

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA MARIA
UNIVERSIDADE ABERTA DO BRASIL
CENTRO DE CIÊNCIAS NATURAIS E EXATAS
CURSO DE ESPECIALIZAÇÃO EM ENSINO DE MATEMÁTICA NO
ENSINO MÉDIO

Janaina Borges de Moraes

GEOMETRIA E SUA FUNCIONALIDADE NO COTIDIANO

Cruz Alta, RS
2018

Janaina Borges de Moraes

GEOMETRIA E SUA FUNCIONALIDADE NO COTIDIANO

Trabalho de conclusão apresentado ao curso de Especialização em Ensino de Matemática no Ensino Médio (EaD), da Universidade Federal de Santa Maria (UFSM, RS), como requisito parcial para a obtenção de título de **Especialista em Ensino de Matemática no Ensino Médio.**

Orientadora: Viviane Cátia Köhler

Cruz Alta, RS
2018

Janaina Borges de Moraes

GEOMETRIA E SUA FUNCIONALIDADE NO COTIDIANO

Trabalho apresentado ao curso de Especialização em Ensino de Matemática no Ensino Médio, da Universidade Federal de Santa Maria (UFSM,RS), modalidade EAD, como requisito parcial para a obtenção de título de **Especialista em Ensino de Matemática no Ensino Médio.**

Aprovada em 01 de dezembro de 2018:

Viviane Cátia Köhler, Dra. (UFSM)

Janice Rachelli, Dra. (UFSM)

Ricardo Fajardo, Dr. (UFSM)

Cruz Alta, RS
2018

RESUMO

GEOMETRIA E SUA FUNCIONALIDADE NO COTIDIANO

AUTORA: JANAINA BORGES DE MORAES

ORIENTADORA: VIVIANE CÁTIA KÖHLER

A geometria é um conteúdo da Matemática que oferece possibilidades para os estudantes analisarem e representarem uma compreensão da realidade, de forma ordenada e organizada, para o processo de ensino aprendizagem, assim construindo seu próprio conhecimento, de formas muito significativas, pois estimulam a criatividade, a observação e a comparação, ferramentas fundamentais para a resolução de problemas. De um modo geral, no estudo da geometria devemos enfatizar as formas originais e básicas. Com o objetivo de explorar alguns conceitos de Geometria Plana e Espacial, como área e volume, através do uso de embalagens, que estão presentes no cotidiano do educando. Motivando-os a participar do processo de ensino e aprendizagem das aulas de Matemática com atividades que envolvem material concreto. Como alternativa pedagógica no ensino de Geometria, decidiu-se desenvolver e analisar a aplicabilidade da geometria no cotidiano dos estudantes do Terceiro Ano do Ensino Médio da Escola Estadual de Ensino Médio Major Belarmino Côrtes, localizada no bairro Dirceu, na cidade de Cruz Alta-RS. Nesse sentido, foi realizado um estudo sobre Geometria e sua funcionalidade no cotidiano dos estudantes através das embalagens encontradas no seu dia a dia.

Palavras-chave: Geometria. Matemática. Cotidiano

ABSTRACT

GEOMETRY AND ITS FUNCTIONALITY IN EVERYDAY

AUTHOR: JANAINA BORGES DE MORAES

ADVISOR: VIVIANE KÖHLER

Geometry is a content of mathematics that offers possibilities for students to analyze and represent an understanding of reality in an orderly and organized way for the process of teaching learning, thus building their own knowledge, in very significant ways, as they stimulate creativity, observation and comparison, fundamental tools for problem solving. In general, in the study of geometry we must emphasize the original and basic forms. With the objective of exploring some concepts of Plane and Spatial Geometry, such as area and volume, through the use of packages, which are present in the daily life of the student. Motivating them to participate in the teaching and learning process of the Mathematics classes with activities that involve concrete material. As a pedagogical alternative in the teaching of Geometry, it was decided to develop and analyze the applicability of geometry in the daily life of the students of the Third Year of High School of the Major Belarmino Côrtes State High School, located in the neighborhood Dirceu, in the city of Cruz Alta-RS . In this sense, a study on Geometry and its functionality in students' everyday life was carried out through the packages found in their day to day life.

Keywords: Geometry. Mathematics. Everyday life.

SUMÁRIO

CAPITULO 1 - REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	9
1.1 ENSINO DA GEOMETRIA	9
1.2 DESCOBRINDO FORMAS GEOMÉTRICAS NO COTIDIANO.....	11
1.3 DE OLHO NAS EMBALAGENS	12
CAPÍTULO 2 – O PLANO DE AULA: ANÁLISE A PRIORI.....	15
CAPÍTULO 3 - ANÁLISE A POSTERIORI.....	24
CONSIDERAÇÕES FINAIS	29
REFERÊNCIAS	31

LISTA DE FIGURAS

Figura 1- A História das embalagens	15
Figura 2- Caixa de sabão em pó 1 e 2.	18
Figura 3- Dimensões das embalagens de sabão em pó.....	18
Figura 4- Área do retângulo.....	19
Figura 5- Nomenclatura dos primas.	19
Figura 6- Planificação do paralelepípedo	20
Figura 7- Área dos retângulos da caixa 1	21
Figura 8- Cálculo das áreas dos retângulos A1, A2 e A3 da caixa 1.....	21
Figura 9- Resultado final da área total da caixa 1	22
Figura 10- Área dos retângulos da caixa 2	22
Figura 11- Cálculo das áreas dos retângulos A1, A2 e A3 da caixa 2.....	22
Figura 12- Resultado final da área total da caixa 2	23
Figura 13- Diferença entre as áreas das duas caixas	23
Figura 14- Desenvolvimento da atividade.....	24
Figura 15- Realização das atividades com as embalagens	25
Figura 16- Realização das atividades com as embalagens	25
Figura 17- Desenvolvimento da proposta e momento de debate.....	26
Figura 18- Planificação das caixas	27
Figura 19- Execução dos cálculos pelos alunos	28

INTRODUÇÃO

Mesmo que não seja percebido, no nosso dia a dia resolvemos pequenos problemas matemáticos de forma automática, muitas vezes sem perceber a matemática existente na situação. Isto mostra a necessidade de sabermos manipular dados a fim de obtermos um resultado e, conseqüentemente, a importância do professor, agente do processo de ensino-aprendizagem, fazer uso do método de resolução de problemas em suas aulas.

É importante ressaltar que nem todas as aplicações da Matemática são fáceis de serem percebidas e tão pouco aplicadas. Muitas são as reclamações acerca do modelo atual do ensino da Matemática. Frisa-se bastante a questão de que a Matemática da escola é descontextualizada da utilizada na vida prática do estudante e, assim, essa realidade do ensino da matemática, torna as aulas pouco atrativas, não passando ao estudante o sentimento de que necessita aprender tal matéria, a qual, para ele, é desvinculada da sua vida cotidiana. Segundo a Secretária-Executiva do Ministério da Educação, Maria Helena Guimarães Castro (2016) “nos últimos anos, o fracasso do ensino médio brasileiro é um dado da realidade apontado por todos os especialistas da área. O modelo faliu, quebrou, não funciona e o ensino médio é uma etapa importante da formação dos jovens”, justificando-se assim o plano de aula aplicado na busca de demonstrar ao estudante que a matemática está relacionada ao seu cotidiano e que os estudantes podem fazer parte integral dessa construção do conhecimento por meio de suas vivências e experiências.

O uso de material concreto no estudo da Geometria auxilia na interpretação do mundo visual que nos cerca, haja vista que as formas geométricas estão presentes na natureza, e também favorece a interpretação e resolução de problemas que tragam em seu contexto referências aos entes geométricos.

