) construção de poliedros quaisquer;
- 2ª) construção de poliedro contido numa ficha sorteada;

As fichas com desenhos de poliedros variados também farão parte dos recursos didáticos.

Também utilizei como auxílio o projetor multimídia para a apresentação de lâminas, onde aparecem conceitos, figuras e tabelas.

### 3 ANÁLISE A PRIORI

Neste capítulo vou expor o plano de aula inédita que apliquei aos alunos do terceiro ano do Ensino Médio da Escola Estadual de Ensino Médio Ricardo Francisco Gasparin.

#### 3.1 PLANO DE AULA

##### IDENTIFICAÇÃO

Aula sobre Geometria Espacial: poliedros

##### OBJETIVOS

- Conceituar poliedros
- Diferenciar poliedros convexos de poliedros não convexos;
- Compreender e perceber as formas geométricas planas e espaciais;
- Construir poliedros de maneira diferenciada e criativa;
- Identificar poliedros que satisfazem a propriedade de Euler e compreender os que não satisfazem;
- Compreender e identificar nos poliedros, as arestas, os vértices e as faces;

##### ESTRATÉGIA

Conversação, debates, formação de grupos, construção de poliedros com bala de goma, análise dos poliedros construídos, elaboração de conceitos, relação com o cotidiano, exercícios e atividades, diferentes avaliações.

## METODOLOGIA

A metodologia utilizada na aula inédita envolve diversos recursos para deixar a aula interessante, cativante, diversificada e que construa o conhecimento dos alunos.

### PRIMEIRA AULA (duas horas/aula)

Apresentar aos alunos vários objetos como, por exemplo: caixinhas, de formatos diferentes, bolas, latas, brinquedos e outros, como por exemplo, brinquedos, embalagens de formatos diferentes e algumas caixinhas coladas para formar os objetos não convexos.

Conversar sobre Geometria Espacial, onde podemos observar, e os diferentes objetos que podemos visualizar e descrever como parte da Geometria Espacial.

Deixar que os alunos falem e opinem sobre essa Geometria que nós convivemos diariamente, mas que muitas vezes é esquecida pelos professores de matemática, ou por falta de tempo em abordar este assunto.

Propor aos alunos que classifiquem os objetos em poliedros e não poliedros. Cada aluno terá um desses objetos em mãos.

Cada um deverá dirigir-se a mesa do professor e classificar o objeto que tem em mãos. Ele pode ser classificado em corpos redondos ou poliedros.

Na mesa do professor deverão estar colocadas duas baixíssimas caixas etiquetadas com as duas classificações, para que os alunos coloquem dentro o objeto que possuem nas mãos.

Analisar se todos classificaram corretamente os itens das duas caixas, caso algum item não esteja, o professor deverá explicar o motivo de não estar na caixa correta. Explicar que o nosso interesse neste momento é estudar os poliedros, portanto a caixa dos corpos redondos será deixada de lado.

Com a caixa dos poliedros em mãos, novamente cada aluno ganha um corpo sólido para classificar agora em convexos e não convexos.

Utilizar um poliedro convexo e outro não convexo para explicar aos alunos que as características são diferentes.

Foram utilizadas uma agulha e uma linha para demonstrar que no poliedro convexo a linha corta somente uma vez o poliedro, e se a linha cortar duas vezes ou

mais o poliedro é não convexo. O professor deverá tomar cuidado com as faces que a agulha com linha irá interceptar.

Pedir aos alunos que depositem seu poliedro, agora classificando em convexo e não convexo, em duas caixas que estão sobre a mesa do professor já etiquetada.

Conforme os alunos forem depositando seu objeto na caixa escolhida, os colegas devem cuidar se está certa a classificação e caso alguma esteja incorreta fazer a análise em conjunto com eles.

Conversar sobre o conceito de POLIEDRO; deixar que os alunos falem, e juntos vamos formular este conceito.

Apresentar aos alunos as lâminas (presentes no Apêndice A) com o auxílio do projetor multimídia, que descrevem os poliedros convexos e não convexos suas características e o conceito de cada um. Depois de apresentar estas lâminas propor aos alunos que construam poliedros com a seguinte situação problema.

### CONFECÇÃO DE POLIEDROS

**Situação:** Vamos fazer poliedros utilizando materiais diferentes... E novamente explorar os conceitos de vértice, aresta e face do poliedro. A professora trouxe balas de goma, palitos e papel filme, a fim de montar poliedros, em que as balas seriam os vértices e os palitos as arestas e o papel filme as faces do poliedro.

Utilizando os materiais indicados pela professora, confeccione **poliedros**.

Essa atividade será feita nos mesmos grupos que já estão formados (dois grupos de cinco componentes e um grupo de seis componentes).

- primeira proposta: deixar que cada grupo construa um poliedro qualquer.

Depois da construção, o professor deverá analisar o poliedro construído e mostrar ao grande grupo, para que analisem e discutam que tipo de poliedro foi construído. Algumas questões que podem ser lançadas:

Como é o nome deste poliedro?

Onde podemos encontrá-lo? (Em objetos que convivemos).

É convexo? Ou não convexo?

Quantas faces?

Que tipos de polígonos estão presentes nas faces do poliedro?



Quantas arestas?

Quantos vértices?

- segunda proposta: cada grupo receberá uma ficha onde está desenhado o poliedro que eles deverão construir.

Depois desta construção, repetir as perguntas anteriores. (o professor deverá cuidar se o grupo confeccionou corretamente o poliedro).

Analisando os poliedros construídos, vamos conhecer o que são poliedros regulares e semirregulares.

Conversar com os alunos, e esperar que opinem sobre poliedros regulares e semirregulares. Formular juntamente com os alunos, esses conceitos.

Mostrar novamente através de lâminas no projetor multimídia, os desenhos, os conceitos e as características dos poliedros regulares e semirregulares. Estas lâminas estão no apêndice A, nas figuras 5, 6, 7 e 8.

Propor aos alunos que testem a fórmula de Euler, que está presente nas lâminas 9 e 10, com os poliedros que eles construíram e chamar a observar que a relação criada pelo matemático suíço Leonhard Euler possui extrema importância na determinação do número de arestas, vértices e faces de qualquer poliedro convexo e alguns não convexos.

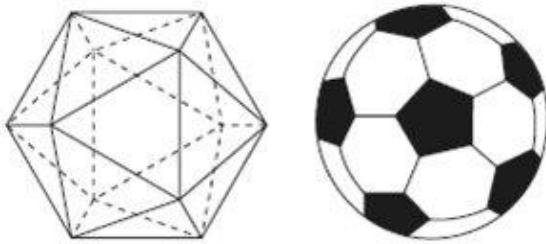
Propor também que testem a fórmula de Euler, com os diferentes poliedros trazidos pela professora.

Desta forma os alunos perceberão que alguns poliedros, não satisfazem as propriedades de Euler, assim eles terão a contra prova.

