

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA MARIA
CENTRO DE CIÊNCIAS NATURAIS E EXATAS
CURSO DE ESPECIALIZAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA**

**Sobre a utilização da História da Matemática em
Atividades Didáticas para o nono ano do Ensino
Fundamental**

MONOGRAFIA DE ESPECIALIZAÇÃO

Thanise Azzolin dos Santos

**Santa Maria, RS, Brasil
2012**

SOBRE A UTILIZAÇÃO DA HISTÓRIA DA MATEMÁTICA EM ATIVIDADES DIDÁTICAS PARA O NONO ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL

Thanise Azzolin dos Santos

Monografia apresentada ao Curso de Especialização em Educação Matemática da Universidade Federal de Santa Maria (UFSM, RS), como requisito parcial para obtenção do grau de **Especialista em Educação Matemática**.

Orientador: Prof. Dr. João Carlos Gilli Martins

Santa Maria, RS, Brasil

2012

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA MARIA
CENTRO DE CIÊNCIAS NATURAIS E EXATAS
CURSO DE ESPECIALIZAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA**

A Comissão Examinadora, abaixo assinada,
aprova a Monografia de Especialização

**SOBRE A UTILIZAÇÃO DA HISTÓRIA DA MATEMÁTICA EM
ATIVIDADES DIDÁTICAS PARA O NONO ANO DO ENSINO
FUNDAMENTAL**

elaborada por
Thanise Azzolin dos Santos

como requisito parcial para obtenção do grau de
Especialista em Educação Matemática

COMISSÃO EXAMINADORA:

João Carlos Gilli Martins, Dr.
(Presidente/Orientador)

Ricardo Fajardo, Dr. (UFSM)

Primo Manoel Brambilla, Dr. (UFSM)

Karine Faverzani Magnago, Dr^a. (UFSM)

Santa Maria, 04 de janeiro de 2012

AGRADECIMENTOS

Agradeço aos meus pais e minha irmã ao apoio incondicional que me deram, sempre atenciosos e me ajudando a superar meus medos e comemorando minhas conquistas. Faço um agradecimento especial ao meu orientador professor Dr. João Carlos Gilli Martins que esteve sempre me ajudando e mostrando o melhor caminho a ser seguido e me incentivando a seguir apesar das dificuldades que encontrei. Agradeço aos professores que ministraram disciplinas na Especialização, que muito contribuíram para minha formação acadêmica, profissional e pessoal. E, também, a Escola Estadual de Educação Básica Professora Margarida Lopes, mais diretamente a professora Dionéia que disponibilizou suas turmas de oitava série para a realização da aplicação das atividades.

Agradeço também a todos os meus amigos que me apoiaram durante este período, em especial ao Alexandre e a Katiéle, e ao meu namorado Luiz.

E um agradecimento especial à professora Dr^a. Alice de Jesus Kozakevicius que me incentivou a fazer este curso de Especialização.

RESUMO

Monografia de Especialização
Curso de Especialização em Educação Matemática
Centro de Ciências Naturais e Exatas
Universidade Federal de Santa Maria

SOBRE A UTILIZAÇÃO DA HISTÓRIA DA MATEMÁTICA EM ATIVIDADES DIDÁTICAS PARA O NONO ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL

Autora: Thanise Azzolin dos Santos
Orientador: Dr. João Carlos Gilli Martins
Data e Local da Defesa: Santa Maria, 04 de janeiro de 2012.

Esta monografia apresenta um estudo sobre a abordagem da História da Matemática em atividades didáticas feita por Miguel (1993). Além disso, apresenta uma análise de três livros didáticos de Matemática, para turmas de nono ano do Ensino Fundamental, baseada na categorização sugerida por Vianna (2000). A partir do estudo e da análise, anteriormente citados, foram elaboradas atividades didáticas sobre oito temas estudados no nono ano (notação científica e potência; propriedades da potência; radiciação; plano cartesiano; teorema de Tales; semelhança de triângulos; área e perímetro; funções seno e cosseno) objetivando auxiliar professores de Matemática do nono ano do Ensino Fundamental. Ao final do trabalho verificou-se que a História da Matemática é pouco abordada nos livros didáticos analisados. E com relação à síntese feita sobre o estudo de Miguel (1993), o qual apresenta treze funções à História da Matemática, destaca-se a preferência pela função da História da Matemática como História-Significação. A qual foi utilizada como base para a elaboração das atividades didáticas desenvolvidas nessa monografia.

Palavras-chave: História da Matemática. Atividades didáticas. Livros didáticos.

ABSTRACT

Specialization Monograph
Mathematics Education Specialization Course
Center of the Natural and Exact Science
Federal University of Santa Maria

ABOUT THE USE OF HISTORY OF THE MATHEMATICS IN DIDACTIC ACTIVITIES FOR THE NINTH YEAR OF BASICS EDUCATION

Author: Thanise Azzolin dos Santos
Adviser: Dr. João Carlos Gilli Martins
Defense Place and Date: Santa Maria, January 4th, 2012.

This work presents a study about an approach to the history of mathematics in didactic activities performed by Miguel (1993). Besides, presents an analysis of three didactic books of Mathematics, dedicated to the ninth year of Basics Education, based on the Vianna's suggested categorization (2000). From the study and analysis, discussed above, were prepared didactic activities about eight themes studied during the ninth year (scientific notation and power; power proprieties; square root; Cartesian coordinate system; Thales' theorem; similar triangles; area and perimeter; sine and cosine functions) in order to help ninth year of Basics Education teachers of mathematics. At the end of this work, it was found that history of mathematics is insufficiently discussed in the analyzed textbooks. With respect to the synthesis made about the study of Miguel (1993), which presents thirteen roles for history of mathematics, there is a preference for the history of mathematics role such as History-Meaning. To which was employed as the basis for the elaboration of didactic activities developed in the monograph.

Key words: Mathematics History. Didactic activities. Didactic textbooks.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Quadro 1 – Visualização 1 do método utilizado por Arquimedes	59
Quadro 2 – Visualização 2 do método utilizado por Arquimedes	60
Quadro 3 – Atividade 2.a do Tema 1.....	61
Quadro 4 – Atividade 2.b do Tema 1	61
Quadro 5 – Representação da tabela criada por Arquimedes	62
Quadro 6 – Atividade 1-Exemplo 1 do Tema 2	63
Quadro 7 – Atividade 2-Exemplo 1 do Tema 2.....	63
Quadro 8 – Representação da técnica dos babilônicos	65
Quadro 9 – Representação da observação feita por de Descartes	67
Quadro 10 – Representação do plano cartesiano	68
Figura 1 – Representação da medição feita por Tales de Mileto	69
Figura 2 – Representação da medição feita por Tales de Mileto comparando com triângulos retângulos	71
Figura 3 – Representação de triângulos retângulos	72
Figura 4 – Modelo de triângulos retângulos para a atividade 1 do tema 6.....	72
Figura 5 - Modelo de figuras para a atividade 1 do tema 7	74
Figura 6 – Representação de um triângulo retângulo	76
Figura 7 – Representação de um triângulo retângulo para atividade 2 do tema 8	76

SUMÁRIO

1 Apresentação	10
1.1 Justificativa	11
1.2 Objetivos	12
1.2.1 Objetivo Geral	12
1.2.2 Objetivos Específicos	13
1.3 Metodologia	13
2 Referenciais Teóricos.....	15
2.1 Sobre “1º Estudo – A História e o Ensino-aprend izagem da Matemática”	21
2.1.1 Sobre “Felix Klein e a história como guia metodológico”	21
2.1.2 Sobre “Henri Poincaré e a História como Instrumento de conscientização epistemológica”	23
2.1.3 Sobre “Morris Kline e os papéis Ético-axiológico e Unificador da História”	25
2.1.4 Sobre “A História como Fonte de Motivação”	27
2.1.5 Sobre “Zúñiga e as três funções da História”	30
2.1.6 Sobre “Jones como instrumento de explicação dos porquês e como fonte de objetivos para o ensino”	32
2.1.7 Sobre “A História como instrumento na formalização de conceitos”	33
2.1.8 Sobre “Gerdes e a História como instrumento de resgate da identidade cultural”	34
2.1.9 Sobre “Obstáculos à utilização pedagógica da História”	35
2.1.10 Sobre “Considerações Finais”	40
3. Análise de livros didáticos	44
3.1 Análise do livro “Matemática – 8ª Série”	45
3.2 Análise do livro “Matemática Hoje é feita assim – 8ª Série”	47
3.3 Análise do livro “Projeto Araribá: Matemática, 8ª série”	53
4. Atividades didáticas para o nono ano do Ensino Fundamental utilizando a História da Matemática.....	58
4.1 Tema 1: Sobre Notação Científica e Potência	58
4.2 Tema 2: Sobre Propriedades da Potência	62

4.3 Tema 3: Sobre Radiciação.....	64
4.4 Tema 4: Sobre Plano cartesiano.....	66
4.5 Tema 5: Sobre Teorema de Tales	69
4.6 Tema 6: Sobre Semelhança de Triângulos.....	70
4.7 Tema 7: Sobre Área e Perímetro	73
4.8 Tema 8: Sobre Funções Seno e Cosseno	75
4.9 Aplicação das atividades.....	77
5. Considerações finais	79
Referências Bibliográficas	81

1 Apresentação

Esta pesquisa se insere no campo de investigação denominado História na Educação Matemática, que trata do uso da História da Matemática em atividades didáticas em sala de aula. O trabalho apresenta sugestões de atividades didáticas com a temática da História da Matemática, as quais serão destinadas a professores do nono ano (antiga oitava série) do Ensino Fundamental.

A maioria dos Cursos de Graduação em Matemática trazem em sua grade curricular uma disciplina sobre História da Matemática, tópicos sobre a mesma estão presentes em livros didáticos, e normalmente professores utilizam como fator motivador alguns fatos históricos durante as aulas. Porém, tanto na Graduação como na Educação Básica, é infrequente ter contato com atividades que fizessem uso da História da Matemática para elaboração de atividades didáticas, além de estarem voltadas à compreensão da mesma.

No Brasil, a Educação Básica é norteada pelos Parâmetros Curriculares Nacionais – PCN – que descrevem tópicos importantes que devem ser abordados em sala de aula, mostrando os benefícios que podem ser alcançados a partir da utilização desses tópicos. A História da Matemática é um deles e segundo o PCN

(...) conceitos abordados em conexão com sua história constituem-se veículos de informação cultural, sociológica e antropológica de grande valor formativo. A História da Matemática é, nesse sentido, um instrumento de resgate da própria identidade cultural. Em muitas situações, o recurso à História da Matemática pode esclarecer ideias matemáticas que estão sendo construídas pelo aluno, especialmente para dar respostas a alguns “porquês” e, desse modo, contribuir para a constituição de um olhar mais crítico sobre os objetos de conhecimento. (BRASIL, 1997, p. 30).

As atividades a serem elaboradas nesse trabalho serão destinadas a professores de Matemática que ministram aulas no nono ano do Ensino Fundamental e apresentarão, em forma de sugestões, orientações de como trabalhá-las em sala de aula. Desse modo, poderão ser modificadas de acordo com as necessidades e/ou objetivos do professor.

Com esse trabalho pretende-se também realizar a aplicação de atividades didáticas com a temática da História da Matemática em uma turma de nono ano da

Escola Estadual de Educação Básica Prof.^a Margarida Lopes, assim como o relato dessa aplicação.

1.1 Justificativa

Esse tema é instigante não só pelas suas possibilidades em atividades didáticas, como também pelas múltiplas visões apresentadas sobre ele por estudiosos nas áreas de Educação Matemática e de História da Matemática.

A utilização de atividades didáticas que façam uso da História pode motivar o interesse dos alunos pelos conteúdos matemáticos. Também mostra o quanto foram importantes os matemáticos, suas descobertas e como estas foram sendo modificadas ao longo dos séculos.

Com a utilização da História da Matemática, é possível realizar estudos conjuntos nas disciplinas de Matemática e História incentivando a interdisciplinaridade. Pode-se também promover maior interesse dos alunos sobre como os fatores sociais-históricos-econômicos influenciaram nos estudos dos pesquisadores em suas épocas.

Ao falar na utilização da História da Matemática em sala de aula são apontados muitos benefícios que ela pode trazer tanto para os docentes quando para os alunos. Motta (2007, p. 11) diz que “a história da matemática tem sido apontada como uma forma de trabalhar a matemática em sala de aula visando dar mais significado a essa importantíssima área do conhecimento” e Souto (2005) ressalta a importância da História da Matemática na formação de professores de Matemática e que pode trazer diversas contribuições para a ação pedagógica desses professores. Um desses benefícios pode ser o aprimoramento do conhecimento histórico e matemático do professor e, além disso, segundo Motta (2007)

A História da Matemática torna-se inspiradora de atividades didáticas para o ensino-aprendizagem ao possibilitar a constituição dos contextos e circunstâncias de produção dos conceitos, das significações produzidas e negociadas na produção e circulação, recepção e transformação desse conhecimento (MOTTA, 2007, p. 20).

Outra justificativa para a realização desse estudo se caracteriza pela falta de material didático de Matemática fazendo uso da História da Matemática. Os livros didáticos abordam alguns dados sobre a História e há pouca, ou geralmente nenhuma, utilização dessas informações no decorrer do capítulo, o que faz com que, na maioria das vezes, nem professores, nem alunos leiam ou se interessem pelos dados históricos. Esse trabalho servirá como um recurso de fonte de pesquisa de materiais que abordem a História em atividades didáticas de Matemática.

Por fim, este projeto se justifica, também, pelo fato de que, durante os estágios curriculares que realizei, percebi a ausência de um fator que pudesse motivar os alunos para o estudo da Matemática. No decorrer da graduação, cursei a disciplina de História da Matemática, e tal fato me instigou a pesquisar sobre a utilização dessa História no processo de ensino e aprendizagem de conteúdos matemáticos do nono ano, acreditando que este possa ser um incremento interessante nas aulas de Matemática.

A escolha de elaborar atividades para o nono ano do Ensino Fundamental deve-se ao fato de ter ministrado aulas para turmas desse ano, durante o Estágio Curricular, e ter percebido a falta de material de apoio que apresentasse aspectos sobre a gênese dos conceitos estudados em aula.

1.2 Objetivos

1.2.1 Objetivo Geral

Utilizando a História da Matemática, elaborar atividades didáticas destinadas a professores que lecionam a disciplina de Matemática no nono ano do Ensino Fundamental.

1.2.2 Objetivos Específicos

- I. Fazer um estudo sobre a abordagem da História da Matemática em atividades didáticas feitas por Miguel (1993) em sua tese de doutorado;
- II. Analisar textos sobre a utilização da História da Matemática em atividades didáticas;
- III. Pesquisar o que dizem outros autores sobre o uso da História como fonte de motivação nesse processo de ensino e aprendizagem;
- IV. Destacar argumentos de vários pesquisadores como Brito (2005), Gilli Martins (2005), Motta (2007), Soares (1996), Souto (2005), Vianna (2000) e outros que tentam reforçar as potencialidades pedagógicas da História da Matemática;
- V. Elaborar atividades didáticas fazendo uso da História da Matemática, afim de utilizar a História como uma fonte seletiva de problemas práticos e curiosos a serem incorporados nas salas de aula de Matemática;

1.3 Metodologia

Primeiramente será realizada uma revisão bibliográfica sobre o primeiro estudo desenvolvido por Antonio Miguel em sua tese de doutorado, *Três estudos sobre História e Educação Matemática* (1993), denominado *A história e o ensino-aprendizagem da matemática*.

Além de livros e artigos que abordam o uso da História da Matemática em atividades didáticas, serão analisados livros didáticos a fim de visualizar como abordam a História da Matemática no decorrer de seus capítulos.

A abordagem metodológica para a análise será a seguinte: primeiro, serão feitas as descrições das categorias; segundo, serão apresentadas as análises dos livros com a classificação e comentários sobre eles.

Ao final desse estudo sobre a História da Matemática no ensino e na aprendizagem de conteúdo matemáticos, serão elaboradas as atividades didáticas

sobre os conteúdos que fazem parte da grade curricular do nono ano do Ensino Fundamental fazendo uso da História.

Após a elaboração dessas atividades didáticas, elas serão desenvolvidas juntamente com alunos do nono ano da Escola Estadual de Educação Básica Prof.^a Margarida Lopes.

2 Referenciais Teóricos

Os referenciais teóricos fundantes da presente pesquisa são a Teoria Sócio-Histórica dos Campos Conceituais, explicitada nos trabalhos de Soares (1996), especialmente em sua obra *Um olhar sobre o livro didático*, no artigo *História da Matemática na Educação Matemática*, de Vianna (2000), nos *Três Estudos sobre a História e Educação Matemática*, de Miguel (1993) e na concepção de História apresentada por Gilli Martins (2005) em *Sobre Revoluções Científicas na Matemática*.

Para Gilli Martins (2005) a história é uma narrativa de eventos e não uma garantia de qualquer significação singular. Para ele, a natureza não articulada da história não permite a ninguém acesso integral ao sentido real dos fatos e, até por isso, mesmo ao historiador “profissional”, munido do arcabouço teórico que lhe permite deslocamentos para analisar os fatos, não se pode atribuir, a ele, neutralidade na escolha e no trato dos objetos da história. Em outras palavras, mesmo o historiador, enquanto sujeito-analista da história é reiteradamente solicitado a interpretar e, a partir de então, tudo se põe pela ideologia. Sobre isso, Gilli Martins escreve ainda:

(...) acreditamos que nenhum historiador reproduza, com seu trabalho de pesquisa, o que “realmente aconteceu” quando observa o passado. É impossível a nós, sujeitos finitos, descrever a totalidade dos campos factuais. O historiador sempre escolhe um caminho no rizoma de trajetórias possíveis e o caminho escolhido, qualquer que seja ele, não pode passar por toda parte. Assim, nenhum desses caminhos desvela todo o campo factual, não reescreve a história em toda sua potencialidade, em todas as suas múltiplas e incalculáveis relações. Além do mais, parafraseando Authier-Revuz (1982), o sentido da história nunca se interrompe já que ele é produzido nas situações dialógicas ilimitadas que compõem todas as suas leituras possíveis. (GILLI MARTINS, 2005, p. 27)

Em sua concepção, Gilli Martins (2005) acredita que o real da história somente pode ser reproduzido indiretamente através de suas leituras sucessivas, das interpretações possíveis construídas nas diversas épocas, ao longo dos tempos; em outras palavras afirma que a “verdade” dos fatos está diluída por entre as dobras do tempo e está irremediavelmente perdida, para sempre, por entre as tramas de todas as interpretações possíveis em cada época, desde sempre.

Os autores Soares (1996) e Vianna (2000) serão referências para a análise que será feita em três livros didáticos do nono ano do Ensino Fundamental, a fim de verificar a possível existência da História da Matemática nesses livros e como ela é apresentada.

Os livros didáticos escolhidos são *Projeto Araribá Matemática*, 8ª série, Editora Moderna; *Matemática hoje é feita assim*, Antonio Jose Lopes Bigode, 8ª série, Editora FDT; e *Matemática*, Luis Marcio Imenes, 8ª Série, Editora Scipione. A escolha desses três livros foi feita a partir de uma pesquisa informal, em quatro escolas da cidade de Santa Maria, sobre quais eram os livros didáticos de Matemática mais usados nas turmas de nono ano, na qual eles foram os mais citados.

O artigo *Um olhar sobre o livro didático*, de Soares (1996), propõe um olhar que analise o livro didático sob uma perspectiva sócio-histórica. Os livros didáticos serão analisados como uma fonte privilegiada para uma história do ensino e das disciplinas escolares.