A instituição escolhida para a realização do Trabalho de Conclusão de Curso (TCC) pertence à rede pública estadual. A escola conta com a colaboração de um Diretor-Geral e três Vice-Diretores, uma Orientadora Pedagógica, três Supervisores, duas Professoras do Atendimento Educacional Especializado (AEE), uma intérprete de libras, um assistente técnico-administrativo, merendeiras, serventes e um monitor. O corpo docente é formado por quarenta e dois professores efetivos e contratados, todos com formação superior completa. Dentre estes professores, dez têm pós-graduação completa e dois têm mestrado, sempre participando de cursos de formação continuada. A escola tem funcionamento nos turnos matutino, vespertino e noturno; com o fundamental I, II e EJA, médio regular e EJA, tendo,

em média, 20 alunos por turmas e um total de 652 alunos matriculados. A principal função da referida instituição é desenvolver as competências e habilidades dos educando num ambiente acolhedor, crítico e de confiança mútua, onde todos sejam tratados com igualdade e respeito às diferenças, criando perspectivas para um futuro de realizações pessoais, profissionais e sociais.

A turma escolhida para o desenvolvimento da pesquisa foi o 3º ano, turma 36, (matutino) do Ensino Médio, composta por dezenove estudantes. Registra-se que a turma teria 26 alunos, mas em razão de a evasão escolar e transferências entre instituições houve a redução no número efetivo de alunos da Classe. As idades dos alunos variam entre 16 e 18 anos. As principais características da turma são: 41% dos estudantes participam do ProENEM com o objetivo de ingressar numa instituição superior, 10% realizam o ensino médio (matutino) concomitante com a ensino técnico em outra instituição, 30% participam do CIEE (Centro de Integração Empresa-Escola) os demais estudantes participam apenas do ensino médio regular.

CAPITULO 1 - REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

1.1 ENSINO DA GEOMETRIA

Sabemos que antigamente a, educação era privilégio de pessoas que possuíam posses, em geral nobres e clérigos. Mas, ao final da Idade Média ocorreram uma série de mudanças políticas e econômicas, surgindo novas classes sociais, as quais buscaram instruções e saberes que antes eram dedicados àqueles. São estas novas classes sociais, em especial os burgueses, que dão origem ao Renascimento. Movimento que leva à redescoberta de conhecimentos antigos, guardados e preservados em mosteiros e antes reservados para poucos. Mas esse acesso às informações vai além dos mosteiros europeus. É no Renascimento que obras em grego e em árabe são traduzidas para o latim, a língua culta e social da época. O Renascimento provoca na Europa uma revolução cultural e social, fazendo o cidadão inserir-se na vida de sua nação e participar das decisões políticas. O resultado desse processo foi a criação de duas escolas: A escola dos filhos dos abastados, que os preparam para tomar decisões e assumir uma função de mando na sociedade e a escola dos filhos dos trabalhadores, preparando-os para continuar submisso e atuando nas fábricas.

A importância da matemática é, por exemplo, reconhecida na Inglaterra, em 1868, pela Comissão Taunton, que especifica a língua (inglesa), a matemática e as ciências naturais como as três principais disciplinas da escola secundária, embora sua proposta de criação de uma sistema de escolas divididas em três categorias, cada qual com um currículo próprio, reflita ainda a mentalidade de que classe diferentes devem ser dadas escolas diferentes, não só com relação aos currículos, mas também aos enfoques dados às disciplinas.(PAVANELLO, 1989, p.88)

Essa configuração de decompor a educação reflete no ensino da geometria, conforme Pavanello.

É possível, dessa forma, perceber que a questão de ensinar-se ou não geometria não está relacionada simplesmente a aspectos do desenvolvimento da matemática, razão apresentada por alguns matemáticos para não incluí-la no currículo e refutada por outros. Ela está, na verdade, intimamente ligada ao conceito de como se dá a própria construção do conhecimento matemático pelo aluno – e se se quer que isso aconteça. (PAVANELLO, 1989, p.98)

Atualmente a aptidão dos professores em ensinar Geometria no país reflete a forma como se dá a formação inicial destes professores. Compreender como o ensino de geometria foi desenvolvido no país é uma das formas que temos para entender o atual o processo do ensino da Geometria.

Temos em vigor no país a BNCC (Base Nacional Comum Curricular), documento de caráter normativo que define o conjunto orgânico e progressivo de aprendizagens essenciais que todos os alunos devem desenvolver ao longo das etapas e modalidades da Educação Básica, de modo a que tenham assegurados seus direitos de aprendizagem e desenvolvimento, em conformidade com o que preceitua o Plano Nacional de Educação (PNE). Este documento normativo aplica-se exclusivamente à educação escolar, tal como a define 1º parágrafo do 1º do Artigo a Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional (LDB, Lei nº 9.394/1996), e está orientado pelos princípios éticos, políticos e estéticos que visam à formação humana integral e à construção de uma sociedade justa, democrática e inclusiva, como fundamentos nas Diretrizes Curriculares Nacionais da Educação Básica (DCN).

Destacamos as seguintes competências específicas da Matemática e suas Tecnologias para o ensino médio (BRASIL, 2017, p.523).

- a) Utilizar estratégias, conceitos e procedimentos matemáticos para interpretar situações em diversos contextos, seja atividades cotidianas, seja fatos das Ciências da Natureza e Humanas, ou ainda questões econômicas ou tecnológicas, divulgados por diferentes meios, de modo a consolidar uma formação científica geral.
- b) Utilizar estratégias, conceitos e procedimentos matemáticos, em seus campos – Aritmética, Álgebra, Grandezas e Medidas, Geometria, Probabilidade e Estatística –, para interpretar, construir modelos e resolver problemas em diversos contextos, analisando a plausibilidade dos resultados e a adequação das soluções propostas, de modo a construir argumentação consistente.
- c) Compreender e utilizar, com flexibilidade e fluidez, diferentes registros de representação matemáticos (algébrico, geométrico, estatístico, computacional etc.), na busca de solução e comunicação de resultados de problemas, de modo a favorecer a construção e o desenvolvimento do raciocínio matemático.

Adicionado a elas temos o Exame Nacional do Ensino Médio, o qual analisa um conjunto de competências e habilidades são para todos os conteúdos ensinados, e para suas diversas partes.

Algumas pesquisas mostram que os livros didáticos já tiveram uma modificação, pois não mais encontramos, principalmente entre os recomendados pelo Ministério da Educação, o conteúdo de Geometria apresentado todo ao final do livro. Ele é distribuído entre os conteúdos de Álgebra. Mas não podemos esquecer que os professores tem a liberdade de construir seus planejamentos e, ao fazê-lo, vemos no nosso cotidiano escolar professores colocando o ensino de Geometria para o final do ano letivo, caso tenha tempo. A pesquisa de Andrade e Nacarato (2004) comprova esta mudança no ensino de Geometria, eles analisam as

características dos trabalhos que envolvem Geometria e que foram apresentados no Encontro Nacional de Educação Matemática (ENEM) no período de 1987 à 2001. Os autores analisam 363, que foram classificados em sete categorias, e observaram que 71% dos trabalhos podem ser agrupados nas categorias de Geometria Experimental (48%) e Geometria em Ambientes Computacionais (23%).

Observamos uma tendência para que o ensino de Geometria se processe levando os educandos a manipular material concreto, por tendências didático pedagógica em geometria entendesse como “o modo de produzir conhecimentos geométricos na sala de aula e para a sala de aula” (Andrade e Nacarato, 2004, p. 61). Assim com aplicações de problemas ou situações problemas e de material concreto. Existe uma busca para que o ensino de Geometria se faça de forma a proporcionar aos estudantes um conhecimento que eles possam construir e relacionar com todos os demais conhecimentos a sua volta, sem, contudo deixar de lado a formação conceitual abstrata que é o edifício sobre o qual a matemática é construída.

