

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA MARIA
CENTRO DE CIÊNCIAS NATURAIS E EXATAS
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO EM CIÊNCIAS:
QUÍMICA DA VIDA E SAÚDE**

Vaneza De Carli Tibulo

**SEQUÊNCIA DE ATIVIDADES DIDÁTICAS PARA O ENSINO DE
GEOMETRIA E DESENHO GEOMÉTRICO EM UM AMBIENTE DE
GEOMETRIA DINÂMICA E ÁLGEBRA**

Santa Maria, RS
2017

Vaneza De Carli Tibulo

**SEQUÊNCIA DE ATIVIDADES DIDÁTICAS PARA O ENSINO DE GEOMETRIA E
DESENHO GEOMÉTRICO EM UM AMBIENTE DE GEOMETRIA DINÂMICA E
ÁLGEBRA**

Tese apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências: Química da Vida e Saúde, da Universidade Federal de Santa Maria (UFSM, RS), como requisito parcial para obtenção do grau de **Doutora em Educação em Ciências: Química da Vida e Saúde.**

Orientador: Prof. Dr. Ricardo Andreas Sauerwein

Santa Maria, RS
2017

Ficha catalográfica elaborada através do Programa de Geração Automática da Biblioteca Central da UFSM, com os dados fornecidos pelo(a) autor(a).

Tibulo, Vaneza De Carli

Sequência de atividades didáticas para o ensino de geometria e desenho geométrico em um ambiente de geometria dinâmica e álgebra / Vaneza De Carli Tibulo.- 2017.

237 p.; 30 cm

Orientador: Ricardo Andreas Sauerwein

Tese (doutorado) - Universidade Federal de Santa Maria, Centro de Ciências Naturais e Exatas, Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências: Química da Vida e Saúde, RS, 2017

1. Atividades Didáticas 2. Desenvolvimento de Competências 3. Geometria Dinâmica 4. Desenho Geométrico 5. Geogebra I. Sauerwein, Ricardo Andreas II. Título.

© 2017

Todos os direitos autorais reservados a Vaneza De Carli Tibulo. A reprodução de partes ou do todo deste trabalho só poderá ser feita mediante a citação da fonte.

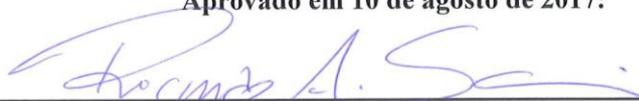
E-mail: vaneza_dc@yahoo.com.br

Vaneza De Carli Tibulo

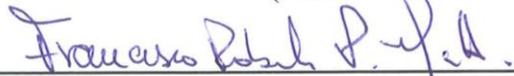
**SEQUÊNCIA DE ATIVIDADES DIDÁTICAS PARA O ENSINO DE GEOMETRIA E
DESENHO GEOMÉTRICO EM UM AMBIENTE DE GEOMETRIA DINÂMICA E
ÁLGEBRA**

Tese apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências: Química da Vida e Saúde, da Universidade Federal de Santa Maria (UFSM, RS), como requisito parcial para obtenção do grau de **Doutora em Educação em Ciências: Química da Vida e Saúde.**

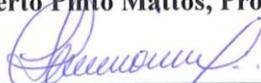
Aprovado em 10 de agosto de 2017:



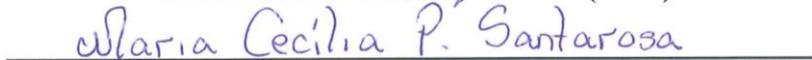
Ricardo Andreas Sauerwein, Prof. Dr. (UFSM)
(Presidente/Orientador)



Francisco Roberto Pinto Mattos, Prof. Dr. (UERJ)



Luciano Moura de Mello, Prof. Dr. (IFSul)



Maria Cecília Pereira Santarosa, Prof.^a Dra. (UFSM)



Rosane Teresinha Nascimento da Rosa, Prof.^a Dra. (CMSM)

Santa Maria, RS
2017

AGRADECIMENTOS

Ao meu marido Cleiton, o amor que a vida me deu de presente, presença e apoio constante, em todos os momentos e a minha filha Natieli (que está a caminho).

Ao meu pai Nelson, meu anjo no céu, minha força espiritual para prosseguir e não desistir no caminho diante das surpresas da vida, como sua partida repentina.

À minha mãe Adelia e meu irmão Vanderlei, pelo incentivo, auxílio e apoio que sempre me deram para prosseguir com os estudos.

À minha família como um todo pelos incentivos proferidos.

Agradeço à Universidade Federal de Santa Maria e a todos os professores e funcionários do PPGECQVS/UFSM que me auxiliaram nestes últimos anos.

Ao Colégio Militar de Santa Maria, pelo apoio durante a realização do Doutorado, concedendo a liberação necessária para cursar as disciplinas.

Aos professores que se disponibilizaram a participar da banca gastando seus preciosos tempos a fim de corrigir e tornar este trabalho melhor.

E finalmente, ao meu orientador professor Ricardo, meus sinceros agradecimentos pela confiança, pelo conhecimento, competência, incentivo, paciência, dedicação e amizade transmitida. Um especial muito obrigado!

Enfim, agradeço a todos que, de alguma forma, contribuíram para a realização desse trabalho. Muito obrigada!

RESUMO

SEQUÊNCIA DE ATIVIDADES DIDÁTICAS PARA O ENSINO DE GEOMETRIA E DESENHO GEOMÉTRICO EM UM AMBIENTE DE GEOMETRIA DINÂMICA E ÁLGEBRA

AUTORA: Vaneza De Carli Tibulo
ORIENTADOR: Ricardo Andreas Sauerwein

Neste trabalho apresentamos os resultados de uma Pesquisa de *Design* Educacional (PDE) numa proposta de resolver dificuldades no ensino de conceitos geométricos por meio de um software que implementa um Ambiente de Geometria Dinâmica e Álgebra (AGDA). Esse tipo de recurso computacional dado, por exemplo, pelo software Geogebra, é uma ferramenta facilitadora da aprendizagem pois permite a manipulação dinâmica de representações geométricas. Além disso, sabe-se que o domínio de um AGDA é importante, pois este é uma ferramenta poderosa e altamente intuitiva que pode ser usada pelo estudante por toda a sua vida acadêmica para resolver problemas que vão além da Geometria e do Desenho Geométrico. Especificamente, o software Geogebra também é uma ferramenta de produção e análise de gráficos, funções, cálculos numéricos e simbólicos. Por isso, as Atividades Didáticas (AD) desenvolvidas neste presente trabalho buscam também o desenvolvimento de competências no software Geogebra. Entendemos que o desenvolvimento de competências em uma ferramenta só é possível com seu uso regular e sistemático, elaboramos uma sequência de AD composta por 34 atividades, sendo destas, 16 para o 8º ano e 18 para o 9º ano do Ensino Fundamental, que devem ser aplicadas em sincronia com o conteúdo programático da disciplina Geometria e Desenho Geométrico. As AD e seus procedimentos subjacentes foram aplicados em quatro turmas do 8º ano e quatro turmas do 9º ano do Ensino Fundamental ao longo de cada ano letivo, nos anos de 2014 (com o projeto piloto), 2015 e 2016 em uma instituição pública federal de ensino básico, no Rio Grande do Sul, totalizando assim, a participação de aproximadamente 624 alunos ao longo dos três anos. Todos os dados analisados neste trabalho se reportam a aplicação no ano de 2015 a 186 estudantes. Os resultados desta aplicação comprovam que é possível e viável a utilização de AD realizadas no software Geogebra nos anos finais do Ensino Fundamental, (1) contemplando os objetos do conhecimento em caráter regular ao ensino por um período longo e contínuo, articulando o cronograma curricular de Geometria e Desenho Geométrico durante todo ano letivo e em anos sucessivos, sem o prejuízo do conteúdo programático, (2) criando AD contextualizadas que facilitam a aprendizagem de conceitos geométricos através da construção, visualização e manipulação de objetos matemáticos, que permanecem na escola para ser utilizada a qualquer momento e por outros professores, (3) promovendo o desenvolvimento de competências ligadas a utilização dos recursos tecnológicos desde a Educação Básica, competência esta amplamente cobrada na sua vida. Além de motivar os alunos para o estudo dos tópicos das disciplinas.

Palavras-chave: Atividades Didáticas. Desenvolvimento de Competências. Geometria Dinâmica. Desenho Geométrico. Geogebra.

ABSTRACT

SEQUENCE OF DIDACTIC ACTIVITIES FOR GEOMETRY AND GEOMETRIC DESIGN TEACHING IN A DYNAMIC GEOMETRY AND ALGEBRA ENVIRONMENT

AUTHOR: VANEZA DE CARLI TIBULO
ADVISOR: RICARDO ANDREAS SAUERWEIN

We present in this work the results of an Educational Design Research (PDE) that suggests a way to solve difficulties in the teaching of geometric concepts through a software that implements an Algebra and Dynamic Geometry Environment (AGDA). This type of computational resource which is available by the Geogebra software, for example, is an easy tool that fosters learning, once it allows the dynamic manipulation of geometric representations. Besides, we understand that knowing how to use an AGDA is important because this resource is a powerful and highly intuitive tool that may be used by the student throughout his/her academic life to solve problems that surpass Geometry and Geometric Design. More specifically, the Geogebra software is also a tool for the production and analysis of graphs, functions and number and symbolic calculus. Thus, the didactic activities (AD) that were developed in this work also aim at the development of competences in the Geogebra software. Once we understand that the development of competences with a tool like this is only possible by the regular and systematic use, we have made a sequence of ADs composed of 34 activities, 16 for the 8th year of elementary school and 18 for the 9th year, which must be used in synchrony with the curricular programs of Geometry and Geometric Design disciplines. The ADs and their underlying procedures were used with four groups of the 8th year and four groups of the 9th year of the elementary school along every school year, in the years 2014 (the pilot project), 2015 and 2016 in a public federal institution of basic education in Rio Grande do Sul, making a total of approximately 624 students, throughout the three years. All the analyzed data in this work belong to the year 2015 study, with 186 students. The results of this application prove that it is possible and feasible to use AD in the Geogebra software in the final years of Elementary School, (1) contemplating the objects of knowledge on a regular basis to teaching for a long and continuous period, articulating the curricular (2) creating contextualized ADs that facilitate the learning of geometric concepts through the construction, visualization and manipulation of mathematical objects, which remain in the school to be Used at any time and by other teachers, (3) promoting the development of skills linked to the use of technological resources since Basic Education, competence is widely charged in their life. In addition to motivating students to study the topics of the disciplines.

Key words: Didactic Activities. Competence Development. Dynamic Geometry. Geogebra.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Exemplo de construção e manipulações de objetos no software Geogebra.....	48
Figura 2 – Representação do processo cíclico do Design Research.....	63
Figura 3 – Diagrama representativo da metodologia de elaboração das Atividades Didáticas.....	68
Figura 4 – Pesquisa de opinião de cada Atividade Didática.....	69
Figura 5 – Diagrama que ilustra as principais relações da metodologia adotada.....	72
Figura 6 – Tela do software Geogebra.....	78
Figura 7 – Construção geométrica realizada no software Geogebra.....	80
Figura 8 – Fluxograma explicativo do processo de implementação das Atividades Didáticas no 8º e 9º ano do Ensino Fundamental na Escola A.....	96
Figura 9 – Gráfico dos percentuais de respostas dos alunos do 8º e 9º ano ao item: Com relação aos conteúdos de Geometria/Desenho Geométrico, as atividades no software Geogebra foram relacionadas.....	105
Figura 10 – Gráfico do controle de entrega das Atividades Didáticas do 8º ano.....	108
Figura 11 – Gráfico do controle de entrega das Atividades Didáticas do 9º ano.....	109
Figura 12 – Gráfico da avaliação dos alunos em relação ao trabalho tido na realização das Atividades Didáticas do 8º ano.....	114
Figura 13 – Gráfico da avaliação dos alunos em relação ao trabalho tido na realização das Atividades Didáticas do 9º ano.....	115
Figura 14 – Gráfico da avaliação dos alunos em relação à dificuldade enfrentada na realização das Atividades Didáticas do 8º ano.....	117
Figura 15 – Gráfico da avaliação dos alunos em relação à dificuldade enfrentada na realização das Atividades Didáticas do 9º ano.....	118
Figura 16 – Gráfico da avaliação dos alunos em relação ao interesse apresentado na realização das Atividades Didáticas do 8º ano.....	119
Figura 17 – Gráfico da avaliação dos alunos em relação ao interesse apresentado na realização das Atividades Didáticas do 9º ano.....	120
Figura 18 – Gráfico da avaliação dos alunos de forma geral das Atividades Didáticas do 8º ano.....	121
Figura 19 – Gráfico da avaliação dos alunos de forma geral das Atividades Didáticas do 9º ano.....	121
Figura 20 – Gráfico das médias ponderadas dos itens analisados (Trabalho, Dificuldade, Interesse e De forma geral) das Atividades Didáticas do 8º ano.....	124
Figura 21 – Gráfico das médias ponderadas dos itens analisados (Trabalho, Dificuldade, Interesse e De forma geral) das Atividades Didáticas do 9º ano.....	124
Figura 22 – Histograma bidimensional das avaliações dos alunos em Q18XQ24, do 8º e 9º ano, respectivamente.....	133
Figura 23 – Histograma bidimensional das avaliações dos alunos em Q18XQ25, do 8º e 9º ano, respectivamente.....	133
Figura 24 – Dendograma relativo ao Questionário II respondido pelos alunos do 8º ano da Escola A, formado pelo método de ligação simples e utilizando a métrica da distância euclidiana.....	138
Figura 25 – Gráfico Box Plot (grupo 1) com avaliações abaixo da variável neutra dos alunos do 8º ano da Escola A.....	139
Figura 26 – Gráfico Box Plot (grupo 2) com avaliações bem acima da variável neutra dos alunos do 8º ano da Escola A.....	140

Figura 27 – Gráfico Box Plot (grupo 3) com avaliações em torno da variável neutra dos alunos do 8º ano da Escola A.....	141
Figura 28 – Gráfico Box Plot (grupo 4) com avaliações entre 3 e 4 dos alunos do 8º ano da Escola A.....	142
Figura 29 – Dendograma relativo ao Questionário II respondido pelos alunos do 9º ano da Escola A, formado pelo método de ligação simples e utilizando a métrica da distância euclidiana.....	143
Figura 30 – Gráfico Box Plot (grupo 1) com avaliações abaixo da variável neutra dos alunos do 9º ano da Escola A.....	144
Figura 31 – Gráfico Box Plot (grupo 2) com avaliações bem acima da variável neutra dos alunos do 9º ano da Escola A.....	145
Figura 32 – Gráfico Box Plot (grupo 3) com avaliações em torno da variável neutra dos alunos do 9º ano da Escola A.....	147
Figura 33 – Gráfico Box Plot (grupo 4) com avaliações entre 3 e 4 dos alunos do 9º ano da Escola A.....	148
Figura 34 – Gráfico das notas obtidas pelos alunos do 8º ano da Escola A nas Atividades Didáticas.....	150
Figura 35 – Gráfico das notas obtidas pelos alunos do 9º ano da Escola A nas Atividades Didáticas.....	151
Figura 36 – Gráfico da média anual das notas dos alunos do 8º ano na Escola A “no papel”.....	153
Figura 37 – Gráfico da média anual das notas dos alunos do 8º ano da Escola A “no Geogebra”.....	154
Figura 38 – Gráfico da média anual das notas dos alunos do 9º ano da Escola A “no papel”.....	155
Figura 39 – Gráfico da média anual das notas dos alunos do 9º ano da Escola A “no Geogebra”.....	155
Figura 40 – Exemplo da construção gráfica da Atividade Didática <i>Transformações Pontuais</i> , utilizando recursos específicos do software Geogebra para simetria.....	160
Figura 41 – Exemplo da construção gráfica da Atividade Didática <i>Transformações Pontuais</i> , utilizando circunferências para medir as distâncias entre os pontos.....	161
Figura 42 – Exemplo da construção gráfica da Atividade Didática <i>Transformações Pontuais</i> , mesclando a utilização de recurso próprios do software Geogebra e procedimentos de construção utilizados no papel.....	162
Figura 43 – Exemplo da construção gráfica da Atividade Didática <i>Transformações Pontuais</i> , utilizando procedimentos de construção utilizados no papel.....	163
Figura 44 – Exemplo da construção gráfica da Atividade Didática <i>Transformações Pontuais</i> , antes e depois das manipulações dos objetos.....	165
Figura 45 – Exemplo da construção gráfica da Atividade Didática <i>Teorema Angular de Tales</i> com múltiplos recursos.....	168
Figura 46 – Exemplo da construção gráfica da Atividade Didática <i>Teorema Angular de Tales</i>	168
Figura 47 – Exemplo da construção gráfica parcialmente correta da Atividade Didática <i>Teorema Angular de Tales</i>	170
Figura 48 – Trabalho desenvolvido por uma aluna do 9º ano.....	172

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 –	Quantitativo de questões envolvendo conteúdos de Geometria e Desenho Geométrico na OBMEP e no ENEM nos últimos cinco anos.....	39
Tabela 2 –	Número de alunos do 8º e 9º anos do Ensino Fundamental que participaram no desenvolvimento deste trabalho	95
Tabela 3 –	Medidas descritivas das variáveis: Idade, Horas de Uso de Computador Diária (HUCD) e Horas de Uso de Internet Diária (HUID)	103
Tabela 4 –	Utilização do computador por alunos do 8º e 9º ano da escola A.....	127
Tabela 5 –	Respostas dos alunos do 8º e 9º ano da Escola A com relação ao uso do software Geogebra.....	129
Tabela 6 –	Respostas dos alunos do 8º e 9º ano da Escola A com relação ao conhecimento alcançado	132
Tabela 7 –	Respostas dos alunos do 8º e 9º ano da Escola A com relação à avaliação do conjunto.....	135
Tabela 8 –	Atividade Didática: <i>Transformações Pontuais</i> , aplicada no 9º ano da Escola A.....	164
Tabela 9 –	Atividade Didática: <i>Teorema Angular de Tales</i> , aplicada no 8º ano da Escola A.....	169

LISTA DE QUADROS

Quadro 1 – Síntese da sequência de Atividades Didáticas para o 8º Ano do Ensino Fundamental – Geometria	81
Quadro 2 – Síntese da sequência de Atividades Didáticas para o 9º Ano do Ensino Fundamental – Desenho Geométrico	84
Quadro 3 – Relação das AD numeradas por ano escolar, nome das AD e quantitativo de alunos que realizaram as AD nas disciplinas de Geometria e Desenho Geométrico	107

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

3D	– Tridimensional
a. C.	– Antes de Cristo
ACT	– Ação
AD	– Atividade Didática
AE	– Avaliação de Estudo
AGDA	– Ambiente de Geometria Dinâmica e Álgebra
ANA	– Avaliação Nacional de Alfabetização
ANAEB	– Avaliação Nacional da Educação Básica
ANRESC	– Avaliação Nacional do Rendimento Escolar
AP	– Avaliação Parcial
AVA	– Ambiente Virtual de Aprendizagem
BNCC	– Base Nacional Comum Curricular
CAD	– <i>Computer Aided Design</i>
CAS	– Sistema de Álgebra Computacional
D	– Desenvolvimento
DBR	– <i>Design - Based Research</i>
EDS	– <i>Education Design Studies</i>
ENEM	– Exame Nacional do Ensino Médio
HUCD	– Horas de Uso do Computador por Dia
HUID	– Horas de Uso da Internet por Dia
INEP	– Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira
INSE	– Indicador de Nível Socioeconômico das Escolas
IP	– <i>Internet Protocol</i>
LDB	– Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional
MEC	– Ministério da Educação e Cultura
MPEAC	– Métodos e Processos de Ensino e Aprendizagem de Ciências
NCTM	– <i>National Council of Teachers of Mathematics</i>
OBM	– Olimpíada Brasileira de Matemática
OBMEP	– Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas
OBS	– Observação
OEBM-BA	– Observatório da Educação Matemática da Bahia
PCN	– Parâmetros Curriculares Nacionais

PCN+	– Orientações Educacionais Complementares aos Parâmetros Curriculares Educacionais
PDE	– Pesquisa de <i>Design</i> Educacional
PLN	– Planejamento
PNLD	– Plano Nacional do Livro Didático
Q1, Q2,...	– Questão 1, Questão 2,...
R	– Receptividade
RFL	– Reflexão
RPG	– <i>Role Playing Game</i>
SAEB	– Sistema de Avaliação da Educação Básica
SEF	– Secretaria de Educação Fundamental
UFSM	– Universidade Federal de Santa Maria
V	– Viabilidade

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO.....	21
1.1	PROBLEMA	27
1.2	OBJETIVOS	28
1.2.1	Objetivo geral	28
1.2.2	Objetivos específicos	29
1.3	JUSTIFICATIVA.....	29
1.4	ORGANIZAÇÃO DO TRABALHO.....	30
2	O ENSINO DE GEOMETRIA E DESENHO GEOMÉTRICO.....	33
2.1	CONTEXTO HISTÓRICO	33
2.1.1	Origem da Geometria e do Desenho Geométrico.....	33
2.1.2	Considerações sobre o ensino de Geometria e do Desenho Geométrico no Brasil	34
2.2	POR QUE ENSINAR GEOMETRIA E DESENHO GEOMÉTRICO?.....	37
2.3	O QUE ENSINAR EM GEOMETRIA E DESENHO GEOMÉTRICO?.....	40
2.4	COMO ENSINAR GEOMETRIA E DESENHO GEOMÉTRICO?.....	45
2.5	O USO DE NOVAS TECNOLOGIAS NO ENSINO DE GEOMETRIA E DESENHO GEOMÉTRICO.....	49
2.5.1	Softwares de Geometria dinâmica.....	52
2.5.2	Software Geogebra.....	58
<i>2.5.2.1</i>	<i>Recursos do software Geogebra</i>	<i>58</i>
3	PESQUISA DE DESIGN EDUCACIONAL.....	61
3.1	METODOLOGIA DE ELABORAÇÃO DAS ATIVIDADES DIDÁTICAS.....	66
4	SEQUÊNCIA DE ATIVIDADES DIDÁTICAS DE GEOMETRIA E DESENHO GEOMÉTRICO.....	75
4.1	APRESENTAÇÃO	75
4.2	ESTRUTURAÇÃO DAS ATIVIDADES DIDÁTICAS	76
4.3	DESCRIÇÃO DAS FUNCIONALIDADES DO SOFTWARE GEOGEBRA	78
4.4	ATIVIDADES DIDÁTICAS PLANEJADAS.....	80
4.4.1	Detalhamento das Atividades Didáticas.....	81
4.4.2	Sugestões para o uso da sequência de Atividades Didáticas	88
5	APLICAÇÃO DA SEQUÊNCIA DE ATIVIDADES DIDÁTICAS DE GEOMETRIA E DESENHO GEOMÉTRICO.....	91
5.1	CONTEXTO DE INTERVENÇÃO	91
5.1.1	Caracterização da escola	91
5.1.2	Caracterização das disciplinas e dos anos escolares	94
5.2	PROCESSO DE IMPLEMENTAÇÃO DA SEQUÊNCIA DAS ATIVIDADES DIDÁTICAS	95
5.3	VIABILIDADE DE APLICAÇÃO DA SEQUÊNCIA DE ATIVIDADES DIDÁTICAS	98
5.3.1	Experiência prévia no uso de recursos de informática	99
5.3.2	Harmonia entre conteúdos (Atividades Didáticas/Conteúdo Programático) ..	104
5.3.3	Exequibilidade.....	106
5.4	RECEPTIVIDADE DAS ATIVIDADES DIDÁTICAS PELOS ALUNOS.....	110
5.4.1	Percepção dos alunos relativa a sequência de Atividades Didáticas	112
<i>5.4.1.1</i>	<i>Quanto à pesquisa de opinião.....</i>	<i>112</i>

5.4.1.2	<i>Quanto ao Questionário II</i>	125
5.4.1.2.1	Seção 1 - Perfil dos alunos quanto a utilização do computador	126
5.4.1.2.2	Seção 2 - O uso do software Geogebra	128
5.4.1.2.3	Seção 3 - O conhecimento alcançado e o desempenho nas Atividades Didáticas	131
5.4.1.2.4	Seção 4 - Avaliação geral do conjunto de Atividades Didáticas	134
5.4.1.2.5	Análise de Cluster ou análise de agrupamentos	136
5.4.2	Receptividade segundo o desempenho dos alunos (notas)	148
5.4.2.1	<i>Apresentação das notas</i>	149
5.4.2.2	<i>Relação entre notas</i>	152
5.5	ANÁLISE DAS ATIVIDADES DIDÁTICAS A PARTIR DAS PRODUÇÕES DOS ALUNOS	156
5.5.1	Produções dos alunos	157
5.5.1.1	<i>Atividade Didática: Transformações Pontuais</i>	158
5.5.1.2	<i>Atividade Didática: Teorema Angular de Tales</i>	166
5.5.1.3	<i>Atividade Didática: Fazendo Arte no Geogebra</i>	171
	CONSIDERAÇÕES FINAIS	175
	REFERÊNCIAS	179
	APÊNDICES	187
	APÊNDICE A – QUESTIONÁRIO I	189
	APÊNDICE B – QUESTIONÁRIO II	191
	APÊNDICE C – ATIVIDADES DIDÁTICAS DO 8º ANO	194
	APÊNDICE D – ATIVIDADES DIDÁTICAS DO 9º ANO	213
	APÊNDICE E – ALGUMAS PRODUÇÕES DOS ESTUDANTES DO 8º E 9º ANO NA ATIVIDADE DIDÁTICA FAZENDO ARTE NO GEOGEBRA	236

1 INTRODUÇÃO

A Matemática, como ciência, desde seu surgimento até os dias atuais, sempre esteve ligada ao desenvolvimento e aprimoramento de técnicas que auxiliam e facilitam a vida humana. Ela está intimamente ligada as mais diversas atividades do dia a dia, sejam elas simples ou de alta complexidade. Assim, devido a sua importância, tem papel fundamental para o desenvolvimento e evolução de qualquer sociedade.

No entanto, o estudo matemático, como confirmam as pesquisas, Souza (2013), Sousa (2014) e Souza (2016), quando abordado de forma totalmente abstrato, descontextualizado e visto como uma simples transmissão de conhecimentos teóricos, frequentemente é assumido como um obstáculo na vida escolar da maioria dos estudantes. Sendo considerado um estudo complexo, os estudantes apresentam, muitas vezes, grandes dificuldades e lacunas no aprendizado da Matemática. Desta forma, é atribuída a essa disciplina a responsabilidade pela reprovação de estudantes desde os anos iniciais do Ensino Fundamental até o Ensino Superior. Quando considerada como uma disciplina desvinculada e sem grandes aplicações ao mundo real, como se houvesse um universo paralelo somente para ela, faz com que os estudantes não compreendam sua importância e principalmente não percebam que é uma ciência essencial para qualquer atividade humana. Os educadores por sua vez, acabam se afastando dos fundamentos práticos da Matemática, disciplina que surgiu justamente da necessidade do homem em resolver problemas do cotidiano. Tal distanciamento com a prática acaba tornando-a mais complexa do que realmente é e transformando-a em uma angústia na vida de muitos educandos e educadores.

Especificamente, no ensino de Geometria e Desenho Geométrico, não é muito diferente. Acompanhando a evolução histórica dessas disciplinas, percebe-se que ao longo dos anos a sua relevância no ambiente escolar oscilou. Pesquisas realizadas por Pavanello (1993), Usikin (1994), Lorenzatto (1995), Perez (1995), Gazire (2000), Nacarto (2002) e Castelnuovo (2004) indicam que dentre os fatores observados que determinaram para que o ensino de Geometria fosse praticamente abandonado ou superficial, está justamente a falta de relação com situações reais, a exagerada importância que se dava ao livro didático, a autonomia dada as escolas e professores para escolherem os conteúdos que ministrariam e até a insegurança dos docentes em ministras aulas de Geometria. Gerando assim, grande dificuldade no ensino e aprendizagem dos educandos e também dos professores. Ainda segundo estes autores, muitas vezes, os docentes não se sentiam preparados para trabalhar com os conteúdos de Geometria e Desenho Geométrico através de deduções e demonstrações matemáticas abstratas, pois nos

próprios cursos de licenciatura e formação docente a Geometria tinha uma fragilíssima contribuição, quando constava. Assim sendo, como seria possível ensinar bem algo que não se conhece direito?

Sabe-se que o círculo vicioso se instala: a criança e o jovem não aprendem porque professores não ensinam e estes não o fazem porque não sabem ou não aprenderam também. E, se não aprenderam é porque houve falha desde o início de sua escolaridade até sua formação, em idade adulta (KOPKE, 2006, p. 12).

O excesso de abstração¹ e a falta de contextualização no ensino de Geometria e Desenho Geométrico ainda está muito presente nas salas de aula e contribui de certa forma para um constante insucesso nessa área do conhecimento, fazendo com que as dificuldades de aprendizagem aumentem. Deste modo, observa-se que conceitos geométricos descontextualizados acabam dificultando a aprendizagem e tornando a Geometria e o Desenho Geométrico menos real para os alunos, que acabam por se desmotivar e não desenvolver apreço, deixando de utilizá-las para a solução de problemas reais. Piaget (1995), em suas pesquisas apresenta a importância da abstração para o processo de desenvolvimento cognitivo do indivíduo. Outrossim, ênfase na abstração Matemática ao invés de um ensino contextualizado e direcionado nas necessidades dos estudantes pode ocasionar um obstáculo epistemológico para novas aprendizagens, conforme Bachelard (1996).

Para auxiliar no ensino de Matemática mais contextualizado e concreto, buscamos a inserção de recursos tecnológicos integrados a prática escolar, com o uso do software didático de geometria dinâmica Geogebra, desenvolvido por Markus Hohenwarter para o ensino e aprendizagem da Matemática, com a finalidade de tornar mais real os conceitos geométricos, permitindo a manipulação dinâmica das representações geométricas. Segundo Gravina (2001):

Uma família de “desenhos em movimento” substitui o desenho particular como expressão do componente figural, descaracterizando as particularidades não relevantes do desenho particular. Em configurações geométricas mais complexas, é no dinamismo da figura que se revelam muitos dos fatos estáveis implícitos, ao mesmo tempo em que os fatos aparentes, provenientes de instância particular de desenho expressão do componente figural, tornam-se irrelevantes na exploração (GRAVINA, 2001, p. 89, 91).

¹ Quando nos referimos ao excesso de abstração estamos nos reportando a transmissão de conhecimentos descontextualizados, abordados somente através de um conjunto de definições, propriedades, fórmulas e deduções a estudantes do Ensino Fundamental. Diferente do processo de abstração, que é a representação formal do pensamento matemático e que, assim sendo, também merece destaque e relevância no ensino da Matemática.

Neste sentido, a utilização de Atividades Didáticas (AD) usando o software Geogebra pode facilitar a aprendizagem de conceitos geométricos.

A utilização da Tecnologia da Informação e Comunicação (TIC), a favor do ensino está sendo amplamente discutida por diversos autores, no caso específico do uso do software Geogebra, citamos Bento (2010), Vaz (2012), Lopes (2013), Amado, Sanchez e Pinto (2015), Matos e Moraes (2015), entre outros. Em contrapartida, percebe-se que o uso regular de ferramentas didáticas em sala de aula ligadas às TIC ainda não é consenso e não se concretizou nas escolas, mesmo elas sendo consideradas de grande importância para o ensino. Rodrigues et al. (2012), confirmam esta afirmação quando expõem que o que se presencia no dia a dia da escola são os argumentos dos professores de que a tecnologia está ainda muito distante do ambiente de ensino, principalmente em países em condições socioeconômicas e políticas desfavorecidas, nessa mesma direção, constata-se o cenário desmotivador entre alunos e professores no contexto escolar. Porém, para Rodrigues et al. (2012), esse argumento dos professores não se sustenta mediante os constantes avanços tecnológicos e uma sociedade cada vez mais integrada em rede, como maior exemplo está a disseminação de telefones celulares nas camadas mais populares.

Diante do grande potencial didático que as tecnologias oferecem, segundo Lopes et al. (2011) é extremamente necessário adotar e levar para as instituições de ensino o quanto antes ferramentas didáticas computacionais que possibilitam à criança uma maior e melhor integração a sociedade tecnológica onde seu domínio torna-se extremamente necessário. Complementando esta argumentação julgamos que seja imprescindível o planejamento de atividades didáticas utilizando as ferramentas tecnológicas articuladas às práticas escolares de forma regular e integradas com os objetos do conhecimento trabalhados a partir da Educação Básica. Dentre as vantagens do uso do computador no ensino da Matemática, podemos citar: o desenvolvimento de competências e habilidades relacionadas ao domínio das ferramentas tecnológicas voltadas a coleta e análise de dados, solução gráfica, manipulação dinâmica de representações geométricas, capacitação dos alunos na utilização de interfaces de comunicação e software didáticos, entre outras apresentadas por: King & Schattschneider (1997, apud Santos e Martinez, 2000), Ponte, Brocado e Oliveira (2003), Gravina e Basso (2012), Vaz (2012), Isoti e Brandão (2013), Marques e Bairral (2014), Matos e Moraes (2015), Amado, Sanchez e Pinto (2015). Em particular, para o ensino de Matemática vem se destacando os Ambientes de Geometria Dinâmica e Álgebra (AGDA), em especial, o software Geogebra e equivalentes.

Apesar de apresentar benefícios na sua utilização, percebe-se que as TIC estão sendo pouco utilizadas na prática escolar da Educação Básica, segundo Rodrigues et al. (2012) e, no entanto, é muito cobrada no Ensino Superior e na vida profissional. Portanto, desenvolver competências relacionadas ao uso do computador cada vez mais cedo pode garantir uma apropriação mais efetiva desta ferramenta por parte dos discentes. Moretto (2013) acredita que a posse de competências, não se alcança e sim se desenvolve de acordo com a prática pedagógica no cotidiano da sala de aula. Segundo o autor, o conceito de competência adotado por ele se apoia nos estudos, de Guy Lê Boterf e de Philippe Perrenoud que definem a competência como “a capacidade do sujeito mobilizar recursos visando abordar e envolver situações complexas”. Complementando esta afirmação argumentamos que para desenvolver competências é necessário o seu estímulo através das habilidades de forma regular.

Neste sentido, quando pretendemos facilitar a aprendizagem por meio de uma abordagem mais concreta e auxiliar no desenvolvimento de competências relacionadas ao uso do computador como ferramenta Matemática², torna-se necessário planejar AD que sejam integradas ao conteúdo programático e incorporadas permanentemente à prática escolar. Percebe-se a necessidade de não ser uma intervenção isolada ou aleatória, mas sim, integradas ao conteúdo programático e regular.

No papel de educadora cabe aqui ressaltar a importância de mostrar a beleza da Matemática, desmistificando a ideia de que ela é “a vilã” dos educandos. Buscando alternativas eficientes para que a aprendizagem ocorra de forma dinâmica, contextualizada e prazerosa. E, procurando sanar algumas das dificuldades e lacunas apresentadas ao longo do processo de ensino e aprendizagem devido ao enfoque abstrato dado em excesso à Matemática, conforme mostram dados das pesquisas oriundas de Souza (2013), Sousa (2014) e Souza (2016). Deste modo, entende-se que o uso do software Geogebra pode auxiliar, pois motiva os alunos na construção e representação de figuras geométricas coloridas e manipuláveis, através das diferentes ferramentas que oferece como rotação, translação, reflexão, homotetia, entre outras. De acordo com as diretrizes educacionais, em específico os Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática (PCN, 1997), a habilidade de visualização, o desenho, a argumentação lógica e a aplicação na busca de soluções para problemas são importantes na compreensão e ampliação da percepção de espaço e construção de modelos para interpretar questões da Matemática e de outras áreas do conhecimento.

² O uso do computador como uma ferramenta Matemática entende-se como sendo a utilização do computador para resolver problemas através das ferramentas tecnológicas que tornam a Matemática mais concreta e que se aproximem dos alunos, tornando mais atrativo o aprendizado dessas disciplinas.

A admiração pela Matemática sempre esteve presente em minha trajetória escolar, enquanto educanda e, na trajetória profissional, como educadora. Assim, a preocupação em fazer com que meus alunos gostem e percebam a necessidade de se apropriar dos conhecimentos matemáticos vem ao encontro das minhas práticas pedagógicas desenvolvidas em sala de aula, uma vez que busco, na medida do possível, metodologias diferenciadas, assim como materiais didáticos atrativos a fim alcançar a real aprendizagem dos alunos.

Em minha experiência como educadora de Matemática, ao longo de aproximadamente dez anos, me dediquei por sete anos, ao ensino de Geometria e Desenho Geométrico a alunos dos anos finais do Ensino Fundamental. Durante essa prática pedagógica, muitos são os aprendizados e constatações em sala de aula sobre esse ensino. As dificuldades apresentadas e a falta de interesse pela Matemática por vários educandos fez com que alguns questionamentos surgissem durante os anos de docência, entre eles posso citar: Como atrair a atenção de nossos alunos? Como fazer com que gostem da Matemática? Como tornar prazeroso o ato de aprender dos alunos? Como desafiar nossos alunos a serem questionadores e atuantes no processo de ensino e na sua vida? Como implementar permanentemente os recursos tecnológicos ao ensino?

Na perspectiva de elaborar uma alternativa diferenciada, viável e ligada à realidade atual, este trabalho desenvolve uma sequência de AD com a finalidade de facilitar a aprendizagem de conceitos geométricos, mediante a manipulação dinâmica de representações geométricas em uma plataforma computacional geral, poderosa e altamente intuitiva provida pelo software Geogebra. Neste processo, além da aprendizagem dos conceitos geométricos que devem ser trabalhados normalmente em sala de aula, as AD promovem o desenvolvimento de competências nos alunos no uso de um recurso tecnológico que pode acompanhá-los em toda sua vida acadêmica. Essa ferramenta pode motivá-los na manipulação e contextualização dos conceitos a situações reais havendo uma possibilidade das AD serem incorporadas permanentemente à prática escolar.

A elaboração, implementação e análise das AD referem-se a objetos do conhecimento abordados nas disciplinas de Matemática (Geometria) e Desenho Geométrico (Segmentos Proporcionais, Média Geométrica ou Proporcional, Equivalência de Áreas, Transformações Pontuais e Curvas Cônicas) trabalhados no 8º e 9º ano do Ensino Fundamental da instituição na qual aplicamos a sequência de AD (Escola A) são apresentados em mais detalhes nos próximos capítulos. Ressaltamos que a sequência de AD foi planejada de forma que as atividades ficam “ordenadas, estruturadas e articuladas para a realização de certos objetivos educacionais, que tem um princípio e um fim conhecidos tanto pelos professores como pelos

alunos” (ZABALA, 1998, p. 18). Todas as atividades foram disponibilizadas em um *site* específico, disponível no endereço: www.ufsm.br/mpeac/vaneza. Usamos a plataforma Drupal para o desenvolvimento das atividades, ou seja, um sistema de gerenciamento de conteúdo, o software Geogebra e como metodologia escolhida para o desenvolvimento deste trabalho foi utilizada Pesquisa de *Design* Educacional (PDE). Assim, no turno regular os conceitos geométricos são abordados em sala de aula pela professora/pesquisadora e as AD complementam de forma integrada os objetos do conhecimento enfocados usando o software Geogebra. A disponibilização através do *site*, proporciona ao aluno a oportunidade de escolher o melhor horário e local para a resolução das AD no contra turno escolar. Desta forma, as AD buscam incentivar a autonomia e a participação ativa dos estudantes em seus processos de aprendizagem para que compreendam as relações entre conceitos geométricos estudados e as atividades propostas. A quantidade de AD também interfere no desenvolvimento de competências relacionadas ao uso do computador, quanto mais atividades são propostas, maior é o aprimoramento dessas competências, pois conforme Lozano e Rioboo (1998), a aprendizagem se associa a três aspectos, sendo justamente o primeiro, a aprendizagem como um processo ativo, em que os alunos precisam realizar determinada quantidade de atividades didáticas facilitando o domínio de competência esperada e os outros dois se referem ao processo construtivo, com objetivo da construção do conhecimento e ao processo onde o aluno deverá aprimorar e organizar as estruturas cognitivas.

Nas AD desenvolvidas a sua implementação é integrada ao conteúdo programático, a apresentação das atividades ocorre em forma de tarefas, ou seja, o aluno escolhe onde, quando, e quanto tempo vai levar para resolver a AD, o aluno resolve no computador e envia seus resultados pelo mesmo através da interface de comunicação. O *site* também apresenta os resultados tabelados para facilitar a correção, entre outros.

Assim sendo, a sequência de AD tem dois objetivos interdependentes: (1) facilitar a aprendizagem de conceitos geométricos e (2) desenvolver competências relacionadas ao uso do computador. Além desses objetivos, as AD foram desenvolvidas tendo em vista o requisito de que possam ser integradas de forma permanente na prática docente. Todas as AD foram construídas para que os estudantes solucionam problemas de Geometria e Desenho Geométrico através do uso do software Geogebra. Além disso, acredita-se que o desenvolvimento de competências no uso do Geogebra na Educação Básica desenvolve competências no uso de ferramentas computacionais de forma geral. Um aluno que desenvolve competência no Geogebra, e que decide, por exemplo, seguir na área das

Engenharias, certamente estará mais preparado para utilizar um software profissional de CAD (*Computer Aided Design*) ou de análise numérica e Matemática.

A sequência de AD desenvolvida é composta por 34 atividades que contemplam objetos do conhecimento dos anos finais do Ensino Fundamental nas disciplinas de Geometria e Desenho Geométrico, que estão disponíveis no Capítulo 4. As atividades foram aplicadas a 624 alunos em uma instituição pública federal de ensino do estado do Rio Grande do Sul, nos anos de 2014, 2015 e 2016.

1.1 PROBLEMA

O presente estudo tem como problema de pesquisa: Como elaborar uma sequência de AD inovadoras que visam ensinar a Geometria e o Desenho Geométrico de forma mais concreta e com o desenvolvimento de competências relacionadas ao uso permanente do computador como ferramenta Matemática (software Geogebra) nos anos finais do Ensino Fundamental sem prejudicar o andamento das aulas regulares?

Esse problema de pesquisa origina-se de algumas situações vivenciadas enquanto docente e também observadas por outros autores como: Souza (2013), Sousa (2014), Souza (2016) e Rodrigues et al. (2012), quando verificam que o excesso de abstração dado a Geometria e Desenho Geométrico dificulta a aprendizagem dos alunos e há pouca utilização do computador como uma ferramenta Matemática nas escolas de Educação Básica. Essas situações apontadas acabam dificultando a aprendizagem e afeição pela Matemática além da pouca utilização das TIC, determinando assim o não desenvolvimento de competências específicas no uso de computadores. Porém, sabemos que na vida profissional e no Ensino Superior é uma competência altamente requerida. Essa defasagem tecnológica ou falta de uso do computador é evidenciada, pois todas as construções geométricas são realizadas somente em papel com lápis, régua, esquadros, compasso e transferidor, em plena era digital. Parte-se do pressuposto que essas duas situações estejam contribuindo para a dificuldade de aprendizagem, falta de interesse e motivação por parte dos alunos nessas disciplinas e que a inserção regular de AD usando um AGDA pode facilitar a aprendizagem dos conceitos geométricos. O AGDA permite a manipulação dinâmica de representações geométricas, e também desenvolve competências específicas ligadas ao uso do computador como ferramenta Matemática.

A fim de investigar e buscar soluções alternativas e viáveis para esse problema de pesquisa propõem-se algumas questões norteadoras para auxiliar no estudo:

1. Como os conteúdos de Geometria e Desenho Geométrico, tradicionalmente abordados nos anos finais do Ensino Fundamental, podem ser trabalhados com tecnologias atuais que facilitem a aprendizagem e desenvolvam competências?
2. Como desenvolver AD que explorem o conteúdo programático e desenvolvam competências no uso do software Geogebra?
3. A possibilidade de inserção de AD inovadoras com a utilização do software Geogebra podem comprometer o andamento das disciplinas de Geometria e Desenho Geométrico?
4. Como avaliar a eficácia da sequência de AD desenvolvida para o sucesso na aprendizagem?

Diante do problema de pesquisa e das questões norteadoras, a tese defendida é que é possível e viável a utilização de AD realizadas no software Geogebra nos anos finais do Ensino Fundamental, contemplando os objetos do conhecimento relacionados ao ensino de Geometria e Desenho Geométrico.

As AD com o software Geogebra facilitam a aprendizagem e quanto mais cedo se iniciar a utilização do computador como ferramenta Matemática, maior será o desenvolvimento de competências específicas, que além de motivar dão significado real aos conceitos geométricos trabalhados.

1.2 OBJETIVOS

1.2.1 Objetivo geral

Na tentativa de responder às questões norteadoras da pesquisa o presente estudo apresenta como objetivo geral:

Desenvolver uma sequência de AD de Geometria e Desenho Geométrico nos anos finais do Ensino Fundamental com a finalidade de facilitar a aprendizagem de conceitos geométricos através da manipulação dinâmica de representações geométricas em uma plataforma computacional geral e altamente intuitiva provida pelo software Geogebra. E, promover o desenvolvimento de competências dos alunos no uso desta ferramenta que pode acompanhá-los em toda sua vida acadêmica, motivando-os e ensinando-os a contextualizar os conceitos matemáticos à situações reais.

1.2.2 Objetivos específicos

Constituem-se como objetivos específicos desse estudo:

1. Elaborar, implementar e avaliar uma sequência de AD de Geometria e Desenho Geométrico com o software Geogebra com alunos dos anos finais do Ensino Fundamental;
2. Aproximar os alunos de ferramentas tecnológicas e demonstrar o uso adequado destas ferramentas voltadas ao ensino e aprendizagem de Geometria e Desenho Geométrico;
3. Analisar o nível de participação, interesse e motivação dos alunos na realização das AD, a fim de verificar se elas os motivaram e contribuíram para a eficácia do ensino e da aprendizagem;
4. Analisar aspectos conceituais, procedimentais e atitudinais que foram abordados nas AD, bem como, analisar as diferentes soluções apresentadas;
5. Comparar e analisar os rendimentos dos alunos em atividades tradicionais (de lápis e papel) com as AD (com o software Geogebra);
6. Avaliar os resultados obtidos com a implementação das AD, a fim de coletar informações úteis para aprimorá-las e estendê-las.

1.3 JUSTIFICATIVA

Muitas são as pesquisas nas áreas de Educação e Educação Matemática a fim de sanar as dificuldades de aprendizagem apresentadas por alunos e professores e propor melhorias no ensino. Ao mesmo tempo em que as pesquisas se desenvolvem, várias são as críticas a elas e o seu insucesso, pois poucas delas são aplicáveis a situações reais e a longo prazo, segundo Doerr e Wood (2006). Isso porque se desenvolvem em laboratórios ou turmas piloto e acabam ficando somente no papel. Observando essas críticas e buscando sanar problemas reais observados na prática pedagógica, surge então a necessidade de escolher qual é a melhor alternativa no desenvolvimento das AD para que sejam aplicadas, a fim de gerar futuras transformações e conhecimentos novos. Ao encontro dessa necessidade, desenvolvemos um produto (sequência de AD), a fim de tentar gerar soluções para o problema real identificado na prática pedagógica. Através do desenvolvimento, da investigação, implementação e validação das AD, onde a sequência de atividades pode ser refinada e aprimorada através das diversas intervenções que ocorrem no processo de implementação, podendo assim ser aplicada a qualquer outra realidade, gerando novos conhecimentos.

Os alunos de hoje estão rodeados de inúmeros recursos mais atrativos do que seus livros e materiais de estudo, por exemplo: celulares e computadores com vários aplicativos disponíveis. O grande desafio aqui é saber como relacionar o que os alunos realmente gostam e seus conhecimentos prévios com o que queremos abordar nos ensinamentos de Geometria e Desenho Geométrico, tornando as disciplinas mais interessantes aos alunos.

Nesta perspectiva, buscam-se formas pelas quais o aluno sinta prazer e curiosidade em aprender coisas novas e tenha gosto pela Geometria e Desenho Geométrico.

Partindo das constatações em sala de aula e da necessidade de se manter a par das mudanças e transformações tecnológicas é de extrema importância agregar à prática pedagógica recursos modernos e eficientes, para que não nos tornemos obsoletos a esses recursos no processo de ensino e aprendizagem. Um desses recursos surgidos em meio às mudanças tecnológicas é o software Geogebra, que pode complementar o uso do livro didático, papel, lápis e materiais de desenho (régua, compasso, esquadros e transferidor) para realização de cálculos e construções gráficas no ensino de Geometria e Desenho Geométrico. Para tanto, torna-se necessária a utilização da tecnologia a nosso favor. O software Geogebra traz inúmeras ferramentas didáticas que podem auxiliar na construção do conhecimento desde que usado de forma adequada.

1.4 ORGANIZAÇÃO DO TRABALHO

Com a finalidade de atingir os objetivos descritos e responder as questões de pesquisa apresentadas, o presente estudo está estruturado em seis capítulos.

No Capítulo 1 fundamentamos a escolha do tema do presente estudo, bem como o interesse na área e em estruturar, implementar e analisar as AD baseadas em objetos do conhecimento referentes a Geometria e Desenho Geométrico com o software Geogebra através do *site* www.ufsm.br/mpeac/vaneza. Além disso, explicitamos o problema de pesquisa, as questões norteadoras da pesquisa, o objetivo geral, os objetivos específicos que orientam o trabalho de investigação, bem como a sua justificativa e relevância.

No Capítulo 2 apresentamos uma revisão de literatura, no qual se enfocou os eixos do estudo: Ensino de Geometria e Desenho Geométrico. Buscamos apresentar o contexto histórico desse ensino no mundo e algumas considerações relevantes ocorridas no Brasil; por que ensinar; o que ensinar, e como ensinar Geometria e Desenho Geométrico atualmente. No que se refere ao software Geogebra, apresentamos uma revisão sobre a utilização das tecnologias no ensino, dos software de geometria dinâmica, bem como, a caracterização do

software Geogebra e a verificação de quais são as potencialidades e limitações encontradas na revisão sobre a utilização do software. Em síntese, procuramos mostrar a relevância e o caráter inovador do tema, bem como, situar o problema de pesquisa em outros trabalhos de mesma natureza.

No Capítulo 3 descrevemos a metodologia adotada neste trabalho. Inicialmente procuramos apresentar e descrever a pesquisa diante de suas características específicas, informando assim a abordagem metodológica adotada e a descrição de todas as etapas do trabalho.

O Capítulo 4 tem por finalidade apresentar a sequência de AD, especificando os objetivos gerais e específicos, foco didático e algumas recomendações para a aplicação de cada AD, para que outros professores possam aplicar essas atividades em suas práticas pedagógicas, essas orientações tornam-se necessárias.

O Capítulo 5 tem por finalidade apresentar o contexto e processo de implementação da sequência de AD, juntamente com os resultados e discussão obtidos a partir da aplicação do mesmo. Analisamos os resultados obtidos com a implementação das AD, levando em consideração alguns tópicos relevantes: (1) viabilidade de aplicação da sequência de AD; (2) receptividade AD pelos alunos; e (3) análise da produção dos alunos.

No Capítulo 6 apresentamos nossas considerações finais e as indicações de ações concretas para o ensino de Geometria e Desenho Geométrico, bem como, sugestões de estudos que podem ser desenvolvidos futuramente a fim de dar sequência ao presente trabalho.

2 O ENSINO DE GEOMETRIA E DESENHO GEOMÉTRICO

O presente trabalho está alicerçado nos ensinamentos de Geometria e Desenho Geométrico, é pertinente neste momento apresentar um breve histórico sobre a origem da Geometria e do Desenho Geométrico, a importância e relevância de seu estudo, bem como, realizar um levantamento em documentos oficiais e um estudo da arte sobre as pesquisas realizadas sobre como ocorre o ensino de Geometria e Desenho Geométrico.

2.1 CONTEXTO HISTÓRICO

2.1.1 Origem da Geometria e do Desenho Geométrico

É notório que a Geometria surgiu da necessidade do homem em resolver situações e problemas de seu dia a dia. Desde então, vem evoluindo conjuntamente com o homem, suas inovações e aplicabilidades ao mundo real, sendo um dos alicerces para grandes invenções e projetos das ciências matemáticas e engenharias.

De acordo com Boyer (1996), a origem da Matemática está ligada diretamente na vida diária do homem e o desenvolvimento da Geometria pode também ter sido estimulado por necessidades práticas de construção e demarcação de terras, ou por sentimentos estéticos em relação a configurações e ordem. Afirma ainda que colocações sobre sua origem são arriscadas, pois os primórdios do assunto são mais antigos do que a arte de escrever.

Segundo Vitrac (2006), a menção mais antiga da palavra grega Geometria que se tem registro é a atribuída pelo geógrafo e historiador grego Heródoto de Halicarnasso que se encontra no segundo (*Euterpe* - livro dedicado ao Egito) dos nove livros que compõem as *Histórias* (século V a. C.). Heródoto afirmava que a Geometria se originara no Egito, pois segundo ele os agricultores egípcios recebiam de seu rei lotes de terra divididos igualmente para plantar, mas para isso cada detentor de lote deveria anualmente repassar os impostos referentes ao uso das terras ao rei, de acordo com a divisão feita. Como todos os anos, o rio Nilo transbordava devido as suas enchentes, o que acabava prejudicando os agricultores que perdiam frações de seus lotes. Assim sendo, os agricultores iam até o rei e relatavam a situação para que seus impostos fossem reduzidos, o rei por sua vez averiguava o quanto o lote foi diminuído e fazia o abatimento dos tributos a serem pagos pelo detentor do lote proporcionalmente a redução. Heródoto concluiu assim que a origem da Geometria se deu pela prática da agrimensura.

Conforme Putnoki (1993) e Moraco (2006), os gregos utilizaram por muitos séculos os princípios práticos de Geometria adquiridos dos egípcios e babilônicos para seus estudos. Depois de algum tempo, graças às intervenções de filósofos como Platão e Tales de Mileto a Geometria passou a ser considerada também filosófica, ou seja, uma construção intelectual em sua forma pura e abstrata, além de construída. As propriedades geométricas eram passíveis de demonstrações geométricas dedutivas. É na Geometria grega que nasce o Desenho Geométrico. Estudos da história da Geometria mostram que entre os gregos não havia uma diferenciação entre o Desenho Geométrico e a Geometria. O Desenho Geométrico aparecia na forma de problemas de construções geométricas a fim de exemplificar uma teoria da Geometria.

Os gregos insistiram em que os fatos geométricos deveriam ser estabelecidos, não em procedimentos empíricos, mas por raciocínios dedutivos; as verdades geométricas deveriam ser obtidas no gabinete de estudos, e não no laboratório (EVES, 1992, p. 7).

Segundo Silva e Alves (2014), nesse contexto, influenciado pelas ideias de Platão e Tales de Mileto, Euclides escreveu várias obras, mas a que mais se destacou foi a série de treze livros intitulada “Os Elementos” dedicados aos fundamentos da Geometria da época e até o momento atual é muito utilizado.

De acordo com Pavanello (1989), “Os Elementos” expõem a Geometria como um corpo de conhecimento organizado sobre a forma de um sistema dedutivo e refletem a preocupação da Geometria grega com a precisão da linguagem e com o rigor do raciocínio.

2.1.2 Considerações sobre o ensino de Geometria e do Desenho Geométrico no Brasil

O abandono do ensino de Geometria é constatado por inúmeros pesquisadores da área da Matemática, como por exemplo, Pavanello (1993) e Lorenzatto (1995). Para Pavanello (1993), a liberdade dada às escolas de escolha dos programas a serem trabalhados nas disciplinas e a insegurança por parte dos professores em trabalhar com a Geometria contribuiu muito para o seu abandono em sala de aula. Portanto, esse abandono pode ser caracterizado como uma decisão equivalente as medidas governamentais (Lei de Diretrizes e Bases do Ensino de 1º e 2º Graus 5692/71), em seus vários níveis, com relação a educação, pois a liberdade dada a cada professor de escolher os conteúdos a serem trabalhados em sala de aula de acordo com as necessidades de seus alunos, facilitou de certa forma o abandono da Geometria. Quando não abandonada completamente, era deixada para ser trabalhada no final

do ano, tendo o risco de não ser abordada por falta de tempo. Esse abandono não ocorre somente no âmbito nacional, mas também mundial, quando fatos marcantes como o Movimento da Matemática Moderna influenciaram direta ou indiretamente para esse abandono. Podemos observar é que este abandono do ensino de Geometria não é algo novo e não ocorreu somente no Brasil, mas em outros países. Pavanello (1989), afirma que o primeiro passo no sentido de reduzir a Geometria à Álgebra é dado, no século XVIII, por Descartes que, substituindo os pontos do plano por pares de números e as curvas por equações, acaba por reduzir o estudo das propriedades das curvas ao estudo das propriedades algébricas das equações correspondente.

Lorenzatto (1995), afirma que muitas são as causas do abandono do ensino de Geometria, entre elas ressalta a falta de conhecimentos geométricos de alguns professores para trabalhar a Geometria em sala de aula e a exagerada importância que se dá ao livro didático. Nos manuais didáticos a Geometria é apresentada apenas como um conjunto de definições, propriedades, nomes e fórmulas, sem relações com a realidade do aluno e ainda quase sempre são colocados no final do livro didático, aumentando a probabilidade de não ser desenvolvidos por falta de tempo no ano letivo.

Segundo Lobo e Bayer (2004), a partir da década 70, o Movimento da Matemática Moderna começa a ser repensado pelos estudiosos e, em 1980, o *National Council of Teacher of Mathematics* - NCTM, dos Estados Unidos, repassa recomendações no documento “Agenda para Ação”, para o ensino da Matemática. Tais recomendações têm como destaque a resolução de problemas, o Ensino Fundamental voltado para a cidadania, o papel ativo do aluno na construção do conhecimento e o uso das tecnologias.

Segundo Pavanello (1989), a fim de seguir as recomendações e necessidades da época (final do século XIX e início do século XX) de formar mão de obra capacitada para trabalhar nas indústrias que cada vez mais vinham se desenvolvendo, houve a popularização do ensino brasileiro, ou seja, o ensino passou a ser ofertado a todos que tinham interesse e não somente para a elite. Surgiram, pois, dois tipos de escolas: as escolas do povo (escola pública), em que não se ensina Geometria e preparava o aluno para o trabalho e a escola da elite (escola particular e academias militares), em que se ensinava Geometria. Nas escolas e academias militares o ensino de Geometria e áreas afins é enfatizado ao longo das reformulações ocorridas no ensino. Como nos reafirma Pavanello (1989) com a popularização do ensino, muitas foram as consequências negativas, tais como: superlotação das salas de aulas, falta de infraestrutura adequada, professores insatisfeitos com sua remuneração e a falta de oportunidade para debaterem e refletirem sobre as mudanças ocorridas no ensino, entre

outras. Diante de tantos empecilhos e como forma de amenizar os problemas e descontentamentos dos professores, o governo propõe que as escolas e professores elaborem seus próprios currículos diante das necessidades de sua comunidade escolar. Assim, com essa autonomia, muitas escolas e professores passam a não mais ministrar os conteúdos de Geometria. Com as alterações curriculares desta época (LDB 5692/71), há a substituição do Desenho Geométrico pela Educação Artística e essa substituição trouxe consequências desastrosas para o ensino de Geometria, pois sem o suporte do Desenho Geométrico, os alunos passaram a ter mais dificuldade em trabalhar com figuras geométricas e suas representações.

A tradicional dualidade do ensino brasileiro até que poderia, em termos do ensino de Matemática, ser colocado como: “escola onde se ensina Geometria” (escola para a elite) e “escola onde não se ensina Geometria” (escola para o povo) (PAVANELLO, 1989, p. 166).

O resgate e a preocupação com o ensino de Geometria podem ser visto nos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) de Matemática de 5^a a 8^a série do Ensino Fundamental, que foram criados em 1998 pelo Ministério de Educação e Cultura (MEC) e em outros documentos que estão sendo elaborados para entrar em vigor como a Base Nacional Comum Curricular (BNCC), 2016. Os PCN evidenciam a importância do ensino de Geometria para desenvolver as capacidades cognitivas fundamentais, por meio de construções com régua e compasso, além de associar ela a outras áreas da Matemática e também a outras disciplinas. Inclusive incentivam o uso de recursos tecnológicos, como por exemplos softwares para construções e resoluções geométricas.

Percebemos que o ensino de Geometria e Desenho Geométrico atualmente deveria estar em destaque como observamos nos documentos analisados, mas diante do contexto e vivência docente percebemos que não é o que realmente está ocorrendo nas escolas em geral, principalmente, nas escolas públicas. Muitas vezes, os conteúdos de Geometria acabam não sendo trabalhados regularmente, ficam para o final do ano letivo e conseqüentemente por falta de tempo não são abordados com real importância. Gonçalves e Lando (2012), ao realizarem uma pesquisa sobre o ensino de Geometria nas escolas públicas da Bahia, observaram que esse ensino nas escolas pesquisadas é ainda quase ausente e alguns dos fatores identificados para justificar essa situação é o fato de ainda existirem professores de outras áreas ensinando Matemática, a falta de conhecimentos geométricos, mesmo dos professores da área e o descaso das Secretarias de Educação no que diz respeito à capacitação dos professores. Kopke (2006), com a intenção de averiguar a situação da Geometria e do desenho nas escolas

públicas e nos cursos de formação, realizou uma pesquisa com formandos em licenciatura nas áreas que trabalham com Geometria e professores de Matemática do Ensino Fundamental e Médio e verificou que a Geometria, sendo a parte gráfica da Matemática, encontra-se, na maioria das propostas curriculares das escolas, dentro da área da Matemática, como um dos últimos tópicos a serem trabalhados. Ainda segundo esse autor, quando ela é ensinada na escola, poucos são os professores que dão ao seu ensino um enfoque gráfico (trazendo à tona o desenho), poucos evidenciam seu aspecto lúdico (inesquecível) e ainda, no Ensino Fundamental, o ensino da Geometria fica sendo uma abordagem teórica, muito algebrizada e assim prossegue no Ensino Médio. Almouloud et al. (2004), ao investigarem questões relacionadas à aprendizagem da Geometria nas séries finais do Ensino Fundamental observaram que em primeiro lugar, o que faz a Geometria ser frequentemente esquecida, é a autonomia dada as escolas na escolha dos conteúdos que julgam importantes para formação de seus alunos, a formação dos professores, que é muito precária quando se trata de Geometria, pois muitos cursos não contribuem para que façam uma reflexão mais profunda a respeito do ensino e aprendizagem dessa área da Matemática e por final, alguns livros didáticos também contribuem para a origem de vários problemas.

Em relação ao Desenho Geométrico a situação torna-se ainda mais crítica, pois são raras as instituições que mantêm este ensino de forma regular no Brasil. Citamos como exemplos, dentre as escolas públicas brasileiras que ofertam a disciplina de Desenho Geométrico em seu currículo regular durante a Educação Básica, o Sistema Colégio Militar do Brasil e o Colégio Pedro II (Rio de Janeiro). Destacamos aqui, enfim, a necessidade e relevância deste trabalho, ao focar o ensino da Geometria e do Desenho Geométrico de forma regular nas escolas desde a Educação Básica diante da importância dessas disciplinas no desenvolvimento de competências e habilidades nos alunos.

2.2 POR QUE ENSINAR GEOMETRIA E DESENHO GEOMÉTRICO?

A Geometria é uma das áreas mais aplicadas da Matemática. Tudo o que tocamos, vemos, construímos, transformamos tem alguma forma ou influência geométrica ou ainda assume algum formato seja ele plano ou espacial. Portanto, apesar do teor abstrato que a fundamenta, o aluno pode vê-la como é prática e inserida em nosso dia a dia em situações e objetos que nos cercam sejam eles construídos pelo homem ou pela natureza.

Segundo Lorenzato (1995), o grande mérito da Geometria é a exigência do aluno de uma forma específica de raciocinar, pois o simples fato de ser bom conhecedor da Aritmética e da Álgebra não é suficiente para a solução de problemas de Geometria.

Na verdade, para justificar a necessidade de se ter a Geometria na escola, bastaria o argumento de que sem estudar Geometria as pessoas não desenvolvem o pensar geométrico ou o raciocínio visual e, sem essa habilidade, elas dificilmente conseguirão resolver as situações de vida que forem geometrizadas; também não poderão se utilizar da Geometria como fator altamente facilitador para a compreensão e resolução de questões de outras áreas de conhecimento humano. Sem conhecer geometria a leitura interpretativa do mundo torna-se incompleta, a comunicação das ideias fica reduzida e a visão da Matemática torna-se distorcida (LORENZATO, 1995, p. 5).

A Geometria, segundo Lorenzato (1995), é um excelente apoio a outras disciplinas, pode esclarecer situações abstratas, facilitando a comunicação da ideia Matemática, valoriza o descobrir, conjecturar e o experimentar, é um excelente meio para indicar o nível de compreensão, de raciocínio, de dificuldades e ou de soluções do aluno, enfim, é a mais eficiente conexão didático-pedagógica que a Matemática possui.

Fainguelernt (1999) também destaca a importância do ensino de Geometria quando afirma:

O estudo da Geometria é de fundamental importância para desenvolver o pensamento espacial e o raciocínio ativado pela visualização, necessitando recorrer à intuição, à percepção e à representação, que são habilidades essenciais para a leitura do mundo e para que a visão da Matemática não fique distorcida (FAINGUELERNT, 1999, p. 53).

De acordo com Chiele (2007) é consenso que o ensino de Geometria desempenha um papel integrador entre as diversas áreas da Matemática, além de propiciar o exercício de aprender a fazer e a pensar. Mas atualmente, nas salas de aula, ela chega com grandes dificuldades no seu processo de ensino e aprendizagem que vão desde um excesso de formalismo apoiado nas demonstrações baseadas no raciocínio lógico-dedutivo, passando por um tratamento algébrico ou empirismo que não contribuem para a construção do pensamento geométrico e até mesmo sua ausência.

A Geometria é importante para o desenvolvimento cognitivo, contribuindo fortemente na construção do conhecimento matemático. O apropriar de conceitos geométricos consiste em encontrar a combinação de certos atributos, pertinentes ao conceito, os quais determinam um conceito anteriormente definido pelos matemáticos. Ao identificá-los, o aluno terá condições de reconstruí-los a partir da imagem conceitual adequada depreendida desse conceito (BOLGHERONI; SILVEIRA, 2008, p. 285-286).

A importância da aprendizagem da Geometria pode ser vista claramente nos PNC:

Os conceitos geométricos constituem parte importante do currículo de Matemática no Ensino Fundamental, porque, por meio deles, o aluno desenvolve um tipo especial de pensamento que lhe permite compreender, descrever e representar, de forma organizada, o mundo em que vive. A Geometria é um campo fértil para se trabalhar com situações-problema e é um tema pelo qual os alunos costumam se interessar naturalmente. O trabalho com noções geométricas contribui para a aprendizagem de números e medidas, pois estimula a criança a observar, perceber semelhanças e diferenças, identificar regularidades e vice-versa (PCN, 1997, v. 3, p. 39).

Nas avaliações nacionais do Sistema de Avaliação da Educação Básica (SAEB), nas modalidades: Avaliação Nacional da Educação Básica (ANEB), Avaliação Nacional do Rendimento Escolar (ANRESC/Prova Brasil) e Avaliação Nacional da Alfabetização (ANA), no Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM), nas Olimpíadas Brasileira de Matemática das Escolas Públicas (OBMEP), nas Olimpíadas Brasileira de Matemática (OBM), entre outras, cada vez mais há a presença de questões relacionadas à Geometria e ao Desenho Geométrico, visto que a Geometria está presente em suas matrizes curriculares, o que aponta para a importância deste assunto na formação dos educandos, enquanto preparação para essas avaliações, mas também, enquanto formação que fica para toda vida do aprendiz.

Observando-se algumas avaliações nacionais disponíveis dos últimos cinco anos, como por exemplo, OBMEP e ENEM, percebe-se a forte presença de questões que abordam conhecimentos geométricos como pode ser acompanhado na Tabela 1.

Tabela 1 – Quantitativo de questões envolvendo conteúdos de Geometria e Desenho Geométrico na OBMEP e no ENEM nos últimos cinco anos

Ano	OBMEP						ENEM
	Nível I		Nível II		Nível III		
	1ª Fase	2ª Fase	1ª Fase	2ª Fase	1ª Fase	2ª Fase	
2011	05/20	02/06	04/20	01/06	07/20	03/06	16/45
2012	03/20	02/06	05/20	03/06	06/20	03/06	21/45
2013	05/20	02/06	06/20	02/06	09/20	01/06	22/45
2014	06/20	02/06	06/20	04/06	07/20	01/06	18/45
2015	06/20	01/06	08/20	03/06	06/20	03/06	20/45*
							24/45**

*1ª aplicação e **2ª aplicação.

Fonte: Elaboração da autora mediante consulta nas avaliações da OBMEP e ENEM.

Do total de 20 questões objetivas que compõem a 1ª fase da OBMEP, em média aproximadamente 25% são de conhecimentos geométricos no Nível I, 29% no Nível II e 35% no Nível III. Na 2ª fase da OBMEP, o percentual correspondente aos conhecimentos geométricos aumenta, já que o total de questões diminui, são seis questões discursivas. No

ENEM, das 45 questões de Matemática e suas Tecnologias, em média, 44% dessas questões abordam conhecimentos relacionados à Geometria. Desta forma, fica comprovada a importância dada pelos órgãos avaliadores à essa área do conhecimento matemático e a extrema necessidade de se trabalhar os conhecimentos geométricos no Ensino Fundamental e Médio.

2.3 O QUE ENSINAR EM GEOMETRIA E DESENHO GEOMÉTRICO?

Para ter uma visão mais ampla do que ensinar em Geometria e Desenho Geométrico buscou-se fazer uma revisão nos documentos oficiais, como por exemplo: PCN de Matemática para o Ensino Fundamental e Médio, que estão em vigência até os dias atuais e também na proposta preliminar da BNCC, mesmo que ainda estejam em processo de elaboração e não estão vigentes é importante analisá-las pois se aproximam muito dos PCN no tocante à Matemática.

Os PCN apresentam diretrizes e orientações para as instituições de ensino, que auxiliam nas discussões e reflexões sobre os objetivos do ensino, conteúdos a serem ministrados, orientações didáticas e até mesmo critérios de avaliações que devem ser adotados. A BNCC também colabora para a reflexão destas ideias norteadoras mas o grande enfoque é propor uma referência nacional comum para a formulação dos currículos para Educação Básica por estados, Distrito Federal e municípios, que balizarão a proposição dos objetivos de aprendizagem para cada componente curricular. Constitui-se uma unidade na grande diversidade que é nosso país, orientando e organizando as instituições de ensino em direção uma maior articulação.

Os Parâmetros Curriculares Nacionais constituem um referencial de qualidade para a educação no Ensino Fundamental em todo o país. Sua função é orientar e garantir a coerência dos investimentos no sistema educacional, socializando discussões, pesquisas e recomendações, subsidiando a participação de técnicos e professores brasileiros, principalmente daqueles que se encontram mais isolados, com menos contato com a produção pedagógica atual (PCN, 1997, v. 1, p. 13).

Nos PCN, observamos a preocupação com a pluralidade cultural do país e a orientação para que as instituições de ensino levem-na em consideração na reelaboração curricular. Um país como o Brasil, com sua grande diversidade de povos, raças e crenças, deve propor aos alunos momentos de aprendizado onde cultuem o respeito e a valorização de diferentes grupos e culturas que constituem o país. Desta forma, as instituições de ensino devem prever esta valorização na elaboração de seus currículos por disciplinas, nos termos dos PCN:

[...] um currículo de Matemática deve procurar contribuir, de um lado, para a valorização da pluralidade sociocultural, impedindo o processo de submissão no confronto com outras culturas; de outro, criar condições para que o aluno transcenda um modo de vida restrito a um determinado espaço social e se torne ativo na transformação de seu ambiente (PCN, 1997, v. 3, p. 25).

Dentro dos conteúdos, os PCN, mostra-se uma preocupação não só com os conceitos trabalhados, mas também com os procedimentos e atitudes desenvolvidas nos indivíduos. O trabalho de forma articulada como os conteúdos conceituais, procedimentais e atitudinais, podem trazer muitas potencialidades para o ensino, pois podemos ter uma visão mais ampla do processo de ensino e aprendizagem, onde não nos detemos somente nos conteúdos conceituais trabalhados, mas sim, nas estratégias, regras e métodos adotados para determinada finalidade, no desenvolvimento de valores, atitudes e normas que são socialmente aceitos. De acordo com Zabala (1998), entende-se por conteúdos conceituais ou factuais o conhecimento de fatos e fenômenos concretos, em que os conceitos se referem ao conjunto de fatos, objetos e símbolos que têm características comuns. Segundo o mesmo autor, os conteúdos procedimentais configuram as estratégias, regras e métodos que possuem determinada finalidade, pode-se generalizar que os conteúdos procedimentais são aprendidos a partir de modelos especializados. Esses modelos incluem: A realização de ações que formam os procedimentos - essa é condição para a aprendizagem; A exercitação múltipla - elemento importante para o domínio competente; A reflexão sobre a própria atividade - permite a tomada de consciência sobre a atuação; Aplicação em contextos diferenciados - baseia-se em aplicar o conhecimento em situações nem sempre previsíveis. E ainda, segundo Zabala (1998), os conteúdos atitudinais englobam a aplicação de valores, atitudes e normas que são socialmente aceitos, supõem um conhecimento e uma reflexão sobre os possíveis modelos.

Quanto aos conteúdos, apresentam um aspecto inovador ao explorá-los não apenas na dimensão de conceitos, mas também na dimensão de procedimentos e de atitudes. Em função da demanda social incorporam, já no Ensino fundamental, o estudo da Probabilidade e da Estatística e evidenciam a importância da Geometria e das medidas para desenvolver as capacidades cognitivas (PCN, 1997, v. 3, p. 16).

Dentro dos objetivos gerais da Matemática percebe-se a necessidade de fazer uma ligação da realidade com os conhecimentos matemáticos de todas as linguagens sejam elas: aritméticas, algébricas, geométricas, métricas, estatísticas, combinatórias ou probabilísticas, buscando uma interpretação e avaliação crítica. A Geometria, neste sentido, tem sua devida importância e é apontada como necessária a formação do ser humano.