#### ATIVIDADES DE FIXAÇÃO

- 1) Arquimedes descobriu um poliedro convexo formado por 12 faces pentagonais e 20 faces hexagonais, todas regulares. Esse poliedro inspirou a fabricação da bola de futebol que apareceu pela primeira vez na Copa do Mundo de 1970. Quantos vértices possui esse poliedro?

Figura 1: Poliedro e bola de futebol, ilustração do problema 1.



Fonte: <http://cedt-matematica.blogspot.com.br/>

- 2) Determinar o número de arestas e o número de vértices de um poliedro convexo com 6 faces quadrangulares e 4 faces triangulares.
  
- 3) Determine o número de vértices de um poliedro convexo que tem três faces triangulares, uma face quadrangular, uma face pentagonal e duas faces hexagonais.
  
- 4) (PUC –SP) O número de vértices de um poliedro convexo que possui 12 faces triangulares é:
  - a) 4
  - b) 12
  - c) 10
  - d) 6
  - e) 8

#### RECURSOS

- Objetos diversos que sejam tridimensionais, como: bola, dado, latas e outros;
- Caixinhas diversas;
- Balas de goma;
- Palitos de madeira de diferentes tamanhos;
- Fichas;
- Poliedros de madeira;
- Data Show;

#### AVALIAÇÃO

Os alunos estão constantemente sendo avaliados, pela participação, atitudes e interesse nas atividades propostas.

Também acontecerão avaliações em duplas e individualmente. Os alunos também farão a auto avaliação.

### **3.1.1 Processo de Planejamento da Aula**

Quando fomos desafiados em elaborar e aplicar a aula inédita, a primeira coisa que pensei em fazer na minha aula inédita seria a construção de poliedros com palitos e gomas, pois eu gostei tanto da atividade que nos foi proposta numa das aulas de pós-graduação Matemática na Prática – UFSM. Isto foi simplesmente a ideia inicial, então tive que pensar como iniciar a aula, como desenvolvê-la e como finalizar.

O tempo todo pensava na reação dos alunos a cada atividade que seria proposta a eles. Eu já conhecia a turma, pois já havia sido professora deles no Ensino Fundamental, mas precisamente no nono ano, mas na época ainda se chamava oitava série. Cheguei a pensar que alunos do terceiro ano achariam a minha aula muito infantil, pois um dos materiais concretos da aula era bala de goma, e isso nos faz pensar que bala é coisa de criança.

Alunos de terceiro ano esperam uma aula mais preparatória para o ENEM, e/ou vestibulares de diferentes Universidades, isso me fez pensar em atividades que eles pudessem participar com suas opiniões e levá-los a pensar no cotidiano e no mundo a nossa volta, observando assim a arquitetura e a engenharia de diferentes objetos ou construções que nos rodeiam.

Sempre lembrando que os objetivos estavam direcionados a disciplina de matemática e não de geografia ou outras. Então pensei em levar para a sala objetos que poderiam ser classificados em poliedros e não poliedros, e depois em poliedros convexos e não-convexos. Garimpei na minha casa objetos que fazem parte de brinquedos do meu filho, latas, caixinhas, vasos e outros precisei construir, como por exemplo, os poliedros não convexos.

Desde o início da aula os alunos teriam que participar bastante da aula, tanto com opiniões e exemplos, mas também se movimentando para classificar os objetos que levaria para a sala de aula, em poliedros ou em corpos redondos, e depois classificando os poliedros em convexo e não convexos. Eu queria que os alunos se movimentassem na sala de aula, pois só o fato de levantar da cadeira e dirigir-se a frente da mesa do professor tornaria a aula matemática mais animada e interessante.

Também pensei que alunos de Ensino Médio precisam de conceitos e definições por escrito, então preparei alguns slides para passar aos alunos. Alguns conceitos e definições, os alunos deverão copiar em seus cadernos.

Depois das explicações e dos exemplos referentes aos poliedros, então sim propor a eles a construção dos poliedros com balas de gomas e palitos. Essa atividade será feita em pequenos grupos de cinco ou seis componentes (2 grupos de cinco componentes e 1 de seis componentes). Para esta atividade pensei que os alunos gostariam de confeccionar mais de um poliedro, então já elaborei a primeira e a segunda proposta de construção: a primeira será que eles façam um poliedro qualquer, para que eu possa fazer questionamentos referentes a sua construção; a segunda proposta será entregar a cada grupo uma ficha em que está desenhado um poliedro e eles deverão confeccioná-lo com as gomas e os palitos.

Depois da confecção dos poliedros então falarei dos poliedros regulares ou semirregulares, passar estes conceitos e seus exemplos nos slides. Então falar dos poliedros de Platão que são os poliedros regulares, explicar suas características e propriedades.

Aproveitar para explicar a fórmula de Euler e deixar que os alunos testem a mesma nos poliedros confeccionados. Levar também em uma folha fotocopiada alguns exercícios de fixação da aula, para serem feitos em casa.

### 3.1.2 Detalhamento do Plano de Aula

Elaborei o meu plano de aula com muita atenção no conteúdo que eu teria que ensinar, pois eu já sabia que os alunos do terceiro ano do Ensino Médio não teriam muito conhecimento de Geometria Espacial. Escrevo isto por saber que os professores não ensinam geometria aos alunos e se ensinam é bem superficialmente.

Pensei que se eu quisesse aplicar aos alunos uma aula bem aprofundada de Geometria Espacial eu e os alunos ficaríamos frustrados. Então desta forma como elaborei o meu plano de aula, tratando da introdução ao estudo dos sólidos geométricos, ficou bem agradável de ensinar e de aprender.

Conhecendo os alunos posso afirmar que depois que eles recebem uma boa introdução ao conteúdo a ser abordado, eles irão em busca de aprender cada vez mais. E também eles são curiosos e investigadores querendo aprender sempre mais.

Além da minha aula ser inédita para mim como professora, a aula de Geometria Espacial foi inédita para os alunos. Percebi que quando eu falava alguns nomes que são próprios do conteúdo, eles se surpreendiam com as palavras novas. Pude perceber isto também nas avaliações quando confundiram as características de uma pirâmide com as de um prisma.

## 4 ANALISE A POSTERIORI

Neste capítulo vou escrever sobre a avaliação que apliquei aos alunos após a aula inédita. Descreverei um pouco sobre a reação dos alunos, de como eles foram na avaliação e o que eles acharam da minha aula. Os alunos também foram questionados sobre as aulas de matemática tanto do ensino fundamental como do médio.

### 4.1 APLICAÇÃO DAS ATIVIDADES

Apliquei aos alunos uma avaliação a posteriori, com atividades relacionadas ao eu havia ensinado na aula e outras questões de respostas pessoais, sobre o que acharam da aula de matemática.

### 4.2 PARTICIPAÇÃO DOS ALUNOS

A participação dos alunos foi muito boa. Todos se envolveram nas atividades propostas com interesse e dedicação.

Gostei da atuação deles, pois participaram sem medo de errar. Sempre que questionados, respondiam. Quando solicitados para que realizassem as tarefas, o faziam prontamente.