1.2 DESCOBRINDO FORMAS GEOMÉTRICAS NO COTIDIANO

É na infância que aprendemos a reconhecer as formas geométricas. É uma fase de descobertas e de novas propostas. A criança observa tudo ao seu redor e aprende se divertindo e participando ativamente a cada brincadeira.

Se pararmos para observar, tudo que encontramos possui uma forma e ocupa um espaço, assim como as flores, as frutas, os brinquedos, os móveis, os utensílios domésticos, o material escolar, todos são elementos que ocupam lugar no espaço e que possuem formas geométricas.

Através da exploração das formas geométricas, o estudante desenvolve a compreensão do mundo em que vive, aprendendo a descrevê-lo, representá-lo e a se localizar nele. Além disso, o trabalho com as noções geométricas estimula os educandos a observar, perceber semelhanças e diferenças, e a identificar regularidades. Permite, ao mesmo tempo, estabelecer conexões entre a Matemática e outras áreas do conhecimento.

Considerando que os conceitos geométricos são representações mentais e não fazem parte do mundo sensível, o grande desafio do ensino da Geometria é “como passar da representação concreta para a representação mental”. (FONSECA, 2005, p.45).

O conhecimento intuitivo é relevante para que o estudante melhore sua percepção espacial, visual e tátil, identificando as características geométricas desse espaço, apreendendo as relações espaciais entre os objetos desse espaço. “Com isso o ensino da Geometria contribui para ampliar e sistematizar o conhecimento espontâneo que o aluno tem do espaço em que se vive”. (FONSECA, 2005, p. 47).

A atividade proposta neste trabalho induz o estudante a observar as formas geométricas no seu cotidiano, analisar duas caixas com formato de paralelepípedo com dimensões diferente e mesmo volume, assim comparar a quantidade de material gasto para confeccioná-las.

Nesse sentido, é relevante que o estudante não tenha uma visão imediatista da aplicação da Geometria. Segundo Fonseca:

É possível e desejável, todavia, que o argumento da utilização da Geometria na vida cotidiana, profissional ou escolar permite e desencadeie o reconhecimento de que sua importância ultrapasse esse seu uso imediato para ligar-se a aspectos mais formativos. (FONSECA, 2005, p 93)

É importante verificar o papel da Geometria como veículo para o desenvolvimento de habilidades como o raciocínio, a percepção espacial e a resolução de problemas; uma vez que ela oferece aos estudantes oportunidade de olhar, medir, comparar, generalizar e abstrair conhecimento, pois o estudante é o agente protagonista na construção do conhecimento. Assim, tais oportunidades podem, ainda, favorecer o desenvolvimento de um pensamento crítico e autônomo dos estudantes. Uma das potenciais capacidades do estudo da Geometria com relação à formação humana geral é a de promover valores culturais e estéticos importantes para uma melhor compreensão e apreciação das obras do homem ou da natureza, pois a Geometria está presente na vida diária, seja no campo pessoal, profissional, escolar ou artístico.

1.3 DE OLHO NAS EMBALAGENS

Nos primeiros tempos, os seres humanos consumiam alimentos onde os mesmos eram encontrados. Famílias e aldeias faziam ou capturavam o que eles precisavam, no local onde a coisa existia, sem realizarem o transporte de longa distância desta. Então, havia pouca

necessidade de embalagens de mercadorias, quer para a armazenagem ou para o transporte. Quando recipientes foram necessárias, a própria natureza promoveu desde cuias à cascas e folhas.

Porém quando a complexidade da vida, os locais de trabalho e de moradia ficaram mais distantes das fontes dos alimentos, houve a necessidade de armazenamento deles por mais tempo. No decorrer dos séculos enquanto as profissões dos homens diversificavam-se; surgiu também a necessidade de melhor armazenar os alimentos e/ou produtos, seja para conservação ou transporte. No princípio, eram embalagens de barros, na Babilônia. Após alguns séculos foram surgindo embalagens de outros materiais. Até a Revolução Industrial a Produção das Embalagens ainda era artesanal, mas já no séc. XVIII surgiu um novo comportamento mercadológico, a produção em série, com isso houve o aumento da oferta de produtos. Foi com a invenção da Máquina a Vapor que a embalagem adquiriu maior complexidade, sua evolução está ligada diretamente ao desenvolvimento tecnológico, pois com o descobrimentos de novos mercados e produtos aumentou também a necessidade de diversificação dos tipos e materiais de embalagens.

A evolução continuou e cada vez mais rapidamente. A abertura de grandes superfícies comerciais - supermercados e hipermercados – determinou inúmeras inovações na produção das embalagens. As novas embalagens deveriam permitir que os produtos alimentícios fossem transportados dos locais de produção para grandes centros consumidores, mantendo-se estáveis durante longos períodos. As embalagens de papel e de papelão responderam a estes requisitos, uma vez que podiam conter quantidades previamente pesadas de vários tipos de produtos, eram fáceis de transportar e empilhar, além de higiênicas. Este fato revela a importância da evolução da embalagem no contexto do desenvolvimento da sociedade de consumo. Dada a necessidade cada vez maior de aumentar o tempo de validade dos produtos é muito importante uma embalagem com alta proteção. Além disso, a segurança das embalagens é essencial, por isso existem órgãos responsáveis em testá-las, como Inmetro no Brasil, já que os consumidores passaram a adquirir os produtos de acordo com a confiança que depositados na sua aparência, ou seja nas próprias embalagens.

Atualmente a embalagem constitui uma importante ferramenta de marketing, ocupando um lugar de destaque nas relações comerciais entre as empresas e o consumidor. E sê-lo-á cada vez mais, sendo que o seu futuro passará por uma maior sustentabilidade e inovação. Pensando em sustentabilidade e lucro financeiro grande empresas têm preocupação

em criar embalagens que utilizem a menor quantidade possível de materiais, sem perder a funcionalidade, a resistência, e contendo o mesmo volume.

Pensando no formato das embalagens, 100% são geométricas planas ou espaciais. Segundo Biembengut: “As formas geométricas estão presentes nas embalagens”. (BIEMBEGUT, 2004, p. 42).

Com isso, as embalagens tornam-se um modelo significativo e atrativo no processo de ensino aprendizagem dos conteúdos de Geometria Plana e Espacial. Biembengut afirma que:

Ao manusear embalagens, num primeiro momento o professor poderá resgatar os conceitos geométricos que os alunos têm e mostrar outros relevantes como nomenclatura, classificação, elementos, etc. Com isso, os alunos compreenderão, melhor a relação entre duas retas, entre reta com o plano e entre planos paralelos, perpendiculares e concorrente: ângulos e ângulos poliédrico; propriedades dos polígonos (triângulos, quadriláteros, etc); da circunferência e círculo além dos sólidos geométricos. (BIEMBEGUT, 2004, p.35).

Com o objetivo de analisar e chamar a atenção dos alunos sobre a Geometria presente nas embalagens, desenvolveu-se este projeto com uma turma normal da Escola Estadual de Ensino Médio Major Belarmino Côrtes, utilizando-se de embalagens no formato de paralelepípedos retangulares, que sejam funcionais, estéticos ou econômicos, assim estabelecendo critérios para definição das formas, conferindo as dimensões e quantidade de material (papelão) gastos para confeccioná-las.