Em 1997, a Secretaria de Educação Fundamental (SEF) do MEC lança os PCN para o Ensino Fundamental (1ª a 4ª Série) - Anos iniciais, que são divididos e organizados em dois

ciclos, ou seja, Primeiro Ciclo (1ª e 2ª Série) e Segundo Ciclo (3ª e 4ª Série). Nele os conteúdos de Matemática são divididos em três blocos: Números e Operações, Espaço e Forma e Grandezas e Medidas. A Geometria é abordada nos blocos: Espaço e Forma e Grandezas e Medidas. No Primeiro Ciclo em Espaço e Forma é dada atenção à localização e à movimentação de pessoas e objetos no espaço; observações e comparações de objetos geométricos; percepção de diferenças e semelhanças, bem como, representação das formas geométricas. Nas Grandezas e Medidas, destaca-se a comparação de grandezas de mesma natureza; medidas de tempo, reconhecimento de cédulas que circulam no país. Nesse ciclo, o aspecto lúdico e concreto é destacado. Já, no Segundo Ciclo no bloco Espaço e Forma, busca-se a descrição, interpretação e representação por meios de malhas e maquetes de posições e espaços; reconhecimento de diferenças e semelhanças entre polígonos e poliedros; composição e decomposição de figuras planas e tridimensionais; representação de figuras geométricas pode-se dizer que os conteúdos centram-se na exploração do espaço. Nas Grandezas e Medidas, é focado o trabalho com as diferentes medidas de grandezas como: comprimento, massa, peso, capacidade, temperatura, tempo, entre outras.

Em 1998, são apresentados os PCN para o Ensino Fundamental (5ª a 8ª Série) - Anos Finais, ou seja, Terceiro e Quarto Ciclos, os conteúdos de Matemática também são divididos nos três blocos: Números e Operações, Espaço e Forma e Grandezas e Medidas. O Terceiro Ciclo aborda no Espaço e Forma o estudo das formas, noções relativas de posições, localização e deslocamento de figuras no plano, sistemas de coordenadas e transformações geométricas. É fundamental que os conteúdos sejam explorados a partir de objetos do mundo real, bom como, sobre o enfoque de resolução de problemas. No bloco Grandezas e Medidas se enfatiza o trabalho com as diferentes grandezas e a utilização de instrumentos de medição. Esse bloco se caracteriza pela grande relevância prática e utilitária. Já no Quarto Ciclo, no que compete ao desenvolvimento do pensamento geométrico, o aluno deve:

Interpretar e representar a localização e o deslocamento de uma figura no plano cartesiano; Produzir e analisar transformações e ampliações/reduções de figuras geométricas planas, identificando seus elementos variantes e invariantes, desenvolvendo o conceito de congruência e semelhança; Ampliar e aprofundar noções geométricas como incidência, paralelismo, perpendicularismo e ângulo para estabelecer relações, inclusive as métricas, em figuras bidimensionais e tridimensionais (PCN, 1998, v. 3, p. 81).

Ainda no Quarto Ciclo, no Espaço e Forma o ponto de partida é a análise de figuras a partir das observações, manuseios e construções para se formular conjecturas. As atividades com transformações de figuras devem ser privilegiadas, pois permitem o desenvolvimento de

conceitos geométricos, além de obter um caráter mais dinâmico para o estudo. Os alunos passam a ter contato com atividades que necessitam o desenvolvimento de um raciocínio dedutivo. Nas Grandezas e Medidas, trabalha-se com as diferentes medidas de grandezas como: comprimento, massa, peso, capacidade, temperatura, tempo, entre outras, a fim de integrar cada vez mais a Matemática com outras áreas do conhecimento. No que se relaciona aos conteúdos conceituais e procedimentais, cabe aqui listar quais são abordados nos PCN, já que este trabalho está voltado ao ensino de Geometria e Desenho Geométrico do Quarto Ciclo.

- Representação e interpretação do deslocamento de um ponto num plano cartesiano por um segmento de reta orientado. – Secções de figuras tridimensionais por um plano e análise das figuras obtidas. – Análise em poliedros da posição relativa de duas arestas (paralelas, perpendiculares, reversas) e de duas faces (paralelas e Perpendiculares). – Representação de diferentes vistas (lateral, frontal e superior) de figuras tridimensionais e reconhecimento da figura representada por diferentes vistas. – Divisão de segmentos em partes proporcionais e construção de retas paralelas e retas perpendiculares com régua e compasso. – Identificação de ângulos congruentes, complementares e suplementares em feixes de retas paralelas cortadas por retas transversais. – Estabelecimento da razão aproximada entre a medida do comprimento de uma circunferência e seu diâmetro. – Determinação da soma dos ângulos internos de um polígono convexo qualquer. – Verificação da validade da soma dos ângulos internos de um polígono convexo para os polígonos não-convexos. – Resolução de situações-problema que envolvam a obtenção da mediatriz de um segmento, da bissetriz de um ângulo, de retas paralelas e perpendiculares e de alguns ângulos notáveis, fazendo uso de instrumentos como régua, compasso, esquadro e transferidor. – desenvolvimento do conceito de congruência de figuras planas a partir de transformações (reflexão entre retas, translações, rotações e composições destas), identificando as medidas invariantes (dos lados, dos ângulos, da superfície). – Verificar propriedades de triângulos e quadriláteros pelo reconhecimento dos casos de congruência de triângulos. – Identificação e construção de alturas, bissetrizes, medianas e mediatrizes de um triângulo utilizando régua e compasso. – Desenvolvimento da noção de semelhança de figuras planas a partir de ampliações ou reduções, identificando as medidas que não se alteram (ângulos) e as que se modificam (dos lados, da superfície e perímetro). – Verificações experimentais e aplicações do teorema de Tales. – Verificações experimentais, aplicações e demonstrações do teorema de Pitágoras (PCN, 1998, v. 3, p. 88).

Diante das proposições que encontramos nos PCN, observamos que o Ensino Fundamental, em especial o ensino de Geometria, está organizado para proporcionar aos alunos um primeiro contato e reflexão sobre os conceitos geométricos básicos da Geometria Plana. Assim, passam a dar suporte para o aprofundamento que é dado no Ensino Médio, através do trabalho com deduções, postulados e teoremas, fazendo com que cada vez mais desenvolva o raciocínio lógico, em acordo com o caráter abstrato da Geometria.

O ensino de Geometria no Ensino Fundamental está estruturado para proporcionar uma primeira reflexão dos alunos através da experimentação e de deduções informais sobre as propriedades relativas a lados, ângulos e diagonais de polígonos, bem como o estado de congruência e semelhança de figuras planas. Para alcançar

um maior desenvolvimento do raciocínio lógico, é necessário que no Ensino Médio haja um aprofundamento dessas idéias no sentido de que o aluno possa conhecer um sistema dedutivo, analisando o significado de postulados e teoremas e o valor de uma demonstração para fatos que lhe são familiares (PCN+, 2002, p. 123).

Além do enfoque dado a Geometria, em todos os ciclos acima citados, prima-se pelo desenvolvimento de outros pensamentos e raciocínios como: numérico, algébrico, métrico, proporcional, estatístico e probabilístico. Lembramos que o desenvolvimento de todos esses raciocínios é necessário e tem sua devida importância, mas neste trabalho como já justificado, trabalharemos com os conceitos geométricos no Quarto Ciclo do Ensino Fundamental, inclusive construções geométricas.

Os PCN para o Ensino Médio foram propostos em 2000, dois anos após, o MEC divulgou as Orientações Educacionais Complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN+). Eles estão organizados em três grandes áreas: Linguagens, Códigos e suas Tecnologias; Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias; e Ciências Humanas e suas Tecnologias. A Matemática pertence à área Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias. Os conteúdos estão distribuídos em três eixos: Álgebra (números e funções), Geometria e medidas e Análise de dados. Para o desenvolvimento do eixo Geometria e medidas são propostas quatro unidades temáticas: Geometria Plana, Espacial, Métrica e Analítica. A principal estratégia de abordagem dos conteúdos indicada nos PCN para o Ensino Médio é a resolução de problemas, primando pela contextualização e articulação entre as disciplinas nas áreas e entre as áreas também.

A Geometria, ostensivamente presente nas formas naturais e construídas, é essencial à descrição, à representação, à medida e ao dimensionamento de uma infinidade de objetos e espaços na vida diária e nos sistemas produtivos e de serviços. No Ensino Médio, trata das formas planas e tridimensionais e suas representações em desenhos, planificações, modelos e objetos do mundo concreto (PCN+, 2002, p. 123).

Em 2016, o MEC, lança uma proposta preliminar BNCC, nela, a Matemática está dividida em cinco unidades de conhecimento: Geometria; Grandezas e Medidas; Estatística e Probabilidade; Números e Operações; e, Álgebra e Funções. Segundo suas proposições, nos anos iniciais do Ensino Fundamental, mais explicitamente, 1º ao 3º ano, no que compete a Geometria, o enfoque é dado ao trabalho com o espaço, tempo, quantidades, relações e transformações ensinadas através de jogos, brincadeiras, exploração de espaço e materiais diversos que oferecem contextos propícios ao desenvolvimento de noções matemáticas. No 4º e 5º ano, no tocante da Geometria, a ênfase se dá na compreensão de características e propriedades de figuras planas e espaciais. Do 6º ao 9º ano, há uma continuação e consolidação das aprendizagens anteriores, em especial em relação às construções

geométricas com uso de materiais de desenho e ou de tecnologias digitais e a compreensão de características e propriedades das figuras geométricas e seus usos nas mais diversas áreas do conhecimento, como: Engenharias, Arquiteturas, etc. Já no Ensino Médio, na unidade de Geometria, se deve retomar, ampliar e sistematizar os conhecimentos estudados anteriormente de modo a possibilitar aos alunos a compreensão da estrutura lógica da geometria euclidiana.

O uso de material de desenho (régua e compasso) e de softwares específicos deve ser enfatizado nas construções geométricas envolvendo as ideias de lugar geométrico e o estudo de pontos e segmentos notáveis de triângulos, dentre outros. É importante ainda que os/as estudantes sejam capazes de aplicar essas noções na construção de figuras geométricas planas (BNCC, 2016, p. 563).

Diante da análise realizada nos documentos oficiais acima referenciados, percebe-se atualmente uma grande valorização no ensino de Geometria no Brasil. Valorização esta que é vista nitidamente nos PCN, que estão em vigência e também na BNCC, que ainda não está em vigência, mas futuramente estará. Nos PCN, já observávamos certa motivação para a utilização de materiais de desenho e recursos tecnológicos para o ensino de Geometria, mas atualmente, na proposta preliminar da BNCC, essa motivação é ainda maior. Desta forma, mostra-se a grande relevância da união do Desenho Geométrico ao ensino de Geometria.

2.4 COMO ENSINAR GEOMETRIA E DESENHO GEOMÉTRICO?

Nos últimos anos, pesquisas vêm sendo desenvolvidas com o intuito de resgatar e melhorar o ensino de Geometria nas salas de aula. Essas pesquisas buscam identificar quais são as maiores dificuldades enfrentadas no ensino de Geometria e Desenho Geométrico e também buscam metodologias e materiais inovadores que facilitem seu aprendizado.

Segundo os PCN (1997, 1998 e 2002), o ensino de Geometria deve iniciar já nos primeiros anos do Ensino Fundamental e se aprimorar ao logo dos anos escolares. É fundamental a utilização de estratégias de ensino diversificadas como: resolução de problemas, jogos, tecnologias da comunicação, história da Matemática, entre outros, a fim de desenvolver nos alunos as competências e habilidades desejadas, partindo dos conhecimentos prévios e do mundo real com o intuito de fazer ligações com as mais diversas áreas do conhecimento.

Observamos que uma das estratégias enfocadas nos PCN e também na BNCC é a do desenho, ou seja, a utilização de materiais de desenho, sejam eles, régua e compassos, ou tecnologias digitais. Assim, com as construções geométricas, as relações e representações geométricas têm maior sentido, pois são visualizadas e também contam com seu caráter

investigativo através das manipulações e interações dinâmicas que podem ser realizadas, quando estas são trabalhadas em softwares específicos. Desta forma, o trabalho conjunto da Geometria com o Desenho Geométrico torna-se um grande aliado.

O trabalho com Espaço e Forma pressupõe que o professor de Matemática explore situações em que sejam necessárias algumas construções geométricas com régua e compasso, como visualização e aplicação de propriedades das figuras, além da construção de outras relações (PCN, 1998, v. 3, p. 51).

Essa ação de desenhar pode ser realizada por meio de instrumentos de desenho (régua e esquadros) ou, quando possível, utilizando tecnologias digitais (“softwares” de Geometria dinâmica, Logo, entre outros). Os elementos das figuras geométricas espaciais (faces, vértices e arestas) devem ser consolidados nessa etapa, levando o/a estudante a identificar corretamente prismas e pirâmides, associando suas representações às suas planificações, o que pode ser facilitado pelo uso de embalagens ou “softwares”, por exemplo (BNCC, 2016, p. 256).

Moraco (2006) afirma que o Desenho Geométrico é um ramo da Geometria que busca resolver problemas práticos e teóricos através de construções geométricas, após a explicação de textos de Geometria, com a utilização de instrumentos como a régua e o compasso, e a Geometria é parte da Matemática que se destina ao estudo do espaço e forma. Ao se trabalhar como o espaço se aborda temas relacionados com a orientação e percepção espacial e quanto à forma se trata de problemas métricos relacionados ao cálculo de superfícies, áreas e volumes, por exemplo.

A grande maioria das escolas deixam de prever a disciplina de Desenho Geométrico em seus currículos escolares, demonstrando que não reconhecem a importância desta disciplina atrelada aos ensinamentos de Geometria. Mas, mesmo não tendo a disciplina específica de Desenho Geométrico torna-se necessária as abordagens da Geometria através das construções geométricas conforme está proposto nos documentos oficiais.

O trabalho articulado da Geometria com suas representações e construções geométricas é necessário pois contribuem para uma melhor compreensão dos conceitos trabalhados, já que a visualização e a criação de estratégias de solução tornam-se elementos importantes neste processo. A representação através de desenhos é muito comum desde os primeiros anos de vida. Desta forma, a manutenção de representações e construções geométricas ao longo da vida escolar é primordial, pois auxiliam na estruturação e organização do raciocínio lógico, além é claro, em uma melhor compreensão de postulados, teoremas e axiomas.

O trabalho com conceitos geométricos deve-se iniciar já nos primeiros anos de vida escolar, principalmente com a observação de objetos presentes no meio e localização do

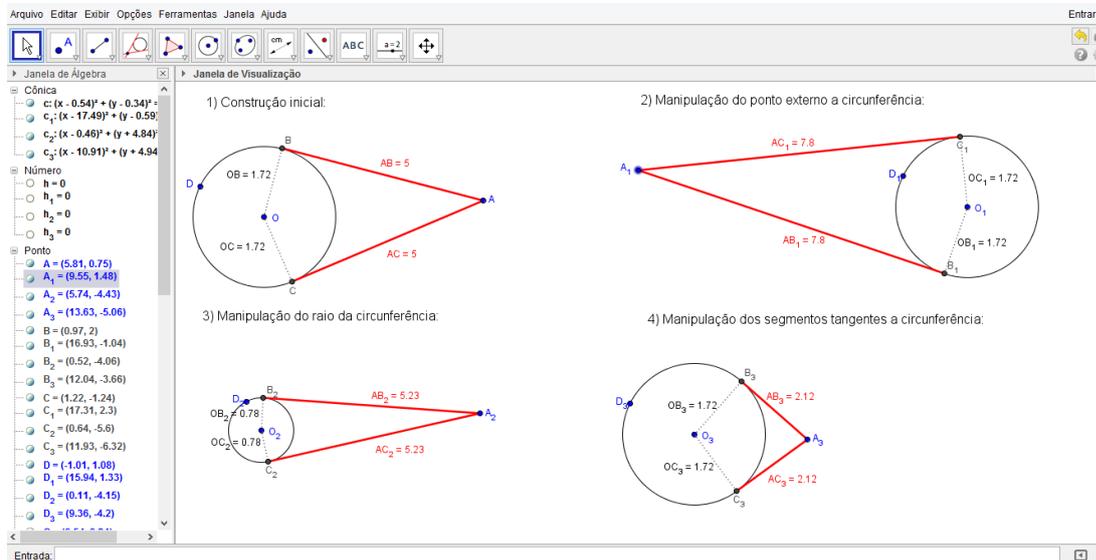
indivíduo no espaço físico. Lorenzato (1995), afirma que o ensino de Geometria deve se iniciar na pré-escola com o enfoque na Geometria intuitiva e natural com a observação e exploração das formas presentes no espaço físico. Ponte, Brocado e Oliveira (2003), complementam ainda, que as atividades de Geometria, desde os primeiros anos escolares, propiciam um ensino baseado em situações exploratórias e investigativas e essas diferentes formas de explorar situações podem contribuir para a aprendizagem.

Devido à importância do ensino de Geometria, Fainguelernt (1999) relata que esse ensino não seja desenvolvido através de automatismo, memorização e técnicas operatórias, nem baseado num processo de formalização com crescente nível de rigor, abstração e generalização. Todo processo de memorização com o passar do tempo, traz o esquecimento, pois isso não teve significado real. Da mesma forma que a falta de contextualização dada aos ensinamentos de Geometria, nos impulsiona à memorização e o que é memorizado, nem sempre é compreendido.

Várias são as estratégias sugeridas para um ensino mais eficaz. Para Passos (2000), o ensino de Geometria deve estar voltado para problemas abertos e dinâmicos, ou seja, com diferentes soluções e respostas, que propiciem um processo de busca e investigação para resolvê-los, com isso os alunos se envolveriam com sua imaginação criativa, sentindo-se interessados e motivados. Pais (2006) analisa livros didáticos das duas últimas décadas a fim de explicitar quais são as tendências atuais do ensino de Geometria nos anos finais do Ensino Fundamental a partir das estratégias propostas nos manuais didáticos e conclui que há uma tendência crescente de diversificação dos recursos metodológicos sugeridos nos livros e revela ainda um aumento significativo das articulações adotadas para contextualizar os conteúdos geométricos, destacando os recursos visuais. Segundo Grando, Nacarato e Gonçalves (2008), pesquisas e produções brasileiras revelam que a Geometria vem assumindo um caráter mais exploratório e investigativo, buscando subsídios teóricos em outras áreas do conhecimento. Surgem assim, novas formas de conceber e produzir os conhecimentos geométricos, com dinâmicas de maior dialogicidade entre os envolvidos no processo. Os autores defendem o trabalho com tarefas exploratórias e investigativas, pois potencializam os processos de argumentação e provas em Geometria e minimizam as lacunas existentes em virtude do pouco ensino de Geometria na Educação Básica. Tratando-se de problemas abertos, surgem diferentes tipos de perguntas, estratégias de soluções e validação, por mais que a tarefa seja resolvida como uma simples exploração, não se tornando uma investigação, muitos conteúdos geométricos podem ser explorados nesse trabalho. Para Jacques, Schultz e Mathias (2014) a Geometria por décadas não foi pensada ou discutida sua relação com o

mundo real, e nem com outros conteúdos da Matemática, mas atualmente é crescente a preocupação de autores na busca da democratização desse saber e a criação de novas estratégias do ensino de Geometria, que podem ir da simples manipulação de dobraduras à utilização de softwares didáticos, com o intuito de proporcionar uma aprendizagem com base na elaboração, visualização e construção intuitiva de conceitos geométricos. Quanto à utilização das tecnologias e mídias digitais, Leivas (2014) afirma que devem ser incorporadas ao ensino de Geometria, na expectativa de modificar o cenário. Esses softwares didáticos, como exemplo, o Geogebra, permitem a criação de objetos geométricos diversos na tela do computador, de maneira que em um pequeno espaço de tempo pode ser feito um grande número de construções, o que não pode ser feito com papel e os materiais convencionais de desenho geométrico. O aluno trabalha de maneira qualitativamente diferente, pois pode manipular representações de entidades geométricas de modo que pode perceber dinamicamente o que ocorre quando se interage com uma determinada construção. Na Figura 1, apresentamos um exemplo de construção geométrica e suas interações.

Figura 1 – Exemplo de construção e manipulações de objetos no software Geogebra



Fonte: Elaborado pela autora.

No exemplo citado acima (Figura 1), trabalhamos com Segmentos Tangentes - "Os segmentos tangentes traçados de um mesmo ponto exterior a uma circunferência são congruentes". Portanto, se fosse apresentando somente definição, propriedade, cálculo e construção estática, ou seja, sem movimentações, ficaria descontextualizado e mecânico, o estudante não teria a oportunidade de interagir com os objetos, refletir e inferir sobre as

manipulações sucessivas. Percebemos ainda, que a partir da construção inicial, o estudante pode realizar movimentações dos objetos com uma simples opção de clicar e arrastar o mouse, podendo observar que as propriedades geométricas se mantêm e refletir sobre suas observações. A manipulação e a visualização proporcionadas pelo software facilitam a aprendizagem e a torna mais interessante e eficaz.

Desta forma, desenvolver competências computacionais requer a utilização de recursos tecnológicos, de forma regular desde a Educação Básica, tornando a aprendizagem mais contextualizada e que possibilite o desenvolvimento desde cedo da autonomia e atitude investigativa. Competências estas que serão altamente cobradas no cenário acadêmico e vida profissional posteriormente.

2.5 O USO DE NOVAS TECNOLOGIAS NO ENSINO DE GEOMETRIA E DESENHO GEOMÉTRICO

A constante transformação do cenário tecnológico, com suas inovações, conhecimentos e ferramentas, direciona a sociedade a mudanças contínuas de estratégias em todos os seus setores e toda mudança gera um aprendizado. Conforme Jacques Schultz e Mathias (2014), com o advento do avanço tecnológico as pessoas de todas as idades se deslumbram com os diversos aplicativos, redes sociais e de entretenimento, jogos, entre outros, e a educação diante dessa situação, com sua principal tarefa de democratizar e tornar acessível a todos os conhecimentos historicamente elaborados, precisa adequar-se às novas possibilidades de ensino frente aos recursos tecnológicos disponíveis.

No ensino de Matemática, a busca contínua por estratégias de ensino mais eficazes, atrativas e motivadoras diante da realidade tecnológica em que os alunos estão inseridos torna-se necessária. Assim sendo, se recorre à implementação dos recursos tecnológicos disponíveis na prática docente, como por exemplo, a utilização de: calculadoras, calculadoras gráficas, computadores, Internet, AGDA, aplicações específicas, como alguns applets³, hiperlinks⁴, entre outros, para abordagem de conceitos de Matemática. Mesmo com o crescente número de pesquisas que investigam alternativas sobre o ensino de Matemática percebe-se que os resultados dessas pesquisas permanecem longe dos verdadeiros interessados, professores e alunos da Educação Básica.

³ Pequeno software que executa uma atividade específica dentro de um programa maior.

⁴ Sinônimo de link e que, quando clicada com o lado esquerdo do mouse, abre uma página diferente, ou um lugar diferente, da Internet.

Segundo Filho, Santos e Bittar (2008), pesquisas em Educação Matemática tem evoluído muito nos últimos anos, a fim de contribuir para compreender melhor as dificuldades dos alunos com vários conceitos, o trabalho com números e suas operações, com a geometria, ajudar a compreender as concepções dos alunos sobre os conteúdos matemáticos, buscar novas metodologias de ensino mais atrativas e motivadoras, entretanto, a maioria dos resultados obtidos nessas pesquisas fica restrita aos círculos acadêmicos a não ser por ação de alguns professores que têm acesso a revistas específicas, participam de eventos ou até se dispõem, por iniciativa pessoal, a fazer uma pós-graduação na área. Observa-se que muitas vezes esses resultados ficam descritos somente no papel e não foram aplicados a situações reais regulares, ou seja, foram aplicadas a um pequeno grupo de observação (turma de teste), num período pequeno de tempo, assim, quando a pesquisa termina, os resultados das pesquisas/produtos desenvolvidos não permanecem e provavelmente não são mais utilizados pelas escolas. Desta forma, em nosso trabalho, procuramos utilizar os recursos tecnológicos de forma regular articulada aos conteúdos curriculares por um período longo e disponíveis a todos os alunos.

Diante deste cenário apresentado uma questão nos instiga e merece ser discutida: Como as TIC podem contribuir para o ensino de Geometria e Desenho Geométrico?

Segundo bibliografia consultada, Martins (2009), Walle (2009), Gravina e Basso (2012), Isotini e Brandão (2013), Carneiro e Passos (2014), entre outros, e vivência docente há indícios de que as TIC contribuem para o ensino de Geometria e Desenho Geométrico, pois facilitam a aprendizagem através da exploração de tarefas em caráter exploratório e investigativo. Facilitam a compreensão de conceitos, propriedades e relações geométricas através de construções imediatas com simulações e manipulações de objetos em softwares específicos, potencializam a conexão da Geometria com outras áreas da Matemática. Inclusive com áreas externas, auxiliando na observação de regularidades através da percepção natural (visualização), permitindo o desenvolvimento de um grande número de experiências de cunho investigativo, bem como, o desenvolvimento de competências específicas da utilização desses recursos tecnológicos.

A Geometria é, sob nosso ponto de vista, uma das áreas da Matemática que mais se beneficiou com o uso do computador e de suas tecnologias, quando se considera o ensino-aprendizagem (ISOTANI; BRANDÃO, 2013, p. 168).

Carneiro e Passos (2014), afirmam que a utilização das tecnologias nas aulas de Matemática podem promover mudanças nas dinâmicas da sala de aula e nas formas de ensinar e aprender. Podem minimizar a exclusão digital, despertar e motivar os alunos em aprender

Matemática, facilitando assim a compreensão dos conteúdos, como a visualização na Geometria. Para Martins (2009), as tecnologias em especial o computador e a Internet, usadas como um meio e não um fim pode ter um precioso efeito na motivação e interesse dos alunos, envolvendo-os no processo de ensino e aprendizagem.

Os PCN também apontam para o uso de recursos tecnológicos, em especial, softwares educativos em sala de aula como recursos didáticos, ao destacarem a utilização de computadores nas aulas de Matemática com várias finalidades, entre elas um meio de desenvolver a autonomia no uso de software que possibilitem pensar, refletir e criar soluções para os problemas.

Conforme apresentado anteriormente, observamos que existem autores que estão se dedicando a pesquisa do ensino de Geometria, visto que o mesmo já foi privilegiado em alguns momentos da educação e, em outros, relegado a segundo plano. Alguns autores se reportam a estudar processos históricos da Geometria, o que ensinar, diferentes abordagens e enfoque deste ensino, outros as estratégias alternativas que visam a melhoria do ensino e aprendizagem. Cabe ressaltar que nem todos os trabalhos pesquisados foram aplicados a situações reais e mesmo quando aplicados foram por um curto espaço de tempo e em caráter experimental, como por exemplo a pesquisa desenvolvida por Bento (2010) com a participação de oito estudantes e dois professores, durante aproximadamente um semestre. Já em relação ao ensino de Desenho Geométrico na Educação Básica praticamente não existem trabalhos desenvolvidos atualmente, pois são pouquíssimas as escolas que ainda vem trabalhando com o ensino de Desenho Geométrico depois que este deixou de ser obrigatório, sendo que a partir Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional (LDB) 5.692/71 o Desenho Geométrico foi substituído por Educação Artística.

Dos estudos que abordam estratégias de ensino, são vários os enfoques dados, como por exemplo: jogos, recursos tecnológicos, resolução de problemas, modelagem Matemática, investigação Matemática, etnomatemática, história da Matemática, dedução, entre outras, mas nos reportamos à utilização das TIC no ensino, em especial a de AGDA. Percebemos que nos trabalhos existentes não encontramos nenhum em que a pesquisa ocorresse de forma regular, em um grande período de tempo, sendo articulada ao cronograma curricular, trabalhando em conjunto os conceitos geométricos e suas construções gráficas, ou seja, unindo o ensino de Geometria ao ensino de Desenho Geométrico, com a utilização de AGDA na Educação Básica e, em especial que os produtos oriundos dessas pesquisas permanecessem nas escolas.

Assim sendo, a proposta do nosso trabalho é de elaborar uma estratégia de ensino diferenciada, viável e ligada à realidade atual, na qual desenvolvemos uma sequência de AD

com a finalidade de facilitar a aprendizagem de conceitos geométricos, baseado na contextualização, através da manipulação dinâmica de representações geométricas em uma plataforma computacional provida pelo software Geogebra. Neste processo, além da aprendizagem de Geometria e Desenho Geométrico que devem ser trabalhados normalmente em sala de aula, as AD promovem o desenvolvimento de competências nos alunos no uso de um recurso tecnológico poderoso que pode acompanhá-los em toda sua vida acadêmica. O uso do software vai motivá-los na manipulação e contextualização dos conceitos a situações reais, a fim de que as AD sejam incorporadas permanentemente a prática escolar. A elaboração, implementação e análise das AD referem-se aos objetos do conhecimento abordados nas referidas disciplinas trabalhados no 8º e 9º ano do Ensino Fundamental. Todas as atividades foram disponibilizadas em um *site* específico para o seu desenvolvimento, conforme descrito anteriormente, o software Geogebra e como metodologia escolhida para o desenvolvimento deste trabalho foi a da PDE.

Portanto, este trabalho se caracteriza pelos seguintes aspectos: (1) por ocorrer em caráter regular ao ensino por um período longo e contínuo, ou seja, uso continuado, articulando o cronograma curricular de Geometria e Desenho Geométrico durante todo ano letivo e em anos sucessivos; (2) o produto criado, ou seja, as AD desenvolvidas permanecem na escola para serem utilizadas a qualquer momento por outro professor; (3) promover o desenvolvimento de competências ligadas a utilização dos recursos tecnológicos desde a Educação Básica, competência esta amplamente cobrada na vida acadêmica e profissional; (4) propor tarefas contextualizadas que facilitam a aprendizagem de conceitos geométricos através da construção, visualização e manipulação de objetos matemáticos; (5) promover o ensino articulado de Geometria e Desenho geométrico.

2.5.1 Softwares de Geometria dinâmica

Softwares de Geometria Dinâmica são aplicativos com interfaces interativas que criam representações de entidades geométricas manipuláveis. Gravina e Basso (2012) chamam essas representações de objetos concretos-abstratos, são concretos porque existem na tela do computador e podem ser manipulados e são abstratos porque respondem às nossas elaborações e construções mentais. De acordo com Bachelard (1996), a formação do espírito científico passa por três estados: no estado concreto, o espírito apropria-se das primeiras imagens e gera suas concepções iniciais; no estado concreto-abstrato o espírito, mesmo apegado a suas experiências, inicia um processo de generalização ao acrescentar esquemas

científicos, e o estado abstrato, onde o espírito já consegue problematizar suas experiências e gerar conhecimentos a partir de seus questionamentos.

Nos softwares de geometria dinâmica, construções matemáticas abstratas, tais como ponto, reta, segmento de reta, reta tangente a um círculo, retas ortogonais, etc., são percebidas pelos estudantes como concretas, pois suas representações na tela do computador são manipuláveis dinamicamente através do mouse. O estudante pode, por exemplo, ver o que acontece com uma reta tangente a um círculo que se move à medida que o círculo muda de raio ou se desloca, como mostramos na Figura 1.

Vários são exemplos de softwares de geometria dinâmica disponíveis, entre eles podemos citar: Cabri Géomètre, CaRMetal, Cinderella, The Geometer's Sketchpad, Geospace, Geogebra, Geometricicks, Geoplan, Tabulae, IGeom, Régua e Compasso, entre outros.

Muitas são as diferenças apresentadas entre os softwares de geometria dinâmica e outros softwares de ensino, em particular, de Matemática. Lopes (2013) argumenta que a diferença das atividades nos softwares de geometria dinâmica das demais atividades em outro software é a possibilidade de movimentação dos objetos. Pois, a partir dessas movimentações os alunos investigam o que acontece com sua construção levando-os a reflexões como por exemplo: se as características permanecem as mesmas, com uma única movimentação quais seriam as regularidades, entre outras observações/reflexões a serem levantadas.

Pode-se dizer que as áreas da Matemática que mais se beneficiaram com a inserção das tecnologias no ensino foram a Geometria e o Desenho Geométrico, devido a utilização de softwares específicos, experimentação, visualização, rapidez e precisão nas construções e dinamicidade dos softwares específicos. A possibilidade de se realizar inúmeros testes com a mesma construção de forma dinâmica e interativa é um dos grandes diferenciais destes softwares no trabalho com a Geometria e o Desenho Geométrico.

Os softwares de geometria dinâmica podem mudar drasticamente e melhorar o ensino de Geometria. A habilidade dos estudantes para explorar relações geométricas com esse tipo de software é incomparável com qualquer outro modo não-computadorizado (WALLE, 2009, p. 136).

Esse tipo de software é uma verdadeira revolução no ensino de Geometria e Desenho Geométrico, justamente pelo caráter concreto-abstrato. Quando nos referimos ao concreto, estamos falando das construções gráficas que é possível fazer juntamente com suas múltiplas interações, simulações e manipulações através da simples opção de mover e arrastar o mouse. Desta forma, o que em primeira instância seria uma proposta abstrata em nossas mentes, com

estruturas e simbologias, se torna concreta (visual) através das construções, representações e manipulações feitas. Acreditamos que por meio de representações concretas e manipuláveis, conseguimos facilitar a aprendizagem de conceitos matemáticos, que muitas vezes acabam sendo vistos pelos estudantes sem qualquer relação com situações reais do seu cotidiano tornando-se de difícil compreensão, entendimento e aprendizagem.

Observamos que os softwares de geometria dinâmica vêm sendo utilizados em várias pesquisas, porém de forma experimental e não regular, aplicados a situações de ensino real, mais em Geometria do que em Desenho Geométrico. Conforme relatam Isotani e Brandão (2013), apesar da existência de diversos trabalhos bem sucedidos com a utilização de softwares de geometria dinâmica como ferramenta de suporte no ensino presencial, há uma lacuna de trabalhos que auxiliem professores e alunos no uso regular dos softwares em sala de aula ou em ambientes de educação a distância. Como exemplos de pesquisas realizadas com softwares de geometria dinâmica citamos quatro exemplos: (1) Ferreira, Soares e Lima (2009) em sua pesquisa realizada com um grupo de professores de Matemática com o objetivo de investigar a contribuição dos softwares de geometria dinâmica em sua formação e incentivá-los a utilizá-los na prática docente, afirmam que os ambientes de geometria dinâmica são um rico e eficiente recurso que vem a contribuir para a efetivação de uma proposta de ensino que privilegia uma aprendizagem interativa, em que o sujeito é o maior agente de sua aprendizagem. (2) Em sua pesquisa, Amado, Sanchez e Pinto (2015), sobre a utilização do Geogebra em demonstrações matemáticas com alunos do 9º ano do Ensino Fundamental, destacam que o Geogebra facilitou a compreensão e entendimento das propriedades geométricas que somente com lápis e papel não seria tão simples de perceber, em função dos recursos disponibilizados como a manipulação e a contraposição de figuras, não alterando as características originais e as propriedades específicas. Os autores destacam ainda que estes ambientes de geometria dinâmica possibilitaram a construção e a manipulação das figuras com muito mais rigor e rapidez, potencializando o raciocínio lógico-dedutivo. Pois através da visualização de resultados invariantes perceptíveis pelos movimentos das figuras dinâmicas, acabaram envolvendo assim mais os alunos na realização das atividades cuja base é a análise das propriedades e relações geométricas. (3) Bento (2010) ao aplicar uma sequência didática de sete atividades de Geometria Plana a um grupo de alunos dos anos finais do Ensino Fundamental com o intuito de compreender as potencialidades do software Geogebra como instrumento mediador no processo de ensino e aprendizagem de geometria dinâmica, verificou que o Geogebra trouxe possibilidades de experiências que fez o conhecimento geométrico acontecer na evolução a partir de um nível básico da intuição e das conjecturas e propiciou aos alunos terem condições de pensar geometricamente, pelo papel heurístico da

manipulação do software e descoberta das propriedades das figuras geométricas. (4) Lopes (2013) ao analisar algumas das potencialidades e limitações do software Geogebra no ensino e na aprendizagem de trigonometria por meio de atividades investigativas, conclui que as potencialidades são: a construção, o dinamismo, a investigação, a visualização e a argumentação. Destaca ainda que a visualização é o ponto mais forte no levantamento de hipótese e formulação de conjecturas. Já como limitações, ressalta somente aspectos estruturais da escola e não do software específico.

Diante do potencial didático apresentado pelos softwares de geometria dinâmica destacamos: (1) possibilitam a representação de objetos concretos-abstratos, segundo Gravina e Basso (2012) e Matos e Moraes (2015); (2) permitem o arrastar e transformar as figuras geométricas em tempo real, usando o mouse em tempo real, tornando-se um forte aliado ao ensino, pois potencializam as investigações de propriedades, possibilitam a construção de conceitos e a interação usuário-computador, conforme Marques e Bairral (2014); (3) permitem precisão e visualização, exploração e descoberta, provas de teoremas, transformações e lugares geométricos, simulação e micromundos, segundo King & Schattschneider (1997, apud Santos e Martinez, 2000); (4) proporcionam a exploração de conjecturas, investigação de relações que precedem o raciocínio formal e são um excelente meio de coleta de dados para pesquisa em educação geométrica, de acordo com Ponte, Brocado e Oliveira (2003) e Vaz (2012); (5) auxiliam o professor em sua tarefa de produzir material didático mais interativo e desenvolver atividades que estimulem a curiosidade dos alunos, já nos alunos, proporciona um ambiente no qual a postura participativa e a busca por desafios impulsionam a troca de experiências e a maturidade para a compreensão de conceitos geométricos, segundo Isotani e Brandão (2013); (6) a rapidez que se dá pela maneira como se é trabalhado nos ambientes de geometria dinâmica, pois é possível executar um número grande de experiências em um curto espaço de tempo a fim de investigar ou resolver determinada atividade observando as características que permanecem constantes ou se alteram com as diversas manipulações realizadas; (7) motiva e entusiasma os alunos, permitindo-lhes estabelecer uma relação de maior proximidade com a Matemática, conforme Amado, Sanchez e Pinto (2015).

Esses ambientes computacionais são direcionados à aprendizagem de Geometria oferecendo recurso que viabilizam as ações mentais dos alunos e podem ajudar na superação de dificuldades inerentes ao processo dessa aprendizagem, tais como: visualização, construção, raciocínio geométrico. Neles é possível criar condições para que se aprenda investigando, conjecturando, testando, analisando e concluindo acerca de um fenômeno estudado, transformando-se o aluno de mero expectador em agente do processo educativo, em alguém que pensa, reflete, dirige, decide e atua (FERREIRA; SOARES; LIMA, 2009, p. 187).

Ressaltamos neste momento que, em nosso trabalho, enfocamos a utilização de AGDA através da representação de objetos concretos-abstratos. Percebemos a importância da utilização das novas tecnologias na educação, mas entendemos também a necessidade de fazer a escolha adequada dos recursos que serão utilizados em função dos objetivos que se pretende atingir. Desta forma, acreditamos que fizemos uma escolha coerente em optarmos pelo software Geogebra, pois pretendemos tirar proveito de todos os benefícios que ele disponibiliza em prol da facilitação da aprendizagem de conceitos geométricos. Assim como o desenvolvimento de competências específicas com a utilização do computador no ensino de Geometria e Desenho Geométrico. Dentre os motivos que influenciaram na nossa escolha pelo software Geogebra destacamos dois critérios de escolha: em primeiro lugar, por ser um software livre, pois de outro modo as AD não seriam viabilizadas e em segundo lugar, entre os softwares livres a opção pelo Geogebra pelos seguintes motivos: (1) apresenta uma interface simples e de fácil entendimento; (2) possibilita qualquer construção e representação geométrica, seja ela plana ou espacial, (3) possibilita a exploração, investigação e manipulação rápida dos objetos geométricos; (4) possui um menu completo de ajuda; (5) encontra-se disponível no idioma Português.

O Geogebra é um instrumento de fácil acesso, tecnologia que possibilita explorar e visualizar a dinamicidade existente na Geometria. Sendo assim, reforça conceitos e propriedades em que o alunos tem mais dificuldades de visualizar alterações de posições e movimentos imaginários (ALBUQUERQUE, 2008, p. 14).

Diante da revisão de literatura realizada, encontramos poucas limitações do software Geogebra, entre elas citamos a relatada por Albuquerque (2008) onde afirma que a maior limitação se refere ao trabalho com ângulos, já que no software a marcação é de ciclo completo, ou seja, é geometria orientada. E, na sequência, destaca também como limitação a pertinência entre objetos, onde os segmentos de retas ficam dependentes a reta suporte que pertencem.

Baseado nos motivos da escolha pelo Geogebra, o primeiro quesito a ser levado em consideração foi a escolha por um software de geometria dinâmica livre, ou seja, com licença gratuita para sua utilização, podendo ser imediatamente instalado em computadores pessoais ou em laboratórios da escola. Assim, qualquer escola, seja pública ou privada, poderá fazer uso da sequência de AD que desenvolvemos, caso contrário, inicialmente já estaríamos inviabilizando a implementação da sequência, pois não seriam todas as escolas/alunos que possuiriam recursos financeiros para a aquisição de softwares pagos.

Além dos critérios acima destacados, também levamos em conta os benefícios e potencialidades que o software oferece e diante disto enfocamos os seguintes aspectos: facilidade de entendimento e uso intuitivo, já que se apresenta em vários idiomas, com menus autoexplicativos, toda construção gráfica realizada é também apresentada em linguagem algébrica, podendo assim visualizar as duas representações (geométrica e algébrica). O principal critério favorável ao software é a possibilidade de investigação e exploração de propriedades, relações e regularidades através da manipulação dos objetos com a opção de mover e arrastar através do mouse. Essa ferramenta Matemática pode ser utilizada desde a Educação Básica até os mais avançados níveis de ensino, pois possibilita a resolução de problemas em qualquer grau de dificuldade. Ela desperta assim a necessidade de utilizá-lo em situações futuras sem que seja orientado ou cobrado a fazer uso do software Geogebra. Portanto, por iniciativa própria o aluno pode sentir a necessidade de utilizá-lo para resolver os problemas das mais variadas áreas do conhecimento ou até mesmo situações reais de seu cotidiano.

Os programas de geometria dinâmica, dentre eles o Geogebra, são ferramentas que oferecem régua e compasso virtuais, permitindo a construção de figuras geométricas a partir das propriedades que as definem. São ambientes que concretizam a geometria euclidiana plana, e diferente daquilo que obtemos com lápis e papel e régua e compasso, pois com o mouse podemos manipular as figuras que estão na tela do computador, ao aplicar movimento em pontos que são usados na construção (GRAVINA et al., 2012, p. 31).

De forma alguma temos a intencionalidade de extinguir a utilização de lápis, papel, régua e compasso nas atividades realizadas em Geometria e Desenho Geométrico, pois acreditamos que o contato dos estudantes com esse tipo de material é muito importante para o desenvolvimento matemático abstrato. Amado et al. (2015) concordam com nossas crenças onde afirmam que os alunos podem e devem combinar o trabalho apoiado no uso de tecnologias com o trabalho baseado em papel e lápis, de modo a constituírem uma aprendizagem assente numa compreensão mais profunda e sólida dos conceitos, que possa ser geradora de maior motivação, autoestima e empenho.

Kopke (2006), argumenta que crianças e jovens sem acesso a conhecimentos de Geometria e Desenho Geométrico prosseguem não sabendo manusear instrumentos de desenho (lápis, régua, compasso, esquadros), prejudicando, por exemplo, o acesso às informações necessárias aos software gráficos que invadem hoje o mundo da Informática, insistindo que não sabem desenhar, achando a Geometria “chata” e desconhecendo a ponto que liga esta abordagem Matemática às comprovações da natureza e das formas em geral

povoam a vida. Complementa ainda, que esta é uma das deficiências apresentadas por jovens ao entrarem nas universidades brasileiras em cursos específicos como as engenharias, exatas, arquitetura e outros.

2.5.2 Software Geogebra

O software Geogebra foi criado pelo austríaco Markus Hohenwarter, a partir de 2001 e tem prosseguido em desenvolvimento, escrito em Java⁵, é um software gratuito que foi desenvolvido para o ensino e aprendizagem da Matemática em sala de aula em todos os seus níveis de ensino, da Educação Básica ao Ensino Superior. O software já recebeu vários prêmios internacionais desde a sua criação, em funções de seus benefícios e potencialidades apresentadas ao longo de sua criação e utilização.

O nome Geogebra reúne “Geo” de Geometria e “Gebra” de álgebra pois dispõe recursos de geometria e álgebra, além de construções geométricas, estatística, probabilidade, planilhas, gráficos, cálculos numéricos e simbólicos, entre outros, em um mesmo ambiente. Assim, caracteriza-se por ser um software muito bem elaborado e que pode ser explorado desde a Educação Básica, já com a abordagem dos conceitos iniciais de Matemática, em particular, no nosso caso, a Geometria e o Desenho Geométrico.

Segundo, Miyasaki (2017) o Geogebra está ganhando popularidade rapidamente no ensino de Matemática em 190 países, tendo sido traduzido para 55 idiomas e aproximadamente 300.000 usuários baixam o software por mês. A popularidade divulgada, sem dúvidas, é garantida pelos benefícios observados com a utilização do mesmo e excelente funcionalidade que oferece.

Através do *site* www.geogebra.org é possível fazer o download do software Geogebra, podendo escolher entre: tablets, desktops ou phone para baixá-lo. Nos desktops, pode-se escolher entre os sistemas operacionais: Windows, Mac OS X ou Linux. Também no *site* existem materiais didáticos disponíveis para utilização e um manual do Geogebra para ensinar a manusear e sanar dúvidas.

2.5.2.1 Recursos do software Geogebra

Neste momento, faremos uma breve explanação dos recursos oferecidos pelo software Geogebra, pois nos próximos capítulos descrevemos estes recursos na sua íntegra.

⁵ Linguagem de programação e plataforma computacional.

O Geogebra apresenta duas janelas de trabalho: a janela de álgebra e a janela de visualização. Na janela de álgebra é possível acompanhar a representação algébrica de todas as construções realizadas na janela de visualização. Já na janela de visualização é onde são feitas todas as construções dos objetos matemáticos com a utilização ou não das coordenadas cartesianas ou polares. Todas as ferramentas do software podem ser utilizadas nesta janela, inclusive fazer transformações e manipulação dos objetos como: alterar cores, aumentar espessuras de linhas e formas, medir ângulos e segmentos de retas, entre outros.

Além dessas duas janelas apresentadas, na tela inicial há o campo de entrada de textos, ou seja, mais uma alternativa para inserir comandos a partir da digitação de coordenadas, equações e funções.

O software disponibiliza a inserção de novas janelas com a presença de planilhas e gráficos e a janela CAS (Sistema de Álgebra Computacional). A janela CAS não é muito conhecida mas apresenta grande funcionalidade em cálculos através de comandos específicos. Convém salientar que as representações nas diversas janelas são relacionadas entre si, sendo este também um dos diferenciais do software.

Os recursos no software Geogebra vão de uma simples opção pela mudança de cores nos objetos trabalhados a utilização de calculadoras, medição de ângulos, comprimento, distâncias, perímetros, áreas, inclinação, além das ferramentas necessárias para as construções geométricas como: inserção de pontos, segmentos, retas, polígonos, círculos, arcos, elipses, parábolas, hipérbolas, transformações, imagens, caixas de texto, supressão de elementos desnecessários nas construções, entre outros.

O Geogebra permite exibir os objetos matemáticos nas diferentes representações: geometricamente, algebricamente, graficamente, estatisticamente, entre outros, todas essas representações estão ligadas dinamicamente, e se adaptam automaticamente a qualquer alteração facilitando a sua operacionalidade.

3 PESQUISA DE *DESIGN* EDUCACIONAL

A prática docente nos submete a inúmeras dificuldades vivenciadas no dia a dia. A busca por alternativas e soluções para enfrentar tais impasses instiga a nós, professores, diariamente. A minha vivência em sala de aula como professora de Matemática, em especial de Geometria e Desenho Geométrico com alunos do Ensino Fundamental (8º e 9º ano) levou-me à busca de aprimoramento contínuo e reflexões sobre minha prática docente. Diante das dificuldades enfrentadas destaco a descontextualização que é atribuída aos conteúdos de Geometria e Desenho Geométrico e a pouca utilização do computador como ferramenta Matemática, fazendo com que os alunos apresentem dificuldades no seu aprendizado.

Assim, para investigar os problemas identificados e propor alternativas para facilitar a aprendizagem de Geometria e Desenho Geométrico, desenvolver competências computacionais, e ainda, seguir a proposta curricular definida pela escola em conjunto com as atividades propostas, procurou-se uma metodologia de pesquisa adequada com os problemas vivenciados no ambiente escolar. Essa ação metodológica tem a finalidade de testar e gerar reflexões, promover instrumentos didáticos úteis e de possibilitar avanços teóricos, contribuindo para que sejam incorporados em caráter permanente a prática escolar.

Assim sendo, investigamos metodologias que possibilitassem resolver problemas encontrados na prática e ao mesmo tempo possibilitassem reflexões teóricas, e encontramos um grupo de metodologias com esse enfoque: *Design Experiment* (BROWN, 1992); *Design Research* (REEVES; HERRINGTON; OLIVER, 2005); *Design-Based Research* (DBR) (KELLY, 2003); *Education Design Studies* (EDS) (SHAVELSON et al., 2003); Pesquisa de Desenvolvimento (VAN DEN AKKER, 1999); todas elas com pontos de ligação com a Pesquisa-ação (GIL, 2002; MUNN-GIDDINGS, 2012), conforme a abordagem de cada autor e o seu caráter de pesquisa aplicada.

Partindo das metodologias pesquisadas e citadas anteriormente, em nosso trabalho criamos e adotamos a denominação de Pesquisa de *Design* Educacional (PDE), cujas características oriundas das metodologias pesquisadas e ligadas a Pesquisa-Ação são descritas na sequência.

De acordo como Mckenney e Reeves (2012), o termo *Design Research*, também conhecido como *Design Experiment*, teve seu surgimento em meados de 1992, cuja autoria é referenciada a Ann Brown e Allan Collins. O que define o *Design Research* e, ao mesmo tempo, difere de outras formas de investigação científica é o comprometimento simultâneo entre a teoria e a prática, no mundo real onde a aprendizagem ocorre em conjunto com todas

as partes envolvidas neste processo de ensino e aprendizagem, alunos, professores, pesquisadores e outros profissionais. *Design Research* é uma metodologia de pesquisa que reúne as investigações básicas e aplicadas para alcançar a compreensão durante o desenvolvimento de aplicações práticas e intervenções reais.

Diante das várias características que o *Design Research* apresenta, os autores Mckenney e Reeves (2012) destacam cinco como sendo as mais importantes: teoricamente orientada, intervencionista, colaborativa, fundamentalmente responsiva e iterativa.

Teoricamente orientada: as teorias fazem parte de todo o processo, são elementos fundamentais na partida, na chegada e nas investigações no *Design Research*. A proposta teórica é importantíssima neste tipo de pesquisa, pois contribui para a construção do *Design* educacional proposto, bem como, para a modelagem da problemática real a ser investigada. A base teórica fundamenta a construção do *Design* a ser sugerido, mas também é estudada e a partir dos resultados obtidos é melhorada ou refinada. O desenvolvimento da compreensão teórica evolui não somente através dos resultados, mas também da consideração das implicações para dimensões específicas do projeto em questão. O *Design* permite o refinamento dos princípios e a produção de conhecimento teórico novo.

Intervencionista: o *Design* inicia com a identificação de problemas educacionais reais e significativos que requerem soluções inovadoras e adequadas investigações científicas de natureza aplicada, seguindo de esclarecimentos e causas. Esforça-se para impactar positivamente a prática, realizando intervenções através de concepções teóricas e utilização de soluções para problemas reais. É intervencionista, a longo prazo, pois com a investigação exerce a atividade criadora de soluções. As intervenções desta forma produzem: produtos educacionais (materiais didáticos), processos educacionais (recomendações, novas propostas didáticas), programas educacionais (cursos, organização de temas, didáticas) ou políticas pedagógicas.

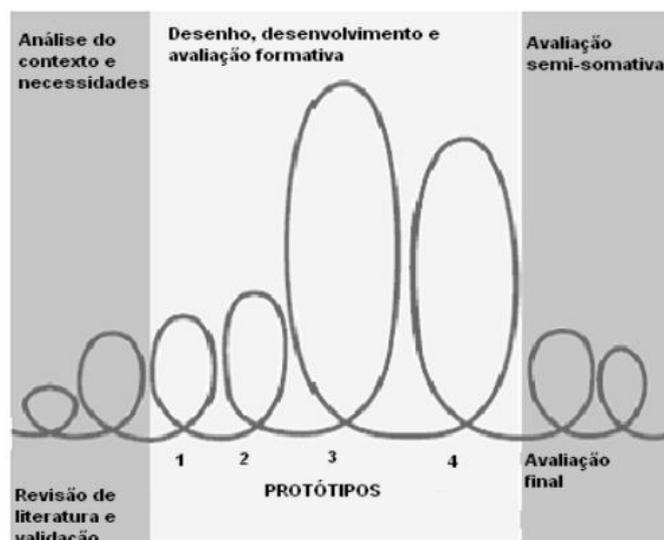
Colaborativa: exige a colaboração, em diferentes graus, de todos os envolvidos no processo a ser investigado, sejam eles: professores, investigadores, outros profissionais, comunidade, pessoas que se relacionam, a ideia central é considerar todos como membros de uma equipe. Tal colaboração inicia já com a identificação e exploração do problema por todos que se relacionam com o problema em questão e segue todas as demais etapas com a participação efetiva de todos os envolvidos, assim a pesquisa sempre será validada por todos envolvidos. Os envolvidos devem estudar e se inserir no contexto a ser pesquisado, a fim de poder dialogarem e se engajarem ao máximo no problema e na comunidade. Neste sentido, nada pode ser descartado, todas as contribuições são necessárias e aceitáveis, para se

concretizar a validação dos resultados de forma colaborativa. A cooperação significativa entre os envolvidos é essencial. É importante salientar que há diferentes formas de cooperação e, neste momento, são apresentadas três delas: acordo para extração de dados (processo conduzido por pesquisador externo da comunidade envolvida), parceria de investigações (pesquisador e comunidade são parceiros) e acordo de co-aprendizagem (elaboração e execução reflexiva e compartilhada entre pesquisador e comunidade).

Fundamentalmente responsiva: Os produtos do *Design* são moldados pelo diálogo entre os participantes com relação a suas experiências, conhecimento teórico e revisões de literatura e pelos diversos testes e validações realizados em campo. Os avanços teóricos e práticos e os ajustes das intervenções são alcançados diante dos diálogos entre os participantes e validações no processo de aplicação. O conhecimento se desenvolve com diálogos com a prática e suas iterações.

Iterativa: Diante das cinco características, talvez a iteração é mais marcante, diante do caráter formativo do *Design Research* com que é identificado. Por ser uma metodologia para a construção de soluções aplicáveis, não é elaborada para terminar, ou seja, a cada desenvolvimento ou aplicação, é gerada uma nova fase onde ela é aperfeiçoada, aprimorada e melhorada. É uma abordagem atrelada a ciclos de estudos, análises, aplicações, resultados e refinamento das soluções encontradas, a fim de reciclar e reaproveitar o que se desenvolveu, em outras palavras, uma abordagem iterativa e de refinamento da solução prática encontrada. A Figura 2 a seguir representa o processo cíclico do *Design Research*.

Figura 2 – Representação do processo cíclico do Design Research



Fonte: Mckenney e Reeves (2012) - Traduzido e adaptado.

Dentre as contribuições para a Matemática do *Design Research*, Mckenney e Reeves (2012), citam ainda as contribuições teóricas e as contribuições práticas, ou seja, as teóricas que auxiliam a descrever, explicar, prever ou prescrever situações reais locais ou mais amplamente aplicáveis, e as contribuições práticas que se referem às intervenções desenvolvidas para resolver um problema real.

Segundo, Shavelson et al. (2003), *Education Design Studies* (EDS) é um gênero de pesquisa que aborda problemas concretos em ambientes reais com o objetivo de: (1) testar e gerar hipóteses (e teorias); (2) desenvolver ferramentas didáticas úteis; e (3) promover avanços práticos e teóricos. Logo, *Design Studies* são complexos, multivariáveis, multiníveis e intervencionistas e, por isso, garantir a validade das conclusões geradas é uma dificuldade associada a esse tipo de pesquisa.

Para Doerr e Wood (2006), as pesquisas em Educação e Educação Matemática precisam ser aprimoradas a fim de trazerem contribuições aplicáveis a problemas reais. Assim, destacam a Pesquisa-Projeto (*Design Research*), como sendo uma valiosa alternativa, visto que é uma metodologia que propicia uma avaliação formativa para testar e aperfeiçoar modelos educacionais baseados em princípios de investigação prévia, visando minimizar os obstáculos e tem como princípios, o desenvolvimento de processos ou produtos aprimorados e a aplicação em vários ciclos para análise e posterior aprimoramento.

Abar e Alencar (2013), em pesquisa realizada com o objetivo de desenvolver uma oficina de formação continuada para professores de Matemática com o software Geogebra e utilizando como metodologia o *Design Research*, aplicam e defendem as ideias de Doerr e Wood (2006), mas também complementam-as quando afirmam que nesta metodologia, três variáveis dependentes precisam ser avaliadas: (1) as variáveis de clima (compromisso, esforço, cooperação, avaliadas através de técnicas de observação e notas de campo), (2) de aprendizagem (conhecimento, conteúdo, habilidades, avaliadas através de entrevistas, perguntas e testes) e (3) sistemáticas (alteração, expansão, sustentabilidade e avaliadas através de entrevistas, relatos e pesquisas). A utilização desta metodologia se justifica pela contextualização em situação educativas, com um foco em generalizar suas configurações para orientar o processo e sucesso do experimento.

Na busca de acompanhar as tendências internacionais na Educação Matemática, pesquisadores brasileiros e portugueses, Matta, Silva e Boaventura (2014) e Barbosa e Oliveira (2015), entre outros, recomendam como metodologia o *Design Research* para aplicação em pesquisa de inovação em Educação e Matemática e utilizam a expressão Pesquisa de Desenvolvimento como sua tradução.

Vindo ao encontro das ideias de Mckenney e Reeves (2006), Matta, Silva e Boaventura (2014) fornecem orientações para a aplicação dessa abordagem metodológica, em especial, para o desenvolvimento de propostas em ambientes digitais educacionais. Para isso, organizam as fases da *Design-Based Research* (DBR) em: Fase 1 - Análise do problema por investigadores, usuários e/ou demais sujeitos envolvidos em colaboração; Fase 2 - Desenvolvimento da proposta de solução responsiva aos princípios de *Design*, às técnicas de inovação e à colaboração de todos os envolvidos; Fase 3 - Ciclos iterativos de aplicação e refinamento em práxis da solução; e, Fase 4 - reflexão para produzir Princípios de *Design* e melhorar a implementação da solução.

Em seu estudo, Matta, Silva e Boaventura (2014) apresentam três exemplos de projetos que utilizam a referida abordagem metodológica, são eles: *Role Playing Game* (RPG) By Moodle (jogos digitais em rede Internet), Museu Virtual por Modelagem 3D (modelos 3D dialógicos para o ensino de História) e Turismo de Base Comunitário (ações de sustentabilidade e economia solidária). Os três projetos são desenvolvidos no estado da Bahia por mestrandos e doutorandos, sendo que, cada novo ciclo de implementação gera uma nova dissertação ou tese.

Buscando descrever as características e argumentar quais são as potencialidades para a adoção da Pesquisa de Desenvolvimento, Barbosa e Oliveira (2015), definem-na como sendo uma metodologia de investigação que envolve delineamento, desenvolvimento e avaliação de artefatos a fim de abordar um problema real. Ainda segundo esses autores, dois resultados são esperados ao se trabalhar com a Pesquisa de Desenvolvimento, entendimento teórico disponível para a comunidade científica e a disponibilização do artefato (produto) para uma população mais ampla do que aquela envolvida na geração. Os autores trazem como exemplo de aplicação e análise dessa metodologia, o projeto conduzido pelo Observatório da Educação Matemática da Bahia (OEBM-BA) e intitulado “A aprendizagem dos professores de Matemática com materiais curriculares educativos”. Após acompanhamento do referido projeto, identificaram como sendo potencialidades da Pesquisa em Desenvolvimento: (1) Revisão dos saberes docentes e científicos, (2) Oportunidades de aprendizagem para os participantes e (3) Produção e compartilhamento de produtos educacionais.

Mendes (2015) destaca como sendo cinco as potencialidades da metodologia de investigação, *Design Research*: (1) Investigar a aprendizagem no seu contexto real (a sala de aula), (2) Aproximar a investigação do ensino e o ensino da investigação, (3) Relacionar o processo de aprendizagem com o modo como esta foi promovida (interligação aprendizagem/ensino), (4) Desenvolver uma compreensão profunda sobre a ecologia da aprendizagem (tarefas, tipos de discurso, normas, materiais, etc), (5) Desenvolver teorias

locais de ensino acerca do processo de aprendizagem dos alunos e dos meios que o suportam (quadro de referência para professores e investigadores). Além de destacar as potencialidades a referida autora, também cita alguns desafios dos investigadores que se propõem a trabalhar com o *Design Research*: (1) o papel de pesquisadores e professores como intervenientes numa *Design Research* e seus limites de intervenção, (2) construção de uma natureza colaborativa entre investigadores e professores, (3) a análise do material empírico, (4) permanente articulação entre o desenvolvimento da investigação e o desenvolvimento do trabalho em sala de aula, e (5) desenvolver uma teoria local suportado pela análise do material recolhido.

Como outros exemplos de pesquisas que utilizaram o *Design Research* como metodologia, podemos também citar: Poloni e Costa (2012), as quais por meio de um curso de formação continuada, elaboraram tarefas para o ensino de figuras planas com o uso do software Cabri-Géomètre, em parceria com professores que puderam aplicar as tarefas em seus próprios alunos e posteriormente analisar e refinar as tarefas. Concluíram nesta pesquisa que a aprendizagem foi significativa para a maioria das crianças, já que, estabeleceram relações entre outros conteúdos, software Cabri-Géomètre e a prática, perceberam que a reflexão por parte das professoras em torno das atividades elaboradas e aplicadas foi muito válida para aprimorar as atividades para um próximo assunto. Também a articulação entre a teoria e a prática é uma possibilidade a ser utilizada nos processos formativos, de forma a auxiliar na transformação e aprimoramento das práticas docentes. Cascalho, Teixeira e Meireles (2015), inclusive propuseram um curso de formação de educadores de Educação Infantil e anos iniciais do Ensino Fundamental, no qual desenvolveram tarefas a fim de estimular o raciocínio matemático no contexto de sala de aula através da resolução de problemas e utilizaram para isso a abordagem metodológica *Design Research*. Concluíram que ao implementarem as atividades os alunos desenvolveram o raciocínio juntamente com a comunicação Matemática e que o *Design Research* permitiu orientar as atividades implementadas valorizando os três pilares (resolução de problemas, raciocínio e comunicação Matemática) estabelecidos.

Diante da definição, apresentação das características, detalhamento das fases de desenvolvimento, das potencialidades apresentadas, bem como, dos exemplos mostrados, percebe-se que a escolha pela metodologia de Pesquisa de *Design* Educacional (PDE), é a mais adequada dentro do contexto do presente trabalho.

3.1 METODOLOGIA DE ELABORAÇÃO DAS ATIVIDADES DIDÁTICAS

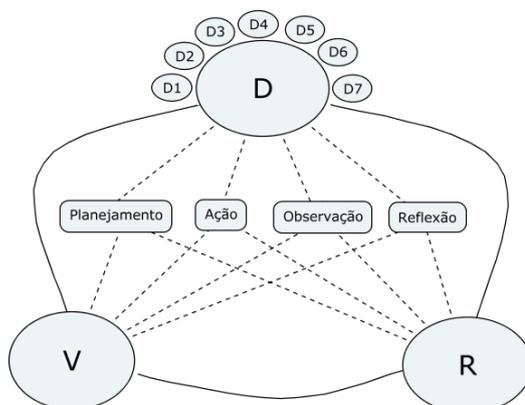
O tema para a elaboração da sequência de AD é a Geometria e o Desenho Geométrico, nos anos finais do Ensino Fundamental, pois sou professora destas disciplinas, como já

apresentado na abertura deste capítulo. A proposta curricular e a sequência a ser utilizada no desenvolvimento das AD será apresentada posteriormente no capítulo onde a descrevermos.

Ao pretendermos promover no estudante do Ensino Fundamental o desenvolvimento de competências relacionadas ao uso do computador para resolver problemas matemáticos e de outras áreas do conhecimento, acreditamos que o estímulo e a regularidade das AD propostas são fatores a serem considerados para obtermos sucesso no domínio de tais competências pretendidas. Assim sendo, apresentamos uma proposta de sequência de AD extensa, permanente e aplicada a prática escolar em longo prazo, pois segundo os PCN (2002) as propostas educacionais devem propiciar um aprendizado útil à vida e ao trabalho, no qual as informações, o conhecimento, as competências, as habilidades e os valores desenvolvidos sejam instrumentos reais de percepção, satisfação, interpretação, julgamento, atuação, desenvolvimento pessoal ou de aprendizado permanente, evitando tópicos cujos sentidos só possam ser compreendidos em outra etapa escolar. Desta forma, ao elaborarmos as AD foi importante um planejamento a longo prazo, onde foram definidos o número total de atividades que seriam elaboradas ao longo do ano, pois acreditamos que para o desenvolvimento de competências, em especial, a computacional, precisamos desenvolver um trabalho contínuo. As AD devem ser espaçadas regularmente para conseguirmos alcançar nossos objetivos. Por conseguinte, a análise da proposta curricular e estudo das potencialidades do software Geogebra permitiram antecipar que seria necessário uma sequência de 34 AD, sendo 16 AD para o 8º ano e 18 AD para o 9º ano, espaçadas ao longo do ano, para além de cobrir a proposta curricular, desenvolver a competência no uso da ferramenta computacional. A sequência com as 34 AD será detalhada no próximo capítulo onde apresentaremos todas as AD. Cabe ressaltar que, mesmo tendo um planejamento inicial do número total de AD que seriam elaboradas ao longo do ano, cada AD foi planejada após a análise da anterior.

As AD foram elaboradas e analisadas em ciclos denominados: Desenvolvimento (D), Viabilidade (V) e Receptividade (R), conforme Figura 3. O ciclo D envolve todas as etapas de desenvolvimento e implementação das sequências de AD. O ciclo V é composto pelas etapas que buscam mensurar a viabilidade das AD e o ciclo R pelas etapas que buscam caracterizar a receptividade das mesmas. Seguimos assim, uma metodologia de ciclos coordenados, na qual, cada ciclo (D - V - R) é composto por etapas estruturantes da Pesquisa-ação, Munn-Giddings (2012), planejamento, ação, observação e reflexão.

Figura 3 – Diagrama representativo da metodologia de elaboração das Atividades Didáticas



Fonte: Elaborado pela autora.

O ciclo de desenvolvimento das AD parte do princípio de que estas deverão buscar a solução de problemas reais vivenciados pelo professor pesquisador. O problema escolhido deve então ser formulado de maneira geral e depois particularizado para as necessidades que serão efetivamente trabalhadas. Neste processo são identificados as necessidades de curto, médio e longo prazos dos alunos e do professor. Também são feitos detalhamento dos objetivos didáticos pretendidos. Uma vez definido o que se deseja com as AD é iniciado um processo metodológico de *Design* e desenvolvimento ao final do qual se obtém uma sequência de AD e possíveis procedimentos de implementação. Assim, no ciclo de desenvolvimento seguimos o percurso: (D1) Definição e análise dos objetivos didáticos da AD; (D2) Definição e análise de outros conhecimentos e habilidades necessários para a aprendizagem do tópico principal da AD; (D3) Seleção e criação de recursos didáticos facilitadores para o processo de aprendizagem, como por exemplo: construções gráficas realizadas no software Geogebra; (D4) Criação do *Design* da AD, com planejamento da estrutura completa da AD com suas características (situações-problemas, textos introdutórios, imagens, problemas, questões de reflexão e orientações) e necessidades; (D5) Análise crítica da AD pelos membros do grupo de pesquisa Métodos e Processos de Ensino e Aprendizagem de Ciências (MPEAC/UFSM) para verificar sua adequação a pressupostos teóricos, nível de dificuldade, potencialidade para atingir os objetivos propostos; (D6) Inserção de pesquisa de opinião com vistas a balizar o desenvolvimento das AD subsequentes, e posteriormente, também oferecer subsídios para análise da sequência de AD. Neste instrumento, aferimos o trabalho, a dificuldade, o interesse, e de forma geral, a fim de avaliarmos como ocorreu a receptividade dos alunos frente a sequência de AD. O instrumento é apresentado aos alunos na forma de uma escala

Likert de 5 pontos, conforme ilustrado na Figura 4; e (D7) Implementação através da disponibilidade da AD aos alunos no *site*: www.ufsm.br/mpeac/vaneza, especialmente desenvolvido para este fim, onde é fixado um prazo para que os alunos a resolvam.

Figura 4 – Pesquisa de opinião de cada Atividade Didática

Opinião

Por favor vaneza, avalie essa atividade atribuindo-lhe uma nota de 1 a 5. Em sua opinião essa atividade foi,

em relação ao trabalho: * 1 (nada trabalhosa) 2 3 4 5 (muito trabalhosa)

em relação à dificuldade: * 1 (muito fácil) 2 3 4 5 (muito difícil)

em relação ao interesse: * 1 (muito tediosa) 2 3 4 5 (muito interessante)

de forma geral: * 1 (fraca) 2 3 4 5 (ótima)

Fonte: Elaborado pela autora.

Nos ciclos viabilidade (V) e receptividade (R), temos como objetivo mensurar a viabilidade e caracterizar a receptividade, seguindo também as quatro etapas: planejamento, ação, observação e reflexão. Em uma primeira aplicação das AD a questão de analisar sua viabilidade e receptividade é fundamental, pois de outro modo não haverá outras aplicações futuras e nenhuma mudança permanente na prática docente poderá ser alcançada. Dadas as características da escola em que serão aplicadas, podemos dizer que as AD serão viáveis e bem recebidas somente se os alunos (1) perceberem que estas estão de acordo com o conteúdo programático e (2) conseguirem realizá-las de modo semelhante ao planejado.

Para os alunos realizarem as AD é necessário que: (1) tenham condições materiais de fazê-las e (2) concordem em fazê-las. Para analisar estes requisitos, aplicamos um questionário inicial em que buscamos traçar o perfil dos alunos para caracterizá-los como nativos digitais e que foi aplicado antes da primeira AD. É composto por questões abertas de fechadas seguindo a escala Lickert de cinco pontos, com questões do tipo: Nível de conhecimento do computador, horas de utilização do computador, horas de acesso a internet, principal utilização do computador (como ferramenta de comunicação, análise gráfica/numérica, edição/apresentação, software didáticos), entre outras do gênero. Este questionário inicial também foi utilizado para fornecer subsídios para estimular e motivar os alunos a aceitarem as mudanças no processo de ensino e aprendizagem.

O acompanhamento sistemático e regular das AD é necessário, pois não basta aplicar a sequência, precisamos acompanhar todo seu desenvolvimento e aplicação continuamente

para posteriormente realizar modificações a fim de aprimorar as AD. Refletindo neste aspecto, o acompanhamento, planejamos e implementamos ao final de cada AD uma pesquisa de opinião, conforme Figura 4, com o intuito de captar e avaliar informações relevantes como: trabalho, dificuldade, interesse, de forma geral, no momento de execução de cada AD.

Quando analisamos a AD quanto ao trabalho o aluno avalia a atividade quanto ao esforço e o tempo que levou para realizá-la. De forma indireta, podemos saber se as AD enquadraram-se no quesito tempo adequado, as AD realmente necessitam do tempo previsto. Ao nos referimos à dificuldade, queremos avaliar o quanto difícil foi a AD proposta, ou seja, quais os obstáculos que os alunos encontraram ao longo da realização da atividade para concluí-la. Para despertar o desenvolvimento da autonomia e o interesse em descobrir coisas novas ofertamos atividades desafiantes em que era crescente o grau de dificuldade proposto nas atividades subsequentes. O terceiro item a ser avaliado na pesquisa de opinião foi o interesse. Como interesse, consideremos o quanto importante, útil e vantajoso são as AD. Também, de forma indireta, relacionamos o interesse ao engajamento e motivação dos alunos na realização das AD. Para concluir a pesquisa de opinião, optamos por realizar uma avaliação geral das atividades onde consideramos o item de forma geral. Neste item, podemos ter uma noção geral da avaliação dos alunos diante das AD individualmente. Assim sendo, ao abordarmos os quatro tópicos (trabalho, dificuldade, interesse e de forma geral) da avaliação conseguimos traçar uma visão específica de cada AD, realizamos comparações ao longo do desenvolvimento de novas AD e avaliamos a viabilidade e receptividade dos alunos em relação a sequência de atividades.

Para complementar o estudo da viabilidade e receptividade das AD traçamos estratégias para coletar informações que servem para analisar qual é a visão geral dos alunos em relação a sequência como um todo, após o processo de implementação concluído no primeiro ciclo de aplicação, ou seja, ao longo do primeiro ano de aplicação. Desta forma, elaboramos e aplicamos no final do ano letivo um questionário final, com tal intenção. Este questionário é composto por questões abertas e fechadas seguindo a escala Lickert de cinco pontos. Também com este questionário podemos analisar como foram as contribuições das AD para o aprendizado dos alunos, comparar as AD propostas com as tradicionalmente trabalhadas em sala de aula com lápis e papel e avaliar a percepção dos alunos em relação ao software Geogebra.

As etapas de ação/observação dos ciclos viabilidade (V) e receptividade (D) são feitas durante a aplicação das AD no ambiente escolar (questionário inicial e final) e extraclasse via web (pesquisa de opinião) como instrumentos de análise. A aplicação e análise do questionário inicial foi realizada no primeiro encontro com os alunos e tem como principal

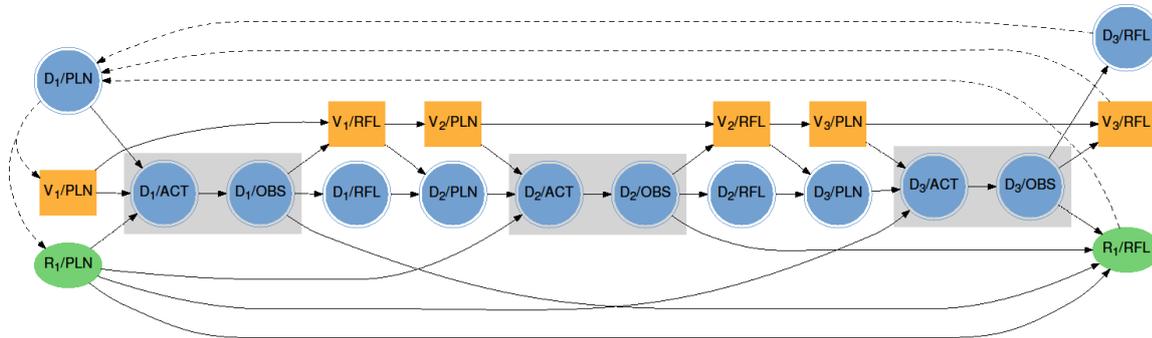
objetivo traçar o perfil dos estudantes. Com a aplicação das AD e análise preliminar das pesquisas de opinião, temos por objetivo monitorar o nível de trabalho, dificuldade, interesse e de forma geral, pois se eventualmente uma das AD se mostrar excessiva ou insuficiente nestas características, devemos ajustar o nível na próxima AD. Essa avaliação instantânea, como podemos defini-la, coleta informações precisas no momento em que o estudante está concluindo sua resolução, avaliando assim cada AD. Podemos ter assim, um acompanhamento detalhado de cada AD aplicada. Após a aplicação de toda sequência de AD, ao término do ano letivo, aplicamos um questionário final, utilizado para traçarmos uma visão global da sequência, compararmos as AD com as atividades tradicionalmente realizadas em sala de aula e para avaliarmos a percepção dos estudantes em relação ao trabalho contínuo com o software Geogebra para resolver problemas de Geometria e Desenho Geométrico.