Segundo Soares (1996) há vários tipos de olhares lançados sobre os livros didáticos nos últimos anos, um olhar pedagógico, um olhar político, um olhar econômico. E todos esses são olhares que criticam e denunciam, porém não há um olhar que investigue, compreenda. Por isso, é proposto um olhar que busque uma perspectiva sócio-histórica do livro didático. Com a finalidade de tentar entender as polêmicas em curso em nosso país: manter ou rejeitar o livro didático? Defende-lo ou condená-lo? O que é, afinal, um livro didático de qualidade?

Ela afirma que hoje há uma forte oposição à utilização de livros didáticos, com a justificativa de que estes oprimem e submetem os professores, favorecendo em contrapartida os editores e autores desses livros. Porém ao se analisar os livros didáticos a partir de um olhar sócio-histórico têm-se outra perspectiva sobre eles.

O livro didático foi criado na Grécia antiga, a fim de conter uma seleção dos conteúdos considerados mais importantes, que seriam indispensáveis se saber, já que a tendência até então era saber o máximo possível de coisas, o que na época era considerado cultura. E ao longo da história o ensino está vinculado a um livro “escolar”. Ele é o resultado de uma longa história da escola e do ensino, e infelizmente a maioria dos professores e alunos não o vê dessa forma.

A escola é uma instituição ortodoxa, nela o saber é ensinado, aprendido, avaliado, segmentado, *dídatizados*. A fim de cumprir essas funções há currículos,

programas e materiais didáticos que norteiam o ensino nas escolas. O livro instituiu-se antes do estabelecimento dos norteadores citados acima.

Mesmo não sendo um dos objetivos do artigo, a autora destaca a importância de abordar questões políticas e ideológicas subjacentes ao papel do livro didático. O determinante da política da escolarização e, por conseguinte, da política do livro didático é uma política da cultura e das práticas sociais, que é resultado de lutas e compromissos sociais e culturais.

A permanência dos livros didáticos, desde a Grécia antiga até hoje, pode ser explicada pelo fato dele ser destinado a apresentar a cada geração uma versão permitida do conhecimento e da cultura até então adquiridos. Sendo assim, os livros didáticos são fontes privilegiadas para uma história do ensino e das disciplinas escolares.

No Brasil, a História da utilização do livro didático é explicada pelas condições sociais, econômicas e culturais. Os livros didáticos utilizados durante o século XIX eram europeus, principalmente franceses e eram apresentados nas escolas brasileiras na língua original, ou seja, o francês. A utilização desses livros estrangeiros se deve a dois fatos: o primeiro é que os alunos que frequentavam as escolas eram econômica e socialmente favorecidos, estes viam a Europa como referência cultural; o segundo fato é as condições precárias de edição e publicação de livros no Brasil, não havia condições de produzir, em boa qualidade, a quantidade de livros necessária.

A partir de 1930 cresce a produção nacional de livros didáticos. Essa mudança se deve a quatro fenômenos.

O primeiro fenômeno é o tempo que um livro didático permanecia na escola. Os livros eram usados por muitos anos, tendo várias edições e muitos exemplares vendidos. Esse tempo de utilidade começou a decair, necessitando que uma maior produção de livros, aumentando conseqüentemente o número de autores e de obras e diminuindo o número de edições. A causa desse fenômeno é a expansão na quantidade de escolas e de alunos, fato este que se deve a democratização do ensino, que, por conseguinte utilizavam mais livros didáticos.

O segundo fenômeno é a questão da autoria dos livros didáticos. Inicialmente os livros didáticos eram elaborados por cientistas, intelectuais e professores catedráticos de universidades e do Colégio Pedro II, normalmente pessoas de renome por sua atuação no ensino. Após os anos 60, tornou-se comum que

professores em exercício fossem autores de livros didáticos, tendo como base seus manuais. A autoria de livros didáticos perde prestígio, deixa de ser uma atividade nobre na sociedade, isso pode ser consequência da democratização do ensino, o que altera as características sociais e econômicas dos alunos.

O terceiro fenômeno é a questão da edição, que está ligado ao crescimento e diversificação da produção de livros didáticos na segunda metade do século XX. Foi uma consequência da expansão da rede de ensino e aumento do alunado, acelerando o processo de industrialização no país e trazendo um rápido desenvolvimento da indústria gráfica. Essa indústria que antes não tinha como suprir a demanda, agora está apta a efetuar a produção em grande quantidade para atender o sistema educacional nacional. Com tamanha ampliação da produção criou-se a Comissão Nacional do Livro Técnico e Didático.

O quarto fenômeno é as sucessivas mudanças nos conteúdos e na *didatização* desses conteúdos nos livros didáticos. O desenvolvimento acelerado do conhecimento acarreta uma contínua atualização dos livros didáticos para que estes contemplem os novos conhecimentos tanto nas disciplinas curriculares como nos aspectos pedagógicos da apresentação de conteúdos. Inicialmente os livros eram compostos unicamente por textos, o professor que deveria desenvolver da maneira que acreditava ser mais pertinente. Essa característica foi sendo alterada, os livros passaram a conter exercícios e orientações de como proceder em aula.

Esse processo ocorre contemporaneamente à depreciação da profissão de professor. Com a ampliação do ensino há a necessidade de mais professores, fazendo com que o processo de admissão seja menos seletivo, ocorra à diminuição dos salários e as condições de trabalho sejam cada vez piores. Outro fator que agravava mais essa situação era a formação profissional deficiente, dada pela expansão de instituições de ensino de maneira não bem supervisionada. Por esses fatos, os professores buscam alternativas que ajudem na sua atividade, uma dessas alternativas são os livros didáticos que estão cada dia mais completos.

Soares (1996) encerra o artigo retomando alguns pontos: o livro didático só pode ser compreendido se analisado numa perspectiva sócio-histórica. Somente essa perspectiva pode levar a compreensão de questões como: manter ou rejeitar o livro didático? O que seria um livro didático “de qualidade”?

Já o artigo *História da Matemática na Educação Matemática* de Vianna (2000) será utilizado para classificar as formas que a História da Matemática é apresentada nos livros didáticos analisados. Vianna (2000) descreve quatro categorias:

- História da Matemática como Motivação: são os textos apresentados no início do capítulo ou da unidade didática.
- História da Matemática como Informação: são as “notas históricas” apresentadas normalmente depois de concluído um tema ou capítulo do livro didático.
- História da Matemática como Estratégia Didática: são as intervenções direcionadas para conduzir o aluno a um tipo de procedimento.
- História da Matemática Imbricada no Conteúdo: a História é apresentada de maneira implícita, ela fornece o conhecimento permitindo estruturar o desenvolvimento do conteúdo de maneira específica.

Na tese de Miguel (1993) são apresentados Três Estudos sobre a História e a Educação Matemática. Na monografia será utilizado o Primeiro Estudo denominado A História e o Ensino-aprendizagem da Matemática.

Os três estudos citados tem “o propósito de explicitar e fundamentar três pontos de vista pessoais a respeito de três possíveis formas dessa relação se manifestar”¹ (MIGUEL, 1993, pág. 12).

Nessa monografia será feita uma análise sobre o Primeiro Estudo, sendo este o de maior relevância para alcançar os objetivos aqui propostos.

No Primeiro Estudo, Miguel (1993) trata de um dos pontos de vista a respeito da relação entre Educação Matemática e História da Matemática, que é a forma de utilizar a História como recurso pedagógico adicional, com o objetivo de repensar o processo de ensino e aprendizagem de Matemática.

Segundo Miguel (1993), a utilização da História como recurso didático já foi abordada por vários autores, dentre eles Clairaut na obra “Eléments de Geometrie” publicada em 1741, que usou um caminho análogo ao que ele acreditava ter sido feito pela humanidade na construção de leis e conceitos matemáticos. Castelnuovo (1966) na obra “Geometria Intuitiva”, utilizou a História baseando-se na obra de Clairaut, porém, apresentou a História da Geometria desde a Pré-história, pois acreditava que foi neste período que as primeiras formas e noções geométricas se

¹ Esses estudos relacionam História da Matemática e Educação Matemática.

manifestaram. Para justificar essa utilização de fatos históricos foi utilizado o princípio genético, que “talvez tenha sido a fundamentação ao mesmo tempo mais antiga e mais frequente por parte desses matemáticos e educadores” (MIGUEL, 1993, p. 14).

A formulação explícita do princípio genético foi elaborada no final do século XIX por Ernst Heinrich Haeckel, depois de ter sido utilizada na Educação Matemática, e na psicologia

esse princípio revestiu-se de uma acepção particular: aplica-se à comparação do desenvolvimento com a evolução de sua própria espécie, das quais essa espécie poderia ser considerada uma linhagem. (MIGUEL, 1993, p. 14)

Uma explicação mais clara sobre o Princípio Genético foi elaborada utilizando o conceito de “princípio recapitulacionista”, o qual afirma que

“a ontogenia recapitula a filogenia”, ou seja, o desenvolvimento do embrião humano retraza os estágios pelos quais seus ancestrais adultos haviam passado. Em pedagogia, tal princípio é identificado como “princípio genético” e é ligado à ideia de que o aluno percorre em seu aprendizado as mesmas etapas historicamente percorridas para a construção de um conceito, tendo servido de justificativa para aplicações didáticas da História da Matemática, dentro de um enfoque recapitulacionista da evolução dos conceitos, que estabelece uma subordinação determinista do presente em relação ao passado. (MIGUEL & MIORIM, 2004, p. 73-75 apud MOTTA, p. 4667).

O princípio genético é utilizado até hoje como base para a utilização da História da Matemática no ensino e aprendizagem da Matemática, apesar das inúmeras críticas recebidas. A pergunta levantada por Miguel (1993) foi sobre a existência de outras possíveis formas para justificar a relação entre a História da Matemática e a Educação Matemática, essa questão foi o foco do primeiro estudo.

Para chegar a uma solução, Miguel (1993) fez um estudo sobre o que pensavam diversos estudiosos sobre esse tema, e se propôs a

(...) resgatar a própria história dessa forma de relação, através do levantamento, detalhamento e análise dos diferentes papéis pedagógicos atribuídos à história por matemáticos, historiadores da matemática e educadores matemáticos que, de modo direto ou indireto, acabaram expressando suas posições em relação a essa questão. (MIGUEL, 1993, p.16)

Nesse Primeiro Estudo o autor faz exposições personalizadas das posições, valorizando a diversidade dos pontos de vista de cada estudioso com a finalidade relacionar a Educação Matemática e História da Matemática.

Segue a listagem de cada tópico que contempla o Primeiro Estudo e que serão abordados no próximo capítulo, citando alguns autores e/ou posições adotadas:

- Felix Klein e a história como guia metodológico.
- Henri Poincaré e a história como instrumento de conscientização epistemológica.
- Morris Kline e os papéis ético-axiológico e unificador da história.
- A história como fonte de motivação.
- Zúñiga e as três funções da história.
- Jones e a história como instrumento de explicação dos porquês e como fonte de objetivos para o ensino.
- A história como instrumento na formalização de conceitos.
- Gerdes e a história como instrumento de resgate da identidade cultural.
- Obstáculos à utilização pedagógica da história.

Há mais um tópico presente no Primeiro Estudo de Miguel (1993) que é “O princípio genético e a ilusão arcaica”, porém este não será visto nessa síntese, pois não se apresenta como um estudo relevante para o desenvolvimento desse trabalho.

2.1 Sobre “1º Estudo – A História e o Ensino-aprendizagem da Matemática”

2.1.1 Sobre “Felix Klein e a história como guia metodológico”

O matemático alemão Felix Christian Klein apresentou seu posicionamento sobre a importância da História da Matemática para o ensino de Matemática em sua obra “Elementary Mathematics from an Advanced Standpoint” cuja primeira edição é do ano de 1908.

Segundo Miguel (1993), o matemático Klein (1945), em sua obra supra-citada, deixa claro que sua preocupação é com o desenvolvimento dos conteúdos matemáticos. Nessa obra, Klein expressa o motivo que o leva a falar sobre História como segue:

Em relação ao método de apresentação que se segue, será suficiente dizer que procurei aqui, como sempre, combinar a intuição geométrica com a precisão das fórmulas aritméticas, e que deu-me um prazer especial seguir o desenvolvimento histórico de várias teorias a fim de compreender as marcantes diferenças nos métodos de apresentação quando confrontados com os demais métodos presentes na instrução atual. (KLEIN, 1945, prefácio apud MIGUEL, 1993, p. 37).

Ou seja, para Klein (1945), a História da Matemática é utilizada para descrever o desenvolvimento das teorias e conceitos matemáticos e para confrontar o método de construção das teorias matemáticas com os métodos pedagógicos de transposição didática dessas teorias.

Miguel (1993) afirma que a falta de harmonia entre o método de construção teórica e os métodos de transposição didática de teorias matemáticas, levou Klein (1945) a uma discussão sobre se devemos ou não apresentar conceitos abstratos aos alunos muito cedo.

Com o objetivo de contornar esse impasse, Klein (1945) lança mão do princípio genético que afirma que no desenvolvimento do indivíduo (ontogenia), ele passa pelas mesmas etapas do desenvolvimento da espécie (filogenia). Para isso Klein (1945) tinha como pressuposto que, nos processos de aprendizagem, os alunos tenham dificuldades similares aos que nossos antepassados tiveram quando da construção das teorias matemáticas. Por esse motivo ele sugeria que, no processo de ensino, devem ser apresentadas, primeiro, ideias mais gerais que guiem à conceitos mais abstratos e nunca impor aos alunos, desde o princípio, conceitos formalizados sob o rigor da lógica matemática.

Um obstáculo argumentado por Klein (1945) à implementação da sua proposta foi a falta de conhecimento da História da Matemática por parte dos professores de Matemática dos níveis iniciais de ensino. Com o objetivo de contornar esse problema, Miguel (1993) afirma que Klein (1945) introduziu observações históricas na apresentação dos conceitos no decorrer de seu livro, tentando deixar claro como os conceitos matemáticos surgiram de uma forma preliminar para, muito tempo depois, tomar uma forma definitiva.

Segundo Miguel (1993), a partir do que foi descrito por Klein (1945), pode-se concluir que a dimensão pedagógica da História aparece-lhe ligada à escolha de métodos adequados de ensino e aprendizagem dos conteúdos matemáticos. Mais ainda, para ele, Klein (1945) atribui ao método histórico de produção do conhecimento o caráter de ser natural e realmente científico em dissonância com outros métodos de ensino e aprendizagem, argumentando que o formalismo pedagógico é incapaz de estimular o pensamento científico. Com isso Klein (1945) confrontava-se com aqueles, de sua época, que opunham ensino e investigação.

2.1.2 Sobre “Henri Poincaré e a História como Instrumento de conscientização epistemológica”

Em seu livro *“Science et Méthodo”* (1908), em que reúne diversos estudos que, de certo modo, se relacionam com a metodologia científica, o filósofo e matemático francês Henri Poincaré (1854–1912) faz referências sobre a importância da História no Ensino de Matemática.

A questão do recurso histórico se manifesta em sua obra quando, a fim de responder à pergunta central de um dos capítulos, Poincaré questiona sobre “por que as crianças frequentemente não conseguem compreender aquelas definições que satisfazem os matemáticos?” (MIGUEL, 1993, p. 41). Para elaborar uma resposta, Poincaré se depara, segundo Miguel (1993), com outras questões como, por exemplo, “o papel dos padrões atualizados de rigor e da intuição no ensino da matemática e o significado da compreensão da demonstração de teorema” (MIGUEL, 1993, p. 41).

A partir desse momento a História entra no contexto das preocupações de Poincaré. Segundo Miguel (1993), recorrer à história é, para Poincaré, mais uma intervenção necessária que o professor deve fazer com o objetivo de contornar a imaturidade psicológica do aluno. Para o filósofo e matemático francês era quase inevitável que, no processo de ensino e aprendizagem da Matemática se negligenciasse, ainda que por um momento, os padrões de rigor formal dessa disciplina, não para abandoná-los definitivamente mas, sim, para que

posteriormente, em um momento apropriado, pudessem ser retomados de modo consciente pelo aluno. Nesse contexto, segundo Miguel, a História ganha um papel pedagógico conscientizador, possibilitando ao aluno a consciência² da necessidade de se submeter aos padrões rigorosos da Matemática, pois os menos elaborados não mais iram os satisfazer. Assim “a função didática da história é psicológica, mas o objetivo que se busca é estritamente epistemológico” (MIGUEL, 1993, p. 42).

A questão que ainda instiga é porque a História resolveria a dificuldade do aluno em compreender conceitos formais da Matemática. Poincaré justifica a sua escolha pela História da Matemática através do princípio genético, assim o professor ajuda o aluno a perfazer o mesmo caminho que foi feito pelos antepassados – de forma abreviada – até chegar aos conceitos atualmente aceitos.

Miguel (1993) questiona a legitimidade de se desconectar do princípio genético como fundamento para uma possível função conscientizadora da História. Para embasar essa questão ele considera a psicologia do desenvolvimento cognitivo, referenciando Vygotsky, em seu estudo do desenvolvimento dos conceitos científicos da infância, e Piaget, no estudo sobre o modo que a criança atinge a consciência e o domínio dos seus próprios pensamentos.

Vygotsky busca explicitar como Piaget explica a aceitação da carência de percepção consciente das relações do pensamento da criança, mesmo que essa trabalhe com as relações de maneira inconsciente. Piaget usa duas leis psicológicas: a lei da percepção formulada por Claparède e a lei da transferência ou do deslocamento. A primeira lei diz que “a conquista gradativa da consciência é diretamente proporcional aos obstáculos que enfrentamos para nos adaptar as situações” (MIGUEL, 1993, p. 44), isso justifica o ponto de vista de Piaget, o qual devido às deficiências da lógica infantil e aos fracassos dos conflitos, em decorrência dessas deficiências, que se estabelecem entre criança e adulto, necessitando assim, a criança a tomar consciência de seus conceitos. Mas, essas necessidades provocariam mudanças no desenvolvimento? É por esse motivo que Piaget acresce com a lei da transferência, segundo a qual “tornar-se consciente de uma operação mental significa transferi-la do plano da ação para o plano da

² O termo “consciência” do modo como o faz Vygotsky, para indicar a percepção da atividade da mente – a consciência de estar consciente – e, sendo assim, não consciente não é sinônimo de inconsciência (VYGOTSKY, 1987 p. 78 apud MIGUEL 1993, p.42).

linguagem, isto é, recriá-la na imaginação de modo que possa ser expressa em palavras.” (VYGOTSKY, 1987, p. 76 apud MIGUEL, 1993, p. 44).

Vygotsky conclui que as leis utilizadas por Piaget embora consigam responder o porquê da criança em idade escolar não ser consciente dos seus conceitos, não consegue mostrar como se alcança tal consciência. Para respondê-la Vygotsky utiliza o mecanismo da generalização como fator fundamental para tornar-se consciente. “Se consciência significa generalização, a generalização, por sua vez, significa a formação de um conceito supra-ordenado que inclui o conceito dado como um caso específico” (VYGOTSKY, 1987, p. 79-80 apud MIGUEL, 1993, p. 45).

Retornando a questão inicial, Miguel (1993) diz que se aceitar as explicações dadas por Piaget e Vygotsky, então, elas parecem indicar uma inversão no pensamento de Poincaré, no que se refere às possibilidades pedagógicas da História da Matemática. Miguel (1993) questiona que se visualizarmos o mecanismo de generalização como o produto final dos processos de organização dos sistemas, e se os conceitos científicos permitem o poder de acionar tais processos no ato da aquisição do conhecimento, qual o sentido da proposta de Poincaré, quando procura apoio em um domínio do conhecimento no qual este não se desenvolve de tal forma.