Nas duas avaliações (a priori e a posteriori) eles responderam as questões com seriedade e procuraram não deixar nenhuma questão em branco.

Na confecção dos poliedros com o material inusitado: balas de goma e palitos, os alunos se envolveram, e ajudaram uns aos outros para conseguir construir os poliedros.

#### 4.3 DESENVOLVIMENTO DA AULA

Primeira vez que fui à sala de aula, conversei sobre o meu curso de pós-graduação em matemática e expliquei que eu precisaria aplicar a turma deles uma aula “bem legal”, mas antes disso eu precisaria que eles me respondessem algumas questões e exercícios. Então apliquei a avaliação a priori, que já está na íntegra no item 3.2 – Conhecimento Prévio.

Na semana seguinte depois de ter analisado a avaliação que os alunos haviam respondido, cheguei à sala de aula com uma bolsa preta e comecei a retirar de dentro objetos como, por exemplo, caixinhas de diferentes formatos, brinquedos do meu filho e embalagens. Depois de apresentar os objetos conversei com os alunos sobre a Geometria Espacial e deixei que eles falassem e dessem sua opinião. Então entreguei a cada aluno um objeto, pedi que analisassem suas características, e depois um por vez deveria dirigir-se a mesa da professora, onde terá duas etiquetas, um escrito “poliedro” e no outro “corpos redondos”. Cada aluno dirigia-se a mesa da professora e decidia qual a classificação correta do objeto. Neste momento eu não ajudei, deixei que eles fizessem a classificação, conforme nos mostra a Figura 2. Para a minha felicidade todos acertaram a classificação, embora eu tenha observado que na avaliação a priori alguns alunos não sabiam a diferença de poliedros e corpos redondos.

Figura 2: Poliedros e Corpos redondos.



Fonte: Foto tirada no dia da aula (23/11/2015) na Escola Ricardo Gasparin, pela autora.

Expliquei aos alunos que estudaríamos os poliedros e não os corpos redondos, os corpos redondos foram guardados na sacola preta e passamos a trabalhar somente com os poliedros. Novamente cada aluno receberá um poliedro, desta vez para fazer a classificação em poliedro convexo ou poliedro não-convexo.

Segurei um de cada tipo em minhas mãos, para explicar o que são poliedros convexos e o que são poliedros não-convexos. Utilizei uma agulha grossa e uma linha também grossa para demonstrar a característica de que o poliedro convexo a linha passaria somente dentro do poliedro. E no poliedro não convexo a linha passaria também na parte exterior da peça. Saliento que os poliedros não-convexos eu tive que confeccionar, colando duas caixinhas de tamanhos diferentes.

Percebi que alguns alunos com mais dificuldades, não haviam entendido a técnica da agulha, então expliquei de outra maneira: peguei uma régua e o poliedro convexo, passei a régua como se ela fosse uma faca nas laterais, segurando a régua deitada em cima de cada face do poliedro e dizia aos alunos que a faca não corta uma parte do poliedro. Mas com o poliedro não-convexo em mãos e a régua, passei novamente a régua como se fosse uma faca e salientei que em alguns momentos a faca conseguiria cortar um “pedaço” do poliedro não-convexo. Portanto se a faca corta um dos pedaços do poliedro ele é não-convexo e se não conseguir cortar é um poliedro convexo.



Depois das duas explicações pedi aos alunos que novamente se dirigissem a mesa da professora, um por vez, para fazer a classificação em convexo e não convexo (Figura3), sendo que a mesa está dividida e etiquetada em convexo e não-convexo. Observei que os alunos tiveram facilidade em fazer esta classificação.

Figura 3: Alunos e poliedros convexos e não convexos.



Fonte: Foto tirada no dia da aula (23/11/2015) na Escola Ricardo Gasparin, pela autora.

Aproveitei este momento para ir salientando os nomes: arestas, vértices e faces de cada poliedro.

Utilizei projetor multimídia para apresentar conceitos discutidos até o momento na aula. Pedi aos alunos que copiassem os conceitos no caderno, das lâminas apresentadas.

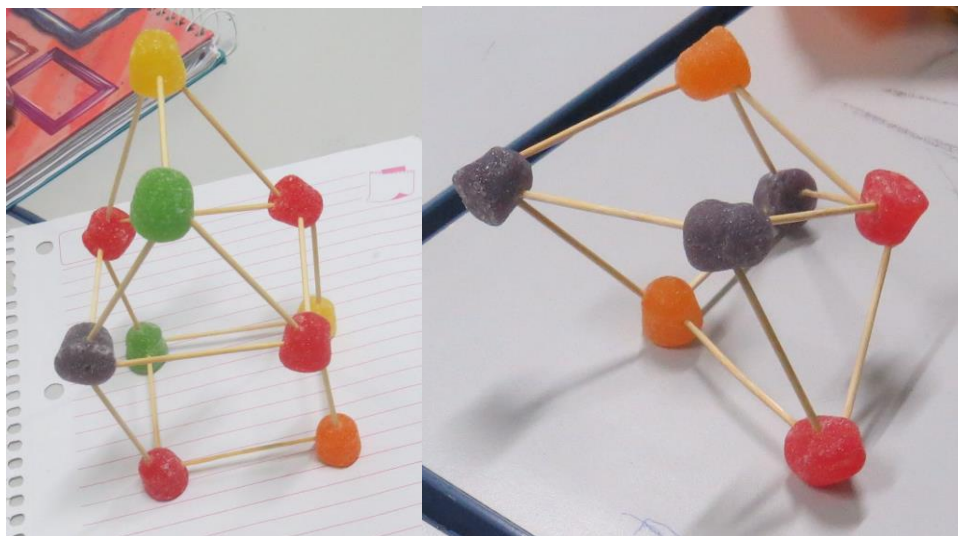
Como a aula estava boa e havia participação dos alunos, os dois períodos de 45 minutos, passaram rapidamente, ficando assim a sequência da aula para os próximos dois períodos.

No outro dia cheguei na sala de aula com um sorriso no rosto e dizendo aos alunos que eles nunca tiveram uma aula tão doce como seria naquele dia. Então organizei a turma em três grupos e apresentei a seguinte situação problema:

Vamos confeccionar poliedros utilizando as gomas como vértice, os palitos como arestas e o papel filme como as faces do poliedro. Enquanto isso fui distribuindo os materiais nos grupos.

A primeira proposta foi para que cada grupo construísse um poliedro qualquer, conforme Figura 4. Percebi que eles não tiveram dificuldade nenhuma na realização da tarefa (Figura 5).