CAPÍTULO 2 – O PLANO DE AULA: ANÁLISE A PRIORI

2.1 DADOS DA AULA

Visando uma melhor aprendizagem para os educandos, este trabalho tem como objetivo explorar alguns conceitos de Geometria Plana e Espacial, como áreas e volume, através do uso de embalagens que estão presentes no cotidiano do educando. Motivando-os a participar do processo de ensino e aprendizagem das aulas de Matemática com atividades que envolvem material concreto. As atividades propostas terão uma duração de 3 horas-aula.

Dos conhecimentos prévios envolvendo Geometria Plana, destacam-se unidades de medidas de comprimento e áreas de figuras planas, dentre essas quadrado e retângulo. Geometria Espacial vai frisar unidade de medida de área (cm^2 – centímetro quadrado), área do prisma e do paralelepípedo, e volume dos sólidos.

2.1.1 Atividade: Sabão em pó

Realizou-se esta atividade em cinco etapas:

1ª Etapa: Separar a turma em grupos de 4 componentes para uma leitura sobre o texto - A História das embalagens (Figura 1), com o objetivo de abordar a história das embalagens, sua evolução ao longo dos anos e, principalmente, debater sobre tipos de embalagens atuais e suas matérias-primas,

Figura 1 - A História das embalagens

(continua)

 <p>Embalagem atual para Indústrias (be to be) Design Legal Embalagens</p>	<p>A História das Embalagens</p> <p>Antigamente nos primórdios da humanidade, o homem não sentia necessidade de proteger seus pertences e mantimentos, pois os consumia no próprio local de origem.</p> <p>Porém quando aumentou a complexidade da vida, os locais de trabalho e de moradia ficaram mais distantes das fontes dos alimentos, com isso houve a necessidade do armazenamento deles por mais tempo. No decorrer dos séculos enquanto as profissões dos homens diversificavam-se; surgiu também a necessidade de melhor armazenar os alimentos e/ou produtos, seja para conservação ou transporte.</p>
<p>Há registros arqueológicos de embalagens em 2200 a. c.; essas eram compostas de materiais naturais disponíveis na época, como couro, entranhas de animais, frutos, folhas e</p>	

Figura 1 - A História das embalagens

(continuação)

outras fibras vegetais. O que possibilitou aos caçadores prolongar a vida útil dos alimentos durante as caçadas sem ficarem famintos e sedentos.



O desenvolvimento das civilizações originou-se principalmente com o surgimento do mercantilismo, pois os homens buscavam em suas viagens as especiarias mais diversas, e acabaram descobrindo novas rotas, a Rota do Cabo para as Índias, as Américas e o Brasil. No Brasil alguns esboços para desenvolvimento de novas embalagens foram feitos em 1637; quando quatro artesãos vidreiros chegaram à Pernambuco, acompanhando o Príncipe Maurício de Nassau, e montaram ali uma oficina para a produção de vidros planos para janelas e de frascos para embalagens. No entanto as Embalagens só começaram mesmo à alcançar pleno desenvolvimento no país à partir de 1808, com a abertura dos portos ocasionada pela vinda da família real e da Corte Portuguesa para o Rio de Janeiro. Duas decisões econômicas e políticas tomadas por Dom João VI trouxeram importantes consequências ao mercado industrial brasileiro: A abertura dos portos às nações amigas, que impulsionou a importação e a exportação, e a permissão para o funcionamento de fábricas e manufaturas no Brasil. Até este momento não era permitido que o Brasil praticasse qualquer atividade produtiva que concorresse com Portugal.



Apesar da abertura para o desenvolvimento, as opções ainda eram limitadas, só haviam quatro tipos de Embalagens: saco de Estopa ou papel (café torrado ou moído, açúcar refinado ou algodão), potes ou garrafas de vidro (extrato de tomate, sardinha, embutidos, doces, vinagre e bebidas), latas (manteiga e óleo) e barris de madeira.

Na Revolução Industrial, a produção das embalagens ainda era artesanal, já no Séc. XVIII surgiu um novo comportamento mercadológico, a produção em série, com isso houve o aumento da oferta de produtos. Foi com a invenção da Máquina a Vapor que a embalagem adquiriu maior complexidade, sua evolução está diretamente relacionada ao desenvolvimento tecnológico, pois com o descobrimento de novos mercados e produtos aumentou também a necessidade da diversificação dos tipos e materiais de Embalagens.

Figura 1 - A História das embalagens

(conclusão)



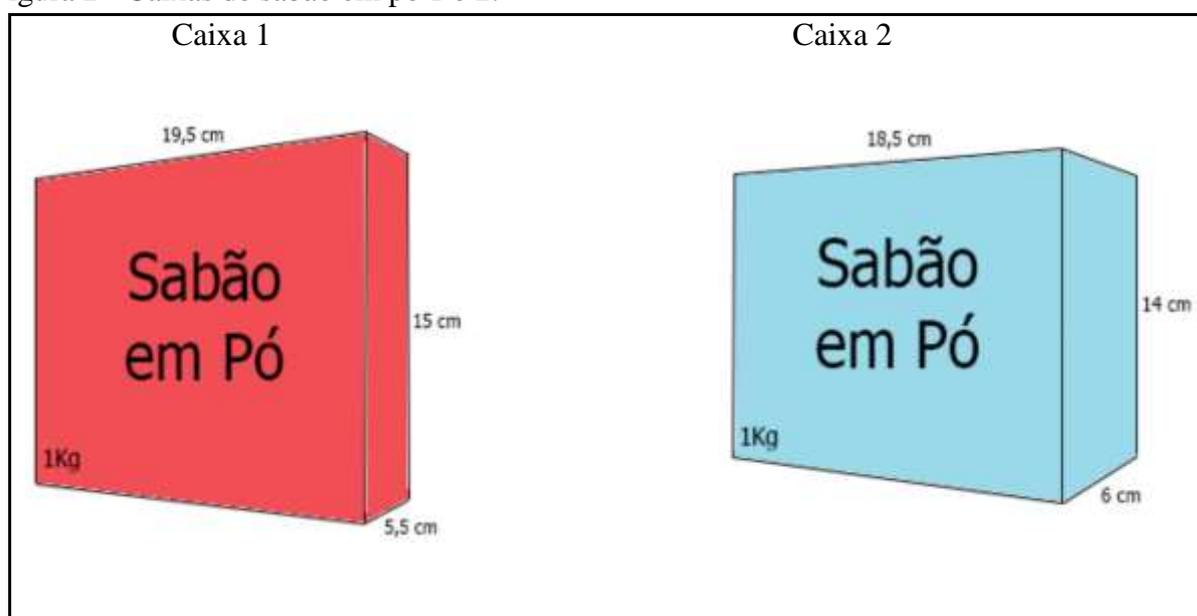
Até o início do século 20 as cores e a arte das Embalagens estavam completamente ligadas a movimentos artísticos que remetiam à *Art Nouveau* e à *Art Déco*, algumas vezes não tinha nem o nome do produto na Embalagem, pois as Indústrias ainda não haviam descoberto o conceito de Marca como valor agregado ao produto. Mas com o surgimento de locais de venda no estilo *self servisse*, como supermercados, os produtos necessitavam agregar formas de persuadir os consumidores sem ajuda de vendedores, sendo assim as Embalagens passaram a ter outras funções, tais quais, informar, identificar e promover serviços e marcas. No Brasil este setor de *self service*, o qual foi o maior responsável pelo desenvolvimento gráfico da Embalagem, surgiu em 24 de agosto de 1953. Hoje há mais de 73,7 mil lojas no país. Cada uma com mais de 10.000 itens de produtos.

Fonte: <https://www.brasilpostos.com.br/noticias/noticias-mercado/a-historia-das-embalagens/>

2º Etapa: Entrega das embalagem (material concreto) e planificação dos mesmos.