2.1.3 Sobre “Morris Kline e os papéis Ético-axiológico e Unificador da História”

Morris Kline (1908–1992) foi professor de Matemática do Instituto Courant de Ciências Matemáticas da Universidade de Nova Iorque e historiador da Matemática, e, segundo Miguel (1993), apresentou seu ponto de vista sobre a importância pedagógica da História para o ensino e a aprendizagem da Matemática nos seguintes trabalhos: no artigo “A Proposal for the High School Mathematics Curriculum” de 1966, no livro “O Fracasso da Matemática Moderna” de 1973 e no prefácio da obra “Mathematical Thought from Ancient to Modern Times” de 1972.

A partir dessas referências Miguel (1993) concluiu que “o papel pedagógico da história não se constitui em objeto central de reflexão, mas insinua-se, sempre, como um argumento para a defesa de uma abordagem intuitiva da matemática na escola em contraposição a uma abordagem dedutiva” (MIGUEL, 1993, p. 48).

Seguindo essa linha, Kline comenta que os conceitos que nos parecem mais intuitivos, como os números naturais e conceitos geométricos, foram aceitos e utilizados primeiro. Já os menos intuitivos, como números negativos e números complexos, percorreram um caminho mais longo para serem criados e aceitos, e para que fossem aceitos foram usadas evidências intuitivas.

Além disso, Kline questiona a forma como são apresentados os conceitos, de maneira logicamente organizada, como se tudo tivesse sido criado na referida sequência de maneira intuitiva e sem dificuldades. Com esse tipo de apresentação não é possível mostrar aos alunos as dificuldades encontradas, ao longo dos séculos, pelos matemáticos e estudiosos dessa ciência.

A partir dessas constatações Kline conclui que as dificuldades que os matemáticos tiveram há séculos atrás serão as dificuldades encontradas pelos estudantes hoje. Por exemplo, os matemáticos levaram muito tempo para constituir e aceitar o conceito dos números negativos, fato este que justifica a dificuldade dos estudantes de hoje com tal conceito, e, para superar essa dificuldade, os estudantes deverão ser apresentados de maneira gradativa e intuitiva a esse conceito matemático.

Para sustentar essa analogia entre dificuldades dos matemáticos e dos estudantes, segundo Miguel (1993), Kline utiliza o princípio genético “como modo de estabelecimento de uma identidade entre obstáculos históricos e obstáculos cognitivos” (MIGUEL, 1993, p. 50).

Além de descrever as razões da necessidade de se recorrer à História, Miguel (1993) também descreve as funções pedagógicas que baseiam esse recorrer. E uma delas é a desmistificação metodológica da didática da Matemática, já que a maneira como a esta ciência é apresentada aos estudantes não reflete como esse conhecimento foi desenvolvido ao longo dos séculos. A História tem o papel de estabelecer a consonância entre a maneira como a matemática é apresentada para os alunos e como ela foi realmente desenvolvida, possibilitando ao estudante conhecer os erros, as dificuldades e as hesitações dos matemáticos. Segundo Kline, podendo gerar nesses estudantes atitudes como coragem para enfrentar problemas e, também, tenacidade na busca de soluções para esses problemas.

Uma possível consequência dessa função poderia ser a quebra na unidade matemática, mas Kline afirma que:

os cursos usuais apresentam segmentos da matemática que parecem ter pouca relação entre si. A história pode fornecer uma perspectiva para a matéria como um todo e relacionar os conteúdos dos cursos não apenas uns com os outros como também com o corpo, com o núcleo principal do pensamento matemático. (KLINE, 1972, p. IX apud MIGUEL, 1993, p. 51).

A partir do que foi descrito acima a outra função pedagógica da História é a percepção e a manutenção da unidade matemática, pois a utilização da História fornece conhecimento dos acontecimentos passados e dos objetivos da Matemática que podem auxiliar na não fragmentação dessa ciência.

2.1.4 Sobre “A História como Fonte de Motivação”

Muitos matemáticos justificaram o recorrer a História no processo de ensino e aprendizagem da Matemática através da categoria psicológica da motivação. Segundo Miguel (1993), os matemáticos Hassler e Wiltshire estão entre eles e afirmam que o conhecimento da História por parte dos alunos despertará o interesse deles pela Matemática.

Segundo Miguel (1993), podemos notar um otimismo exagerado com relação aos benefícios pedagógicos da História, dando a mesma um poder supremo que faz com que os estudantes passem a gostar e entender Matemática após sua utilização no processo de ensino e aprendizagem.

Miguel (1993) faz referência a uma história na qual um estudante passa a compreender a Aritmética após ler um livro de História da Matemática que um professor emprestou-lhe.

A história do estudante expressa o aspecto motivacional da História apresentando uma visão lúdica da mesma. Segundo Miguel (1993), o matemático Hessler (1929) acreditava que todo professor deveria saber as histórias dos grandes matemáticos para que pudesse usar em qualquer momento de sua aula, podendo assim ilustrar os vários usos da Matemática, proporcionando, com isso, momentos de recreação durante as aulas.

Segundo Miguel (1993), a utilização da História como agente motivador, passa de uma forma externa ao conteúdo de ensino para uma forma vinculada e produzida na resolução de problemas históricos e na análise das resoluções desses

problemas, a qual foi uma das propostas que surgiu durante o 5º Congresso Internacional de Educação Matemática (ICME) em 1984. Na base dessa proposta tem-se que a resolução de problemas é uma atividade educativa e motivadora, e a união dela com a utilização da História aumentaria o potencial motivador.

A utilização de problemas históricos já havia começado a se manifestar no 4º ICME, pelo professor Humphreys – do Minneapolis Community College – no seu pronunciamento deixa claro que acredita no poder motivador dos problemas históricos, e pelo professor Meserve (da Universidade de Vermont) ao manifestar a pertinência da união de duas tendências, as quais são a utilização da História e a resolução de problemas.

Outro defensor da utilização da História via resolução de problemas foi Swetz, ele se aprofundou mais dos que os outros professores acima citados. Forneceu razões, citadas abaixo, para justificar porque a utilização dessas atividades podem motivar os estudantes.

- 1) possibilitam o esclarecimento e o reforço de muitos conceitos que estão sendo ensinados;
- 2) constituem-se em veículos de informação cultural e sociológica;
- 3) refletem as preocupações práticas ou teóricas das diferentes culturas em diferentes momentos históricos;
- 4) constituem-se em meio de aferimento da habilidade matemática de nossos antepassados;
- 5) permitem mostrar a existência de uma analogia ou continuidade entre os conceitos e processos matemáticos do passado e do presente. (MIGUEL, 1993, p. 66,67).

Segundo Miguel (1993), com relação ao primeiro item, tem-se como exemplificação as discussões sobre problemas babilônicos que são solucionados utilizando a técnica de completamento de quadrado. Com relação ao segundo, é exemplificado através de soluções de problemas, como a altura do mastro de navios egípcios. No terceiro item pode ser exemplificados por problemas que envolvem as atividades práticas das sociedades antigas – como cálculo do armazenamento de grãos. O penúltimo item tem como exemplo o problema de determinar o raio de um círculo que está inscrito num triângulo que está em um tablete babilônico. E o último é exemplificado pela “comparação entre o processo babilônico de extração de raízes quadradas e os processos iterativos de cálculo que estão na base das atuais operações computacionais” (MIGUEL, 1993, p. 68).

Swetz, também, não via a motivação como uma consequência inevitável do fato do problema ser classificado como histórico. Não acreditava que a inclusão de comentários e fatos históricos sobre a vida e obra de matemáticos poderia auxiliar na aprendizagem dos conceitos, esta utilização seria apenas uma inclusão de mais conteúdos.

As questões postas por Miguel são: realmente a História motiva? Há legitimidade na busca da motivação através da utilização da História no processo de ensino e aprendizagem?

Pode-se pensar que se a utilização da História nos conteúdos matemáticos motiva o interesse dos alunos, então a disciplina de História é por si só motivadora. O que não se confirma, pois muitos estudantes não gostam, não se interessam e/ou tem dificuldades com tal disciplina.

Outro argumento utilizado que contesta o caráter motivador da História vem da análise de uma área da Psicologia que estuda a motivação. Esses estudos apresentam uma mudança de enfoque, passando do enfoque mecanicista para o cognitivo da motivação, ou seja, ao invés de um organismo acostumado a seguir os hábitos sem questioná-los tem-se um organismo capaz de compreender informações sobre sua fisiologia interna e sobre o ambiente social em que vive. Com relação a esse argumento, Miguel (1993) nos diz que:

É fácil perceber, porém, que é dentro de um enfoque mecanicista da motivação que se situam os autores cujos pontos de vistas analisamos. E um mecanismo, acrescentaríamos, centrado no objeto do conhecimento e não no sujeito. É a história a fonte de onde emanariam os impulsos que se construiriam em reforços automaticamente e invariavelmente positivos para o sujeito. A vinculação estabelecida, por alguns autores que consideramos, entre história e problema não os coloca em melhor situação, pois o aspecto motivador de um problema não reside no fato de ser ele histórico ou até mesmo de ser problema, mas no maior ou menor grau de desafio que esse problema oferece, no modo como esse desafio é percebido pelo aprendiz, no tipo de relações que se estabelecem entre esse desafio e os valores, interesses e aptidões socialmente construídos por ele etc. (MIGUEL, 1993, p. 69, 70).

Assim, a História não necessariamente motiva e, além disso, não motiva a todos do mesmo modo, sendo uma justificativa problemática incorporar a História no ensino e na aprendizagem de Matemática.

2.1.5 Sobre “Zúñiga e as três funções da História”

Segundo Miguel (1993), Zúñiga se posiciona com relação à utilização da História da Matemática no processo de ensino e aprendizagem dessa ciência e uma característica importante desse posicionamento é que ele vincula a discussão da função didática da História da Matemática com as discussões sobre os aspectos filosófico-metodológicos da Matemática, ainda se afirma que a visão da importância da História da Matemática de Zúñiga é consequência do interesse dele pela Filosofia da Matemática.

Miguel (1993) cita três ideias fundamentais de Zúñiga que baseiam uma atitude no campo da Filosofia da Matemática e que se relacionam com a utilização da História da Matemática no processo de ensino e aprendizagem.

- 1) a diversidade teórica das matemáticas, isto é, ruptura com o postulado da existência de uma unidade entre os campos distintos da matemática;
- 2) a defesa do caráter empírico³ das matemáticas;
- 3) a defesa de que o conhecimento resulta de uma síntese dialética de três fatores funcionalmente importantes: o sujeito, a sociedade e o objeto material. (MIGUEL, 1993, p. 71-72).

Com relação à primeira ideia, Zúñiga afirma é difícil manter a visão de matemática unificada após os trabalhos de Kurt Gödel, na década de 30, se referindo a esses trabalhos como um divisor da Matemática, e desde então a matemática não é mais corpo único. Paul Cohen é outro matemático que serve de influência para a afirmação de Zúñiga, ele elaborou um trabalho “que estabelece a existência de axiomáticas diferentes e não isomórficas, segundo se admita ou não a hipótese do contínuo (...)” (MIGUEL, 1993, p. 72), fazendo a matemática parecer fragmentada, com partes independentes umas das outras.

Sobre a segunda ideia citada acima, Zúñiga a sustenta admitindo a Matemática como uma ciência natural cujo objeto “não existe por si só e nem faz parte de uma instância física do real. Ele só se manifesta no seio da relação epistemológica mutuamente condicionada que se estabelece entre o sujeito

³ Empírico: “(...) que se baseia somente na experiência ou observação, ou por elas se guia(...)”.
Fonte: <http://michaelis.uol.com.br/moderno/portugues/index.php?lingua=portugues-portugues&palavra=emp%EDrico>.

epistêmico e o objeto.” (MIGUEL, 1993, p. 72-73), o mais importante são os aspectos dessa manifestação que provocam uma abstração geral no sujeito.

Já a última das ideias citadas, Zúñiga faz referência à instância social como fator epistemológico importante na relação sujeito-objeto no plano do conhecimento. O social influencia na maneira que o sujeito age e também modifica a realidade do objeto, além de ser “fator epistemológico que imprime ao processo do conhecimento uma dimensão histórica” (MIGUEL, 1993, p. 73). Além disso, tanto o sujeito quanto o objeto são considerados dinâmicos e ativos nessa relação.

Segundo Miguel (1993), as três ideias descritas justificam a importância da História no processo de ensino e aprendizagem da Matemática para Zúñiga. E a partir delas atribui três funções didáticas a utilização da História da Matemática no processo de ensino e aprendizagem.

A primeira das funções didáticas que Zúñiga atribui à utilização da História da Matemática é fazer surgir uma atitude pedagógica na Educação Matemática “que ao mesmo tempo revelasse e se ajustasse a uma nova e revolucionária filosofia desse campo do conhecimento, cuja adequabilidade e legitimidade apenas essa mesma história poderia sustentar” (MIGUEL, 1993, p. 74).

As outras duas funções didáticas atribuídas por Zúñiga foram a motivação e o esclarecimentos do sentido e dos conceitos e das teorias estudadas, a partir do desenvolvimento histórico no processo de ensino e aprendizagem. Mas essas funções não se concretizam com apenas uma breve introdução histórica ao iniciar o conteúdo, mas sim usando a ordem histórica dos acontecimentos matemáticos na apresentação dos conceitos em sala de aula, e assim mostrando as dificuldades encontradas na construção dos conhecimentos matemáticos.

Segundo Miguel (1993), Zúñiga não incentivou a reprodução exata da sequência do surgimento dos conhecimentos matemática, pois a Matemática possui uma “lógica interna” dada pelas sínteses de conceitos importantes e que deve ser mantido no processo de ensino e aprendizagem. A sugestão dada por ele é a busca por um equilíbrio entre a “lógica interna” e a história do desenvolvimento da Matemática, para que assim se tenha um ensino significativo.

2.1.6 Sobre “Jones como instrumento de explicação dos porquês e como fonte de objetivos para o ensino”

O matemático P. S. Jones, analisa várias funções pedagógicas da utilização da História no seu livro “Historical Topics for the Mathematics Classroom” de 1969. Se a História for utilizada de uma maneira adequada o estudante poderá ser capaz de perceber:

- 1) que a matemática é uma criação humana;
 - 2) as razões pelas quais as pessoas fazem matemática;
 - 3) as conexões existentes entre Matemática e Filosofia, Matemática e religião, Matemática e o mundo físico e Matemática e Lógica;
 - 4) que necessidades práticas, sociais, econômicas e físicas frequentemente servem de estímulo ao desenvolvimento de ideias matemáticas;
 - 5) que as curiosidade estritamente intelectual, isto é, que aquele tipo de conhecimento que se produz tendo como base a questão “O que aconteceria se ...?”, pode levar à generalização e extensão de ideias e teorias;
 - 6) que as percepções que os matemáticos têm do próprio objeto da matemática mudam e se desenvolvem ao longo do tempo;
 - 7) a natureza e o papel desempenhado pela abstração e generalização na história do pensamento matemático;
 - 8) a natureza de uma estrutura, de uma axiomatização e de uma prova.
- (MIGUEL, 1993, p. 76)

Segundo Miguel (1993), Jones também relaciona essas funções com assuntos matemáticos que se tiverem uma abordagem histórica adequada pode propiciar um processo de ensino e aprendizagem significativo e baseado na compreensão.

Um processo de ensino e aprendizado que busca a compreensão e a significação requer questionamentos (os porquês) por parte dos estudantes, sobre fatos, procedimentos, métodos utilizados, etc. Jones define três categorias de porquês:

“Os “porquês cronológicos” são aquelas explicações cuja legitimidade não se caracteriza como uma necessidade lógica. Ao contrário, são razões de natureza histórica, cultura, casual, convencional ou de outro tipo qualquer que estão na base de sua aceitação. Exemplo disso (...) pode ser questões do tipo: por que há 60 segundos em um minuto? (...) Os “porquês lógicos” são aquelas explicações cuja aceitação baseia-se na decorrência lógica de proposições previamente aceitas ou no desejo de compatibilizarmos entre si duas ou mais afirmações não necessariamente compatíveis. Exemplo disso (...) pode ser questões do tipo: por que o produto de dois números negativos é um número positivo? (...) Os “porquês pedagógicos” são aqueles que não se incluem em quaisquer das categorias anteriores, isto é, são aqueles

procedimentos operacionais que geralmente utilizamos em aula e que se justificam mais por razões de ordem pedagógica do que históricas ou lógicas. Exemplo disso (...) pode ser questões do tipo: por que você ensina a extrair o maior divisor comum entre dois números pelo método das subtrações sucessivas e não pelo da decomposição simultânea ou outro qualquer?” (MGUEL, 1993, p. 77, 78)

Segundo Miguel, Jones acredita que a História pode e deve auxiliar e conduzir os estudantes nas respostas dos três tipos de porquês. É nessa base que Jones sustenta a importância da História no processo de ensino e aprendizagem da Matemática.

2.1.7 Sobre “A História como instrumento na formalização de conceitos”

A História como instrumento na formalização de conceitos é mais uma função pedagógica da História da Matemática que Miguel (1993) destaca em seu estudo. Segundo Miguel (1993), essa função é defendida pelos professores que fazem parte o Seminário de História e Educação Matemática do Instituto de Matemática, Estatística e Ciências da Computação da Universidade Federal de Campinas.

Miguel (1993) destaca que esse grupo tinha uma percepção diferente sobre formalização, eles não viam a formalização como o objeto final, mas sim os caminhos percorridos para chegar a certo fim. Ou seja, quando alguém traça caminhos a fim de chegar a um resultado já realiza a formalização. Essa formalização pode se realizar em diferentes níveis do processo de ensino e aprendizagem, implicando na existência de diferentes níveis de formalização.

Essa definição de formalização os leva a considerarem “os momentos de formalização como condicionadores da obtenção de uma aprendizagem significativa” (MIGUEL, 1993, p. 80). O grupo verifica que ao longo do desenvolvimento histórico da Matemática foram apresentadas diferentes formalizações para mesmos conceitos, e são essas diferenças que devem ser objeto de estudo no processo de ensino e de aprendizagem, abrangendo as instâncias histórica e cognitiva da formalização – “sendo as formalizações históricas o instrumento que promove e dá sentido à realização das formalizações cognitivas” (MIGUEL, 1993, p. 80).

2.1.8 Sobre “Gerdes e a História como instrumento de resgate da identidade cultural”

O matemático Gerdes, segundo Miguel (1993), jamais fez referência à utilização da História no ensino, mas contribuiu para que a sua utilização no processo de ensino e aprendizagem fosse apresentada por outro ponto de vista, “a história não lhe aparece nem como um ponto de partida e nem como algo pronto e acabado que pudesse ser constituir em objeto de uso e abuso por parte dos educadores” (MIGUEL, 1993, p. 81).

O enfoque é dado sobre a reconstrução do sistema educacional moçambicano depois que foi extinto o regime colonial imposto por Portugal e a importância da Matemática nessa reconstrução. Durante o regime a visão apresentada à população sobre a Matemática era que esta ciência era criada e compreendida somente pelos homens brancos, os outros povos só conseguiam memorizar os conceitos.

Essa visão fez com que os alunos tivessem dificuldades e não apresentassem um bom desempenho em Matemática. Para Guedes, segundo Miguel (1993), para mudar esse fato deve-se buscar o fim dos bloqueios psicológico e cultural que esses estudantes possuem, “é necessário encorajar a compreensão de que os povos africanos foram capazes de desenvolver matemática no passado e, portanto – reganhando confiança cultural – serão capazes de assimilar e desenvolver a matemática de que necessitam” (GERDES, 1991, p. 62 apud MIGUEL, 1993, p. 82).