As etapas de reflexão, são feitas imediatamente após as observações com o objetivo de analisar se o andamento das AD seguem conforme o planejado e se eventualmente alguns ajustes se fazem necessários. Ao final da aplicação, analisando os resultados de todos os instrumentos de pesquisa (questionário inicial, pesquisa de opinião e questionário final) foi possível sintetizar algumas conclusões gerais, por exemplo, se as AD são bem recebidas ou não, se os alunos se sentem motivados ou não por elas, etc.

A Figura 5 apresenta um diagrama que ilustra as principais relações desta metodologia descrita anteriormente. Neste diagrama as etapas do ciclo D são representadas por círculos azuis, etapas do ciclo V por retângulos laranjas e do ciclo R por elipses verdes. O sentido esquerda-direita estabelece a direção do tempo, logo, etapas à direita sucedem etapas à esquerda e etapas alinhadas verticalmente são simultâneas. Cada etapa é identificada pela letra com o nome do ciclo a que pertence no caso D, V ou R (com um sub-índice numérico) e uma sigla com três letras que pode ser PLN, ACT, OBS e RFL, que identificam os seus focos metodológicos que podem ser de, respectivamente, planejamento, ação, observação ou reflexão. As setas em linha sólida indicam o fluxo de tempo, informação ou especificações. Uma etapa planejamento (PLN) ligada por uma seta a uma etapa de ação (ACT) indica que esta ocorre de acordo com as especificações planejadas. A seta que liga a etapa ACT a uma etapa OBS indica que é a ação que produz os registros que são organizados na etapa de observação. A seta que liga a etapa OBS à etapa RFL indica que a reflexão ao final de uma execução do ciclo é feita sobre os registros da observação⁶.

⁶ A etapa PLN especifica todo o processo, logo também a observação e análise. Entretanto para não sobrecarregar a Figura 4, optamos por não representar setas PLN-OBS, e PLN-RFL quando o ciclo contém em si mesmo as quatro etapas (PLN-ACT-OBS-RFL). Por isso no ciclo D estas setas são omitidas, mas nos ciclos V e R, que não têm etapas ACT e OBS próprias, são representadas.

Figura 5 – Diagrama que ilustra as principais relações da metodologia adotada



Fonte: Elaborado pela autora.

Concentrando a atenção para o ciclo D (círculos azuis), é possível ver que as 12 etapas contém três sequências PLN-ACT-OBS-RFL, o que indica que este diagrama está representando três realizações sucessivas do ciclo de desenvolvimento. O sub-índice da letra que identifica o ciclo é acrescentado para facilitar a identificação da ordem de realização de alguma etapa. Desta maneira, D₁/ACT representa a etapa de ação da primeira realização do ciclo de ciclo Desenvolvimento e V₂/PLN a etapa de planejamento da segunda realização do ciclo Viabilidade.

O diagrama mostrado na Figura 5 é uma versão resumida dos diagramas reais, pois o desenvolvimento de cada AD da sequência envolve, no ciclo de desenvolvimento, uma sequência PLN-ACT-OBS-RFL. Logo, um diagrama completo mostrando os ciclos metodológicos para a sequência do 8º ano teria (16x4) círculos azuis, (16x2) quadrados laranjas e duas elipses verdes. Analogamente, no diagrama do 9º ano seriam (18x4) círculos azuis, (18x2) quadrados laranja e duas elipses verdes. Naturalmente, a Figura 5 ficaria sobrecarregada e ilegível, logo optamos pelo diagrama resumido apresentado que nos permite mostrar como ciclos distintos partilham etapas metodológicas. Note que os ciclos V e R analisam dados coletados nas etapas de observação das repetições do ciclo D. Isto é possível, pois na etapa de planejamento de V e de R elaboraram-se os instrumentos e protocolos de pesquisa que foram utilizados nas etapas de ação e observação referidas como sendo ciclo D. Porém, as setas especificam como se dão as relações, dependências e compartilhamento das etapas metodológicas de diferentes ciclos. Além desse compartilhamento, o diagrama resumido também permite observar que os ciclos podem ou não ter o mesmo período. O ciclo V tem o mesmo período que o ciclo D, pois a etapa de planejamento e reflexão do ciclo D há uma etapa correspondente no ciclo V. No entanto o

ciclo R tem período maior que os outros dois, pois a primeira etapa de reflexão do ciclo R coincide com a última dos demais ciclos. No diagrama da Figura 5 este trabalho é representado pelo ciclo R, ou seja, o ciclo que tem por objetivo fazer uma reflexão sobre a receptividade das AD.

Para a análise dos resultados foram utilizadas as abordagens quantitativa e qualitativa dos dados. Na abordagem quantitativa foram trabalhados os dados obtidos nas respostas estruturadas, focalizadas e pontuais, oriundas dos questionários aplicados, pesquisa de opinião, entre outros que são descritos posteriormente. Para interpretação dos resultados obtidos usamos ferramentas estatísticas. Foi utilizado o software Statistic 9.1 para dar suporte à análise Estatística. Na abordagem qualitativa foram analisadas as produções dos alunos.

Os dados obtidos por meio dessa participação ativa são de natureza qualitativa e analisados correspondentemente. As hipóteses são geradas durante o processo investigativo. O pesquisador busca universais concretos alcançados através do estudo profundo de casos particulares e da comparação desse caso com outros estudados também com grande profundidade (MOREIRA, 2011, p. 76).

Segundo Moreira (2011) a abordagem qualitativa vem sendo utilizada para denotar vários enfoques nas pesquisas em ensino. Ainda de acordo com o autor, o principal interesse dessa abordagem está em uma interpretação dos significados atribuídos pelos sujeitos as suas ações em uma realidade, mediante observação participativa.

4 SEQUÊNCIA DE ATIVIDADES DIDÁTICAS DE GEOMETRIA E DESENHO GEOMÉTRICO

Neste capítulo, apresentamos a sequência de AD de Geometria e Desenho Geométrico idealizada para cumprir os seguintes objetivos: (1) contextualizar os conceitos geométricos a situações reais; (2) desenvolver competências e habilidades relacionadas à utilização do computador como ferramenta Matemática; (3) motivar os alunos e (4) trabalhar o conteúdo programático habitualmente executado. Descrevemos ainda os objetivos didáticos específicos de cada uma das AD, apresentamos o software didático Geogebra escolhido como recurso didático e, posteriormente, comentamos alguns aspectos importantes para a implementação das AD.

4.1 APRESENTAÇÃO

A sequência de AD apresentada neste subcapítulo tem como objetivo primordial facilitar a aprendizagem de conceitos matemáticos através da manipulação dinâmica de representações geométricas em uma plataforma computacional provida pelo software Geogebra nas aulas de Geometria e Desenho Geométrico. Além disso, pretendemos incentivar os alunos a utilizarem ferramentas tecnológicas em suas atividades escolares de forma regular com o intuito de servir de suporte para o ensino e aprendizagem dessas disciplinas. Convém salientar que o desenvolvimento de competências relacionadas com o uso do computador como ferramenta Matemática exige o constante e sistemático contato com as mesmas. Portanto, as AD foram elaboradas considerando o caráter motivador, contextualizador, no desenvolvimento de competências e habilidades e na abordagem dos objetos do conhecimento que deveriam ser trabalhados nos anos escolares.

Assim, o planejamento e a elaboração de todas as atividades foram pensados levando em consideração a grade curricular com seus objetos de conhecimento abordados dentro das competências e habilidades que deveriam ser desenvolvidas no ano escolar em cada bimestre/trimestre, da instituição onde foi implementado o trabalho.

De acordo com a grade curricular da Escola A, os objetos do conhecimento (conteúdo programático) trabalhados no 8º ano são: em Geometria: Geometria (Ângulos, Ângulos formados por retas paralelas e uma transversal), Triângulos, Congruência de triângulos, Quadriláteros, Polígonos e Circunferências e em Desenho Geométrico: Os Entes Geométricos (Características, Ângulo), Lugares Geométricos (Circunferência, Retas perpendiculares e

mediatriz, Retas paralelas, Bissetriz, Arco capaz), Triângulos (Estudo Geral, Construção de triângulos escalenos, Construção de triângulos equiláteros, Construção de triângulos isósceles, Construção de triângulos retângulos), Quadriláteros (Estudo Geral, Construção do quadrado, Construção de losango, Construção de retângulo, Construção de paralelogramos, Construção de trapézio), Circunferência (Estudo geral, Divisão de circunferência em “n” partes congruentes, Inscrição e circunscrição de polígonos na circunferência, Posições relativas de retas e circunferências), Concordância Geométrica (Princípios fundamentais de concordância singela de retas com arcos e arcos com arcos, Concordância dupla, Gola e Ducina, método geral para obtenção de concordância composta), Retificação da Circunferência (Perímetro gráfico da circunferência – Processo de Arquimedes – problema direto, Perímetro gráfico da circunferência – Processo do segmento – soma – problema direto, Perímetro gráfico da circunferência – Processo de Terquem – problema direto).

No 9º ano em Desenho Geométrico são abordados os tópicos (conteúdo programático) na Escola A: Segmentos proporcionais (Divisão de um segmento em partes proporcionais, Terceira e quarta proporcional, Polígonos semelhantes e Homotetia), Média geométrica ou proporcional (Média geométrica ou proporcional, Determinação gráfica das expressões do tipo $\sqrt{a^2 \pm b^2 \pm c^2}$, Determinação gráfica da raiz quadrada de um número, Expressões pitagóricas e Cálculo gráfico), Equivalência de áreas (Transformações de áreas, Comparação de áreas e Operações com áreas), Transformações pontuais (Simetria axial e simetria pontual) e Curvas cônicas (Estudo da origem das curvas cônicas, Elipse, Hipérbole e Parábola).

4.2 ESTRUTURAÇÃO DAS ATIVIDADES DIDÁTICAS

As AD que compõem esta sequência foram elaboradas seguindo a metodologia descrita no capítulo anterior e apresentam características comuns entre elas em relação a sua estruturação: (1) título, (2) contextualização do objeto de conhecimento com situações reais, (3) recurso didático em arquivo do software Geogebra para construções e resoluções, (4) orientações específicas para resolução, (5) tarefa (exercícios ou problemas) e questões para reflexão e, (6) pesquisa de opinião em relação à satisfação, ao trabalho, dificuldade e interesse da atividade. A contextualização consistiu em apresentar uma situação real em que se explorou o objeto do conhecimento a ser trabalhado. Essa situação foi proposta em forma de texto informativo ou até mesmo imagens ou fotografias reais. As atividades foram disponibilizadas no formato eletrônico, no *site* criado para isso. As atividades também estão disponíveis nos Apêndices C e D. Os arquivos do software Geogebra que foram

disponibilizados como parte integrante das AD foram baixados, resolvidos e enviados novamente para análise e correção. As orientações apontaram ações específicas e necessárias para a resolução das atividades, em poucas atividades as orientações seguiram um passo a passo, pois parte-se do pressuposto que a escolha de caminhos e soluções alternativos são interessantes e necessárias para a aprendizagem do aluno. As atividades mais abertas fazem com que se explore uma gama maior de soluções, reflexões e argumentos em torno do que está sendo estudado. Enquanto que nas questões abertas ou fechadas são possíveis várias soluções ou uma única solução. Principalmente, nas construções geométricas, esperamos que o aluno simule novos comportamentos dinâmicos, mantendo as propriedades geométricas, reflita e argumente sobre tais comportamentos diante das questões propostas. Para finalizar cada atividade o aluno teve que responder uma pesquisa de opinião em relação à satisfação, ao trabalho, dificuldade e interesse pela atividade, para isso, foram elaboradas afirmativas com cinco possíveis respostas, seguindo assim a Escala Likert com cinco níveis, conforme Figura 4 apresentada anteriormente.

O material foi elaborado seguindo a sequência didática já apresentada. A sequência de AD adotada é a trabalhada na instituição onde se desenvolve o trabalho (Escola A) e complementa mais do que deve ser focado segundo os PCN. Quanto aos objetos do conhecimento de Geometria, observa-se também que é o mesmo sugerido nos livros didáticos pesquisados: Giovanni e Castrucci (2009), Iezzi, Dolce e Machado (2009), Centurión e Jakubovic (2012), Bigode (2013) e Dante (2013).

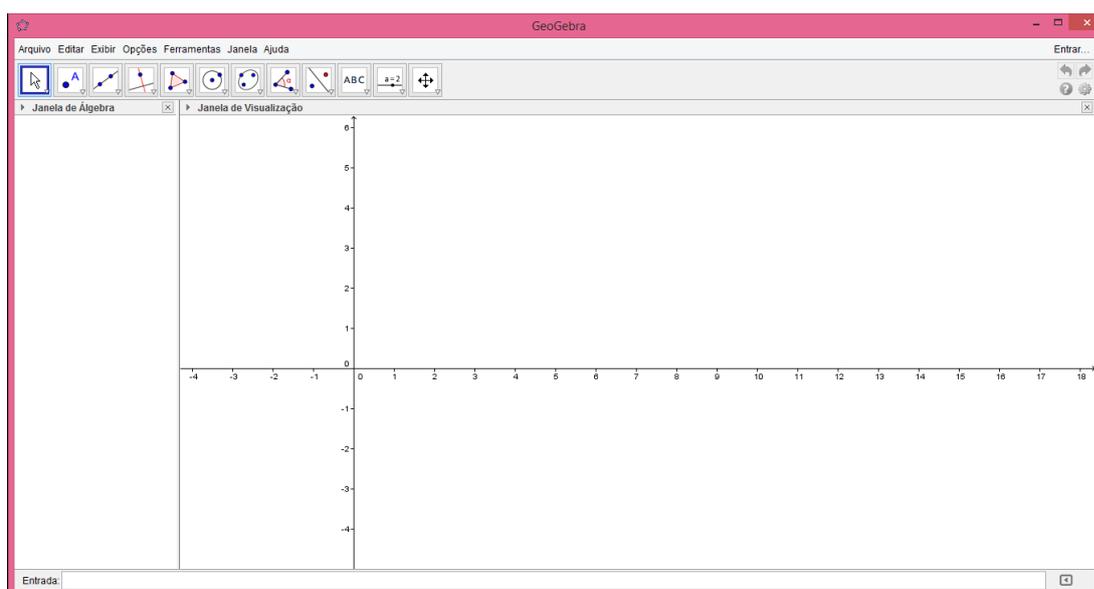
Convém salientar que as AD são apresentadas em distintos graus de dificuldade, ou seja, partiram-se de AD muito similares as trabalhadas convencionalmente na instituição para não destoar muito do trabalho que se vinha fazendo, com gradativo diferenciamento. Quanto a grau de dificuldade e complexidade, procurou-se aumentar aos poucos, conforme as atividades eram propostas e o domínio das ferramentas tecnológicas iam aumentando. No primeiro momento, a intenção foi a ambientação com *site*, software Geogebra e metodologia empregada, para posterior alcance dos objetivos propostos e desenvolvimento das competências esperadas.

Em suma, nossa abordagem didática consistiu em trabalhar objetos do conhecimento de Geometria e Desenho Geométrico dos anos finais do Ensino Fundamental, empregando o software Geogebra para propor AD contextualizadas e mais motivadoras. Em nosso trabalho também utilizamos a denominação AGDA, quando nos referimos ao software Geogebra.

4.3 DESCRIÇÃO DAS FUNCIONALIDADES DO SOFTWARE GEOGEBRA

No software Geogebra a tela inicial é composta por: Barra de Menu, Barra de Ferramentas, Janela de Álgebra, Janela de Visualização e Campo de Entrada, conforme podemos observar na Figura 6.

Figura 6 – Tela do software Geogebra



Fonte: Elaboração da autora.

A barra de ferramentas do software Geogebra é composta por doze janelas, sendo que cada janela possui várias ferramentas, para visualizar todas estas ferramentas basta clicar no ícone no canto inferior esquerdo para aparecer as diversas opções. Entre as opções de forma geral, temos: opção para mover objetos, criar diversos tipos de pontos, retas, semirretas, segmentos de retas, vetores, polígonos, círculos, semicírculos, arcos, setor circular, curvas cônicas, ângulos, distâncias, perímetros, áreas, inclinação, reflexão, homotetia, seletor, caixa para exibir objetos, imagens e texto. Também é complementado pelo zoom, exibir ou esconder objetos ou rótulos. Ressaltamos que as funções podem ser acessadas tanto via botões na barra de ferramenta, quanto pelo campo de entrada.

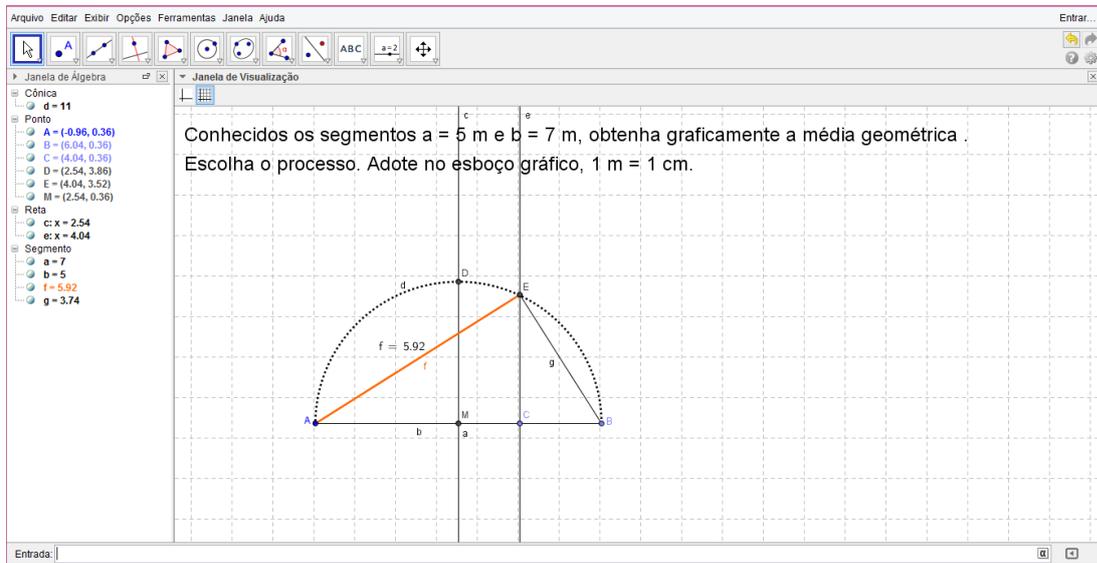
O campo de entrada fica na área inferior da tela, nela é possível trabalhar no software Geogebra utilizando comandos escritos. Os operadores utilizados no campo de entrada são basicamente os mesmo inseridos em softwares matemáticos, como por exemplo: $M=\text{PontoMédio}[A,B]$, $\text{Polígono}[A,B,C]$, $m=\text{Mediatriz}[A,M]$, outros.

A coluna da esquerda apresenta a janela de álgebra, a função desta janela é de exibir as informações algébricas dos objetos que estão na janela de visualização, inicialmente é apresentado o nome do objeto e na sequência a informação algébrica.

Tanto na janela de álgebra como na de visualização, é possível utilizar a botão direito do mouse com funções específicas para alteração de propriedades dos objetos construídos.

A janela de visualização é a maior área da tela, nela são feitas todas as construções desejadas. Inicialmente é apresentado o eixo cartesiano, mas ele pode ser excluído se assim desejar e também é possível a inserção de uma malha quadriculada nessa área. Todo o trabalho se desenvolve nessa área. Para escolher uma determinada função, clica-se no ícone desejado na barra de ferramentas e em seguida, clica-se na janela de visualização onde se quer que o objeto comece a ser construído. Na Figura 7, podemos ver um exemplo de uma construção de Desenho Geométrico referente processo subtrativo para obtenção gráfica da Média Geométrica realizada no software Geogebra. A obtenção da Média Geométrica através da construção gráfica pode ser feita por dois processos distintos, o aditivo e o subtrativo. Nesse exemplo apresentado foi utilizado o processo subtrativo que consiste em: Dado dois segmentos quaisquer se constrói o maior deles e sobre esse. A partir do ponto inicial dele se constrói o outro segmento (o menor), em seguida se constrói a mediatriz do segmento maior. Uma reta paralela a mediatriz sobre o ponto final do segmento menor, e uma semicircunferência com centro no ponto médio do segmento maior, e raio igual a metade do segmento maior. Por fim, com o ponto obtido da intersecção da reta paralela construída anteriormente e da semicircunferência é possível desenhar um triângulo retângulo inscrito na semicircunferência, logo o segmento resposta (Média Geométrica), é o cateto adjacente em relação ao ponto inicial dos segmentos desenhados no início da construção gráfica.

Figura 7 – Construção geométrica realizada no software Geogebra



Fonte: Elaborado pela autora.

Esta breve descrição de detalhes do software Geogebra focou-se na área de geometria plana básica, pois o nosso trabalho se desenvolve nesta área com alunos dos anos finais do Ensino Fundamental. Vale lembrar que muitas outras são as ferramentas e opções de trabalho com o software, inclusive funções, trigonometria, geometria espacial, probabilidade e estatística, ou seja, muitas áreas da Matemática podem utilizar este recurso didático, em todos os níveis de ensino.

Convém ressaltar que o software Geogebra permite que se insira textos na janela de visualização, podem ser textos simples ou também com uso de símbolos matemáticos usando LaTeX⁷.

Conforme foi descrito anteriormente no Capítulo 2, o software Geogebra é um recurso que possibilita simular diversos comportamentos em um curto espaço de tempo e com mais precisão do que uma construção manualmente. Mesmo movendo os objetos vale salientar que as características geométricas permanecem.

4.4 ATIVIDADES DIDÁTICAS PLANEJADAS

Apresentamos 34 AD de Geometria e Desenho Geométrico, sendo destas, 16 para o 8º ano e 18 para o 9º ano do Ensino Fundamental. O número de AD é expressivo, pois parte-se da premissa que para se desenvolver competências relacionadas ao uso do computador como

⁷ Sistema que fornece um conjunto de comandos de alto nível para diagramação de textos, amplamente utilizado na produção de textos matemáticos e científicos com alta qualidade tipográfica.

ferramenta Matemática é necessário o uso constante e sistemático destas ferramentas na prática pedagógica. Todas as AD planejadas são de autoria própria, contando esporadicamente com a utilização de imagens e situações já existentes, mas adaptadas e referenciadas.

4.4.1 Detalhamento das Atividades Didáticas

O Quadro 1, a seguir, traz as atividades didáticas aplicados ao 8º ano na disciplina de Geometria com: número da AD, nome da AD, desafios ou recursos utilizados, conceitos abordados (objeto do conhecimento), bem como os objetivos específicos de cada AD.

Quadro 1 – Síntese da sequência de Atividades Didáticas para o 8º Ano do Ensino Fundamental – Geometria

(continua)

Número da AD	Nome da AD	Desafios/Recursos	Conceitos Abordados	Objetivos Específicos
1	Retas	O aluno é desafiado a reconstruir a imagem dada com as ferramentas básicas de Geometria do software Geogebra. Foi disponibilizado um arquivo do software Geogebra com a imagem e os alunos podem utilizar as ferramentas: retas, semirretas, segmentos de retas, ponto médio, retas perpendiculares e paralelas.	Ângulos (Reta, Semirreta, Segmento de reta, Ponto médio e Posições relativas de duas retas em um plano).	<ul style="list-style-type: none"> - Manipular as ferramentas básicas de geometria do software Geogebra; - Habituarse à utilização do <i>site</i> utilizado para depósito das AD; - Reconhecer e identificar retas, semirretas, segmentos de retas, ponto médio, retas perpendiculares e paralelas.
2	Mediatriz	O desafio dado aqui é uma proposta de construção civil onde o aluno aprimora a construção da atividade anterior, ou seja, faça uso de outras ferramentas disponíveis no software Geogebra, como: mediatriz, bissetriz e ângulos, para seguir as regras levadas em consideração na execução de um projeto real da construção civil.	Ângulos (Mediatriz de um segmento, Posições relativas de duas retas em um plano, Ângulos reto, obtuso e agudo e Bissetriz de um ângulo).	<ul style="list-style-type: none"> - Relacionar os conceitos adquiridos sobre ângulos a aplicações reais; - Observar e identificar quais melhorias são necessárias para serem utilizadas e torná-las adequadas nas regras da construção civil; - Manusear corretamente as ferramentas do software Geogebra: mediatriz, bissetriz e ângulos.
3	Ângulos	O desafio da atividade é a construção do percurso de um caiaque na travessia de um lago seguindo as orientações dadas para se chegar ao destino final e resolver o problema aplicando ferramentas do software. Foi disponibilizado a situação problema com orientações e um arquivo do software Geogebra com ilustração do lago, caiaque e a largada.	Ângulos (Ângulos e Ângulos formados por retas paralelas e uma transversal).	<ul style="list-style-type: none"> - Ler e interpretar coerentemente o problema proposto, a fim de representá-lo e resolvê-lo; - Reconhecer ângulos como mudança de direção ou giros, identificando os ângulos formados; - Identificar e reconhecer as propriedades dos ângulos opostos pelo vértice, ângulos congruentes, ângulos complementares e suplementares e ângulos formados por feixes de retas paralelas cortadas por retas transversais; - Calcular deslocamento e distância percorrida; - Utilizar as ferramentas de ângulos disponíveis no software Geogebra.

(continua)

4	Triângulos	O desafio é identificar a presença dos triângulos nas mais diversas situações reais, como por exemplo, nas construções civis. Com o auxílio do software Geogebra construir triângulos levando em consideração os casos onde: (1) são conhecidos os três lados; (2) são conhecidos dois ângulos e o lado compreendido entre eles e, (3) são conhecidos dois lados e o ângulo formado por esses lados, a fim de identificar qual é a condição de existência de um triângulo.	Triângulos (Condição de existência e classificação).	<ul style="list-style-type: none"> - Verificar através da construção de triângulos quais são os casos possíveis de construção; - Identificar qual é a condição de existência de um triângulo a partir de um desafio; - Classificar os triângulos quanto aos lados e ângulos.
5	Cevianas Notáveis	Essa AD se destaca pela construção de triângulos quaisquer com suas Cevianas Notáveis (medianas, alturas e bissetrizes) e seus respectivos pontos notáveis (baricentro, ortocentro e incentro), a fim perceber algumas características de cada uma delas.	Triângulos (Cevianas Notáveis).	<ul style="list-style-type: none"> - Construir um triângulo qualquer com suas três medianas e seu ponto de encontro (baricentro) a fim de verificar qual é a influência do baricentro na divisão das medianas; - Construir um triângulo qualquer com suas três alturas e ortocentro a fim de classificá-lo; - Construir um triângulo qualquer com suas bissetrizes e seu ponto de encontro.
6	Teorema Angular de Tales	O grande desafio nesta AD é de fazer a demonstração construída do Teorema Angular de Tales no software Geogebra utilizando como pré-requisitos ângulos formados por retas paralelas e uma transversal. Foi disponibilizado um arquivo contendo orientações dos procedimentos que se devem ser adotados.	Triângulos (Teorema Angular de Tales).	<ul style="list-style-type: none"> - Demonstrar através da construção o Teorema Angular de Tales a fim de compreender as relações existentes e não somente memorizá-lo; - Verificar, em diversos triângulos, que a soma dos ângulos internos de qualquer triângulo resulta em 180°.
7	Teorema de Pitágoras	O Teorema de Pitágoras é um dos teoremas mais conhecidos da Geometria Plana. É de fundamental importância conhecer sobre origem, demonstrações e aplicações. Nessa atividade, o desafio está em demonstrar geometricamente o teorema de Pitágoras. Foram disponibilizadas três medidas de lados para a construção de um triângulo retângulo e orientações para que se faça a demonstração do Teorema de Pitágoras.	Triângulos (Teorema de Pitágoras).	<ul style="list-style-type: none"> - Conhecer a origem do teorema de Pitágoras; - Construir um triângulo retângulo a partir de três lados fornecidos; - Verificar através das áreas dos quadrados construídos sobre os lados do triângulo retângulo a veracidade do teorema de Pitágoras.

(continua)

8	Propriedades dos Triângulos Isósceles	Esta atividade fundamentou-se pela construção de um Triângulo Isósceles com suas características e propriedades, a fim de realizarem a verificação geométrica de uma de suas propriedades.	Triângulos (Triângulo Isósceles).	<ul style="list-style-type: none"> - Construir um triângulo isósceles obedecendo suas características e propriedades; - Verificar e provar através de construção geométrica que em todo triângulo isósceles, a mediana, a altura e a bissetriz relativa à base coincidem.
9	Concurso “Fazendo Arte no Geogebra”	O desafio proposto foi a criação de uma imagem com a utilização de todos os recursos disponíveis no software Geogebra e utilizando os conhecimentos adquiridos nas aulas de Geometria e Desenho Geométrico.	Conceitos geométricos no geral.	<ul style="list-style-type: none"> - Criar livremente uma imagem considerada bonita com o auxílio do software Geogebra; - Utilizar os conhecimentos geométricos relacionando-os com a arte; - Expressar se livremente através da arte.
10	Soma dos Ângulos Internos de Um Quadrilátero Convexo	O aluno foi desafiado a construir um quadrilátero convexo qualquer, medir seus ângulos internos e a partir dele brincar de quebra-cabeça, ou seja, em torno de um ponto qualquer deveria ser capaz de encaixar os quatro ângulos internos do quadrilátero que desenhou a fim de verificar a relação em que a soma das medidas dos ângulos internos de um quadrilátero convexo é 360° .	Quadriláteros (Soma das medidas dos ângulos internos de um quadrilátero convexo).	<ul style="list-style-type: none"> - Construir um quadrilátero convexo qualquer e medir seus ângulos internos com os recursos do software Geogebra; - Verificar, em diversos quadriláteros convexos, através de um processo prático, que a soma das medidas dos ângulos internos de um quadrilátero convexo é 360°.
11	Número de Ouro	Essa AD foi composta por um vídeo motivador <i>Donald no país da Matemática</i> , atividade prática para obtenção do Número de Ouro a partir de medições do corpo humano e da construção de um segmento áureo no software Geogebra com investigação de situações reais em que seja possível identificar a presença do Número de Ouro.	Quadriláteros, nos tópicos de Geometria e Números Reais (Números irracionais - número de ouro), nos tópicos de Álgebra.	<ul style="list-style-type: none"> - Identificar e relacionar os principais objetos matemáticos presentes no vídeo motivador: número de ouro, retângulo de ouro, espiral, relações sobre o pentágono, propriedades do número de ouro; - Conhecer a proporção áurea e sua relação com as artes, construções, natureza, ser humano, entre outros; - Construir um segmento áureo com as propriedades trabalhadas no software Geogebra, a fim de encontrar o número de ouro; - Identificar a relação que caracteriza um segmento áureo.
12	Retângulo Áureo	Essa atividade foi complementar a anterior, pois a partir do conhecimento da existência do Número de Ouro foi necessário abordar a construção do retângulo e espiral áurea no software Geogebra.	Quadriláteros (Retângulo áureo).	<ul style="list-style-type: none"> - Construir um retângulo e uma espiral áurea com as propriedades trabalhadas no software Geogebra, a fim de encontrar o número de ouro; - Identificar a relação que caracteriza um retângulo áureo; - Identificar em situações reais a presença do retângulo áureo e também da espiral áurea.
13	Simetria	A partir de um texto introdutório sobre o que é simetria e quais são os seus tipos, a atividade disponibiliza a imagem de um polígono côncavo para se construir os simétricos em relação a um ponto (simetria central) e a um eixo dado (simetria axial), utilizando para isso os recursos do software Geogebra, reflexão em torno de um ponto e em torno de uma reta.	Polígonos (Simetria central e axial).	<ul style="list-style-type: none"> - Construir polígonos simétricos ao original a partir de um ponto e um eixo, utilizando corretamente as ferramentas disponíveis no software Geogebra; - Perceber e compreender quais são as características e propriedades que se mantem ou se alteram entre a figura original e a simétrica; - Reconhecer figuras simétricas identificando simetria axial e simetria central.

(conclusão)

14	Posições Relativas de Duas Circunferências	O desafio identificar as posições relativas de duas circunferências em fractais. Três tipos de fractais circulares foram disponibilizados para a partir destes classificar as circunferências de acordo com a posição que ocupam e também para servir de inspiração para a construção de novos fractais.	Circunferências (Posições relativas de duas circunferências).	<ul style="list-style-type: none"> - Classificar as circunferências de acordo com sua posição relativa; - Compreender a lógica de um fractal para construir um novo fractal no software Geogebra.
15	Ângulos Inscritos	Nesta AD, foi necessária a construção de uma circunferência de raio qualquer, a marcação de um ângulo inscrito, um ângulo central correspondente, as medidas desses ângulos e o preenchimento da planilha disponibilizada. Para fazer o preenchimento da planilha com os valores dos ângulos inscritos e centrais foi necessário mover o vértice do ângulo inscrito várias vezes a fim de verificar qual foi a relação existente entre os valores dos Ângulos Centrais e Ângulos Inscritos.	Circunferências (Ângulo Central e Ângulo Inscrito).	<ul style="list-style-type: none"> - Construir ângulos centrais e inscritos em uma circunferência no software Geogebra; - Identificar a relação existente entre as medidas dos ângulos centrais e inscritos em uma circunferência; - Verificar que a medida do ângulo inscrito em uma circunferência é a metade da medida do arco que ele determina na circunferência.
16	Curvas Cônicas	O desafio foi identificar no cotidiano imagens que representam as curvas cônicas trabalhadas (Circunferência, Elipse, Hipérbole e Parábola), fotografá-las e identificá-las no software Geogebra.	Circunferência.	<ul style="list-style-type: none"> - Identificar em situações e objetos a presença das curvas cônicas; - Perceber que a circunferência é uma das curvas cônicas; - Diferenciar cada uma das curvas cônicas segundo suas características e propriedades; - Classificar e representar sobre as imagens a presença das curvas cônicas.

Fonte: Elaborado pela autora.

No Quadro 2, sintetizamos a sequência de atividades didáticas aplicada no 9º ano na disciplina de Desenho Geométrico enfocando: número da AD, nome da AD, desafios ou recursos utilizados, conceitos abordados (objeto do conhecimento), bem como os objetivos específicos de cada AD.

Quadro 2 – Síntese da sequência de Atividades Didáticas para o 9º Ano do Ensino Fundamental – Desenho Geométrico

(continua)

Número da AD	Nome da AD	Desafios/Recursos	Conceitos Abordados	Objetivos Específicos
1	Divisão Proporcional de Segmentos	O desafio foi resolver geometricamente a situação problema dada, com a utilização das ferramentas do software e sem o uso dos materiais de desenho básicos, como régua e par de esquadros, os alunos deveriam solucionar o problema. Foi fornecida uma situação real para encontrar geometricamente a solução com o auxílio do software Geogebra.	Divisão de um segmento em partes proporcionais.	<ul style="list-style-type: none"> - Dividir segmentos de diferentes tamanhos em partes proporcionais; - Aplicar os fundamentos do Teorema de Tales na resolução de problemas reais; - Proporcionar condições para que o aluno manuseie o software Geogebra e tire conclusões; - Familiarizar os alunos com o uso de software Geogebra e com a utilização do <i>site</i> usado para depósito das AD.

(continua)

2	Quarta Proporcional	Essa AD justificou-se pela importância do estudo do Teorema de Tales e sua aplicabilidade ao mundo real e a necessidade do domínio dos conceitos de proporcionalidade e paralelismo abordados assim como dos recursos digitais disponíveis no software. Foi ofertado um problema onde são fornecidos três segmentos conhecidos e foi necessário encontrar através de um esboço gráfico o quarto segmento proporcional aos dados.	Quarta proporcional.	<ul style="list-style-type: none"> - Resolver situações que envolvam a ideia de proporcionalidade; - Encontrar o quarto segmento a partir de três segmentos dados, provando de forma construída que o produto dos meios é igual ao produto dos extremos; - Utilizar os conhecimentos do teorema de Tales na divisão geométrica de um segmento em partes diretamente ou inversamente proporcionais.
3	Polígonos Semelhantes	O desafio foi construir geometricamente uma figura semelhante à figura fornecida, ou seja, uma caixa de pizza, obedecendo a razão de semelhança dada. Para a resolução da mesma foi fornecida a razão de semelhança e a imagem sobre a qual se deve trabalhar.	Polígonos semelhantes.	<ul style="list-style-type: none"> - Construir geometricamente um polígono semelhante utilizando o software Geogebra; - Identificar através da razão de semelhança se é uma redução ou ampliação da figura; - Compreender que o conceito de semelhança está associado às ideias de razão, proporcionalidade, distâncias, ângulos, retas paralelas, ampliações e reduções; - Reconhecer as diferenças entre figuras semelhantes, equivalentes, congruentes e diferentes.
4	Homotetia	O desafio principal nesta atividade foi relacionar o texto informativo e imagem ilustrativa (<i>O olho e a máquina fotográfica</i>) com o objeto de conhecimento abordado, Homotetia. Foi fornecido o texto informativo descrevendo uma situação real onde se pode observar a aplicabilidade de Homotetia e a partir da imagem e razão fornecida se deveria identificar qual foi o tipo de Homotetia para se fazer a construção geométrica.	Homotetia.	<ul style="list-style-type: none"> - Ler e interpretar o texto informativo a fim de relacioná-lo com o assunto abordado; - Construir geometricamente uma figura homotética respeitando a razão dada; - Reconhecer a partir da razão dada qual é o tipo de homotetia trabalhada, ou seja, direta ou inversa, de ampliação ou redução; - Identificar a homotetia como transformação pontual.
5	Média Geométrica	O desafio foi trabalhar com dados reais referentes a notas obtidas no 1º bimestre do ano letivo na disciplina de Desenho Geométrico. Conhecidas as notas era preciso encontrar graficamente a Média Geométrica delas e analisar qual foi a melhor opção para suas notas, o emprego da Média Aritmética ou Média Geométrica, justificando os pontos positivos e negativos de cada uma delas.	Média Geométrica ou Proporcional.	<ul style="list-style-type: none"> - Escolher o melhor caminho para a solução da atividade; - Identificar e aplicar a média geométrica através do processo aditivo ou subtrativo; - Comparar e tirar conclusões diante da solução gráfica obtida; - Reconhecer na construção gráfica qual é a resposta da atividade.

(continua)

6	Média Geométrica ou Proporcional	Foi disponibilizada ao aluno uma imagem real de uma ponte formada por vários arcos que representam semicircunferências. A partir da imagem e na posse de valores reais obtidos do tamanho da ponte foi necessário encontrar graficamente a Média Geométrica desses valores.	Média Geométrica ou Proporcional.	<ul style="list-style-type: none"> - Compreender e reconhecer as relações métricas do triângulo retângulo traduzidas na média geométrica; - Representar graficamente através do processo aditivo ou subtrativo, a média geométrica de dois segmentos.
7	Determinação Gráfica da Raiz Quadrada de Um Número	O desafio foi determinar graficamente a raiz quadrada de um número e não algebricamente. Foi disponibilizada uma situação real com a imagem da frente da Escola A onde aparece o mastro das bandeiras onde era possível identificar o formato de dois triângulos retângulos. A questão foi encontrar a medida das cordas do mastro a partir de uma raiz quadrada fornecida que representa o valor esperado.	Média Geométrica ou Proporcional (Determinação gráfica da raiz quadrada de um número).	<ul style="list-style-type: none"> - Encontrar graficamente a raiz quadrada de um número através da média geométrica ou processo do triângulo retângulo; - Solucionar a situação dada a partir do resultado obtido na construção.
8	Expressões Pitagóricas	Nesta atividade, será necessário fazer a representação gráfica de duas Expressões Pitagóricas a fim de se encontrar os valores delas para concluir a atividade com a construção de um retângulo com os valores encontrados.	Média Geométrica ou Proporcional (Expressões Pitagóricas).	<ul style="list-style-type: none"> - Resolver graficamente problemas que envolvam expressões pitagóricas simples e reiteradas; - Construir um retângulo a partir das medidas encontradas nas expressões pitagóricas.
9	Expressões na forma $\sqrt{a^2 \pm b^2 \pm c^2}$	A partir de uma situação real envolvendo o número de acesso à rede social (<i>Facebook</i>) dos alunos se chegou uma expressão na forma. A expressão foi disponibilizada para se encontrar a solução gráfica.	Média Geométrica ou Proporcional (Expressões na forma $\sqrt{a^2 \pm b^2 \pm c^2}$).	<ul style="list-style-type: none"> - Solucionar a atividade dada com a construção gráfica da expressão fornecida; - Escolher o melhor processo para a solução gráfica da atividade.
10	Concurso “Fazendo Arte no Geogebra”	A AD se diferencia das anteriores, pois foi em caráter voluntária, ou seja, por ser no recesso escolar os alunos foram convidados a participar. Nela o desafio proposto foi a criação de uma imagem considerada bonita com a utilização de todos os recursos disponíveis no software Geogebra e os conhecimentos adquiridos nas aulas de Geometria e Desenho Geométrico.	Conceitos geométricos em geral.	<ul style="list-style-type: none"> - Criar livremente uma imagem considerada bonita com o auxílio do software Geogebra; - Utilizar os conhecimentos geométricos relacionando-os com a arte; - Expressar se livremente através da arte.
11	Equivalência de Triângulos	O desafio foi construir Triângulos Equivalentes a partir de triângulos dados, levando em consideração os conceitos de Equivalências de Áreas trabalhados e que triângulos equivalentes têm a mesma base e mesma altura.	Equivalência de Áreas (Equivalência de Triângulos).	<ul style="list-style-type: none"> - Compreender o conceito de equivalência de áreas de triângulos; - Construir triângulos retângulo, escaleno e isósceles equivalentes a partir dos disponibilizados, utilizando o software Geogebra; - Aplicar adequadamente os procedimentos para a obtenção de triângulos equivalentes.

(continua)

12	Comparação de Áreas	Nesta atividade foi proposta uma situação problema envolvendo as mesas dos refeitórios da Escola A. Para resolver o problema foram fornecidas as medidas de duas mesas, uma circular e outra retangular, foi necessário fazer a quadratura das mesas para verificar qual das mesas possui maior área e resolver o problema.	Equivalência de Áreas (Comparação de Áreas).	<ul style="list-style-type: none"> - Aplicar os conhecimentos de desenho geométrico a uma situação real; - Fazer a quadratura de um retângulo e de um círculo utilizando os procedimentos adequados no software Geogebra; - Comparar diferentes áreas de figuras geométricas.
13	Equivalência entre Polígonos e Quadratura	Para a resolução desta atividade foi disponibilizado uma situação envolvendo duas figuras geométricas equivalentes, a lousa eletrônica e o quadro branco, com as medidas das duas alutas e uma das bases. Era necessário encontrar a outra base com os conceitos de equivalência e fazer a quadratura que foi solicitada.	Equivalência de Áreas (Comparação de Áreas).	<ul style="list-style-type: none"> - Fazer a quadratura de um polígono qualquer no software Geogebra; - Igualar áreas de polígonos equivalentes a fim de encontrar variáveis desconhecidas.
14	Transformações Pontuais	A partir de um texto introdutório sobre o que é Simetria e quais são os seus tipos, a atividade disponibilizou a imagem de um polígono côncavo para construir os simétricos em relação a um ponto (Simetria Central) e a um eixo dado (Simetria Axial), utilizando para isso os recursos do software Geogebra, reflexão em torno de um ponto e em torno de uma reta.	Transformações Pontuais (Simetria Axial e Simetria Central).	<ul style="list-style-type: none"> - Construir figuras simétricas em relação a um ponto e um eixo dado, utilizando corretamente as ferramentas disponíveis no software Geogebra ou utilizando os procedimentos geométricos trabalhados para isso; - Perceber e compreender quais são as características e propriedades que se mantem ou se alteram entre a figura original e a simétrica; - Reconhecer figuras simétricas identificando simetria axial e simetria central.
15	Elipse	O desafio foi construir uma Elipse sendo disponibilizado o eixo maior e a distância focal e verificar qual era a propriedade que define uma elipse a partir da relação de dois raios vetores de um mesmo ponto da curva.	Curvas Cônicas (Elipse).	<ul style="list-style-type: none"> - Construir uma elipse no software Geogebra a partir do eixo maior e da distância focal dados; - Definir uma elipse como sendo o lugar geométrico dos pontos cujas distâncias a dois pontos fixos tem a soma constante igual a medida do eixo maior; - Verificar a relação existente entre dois raios vetores de um mesmo ponto da curva com o eixo maior.
16	Hipérbole	O desafio foi construir uma Hipérbole, sendo disponibilizado o eixo transverso e a distância focal e de verificar qual era a propriedade que define uma Hipérbole a partir da relação de dois raios vetores de um mesmo ponto da curva.	Curvas Cônicas (Hipérbole).	<ul style="list-style-type: none"> - Construir uma hipérbole no software Geogebra a partir do eixo transverso e da distância focal dados; - Definir uma hipérbole como sendo o lugar geométrico dos pontos cujas distâncias a dois pontos fixos tem a diferença constante igual a medida do eixo transverso ou real; - Verificar a relação existente entre dois raios vetores de um mesmo ponto da curva com o eixo transverso ou real.

(conclusão)

17	Parábola	O desafio foi construir uma Parábola sendo disponibilizado o parâmetro e verificar qual era a propriedade que define uma Parábola.	Curvas Cônicas (Parábola).	<ul style="list-style-type: none"> - Construir uma parábola no software Geogebra a partir do parâmetro dado; - Definir uma parábola como sendo o lugar geométrico dos pontos do plano cuja distância de um ponto P a um ponto fixo é igual à distância de um ponto P a uma reta fixa (diretriz); - Verificar a relação existente entre a distância de um ponto P a uma reta fixa (diretriz).
18	Curvas Cônicas	O desafio foi identificar imagens no cotidiano que representam as Curvas Cônicas trabalhadas (Circunferência, Elipse, Hipérbole e Parábola), fotografá-las e identificá-las no software Geogebra.	Curvas Cônicas.	<ul style="list-style-type: none"> - Identificar em situações e objetos a presença das curvas cônicas; - Diferenciar cada uma das curvas cônicas segundo suas características e propriedades; - Classificar e representar sobre as imagens a presença das curvas cônicas.

Fonte: Elaborado pela autora.

4.4.2 Sugestões para o uso da sequência de Atividades Didáticas

Essa sequência foi planejada para ser utilizada em todo ano letivo, nas disciplinas de Geometria do 8º ano e Desenho Geométrico do 9º ano do Ensino Fundamental, de forma regular e em consonância com os conteúdos programáticos da grade curricular da Escola A. Desta forma, aconselhamos que seja disponibilizada no mínimo uma AD por semana ou a cada duas semanas. Esses requisitos são necessários para acompanhar o conteúdo programático, manter uma regularidade para o desenvolvimento de competências específicas, e atender a necessidade de flexibilidade dos prazos, pois os estudantes precisam gerenciar o tempo a fim de realizarem outras atividades escolares de outras disciplinas.

Antes de iniciar a implementação das AD, recomendamos duas aulas de 45 minutos com a finalidade de fornecer explicações de como as atividades se desenvolverão, o funcionamento, utilização e posterior cadastro dos alunos no *site* já mencionado, e, apresentação do software Geogebra, na qual as AD serão resolvidas. Nesse momento, é importante que o professor mostre exemplos e faça construções no software Geogebra apresentando suas ferramentas mais utilizadas.

Em relação à implementação das atividades é importante que seja feita de maneira coordenada aos conteúdos trabalhados em sala de aula, caso contrário, podem não despertar interesse dos estudantes. Assim, sugerimos que os conteúdos sejam trabalhados normalmente em sala de aula de acordo com os critérios e estratégias didáticas de cada professor e após isso, seja proposta a AD aos alunos, mostrando-a e explicando-a para os discentes. Lembramos que toda a sequência de AD foi pensada para ser trabalhada em casa, ou seja, no contra turno escolar, pois devido ao pouco tempo em sala de aula (duas horas-aulas semanais)

e ao caráter de desafio das AD, que requer ao aluno tempo para buscar, investigar e refletir sobre possíveis soluções para as tarefas propostas.

Outro fator, que se aconselha para a aplicação das AD, no contra turno escolar é o desenvolvimento de autonomia, reponsabilidade e disciplina, uma vez que o estudante escolhe em que momento vai realizar sua AD, e que recursos vai utilizar, quanto tempo vai demorar para solucioná-la e quando vai enviá-la. Sabemos a necessidade de incentivarmos nos estudantes o desenvolvimento da autonomia e competências relacionadas ao uso do computador de maneira educativa e não somente ao lazer. Dessa maneira estaremos contribuindo para o desenvolvimento de uma atitude comportamental e formativa.

Eventualmente poderão surgir dúvidas na realização das AD. Recomendamos, assim, que seja reservado um espaço de tempo nas aulas semanais para os estudantes tirarem suas dúvidas ou até mesmos que procurem os professores em outros horários para sanar suas indagações. Convém destacar que, nesses momentos de esclarecimento de dúvidas não é conveniente o professor direcionar possíveis soluções para as tarefas e não solucionar a AD para o estudante, apenas provocá-lo na busca de soluções.

O envio e a correção das AD ocorrem por meio digital, ou seja, os alunos enviam suas produções através do *site* e o professor faz suas correções também através dele. O docente tem acesso a atividade de cada aluno, sendo possível identificar quando o mesmo enviou a atividade, o endereço *Internet Protocol* (IP) do computador na rede no qual foi feito a tarefa, entre outras informações. O professor tem acesso às tabelas e relatórios que facilitam o controle e análises sobre as participações dos discentes. As correções são pessoais pois o professor abre os arquivos dos alunos individualmente.

5 APLICAÇÃO DA SEQUÊNCIA DE ATIVIDADES DIDÁTICAS DE GEOMETRIA E DESENHO GEOMÉTRICO

Neste capítulo apresentamos, inicialmente, o contexto de intervenção, ou seja, onde as AD foram aplicadas, com a caracterização da escola, das disciplinas e dos anos escolares em que foram implementadas. Também descrevemos como ocorreu o processo de implementação da sequência de atividades para em seguida analisarmos as AD através dos resultados obtidos na aplicação durante o ano letivo de 2015, em todas as turmas de 8º e 9º ano do Ensino Fundamental da instituição de ensino escolhida, Escola A.

Como descrito no Capítulo 3, a aplicação faz parte de uma PDE, logo, além dos objetivos descritos naquele capítulo tem por objetivo que seus resultados permaneçam na instituição mesmo quando encerrada a pesquisa propriamente dita. Da perspectiva dos estudantes a aplicação é vista como o uso de uma nova estratégia de ensino e recursos didáticos. Quanto ao pesquisador a perspectiva é de análise da aplicação, segundo a metodologia de PDE que permite a análise do material instrucional e de introduzir novas estratégias. Por isso é interessante inicialmente traçar o perfil dos alunos através da aplicação de um instrumento de coleta de dados e informações e, ao final da aplicação de toda sequência, analisar como os alunos julgaram as AD globalmente, através da aplicação de outro instrumento de pesquisa. Para realização desta análise foram considerados os seguintes aspectos: (1) viabilidade de aplicação da sequência de AD; (2) receptividade das AD pelos alunos e; (3) se as AD atingiram os objetivos definidos.

5.1 CONTEXTO DE INTERVENÇÃO

5.1.1 Caracterização da escola

O presente estudo foi implementado em um colégio público da rede federal de ensino, localizado do estado do Rio Grande do Sul. Esta instituição de ensino oferece Ensino Fundamental (a partir do 6º ano) e Ensino Médio, sendo que o ingresso pode ocorrer por duas formas: concurso público regulado por edital e vagas destinadas a dependentes de militares das Forças Armadas. Para este trabalho denominaremos Escola A.

Como síntese dos fundamentos teóricos, filosóficos e metodológicos enfatizados no Projeto Pedagógico da Escola A, as ações educacionais desenvolvidas visam à formação de um aluno que:

- possua atitudes e incorpore valores familiares, sociais e patrióticos que lhe assegurem um futuro de cidadão patriota, cômico de seus deveres, direitos e responsabilidades, qualquer que seja o campo profissional de sua preferência, civil ou militar. - possua as competências e habilidades fundamentais ao prosseguimento dos estudos acadêmicos e não simplesmente conhecimentos supérfluos que se encerrem em si mesmos; - seja autônomo e compreenda o significado das áreas de estudo e das disciplinas, enquanto participante do processo histórico da transformação da sociedade e da cultura, buscando e pesquisando, de forma continuada, informações relevantes; - possua atitudes, valores e hábitos saudáveis à vida em sociedade, conforme segue explicitado. a. Respeitar os direitos e deveres da pessoa humana, do cidadão patriota, da família, dos grupos sociais, do estado e da nação brasileira. b. Posicionar-se criticamente diante da realidade, assumindo responsabilidades sociais. c. Participar produtivamente da sociedade, no exercício responsável de sua futura atividade profissional. - tenha despertada a sua vocação para a carreira militar (Ministério da Defesa, 2016, p. 13).

De maneira geral esta instituição apresenta excelente estrutura física e humana, apresentando também algumas particularidades, entre elas: grande heterogeneidade do corpo discente e docente, um excelente resultado nas avaliações nacionais, regida por um grande número de normas e regras disciplinares.

Quanto a heterogeneidade do corpo discente há alunos com grandes habilidades na aprendizagem, em média, de 20 a 25%, mas também um percentual de discentes com várias dificuldades de pré-requisitos, principalmente em Matemática. No geral, são ofertados aos alunos diversas atividades de apoio pedagógico (reforço escolar e plantão de dúvidas), atividades lúdicas (Clube de Robótica, de Danças, de Equitação, de Esportes, de Artes, ...), grêmios (Grêmio da Cavalaria, da Engenharia, da Infantaria, da Artilharia, da Aeronáutica, das Comunicações, ...) e incentivo à participação em olimpíadas nas diversas áreas do conhecimento (Matemática, Astronomia, Química, Física, Biologia, Geografia, História, Língua Portuguesa e Inglês).

A diversidade do corpo docente se refere à sua composição: professores militares e professores civis. Esse corpo docente é qualificado com doutorado (11,96%), mestrado (47,82%), especialização (28,26%) e graduação (11,96%), sendo estes percentuais referentes a titulação dos 92 docentes da Escola A no ano de 2017.

No cenário nacional esta instituição tem se destacado pela qualidade de ensino representado pelos excelentes resultados obtidos nas avaliações nacionais como Prova Brasil e ENEM, pelo grande número de egressos aprovados nos mais diversos concursos e vestibulares em universidades públicas e particulares e também pelo bom desempenho nas olimpíadas de Matemática, Astronomia, Química, Física, Biologia, Geografia, História, Língua Portuguesa e Inglês.

Outro diferencial desta instituição é a uniformidade dos procedimentos do sistema de ensino regido por normas, regimentos e regulamentos que asseguram aos alunos uma rápida adaptação e aos professores uma diretriz segura do caminho a ser percorrido durante todo o processo.

A instituição utiliza diversos materiais didáticos sendo a maioria dos livros didáticos utilizados oriundos do Plano Nacional do Livro Didático (PNLD), salvo algumas exceções em que os alunos necessitam fazer a aquisição.

De modo geral, a instituição apresenta excelente infraestrutura física e profissional, suas salas de aula são equipadas com vários recursos multimídias e tecnológicos e os alunos dispõem de diversos recursos ofertados, como por exemplo, o Ambiente Virtual de Aprendizagem (AVA).

A instituição possui de três a cinco turmas de alunos de cada ano escolar, cada turma é composta de 30 a 35 alunos e é ofertado turno integral aos alunos do Ensino Fundamental, ou seja, atividades extraclases. As aulas iniciam às 7 horas e 10 minutos com formatura geral, 7 horas e 30 minutos os alunos entram para as salas de aulas onde permanecem até às 12 horas e 30 minutos, tendo dois intervalos durante esse período de 20 e 10 minutos respectivamente, totalizando seis horas-aulas pelo turno da manhã e, à tarde, mais quatro horas-aulas para os anos com turno integral. Cada hora-aula tem a duração de quarenta e cinco minutos.

Cada ano escolar está organizado em uma coordenação que é formada pelos seus professores, subordinados diretamente a um chefe de coordenação e um coordenador de ano. Todas as disciplinas possuem coordenadores específicos de disciplinas, que tem como atribuição orientar os docentes de acordo com a sua área.

O ano letivo da instituição, atualmente, é estruturado por trimestres, mas nos anos anteriores era organizado por bimestres. As avaliações de aprendizado compõem um processo sistemático, integral e contínuo, sendo constituído por Avaliações Parciais (AP), de autonomia do professor, que ocorrem ao longo do processo e dos mais diversos meios (trabalhos individuais ou em grupos, avaliação individuais, em grupo ou com consulta, avaliações orais, seminários, avaliações via AVA) e a Avaliação de Estudo (AE), formal e trimestral, a qual passa por um extenso processo de elaboração e avaliação. A AE é elaborada pelo professor seguindo vários procedimentos técnicos (máscara de formatação, variabilidade de tipos de questões – objetivas e discursivas nas mais diversas formas, indicação de percentual de indicadores do grau de dificuldade das questões – fácil, médio e difícil, indicadores que determinam quais competências, habilidades e descritores são abordados em cada questão, indicação de quantas e quais são as ideias computáveis para correção, entre

outros) sendo analisada posteriormente por diversos segmentos da estrutura escolar responsável pela área técnica de ensino, semelhante a uma banca examinadora. A média trimestral é aritmética e obtida através da média das AP e AE, logo, a média para aprovação é a nota igual ou superior a 5,0. O processo de recuperação dos estudantes é contínuo ao longo de todos os trimestres.

5.1.2 Caracterização das disciplinas e dos anos escolares

O trabalho se desenvolveu com alunos do 8º e 9º ano do Ensino Fundamental nas disciplinas de Geometria e Desenho Geométrico, nos anos letivos de 2014 (projeto piloto), 2015 (dados completos para análise) e 2016 (dados ainda não tabelados para se realizar a análise desejada).

Para o ensino de Geometria são destinadas duas horas aula semanais, que somadas com mais três horas aula semanais do ensino de Álgebra, totalizam cinco horas-aulas semanais de Matemática. As aulas são ministradas por professores distintos que utilizam como principal material didático o livro Matemática Compreensão e Prática, de Ênio Silveira e Cláudio Marques, 2ª Edição, São Paulo, Editora Moderna, 2013, o livro auxiliar do PNLD, Projeto Araribá, 4ª Edição, São Paulo, Editora Moderna, 2014 e demais recursos disponíveis no colégio. A interação entre Álgebra e Geometria ocorre principalmente na resolução das AE. Enquanto que no Desenho Geométrico dispõe-se de duas horas-aulas semanais para desenvolver os conteúdos. Assim se computarmos as aulas de Álgebra, Geometria e Desenho Geométrico temos sete horas-aulas semanais para a Matemática propriamente dita. Os materiais didáticos do Desenho Geométrico são apostilas elaboradas pelos professores da disciplina, lápis, borracha, compasso, régua, transferidor, par de esquadros e demais recursos disponíveis no colégio, como por exemplo: lousa digital. Ressaltamos que somente o 8º e 9º ano dispõe desta organização e carga horária das disciplinas de Matemática e Desenho Geométrico, totalizando sete horas aula semanais para elas.

Tanto na disciplina de Geometria como na de Desenho Geométrico, as atividades desenvolvidas anteriores à implementação deste projeto eram regularmente desenvolvidas com lápis e papel, tanto em aula como em casa. Não eram desenvolvidas atividades vinculadas a softwares didáticos.

Os alunos do 8º ano têm idades entre 12 e 15 anos. Quanto ao sexo, a divisão das turmas é praticamente igualitária. As turmas são heterogêneas em relação ao nível de conhecimento dos alunos, há alunos com níveis elevados de rendimento escolar, mas também

há alunos com grandes dificuldades de pré-requisitos na Matemática. No 8º ano os alunos têm o primeiro contato com o Desenho Geométrico e a fragmentação da Matemática em Álgebra e Geometria.

A faixa etária dos alunos do 9º ano varia de 13 a 17 anos de idade. Estes alunos já possuem certa afinidade com os materiais de Desenho Geométrico por ser o segundo ano que estudam a disciplina.

A Tabela 2 mostra o número de alunos ao longo do desenvolvimento do trabalho, ou seja, nos anos letivos de 2014, 2015 e 2016, com algumas de suas características.

Tabela 2 – Número de alunos do 8º e 9º anos do Ensino Fundamental que participaram no desenvolvimento deste trabalho

Ano letivo	Ano Escolar	Sexo	Alunos Amparados*	Alunos Concursados	Total	Alunos Repetentes
2014	8º Ano	Feminino	31	12	43	02
		Masculino	37	12	49	02
	9º Ano	Feminino	52	10	62	02
		Masculino	48	19	67	04
2015	8º Ano	Feminino	50	09	59	03
		Masculino	34	07	41	04
	9º Ano	Feminino	37	10	47	03
		Masculino	28	11	39	04
2016	8º Ano	Feminino	44	12	56	02
		Masculino	42	13	55	02
	9º Ano	Feminino	51	08	59	01
		Masculino	40	07	47	01
Total de Alunos						624

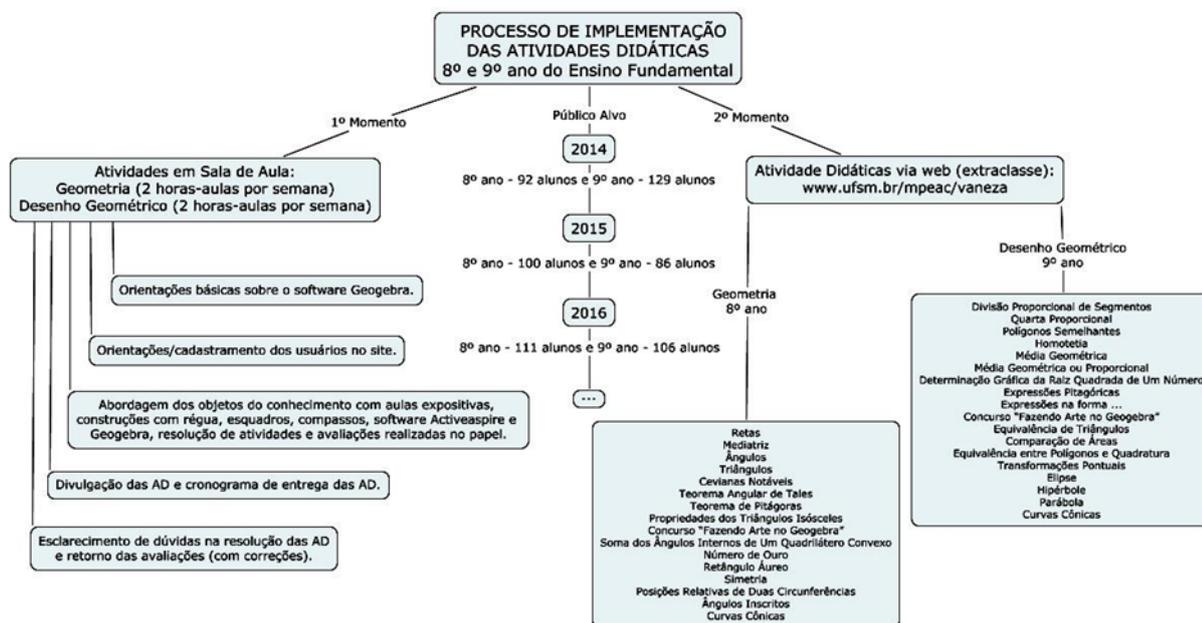
* Alunos Amparados são os alunos dependentes de militares das Forças Armadas que, por razões previstas em lei específica, tem direito ao acesso a uma das instituições de ensino pertencentes ao Sistema Colégio Militar do Brasil.

Fonte: Elaborado pela autora.

5.2 PROCESSO DE IMPLEMENTAÇÃO DA SEQUÊNCIA DAS ATIVIDADES DIDÁTICAS

A aplicação do presente trabalho teve início com o desenvolvimento de duas AD no segundo semestre do ano de 2014, identificando como projeto piloto. Após esta fase inicial, desenvolveu-se durante todo o período letivo dos anos seguintes, 2015 e 2016. Na Figura 8 apresentamos um fluxograma explicativo do processo de implementação das AD através de dois momentos distintos como pode ser observado a seguir.

Figura 8 – Fluxograma explicativo do processo de implementação das Atividades Didáticas no 8º e 9º ano do Ensino Fundamental na Escola A



Fonte: Elaborado pela autora.

Primeiro momento nos referimos a todas as atividades realizadas nos encontros presenciais em sala de aula no turno regular ou no contra turno escolar. Desta forma, o encontro inicial para implementação das AD no início do ano letivo, foi de duas aulas de 45 minutos com a finalidade de explicarmos como as atividades se desenvolvem, o funcionamento, utilização, cadastro dos alunos no *site* www.ufsm.br/mpeac/vaneza, e, apresentação e funcionamento básico do software Geogebra, na qual as AD são resolvidas. Todos os procedimentos e explicações foram realizados com demonstração aos alunos em sala de aula, mostrando exemplos de construções no software Geogebra, bem como, apresentando as ferramentas mais utilizadas no software. No *primeiro momento* ocorrem também as aulas regulares onde são abordados os objetos do conhecimento (duas horas aula por semana para Geometria e duas horas aula por semana para Desenho Geométrico), ou seja, onde são ensinados, tradicionalmente na Escola A, a teoria e sua articulação com a prática. Generalizando este processo, para o ensino dos objetos do conhecimento de Geometria e Desenho Geométrico em sala de aula são utilizadas estratégias diversas, como: utilização de software educativos (Activeaspire e Geogebra), construções geométricas feitas no papel, vídeos, jogos, investigação Matemática, história Matemática, resolução de problemas, outros. Procuramos sempre que possível realizar uma abordagem em sala de aula que tenha relação com a realidade dos estudantes, que mostre a aplicabilidade do que estão estudando com sua

vida. Posteriormente, apresentamos a teoria propriamente dita com suas construções geométricas através de aulas expositivas, com o questionamento contínuo dos alunos e reflexões sobre o tema em estudo.

Os estudantes realizam construções com lápis, régua, compassos, esquadros, resolvem exercícios e desafios propostos em sala. As avaliações realizadas em aula são realizadas no papel em forma de testes, trabalhos individuais ou em grupos e participação nas atividades.

Na Escola A é utilizado de forma regular o livro didático adotado para o ensino de Geometria e apostila para o ensino de Desenho Geométrico. Após esta abordagem dos objetos do conhecimento, no final das aulas são destinados 15 minutos para propor as AD que devem ser resolvidas com tarefa.

As atividades foram disponibilizadas semanalmente ou quinzenalmente, mediante acordo firmado com os estudantes e conforme a abordagem dos objetos do conhecimento. Assim, os alunos do 8º ano tinham oito e os do 9º ano quinze dias para a resolução e envio das atividades, não sendo possível ao aluno enviar nestes prazos, as atividades eram aceitas até o final de cada trimestre, entretanto, com valor menor, ou seja, 7,5 pontos de um máximo de 10,0. Praticamente todas as AD ocorreram em caráter obrigatório, pois faziam parte das AP. Outras avaliações (feitas no papel) também foram realizadas sobre os mesmos objetos do conhecimento abordados nas AD e a nota final era oriunda da média aritmética entre: as avaliações feitas no papel e a nota obtida da média das AD realizadas, todas com peso 10. Os estudantes que apresentavam dúvidas ou dificuldades podiam saná-las ao agendarem apoios de tira dúvidas no final das aulas regulares ou no contra turno escolar. Lembramos que após a correção das AD pelo professor, os alunos tem a oportunidade de observar seus erros e acertos, discutir soluções encontradas e esclarecer dúvidas remanescentes em sala de aula. Nesses momentos de esclarecimento de dúvidas não ocorria o direcionamento dos estudantes a possíveis soluções das tarefas e não era solucionado a AD para o mesmo, apenas se instigava e provocava o aluno na busca de soluções.

Quando nos referimos ao *segundo momento*, estamos tratando da ocasião onde os estudantes irão resolver suas AD extraclasse. Toda a sequência de AD foi pensada para ser trabalhada em casa, ou seja, no contra turno escolar, pois devido ao pouco tempo em sala de aula (duas horas-aulas semanais) e ao caráter de desafio das AD, que requer ao aluno tempo para buscar, investigar e refletir sobre possíveis soluções para as tarefas. Outro fator que se estimulamos também desta forma de trabalho é o desenvolvimento de autonomia, reponsabilidade e disciplina, uma vez que o estudante escolhe em que momento vai realizar sua AD, com que recursos vai resolver a AD, quanto tempo vai demorar para solucioná-la,

quando vai enviá-la, entre outros fatores. Sabemos a necessidade de incentivarmos nos estudantes ao desenvolvimento da autonomia e competências relacionadas ao uso do computador de maneira educativa e não somente ao lazer. Dessa maneira estaremos contribuindo para o desenvolvimento de uma atitude acadêmica e formativa. O envio e a correção das AD ocorrem por meio digital, ou seja, os alunos enviam suas produções através do *site* e o professor faz suas correções também através dele.

O docente tem acesso a atividade de cada aluno, sendo possível identificar quando o mesmo enviou a atividade, o endereço *Internet Protocol* (IP) do computador na rede no qual foi feita a tarefa, entre outras informações. Tem acesso também a tabelas e relatórios que facilitam o controle e análises sobre as participações dos discentes. As correções são pessoais pois o professor abre os arquivos dos alunos individualmente.

5.3 VIABILIDADE DE APLICAÇÃO DA SEQUÊNCIA DE ATIVIDADES DIDÁTICAS

Esta parte da análise tem o objetivo de demonstrar a viabilidade de aplicação da sequência de AD ao ensino de Geometria e Desenho Geométrico do 8º e 9º ano do Ensino Fundamental.

A incorporação de AD na prática docente é uma tarefa que deve ser criteriosamente analisada. Em um primeiro momento, antes de sua aplicação, deve-se verificar se os novos recursos didáticos que as atividades utilizam são acessíveis a todos os estudantes.

Torna-se necessário verificar se as novas AD podem ser incorporadas harmonicamente ao conteúdo programático das disciplinas. Avaliar este último aspecto pode ser complicado pois depende fortemente do tipo de escola e de alunos. Há escolas em que o professor tem grande liberdade de escolher o que e quando ensinar. Há outras em que tanto o conteúdo a ser ensinado quanto o momento em que deve ser ensinado são bastante regulados através de cronogramas rígidos. Os alunos e as comunidades a que pertencem podem também impactar na implementação ou não de AD que tenham um caráter inovador. Por exemplo, muitos alunos nos anos finais do Ensino Fundamental já se preocupam com seu futuro acadêmico, mas erradamente, interpretam o sucesso escolar como sendo uma simples questão da aprovação em exames de ingresso ou vestibulares ou em uma boa nota no ENEM. Em geral, familiares de alunos com este foco acompanham atentamente os trabalhos em sala de aula e podem vir a criar obstáculos ao envolvimento com a proposta ao perceberem que as tarefas não estão contribuindo para o direcionamento desses objetivos imediato.

Finalmente, durante a aplicação das AD é preciso monitorar se o tempo previsto para sua realização está de acordo com o que foi planejado. Este acompanhamento é fundamental na primeira vez que se aplica AD. O tempo para que os alunos cumpram uma tarefa pode não ser igual ao que efetivamente outros levam para fazê-la. Logo, o acompanhamento é fundamental para que, eventualmente, sejam feitos ajustes nas AD mesmo durante a fase de aplicação. Naturalmente, uma segunda aplicação das AD na mesma escola ainda requer acompanhamento, que pode ser menos intenso, pois se espera pequenas variações na implementação em turmas de um ano para outro. Já a aplicação das AD em outras escolas deve vir acompanhada com os mesmos cuidados de uma aplicação inicial.

No caso de nossas AD, antes de aplicá-las, é necessário investigar se todos os estudantes dispõem de computadores uma vez que todas as AD desenvolvidas nesta proposta usam software computacional e foram planejadas para serem feitas em casa. Outro condicionante para a aplicação das AD é o acesso à Internet, pois tanto a disponibilização da tarefa quanto entrega de seus resultados foram feitas através de um *site* especificamente desenvolvido para este fim. Nesta oportunidade aproveitamos para traçar o perfil dos estudantes em relação ao uso de computadores para que pudéssemos melhor planejar a maneira como seriam aplicadas.

A instituição de ensino onde foram aplicadas as AD possui um rígido cronograma anual dos conteúdos a ser cumprido. Esta instituição estabelece um cronograma nacional que deve ser seguido por todas suas unidades que compõem o Sistema. Além disso, historicamente seus alunos egressos completam suas formações no nível superior nas mais concorridas instituições. A escola, os alunos e os seus familiares estão bastante abertos a AD inovadoras desde que estejam claras suas ligações ao conteúdo programático estabelecido. Este condicionante, em grande parte, determinou os tópicos e a sequência de aplicação das AD deste trabalho, e contornou, o que de outra maneira, seria o principal obstáculo à sua implementação, ou seja, a não relação das AD com os conteúdos programáticos em tempo real ao visto em sala e o atraso no andamento da abordagem dos objetos do conhecimento em sala de aula.

5.3.1 Experiência prévia no uso de recursos de informática

A verificação da acessibilidade de todos os alunos aos recursos tecnológicos que as AD desenvolvidas neste trabalho utilizam é importante, consideramos um dos pontos de partida para determinarmos a viabilidade ou inviabilidade de sua implementação. Para

verificar essa acessibilidade, uma alternativa foi aplicar como instrumento de coleta de dados questionários antes da aplicação das AD. Após análise das respostas obtidas foi possível traçar o perfil dos alunos e obter parâmetros para preservar ou alterar as linhas de ações desenvolvidas na aplicação da sequência de AD. Se identificarmos, por exemplo, que os alunos não possuem acesso ao computador e à Internet, o trabalho não poderá ser desenvolvido como foi planejado. Como consequência, inicialmente, devemos propor soluções e alternativas que possam resolver o problema e como estratégias podemos citar: a realização das AD no contra turno escolar no laboratório de informática da escola ou a disponibilização de computadores em locais de livre e fácil acesso na escola para que os alunos possam realizar as AD, a realização das atividades em grupos de estudo, entre outras possibilidades.

