

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA MARIA
UNIVERSIDADE ABERTA DO BRASIL
CENTRO DE CIÊNCIAS NATURAIS E EXATAS
CURSO DE ESPECIALIZAÇÃO EM ENSINO DE MATEMÁTICA NO
ENSINO MÉDIO

Daniela Prediger

**O USO DO SOFTWARE GEOGEBRA NO ESTUDO DAS FUNÇÕES
POLINOMIAIS**

Cruz Alta, RS
2018

Daniela Prediger

O USO DO SOFTWARE GEOGEBRA NO ESTUDO DAS FUNÇÕES POLINOMIAIS

Trabalho de conclusão apresentado ao curso de Especialização em Ensino de Matemática no Ensino Médio (EaD), da Universidade Federal de Santa Maria (UFSM, RS), como requisito parcial para a obtenção de título de **Especialista em Ensino de Matemática no Ensino Médio.**

Orientadora Prof.^a Dr.^a Janice Rachelli

Cruz Alta, RS
2018

Daniela Prediger

O USO DO SOFTWARE GEOGEBRA NO ESTUDO DAS FUNÇÕES POLINOMIAIS

Trabalho apresentado ao curso de Especialização em Ensino de Matemática no Ensino Médio, da Universidade Federal de Santa Maria (UFSM, RS), modalidade EAD, como requisito parcial para a obtenção de título de **Especialista em Ensino de Matemática no Ensino Médio**.

Aprovada em 1º de dezembro de 2018:

Janice Rachelli, Dr.^a (UFSM)
(Presidente/Orientadora)

Sandra Eliza Vielmo, Dr.^a (UFSM)

Viviane Cátia Köhler, Dr.^a (UFSM)

Cruz Alta, RS
2018

A teoria sem a prática vira 'verbalismo', assim como a prática sem teoria, vira ativismo. No entanto, quando se une a prática com a teoria tem-se a práxis, a ação criadora e modificadora da realidade.

(Paulo Freire)

RESUMO

O USO DO SOFTWARE GEOGEBRA NO ESTUDO DAS FUNÇÕES POLINOMIAIS

AUTORA: Daniela Prediger
ORIENTADORA: Janice Rachelli

O presente trabalho que tem por tema o uso do software GeoGebra no estudo das funções polinomiais, constituiu-se inicialmente de um levantamento bibliográfico sobre o uso da tecnologia na educação, o software GeoGebra e o uso do referido software no estudo das funções. Após apresentamos duas propostas de sequências didáticas, uma para a função afim e outra para a função quadrática, envolvendo a interpretação dos coeficientes no software GeoGebra. O objetivo consiste em utilizar um recurso tecnológico, o software GeoGebra, no estudo dos coeficientes das funções afim e quadrática, proporcionando uma melhor análise da relação existente entre os coeficientes e o gráfico, para posteriormente o aluno aplicar estes conhecimentos na construção dos gráficos. As referidas sequências didáticas foram aplicadas no 2º semestre de 2018 em uma turma do 1º ano do Ensino Médio noturno de uma escola localizada na região noroeste do Estado do Rio Grande do Sul. No software GeoGebra, os alunos desenvolveram uma lista de atividades e realizaram as interpretações nos gráficos construídos e posteriormente anotaram suas percepções. Para análise dos dados foram utilizadas as respostas dos alunos às atividades, bem como suas opiniões sobre o uso do software. Com isso concluímos que num primeiro momento os resultados alcançados não são tão significativos, porém em um prazo mais longo, melhores resultados poderão ser obtidos, tendo em vista que existe uma memorização mais consistente dos conceitos trabalhados, o interesse dos alunos se eleva com o uso da tecnologia, resultando numa maior participação nas atividades desenvolvidas em sala de aula.

Palavras-chave: Tecnologias. GeoGebra. Função afim. Função quadrática. Coeficientes.

ABSTRACT

THE USE OF GEOGEBRA SOFTWARE IN THE STUDY OF POLYNOMIAL FUNCTIONS

AUTHOR: Daniela Prediger

ADVISOR: Janice Rachelli

The present work, that has for theme on the use of GeoGebra Software in the study of polynomial functions, initially constitutes a bibliographical survey on the use of technology in education, the Software GeoGebra and the use of referred software in study of functions. After presenting two proposals for didactic sequences, one for the affine function and the other for the quadratic function, involving the interpretation of the coefficients in the GeoGebra Software. The objective is to use a technological resource, the GeoGebra Software, in the study of the coefficients of the affine and quadratic functions, providing a better analysis of the relationship between the coefficients and the graph, for later the student to apply these knowledge in the construction of graphics. The aforementioned didactic sequences were applied in the 2^o semester of 2018 in a class of 1^o year of high school at night of a school located in northwest region of the State of Rio Grande do Sul. In the GeoGebra Software, the students developed a list of activities and performed the interpretations in the constructed graphs and later noted their perceptions. For data analysis the students responses to the activities were used, as well as their opinions about the use of software. Herewith we conclude that at first moment the results achieved aren't so significant, but in longer period, better results will can be obtained, considering that there is more consistent memorization of the concepts worked. The students interest rises with the use of technology, resulting in a greater participation in the activities developed in the classroom.

Keywords: Technologies. GeoGebra. Affine Function. Quadratic function. Coefficients.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Interface do GeoGebra.....	12
Figura 2 – Barra de ferramentas do GeoGebra.....	13
Figura 3 - Janelas de álgebra e de visualização do GeoGebra.....	13
Figura 4 - Gráficos das funções polinomiais no GeoGebra.....	16
Figura 5 - Barra de ferramentas: Controle deslizante.....	16
Figura 6 - Controles deslizantes no GeoGebra.....	17
Figura 7 - Gráficos e características da função quadrática.....	24
Figura 8 - Concavidade da parábola.....	27
Figura 9 - Abertura da parábola.....	27
Figura 10 – Resolução da Questão 1 e).....	32
Figura 11 – Construção de gráficos no GeoGebra.....	33
Figura 12 – Resolução da Questão 1 b).....	35
Figura 13 – Alunos no laboratório de informática realizando as atividades.....	36

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO	8
2 REFERENCIAL TEÓRICO	10
2.1. O USO DAS TECNOLOGIAS NA EDUCAÇÃO	10
2.2. O SOFTWARE GEOGEBRA.....	11
2.3. O USO DO SOFTWARE GEOGEBRA NO ENSINO DAS FUNÇÕES	14
3 O PLANO DE AULA: ANÁLISE A PRIORI	18
3.1 FUNÇÃO AFIM	18
3.2 FUNÇÃO QUADRÁTICA	22
4 ANÁLISE A POSTERIORI	30
4.1 FUNÇÃO AFIM	30
4.2 FUNÇÃO QUADRÁTICA	34
4.3 AVALIAÇÃO DAS AULAS.....	37
5 CONSIDERAÇÕES FINAIS	40
REFERÊNCIAS	42

1 INTRODUÇÃO

Este trabalho de conclusão de curso de especialização em Ensino de Matemática no Ensino Médio, tem por tema o uso do software GeoGebra no estudo das funções afim e quadrática. O presente tema foi escolhido pela preocupação com os processos de ensino e aprendizagem dos alunos do primeiro ano do Ensino Médio, levando em consideração o uso das tecnologias que está cada vez mais presente na vida dos jovens.

O estudo das funções, no primeiro ano do Ensino Médio, na maioria das vezes, gera certa preocupação nos docentes de matemática devido à dificuldade dos alunos na assimilação de certos conceitos, principalmente naqueles já estudados no Ensino Fundamental, acarretando a desmotivação para o estudo.

Desse modo, buscam-se formas para auxiliar esse processo de ensino e aprendizagem, sendo as tecnologias uma delas. O uso de instrumentos tecnológicos traz uma maior atratividade à aula, tornando o aluno motivado e aberto à aprendizagem. Isto se dá, principalmente, ao fato de se sentir instigado ao ser exposto a uma tecnologia normalmente desconhecida por ele.

O objetivo deste trabalho é analisar o processo de ensino e aprendizagem em uma aula nunca aplicada anteriormente pelo professor cursista do curso de especialização em Ensino de Matemática no Ensino Médio, ou seja, em uma aula em que é preciso fazer uso de uma nova estratégia pedagógica no intuito de superar as dificuldades encontradas pelos alunos.

Considerando o fato de que muitos professores de matemática já fazem o uso do software GeoGebra como forma de reforçar certos conceitos ou realizando uma lista de atividades, optamos por utilizá-lo como ferramenta de apoio na apresentação de certo conteúdo ao aluno. Neste caso, no estudo das relações existentes entre os coeficientes das funções polinomiais (afim e quadrática) e o seu gráfico. Isso possibilita ao aluno construir seu próprio conhecimento, tornando-o protagonista do processo de ensino e aprendizagem.

Esta aula foi ministrada em uma escola estadual localizada na área urbana de uma cidade localizada na região noroeste do estado do Rio Grande do Sul. A escola tem funcionamento nos três turnos oferecendo as seguintes modalidades de ensino: Educação Infantil num convênio com a rede municipal, Ensino Fundamental, Ensino Médio, Educação de Jovens e Adultos (ensino médio), curso normal concomitante e pós-médio e educação profissional (técnico em contabilidade e segurança do trabalho).

Para aplicar esta aula foi escolhida a turma do primeiro ano do Ensino Médio noturno, sendo que já são ministradas aulas de matemática à turma desde a início do ano. Esta turma possui 29 alunos matriculados, porém nove já não frequentam as aulas desde o início do ano, outros foram evadindo durante o ano, alguns frequentam esporadicamente e atualmente somente oito alunos possuem assiduidade às aulas.

Todos os alunos trabalham durante o dia, pré-requisito para frequentar o ensino noturno; muitos deles, em supermercados no município. Na maioria das vezes o trabalho é apontado como causador da evasão escolar.

Além disso, destaca-se que a maioria dos alunos vem do Ensino Fundamental na modalidade da Educação de Jovens e Adultos, ou, repetentes do primeiro ano do Ensino Médio, em uma ou mais vezes, e o fato de completar 18 anos é tido como um dos motivos para o abandono.

O conteúdo desta monografia está distribuído em três capítulos. O primeiro capítulo apresenta a fundamentação teórica que trata primeiramente sobre o uso das tecnologias na educação, além de trazer uma breve apresentação do software GeoGebra e seu uso no estudo das funções.