Ou seja, segundo Miguel (1993), devem-se adicionar ao currículo escolar as tradições matemáticas desses povos. A dificuldade disso se dá na reconstrução dessas tradições, já que muitas delas foram destruídas pelos colonizadores. A reconstrução dessa Matemática passa pela busca de “elementos matemáticos presentes na vida diária das massas populares e que não são reconhecidos como matemáticos pela ideologia dominante” (MIGUEL, 1993, p. 82).

Miguel (1993) destaca a metodologia utilizada por Gerdes na reconstrução dessas tradições. Essa metodologia consiste na análise de objetos típicos utilizados por essa população, como, por exemplo, cestos e casas, a fim de discutir sobre suas formas e padrões. Para essa análise

aprendemos técnicas de produção usuais e tentamos variar as formas. Resultou que a forma destes objetos não é quase nunca arbitrária, mas geralmente representa muitas vantagens práticas e é, muitas das vezes, a única solução possível ou a solução ótima de um problema de produção. A forma tradicional reflete experiência e sabedoria acumuladas. Constitui não só conhecimento biológico e físico acerca dos materiais que são usados, mas também conhecimento matemático, conhecimento acerca das propriedades e relações dos círculos, retângulos, quadrados, pentágonos e hexágonos regulares, cones, pirâmides, cilindros, etc. (GERDES, 1991, p. 63 apud MIGUEL, 1993, p. 83).

Nesse resgatar, Gerdes, segundo Miguel (1993), desenvolve uma tarefa de historiador crítico que busca reviver o processo original de desenvolvimento do saber matemático que desapareceram ao longo dos anos de opressão.

Ao reinventar o processo de construção de algum objeto, como, por exemplo, uma cesta, o aluno faz matemática, assim como o (s) artesão (s) que construiu (construíram) a técnica. O professor será o guia nesse processo de reinvenção, por este fato ele deve estar consciente da presença da matemática na construção de objetos e da importância educacional e cultural desse processo.

Com esse processo o aluno desenvolve uma confiança que pode aprender Matemática e isso auxilia no processo recuperação da identidade cultural africana.

2.1.9 Sobre “Obstáculos à utilização pedagógica da História”

Até agora Miguel (1993) nos apresentou matemáticos e educadores matemáticos que veem na História uma potencial ferramenta a ser utilizada no processo de ensino e aprendizagem, porém não são todos que pensam dessa forma. Dentre eles Miguel (1993) destaca Lichnerowicz, Moise (1965), Grattan-Guinness e Byers (1982) , e apresenta suas visões sobre esse assunto.

Lichnerowicz, segundo Miguel (1993), fala sobre a dificuldade em conciliar dois fatos: que o ensino esteja em harmonia com as possibilidades intelectuais do estudante e, também, a inicialização do espírito científico. Com relação ao segundo fato, “a urgência dessa iniciação ao espírito científico contemporâneo deve-se à profunda defasagem existente entre a matemática que é ensinada na escola elementar e secundária e aquela que é ensinada na universidade” (MIGUEL, 1993, p. 85-86).

Miguel (1993) afirma que, para Lichnerowicz, essa defasagem surge da diferença entre a concepção procedente dos gregos que é apresentada no ensino básico e a concepção desenvolvida no último século que é apresentada ao ensino superior, e para por fim a essa defasagem deve haver uma ruptura com o ensino tradicional que é vinculado a História.

Fazendo um paralelo, para Zúñiga a introdução da História era “condição para o ajuste entre a educação matemática e uma concepção epistemológica adequada à natureza da matemática contemporânea” (MIGUEL, 1993, p. 86), já para Lichnerowicz a introdução da História era um obstáculo para este ajuste e o “histórico é entendido como não-contemporâneo” (MIGUEL, 1993, p. 86). E o histórico, sendo visto como atrasado, não teria o poder de encaminhar o estudante ao ensino universitário atual.

Moise também utilizou o argumento das abordagens contemporâneas com relação as não contemporâneas. Para basear sua argumentação ele utiliza a distinção entre as tradições matemáticas e as tradições literárias e artísticas, afirmando que a Matemática não tem tradição em comparação com a Literatura e a Arte, pois muitas partes da Matemática já estão obsoletas e não é necessário compreendê-las para entender conceitos atuais.

As descrições vistas acima levam Miguel (1993) a concluir que Lichnerowicz e Moise se baseiam no pensamento do matemático alemão Hermann Hankel que afirma que uma nova geração na Matemática elabora um novo discurso para os conceitos antigos. O que nos remete a conclusão que ao estudar conceitos atuais e estes sendo releituras de antigos conceitos é desnecessário estudar a História dos mesmos.

Mas essa visão de Hankel pode ser contestada se houver uma separação entre o conteúdo matemático e a forma como este é apresentado. Com relação à forma, ela pode sofrer alterações, por exemplo, na linguagem simbólica e nos padrões matemáticos; e com relação ao conteúdo pode haver alterações, como, por exemplo, em conceitos tidos como verdadeiros antigamente e na matemática contemporânea estes já não são aceitos.

A visão de Hankel ainda pode nos remeter “a duas atitudes pedagógicas opostas em relação ao papel da história no ensino da matemática” (MIGUEL, 1993, p. 91). Segundo Miguel (1993), a primeira afirma que se for aceito que os conceitos atuais são releituras dos não contemporâneos, as abordagens mais atualizadas são

consideradas pedagogicamente corretas, pois possuem linguagem mais rigorosa e os objetivos pedagógicos são alcançados mais rapidamente por serem didaticamente eficazes. A outra atitude pedagógica oposta à descrita anteriormente, nos remete a dificuldade de compreender conceitos contemporâneos a partir deles mesmos, sem nenhuma base menos rigorosa; as questões que embasam a afirmação dessa dificuldade são: como um estudante pode reinterpretar algum conceito que ainda não interpretou? Por que só alguns estudiosos teriam a oportunidade de conhecer a história dos conceitos e teorias matemáticas? Como os novos matemáticos poderiam tomar a decisão de reler algum conceito se não conhecem a evolução dos mesmos? Isso nos leva a pensar nas dificuldades que surgem ao desconsiderar a evolução histórica da Matemática.

Grattan-Guinness destaca a propagação do “estilo pedagógico que conscientemente ou não desobrigou-se da historicidade”, esse estilo foi motivado “pelos cursos ministrados e impressos na École Normale e na École Polytechnique de Paris, no final do século XVIII, fato este que acabou contribuindo para a reorganização da Educação Matemática em todo o mundo ocidental” (MIGUEL, 1993, p. 92). Segundo Miguel (1993), Grattan-Guinness afirma que essas Escolas foram modelos importantes para a prática educativa da matemática de toda a Europa. Essas Escolas tinham o objetivo que disponibilizar aos estudantes livros-textos de matemática que contivessem o mais importante da matemática, sendo conciso e rigoroso, contendo o máximo de informações, evitando assim os livros gigantescos. Porém, gerava dificuldade de entendimento por parte dos estudantes, já que era um acumulado de conceitos e conhecimentos matemáticos, e não continha a evolução dos mesmos nem a explicação do motivo que assim foram apresentados aos estudantes.

Grattan-Guinness descreve a motivação pela qual a Matemática é apresentada por meio de abordagens lógicas e não históricas, porém não ignora as dificuldades encontradas a partir desse tipo de abordagem. Uma dessas dificuldades faz referência à falta de material sobre a História da Matemática anterior aos últimos dois séculos.

Segundo Miguel (1993), Byers compartilha da mesma opinião que Grattan-Guinness no que se refere à ausência de material sobre a História da Matemática. Outra constatação feita por Byers foi que a maior parte da literatura disponível não é aconselhável para uso didático, pois descreve os resultados matemáticos, ignorando

o modo como se chegou a esses resultados, o que dificulta muito o trabalho dos historiadores matemáticos na busca pelo entendimento dos caminhos percorridos ao longo dos séculos. Mas isso não deve ser algo que desmotive a busca por fatos da História da Matemática e sim um estímulo para essa busca e para a ligação entre conceitos matemáticos e a História dessa ciência.

Outra dificuldade da utilização da História da Matemática no processo de ensino e aprendizagem citada por Grattan-Guinness, segundo Miguel (1993), é o fato de ele discordar que a introdução da História da Matemática faça com que o ensino se torne mais fácil. Grattan-Guinness e Byers acreditam que o tempo dispensado para a apresentação de elementos históricos e o esforço dos alunos para a compreensão desses elementos torna o ensino muito mais árduo, por exemplo, um livro que contenha toda uma evolução histórica seria de difícil compressão. Mas Grattan-Guinness não ignora os benefícios gerados com a utilização da História da Matemática, como, por exemplo, a maior significação do conhecimento por parte dos estudantes, pois os eles visualizam o desenvolvimento dos conceitos, como e o motivo pelo qual eles foram desenvolvidos, porém visualizar e compreender a gênese de todo o processo de evolução do conhecimento.

Até agora Miguel (1993) nos relatou uma ambiguidade das percepções de Grattan-Guinness com relação à utilização da História da Matemática, pois ele nos diz que essa utilização pode dificultar o processo de ensino e aprendizagem, mas também pode gerar maior compreensão dos conceitos. Essa ambiguidade se explica quando Miguel (1993) nos apresenta a separação feita por Grattan-Guinness entre Ensino Superior e Educação Básica, ele acredita que no Ensino Superior a História da Matemática deve estar contida, não somente como uma disciplina do curso como se a História fosse algo separado dos demais assuntos, mas sim estar presente em todos os ramos da Matemática.

Já com relação à Educação Básica, ele considera completamente inútil a utilização da História se for seguida a proposta dada ao Ensino Superior, a alternativa sugerida foi a utilização da “história satírica” que trata de “imitar o desenvolvimento de um determinado tema ou teoria omitindo os contextos históricos nos quais ela se desenvolve. A proposta da história-satírica é, portanto, a da história cronológica descontextualizada de um tema” (MIGUEL, 1993, p. 97). Porém Grattan-Guinness não disponibiliza um exemplo para demonstrar a utilização da História Satírica.

A fim de auxiliar na visualização dessa História, Miguel (1993) faz uma analogia com a “história destilada”, denominação dada por Lakatos:

É essa “história destilada” que Lakatos coloca deliberadamente na base de sua proposta de um enfoque heurístico para o ensino-aprendizagem da matemática, por acreditar ser ele, contrariamente ao enfoque euclidiano ou dedutivista, o único capaz de promover a constituição de um pensamento independente e crítico. (MIGUEL, 1993, p. 97).

Segundo Miguel (1993), Lakatos delimita as margens de seu projeto heurístico afirmando que os formalistas fizeram uma separação entre o contexto da descoberta e o da justificação, no qual o primeiro é analisado a partir da lógica e o segundo pela psicologia, porém não perceberam que esses contextos faziam parte de uma “disciplina independente: a lógica do descobrimento, heurística” (MIGUEL, 1993, p. 98). A fim de exemplificar o enfoque heurístico, Miguel (1993) nos apresenta uma ilustração feita por Lakatos sobre a história da fórmula $V - A + F = 2$ (V refere-se ao número de vértices, A o número de arestas e F o número de faces dos poliedros), ele se situa em uma sala de aula imaginária com professor e alunos interessados em compreender a fórmula descrita acima, apresenta a matemática se desenvolvendo a partir de um problema e a partir dos debates vai ser construindo os conceitos.

Nesse enfoque heurístico o papel da história se resume a disponibilizar informações a serem utilizadas para obter como produto o que é importante para campo das ideias, e esse produto é denominado “história destilada”.

Miguel (1993) afirma que Grattan-Guinness não apresentou uma justificativa para afirmar que a História cronológica descontextualizada é a melhor sequência pedagógica a ser adotada, mas, em contrapartida, justifica o fato da História contextualizada não ser eficaz nos níveis básicos da educação afirmando que as crianças não possuem, ou possuem pouca, noção do desenvolvimento histórico para os assuntos científicos, dificultando a aprendizagem quando é utilizada a História na Educação Básica. A dúvida de qual o melhor momento para se introduzir questões históricas no processo de ensino e aprendizagem não envolve só o campo de desenvolvimento psicológico das crianças, mas também no campo social, pela importância da identificação e do conhecimento da história da sua nação.

Mais uma dificuldade citada por Grattan-Guinness com relação à compreensão do passado pela criança é a dificuldade que a criança possui em

ordenar linearmente os acontecimentos e relacionar situações sucessivas, com isso a apresentação da História da Matemática às crianças pode dificultar a compreensão ao invés de ser um facilitador da aprendizagem. Assim,

acreditamos, porém, que esses obstáculos não devam constituir-se em fatores impeditivos à iniciação da construção do pensamento histórico ainda na escola elementar. Mais que isso, pensamos que somente essa iniciação escolar pedagogicamente adequada constitui-se na condição necessária, ainda que não suficiente, à superação gradativa desses obstáculos. Pois, se assim não fosse, isto é, se essa superação pudesse ocorrer de modo espontâneo, seria de se esperar que esse universo histórico estivesse franqueado ao adulto. (MIGUEL, 1993, p. 104)

Segundo Miguel (1993), Grattan-Guinness acredita que a História satírica é a única alternativa para superar os obstáculos à utilização da História da Matemática no processo de ensino e aprendizagem dessa ciência. Já Byers, afirma que essa utilização não está disponível para a maior parte dos professores, mas defende que a História seja contemplada na formação de professores de Matemática e com esse conhecimento histórico espera duas atitudes por parte dos professores, a percepção da unidade matemática e a interação entre forma e conteúdo matemático.

2.1.10 Sobre “Considerações Finais”

Durante o Estudo feito por Miguel (1993) foram registradas opiniões e discussões sobre a utilização da História da Matemática no processo de ensino e aprendizagem desta ciência. Miguel (1993) fez uma relação das principais funções que foram atribuídas à História pelos diversos autores estudados, as quais são

- 1) uma fonte de motivação para o ensino-aprendizagem (História-Motivação);
- 2) uma fonte de seleção de objetivos para o ensino-aprendizagem (História-Objetivo);
- 3) uma fonte de métodos adequados de ensino-aprendizagem (História-Método);
- 4) uma fonte para a seleção de problemas práticos, curiosos ou recreativos a serem incorporados de maneira episódica nas aulas de Matemática (História-Recreação);
- 5) um instrumento que possibilita a desmistificação da matemática e a desalienação de seu ensino (História-Desmistificação);

- 6) um instrumento na formalização de conceitos matemáticos (História-Formalização);
- 7) um instrumento para a constituição de um pensamento independente e crítico (História-Dialética);
- 8) um instrumento unificador dos vários campos da matemática (História-Unificação);
- 9) um instrumento promotor de atitudes e valores (História-Axiologia);
- 10) um instrumento de conscientização epistemológica (História-Conscientização);
- 11) um instrumento de promoção da aprendizagem significativa e compreensiva (História-Significação);
- 12) um instrumento de resgate da identidade cultural (História-Cultura);
- 13) um instrumento revelador da natureza da matemática (História-Epistemologia). (MIGUEL, 1993, p. 106-107).

Após a identificação dessas principais funções, Miguel (1993) fez uma ressalva importante com relação ao que foi estudado, “entre as opiniões extremadas que tentam nos convencer que a história tudo pode ou que a história nada pode, parece-nos mais adequado assumir uma posição intermediária que acredita que a história pode e deve desempenhar um papel subsidiário em Educação Matemática (...)” (MIGUEL, 1993, p.107-108). Essa posição intermediária é assumida quando se acredita que a História da Matemática pode assumir um papel importante na Educação Matemática, desde que seja reconstituída com fins pedagógicos e organizada harmoniosamente com as outras variáveis que interferem no processo de ensino e aprendizagem.

Uma dificuldade para a utilização da História da Matemática, já comentada nesse capítulo, é a falta de materiais sobre a História da Matemática, principalmente dos conteúdos matemáticos que são apresentados nos manuais didáticos da Educação Básica.

Além disso, segundo Miguel (1993), há uma diferença entre as histórias da Matemática quando essas são escritas por matemáticos com relação as que são escritas por historiadores, e essa diferença se deve as diferentes visões que os matemáticos e os historiadores possuem sobre a relação entre o passado e o presente,

o historiador está interessado pelo passado em sua total riqueza e vê qualquer fato atual como condicionado por uma cadeia complexa de causas em um passado quase que ilimitado. O matemático, em vez disso, está orientado na direção do presente, e na direção da matemática passada principalmente porque ela conduz à importante matemática atual... A história da matemática, quando escrita pelos matemáticos, tende a ser técnica, a focalizar o conteúdo de trabalhos específicos... O mais surpreendente é que, mesmo em se tratando de questões estritamente técnicas, o historiador pode ver coisas de maneira diferente da do

matemático. (GRABINER, 1975, p. 439-440 apud MIGUEL, 1993, p. 108-109).

A partir dessa diferenciação, Miguel (1993) constata que não há uma História da Matemática, e sim várias. Mas qual dessas será a mais aqueda pedagogicamente? Miguel (1993) acredita ser a História da Matemática escrita pelos educadores matemáticos. Essas histórias tentariam e tenderiam a privilegiar alguns temas e não outros, a reconstituição dos contextos psicológicos, epistemológicos, cultural e sócio-político da produção do resultado matemáticos. Com essas características essas histórias explicitam as relações da matemática com a sociedade em geral.

Dentre vários problemas que podem ser abordados para explicitar a relação da Matemática com a sociedade, Miguel comenta o fato da educação científica e matemática tenha se isentado da abordagem de problemas morais e éticos. A utilização da História da Matemática, pedagogicamente orientada, poderia auxiliar nas abordagens desses problemas. Um exemplo para essa abordagem é as armas nucleares, que são objetos matemáticos e envolvem assuntos éticos e morais.

Além disso, o resgate de aspectos estéticos intrínsecos em algumas demonstrações e em alguns métodos pode auxiliar em uma Educação Matemática que se desvincula da tendência tecnicista, e proporcionar uma aprendizagem efetiva que estimule a criatividade e a imaginação dos estudantes. E,

somente uma história pedagogicamente orientada, isto é, uma história viva, esclarecedora e dinâmica, vindo substituir as enfadonhas histórias evolutivas das ideias matemáticas, quase sempre desligadas das necessidades externas e/ou internas que estiveram na base de sua origem e transformação, poderia subsidiar uma prática pedagógica em matemática que cumprisse, efetivamente, as funções didáticas atribuídas à história pelos autores citados neste Estudo (MIGUEL, 1993, p. 111).

Miguel (1993) declara que dentre as treze funções descritas acima, sua preferência é pela décima primeira, ou seja, História-Significação. Nesse sentido ele comenta que para a História da Matemática auxiliar na busca de uma aprendizagem significativa, não se pode negligenciar “que a rede de significações que envolve as ideias matemática é (...) uma construção social” (MIGUEL, 1993, p. 113).

Ele ainda propõe duas questões que podem intrigar alguns leitores, se é necessário que os estudantes vejam a matemática como uma construção social? E

se não seria suficiente que o estudante aprendesse a utilizar as descobertas feitas pelos matemáticos?

Para responder a esses possíveis questionamentos Miguel (1993) afirma que

cidadãos matematicamente educados com base numa metodologia histórica que promova o pensamento independente e crítico e a autonomia intelectual é que estarão melhores preparados para propor, analisar, discutir e votar medidas emancipadoras referente ao papel a ser desempenhado no contexto das sociedades atuais pelas ciências em geral e pela matemática em particular (MIGUEL, 1993, p. 114).

O desejo expresso por Miguel (1993) é que os cientistas não sejam meros técnicos e sim homens educados e a utilização pedagogicamente orientada da História é a principal ferramenta para que esse desejo se torne realidade.