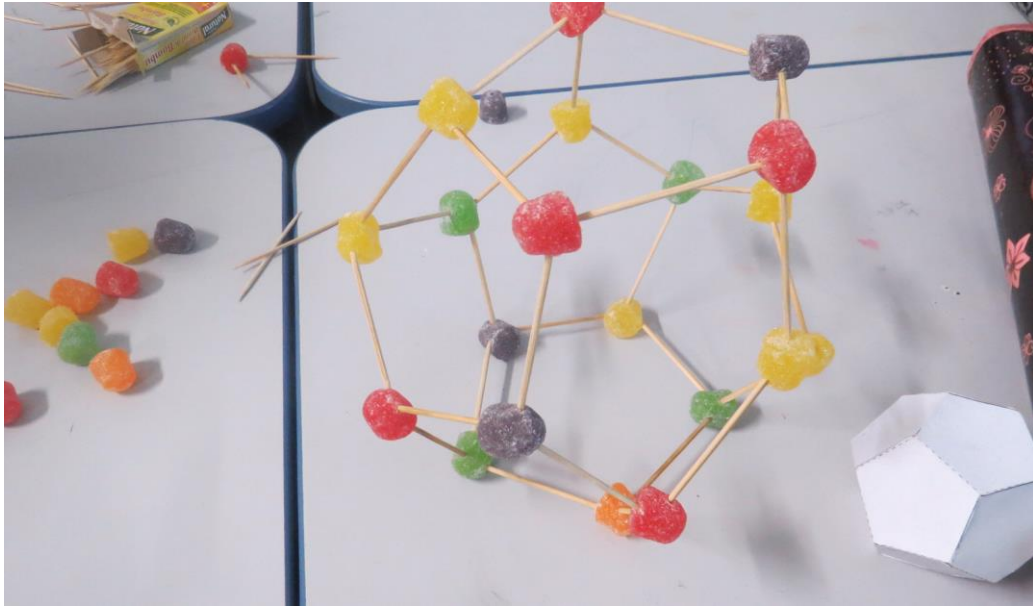
Figura 4: Poliedros construídos com balas de goma.



Fonte: Foto tirada no dia da aula (26/11/2015) na Escola Ricardo Gasparin, pela autora.

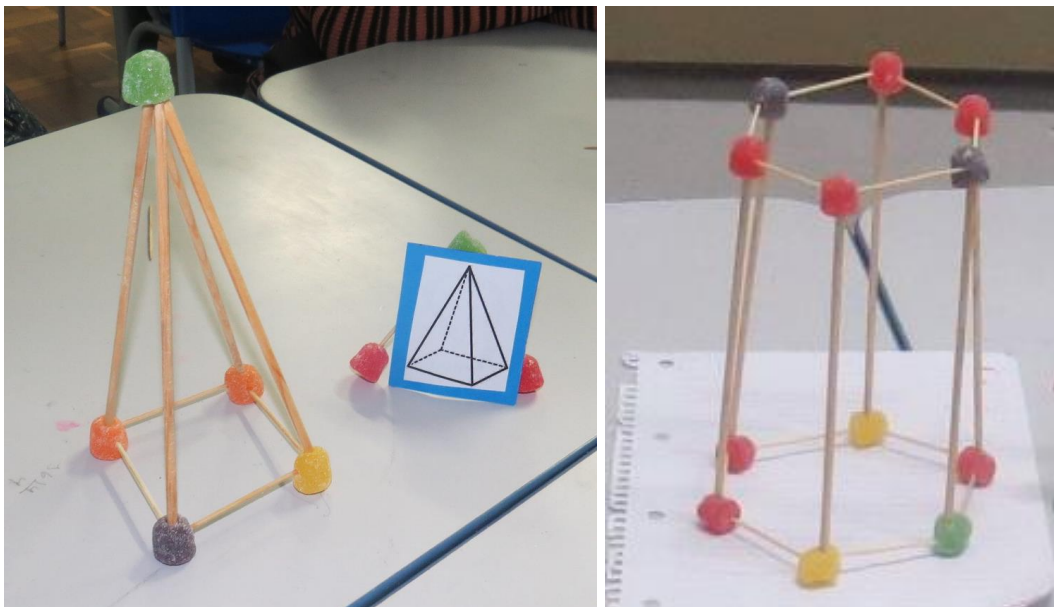
A segunda proposta era confeccionar o poliedro que está desenhado na ficha que o grupo vai escolher da mão da professora, conforme Figura 6.

Figura 5: Poliedro (dodecaedro).



Fonte: Foto tirada no dia da aula (26/11/2015) na Escola Ricardo Gasparin, pela autora.

Figura 6: Poliedros construídos conforme ficha sorteada.



Fonte: Foto tirada no dia da aula (26/11/2015) na Escola Ricardo Gasparin, pela autora.

Nesta segunda confecção observei um pouco mais de dificuldade, mas os alunos estavam com muito ânimo em realizar a tarefa e também ficaram pedindo para fazer um poliedro “bem difícil”.

Então escolhi as fichas que estavam desenhadas os poliedros mais complexos para que os alunos sorteassem entre os grupos e fizessem mais uma confecção (Figura 7).

Figura 7: Poliedro sendo construído pelas mãos de aluno.



Fonte: Foto tirada no dia da aula (26/11/2015) na Escola Ricardo Gasparin, pela autora.

Todos se empenharam na realização da tarefa proposta, porém a colocação do papel filme desmontava o poliedro, ou até mesmo rasgava o papel. Então combinamos que não seria mais preciso que eles colocassem o papel filme, mas teriam que identificar o número de faces, como se ali estivesse o papel filme.

Com os poliedros prontos, fiz diversas perguntas a respeito das partes dos poliedros e suas características. Pedi que cada grupo mostrasse os poliedros para os demais colegas. Conversei com os alunos sobre o que são poliedros regulares e semirregulares. Destes poliedros confeccionados os alunos tiveram que classificá-los em regulares e semirregulares.

Com o auxílio do projetor multimídia apresentei conceitos e desenhos diferenciando os poliedros regulares dos semirregulares (Apêndice A). Neste momento aproveitei para falar dos Poliedros de Platão e informei aos alunos que são

cinco os poliedros regulares também conhecidos como Poliedros de Platão (Apêndice A).

Logo após falei da Fórmula de Euler e expliquei a relação entre a quantidade de arestas, vértices e faces. Apresentei uma lâmina sobre a Fórmula de Euler e uma tabela que completei com a ajuda dos alunos (Apêndice A). Eles iam fazendo as contas e eu ia preenchendo a tabela.

Além de preencher a tabela, os alunos aplicaram a fórmula de Euler em outros poliedros que foram trazidos por mim, alguns poliedros convexos e outros não-convexos.

Depois desta aula muito boa, propus aos alunos algumas atividades de tema de casa. Combinei que eu voltaria na próxima aula para corrigir com eles o tema de casa.

Na aula seguinte voltei à sala de aula, corriji o tema e apliquei a avaliação posterior.

Depois destas aulas e das avaliações, fiquei muito feliz com a reação dos alunos de me pedirem mais aulas como estas e percebi o quanto os alunos se interessam pela matemática quando ela é trabalhada com material concreto ou de maneira lúdica. Eu já expressei anteriormente da minha preocupação de os alunos acharem a aula muito infantil, afinal eu levei para a sala de aula, bala de goma, que parece ser totalmente de criança, mas eu estava enganada e nem precisava ficar preocupada, pois a reação dos alunos foi maravilhosa. Eles adoraram desmontar os poliedros e comer as balas de goma.