No segundo capítulo, são apresentadas propostas didáticas sobre as funções polinomiais, afim e quadrática. Nestas, o software aparece como protagonista no processo de ensino e aprendizagem onde o aluno é levado a estabelecer relações entre os coeficientes da função e seu respectivo gráfico.

No terceiro, apresenta-se a análise das aulas desenvolvidas, a partir das respostas dos alunos às atividades propostas, bem como, opiniões sobre a importância do uso desta tecnologia aliada ao processo de ensino e aprendizagem.

E, por fim, são apresentadas as considerações finais do estudo dessa temática.

2 REFERENCIAL TEÓRICO

Neste capítulo apresentamos uma síntese da revisão realizada sobre o uso de tecnologias na educação e a utilização do software GeoGebra no estudo de funções.

2.1. O USO DAS TECNOLOGIAS NA EDUCAÇÃO

A sociedade sofre constantes transformações com o passar dos anos. E, atualmente, estamos em um momento de intenso uso das tecnologias. Desde os primeiros anos de vida, as crianças, são expostas ao uso de smartphones e, deste modo, a tecnologia acaba se tornando habitual na vida delas.

A escola não tem como isolar-se desta realidade, tendo em vista que o quadro e giz acabam se tornando pouco atrativos para crianças e adolescentes acostumados com a tecnologia presente no seu cotidiano. De acordo com Sá e Machado (2017, p. 3), “cabe às escolas modernizar-se e acompanhar o ritmo da sociedade, oferecendo um preparo para seus docentes fazer uso dos recursos tecnológicos em suas aulas, tornando-as mais interessantes, motivadoras e capazes de despertar a atenção dos estudantes para aprender”.

Sá e Machado (2017, p. 3), ainda ressaltam que:

A formação continuada já é exigida praticamente em todas as áreas, mas quando se diz em educação, requer atualizações constantes, pois para ensinar é preciso aprender, isso exige que o professor deva estar sempre ciente dos novos descobrimentos e estudos para transmitir a seus alunos. O docente hoje precisa assumir seu papel de mediador do conhecimento, mostrando sempre caminhos e possibilidades para se chegar à resolução de problemas.

Atualmente, a grande maioria das escolas do Estado do Rio Grande do Sul está equipada com laboratório de informática e acesso à internet. As escolas de Ensino Médio ainda receberam netbooks, que podem ser levados para a sala de aula pelo professor. Além disso, o estado dispõe de Núcleos de Tecnologia Educacionais (NTE) vinculados aos setores pedagógicos das Coordenadorias Regionais de Educação (CRE) que dão suporte às escolas e professores no uso das tecnologias.

Segundo a Secretaria da Educação do Estado do Rio Grande do Sul, os NTE tem como atribuições:

[...] incentivar e colaborar com as escolas para a inserção da tecnologia de informação e comunicação no seu Projeto Político Pedagógico; promover ações e eventos de formação continuada de professores para uso e compartilhamento de práticas pedagógicas envolvendo as tecnologias digitais de comunicação e informação, visando qualidade e eficiência; desenvolver atividades de formação que privilegiem a aprendizagem colaborativa, cooperativa e autônoma, possibilitando aos professores de diferentes regiões geográficas do estado a oportunidade de intercomunicação e interação com especialistas, favorecendo a cultura de educação a distância; articular ações e eventos de formação que favoreçam a preparação de professores para uso dos recursos de TDIC de forma autônoma e independente, possibilitando a inclusão dos artefatos tecnológicos à experiência profissional de cada um, visando a transformação de sua prática pedagógica; acompanhar e avaliar *in loco* os processos relacionados à inserção e inclusão dos TDICs instaurado nas escolas. (SECRETARIA DA EDUCAÇÃO DO ESTADO DO RIO GRANDE DO SUL, 2018, p.1)

Assim, percebemos que o professor tem a infraestrutura para preparar-se para o uso da tecnologia em sala de aula, bastando ter consciência de sua importância dela e incorporar recursos tecnológicos em sua prática docente de forma consciente, tendo domínio e segurança naquilo que estará usando.

Segundo Serafim e Souza (2011, p. 20):

É essencial que o professor se aproprie de gama de saberes advindos com a presença das tecnologias digitais da informação e da comunicação para que estes possam ser sistematizados em sua prática pedagógica. A aplicação e mediação que o docente faz em sua prática pedagógica do computador e das ferramentas multimídia em sala de aula, depende, em parte, de como ele entende esse processo de transformação e de como ele se sente em relação a isso, se ele vê todo esse processo como algo benéfico, que pode ser favorável ao seu trabalho, ou se ele se sente ameaçado e acuado por essas mudanças.

Atualmente, temos disponíveis os mais diversos tipos de recursos tecnológicos, cabendo ao professor explorá-los para escolher aquele que melhor se adequa a sua disciplina e ao conteúdo a ser abordado. Neste sentido apresentaremos e utilizaremos o software GeoGebra.

2.2. O SOFTWARE GEOGEBRA

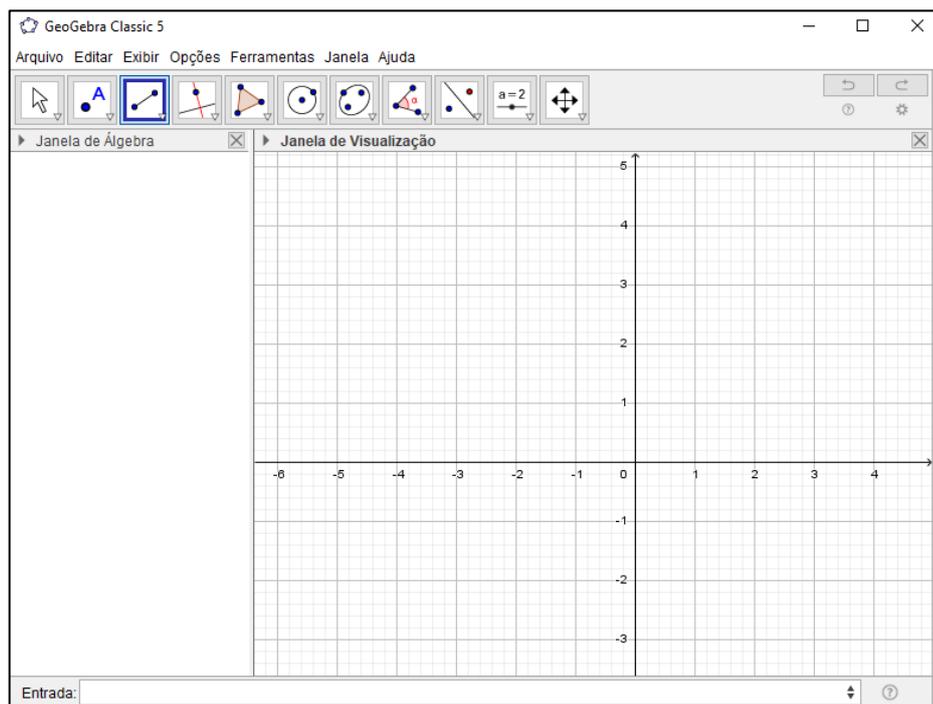
O GeoGebra é um software livre, cujo nome originou-se da associação das palavras **geometria** e **álgebra**, sendo utilizado como estratégia de ensino de conteúdos matemáticos destas duas áreas, geometria e álgebra.

De acordo com o site do Instituto São Paulo GeoGebra da Pontifícia Universidade Católica de São Paulo (PUC-SP), este software foi criado em 2001 como resultado da tese de doutorado de Markus Hohenwarter, sendo atualmente usado em 190 países e traduzido para

55 idiomas, recebendo diversos prêmios de software educacional na Europa e nos Estados Unidos.

O GeoGebra pode ser instalado gratuitamente em qualquer computador, celular ou tablet através do site <https://www.geogebra.org/download>. Na Figura 1 pode ser visualizada a interface do software.

Figura 1 - Interface do GeoGebra

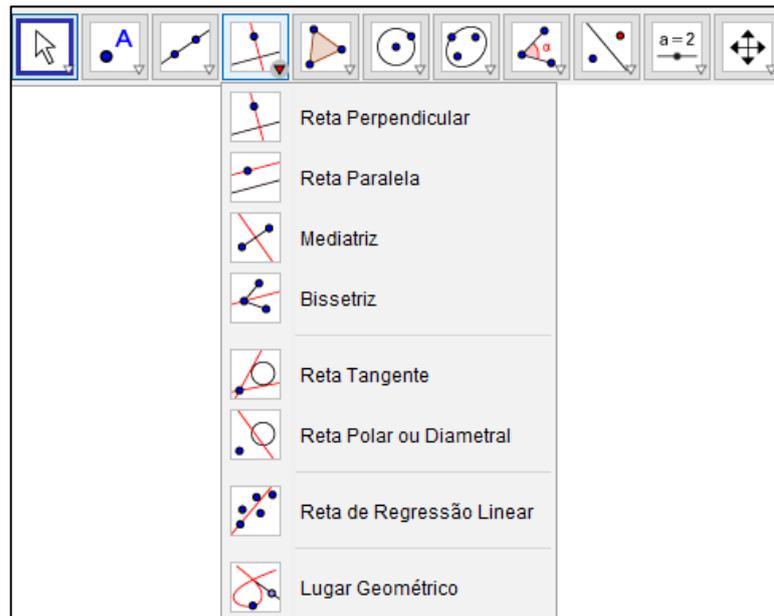


Fonte: Autora.

Na parte superior da figura 1 tem-se a barra de menus composta pelas opções: arquivo, editar, exibir, opções, ferramentas, janela e ajuda, que permite realizar as configurações necessárias e também salvar o arquivo (.ggb) ou exportar a janela de visualização em diferentes formatos para outros arquivos.

Logo abaixo da barra de menus encontra-se a barra de ferramentas, dividida em 11 janelas que auxiliam na construção dos objetos matemáticos. Cada uma destas janelas possui várias ferramentas, sendo que para visualizá-las basta clicar sobre a seta no canto direito do ícone, como pode ser visualizado na Figura 3.