3. Análise de livros didáticos

Nesse capítulo serão apresentadas as análises de três livros didáticos de Matemática, destinados à oitava série, de diferentes autores. Essas análises têm como objetivo ver se a História da Matemática é abordada nos livros e, em caso afirmativo, como são feitas as abordagens.

Os livros que serão analisados são: *Matemática*, de Luiz Márcio Imenes e Marcelo Lellis, 8ª série, 1ª edição publicada no ano 1997; *Projeto Araribá: Matemática*, 8ª série, obra coletiva, concebida, desenvolvida e produzida pela Editora Moderna, 1ª edição publicada no ano 2006 e *Matemática Hoje é feita assim*, de Antonio José Lopes Bigode, 8ª série, publicada no ano 2000.

Para essa análise, será feito o uso das quatro categorias sugeridas por Vianna (2000) no artigo “História da Matemática na Educação Matemática”, no qual ele separa em categorias o modo como a História da Matemática é apresentada nos livros didáticos. Ele classifica sua análise nas seguintes categorias:

1) História da Matemática Como Motivação: O que caracteriza o uso motivacional é a forma como aparece a história da matemática: como uma anedota, uma lenda ou um breve texto introdutório. (...). Meu critério é simples mas não permite dúvidas: considero como motivacional textos que estão *no início* de um capítulo ou de uma unidade didática.

2) História da Matemática Como Informação: Essa categoria compreende as “notas históricas” que frequentemente aparecem depois de concluído um tema ou capítulo de conteúdo matemático. Tais “notas históricas” são usadas como *dados adicionais* ao que foi tratado, são *informações extra*. (...) O critério para incluir um texto como “informação” ou “motivação” baseou-se principalmente na posição do texto dentro da unidade e na sequência do desenvolvimento do conteúdo; muito raramente seguiu-se uma aplicação ou uso didático aos textos que foram incluídos como “informação”.

3) História da Matemática Como Estratégia Didática: Nessa categoria estão as intervenções direcionadas a conduzir o aluno para um determinado tipo de *procedimento* que encontra alguma relação com o desenvolvimento do conteúdo. (...). Aqui, além do aspecto motivacional ou da simples informação, o texto convida o aluno a realizar algumas atividades ou sugere ideias que levem à compreensão do conteúdo matemático. Nestes casos a referência história nem sempre é explícita.

4) História da Matemática Imbricada no Conteúdo: Aqui a presença da história é implícita, não se fala nela nem se fala em nomes de matemáticos: a história fornece (ou deveria ter fornecido) o conhecimento que permite estruturar o desenvolvimento do conteúdo de uma determinada forma em detrimento de outras formas possíveis. (VIANNA, 2000, pág. 2 e 3).

3.1 Análise do livro “Matemática – 8ª Série”

O livro *Matemática*, de Imenes e Lellis, 8ª série, possui doze capítulos, os quais são:

- Capítulo 1: Semelhança;
- Capítulo 2: Números e cálculos;
- Capítulo 3: Equações e sistemas de equações;
- Capítulo 4: Trigonometria;
- Capítulo 5: Medidas;
- Capítulo 6: Classificação dos números;
- Capítulo 7: Estatística;
- Capítulo 8: Propriedades geométricas;
- Capítulo 9: Matemática, comércio e indústria;
- Capítulo 10: Funções;
- Capítulo 11: Técnicas algébricas;
- Capítulo 12: Construções geométricas.

Possui também um capítulo denominado *100 supertestes*, que traz cem testes sobre os principais conteúdos abordados no livro; outro denominado *Vestibulinho* contendo exercícios de vestibulares e o último capítulo *Dicionário Ilustrado* que aborda alguns conceitos e autores matemáticos e possui o objetivo de “explicar os conceitos num nível adequado ao aluno” (IMENES, 1997, p. 313). A versão destinada ao professor possui um *Manual Pedagógico*, que apresenta plano de curso, sugestões didáticas, observações, bibliografias, respostas e comentários dos exercícios.

Em nossa análise encontramos dezessete passagens que continham algum fato ou informação sobre a História da Matemática.

Com relação à primeira categoria – *História da Matemática como Motivação* – não foram encontradas passagens que podem ser descritas nela. Isso se deve ao fato dessa categoria abranger as notas históricas apresentadas no início de capítulos ou sessões e neste livro não há uma prévia introdução histórica sobre o tema a ser tratado; o capítulo já começa com a apresentação de conceitos fundamentais sobre o assunto.

Quanto à segunda categoria – *História da Matemática como Informação* – foram encontradas quinze passagens das quais quatro aparecem no corpo dos textos nos quais os conteúdos são desenvolvidos. As onze outras passagens identificadas nessa categoria estão no *Dicionário Ilustrado*, que é apresentado no final do livro, no qual são citados nomes de matemáticos, época em que viveram e algumas contribuições dos mesmos à Matemática.

A primeira passagem encontrada no corpo do texto fala sobre a Fórmula de Baskara. Nela é feita uma homenagem ao matemático Baskara e solicita que o aluno consulte o dicionário do livro para saber mais sobre esse matemático.

A segunda passagem comenta sobre a importância que os matemáticos deram ao quociente entre os catetos de um triângulo retângulo e a denominação de tangente dada por eles. Comenta, também, sobre as tabelas desenvolvidas pelos matemáticos desde a Grécia antiga, que continham o valor da tangente de ângulos com medida entre 0° e 90° .

A terceira passagem encontrada está situada no conteúdo sobre paralelismo e cita Tales de Mileto como o descobridor de uma das propriedades desse conceito. Nela também é enunciado o teorema de Tales e o século em que esse matemático viveu.

A última passagem dessa categoria, encontrada no corpo do texto, se refere ao Plano Cartesiano. Nela o autor destaca que a palavra *cartesiano* é uma homenagem ao matemático e filósofo René Descartes, e destaca, ainda, que esse matemático foi um dos criadores das representações de curvas através de gráficos.

As onze passagens dessa categoria, encontradas no *Dicionário Ilustrado*, dizem respeito aos seguintes matemáticos: Al-Khowarizmi, Arquimedes, Baskara, René Descartes, Galileu Galilei, Carl Friedrich Gauss, Johannes Kepler, Leonardo da Vinci, Pitágoras, Tales e François Viète. Em cada uma delas é publicada uma foto de cada matemático, a época em que ele viveu e são citadas, ainda, algumas contribuições que eles deram à Matemática.

Enquadrando-se na categoria *História da Matemática como Estratégia Didática*, foi encontrada apenas uma atividade, onde apresenta um problema matemático extraído do papiro de Ames. Este problema trata do cálculo do valor aproximado da área do círculo substituindo-o por octógono. Após os autores do livro ilustram o círculo e o octógono e pedem para que sejam calculadas as áreas das duas figuras geométricas e a diferença entre elas.

Identificadas à última categoria – *História da Matemática Imbricada no Conteúdo* – encontramos uma atividade em que a História da Matemática pode ter influenciado na elaboração da mesma. A atividade solicita que sejam desenhados, apenas com régua e compasso, dois quadriláteros não semelhantes com as seguintes medidas: primeiro quadrilátero $AB = 25\text{ mm}$, $BC = 30\text{ mm}$, $CD = 45\text{ mm}$ e $DA = 35\text{ mm}$; e o segundo quadrilátero $A'B' = 50\text{ mm}$, $B'C' = 60\text{ mm}$, $C'D' = 86\text{ mm}$ e $D'A' = 70\text{ mm}$, técnica de construções geométricas utilizada pelos gregos através do uso de régua não graduada e compasso.

3.2 Análise do livro “Matemática Hoje é feita assim – 8ª Série”

O livro *Matemática Hoje é feita assim*, 8ª série, de Bigode, possui quatorze capítulos, os quais são:

Capítulo 1: Revisando os conjuntos numéricos;

Capítulo 2: Pi, o número mais famoso;

Capítulo 3: Fatoração, Produtos notáveis e cálculo algébrico;

Capítulo 4: Equações do 2º grau;

Capítulo 5: Equações que se reduzem a uma equação do 2º grau;

Capítulo 6: Conexões matemáticas;

Capítulo 7: A arte de argumentar;

Capítulo 8: Demonstrações em Geometria;

Capítulo 9: Congruência e semelhança;

Capítulo 10: Teorema de Pitágoras;

Capítulo 11: Funções e Gráficos;

Capítulo 12: A matemática do taxista;

Capítulo 13: Matemática Comercial e Financeira;

Capítulo 14: Tratamento da informação.

Possui também um *Glossário*, uma lista com indicações de livros que é chamada de *Para saber e gostar mais de Matemática*, as respostas dos exercícios e ao final um capítulo chamado de *Projeto Pedagógico - Manual do Professor*, que é dividido em *Pressupostos teóricos da coleção*, *A gestão de sala de aula*, *Sobre cada*

capítulo, *Um projeto de desenvolvimento profissional do professor de Matemática e a Bibliografia*.

Em nossa análise encontramos vinte e oito passagens que continham algum fato ou informação sobre a História da Matemática.

Não houve passagens a serem classificadas na categoria de motivação. Isso se deu pela estratégia utilizada pelo autor, ele produziu uma sessão chamada *Revistinha* contando sempre algo interessante sobre o conteúdo abordado no capítulo, fatos históricos ou problemas do cotidiano envolvendo o conteúdo. Essa sessão é encontrada no final de cada capítulo, por isso que não está classificada na categoria de motivação, já que Vianna (2000) deixa claro que somente textos situados no início do capítulo pertencem a essa categoria.

Na segunda categoria encontramos vinte e uma passagens das quais treze aparecem no corpo dos textos nos quais os conteúdos são desenvolvidos. E as outras oito estão situadas na sessão "*Revistinha*".

A primeira passagem foi encontrada na apresentação do conteúdo de números racionais. O autor apresenta uma história contada por Heródoto, historiador grego, sobre o possível surgimento da Geometria, em resumo essa história fala que o rei do Egito dividiu o território entre todos os egípcios e cada um que tivesse seu território diminuído pelo rio Nilo, deveria procurar o rei para que ele mandasse medidores para calcular a nova extensão de terra, e assim Heródoto acredita que tenha surgido a Geometria.

A segunda passagem apresenta algumas formas de representação de frações desde os egípcios até as sugeridas por autores como Kepler e Ozanam e a representação utilizada atualmente.

A terceira faz um comentário sobre a prova de que $\sqrt{2}$ não é um número racional. Afirma que ela é atribuída a Euclides de Alexandria e explica sucintamente que para provar essa afirmação ele supôs que $\sqrt{2}$ pudesse ser escrito como uma razão entre dois números inteiros, chegando assim em um resultado absurdo.

A quarta passagem fala sobre as aproximações dadas ao valor de π ao longo da História. O autor afirma que a busca desse valor é tão antiga como a própria Matemática e cita valores que foram atribuídos ao π em um papiro egípcio, atribuído ao escriba Ahmes, por povos da Mesopotâmia e pelo matemático Arquimedes.

Na quinta passagem encontrada o autor afirma que o volume de dois sólidos, com a mesma altura e com as superfícies equivalentes, possuem o mesmo valor e este princípio foi formulado pelo matemático Buonaventura Cavalieri, em 1635.

A sexta passagem encontrada enuncia um dos paradoxos mais famosos da Matemática, o paradoxo do barbeiro: “O barbeiro de Sevilha faz a barba de todos os sevilhanos que não se barbeiam a si próprios, e somente desses. O barbeiro de Sevilha pode barbear-se a si próprio?” (BIGODE, 2000, p. 147), que foi formulado pelo matemático e filósofo Bertrand Russell, em 1918.

A sétima passagem encontrada comenta sobre o teorema de Pitágoras, o qual é apresentado no livro *Lilavati*, do matemático Baskara, com uma figura e a palavra *veja*, fazendo referência que a demonstração desse teorema é óbvia.

Na oitava passagem encontrada o autor comenta sobre as descobertas atribuídas a Tales de Mileto, como a medição da altura de uma das pirâmides egípcias e da formulação e demonstração de cinco proposições geométricas. É apresentada uma imagem dele e o século em que viveu.

A nona passagem dessa categoria comenta sobre as definições, postulados e axiomas que, segundo o autor, Euclides organizou e relacionou, formando a partir daí novas proposições e verdades lógicas. São citados alguns postulados como: por dois pontos passa uma, e apenas uma, reta; qualquer reta tem pelo menos dois pontos, dentre outros.

A apresentação do último teorema de Fermat é a décima passagem encontrada. O autor fala sobre Pierre de Fermat, a época que viveu, apresenta uma imagem dele e descreve esse teorema que o imortalizou, após fala brevemente sobre o matemático Andrew Willes que demonstrou esse teorema.

A décima primeira passagem comenta que o esquadro e o compasso são os instrumentos geométricos que melhor simbolizam uma parte da Geometria grega, após essa declaração é apresentada uma introdução ao teorema de Tales.

Na décima segunda passagem comenta que para medir a altura de umas das pirâmides egípcias Tales teve a ideia de usar a razão entre os lados correspondentes de dois triângulos semelhantes que, segundo o autor, Tales sabia que possuíam o mesmo valor. A ainda destacou que a utilização dessa razão tornou-se importante para desenvolvimento de várias áreas do conhecimento.

A última passagem dessa categoria encontrada no corpo do texto apresenta as ternas pitagóricas. O autor explica o que são, cita exemplos e comenta que os agrimensores egípcios utilizavam a terna pitagórica (3, 4, 5) para formar um triângulo retângulo com lados 3, 4 e 5.

Nessa segunda categoria ainda estão classificadas oito passagens que estão situadas na sessão Revistinha.

A primeira passagem fala sobre os pitagóricos e sua primeira grande crise, que segundo os historiadores foi por causa do número $\sqrt{2}$. O motivo da crise foi que segundo o Teorema de Pitágoras $\sqrt{2}$ é a medida da diagonal de um quadrado de lado igual a um, porém até então só eram conhecidos os números inteiros positivos e os fracionários e o $\sqrt{2}$ não fazia parte desses números, se deu então a primeira grande crise. Após essa descrição o autor relata como foi provado que $\sqrt{2}$ não é um número racional, está prova se deve ao matemático Euclides de Alexandria (séc. III a.C.) que utilizou a redução ao absurdo para fazer essa demonstração.

A segunda passagem da “Revistinha” dessa categoria fala sobre o número irracional π e as várias aproximações de seu valor ao longo da História, o autor cita nove diferentes aproximações feitas para o valor de π , por exemplo, nos textos bíblicos $\pi = 3$, para Ptolomeu $\pi = \frac{377}{120}$, no Papiro Rhind (aprox. 1700 a.C) $\pi = \frac{256}{81}$ e para Arquimedes $\pi = \frac{22}{7}$ e, depois, $\frac{223}{71} < \pi < \frac{220}{70}$. O autor ainda comenta que atualmente, nas escolas, são usadas apenas duas casas decimais, 3,14.

A terceira passagem aborda sobre a resolução das equações de segundo grau ao longo dos séculos. O autor comenta que na antiga Babilônia alguns escribas já conheciam métodos para resolução de problemas que envolviam equações do tipo $x^2 - bx = c$ a partir da fórmula $x = \sqrt{\left(\frac{b}{2}\right)^2 + c} + \frac{b}{2}$. Já os gregos utilizavam métodos geométricos, com auxílio de régua e compasso, para a resolução das equações do 2º grau. al-Khowarizmi foi um importante matemático que em sua obra apresentou três casos de equações incompletas e três casos possíveis de equações do 2º grau, e para a resolução ele formulou um problema e elaborou uma receita para a resolução dessas equações, essa receita não possui símbolos e sim palavras.

A quarta passagem aborda o tema da formulação da resolução das equações de terceiro grau. O autor conta resumidamente a história da construção do método

para resolver esse tipo de questão, ele comenta sobre Scipione del Ferro, o primeiro a resolver essas equações, mas a resolução nunca foi difundida, após Niccolo Tartaglia resolveu 30 problemas que envolviam essas equações e, depois disso, Gerolamo Cardano conseguiu que Tartaglia lhe contasse seu método de resolução e possuindo os escritos de Scipione del Ferro, Cardano publicou um livro com o detalhamento do método para resolver essas equações.

A quinta passagem retoma o método desenvolvido por al-Khowarizmi para resolução das equações de 2º grau apresentado na sessão “Revistinha”. O autor desenvolve a resolução de uma equação a partir da Geometria, ele constrói o método de completar quadrados até encontrar a solução do problema proposto.

Na sexta passagem encontra na sessão “Revistinha” é apresentado o Teorema de Napoleão Bonaparte e também é feita passo a passo a construção geométrica desse teorema.

O retângulo áureo é o tema da sétima passagem encontrada. O autor apresenta a construção desse retângulo e a propriedade que o classifica de tal maneira, além disso, comenta sobre o número irracional 1,618..., que é denominado razão áurea.

Já a última passagem desta categoria o autor fala sobre Pitágoras, onde e quando ele viveu e que sua obra foi transmitida por seus discípulos que faziam parte de uma sociedade que estudava, além da matemática, música, filosofia e astronomia. Além disso há uma figura de parte da obra “*A Escola de Atenas*” do artista Raphael, na qual aparece Pitágoras e seus discípulos.

Na terceira categoria foram cinco as passagens classificadas. A primeira encontrada nessa categoria fala sobre como encontrar o valor da área do círculo a partir da área de um quadrado. O autor afirma que aproximação desse valor já era conhecida pelos egípcios e está descrita no papiro do escriba Ahmes. Após é descrito o problema e é feita uma melhor aproximação com octógonos inscrito e circunscrito, chegando a conclusão que quanto maior o número de lados do polígono inscrito melhor será a aproximação da área. Ao final são propostos questionamentos sobre o tema aos alunos.

Na segunda passagem é apresentada a técnica de completar quadrados, ela é conhecida a mais de 1000 anos por matemáticos árabes e hindus, os quais utilizavam técnicas geométricas para resolver problemas, como, por exemplo, o de encontrar um trinômio quadrado perfeito a partir de uma equação do segundo grau.

Após o autor desenvolve detalhadamente todo o procedimento algébrico e geométrico da técnica tendo como base um exemplo numérico, até encontrar a solução.

A apresentação dos diagramas de Carroll é a terceira passagem encontrada. O autor fala sobre Lewis Carroll, pseudônimo usado por Charles Lutwidge, professor de Lógica e Matemática da Universidade de Oxford, autor do clássico *Alice no País das Maravilhas* e explica os diagramas de Carroll, após disponibiliza aos alunos atividades envolvendo os diagramas.

Na quarta passagem é apresentada a conjectura de Goldbach. O autor enuncia essa conjectura da seguinte forma “Qualquer número par, maior do que 2, pode ser escrito como soma de dois números primos” (BIGODE, 2000, p. 169) e declara de desde 1742, ano que foi formulada, ninguém encontrou um contraexemplo e, também, não conseguiu demonstrá-la. Após são propostas atividades envolvendo essa conjectura.

Já na última passagem dessa categoria comenta sobre o seguinte problema desenvolvido na Idade Média por Leonardo de Pisa,

Imagine um par de coelhos, macho e fêmea, encerrados num cercado onde podem cruzar e dar crias. Suponha que as coelhas comecem a procriar depois de dois meses de nascimento e, depois disso, uma vez por mês, gerando sempre um único par macho-fêmea de iguais características. Admitindo que nenhum animal morra no período considerado, quantos coelhos estarão no cercado ao final de um ano? (BIGODE, 2000, p. 236)

Após solicita aos alunos que eles construam uma tabela e solucionem esse problema, também apresenta uma figura que ilustra os pares de coelhos, para auxiliar os alunos na resolução.

Na categoria, História da Matemática Imbricada no Conteúdo, foram encontradas duas passagens, que acreditamos que o autor tenha tido influência histórica na elaboração.