Após a leitura e debate sobre A História das embalagens, apresentar e entregar as embalagens aos alunos, conforme Figura 2, para serem planificadas com o objetivo de observar e analisar as caixas que se assemelham a um sólido geométrico chamado de paralelepípedo. Assim definir a atividade a ser resolvida: Qual das embalagens consome menos material para ser confeccionada?

Figura 2 - Caixas de sabão em pó 1 e 2.



Fonte: Autor

Os alunos, organizados em grupos, irão medir com uma régua o comprimento e a largura de cada face das duas caixas de sabão em pó fornecidas pela professora, conforme Figura 3, organizando as medidas das suas faces para posteriormente serem calculadas suas áreas.

Figura 3- Dimensões das embalagens de sabão em pó.

Embalagem	Comprimento	Largura	Altura
Caixa 1	19,5 cm	5,5 cm	15 cm
Caixa 2	18,5 cm	6 cm	14 cm

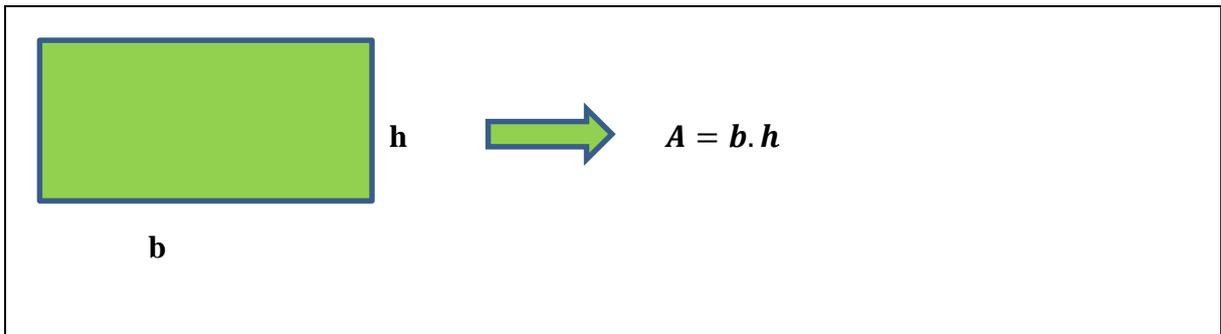
Fonte: Autor

As embalagens observadas são representações de sólidos geométricos, chamados de prisma. Em um prisma, duas de suas faces são denominadas bases e as demais, faces laterais. As bases de um prisma sempre são idênticas e paralelas entre si.

3º Etapa: Trabalhar a área do retângulo, definição e nomenclatura do prisma (Figura 5) e área da superfície do paralelepípedo (Figura 4).

Os conceitos serão apresentados aos estudante através de explicação e representação de fórmulas no quadro da sala de aula, com o objetivo de relembrar da Geometria Plana e apresentar a Geometria Espacial (Figura 6). Assim, os estudantes terão como realizar a atividade proposta pela professora em sala de aula. Para calcular a área de um retângulo multiplicam-se as duas dimensões (Figura 4).

Figura 4- Área do retângulo



Fonte: Autor

Figura 5- Nomenclatura dos prismas.

(continua)

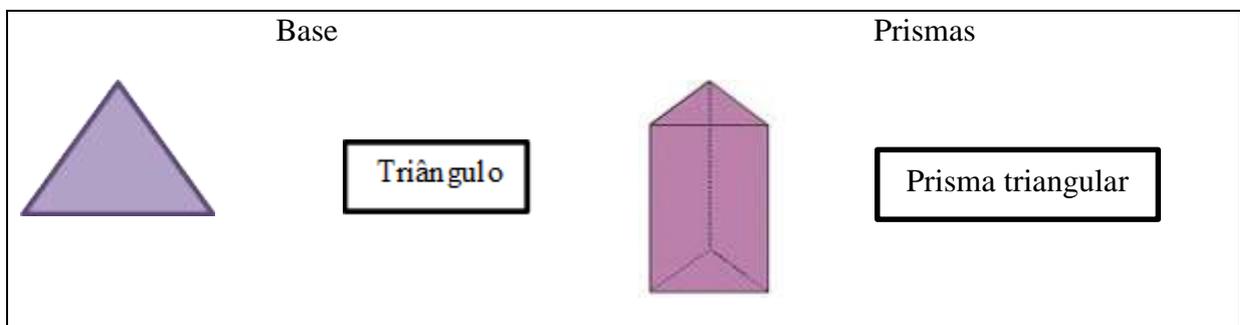
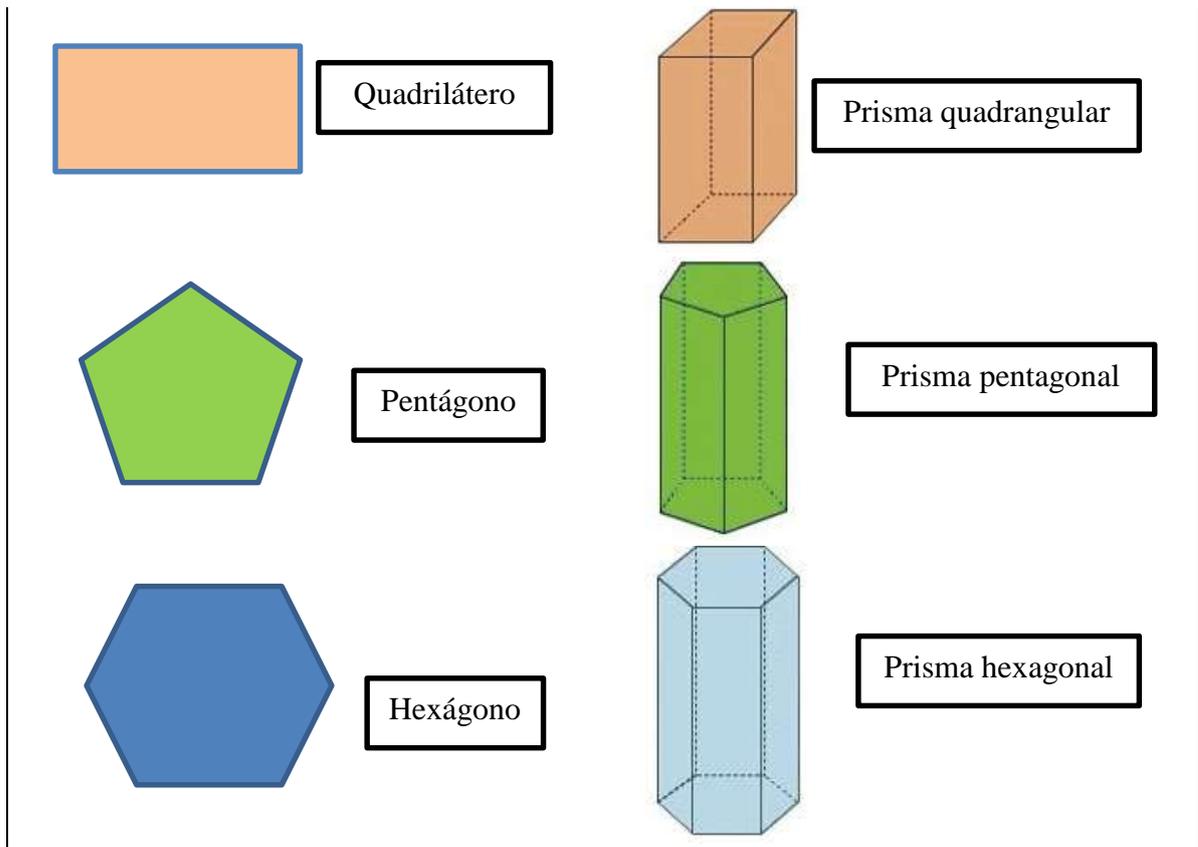