Sabemos que em plena era digital podemos encontrar em nossas escolas alunos que diante da situação financeira de sua família, não dispõem de todos os recursos tecnológicos que estão disponíveis no mercado. Assim, precisamos conhecer a realidade de nossos alunos para identificar a situação material e traçar estratégias para que os estudantes não se sintam excluídos por não dispor destes materiais e sem condições de realizar o que lhe seja proposto. Cabe a nós, enquanto escola, oferecer-lhes condições e ferramentas necessárias para execução de qualquer atividade escolar tanto quanto possível, oferecendo na escola os meios e o espaço adequado para a realização das atividades.

Para Borba e Penteado, (2001) o acesso aos recursos tecnológicos deve ser visto como um direito e, portanto, nas escolas públicas e privadas o estudante deve poder usufruir de uma educação que no momento atual inclua, no mínimo, uma “alfabetização tecnológica”. Tal alfabetização deve ser vista não como um curso de Informática, mas sim, como um aprender a ler essa nova mídia. Assim, o computador deve estar inserido em atividades essenciais, tais como aprender a ler, escrever, compreender textos, entender gráficos, contar, desenvolver noções espaciais.

Para verificar se os 186 alunos do 8º e 9º ano do Ensino Fundamental da Escola A possuíam acesso a computador, à Internet, como os alunos usualmente utilizavam recursos computacionais e para levantarmos outras informações básicas e extremamente relevantes para a aplicação da sequência de AD, aplicamos no início do ano letivo o Questionário I, Apêndice A.

Este questionário foi constituído de questões qualitativas e quantitativas, com respostas fechadas e abertas. A parte do Questionário I constituído com respostas fechadas obedece a escala Lickert de 5 pontos. Dessa forma, quando escolhido o valor 3, este passa a

ser o ponto de equilíbrio para o respondente, não forçando o mesmo a optar somente por valores acima ou abaixo do valor central e assim sendo o aluno que escolheu o 3 pode ser considerado neutro na sua escolha, em outras palavras, é um aluno que pode ser influenciado e conquistado positivamente para da próxima vez optar por um índice maior na sua escolha.

Para analisar a viabilidade em relação à vivência prévia dos alunos com os recursos de informática (Questionário I), escolhemos para compor esta discussão as seguintes informações: Idade dos alunos, o fato de possuírem ou não computador em casa, horas diárias em que utiliza o computador, se tem acesso a Internet em casa, horas diárias em que fica conectado a Internet e, o nível de conhecimento que possui em relação ao computador.

Observando e analisando as respostas dos alunos no Questionário I proposto, verificamos a viabilidade de aplicação da sequência de AD na Escola A, pois segundo os dados coletados, diagnosticamos que todos os alunos possuem acessibilidade aos recursos tecnológicos que a sequência de AD requer, mostrando assim que o corpo discente da Escola A possui uma condição financeira considerável, onde os alunos entrevistados afirmaram possuir os recursos tecnológicos necessários para o desenvolvimento da sequência de AD em suas residências. Sabemos que esta realidade não é tão comum de ser vista no contexto da educação pública brasileira. De acordo com dados oriundos do Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (Inep), (2014), relacionados ao Indicador de Nível Socioeconômico das Escolas (Inse), que busca situar o conjunto dos alunos atendidos por cada escola em um estrato, definido pela posse de bens domésticos, renda e contratação de serviços pela família dos alunos e pelo nível de escolaridade de seus pais, nos anos de 2011 e 2013, a maior parte dos alunos está classificada nos níveis IV e V (68,6%). Nos níveis mais baixos (I, II e III), temos 15,9% dos alunos, e nos mais altos (VI e VIII), 15,5%. Salientamos que a partir do Nível III, os alunos, de modo geral, indicaram que em sua casa além de bens elementares, possuem bens complementares como computador e acesso à *Internet*. A medida de nível socioeconômico dos alunos, aqui apresentada, foi calculada com os dados da Prova Brasil e da Anaeb de 2011 e 2013, bem como os dados do ENEM de 2011 e 2013. Assim sendo foram incluídos dados dos questionários contextuais de 10.970.993 alunos pertencentes a 73.577 escolas, o que contempla um amplo espectro de escolas públicas e privadas e possibilita, assim, a construção de uma medida de nível socioeconômico válida e fidedigna.

Caso não tivéssemos uma realidade tão favorável como a diagnosticada deveríamos buscar outras estratégias para proporcionar aos alunos a oportunidade de contato com os recursos tecnológicos e AD desenvolvidas, como por exemplo: a utilização do laboratórios de

Informática da escola. Os dados do Censo Escolar⁸, apresentados pelo Inep (2017), apontam que o acesso ao computador e à Internet nas escolas públicas (municipais - 29.507, estaduais – 19.819 e federais - 37) e privadas (13.134) por alunos dos anos finais do Ensino Fundamental da Educação Básica está amplamente disseminado. Segundo esses dados, em 2016, 67,8% das escolas tinham laboratórios de informática disponíveis, 81% das escolas possuíam acesso à Internet e 75,6% das escolas ofertavam computadores para uso dos alunos. Ainda, 81,4% dos estudantes matriculados tem acesso a laboratórios de informática na escola, sendo que, os matriculados na rede pública superam os da rede privada no acesso: são 82,7% contra 73,9%, respectivamente.

Utilizamos como questão investigativa do Questionário I: *Seu nível de conhecimento em relação ao computador é: Nenhum Conhecimento - Pouco Conhecimento - Razoável Conhecimento - Bom Conhecimento - Grande Conhecimento*, para traçarmos o perfil dos alunos quanto ao nível de conhecimento em relação ao computador.

Em relação ao conhecimento de informática, 68% e 66,2% dos alunos do 8º e 9º ano, respectivamente, se consideram possuir grande conhecimento ou bom conhecimento de informática, 27% e 27,8% com razoável conhecimento e apenas 5% e 6% com pouco conhecimento. Este resultado é importante para o planejamento da implementação das atividades, pois alunos com grande conhecimento de informática são alunos que têm grande autonomia na utilização de novos softwares. Eles exploram as interfaces gráficas dos mesmos, buscam informações em menus e tutoriais de maneira mais ou menos independente. Já alunos com pouca familiaridade necessitam de explicações detalhadas, ou planejamento de aulas em que se mostra explicitamente como cada recurso do software deve ser utilizado. O perfil de nossos alunos mostrou que eles não deveriam encontrar dificuldades no uso do software escolhido, pois este é bastante intuitivo para ser utilizado. Em outras realidades talvez sejam necessárias um número maior de aulas presenciais específicas (mais de duas horas aula) para detalhar como o software funciona.

Em relação as questões do Questionário I: *Qual é sua idade?; Quantas horas por dia você utiliza o computador?, e; Quantas horas por dia você fica conectado à Internet?*, traçamos o perfil dos alunos quanto a sua idade e utilização dos recursos tecnológicos. Para esse julgamento realizamos uma análise descritiva de três importantes variáveis que estão ligadas com utilização do computador e Internet: Horas de Uso de Computador Diária

⁸ Pesquisa realizada anualmente pelo Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (Inep) em articulação com as Secretarias Estaduais de educação das 27 unidades da federação, sendo obrigatória aos estabelecimentos públicos e privados de Educação Básica, conforme determina o art. 4º do Decreto nº 6.425/2008.

(HUCD), Horas de Uso de Internet Diária (HUID) e Idade, para 8º e 9º ano respectivamente e verificamos, como mostra a Tabela 3, que tanto em HUCD como em HUID as turmas do 8º e 9º ano se assemelham, não destoando consideravelmente entre elas. As médias de HUID e HUCD são fatores preocupantes e demonstram a quantidade de tempo que os adolescentes permanecem utilizando o computador e a Internet. Esses dados demonstram a importância de se desenvolver atividades que os estudantes possam usufruir destes recursos e desta forma, ir ao encontro dos anseios deles. Observamos também que HUID é maior que o HUCD nas turmas em análise. Os alunos passam boa parte de seu dia conectados à Internet e usando o computador, isso possivelmente é decorrência da faixa etária que possuem em média (13,2 e 14,5 anos de idade), pois os adolescentes utilizam muito os recursos tecnológicos, principalmente para comunicação e relacionamentos com outras pessoas. Observamos que a quantidade de horas por dia (h/d) em média que os alunos utilizam o computador (3,7h/d para o 8º ano e 3,25h/d para o 9º ano) e a Internet (5,1h/d para o 8º ano e 5,4h/d para o 9º ano) é significativa.

Tabela 3 – Medidas descritivas das variáveis: Idade, Horas de Uso de Computador Diária (HUCD) e Horas de Uso de Internet Diária (HUID)

Ano	Variável	Média	Desvio-Padrão
8º	Idade	13,2	0,59
	HUCD	3,74	2,68
	HUID	5,1	3,45
9º	Idade	14,5	0,71
	HUCD	3,25	2,4
	HUID	5,4	3,29

Fonte: Elaborado pela autora.

Esta realidade permite-nos argumentar que os estudantes vivem grande parte do seu dia conectados e utilizando recursos tecnológicos para diversos fins, logo, estão em princípio abertos a utilizá-los também como um recurso de ensino e aprendizagem. Para o educador e pesquisador Prensky (2001), os estudantes que estão chegando as escolas e universidades são chamados Nativos Digitais. Segundo o autor, esta geração de Nativos Digitais está acostumada, desde o seu nascimento, a obter as informações de forma rápida e com fácil acesso na Internet, costumam recorrer primeiramente a fontes digitais antes de procurarem fontes impressas, como livros por exemplo. Assim, nós, enquanto docentes, devemos refletir sobre nossas práticas pedagógicas para nos aliarmos a esta realidade através de uma ação

conjunta focados na construção e desenvolvimento de materiais didáticos que utilizem as TICs.

Segundo Pescador (2010), o docente, com seu saber pedagógico, aliado ao saber tecnológico dos Nativos Digitais, pode produzir tecnologias educacionais, que aliem a produção e a construção com a participação interativa, resultando, possivelmente, em materiais didáticos mais atrativos para os estudantes e, portanto, mais motivadores e em ações pedagógicas mais efetivas em função da participação efetiva e ativa de todos os atores do processo.

Diante da realidade, Moran (2006) assegura que a atual sociedade de informação e conhecimento exige mudanças importantes na educação, entre elas, uma das mais importantes, provocadas por educadores maduros intelectualmente e emocionalmente, curiosos, entusiasmados, abertos, que saibam motivar e dialogar. Para ele, o educador autêntico é humilde e confiante, mostra o que sabe e está atento ao que não sabe, seus alunos precisam ser motivados, tendo sua curiosidade atizada, tornando-se interlocutores lúcidos e parceiros de caminhada do professor educador.

Palfrey e Urs (2008), educadores e advogados na Universidade de Harvard, sugerem que pais e docentes precisam se envolver no processo de seleção e desenvolvimento de competências que envolvam senso crítico quanto ao uso de recursos, ferramentas e acessos a determinados endereços eletrônicos, porém, a fim de se tornarem eficazes em suas ações e propostas, devem estar mais familiarizados com este mundo e precisam entender como as pessoas se comportam dentro dele.

5.3.2 Harmonia entre conteúdos (Atividades Didáticas/Conteúdo Programático)

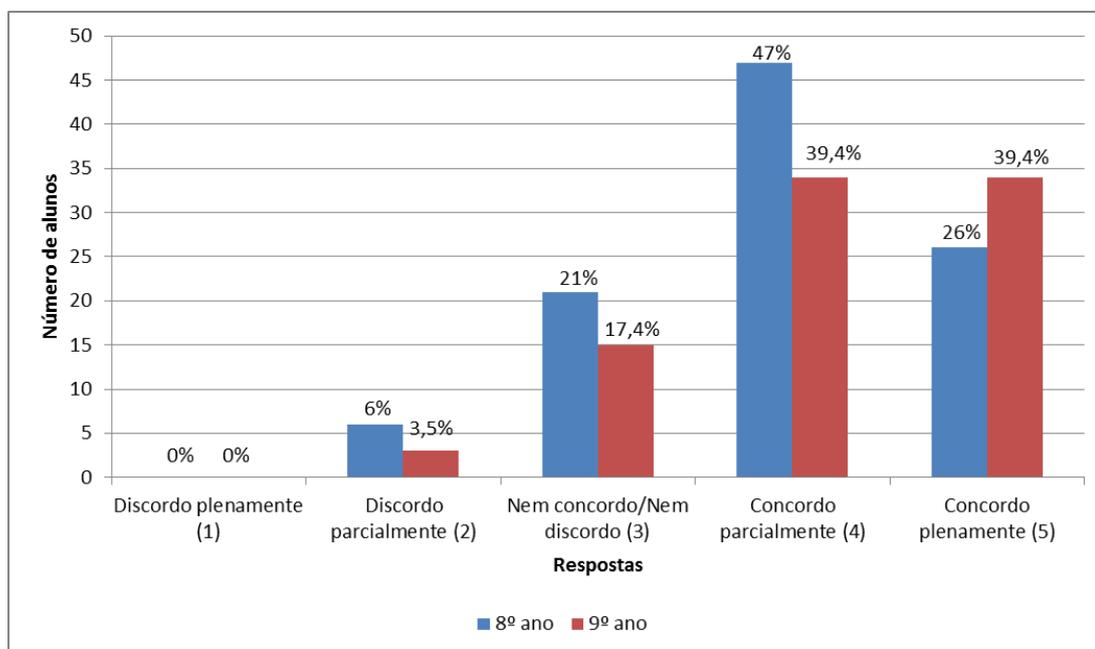
Um dos critérios estipulados para nossas AD foi a harmonia com o conteúdo programático da Escola A. Lembramos que os tópicos abordados pelas atividades foram selecionados de acordo com este critério. Nem sempre um estudante do nível fundamental tem condição de perceber isso. No entanto, caso percebam, é um indicativo positivo de que as AD podem ser incorporadas permanentemente à prática escolar.

Neste sentido, analisar se os alunos perceberam a conexão entre as AD e o conteúdo programático é importante e compõe parte da análise de viabilidade da sequência de AD, pois assim, se os alunos identificassem a correlação existente, entenderiam as AD como algo incorporado à sua rotina escolar. Os alunos identificando que as mesmas estavam totalmente relacionadas aos conteúdos ministrados no turno regular, as AD contribuiriam futuramente

para o desempenho deles nas avaliações regulares feitas no papel, uma vez que os conteúdos são equivalentes com enfoques e abordagem diferenciadas.

Os dados para realização deste estudo de viabilidade em relação à harmonia entre conteúdos foram obtidos da questão: *Com relação aos conteúdos de Desenho Geométrico/Geometria, as atividades no software Geogebra foram relacionadas: Discordo Plenamente - Discordo Parcialmente - Nem Concordo/Nem Discordo - Concordo Parcialmente - Concordo Plenamente*, proposta no Questionário II. As respostas desta questão estão apresentadas no gráfico de colunas da Figura 9. Nesta figura, evidenciamos que a sequência de AD além de ser bem receptiva, contribuiu também para a aprendizagem dos conteúdos programáticos regulares. Identificamos que os alunos perceberam a relação entre os conteúdos de Desenho Geométrico e Geometria trabalhados em sala de aula com a sequência de AD realizada como tarefa de casa, pois os maiores percentuais de alunos concentram-se no item concordo parcialmente (4) e concordo plenamente (5) nos dois anos escolares, com 86,4% e 65,4%, respectivamente. Assim, percebendo as relações existentes, podemos afirmar que a sequência de AD foi também viável, frente a esta análise.

Figura 9 – Gráfico dos percentuais de respostas dos alunos do 8º e 9º ano ao item: Com relação aos conteúdos de Geometria/Desenho Geométrico, as atividades no software Geogebra foram relacionadas



Fonte: Elaborado pela autora.

Conforme destacamos anteriormente, quando desenvolvemos a sequência de AD queríamos trabalhar os conceitos matemáticos de Desenho Geométrico e Geometria com

atividades extraclasse em parceria com as atividades regulares desenvolvidas em sala de aula, pois não tínhamos tempo para resolver as AD no turno regular. O recurso didático novo era inovador e, além disso, deveria ser feito em casa, os alunos poderiam não fazer a relação e entender que as atividades não teriam ligação com os conteúdos programáticos habitualmente executados. Desta forma, tornou-se importante verificar após a implementação da sequência de AD se os alunos relacionaram que as atividades estavam totalmente ligadas com o que estava sendo abordado em sala de aula.

5.3.3 Exequibilidade

A aplicação das AD na Escola A foi realizada pela autora deste trabalho em todas as turmas em que era professora regente durante o período do estudo. Este fato permitiu avaliar a viabilidade de implementação das AD em comparação com outras tarefas solicitadas aos alunos.

Lembramos que neste trabalho, a sequência de AD foi avaliada regularmente e era integrante das notas parciais dos bimestres/trimestres, não era considerada como bônus e sim correspondia a um considerável percentual da nota final. Portanto, os alunos poderiam optar por não entregar as AD desde que mantivessem um excelente desempenho nas demais avaliações a fim de permanecerem com nota acima da média, ou seja, superior a 5,0 na Escola A. Todas as AD realizadas em cada bimestre/trimestre geravam uma média que era considerada como uma das avaliações parciais. Somente a atividade *Fazendo Arte no Geogebra* ocorreu de forma opcional, sem atribuição de nota e foi passada como proposta de atividade a ser realizada durante o recesso escolar do meio do ano letivo.

Após a apresentação do software Geogebra e dos aspectos gerais das AD foi acertado com os estudantes que as turmas do 8º ano teriam sete dias para resolver suas AD a partir do dia que lhes era proposto e as turmas do 9º ano teriam quinze dias para entregarem as atividades. A diferença entre os prazos dos anos escolares se justifica pelo fato dos estudantes declararem terem mais afazeres escolares no 9º ano, necessitando assim, um prazo maior. Os prazos sempre expiravam à meia noite da data marcada. Diante deste acordo inicial com as turmas, bastava saber se o tempo destinado para entrega das AD era coerente e viável à implementação da sequência de AD proposta.

Desta forma, a entrega das resoluções das AD, Quadro 3, no tempo estipulado é um critério indicativo de sua exequibilidade.

Quadro 3 – Relação das AD numeradas por ano escolar, nome das AD e quantitativo de alunos que realizaram as AD nas disciplinas de Geometria e Desenho Geométrico

AD do 8º Ano (100 alunos) – Geometria			AD do 9º Ano (86 alunos) – Desenho Geométrico		
Número da AD	Nome da AD	Número de alunos participantes	Número da AD	Nome da AD	Número de alunos participantes
1	Retas	96	1	Divisão Proporcional de Segmentos	84
2	Mediatriz	92	2	Quarta Proporcional	81
3	Ângulos	82	3	Polígonos Semelhantes	74
4	Triângulos	86	4	Homotetia	70
5	Cevianas Notáveis	79	5	Média Geométrica	76
6	Teorema Angular de Tales	85	6	Média Geométrica ou Proporcional	76
7	Teorema de Pitágoras	78	7	Determinação Gráfica da Raiz Quadrada de Um Número	69
8	Propriedades dos Triângulos Isósceles	77	8	Expressões Pitagóricas	66
9	Concurso “Fazendo Arte no Geogebra”	7	9	Expressões na forma $\sqrt{a^2 \pm b^2 \pm c^2}$	63
10	Soma dos Ângulos Internos de Um Quadrilátero Convexo	95	10	Concurso “Fazendo Arte no Geogebra”	4
11	Número de Ouro	89	11	Equivalência de Triângulos	77
12	Retângulo Áureo	84	12	Comparação de Áreas	69
13	Simetria	89	13	Equivalência entre Polígonos e Quadratura	70
14	Posições Relativas de Duas Circunferências	87	14	Transformações Pontuais	55
15	Ângulos Inscritos	87	15	Elipse	73
16	Curvas Cônicas	78	16	Hipérbole	71
			17	Parábola	68
			18	Curvas Cônicas	64

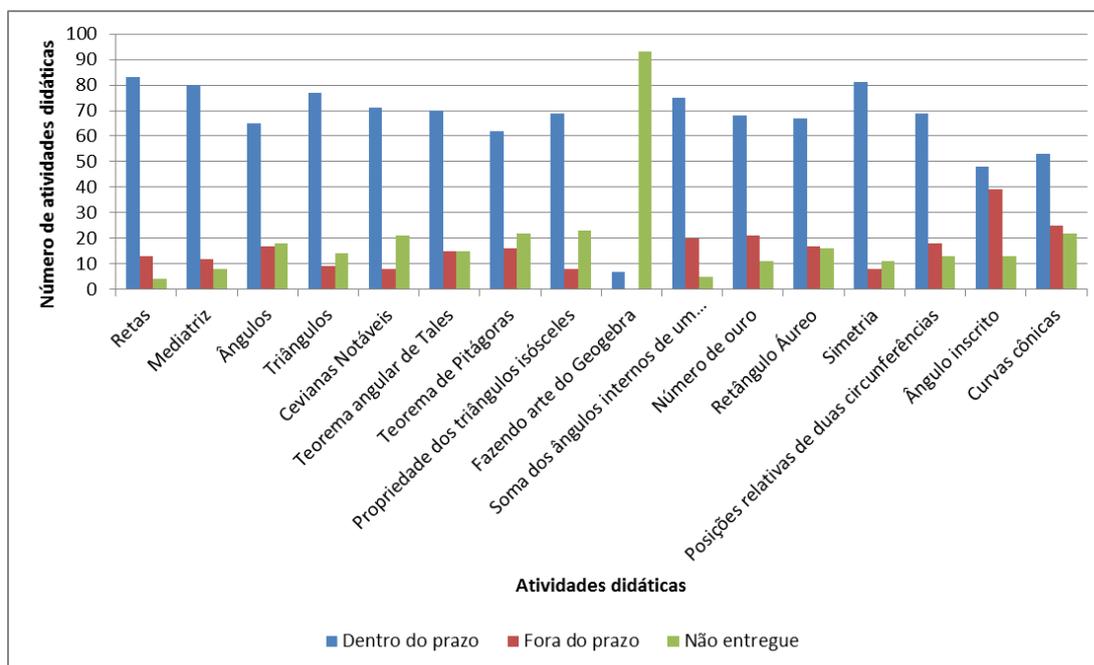
Fonte: Elaborado pela autora.

Naturalmente, durante a aplicação das atividades, monitorou-se este tempo e, eventualmente, foram feitos ajustes para não sobrecarregar os alunos. Observamos que: (1) as AD abordam em tempo real os conteúdos programáticos, sendo possível conciliar a aplicação da sequência de AD ao conteúdo programático sem que seja desrespeitado o cronograma e a ementa das disciplinas trabalhadas, pois os alunos perceberam a conexão existente entre e, (2) os alunos assumiram como uma rotina a resolução das AD, respeitaram os prazos e o tempo dado para resolução foi adequado e suficiente. Portanto, a aplicação desta sequência de AD tornou-se factível e viável para estes estudantes da Escola A (Figura 10 e 11).

Observando o gráfico representado na Figura 10 onde apresenta o controle de entrega de todas as AD realizadas pelos alunos do 8º ano do Ensino Fundamental no ano de 2015 percebemos que a aplicação da sequência de AD foi viável, pois teve a participação significativa dos alunos do 8º ano, 81% dos mesmos entregaram as atividades, sendo, 66% entregaram dentro dos prazos e 15% depois do prazo considerado. Os alunos que não entregaram corresponde a 19%, ressaltamos que se excluirmos do cálculo a atividade optativa Fazendo arte no Geogebra, que teve pequena participação, esse número cairia para 14% dos alunos que não entregaram as atividades.

A atividade *Fazendo Arte no Geogebra* foi uma atividade optativa e não apresentou grande número de participantes. Ainda, nos dados apresentados fica evidente que no geral os alunos do 8º ano da Escola A, possuem uma rotina adequada de realização e entrega das tarefas propostas dentro do prazo definido, salvo algumas exceções. Verificamos ainda na Figura 9 que as atividades com maior participação eram as propostas nos inícios de cada bimestre. No decorrer do bimestre a participação dos alunos diminuía praticamente em todos os períodos avaliados. Explica-se provavelmente pelo fato dos alunos estarem mais sobrecarregados nos finais de bimestres e também por já terem garantido uma boa nota nas primeiras avaliações parciais, o que lhes garante certa “liberdade” de não precisar participar das demais avaliações. A atividade de *Retas* foi à atividade com maior participação entre todas, contando com 96% dos alunos. Dentre as atividades avaliadas, percebemos que a que teve menor participação foi a de *Propriedades dos Triângulos Isósceles*, com 77% dos alunos, coincidentemente a última atividade a ser proposta no 2º bimestre.

Figura 10 – Gráfico do controle de entrega das Atividades Didáticas do 8º ano



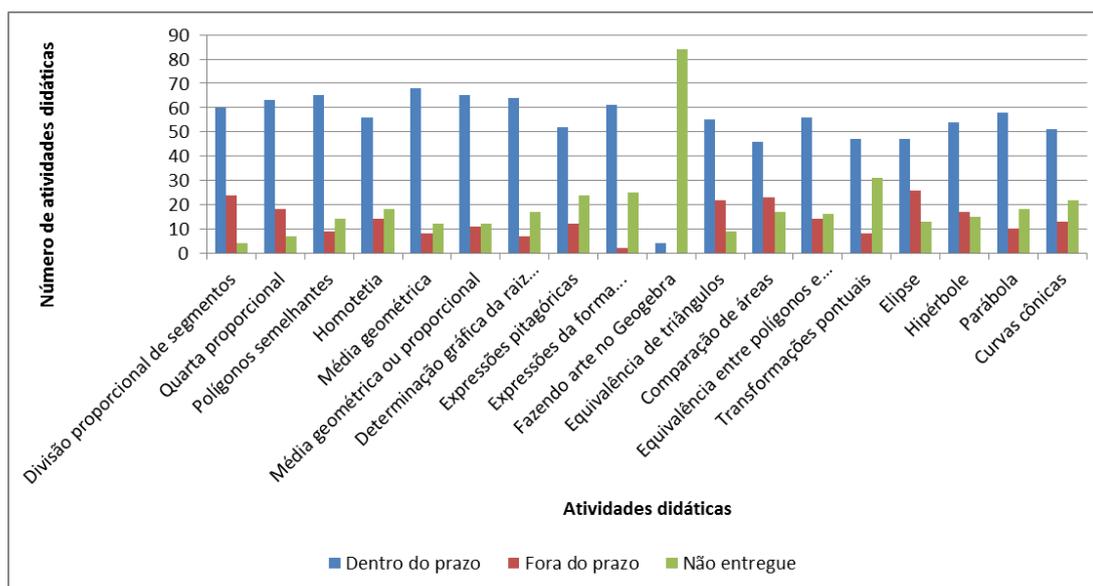
Fonte: Elaborado pela autora.

Observando os dados do gráfico de controle de entrega das AD do 9º ano, representado pela Figura 11 percebemos que 78% dos alunos do 9º ano realizaram as AD sendo que destes, 63% respeitaram o prazo de entrega e 22% não realizou as AD. Esclarecemos que, se excluirmos a atividade *Fazendo Arte no Geogebra* que era uma

atividade diferenciada das demais, o percentual de alunos que não realizou as AD cairia para 18% dos estudantes. Logo, as AD no 9º ano também foram viáveis, pois conforme os dados apresentados na Figura 11 podemos afirmar que o tempo destinado para resolução das AD foi adequado para a resolução.

Percebemos que os alunos do 9º ano foram menos responsáveis no cumprimento dos prazos e que o número de participantes também foi menor que o apresentado pelo 8º ano. Dentre todas as atividades realizadas, a que teve maior participação dos alunos foi a primeira com o título de *Divisão Proporcional de Segmentos*, com 95% de alunos e a com menor participação foi a de *Transformações Pontuais* com 64% de alunos. Como ponto de destaque com menor realização identificamos a atividade *Fazendo Arte no Geogebra* que foi uma atividade optativa, de caráter mais lúdico e proposta no período de recesso escolar do meio do ano letivo, possivelmente devido a isso, não apresentou grande participação.

Figura 11 – Gráfico do controle de entrega das Atividades Didáticas do 9º ano



Fonte: Elaborado pela autora.

De forma geral, ao final do primeiro ciclo de aplicação das atividades desenvolvidas concluímos que as AD mostraram-se viáveis quanto ao critério de exequibilidade, pois os alunos conseguiram completar as tarefas propostas dentro dos prazos, que de maneira indireta mostra a familiaridade com uso de recursos tecnológicos novos. Os estudantes apresentaram habilidades como: baixar novos aplicativos, o uso de recursos através da busca de ajuda em

menus, entregar através de *upload*⁹ de arquivos. Os alunos também perceberam a relação dos conteúdos abordados nas AD com os conteúdos das disciplinas, contribuindo assim para que elas sejam incorporadas de maneira regular. No momento em que se enfoca o conteúdo necessário com múltiplas abordagens, além de criar novas oportunidades de aprendizagem dos conceitos se possibilita o desenvolvimento de competência no domínio do software Geogebra.

5.4 RECEPTIVIDADE DAS ATIVIDADES DIDÁTICAS PELOS ALUNOS

No nosso trabalho, definimos receptividade como sendo a aceitação da sequência de AD pelos alunos, ou seja, o ato de receber, aceitar bem e com facilidade as AD que foram propostas. Sabemos que toda mudança gera certa resistência, principalmente em atividades que exigem trabalho para serem feitos em casa. Para os alunos as AD propostas são vistas, inicialmente, como trabalho extra a ser feito em casa. Assim, propor estratégias de ensino novas em que os alunos não estão habituados pode gerar conflitos e até aversão. As mudanças, no início, podem trazer desconfiança e insegurança, porém com o passar do tempo, verificando as qualidades e pontos positivos apresentados por essas inovações, melhora o nível de aceitação. Neste sentido, ao empregar o aspecto receptividade das AD pelos alunos para verificar se a sequência de AD cumpriu seus objetivos torna-se necessário para uma análise mais pontual das AD propostas.

A avaliação da receptividade de AD aplicadas a estudantes de nível fundamental é uma questão complexa. Em geral, os estudantes na faixa etária de 12 a 16 anos de idade (adolescentes) não têm maturidade de reconhecer a importância de novos conceitos e procedimentos.

No entanto, o processo de aprendizagem é indissociado de aspectos psicológicos, por isso é importante saber como os alunos julgam novas AD que lhes são propostas. É possível, pois, averiguar a percepção detalhada em relação às variáveis a serem avaliadas, de acordo com nosso interesse, a fim de trazerem contribuições para modificações futuras nas AD. Ao final das AD propostas foi pedido aos alunos que respondessem uma pesquisa de opinião a respeito da atividade realizada. O preenchimento foi realizado no final de cada atividade em caráter obrigatório como requisito necessário para conclusão e envio da AD, ou seja, sem o preenchimento da pesquisa de opinião não era possível o envio da AD para sua avaliação.

⁹ É um termo da língua inglesa com significado referente à ação de enviar dados de um computador local para um computador ou servidor remoto, geralmente através da Internet.

Esta pesquisa de opinião apresentou quatro itens a serem avaliados: em relação ao trabalho, dificuldade, interesse e de forma geral, com respostas fechadas graduadas numa escala Likert de 5 pontos.

Nesta seção, será realizada a análise das respostas desta pesquisa de opinião, extraindo possíveis correlações entre as respostas. Por exemplo: uma atividade que apresente uma grande correlação positiva entre o quesito atividade trabalhosa e atividade difícil é um indicativo de que a atividade proposta é adequada, pois o tempo usado para realizá-la foi de fato usado para superar algum desafio proposto. Se a correlação fosse tal que a atividade fosse considerada fácil, porém trabalhosa, haveria um indicativo que o aluno gastou seu tempo em algo que já sabia fazer, logo a atividade estaria mal planejada. Os itens interesse e de forma geral, apesar de subjetivas, são indicativos importantes. Se uma AD é julgada negativamente no aspecto de interesse, pode-se assumir que o aluno apresenta uma resistência em fazê-la. Da mesma maneira, a questão subjetiva sobre como o aluno avalia a AD de forma geral, indica a predisposição do aluno em fazê-la avaliando vários aspectos.

No final da aplicação da sequência de AD foi pedido aos alunos que respondessem um questionário mais abrangente para que eles fizessem uma análise da sequência de AD como um todo. Analisado este questionário, o qual intitulamos de Questionário II, conseguimos obter uma visão global dos alunos após terem realizado todas as AD. Esse questionário foi composto de questões qualitativas e quantitativas, com respostas fechadas e abertas. Parte do Questionário II foi constituído com respostas fechadas obedecendo a escala Likert de 5 pontos. Dessa maneira, quando escolhido o valor 3, este passa a ser o ponto de equilíbrio para o respondente, não forçando o mesmo a optar somente por valores acima ou abaixo do valor central. O Questionário II, pode ser visto na íntegra no Apêndice B deste trabalho. Salientamos que a totalidade de alunos que realizou as AD no ano letivo de 2015, também respondeu o questionário, ou seja, os 186 alunos do 8º e 9º ano do Ensino Fundamental da Escola A.

Para a realização da análise do Questionário II, optamos inicialmente por dividi-lo em quatro seções de acordo com a proximidade das características das questões a fim de diagnosticar e obter informações e características partindo da visão dos alunos quanto a sequência de AD como um todo. Tal divisão auxiliou na análise e discussão dos resultados obtidos nas respostas dos alunos pois realizamos uma conclusão mais geral para cada seção. Desta forma, identificamos a seção 1 como a que vai analisar o perfil dos alunos quanto à utilização do computador, a seção 2, procura apurar informações sobre o uso do software Geogebra, a seção 3, analisa o conhecimento alcançado e o desempenho nas AD e a

seção 4 avalia o conjunto de AD. Na sequência, para uma análise integral, sem fragmentações por seções, das respostas dos alunos ao Questionário II, e verificação da proximidade e relação entre as respostas dadas no referido questionário optamos por realizar a análise multivariada de Cluster que visa o agrupamento de variáveis com características semelhantes e, permite que se extraíam características interessantes dos dados, separando-os em grupos ou hierarquizando-os para análises posteriores. Essa técnica serve para extrair características das variáveis em estudo e reduzir a dimensão do conjunto de dados através da similaridade dos dados.

5.4.1 Percepção dos alunos relativa a sequência de Atividades Didáticas

A percepção dos alunos relativa a sequência de AD foi um ponto a ser avaliada, a fim de trazer contribuições para o aprimoramento das AD. Para obter as informações úteis e que propicie a análise utilizamos dois instrumentos distintos. Um após a realização de cada AD, que chamamos de pesquisa de opinião, composta por quatro itens a serem avaliados (*trabalho, dificuldade, interesse e de forma geral*). E, o outro no final da aplicação de toda sequência de AD, que nominamos como Questionário II. A pesquisa de opinião foi parte integrante de cada AD, no final de cada atividade o aluno registrava a sua avaliação da atividade em relação aos itens considerados. Assim, possibilitou uma visão inicial das AD. O Questionário II foi aplicado no final do ano letivo, após aplicarmos toda a sequência de AD. Teve como objetivo traçar a visão geral que os alunos tiveram da sequência de AD. A seguir procuramos analisar os dois instrumentos separadamente.

5.4.1.1 Quanto à pesquisa de opinião

Para dar início a análise das respostas da pesquisa de opinião, apresentamos uma visão panorâmica das respostas dos alunos de cada atividade que são apresentadas nas Figuras 12 a 19, em relação a cada item a ser avaliado: (1) **trabalho**, (2) **dificuldade**, (3) **interesse e (4) de forma geral**, de todas as AD no 8º e 9º ano do Ensino Fundamental.

Em relação ao **trabalho** ((1) *Nada trabalhosa* – (2) *Pouco Trabalhosa* – (3) *Nem pouco/Nem muito trabalhosa (intermediária)* – (4) *Trabalhosa* – (5) *Muito trabalhosa*), tínhamos como interesse saber qual era o esforço feito e o tempo utilizado pelos alunos em cada AD. Quando a AD fosse avaliada como “*Nada trabalhosa*” significaria que o aluno esforçou-se pouco e utilizou pouco tempo para resolvê-la e, “*Muito trabalhosa*” o aluno

esforçou-se mais e utilizou um tempo maior para finalizar sua resolução. De maneira indireta, saberíamos se as AD se enquadrariam no quesito tempo adequado.

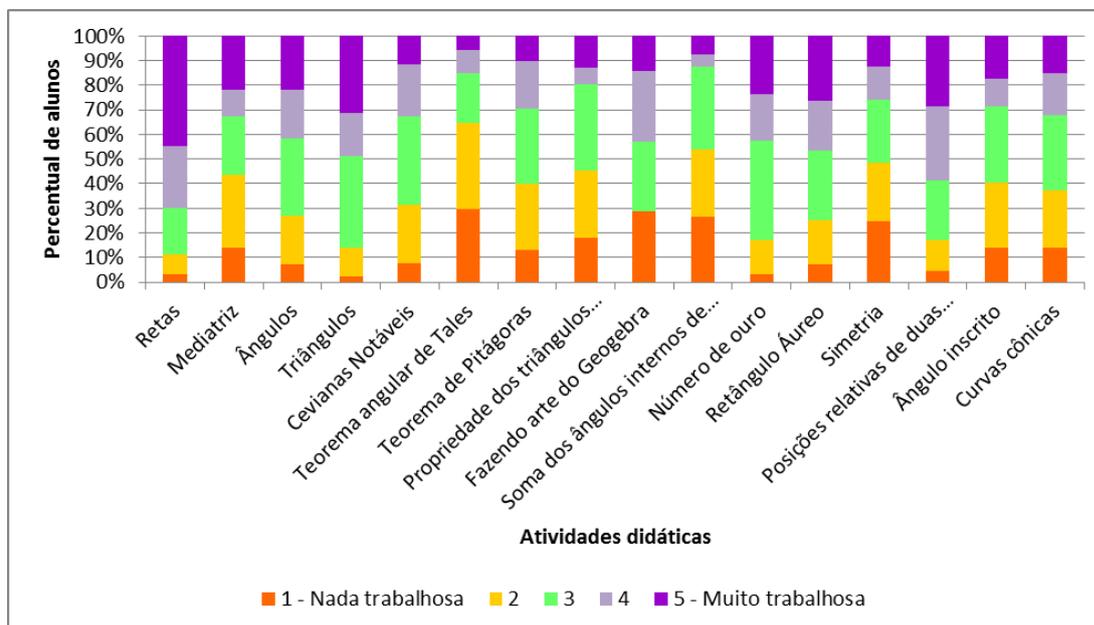
Observamos nas Figuras 12 e 13, que os alunos do 8º e 9º ano consideraram a sequência de AD como sendo pouco trabalhosas ou intermediárias, vindo assim a contemplar positivamente um dos nossos objetivos de que as AD não poderiam ser cansativas e utilizassem um tempo maior que em outras atividades. Os alunos da Escola A têm outros afazeres escolares e deveriam incorporar as AD à sua rotina escolar como outras habitualmente executadas por eles nos deveres escolares diários.

Para nos auxiliar na compreensão dos dados apresentados nos gráficos das Figuras 12 a 19, optamos por analisá-los relacionando-os com as médias ponderadas calculadas para cada AD.

Passamos agora a discutir os resultados apresentados pelos alunos do 8º ano em relação ao *trabalho*, nas AD que mais se destacaram. Percebemos, na Figura 12, que dentre as atividades propostas ao 8º ano, as mais trabalhosas na visão dos alunos são: *Retas*, *Triângulos e Posições Relativas de Duas Circunferências*, com médias ponderadas de 4, 3,6 e 3,6, respectivamente. A atividade de *Retas* se destacou por ser a mais trabalhosa, pois o objetivo inicial era um primeiro contato com o software Geogebra com suas ferramentas básicas, mas o desenho fornecido para os alunos foi muito complexo, com grande quantidade de detalhes. Desta forma, como melhoria da atividade sugerimos a substituição do desenho atual por um mais simples, como por exemplo: um desenho de uma casa feito por uma criança, com poucos detalhes e traços simples.

A atividade *Posições Relativas de Duas Circunferências* tornou-se trabalhosa, pois exigiu dos alunos criatividade para construção de fractais circulares e como melhoria da atividade sugerimos diminuir o número de repetições ou interações, ou seja, realizar a construção de um fractal com no máximo duas repetições. Já as atividades intermediárias foram as que obtiveram médias ponderadas aproximadas de 3, são elas: *Mediatriz*, *Ângulos*, *Cevianas Notáveis*, *Teorema de Pitágoras*, *Propriedade dos Triângulo Isósceles*, *Fazendo Arte no Geogebra*, *Número de Ouro*, *Retângulo Áureo*, *Simetria*, *Ângulo Inscrito* e *Curvas Cônicas*. Já as atividades consideradas pouco trabalhosas foram: *Teorema Angular de Tales* e *Soma dos Ângulos Internos de Um Quadrilátero Convexo*, as quais apresentaram médias ponderadas de 2,2 e 2,4. Diante desta análise, verificamos que dentro da nossa proposta em aplicar atividades rápidas, não muito trabalhosas, mas contínuas para desenvolver competências relacionadas ao uso do computador como ferramenta Matemática, os alunos do 8º ano, no geral, avaliaram as atividades como pouco trabalhosas ou intermediárias, atendendo às expectativas esperadas.

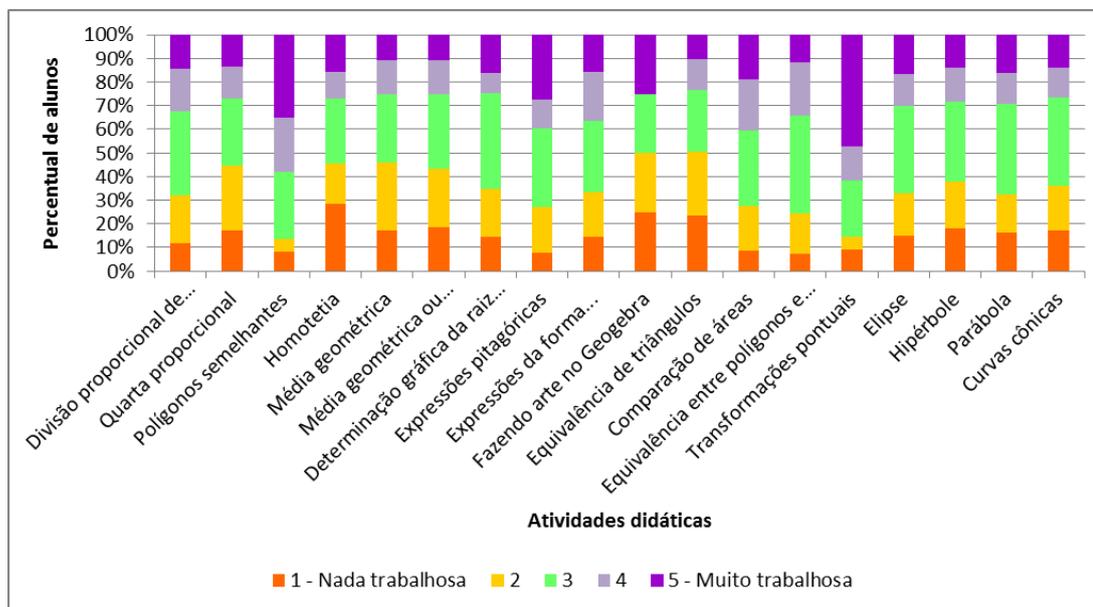
Figura 12 – Gráfico da avaliação dos alunos em relação ao trabalho tido na realização das Atividades Didáticas do 8º ano



Fonte: Elaborado pela autora.

Analisando os dados relativos ao 9º ano ainda em relação ao quesito esforço para realizar a AD - **Trabalho**, conforme Figura 13, verificamos que a maioria das atividades foram consideradas intermediárias quanto ao trabalho, ou seja, a média ponderada ficou nas proximidades de 3. Somente duas atividades foram consideradas mais trabalhosas, a de *Polígonos Semelhantes* e de *Transformações Pontuais*, com média ponderada de 3,7 e 3,8, respectivamente. Na atividade de *Polígonos Semelhantes*, o que pode ter tornado a atividade mais trabalhosa residiu no fato dos alunos terem de construir um octógono regular, a partir de uma imagem real com determinada razão de semelhança, pode-se dizer que foi uma figura com muitos lados (oito lados). Sugerimos em outra oportunidade propor a construção de outro polígono com menos lados, tornando assim, a atividade menos trabalhosa. Quanto a atividade de *Transformações Pontuais* foi considerada também trabalhosa, mas não era nossa intenção. Caso os alunos optassem por utilizar o mesmo método de construção empregado no papel, realmente teriam muito trabalho. Nossa intenção com essa atividade foi incentivar os alunos a descobrirem ferramentas novas no software Geogebra para facilitar a construção. O software disponibiliza uma ferramenta específica, que torna a construção de figuras simétricas muito rápida e precisa, através da escolha da ferramenta, seleção da figura original e determinação do eixo de simetria. Portanto, nesta atividade percebemos que a maioria dos alunos utilizou o percurso mais trabalhoso, pois eles não conseguiram explorar todos os recursos disponíveis no software.

Figura 13 – Gráfico da avaliação dos alunos em relação ao trabalho tido na realização das Atividades Didáticas do 9º ano



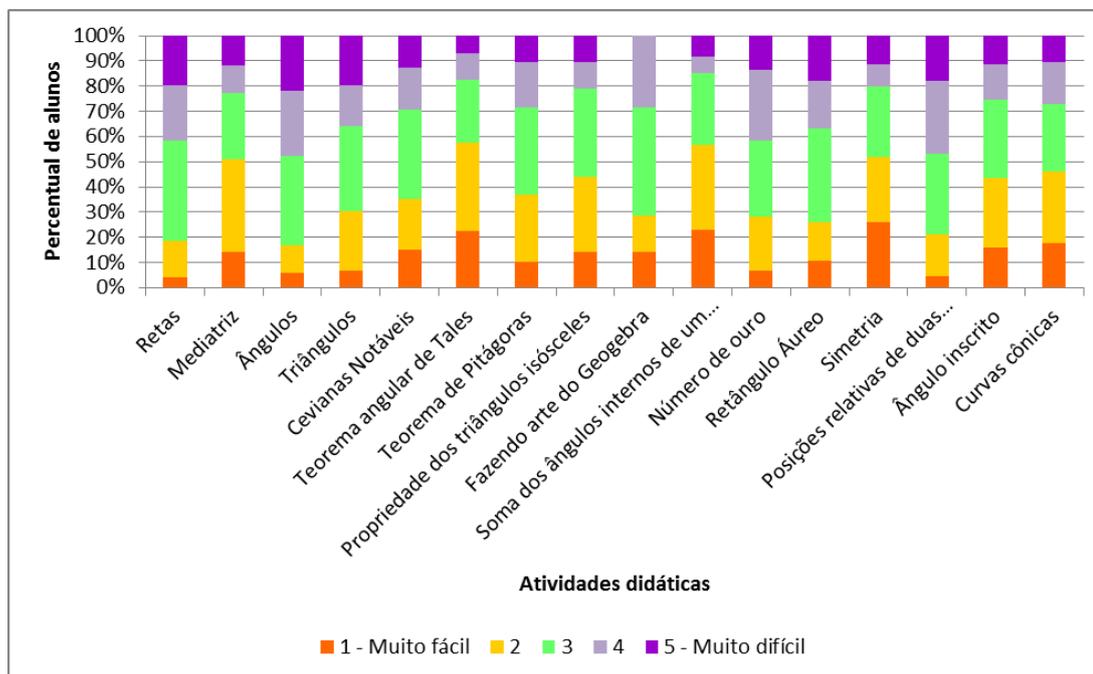
Fonte: Elaborado pela autora.

Agora, iremos analisar os graus que os alunos atribuíram à **Dificuldade** ((1) *Muito fácil* – (2) *Fácil* – (3) *Nem fácil/Nem difícil (intermediária)* – (4) *Difícil* – (5) *Muito difícil*) na pesquisa de opinião. Quando nos referimos à dificuldade, queremos identificar os obstáculos que os alunos encontraram ao longo da realização da atividade. Tivemos o cuidado ao elaborar as AD de irmos aumentando o grau de dificuldade das atividades ao longo de sua implementação para uma adaptação e investigação gradativa ao software Geogebra. Acreditamos que os alunos devam ser instigados a romper barreiras e em busca de soluções alternativas, incentivando assim a autonomia. Para atingirmos o propósito de ofertamos atividades desafiantes num grau crescente de dificuldade proposto nas atividades subsequentes.

Assim, no quesito **dificuldade**, percebemos que no geral, considerando as médias ponderadas calculadas, as AD em nenhum momento foram avaliadas como sendo muito difíceis. As médias ponderadas permaneceram entre as notas 2 e 3, ou seja, tenderam a serem avaliadas como mais fáceis do que difíceis. Este comportamento ocorreu, mesmo com o cuidado que tivemos de ir aumentando o grau de dificuldade das atividades no decorrer do ano letivo. Um ponto a se destacar é que o grau de dificuldade da sequência de AD ainda pode ser aumentado. Pois, com o aprimoramento das AD poderemos fazer que os alunos despertem cada vez mais a sua autonomia para a busca de soluções, motivados na busca de soluções alternativas, viáveis e criativas com os recursos do software Geogebra.

Analisando a Figura 14, que apresenta os dados relacionados à *dificuldade* dos alunos do 8º ano, percebemos que foram consideradas como fáceis as atividades *Soma dos Ângulos Internos de Um Quadrilátero Convexo* e *Simetria*, com médias ponderadas de 2,4 e 2,5. A atividade *Soma dos Ângulos Internos de Um Quadrilátero Convexo* em nossa percepção não era considerada como sendo fácil, foi uma surpresa ao percebermos o resultado, pois essa resolução envolvia outros pré-requisitos como o domínio da ferramenta para trabalhar com medição e construção de ângulos. Agora a atividade de *Simetria* realmente era uma atividade considerada fácil, pois o software Geogebra disponibiliza uma ferramenta que auxilia muito na construção de figuras simétricas. Para essa ação bastam poucos comandos e a execução da atividade está concluída, basta selecionar a imagem original, escolher a ferramenta que será usada para a construção, indicar um eixo de simetria e a nova figura simétrica é construída automaticamente. As duas atividades que se destacaram quanto ao grau de dificuldade foram as de *Ângulos* e *Posições Relativas de Duas Circunferências*. *Ângulos* porque a ferramenta disponibilizada para medição e construção de ângulos no software não é intuitiva e requer certo conhecimento e habilidade na sua execução. Mesmo os alunos sabendo previamente o conceito de Ângulo e sua construção no papel, apresentaram dificuldades em construir e medir os Ângulos no Geogebra. Esse obstáculo de aprendizagem também foi diagnosticada por, Albuquerque (2008), onde foi apontada como um dos pontos negativos do software Geogebra. A atividade também dependia muito da interpretação dos alunos, pois necessitavam compreender as orientações e comandos para a construção do percurso que precisavam delinear com as coordenadas indicadas no texto e, assim sendo, avaliaram como difícil. E, em relação a *Posições Relativas de Duas Circunferências*, a dificuldade pode ter sido gerada pelo fato dos alunos terem de criar algo novo e inédito seguindo os princípios de fractais circulares. Quando desafiamos os alunos a criarem, gera esforço e trabalho, o que acaba sendo encarado como dificuldade. Todas as demais atividades foram avaliadas como intermediárias em relação ao grau de dificuldade, pois tiveram suas médias ponderadas concentradas entre as notas 2 e 3.

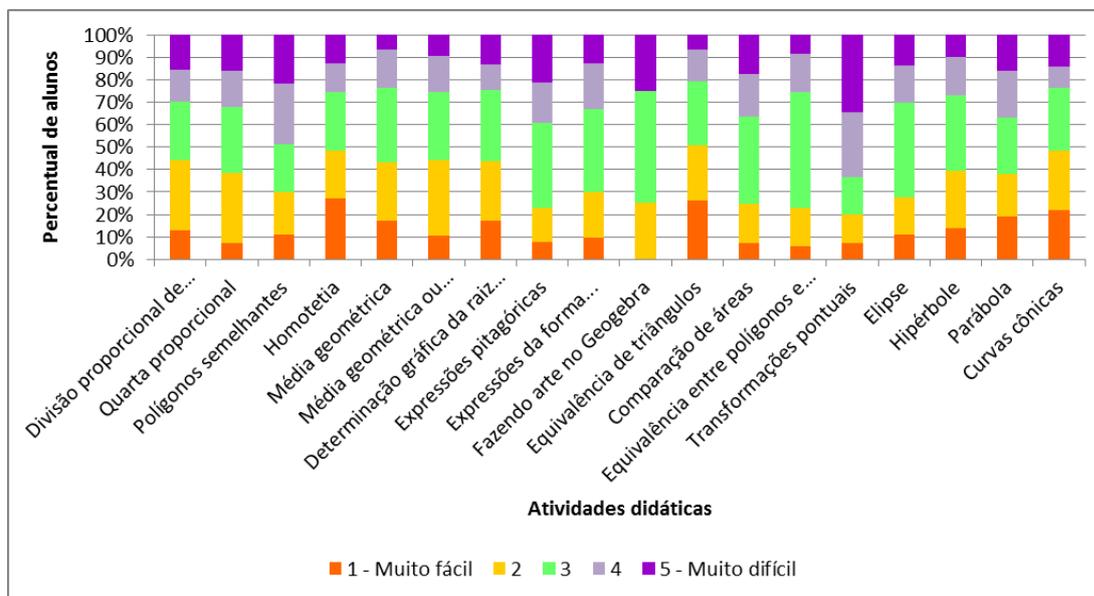
Figura 14 – Gráfico da avaliação dos alunos em relação à dificuldade enfrentada na realização das Atividades Didáticas do 8º ano



Fonte: Elaborado pela autora.

Na Figura 15, identificamos os resultados obtidos na avaliação dos alunos do 9º ano em relação à **dificuldade** enfrentada para a realização das AD. Permitiu identificarmos que as AD não foram consideradas muito difíceis. Os alunos do 9º ano avaliaram as AD como sendo um pouco mais difíceis em relação às avaliações das turmas do 8º ano. Apesar de verificarmos esta pequena diferença, as médias ponderadas também se concentraram entre as notas 2 e 3. A atividade considerada mais fácil foi a de *Equivalência de Triângulos*, com média ponderada de 2,5, todas as demais apresentaram médias ponderadas aproximadas de 3, isto é, foram consideradas intermediárias em relação a dificuldade. A atividade considerada mais difícil foi a de *Transformações Pontuais*, em que nossa avaliação não seria uma atividade difícil, desde que os alunos utilizassem as ferramentas corretas do software Geogebra. Se os alunos não identificassem a existência dessas ferramentas o procedimento a ser adotado para construção da solução realmente se tornaria mais difícil. Portanto, podemos perceber que a grande maioria seguiu o caminho mais complexo para sua resolução, por consequência a atividade foi avaliada como difícil.

Figura 15 – Gráfico da avaliação dos alunos em relação à dificuldade enfrentada na realização das Atividades Didáticas do 9º ano



Fonte: Elaborado pela autora.

De forma geral, observamos que os alunos não perceberam as AD como sendo difíceis, e sim intermediárias, logo em uma segunda implementação poderíamos aumentar o grau de dificuldades de algumas delas.

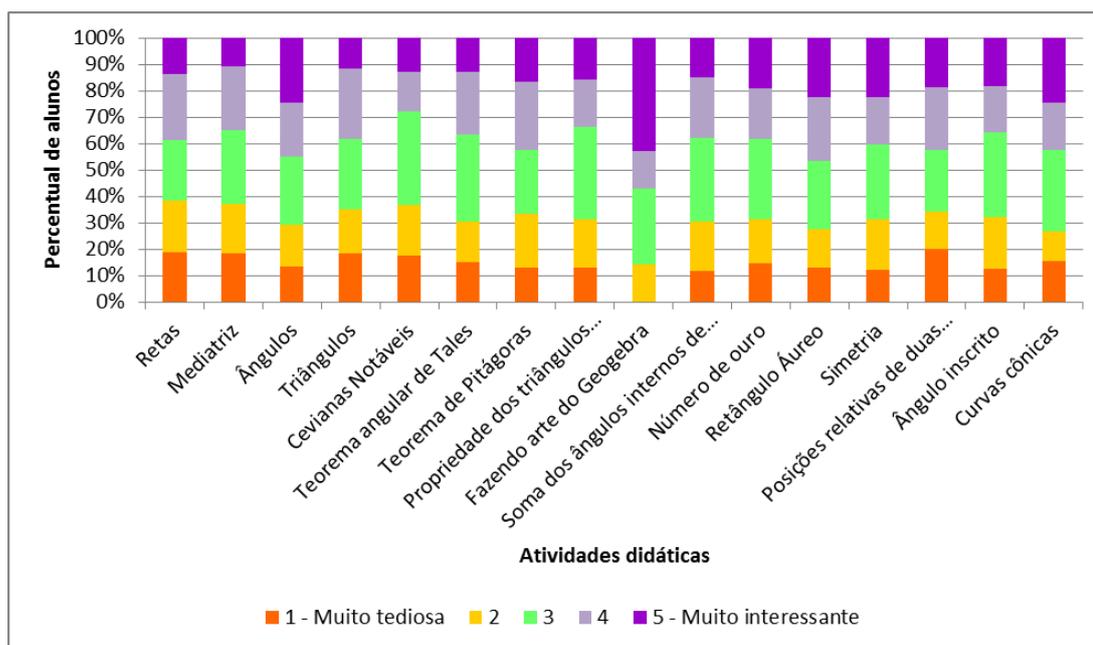
O terceiro item a ser avaliado na pesquisa de opinião reside no *interesse* ((1) *Muito Tediada* – (2) *Tediada* – (3) *Nem tediada-Nem interessante (intermediária)* – (4) *Interessante* – (5) *Muito Interessante*). Como interesse, consideramos o quanto importante, útil e vantajoso são as AD. De forma indireta relacionamos o interesse ao engajamento e motivação dos alunos na realização das AD. Assim, nas extremidades dos cinco graus que podem ser escolhidos colocamos as opções muito tediada e muito interessante, caso a escolha se concentrasse no grau três para cima, significaria que as atividades tiveram boa aceitação, pois os alunos se interessaram em realizá-las.

Ao analisarmos os dados apresentados nas Figuras 16 e 17, percebemos de modo geral que as AD foram consideradas interessantes pelo 8º e 9º ano. As médias ponderadas concentraram-se na nota 3, que indica uma aceitação favorável. Destaca-se que em torno de 30% dos alunos atribuíram as notas máximas (4 e 5) para o interesse.

Nas avaliações do 8º ano, Figura 16, observamos que em praticamente todas as AD a média ponderada ficou aproximada da nota 3. A exceção da atividade *Fazendo Arte no Geogebra* que obteve média ponderada de 3,8. Entre as AD do 8º ano a que despertou menor interesse na maioria dos alunos foi a atividade de *Cevianas Notáveis*, provavelmente por ser

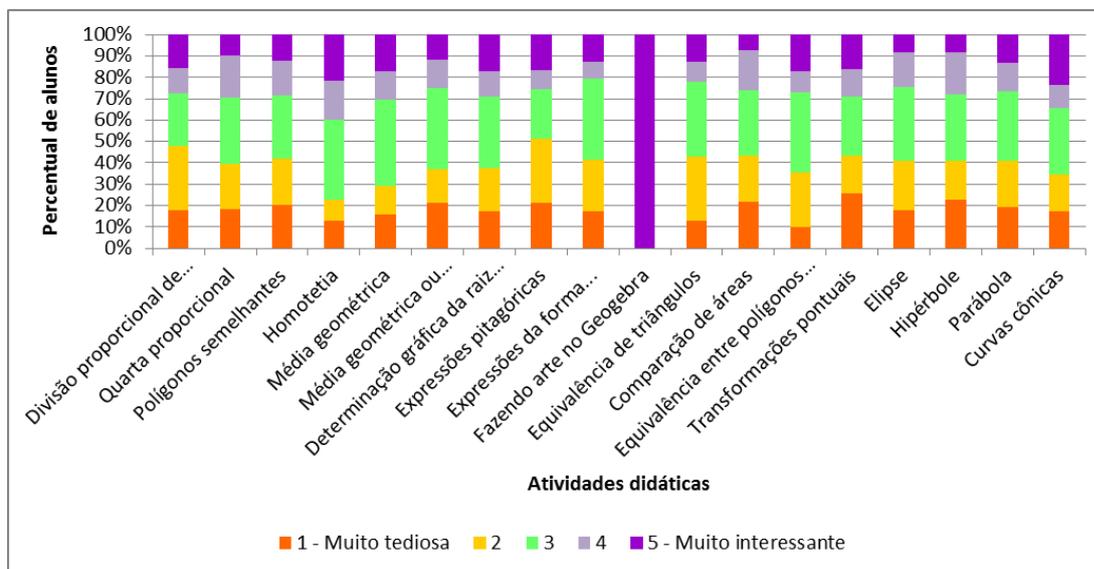
uma atividade que desencadeava-se numa sequência de itens, exigindo do aluno maior concentração e tempo para sua realização. No 9º ano, Figura 17, o comportamento foi o mesmo, porém a atividade *Fazendo Arte no Geogebra* obteve como média ponderada a nota 5. O grande destaque dado ao interesse na atividade *Fazendo Arte no Geogebra* é que esta ação ocorreu em caráter voluntário participaram os alunos que demonstraram afinidade e habilidade para desenvolverem um trabalho criativo no software Geogebra. Enquanto nos alunos do 9º ano a AD considerada menos interessante foi a de *Expressões Pitagóricas*, na qual em torno de 50% dos alunos atribuíram as notas 1 e 2. Observando-se as médias ponderadas dos dois anos percebemos que as AD na sua maioria foram avaliadas com notas superiores a 3, assim, podemos considerar que na avaliação dos alunos as atividades foram interessantes.

Figura 16 – Gráfico da avaliação dos alunos em relação ao interesse apresentado na realização das Atividades Didáticas do 8º ano



Fonte: Elaborado pela autora.

Figura 17 – Gráfico da avaliação dos alunos em relação ao interesse apresentado na realização das Atividades Didáticas do 9º ano

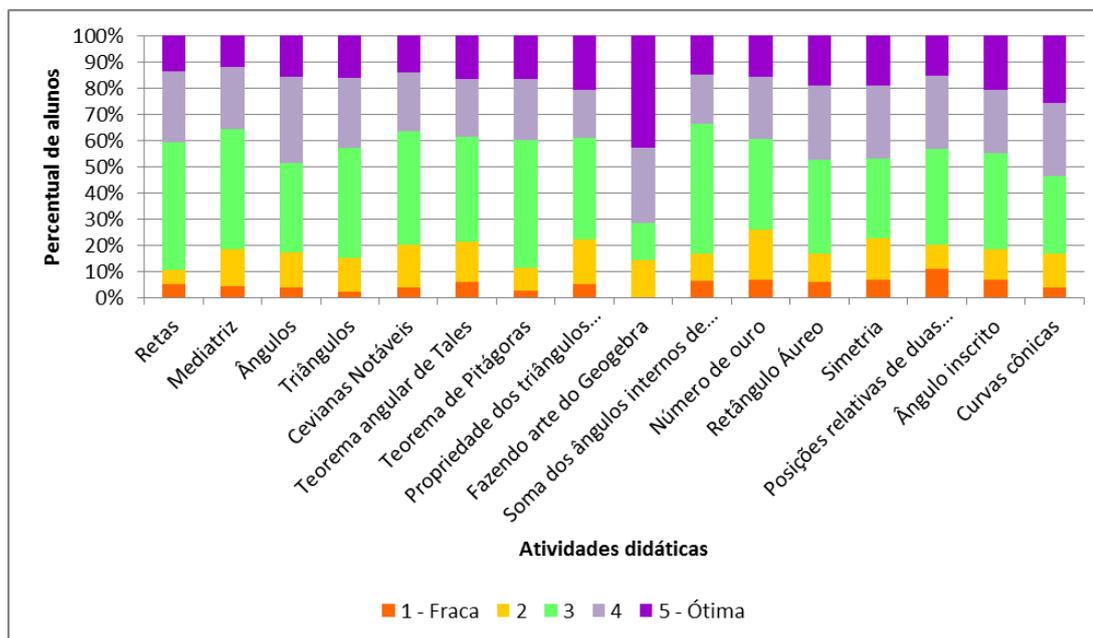


Fonte: Elaborado pela autora.

Para concluir a pesquisa de opinião, optamos por realizar uma avaliação geral das atividades onde consideramos o item de **forma geral** ((1) *Fraca* – (2) *Razoavelmente fraca* – (3) *Regular* – (4) *Boa* – (5) *Ótima*). Neste item, tínhamos como pretensão conhecer a visão que os alunos tiveram da AD de forma geral, atribuindo para isso também cinco graus, com seus extremos determinados pelas palavras *Fraca* e *Ótima*. Opiniões concentradas em *fraca* significaria que a AD teria que ser completamente revista e reelaborada para próxima implementação. Em caso contrário, significaria que a atividade pode ser implementada da mesma forma, pois apresentou uma boa receptividade dos alunos. Neste item, podemos ter uma noção geral da avaliação dos alunos diante das AD individualmente.

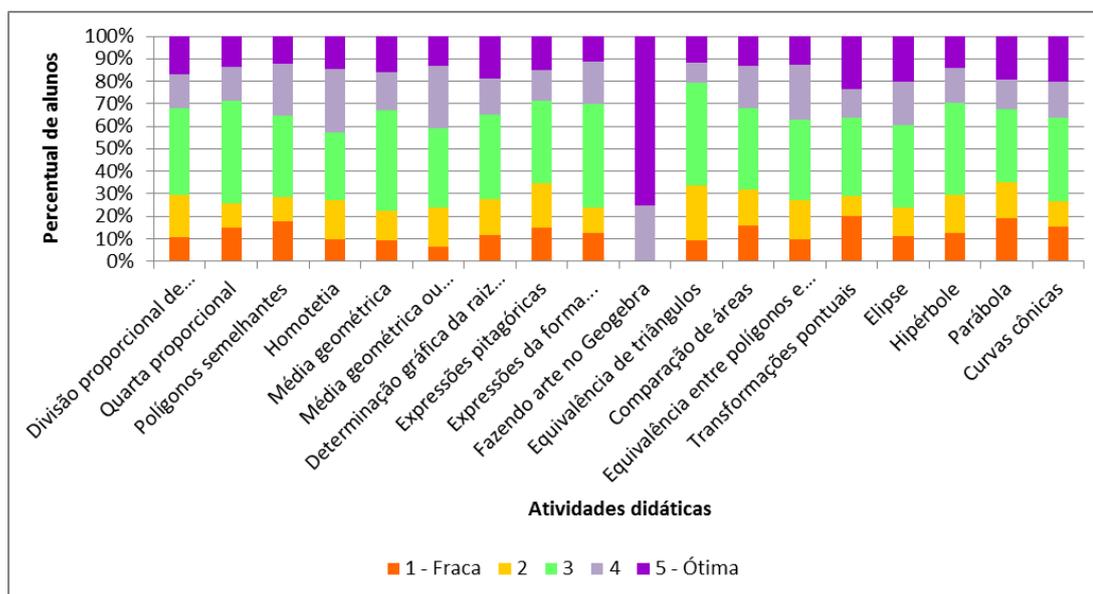
Observando os dados apresentados nas Figuras 18 e 19, com os gráficos com notas de 1 a 5 atribuída às AD, consideramos esses dados favoráveis, pois mais de 70% dos alunos demonstraram que a sequência de AD é bem vinda, sendo a opinião desfavorável menor que 30%. No 8º ano, as atividades que receberam maiores notas considerando para isso a média ponderada, foram: *Fazendo Arte no Geogebra* e *Curvas Cônicas*. As demais atividades se concentraram na nota 3. No 9º ano o destaque foi também para a atividade *Fazendo Arte no Geogebra* e todas as demais receberam notas aproximadas de 3.

Figura 18 – Gráfico da avaliação dos alunos de forma geral das Atividades Didáticas do 8º ano



Fonte: Elaborado pela autora.

Figura 19 – Gráfico da avaliação dos alunos de forma geral das Atividades Didáticas do 9º ano



Fonte: Elaborado pela autora.

Ao término da análise inicial da pesquisa de opiniões dos alunos em relação aos critérios: *trabalho*, *dificuldade*, *interesse* e *avaliação geral*, observamos que as AD foram percebidas pelos alunos como não sendo muito trabalhosas e nem muito difíceis. Foram

avaliadas como interessantes mostrando que os alunos foram favoráveis à aplicação da sequência de AD. Por conseguinte, verificamos que, diante a opinião pontual dos alunos, a sequência de AD foi muito bem recebida e motivou os estudantes, vindo assim a cumprir o quesito “aceitação”.

Para concluir a análise da pesquisa de opinião verificamos a existência de possíveis correlações entre as variáveis pesquisadas (*trabalho, dificuldade, interesse, de forma geral*), pois podem contribuir para nosso estudo da receptividade da sequência de AD.

Definimos como correlação à existência de vínculos e semelhanças entre as variáveis em estudo. Neste sentido, os dados demonstraram que *trabalho* e *dificuldade* relacionam-se, assim como *interesse* e *avaliação geral* também apresentam o mesmo comportamento entre si. Para facilitar a compreensão apresentamos nas Figuras 20 e 21, gráficos com as médias ponderadas das quatro variáveis em todas as atividades, para demonstrar a receptividade da sequência de AD pelos alunos do 8º e 9º ano.

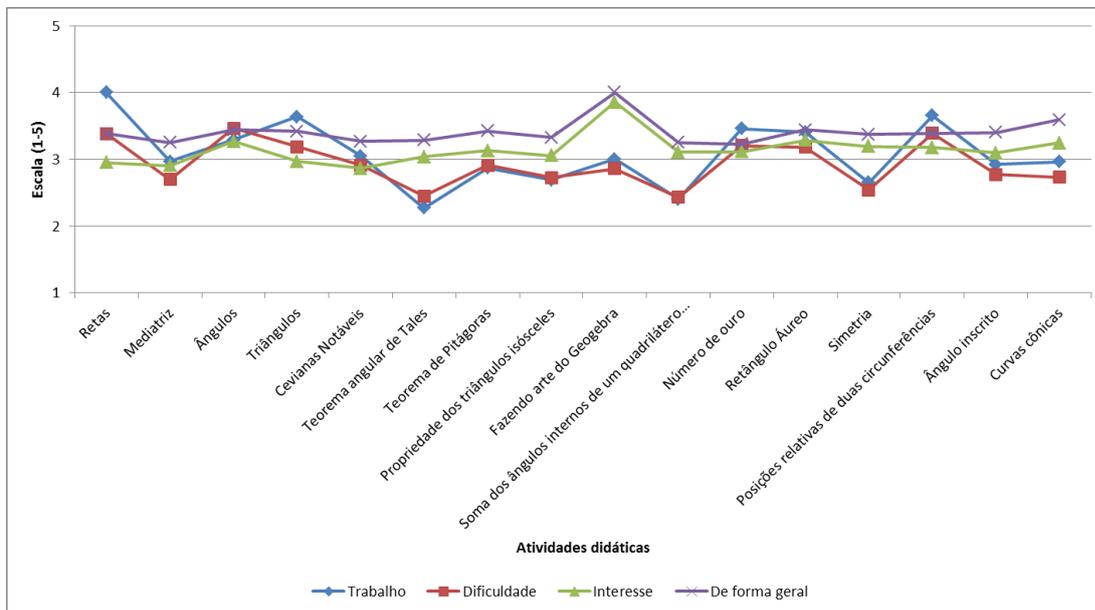
Nos gráficos, também verificamos que os itens *trabalho* e *dificuldade* correlacionam-se, trabalho está ligeiramente acima do ponto de equilíbrio (3) e a dificuldade ligeiramente abaixo do ponto de equilíbrio. Então, em relação ao *trabalho* e *dificuldade* as AD na opinião dos alunos foram bem reguladas, em torno do ponto de equilíbrio (3) e que se a AD era avaliada como trabalhosa, conseqüentemente também era considerada como difícil.

Ainda nas mesmas figuras, observamos que os itens *interesse* e *avaliação geral* se relacionam. No 8º ano, *interesse* e *avaliação geral* foram considerados acima do ponto de equilíbrio (3) e no 9º ano interesse aparece um pouco abaixo deste ponto de equilíbrio (3), mas de forma geral ligeiramente acima deste ponto. Possivelmente quando um aluno considera uma atividade interessante, de forma geral acaba julgando também como sendo uma boa AD. Não identificamos relações entre trabalho e interesse e nem entre dificuldade e interesse, assim constatamos que se a atividade foi considerada trabalhosa e difícil, não será considerada como interessante na opinião dos alunos, logo para ser avaliada interessante uma AD não pode ser trabalhosa e nem difícil. Diante desta verificação, observamos que a sequência de AD aplicada ao software Geogebra foi bem recebido, considerando o ponto (3) como bom, já que o aluno nesta faixa etária possivelmente ainda não apresenta maturidade o suficiente para escolher. O processo de tomada de decisão dos adolescentes ainda não leva totalmente em consideração os riscos e às conseqüências futuras. Segundo Enderle (1990) e Biaggio (1998) ao discutirem a teoria piagetina, afirmam que os adolescentes nesta faixa etária em que trabalhamos, ou seja, 12 anos ou mais de idade, são capazes de realizarem sucessão de hipóteses a procura de propriedades gerais que permitam dar definições

exaustivas, declarar leis gerais, conceitos espaciais podem ir além do tangível finito e conhecido, tornam-se conscientes de seus próprios pensamentos e lidam com relações entre relações. Neste sentido, estes mesmos adolescentes encontram-se no estágio que Jean Piaget define como Estágio de operações formais (12 anos em diante).