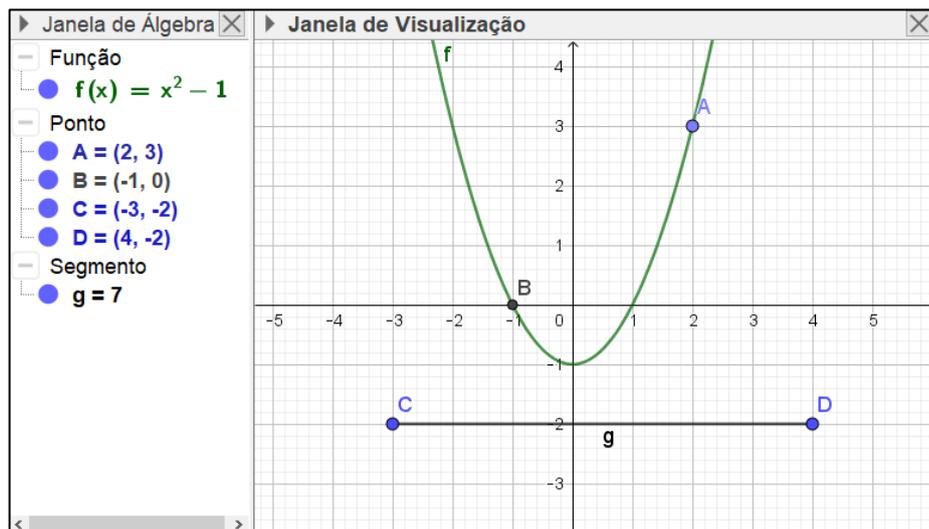
Figura 2 – Barra de ferramentas do GeoGebra



Fonte: Autora.

Na parte central encontram-se as janelas de álgebra e de visualização. Observando a Figura 3 percebemos que na janela de álgebra são exibidas as coordenadas, equações, medidas e outros atributos dos objetos construídos e na janela de visualização está a representação gráfica destes objetos.

Figura 3 - Janelas de álgebra e de visualização do GeoGebra



Fonte: Autora.

E por fim temos a caixa de entrada, localizada ao final da figura 1, que permite a digitação dos comandos.

Estas são algumas das ferramentas que serão utilizadas no desenvolvimento deste trabalho.

2.3. O USO DO SOFTWARE GEOGEBRA NO ENSINO DAS FUNÇÕES

O estudo das funções é o principal conteúdo de matemática do 1º ano do Ensino Médio. Desse modo, apresenta uma grande importância e deve ter uma atenção especial por parte do professor, tendo em vista que existe uma grande dificuldade por parte dos alunos neste conteúdo e, de acordo com os indicadores, o 1º ano do Ensino Médio é um dos anos com maiores índices de reprovação e evasão.

As orientações curriculares Nacionais do Ensino Médio dão grande ênfase à contextualização e a representação gráfica das funções, segundo elas

O estudo de *Funções* pode ser iniciado com uma exploração qualitativa das relações entre duas grandezas em diferentes situações: idade e altura; área do círculo e raio; tempo e distância percorrida; tempo e crescimento populacional; tempo e amplitude de movimento de um pêndulo, entre outras. Também é interessante provocar os alunos para que apresentem outras tantas relações funcionais e que, de início, esbocem qualitativamente os gráficos que representam essas relações, registrando os tipos de crescimento e decrescimento (mais ou menos rápido). É conveniente solicitar aos alunos que expressem em palavras uma função dada de forma algébrica, por exemplo, $f(x) = 2x + 3$, como a função que associa a um dado valor real o seu dobro, acrescido de três unidades; isso pode facilitar a identificação, por parte do aluno, da ideia de função em outras situações, como, por exemplo, no estudo da cinemática, em Física. É importante destacar o significado da representação gráfica das funções, quando alteramos seus parâmetros, ou seja, identificar os movimentos realizados pelo gráfico de uma função quando alteramos seus coeficientes. (BRASIL, 2016, p. 72).

Com isso, percebemos a importância de iniciar o conteúdo de funções deixando claro ao aluno que é uma relação entre duas grandezas. Outro fator importante destacado é a importância do aluno entender o significado de sua representação gráfica, relacionando a forma algébrica e gráfica, através de seus coeficientes. Sobre a representação gráfica das funções, as orientações curriculares ainda destacam que:

Sempre que possível, os gráficos das funções devem ser traçados a partir de um entendimento global da relação de crescimento/decrescimento entre as variáveis. A elaboração de um gráfico por meio da simples transcrição de dados tomados em uma tabela numérica não permite avançar na compreensão do comportamento das funções. (BRASIL, 2016, p. 72).

Desse modo, entende-se que não é o ideal realizar a construção gráfica por meio da tabela numérica, onde são atribuídos valores à variável x para encontrar os valores correspondentes a y , chegando aos pontos de coordenadas (x, y) , método muito utilizado em sala de aula.

As orientações curriculares para o Ensino Médio ainda destacam o uso da tecnologia para a matemática, enfatizando que:

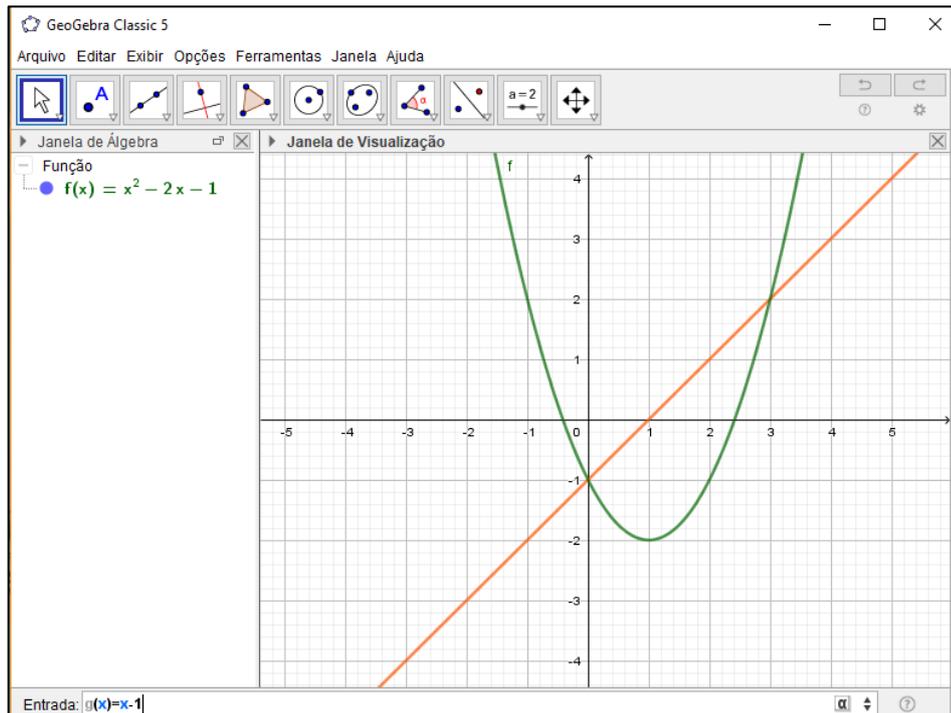
[...] há programas de computador (*softwares*) nos quais os alunos podem explorar e construir diferentes conceitos matemáticos, referidos a seguir como programas de expressão. Os programas de expressão apresentam recursos que provocam, de forma muito natural, o processo que caracteriza o “pensar matematicamente”, ou seja, os alunos fazem experimentos, testam hipóteses, esboçam conjecturas, criam estratégias para resolver problemas. São características desses programas: a) conter um certo domínio de saber matemático – a sua base de conhecimento; b) oferecer diferentes representações para um mesmo objeto matemático – numérica, algébrica, geométrica; c) possibilitar a expansão de sua base de conhecimento por meio de macro construções; d) permitir a manipulação dos objetos que estão na tela. (BRASIL, 2016, p. 88).

Além do que foi citado anteriormente ainda é destacado que para o estudo das funções existem vários destes programas de expressão, que por sua vez, seus recursos facilitam a exploração algébrica e gráfica de forma simultânea, ajudando o aluno a entender o conceito de função (BRASIL, 2016).

O software GeoGebra é um desses programas que pode auxiliar muito no estudo das funções. Ele possibilita ao professor trabalhar as relações entre a forma algébrica e gráfica, possibilitando ao aluno uma compreensão mais ampla dessas relações. Também possibilita identificar os movimentos do gráfico alterando seus coeficientes.

O trabalho com funções no GeoGebra é muito simples, não exigindo muito conhecimento sobre suas funcionalidades por parte do professor e do aluno, sendo seu manuseio muito simples. Para obter a representação gráfica de uma função basta digitá-la no campo de entrada, localizado na parte final da tela, dar enter e o gráfico aparece na janela de visualização. É possível inserir vários gráficos na mesma janela de visualização, conforme apresentado na Figura 4.

Figura 4 - Gráficos das funções polinomiais no GeoGebra

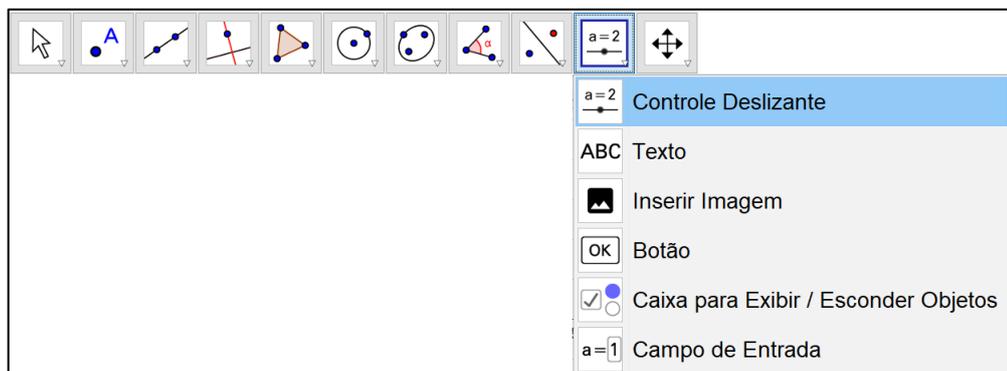


Fonte: Autora.

