

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA MARIA
CENTRO DE CIÊNCIAS SOCIAIS E HUMANAS
PROGRAMA DE PÓS GRADUAÇÃO EM ADMINISTRAÇÃO
MESTRADO EM ADMINISTRAÇÃO**

**A VOLATILIDADE IDIOSINCRÁTICA MELHORA O
DESEMPENHO DOS RETORNOS PRECIFICÁVEIS?
APLICAÇÕES DOS MODELOS GARCH E GAS**

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO

Bruno Pereira Conte

**Santa Maria, Rio Grande do Sul, Brasil.
2019.**

Bruno Pereira Conte

**A VOLATILIDADE IDIOSSINCRÁTICA MELHORA O DESEMPENHO
DOS RETORNOS PRECIFICÁVEIS? APLICAÇÕES DOS MODELOS
GARCH E GAS**

Dissertação de mestrado apresentada ao curso do Programa de Pós-Graduação em Administração, da Universidade Federal de Santa Maria (UFSM, RS), e aprovada para a obtenção do grau de **Mestre em Administração**

Orientador: Prof. Dr. Paulo Sérgio Ceretta

Santa Maria, RS
2019

Bruno Pereira Conte

**A VOLATILIDADE IDIOSINCRÁTICA MELHORA O DESEMPENHO
DOS RETORNOS PRECIFICÁVEIS? APLICAÇÕES DOS MODELOS
GARCH E GAS**

Dissertação de mestrado apresentada ao curso do Programa de Pós-Graduação em Administração, da Universidade Federal de Santa Maria (UFSM, RS), e aprovada para a obtenção do grau de **Mestre em Administração**

Paulo Sérgio Ceretta, Dr. (UFSM)
(Presidente/Orientador)

Anderson Antônio Denardin, Dr. (UFSM)

Bruno Milani, Dr. (IF-FARROUPILHA)

Santa Maria, RS
2019

AGRADECIMENTOS

Pensar que alguém alcança uma grande conquista de maneira isolada é ser egoísta, pois existem pessoas que estão sempre ao nosso redor, nos auxiliando, dando força e propondo resiliência para nos ajudar a suportar os diversos desafios que se apresentam em nossas vidas. Sem dúvidas posso ser injusto nesse singelo agradecimento, podendo ter esquecido pessoas que foram muito importantes nessa minha trajetória, mas procurei elencar o nome de algumas pessoas que surgem à minha mente como decisivamente importantes para alcançar esse grande objetivo, que é ser mestre em administração.

Primeiramente, agradeço à minha família, pelo auxílio emocional e estrutural que sempre me proporcionaram. Fica o registro especial ao meu irmão Guilherme, que me ajudou demais a superar os desafios que tive no ano de 2018, em especial as desavenças familiares. Sem você, com certeza essa conquista não seria possibilitada. Também agradeço à minha namorada Ane, pelo apoio incondicional, parceria, incentivo persistente na minha busca e o amor todo que a mim dispensou.

Agradeço ao meu orientador professor Paulo Ceretta pela oportunidade de poder cursar o mestrado, além de sua paciência em todo esse caminho.

Agradeço muito ao professor Marcelo Brutti Righi, que se mostrou um parceiro inigualável e que, sem nenhuma obrigação, me auxiliou demasiado com seus ensinamentos e orientações para conseguir desenvolver um tema bacana para a dissertação. Saiba que sem a tua ajuda não conseguiria completar esse desafio!

Sou grato demais aos meus amigos de mestrado, em especial ao Alberto Granzotto, Ismael Halberstadt e Luciano Amaral. Vocês se mostraram ser pessoas fora de série e que tentarei sempre levar comigo. Obrigado pelos momentos de descontração durante as aulas, pelos cafés no bar 74C e pelas divertidas conversas que ainda temos. Vocês são verdadeiros parceiros e irmãos de coração!

Também sou grato ao Bruno Corrêa, um amigo especial que fiz na época de cursinho pré-vestibular, e que foi um dos poucos que conseguiu me entender nessa trajetória toda. Apesar de nos conhecermos há pouco tempo, nossas longas conversas, sempre em companhia de um mate ou uma cerveja me ajudaram muito a sossegar a cabeça e poder confiar no meu trabalho.