Figura 5- Nomenclatura dos prismas

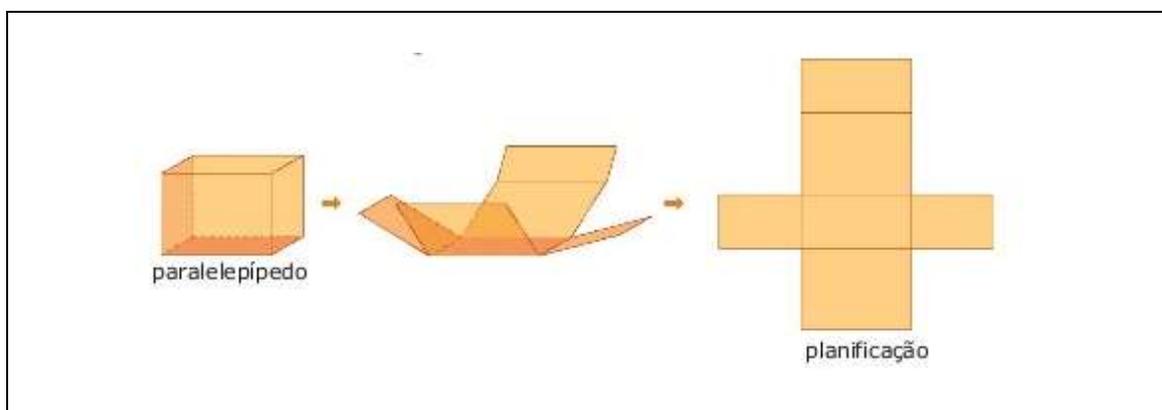
(conclusão)



Fonte: Adaptado de <https://blogdoenem.com.br/estudo-dos-prismas-matematica-enem>.

Quando todas as faces do prisma são retangulares ele é chamado de bloco retangular ou paralelepípedo retângulo. Assim as caixas de sabão em pó, representam um paralelepípedo retângulo.

Figura 6 - Planificação do paralelepípedo



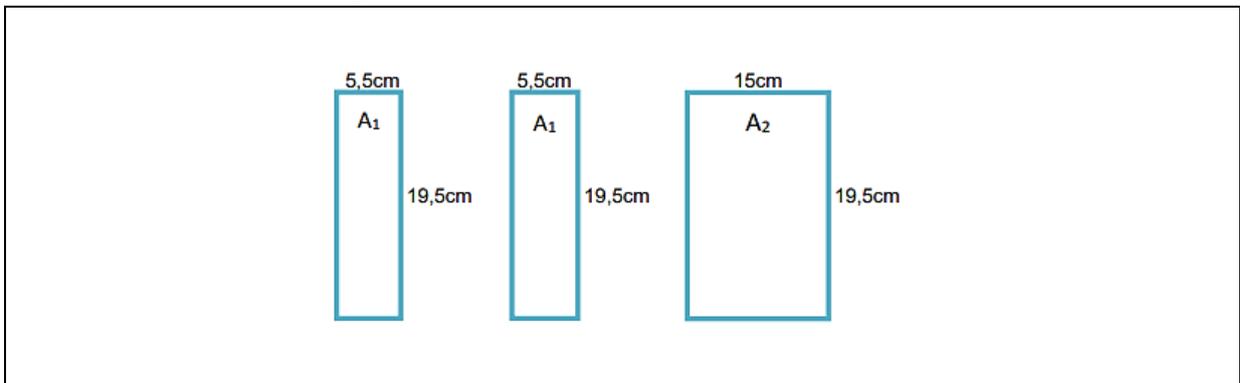
Fonte: Adaptado de <https://www.slideshare.net/dfalmenara/as-formas-geomtricas-espaciais>

4º Etapa: Observar e analisar a construção das respostas para a solução da atividade sobre embalagem proposta na segunda etapa.

Os alunos deverão descobrir como obter a área total da superfície das embalagens. Pelas medidas feitas nas embalagens podemos calcular a quantidade de material utilizado para confeccioná-las somando as áreas de todas as suas faces que são retangulares, obtendo a área total da superfície do paralelepípedo.

Para resolver a atividade o aluno pode separar cada um dos retângulos que fazem parte das duas caixas (Figura 2) e calcular as áreas conforme está indicado na Figura 7.

Figura 7- Áreas dos retângulos da caixa 1.



Fonte: Autor

Para resolver a atividade o aluno pode separar cada um dos retângulos que parte da Caixa 1 e calcular as áreas conforme está indicado na Figura 8.

Figura 8- Cálculos das áreas dos retângulo A1, A2 e A3 da primeira embalagem.

Área 1:	Área 2:	Área 3
$A_1 = 5,5 \text{ cm} \cdot 19,5 \text{ cm}$	$A_2 = 15 \text{ cm} \cdot 19,5 \text{ cm}$	$A_3 = 5,5 \text{ cm} \cdot 15,5 \text{ cm}$
$A_1 = 107,25 \text{ cm}^2$	$A_2 = 292,5 \text{ cm}^2$	$A_3 = 82,5 \text{ cm}^2$

Fonte: Autor

Para resolver a atividade o aluno pode separar cada um dos retângulos que faz parte da Caixa 1 e calcular as áreas conforme está indicado na Figura 9.

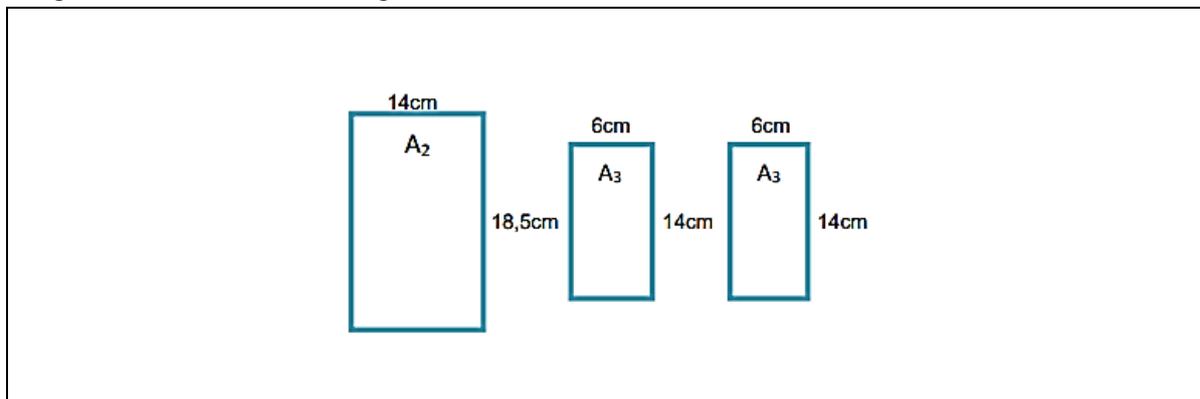
Figura 9- Resultado final da área da Caixa 1.

$$\begin{aligned} &\text{Área total da caixa 1} \\ A_T &= 2 \cdot A_1 + 2 \cdot A_2 + 2 \cdot A_3 \\ A_T &= 2 \cdot 107,25 + 2 \cdot 292,5 + 2 \cdot 82,3 \\ A_T &= 214,25 + 585 + 165 \\ A_T &= 964,5 \text{ cm}^2 \end{aligned}$$

Fonte: Autor

Para resolver a atividade o aluno pode separar cada um dos retângulos que faz parte da Caixa 2 e calcular as áreas conforme está indicado na Figura 10.

Figura 10- Áreas dos retângulos caixa 2.