Conforme podemos visualizar, na Figura 4, temos na janela de visualização dois gráficos, um da função quadrática, representada pela parábola, e outra de uma função afim, representada pela reta. Observamos que ao ser inserido no campo de entrada a função afim, seu gráfico já pode ser visualizado, antes mesmo de ser teclado enter.

Para analisar as relações entre os coeficientes da função e sua representação gráfica temos a possibilidade de criar controles deslizantes, localizado em uma das janelas da barra de ferramentas, conforme pode ser visto na Figura 5.

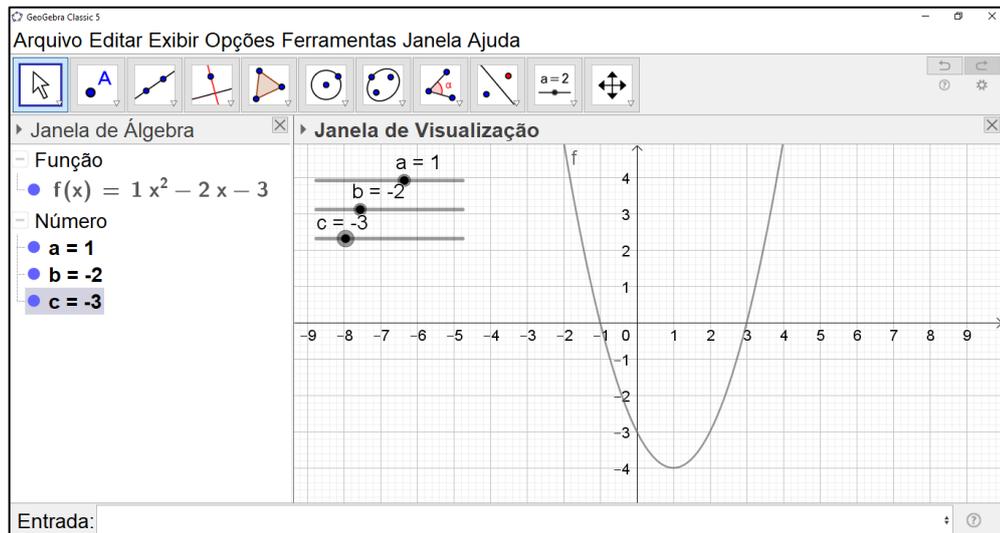
Figura 5 - Barra de ferramentas: Controle deslizante



Fonte: Autora.

Outro modo de criar um controle deslizante é digitar a função em sua forma genérica, por exemplo, $f(x) = ax^2 + bx + c$, e ao clicar enter abre uma caixa de diálogo pedindo para criar controles deslizantes para a, b, c (Figura 6).

Figura 6 - Controles deslizantes no GeoGebra



Fonte: Autora.

Com os controles deslizantes criados é possível ir variando o valor de cada um dos coeficientes e visualizando o comportamento do gráfico, e assim, estabelecer relações entre cada um dos coeficientes e o gráfico.

Assim acreditamos que os professores possuem um grande aliado ao estudo das funções, basta explorá-lo e elaborar uma aula de acordo com os objetivos a serem alcançados. Além de possibilitar melhor aprendizagem, ainda é uma fonte de estímulo aos alunos, saindo das aulas tradicionais com quadro, giz, cálculos e construções gráficas no caderno e inserindo a tecnologia.

3 O PLANO DE AULA: ANÁLISE A PRIORI

Neste capítulo, apresentamos o plano de aula a ser desenvolvido em sala de aula, contendo a estrutura curricular, os objetivos, os conhecimentos prévios e a sequência didática para o estudo das funções polinomiais, afim e quadrática.

A sequência didática será desenvolvida junto a estudantes do primeiro ano do Ensino Médio noturno de uma escola estadual do Rio Grande do Sul, tendo como objetivo que o aluno estabeleça relações entre os coeficientes da função afim e da função quadrática e seus respectivos gráficos. Os conceitos aqui tratados têm por base os livros didáticos Dante (2016), recebido pela escola pelo Plano Nacional do Livro Didático (PNLD) para uso dos alunos e Giovanni (2013).

3.1 FUNÇÃO AFIM

ESTRUTURA CURRICULAR

Nível de ensino: Ensino Médio

Componente curricular: Matemática

Tema: Álgebra

DADOS DA AULA

Objetivos

- Analisar o comportamento do gráfico da função afim de acordo com os seus coeficientes.

- Perceber as relações existentes entre os coeficientes da função afim e o gráfico.

Duração das atividades

- 3 períodos de 35 minutos cada.

Conhecimentos prévios

- Introdução e definição da função afim

Estratégias e recursos da aula

Após os alunos já possuírem os conhecimentos prévios sobre a função afim, a aula será dividida em dois momentos. No primeiro momento, em dois períodos de aula, será levado à sala de aula os netbooks, com o software GeoGebra instalado, para os alunos realizarem uma lista de atividades, onde precisam analisar o comportamento gráfico da função afim de acordo com seus coeficientes e posteriormente anotar suas interpretações. No segundo momento, em um período de aula, será feita a socialização das interpretações feitas pelos alunos, onde debaterão aquilo que perceberam com a atividade realizada no GeoGebra.

CONHECIMENTOS PRÉVIOS

Situação 1: Um representante recebe, mensalmente, um salário composto de duas partes:

- uma parte fixa, no valor de R\$ 2500,00;
- uma parte variável, que corresponde a uma comissão de 6% (0,06) sobre o total das vendas que ele faz durante o mês.

Nessas condições, podemos dizer que:

$$\text{salário mensal} = 2500 + 0,06 \cdot (\text{total das vendas do mês})$$

Observe que o salário desse vendedor é dado em função do total de vendas que ele faz durante o mês. Representando o total de vendas por x , temos:

$$s(x) = 2500 + 0,06x \quad \text{ou} \quad S(x) = 0,06x + 2500$$

Situação 2: Num reservatório havia 50 litros de água quando foi aberta uma torneira que o abastece com 20 litros de água por minuto. A quantidade de água no reservatório é dada em função do número x de minutos em que a torneira fica aberta. A lei da função é:

$$f(x) = 20x + 50$$

Questionamentos posteriores às situações iniciais:

- Quais são as partes fixas (que não dependem do valor de x) de cada uma das duas funções?
- Qual é a parte variável de cada uma das funções?
- Chamando de b a parte fixa e de a o coeficiente da parte variável, vamos escrever fórmula geral para representar funções desse tipo.

Uma função $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ chama-se função afim quando existem dois números reais a e b tal que $f(x) = ax + b$ para todo $x \in \mathbb{R}$.

Exemplos:

$$\text{a) } f(x) = 2x + 1 \quad (a = 2 \text{ e } b = 1)$$

b) $f(x) = -x + 4$ ($a = -1$ e $b = 4$)

c) $f(x) = 4x$ ($a = 4$ e $b = 0$)

d) $f(x) = 6$ ($a = 0$ e $b = 6$)

PRIMEIRO MOMENTO DA AULA

Acreditamos que este momento será de dificuldade para os alunos, pois envolve imensa interpretação dos gráficos encontrados. Então, será necessário o professor intervir com algumas dicas que auxiliem os alunos a perceber aquilo que se espera.

**ATIVIDADE SOBRE FUNÇÃO AFIM ($y = ax + b$) COM USO DO SOFTWARE
GEOGEBRA**

1. Construa, no GeoGebra, o gráfico das seguintes funções:

f: $y = 2x + 1$

g: $y = -2x + 1$

a) Qual o valor dos coeficientes a e b das funções f e g?

função f: $a = \dots\dots\dots$ e $b = \dots\dots\dots$

função g: $a = \dots\dots\dots$ e $b = \dots\dots\dots$

b) O gráfico de uma função afim é uma reta ou uma curva?

.....

c) Classifique as funções em crescente ou decrescente.

.....

.....

d) Você pode estabelecer alguma relação entre o coeficiente a da função e o fato dela ser crescente ou decrescente? Qual?

.....

.....

.....

e) A partir da conclusão do item anterior dê a lei de uma função afim que seja crescente e outra decrescente.

crescente: decrescente:

2. Construa, no GeoGebra, o gráfico das seguintes funções.

f: $y = 0.2x + 1$

h: $y = 2x + 1$

j: $y = 4x + 1$

SEGUNDO MOMENTO DA AULA

Nesse momento será feita a socialização das interpretações feitas pelos alunos, onde debaterão aquilo que perceberam com a atividade realizada no GeoGebra. Na sequência será explanado a eles os conceitos pertinentes aos coeficientes a e b da função $f(x) = ax + b$, conforme segue.

O coeficiente de x , “ a ” é chamado de coeficiente angular ou taxa de variação e está ligado à inclinação da reta em relação ao eixo x . Quando o coeficiente é maior que zero (positivo) temos uma função afim crescente, quando é menor que zero (negativo) temos uma função afim decrescente.

O coeficiente “ b ” é chamado de coeficiente linear, correspondendo ao ponto de intersecção entre o gráfico da função e o eixo y , ou seja, o gráfico de uma função afim necessariamente passa pelo ponto $(0, b)$.

Quando $b = 0$, a função afim é chamada linear. Nesse caso, o gráfico passa pelo ponto $(0,0)$, e sua expressão é dada por $f(x) = ax$, com $a \neq 0$.

Quando $a = 0$, a função é constante e o gráfico é paralelo ao eixo x , cuja expressão é dada por $f(x) = b$.

AVALIAÇÃO

Avaliação contínua através das análises realizadas pelos alunos e a construção dos gráficos no GeoGebra. Além disso, o professor também pode avaliar o envolvimento do aluno nas discussões.

3.2 FUNÇÃO QUADRÁTICA

ESTRUTURA CURRICULAR

Nível de ensino: Ensino Médio

Componente curricular: Matemática

Tema: Álgebra

DADOS DA AULA

Objetivos

- Analisar o comportamento do gráfico da função quadrática de acordo com os seus coeficientes.

- Perceber as relações existentes entre os coeficientes da função quadrática e o gráfico.

Duração das atividades

- 4 períodos de 35 minutos cada.