Na primeira passagem o autor apresenta a construção dos números racionais e irracionais na reta, supondo que se tinha apenas régua não graduada e compasso. A partir desses objetos começa a construção da reta numérica e com isso também desenvolve o conceito de mediatriz. Essa atividade está descrita nessa categoria, pois a utilização de régua não graduada e compasso remete ao que os gregos faziam.

A outra passagem classificada nessa categoria apresenta a representação geométrica de produtos notáveis a partir do completamento de quadrados. O autor elabora detalhadamente a construção geométrica para verificar a seguinte igualdade $x^2 - y^2 = (x + y)(x - y)$. E depois propõe que os alunos façam o mesmo utilizando uma cartolina, nessa atividade em nenhum momento o autor faz referência a História, porém a técnica de completamento de quadrados, como vimos anteriormente, é conhecida há muitos séculos.

3.3 Análise do livro “Projeto Araribá: Matemática, 8ª série”

O livro *Projeto Araribá: Matemática, 8ª série*, obra coletiva, concebida, desenvolvida e produzida pela Editora Moderna, distribui os conteúdos a serem tratados em oito unidades, quais sejam:

Unidade 1: Potências e raízes;

Unidade 2: Equação do 2º grau;

Unidade 3: Semelhança;

Unidade 4: Relações no triângulo retângulo;

Unidade 5: Equações fracionárias e grandezas proporcionais;

Unidade 6: Funções;

Unidade 7: Polígonos;

Unidade 8: Círculo, circunferência e sólidos.

Na versão destinada ao professor é apresentado um *Guia e Recursos Didáticos*, cujo sumário é constituído de uma *Parte Geral* – contendo orientações para o professor que dizem respeito à aspectos sobre o ensino de Matemática e indicações de leituras destinadas, segundo os autores, ao desenvolvimento profissional do professor, sites para a ampliação do conhecimento – e outra constituída de orientações para o desenvolvimento das unidades.

Em nossa análise encontramos vinte e três passagens que continham algum fato ou informação sobre a História da Matemática, treze tratadas nas oito unidades e dez apresentadas no Guia de Recursos Didático, destinado exclusivamente ao professor.

Com relação à primeira categoria, foram encontradas duas passagens. A primeira, na introdução da unidade Potências e raízes, o autor comenta a Matemática da antiguidade egípcia, dizendo que “quase tudo o que sabemos da matemática egípcia antiga chegou a nós por dois documentos: o papiro de Ahmes e o papiro de Moscou” (Editora Moderna, 2006, p. 8). Juntamente a esse comentário é publicada uma fotografia do primeiro desses papiros. Além disso, os autores formulam algumas questões, para serem respondidas pelos alunos, tais como: descrever o que eles sabem sobre os papiros, com que material os papiros eram feitos, solicita a representação decimal de frações contidas no papiro de Rhind, comenta sobre a obra “Os Elementos” de Euclides e questiona sobre os números irracionais.

A segunda passagem é a introdução do capítulo de relações no triângulo retângulo, o autor comenta sobre o Egito antigo, suas condições geográficas e sobre o rio Nilo, após comenta sobre as dificuldades de demarcações de terras em épocas de cheias e afirma que essas condições propiciaram o surgimento da Geometria. Comenta sobre os “esticadores de corda”, que eram responsáveis por demarcar territórios, e o modo como eles faziam, utilizavam uma corda com 13 nós igualmente espaçados, podendo formar um triângulo retângulo de lados com medidas de 3, 4 e 5 unidades. Por último propõe alguns questionamentos sobre triângulo retângulo e ângulo reto.

Quanto à segunda categoria foram encontradas dezoito passagens das quais três aparecem no corpo dos textos onde os conteúdos são desenvolvidos, duas aparecem na seção *Compreendendo um texto* que aparece no final dos capítulos e as treze últimas passagens identificadas nessa categoria estão no *Guia e Recursos Didáticos*, que é apresentado no final do livro destinado somente aos professores.

A primeira passagem encontrada no corpo do texto comenta que pesquisas históricas mostram que o Teorema de Pitágoras já era conhecido pelos babilônicos, chineses e hindus, muito tempo antes da época que Pitágoras viveu. E ainda nessa passagem é mostrada uma figura desse teorema publicada na obra de Vitrubio, *De architectura*, edição de 1513.

A segunda passagem encontrada fala sobre Leibniz e comenta que ele pode ter sido o primeiro a utilizar a palavra *função* na Matemática, além de mostrar uma foto e a época em que ele viveu.

Já a última passagem encontrada no corpo do texto fala sobre o matemático grego Heron de Alexandria e comenta que ele ficou conhecido por deduzir uma fórmula para calcular a área de um triângulo, conhecendo somente as medidas de seus lados.

A primeira passagem encontrada na seção *Compreendendo um texto*, conta a história do último teorema de Fermat e do matemático britânico Andrew Wiles, que desvendou o mistério da demonstração desse teorema que instigou matemáticos por mais de três séculos, mostra a ligação desse teorema com o teorema de Pitágoras e propõe questionamentos sobre o texto apresentado e sobre os teoremas de Pitágoras e Fermat.

A outra passagem encontrada nessa seção fala sobre o problema da quadratura do círculo, ou seja, tentar construir um quadrado com a mesma área de um círculo dado, e sobre o π . O texto apresenta esse problema e comenta que este é um dos mais famosos da História da Matemática, e afirma que a busca da solução desse problema está ligada com o número π , que é a razão entre a medida da circunferência e a medida de seu diâmetro. O matemático Arquimedes foi “o primeiro a se dar conta de que a dificuldade estava em definir o que seria a área de uma superfície delimitada por uma curva” (Editora Moderna, 2006, p. 288). Além disso, em notas da página, o autor mostra alguns valores já atribuídos ao número π ao longo dos séculos.

As treze últimas passagens identificadas nessa categoria estão no *Guia e Recursos Didáticos*, que é apresentado no final do livro destinado somente aos professores.

A primeira passagem encontrada nesse guia comenta sobre o matemático Niels Henrik Abel, que viveu apenas 27 anos e desenvolveu muitos estudos sobre Álgebra e Teoria dos Números, e sobre o matemático Évariste Galois, que viveu apenas 21 anos e que aos 17 anos escreveu um artigo sobre suas descobertas fundamentais. Também, são mostradas imagens desses matemáticos.

Na segunda passagem encontramos um texto que fala sobre raiz quadrada, que afirma que a ideia de radiciação surgiu de tentativas de resolver problemas que envolviam o cálculo de raiz quadrada do número 2. Apresenta a ideia de raiz quadrada como um número e como um operador, e também sobre ideias mais avançadas sobre os radicais e sobre a expansão da Álgebra.

A terceira apresenta uma foto de Georg Cantor, criador da Teoria dos Conjuntos, e apresenta o conceito de cardinalidade dos conjuntos numéricos finitos e infinitos.

A quarta passagem fala sobre o matemático François Viète, que “em seu trabalho *In artem*, introduziu a prática de usar vogais para representar incógnitas e constantes para representar constantes” (Editora Moderna, 2006, p. 288), e sobre o matemático René Descartes, que introduziu a convenção de usar as primeiras letras do alfabeto para indicar as constantes e as últimas para as incógnitas. Também, são mostradas imagens desses matemáticos.

A quinta passagem apresenta uma abordagem histórica da equação do 2º grau em algumas regiões como, Egito, Mesopotâmia, Grécia, Índia, mundo árabe, China, Europa e também como ela é apresentada atualmente.

A sexta passagem mostra uma imagem do cientista, filósofo e matemático grego Tales de Mileto e indica sugestões de atividades que serão apresentadas em outra seção.

A sétima passagem apresenta um texto que conta a história da descoberta da altura da pirâmide Quéops por Tales de Mileto, que a calculou utilizando a medida de sua altura, tamanho de sua sombra e da sombra da pirâmide. Após são propostos questionamentos sobre o texto.

A oitava passagem apresenta um texto sobre o matemático e filósofo Tales de Mileto, descrevendo quem foi ele, as descobertas matemáticas que lhe são atribuídas e um pouco sobre sua vida e obra na Matemática e na Filosofia.

A nona passagem comenta que o teorema de Pitágoras possui o nome do filósofo e matemático grego, pois foi ele que apresentou a primeira demonstração formal para esse teorema.

A décima passagem fala sobre o teorema de Pitágoras, comenta algumas citações que este teorema teve ao longo da História. Cita problemas contidos em tabletas babilônicas e exemplos encontrados ao longo dos tempos que possuem ligação com esse teorema, além de mostrar um mapa da extensão do Segundo Império Babilônico.

A décima primeira trata da razão áurea e a ligação desta com as pirâmides do Egito. Nessa passagem é apresentada uma análise das pirâmides áureas, contendo os cálculos, definições e proposições, com o objetivo de mostrar se existe a razão áurea nas pirâmides egípcias.

A décima segunda cita os matemáticos Lambert, que em 1761 provou que o número π é irracional, e John Wallis, que propôs uma fórmula para obter o valor do número π .

A última passagem desta categoria apresenta aspectos sobre a história do número π . Comenta sobre os valores que atribuíram a ele, sobre matemáticos que se dedicaram a estudá-lo, como, por exemplo, Arquimedes, Ptolomeu, Tsu Ch'ung Chi, al-Khowarizmi, Leibniz, James Gregory, Wilian Shanks e Lambert, e também aborda a irracionalidade do π .

Na terceira categoria, foram encontradas três atividades. A primeira atividade trata sobre equações do 2º grau, mostra a capa do livro *Hisab al-jabr Wa'l muqâbala* escrito por al-Khowarizmi, no qual ele utiliza um método geométrico para resolver equações do segundo grau. Após o autor apresenta uma equação do segundo grau e desenvolve a sua resolução conforme o método descrito por al-Khowarizmi, conhecido hoje como Método de Completar Quadrados.

A segunda atividade comenta sobre um dos problemas matemáticos contido em tabletas babilônicas. Este problema apresenta um método de resolução de equação do segundo grau. O autor mostra uma figura da tableta e faz o seguinte enunciado “Descubra dois números cuja soma seja s e o produto seja p ” (Editora Moderna, 2006, p. 51) e transformando em outro problema geométrico pede ao aluno que calcule a medida dos lados de um triângulo retângulo com área 35 e perímetro 12.

A última atividade desta categoria apresenta e solicita que os alunos resolvam um dos vinte e cinco problemas contidos no papiro de Moscou, o qual solicita as dimensões de um retângulo que o valor da área é 12 e a altura é $\frac{3}{4}$ da base.

Não encontramos passagens que possam ser classificadas segundo a última categoria.

4. Atividades didáticas para o nono ano do Ensino Fundamental utilizando a História da Matemática

Nesse capítulo serão apresentadas atividades didáticas, que fazem o uso da História da Matemática, sobre oito temas que são abordados na disciplina de Matemática no nono ano do Ensino Fundamental.

Os temas são os seguintes:

Tema 1: Sobre Notação Científica e Potência;

Tema 2: Sobre Propriedades da Potência;

Tema 3: Sobre Radiciação;

Tema 4: Sobre Plano cartesiano;

Tema 5: Sobre o Teorema de Tales;

Tema 6: Sobre Semelhança de Triângulos;

Tema 7: Sobre Área e Perímetro;

Tema 8: Sobre as Funções Seno e Cosseno.

Essas atividades didáticas tem o objetivo de envolver os estudantes nos processos de construção de conceitos matemáticos, oferecendo aos estudantes uma aprendizagem significativa. As atividades foram elaboradas tendo como base a função História-Significação, que está dentre as treze funções que foram atribuídas à História da Matemática por Miguel (1993).

Ainda nesse capítulo será descrita e comentada a aplicação das atividades sobre os temas 1, 2 e 4, feita em duas turmas de oitava série da Escola Estadual de Educação Básica Professora Margarida Lopes.

4.1 Tema 1: Sobre Notação Científica e Potência

Você sabe qual é a massa do nosso planeta? É um número extremamente grande, a Terra possui uma massa de aproximadamente 5 974 200 000 000 000 000 000 000 kg. Imagine se cada vez que essa informação for utilizada fosse necessário escrever todos esses dígitos? Iria se tornar cansativo. A pergunta que pode ser feita

é “há outra maneira de representar esse número?”. A resposta é “sim, existe uma maneira que simplifica muito a representação desse número”.

A maneira para simplificar a representação de números é feita através do que se denomina notação científica e, nesse caso, utiliza o conceito de potenciação. Mas antes de apresentar esse conceito, vamos conhecer como e quem a elaborou.

A criação da potenciação é atribuída ao matemático e físico grego Arquimedes (287 a. C., 212 a. C.). Ele era muito conhecido por seus inventos e descobertas matemáticas. Segundo Moisés e Lima⁴

Arquimedes resolveu calcular quantos grãos de areia eram necessários para encher o Universo. Essa questão parecia fundamental a Arquimedes. Em sua época, o Universo era considerado um sistema de esferas com o mesmo centro: o Sol. Os planetas estavam fixados na superfície de cada esfera. Após calcular o diâmetro dessas esferas, Arquimedes calculou o volume do Universo e o volume médio de um grão de areia. Fez a divisão final e obteve como resultado um número enorme. Não poderia usar os números usuais para escrever esse número, pois resultaria numa extensa e incompreensível quantidade de algarismos. Nos cálculos de Arquimedes apareciam sempre contas de multiplicar em que o número 10 aparecia repetidas vezes. Fazer contas com aqueles números enormes era muito difícil. Arquimedes construiu, então, uma tabela e elaborou um método de escrever números grandes, utilizando algarismos especiais, que ele chamou de "miríades" - e que hoje conhecemos como expoentes. (MOISÉS; LIMA; p. 1)

Analisemos o quadro 1:

Quantidade de vezes que o número 10 aparece como fator na multiplicação	1	2	3	4	...
	10	10x10	10x10x10	10x10x10x10	...
Resultado	10	100	1000	10000	...

Quadro 1 – Visualização 1 do método utilizado por Arquimedes.

Visualizando na forma de potências, o quadro 1 fica representado da forma apresentada no quadro 2:

⁴ MOISÉS, R. P.; LIMA, L. C. Potência (2) História da descoberta do conceito. Disponível em: <<http://educacao.uol.com.br/matematica/potencia-2-historia-da-descoberta-do-conceito.jhtm>>. Acessado em: 01 abr. 2011.

Quantidade de vezes que o número 10 aparece como fator na multiplicação	1	2	3	4	...
	10	10x10	10x10x10	10x10x10x10	...
Resultado	10	100	1000	10000	...
Na forma de potência	10^1	10^2	10^3	10^4	...

Quadro 2 – Visualização 2 do método utilizado por Arquimedes.

Arquimedes elaborou a tabela até chegar ao valor 10^{51} , que acreditava ser o número de grãos de areia necessários para encher a esfera do Universo. Essa história foi descrita por Arquimedes na sua obra “O Contador de Areia”.

Com seus cálculos, o matemático grego elaborou a definição de potência e formulou algumas de suas leis e propriedades.

Atividade 1

Com base no que fez Arquimedes tente escrever alguns valores numéricos na forma de potências:

- 1000000 =
- 10000000000 =
- 1000000000000000 =
- 100000 =

Atividade 2

Complete os quadros 3 e 4 com as representações dos números abaixo, tendo como base o que foi feito por Arquimedes.

- 2500000
- 4580000000000

Quantidade de vezes que o número 10 aparece como fator na multiplicação com o número 25	1	2	3	4	...
	25x10	25x10x10	25x10x10x10	25x10x10x10x10	...
Resultado	250	2500	25000	250000	...
Na forma de potência	25×10^1	25×10^2	25×10^3	_____

Quadro 3 – Atividade 2.a do Tema 1.

Quantidade de vezes que o número 10 aparece como fator na multiplicação com o número 458	_____	_____	_____	_____	_____
	_____	_____	_____	_____	_____
Resultado	4580	45800	458000	4580000	45800000
Na forma de potência	_____	_____	_____	_____	_____

Quadro 4 – Atividade 2.b do Tema 1.

Retomando a questão posta no início da explanação, se há outra maneira de representar o valor aproximado da massa da Terra, pode-se escrevê-lo segundo a representação elaborada por Arquimedes

$$5\,974\,200\,000\,000\,000\,000\,000 = 59742 \times 10^{20} \text{ kg.}$$

A representação acima está na forma de potência. Para ser expressa em notação científica temos que utilizar a forma que a define: $m \times 10^n$, sendo m número entre 1 e 9 (inclusive) e n um número inteiro. Utilizando esta forma, teremos:

$$5,9742 \times 10^{24}$$

Observação para os professores

- A fim de exemplificar o conceito de notação científica utilizei a massa da Terra, mas pode ser utilizado outro valor, que referencie outra informação.
- É importante que os alunos criem os quadros e discutam sobre a História que foi contada. Eles podem não compreender porque Arquimedes queria saber quantos grãos de areia são necessários para encher o Universo; cabe ao professor explicar que naquela época essas questões pareciam essenciais.
- A história do grão de areia não precisa ser repassada para os alunos copiarem, pode ser contada a eles. Já o quadro, é importante que eles o tenham para que possam fazer outras representações.

4.2 Tema 2: Sobre Propriedades da Potência

Arquimedes criou, também, uma tabela onde colocou duas sequências de números, como mostra quadro 5:

n	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2^n	2	4	8	16	32	64	128	256	512	1024

Quadro 5 – Representação da tabela criada por Arquimedes.

Os números situados na linha superior são os expoentes e os na linha inferior são os resultados da potência de 2 elevado ao expoente correspondente. Por exemplo, quando o número da linha superior é 8, o correspondente número na linha inferior é 2^8 ou 256. Segundo Moisés e Lima, com base nesse quadro, Arquimedes enunciou a seguinte lei: “Se queremos multiplicar dois números quaisquer, da série inferior, adicionamos os números correspondentes da série superior e procuramos o número correspondente a esta soma na série inferior.”

Em outras palavras, para multiplicar o número 4 por 32, por exemplo, basta tomar os expoentes 2 e 5, encontrar sua soma que é 7 e procurar, na linha inferior, o número correspondente a 7, que é 128.

Atividade 1

Utilizando o quadro elaborado por Arquimedes, calcule o valor das seguintes operações, de acordo com o exemplo 1:

Exemplo 1: $3^3 \times 3^3 = 729$

n	1	2	3	4	5	6
3^n	3	9	27	81	243	729

Quadro 6 – Atividade 1-Exemplo 1 do Tema 2.

a) $6^1 \times 6^3 =$

b) $9^1 \times 9^5 =$

c) $11^2 \times 11^3 =$

d) $20^4 \times 20^2 =$

Atividade 2 - Desafio

A lei enunciada por Arquimedes abrange o caso de multiplicação de duas potências. E para a operação de divisão, como deve ser efetuado o cálculo da operação entre dois fatores?

Elabore uma regra sobre como deve ser efetuado o cálculo da divisão de potências, com base no que foi elaborado por Arquimedes. Após efetue o cálculo dos exemplos abaixo, de acordo com o exemplo 1.

Exemplo 1: $4^3 \div 4^2 = 4$

n	1	2	3
4^n	4	16	64

Quadro 7 – Atividade 2-Exemplo 1 do Tema 2.

a) $6^3 \div 6^1 =$

c) $9^5 \div 9^2 =$

d) $11^3 \div 11^3 =$

e) $20^4 \div 20^2 =$

Observação para os professores

- Assim como na Atividade 1 é importante que os alunos criem os quadros e discutam sobre suas respostas.

- É indispensável esclarecer aos alunos que esses dois exercícios remetem a duas propriedades da Potência: produto de potências de mesma base e quociente de potências de mesma base.