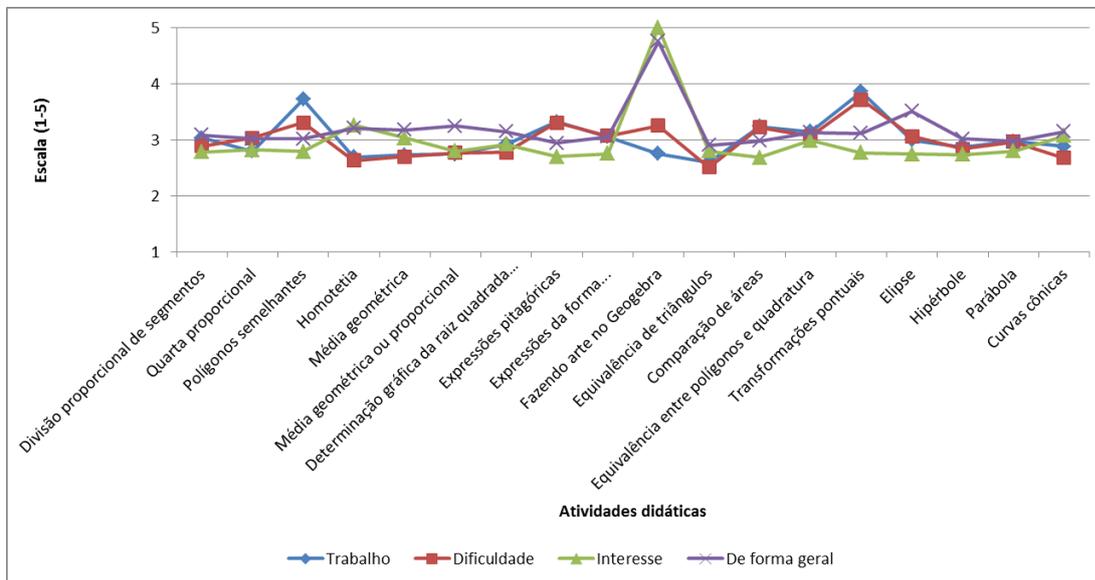
Conforme Biaggio (1998), Jean Piaget, psicólogo, filósofo e pesquisador cognitivo infantil, ao realizar seus estudos experimentais sobre a mente humana e ao desenvolver suas pesquisas sobre o desenvolvimento das habilidades cognitivas, observou que esse desenvolvimento tem uma evolução gradativa, que ocorre entre as relações estabelecidas entre o sujeito que conhece e o mundo que tenta conhecer. Sua teoria consiste na classificação de quatro estágios de desenvolvimento onde o conhecimento se desenvolve e aumenta até alcançar o ponto onde se torna completamente eficaz: (1) Estágio sensório-motor (0 a 2 anos): Conhecimento do mundo baseado nos sentidos e habilidades motoras. No final do período, emprega representações mentais. (2) Estágio pré-operacional (2 a 6 anos): Uso de símbolos, palavras, números para representar aspectos do mundo. Relaciona-se apenas por meio de sua perspectiva individual. O mundo é fruto da percepção imediata. (3) Estágio de operações concretas (7 a 11 anos): Aplicação de operações lógicas a experiências centradas no aqui agora. Início da verificação das operações mentais, revertendo-as e atendendo a mais de um aspecto. (4) Estágio de operações formais (12 anos em diante): Pensamento abstrato, especulação sobre situações hipotéticas, raciocínio dedutivo. Planejamento, imaginação. Adquire capacidade para criticar os sistemas sociais e propor novos códigos de conduta; discute os valores morais de seus pais e constrói os seus próprios. Desta forma, neste último estágio de desenvolvimento a criança adquire pensamento independente, está apta a tirar conclusões e compreender teorias.

Figura 20 – Gráfico das médias ponderadas dos itens analisados (Trabalho, Dificuldade, Interesse e De forma geral) das Atividades Didáticas do 8º ano



Fonte: Elaborado pela autora.

Figura 21 – Gráfico das médias ponderadas dos itens analisados (Trabalho, Dificuldade, Interesse e De forma geral) das Atividades Didáticas do 9º ano



Fonte: Elaborado pela autora.

As AD apresentaram um potencial motivador e a maioria dos alunos compreenderam as atividades como um fator que contribuiu positivamente para ampliar seus conhecimentos em Geometria e Desenho Geométrico. Nós docentes e pesquisadores apostamos que essa

proposta possibilite o desenvolvimento das competências relacionadas ao uso do computador como ferramenta Matemática.

5.4.1.2 Quanto ao Questionário II

Para a realização desta análise, dividimos o Questionário II em quatro seções de acordo com a proximidade das características das questões a fim de diagnosticar e obter as características dadas pela visão dos alunos quanto à sequência de AD desenvolvida como um todo. Logo, identificamos a seção 1 como sendo a que vai analisar o perfil dos alunos quanto a utilização do computador, enquanto a seção 2 procura apurar informações sobre o uso do software Geogebra. A seção 3 analisa o conhecimento alcançado e o desempenho nas AD e, por fim, a seção 4 avalia a sequência de AD.

Após um trabalho intenso de utilização de recursos tecnológicos é necessário traçar um perfil atual dos alunos quanto à utilização do computador. Neste sentido, percebemos a necessidade de conhecer a familiaridade na utilização do computador em suas vidas, bem como para saber qual a finalidade do uso do computador como ferramenta de aprendizado. Para ilustrar esta seção de forma mais sucinta a chamaremos de "Utilização do computador".

Tornou-se relevante apurar informações sobre a impressão que os alunos tiveram em relação ao uso do software Geogebra em suas atividades escolares. Esta verificação auxilia o professor a perceber como os alunos avaliaram de forma geral o software escolhido, sendo possível, de acordo com a opinião dos alunos, permanecerem utilizando o software nas atividades escolares. Também em outras atividades distintas no seu dia a dia sem um prévio direcionamento do professor, levar o aluno perceber que pode utilizar este software para solução de problemas em outras áreas do conhecimento. Avaliamos igualmente o grau de interesse dos estudantes em utilizar esta ferramenta em atividades futuras. O título considerado para esta seção foi "Geogebra".

Para compor a análise da receptividade da sequência de AD foi necessário realizar uma auto avaliação com os alunos, onde puderam analisar como foi o desempenho e grau de conhecimento proporcionado. Para verificarmos o grau de satisfação em relação aos benefícios e seu nível de conhecimento em relação ao computador e em especial ao software Geogebra. A auto avaliação faz com que os alunos reflitam sobre suas ações e aprendizagem, tornando-se um elemento importante no estudo proposto. Assim, chamaremos esta seção de "Conhecimento alcançado".

Outro fator que mereceu ser analisado foi como os alunos avaliaram a sequência de AD em relação às atividades, no tocante aos seguintes itens: a curiosidade em aprender mais

sobre o software Geogebra, à quantidade de atividades disponibilizadas, ao tempo proposto para execução, ao prazo, as instruções/trabalho/interesse despertado em comparação com as demais atividades realizadas em livros e apostilas. Denominaremos esta seção de "Avaliação do conjunto".

5.4.1.2.1 Seção 1 - Perfil dos alunos quanto a utilização do computador

A Seção 1, intitulada "Utilização do computador", busca traçar o perfil dos alunos quanto à utilização do computador. Esta seção é composta pelas questões:

Q6 - Utilizo o software Geogebra para a realização de outras atividades/problemas de outras disciplinas;;

Q19 - Utilizo o computador como ferramenta de comunicação;;

Q20 - Utilizo o computador como ferramenta de análise gráfica e numérica;;

Q21 - Utilizo o computador como ferramenta de edição e apresentação;;

Q22 - Utilizo o computador como ferramenta de pesquisa: e,

Q23 - Utilizo softwares didáticos:.

A Tabela 4 expressa os resultados obtidos nesta seção. Percebemos que os alunos do 8º ano não utilizam ou não são estimulados a usar ferramentas tecnológicas para agregar conhecimento. Do total de alunos, 42% utilizam o computador muito frequentemente como ferramenta de comunicação, esta resposta deve estar possivelmente atrelada às redes sociais, pois, atualmente, a faixa etária em que estão nossos alunos possui como importante meio de comunicação as redes sociais, pela sua facilidade de utilização e diversidade de recursos disponíveis. Na nossa pesquisa apenas 5% utilizam frequentemente o computador como ferramenta de ensino de Matemática, ou seja, utilizam para análise gráfica e numérica e 36% usam muito frequentemente o computador para pesquisas através da Internet como uma fonte rápida de informações que auxiliam na confecção das tarefas propostas. Como ferramenta de edição e apresentação, 16% dos alunos utilizam frequentemente o computador para este fim.

A pesquisa também deixa evidente que os softwares de ensino estão sendo pouco explorados, pois apenas 9% dos alunos utilizam frequentemente softwares didáticos. Segundo Soffa e Alcântara (2008), em pesquisas realizadas sobre as tecnologias na educação, em especial softwares educativos, usados como um meio didático, uma ferramenta de ensino, contribui expressivamente para práticas escolares em qualquer nível de ensino. Muitos projetos com o intuito de melhorar a prática pedagógica têm auxiliado em certos momentos o processo de ensino e aprendizagem, porém os resultados na prática, são poucos e a educação formal continua na sua essência sem mudanças.

Quanto à utilização do software Geogebra em outras disciplinas, verificamos que ele é pouco utilizado, possivelmente por ser mais voltado ao uso na Matemática e pelo fato dos demais professores não fazerem uso desta ferramenta.

Tabela 4 – Utilização do computador por alunos do 8º e 9º ano da escola A

Questões	Nunca		Raramente		Às vezes		Frequentemente		Muito Frequentemente	
	8º	9º	8º	9º	8º	9º	8º	9º	8º	9º
Q6 - Utilizo o softwares Geogebra para a realização de outras atividades/problemas de outras disciplinas	58%	36,7%	31%	19,8%	10%	9,3%	1%	0%	0%	1,2%
Q19 - Utilizo o computador como ferramenta de comunicação:	2%	1,2%	9%	8,1%	19%	17,5%	27%	36%	42%	37,2%
Q20 Utilizo o computador como ferramenta de análise gráfica e numérica:	32%	19,7%	30%	34,8%	33%	33,7%	5%	8,1%	0%	3,7%
Q21 - Utilizo o computador como ferramenta de edição e apresentação:	9%	3,4%	18%	16,3%	47%	32,5%	16%	30,2%	10%	17,6%
Q22 - Utilizo o computador como ferramenta de pesquisa:	2%	0%	1%	2,3%	23%	10,4%	38%	46,6%	36%	40,7%
Q23 - Utilizo softwares didáticos:	22%	12,8%	39%	41,8%	30%	31,4%	9%	12,8%	0%	1,2%

Fonte: Elaborado pela autora.

Com relação ao 9º ano, Tabela 4, percebemos que estes alunos não utilizam ou não são estimulados a usar ferramentas tecnológicas no seu processo de ensino e aprendizagem. Do total de alunos, 37,2% utilizam o computador muito frequentemente como ferramenta de comunicação. Apenas 3,7% utilizam muito frequentemente o computador como ferramenta que auxilia no ensino e aprendizagem de Matemática e 40,7% utilizam muito frequentemente o computador para pesquisa, o que deve estar associado ao uso da Internet. Um número pequeno dos alunos nunca utilizou o computador como ferramenta de apresentação e edição, somente 3,4% dos mesmos. A pesquisa também mostrou que os softwares de ensino estão sendo pouco explorados, pois apenas 1,2% dos alunos utilizam muito frequentemente softwares didáticos. Em relação à utilização do software Geogebra em outras disciplinas percebemos um uso restrito, conforme resultado já analisado no 8º ano, por ser mais voltado ao uso na Matemática e pelo fato dos demais professores não fazerem uso desta ferramenta.

Ao compararmos os resultados dos dois anos (8º e 9º ano) percebemos que as questões Q19, Q21 e Q22 se agrupam e apresentam resultados muito próximos nos dois anos escolares.

Comportamento esperado por nossa parte, pois traça um perfil do que já era vivenciado intuitivamente diante do uso habitual do computador, uma vez que esse uso frente à pesquisa, comunicação e edição é despertado bem cedo nos alunos em suas famílias e também na escola. Outra proximidade que observamos foi entre as questões Q20 e Q23 nos dois anos respectivamente, mas desta vez, foi um surpresa este resultado, pois apesar dos alunos trabalharem com análise gráfica no papel, não utilizam o computador para este fim. Em relação a não utilização de softwares didáticos, também não era esperado este resultado pois os alunos poderiam utilizar softwares didáticos em outras disciplinas como Português, Inglês, Geografia, Ciências, entre outras, a fim de agregar conhecimento.

Com a finalidade de verificar a receptividade da sequência de AD nas aulas de Geometria e Desenho Geométrico a partir da visão global dos alunos, na Seção 1, "Utilização do computador" percebemos que os alunos não usam ou não são estimulados a usar ferramentas tecnológicas em seu ensino e aprendizagem. Sabem utilizar os recursos tecnológicos, mas os utilizam com maior frequência nas atividades de lazer e redes sociais deixando de lado a finalidade educacional. Vindo ao encontro dessa observação, Silva e Geller (2014), também verificaram resultados semelhantes em suas pesquisas, quando identificaram que frente ao massivo uso de redes sociais, o cenário do uso de redes sociais para fins educacionais é inexpressivo, contudo de grande potencial, e que esse não uso das redes sociais para educação, em contraponto ao uso maciço de redes sociais para comunicação e lazer, pode se resumir, principalmente, em uma questão cultural. Os mesmos autores concluíram que para ampliar o uso educacional das ferramentas tecnológicas, em especial, das redes sociais, devemos vencer alguns obstáculos e considerar as preocupações apresentadas por toda equipe docente das escolas, tais como: segurança, privacidade, ética, infraestrutura das escolas e principalmente formação/capacitação tanto dos professores como também dos alunos, já que o professor deve tornar-se um animador da inteligência coletiva de seus grupos de alunos em vez de um fornecedor direto de conhecimento.

5.4.1.2.2 Seção 2 - O uso do software Geogebra

A Seção 2, denominada "Geogebra", tem por finalidade apurar informações sobre o uso do software Geogebra na percepção dos alunos. As questões:

Q1 - O software Geogebra é fácil, simples e intuitivo de usar;;

Q2 - O software Geogebra tem as ferramentas necessárias para aplicar ao assunto dado pela professora;;

Q3 - De forma geral, o software Geogebra auxilia no estudo;;

Q4 - Pretendo utilizar o software Geogebra em outras atividades;;

**Q7 - Aprovo o uso do software Geogebra em outras atividades escolares nos próximos anos:
e;**

Q8 - Aprovo o uso do software Geogebra nas suas atividades, compõem esta seção:.

A Tabela 5 demonstra os resultados da avaliação do software Geogebra. No 8º ano os alunos avaliaram de forma positiva o software Geogebra, 65% dos alunos concordam que software é de fácil manuseio, 85% dos alunos concordam que o software Geogebra possui as ferramentas necessárias para resolver as tarefas, 45% dos alunos concordam com a utilização em outras atividades nos próximos anos escolares e 59% concordam que software Geogebra auxilia nos estudos de Geometria e Desenho Geométrico. As questões Q4 e Q8 sinalizaram que 25% e 29%, respectivamente, que os alunos concordam em utilizar o software em outras atividades. Os alunos consideram importante, mas sentem-se inseguros, necessitando o incentivo e acompanhamento do professor para dar continuidade ao uso.

Tabela 5 – Respostas dos alunos do 8º e 9º ano da Escola A com relação ao uso do software Geogebra

Questões	Discordo Totalmente		Discordo		Nem Concordo/ Nem Discordo		Concordo Parcialmente		Concordo Plenamente	
	8º	9º	8º	9º	8º	9º	8º	9º	8º	9º
	Q1 - o software Geogebra é fácil, simples e intuitivo de usar:	9%	9,3%	9%	34,8%	17%	0%	52%	41,9%	13%
Q2 - o software Geogebra tem as ferramentas necessárias para aplicar ao assunto dado pela professora:	3%	2,3%	3%	3,4%	9%	11,6%	30%	24,4%	55%	58,3%
Q3 - De forma geral, o software Geogebra auxilia no estudo:	7%	15,1%	9%	11,6%	25%	24,4%	39%	27,9%	20%	21%
Q4 - Pretendo utilizar o software Geogebra em outras atividades:	29%	38,4%	14%	19,7%	32%	30,2%	18%	5,8%	7%	5,9%
Q7 - Aprovo o uso do software Geogebra em outras atividades escolares: nos próximos anos	20%	20,9%	5%	31,4%	30%	23,2%	29%	15,1%	16%	9,4%
Q8 - Aprovo o uso do software Geogebra nas suas atividades:	11%	1,2%	13%	23,3%	47%	51,2%	24%	22%	5%	2,3%

Fonte: Elaborado pela autora.

No 9º ano os alunos também avaliaram de forma positiva o software Geogebra, 55,9% concordam que software é de fácil manuseio e 82,7% dos alunos concordam que o software Geogebra possui as ferramentas necessárias para serem aplicadas aos assuntos de Geometria. Quanto aos estudos, 48,9% concordam que o software auxilia nos estudos.

Ao analisarmos a Tabela 5 para verificarmos possíveis proximidades entre as questões e anos escolares, observamos que as questões Q1 e Q3 se agrupam e apresentam um resultado positivo, onde os alunos identificaram o software Geogebra como de fácil manuseio e intuitivo e que as AD auxiliaram nos seus estudos. Quanto a questão Q4 não apresentou resultados muito positivos, mostrando que os alunos ainda não fizeram relações entre outras áreas com o software Geogebra, pois não foram incentivados a experimentar para outros fins em outras disciplinas. No 8º ano, os resultados relacionados com esta mesma questão apresentaram indicadores maiores ainda que o 9º ano, isso em virtude dos alunos do 8º ano serem apresentados recentemente ao software Geogebra e assim, acabam usando-o pouco, somente nas atividades relacionadas as disciplinas de Geometria e Desenho Geométrico. Com o objetivo de verificar a receptividade da sequência de AD nas aulas de Geometria e Desenho Geométrico a partir da visão global dos alunos, na Seção 2, "Geogebra", diagnosticamos que grande parte dos estudantes avalia de forma positiva o software Geogebra, pois perceberam que ele é de fácil manuseio, possui ferramentas necessárias para a resolução de todas as atividades realizadas e auxilia no estudo de Geometria e Desenho Geométrico. Esses números expressivos demonstram que a regularidade da utilização do software desenvolve o hábito e conduz ao aperfeiçoamento. Percebemos também que os estudantes estão utilizando pouco o software Geogebra para a resolução de outros problemas de outras áreas, isso pode estar ocorrendo pois ainda não conseguem fazer conexões apropriadas com as mais diversas áreas e diferentes estratégias de soluções. A dificuldade de estudantes de realizar conexões entre as diferentes áreas de conhecimento é uma preocupação que vem sendo observada e estudada por alguns pesquisadores, a algum tempo, como: Morin (1991), D'Ambrosio (2001), Bachelard (1986), entre outros. Não é somente no caso específico observado nesta pesquisa, se tratando da utilização do software Geogebra para resolução de problemas de outras áreas do conhecimento. Tais autores discutem o modo como o conhecimento científico às vezes é tratado na escola, revelando possibilidades para a superação da fragmentação do conhecimento e nos levam a refletir sobre o tema interdisciplinaridade, reconhecendo que o modo como a educação está estruturada favorece a fragmentação dos saberes, o que contribui para aumentar a dificuldade dos estudantes em estabelecer relações entre as diferentes disciplinas.

Gerhard e Filho (2012), em pesquisa realizada sobre a fragmentação dos saberes na educação científica escolar na percepção de professores de uma escola de Ensino Médio, concluíram que o aluno deixa de ser capaz de perceber as semelhanças e relações entre as diferentes áreas do conhecimento influenciados pela separação das disciplinas no meio escolar, já que a estrutura curricular da escola foi fundamentada no positivismo lógico e no pensamento cartesiano do desenvolvimento científico onde levou à separação dos saberes no âmbito da pesquisa científica. Os mesmos autores firmam que a fragmentação dos saberes acaba provocando um profundo desinteresse pela ciência e também, que esta fragmentação se manifesta na incapacidade dos alunos em reconhecer as ligações entre os conteúdos de diferentes disciplinas, e na sua aversão às disciplinas científicas, impossibilitando que os alunos tenham uma visão complexa da realidade. Os autores ressaltam ainda que a falta de maturidade dos estudantes também contribui para a dificuldade de estabelecer relações entre as diferentes áreas do conhecimento.

5.4.1.2.3 Seção 3 - O conhecimento alcançado e o desempenho nas Atividades Didáticas

A Seção 3, intitulada "Conhecimento alcançado", tem por finalidade verificar o conhecimento alcançado e desempenho nas AD. A seção é composta pelas seguintes questões:

Q9 - Em relação a sua aprendizagem em tópicos da disciplina, as atividades didáticas no software Geogebra;;

Q10 - O meu desempenho na realização das atividades usando o software Geogebra foi;;

Q18 - Meu nível de conhecimento em relação ao computador é;;

Q24 - Grau de satisfação em relação ao nível de conhecimento do software Geogebra: e,

Q25 - Grau de satisfação com os benefícios que o software Geogebra oferece.:

Da análise das respostas da Seção 3 podemos considerar como tendo sido positiva. A sequência de AD contribuiu para o aprendizado da disciplina, os alunos mostraram-se satisfeitos e com um desempenho em sua grande maioria foi considerado bom ou muito bom.

Observamos na Tabela 6 que do total de alunos do 8º ano, 52% consideram que as AD contribuíram para os conhecimentos da disciplina. Isso pode estar atrelado aos 54% dos alunos que se consideram com bom conhecimento em computador. A satisfação em relação às AD obteve 61% dos alunos satisfeitos também é reflexo dos 40% que consideram o seu desempenho bom quanto a realização das atividades. Quanto aos benefícios do software 57% estão satisfeitos com os benefícios do programa. Pode-se observar ainda que o percentual de alunos que não tem nenhum conhecimento em computador 2% está muito próximo ao percentual de alunos muito insatisfeitos com as atividades 0%.

Tabela 6 – Respostas dos alunos do 8º e 9º ano da Escola A com relação ao conhecimento alcançado

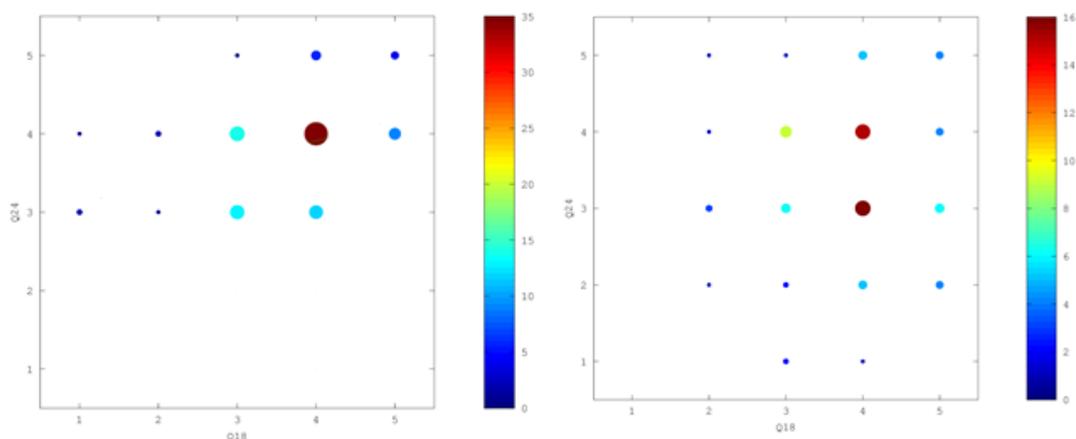
Questões	Não contribuíram		Pouco contribuíram		Indiferente		Contribuíram		Muito contribuíram	
	8º	9º	8º	9º	8º	9º	8º	9º	8º	9º
Q9 - Em relação a sua aprendizagem em tópicos da disciplina, as atividades didáticas no software Geogebra:	11%	3,4%	18%	22%	12%	27%	52%	39%	7%	8,6%
Questões	Péssimo		Regular		Bom		Muito Bom		Excelente	
	8º	9º	8º	9º	8º	9º	8º	9º	8º	9º
Q10 - o meu desempenho na realização das atividades usando o software Geogebra foi:	5%	8,1%	19%	27,8%	40%	26,7%	31%	24,4%	5%	13%
Questões	Nenhum conhecimento		Razoável conhecimento		Pouco conhecimento		Bom Conhecimento		Grande Conhecimento	
	8º	9º	8º	9º	8º	9º	8º	9º	8º	9º
Q18 - Meu nível de conhecimento em relação ao computador é:	2%	0%	3%	6,9%	18%	23,2%	54%	48,9%	23%	21%
Questões	Muito Insatisfeito		Insatisfeito		Neutro		Satisfeito		Muito Satisfeito	
	8º	9º	8º	9º	8º	9º	8º	9º	8º	9º
Q24 - Grau de satisfação em relação ao nível de conhecimento do software Geogebra:	0%	3,4%	0%	13%	28%	36%	61%	34%	11%	13,6%
Q25 - Grau de satisfação com os benefícios que o software Geogebra oferece:	2%	3,4%	4%	13%	27%	24%	57%	45,3%	10%	14,3%

Fonte: Elaborado pela autora.

Dos resultados apresentados pelos alunos do 9º ano observamos, também na Tabela 6, que do total de alunos, 39% consideram que as atividades contribuíram para os conhecimentos da disciplina, 48,9% dos alunos consideram-se com bom conhecimento em computador. Quanto à satisfação das atividades com os benefícios do software 45,3% dos alunos mostraram-se satisfeitos e 34% estão satisfeitos com o grau de conhecimento adquirido com o software Geogebra. Podemos observar ainda que o percentual de alunos que tem razoável conhecimento em computador 3% está muito próximo ao percentual de alunos muito insatisfeitos em relação ao nível de conhecimento do software Geogebra e com os benefícios que ele oferece. Ao percebermos essa proximidade nos percentuais, procuramos realizar uma avaliação mais profunda dos dados e para isso construímos histogramas bidimensionais com

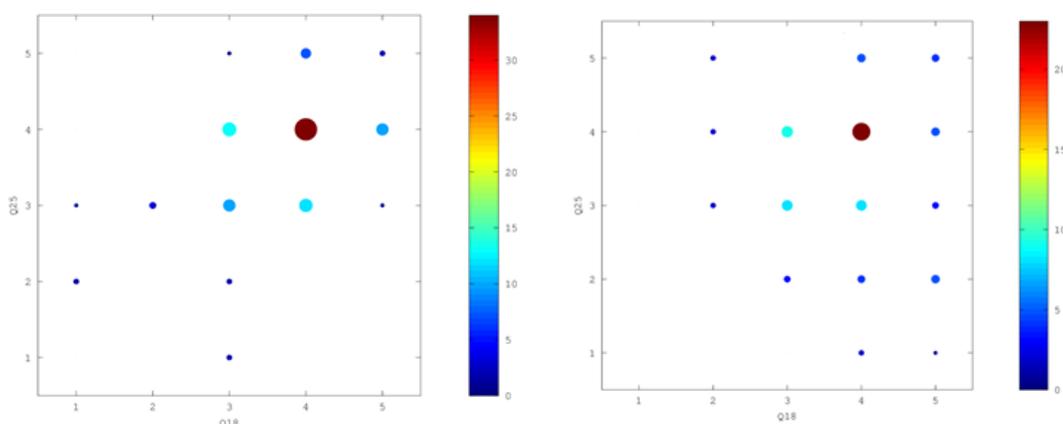
as avaliações dos alunos nos dois anos escolares relacionando as questões Q18XQ24 e Q18XQ25 para analisarmos, conforme Figuras 22 e 23.

Figura 22 – Histograma bidimensional das avaliações dos alunos em Q18XQ24, do 8º e 9º ano, respectivamente



Fonte: Elaborado pela autora.

Figura 23 – Histograma bidimensional das avaliações dos alunos em Q18XQ25, do 8º e 9º ano, respectivamente



Fonte: Elaborado pela autora.

Analisando as Figuras 22 e 23 observamos no 8º ano que os alunos com pouco conhecimento em informática tendem a serem mais resistentes a trabalhos ligados à informática, ou seja, são os mesmos alunos que mostraram-se insatisfeitos com o software Geogebra e seus conhecimentos relacionados a ele, diante da concentração de suas avaliações. Enquanto que no 9º ano, não podemos fazer a mesma afirmação, pois as avaliações não se concentram, são mais dispersas e assim, não é possível afirmar que os alunos que têm pouco conhecimento em informática são os que estão insatisfeitos com relação ao uso do Geogebra.

Com a finalidade de verificar a receptividade da sequência de AD nas aulas de Geometria e Desenho Geométrico a partir da visão global dos alunos, na Seção 3: "Conhecimento alcançado", percebemos que as atividades desenvolvidas no software Geogebra contribuíram para o aprendizado da disciplina, os alunos mostraram-se satisfeitos e com um desempenho em sua grande maioria bom ou muito bom. Os estudantes consideraram possuir bom ou grande conhecimento no uso do computador em sua grande maioria.

5.4.1.2.4 Seção 4 - Avaliação geral do conjunto de Atividades Didáticas

A Seção 4, denominada "Avaliação do conjunto", busca avaliar a sequência de AD desenvolvida. Para esta análise foram consideradas 8 questões que compõem a seção 4:

Q5 - As atividades apresentadas no software Geogebra causaram curiosidade em aprender mais sobre ele.;

Q11 - O número de atividades didáticas no software Geogebra por bimestre foi suficiente:

Q12 - O prazo dado para realização de cada atividade foi.;

Q13 - Em geral, a quantidade de tempo que você utilizou para a realização de cada atividade foi.;

Q14 - Com relação aos conteúdos de Desenho Geométrico/Geometria, as atividades no software Geogebra foram relacionadas.;

Q15 - Ao comparar os exercícios e problemas propostos no livro didático/apostila que você utilizou na disciplina, com as atividades no software Geogebra, elas foram mais instrutivas.;

Q16 - Ao comparar os exercícios e problemas propostos no livro didático/apostila que você utilizou na disciplina, com as atividades no software elas foram mais trabalhosas: e;

Q17 - Ao comparar os exercícios e problemas propostos no livro didático/apostila que você utilizou na disciplina, com as atividades no software elas foram.:

As opiniões dos alunos quanto a sequência de AD durante o ano letivo. Os resultados estão expressos na Tabela 7. A avaliação do 8º ano quanto ao número de atividades desenvolvidas para abranger os conceitos das disciplinas 40% concorda parcialmente que as atividades foram suficientes. 47% concordam parcialmente que as atividades desenvolvidas estavam relacionadas com o conteúdo trabalhado em sala de aula. As demais questões demonstram uma neutralidade dos alunos. A questão Q13 deixa claro que o tempo dado para realização das tarefas foi suficiente. A questão Q17 evidencia que as atividades no software Geogebra são mais atrativas para os alunos do que as atividades realizadas com o uso de livros e apostilas.

Tabela 7 – Respostas dos alunos do 8º e 9º ano da Escola A com relação à avaliação do conjunto

Questões	Discordo Totalmente		Discordo		Nem Concordo/ Nem Discordo		Concordo Parcialmente		Concordo Plenamente	
	8º	9º	8º	9º	8º	9º	8º	9º	8º	9º
	Q5- As atividades apresentadas no software Geogebra causaram curiosidade em aprender mais sobre ele:	18%	4,6%	16%	10,4%	30%	18,6%	26%	44,2%	10%
Q11- O número de atividades didáticas no software Geogebra por bimestre foi suficiente:	6%	3,5%	3%	15,1%	38%	33,7%	40%	37,2%	12%	10,5%
Q14 - Com relação aos conteúdos de Desenho Geométrico/Geometria, as atividades no software Geogebra foram relacionadas:	6%	3,4%	21%	17,4%	0%	0%	47%	39,5%	26%	39,7%
Q15 - Ao comparar os exercícios e problemas propostos no livro didático/apostila que você utilizou na disciplina, com as atividades no software Geogebra, elas foram mais instrutivas:	8%	0%	29%	8,1%	41%	58,1%	17%	25,6%	5%	8,2%
Q16 - Ao comparar os exercícios e problemas propostos no livro didático/apostila que você utilizou na disciplina, com as atividades no software Geogebra, elas foram mais trabalhosas:	7%	22%	22%	30,2%	34%	23,5%	27%	18,5%	10%	5,8%
Questões	Extremamente Pequeno		Pequeno		Suficiente		Muito grande		Extremamente Grande	
	8º	9º	8º	9º	8º	9º	8º	9º	8º	9º
Q12 - O prazo dado para realização de cada atividade foi:	2%	2,3%	18%	0%	73%	86%	7%	9,3%	0%	2,4%
Q13 - Em geral, a quantidade de tempo que você utilizou para a realização de cada atividade foi:	2%	2,3%	6%	10,5%	71%	67,4%	19%	17,5%	2%	2,3%
Questões	Muito menos Interessantes		Menos Interessantes		Mais ou menos Interessantes		Mais interessantes		Muito mais Interessantes	
	8º	9º	8º	9º	8º	9º	8º	9º	8º	9º
Q17 - Ao comparar os exercícios e problemas propostos no livro didático/apostila que você utilizou na disciplina, com as atividades no software elas foram:	3%	3,4%	3%	8,1%	28%	38,3%	53%	44,2%	13%	6%

Fonte: Elaborado pela autora.

No 9º ano, quanto ao número de atividades desenvolvidas para abranger os conceitos das disciplinas 37,2% concordam parcialmente que as atividades foram suficientes e 39,7% concordam plenamente que as atividades desenvolvidas estavam relacionadas com o conteúdo trabalhado em sala de aula. 44,2% consideraram as atividades desenvolvidas mais interessantes em relação às atividades de livros e apostilas. Em relação ao tempo dado para execução das tarefas, 67,4% consideraram como suficiente. Pode-se observar que o percentual de alunos que concordaram parcialmente que as atividades causaram curiosidade ficou em torno de 44,2% que pode ser considerado expressivo e apenas 18,5% consideraram as atividades mais trabalhosas.

Com o objetivo de verificar a receptividade da sequência de AD nas aulas de Geometria e Desenho Geométrico a partir da visão global dos alunos, na Seção 4, "Avaliação do conjunto", diagnosticamos quanto as atividades desenvolvidas, que a maioria dos estudantes concordaram que as mesmas estavam relacionadas com o conteúdo trabalhado em sala de aula. O tempo dado para realização das tarefas foi suficiente. Segundo os alunos, as AD são mais atrativas e interessantes em relação a atividades de livros e apostilas.

5.4.1.2.5 Análise de Cluster ou análise de agrupamentos

Segundo Souza, Schimidt e Turcato (2011) dentre os diversos métodos de Análise Multivariada, tem-se o método de Análise de Cluster que busca a classificação de variáveis em grupos homogêneos. Para Souza e Silva (2009), um Cluster visa agrupar variáveis com características comuns, sem perder informações de todo o conjunto em estudo. Ainda segundo os autores a utilização de análise multivariada é aplicada a diversas áreas do conhecimento, tornando as interpretações mais valiosas quando existe a interação entre as variáveis.

Análise Multivariada é a parte da estatística e da análise de dados que estuda, interpreta e elabora o material estatístico sobre a base de um conjunto de $n > 1$ variáveis, geralmente do tipo quantitativo, qualitativo ou uma mescla de ambos, a informação em Análise Multivariada é, portanto, de caráter multidimensional (SMAKA, 2010, p. 28).

Ainda segundo Smaka (2010) as técnicas estatísticas de Análise Multivariada tornaram-se possíveis graças aos avanços tecnológicos computacionais onde é possível analisar um grande conjunto de variáveis simultaneamente.

As técnicas de Análise Multivariada aplicadas neste estudo podem ser vistas mais detalhadamente em Souza e Silva (2009), Marchesan, Souza e Menezes (2011), Souza, Schimidt e Turcato (2011), Rinaldi, Morabito e Tachibana (2009), Vicini (2005).

A identificação de grupos de questões auxiliarão a diagnosticar possíveis relações, por exemplo: Nível de conhecimento em relação ao computador X Desempenho na realização das AD usando o software Geogebra X Aprovação do uso dos software Geogebra em outras atividades escolares nos próximos anos. As relações existentes podem contribuir positivamente ou negativamente no desempenho e satisfação da realização das atividades desenvolvidas. Caso o aluno avalie negativamente seu desempenho nas atividades do Geogebra precisamos verificar o que está interferindo para isso, ou seja, se indiretamente está relacionado ou não ao pouco conhecimento do computador e pouca utilização de recursos tecnológicos no ensino e aprendizagem.

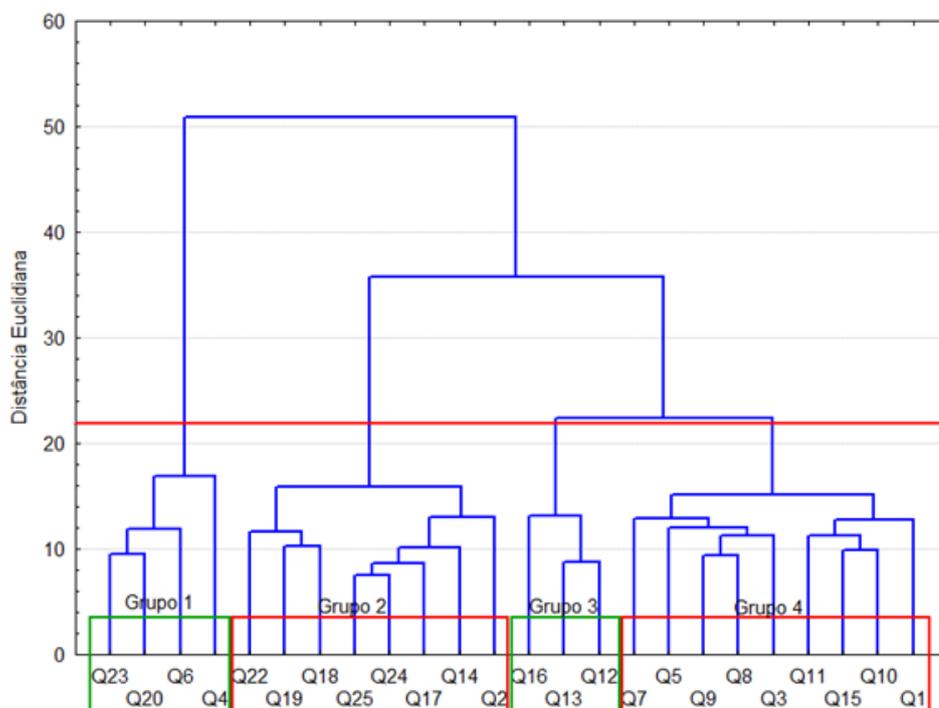
Desta forma, a análise conjunta do Questionário II contribuiu para traçarmos um perfil da opinião dos alunos referente à aceitação da sequência de AD. Isso nos direcionou a possíveis mudanças e aprimoramento constante das AD como prevê a metodologia adotada neste trabalho.

Os dados brutos obtidos no Questionário II, referente aos alunos do 8ºano, foram tabelados e usou-se para isso o software Statistic 9.1, no qual se trabalhou usando a técnica prevista, ou seja, análise de Cluster. A técnica empregada produz como produto final os dendogramas, que serão analisados e discutidos no decorrer do texto. Para uma melhor compreensão do texto, optamos a partir deste momento, por utilizar somente a palavra “grupo” quando nos referirmos a Cluster.

Na Figura 24, observamos a formação de quatro grupos de variáveis homogêneas. Realizando o corte na altura 22 (distância euclidiana), maior distância entre os grupos, obtém-se o grupo 1 com cinco variáveis, o grupo 2 com quatro variáveis, o grupo 3 com três variáveis e o grupo 4 com oito variáveis. Neste dendograma percebemos que os grupos 3 e 4 poderiam permanecer em um mesmo grupo se optássemos por mudar a distância euclidiana definida. Quando nos referimos as variáveis estamos nos reportando as questões do Questionário II, desta forma, por exemplo: Q1 significa questão 1, ou seja, variável 1 a ser considerada. As variáveis *Q15 - Ao comparar os exercícios e problemas propostos no livro didático/apostila que você utilizou na disciplina, com as atividades no software Geogebra, elas foram mais instrutivas:* e *Q21 - Utilizo o computador como ferramenta de edição e apresentação:*, foram eliminadas por falta de similaridade nos grupos.

O corte no gráfico, que determina o número de grupos, geralmente, é realizado em relação às maiores distâncias em que os grupos foram formados, levando-se, sempre, em consideração os critérios adotados por cada pesquisador (VICINI, 2005, p. 104).

Figura 24 – Dendograma relativo ao Questionário II respondido pelos alunos do 8º ano da Escola A, formado pelo método de ligação simples e utilizando a métrica da distância euclidiana



Fonte: Elaborado pela autora.

Observando a Figura 24, percebemos que o grupo 1 agrupa as variáveis que enfatizam o uso de computador e softwares didáticos:

Q4 - Pretendo utilizar o software Geogebra em outras atividades;;

Q6 - Utilizo o software Geogebra para a realização de outras atividades/problemas de outras disciplinas;;

Q20 - Utilizo o computador como ferramenta de análise gráfica e numérica: e;

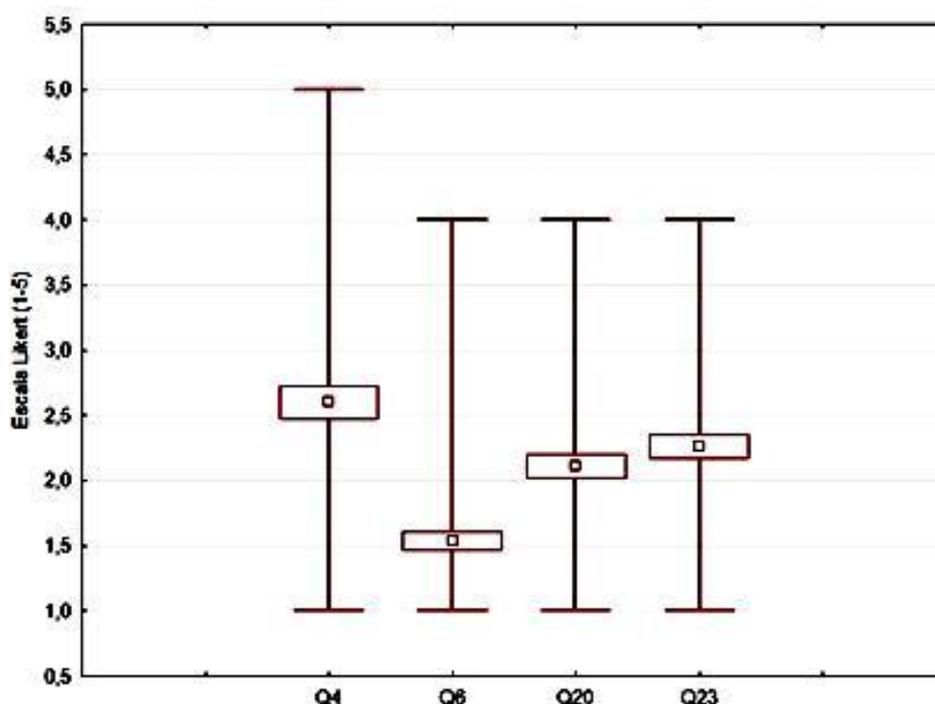
Q23 - Utilizo softwares didáticos:.

Para uma melhor investigação interna das características dos grupos será utilizado o gráfico de Box Plot. Nele é possível observarmos o agrupamento pelas médias, o desvio padrão e os valores máximos e mínimos que cada questão recebeu, ou seja, é possível fazer uma análise descritiva das variáveis em estudo. Também podemos perceber nele se as questões foram avaliadas de forma positiva, neutra ou negativa, já que os agrupamentos são feitos pela homogeneidade das respostas de cada questão. Os gráficos estão limitados entre 1 (valor mínimo) e 5 (valor máximo) em função da distribuição da Escala Likert.

A Figura 25 demonstra a análise conjunta do que representa o grupo 1. É possível detectar que a avaliação deste grupo ficou abaixo da variável neutra, ou seja, em torno de 2.

Podemos considerar que as questões ligadas a este grupo devem receber uma atenção especial, pelo fato que foram avaliadas de forma negativa pelos alunos do 8º ano. Alguns indicadores que contribuem para este resultado possivelmente seja a pouca utilização de softwares didáticos nas escolas de Educação Básica e a falta de associação entre o software Geogebra e a resolução de questões matemáticas e de outras áreas do conhecimento. Outra análise a ser feita é que o computador e a Internet são utilizados pelos alunos como instrumento de comunicação, lazer e entretenimento. Desta forma, possivelmente o grupo 1 deve ser melhor explorado, é um campo vasto e livre a ser trabalhado com os alunos em relação a utilização de softwares didáticos e uso do computador como ferramenta de ensino, pois os alunos não são habituados a usar o computador atrelado ao ensino e assim sendo, sabemos que o uso do computador deve ser melhor explorado.

Figura 25 – Gráfico Box Plot (grupo 1) com avaliações abaixo da variável neutra dos alunos do 8º ano da Escola A



Fonte: Elaborado pela autora.

O grupo 2, identificado na Figura 26, reúne as variáveis mais próximas que enfatizam as atividades desenvolvidas em conjunto com as ferramentas oferecidas pelo software Geogebra:

Q2 - O software Geogebra tem as ferramentas necessárias para aplicar ao assunto dado pela professora.;

Q14 - Com relação aos conteúdos de Desenho Geométrico/Geometria, as atividades no software Geogebra foram relacionadas;;

Q17 - Ao comparar os exercícios e problemas propostos no livro didático/apostila que você utilizou na disciplina, com as atividades no software elas foram;;

Q18 - Meu nível de conhecimento em relação ao computador é;;

Q19 - Utilizo o computador como ferramenta de comunicação;;

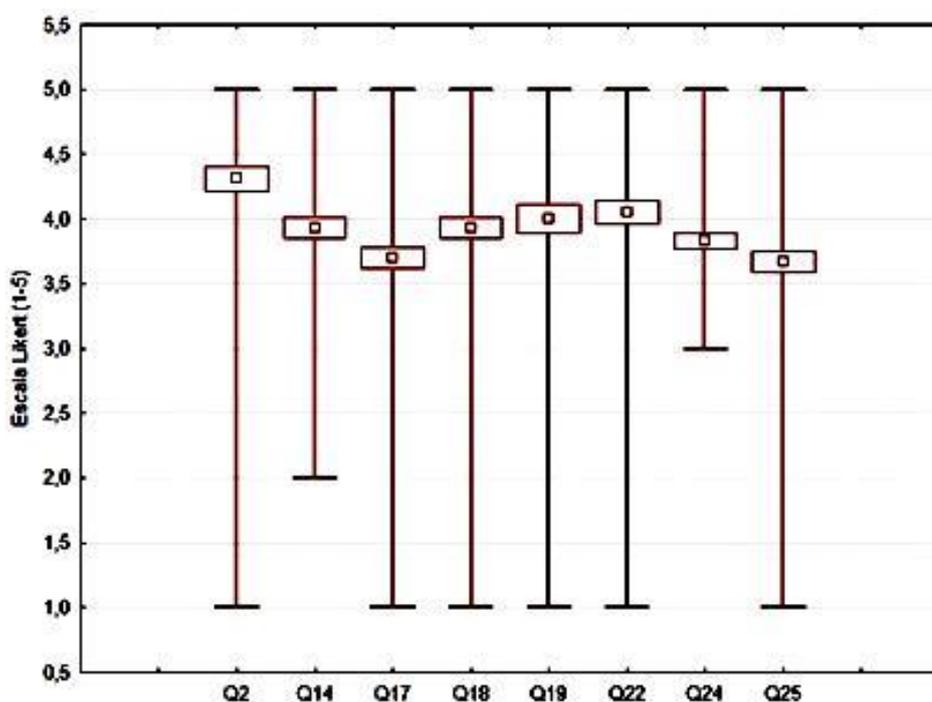
Q22 - Utilizo o computador como ferramenta de pesquisa;;

Q24 - Grau de satisfação em relação ao nível de conhecimento do software Geogebra: e;

Q25 - Grau de satisfação com os benefícios que o software Geogebra oferece.;

Podemos identificar ainda o agrupamento das variáveis do grupo 2, cuja avaliação foi bem acima da média, em torno de 4, de acordo com a Escala de Likert, obtendo desta forma, um resultado positivo para este grupo de questões. Os alunos perceberam a alta potencialidade das ferramentas oferecidas pelo software Geogebra e a possibilidade de utilização dele nas disciplinas trabalhadas, mostrando um caminho a ser empregado nas AD desenvolvidas. Os resultados obtidos reforçam que os alunos mostraram-se satisfeitos com o software Geogebra e deixaram claro que não repudiam a adoção de novas práticas educativas, principalmente as ligadas à era digital e ao mundo no qual estão inseridos.

Figura 26 – Gráfico Box Plot (grupo 2) com avaliações bem acima da variável neutra dos alunos do 8º ano da Escola A



O grupo 3 agrupa as variáveis que levam em consideração o tempo de execução das atividades e quantidade de trabalho que as mesmas ocasionaram:

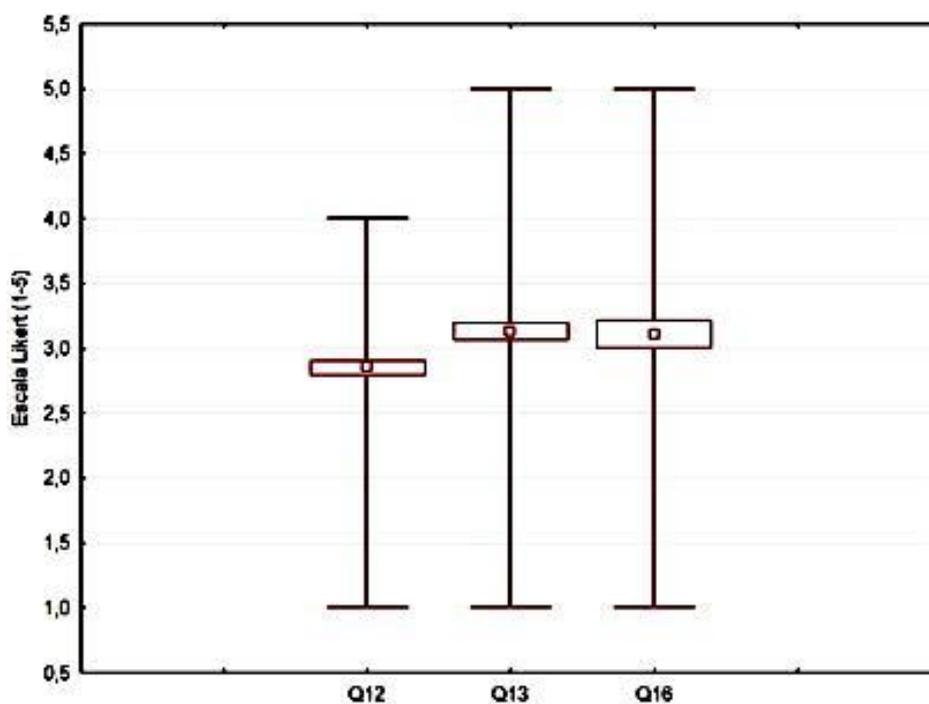
Q12 - O prazo dado para realização de cada atividade foi;

Q13 - Em geral, a quantidade de tempo que você utilizou para a realização de cada atividade foi: e;

Q16 - Ao comparar os exercícios e problemas propostos no livro didático/apostila que você utilizou na disciplina, com as atividades no software elas foram mais trabalhosas:.

As variáveis do grupo 3 estão em torno da variável neutra, conforme Figura 27. De acordo com o grupo evidenciado, o prazo e tempo para a realização das AD foram suficientes, ou seja, avaliação em torno do 3 é um tempo considerado pelos alunos como sendo aceitável. As AD não foram consideradas como sendo muito trabalhosas e sim intermediárias, visto que tínhamos como preocupação inicial de não trabalhar com AD fáceis e trabalhosas. Este critério deve ser observado antes e depois da aplicação das AD. Assim, observamos que as AD estão bem dimensionadas e adequadas em relação à carga de trabalho.

Figura 27 – Gráfico Box Plot (grupo 3) com avaliações em torno da variável neutra dos alunos do 8º ano da Escola A



Fonte: Elaborado pela autora.

Já o grupo 4, reúne as variáveis que enfatizam a percepção dos alunos em relação ao software Geogebra como ferramenta de ensino e aprendizagem:

Q1 - O software Geogebra é fácil, simples e intuitivo de usar;;

Q3 - De forma geral, o software Geogebra auxilia no estudo;;

Q5 - As atividades apresentadas no software Geogebra causaram curiosidade em aprender mais sobre ele;;

Q7 - Aprovo o uso do software Geogebra em outras atividades escolares nos próximos anos;;

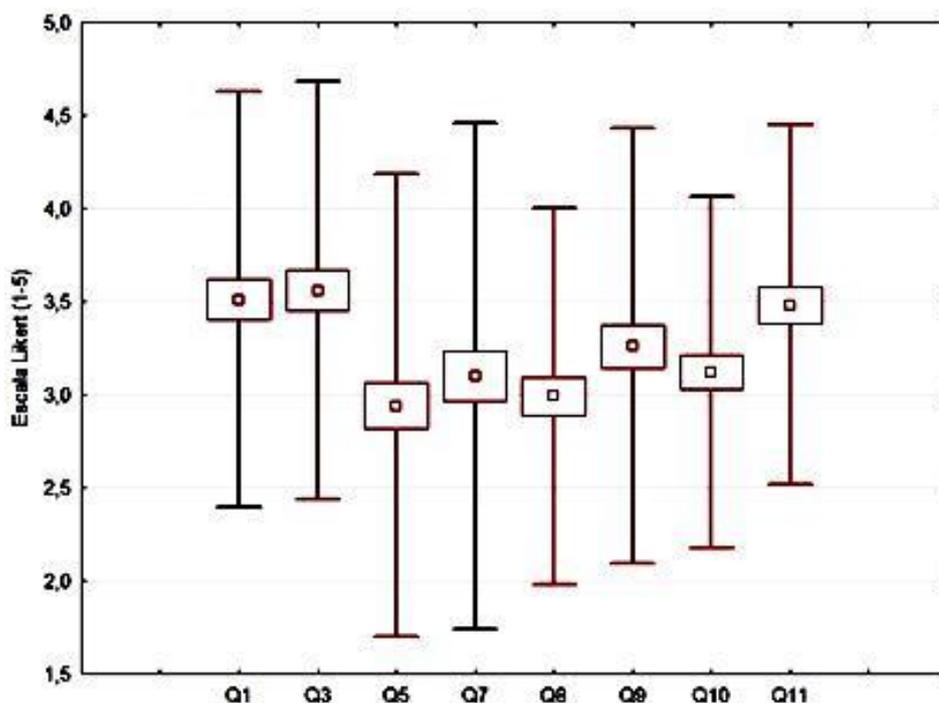
Q8 - Aprovo o uso do software Geogebra nas suas atividades, compõem esta seção;;

Q10 - O meu desempenho na realização das atividades usando o software Geogebra foi: e;

Q11 - O número de atividades didáticas no software Geogebra por bimestre foi suficiente.;

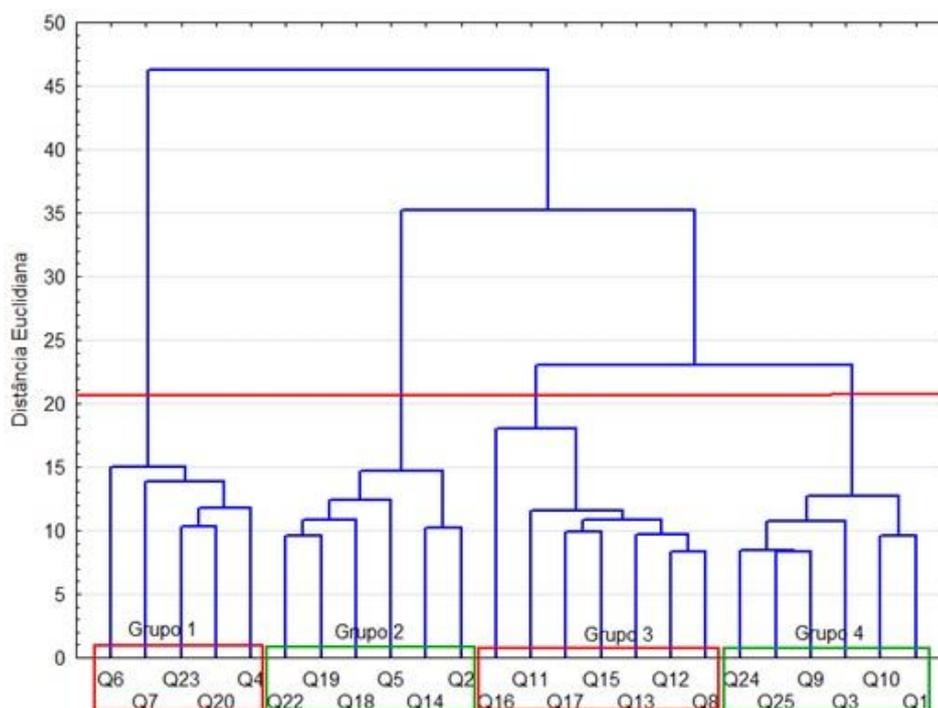
A avaliação do grupo 4 está entre 3 e 4, acima da variável 3 considerada neutra, com uma variabilidade maior em relação ao grupo 3 como pode ser verificado nas Figura 27 e 28. O grupo 4 possui maior variabilidade entre as questões, assim, poderíamos ter considerado como sendo um único grupo. Entretanto, preferimos analisá-lo de forma separada devido às características das questões. Esse grupo vem reforçar que as AD desenvolvidas e ligadas aos conteúdos trabalhados contribuíram positivamente para o ensino e aprendizagem dos estudantes pois perceberam o software Geogebra como sendo uma ferramenta didática.

Figura 28 – Gráfico Box Plot (grupo 4) com avaliações entre 3 e 4 dos alunos do 8º ano da Escola A



Neste momento, passaremos a analisar os dados do Questionário II respondido pelos alunos do 9º ano. De acordo com a Figura 29, observamos a formação também de quatro grupos de variáveis relacionadas, lembramos que a quantidade de grupos que se formam não é definida pelo pesquisador e sim, pela homogeneidade das respostas. Realizando o corte na altura 22 (distância euclidiana), obtemos o grupo 1 com cinco variáveis, o grupo 2 com seis variáveis, o grupo 3 com sete variáveis e o grupo 4 com seis variáveis. A variável Q21 - Utilizo o computador como ferramenta de edição e apresentação, foi eliminada por falta de similaridade nos grupos.

Figura 29 – Dendograma relativo ao Questionário II respondido pelos alunos do 9º ano da Escola A, formado pelo método de ligação simples e utilizando a métrica da distância euclidiana



Fonte: Elaborado pela autora.

O grupo 1, representado na Figura 29, agrupa as variáveis que enfatizam o uso de computador e softwares didáticos:

Q4 - Pretendo utilizar o software Geogebra em outras atividades;;

Q6 - Utilizo o software Geogebra para a realização de outras atividades/problemas de outras disciplinas;;

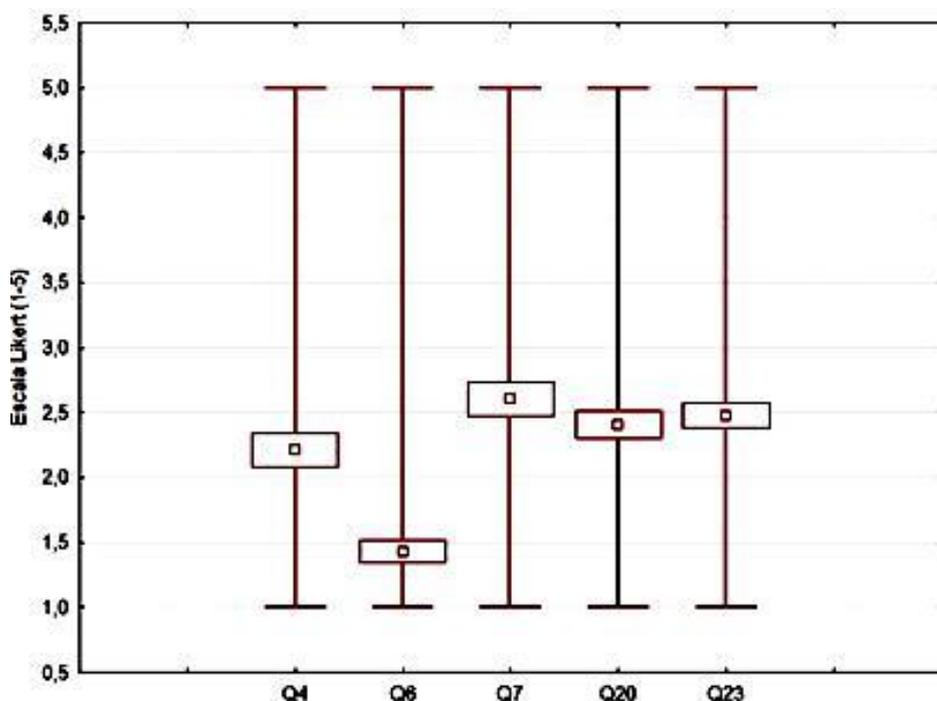
Q7 - Aprovo o uso do software Geogebra em outras atividades escolares nos próximos anos;;

Q20 - Utilizo o computador como ferramenta de análise gráfica e numérica: e;

Q23 - Utilizo softwares didáticos:.

A Figura 30 auxilia na análise conjunta do que representa o grupo 1. É possível detectar que a avaliação deste grupo ficou abaixo da variável neutra, em torno de 2,5. Podemos considerar que as questões ligadas ao grupo 1 devem receber uma atenção especial, pois a avaliação não foi satisfatória. Salientamos que a Q6 - Utilizo o software Geogebra para a realização de atividades/problemas de outras disciplinas, se distou, ficando com avaliação entre 1 e 2, o que reflete a realidade da Escola A, da pouca utilização de softwares didáticos.

Figura 30 – Gráfico Box Plot (grupo 1) com avaliações abaixo da variável neutra dos alunos do 9º ano da Escola A



Fonte: Elaborado pela autora.

Observamos que há uma similaridade grande na formação dos grupos tanto para as respostas do 8º ano quanto do 9º ano. Portanto o parecer das análises para os dois anos é muito próximo.

O grupo 2, reúne as variáveis mais próximas que enfatizam as atividades desenvolvidas em conjunto com as ferramentas oferecidas pelo Geogebra:

Q2 - O software Geogebra tem as ferramentas necessárias para aplicar ao assunto dado pela professora:;

Q5 - As atividades apresentadas no software Geogebra causaram curiosidade em aprender mais sobre ele;;

Q14 - Com relação aos conteúdos de Desenho Geométrico/Geometria, as atividades no software Geogebra foram relacionadas;;

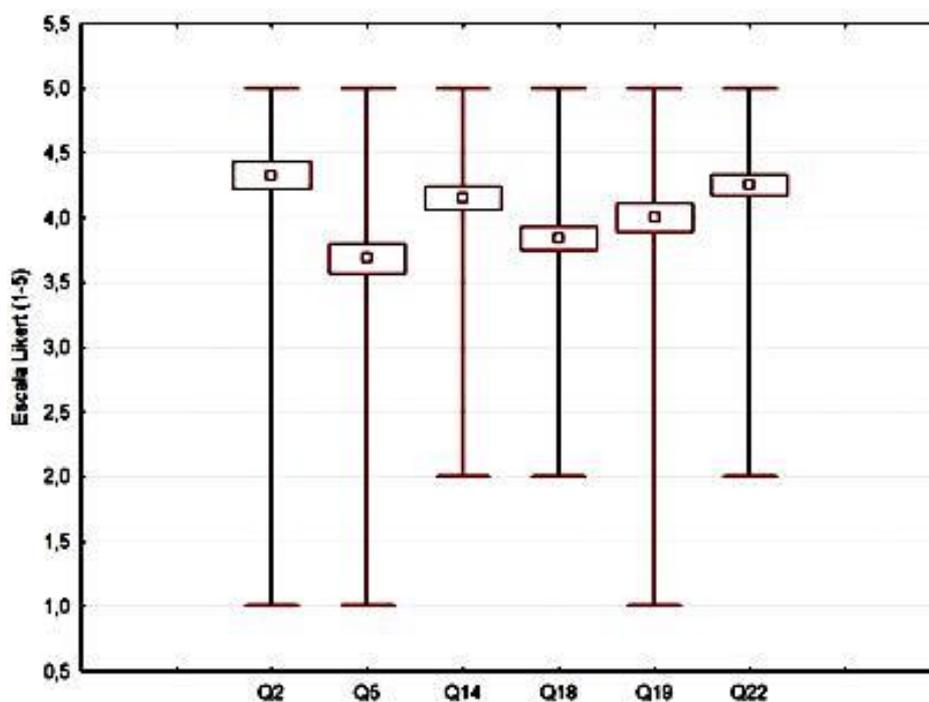
Q18 - Meu nível de conhecimento em relação ao computador é;;

Q19 - Utilizo o computador como ferramenta de comunicação: e;

Q22 - Utilizo o computador como ferramenta de pesquisa:.

Na Figura 31 podemos identificar o agrupamento das variáveis do grupo 2, cuja avaliação foi bem acima da média, em torno de 4, de acordo com a escala de Likert. Diante desta avaliação positiva, não nos causa preocupação este grupo, ou seja, não são necessárias alterações neste quesito. Em suma, os alunos têm conhecimento com o computador, as AD e o software Geogebra apresentaram benefícios e ainda segundo a avaliação dos alunos, a utilização do software Geogebra está relacionada as disciplinas de Geometria e Desenho Geométrico. Um ponto a ser trabalhado futuramente é a propaganda e incentivo da utilização do software Geogebra em outras disciplinas, através de oficinas de capacitação e minicursos para docentes, a fim de resolver os mais diversos problemas das mais variadas áreas de forma simples e rápida.

Figura 31 – Gráfico Box Plot (grupo 2) com avaliações bem acima da variável neutra dos alunos do 9º ano da Escola A



Conforme já observado a similaridade na comparação do grupo 1 entre 8º e 9º ano, também percebemos esta proximidade no grupo 2, nos dois anos trabalhados.

O grupo 3, agrupa as variáveis que levam em consideração o tempo de execução das atividades e quantidade de trabalho que as mesmas determinaram:

Q8 - Aprovo o uso do software Geogebra nas suas atividades, compõem esta seção;;

Q11 - O número de atividades didáticas no software Geogebra por bimestre foi suficiente;;

Q12 - O prazo dado para realização de cada atividade foi;;

Q13 - Em geral, a quantidade de tempo que você utilizou para a realização de cada atividade foi;;

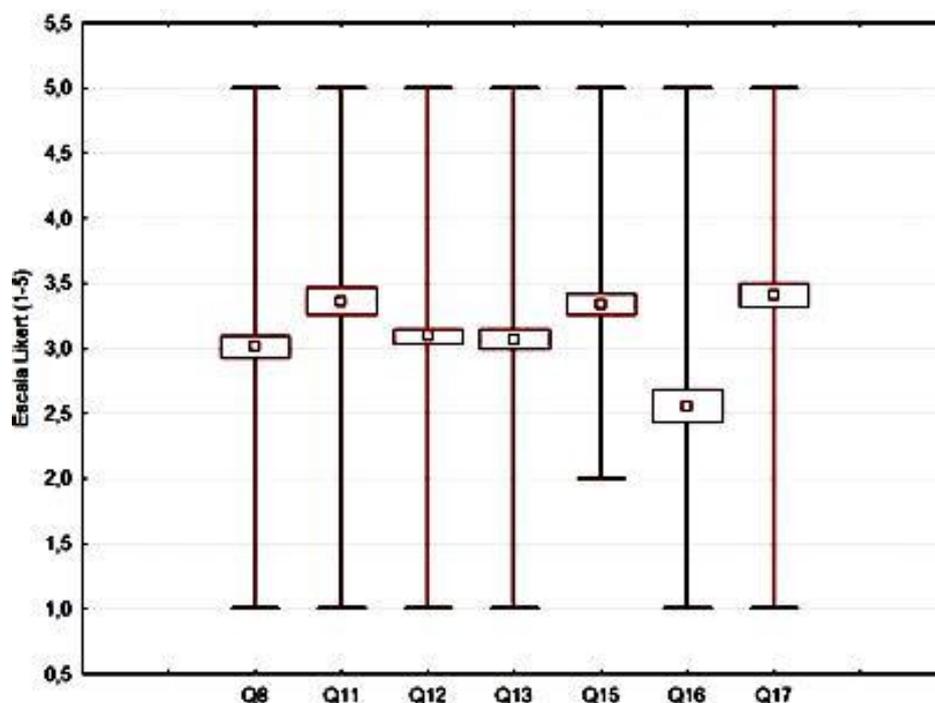
Q15 - Ao comparar os exercícios e problemas propostos no livro didático/apostila que você utilizou na disciplina, com as atividades no software Geogebra, elas foram mais instrutivas;;

Q16 - Ao comparar os exercícios e problemas propostos no livro didático/apostila que você utilizou na disciplina, com as atividades no software elas foram mais trabalhosas: e;

Q17 - Ao comparar os exercícios e problemas propostos no livro didático/apostila que você utilizou na disciplina, com as atividades no software elas foram:.

As variáveis do grupo 3, estão em torno da variável neutra, conforme Figura 32. Esta neutralidade é avaliada neste trabalho de forma positiva. Já que os alunos que se mantêm neutros podem ser influenciado a mudar sua avaliação a partir do momento que passa perceber o custo benefício das AD. Foi possível observar neste grupo que se destacam as questões ***Q15 - Ao comparar os exercícios e problemas propostos no livro didático/apostila que você utilizou na disciplina, com as atividades no software Geogebra, elas foram mais instrutivas: e Q17 - Ao comparar os exercícios e problemas propostos no livro didático/apostila que você utilizou na disciplina, com as atividades no software elas foram:.***, o que proporciona uma segurança maior para a continuidade do trabalho desenvolvido. Um grupo significativo de alunos perceberam que as AD desenvolvidas são mais instrutivas e interessantes em relação às disponibilizadas nos livros e apostilas utilizados para abordar os conteúdos.

Figura 32 – Gráfico Box Plot (grupo 3) com avaliações em torno da variável neutra dos alunos do 9º ano da Escola A



Fonte: Elaborado pela autora.

O grupo 4, reúne as variáveis que enfatizam a percepção dos alunos em relação ao software Geogebra como ferramenta de ensino e aprendizagem:

Q1 - O software Geogebra é fácil, simples e intuitivo de usar;;

Q3 - De forma geral, o software Geogebra auxilia no estudo;;

Q9 - Em relação a sua aprendizagem em tópicos da disciplina, as atividades didáticas no software Geogebra;;

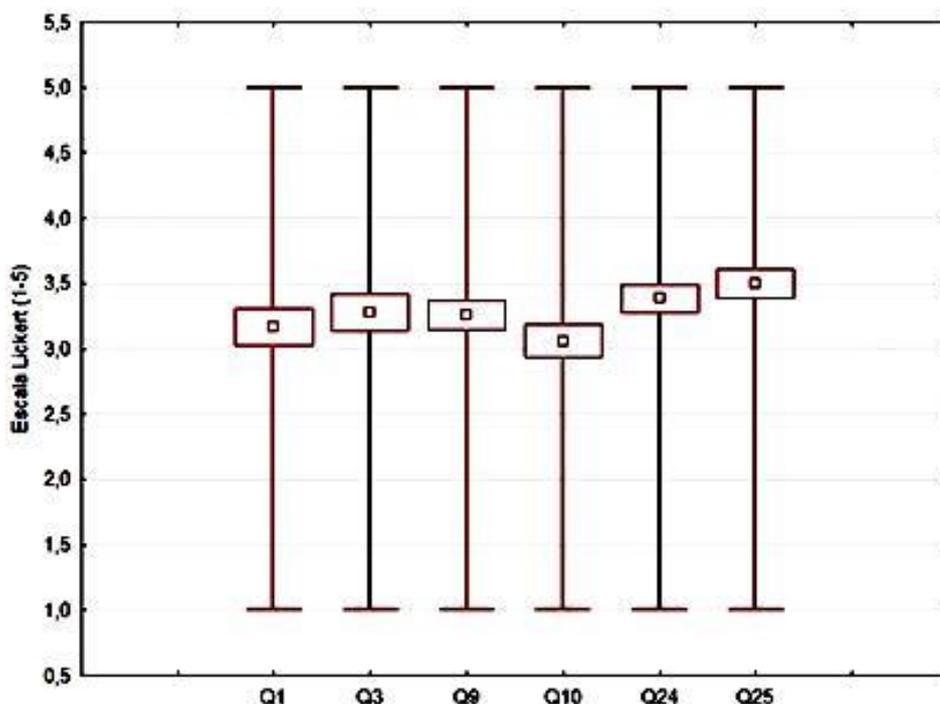
Q10 - O meu desempenho na realização das atividades usando o software Geogebra foi;;

Q24 - Grau de satisfação em relação ao nível de conhecimento do software Geogebra: e;

Q25 - Grau de satisfação com os benefícios que o software Geogebra oferece.;

A avaliação do grupo 4 está entre 3 e 4, acima da variável 3 considerada neutra, com tendência a se aproximar mais da resposta positiva 4 em relação ao grupo 3, como pode ser verificado nas Figura 32 e 33. As questões que compõem este grupo são de suma importância. Elas refletem os benefícios proporcionados pelas ferramentas disponíveis no software Geogebra para resolução das AD propostas. O software por ser de fácil manipulação auxiliou no desempenho das atividades realizadas pelos alunos. Portanto o grupo 4 foi avaliado de forma positiva vem a ratificar as argumentações levantadas inicialmente sobre a contribuição ao ensino e aprendizagem dos mesmos.

Figura 33 – Gráfico Box Plot (grupo 4) com avaliações entre 3 e 4 dos alunos do 9º ano da Escola A



Fonte: Elaborado pela autora.

Na análise final desta seção, podemos considerar a avaliação como sendo positiva a partir da visão dos alunos. A sequência de AD proposta é uma excelente estratégia de ensino e se aplicada de forma adequada traz ganhos significativos para o aprendizado. As AD extra classes com a utilização de ambiente virtuais de ensino ainda são novidades para os alunos do Ensino Fundamental, embora haja uma certa resistência tanto da escola quanto dos alunos a adoção de novas metodologias. Por isso é de fundamental importância consultar a opinião dos alunos na realização das atividades, pois toda inovação pressupõe desafios.

5.4.2 Receptividade segundo o desempenho dos alunos (notas)

A comprovação que as AD atingiram seus objetivos quanto ao nível de aprendizagem alcançado pelos estudantes pode ser algo subjetivo, portanto escolher e definir claramente a melhor maneira para realização desta constatação torna-se necessário. Desta forma, para contribuir na investigação se a sequência de AD cumpriu seus objetivos em relação a aprendizagem, realizaremos uma análise quantitativa. Para isso abordamos na seção dois itens: (1) Apresentação das notas obtidas nas AD, e (2) Análise de relação entre notas das atividades (papel X Geogebra).

5.4.2.1 Apresentação das notas

Sabemos que atualmente muitas são as discussões relacionadas ao processo de avaliação do desempenho e aprendizagem dos alunos, evolução histórica das avaliações de aprendizagem, aspectos positivos ou negativos das avaliações em caráter quantitativo (avaliação promocional/classificatória) ou qualitativo, entre alguns pesquisadores, podemos citar Romão (1998) e Luckesi (2013). Neste trabalho nos reportamos a avaliação com atribuição de notas quantitativas (0-10), pois é a realidade em que estamos inseridos, na Escola A. Assim sendo, mesmo sabendo que a aprendizagem dos alunos não pode ser facilmente medida ou quantificada perante notas, pois é subjetiva, vamos utilizar os dados “nota” para nossa análise a fim de buscar indícios de uma contribuição positiva da sequência de AD na aprendizagem dos alunos.