Conhecimentos prévios

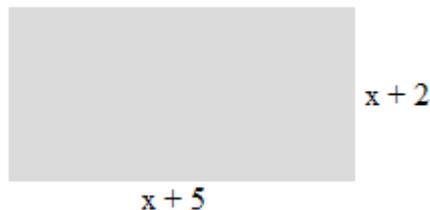
- Introdução e definição da função quadrática.
- Características do gráfico da função quadrática

Estratégias e recursos da aula

Após os alunos já possuírem os conhecimentos prévios sobre a função quadrática, a aula será dividida em três momentos. No primeiro momento, em dois períodos de aula, os alunos serão encaminhados ao Laboratório de Informática para realizarem uma lista de atividades, no GeoGebra on-line, onde precisam analisar o comportamento gráfico da função quadrática de acordo com seus coeficientes e posteriormente anotar suas interpretações. No segundo momento, em um período de aula, será feita a socialização das interpretações feitas pelos alunos, onde debaterão aquilo que perceberam com a atividade realizada no GeoGebra. No terceiro momento, em um período de aula, será realizada uma lista de exercícios.

CONHECIMENTOS PRÉVIOS

Considere um retângulo cujos lados têm suas medidas expressas por $(x + 5)$ unidades e $(x + 2)$ unidades, conforme figura abaixo.



Para calcular a área A desse retângulo, multiplicamos as medidas de seus lados, obtendo:

$$A = (x + 5)(x + 2)$$

$$A = x^2 + 2x + 5x + 10$$

$$A = x^2 + 7x + 10$$

Observe que a área A é função da medida x , e podemos escrever a lei da função como $f(x) = x^2 + 7x + 10$.

Esse é um exemplo da lei de uma função quadrática.

Uma função $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, que a todo número $x \in \mathbb{R}$ associa o número $ax^2 + bx + c$, com a, b, c reais e $a \neq 0$ é chamada de função quadrática, e escreve $f(x) = ax^2 + bx + c$ ou $y = ax^2 + bx + c$. Os números a, b e c são os coeficientes da função.

Assim, as funções definidas pelas leis descritas a seguir são alguns exemplos de funções quadráticas:

$$f(x) = x^2 - 3x + 4 \quad \text{coeficientes: } a = 1, b = -3 \text{ e } c = 4$$

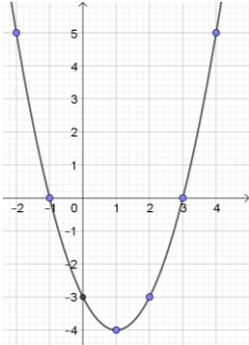
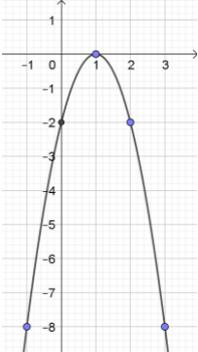
$$g(x) = 8x^2 - 1 \quad \text{coeficientes: } a = 8, b = 0 \text{ e } c = -1$$

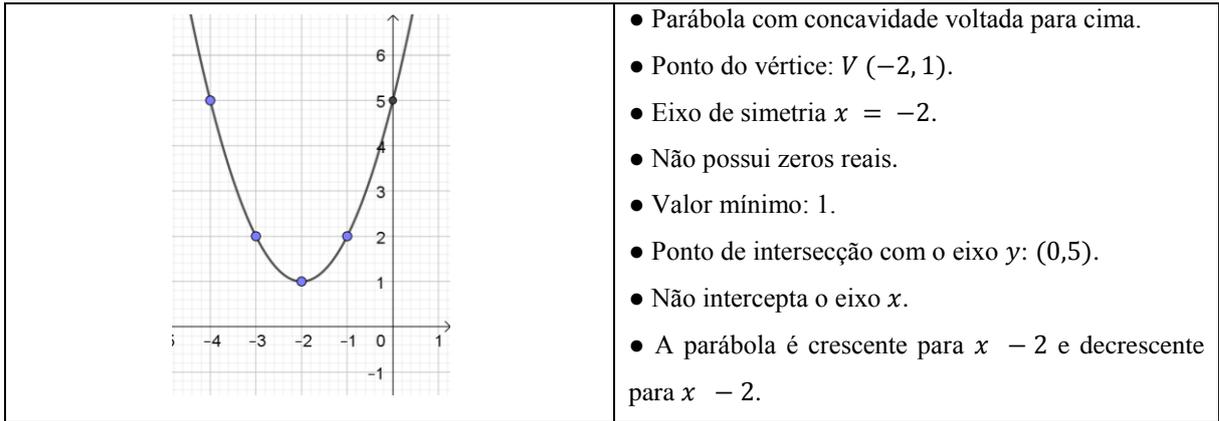
$$y = -x^2 + \frac{3}{2}x \quad \text{coeficientes: } a = -1, b = \frac{3}{2} \text{ e } c = 0$$

$$y = -5x^2 \quad \text{coeficientes: } a = -5, b = 0 \text{ e } c = 0$$

Analisemos alguns exemplos de gráficos de função quadrática e suas características (Figura 7).

Figura 7 - Gráficos e características da função quadrática

Gráfico	Características
	<ul style="list-style-type: none"> ● Parábola com concavidade voltada para cima. ● Ponto do vértice $V(1, -4)$. ● Eixo de simetria $x = 1$. ● Zeros da função: -1 e 3. ● Valor mínimo: -4. ● Ponto de interseção com o eixo y: $(0, -3)$. ● Pontos de interseção com o eixo x: $(-1, 0)$ e $(3, 0)$ ● A função é crescente para $x > 1$ e decrescente para $x < 1$.
	<ul style="list-style-type: none"> ● Parábola com concavidade voltada para baixo. ● Ponto do vértice: $V(1, 0)$. ● Eixo de simetria $x = 1$. ● Zero da função: 1. ● Valor máximo: 0. ● Ponto de interseção com o eixo y: $(0, -2)$. ● Ponto de interseção com o eixo x: $(1, 0)$. ● A função é crescente para $x < 1$ e decrescente para $x > 1$.



PRIMEIRO MOMENTO

Nesse momento os alunos receberão uma sequência de atividades a serem realizadas no GeoGebra com o intuito de analisar a variação dos coeficientes a, b e c , observando o comportamento da parábola, realizando suas interpretações e anotando-as.

Certamente nesse momento os alunos encontrarão muitas dificuldades, principalmente na análise do coeficiente b , que exige uma interpretação maior do que em relação aos coeficientes a e c .

ATIVIDADE SOBRE FUNÇÃO QUADRÁTICA ($y = ax^2 + bx + c$) COM USO DO SOFTWARE GEOGEBRA

Digite no campo de entrada $y = ax^2 + bx + c$ e crie controles deslizantes para os coeficientes a, b, c .

1. Estudo do coeficiente “a”

Mantenha os valores de $b = 1$ e $c = 1$ e movimente a controle deslizante de “a”.

a) O que você observou em relação ao sinal (positivo ou negativo) do coeficiente “a”?

.....

.....

.....

b) O que você observou em relação ao valor absoluto (distância até o zero) do coeficiente “a”?

.....

.....

.....

 c) O que acontece quando o coeficiente “ a ” for igual a zero? Explique.

.....

2. Estudo do coeficiente “ c ”

Mantenha os valores de $a = 1$ e $b = 1$ e movimente a controle deslizante de “ c ”, para $c = 2, c = 3, c = 4, c = 5, c = -1, c = -2, c = -3, c = -4$ e $c = -5$ e observe o que ocorre na parábola. Qual a relação do coeficiente “ c ” com a parábola?

.....
2. Estudo do coeficiente “ b ”

Mantenha os valores de $a = 1$ e $c = 1$ e movimente a controle deslizante de “ b ”.

a) O que você observou na parábola quando $b = 0$?

.....

 b) O que você observou em relação ao sinal (positivo ou negativo) do coeficiente “ b ”?

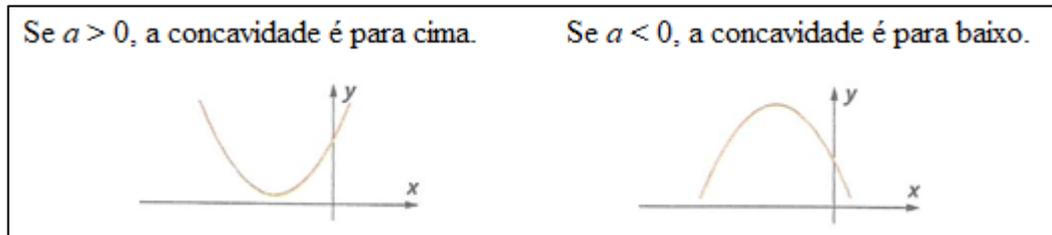
.....
SEGUNDO MOMENTO

Será feita a socialização das interpretações feitas pelos alunos, onde debaterão aquilo que perceberam com a atividade realizada no GeoGebra. Na sequência será explanado a eles os conceitos associados aos coeficientes a, b e c da função $f(x) = ax^2 + bx + c$, conforme segue.

Coefficiente a .

O coeficiente a é responsável pela concavidade (figura 8) e abertura da parábola (figura 9).

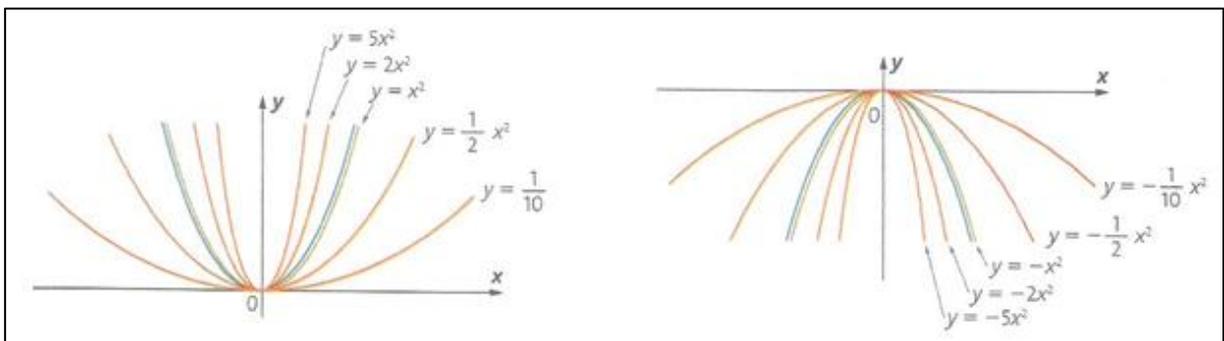
Figura 8 - Concavidade da parábola.