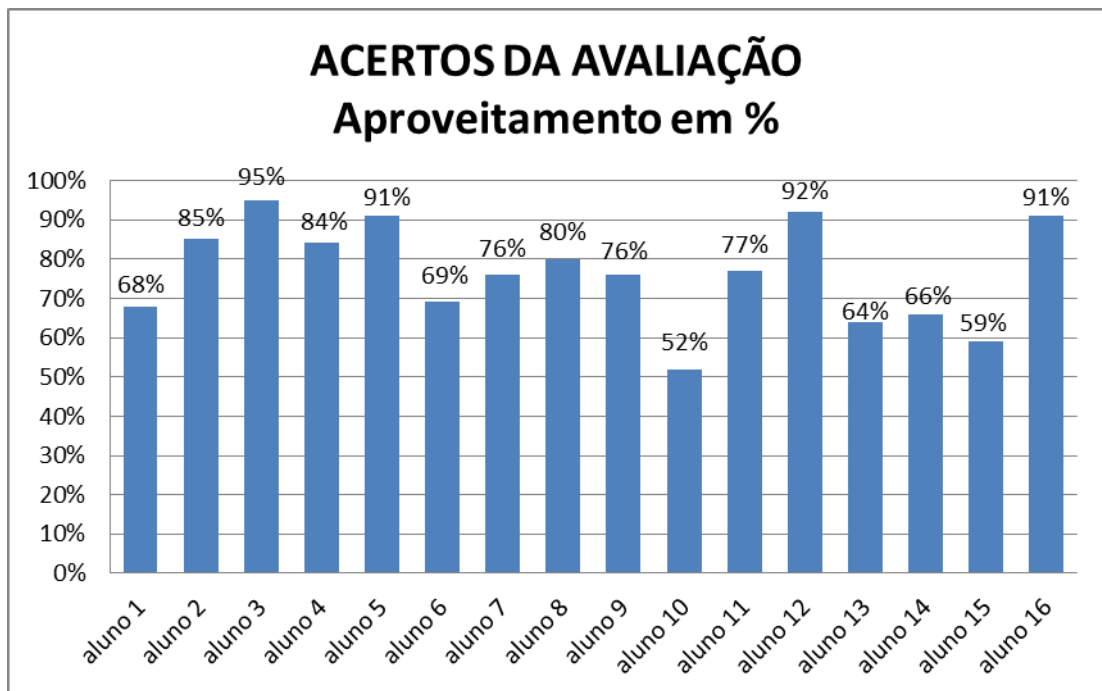
Este foi o ponto alto da aula quando eu apresentei aos alunos a situação problema para eles construírem os poliedros com balas de goma e palitos, eles se animaram ainda mais com a aula.

### 4.3.1 Análise quantitativa da aula

Fiquei satisfeita com a aula ministrada sobre sólidos geométricos, por vários motivos, um deles e o principal, foi a aprendizagem dos alunos, que se refletiu na avaliação, como podemos observar no gráfico abaixo, que apresenta a porcentagem de acertos da avaliação.

O gráfico nos mostra o percentual de acertos da avaliação individual que foi aplicada aos alunos do Terceiro ano do Ensino Médio da Escola Gasparin, após a aula inédita sobre uma Introdução ao Estudo dos Sólidos Geométricos.

Figura 8: Gráfico de representação do aproveitamento de acertos em porcentagem.



Fonte: dados coletados conforme questionário respondido pelos alunos.

Podemos observar na Figura 8 que nenhum aluno ficou com o percentual de acertos abaixo de 50%, isso é muito gratificante se compararmos com algumas aulas que os resultados das avaliações são abaixo dessa média.

Também destaco que sete, dos dezesseis alunos da turma atingiram mais de 80% dos acertos.

A Escola Gasparin onde foi aplicado o trabalho da aula inédita, adota como nota final para aprovação: 60%. Se observarmos o gráfico chegamos à conclusão que somente dois alunos teriam ficado abaixo dessa porcentagem.

Também devemos lembrar que a avaliação é parte integrante dos processos de ensino e aprendizagem e ela tem função diagnóstica, formativa e somativa. Como este gráfico só ilustra uma única avaliação, esses alunos que não foram tão bem quanto os colegas poderiam estar em um dia “não muito bom”.

Analisando a avaliação a priori, pude perceber a confusão que os alunos faziam com os nomes presentes na Geometria Espacial, como por exemplo, a palavra lado era designada para identificar: face, base, aresta, altura. Outro exemplo: não sabiam ou até mesmo nunca viram as palavras: poliedro, prisma, pirâmide, vértice, aresta, polígono, pentágono, quadrilátero. Chegaram a me questionar durante a avaliação o que era um trapézio. Cheguei a conclusão que eu teria que começar a minha aula inédita bem no básico e clarear aos alunos o conceito das palavras citadas anteriormente que eles fizeram “muita confusão”.

Nos momentos da minha aula que os alunos manusearam os sólidos, deixei que manuseassem bastante para identificar características e fui enfatizando os conceitos que eles precisavam saber, principalmente aresta, face e vértice.

#### **4.3.2 Análise qualitativa da aula**

Analiso que todos os participantes da aula, professora e alunos, ficavam satisfeitos com o que era ensinado e com o que era aprendido. Em cada momento que eu entrei na sala de aula dos alunos do terceiro ano do Ensino Médio eu ficava realizada e muito feliz com a aula, as atitudes dos alunos, com o envolvimento de todos e principalmente com a aprendizagem dos alunos.

Nas avaliações pude perceber o crescimento na aprendizagem dos alunos, pois na avaliação a priori os alunos não estavam seguros das suas respostas, não sabiam como responder os exercícios e os questionamentos e na avaliação a posteriori eles estavam seguros das respostas, fizeram todas as atividades e o que eles erraram foi por falta de atenção e não por falta de conhecimento.

Depois de ter “corrigido” as avaliações fui a sala de aula e mostrei as avaliações aos alunos, que olharam debateram, conversaram e questionaram algumas situações. A reação dos alunos foi: alguns ficaram surpresos com a distração que tiveram na hora de responder o questionário; alguns acharam que foram muito bem, alguns simplesmente gostaram do resultado. E eu faço uma análise dessas reações, dizendo que todos estavam satisfeitos com a quantidade de acertos e ficaram bem felizes. Então pedi que me devolvessem a avaliação e está comigo até hoje.

Na avaliação a posteriori havia uma questão onde os alunos deveriam assinalar se gostavam de matemática ou se não gostavam, e percebi que os alunos que responderam que não gostam das aulas de matemática, já tiveram uma experiência desagradável com a disciplina. Os alunos citam não gostar dos números negativos e das frações. Esses alunos que não gostam de matemática são os mesmos que possuem as notas mais baixas nas avaliações.