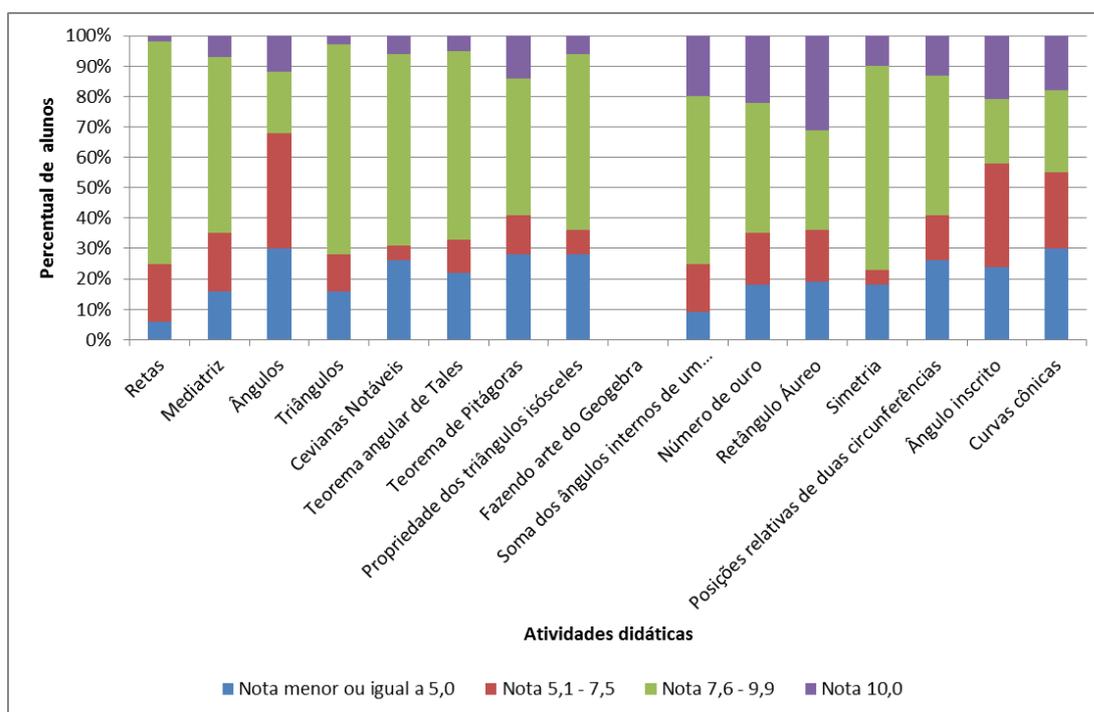
Antes de apresentar o desempenho dos alunos em relação as notas obtidas nas AD, item (1) descrito anteriormente, é importante descrever como ocorreu esse processo avaliativo. As AD foram propostas no decorrer do ano letivo, de acordo com os objetos do conhecimento que estavam sendo trabalhados no momento, assim, se no 1º bimestre foram propostas três AD, elas eram avaliadas com valor de 0 a 10 e em seguida calculada a média aritmética delas para compor uma das notas parciais do bimestre.

Os critérios de avaliação destinados para as AD foram: 2,5 a responsabilidade e pontualidade na entrega das AD, 2,5 se referia a interpretação, análise e inferências sobre as informações, 2,4 para a manipulação das ferramentas do Geogebra, 2,5 a compreensão e apresentação dos resultados e 0,1 utilização de ferramentas e recursos novos e alternativos do software Geogebra, totalizando assim a nota máxima 10. Portanto, o aluno que alcançou a nota máxima, significa que superou as expectativas, pois por conta própria buscou outros recursos e ferramentas para complementar sua resolução, através de pesquisa no manual do software Geogebra e em outras fontes de consulta. Neste sentido, é importante, mesmo que de forma irrelevante (0,1 da nota), valorizar e incentivar os alunos que vão além do proposto, buscando alternativas e meios diversificados que o professor ainda não mostrou. Despertando assim a autonomia e interesse na descoberta de conhecimentos novos. Cabe ressaltar que além dessas AD os alunos eram avaliados com outros instrumentos, como por exemplo: provas e trabalhos no papel.

As Figuras 34 e 35, apresentam os gráficos relacionados ao desempenho dos alunos nas AD em relação às notas que obtiveram. Analisando a Figura 33, observamos que as atividades de *Ângulos*, *Ângulos Inscritos* e *Curvas Cônicas* foram as que tiveram um rendimento menor. Isso pode estar ligado a maior complexidade no manuseio da ferramenta

de ângulos do software Geogebra, uns dos poucos pontos negativos do software verificados também por Albuquerque (2008). De forma geral, a maioria dos alunos foi muito bem e percebemos um grande progresso do início ao final da implementação das atividades, que foi relativo a quantidade de alunos que passaram a obter nota máxima. Desta forma, percebemos quanto mais habituados os alunos estão no uso das ferramentas do software Geogebra, melhor foi o seu desempenho, desenvolvimento dessas competências e autonomia.

Figura 34 – Gráfico das notas obtidas pelos alunos do 8º ano da Escola A nas Atividades Didáticas



Fonte: Elaborado pela autora.

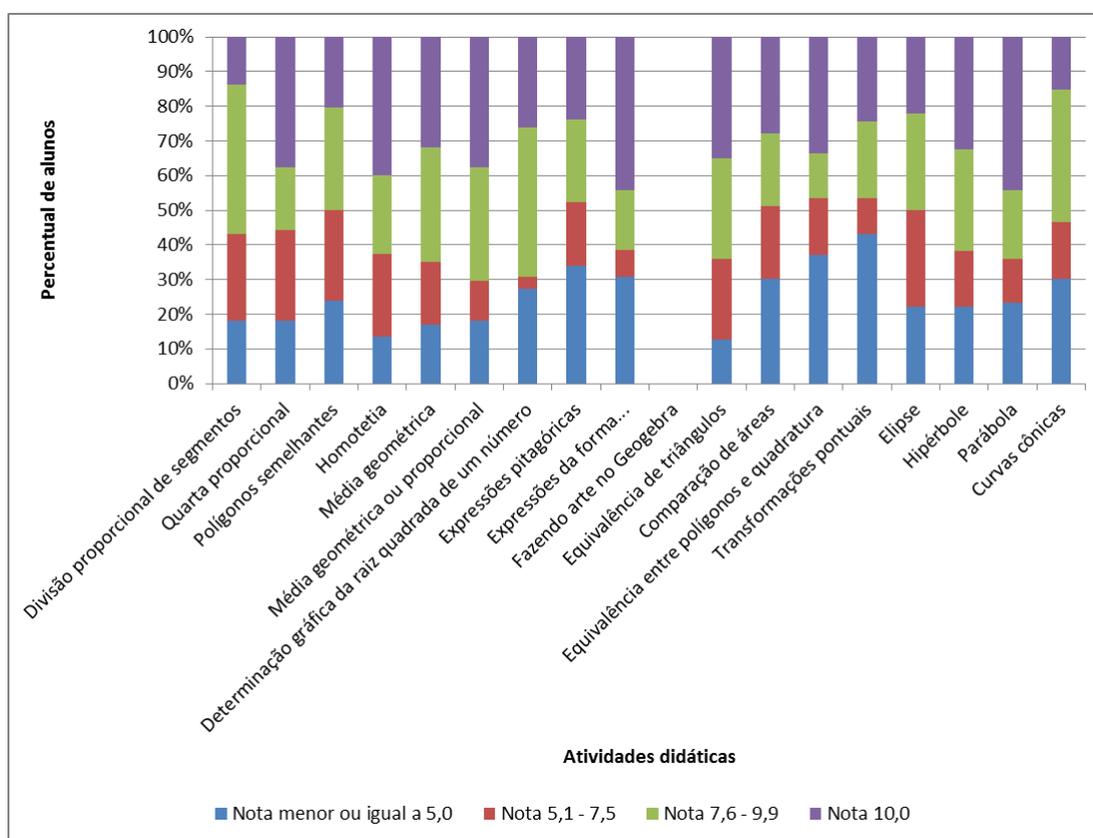
Ainda em relação a Figura 34, percebemos que ao longo da aplicação da sequência de AD o percentual de alunos que obtiveram nota máxima (10) foi aumentando significativamente, isso pode ser explicado pelo fato dos alunos possuírem mais afinidade com o software Geogebra na medida que passaram a manuseá-lo com maior frequência. Dentre as atividades propostas, as que mais se destacaram e que apresentarem o maior número de notas 10 foram: *Retângulo Áureo*, *Número de Ouro*, *Ângulo Inscrito* e *Soma dos Ângulos Internos de Um Quadrilátero Convexo*.

O desempenho apresentado pelo 9º ano na Figura 35 foi melhor ainda que o observado no 8º ano. Verificamos que o número de alunos que obteve nota máxima foi maior e aumentando ao longo do ano, possivelmente em função da ativação dos conhecimentos prévios dos estudantes acerca dos conceitos de Geometria e Desenho Geométrico trabalhados

anteriormente e também em relação ao domínio do software Geogebra. Desta forma, observamos que as AD contribuíram para a ativação dos conhecimentos prévios, a tomada de consciência dos alunos em relação a suas ideias e ao estabelecimento de conexões entre o conhecimento prévio e os novos conhecimentos, dando sentido as tarefas realizadas. Conforme Pozo (1998, b), os conhecimentos prévios dos alunos, que devem ser ativados para que aconteça a compreensão dos conceitos, são construções pessoais, embora possam ser compartilhados por outras pessoas; e são bastante estáveis e resistentes à mudança e possuem coerência do ponto de vista do aluno, mas não necessariamente do ponto de vista científico.

Merecem destaque as atividades de *Expressões da Forma* $x = \sqrt{a^2 \pm b^2 \pm c^2}$ e *Parábola*, pois apresentaram maior percentual de alunos com nota máxima. Mesmo aumentando o grau de dificuldade das AD, os alunos passaram a desenvolver habilidade em trabalhar com o software Geogebra e apresentaram resultados muito positivos. Lembramos que o 9º ano de 2015 já conhecia o software do ano anterior, ou seja, no 8º ano quando trabalhamos com eles no projeto piloto. Assim, identificamos que quanto antes o contato dos alunos com essas ferramentas melhor o seu desempenho.

Figura 35 – Gráfico das notas obtidas pelos alunos do 9º ano da Escola A nas Atividades Didáticas



Fonte: Elaborado pela autora.

A atividade *Fazendo arte no Geogebra* não aparece suas notas nas Figuras 34 e 35, pois foram voluntárias e não atribuídas notas.

Ao comparar os dados apresentados nas Figuras 34 e 35 verificamos que o percentual de estudantes que obtiveram nota máxima, no 9º ano foi bem maior que no 8º ano, isso pode ser decorrente do uso do software Geogebra há mais tempo, ou seja, os alunos dos 9º ano já estavam utilizando o software por dois anos. Diagnosticamos que o uso contínuo do software Geogebra desperta o interesse e motivação em descobrir recursos e instrumentos novos através de pesquisas autônomas em manuais e outras fontes de pesquisa.

Percebemos que no 9º ano é uma rotina a busca e utilização de ferramentas novas para resolução das AD propostas, assim, a autonomia está sendo trabalhada de forma indireta e é considerada uma conquista em nosso trabalho. Esta busca autônoma contribui em grande escala para formação discente.

5.4.2.2 *Relação entre notas*

Com o intuito de investigarmos as possíveis relações e influências que as AD causam no desempenho em relação às notas das avaliações realizadas no papel, procuramos verificar se existe alguma relação entre elas. Caso exista, consideramos como sendo uma influência positiva e que merece ser estudada, já que contribui para facilitação da aprendizagem, diante dos mais variados instrumentos avaliativos, seja no papel ou através do computador.

Para realização desta investigação, procuramos representar através de histogramas as médias anuais das notas dos alunos no papel e no Geogebra para realizar uma comparação e verificação de relações entre as notas obtidas nas avaliações feitas no papel e as atividades com o uso do software Geogebra.

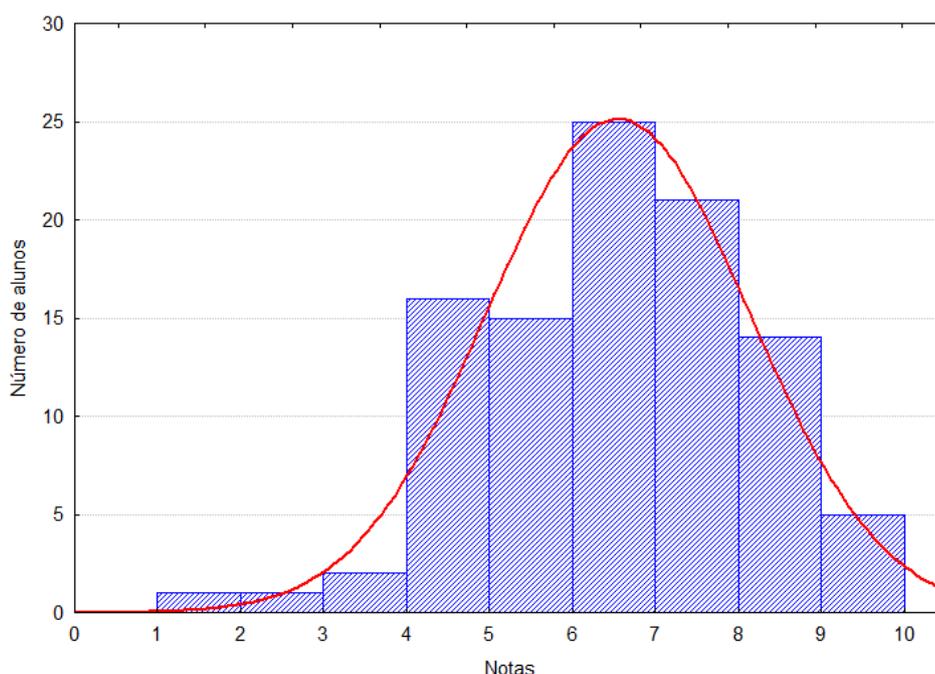
As notas no papel foram realizadas através do instrumento de avaliações parciais, em sala de aula, individual e sem consulta. As notas do Geogebra foram as atribuídas a execução das AD, que eram realizadas em caráter extra classe. Lembramos que os conteúdos abordados em todos os instrumentos de avaliação eram os mesmos para que seja possível esta comparação.

Nossa investigação, no entanto, vem ao encontro de que possa existir uma influência do desempenho dos alunos no Geogebra e nas notas no papel, ou seja, se o aluno apresentar um bom rendimento nas AD do Geogebra conseqüentemente terá também um bom rendimento nas avaliações feitas no papel, já que os conceitos trabalhados são os mesmos, e vice versa. Para verificar tal relação, optamos por investigar as médias anuais das notas do

Geogebra e as notas do papel a fim de observar se elas estão correlacionadas entre si ou não. Convém destacar que as notas aqui também foram de 0 a 10 e trabalhamos com as médias aritméticas anual das notas obtidas nas avaliações feitas no papel e as executadas através das AD.

Na Figura 36, observamos que as médias das notas no papel dos alunos concentram-se em sua grande maioria entre 6 e 8. Podemos considerar que os alunos que estão a direita da curva tiveram um bom aproveitamento durante o ano letivo. As notas dos alunos que estão a esquerda da curva são aqueles que apresentaram dificuldades de aprendizagem durante o ano letivo. O histograma nos auxilia a verificarmos conjuntamente o desempenho relacionado as notas de todos os alunos.

Figura 36 – Gráfico da média anual das notas dos alunos do 8º ano na Escola A “no papel”

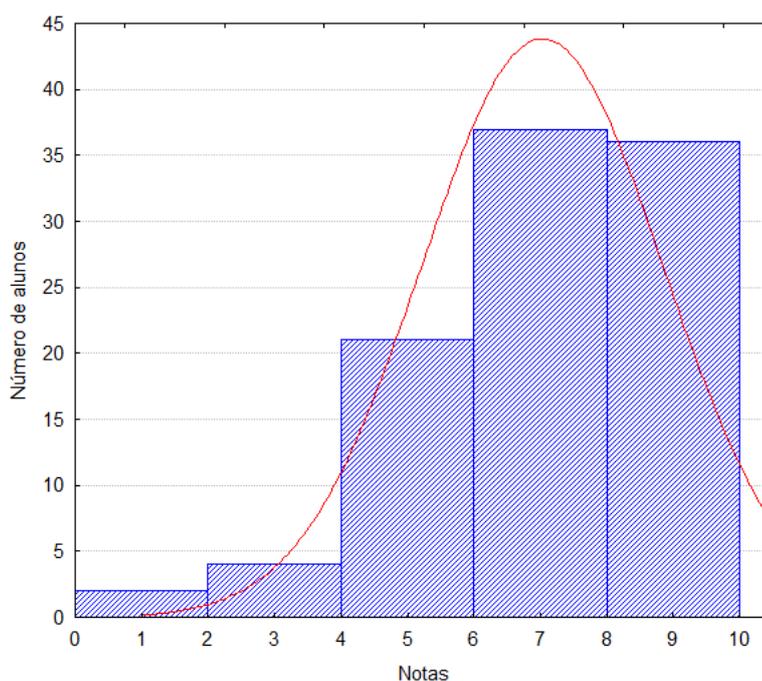


Fonte: Elaborado pela autora.

A Figura 37 traz o histograma das médias anual das notas do 8º ano, obtidas no Geogebra. Torna-se possível perceber comparando com a Figura anterior que eles se assemelham nos quantitativos de alunos com notas superior a 5,0, ou seja, acima da média da instituição de ensino, apesar das notas no Geogebra estarem mais acumuladas a direita da curva. O mais importante é observarmos que praticamente o mesmo número de alunos que demonstrou dificuldades no Geogebra é semelhante aos alunos que ficaram com notas abaixo de 5,0 também no papel, demonstrando que há uma influência entre os dois recursos de ensino

(Papel X Geogebra). Os alunos que apresentaram um bom desempenho nas atividades do Geogebra também o tiveram no papel. As notas das AD se acumulam na sua maioria acima de 8,0, desta forma é possível perceber que os alunos mostraram um ótimo desempenho nas AD. Verificamos também que as notas estão mais concentradas em relação às notas apresentadas na Figura 36. Assim, percebemos que o entendimento em relação a realização das AD é mais homogêneo do que o método no papel, onde há alunos que se destacam, mas também há alunos que apresentam dificuldades. O fato dos alunos realizarem as atividades em casa, possibilitando buscas e consultas e quaisquer materiais e contar com auxílio de colegas e familiares também contribui significativamente para o melhor desempenho apresentado pelos alunos nas AD no software Geogebra.

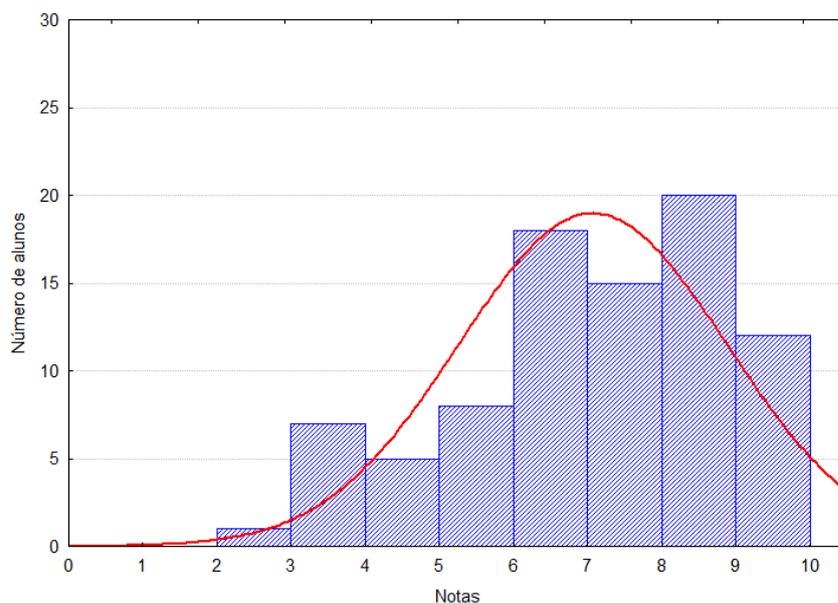
Figura 37 – Gráfico da média anual das notas dos alunos do 8º ano da Escola A “no Geogebra”



Fonte: Elaborado pela autora.

Ao repetirmos a análise com o 9º ano, verificamos na Figura 38 que as notas estão concentradas entre 6 e 9, o que mostra um bom desempenho para a disciplina de Desenho Geométrico. Entretanto, observamos uma grande variabilidade na distribuição das notas, variando de 2,0 ao 10,0.

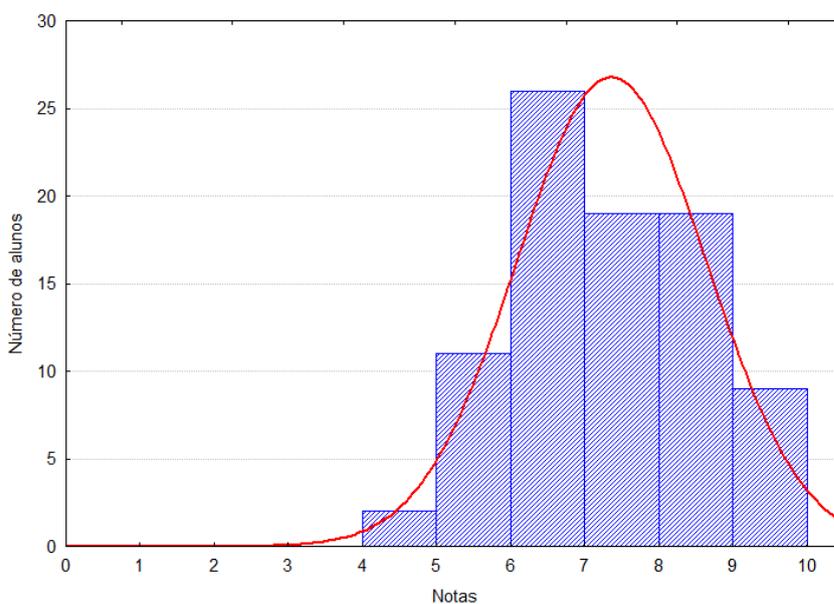
Figura 38 – Gráfico da média anual das notas dos alunos do 9º ano da Escola A “no papel”



Fonte: Elaborado pela autora.

Na Figura 39, percebemos que as notas obtidas nas AD estão acumuladas entre 6 e 9, e, o que se diferencia da Figura anterior é que elas se distribuem de maneira mais homogênea. Comparando com as médias dos alunos do 8º ano, o comportamento se repete no 9º ano, onde há uma semelhança entre as notas do papel e do Geogebra.

Figura 39 – Gráfico da média anual das notas dos alunos do 9º ano da Escola A “no Geogebra”



Fonte: Elaborado pela autora.

Os histogramas apresentados evidenciam que há uma relação entre as notas obtidas no Geogebra e no papel, relação esta que intuitivamente e pela experiência docente já havíamos detectado, sendo assim, os resultados vêm comprovar que os dois recursos se complementam e trazem acréscimos no aprendizado.

Para medirmos a magnitude desta relação buscou-se determinar as correlações entre as notas do Geogebra e de papel. Encontramos um coeficiente de correlação positiva de 0,77 para o 9º ano do Ensino Fundamental, o que demonstra uma correlação forte, ou seja, a medida que as notas do Geogebra aumentam, as notas do papel aumentaram. Para o 8º ano, obtivemos um coeficiente de correlação positiva de 0,52, considerada uma correlação moderada. Este afastamento entre o coeficiente de correlação do 9º ano e do 8º ano deve-se ao fato dos alunos do 8º ano estarem trabalhando pela primeira vez com este recurso didático. Portanto é possível identificar que o fator de utilização do Geogebra, melhora o desempenho e conseqüentemente haverá uma correlação positiva entre as notas.

Diante das análises acima realizadas, é possível afirmar que há uma relação benéfica entre o uso do software Geogebra e o desempenho dos alunos nas avaliações feitas no papel. Evidenciamos que os diversos conceitos trabalhados com a sequência de AD são assimilados pelos alunos e conseqüentemente há um ganho significativo na aprendizagem dos mesmos.

5.5 ANÁLISE DAS ATIVIDADES DIDÁTICAS A PARTIR DAS PRODUÇÕES DOS ALUNOS

Nesta seção, avaliamos se as AD atingiram seus objetivos, isto é, desenvolveram autonomia e competências ligadas ao uso do computador e se os motivaram. Essa análise se deu por meio das produções dos estudantes. Esse material consiste nas construções gráficas no software Geogebra e nas resoluções escritas das questões e problemas propostos na sequência de AD.

Ressaltamos que o número de alunos que participaram nas AD foi grande (186 estudantes no ano de 2015), tornou-se inviável a análise de todas as AD (34 atividades). Assim, optamos por selecionar as AD que mais se destacaram em relação ao grau de dificuldade, tempo utilizado para resolução, obstáculos encontrados, a utilização de recursos novos e diferentes e outros, para realizar uma análise mais detalhada.

5.5.1 Produções dos alunos

A produção dos alunos é uma fonte de dados que permite uma análise qualitativa das AD. Nelas, podemos coletar informações sobre as AD terem alcançado os seus objetivos. A saber, a produção dos alunos pode indicar: (1) as AD se constituíram como problemas fechados ou abertos para os alunos, logo, tem potencial para promover uma aprendizagem mais rica que permaneça e contribua na vida dos estudantes; (2) desenvolveram autonomia e competências dos alunos; e (3) foram estimulantes e motivadoras.

Vale salientar que a resolução de problemas e exercícios são fundamentais para o ensino em geral, mais especificamente de Geometria e Desenho Geométrico, mas são estratégias diferenciadas que possuem suas definições e características próprias. Segundo Pozo (1998, a), um problema se refere a uma situação que precisamos resolver, mas para isso não conhecemos um caminho específico, rápido e automático, ou seja, são situações novas e desafiadoras que precisam de uma reflexão e tomada de decisão para definir qual o caminho que será adotado para se chegar a uma possível solução. Já exercícios, para Pozzo (1998, a), são situações em que chegamos a soluções satisfatórias de forma direta ou imediata, através da aplicação de rotinas ou algoritmos que já conhecemos, ou seja, estão relacionados ao treino, automatização de técnicas, procedimentos e habilidades. De acordo com Peduzzi (1997), os exercícios são os primeiros passos para os alunos aprenderem a resolver problemas, pois é através dos exercícios que os alunos adquirem e consolidam competências e habilidades.

Assim, ao analisarmos as produções dos alunos, poderemos avaliar qual foi a abordagem dada pelos alunos nas AD, quanto ao encaminhamento das soluções, a fim das AD serem classificadas como problemas ou exercícios. Podemos dizer que são análises fundamentais, pois poderemos inferir sobre a variabilidade de soluções e utilização de recursos alternativos e diferentes do que habitualmente vem sendo usadas. Por ser uma análise qualitativa, não é tão simples fazê-la, pois não temos como medir quanto foi a contribuição das AD para a aprendizagem dos alunos. Assim, procuramos encontrar subsídios nas produções dos alunos que nos auxiliassem a fazer essa verificação da melhor forma possível.

Sabemos que é uma tarefa complexa avaliar se as AD contribuíram para facilitar a aprendizagem dos alunos, mas para isso procuramos indícios nas produções dos alunos, onde observamos a variabilidade de soluções válidas apresentadas. Desta forma, se uma atividade tem uma grande variabilidade de soluções, não tem um direcionamento, significa que está contribuindo para a aprendizagem, é um problema a ser resolvido. Como destacamos

anteriormente, toda tarefa proposta na forma de problema faz com que o aluno reflita e busque um caminho novo para solucionar o problema, assim sendo a sua aprendizagem é mais rica. Claro que a tarefa proposta na forma de exercícios no nosso entendimento é importante e também tem suas características positivas, mas neste momento, procuraremos observar quais AD se apresentaram na forma de problemas diante das resoluções dos alunos.

Para verificar se as AD auxiliaram no desenvolvimento de competências ligadas ao uso do computador, investigamos a utilização de ferramentas novas e diferentes do software Geogebra. Todo conhecimento adquirido de forma autônoma é rico e não será esquecido tão facilmente pelo aluno. Desta forma, o desenvolvimento da autonomia no aluno é um dos nossos objetivos, já que na vida discente é um requisito muito importante, quanto antes desenvolvermos esse quesito nos alunos melhor será para seu desenvolvimento intelectual.

Por fim, na avaliação julgaremos se as AD motivaram os alunos, procuramos identificar elementos que comprovassem uma possível motivação, como: estratégias, apresentação, organização, entre outros fatores que merecem destaques relacionados a atitude de aprendizagem.

5.5.1.1 Atividade Didática: Transformações Pontuais

Dentre as 34 AD que compõem a sequência proposta, escolhemos para ser a primeira atividade a ser analisada a atividade *Transformações Pontuais*. A escolha foi motivada pelos alunos a terem avaliada como sendo muito trabalhosa e difícil. A proposta foi feita aos 86 alunos do 9º ano do Ensino Fundamental no final do 3º Bimestre do ano letivo, destes 55 encaminharam suas resoluções para a avaliação. Na presente AD o desafio era que o aluno descubra ferramentas no software Geogebra que facilitam a construção de figuras simétricas, através da simetria central e axial, com rapidez e precisão, em consonância com os conhecimentos adquiridos nas aulas de Geometria e Desenho Geométrico e teve como objetivos didáticos: (1) construir figuras simétricas em relação a um ponto e um eixo dado, utilizando corretamente as ferramentas disponíveis no software Geogebra ou utilizando os procedimentos geométricos trabalhados para isso; (2) perceber e compreender quais são as características e propriedades que se mantem ou se alteram entre a figura original e a simétrica; (3) reconhecer figuras simétricas identificando simetria axial e simetria central. Portanto, o importante nesta atividade consistia em encontrar um caminho mais prático e ágil do que o adotado nas construções feitas no papel, utilizando o software Geogebra para construção de figuras simétricas. Após a construção, através da manipulação dos objetos,

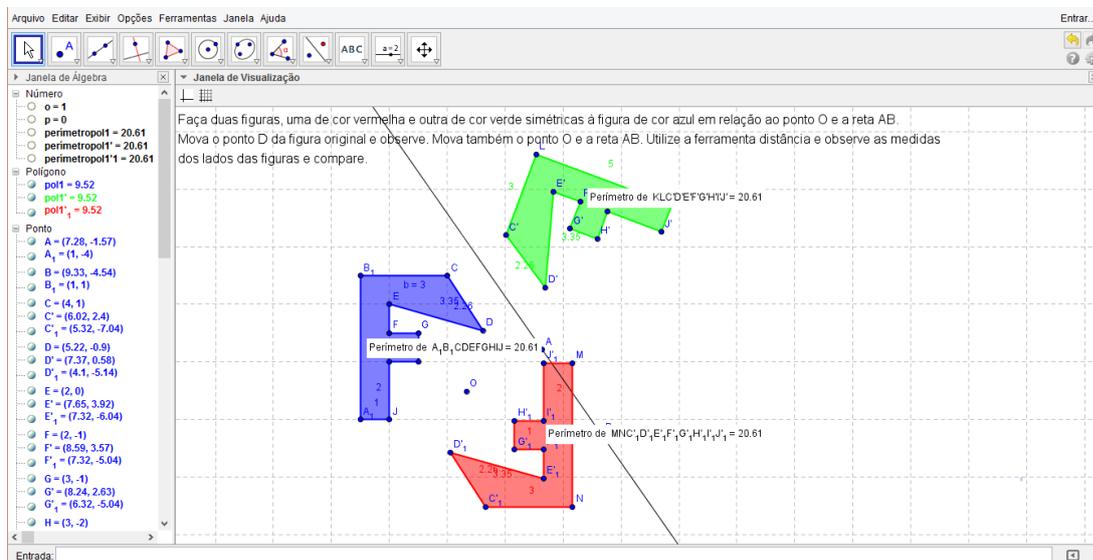
proporcionada pelo software, perceber e compreender as propriedades e relações das transformações pontuais, ou seja, da simetria.

Nesta atividade, o aluno tinha acesso a um arquivo do software Geogebra com uma figura, um centro e um eixo de simetria fornecidos e a partir dele, deveria construir figuras simétricas e realizar as manipulações dos objetos solicitados a fim de perceber e identificar as propriedades da simetria. Tais observações deveriam ser argumentadas e justificadas posteriormente. Para maiores detalhes vide Apêndice C ou acesse www.ufsm.br/mpeac/vaneza.

Inicialmente, procuramos verificar nas produções dos estudantes a diversidade de construções gráficas apresentadas por eles para resolver a tarefa. Para essa AD os alunos propuseram e implementaram quatro possibilidades diferentes de construções. A seguir apresentamos as quatro categorizações das construções válidas. Ressaltamos que nesta AD 21 alunos obtiveram notas máximas nas suas resoluções, ou seja, foram além do esperado utilizando recursos auxiliares novos disponibilizados pelo software Geogebra. Assim, as três primeiras categorias apresentadas a seguir compõem este grupo de estudantes com nota máxima.

(1) Sete alunos fizeram a construção geométrica utilizando recursos específicos para a construção de simetria disponibilizados pelo software Geogebra (Reflexão em Relação a um ponto e Reflexão em relação a uma reta), ou seja, de forma rápida e precisa conseguiram desenvolver esta tarefa, pois encontraram as ferramentas necessárias para esta construção por conta própria, mostrando assim o desenvolvimento de autonomia e competências para isso. Um exemplo para esse tipo de solução está apresentado na Figura 40. Observe que em sua construção, o estudante com poucas interações conseguiu fazer sua construção geométrica, com rapidez e precisão, mantendo as propriedades da simetria. Estes estudantes compreenderam o verdadeiro objetivo da atividade, pois foram a procura de ferramentas disponíveis no software que facilitariam a construção. Consequentemente perceberam que o software Geogebra pode auxiliar muito nas resoluções. Talvez essa busca por ferramentas novas que facilitam a construção se dê como busca de uma estratégia alternativa para resolver a mesma tarefa de forma mais rápida e sem a necessidade de um trabalho cansativo como seria se adotasse os procedimentos para construção no papel.

Figura 40 – Exemplo da construção gráfica da Atividade Didática *Transformações Pontuais*, utilizando recursos específicos do software Geogebra para simetria

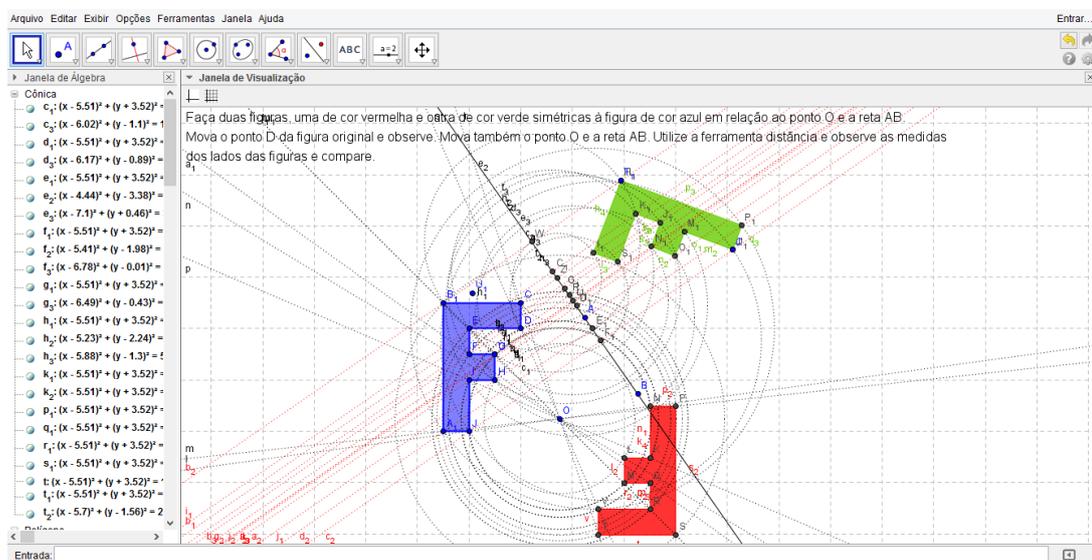


Fonte: Produção dos alunos.

Observamos, pela Figura 40, que este grupo de alunos, além de utilizar um recurso que facilitou a construção, também verificou através do cálculo do perímetro (disponibilizado pelo software Geogebra) das figuras se elas realmente eram simétricas, logo se elas mantinham perímetros iguais. Portanto, estes estudantes souberam explorar e utilizar as ferramentas disponíveis para realizar as construções.

(2) Três alunos utilizaram um procedimento muito semelhante ao utilizado para construção de figuras simétricas no papel com a utilização de régua, esquadro e compasso, porém, o que diferenciou foi a utilização de circunferências para marcação de pontos simétricos com mesma distância do centro e eixo de simetria. Este procedimento auxiliou muito, mas mesmo assim tornou o processo trabalhoso. Como exemplo desta solução apresentamos a Figura 41.

Figura 41 – Exemplo da construção gráfica da Atividade Didática *Transformações Pontuais*, utilizando circunferências para medir as distâncias entre os pontos



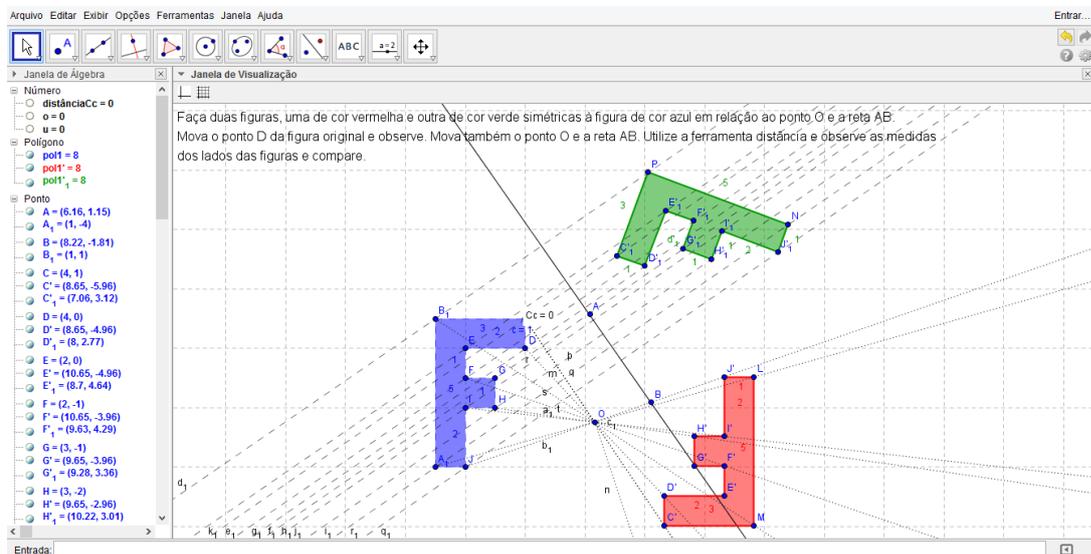
Fonte: Produção dos alunos.

Identificamos, na construção da Figura 41, que os estudantes adotaram alguns dos recursos utilizados na construção feita no papel como a construção de retas perpendiculares em relação ao eixo de simetria, mas para facilitar a sua construção no software souberam empregar circunferências para a marcação das distâncias entre os vértices das figuras. Procedimento esse muito interessante, pois desta forma não precisaram trabalhar com a ferramenta de Segmento com comprimento fixo, o que traria mais trabalho.

(3) 11 alunos optaram por mesclar os procedimentos utilizados na construção no papel e a utilização de recursos específicos do software Geogebra. Apresentamos na Figura 42, um exemplo desta construção.

Note que, na construção apresentada pela Figura 42, os alunos optaram por utilizar as ferramentas Reflexão em Relação a um ponto e Reflexão em Relação a uma reta e mesmo assim para complementar e verificar suas construções traçaram retas perpendiculares em relação ao eixo de simetria passando pelos vértices das figuras e retas que alinhavam os vértices ao centro de simetria. Assim, percebemos que estes estudantes não ficaram satisfeitos em usar somente as ferramentas de Reflexão nas suas construções, mas verificaram se as figuras construídas atendiam as propriedades de simetria através da construção das retas para verificar esta condição.

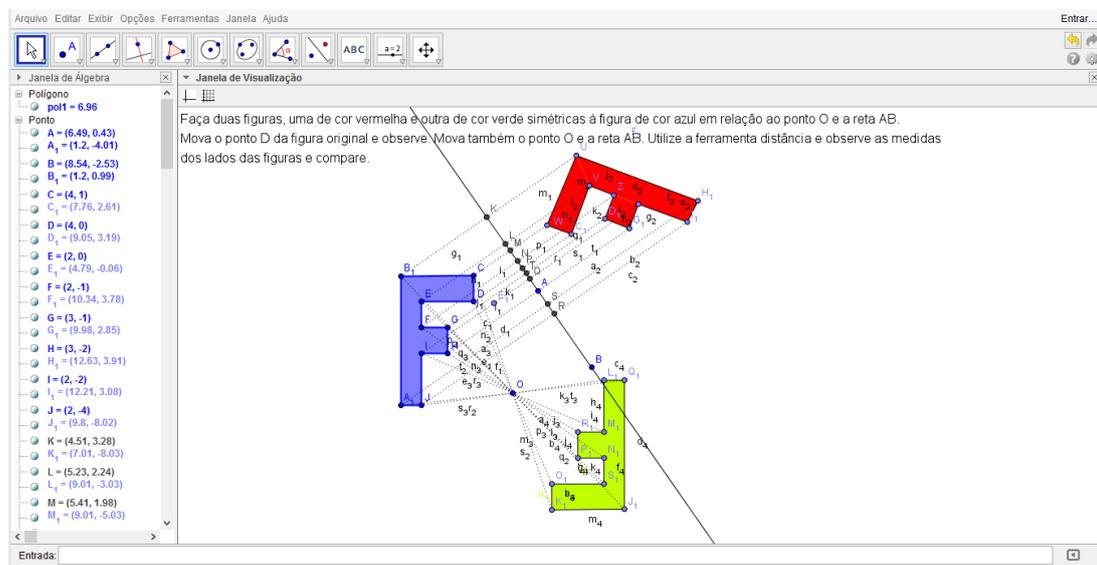
Figura 42 – Exemplo da construção gráfica da Atividade Didática *Transformações Pontuais*, mesclando a utilização de recurso próprios do software Geogebra e procedimentos de construção utilizados no papel



Fonte: Produção dos alunos.

(4) 31 alunos optaram por utilizar os mesmos procedimentos adotados nas construções feitas no papel, porém utilizando o software Geogebra. Este procedimento torna a AD realmente muito trabalhosa, pois são muitas etapas a seguir, como por exemplo: construção de retas alinhadas com o centro de simetria, construção de retas perpendiculares ao eixo de simetria, medição de segmentos, construção de segmentos com comprimento fixo para marcação dos novos vértices, construção dos polígonos, entre outros. Percebemos que este grupo de estudantes, não foi curioso em descobrir uma estratégia mais fácil e ágil para solucionar a sua tarefa, utilizaram os mesmos conhecimentos que possuíam para fazer a construção no software Geogebra. Como exemplo desta solução, apresentamos a Figura 43.

Figura 43 – Exemplo da construção gráfica da Atividade Didática *Transformações Pontuais*, utilizando procedimentos de construção utilizados no papel



Fonte: Produção dos alunos.

Do descrito anteriormente, a AD *Transformações Pontuais* favoreceu a diversidade de procedimentos. A maior parte dos alunos optou por adotar os mesmos procedimentos utilizados nas construções feitas no papel, pois seguiram o mesmo raciocínio, sem explorar e buscar caminhos alternativos e mais rápidos, como era os objetivos desta AD. Logo, justifica-se o resultado das avaliações onde os alunos avaliaram como uma atividade muito trabalhosa e difícil. Concordamos que adotando este procedimento a atividade torna-se muito trabalhosa.

No entanto, os dados discutidos mostraram que esta AD é adequada para o desenvolvimento dos objetivos propostos. Ela constou de um problema aberto onde os estudantes desenvolveram a autonomia na escolha dos procedimentos e argumentos a serem adotados ao explorarem suas construções para verificarem e provarem as propriedades de simetria.

As AD abordaram vários conceitos geométricos, como listados no capítulo anterior. Alguns deles se repetiram em algumas atividades, outros foram específicos de uma só atividade. Logo é importante avaliarmos se a AD contribuiu para a aprendizagem de conceitos, para isso, observamos as construções e respostas dos alunos nas questões propostas. Sintetizamos os dados e apresentamos os mesmos em forma de tabelas, onde classificamos as respostas em três categorias: (1) resolveu corretamente; (2) resolver parcialmente correto; e (3) não resolveu/errou. Salientamos que resolver parcialmente correto significa que o aluno apresentou uma ideia consistente para solucionar sua tarefa. Porém

apresentou algum erro durante o processo que determinou um problema no avanço de sua resolução para chegar a uma resposta final válida.

Os dados obtidos nesta AD podem ser visto na Tabela 8. Quando nos referirmos a construção gráfica, estamos tratando da construção geométrica apresentada no software Geogebra. Agora, na Questão 1, queremos avaliar se os estudantes souberam distinguir, classificar e nomear corretamente os dois casos de simetria trabalhados (simetria central e simetria axial) e na Questão 2, procuramos avaliar se o estudante percebeu através da manipulação de objetos proporcionada pelo software Geogebra as propriedades, características e relações estabelecidas e mantidas em cada caso de simetria. Essas questões foram propostas na forma de perguntas aos estudantes.

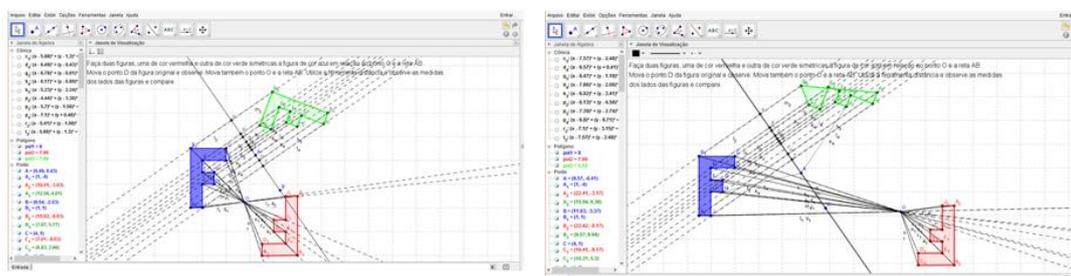
Tabela 8 – Atividade Didática: *Transformações Pontuais*, aplicada no 9º ano da Escola A

	Resolveu corretamente	Resolveu parcialmente corretamente	Não resolveu/errou	Total de trabalhos entregues
Construção gráfica	30	22	3	55
Questão 1	27	15	13	55
Questão 2	27	11	17	55

Fonte: Elaborado pela autora.

A partir da análise da Tabela 8, identificamos que praticamente todos os alunos resolveram corretamente ou parcialmente a construção gráfica, somente três estudantes ficaram fora deste grupo pois anexaram um arquivo que não tinha nenhuma relação com a atividade proposta. Dentro da fração de alunos que resolveram parcialmente corretamente a construção gráfica o maior erro apresentado pelos alunos foi na hora de realizarem as manipulações dos objetos. Caso o aluno não utiliza-se todos os procedimentos de construção corretos, na hora em que iriam fazer as movimentações para verificar e comprovar as propriedades de simetria, perceberia que as características, dimensões e distâncias não se manteriam constantes. Explica-se pois na visualização da construção estática poderia parecer que as figuras eram simétricas e ao fazer as movimentações solicitadas perceberiam o desacordo. Estas constatações podem ser acompanhadas na Figura 44.

Figura 44 – Exemplo da construção gráfica da Atividade Didática *Transformações Pontuais*, antes e depois das manipulações dos objetos



Fonte: Produção dos alunos.

Observando a imagem da direita da Figura 44, percebemos que ao realizarmos as movimentações dos objetos, as propriedades da simetria não se mantêm, como por exemplo: ao movimentarmos o centro de simetria (O), as distâncias entre os vértices das figuras e o centro de simetria devem permanecer as mesmas. Outra observação a ser feita é quando movemos o eixo de simetria e há deformação da figura construída em relação a original dada.

Voltando a Tabela 8, em relação às Questões 1 e 2, aproximadamente 50% dos alunos não resolveu/errou ou resolveu parcialmente corretamente as questões. Esse fato pode ter sido influenciado pelo descrito no parágrafo anterior, pois para responder corretamente a Questão 2 - (Ao mover os pontos D e O e a reta AB o que você observou?), era necessário a manipulação correta dos objetos para observar o comportamento da figura original em relação às simétricas. Como exemplos de respostas parcialmente corretas e incorretas podemos citar:

- (a) "Ao mover os pontos D e O eu observei que as figuras se distorcem" (Produções dos alunos, 2015).
- (b) "Que a reta muda a posição da figura verde e o ponto O muda a posição da figura vermelha" (Produções dos alunos, 2015).
- (c) "Movendo o ponto D a figura diferencia-se. Movendo o ponto O e a reta AB as figuras simétricas mudam de lugar" (Produções dos alunos, 2015).
- (d) "Nós podemos observar que as figuras se movem em relação ao eixo mas continuam com a mesma medida da figura original" (Produções dos alunos, 2015).
- (e) "Que as figuras não ficam mais iguais" (Produções dos alunos, 2015).

Nos exemplos (a) a (d) observamos respostas parcialmente corretas. Na resposta (a), ao mover o ponto O as figuras não se distorcem, somente isso ocorre ao mover o ponto D. As respostas (b), (c) e (d), estão incompletas, pois os estudantes teriam que informar o que

acontecia com as distâncias entre os pontos da figura original e os pontos das figuras simétricas em relação ao centro e ao eixo de simetria. Já a resposta (e) está totalmente errada, pois se as figuras não permanecem iguais logo não há simetria.

Em contrapartida, os alunos que responderam corretamente, souberam argumentar e justificar muito bem suas observações e colocações como podemos observar nos extratos retirados dos materiais enviados pelos alunos abaixo apresentados:

(f) Eu observei que ao mover o ponto O e a reta AB as figuras simétricas movem-se em relação aos seus eixos centrais mas continuam com as mesmas medidas que a figura original, e ao mover o ponto D eu "deformei" a figura original e as figuras simétricas se "deformaram" igualmente, mas continuaram com a mesma medida da figura original (Produções dos alunos, 2015).

(g) Que ao mover, primeiramente, o ponto D a figura altera sua forma mas não apenas isso e sim as OUTRAS figuras se alteram mediante a conservação da distância dos pontos D, D' e D" de seus respectivos eixos... Depois, ao mover o ponto O e também a reta AB, percebo que as figuras que foram "refletidas" em relação a figura original se distanciam, MAS se distanciam de forma que o eixo (sendo o ponto O ou o ponto AB) sempre permaneçam sendo a mediatriz da reta que liga um vértice com outro... Como por exemplo a reta que liga d com D' e assim por diante... (Produções dos alunos, 2015).

(h) Ao mover o ponto D observei que o ponto homólogo da figura transformada se moveu também, porque para que sejam simétricas precisam ser iguais, então o que acontece em uma deve acontecer na outra. Ao mover o ponto O percebi que a figura transformada vermelha se move, e fica mais distante, próxima ou em direções diferentes em relação a figura original, isso acontece porque mudamos o centro de simetria, assim o lugar da figura simétrica muda também. Ao mover a reta AB percebi que a figura transformada verde se distanciava ou aproximava da original, porque o eixo de simetria mudava, e como a distância do eixo para as figuras é sempre a mesma, conforme a distância da reta para a figura original mudava, a da figura verde também deveria mudar (Produções dos alunos, 2015).

Os dados discutidos mostram que a AD, Transformações Pontuais, constituiu-se como desafio para os alunos, pois resultou em uma variabilidade de resoluções e procedimentos adotados, fazendo que os estudantes refletissem e tomassem uma decisão ao escolher o que julgavam correto fazer e argumentar.

5.5.1.2 Atividade Didática: Teorema Angular de Tales

A escolha desta atividade para ser analisada entre uma das primeiras se deu pelo fato de ser avaliada pelos estudantes como sendo fácil e de resolução rápida. A proposta foi feita aos 100 alunos do 8º ano do Ensino Fundamental no final do 2º Bimestre do ano letivo de 2015 ao trabalharmos com Triângulos, destes, 85 encaminharam suas resoluções para a avaliação. Na presente AD o desafio é que o estudante investigue através de sua construção e

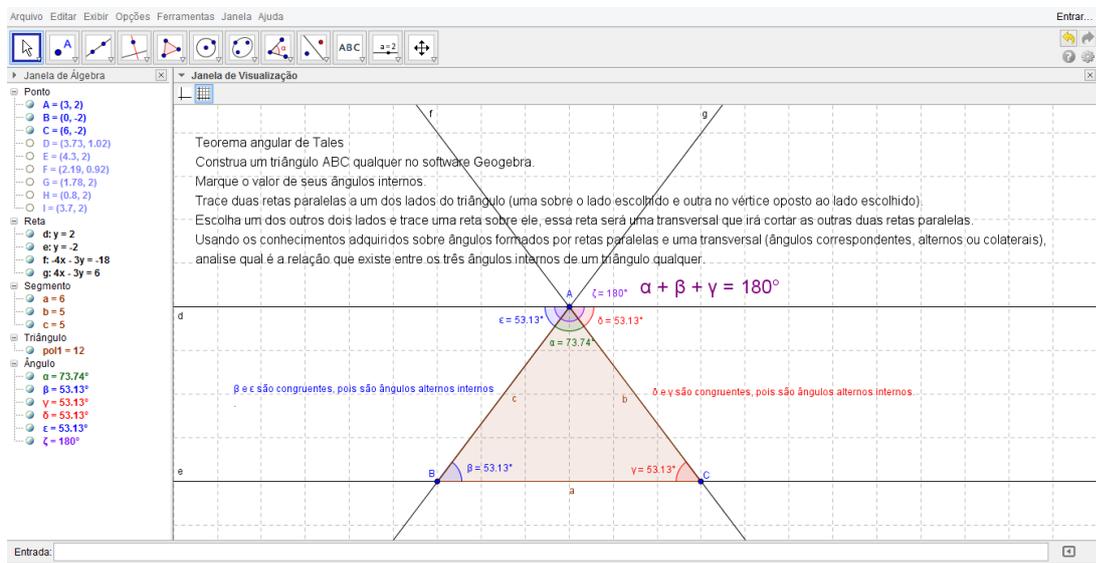
demonstração visual qual é a relação existente entre os ângulos internos de um triângulo qualquer, bem como, explore e entenda a origem e princípios que regem o Teorema Angular de Tales. Tem como objetivos didáticos: (1) demonstrar através da construção o Teorema Angular de Tales a fim de compreender as relações existentes e não somente memorizá-lo; e, (2) verificar, em diversos triângulos, que a soma dos ângulos internos de qualquer triângulo resulta em 180° .

Nesta atividade, o aluno tinha acesso a um texto de contextualização e uma pequena biografia de Tales de Mileto, em seguida, a partir do arquivo do software Geogebra contendo algumas orientações do direcionamento para a construção deveria iniciar a resolução geométrica, para posterior exploração da figura e argumentação no questionamento proposto. Para maiores detalhes vide Apêndice C ou acesse www.ufsm.br/mpeac/vaneza.

Ao analisarmos as produções válidas dos estudantes que resolveram parcialmente e corretamente, 80 alunos, observamos que poderíamos categorizá-las em dois grandes grupos diante das semelhanças e considerando a parte comum existente entre as construções dos estudantes. No primeiro grupo os alunos validaram seus conhecimentos com linguagem coerente e inovaram além de executarem as construções e no outro grupo apenas executaram as construções. A pouca variabilidade de soluções se deu pelo fato de ser uma AD mais direcionada, ou seja, fornecemos orientações específicas, seguindo um passo a passo. Desta forma, classificamos as produções nos dois grupos onde:

(1) 18 estudantes além de seguirem as orientações para construção e demonstração, utilizaram recursos extras e diferenciados que auxiliaram na investigação das propriedades, como por exemplo: medição dos ângulos, mudança de cores dos ângulos, inserção de caixa de texto para colocar comentários e observações feitas. Como podemos ver na Figura 45, estes estudantes validaram seus conhecimentos com linguagem coerente e inovaram, além de executarem as construções aplicando os princípios que regem o Teorema Angular de Tales. Dentre os alunos que pertencem a este grupo, destacamos cinco que obtiveram nota máxima em suas avaliações, pois se destacaram apresentando além das construções, demonstrações utilizando uma linguagem coerente e simbologia Matemática específica em suas argumentações.

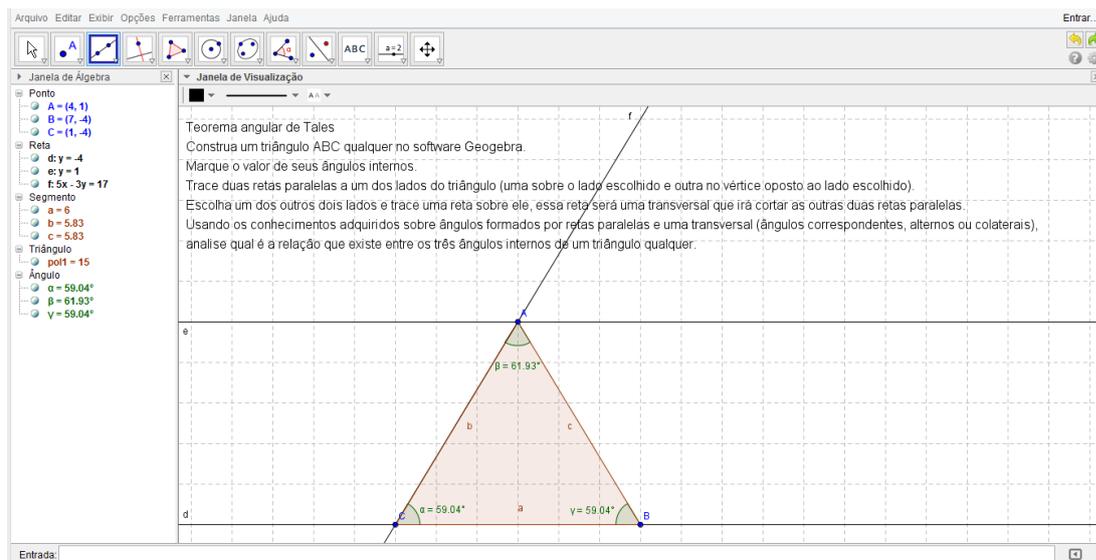
Figura 45 – Exemplo da construção gráfica da Atividade Didática *Teorema Angular de Tales* com múltiplos recursos



Fonte: Produção dos alunos.

(2) 62 dos alunos, a maioria, conseguiram compreender as orientações e executar as construções corretamente. Realizaram as verificações, mas não foram além do solicitado. Conforme podemos ver no exemplo da Figura 46.

Figura 46 – Exemplo da construção gráfica da Atividade Didática *Teorema Angular de Tales*



Fonte: Produção dos alunos.

Verificando a aprendizagem dos conceitos geométricos enfocados nesta atividade, conforme Tabela 9, observamos que a grande parte dos estudantes resolveu corretamente a construção gráfica e a questão proposta. A construção gráfica refere-se construção geométrica de um triângulo qualquer, retas paralelas e transversais, marcação e medição de ângulos, apresentada no software Geogebra. Na Questão 1 proposta queremos avaliar se os estudantes souberam explorar e investigar sua construção através das ferramentas disponíveis no software Geogebra. Também, se as manipulações realizadas foram corretas para argumentar sobre os princípios que regem o Teorema Angular de Tales (A soma das medidas dos ângulos internos de um triângulo é igual a 180°). Nesta argumentação o estudante teria que perceber qual é a relação das retas paralelas e transversais com o Teorema Angular de Tales. Esta questão foi proposta na forma de pergunta aos estudantes.

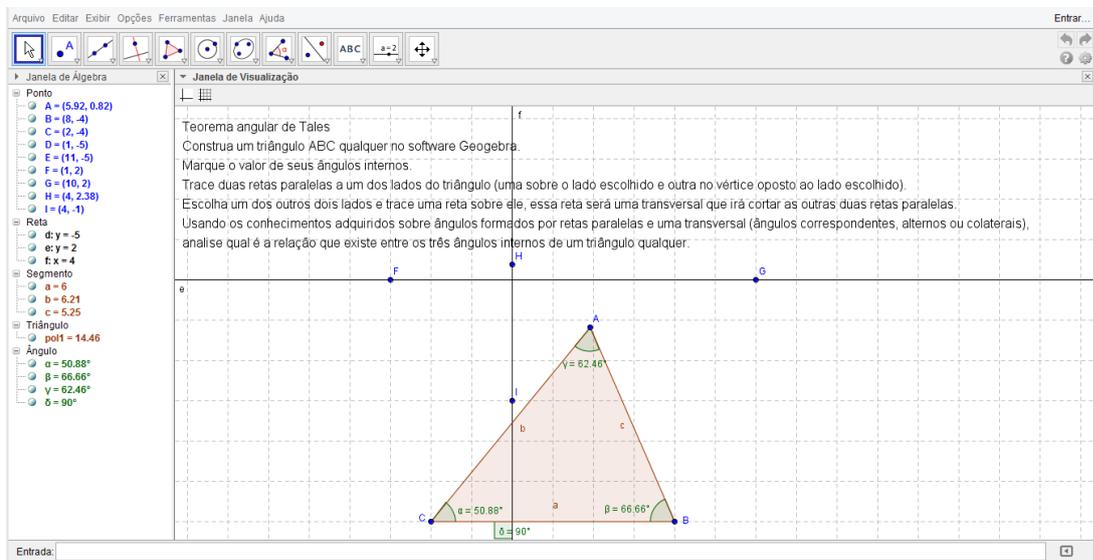
Tabela 9 – Atividade Didática: *Teorema Angular de Tales*, aplicada no 8º ano da Escola A

	Resolveu corretamente	Resolveu parcialmente corretamente	Não resolveu/errou	Total de trabalhos entregues
Construção gráfica	72	08	05	85
Questão 1	65	05	15	85

Fonte: Elaborado pela autora.

Entre os alunos que resolveram parcialmente ou erraram a resolução, percebemos no exemplo apresentado na Figura 47, que os estes estudantes conseguiram construir um triângulo, marcar e medir seus ângulos. Porém ao procurar estabelecerem relações com as retas paralelas e transversais, não obtiveram um bom resultado, pois não souberam interpretar e executar algumas das orientações dadas para fazer a exploração do Teorema Angular de Tales. Entre as dificuldades que estes estudantes tiveram mais se destacou a marcação e medição de ângulos.

Figura 47 – Exemplo da construção gráfica parcialmente correta da Atividade Didática *Teorema Angular de Tales*



Fonte: Produção dos alunos.

Quanto as argumentações feitas pelos estudantes na Questão 1: Qual é a relação que existe entre os três ângulos internos de um triângulo qualquer?, percebemos conforme Tabela 10, que 35 alunos responderam corretamente, como demonstramos nos exemplos abaixo (a), (b) e (c). Como exemplo de resposta parcialmente correta apresentamos o item (d). Neste item o estudante se reporta a soma dos ângulos de um polígono, mas não especificou que polígono é esse, no caso, o triângulo. Quanto as respostas apresentadas nos itens (e), (f) e (g) apresentam erros como: lados relacionados com ângulos e argumentações equivocadas que acabam não validando suas respostas.

(a) "A relação existente é que a soma dos três ângulos internos resultará em 180° (exemplo: x , y e z são os ângulos internos de um triângulo), assim sendo: $(x + y + z = 180^\circ)$ " (Produções dos alunos, 2015).

(b) "Pode ser analisado que, a soma dos três ângulos internos resulta em 180° . A soma de dois ângulos não-adjacentes resulta no suplemento do terceiro ângulo interno. A soma de qualquer ângulo interno do triângulo com o seu ângulo externo resulta em 180° " (Produções dos alunos, 2015).

(c) "Os ângulos internos de um triângulo são suplementares entre si, ou seja, a soma deles resulta em 180 graus" (Produções dos alunos, 2015).

(d) "A soma dos ângulos do polígono resulta em 180° " (Produções dos alunos, 2015).

(e) "Que se juntar os lados formará o mesmo triângulo com os mesmos ângulos" (Produções dos alunos, 2015).

(f) "Especialmente o triângulo retângulo necessita de um lado com medida de 90° e outros dois com medidas agudas, os outros retângulos não" (Produções dos alunos, 2015).

(g) "A medida de um ângulo externo de um triângulo é igual á soma das medidas dos ângulos internos" (Produções dos alunos, 2015).

5.5.1.3 Atividade Didática: Fazendo Arte no Geogebra

Escolhemos para ser a terceira atividade a ser analisada a atividade *Fazendo arte no Geogebra*". A escolha foi motivada por ser uma atividade diferenciada das demais, primeiro por ser criação livre, segundo por ocorrer em caráter voluntário e no período de recesso escolar do meio do ano letivo e terceiro pelo resultado surpreendente que tivemos na produção dos alunos. A proposta foi feita aos alunos do 8º e 9º ano do Ensino Fundamental em forma de concurso, ou seja, a participação era livre, pois queríamos a participação de quem realmente estava apreciando manusear o software Geogebra e que tivesse criatividade, a premiação para os três trabalhos que se destacassem em cada ano era a exibição dos trabalhos na página inicial do *site* www.ufsm.br/mpeac/vaneza. Salientamos que os alunos tiveram todo o período de recesso escolar, ou seja, as férias de inverno que neste ano de 2015 foi de um mês, para elaborar e enviar sua produção. Na presente AD o desafio proposto é a criação de uma imagem com a utilização de todos os recursos disponíveis no software Geogebra e conhecimentos adquiridos nas aulas de Geometria e Desenho Geométrico. Teve como objetivos didáticos: (1) criar livremente uma imagem com o auxílio do software Geogebra; (2) utilizar os conhecimentos geométricos relacionando-os com a arte; (3) expressar-se livremente através da arte. A votação para escolher as produções que mais se destacaram em cada ano foi feita pelos professores, coordenação e direção da Escola A.

Nesta atividade, observamos que quem participou apresentou grande domínio no uso das ferramentas ofertadas pelo software Geogebra e que realmente ficou interessado e motivado em participar da atividade, uma vez que, não valia nota e a premiação era a divulgação do trabalho realizado no grupo de alunos dos dois anos escolares. O número de participantes não foi muito expressivo, em torno de 10% aderiu a atividade, mas a qualidade dos trabalhos enviados foi excelente, superando as expectativas, como podemos ver na Figura 48.

Figura 48 – Trabalho desenvolvido por uma aluna do 9º ano



Fonte: Produção dos alunos (Aluna do 9º ano – G).

O trabalho apresentado na Figura 48 foi, sem dúvidas, o que mais se destacou e teve maior votação no concurso. O trabalho impressionou pela sua beleza e perfeição, segundo a autora da figura, sua inspiração foi a fascinante relação que a arte e as figuras geométricas têm, neste sentido, procurou usar polígonos triangulares em diferentes tamanhos e cores para dar forma a rosto de “Lily Jane Collins”, atriz, modelo e apresentadora britânico-americana nascida na Inglaterra, a qual foi inspiração para a criação da aluna. Os detalhes e a precisão da obra são encantadores, quando ampliamos é possível ver a riqueza de detalhes e cuidados que a aluna teve ao fazer seu trabalho, como exemplo: o olho e os cílios são formados por triângulos minúsculos que sem dar um zoom não é possível identificar essa perfeição. Observa-se que o domínio apresentado em manusear as ferramentas disponíveis no Geogebra é grande e a habilidade com as artes também, o cuidado com os tons das cores, com a distribuição dos polígonos triangulares. Como ferramentas, utilizou a construção de polígonos e as propriedades para mudanças de cores. Segundo a aluna, em sua pesquisa de opinião, essa atividade recebeu nota máxima em todos os quesitos avaliados, ou seja, nota cinco, em trabalho, dificuldade, interesse e de forma geral.

As demais produções também foram interessantes, cada uma com suas características próprias e criatividade. Entre os trabalhos do 9º ano, observamos, a construção de um templo

grego, utilizando a opção 3D do Geogebra, a montagem de planos de fundo e obra coloridas com a disposição de várias formas geométricas, conforme Apêndice E.

As produções dos alunos do 8º ano mostraram-se mais simples, mas criativas. Houve predomínio de construções com círculos e retas coloridas, círculo representando um olho, desenhos formados por segmentos de retas como exemplo: estrelas, animais pirâmides e torres, representação do sistema solar, entre outras, como podem ser observadas no Apêndice E.

Ao analisar as produções dos alunos, observamos que a AD proposta motivou os alunos que participaram. A variabilidade de criações também superou as expectativas. As ferramentas do software utilizadas foram várias e muitas delas ainda não tinham sido apresentadas aos alunos em sala de aula. Registramos exploração do software Geogebra, que facilitou por ser intuitivo e oferecer várias ferramentas diferentes. Desta forma, entende-se sua viabilidade e exequibilidade para introduzir outras AD nesse nível, porém não no período de férias escolares e sim, no período de aulas regulares.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Nesta tese, desenvolveu-se e apresentou-se uma sequência de Atividades Didáticas (AD) de Geometria e Desenho Geométrico para os anos finais do Ensino Fundamental que utilizou o software Geogebra com o objetivo de facilitar o aprendizado de tópicos do conteúdo programático dessas disciplinas e desenvolver competências computacionais. A sequência de AD foi desenvolvida e implementada em três anos letivos: 2014 (projeto piloto), 2015 e 2016 em uma instituição de ensino pública da rede federal do estado do Rio Grande do Sul. Aplicou-se em todas as turmas 8º e 9º ano e avaliaram-se os resultados obtidos no ano de 2015, num total de 186 alunos.

As AD foram desenvolvidas e aplicadas no contexto de uma Pesquisa de *Design* Educacional (PDE) na qual a prática escolar estava em defasagem com as disponibilidades tecnológicas existentes. De forma análoga a outras pesquisas da metodologia PDE, o material instrucional e suas prescrições de implementação foram pensados com o objetivo de serem incorporados de forma permanente à prática docente. A análise das aplicações pode fornecer, além de subsídios para o aprimoramento e modificações das AD, um acompanhamento e avaliação detalhado de todo o processo dentro dos ciclos investigados: Desenvolvimento (D), Viabilidade (V) e Receptividade (R).

A metodologia PDE é estruturada em ciclos longos, em geral medidos em semestres ou anos. Os primeiros ciclos são exploratórios e identificam problemas da prática didática e propõem soluções. Ciclos seguintes, porém, ainda considerados iniciais, desenvolvem e implementam soluções. Ciclos posteriores, quando o problema está completamente mapeado e encaminhado, permitem a construção de conhecimento ou modelos educacionais teóricos.

No presente trabalho estamos nos primeiros ciclos de uma pesquisa da metodologia PDE, na qual foi desenvolvida e aplicada uma sequência de AD. Desta forma, é essencial a análises dos ciclos coordenados: Desenvolvimento, Viabilidade e Receptividade.

Durante o desenvolvimento e implementação das AD contemplou-se o objetivo central e os específicos com a elaboração, implementação e investigação de uma sequência de AD, com os objetos do conhecimento abordados em atividades realizadas com o uso do computador (software Geogebra), de forma regular, por um período longo de tempo e extraclasse em consonância com os conteúdos trabalhados em sala de aula, sem prejudicar o andamento das aulas regulares.

A viabilidade da sequência de AD foi verificada através da análise das respostas de um questionário que traçou o perfil dos alunos em relação à disponibilidade e utilização de recursos computacionais. Esta mostrou que, em princípio, os alunos têm disponibilidade e são

capazes de resolver atividades centradas no uso do software Geogebra. Observou-se que os alunos utilizam o computador e a Internet para lazer e comunicação, ficando o fim educativo de lado. Assim, um ponto a ser trabalhado futuramente é a propaganda e incentivo da utilização do software Geogebra em consonância com outras disciplinas, através de oficinas de capacitação e minicursos para docentes, a fim de resolver os mais diversos problemas das mais variadas áreas de forma simples e rápida. Cabe aos docentes propor estratégias e metodologias para o uso de softwares educativos e outros recursos digitais no ambiente escolar e, principalmente, de forma interdisciplinar.

Apesar de necessário, não é suficiente garantir a viabilidade da incorporação de novas atividades através somente da disponibilidade e utilização de recursos digitais. Na prática, os alunos e seus pais devem perceber relações entre as AD e o conteúdo programático, sendo que na Escola A onde implementou-se as AD, a presença da família e a cobrança em relação ao andamento do ensino e aprendizagem dos estudantes é marcante. Logo, se faz necessário avaliar a percepção dos alunos em relação à harmonia das AD com o conteúdo programático da disciplina. Os resultados da análise dos questionários ao final do processo de aplicação da sequência de AD, demonstraram que a maioria dos alunos perceberam esta relação, sendo que 73% e 79,2%, respectivamente do 8º e 9º ano, concordaram que as AD são relacionadas ao conteúdo abordado em aula.

Quanto a participação dos alunos observou-se que no decorrer dos bimestres os estudantes diminuíram sua participação em praticamente todos os períodos avaliados. Explica-se provavelmente pelo fato dos alunos estarem mais sobrecarregados nos finais de bimestres e também por já terem garantido uma boa nota nas primeiras avaliações parciais, o que lhes garante certa “liberdade” de não precisar participar das demais avaliações.

Em relação à avaliação da exequibilidade das AD, os resultados mostraram que a aplicação da sequência de AD é possível e factível, pois não deixou-se de cumprir a carga horária das disciplinas, nem de abordar o conteúdo programático habitual. O trabalho com as atividades não foi cansativo para os estudantes que gostaram de utilizar estratégias diferentes com o uso de recursos tecnológicos, que informalmente estavam habituados a utilizar.

Percebeu-se que quanto mais habituados os alunos estão no uso das ferramentas do software Geogebra, melhor foi o seu desempenho, desenvolvimento dessas competências e autonomia. No 9º ano foi uma rotina a busca e utilização de ferramentas novas para resolução das AD propostas, assim, a autonomia foi trabalhada de forma indireta e é considerada uma conquista em nosso trabalho. Esta busca autônoma contribui em grande escala para formação discente.

A receptividade da sequência de AD pelos alunos foi verificada através das respostas das pesquisas de opinião no final de cada AD. Os resultados mostraram diante dos itens avaliados: trabalho, dificuldade, interesse e motivação, que os estudantes avaliaram positivamente a sequência. Identificou-se que pequenas modificações, tais como: grau de complexidade, menor ou maior tempo para execução da atividade, inserção de outros recursos motivacionais nas AD, entre outros, poderão ser realizadas para a melhoria de algumas AD nos ciclos de aplicação posteriores. Essas modificações sugerimos que sejam feitas antes da aplicação do segundo ciclo de implementação que ocorreu em 2016 e sucessivamente.

Assim observou-se que as AD apresentaram um potencial motivador e a maioria dos alunos compreenderam as atividades como um fator que contribuiu positivamente para ampliar seus conhecimentos em Geometria e Desenho Geométrico. Nós docentes e pesquisadores apostamos que essa proposta possibilite o desenvolvimento das competências relacionadas ao uso do computador como ferramenta Matemática.