Fonte: Adaptado de Dante, 2016, p.118.

Quanto maior o valor absoluto de a , menor será a abertura da parábola (parábola mais “fechada”), independente da concavidade ser para cima ou para baixo, conforme exemplo na figura 9.

Figura 9 - Abertura da parábola.

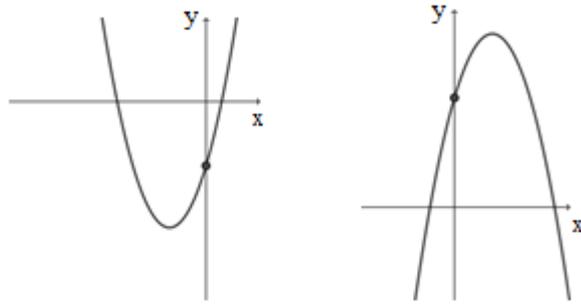


Fonte: Adaptado de Dante, 2016, p.118.

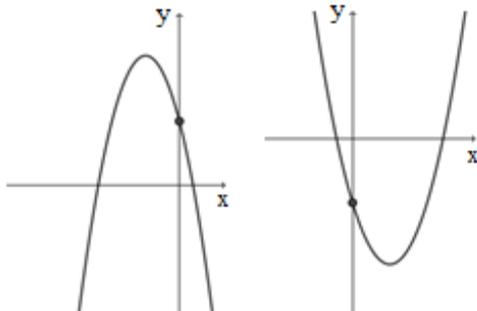
Coefficiente b

O sinal coeficiente b indica se a parábola intercepta o eixo y na parte crescente ou decrescente da parábola.

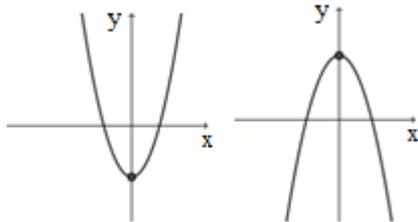
- Se $b > 0$, a parábola intercepta o eixo y na parte crescente.



- Se $b < 0$, a parábola intercepta o eixo y na parte decrescente.

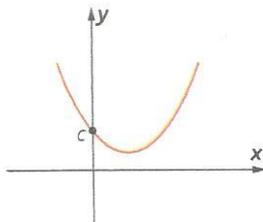


- Se $b = 0$, a parábola intercepta o eixo y no vértice.



Coefficiente c

O coeficiente c indica o ponto onde a parábola intercepta o eixo y , pois para $x = 0$, a $f(0) = c$, ou seja, o ponto é $(0, c)$.



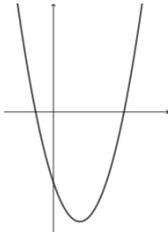
TERCEIRO MOMENTO

Para que os alunos visualizem a relação existente entre os coeficientes e a parábola, será realizado o seguinte exercício:

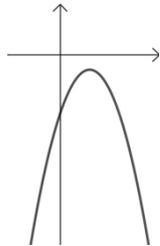
Análise os gráficos e numere-os de acordo com o sinal dos coeficientes a, b, c .

(A)	(B)	(C)	(D)	(E)	(F)	(G)	(H)	(I)	(J)
$a > 0$	$a < 0$								
$b > 0$	$b > 0$	$b = 0$	$b < 0$	$b = 0$	$b > 0$	$b > 0$	$b < 0$	$b < 0$	$b = 0$
$c > 0$	$c < 0$	$c < 0$	$c < 0$	$c = 0$	$c > 0$	$c < 0$	$c = 0$	$c > 0$	$c > 0$

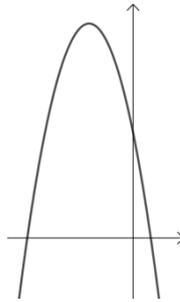
1()



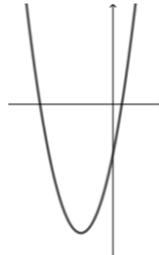
2()



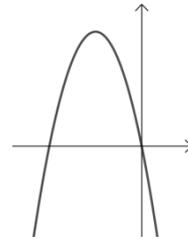
3()



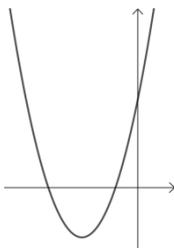
4()



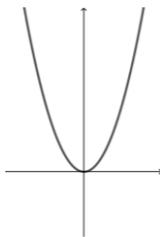
5()



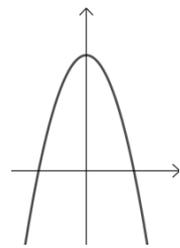
6()



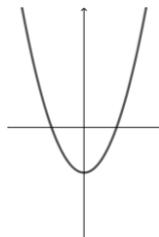
7()



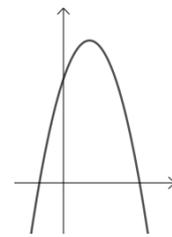
8()



9()



10()



4 ANÁLISE A POSTERIORI

Neste capítulo apresentamos uma descrição de como as aulas foram desenvolvidas e a análise e discussão dos resultados obtidos.

4.1 FUNÇÃO AFIM

A aula envolvendo a função afim foi desenvolvida nos dias 31 de julho e 3 de agosto de 2018, após duas semanas de recesso escolar, no 1º ano do Ensino Médio noturno. Foram utilizados três períodos de aula, com 35 minutos cada, totalizando uma hora e quarenta e cinco minutos.

No dia 31 de julho foi aplicada a prática com o GeoGebra com a presença de treze alunos; destes, sete realizaram toda atividade e seis parcialmente. Vale destacar que dos sete alunos que realizaram toda atividade, dois são alunos que não frequentavam a aula há algumas semanas e normalmente quando estavam presentes na aula não realizavam as atividades propostas.

Inicialmente foram levados à sala de aula os netbooks, com o software GeoGebra já instalado, que ficam guardados na sala de informática. Como os alunos não possuíam conhecimento sobre o software, exceto os repetentes que já o conheciam do ano anterior, primeiramente foi explanado os principais comandos associados.

Durante a atividade percebemos claramente que alguns alunos interpretavam o comportamento das retas, porém muitas vezes não conseguiam expressar-se por escrito, então para não os influenciar em suas respostas orientamos que escrevessem da forma que melhor achassem e não se preocupassem tanto com as palavras. A seguir apresentamos uma síntese das respostas dos alunos às atividades propostas.

Questão 1: Construa, no GeoGebra, o gráfico das seguintes funções:

$$f: y = 2x + 1$$

$$g: y = -2x + 1$$

Item a: Qual o valor dos coeficientes a e b das funções f e g ?

função f : $a = \dots\dots\dots$ e $b = \dots\dots\dots$

função g : $a = \dots\dots\dots$ e $b = \dots\dots\dots$

Nesta questão os alunos precisavam reconhecer os coeficientes da função. Dos 13 alunos, 76,9% responderam corretamente, os demais, 23,1%, cometeram o equívoco de colocar a variável x junto ao coeficiente a , sendo que os coeficientes são números reais e o coeficiente a é o número que acompanha a variável x .

Item b: O gráfico de uma função afim é uma reta ou uma curva?

O item b foi respondido corretamente por todos os alunos, sendo assim, todos têm clareza que o gráfico da função afim é uma reta.

Item c: Classifique as funções em crescente ou decrescente.

Quanto ao crescimento e decrescimento das retas todos os alunos classificaram corretamente, a função $f: y = 2x + 1$ sendo crescente e a função $g: y = -2x + 1$ como decrescente. Desse modo observamos que não houve dúvidas neste conceito.

Item d: Você pode estabelecer alguma relação entre o coeficiente a da função e o fato dela ser crescente ou decrescente? Qual?

Dos 13 alunos que participaram da aula, 61,5% dos alunos responderam corretamente que quando o coeficiente a é positivo a função é crescente e quando é negativo, a função é decrescente, enquanto que 7,7% dos alunos colocaram que as funções têm o mesmo coeficiente, porém um é positivo e outro negativo, não estabelecendo nenhuma relação com o crescimento e decrescimento da função. E 30,8% dos alunos não responderam a questão.

Item e: A partir da conclusão do item anterior dê a lei de uma função afim que seja crescente e outra decrescente.

crescente: decrescente:

No momento de exemplificar uma função crescente e outra decrescente, 69,2% dos alunos responderam corretamente, inclusive o aluno que no item anterior não havia relacionado o coeficiente a com a reta crescente e decrescente, soube identificar uma função crescente e outra decrescente, o que nos dá evidências de que o aluno compreendeu o conceito esperado. Novamente 30,8% dos alunos não responderam este item. Na Figura 10 é mostrado a resolução feita por um dos alunos.

Figura 10 – Resolução da Questão 1 e)

e) A partir da conclusão do item anterior dê a lei de uma função afim que seja crescente e outra decrescente.

crescente: $f: y = 4x + 3$ decrescente: $f: y = -5x + 4$

Fonte: Registro do aluno.

Questão 2: Construa, no GeoGebra, o gráfico das seguintes funções.

$$f: y = 0.2x + 1$$

$$h: y = 2x + 1$$

$$j: y = 4x + 1$$

$$g: y = x + 1$$

$$i: y = 3x + 1$$

Nestas funções houve a alteração do coeficiente a . Na sua opinião, que influência o coeficiente a tem no gráfico?

Nesta questão se esperava que os alunos percebessem a relação existente entre coeficiente a e a inclinação da reta em relação ao eixo x . Mais uma vez os 30,8% dos alunos não responderam, outros 30,8% não perceberam a diferença na inclinação, colocaram em suas respostas que a reta pode ficar em qualquer parte do plano cartesiano ou que a reta fica perto ou longe. Já 38,4% apesar de não se expressarem corretamente usando a expressão “inclinação em relação ao eixo “ x ” foi possível perceber que tiveram essa interpretação usando as palavras ângulo e elevação. Uma resposta chegou bem próxima ao esperado: “O coeficiente a influencia no eixo x mudando a elevação da reta”.