Agora que o ano letivo 2015 já acabou posso ainda acrescentar o seguinte comentário: uma aluna está cursando o curso de arquitetura numa conceituada Universidade, que oferecia uma vaga para o PROUNI. Havia cem candidatos disputando essa vaga e essa aluna conseguiu conquistar a única vaga oferecida.

#### 4.4 ANÁLISE DA AULA

Faço uma análise da aula inédita que apliquei aos alunos, dizendo que a aula foi bem boa. Percebi que os alunos que gostam de matemática e/ou tem mais



facilidade, participavam mais da aula e se envolviam mais na construção dos poliedros com as balas de goma e os palitos.

Posso relatar que nem sempre a aula inédita ocorre da maneira que nós esperamos, por exemplo, a hora dos alunos colocarem o papel filme em volta dos poliedros de gomas e palitos, não deu certo. Eu tive que contornar a situação e combinar com os alunos que não mais colocassem o papel. Os professores sempre devem ter uma “carta na manga” e/ou “jogo de cintura” para dar continuidade a aula sem perder o foco do ensino-aprendizagem.

Nós, professores de matemática devemos saber que existem diferentes caminhos para chegarmos a uma resposta, e os alunos podem percorrer diferentes caminhos para chegar a construção de sua aprendizagem. Digo isso por causa das avaliações que são aplicadas aos alunos, muitas vezes os alunos ficam nervosos em fazer “provas de matemática”. Devemos avaliá-los em todos os momentos da aula, sua participação, seu interesse e outros aspectos.

Fiquei muito feliz com a reação dos alunos, e fiquei refletindo o porquê de os professores não trabalharem com o conteúdo Geometria, nem no Ensino Fundamental, nem no Ensino Médio. Falo isso por experiência de quando fui aluna: os meus professores do Ensino Fundamental ensinavam superficialmente as figuras planas e seus nomes, nunca falavam dos ângulos e nem usavam material concreto. Os professores do Ensino Médio trabalharam um pouco mais, mas não de forma aprofundada como costumo ensinar aos alunos. Aprendi Geometria e passei a gostar muito, quando fiz a graduação em Matemática.

## 5 CONSIDERAÇÕES FINAIS E TRABALHOS FUTUROS

Eu considero a minha aula inédita muito boa. Fiquei feliz com a participação dos alunos e pude perceber o quanto eles aprenderam com o que foi ensinado.

Se tivesse que aplicar novamente uma aula inédita, aplicaria a mesma aula, o mesmo conteúdo, os mesmos materiais concretos, porém eu daria continuidade ao assunto e trabalharia o conceito, as propriedades, as áreas, o volume dos principais poliedros que foram confeccionados pelos alunos.

Um material concreto que não deu certo foi o papel filme, os alunos não conseguiam colocar ao redor do poliedro. Quando o poliedro era mais “elaborado” ele se desmontava enquanto os alunos tentavam colocar o papel filme. Então pedi aos alunos que não colocassem mais o papel filme, mas mesmo assim eu questionava os alunos sobre as faces do poliedro em questão. Percebi que o papel filme não fez falta nos poliedros confeccionados, pois os alunos conseguiam identificar o que era a face do poliedro e quantas faces existiam ali.

Este ano de dois mil e dezesseis estou em sala de aula como professora de matemática e pretendo aplicar esta mesma aula para a turma do terceiro ano do Ensino Médio. No ano passado eu era a diretora da escola, e não estava em sala de aula, mas se estivesse teria dado continuidade a aula inédita que apliquei aos alunos, trabalhando as áreas de cada face e a área total, o volume e outros conceitos que devem ser trabalhados.

Também estou trabalhando com os anos finais do Ensino Fundamental e pretendo aplicar aulas de geometria, tanto plana quanto espacial para os alunos já terem conhecimento desse conteúdo, e quando chegarem ao Ensino Médio já terem conhecimento do conteúdo. Estes conteúdos estão presentes nos Planos de Estudos de Matemática, tanto no Ensino Fundamental – series finais, quanto no Ensino Médio, e deveriam ser trabalhados, mas os professores deixam este conteúdo para o final do ano e depois dizem que não deu tempo.

Sou vice-diretora da Escola Estadual de Ensino Médio Ricardo Francisco Gasparin neste ano de 2016 e consigo acompanhar o trabalho da coordenação da escola. Estamos fazendo um trabalho para que os professores trabalhem geometria desde os anos iniciais de Ensino Fundamental.

Ter participado da pós-graduação em matemática pela UFSM, me fez crescer muito como profissional da educação. Aprendi, entre outras coisas, que o Ensino Fundamental é muito importante para ser o alicerce no ensino da matemática, e que isso é fundamental para o Ensino Médio, onde os professores podem aprofundar mais todos os conteúdos de matemática.

## 6 REFERÊNCIAS

BRASIL. MEC. **Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Médio**, 2000.

\_\_\_\_\_. PCN+ Ensino Médio **Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Médio**, Orientações Educacionais Complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais 2000.

\_\_\_\_\_. MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO. Secretaria de Educação Básica. UFPR. **Formação de professores do ensino médio**, etapa I – caderno III: o currículo do ensino médio, seu sujeito e o desafio da formação humana integral, 2013.

DANTE, Luiz Roberto. **Matemática – Contexto & Aplicações**, volume 2, São Paulo, 2014.

D'AMBROSIO UBIRATAN. **Etnomatemática – Arte ou Técnica de explicar e conhecer**. São Paulo – SP, 4ª edição, 1998.

EVES, HOWARD. **Introdução à história da matemática**. Traduzido por Hygino H. Domingues. Campinas, SP: Editora da UNICAMP, 3ª reimpressão, 2008.

RIO GRANDE DO SUL. **Referencial Curricular – 2009**. Lições do Rio Grande. Matemática e suas Tecnologias. Secretaria do Estado da Educação. Departamento Pedagógico. Porto Alegre: SE/DP, 2009.

SOARES, EDUARDO SARQUIS. **Ensinar matemática: desafios e possibilidades**. Belo Horizonte, 1ª edição, 2010.

## APÊNDICE A – LÂMINAS SOBRE POLIEDROS

### Poliedros

Poliedros são figuras geométricas formadas por três elementos básicos: vértices, arestas e faces.

Fonte: <http://mundoeducacao.bol.uol.com.br/matematica/poliedros.htm>

### Poliedro convexo

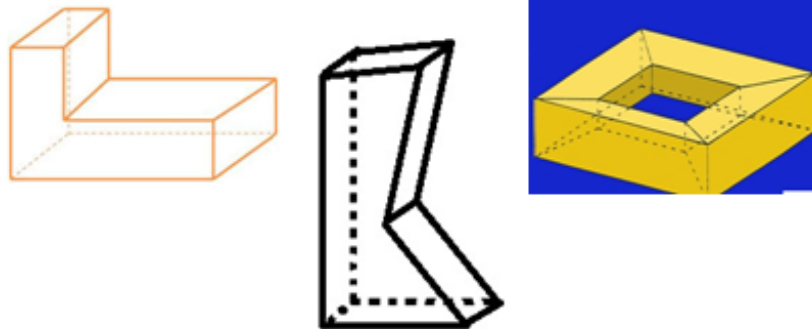
- \* Um poliedro é convexo se qualquer reta (não paralela a nenhuma de suas faces) o corta em, no máximo, dois pontos.
- \* É o poliedro onde o plano de cada face deixa todas as outras faces no mesmo lado do plano.