Fonte: Autor

Para resolver a atividade o aluno pode separar cada um dos retângulos que faz parte da Caixa 2 e calcular as áreas conforme está indicado na Figura 11.

Figura 11- Cálculos das áreas dos retângulo A1, A2 e A3 da Caixa 2.

Área 1:	Área 2:	Área 3
$A_1 = 6 \text{ cm} \cdot 18,5 \text{ cm}$	$A_2 = 14 \text{ cm} \cdot 18,5 \text{ cm}$	$A_3 = 6 \text{ cm} \cdot 14 \text{ cm}$
$A_1 = 111 \text{ cm}^2$	$A_2 = 259 \text{ cm}^2$	$A_3 = 84 \text{ cm}^2$

Fonte: Autor

Para resolver a atividade o aluno pode separar cada um dos retângulos que faz parte da Caixa 2 e calcular as áreas conforme está indicado na Figura 12.

Figura 12- Resultado final da área da Caixa 2

$$A_T = 2.A1 + 2.A2 + 2.A3$$

$$A_T = 2.111 + 2.259 + 2.84$$

$$A_T = 222 + 518 + 168$$

$$A_T = 908 \text{ cm}^2$$

Fonte: Autor

A diferença entre as áreas dos paralelepípedos representa a diferença da quantidade de material utilizado para confeccionar as embalagens. Essa diferença está demonstrada na Figura 13.

Figura 13- Diferença entre as área totais das duas caixas.

$$\text{Área total da Caixa 1} - \text{Área total da Caixa 2} =$$

$$964,5 \text{ cm}^2 - 908 \text{ cm}^2 = 56,5 \text{ cm}^2$$

Fonte: Autor

Com esta atividade pretende-se que os alunos visualizem e comprovem, por meio de cálculos, que a mesma quantidade de produto pode ser colocada em embalagens que consomem menos material para serem confeccionadas.

5º Etapa: Avaliação da atividade.

Avaliação

- Observação direta da atuação na participação ativa na construção das atividades propostas e questionamentos feitos durante a aula.
- Verificação da compreensão dos conceitos abordados e a capacidade de identificar as propriedades dos conteúdos abordados.
- Relato por parte do aluno sobre as suas observações perante o problema desenvolvido.

CAPÍTULO 3 - ANÁLISE A POSTERIORI

Dentre as observações feitas pelos alunos, destacaram-se algumas noções de grandezas e medidas que proporcionam melhor compreensão de conceitos métricos relativo ao espaço e às formas. Os alunos abordaram vários elementos (faces, arestas, vértices, segmento de reta, entre outros), conceitos (retângulo, poliedros e paralelogramo) e definições geométricas.

Recordou-se também quais as matérias-primas usadas nas confecções das embalagens (papelão, papel, plástico, alumínio, vidro, madeira, metal dentre) e lembrou-se da importância da reciclagem dessas embalagens para o meio ambiente. Na Figura 14, podemos observar os alunos desenvolvendo as atividades.

Figura 14- Desenvolvimento da atividade.



Fonte: Autor

Após uma breve reflexão, foram apresentadas as embalagens aos alunos, para serem planificadas, com o objetivo de observar os elementos das mesmas, bem como as arestas, vértices e, principalmente, as faces, calculando as áreas planas das embalagens, envolvendo a geometria plana e geometria espacial (elementos do poliedro).

Figura 15- Realização das atividades com as embalagens.



Fonte: Autor

Figura 16- Realização das atividades com as embalagens.



Fonte: Autor

Este tipo de atividade é relevante porque leva o aluno a visualizar, reproduzir, comparar e classificar formas geométricas, como pode ser observado na Figura 15 e 16. Desenvolve o senso espacial, oportunizando ao aluno o aprendizado das características das formas geométricas e as relações entre elas, bem como a investigação das propriedades geométricas.

Oportunizou-se ao aluno, através da planificação dos paralelepípedos, a apropriação de diversos conceitos e relações geométricas. Ao manipular esses objetos, a ideia de aresta, vértice e face tornou-se clara, atingindo com sucesso, por parte de cada aluno, um dos objetivos da atividade: a contagem do número de faces, vértices e arestas dos poliedros, com a finalidade de enunciar a relação de Euler.

Ao desmontar uma caixa de papelão, ou outro objeto qualquer, visualizam-se com maior facilidade as formas e os elementos geométricos que a compõe, possibilitando ao aluno a apropriação dos conceitos geométricos.

Foi proposto aos alunos que identificassem quanto de material é necessário para produzir tais embalagens, ressaltando que cada embalagem continha o mesmo volume, e para que eles também pudessem identificar as dimensões das embalagens, ponderando as formas geométricas de cada face. Assim como demonstrado na Figura 16.

Figura 17- Desenvolvimento da proposta e momento de debate.



Fonte: Autor

Durante a realização da prática, conforme pode ser visto na Figura 17, os alunos puderam planificar as embalagens (paralelepípedo) reproduzindo em papelão as dimensões dessas embalagens em forma de retângulo, em duas medidas diferentes, visto que muitos alunos tinham dificuldades em manusear a régua de forma correta, medir corretamente as medidas, organizar as áreas de um retângulo e planificar. No momento de dificuldade auxiliei os alunos, mostrando separadamente em cada grupo como se deve medir corretamente uma forma geométrica.

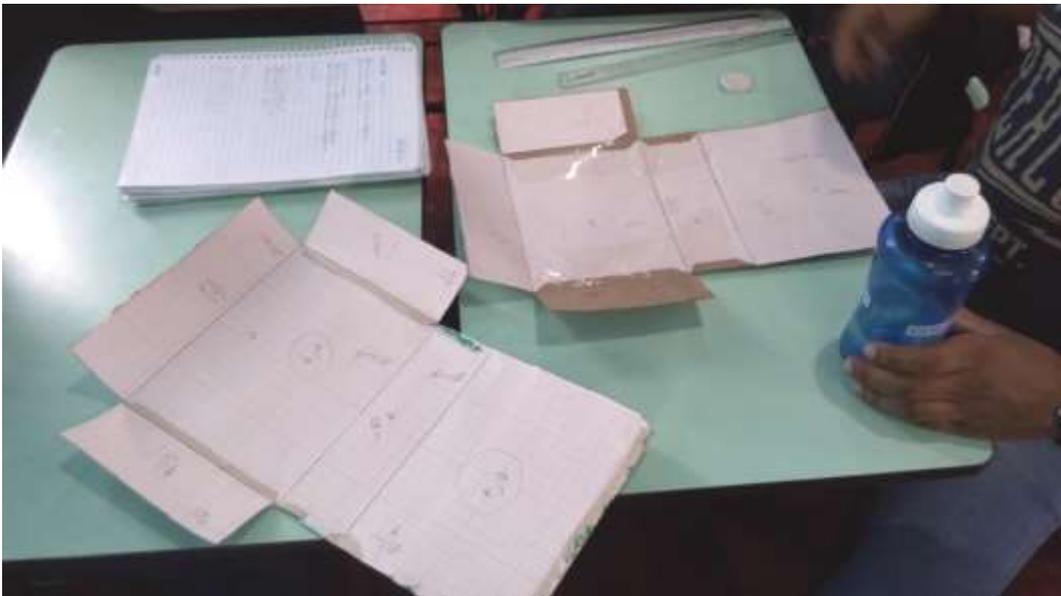
Após orientações os estudantes tiveram mais facilidade para organizar os dados (dimensões) de cada embalagem planificada. Foi observado que, para trabalhar com Geometria Plana e Espacial com os alunos, precisa-se de uma breve aula sobre unidade de

medidas, manuseio de régua ou trena, pois os alunos têm muitas dificuldade para trabalhar com esses instrumentos.