4.3 Tema 3: Sobre Radiciação

Segundo Swetz (1994) e Eves (2008) os babilônicos desenvolveram duas técnicas para aproximar o valor de raízes quadradas. Nesta atividade será visto uma dessas técnicas, na qual eles podiam conseguir um valor aproximado muito próximo dos valores reais.

A técnica será apresentada através da utilização de um caso genérico, aproximar o valor da raiz quadrada de um número positivo n , ou seja, encontrar o valor aproximado de \sqrt{n} .

Vamos supor um número g_1 , positivo e diferente de zero, como um possível valor da \sqrt{n} . O valor de g_1 deve ser o mais próximo possível do que se imagina ser o valor da \sqrt{n} , para que a aproximação seja efetivamente satisfatória.

Após efetuamos a divisão $\frac{n}{g_1} = a_1$ e calculamos a média aritmética entre a_1 e g_1 , $\frac{a_1+g_1}{2} = g_2$.

Repetindo o processo, efetuamos a divisão $\frac{n}{g_2} = a_2$ e, após, calculamos a média aritmética entre a_2 e g_2 , $\frac{a_2+g_2}{2} = g_3$.

Esse processo pode ser efetuado um número finito de vezes. No entanto, para nossa verificação podemos considerar que g_3 é uma boa aproximação para o valor real de \sqrt{n} .

Em outros termos:

Encontrar o valor aproximado de \sqrt{n} :	
Supor um valor $g_1 > 0$, e efetuar os seguintes cálculos	
$\frac{n}{g_1} = a_1$	$\frac{a_1 + g_1}{2} = g_2$
$\frac{n}{g_2} = a_2$	$\frac{a_2 + g_2}{2} = g_3$
...	...

Quadro 8 – Representação da técnica dos babilônicos.

Para exemplificar numericamente o procedimento acima, segue abaixo uma aproximação para $\sqrt{8}$.

Vamos supor $g_1 = 2$.

Efetuamos a divisão $\frac{n}{g_1} = \frac{8}{2} = 4$ e calculamos a média aritmética entre 4 e 2, $\frac{4+2}{2} = 3$.

Repetindo o processo, efetuamos a divisão $\frac{n}{g_2} = \frac{8}{3} = 2,667$ e, após, calculamos a média aritmética entre 2,667 e 3, $\frac{2,667+3}{2} = 2,833$.

Com a utilização da calculadora podemos verificar que $\sqrt{8} = 2,828427 \dots$

Essa técnica apresentada pelos babilônicos apresenta uma aproximação bastante satisfatória para o valor real da $\sqrt{8}$.

Atividade 1

Seguindo a técnica apresenta acima calcule valores aproximados para $\sqrt{6}$ e $\sqrt{56}$. Lembrando que o primeiro número a ser usado, g_1 , é um que você suponha que seja próximo dos valores das raízes quadradas.

Atividade 2

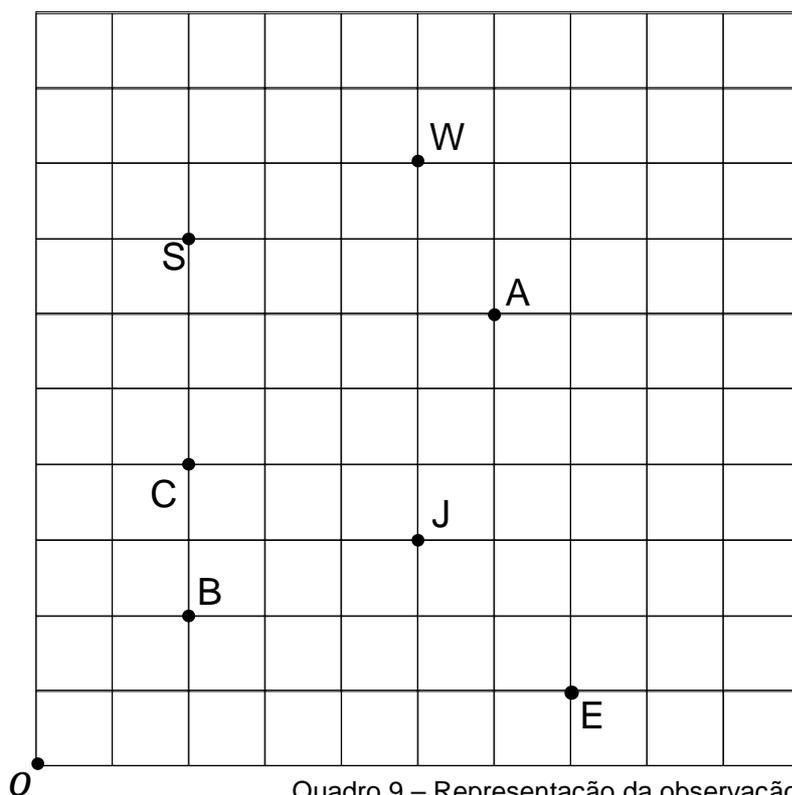
Após o desenvolvimento da atividade anterior, calcule o valor das raízes quadradas dadas utilizando uma calculadora e compare com o valor encontrado através da técnica. Após comente se o valor encontrado pode ser uma boa aproximação do valor real.

Observação para os professores

- O professor pode disponibilizar aos estudantes outros números para que os alunos possam encontrar o valor das raízes quadradas através das técnicas dos babilônicos.
- É importante o uso da calculadora para que eles possam visualizar que realmente as técnicas produzem boas aproximações.

4.4 Tema 4: Sobre Plano cartesiano

A maneira sugerida por Descartes para representar o plano denomina-se *Plano Cartesiano*. Segundo Gonzales (2010), Descartes ao observar uma mosca no teto teve algumas ideias sobre a movimentação desse inseto. O quadro 9 ilustra a ideia de Descartes, se a mosca estava parada no local denominado O , voou 4 espaços para o norte e depois se deslocou 2 espaços para o leste, ela chegou ao ponto C. Segundo a observação de Descartes a mosca está na posição $(2L, 4N)$.



Quadro 9 – Representação da observação feita por de Descartes.

Com base nessa história, vamos realizar as seguintes atividades:

Atividade 1

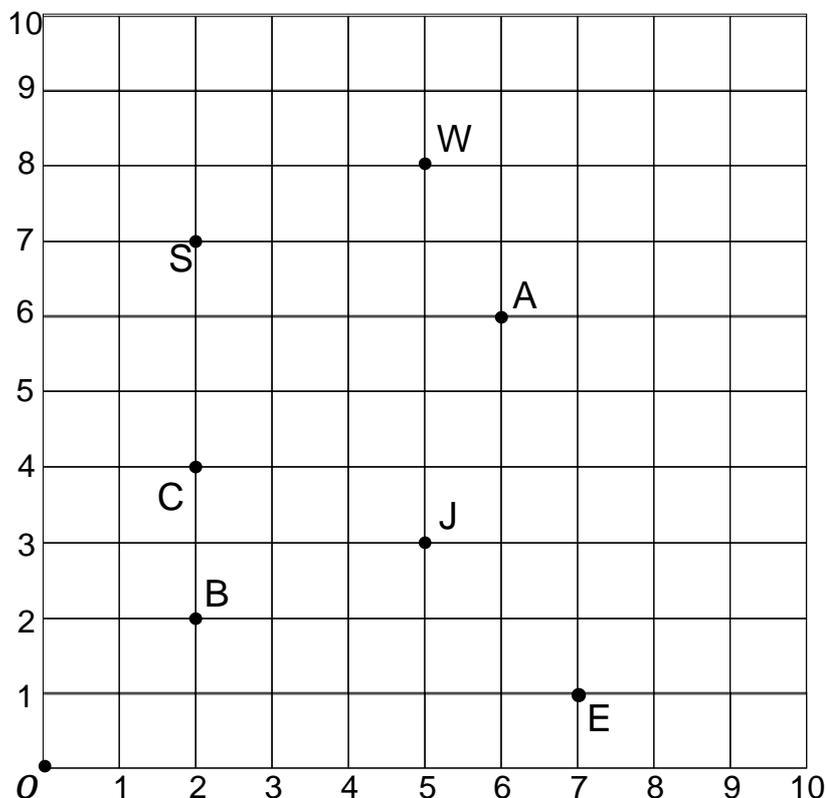
Descreva caminhos que a mosca pode fazer e indique a posição dela, seguindo a exemplificação feita acima.

Atividade 2

No quadro 9 pode-se encontrar alguns pontos descritos, como B, E, J, A, S, W. Descreva a posição que a mosca se encontraria se estivesse em um desses pontos.

Atividade 3

Agora vamos mudar o vocabulário e colocar números ao invés de descrever os espaços que a mosca percorre, o quadro 9 ficará dessa forma:



Quadro 10 – Representação do plano cartesiano.

Agora descreva os mesmos caminhos feitos no primeiro item dessa atividade e outros que você possa inventar, porém colocando apenas os números.

Observações para os professores

- Deixar livre para os alunos criarem diferentes caminhos.
- Observar e orientar a nomenclatura que deve ser usada, pois quando descreve-se (2L, 4N), não equivale a dizer que era (4N, 2L). Sempre devem escrever a posição que está citando primeiro o movimento horizontal e só depois o vertical. Isso irá facilitar para que quando denominarmos as coordenadas.
- O professor pode ampliar a atividade ao definir novos caminhos, para leste e sul. Com isso, os alunos já visualizarão o plano cartesiano com os quatro quadrantes.

4.5 Tema 5: Sobre Teorema de Tales

O matemático e filósofo Tales de Mileto possuía grande conhecimento sobre geometria e desenvolveu muitos conceitos importantes que são utilizados até hoje. Um exemplo disso é o Teorema de Tales. Este teorema foi desenvolvido a partir da experiência realizada por ele de calcular a altura de uma pirâmide a partir da medida de sua sombra. Para calcular essa medida, Tales utilizou o comprimento de uma vara fincada no solo verticalmente e a medida da sombra da vara projetada no solo onde ela estava fincada.

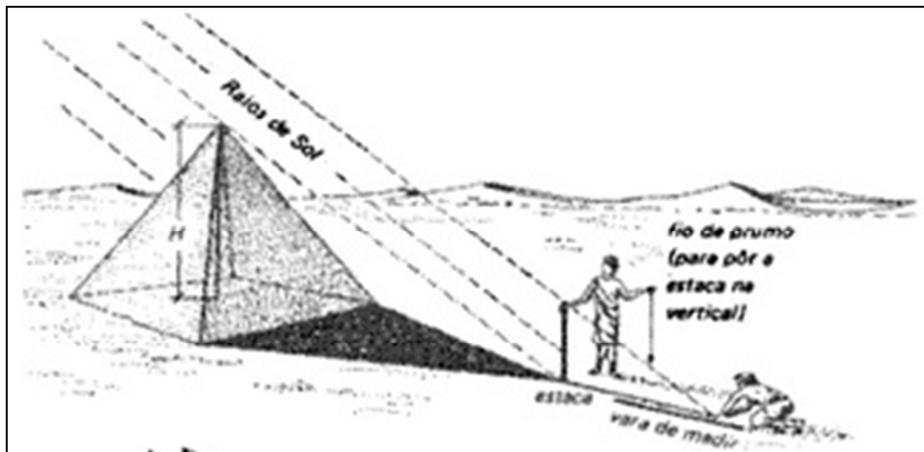


Figura 1 – Representação da medição feita por Tales de Mileto⁵.

Tales de Mileto calculou e constatou que a razão entre a medida de comprimento da vara e a medida de comprimento de sua sombra projetada sobre o solo era igual a razão entre a altura da pirâmide e a medida da sombra da pirâmide sobre o solo. A partir disso, conhecendo as medidas da vara e as das sombras projetadas pela pirâmide e pela vara sobre o solo, Tales calculou a altura da pirâmide.

Atividade 1

Calcule a medida do mastro da bandeira que sua escola possui, utilizando o mesmo procedimento feito por Tales de Mileto, ou seja, a partir da razão entre a altura do mastro (neste caso) e medida da sombra desse mastro igualando a razão

⁵ BRITO, A.J. [et al.]. **História da matemática em atividades didáticas**. EDUFRRN Editora da UFRN, Natal, RN, 2005. 158p.

entre o comprimento da vara e a medida da sombra da mesma. Caso não possua uma vara, utilize a medida de sua altura, ou de um dos seus colegas, a medida da sua sombra e a medida da sombra projetada pelo mastro.

Atividade 2

A partir do exercício anterior descreva o Teorema da Tales, segundo o que percebeu durante a atividade.

Observação para os professores

- Além do mastro da bandeira, podem ser usados outros objetos que a escola possua, como a trave da goleira, o mastro da cesta de basquete ou a altura do prédio escolar.
- Após os alunos apresentarem suas versões sobre o Teorema de Tales o professor pode apresentar a versão formal do teorema.

4.6 Tema 6: Sobre Semelhança de Triângulos

No tema 5, sobre o Teorema de Tales, fomos apresentados à relação existente entre a altura da pirâmide, o tamanho da sombra da pirâmide projetada no solo, a medida do mastro de madeira e a medida da sombra do mesmo.

Ampliando o ponto de observação desta relação podemos notar que podem ser construídos dois triângulos retângulos tendo como bases as medidas das sombras da pirâmide e da vara e como altura a medida da pirâmide e da vara de madeira, conforme ilustrado na figura 2.

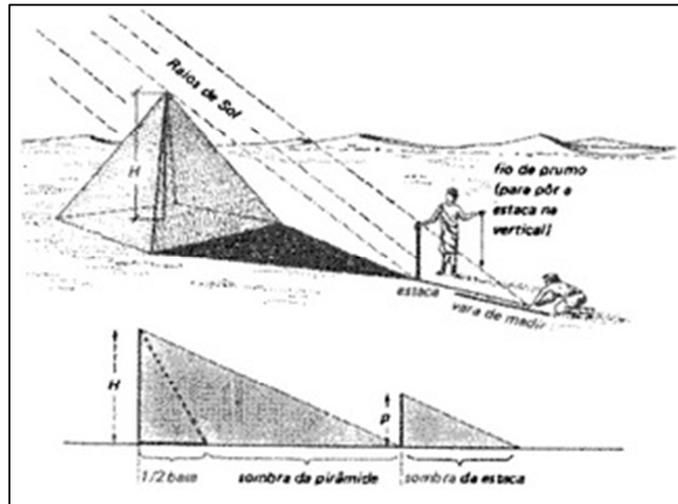


Figura 2 – Representação da medição feita por Tales de Mileto comparando com triângulos retângulos⁶

A existência dessa relação apresenta um novo conceito, o de triângulos semelhantes. O dicionário apresenta uma definição da palavra semelhança que pode ajudar a esclarecer esse conceito, “(...) Propriedade de duas ou mais figuras que diferem apenas pela escala na qual são construídas (...)” (MICHAELIS, 2011). O estudo sobre figuras semelhantes é realizado há muito séculos,

Os geômetras gregos elevaram a um altíssimo grau de perfeição, técnica e lógica, os estudos das proporções entre grandezas e, em particular, o confronto entre figuras semelhantes. Eles basearam tal estudo no cálculo não só de comprimentos como da altura das edificações (como as pirâmides egípcias), mas também das áreas de muitas figuras planas limitadas por retas. O grego Tales de Mileto (c. 640-549 a. C.) demonstrou que a relação existente entre os lados correspondentes de dois triângulos semelhantes é sempre a mesma, independente do comprimento desses lados (BRITO, 2005, p. 66).

Vamos apresentar um exemplo sobre os conceitos descritos acima, para melhor assimilar os mesmos. Considere a figura 3.

⁶ BRITO, A.J. [et al.]. **História da matemática em atividades didáticas**. EDUFRN Editora da UFRN, Natal, RN, 2005. 158p.

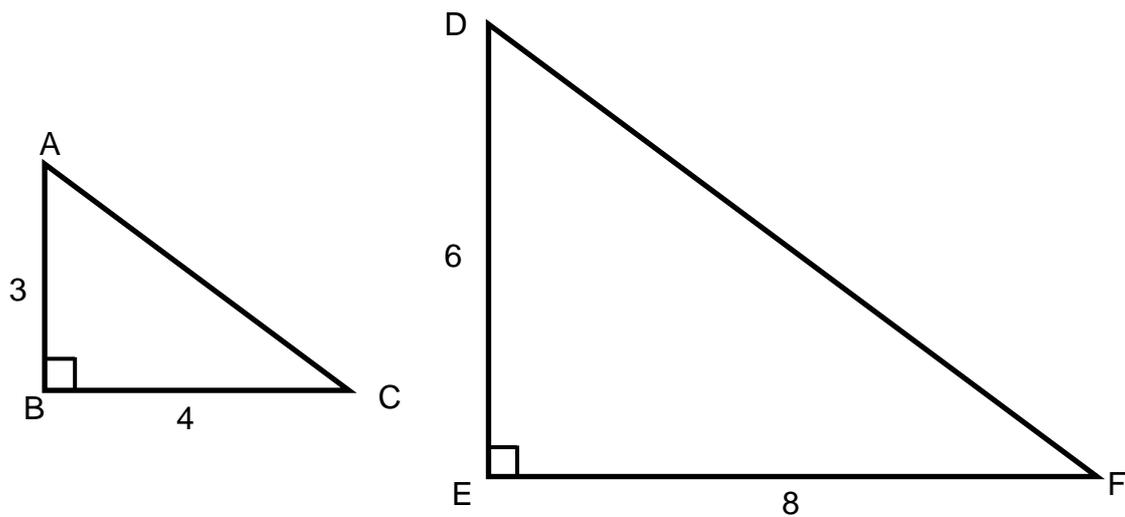


Figura 3 – Representação de triângulos retângulos.

Os triângulos retângulos na figura 3 são semelhantes, pois a relação existente entre os lados correspondentes – a altura do triângulo $A\hat{B}C$ corresponde a altura do triângulo $D\hat{E}F$ e a base do triângulo $A\hat{B}C$ corresponde a base do triângulo $D\hat{E}F$ – é a mesma. De outra maneira, $\frac{3}{6} = \frac{4}{8}$.

Atividade 1

Dos triângulos apresentados na figura 4, quais você considera que sejam semelhantes? Para elaborar sua resposta calcule as medidas aproximadas dos triângulos.

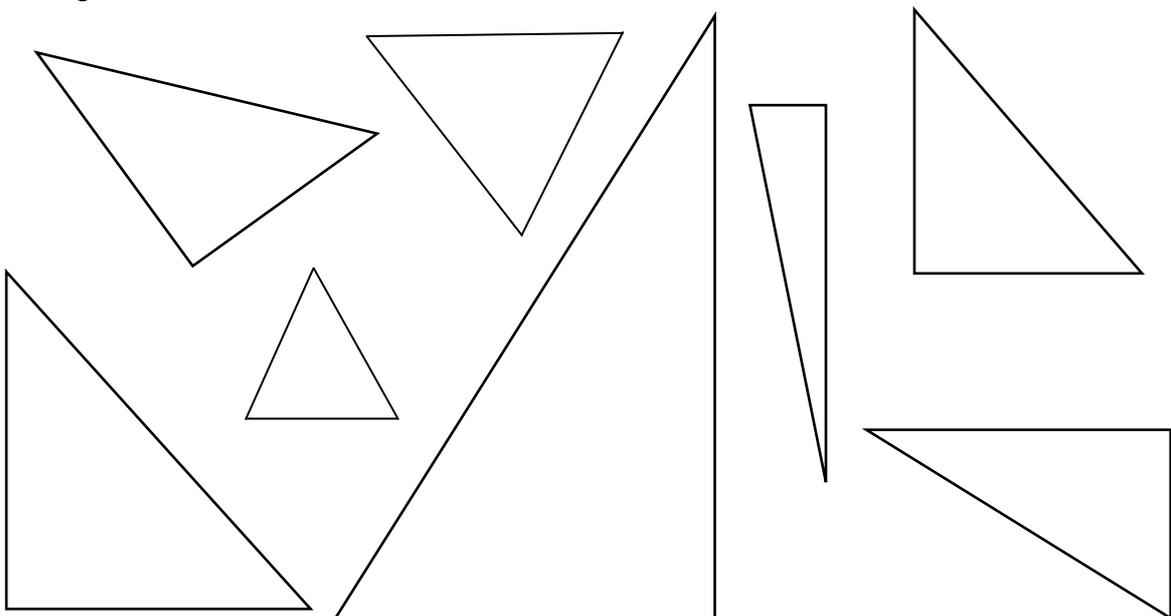


Figura 4 – Modelo de triângulos retângulos para a atividade 1 do tema 6.