Questão 3: Construa, no GeoGebra, o gráfico das seguintes funções.

$$f: y = x + 4$$

$$h: y = x - 2$$

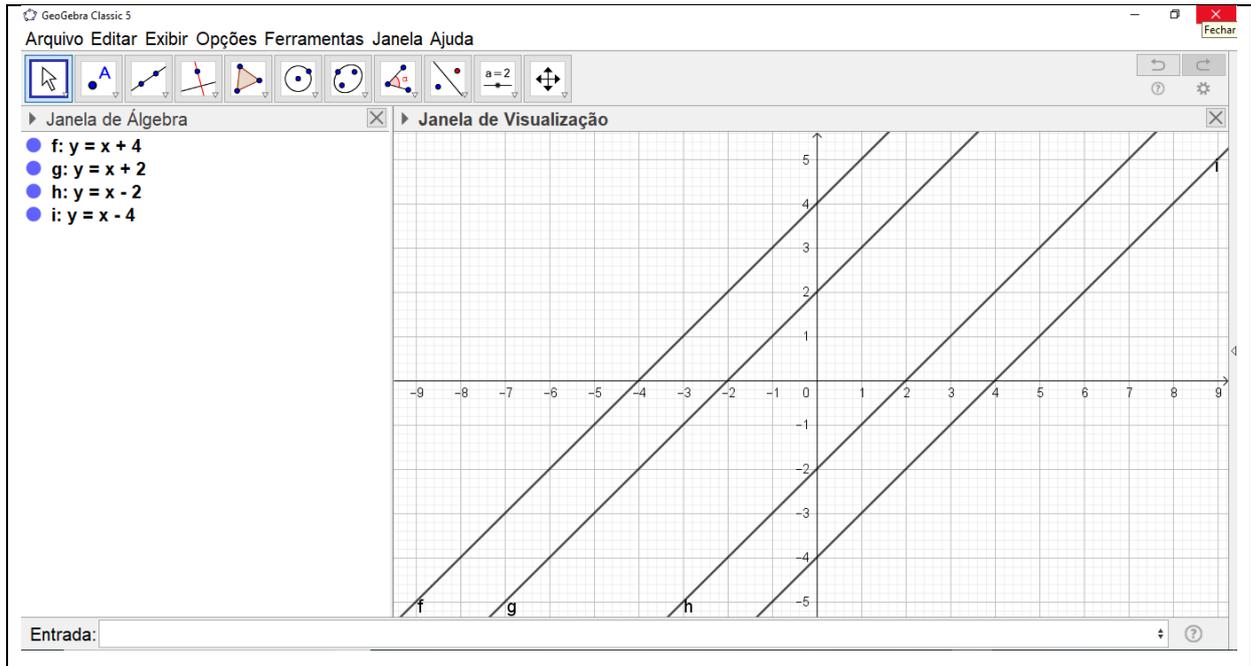
$$g: y = x + 2$$

$$i: y = x - 4$$

Nestas funções houve a alteração do coeficiente b . Que influência o coeficiente b tem no gráfico?

Nessa questão se esperava que percebessem que o coeficiente b está relacionado com a intersecção da reta com o eixo y . Somente 38,4% dos alunos tiveram este entendimento, porém não citaram que a reta intercepta o eixo y no ponto $(0, b)$. Já 15,4% colocaram que não concluíram nada e 46,2% deixaram a questão em branco. Na Figura 11 está representada a construção dos gráficos no GeoGebra.

Figura 11 – Construção de gráficos no GeoGebra



Fonte: Print da tela do netbook usado pelo aluno.

Questão 4: Agora vamos verificar o que acontece com o gráfico da função afim quando o coeficiente b é igual a zero. Para isso construa o gráfico das seguintes funções:

$$f: y = -5x \qquad g: y = -2x \qquad h: y = 2x \qquad i: y = 5x$$

O que você concluiu?

A maioria dos alunos, 84,6%, teve o entendimento esperado nesta questão, porém ao invés de responderem que as retas passam pelo ponto $(0,0)$ ou pela origem, usaram as expressões “passa pelo ponto 0”, “passa pelo número 0” ou simplesmente “passam pelo 0”. Apesar da taxa ter diminuído, ainda 15,45% dos alunos continuaram não respondendo.

Questão 5: Para finalizar, vamos verificar o que acontece com o gráfico da função afim quando o coeficiente a é igual a zero. Para isso construa o gráfico das seguintes funções:

$$f: y = 5 \qquad g: y = 1 \qquad h: y = -2$$

O que você concluiu?

Nenhum aluno respondeu que quando o coeficiente a for zero a função é constante, ainda que 23,1% deles soube dar uma resposta coerente, colocando que a reta é horizontal e apenas “corta” o eixo y . Já 30,8% não tiveram um bom entendimento, colocando como resposta que a reta muda de posição, ficando mais alta ou mais baixa; que a reta fica em uma

posição igual ou que a reta fica em níveis deferentes. E mais uma vez um grande número de alunos não respondeu esta questão, 46,1% deles.

Com esta atividade é possível perceber que quanto maior o nível de interpretação necessária, maior é a dificuldade apresentada pelo aluno. Outro fator negativo foi a falta de interesse de alguns alunos, que não demonstraram nenhum esforço para realizar a atividade proposta, realizando somente aquelas que não era preciso pensar muito.

Na aula do dia 3 de agosto, em um período de aula, foram feitas as discussões referente a atividade, sendo que a partir das colocações dos alunos, os conceitos de cada item analisado foram sendo escritos no quadro para, na sequência, os alunos anotarem em seus cadernos.

4.2 FUNÇÃO QUADRÁTICA

A aula sobre a função quadrática foi desenvolvida nos dias 2, 5 e 9 de outubro de 2018 na mesma turma do 1º ano do Ensino Médio noturno, num total de quatro períodos de 35 minutos cada, totalizando 2 horas e 20 minutos.

A atividade com o software GeoGebra foi desenvolvida em dois períodos no dia 2, com nove alunos presentes na aula, porém desta vez não foi possível utilizar os netbooks pois o armário onde ficam guardados não estava distribuindo corrente elétrica para eles carregarem. Então, encaminhamos os alunos ao laboratório de informática e utilizamos a versão online do GeoGebra.

Inicialmente foram dadas as orientações e os alunos começaram a atividade. Alguns tiveram um pouco de dificuldade em criar os controles deslizantes, então individualmente foram sendo ajudados e já orientados em como utilizar os controles deslizantes. A seguir, apresentamos a análise das respostas dos alunos.

Questão 1: Estudo do coeficiente “ a ”

Mantenha os valores de $b = 1$ e $c = 1$ e movimente a controle deslizante de “ a ”.

Item a: O que você observou em relação ao sinal (positivo ou negativo) do coeficiente “ a ”?

Dos 9 alunos presentes na aula, 22,2% dos alunos não responderam corretamente esta questão, os demais, 77,8%, responderam que o coeficiente a define se a parábola tem concavidade para cima ou para baixo, porém, destes, somente 33,3% colocaram que quando o coeficiente a é positivo a concavidade fica voltada para cima e, se negativo, para baixo.

Assim, observou-se que a maioria percebeu a relação existente entre o sinal do coeficiente a e a concavidade da parábola.

Item b: O que você observou em relação ao valor absoluto (distância até o zero) do coeficiente “ a ”?

Nessa questão esperava-se que os alunos percebessem que o coeficiente a também é responsável pela abertura da parábola. Porém, 11,1% dos alunos não souberam dar uma resposta coerente e, 88,9% não responderam de forma correta, embora, percebemos que eles entenderam o conceito, mas não conseguiram expressar-se por escrito. A maioria colocou que define a curvatura da parábola, outros que se aproxima ou distancia e também foi citada a simetria da parábola. Na Figura 12 é mostrado algumas respostas dos alunos.

Figura 12 – Resolução da Questão 1 b)

<p>b) O que você observou em relação ao valor absoluto (distância até o zero) do coeficiente “a”?</p> <p>..... Define a curvatura da parábola e a simetria.</p> <p>b) O que você observou em relação ao valor absoluto (distância até o zero) do coeficiente “a”?</p> <p>..... Ela se aproxima do eixo xy.</p>
--

Fonte: Registro dos alunos.

Item c: O que acontece quando o coeficiente “ a ” for igual a zero? Explique.

Dos alunos presentes a aula, 11,1% respondeu que muda a forma e 88,9% que forma uma reta, mas não associaram que na definição da função quadrática $f(x) = ax^2 + bx + c$ o coeficiente a deve ser diferente de zero. Sendo que se $a = 0$, a função não é quadrática e sim afim.

Questão 2: Estudo do coeficiente “ c ”

Mantenha os valores de $a = 1$ e $b = 1$ e movimente a controle deslizante de “ c ”, para $c = 2$, $c = 3$, $c = 4$, $c = 5$, $c = -1$, $c = -2$, $c = -3$, $c = -4$ e $c = -5$ e observe o que ocorre na parábola. Qual a relação do coeficiente “ c ” com a parábola?

Nenhum aluno percebeu que o valor de c é onde a parábola corta o eixo y , ou seja, a parábola corta o eixo y no ponto $(0, c)$. Porém alguns alunos chegaram próximos a essa resposta; 33,3% colocaram que o coeficiente c muda o ponto de intersecção com o eixo y ,

22,2% que de acordo com o coeficiente c a parábola movimenta/desloca para cima ou para baixo e 44,5% não responderam corretamente a questão.

Questão 3: Estudo do coeficiente “ b ”

Mantenha os valores de $a = 1$ e $c = 1$ e movimente a controle deslizante de “ b ”.

Item a: O que você observou na parábola quando $b = 0$?

Dos 9 alunos presentes a aula, 33,3% escreveram corretamente que o vértice se localiza sobre o eixo y , 11,1% se equivocou e escreveu que a parábola fica sobre o eixo y e 55,6 % dos alunos não conseguiram estabelecer nenhuma relação entre o vértice e o eixo y .

Item b: O que você observou em relação ao sinal (positivo ou negativo) do coeficiente “ b ”?

Certamente a questão mais difícil de interpretar e visualizar, tanto que nenhum aluno respondeu corretamente. Um aluno não respondeu à questão e os demais escreveram que altera o ponto do vértice ou a parábola se move para os lados.

Assim podemos perceber que os alunos tiveram muita dificuldade em realizar esta atividade, principalmente em interpretar o gráfico e posteriormente estabelecer as relações necessárias.

Na Figura 13 é mostrado os alunos realizando as atividades no laboratório da escola.