Diante da vivência docente baseada no trabalho com resoluções e construções feitas somente no papel, com o uso de instrumentos como: lápis, régua, esquadros e compasso e neste momento ter a oportunidade de comparar os resultados obtidos pós-aplicação da sequência de AD utilizando o computador, afirmo que é possível e viável a utilização de AD realizadas no software Geogebra nos anos finais do Ensino Fundamental, (1) contemplando os objetos do conhecimento em caráter regular ao ensino por um período longo e contínuo, articulando o cronograma curricular de Geometria e Desenho Geométrico durante todo ano letivo e em anos sucessivos, sem o prejuízo do conteúdo programático, (2) criando AD contextualizadas que facilitam a aprendizagem de conceitos geométricos através da construção, visualização e manipulação de objetos matemáticos, que permanecem na escola para ser utilizada a qualquer momento e por outros professores, (3) promovendo o desenvolvimento de competências ligadas a utilização dos recursos tecnológicos desde a Educação Básica, competência esta amplamente cobrada na sua vida. Além do desenvolvimento de autonomia, responsabilidade e motivação ao estudo.

Como sugestões de pesquisas futuras, deixamos aqui: o aprimoramento de alguns detalhes nas AD, criação de uma plataforma de monitoramento de AD mais dinâmica e adaptável a diferentes graus de dificuldade de acordo com avanço e progresso de cada estudante, criação de programas/oficinas de capacitação para docentes das mais diversas áreas do conhecimento e não somente da área específica da Matemática para a realização de um trabalho interdisciplinar explorando as ferramentas do software Geogebra e desenvolvimento de modelos teóricos pós-aplicação de sucessivos ciclos que serão trabalhados pelos autores.

REFERÊNCIAS

- ABAR, C. A. A. P.; ALENCAR, S. V. A Gênese Instrumental na Interação com o Geogebra: uma proposta para a formação continuada de professores de Matemática. **Bolema**, Rio Claro (SP), v. 27, n. 46, p. 349-365, 2013.
- ALBUQUERQUE, L. O uso do programa Geogebra no ensino de Geometria Plana de 5ª a 8ª séries do ensino fundamental das escolas públicas estaduais do Paraná. 2008. 100p. **Caderno Pedagógico** – PDE da Secretaria Estadual de educação. Curitiba, 2008.
- ALMOULOUD, S. A. et al. A geometria no ensino fundamental: reflexões sobre uma experiência de formação envolvendo professores e alunos. **Revista Brasileira de Educação**. n. 27. set./out./nov./dez. 2004.
- AMADO, N.; SANCHEZ, J.; PINTO, J. A Utilização do Geogebra na Demonstração Matemática em Sala de Aula: o estudo da reta de Euler. **Bolema**, Rio Claro (SP), v. 29, n. 52, p. 637-657, 2015.
- BACHELARD, G. **O Novo Espírito Científico**. Lisboa: Edições 70. 1986.
- BACHELARD, G. **A formação do espírito científico: contribuição para uma psicanálise do conhecimento**. Rio de Janeiro: Contraponto, 1996. 314 p.
- BARBOSA, J. C.; OLIVEIRA, A. M. P. Por que a Pesquisa de Desenvolvimento na Educação Matemática? **Revista do Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática da Universidade Federal de Mato Grosso do Sul (UFMS)**. Perspectivas da Educação Matemática. v. 8, n. temático, p. 526-546, 2015.
- BENTO, H. A. **O desenvolvimento do pensamento geométrico com a construção de figuras geométricas planas utilizando o software: Geogebra**. 2010. 260 p. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática) - Pontifícia Universidade Católica (PUC), Belo Horizonte, MG, 2010.
- BIAGGIO, A. M. B. **Psicologia do desenvolvimento**. 13. ed. Petrópolis: Vozes, 1998.
- BIGODE, A. L. **Projeto Velear/Matemática/8º Ano do Ensino Fundamental**. 1. ed. São Paulo: Scipione, 2013.
- BNCC. Base Nacional Comum Curricular. **Proposta preliminar, segunda versão**, 2016.
- BOLGHERONI, W.; SILVEIRA, I. F. Software Livre Aplicado ao Ensino de Geometria e Desenho geométrico. **Anais do XXVIII Congresso da SBC**. WIE – Workshop sobre Informática na Escola. Belém do Pará, PA, 12 a 18 de julho 2008.
- BOYER, C. B. **A História da Matemática**. São Paulo: Edgard Blücher Ltda, 1996.
- BORBA, M. C.; PENTEADO, M. G. **Informática e Educação Matemática**. Coleção tendências em Educação Matemática. Belo Horizonte: Autêntica, 2001.

BROWN, A. L. Design experiments: theoretical and methodological challenges in creating complex interventions in classroom settings. **The Journal of the Learning Sciences**, Madison, v. 2, n. 2, p. 141-178, 1992.

CARNEIRO, R. F.; PASSOS, C. L. B. A utilização das Tecnologias da Informação e Comunicação nas aulas de Matemática: Limites e possibilidades. **Revista Eletrônica de Educação**. v. 8, n. 2, p. 101-119, 2014.

CASCALHO, J. M.; TEIXEIRA, R.; MEIRELES, R. F. Da Resolução à Explicação do Raciocínio Matemático: Uma Experiência em Contesto de Estágio. **Educação Matemática em Pesquisa**. São Paulo, v. 17, n. 12, p. 232-256, 2015.

CASTELNUOVO, E. Um método activo para la enseñanza de la geometria intuitiva. **Revista SUMA**. Madri. p. 13-20, fev. 2004.

CENTURIÓN, M.; JAKUBOVIC, J. **Matemática Teoria e Contexto/8º Ano do Ensino Fundamental**. 1. ed. São Paulo: Saraiva. 2012.

CHIELE, J. N. **A Geometria no Ensino Médio: Um estudo sobre o desenvolvimento dos conceitos de comprimento, área e volume**. 2007. 134 p. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática) - Universidade Luterana do Brasil, Canoas, RS, 2007.

DANTE, L. R. **Projeto Teláris/Matemática/8º Ano do Ensino Fundamental**. 1. ed. São Paulo: Ática, 2013.

D'AMBROSIO, U. **Transdisciplinaridade**. 2. ed. São Paulo: Palas Atena. 2001.

DOERR, H. M.; WOOD, T. Pesquisa-Projeto (*Design Research*): aprendendo a ensinar Matemática. In: BORBA, M. C. (Org.). **Tendências internacionais em formação de professores de matemática**. Belo Horizonte: Autênyica, p. 113-130, 2006.

Donald no País da Matemágica. Direção de Hamilton Luske, Les Clark, Wolfgang e Joshua Meador. EUA: Walt Disney, 1959. Curta-metragem/Filme educativo. 27 mim.

ENDERLE, C. **Psicologia do desenvolvimento: O processo evolutivo da criança**. 3. ed. Porto Alegre: Artes Médicas, 1990.

EVES, H. **Tópicos de História da Matemática para uso em sala de aula**. Tradução por Hygino H. Domingues. São Paulo: Atual, v. 3, 1992.

FAINGUELERNT, E. K. **Educação Matemática: representação e construção em geometria**. Artmed Editora, 1999.

FERREIRA, E. B.; SOARES, A. B.; LIMA, J. C. As Demonstrações no Ensino da Geometria: discussões sobre a formação de professores através do uso de novas tecnologias. **Bolema**, Rio Claro (SP), ano 22, n. 34, p. 185-208, 2009.

FILHO, J. A. D. C.; SANTOS, M. C.; BITTAR, M. Desafios para a pesquisa em Educação Matemática na sala de aula. **2º SIPEMAT (Simpósio Internacional de Pesquisa em Educação Matemática). Matemática formal e Matemática não-formal, 20 anos depois: sala de aula e outros contextos**. 28 de julho a 1 de agosto de 2008.

GAZIRE, E. S. **O não resgate das geometrias**. Tese (Doutorado em Educação) – Universidade Estadual de Campinas, 2000.

GERHARD, A. C.; FILHO, J. B. R. A fragmentação dos saberes na educação científica escolar na percepção de professores de uma escola de Ensino Médio. **Investigações em Ensino de Ciências**. v. 17, n. 1, p. 125-145, 2012.

GEOGEBRA. **Geogebra**. Disponível em: <https://www.geogebra.org/>. Acesso em: 15 jun. 2014.

GIL, A. C. **Como Elaborar Projetos de Pesquisa**, 4. ed. São Paulo: Atlas, p. 41-56, 2002.

GIOVANNI, J. R. J.; CASTRUCCI, B. **A Conquista da Matemática/8º Ano do Ensino Fundamental**. Ed Renovada. São Paulo: FTD. 2009.

GONÇALCES, J. S.; LANDO, J. C. O ensino de Geometria, em escolas públicas, na cidade de Jequié – Bahia. **Revista Eventos Pedagógicos**. v. 3, n. 3, ago./dez. 2012.

GRANDO, R. C.; NACARATO, A. M.; GONÇALVES, L. M. G. Compartilhando saberes em Geometria: Investigando e Aprendendo com nossos alunos. **Cadernos Cedes**. Campinas, v. 28, n. 74, p. 39-56, jan./abr. 2008.

GRAVINA, M. A. **Os ambientes de geometria dinâmica e o pensamento hipotético dedutivo**. Tese 45 (Doutorado em Informática na Educação) – Programa de Pós-Graduação em Informática na Educação, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, 2001.

GRAVINA, M. A. et al. Geometria Dinâmica na Escola. In: GRAVINA, M. A. et al. (Org.). **Matemática, Mídias Digital e Didática – tripé para a formação de professores de Matemática**. 1. ed. Porto Alegre. Editora: UFRGS, v. 1, p. 26-45, 2012.

GRAVINA, M. A.; BASSO, M. V. Mídias Digitais na Educação Matemática. In: GRAVINA, M. A. et al. (Org.). **Matemática, Mídias Digital e Didática – tripé para a formação de professores de Matemática**. 1. ed. Porto Alegre. Editora: UFRGS, v. 1, p. 4-25, 2012.

IEZZI, G.; DOLCE, O.; MACHADO, A. **Matemática Realidade/8º Ano do Ensino Fundamental**. 6. ed. São Paulo: Atual. 2009.

Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (Inep). **Censo Escolar da Educação Básica 2016 – Notas Estatísticas**. Brasília: Inep, 2017. Disponível em: http://download.inep.gov.br/educacao_basica/censo_escolar/notas_estatisticas/2017/notas_estatisticas_censo_escolar_da_educacao_basica_2016.pdf. Acesso em: 15 jun. 2017.

Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (Inep). **Nota Técnica**. Brasília: Inep, 2014. Disponível em: http://download.inep.gov.br/informacoes_estatisticas/indicadores_educacionais/2011_2013/nivel_socioeconomico/nota_tecnica_indicador_nivel_socioeconomico.pdf. Acesso em: 15 jun. 2017.

ISOTANI, S.; BRANDÃO, L. O. O Papel do Professor e do Aluno Frente ao Uso de um Software de Geometria Interativa: iGeom. **Bolema**, Rio Claro (SP), v. 27. n. 45, p. 165-192, abril 2013.

- JACQUES, S. T.; SCHUTZ, C.; MATHIAS, C. Possibilidades de ensinar geometria no ensino fundamental com o software Geogebra. **IV EIEMAT – IV Escola de Inverno de Educação Matemática e 2º Encontro Nacional Pibid Matemática**. 06 a 08 agosto 2014.
- KELLY, A. E. Research as design. **Educational Researcher**, v. 32, n. 1, p. 3-4, 2003.
- KOPKE, R. C. M. Imagens e reflexões: a linguagem da geometria nas escolas. **Caligrama - Revista de Estudos e Pesquisas em Linguagem e Mídia**. USP (SP). v. 2, n. 1. 2006.
- LEIVAS, J. C. P. Ensino de Geometria: uma experiência investigativa em uma aula de mestrado profissionalizante. **Educação Matemática Pesquisa**. São Paulo, v. 16, n. 4, p. 1181-1199, 2014.
- LOBO, J. S.; BAYER, A. O Ensino de Geometria no Ensino Fundamental. **ACTASCIENTIAE**. Canoas, v. 6, n. 1, p. 19-26, jan./jun. 2004.
- LOPES, A. F. et al. O desafio do uso das TIC na Educação Infantil. **Revista Pandora Brasil**. n. 34, Setembro de 2011.
- LOPES, M. M. Sequência Didática para o Ensino de Trigonometria Usando o Software Geogebra. **Bolema**, Rio Claro (SP), v. 27, n. 46, p. 631-644, 2013.
- LORENZATO, S. A. Por que não ensinar Geometria? In: **A Educação Matemática em Revista**. SBEM. Blumenau, ano III, n. 4, p. 3-13, 1995.
- LOZANO, A. B.; RIOBOO, A. P. Dificultades de aprendizaje: Categorías y clasificación, factores, evaluación y proceso de intervención psicopedagógica. In: SANTIUSTE BERMEJO, V.; BELTRÁN LLERA, J. A. **Dificultades de aprendizaje**. Madrid: Editorial Síntesis, 1998.
- LUCKESI, C. C. **Avaliação da aprendizagem escolar: Estudos e Proposições**. 1. ed. São Paulo: Cortez, 2013.
- MARCHESAN, T. M.; SOUZA, A. M.; MENEZES, R. Avaliação do processo de ensino: uma abordagem multivariada. **Revista Produção**. v. 21, n. 2, p. 271-283, 2011.
- MARQUES, F. J. R.; BAIRRAL, M. A. Futuros Professores de Matemática Interagindo em um Ambiente Virtual com o Geogebra. **Educação Matemática em Revista**. Ano 19, n. 41, p. 5-18, março 2014.
- MARTINS, Z. As TIC no ensino-aprendizagem da matemática. **Actas do X Congresso Internacional Galego-Português de Psicopedagogia**. Braga. Universidade do Minho. 2009.
- MATOS, T. F. C.; MORAES, L. F. Ensino de Geometria apoiada por TIC: Uma abordagem metodológica baseada na coletividade e significação dos conceitos utilizando Geogebra. **XII Semana de Licenciatura. III Seminário de Pós-Graduação em Educação para Ciências e Matemática. I Encontro de Egressos do Mestrado**. Jataí, GO, 13 a 16 de outubro de 2015.
- MATTA, A. E. R.; SILVA, F. P. S.; BOAVENTURA, E. M. Design-Basead Research ou pesquisa de desenvolvimento: metodologia para pesquisa aplicada de inovação em educação do século XXI. **Revista da FAEEBA: Educação e Contemporaneidade**. Salvador, v. 23, n. 42, p. 23-36, jul./dez. 2014.

MCKENNEY, S.; REEVES, T. C. **Conducting Educational Design Research**. 1. ed. Abingdon: Routledge, 2012.

MENDES, F. Comentário à Conferência Design Research Method in Education. In: **Entre a Teoria, os Dados e o Conhecimento (III):** Investigar práticas em contexto. Coordenação: Pereira, A. et al. Escola Superior de Educação do Instituto Politécnico de Setúbal. Coleção Seminários de Investigação. 1. ed. p. 21-24, 2015.

MINISTÉRIO DA DEFESA (Exército Brasileiro). **Separata ao Boletim do Exército**. Brasília, DF. n. 22, 03 de junho de 2016.

MIYASAKI, R. **Um Estudo de Curvas Planas Utilizando o Geogebra**. 2017. 190 p. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) - Universidade Federal de Goiás, Goiânia. 2017.

MORACO, A. S. C. T. **Um estudo sobre os conhecimentos geométricos adquiridos por alunos do ensino médio**. 2006. 107p. Dissertação (Mestrado em Educação para a Ciência) - Faculdade de Ciências da Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”, Bauru, 2006.

MORAN, J. M. Ensino e aprendizagem inovadores com tecnologias audiovisuais e telemáticas. In _____ (et al.). **Novas Tecnologias e Mediação Pedagógica**. 10. ed. Campinas: Papirus, 2006.

MOREIRA, M. A. **Metodologias de pesquisa em ensino**. São Paulo: Livraria da Física, p. 243, 2011.

MORETTO, V. P. **Planejamento: planejando a educação para o desenvolvimento das competências**. Petrópolis: Vozes, 2013.

MORIN, E. **Introdução ao pensamento complexo**. Lisboa: Instituto Piaget. 1991.

MUNN-GIDDINGS, C. Action research. In: ARTHUR, J. et al. (Coord.). **Research Methods & Methodologies in Education**. SAGE. Los Angeles, London, New Delhi, Singapore e Washington DC. 2012.

SOFFA, M. M.; ALCÂNTARA, P. R. C. O uso do software educativo: reflexão da prática docente na sala de aula informatizada. **VIII Congresso Nacional de Educação – EDUCERE. III Congresso Ibero-Americano sobre violência nas escolas – CIAVE. Formação de professores**. PUC/PR. 06 a 09 de outubro de 2008.

NACARATO, A. M. A geometria no ensino fundamental: fundamentos e perspectivas de incorporação no currículo das séries iniciais. In: SISTO, F. F.; DOBRÁNSZKY, E. A.; MONTEIRO, A. (Org.). **Cotidiano Escolar: questões de leitura, matemática e aprendizagem**. Petrópolis: Vozes; Bragança Paulista: USF. p. 84-99, 2002.

PAIS, L. C. Estratégias de ensino de Geometria em livros didáticos de Matemática em nível de 5ª a 8ª série do Ensino Fundamental. In: 29ª Reunião Anual da Anped, Caxambu. **Anais da 29ª Reunião Anual da Anped**. Rio de Janeiro: Anped, v. 1. p. 1-15, 2006.

PALFREY, J.; GASSER, U. **Born Digital – Understanding the First Generation of Digital Natives**. New York: Perseus Books, 2008.

PASSOS, C. L. B. **Representações, interpretações e prática pedagógica: A Geometria na sala de aula.** 2000. 364 p. Tese (Doutorado em Educação Matemática) - Universidade Estadual de Campinas, Campinas. 2000.

PAVANELLO, R. M. O abandono do ensino de Geometria no Brasil. **Zetetiké.** n. 1, UNICAMP, Campinas, 1993.

_____. **O abandono do ensino de Geometria: uma visão histórica.** 1989. 201 p. Dissertação (Mestrado em Educação) - Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 1989.

PCN. Parâmetros Curriculares Nacionais. **Orientações Educacionais Complementares ao PCN (PCN+).** Ensino Médio. Brasília: MEC (Ministério da Educação e Cultura), 2002.

_____. **Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias.** Ensino Médio. Brasília: MEC (Ministério da Educação e Cultura), 2002.

_____. **Matemática. Ensino Fundamental (1ª a 4ª séries).** Brasília: MEC (Ministério da Educação e Cultura), 1997.

_____. **Matemática. Ensino Fundamental (5ª a 8ª séries).** Brasília: MEC (Ministério da Educação e Cultura), 1998.

PEDUZZI, L. O. de Q. Sobre a resolução de problemas no ensino da física. **Caderno Brasileiro de Ensino de Física**, v. 14, n. 3, p. 229-253, 1997.

PEREZ, G. A realidade sobre o ensino de geometria no 1º e 2º graus no Estado de São Paulo. **A Educação Matemática em Revista, SBEM**, ano 3, p. 54-62, jan./jun. 1995.

PESCADOR, C. M. Tecnologias Digitais e Ações de Aprendizagem dos Nativos Digitais. **V CINFE (Congresso Internacional de Filosofia e Educação).** Caxias do Sul (RS). Maio de 2010.

PIAGET, J. **Abstração Reflexionante, Relações Lógico-Aritméticas e Ordem das Relações Espaciais.** 1. ed. Artmed, 1995.

POLONI, M. Y.; COSTA, N. M. L. Formação continuada do professor nos anos iniciais: revisitando figuras planas com o software de geometria dinâmica. **Revista Eletrônica de Educação.** São Carlos, SP, UFSCar, v. 6, n. 1, p. 223-242, 2012.

PONTE, J. P.; BROCADO, J.; OLIVEIRA, H. **Investigações matemáticas na sala de aula.** 1. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2003.

POZO, J. I. (Org.). **A solução de problemas: aprender a resolver problemas, resolver problemas para aprender.** Porto Alegre: Artmed, 1998, a.

POZO, J. I. Aprendizagem e o ensino de conceitos. In: COLL, C. et al. **Os conteúdos na Reforma.** Ensino e aprendizagem de conceitos, procedimentos e atitudes. (NEVES, B. A., Trad.). (p. 17-72). Porto Alegre: Artes Médicas, 1998b.

PRENSKY, M. Digital Natives Digital Immigrants. In: PRENSKY, M. **On the Horizon.** NCB University Press, v. 9, n. 5, oct. 2001.

PUTNOKI, J. C. **Elementos de Geometria e Desenho Geométrico**. São Paulo: Spicione, 1993.

REEVES, T. C.; HERRINGTON, J.; OLIVER, R. Design Research: a socially responsible approach to instructional technology research in higher education. **Journal of Computing in Higher Education**, Berlin, v. 16, n. 2, p. 97-116, set. 2004 /mar. 2005.

RINALDI, J. G. S.; MORABITO, R.; TACHIBANA, V. M. A importância da rapidez de atendimento em supermercados: um estudo de caso. **Revista Gestão e Produção**, v. 16, n. 1, p. 1-14, 2009.

RODRIGUES, A. A. et al. Banco Internacional de Objetos Educacionais: Repositório Digital para o uso da Informática na Educação. **Revista Brasileira de Informática na Educação**. v. 20, n. 1, 11-120, 2012.

ROMÃO, J. E. **Avaliação Diagnóstica: Desafios e Perspectivas**. 1. ed. São Paulo: Cortez, 1998.

SANTOS, E. T.; MARTINEZ, M. L. Software para ensino de Geometria e desenho Geométrico. **Graphica** (Simpósio Nacional de Geometria Descritiva e Desenho Técnico / International Conference on Graphics Engineering for Arts and Design). Ouro preto, MG, 2000.

SHAVELSON, R. J. et al. On the Science of Education Design Studies. **Educational Researcher**, v. 32, n. 1, p. 25-28, 2003.

SILVA, C. R. M.; ALVES, V. S. Uma investigação do nível de aprendizagem em geometria de um grupo de alunos concluintes do ensino fundamental: Uma abordagem segundo a teoria de Van Hiele. **Semana Internacional de Pedagogia 2014 e VII Encontro de Pesquisa em Educação de Alagoas (VII EPEAL)**. 03 a 07 de novembro de 2014.

SILVA, M. R. M.; GELLER, M. Cenário do uso educacional de redes sociais na região metropolitana de Porto Alegre/RS. **XXIII Ciclo de Palestras sobre Novas Tecnologias na Educação**. CINTED – Centro Interdisciplinar de Novas Tecnologias na Educação. UFRGS – Universidade Federal do Rio Grande do Sul. 15 a 18 de julho de 2014.

SMAKA, C. **Aplicação da análise multivariada na identificação de fatores que influenciam no custo de um plano de saúde**. Dissertação (Mestrado em Ciências) - Universidade Federal do Paraná (UFPR), 101p. 2010.

SOUSA, C. V. **Dificuldades no ensino-aprendizagem da Matemática no 9º ano do Ensino Fundamental na EEEF Coriolano de Medeiros (Patos-PB)**. 2014. 52 p. Trabalho de Conclusão de Curso (Licenciatura em Ciências Exatas) - Universidade Estadual da Paraíba, Patos, PB, 2014.

SOUZA, A. M.; SCHIMIDT, A. S.; TURCATO, C. R. S. O aprendizado em organizações certificadas pela NBR ISO 9001:2000. **Revista Produção Online**, v. 11, n. 2, p. 289-318, 2011.

SOUZA, A. M.; SILVA, F. M. Perfil dos alunos e dos Colégios Militares: um enfoque multivariado. **Revista Ciência e Natura**, UFSM, v. 31, n. 2, p. 7-24, 2009.

SOUZA, E. C. **Programação no ensino de Matemática utilizando Processing 2: Um estudo das relações formalizadas por alunos do Ensino Fundamental com baixo rendimento em Matemática.** Dissertação (Mestrado em Educação para a Ciência – Área de concentração: Ensino de Matemática). Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”, Bauru, SP, 2016.

SOUZA, J. P. Uma introdução dos livros paradidáticos no ensino de Matemática. **VI Congresso Internacional de Ensino de Matemática.** ULBRA. Canoas, RS. 16, 17 e 18 de outubro de 2013.

USISKIN, Z. Resolvendo os dilemas permanentes da geometria escolar. In: LINDQUIST, M. M.; SHULTE, A. P. **Aprendendo e ensinando geometria.** São Paulo: Atua. p. 21-39, 1994.

VAN DEN AKKER, J. et al. (Ed.). Design methodology and developmental research in education and training. **Norwell: Kluwer Academic Publishers.** 1999.

VAZ, D. A. F. Experimentando, conjecturando, formalizando e generalizando: articulando investigação matemática com o geogebra. **Educativa.** Goiânia, v. 15, n. 1, p. 39-51, jan./jul. 2012.

VICINI, L. **Análise multivariada da teoria à prática.** 215 p. Monografia (Especialização em Estatística e Métodos Quantitativos) - Universidade Federal de Santa Maria, Santa Maria, 2005.

VITRAC, B. A invenção da geometria. In: **Scientific American-História.** São Paulo: Ediouro, n. 3, 2006.

ZABALA, A. **A Prática Educativa: Como ensinar.** Porto Alegre: Artmed, 1998. 224 p.

WALLE, J. A. V. **Matemática no ensino fundamental: formação de professores e aplicação em sala de aula.** 6. ed. Porto Alegre: Artes Médicas, 2009.

APÊNDICES

APÊNDICE A – QUESTIONÁRIO I

Prezado(a) aluno(a), por favor, preencha este questionário:

1. Sexo:

Feminino Masculino

2. Você é aluno:

Amparado* Concursado

* Alunos Amparados são os alunos dependentes de militares das Forças Armadas que, por razões previstas em lei específica, tem direito ao acesso a uma das instituições de ensino pertencentes ao Sistema Colégio Militar do Brasil.

3. Qual é o seu ano?

8º ano 9º ano

4. Há quantos anos você estuda no Sistema Colégio Militar do Brasil?

Um ano Dois anos Três anos Quatro anos Cinco anos

5. Você já reprovou em algum ano?

Sim Não Qual? _____

6. Qual é sua idade?

11 anos 12 anos 13 anos 14 anos 15 anos 16 anos 17 anos

7. Quais são as duas disciplinas que você tem mais facilidade?

Português Desenho Geométrico

Matemática Educação Física

Ciências Naturais Inglês

História Outras

Geografia

8. No estudo de Desenho Geométrico/Geometria, quais são suas dificuldades?

9. Você possui computador em casa?

Sim Não

10. Tem acesso a Internet?

Sim Não

11. Você utiliza o computador para estudar?

Sim Não

12. Quantas horas por dia você utiliza o computador?

13. Quantas horas por dia você fica conectado a Internet?

14. Na sua opinião, estudar Desenho Geométrico/Geometria é:

-----O-----

-----O-----

-----O-----

-----O-----

-----O-----

Sem
importância

Não muito
importante

Um pouco
importante

Muito
importante

Extremamente
importante

15. Com que frequência você utiliza o computador como ferramenta de:

a) Comunicação:

-----O-----

-----O-----

-----O-----

-----O-----

-----O-----

Nunca

Raramente

Às vezes

Frequentemente

Muito
frequentemente

b) Pesquisa:

Nunca Raramente Às vezes Frequentemente Muito frequentemente

c) Edição e Apresentação:

Nunca Raramente Às vezes Frequentemente Muito frequentemente

d) Análise numérica e gráfica:

Nunca Raramente Às vezes Frequentemente Muito frequentemente

e) Software didáticos:

Nunca Raramente Às vezes Frequentemente Muito frequentemente

16. Seu nível de conhecimento em relação ao computador é:

Nenhum conhecimento Pouco conhecimento Razoável conhecimento Bom conhecimento Grande conhecimento

17. Você conhece o software Geogebra?

() Sim () Não

18. Há quanto tempo você conhece o software Geogebra?

() Desconheço () Menos de um ano () Um ano () Mais de um ano

Muito obrigada!

APÊNDICE B – QUESTIONÁRIO II

Prezado(a) aluno(a), por favor, preencha este questionário:

1. O software Geogebra é fácil, simples e intuitivo de usar.

-----O-----	-----O-----	-----O-----	-----O-----	-----O-----
Discordo	Discordo	Nem concordo	Concordo	Concordo
totalmente	parcialmente	nem discordo	parcialmente	plenamente

2. O software Geogebra tem as ferramentas necessárias para aplicar ao assunto dado pela professora.

-----O-----	-----O-----	-----O-----	-----O-----	-----O-----
Discordo	Discordo	Nem concordo	Concordo	Concordo
totalmente	parcialmente	nem discordo	parcialmente	plenamente

3. De forma geral, o software Geogebra auxilia no estudo.

-----O-----	-----O-----	-----O-----	-----O-----	-----O-----
Discordo	Discordo	Nem concordo	Concordo	Concordo
totalmente	parcialmente	nem discordo	parcialmente	plenamente

4. Pretendo utilizar o software Geogebra em outras atividades.

-----O-----	-----O-----	-----O-----	-----O-----	-----O-----
Discordo	Discordo	Nem concordo	Concordo	Concordo
totalmente	parcialmente	nem discordo	parcialmente	plenamente

5. As atividades apresentadas no software Geogebra causaram curiosidade em aprender mais sobre ele.

-----O-----	-----O-----	-----O-----	-----O-----	-----O-----
Discordo	Discordo	Nem concordo	Concordo	Concordo
totalmente	parcialmente	nem discordo	parcialmente	plenamente

6. Utilizo o software Geogebra para a realização de outras atividades/problemas de outras disciplinas.

-----O-----	-----O-----	-----O-----	-----O-----	-----O-----
Nunca	Raramente	Às vezes	Frequentemente	Muito
				frequentemente

7. Aprovo o uso do software Geogebra em outras atividades escolares nos próximos anos.

-----O-----	-----O-----	-----O-----	-----O-----	-----O-----
Discordo	Discordo	Nem concordo	Concordo	Concordo
totalmente	parcialmente	nem discordo	parcialmente	plenamente

8. O uso regular do software Geogebra nas suas atividades escolares é importante.

-----O-----	-----O-----	-----O-----	-----O-----	-----O-----
Discordo	Discordo	Nem concordo	Concordo	Concordo
totalmente	parcialmente	nem discordo	parcialmente	plenamente

9. Em relação a sua aprendizagem em tópicos da disciplina, as atividades didáticas no software Geogebra:

-----O-----	-----O-----	-----O-----	-----O-----	-----O-----
Não	Pouco	Indiferente	Contribuíram	Muito
contribuíram	contribuíram			contribuíram

10. O meu desempenho na realização das atividades usando o software Geogebra foi:
- | | | | | |
|-----------------------|-----------------------|-----------------------|-----------------------|-----------------------|
| <input type="radio"/> |
| Péssimo | Regular | Bom | Muito bom | Excelente |
11. O número de atividades didáticas no software Geogebra por bimestre foi suficiente.
- | | | | | |
|-----------------------|-----------------------|---------------------------|-----------------------|-----------------------|
| <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> |
| Discordo totalmente | Discordo parcialmente | Nem concordo nem discordo | Concordo parcialmente | Concordo plenamente |
12. O prazo dado para realização de cada atividade foi:
- | | | | | |
|-----------------------|-----------------------|-----------------------|-----------------------|-----------------------|
| <input type="radio"/> |
| Extremamente pequeno | Muito pequeno | Suficiente | Muito grande | Extremamente grande |
13. Em geral, a quantidade de tempo que você utilizou para a realização de cada atividade foi:
- | | | | | |
|-----------------------|-----------------------|-----------------------|-----------------------|-----------------------|
| <input type="radio"/> |
| Extremamente pequeno | Muito pequeno | Suficiente | Muito grande | Extremamente grande |
14. Com relação aos conteúdos de Desenho Geométrico/Geometria, as atividades no software Geogebra foram relacionadas.
- | | | | | |
|-----------------------|-----------------------|---------------------------|-----------------------|-----------------------|
| <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> |
| Discordo totalmente | Discordo parcialmente | Nem concordo nem discordo | Concordo parcialmente | Concordo plenamente |
15. Ao comparar os exercícios e problemas propostos no livro didático/apostila que você utilizou na disciplina, com as atividades no software Geogebra, elas foram mais instrutivas.
- | | | | | |
|-----------------------|-----------------------|---------------------------|-----------------------|-----------------------|
| <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> |
| Discordo totalmente | Discordo parcialmente | Nem concordo nem discordo | Concordo parcialmente | Concordo plenamente |
16. Ao comparar os exercícios e problemas propostos no livro didático/apostila que você utilizou na disciplina, com as atividades no software Geogebra, elas foram mais trabalhosas.
- | | | | | |
|-----------------------|-----------------------|---------------------------|-----------------------|-----------------------|
| <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> |
| Discordo totalmente | Discordo parcialmente | Nem concordo nem discordo | Concordo parcialmente | Concordo plenamente |
17. Ao comparar os exercícios e problemas propostos no livro didático/apostila que você utilizou na disciplina, as atividades no software Geogebra foram:
- | | | | | |
|---------------------------|-----------------------|-----------------------------|-----------------------|--------------------------|
| <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> | <input type="radio"/> |
| Muito menos interessantes | Menos interessantes | Mais ou menos interessantes | Mais interessantes | Muito mais interessantes |
18. Meu nível de conhecimento em relação ao computador é:
- | | | | | |
|-----------------------|-----------------------|-----------------------|-----------------------|-----------------------|
| <input type="radio"/> |
| Nenhum conhecimento | Razoável conhecimento | Pouco conhecimento | Bom conhecimento | Grande conhecimento |
19. Utilizo o computador como ferramenta de comunicação:
- | | | | | |
|-----------------------|-----------------------|-----------------------|-----------------------|-----------------------|
| <input type="radio"/> |
| Nunca | Raramente | Às vezes | Frequentemente | Muito frequentemente |

APÊNDICE C – ATIVIDADES DIDÁTICAS DO 8º ANO

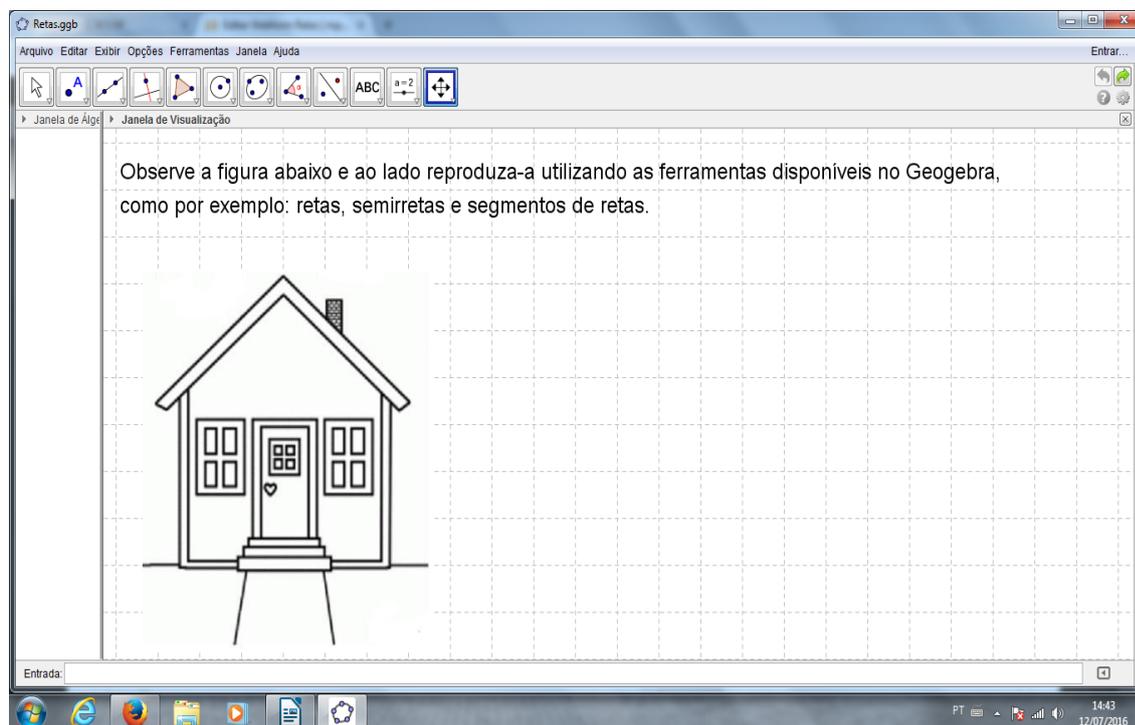
Atividade 1: Retas

Após as aulas que trabalhamos com o assunto de Retas, vamos trabalhar também com o software Geogebra, pois é de fundamental importância o contato com as Tecnologias da Informação e Comunicação, em especial o Geogebra na área da Matemática. Esta primeira atividade tem como objetivo a manipulação das ferramentas: retas, semirretas e segmentos de retas, através da construção de figuras e a identificação e fixação desses conceitos iniciais no estudo da Geometria.



Fonte: <http://www.revistadasdicas.com/casa-para-colorir-diversao-de-ferias-para-criancada/>

A partir do arquivo Retas.ggb (clique aqui para baixá-lo), faça o que se pede.



Fonte: Elaborado pela autora.

Questionário:

- Questão 1. Quantos segmentos de retas você utilizou no desenho?
- Questão 2. Qual é o segmento que tem maior tamanho? E o menor?
- Questão 3. Existem segmentos de reta congruentes? Quais são?
- Questão 4. Se existir, cite exemplos de segmentos consecutivos, colineares e adjacentes.

Atividade 2: *Mediatriz*

Ao trabalharmos com o assunto de Retas, muitos conceitos são interessantes e vale a pena termos conhecimento sobre eles, pois estão presentes em nosso cotidiano. Como grande parte da Geometria é aplicável, vamos agora fazer esta aplicação utilizando o Geogebra e em especial as ferramentas: ponto médio, mediatriz e posições relativas de duas retas em um plano. Como sabemos, a construção civil se utiliza de muitos conhecimentos geométricos para fazer suas construções, assim sendo, sugiro que converse com profissionais da área ou pesquise na internet sobre alguns cuidados e regras que se deve levar em consideração nas execuções das obras, como por exemplo: a questão de alinhar e centralizar portas e janelas, inclinação dos telhados, entre outros. Após feita essa pesquisa abra o seu arquivo da atividade anterior (Retas) onde você desenhou uma casa e aprimore seu desenho levando em consideração as informações que obteve na entrevista ou pesquisa e utilize as ferramentas disponíveis para isso no Geogebra: ponto médio, mediatriz, retas paralelas, retas perpendiculares, retas concorrentes, etc.



Fonte: <http://www.tvufg.org.br/vivenciencia/pesquisa-em-engenharia-civil-contribui-para-obras-mais-sustentaveis/>

Questionário:

Questão 1. O seu primeiro desenho já estava seguindo algumas regras ou normas empregadas na construção civil? Quais?

Questão 2. Qual foi o melhoramento que você fez no segundo desenho?

Questão 3. Quais tipos de retas foram utilizados no seu segundo desenho?

Atividade 3: *Ângulos*

Em uma competição de caiaques, as equipes devem atravessar um lago, cujas margens são paralelas, e ancorar duas boias no lago durante o percurso (boia A' e B'). Para realizar a travessia foram fornecidas algumas orientações para as equipes. Adote: 1cm=100m no esboço gráfico no software Geogebra.

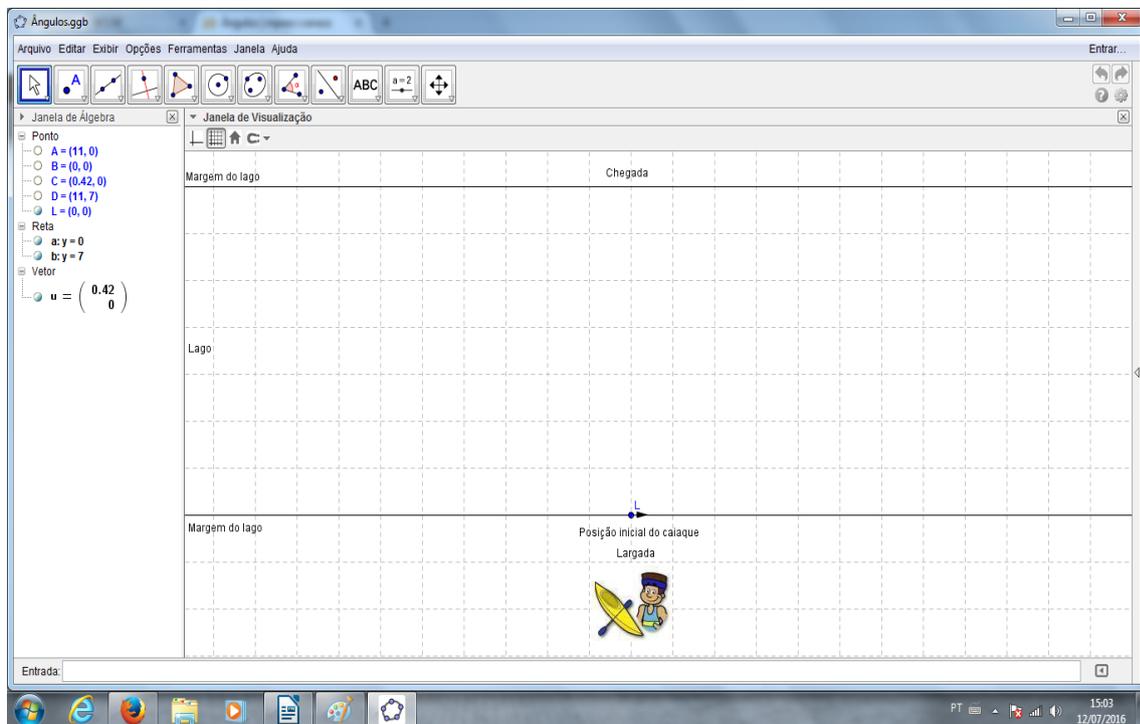
- Na largada (ponto L) girar 70° no sentido anti-horário e seguir em frente 400 metros;
- Chegando no ponto A', girar 140° no sentido anti-horário e seguir em frente 500 metros;
- No ponto B', girar 135° no sentido horário e seguir em frente até a outra margem do rio, chegada (ponto C).

Construa o percurso realizado pelas equipes no Geogebra, destaque-o de cor vermelha (255, 0, 0) e espessura da linha 5 e responda o questionário abaixo.



Fonte: <http://ecoviagem.uol.com.br/noticias/turismo/turismo-internacional/eventos-esportivos-agitam-o-verao-na-nova-zelandia-18263.asp>

A partir do arquivo *Ângulos.ggb* (clique aqui para baixá-lo), faça o que se pede.



Fonte: Elaborado pela autora.

Questionário:

Questão 1. Qual foi a distância percorrida (deslocamento) das equipes?

Questão 2. Qual é distância do ponto de largada até o ponto de chegada?

Atividade 4: *Triângulos*

É muito comum entre profissionais da construção civil a utilização de triângulos nas construções, devido aos triângulos possuírem uma forma rígida, ou seja, os triângulos são indeformáveis. A “rigidez” dos triângulos é responsável por sua frequente utilização nas construções e em estruturas, como postes e torres.



Fonte: <http://praticaspedagogicas.com.br/blog/?cat=161>

Após trabalharmos os conceitos iniciais de triângulos, tais como: definição, elementos, condição de existência e classificação, vamos colocar em prática alguns deles relativos a construção de triângulos. Leia com atenção as atividades, realize as construções no software Geogebra e responda as perguntas no site.

A partir do arquivo Triângulos.ggb (clique aqui para baixá-lo), faça o que se pede.

1) Construa um triângulo qualquer, trace as três medianas, marque o ponto de encontro delas e analise qual relação existe entre os segmentos que se formaram, por exemplo: AG em relação a GM_1 , onde G é o centro de gravidade do triângulo, A é um vértice do triângulo e M_1 o ponto médio do lado oposto ao vértice A .

2) Construa um triângulo qualquer, trace as três alturas, marque o ponto de encontro delas e diga qual é o nome desse triângulo em relação a posição do ortocentro. A posição do ortocentro sempre vai ser interna? Por quê?

3) Construa um triângulo qualquer, trace as três bissetrizes e marque o ponto de encontro delas.

Fonte: Elaborado pela autora.

Questionário:

Questão 1. Você conseguiu construir os triângulos ABC , DEF , GHI ? Por quê?

Questão 2. Procure formular uma hipótese sobre a propriedade que três medidas dos lados de triângulos devem ter.

Questão 3. Um triângulo possui dois lados que medem 12 cm e 5 cm. Quais são as medidas possíveis para o terceiro lado desse triângulo?

Atividade 5: Cevianas Notáveis

Denomina-se ceviana qualquer segmento de reta com extremidades em um vértice de um triângulo e a outra na reta suporte do lado oposto a esse vértice. São elas: mediana, altura e bissetriz. Os pontos de encontro das três medianas, ou das três alturas, ou das três bissetrizes e ou das três mediatrizes são chamados de pontos notáveis e são eles: baricentro, ortocentro, incentro e circuncentro, respectivamente.

Diante destes conhecimentos, realize as seguintes atividades no software Geogebra.

A partir do arquivo Cevianas.ggb (clique aqui para baixá-lo), faça o que se pede.

The screenshot shows the Geogebra interface with the following content:

1) Conhecidos três lados, construa os triângulos ABC, DEF, GHI, se possível.

- Triângulo ABC:** Classificação quanto aos lados: $a=5$, $b=6$, $c=7$.
- Triângulo DEF:** Classificação quanto aos lados: $d=4$, $e=6$, $f=8$.
- Triângulo GHI:** Classificação quanto aos lados: $g=3$, $h=7$, $i=10$.

2) Conhecidos dois ângulos e um lado, construa o triângulo JLM.

- Triângulo JLM:** Classificação quanto aos lados: $j=5$.
- Classificação quanto aos ângulos: $\alpha = 55^\circ$, $\beta = 45^\circ$.

The interface also shows a list of points on the left and a toolbar at the top.

Fonte: Elaborado pela autora.

The screenshot shows the Geogebra interface with the following content:

3) Conhecidos dois lados e o ângulo formado por esses lados, construa o triângulo NOP.

- Triângulo NOP:** Classificação quanto aos lados: $n=3$, $o=3$.
- Classificação quanto aos ângulos: $\gamma = 60^\circ$.

4) Um triângulo possui dois lados que medem 12 cm e 5 cm. Quais são as medidas possíveis para o terceiro lado desse triângulo?

- Side $k_1 = 5$
- Side $l_1 = 12$

The interface also shows a list of points on the left and a toolbar at the top.

Fonte: Elaborado pela autora.

Questionário:

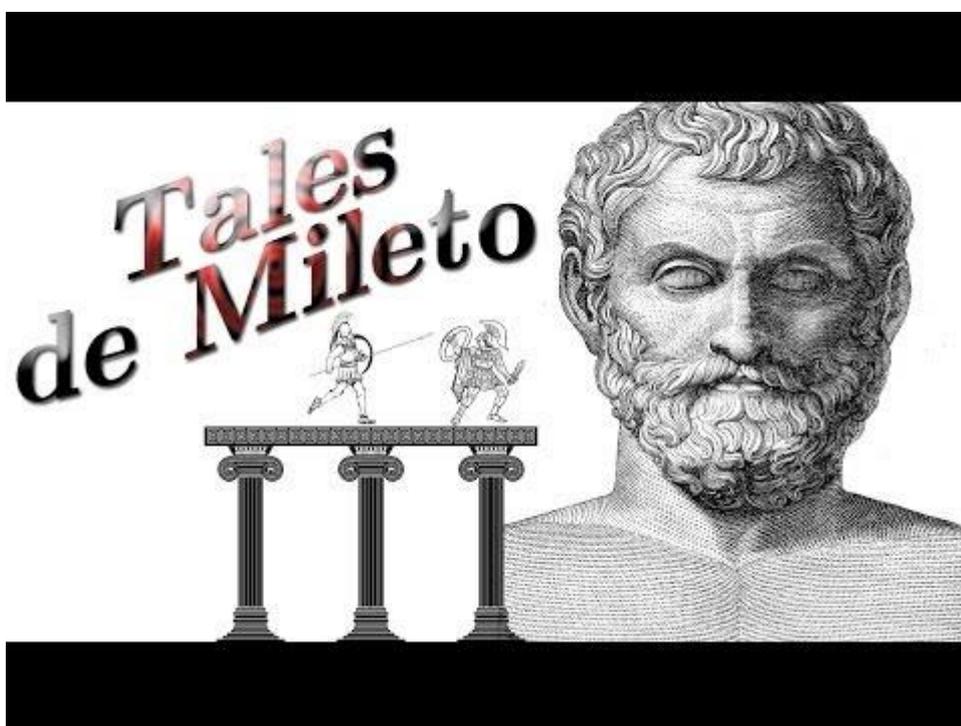
Questão 1. Qual é o nome do ponto de encontro das três medianas? Qual é a relação que existe entre os segmentos que se formaram, por exemplo: AG em relação a GM1, onde G é o centro de gravidade do triângulo, A é um vértice do triângulo e M1 o ponto médio do lado oposto ao vértice A?

Questão 2. Qual é o nome do segundo triângulo construído, em relação a posição do ortocentro? A posição do ortocentro sempre vai ser interna? Por quê?

Questão 3. Qual é o nome do ponto de encontro das três bissetrizes de um triângulo?

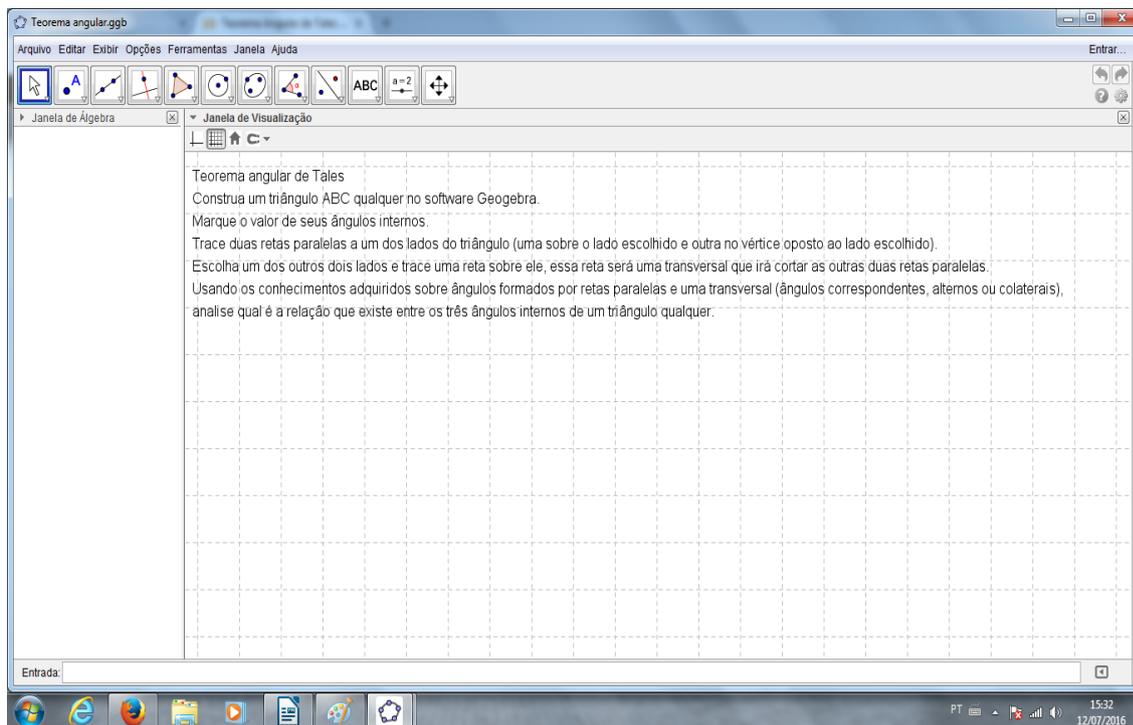
Atividade 6: Teorema Angular de Tales

Tales de Mileto foi filósofo, matemático, engenheiro e astrônomo, nasceu em Mileto na Grécia. Estudou Geometria no Egito, onde mediu a altura das pirâmides pela sombra por elas projetada. É considerado o criador da Geometria dedutiva e a ele são atribuídas as deduções de cinco teoremas da Geometria plana, um deles é o Teorema Angular de Tales que se refere a soma dos ângulos internos de um triângulo qualquer.



Fonte: <https://www.youtube.com/watch?v=RzECTNzJBQg>

A partir do arquivo Teorema angular.ggb (clique aqui para baixá-lo), faça o que se pede.



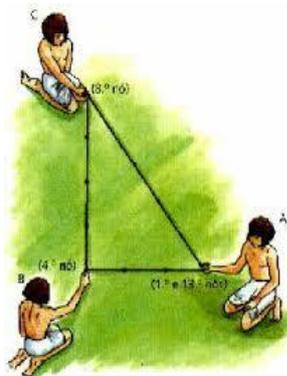
Fonte: Elaborado pela autora.

Questionário:

Questão 1. Qual é a relação que existe entre os três ângulos internos de um triângulo qualquer?

Atividade 7: Teorema de Pitágoras

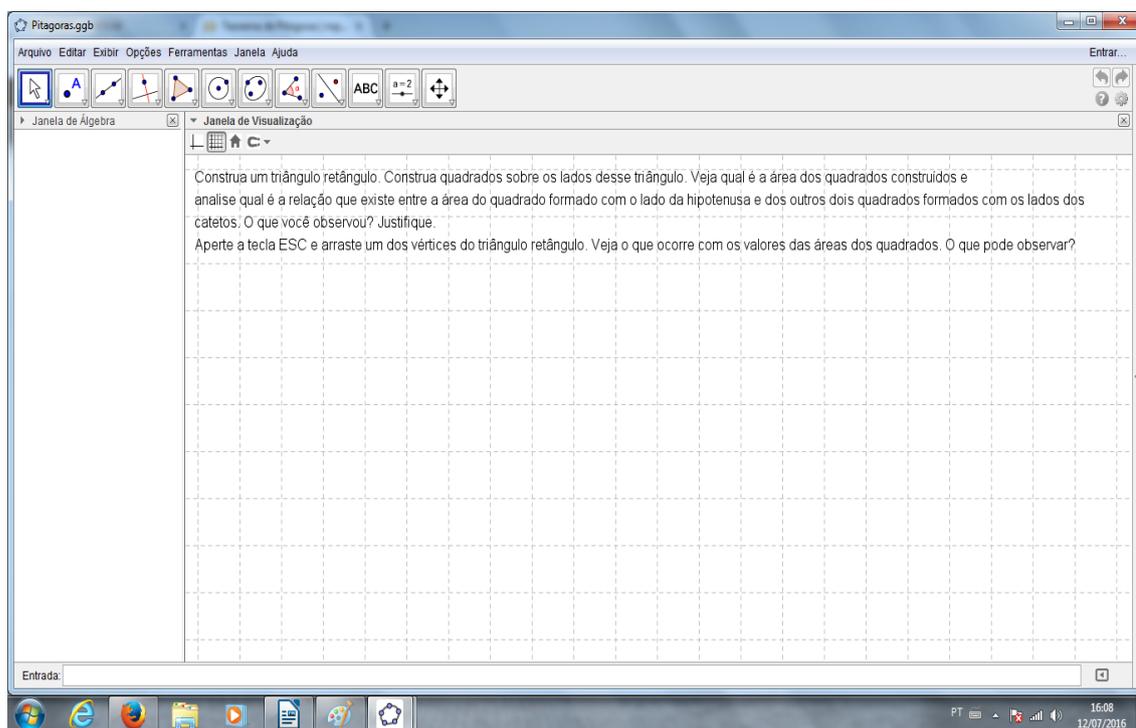
Os antigos egípcios, por volta de 600 a. C., usavam uma corda de 13 nós espaçados regularmente para determinar um ângulo reto e a perpendicular a uma determinada reta. Esses conhecimentos permitiam resolver certos problemas práticos, tais como o das marcações das propriedades do antigo Egito que as cheias do rio Nilo modificavam e faziam desaparecer todos os anos.



Fonte: <http://fabiomatematica01.blogspot.com.br/2011/12/escolas-jonicas.html>

Foi Pitágoras, filósofo, astrônomo e matemático grego, quem descobriu um famoso teorema sobre o triângulo retângulo, onde o quadrado da medida da hipotenusa é igual à soma dos quadrados das medidas dos catetos. Este teorema recebeu seu nome.

A partir do arquivo Pitágoras.ggb (clique aqui para baixá-lo), faça o que se pede.



Fonte: Elaborado pela autora.

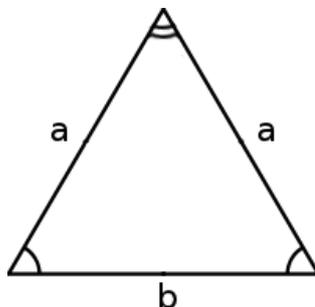
Questionário:

Questão 1. Veja qual é a área dos quadrados construídos e analise qual é a relação que existe entre a área do quadrado formado com o lado da hipotenusa e dos outros dois quadrados formados com os lados dos catetos. O que você observou? Justifique.

Questão 2. Aperte a tecla ESC e arraste um dos vértices do triângulo retângulo. Veja o que ocorre com os valores das áreas dos quadrados. O que pode observar?

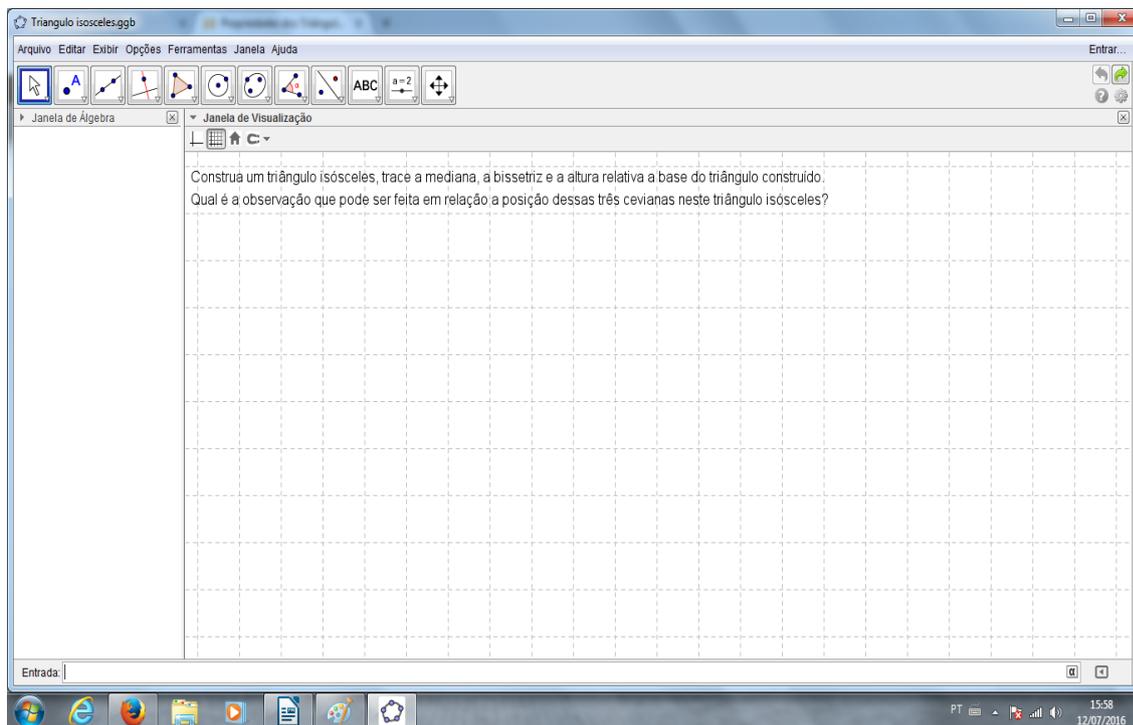
Atividade 8: *Propriedade dos Triângulos Isósceles*

Os triângulos podem ser classificados quanto aos lados e quanto aos ângulos. Se um triângulo tiver pelos menos dois lados congruentes, ele é chamado de triângulo isósceles. Os triângulos isósceles possuem algumas particularidades que vamos verificar nesta atividade.



Fonte: http://pt.numberempire.com/isosceles_triangle_calculator.php

A partir do arquivo Triângulo Isósceles.ggb (clique aqui para baixá-lo), faça o que se pede.



Fonte: Elaborado pela autora.

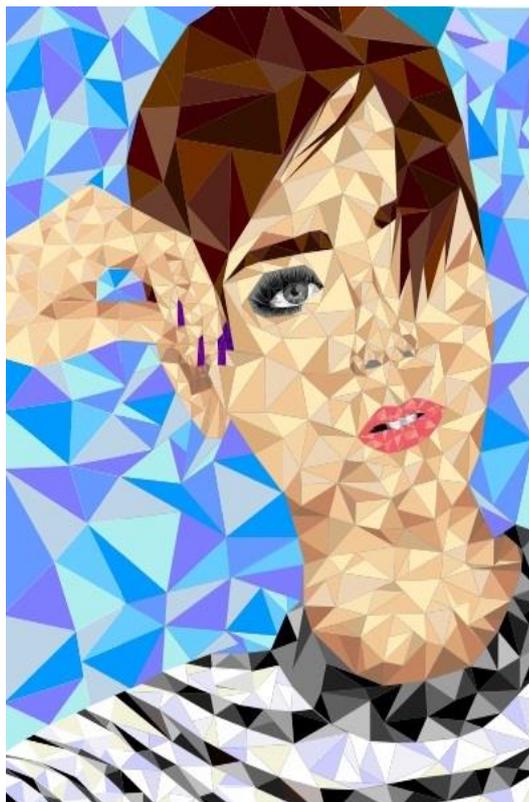
Questionário:

Questão 1. Qual é a observação que pode ser feita em relação a posição dessas três cevianas neste triângulo isósceles?

Questão 2. Qual é a relação que existe entre os ângulos da base de um triângulo isósceles?

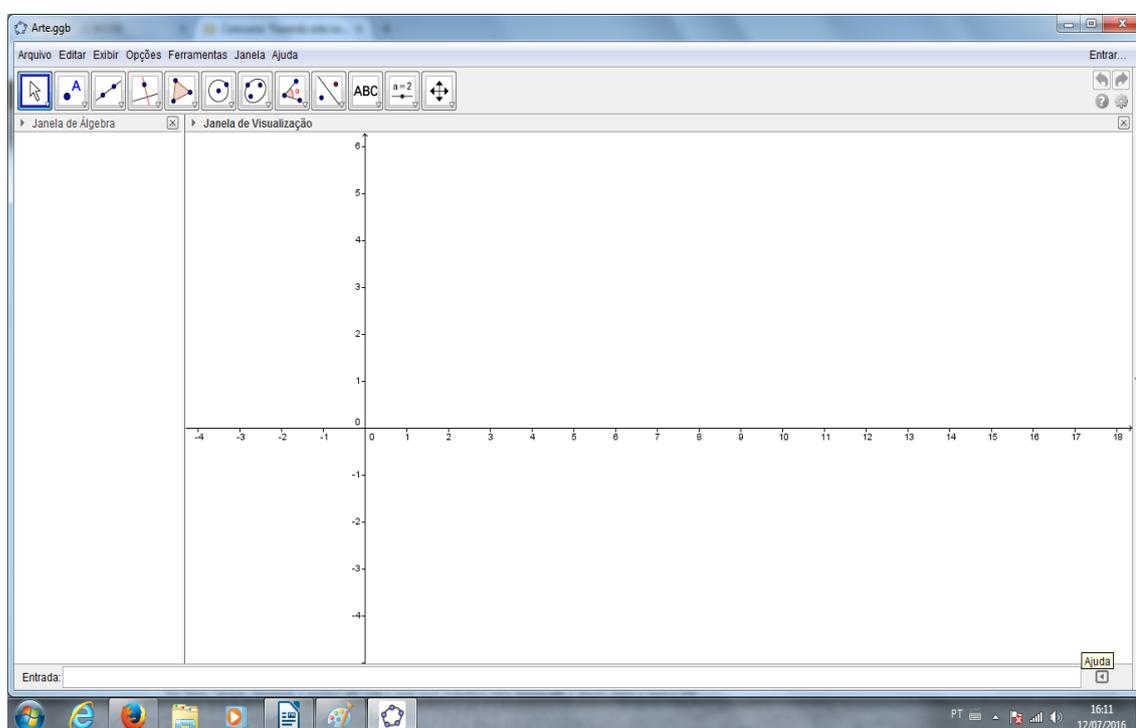
Atividade 9: *Concurso Fazendo Arte no Geogebra*

O software Geogebra é utilizado para diversas finalidades educacionais, entre elas, vamos destacar neste momento a arte. Você está sendo convidado a fazer arte no Geogebra, de forma criativa e livre utilizando para isso os objetos do conhecimento trabalhados nas aulas de Desenho Geométrico neste trimestre, ou seja, polígonos, triângulos e quadriláteros. Faça e envie seu arquivo para participar do concurso "Fazendo arte no Geogebra", os arquivos enviados participarão de uma votação de seleção e os mais votados ficarão em exibição na página inicial do *site* mpeac. Vamos lá, participe e seja criativo.



Fonte: Produção dos alunos. (Aluna do 9º ano – G.)

A partir do arquivo Arte.ggb (clique aqui para baixá-lo), faça o que se pede.



Fonte: Elaborado pela autora.

Questionário:

Questão 1. O que levou você criar esta imagem?

Atividade 10: *Soma dos Ângulos Internos de Um Quadrilátero Convexo*

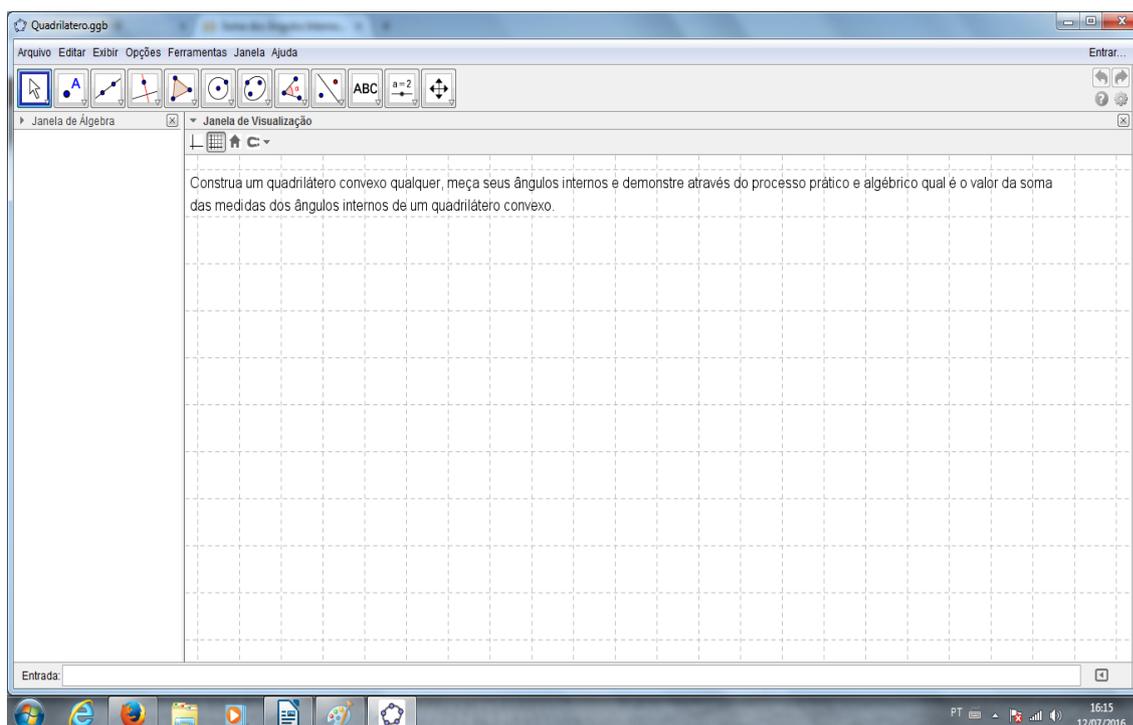
Quadriláteros são polígonos de quatro lados. Eles podem ser convexos ou côncavos. Estudamos apenas os quadriláteros convexos, especialmente os paralelogramos e os trapézios. Eles são chamados de quadriláteros notáveis.



Fonte: <http://estudandocomartemgeometria.blogspot.com.br/> (Composição II, Piet Mondrian, 1920)

Após estudarmos as características e propriedades de cada quadrilátero construa um quadrilátero convexo qualquer, meça seus ângulos internos e demonstre através do processo prático e algébrico qual é o valor da soma das medidas dos ângulos internos de um quadrilátero convexo.

A partir do arquivo Quadrilátero.ggb (clique aqui para baixá-lo), faça o que se pede.



Fonte: Elaborado pela autora.

Questionário:

Questão 1. Qual foi a soma dos ângulos internos do seu quadrilátero convexo?

Atividade 11: *Número de Ouro*

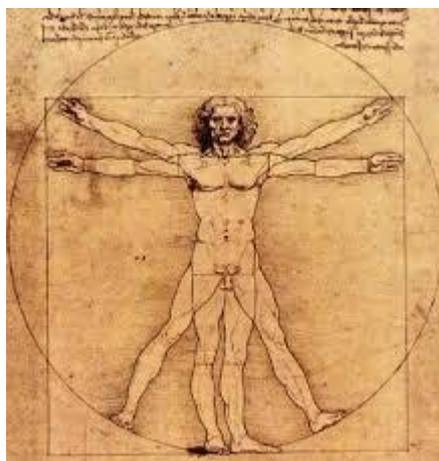
No início do ano letivo, quando trabalhamos com os Números Reais em Álgebra, aprendemos que o número de ouro ou proporção áurea, tão utilizado em grandes criações artísticas, corresponde a 1,61803 (esta é uma aproximação, pois o número de ouro é irracional, denotado por Φ).



Fonte: <https://universomatematica.wordpress.com/curiosidades-2/numero-de-ouro/>

Agora assista o vídeo *Donald no país da Matemática* com duração de 27 minutos, disponível em: <https://www.youtube.com/watch?v=wbftu093Yqk>, e você compreenderá um pouquinho mais deste fantástico assunto.

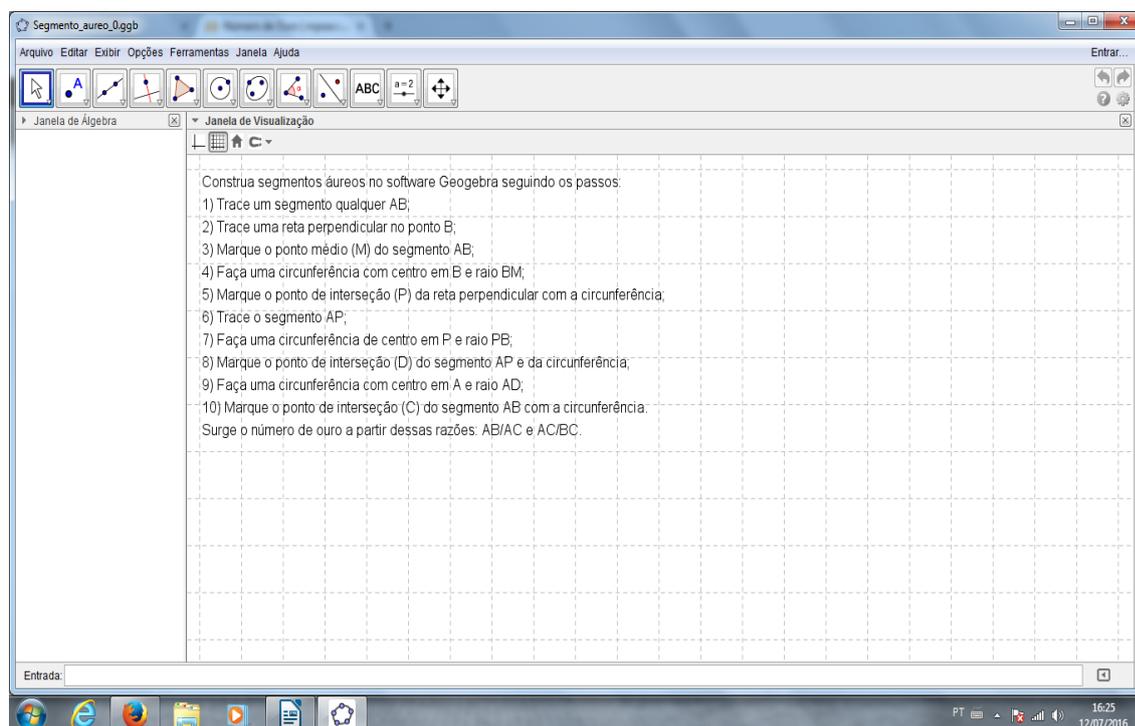
Logo após, reflita sobre os objetos matemáticos que o vídeo apresenta e responda: Mas por que esse número é tão importante? Por que ele representa a perfeição, a beleza da natureza? Se você quiser, pode verificar a proporção áurea entre as medidas do seu corpo da seguinte forma: Meça e anote a sua altura (A), altura do umbigo até o chão (B), altura da face do queixo ao alto da testa (C) e altura da face do queixo até os olhos (D). Calcule a razão entre essas medidas (A/B e C/D), e tire suas conclusões.



Fonte: <http://www.sitedecuriosidades.com/curiosidade/o-que-e-o-homem-vitruviano-de-da-vinci.html> (Homem Vitruviano é uma obra de Leonardo da Vinci, 1490)

Já com uma breve noção do número de ouro, você irá iniciar a construção de segmentos áureos no software Geogebra.

A partir do arquivo Segmento Áureo.ggb (clique aqui para baixá-lo), faça o que se pede.



Fonte: Elaborado pela autora.

Questionário:

Questão 1. O que você percebeu no vídeo *Donald no país da Matemática*?

Questão 2. Mas por que esse número é tão importante? Por que ele representa a perfeição, a beleza da natureza?

Questão 3. Você conseguiu encontrar o número de ouro ou proporção áurea na sua construção no software Geogebra? Qual foi o valor encontrado?

Atividade 12: Retângulo Áureo

Já aprendemos qual é o número de ouro, agora vamos trabalhar com o retângulo áureo e a espiral áurea. Definimos retângulo áureo como sendo um retângulo cujo quociente da base pela altura é igual ao número de ouro, assim dizemos que o retângulo áureo possui proporções áureas. Pelo fato de apreciarmos as formas cujas proporções são áureas, a publicidade, a indústria e o comércio as têm explorado em suas produções. Observe o formato dos livros, revistas, cartões, cartazes publicitários, fotografias.

Os gregos antigos perceberam e aplicaram essas proporções perfeitas na ciência e na arte. Elas foram chamadas posteriormente de divina proporção.

Na natureza também aparecem diversas imagens com essas proporções como podemos observar:



Fonte: <http://planetabiologia.com/a-sequencia-de-fibonacci-na-natureza/>

Esta imagem representa uma espiral áurea, ela é construída a partir de uma sucessão de retângulos áureos de tamanhos decrescentes e formada por arcos dentro dos quadrados, como vamos observar na construção que iremos fazer no software Geogebra.