Atividade 2

Construa em uma folha quadriculada triângulos semelhantes, não se esqueça de escrever as medidas de cada um dos lados dos triângulos. Utilize como unidade de medida do comprimento dos lados dos quadrados da sua folha quadriculada.

Observação para os professores

- Para essas atividades é importante que os alunos possuam régua e papel quadriculado, a fim de encontrar os triângulos semelhantes.
- Podem ser acrescentados outros triângulos na atividade 1 e ainda podem ser feitos em uma folha para ser entregue aos alunos, a qual eles possam recortar e auxiliar na visualização dos triângulos semelhantes.

4.7 Tema 7: Sobre Área e Perímetro

A História da Matemática sugere, pelo menos, duas concepções para a gênese da Geometria: uma egípcia e outra grega. Sobre isso, Brito (2005) escreve:

Uma delas deriva da etimologia do termo e foi devida, provavelmente, aos egípcios. A expressão “medida da terra” aponta para uma origem empírica para esse campo do saber, isto é, a necessidade de se medir a terra para dividi-la, mas também a de se realizarem as medições envolvidas na construção arquitetônica e no armazenamento de cereais, aqui encontramos o conceito de área intimamente relacionado à origem da geometria. A segunda definição de geometria, qual seja, “a ciência dos corpos celestes” pode ter tido sua gênese entre os babilônicos e foi sistematizada pelos primeiros pitagóricos entre os séculos VI e V a.C. Essa geometria estava ligada às especulações cosmológicas e foi influenciada pela filosofia grega, acabando por se distanciar de problemas de aplicação imediata, separando-se da geodésica que seria, entre os gregos, o conhecimento que lidava com situações empíricas de medição. Porém, mesmo nas especulações matemáticas da Grécia antiga, o cálculo de áreas esteve entre as grandes preocupações (...) (BRITO, 2005, p.13)

A partir das palavras de Brito podemos perceber a importância que o conceito de área possui no surgimento da Geometria.

Na busca de um entendimento efetivo sobre o conceito de área – e também de perímetro – de figuras planas vamos começar nossas atividades sobre esse tema pela decomposição de figuras, que era um recurso utilizado pelos gregos na busca de resolução de seus problemas. Após essa abordagem serão apresentadas atividades sobre o cálculo de perímetro e de área.

Atividade 1

Decomponha⁷ as figuras abaixo em quadrados, segundo o modelo de quadrado abaixo, buscando uma decomposição eficiente e prática. Após discuta com seus colegas sobre a maneira que efetuou as decomposições.

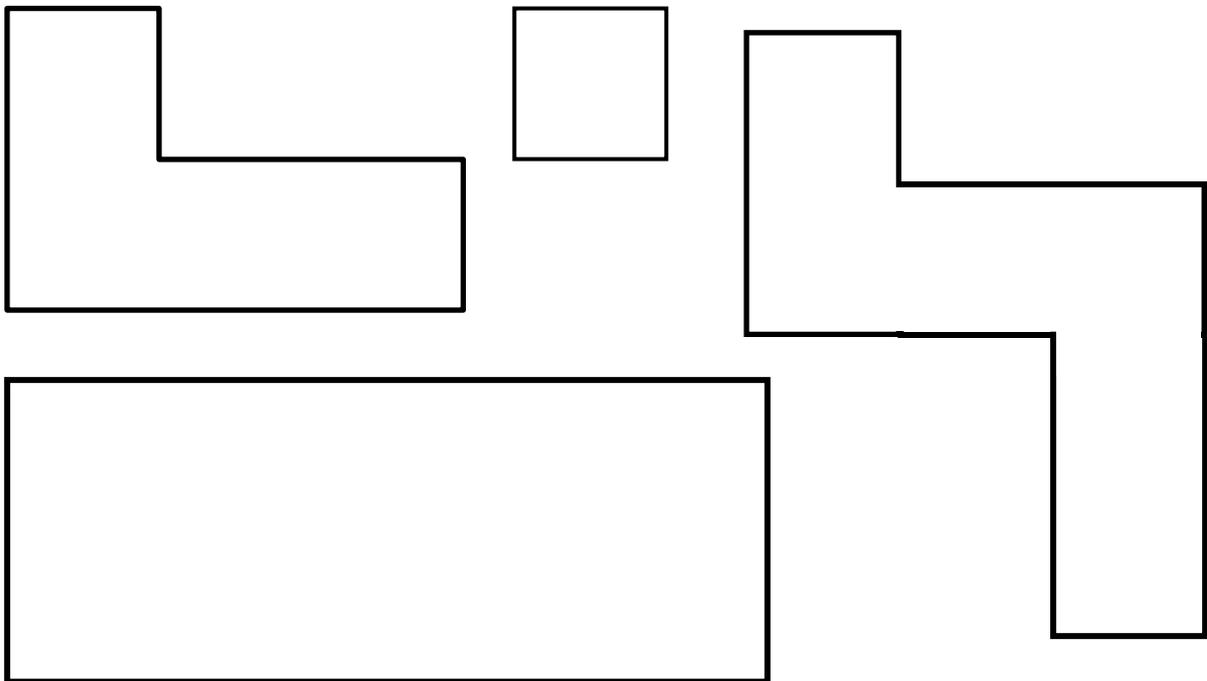


Figura 5 - Modelo de figuras para a atividade 1 do tema 7.

Atividade 2

A partir da atividade anterior meça o perímetro das figuras dadas (em centímetros) e também das figuras que usou para a decomposição de cada uma delas. Analise o resultado que você obteve e responda se a medida do perímetro de uma das figura é igual à soma dos perímetros das figuras que você o decompôs? Faça essa análise com as outras figuras. Explique os resultados encontrados.

⁷ Segundo o dicionário Michaelis, entende-se por decomposição a ação ou efeito de decompor; redução a elementos mais simples. Com isso, decomposição de figuras é uma maneira de representar uma figura utilizando outras mais simples, que se encaixam perfeitamente compondo novamente a figura original.

Atividade 3

Calcule a área das figuras da atividade 1, para encontrar esse valor calcule a área das figuras utilizadas na decomposição de cada uma das figuras dadas e faça a soma desses valores.

Observação para os professores

- Para a execução dessas atividades, as figuras podem ser disponibilizadas pelo professor, ou construídas pelos próprios alunos, em cartolina, ou outro material mais resistente. Eles também podem construir as figuras que serão utilizadas na decomposição da figura dada.
- O professor deve explicar aos alunos que os resultados podem ser diferentes dependendo das figuras que forem utilizadas na decomposição das figuras dadas.
- Essa atividade pode ser feita em pequenos grupos para facilitar a troca de experiências entre os alunos.

4.8 Tema 8: Sobre Funções Seno e Cosseno

Nas atividades a serem desenvolvidas neste tema serão trabalhadas as relações métricas do triângulo retângulo, que já eram conhecidas pelos antigos babilônicos e egípcios e na Antiguidade Grega,

Os antigos babilônicos e egípcios conheciam e usavam alguns teoremas sobre razões entre os lados de triângulos semelhantes, mas não dominaram teoricamente o assunto. Já os gregos, iniciam um processo de sistematização desse conhecimento, iniciando a elaboração da trigonometria. Não se sabe quando penetrou na matemática o uso sistemático do círculo de 360° , mas parece dever-se em grande parte a Hiparco (c. 180 – 125 a. C.), através de sua tabela de cordas e cuja influência originou-se da astronomia babilônica construída a partir do sistema de numeração sexagesimal. Os termos seno e cosseno surgiram a partir das necessidades de resolução de certos problemas inseridos no contexto da astronomia, através da função corda – reta que une os dois pontos extremos de um arco de circunferência – estudado por alguns gregos antes da era cristã (BRITO, 2005, p. 73).

As funções seno e cosseno podem ser descritas a partir das relações expressas no triângulo retângulo, figura 6

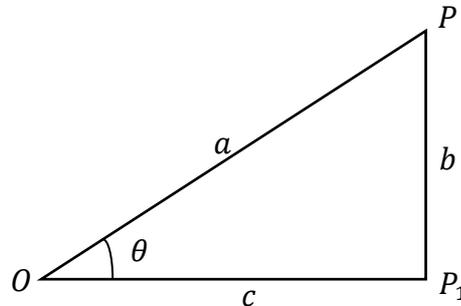


Figura 6 – Representação de um triângulo retângulo.

Considerando-se a figura 6 a noção de seno é descrita pela seguinte relação:

$$\text{sen } \theta = \frac{\overline{PP_1}}{\overline{OP}}$$

Já a noção de cosseno é descrita por $\text{cos } \theta = \frac{\overline{OP_1}}{\overline{OP}}$.

Atividade 1

Encontre o valor das funções seno e cosseno do ângulo θ , dados os seguintes valores, $\overline{PP_1} = 3$, $\overline{OP} = 5$ e $\overline{OP_1} = 4$.

Atividade 2

A partir do triângulo retângulo, figura 7, calcule o valor do seno e do cosseno dos ângulos apresentados.

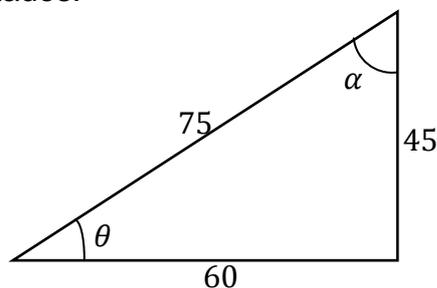


Figura 7 – Representação de um triângulo retângulo para atividade 2 do tema 8.

Observação para os professores

- Após os alunos resolverem a segunda atividade o professor pode encaminhar o conteúdo apresentado b como sendo o cateto oposto ao ângulo θ e c como sendo o cateto adjacente ao ângulo θ .
- Podem ser disponibilizados outros triângulos retângulos na atividade 3, além disso, fazer uma conexão com o Teorema de Pitágoras, como uma breve revisão.

4.9 Aplicação das atividades

Foi feita a aplicação das atividades sobre os temas 1, 2 e 4, em duas turmas de oitava série da Escola Estadual de Educação Básica Professora Margarida Lopes. A aplicação foi feita sob a supervisão da professora responsável pela disciplina de Matemática das referidas turmas.

O tempo disponível para aplicação das atividades foi cinquenta minutos em cada uma das duas turmas. Para a realização das atividades na primeira turma, foram levadas as atividades em folhas impressas, disponibilizando uma folha por aluno, para que todos pudessem realizar as mesmas.

Após, foram comentados os fatos históricos presentes na introdução de cada uma das atividades e solicitado que os alunos discutissem entre eles e realizassem as atividades com a orientação das professoras presentes na sala de aula.

Para a aplicação das atividades na segunda turma, a professora responsável sugeriu que fosse elaborada uma apresentação multimídia, para tornar as atividades mais dinâmicas. Essa sugestão foi aceita e a apresentação foi elaborada para a aplicação na próxima turma, porém o aparelho de projeção não estava funcionando no dia reservado, e não pode ser feita a utilização dessa apresentação, com isso a aplicação das atividades da segunda turma foi feita como a anterior.

Os temas 1 e 2 quando da aplicação das atividades já haviam sido abordados pela professora, com isso a atividade teve um objetivo maior de revisão da matéria vista, porém utilizando uma visão diferente da que havia sido abordada durante as aulas. Muitos alunos tiveram facilidade em compreender os fatos históricos e

matemáticos, outros apresentaram um pouco de dificuldade em recordar os conceitos de potenciação que já haviam sido estudados, quando comparado com os outros colegas. Com relação ao tema 4, que não havia sido estudado neste ano letivo pelos alunos, eles demonstraram mais interesse e curiosidade, quando comparado com os dois outros temas apresentados.

Nas duas turmas pode-se perceber o interesse da maioria dos alunos. Poucos alunos não realizaram as atividades, porém prestaram atenção quando eram feitos comentários sobre os referidos fatos históricos. Muitos alunos fizeram comentários sobre esses fatos, como, por exemplo, que a notação científica auxilia muito ao passo que não é necessário escrever todos os dígitos de um número muito extenso, demonstrando interesse e curiosidade pelo que estava sendo apresentado. Os alunos foram questionados sobre suas opiniões com relação as atividades, tendo como resposta da maioria que acharam interessante e curioso, principalmente quando se falou sobre a ideia do plano cartesiano a partir da observação do caminho percorrido por uma mosca.

5. Considerações finais

Esse trabalho teve como objetivo elaborar atividades didáticas, utilizando a História da Matemática, destinadas a professores que lecionam a disciplina de Matemática no nono ano do Ensino Fundamental. Para tanto foi feito um estudo sobre a abordagem da História da Matemática em atividades didáticas feita por Miguel (1993). Além disso, outros trabalhos complementaram esse estudo, como os de Brito (2005), Motta (2007), Gilli Martins (2005), Soares (1996) e Souto (2005).

Após a conclusão dos estudos comentados acima, foi realizada uma análise de livros didático baseada na categorização sugerida por Vianna (2000). Isso visou verificar a presença de metodologias relacionadas à História da Matemática em livros didáticos utilizados em escolas de Santa Maria.

Com os conhecimentos adquiridos pelas etapas acima evidenciadas, atividades didáticas relacionadas com oito temas (notação científica e potência; propriedades da potência; radiciação; plano cartesiano; teorema de Tales; semelhança de triângulos; área e perímetro; funções seno e cosseno) foram elaboradas no intuito de auxiliar professores de Matemática do nono ano do Ensino Fundamental. Além disso, serviram como uma aplicação dos estudos realizados anteriormente.

Nesse contexto, são atribuídas, por Miguel (1993), treze funções à História da Matemática, a partir das visões dos autores por ele estudados. Dentre essas, destaca sua preferência pela História da Matemática como “um instrumento de promoção da aprendizagem significativa e compreensiva (História-Significação)” (MIGUEL, 1993, p. 107). Seguindo o mesmo pensamento, acredita-se que seja a função mais completa dentre as apresentadas, pois ao auxiliar que o estudante alcance uma aprendizagem significativa, possibilita que outras funções sejam enaltecidas como, por exemplo, a desmistificação da Matemática e a motivação pelo estudo de assuntos matemáticos.

Com relação à análise dos livros didáticos feita no terceiro capítulo desta monografia, foram encontradas sessenta e oito passagens que se relacionam com a História da Matemática nos três livros didáticos. Duas foram classificadas na categoria História da Matemática como Motivação, isso se deve ao fato da maioria

dos livros não apresentarem textos motivacionais no início dos capítulos, característica que define tal categoria. Cinquenta e quatro foram classificadas na História da Matemática como Informação, fato preocupante visto que se caracterizam como meramente informativas e sem inclusão no desenvolvido teórico da sessão que esse pertence. Nove foram classificadas na História da Matemática como Estratégia Didática, e essas buscam utilizar a História da Matemática como enredo no desenvolvimento teórico da unidade. E três foram classificadas na História da Matemática Imbricada no Conteúdo, que implicitamente utiliza a História da Matemática no decorrer da atividade.

É lamentável que o material mais utilizado pela maioria dos professores, o livro didático, ainda não disponibilize, na maioria das vezes, muito espaço para aspectos e atividades históricas, sendo o livro didático a principal fonte de embasamento na elaboração das aulas.

As atividades didáticas apresentadas no capítulo 4 foram elaboradas como um possível modelo de aula baseado em fatos da História da Matemática, com sugestões no encerramento de cada atividade.

Essas atividades didáticas buscam envolver os estudantes nos processos de construção de conceitos matemáticos, proporcionando a compreensão desses. Oferecendo aos estudantes uma aprendizagem significativa, como sugere Miguel (1993).

Em aplicações práticas das atividades didáticas elaboradas no capítulo 4 obteve-se êxito, afirmação baseada na constatação de que aos alunos foram receptivos as atividades e, em sua maioria, as consideraram interessantes e instigantes. Contudo, em determinadas situações é importante uma vinculação entre a História da Matemática e outros recursos que podem ser utilizados em sala de aula, como o uso de novas tecnologias, resolução de problemas, dentre outras, pois a união dos recursos pode possibilitar uma complementação na redução de possíveis lacunas no processo de aprendizagem.

Referências Bibliográficas

BIGODE, A. J. L. **Matemática hoje é feita assim**. 8ª série. FTD. São Paulo, 2000.

BRASIL. **Parâmetros curriculares nacionais: matemática**. Secretaria de Educação Fundamental. – Brasília: MEC/SEF, 1997.142p.

BRITO, A.J. [et al.]. **História da matemática em atividades didáticas**. EDUFRN Editora da UFRN, Natal, RN, 2005. 158p.

EDITORA MODERNA. **Projeto Araribá: matemática**. 8ª série. Moderna. São Paulo, 2006.

EVES, H. **Introdução à História da Matemática**. Editora UNICAMP. Campinas, SP, 2008. 843p.

GILLI MARTINS, J. C. **Sobre Revoluções Científicas na Matemática**. Tese de Doutorado. Universidade Estadual Paulista (UNESP – IGCE/ Rio Claro – SP), 2005.

GONZALES, N. A.; MITCHELL, M.; STONE, A.P. **Mathematical History: activities, puzzles, stories, and games**. 2 ed. National Council of Teachers of Mathematics. Virginia, 2001.

IMENES, L. M. P; LELLIS, M. **Matemática**. 8ª série. Scipione. São Paulo, 1997.

MICHAELIS. Disponível em: <<http://michaelis.uol.com.br/>>. Acessado em: 16 de Nov. 2011.

MIGUEL, A. **Três estudos sobre História e Educação Matemática**. Tese (Doutorado em Educação) – Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 1993. 257f.

MOISÉS, R. P.; LIMA, L. C. Potência (2) História da descoberta do conceito. Disponível em: < <http://educacao.uol.com.br/matematica/potencia-2-historia-da-descoberta-do-conceito.jhtm>>. Acessado em: 01 abr. 2011.

MOTTA, C. D. V. B. **Uma perspectiva multicultural para a história da matemática na formação de professores das séries iniciais/ Gisele Costa de Sousa**. Guarapuava: SBHMat, 2007. 44p. (Coleção História da Matemática para Professores).

MOTTA, C. D. V. B.; BROLEZZI, A. C. **A influência do positivismo na História da Educação Matemática no Brasil**. Disponível em: <http://www.faced.ufu.br/colubhe06/anais/arquivos/426CristinaDalva_AntonioCarlos.pdf>. Acessado em: 28 de Jan. de 2011.

SOARES, M. B. **Um olhar sobre o livro didático**. Presença pedagógica. V.2, n.12, nov./dez. 1996.

SOUTO, R. M. A. **História da Matemática para Professores do Ensino Fundamental**. SBHMat, 2005. 24p. (Coleção História da Matemática para Professores).

SWETZ, F. J. **Learning Activities from the History of Mathematics**. J. Weston Walch, Publisher. Portland, Maine. 1994.

VIANNA, C. R. **História da matemática na educação matemática**. In: Anais VI Encontro Paranaense de Educação Matemática. Londrina: Editora da UEL, 2000. pp. 15-19.