Figura 13 – Alunos no laboratório de informática realizando as atividades.



Fonte: Registros da autora.

No dia 5 de outubro realizamos, em um período de 35 minutos, as discussões referentes a atividade da aula anterior. Foi um momento muito produtivo, com grandes trocas de saberes, sendo que muitas vezes os alunos não sabiam responder os meus questionamentos sobre o que acontecia com a parábola de acordo com o coeficiente, então utilizavam as mãos e braços para demonstrar com gestos.

Na medida em que íamos comentando, foi passado no quadro as relações entre cada coeficiente e a parábola para que anotassem em seus cadernos.

E, por fim, no dia 9 de outubro, em um período de aula, foi o momento de avaliar se os alunos realmente assimilaram aquilo que era esperado. Então, para relembrar, iniciei colocando o esboço de três parábolas no quadro e solicitei que os alunos respondessem se cada um dos coeficientes a , b e c era maior, menor ou igual a zero. Houve participação de todos. Na sequência foi realizada a resolução do exercício em que os alunos deveriam relacionar dez gráficos com seus respectivos coeficientes. Nesta aula estavam presentes sete alunos e dois dos que haviam participado da atividade no GeoGebra faltaram. Observamos que o aproveitamento destes alunos foi muito satisfatório, sendo que, cinco acertaram todas as questões e dois acertaram 8 questões.

4.3 AVALIAÇÃO DAS AULAS

As aulas aplicadas foram satisfatórias, pois o entusiasmo dos alunos aumentou. Alguns que pouco desenvolvem as atividades tradicionais da aula foram extremamente participativos e desenvolveram todas as atividades propostas.

Como forma de avaliar o trabalho desenvolvido, depois de cada atividade no software GeoGebra, solicitou-se que os alunos descrevessem a sua opinião sobre seu uso em aula. Pelas respostas dos alunos percebe-se que gostaram da inserção da tecnologia.

Abaixo seguem as perguntas e algumas das opiniões dos alunos com a atividade da função afim:

1. Você encontrou alguma dificuldade durante a realização das atividades ou durante a construção dos gráficos no software GeoGebra? Justifique.

- “Não!!! Até agora está fácil de manuseá-lo”.

- “Não, simplesmente manuseável”.

2. Você gostou da forma em que as atividades foram desenvolvidas? O uso do software GeoGebra facilitou sua compreensão? Justifique.

- “Sim!!! Facilitou muito podemos descobrir sozinhos como um jogo de enigmas.... Simplesmente gostei”.

- “Sim. É mais fácil na hora de saber quando é ou não crescente. E consegui ver mais fácil o gráfico se modificar a cada função dada”.

Também após a atividade da função quadrática pediu-se a opinião dos alunos, conforme segue:

1. Você acha que quando o aluno formula seus próprios conceitos a respeito do conteúdo ele fixa mais facilmente do que quando recebe os conceitos prontos pelo professor? Explique.

- “Sim, pois pondo em prática e exercitando a mente, os conceitos são melhores entendidos e fixados”.

- “Sim. Por o aluno estar criando um conceito e o colocando em pratica ao mesmo tempo”.

- “Não bem assim. O aluno acaba aprendendo facilmente quando nesse caso há a intervenção do professor corrigindo-o e o ajudando”.

- “Não, eu acho que com os conceitos prontos facilita mais o aprendizado para depois colocar em prática e criar outros conceitos”.

2. Na sua opinião a utilização do GeoGebra auxiliou na sua aprendizagem e fixação do conteúdo abordado? Explique por quê?

-“Sim, pois dá uma melhor noção de como funciona os coeficientes e o gráfico, os sinais e uma parábola”.

- “Sim, por que foi mais fácil elaborar as questões e ver as mudanças ocorridas nos gráficos na alteração dos valores”.

- “Sim, auxiliou. Pois é um aplicativo fácil de ser manuseado e entendido, trazendo assim, maior aprendizado sobre o conteúdo”.

- “Sim, na minha opinião, com o uso da tecnologia tudo se torna mais fácil e concreto”.

- “Sim, pois quando colocamos em prática o que aprendemos fixa mais o conteúdo e o GeoGebra facilita bastante”.

3. Outras considerações sobre a atividade proposta.

- “Utilizar mais vezes o GeoGebra para produzir os gráficos em aula”.

- “Com a interferência do professor e a tentativa de autodidatismo, o conteúdo fixa-se melhor na cabeça do aluno”.

- “É mais visível os conceitos sobre o conteúdo. Acredito que deveria ser usado com mais frequência”.

- “Essa atividade é mais interessante que as ‘aulas normais’”.

A partir das respostas dos alunos percebemos que a tecnologia auxilia bastante as aulas de matemática, tanto na aprendizagem dos alunos quanto no interesse e entusiasmo. Após o desenvolvimento destas atividades, os alunos sempre questionam quando voltarão a utilizar o software GeoGebra.

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

O presente trabalho teve por objetivo a utilização de um recurso tecnológico, em particular, o software GeoGebra, no estudo da variação dos coeficientes das funções afim e quadrática. Este software proporciona uma melhor análise da relação existente entre os coeficientes e o gráfico, sendo que se construídos à mão levar-se-ia muito tempo e as possibilidades seriam reduzidas.

É muito importante o aluno saber das implicações resultantes dos coeficientes na construção gráfica da função. Estas informações o auxiliam a construir o gráfico apenas utilizando os pontos importantes, como raízes e vértice, não sendo necessária a tão usada tabela, possibilitando ao aluno um conhecimento mais amplo da relação existente entre a lei da função e o gráfico.

Além da aprendizagem, o uso de uma tecnologia interfere no interesse dos alunos para com as aulas. Uma aula diferenciada desperta a curiosidade com o novo, diferente daquilo que ele já está acostumado nas aulas tradicionais, o conduzindo a aprendizagem prazerosa e significativa.

Este trabalho teve início com uma fundamentação teórica sobre o tema e posteriormente, o planejamento de duas sequências didáticas, uma para a função afim e outra para a função quadrática. Essas sequências foram elaboradas com o objetivo de o aluno explorar e analisar as implicações dos coeficientes no gráfico.

Essas sequências didáticas foram aplicadas em uma turma de 1º ano do Ensino Médio no momento que tais conteúdos estavam sendo trabalhados, ou seja, no transcorrer normal das aulas, possibilitando uma melhor observação dos alunos posteriormente as atividades desenvolvidas.

Durante a realização das atividades no software GeoGebra, percebemos que muitos conceitos que esperávamos que os alunos compreendessem não ficaram claros para eles. Houve muita dificuldade na interpretação daquilo que estava sendo visualizado nos gráficos, e também na forma de se expressar corretamente por escrito.

Porém, posteriormente à realização da atividade no GeoGebra, num momento de debate e socialização, em que cada aluno expos suas percepções da atividade e a professora conduzindo e indagando para que chegassem naquilo que era esperado, as relações entre os coeficientes e o gráfico foram muito bem compreendidos pelos alunos.

Vale a pena destacar que, com estas atividades, percebemos que houve a real assimilação destes conceitos por parte dos alunos, ou seja, souberam aplica-los no decorrer das próximas aulas, sendo que normalmente, quando as informações são simplesmente repassadas ao aluno, acabam ficando no esquecimento.

Contudo, acreditamos que essa proposta seria muito mais proveitosa se a socialização das percepções de cada aluno fosse realizada juntamente com a atividade no GeoGebra, ou seja, assim que cada um dos exercícios fosse concluído pelos alunos, já poderia ser feita a construção do conceito pretendido pelos alunos, com o auxílio da professora. Com isso os alunos poderiam visualizar novamente os gráficos e ter uma melhor aprendizagem.

Para finalizar, certamente restam algumas lacunas neste trabalho, mas, devido ao tempo, não foi possível aprofundar amplamente. Contudo, um estudo mais amplo, com a realização de mais atividades no GeoGebra, possibilitaria um melhor estudo nas implicações do uso deste software no estudo das funções polinomiais e as relações com as variações dos coeficientes e o gráfico.

REFERÊNCIAS

BRASIL. Orientações Educacionais Complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais: Ciências da Natureza, Matemática e suas tecnologias. Brasília: Ministério da Educação, Secretaria da Educação Básica, 2016. 135 p. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/book_volume_02_internet.pdf>. Acesso em: 13 out. 2018.

DANTE, Luiz Roberto. **Matemática: contexto & aplicações: ensino médio**. 3. ed. São Paulo: Ática, 2016. 288 p.

GIOVANNI, José Ruy. et al. **Matemática uma nova abordagem: trigonometria: 1º ano, ensino médio**. 3. ed. São Paulo: FTD, 2013. 400 p.

PONTIFÍCIA UNIVERSIDADE CATÓLICA DE SÃO PAULO. Instituto São Paulo GeoGebra. **Sobre o GeoGebra**. São Paulo. Disponível em: <<https://www.pucsp.br/geogebra/geogebra.html>>. Acesso em: 29 set. 2018.

SÁ, Adriana Lourenço de; MACHADO, Marília Costa. O uso do software GeoGebra no estudo de funções. In: Encontro Virtual de Documentação em Software Livre e Congresso Internacional de Linguagem e Tecnologia Online, v. 6, n. 1, 2017. Belo Horizonte. **Anais**. Belo Horizonte: Universidade Federal de Minas Gerais, 2017. Disponível em: <http://www.periodicos.letras.ufmg.br/index.php/anais_linguagem_tecnologia/issue/view/583/showToc>. Acesso em: 29 set. 2018

SECRETARIA DA EDUCAÇÃO DO ESTADO DO RIO GRANDE DO SUL. **Núcleos de tecnologia educacionais (NTEs)**. Porto Alegre, 2018. Disponível em: <<http://www.educacao.rs.gov.br/nucleos-de-tecnologia-educacional-ntes>>. Acesso em: 3 out. 2018.

SERAFIM, Maria Lúcia; SOUZA, Robson Pequeno de. Multimídia na educação: o vídeo digital integrado ao contexto escolar. In: SOUZA, Robson Pequeno de; MOITA, Filomena da M.C da S.C.; CARVALHO, Ana Beatriz Gomes. (Org.). **Tecnologias digitais na educação**. Campina Grande: EDEPB, 2011. p. 19-50.