Agradeço também ao Programa de Pós Graduação em Administração da UFSM, e seu corpo docente, em especial a alguns professores. À professora Simone Campos pelas conversas e orientações, além das grandiosas aulas de Teoria das Organizações; ao professor Marcelo Trevisan pela parceria e rotineira descontração; e ao professor Igor Sonza pelos conselhos,

orientação e incentivo na área de finanças. Gostaria muito de poder ter tido a oportunidade de trabalhar mais tempo contigo.

Agradeço demais à Universidade Federal de Santa Maria, que desde o meu ingresso em Agosto de 2010, foi sempre uma instituição de primeira e que me proporcionou cursar uma graduação e um mestrado de alta qualidade. Também agradeço à CAPES pelo auxílio financeiro para realizar essa pesquisa.

Por fim, agradeço ao curso de Administração, o qual cursei durante 6 anos, entre graduação e mestrado, e pude extrair muitas coisas que seguirão comigo pela vida toda. Essa dissertação é um fechamento de ciclo, e espero poder usar as diversas ferramentas que aprendi durante o curso em minha nova profissão, na área da medicina.

“Não era verdade, mas não é a verdade que vence, é a convicção.”
Machado de Assis

*“A persistência é o caminho do êxito.”
Charles Chaplin*

RESUMO

A VOLATILIDADE IDIOSSINCRÁTICA MELHORA O DESEMPENHO DOS RETORNOS PRECIFICÁVEIS? APLICAÇÕES DOS MODELOS GARCH E GAS

AUTOR: Bruno Pereira Conte
ORIENTADOR: Paulo Sérgio Ceretta

O CAPM (*Capital Asset Pricing Model*) é um dos modelos mais difundidos para o cálculo esperado do retorno de um investimento em condições de risco. Desenvolvido por Sharpe (1964) e Lintner (1965), por meio das conclusões do trabalho de Markowitz (1952), esse modelo relaciona o retorno esperado de um ativo, com o seu risco não diversificável. Apesar de ser um modelo simples e intuitivo, o mesmo está fundamentado em fatores muito restritivos sobre o funcionamento do mercado, e por isso foi modificado. Nesse sentido, muitos trabalhos buscaram incluir fatores ao modelo CAPM. Com isso, o objetivo desse trabalho foi de investigar se um novo fator - a volatilidade idiossincrática - poderia ter capacidade de aprimorar a explicação dos retornos precificáveis. Para tal, fez-se uso do modelo CAPM de Fama & French e, baseado em trabalhos como os de Ang *et al.* (2006) e Leite *et al.* (2016), incluiu-se o fator volatilidade. A diferença desse trabalho está na inclusão da volatilidade da carteira bem como no cálculo dessa que foi obtida fazendo uso de modelos das classes GARCH univariadas e de *score*, especificamente o modelo GAS. O escopo de estudo foi o mercado brasileiro de capitais, entre o período de 2007 e 2017, com montagem de 6 carteiras pelos critérios *book-to-market* e tamanho das empresas. Optou-se por fazer de modelos três modelos empíricos: o CAPM Fama & French, o CAPM com a volatilidade de mercado e o CAPM com a volatilidade idiossincrática, e assim comparar sua capacidade e explicação. Além disso, foram incluídos momentos superiores como fatores sistêmicos de controle dos modelos, e também comparar a capacidade de explicação da volatilidade modelada pelo GARCH e pelo GAS separadamente. Os resultados empíricos mostraram que a inclusão da volatilidade aprimora a explicação do modelo CAPM Fama & French, fato evidenciado pelo sensível acréscimo do R^2 ajustado das regressões. Além disso, notou-se que a volatilidade, quando significativa, teve relação oposta com o retorno. Além disso, as volatilidades modeladas pelo GARCH tiveram desempenho superior em 5 das 6 carteiras propostas ao ser comparada quando modelada pelo GAS. Quando comparadas, notou-se que a volatilidade idiossincrática explicou mais os retornos do que com a adição da volatilidade de mercado, indicando que as informações da montagem de portfólios e suas oscilações de retornos individuais parecem ser mais importantes que o movimento do mercado como um todo, um resultado que se torna relevante tanto para *hedge* quanto para a busca de maximização de retornos pelos investidores.

Palavras-Chave: CAPM; GARCH; GAS; Montagem de portfólios.