Fonte: DANTE, Luiz Roberto. Matemática – Contexto & Aplicações, volume 2, São Paulo, 2014.  
<http://mundoeducacao.bol.uol.com.br/matematica/poliedros>. E figuras: <http://cedt-matematica.blogspot.com.br/>

## Poliedro não convexo

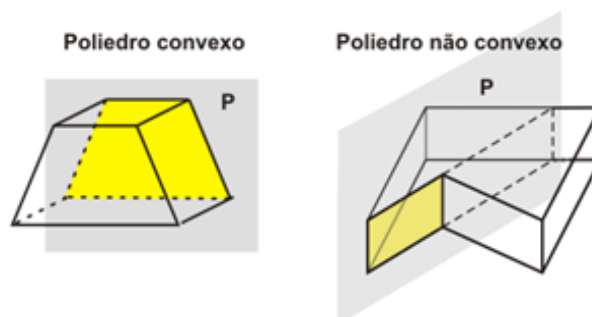
\* É o poliedro onde o plano de pelo menos uma face divide o poliedro em duas ou mais partes.



Fonte: <http://objetoseducacionais2.mec.gov.br/>  
<http://alunosonline.uol.com.br/>; <http://originalcopy.pbworks.com/>

<http://www.colegioweb.com.br/>;

## Comparando os poliedros convexos e não convexos



Fonte: <http://mundoeducacao.bol.uol.com.br/matematica/poliedros.htm>

## Poliedros regulares

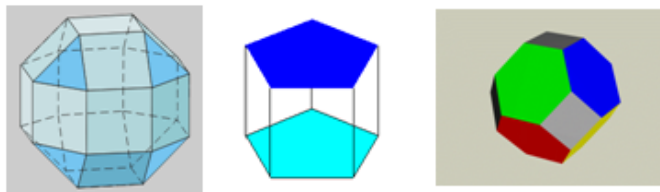
- \* Um poliedro convexo é regular quando todas as faces são polígonos regulares iguais e em todos os vértices concorrem o mesmo número de arestas.



Fonte: DANTE, Luiz Roberto. Matemática – Contexto & Aplicações, volume 2, São Paulo, 2014. E figura: profcardy.com

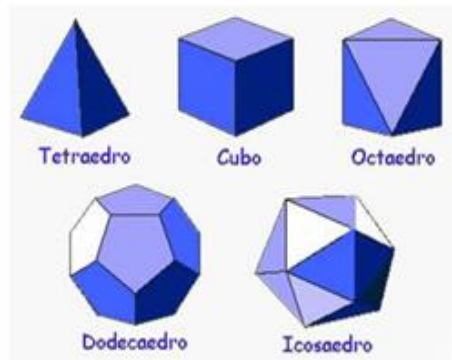
## Poliedros semirregulares

- \* Também chamado de poliedro arquimediano, é um poliedro convexo constituído por faces regulares (mas de número de lados diferentes) e ângulos sólidos iguais ou simétricos. Estas faces são de dois ou, mesmo, três tipos e os ângulos são triédricos, tetraédricos ou pentaédricos.



Fonte: <http://www.uel.br/cce/mat/geometrica;> pauloporta.com;  
[construtor.aprendebrasil.com.br;](http://omundoperfeitodamatematico.blogspot.com.br/) <http://omundoperfeitodamatematico.blogspot.com.br/>

## Poliedros de Platão



Fonte: escolakids.uol.com.br

## Poliedros de Platão ou poliedros regulares

- \* Dentre os poliedros existentes, existem alguns considerados Poliedros de Platão, pois todas as faces possuem o mesmo número de arestas, todos os ângulos poliédricos possuem o mesmo número de arestas. Os Poliedros considerados de Platão são:



Fonte: <http://brasilecola.uol.com.br/matematica/poliedros.htm>; notapositiva.com



## Fórmula de Euler

\* A relação criada pelo matemático suíço Leonhard Euler possui extrema importância na determinação do número de arestas, vértices e faces de qualquer poliedro convexo e alguns não convexos. Essa relação permite que os cálculos sejam realizados no intuito de determinarmos o número de elementos de um poliedro. A fórmula criada por Euler é a seguinte:

$V - A + F = 2$ , onde V = número de vértices, A = número de arestas e F = número de faces.

Fonte: <http://brasilecola.uol.com.br/matematica/relacao-euler.htm>

## Vamos testar a fórmula de Euler

$$V - A + F = 2$$

SÓLIDO	V = VÉRTICE	A = ARESTA	F = FACES	V - A + F = 2
TETRAEDRO				
CUBO				
DODECAEDRO				
PRISMA TRIANGULAR				
PRISMA HEXÁGONAL				
POLIEDRO NÃO CONVEXO				

Fonte: Carla Andresa Alberton

## APÊNDICE B – AVALIAÇÃO A PRIORI



Especialização em Ensino de Matemática  
no Ensino Médio

**Matem@tica na Pr@tica**



### AVALIAÇÃO DE MATEMÁTICA

Queridos alunos do 3º ano do Ensino Médio, eu sou aluna de Pós-graduação em Matemática da Universidade Federal de Santa Maria – Polo de Tapejara, e meu nome é Carla Andresa Alberton. Vou aplicar uma aula inédita com vocês, mas antes disso, preciso que vocês respondam esta avaliação. Bom trabalho a todos nós!

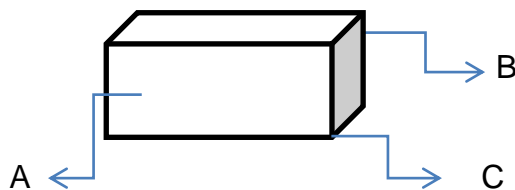
Como é seu nome? \_\_\_\_\_

Qual é sua idade? \_\_\_\_\_

Você mora: ( ) zona urbana ou ( ) zona rural

Você sempre estudou nesta escola? ( ) sim ( ) não

1. Escreva o nome de cada parte deste paralelepípedo, que está indicado pelas setas e letras A, B e C:

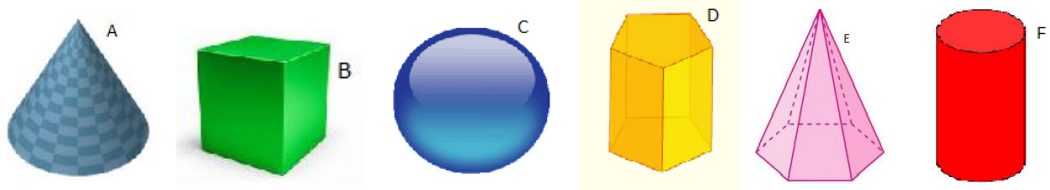


A: \_\_\_\_\_

B: \_\_\_\_\_

C: \_\_\_\_\_

2. Observe as figuras:



Quais são:

- a) Poliedros: \_\_\_\_\_
- b) Não poliedros: \_\_\_\_\_
- c) Prismas: \_\_\_\_\_
- d) Pirâmides: \_\_\_\_\_
- e) Corpos redondos \_\_\_\_\_

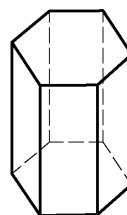
Quais possuem:

- a) Sete faces: \_\_\_\_\_
- b) Doze arestas: \_\_\_\_\_
- c) Dez vértices: \_\_\_\_\_

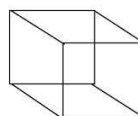
3. Assinale as alternativas que estão corretas:

- ( ) A geometria espacial estuda o espaço como o volume de uma lata de refrigerante.
- ( ) A geometria espacial estuda objetos que possuem mais de duas dimensões, como por exemplo caixas, embalagens, latas.
- ( ) As figuras do exercícios anterior são poliedros.
- ( ) Poliedro é um sólido geométrico cuja superfície é composta por um número finito de faces, cujos vértices são formados por três ou mais arestas, em três dimensões, em que cada uma das faces é um polígono.
- ( ) Poliedro é um sólido qualquer, que possua três dimensões.
- ( ) Polígono significa: poli(muitos) e gono(ângulo).
- ( ) Um cone é um poliedro.
- ( ) Um prisma é um poliedro.
- ( ) Aresta é a reta formada por duas faces.

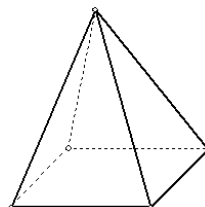
4. Ligue cada objeto real com a figura espacial correspondente e depois com a informação correta:



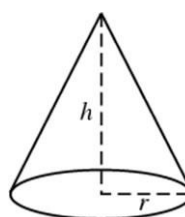
2 bases redondas



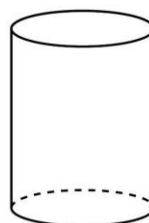
8 arestas



8 vértices

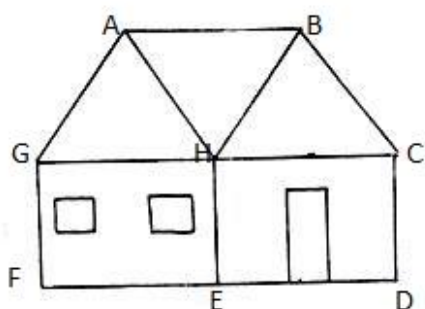


18 arestas



1 base redonda

5. Utilizando as letras da figura e a notação correta, apresente:



- a) Dois segmentos de reta; \_\_\_\_\_
- b) Um Triângulo; \_\_\_\_\_
- c) Um pentágono; \_\_\_\_\_
- d) Um quadrilátero; \_\_\_\_\_
- e) Um trapézio: \_\_\_\_\_

6. Assinale as alternativas que você considera corretas:

- a) Eu gosto muito de matemática.
- b) Eu não gosto de matemática, mas sei que preciso aprender.
- c) Eu gosto de matemática, mas só quando os professores dão aula de maneira criativa e diversificada.
- d) Eu não gosto de matemática e nunca vou gostar.

- e) A matemática é maravilhosa, pois se aprende conteúdos que são de suma importância para a vida.
7. Qual aula de matemática você mais gostou? Descreva o que você lembra desta aula.
- 
8. Qual aula de matemática você não gostou? Descreva o que você lembra dela.

## APÊNDICE C – AVALIAÇÃO A POSTERIORI



Especialização em Ensino de Matemática  
no Ensino Médio

**Matem@tica na Pr@tica**



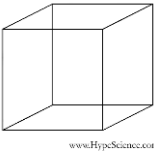
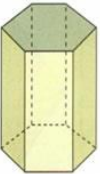
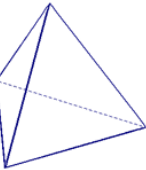
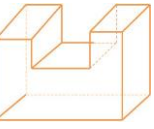
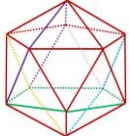
Meus queridos alunos, muito obrigada por ter colaborado com a aula de Matemática. Gostei muito de ter trabalhado com vocês. Então vamos responder a esta avaliação, para ver se aprenderam o que eu ensinei.

Nome: \_\_\_\_\_

### AVALIAÇÃO DE MATEMÁTICA

1. Nas afirmações a seguir, utilize ( V ) nas verdadeiras e ( F ) nas falsas.
  - \_\_\_ As faces laterais de uma pirâmide são retângulos.
  - \_\_\_ Uma pirâmide quadrangular tem 5 vértices.
  - \_\_\_ Todos os prismas são poliedros.
  - \_\_\_ O prisma pentagonal tem 12 arestas.
  - \_\_\_ A superfície da esfera é inteiramente curva.
  - \_\_\_ As faces laterais de um prisma são triângulos.
  - \_\_\_ Os prismas têm duas bases.
  - \_\_\_ O retângulo é um poliedro.
  - \_\_\_ O cubo é um poliedro regular.
  - \_\_\_ A pirâmide hexagonal é um poliedro regular.
  - \_\_\_ Sólidos com faces redondas também são poliedros.

2. Preencha a tabela a seguir:

Nº	Poliedro	Nome do poliedro	Número de faces	Número de arestas	Número de vértices	É convexo ou não convexo?	O poliedro satisfaz as propriedades de Euler.	É considerado um poliedro de Platão?
1								
2								
3								
4								
5								

3. Assinale as alternativas que estão corretas:

( ) A geometria espacial estuda o espaço como o volume de uma lata de refrigerante.

( ) A geometria espacial estuda objetos que possuem mais de duas dimensões, como por exemplo caixas, embalagens, latas.

( ) Poliedro é um sólido geométrico cuja superfície é composta por um número finito de faces, cujos vértices são formados por três ou mais arestas, em três dimensões, em que cada uma das faces é um polígono.

( ) Poliedro é um sólido qualquer, que possua três dimensões.

( ) Polígono significa: poli(muitos) e gono(ângulo).

( ) Um cone é um poliedro.

( ) Um prisma é um poliedro.

( ) Aresta é a reta formada por duas faces.

( ) Um cubo perfeito possui 6 faces, 12 arestas e 8 vértices.

( ) Um poliedro não convexo possui a característica de passar uma linha pelo sólido e ela atravessar em dois pontos.

( ) Os poliedros regulares são muitos (mais de oito).

4. O que você achou da aula de matemática por mim esplanada?

( ) Poderia ter sido melhor, pois faltaram materiais concretos.

( ) Gostei, pois teve material concreto e slides no data show.

( ) Outro. Qual? \_\_\_\_\_

5. Escreva o nome de cada poliedro, a quantidade de faces, arestas e vértices, das figuras a seguir:



\_\_\_\_\_



\_\_\_\_\_



\_\_\_\_\_