A partir do arquivo Retângulo Áureo.ggb (clique aqui para baixá-lo), faça o que se pede

Retangulo_0(2).ggb

Arquivo Editar Exibir Opções Ferramentas Janela Ajuda

Janela de Visualização

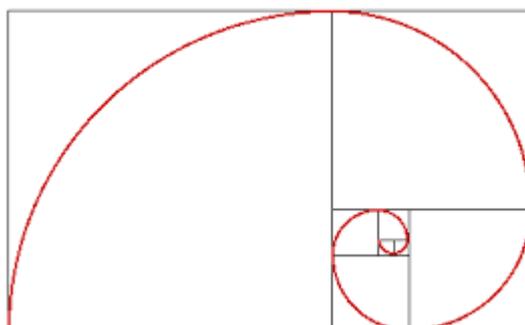
Siga as etapas para a construção do retângulo e depois da espiral áurea no software Geogebra:

- 1) Construa um polígono regular de 4 lados (ABCD);
- 2) Marque o ponto médio (E) do segmento de reta (AB) da base do polígono;
- 3) Trace um segmento de reta (EC), do ponto médio ao vértice superior direito do polígono;
- 4) Faça uma circunferência com centro no ponto (E) e raio (EC);
- 5) Trace retas passando pelos segmentos AB e CD paralelas entre si;
- 6) Marque o ponto (F) de interseção da circunferência com a reta paralela inferior;
- 7) Trace uma reta perpendicular às retas paralelas passando pelo ponto (F);
- 8) Marque o ponto (G) de interseção da reta perpendicular com a reta paralela superior;
- 9) Oculte todas as retas, a circunferência, o raio, o ponto médio;
- 10) Nos pontos marcados faça um polígono (retângulo BFGC);
- 11) Marcando os vértices (BF) da horizontal faça um polígono regular de 4 lados no interior da figura;
- 12) Marcando os vértices (HG) da vertical faça um polígono regular de 4 lados no interior da figura;
- 13) Marcando os vértices (CJ) da horizontal faça um polígono regular de 4 lados no interior da figura;
- 14) Marcando os vértices (DG) da horizontal faça um polígono regular de 4 lados na região externa da figura;
- 15) Marcando os vértices (NF) da vertical faça um polígono regular de 4 lados na região externa da figura;
- 16) Traçar os arcos circulares em cada quadrado com centro em um dos vértices e outros dois vértices para o arco, por exemplo: FPN, GND, CDB, IBH, IKHJ e JCM;
- 17) Destacar na cor vermelha a espiral áurea.

Entrada:

16:23 12/07/2016

Fonte: Elaboração da autora.



Fonte: <http://wordpress.colegio-arcangel.com/investigandoconciencias/el-numero-aureo/>

Questionário:

Questão 1. Você já havia observado a presença do retângulo áureo no seu cotidiano? Em quais situações?

Atividade 13: *Simetria*

Simetria diz respeito à correspondência, em grandeza, forma e posição relativa de partes em lados opostos de uma reta, ou ainda, que se acham distribuídas em volta de um centro ou eixo. Há uma harmonia nas combinações e proporções regulares, remete à igualdade, à semelhança. Em nossos estudos vimos dois tipos de simetria, a central (em torno de um ponto) e a axial (em torno de uma reta).



Fonte: <https://www.grupoikra.org/tag/grupo-espiritualista-em-toronto/>

A partir do arquivo Simetria.ggb (clique aqui para baixá-lo), faça o que se pede.

Polígono

pol1 = 8

Ponto

- A = (6,49, 0,43)
- A₁ = (1, -4)
- B = (8,54, -2,53)
- B₁ = (1, 1)
- C = (4, 1)
- D = (4, 0)
- E = (2, 0)
- F = (2, -1)
- G = (3, -1)
- H = (3, -2)
- I = (2, -2)
- J = (2, -4)
- O = (5,51, -3,52)

Reta

k: $2,96x + 2,05y = 20,11$

Segmento

- a = 5
- b = 3
- c = 1
- d = 2
- e = 1
- f = 1
- g = 1
- h = 1
- i = 2
- j = 1

Entrada:

PT 16:28 12/07/2016

Fonte: Elaborado pela autora.

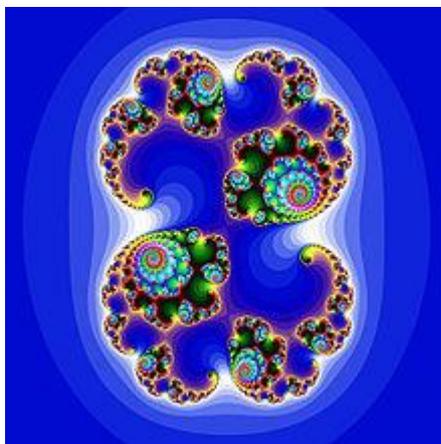
Questionário:

Questão 1. O Ponto e a reta recebem qual nome em relação as figuras que foram construídas?

Questão 2. Ao mover os pontos D e O e a reta AB o que você observou?

Atividade 14: *Posições Relativas de Duas Circunferências*

Fractais são objetos geométricos que podem ser divididos em partes, cada uma das quais semelhantes ao objeto original, formando figuras geométricas muito bonitas, em muitos casos podem ser gerados por um padrão repetido, que podem ser utilizados em sistemas de criptografias - sistemas que codificam senhas. Descrevem muitas situações que não podem ser explicadas facilmente pela geometria clássica, e foram aplicadas em ciência, tecnologia e arte gerada por computador. Na natureza existem vários exemplos de imagens que se aproximam muito de fractais, como as folhas de uma samambaia ou a estrutura dos brócolis. A ideia dos fractais teve a sua origem no trabalho de alguns cientistas entre 1857 e 1913, como por exemplo: Karl Weierstrass e Benoit Mandelbrot.

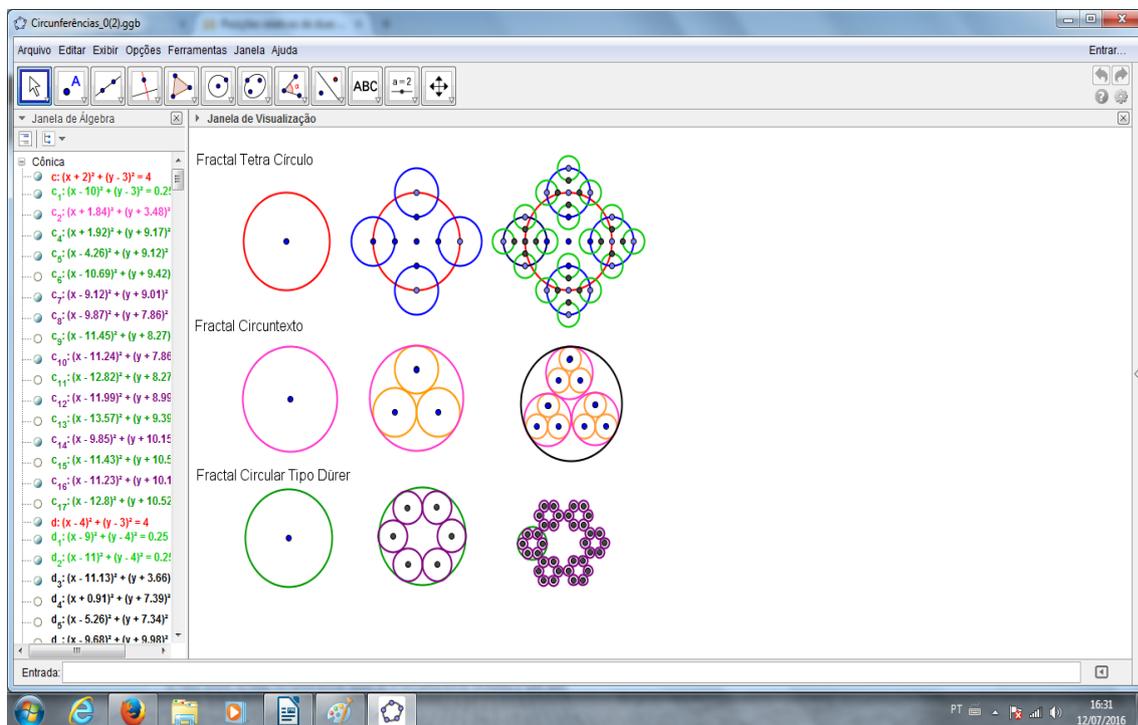


Fonte: <https://pt.wikipedia.org/wiki/Fractal>

No arquivo abaixo, foram apresentados alguns fractais formados com circunferências: Fractal Tetra Circulo, Fractal Circuntexto e Fractal Circular Tipo Dürer.

A partir do arquivo *Circunferências.ggb* (clique aqui para baixá-lo), faça o que se pede.

Agora, neste mesmo arquivo procure criar um novo fractal usando exclusivamente circunferências. Seja criativo!



Fonte: Elaborado pela autora.

Questionário:

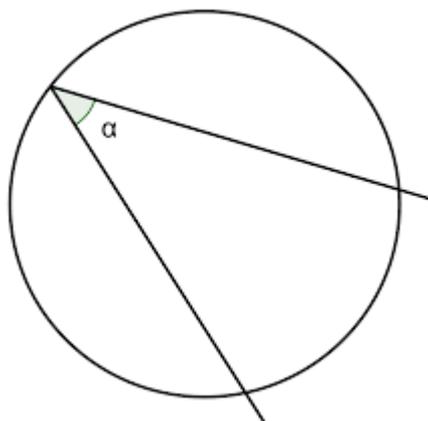
Questão 1. No Fractal Tetra Círculo (Interação 1), determine a posição relativa e a relação entre as distâncias dos centros (d) e os raios entre: A) Duas circunferências azuis; B) A circunferência vermelha e uma azul;

Questão 2. No Fractal Circuntexto (Interação 1), determine a posição relativa e a relação entre as distâncias dos centros (d) e os raios entre uma circunferência laranja e uma rosa;

Questão 3. No Fractal Circular do Tipo Dürer, determine a posição relativa e a relação entre as distâncias dos centros (d) e os raios entre duas circunferências roxas;

Atividade 15: Ângulo Inscrito

Ângulo inscrito é todo ângulo cujo vértice está na circunferência e cujos lados são semirretas secantes.



Fonte: Elaborado pela autora.

Podemos estabelecer uma relação entre a medida do ângulo inscrito e a do arco da circunferência por ele determinado. É essa relação que estudaremos na presente atividade. A partir do arquivo *Ângulo inscrito.ggb* (clique aqui para baixá-lo), faça o que se pede.

1) Construir uma circunferência de raio qualquer;
 2) Marcar dois segmentos de retas (dois raios) e medir o ângulo central que se formou;
 3) Traçar duas cordas que tenham uma das extremidades em comum e as outras duas comuns ao arco projetado pelo ângulo central, formando assim um ângulo inscrito na circunferência;
 4) Medir o ângulo inscrito;
 5) Mover um dos pontos sobre a circunferência e anotar os valores na planilha ao lado para compará-los.

f(x)	A	B	C
1	Ângulo Central	Ângulo Inscrito	
2			
3			
4			
5			
6			
7			
8			
9			
10			
11			
12			
13			
14			
15			
16			
17			
18			
19			
20			
21			
22			
23			

Fonte: Elaborado pela autora.

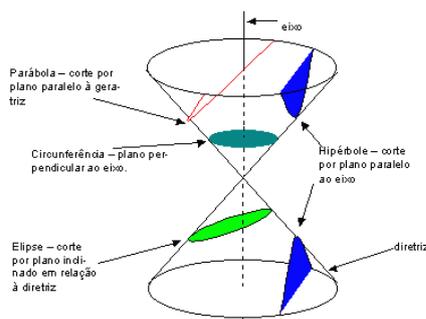
Questionário:

Questão 1. Ao mover um dos pontos sobre a circunferência por várias vezes e anotar os resultados na planilha, qual foi a relação percebida entre os valores do ângulo central e do ângulo inscrito? Explique essa relação.

Atividade 16: *Curvas Cônicas*

As curvas cônicas são obtidas pela intersecção de um plano com um cone circular reto de duas folhas. Fazendo a intersecção de um plano com um cone circular reto de duas folhas podemos obter: um ponto, uma reta, um par de retas ou as curvas cônicas: circunferência, elipse, parábola e hipérbole.

A elipse, a parábola, a hipérbole e a circunferência eram obtidas como seções de cones circulares retos com planos perpendiculares a um dos elementos do cone, conforme variação do ângulo no vértice (agudo, reto ou obtuso).

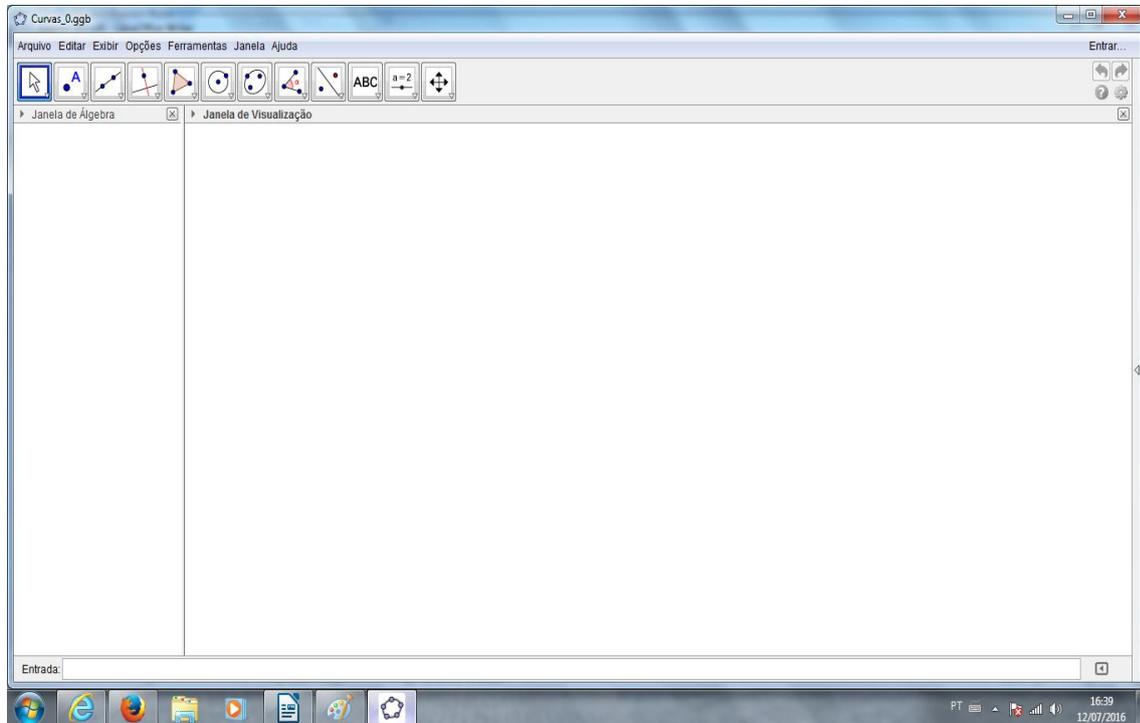


Fonte: http://cesariof.xpg.uol.com.br/geometria/ga_18.htm

As curvas cônicas estão presentes no cotidiano de todas as pessoas, como em obras de arte, construções, monumentos, objetos e instrumentos mais variados.

Desta forma, você deverá selecionar fotografias/imagens em que estas curvas apareçam, destacar e identificar cada uma delas no software Geogebra.

A partir do arquivo *Curvas.ggb* (clique aqui para baixá-lo), faça o que se pede.



Fonte: Elaborado pela autora.

Questionário:

Questão 1. Quais foram as curvas cônicas encontradas nas suas fotografias/imagens?

Questão 2. Foi difícil encontrar e selecionar as fotografias/imagens em que apareciam curvas cônicas? Por quê?

APÊNDICE D – ATIVIDADES DIDÁTICAS DO 9º ANO

Atividade 1: *Divisão Proporcional de Segmentos*

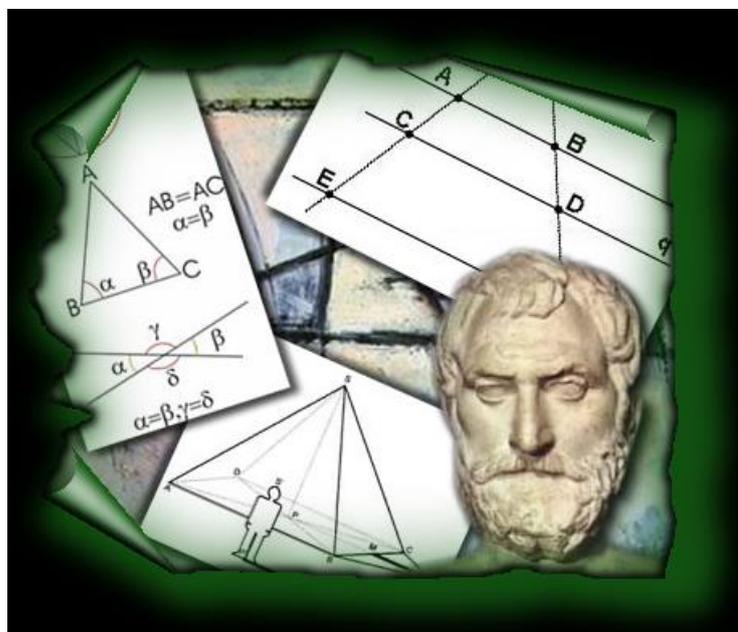
Após as aulas que trabalhamos com Segmentos proporcionais, mostra-se de fundamental importância o domínio dos conceitos de proporcionalidade e paralelismo abordados nesta atividade e também dos recursos digitais disponíveis no software Geogebra, já que, o teorema de Tales que foi trabalhado pode ser desenvolvido geometricamente no software sem a utilização de materiais de desenho, tais como: Régua e esquadros.

Curiosidades:

Tales de Mileto foi um sábio grego que viveu entre 624 e 548 a.C.. Suas proposições sobre a geometria foram tão importantes que chegaram aos nossos dias.

Foi Tales quem enunciou: "Um feixe de retas paralelas divide duas ou mais retas transversais em segmentos proporcionais".

Essa proporção tornou-se conhecida como teorema de Tales.



Fonte: <https://sites.google.com/site/turbinadosdamatematica/tales/tales-geometria>

A partir do arquivo Divisão proporcional de segmentos.ggb (clique aqui para baixá-lo), faça o que se pede.

Fonte: Elaborado pela autora.

Questionário:

Questão 1. Qual é o comprimento das três partes proporcionais no problema proposto?

Atividade 2: *Quarta Proporcional*

Três segmentos possuem medidas conhecidas (a , b e c). Um quarto segmento, de medida x , que forma uma proporção com os três primeiros é chamada quarta proporcional entre eles.

A ordem que os segmentos são mencionados é o que determina a proporção. Daí o primeiro termo é a , o segundo termo é b e o terceiro termo é c . O segmento desconhecido de medida x é sempre o quarto termo dessa proporção.

A quarta proporcional x é o produto das medidas de dois segmentos ($b \cdot c$) dividido pela medida do primeiro (a).

A partir do arquivo Quarta proporcional.ggb (clique aqui para baixá-lo), faça o que se pede.

Fonte: Elaborado pela autora.

Questionário:

Questão 1. Qual é a idade da Professora Vaneza?

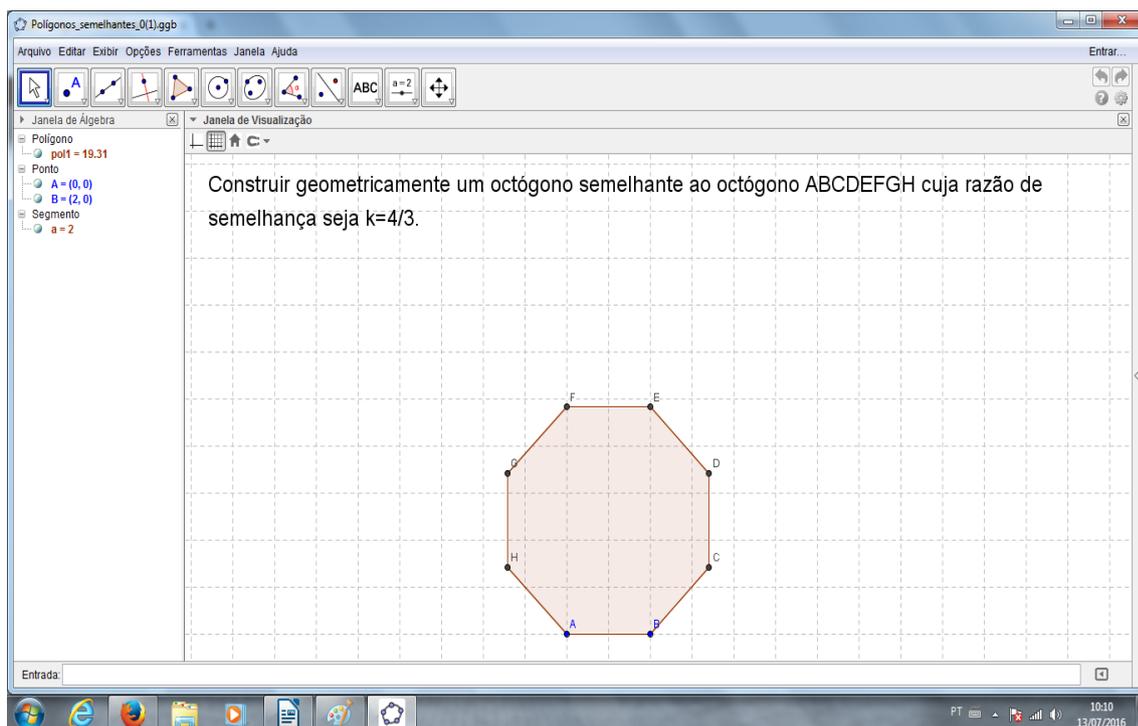
Atividade 3: *Polígonos Semelhantes*

A comercialização de pizzas no sistema Delivery tem aumentado constantemente em Santa Maria. Algumas pizzarias trabalham somente com esta forma de comercialização. Existem diversos tamanhos, dentre os mais vendidos estão os tamanhos pequeno, médio e grande. Para as pizzas chegarem nos destinos em condições ideais para o consumo, a indústria desenvolveu embalagens em forma de octógonos regulares, conforme imagem abaixo. No software Geogebra você está recebendo a figura que representa a embalagem de uma pizza média. Construa geometricamente, a embalagem para a pizza grande (razão de semelhança $k=4/3$), figura essa semelhante a original. Lembre-se de destacar na cor vermelha (255, 0, 0) e espessura da linha 5, os segmentos de retas que representam as bordas da embalagem construída.



Fonte: <http://www.graficaformiga.comunidades.net/caixas-para-pizzas-sandwiches-salgados-e-bolos>

A partir do arquivo Polígonos Semelhantes.ggb (clique aqui para baixá-lo), faça o que se pede.



Fonte: Elaborado pela autora.

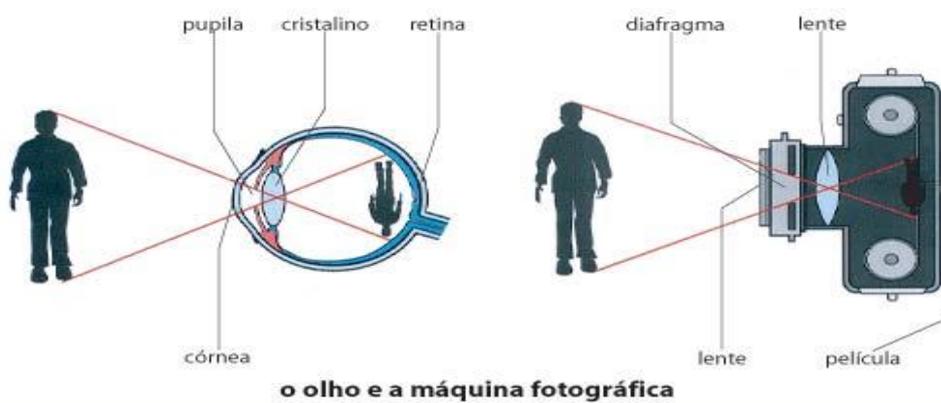
Questionário:

Questão 1. Na sua opinião, é mais fácil ou mais difícil fazer esta construção geométrica no software Geogebra do que no papel? Por quê?

Atividade 4: *Homotetia*

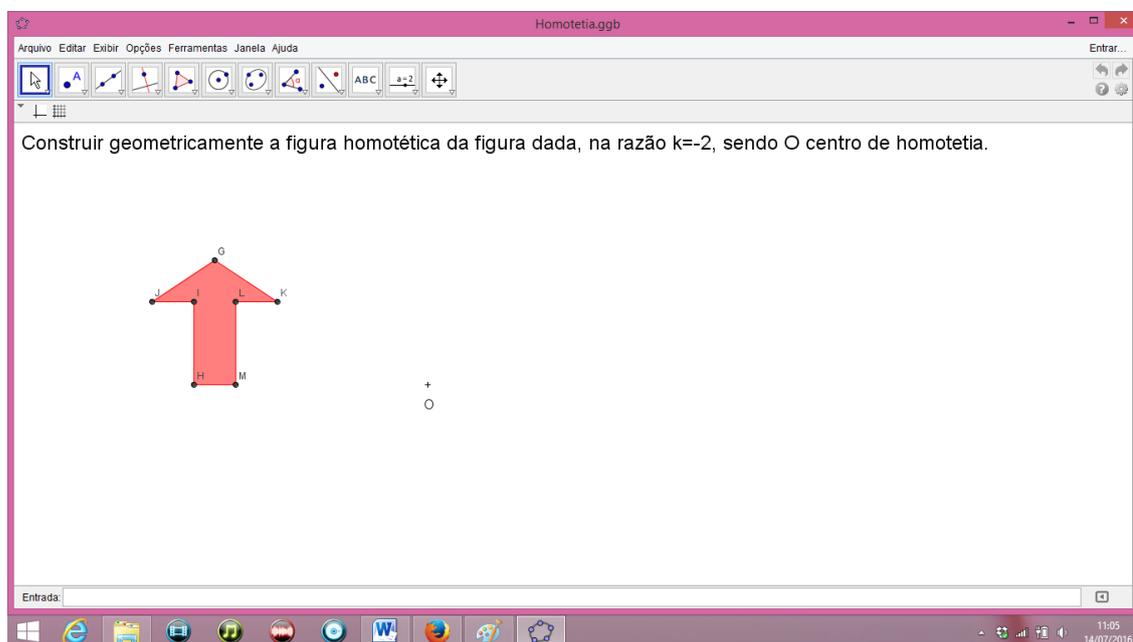
A câmera fotográfica é um equipamento útil e bastante apreciado. Ela é constituída basicamente por um compartimento fechado e de cor preta onde colocamos o filme fotográfico. A luz que sensibiliza o filme entra por um orifício, na frente do qual há um

dispositivo chamado obturador, que se abre e se fecha rapidamente. À semelhança do que ocorre no olho humano, a imagem registrada no filme é invertida em relação ao objeto que a gerou. Esse fenômeno é explicado pelo princípio de propagação retilínea da luz. A visão é um sentido básico para a nossa percepção do mundo. Quando vemos um objeto, a imagem formada na nossa retina é invertida. Felizmente, não nos apercebemos dessa inversão, uma vez que o nosso cérebro interpreta a imagem recebida, evitando-nos a visão de um mundo de "pernas para o ar". Note que o objeto real e sua imagem na retina são figuras homotéticas, o mesmo ocorrendo com essa última e a imagem interpretada pelo cérebro.



Fonte: <http://www.neovisao.com/saude-ocular/o-olho-humano/>

A partir do arquivo Homotetia.ggb (clique aqui para baixá-lo), faça o que se pede.



Fonte: Elaborado pela autora.

Questionário:

Questão 1. Qual foi o tipo de homotetia utilizada?

Atividade 5: *Média Geométrica*

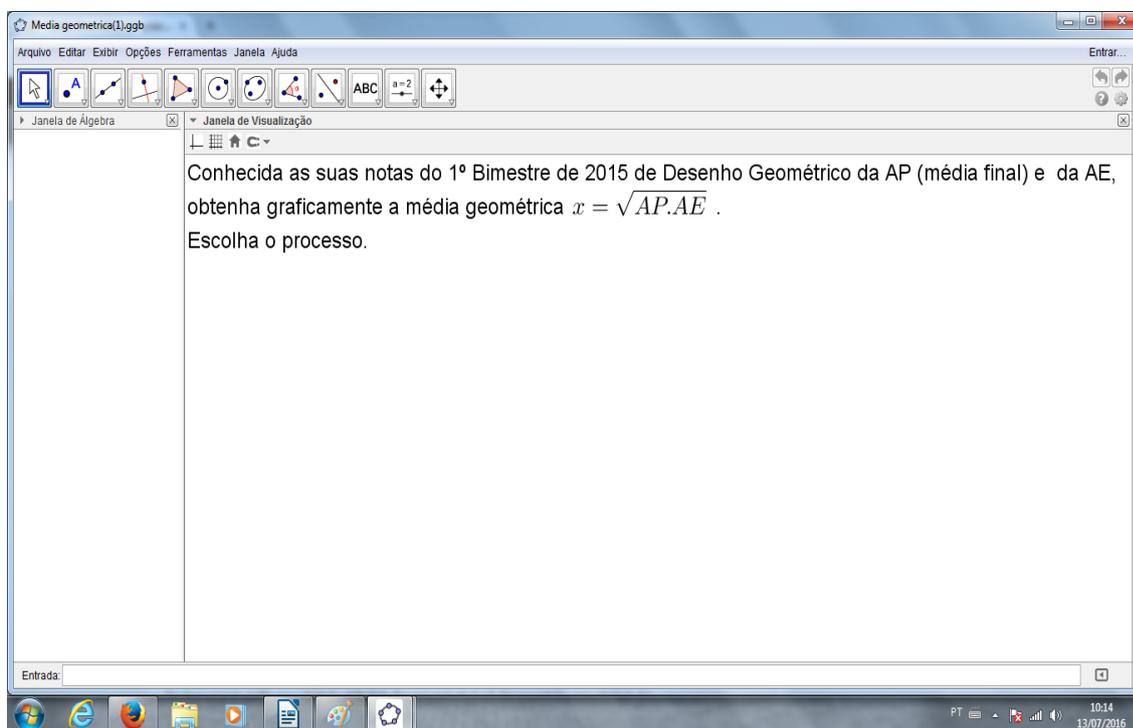
A média geométrica de um conjunto de números positivos é definida como o produto de todos os membros do conjunto elevado ao inverso do número de membros. E, a média aritmética

simples é o resultado da divisão da soma de n valores por n . Terminado o 1º Bimestre do ano letivo de 2015 e já conhecidas as notas da AP (média final) e da AE, obtenha graficamente a média geométrica $x = \sqrt{AP \cdot AE}$ das suas notas de Desenho Geométrico, compare o resultado obtido com a média aritmética simples $\frac{AP+AE}{2}$ (utilizada pela Escola A) e analise os resultados.



Fonte: <http://www.infobrindes.net/como-estudar-corretamente-concursos/>

A partir do arquivo Média Geométrica.ggb (clique aqui para baixá-lo), faça o que se pede.



Fonte: Elaborado pela autora.

Questionário:

Questão 1. Qual foi o resultado obtido graficamente na média geométrica e na média aritmética simples? Compare, analise os resultados e escolha a melhor opção, se existir.

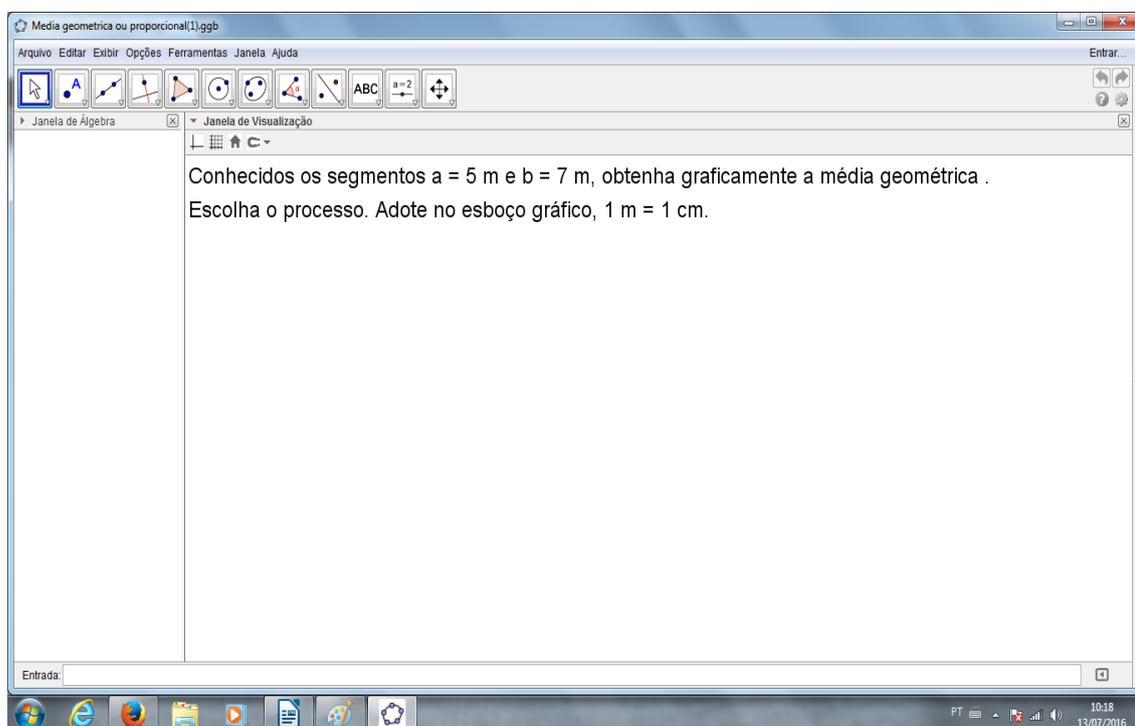
Atividade 6: *Média Geométrica ou Proporcional*

As formas geométricas são cada vez mais utilizadas em construções. Observando a figura abaixo (Ponte del Humilladero sobre el río Molino, em Popayán), percebemos a presença de arcos. A utilização de arcos é vista em portas, janelas, pontes, aquedutos, entre outros. Além da sua função prática de distribuição de carga, o arco possui também um forte componente decorativo. Existem diferentes tipos de arcos, um deles é o arco de volta perfeita ou arco romano, pois formam uma semicircunferência inteira, apoiadas em duas extremidades. Sabendo que o diâmetro da semicircunferência da base da ponte é formada por dois segmentos de medidas $a = 5$ m e $b = 7$ cm, determine a média geométrica entre esses segmentos.



Fonte: <http://hypescience.com/18-inovacoes-arquitetonicas-que-mudaram-o-mundo/>

A partir do arquivo Média Geométrica ou Proporcional.ggb (clique aqui para baixá-lo), faça o que se pede.



Fonte: Elaborado pela autora.

Questionário:

Questão 1. Qual é a média geométrica entre os segmentos 5 e 7?

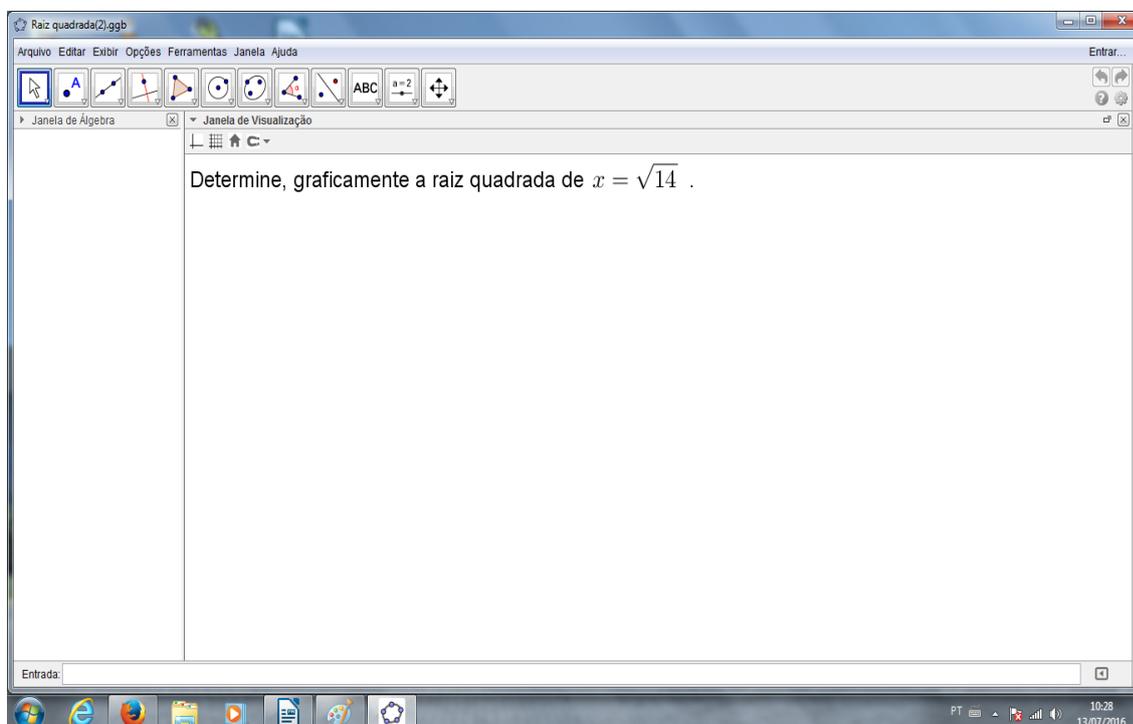
Atividade 7: Determinação Gráfica da Raiz Quadrada de Um Número

O mastro da bandeira localizado à frente da Escola A é composto pela bandeira nacional ao centro hasteada diariamente às 8 horas e arriada às 18 horas. Ao seu lado direito encontra-se a bandeira do comandante da Escola A que quando hasteada indica a presença do mesmo no Estabelecimento de Ensino. Ao observarmos a corda que hasteia a bandeira do comandante verificamos que ela forma um triângulo retângulo com o mastro, sabendo que o comprimento total da corda é $2x$, sendo que x é representado por $\sqrt{14}$. Determine graficamente o comprimento total da corda. Adote no esboço gráfico, $1\text{ cm} = 1\text{ m}$ de corda.



Fonte: Elaborado pela autora.

A partir do arquivo Raiz Quadrada.ggb (clique aqui para baixá-lo), faça o que se pede.



Fonte: Elaborado pela autora.

Questionário:

Questão 1. Qual foi o resultado obtido graficamente para x?

Questão 2. Qual é o tamanho total da corda?

Atividade 8: *Expressões Pitagóricas*

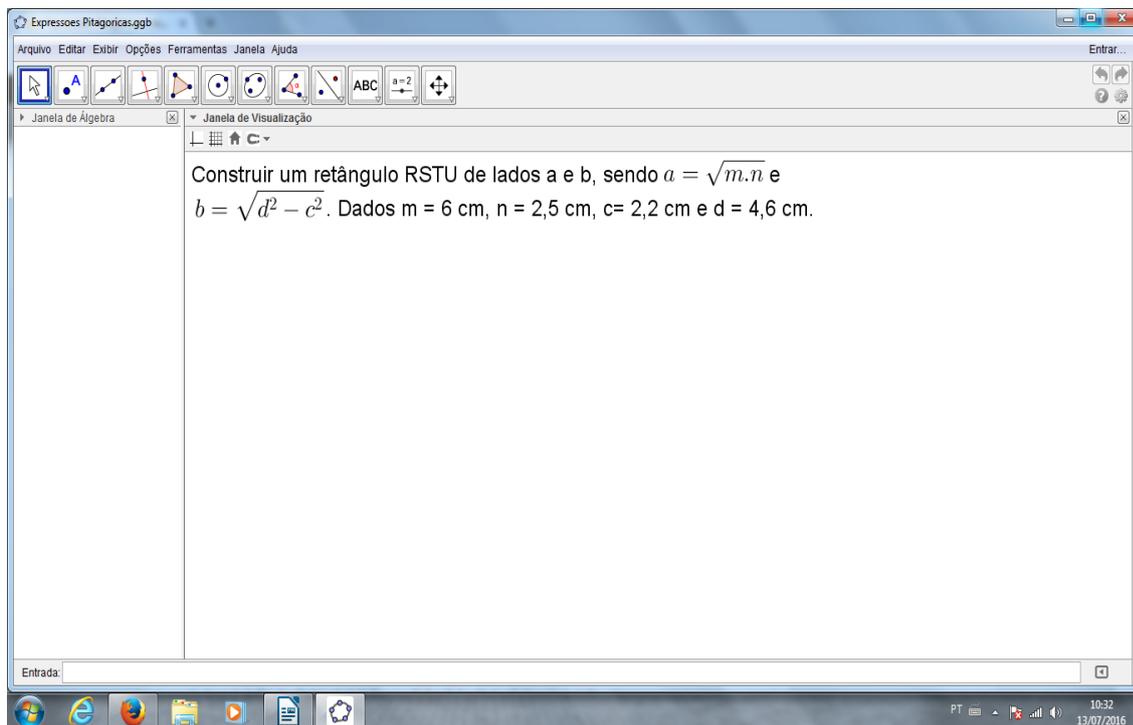
Retângulo é um paralelogramo, cujos lados formam ângulos retos entre si e que, por isso, possui dois lados paralelos verticalmente e os outros dois paralelos horizontalmente. Pode-se considerar o quadrado como um caso particular de um retângulo em que todos os lados têm o mesmo comprimento.

Construa um retângulo RSTU de lados a e b, sendo $a = \sqrt{m \cdot n}$ e $b = \sqrt{d^2 - c^2}$. Dados $m = 6$ cm, $n = 2,5$ cm, $c = 2,2$ cm e $d = 4,6$ cm.



Fonte: <http://busca.urbanarts.com.br/retangulos>

A partir do arquivo Expressões Pitagóricas.ggb (clique aqui para baixá-lo), faça o que se pede.



Fonte: Elaborado pela autora.

Questionário:

Questão 1. Quais são os lados do retângulo RSTU?

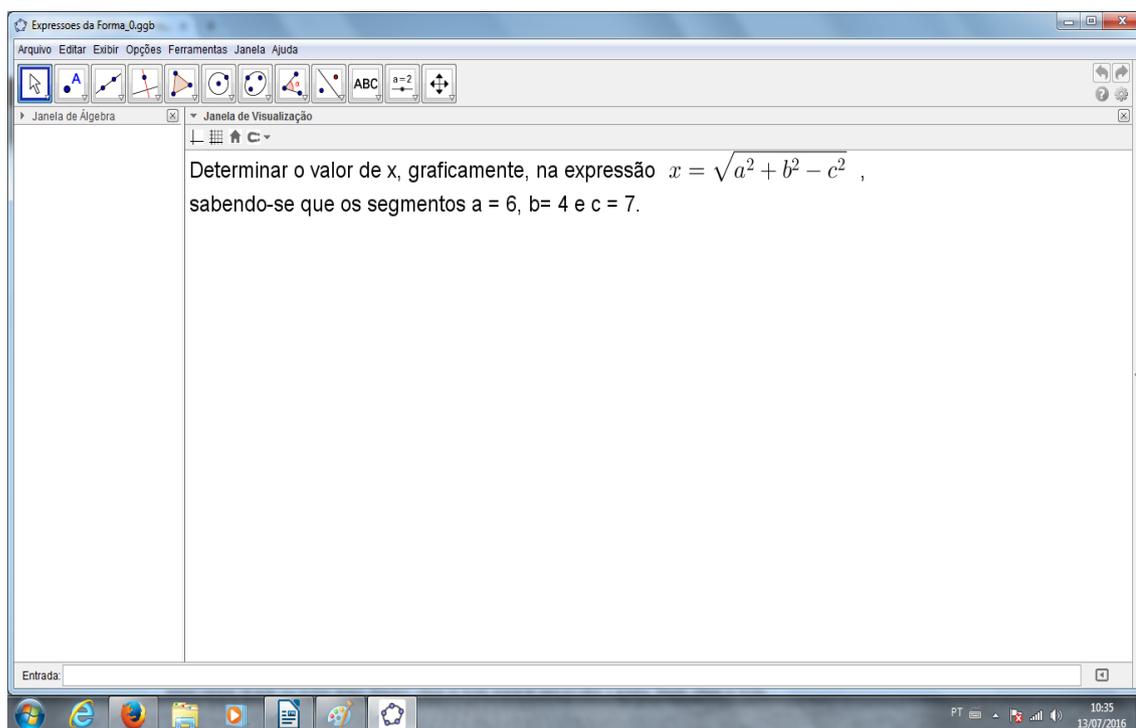
Atividade 9: *Expressões na Forma $x = \sqrt{a^2 \pm b^2 \pm c^2}$*

O Facebook é uma das redes sociais mais utilizadas pelos adolescentes. Escolhendo aleatoriamente quatro alunos do 9º ano verificou-se que o número de acessos diários é: aluno a = 6 acessos, aluno b = 4 acessos, aluno c = 7 acessos e o aluno d é igual $x+0,27$ sendo que x é determinado pela expressão $x = \sqrt{a^2 + b^2 - c^2}$. Determine graficamente o valor de x e logo após o número de acessos do aluno d.



Fonte: <https://www.embrapa.br/facebook-embrapa>

A partir do arquivo Expressões da Forma.ggb (clique aqui para baixá-lo), faça o que se pede.



Fonte: Elaborado pela autora.

Questionário:

Questão 1. Qual foi o resultado obtido graficamente para x ?

Questão 2. Qual foi o número de acessos do aluno d?

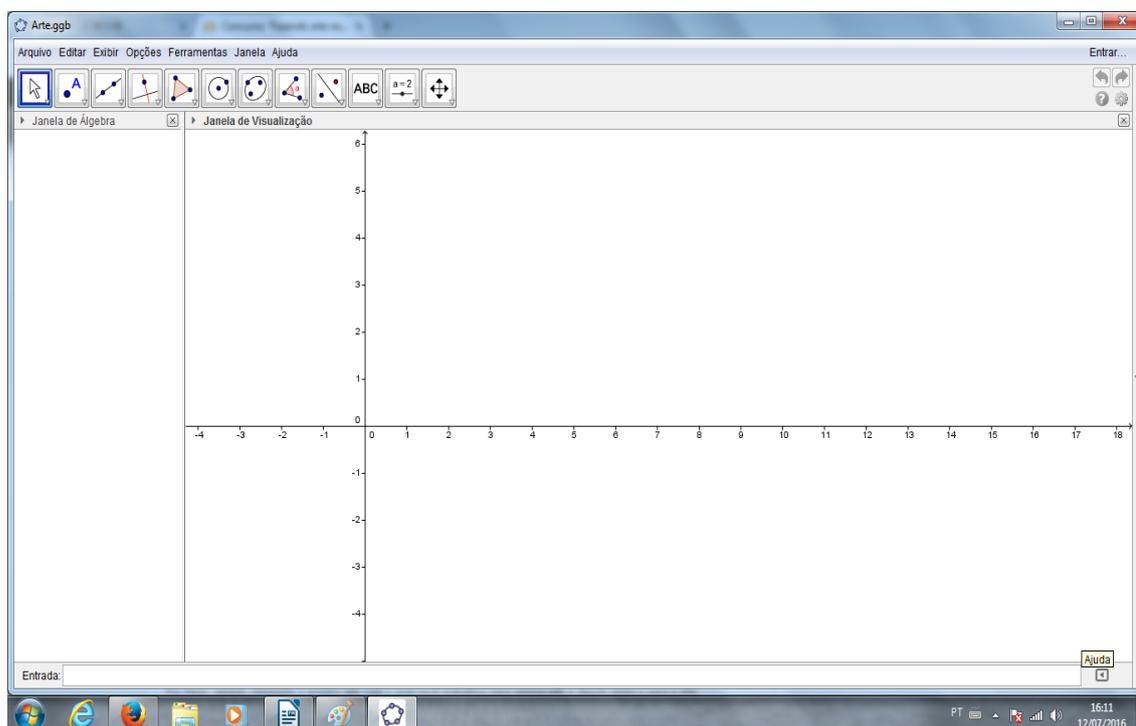
Atividade 10: Concurso Fazendo Arte no Geogebra

O software Geogebra é utilizado para diversas finalidades educacionais, entre elas, vamos destacar neste momento a arte. Você está sendo convidado a fazer arte no Geogebra, de forma criativa e livre utilizando para isso os objetos do conhecimento trabalhados nas aulas de Desenho Geométrico neste trimestre, ou seja, polígonos, triângulos e quadriláteros. Faça e envie seu arquivo para participar do concurso "Fazendo arte no Geogebra", os arquivos enviados participarão de uma votação de seleção e os mais votados ficarão em exibição na página inicial do *site* mpeac. Vamos lá, participe e seja criativo.



Fonte: Produção dos alunos. (Aluna do 9º ano – G.)

A partir do arquivo Arte.ggb (clique aqui para baixá-lo), faça o que se pede.



Fonte: Elaborado pela autora.

Questionário:

Questão 1. O que levou você criar está imagem?

Atividade 11: *Equivalência de Triângulos*

Triângulos são ferramentas importantes para a arquitetura e são utilizadas no projeto de construções e outras estruturas por fornecerem força e estabilidade. Um triângulo, é capaz de aguentar peso, devido à forma como a energia é distribuída ao longo de sua estrutura. Os triângulos utilizados na arquitetura datam de mais tempo do que as outras formas comuns à arquitetura, como o arco, o cilindro e até mesmo a roda. Os mais robustos triângulos são equiláteros e isósceles; sua simetria auxilia na distribuição de peso. Ao circularmos pela área da escola A podemos observar nas edificações o uso de formatos de diversos triângulos conforme os exemplos.



Fonte: Elaborado pela autora.



Fonte: Elaborado pela autora.



Fonte: Elaborado pela autora.

A partir do arquivo Equivalência de Triângulos.ggb (clique aqui para baixá-lo), faça o que se pede.

The screenshot shows the 'Equivalencia.ggb' software interface. The left sidebar contains a list of objects:

- Polígono
 - pol1 = 3.9
- Ponto
 - A = (3, 1)
 - B = (6, 1)
 - D = (0,7, -4,02)
 - E = (8,7, -4,02)
 - F = (4,7, -2,02)
 - G = (3, -8)
 - H = (3, -11)
 - I = (8, -11)
- Segmento
 - a = 3
 - d = 4.47
 - e = 4.47
 - f = 8
 - g = 5
 - h = 5.83
 - i = 3
- Triângulo
 - pol2 = 8
 - pol3 = 7.5

The main workspace contains two triangles:

- A red triangle ABC with vertices A(3, 1), B(6, 1), and C(0,7, -4,02).
- A green triangle DEF with vertices D(0,7, -4,02), E(8,7, -4,02), and F(4,7, -2,02).

Text in the workspace:

a) A partir do triângulo ABC dado abaixo, construa geometricamente um triângulo equivalente ao triângulo ABC que tenha a mesma base e a mesma altura.

b) A partir do triângulo DEF dado abaixo, construa um triângulo retângulo equivalente ao triângulo DEF.

Fonte: Elaborado pela autora.

The screenshot shows the 'Equivalencia.ggb' software interface. The left sidebar contains the same list of objects as the previous screenshot.

The main workspace contains one triangle:

- A pink triangle GHI with vertices G(3, -8), H(3, -11), and I(8, -11).

Text in the workspace:

c) A partir do triângulo GHI dado abaixo, construa um triângulo isósceles equivalente ao triângulo GHI.

Fonte: Elaborado pela autora.

Questionário:

Questão 1. Qual foi o procedimento adotado para realizar as construções?

Atividade 12: Comparação de Áreas

Para se comparar áreas de duas figuras planas, determinamos a quadratura de cada uma delas e a seguir comparamos os lados dos quadrados obtidos.

Desta forma, vamos analisar e comparar as áreas das mesas do refeitório da Escola A.

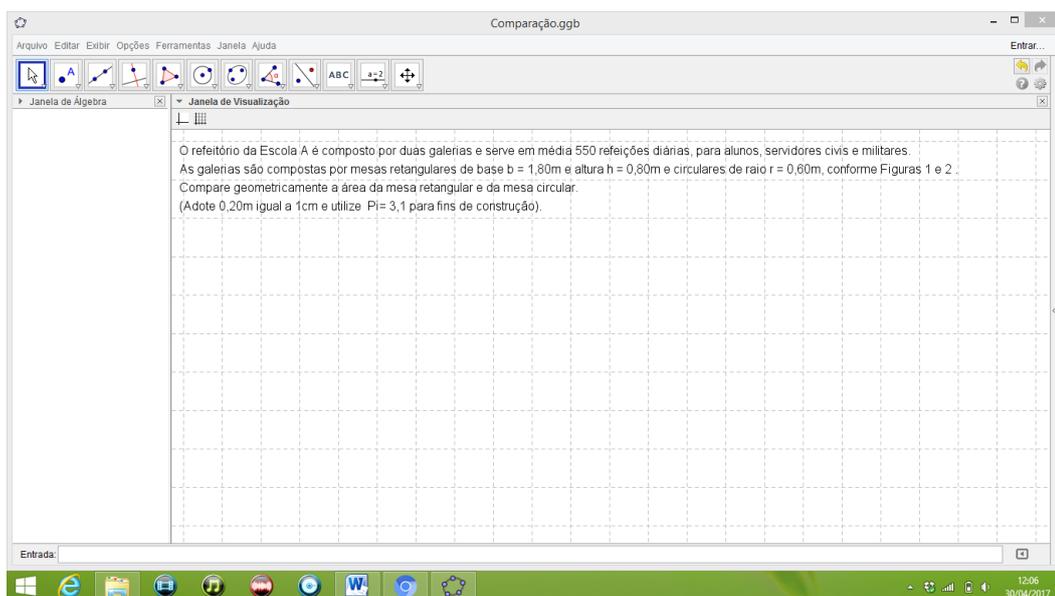


Fonte: Elaborado pela autora.



Fonte: Elaborado pela autora.

A partir do arquivo Comparação de Áreas.ggb (clique aqui para baixá-lo), faça o que se pede.



Fonte: Elaborado pela autora.

Questionário:

Questão 1. Qual foi a conclusão que você chegou ao comparar as áreas das figuras?

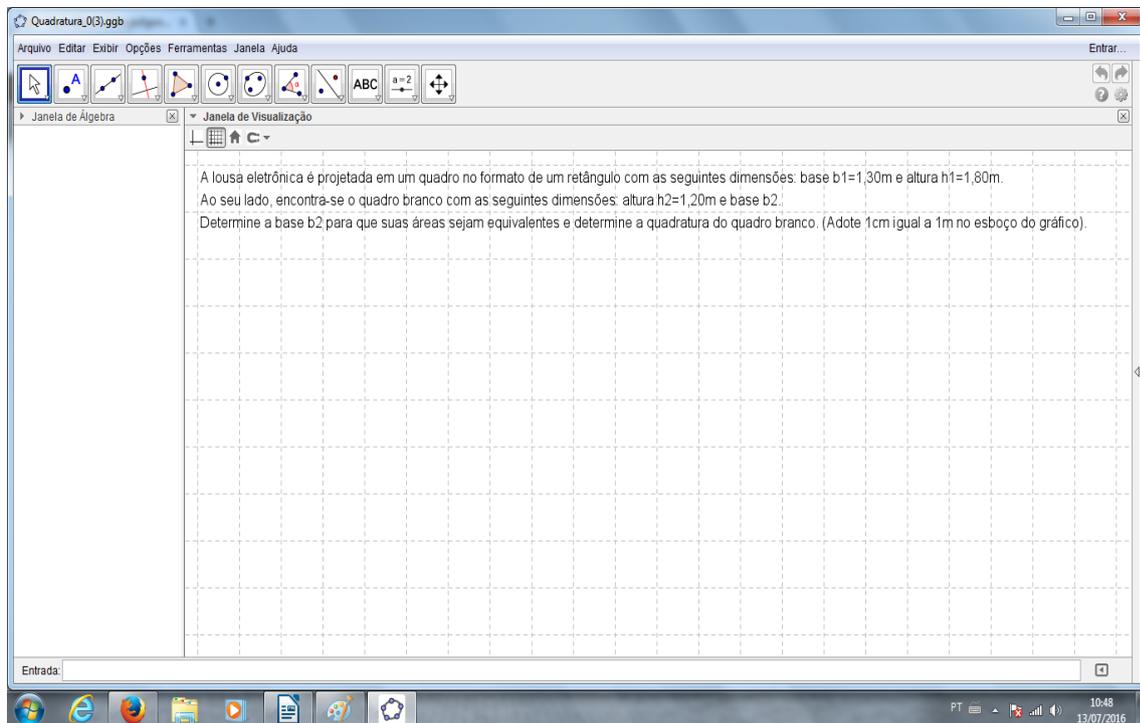
Atividade 13: *Equivalência entre Polígonos e Quadratura*

A lousa eletrônica é mais uma das ferramentas adquiridas e usadas pela Escola A para auxiliar os alunos no processo ensino e aprendizagem e vem sendo utilizada com muito sucesso em todas as disciplinas, principalmente no Desenho Geométrico que conta com o seu aplicativo ActivInspire.



Fonte: Elaborado pela autora.

A partir do arquivo Equivalência entre Polígonos e Quadratura.ggb (clique aqui para baixá-lo), faça o que se pede.



Fonte: Elaborado pela autora.

Questionário:

Questão 1. O que é quadratura de uma figura? Em que consiste?

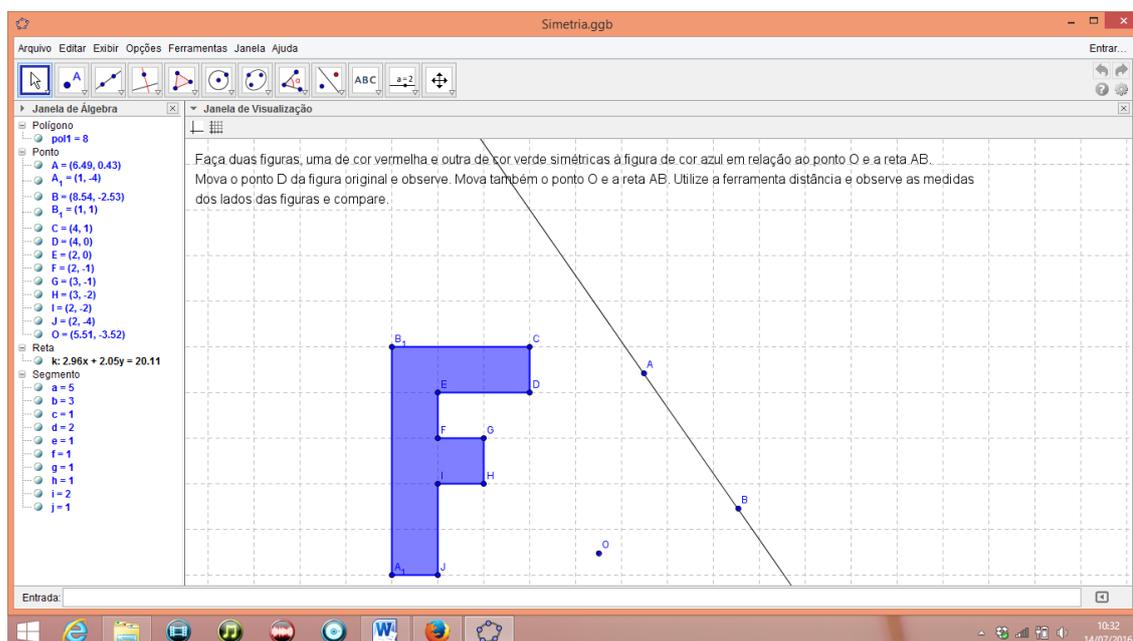
Atividade 14: *Transformações Pontuais*

Simetria diz respeito à correspondência, em grandeza, forma e posição relativa de partes em lados opostos de uma reta, ou ainda, que se acham distribuídas em volta de um centro ou eixo. Há uma harmonia nas combinações e proporções regulares, remete à igualdade, à semelhança. Em nossos estudos vimos dois tipos de simetria, a central (em torno de um ponto) e a axial (em torno de uma reta).



Fonte: <https://www.grupoikra.org/tag/grupo-espiritualista-em-toronto/>

A partir do arquivo Simetria.ggb (clique aqui para baixá-lo), faça o que se pede.



Fonte: Elaborado pela autora.

Questionário:

Questão 1. O Ponto e a reta recebem qual nome em relação as figuras que foram construídas?

Questão 2. Ao mover os pontos D e O e a reta AB o que você observou?

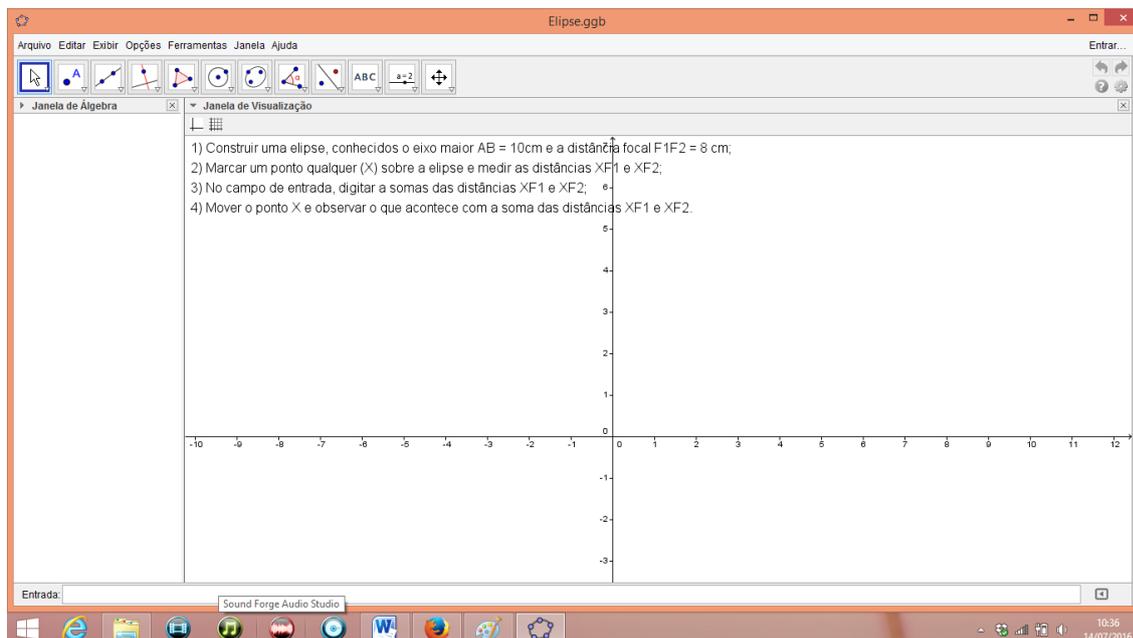
Atividade 15: *Elipse*

A Escola A durante os últimos anos recebeu várias viaturas, dentre elas um veículo para atividades administrativas, um Ford Fiesta, marca essa tradicional no mercado. A Ford Motor Company foi fundada por Henry Ford um grande empreendedor, o primeiro empresário a aplicar a montagem em série de forma a produzir em massa automóveis em menos tempo e a um menor custo. Como podemos observar a marca Ford usa em seu logotipo uma forma muito semelhante a uma elipse, objeto de nosso estudo na presente atividade.



Fonte: <http://www.emblemax.com.br/2425-2/>

A partir do arquivo *Ellipse.ggb* (clique aqui para baixá-lo), faça o que se pede.



Fonte: Elaborado pela autora.

Questionário:

Questão 1. Quanto mede o eixo menor da elipse construída?

Questão 2. Ao mover o ponto X , sobre a elipse, o que você observou em relação a soma das distâncias a dois pontos fixos (focos) XF_1 e XF_2 ?

Questão 3. Qual é a relação que existe entre a metade do eixo maior e a distância de um dos focos ao ponto X fixado sobre o eixo menor?

Atividade 16: *Hipérbole*

Santa Maria é a segunda maior guarnição do Brasil, perdendo apenas por Brasília. Brasília por ser o Distrito Federal tem vários pontos turísticos importantes e renomados, um deles é a Catedral metropolitana de Nossa Senhora Aparecida, mais conhecida como Catedral de Brasília. Projetada pelo famoso arquiteto Oscar Niemeyer, com cálculo estrutural do engenheiro Joaquim Cardoso, foi o primeiro monumento a ser criado em Brasília. Em sua volta se elevam dezesseis colunas de concreto num formato hiperbolóide, que pesam noventa toneladas. A cobertura da nave tem um vitral composto por dezesseis peças de fibra de vidro em tons de azul, verde, branco e marrom inseridas entre pilares de concreto. Ao observar a imagem, podemos relacioná-la com nosso objeto de estudo, a hipérbole.



Fonte: <http://www.robsonpiresxerife.com/notas/icone-da-capital-catedral-de-brasilia-completa-45-anos/>
(Catedral de Brasília)

A partir do arquivo Hipérbole.ggb (clique aqui para baixá-lo), faça o que se pede.

Arquivo Editar Exibir Opções Ferramentas Janela Ajuda Entrar...

Janela de Visualização

1) Sabendo que para a construção das colunas da catedral foram utilizadas as seguintes medidas: eixo transversal $AB = 60$ m e $F_1F_2 = 120$ m. Construir uma hipérbole com as medidas acima. OBS: Adotar 30 m igual a 1 cm para fins de construção.
 2) Marcar um ponto qualquer (X) sobre a hipérbole, medir a distância desse ponto aos focos (XF_1 e XF_2);
 3) No campo entrada, calcular a diferença entre as duas distâncias (XF_1 e XF_2);
 4) Mover o ponto X sobre a hipérbole e analisar o que ocorre com a diferença das distâncias (XF_1 e XF_2).

Entrada:

10:39 14/07/2016

Fonte: Elaborado pela autora.

Questionário:

Questão 1. Ao mover o ponto X, sobre a hipérbole, o que você observou em relação a diferença das distâncias a dois pontos fixos (focos) XF_1 e XF_2 ?

Atividade 17: *Parábola*

As propriedades da parábola e do parabolóide resultam do interesse dos espelhos parabólicos: (a) como receptor: todo o raio luminoso que incide num espelho parabólico, paralelamente ao eixo, reflete-se passando pelo foco e (b) como emissor: reciprocamente, todo o raio luminoso que incide no espelho parabólico passando pelo foco reflete-se paralelamente ao eixo.

Pode usar-se para emitir feixes de ondas de rádio ou de outra natureza. A primeira destas propriedades justifica o funcionamento dos espelhos parabólicos, dos fornos solares, das antenas parabólicas que captam ondas de rádio, de radar ou de outras ondas eletromagnéticas, como as antenas de TV ou a dos enormes rádios telescópios.

Diante da importância e da grande utilização, vamos construir uma parábola e analisar suas propriedades.



Fonte: <https://br.pinterest.com/pin/398639004498865107/>

A partir do arquivo *Parábola.ggb* (clique aqui para baixá-lo), faça o que se pede.

Fonte: Elaborado pela autora.

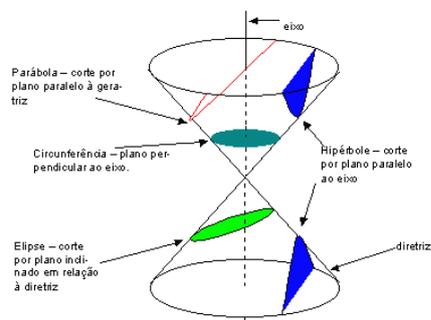
Questionário:

Questão 1. Ao comparar a distância do ponto X ao ponto fixo F (foco) e a distância do ponto X ao ponto de encontro da reta perpendicular com a reta diretriz, o que você observa em relação a essas distâncias?

Atividade 18: *Curvas Cônicas*

As curvas cônicas são obtidas pela intersecção de um plano com um cone circular reto de duas folhas. Fazendo a intersecção de um plano com um cone circular reto de duas folhas podemos obter: um ponto, uma reta, um par de retas ou as curvas cônicas: circunferência, elipse, parábola e hipérbole.

A elipse, a parábola, a hipérbole e a circunferência eram obtidas como seções de cones circulares retos com planos perpendiculares a um dos elementos do cone, conforme variação do ângulo no vértice (agudo, reto ou obtuso).

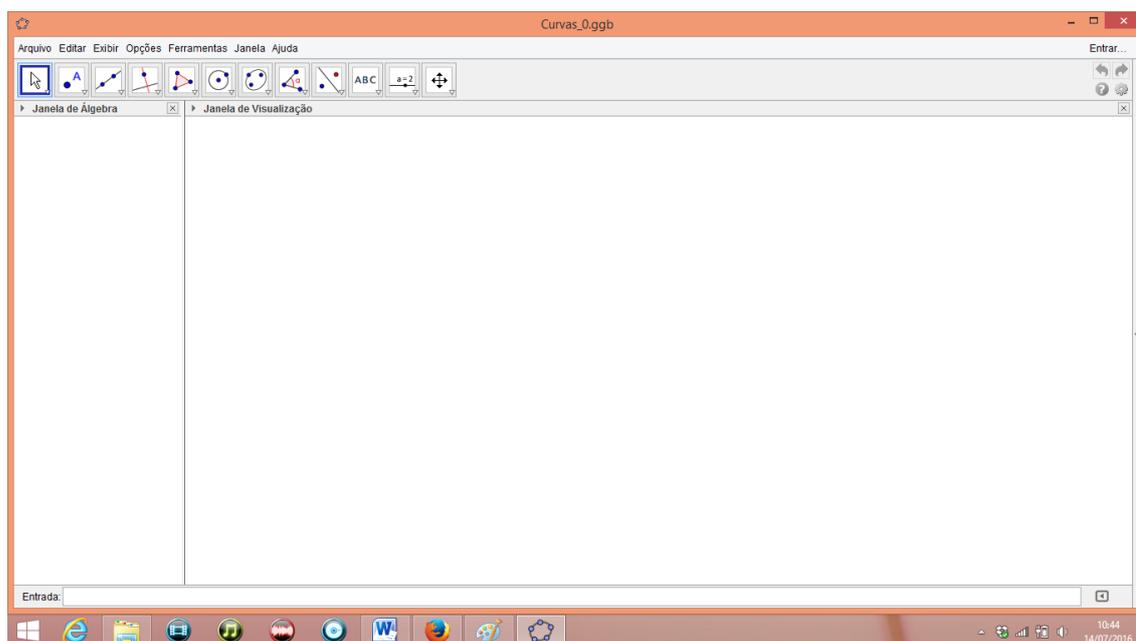


Fonte: http://cesariof.xpg.uol.com.br/geometria/ga_18.htm

As curvas cônicas estão presentes no cotidiano de todas as pessoas, como em obras de arte, construções, monumentos, objetos e instrumentos mais variados.

Desta forma, você deverá selecionar fotografias/imagens em que estas curvas apareçam, destacar e identificar cada uma delas no software Geogebra.

A partir do arquivo *Curvas.ggb* (clique aqui para baixá-lo), faça o que se pede.



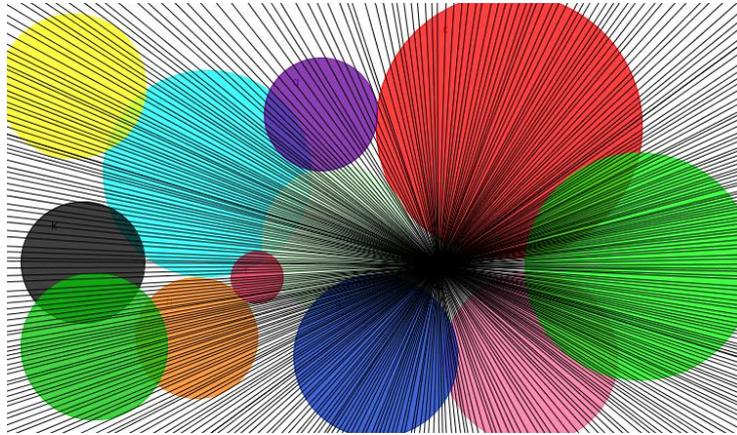
Fonte: Elaborado pela autora.

Questionário:

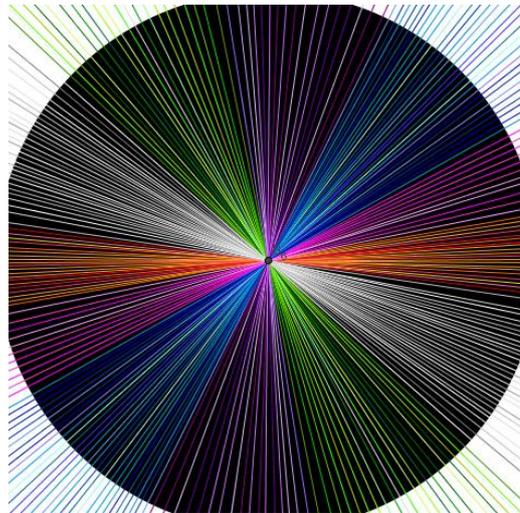
Questão 1. Quais foram as curvas cônicas encontradas nas suas fotografias/imagens?

Questão 2. Foi difícil encontrar e selecionar as fotografias/imagens em que apareciam curvas cônicas? Por quê?

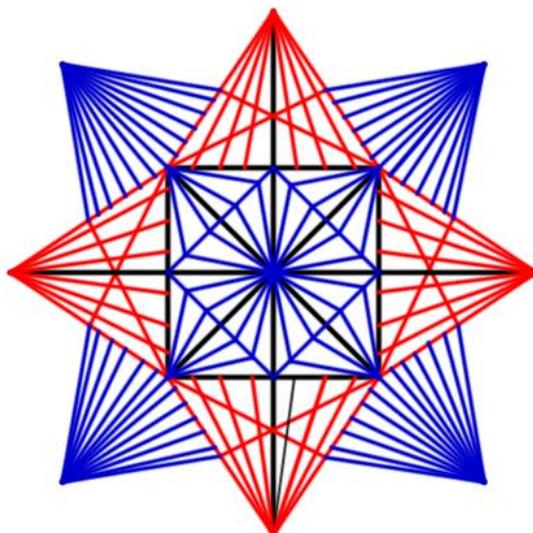
APÊNDICE E – ALGUMAS PRODUÇÕES DOS ESTUDANTES DO 8º E 9º ANO NA ATIVIDADE DIDÁTICA FAZENDO ARTE NO GEOGEBRA



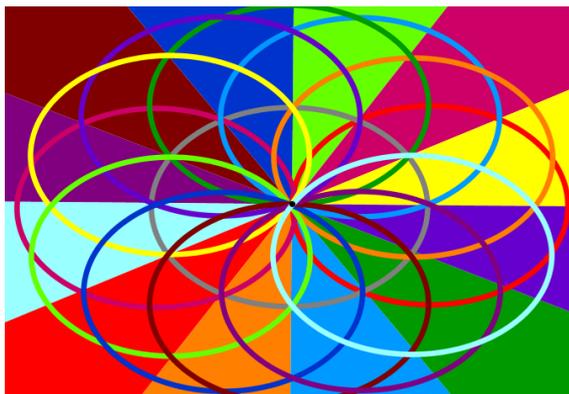
Fonte: Produção dos alunos. (Aluna do 8º ano - B. N.)



Fonte: Produção dos alunos. (Aluna do 8º ano - L. L.)



Fonte: Produção dos alunos. (Aluno do 8º ano - L. J.)



Fonte: Produção dos alunos. (Aluno do 9º ano - R. V.)