ABSTRACT

DOES IDIOSYNCRATIC VOLATILITY IMPROVE THE EXPLANATION OF RETURNABLE PRICES? GARCH AND GAS MODELS APPLICATION

AUTHOR: Bruno Pereira Conte
ADVISOR: Paulo Sérgio Ceretta

CAPM (Capital Asset Pricing Model) is one of the most widespread models for the anticipated consumption of return on a risky investment. Developed by Sharpe (1964) and Lintner (1965), through Markowitz (1952), this model relates the expected return of an asset with its non-diversifiable risk. Despite being a simple and intuitive, it is based on several restrictive factors on the functioning of the market, and so it has been modified. In this sense, many papers have sought to include factors to the CAPM model. Nevertheless, the main objective of this work was to investigate if a new factor - idiosyncratic volatility - could be able to improve the explanation of the priceless returns. For this, the CAPM model of Fama & French was used, and based on works such as Ang *et al.* (2006) and Leite *et al.* (2016), the volatility factor was included. The difference of this work is the inclusion of portfolio volatility as well as the calculation of this one, that was obtained using univariate GARCH as well as the score classes models, specifically the GAS model. The study scope was the Brazilian capital market, between the period of 2007 and 2017, with a set of 6 portfolios according to the book-to-market criteria and size of the companies. It was defined to make use of three empirical models: CAPM Fama & French, CAPM with market volatility and CAPM with idiosyncratic volatility, and thus to compare their capacity and explanation. In addition, superior moments were included as systemic control factors of the models, as well as the ability to explain the volatility modeled by GARCH and GAS separately. The empirical results showed that the inclusion of volatility improves the explanation of the CAPM model Fama & French, fact evidenced by the sensible increase of adjusted R^2 of the regressions. Notwithstanding, it was noted that volatility, when significant, had an opposite relationship with return., the volatilities modeled by the GARCH had superior performance in 5 of the 6 proposed portfolios when compared when modeled by GAS. When compared, it was noted that idiosyncratic volatility explained more the returns than with the addition of market volatility, indicating that the information on the montage of portfolios and their oscillations of individual returns seem to be more important than the movement of the market as itself, a result that becomes relevant both for hedging and for the search for maximization of returns by investors.

Keywords: CAPM; GARCH; GAS; Portfolio assembly.

LISTA DE SIGLAS E ABREVIATURAS

ABS-GARCH	<i>Absolute GARCH</i>
APARCH	<i>Asymmetric Power ARCH</i>
ARCH	<i>Autoregressive Conditional Heteroscedastic</i>
AS	<i>Asymmetric Slope</i>
AVARCH	<i>Absolute Value GARCH</i>
B	<i>Big</i>
B3	Brasil, Bolsa, Balcão
BM	<i>Book-to-Market</i>
BRICS	Brasil, Rússia, Índia, China, África do Sul
C-GARCH	<i>Component GARCH</i>
CRSP	<i>Center for Research in Security Prices</i>
DF	<i>Dickey-Fuller</i>
E-GARCH	<i>Exponential Generalized Autoregressive Heteroscedastic</i>
ETFs	<i>Exchange Traded Funds</i>
FF	Fama & French
GARCH	<i>Generalized Autoregressive Heteroscedastic</i>
GAS	<i>Generalized Autoregressive Score</i>
GED	<i>Generalized error distribution</i>
GJR-GARCH	<i>Glosten–Jagannathan–Runkle</i> <i>Generalized</i> <i>Autoregressive</i> <i>Heteroscedastic</i>
H	<i>High</i>
HML	<i>High minus Low</i>
IBOVESPA	Índice Bovespa
IBGE	Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística
IGARCH	<i>Integrated GARCH</i>
IPCA	Índice de Preços ao Consumidor Amplo
L	<i>Low</i>
M	<i>Median</i>
N	<i>Normal distribution</i>
N-GARCH	<i>Nonlinear GARCH</i>
NYSE	<i>New York Stock Exchange</i>
PR1YR	Prêmio para 1 ano

RESET	Teste de Erro de Especificação da Regressão Linear
S	<i>Small</i>
SGED	<i>Skew generalized error distribution</i>
SMB	<i>Small minus Big</i>
SN	<i>Skew normal distribution</i>
ST	<i>Skew Student-t distribution</i>
T	<i>Student-t distribution</i>
T-GARCH	<i>Threshold GARCH</i>
SXP1E	<i>Asia/Pacific 600</i>
SXW1E	<i>Global 1800</i>
VIX	<i>Volatility Index</i>