Produziu-se uma estratégia para calcular o contorno de figuras, para efetuar o cálculo referente às quantidades de material utilizado em cada embalagem.

Ensinou-se Geometria de forma indutiva e contextualizada com outros conteúdos matemáticos, pois a solução de problemas com pensamento geométrico espacial oportuniza uma visão mais transparente sobre o assunto, suprimindo deficiências, preenchendo possíveis lacunas quanto ao conhecimento do conteúdo, aumentando o leque de aplicações matemáticas. Assim fica evidenciado na Figura 18.

Figura 18- Planificação das caixas.



Fonte: Autor

Os estudantes tiveram um ótimo envolvimento com a atividade proposta, cada grupo com suas embalagens pode debater entre si as temáticas solicitadas. Muitos deles acreditam que dessa maneira é muito mais fácil de fixar esse conteúdo e levar esse conhecimento para a vida toda. Com essa dinâmica de estudo a participação dos alunos aumentou significativamente, pois muitas dúvidas que não conseguiam ser sanadas, dentre elas a resolução da área total de um paralelepípedo somente por imagens, puderam ficar claras tendo em mãos as formas geométricas, onde o professor e aluno podem ter o contato mais próximo da realidade, incorporando no cotidiano a Geometria. Assim a execução dos cálculos pelos alunos é evidenciado na Figura 19.

Figura 19- Execução dos cálculos pelos alunos.



Fonte: Autor.

Os resultados do desenvolvimento deste projeto, leva a refletir sobre o ensino da matemática em sala de aula, de como podemos relacionar essa matéria com o nosso cotidiano ou com outras áreas do conhecimento. O objetivo sempre foi integrar o aluno de forma efetiva durante a aula. Com essa dinâmica já aplicada, os alunos obtiveram um melhor rendimento e compreensão sobre o tema trabalhado, o que desperta de forma significativa o interesse em relacionar outros temas do ensino da matemática com práticas do nosso cotidiano.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Este trabalho tratou do ensino da Geometria e suas funcionalidades no nosso cotidiano. As formas geométricas desenvolvidas pela turma do Terceiro Ano do Ensino Médio da Escola Estadual de Ensino Médio Major Belarmino Côrtes - Cruz Alta - RS, utilizou como materiais, lápis, régua e papelão.

Para tentar obter um melhor ensino e aprendizagem dos alunos foi desenvolvido um plano de ensino, cujo o objetivo principal era de introduzir um olhar diferenciado ao ensino da Geometria em sala de aula, fugindo um pouco da forma tradicional de desenvolver o assunto, oportunizando ao aluno novos desafios, despertando um interesse sobre como a Geometria pode estar presente no nosso cotidiano, e qual a importância dela, assim trabalhando-se diversos conceitos importantes da Matemática e oportunizando a interdisciplinaridade.

Empregou-se o uso de material concreto para resolução de problemas relacionados à Geometria presente nas embalagens de forma contextualizada com outros conteúdos de Matemática; sendo esta metodologia uma maneira alternativa muito interessante e facilitadora da aprendizagem.

O tempo necessário para aplicação desse projeto foi de três horas. Com isso, os alunos tiveram tempo suficiente para concluir as etapas propostas pela professora, obtendo um trabalho muito relevante e extremamente proveitoso, pois se evidenciou, em cada aluno participante, significativa melhoria de rendimento na produção das atividades sugeridas.

Houve uma evolução gradativa e contínua no aprendizado, possibilitando aos alunos a apropriação dos conteúdos relacionados à Geometria. O conteúdo de Geometria se trata de um assunto do 3º ano do ensino médio, assim um assunto muito citado em provas do ENEM, concursos e vestibulares. Estando inserido em muitas profissões, desde as mais simples (pedreiro, marceneiro, estoquistas entre outras), até as mais complexas, como Engenharia, Arquitetura, Matemática entre outras.

Com a aplicação desse projeto fica claro que o ensino da Geometria, de forma diferenciada, através do material concreto é de fundamental importância, pois os estudantes demonstram-se muito mais interessados pelo assunto, entusiasmados pelo desafio de desenvolver seu próprio trabalho e satisfeitos ao perceberem que pode ser algo simples de ser compreendido e fixado.

Certamente podemos concluir que, esse projeto por demonstrar tantos pontos positivos requer continuidade, dentro do âmbito escolar, necessitando do comprometimento

de todas as partes envolvidas, deixando claro que o olhar crítico a uma forma geométrica pode iniciar em sala de aula e ser levada para o âmbito profissional. Portanto é fundamental o comprometimento de cada professor, em tentar incluir cada vez mais assuntos do nosso cotidiano com temas trabalhados em sala de aula, pensando sempre na melhor relação ensino-aprendizagem de nossos alunos.

O mais interessante no trabalho de conclusão da especialização é pôr em prática tudo o que foi estudo no decorrer do mesmo, e, principalmente, o crescimento intelectual obtido. É importante ressaltar que a preparação de atividades diferenciadas requer do professor um tempo significativo fora da sala de aula, pois com o tempo de preparo e reflexão há uma melhora no trabalho, o que justifica a melhor aprendizagem dos alunos.

REFERÊNCIAS

- ANDRADE, J.A.A.; NACARATO, A.M. Tendências didático-pedagógico no ensino de geometria: um olhar sobre os trabalhos apresentados nos ENENS. Educação Matemática em Revista, Recife, v. 11, n. 17, p. 61-70, dez 2004.
- BIEMBENGUT, R. C. Ensino aprendizagem com modelagem matemática: uma nova estratégia, 2 ed. São Paul: Contexto, 2004.
- BEIMBENGUT, M. S, HEIN, N. Modelagem matemática no ensino. São Paulo: Contexto, 2000.
- BRASIL POSTOS. Completo, Confiável e Relevante. A História das Embalagens. Joinville, Santa Catarina, 2018. Disponível em: <brasilpostos.com.br/noticias/noticias-mercado/a-historia-das-embalagens>. Acesso em 21 de out. 2018.
- BRASIL. Ministério da Educação. Matriz de Referência para o ENEM de 2012. Brasília, 2012. P, 5-7. Disponível em: <download.inep.gov.br/educacao_basica/enem/downloads/2012/matriz_referencia_enem.pdf>
- BRASIL. . Parâmetros Curriculares Nacionais Ensino Médio – PCNEM. Brasília, 2018, p. 523. Disponível em: <portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/blegais.pdf>. Acesso em 20 de out. 2018.
- BRASIL. . Ministério da Educação. Encontro Internacional Educação 360 de 2016. Rio de Janeiro, 2016. Disponível em:<portal.mec.gov.br/ultimas-noticias/211-218175739/39641-secretaria-diz-que-modelo-do-ensino-medio-atual-esta-falido>. Acessado em 20 de out. 2018.
- EVES, H. Introdução à história da matemática. Tradução Hygino H. Domingues. Campinas, SP: Editora da UNICAMP. 2004. 843p.
- FONSECA, Maria da Conceição F. R, ET al. O ensino da Geometria na escola fundamental – três questões para a formação do professore dos ciclos iniciais, 2 . ed, 1. Reimp. Belo Horizonte: Autêncica, 2005.
- HEXAG, Medicina. Visão da Geometria- Modernidades nas embalagens de produtos. São Paulo. SP, 2016. Disponível em :<cursinhoparamedicina.com.br/blog/matematica/visao-da-geometria-modernidades-nas-embalagens-de-produtos/>. Acesso em 21 de out. 2018.

PAVANELLO, R. M. O abandono do ensino de geometria: uma visão histórica. 1989.196 f. Dissertação (Mestrado em Educação) - Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas, São Paulo, 1989.