LISTA DE QUADROS

Quadro 1 - Síntese de trabalhos publicados sobre modelos de precificação de capital que serviram para referencial deste estudo.....	41
Quadro 2 - Síntese de trabalhos publicados sobre definição de volatilidade GARCH e GAS que serviram para referencial deste estudo.....	45

LISTA DE TABELAS

Tabela 1- Carteiras formadas conforme características ME e BM dos ativos.....	47
Tabela 2- Número de ações para cada carteira	48
Tabela 3 - Estatísticas Descritivas dos retornos das carteiras e dos fatores do modelo CAPM FF, entre os períodos de 2007 e 2017	58
Tabela 4- Teste de Estacionariedade, definição das lags (p), função de auto correlação (FAC) dos resíduos do modelo AR(p) e teste Box & Jenkins dos retornos das carteiras e do mercado, para o período entre 2007 e 2017	58
Tabela 5- Critério AIC para seleção dos modelos de volatilidade GAS e GARCH com distribuições estatísticas, para as séries de retornos do mercado e carteiras, entre 2007 e 2017	59
Tabela 6 - Modelo Fama & French tradicional para as carteiras, entre 2007 e 2017	62
Tabela 7- Modelo de precificação incorporando a volatilidade de mercado calculada pelo GARCH e GAS, entre 2007 e 2017.....	63
Tabela 8 - Modelo de precificação incorporando a volatilidade idiossincrática calculada pelo GARCH e GAS, entre 2007 e 2017.....	64
Tabela 9- Modelo de precificação incorporando a volatilidade idiossincrática controlada pelos fatores de momentos superiores, entre 2007 e 2017.....	66

LISTA DE FIGURAS

Figura 1- Exposição das etapas que compõem o delineamento da pesquisa.....	53
Figura 2 - Propostas de inclusão de volatilidade aos modelos empíricos	55
Figura 3- Retornos mensais das seis carteiras propostas por FF - S/L, S/M, S/H, B/L, B/M, B/H - entre os anos de 2007 e 2017	57
Figura 4 - Gráficos das volatilidades estimadas pelo GAS e GARCH, para o mercado e as carteiras, entre 2007 e 2017	61

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO	17
1.2 Objetivo Geral	19
1.3 Objetivos Específicos.....	19
1.4 Justificativa	20
1.5 Estrutura do trabalho	21
2 REFERENCIAL TEÓRICO	22
2.1 A Moderna Teoria de <i>Portfólios</i>	22
2.2 Os modelos de precificação de ativos de capital	24
2.3 Os modelos heteroscedásticos de volatilidade.....	27
2.2.1 Modelos ARCH.....	27
2.2.2 Modelo GARCH.....	29
2.2.3 Modelo <i>Exponential</i> GARCH	30
2.2.4 Modelo <i>Glosten–Jagannathan–Runkle</i> GARCH	30
2.2.5 Modelo Auto Regressivo de Score (GAS)	31
2.4 Distribuição estatística	33
2.4.1 <i>Normal distribution</i> (N).....	33
2.4.2 <i>Skew Normal Distribution</i> (SN)	34
2.4.3 <i>Student-t Distribution</i> (t)	34
2.4.4 <i>Skew Student-t Distribution</i> (st).....	35
2.4.5 <i>Generalized Error Distribution</i> (Ged).....	36
2.4.6 <i>Skew Generalized Error Distribution</i> (Sged).....	36
3 REVISÃO DE LITERATURA.....	38
3.1 Estudos Anteriores relacionados aos modelos de precificação de ativos.....	38
3.2 Estudos anteriores relacionados a Volatilidade.....	43
4 ASPECTOS METODOLÓGICOS	47
4.1 Dados e informações gerais.....	47

4.2 Testes Econométricos de seleção	49
4.2.1 Teste de raiz unitária – Teste Dickey Fuller Aumentado	49
4.2.2 Modelo auto regressivo AR(p)	50
4.2.3 Teste <i>Ljung-Box</i>	50
4.2.4 Critério de Informação de <i>Akaike</i> (AIC)	51
4.2.5 Teste de Erro de Especificação da Regressão Linear (RESET)	51
4.3 Instrumentos de análise	52
4.3.1 Delineamento da pesquisa	52
4.3.2 Modelagem Empírica	54
5 ANÁLISE E DISCUSSÃO DOS RESULTADOS	56
5.1 Análise Descritiva	56
5.2 Estimação da Volatilidade	59
5.3 Análises das Regressões	62
6 CONSIDERAÇÕES FINAIS	69
REFERÊNCIAS	71
APÊNDICE A – ROTINA DESENVOLVIDA PARA O SOFTWARE LIVRE R	78
APÊNDICE B – ROTINA DESENVOLVIDA PARA A COLETA DOS DADOS	83

1 INTRODUÇÃO

O CAPM (*Capital Asset Pricing Model*) é um dos modelos mais difundidos para o cálculo esperado do retorno de um investimento em condições de risco. Desenvolvido por Sharpe (1964) e Lintner (1965), por meio das conclusões do trabalho de Markowitz (1952), esse modelo relaciona o retorno esperado de um ativo, com o seu risco não diversificável. Segundo Rogers & Securato (2009), o modelo postula que a medida de risco relevante é a sensibilidade do retorno do ativo em questão, em relação ao retorno da carteira de mercado, conhecido como coeficiente beta. As previsões do CAPM têm aplicações imediatas na avaliação do preço de ativos, como também são utilizadas para calcular o custo de capital das empresas.

Apesar de ser um modelo simples e intuitivo, o mesmo está fundamentado em fatores muito restritivos sobre o funcionamento do mercado, e por isso foi modificado. Um dos modelos mais difundidos de previsão de retornos é o modelo de três fatores de Fama & French (1992), o qual introduz a ideia de que a carteira de mercado não engloba todos os riscos sistemáticos e, assim, o CAPM não poderia ser considerado um modelo adequado de equilíbrio de mercado.

Segundo Rayes *et al.*, (2011) o modelo de três fatores de Fama e French (FF) representa a maior mudança estrutural na literatura de *asset pricing*, pois além do fator de risco de mercado, os fatores indicados por FF têm significância, fato que é suportado em diversos trabalhos na literatura internacional.

Apesar de o modelo de três fatores de FF ter alcançado resultados superiores ao CAPM tradicional, diversos autores como Carhart (1997), Liu (2006), Ang *et al.*, (2006), Yamani & Swanson (2014) e He & Casey (2018) propuseram modificações no modelo, incluindo variáveis como fator momento, liquidez, volatilidade, risco global e fatores comportamentais, também conseguindo resultados empíricos superiores.

Para o mercado brasileiro, diversos estudos foram realizados a fim de testar os modelos CAPM multifatores. Málaga & Securato (2004) corroboram a superioridade e a significância dos três fatores de FF para previsão de retornos. Rogers & Securato (2009) comparam o modelo de três fatores com o modelo *Reward Beta* e também encontram evidências de que o modelo de três fatores é empiricamente superior. O trabalho de Rayes *et al.*, (2011), fazendo uso de “ponderações variáveis” nas carteiras, “encontrou” evidências de que o modelo de FF não pode ser aplicado no mercado brasileiro. Argolo *et al.*, (2012) testam o modelo de três fatores com

maior amplitude de dados, e chegam à conclusão de que os prêmios propostos por FF são superavaliados, o que torna esse modelo problemático para a realidade brasileira.

A indefinição empírica sobre aplicabilidade do modelo CAPM FF para a realidade brasileira fez com que alguns autores propusessem a inclusão variáveis a tal modelo. Segundo Leite *et al.* (2016), para um modelo de fatores, com fatores que reflitam a rentabilidade de portfólios negociáveis, a constante da equação que descreve o modelo serve como um indicador de quão bem especificado está o modelo, à medida que seja diferente de zero e estatisticamente significativo, baseado nos achados de Jensen (1968). Nesse contexto, outros trabalhos buscaram aprimorar o modelo de três fatores, como é o caso de Blank *et al.*, (2014), Zoratto & Sanvicente (2015) e Bortoluzzo *et al.*, (2016), incluindo respectivamente betas variantes no tempo, prêmio por risco país e o fator momento de Carhart (1997), encontrando evidências empíricas de melhora significativa na explicação dos retornos.

Assim como os trabalhos supracitados, o presente estudo irá se propor a aprimorar o modelo de três fatores de FF para o mercado brasileiro, com a inclusão da volatilidade defasada, assim como realizado no trabalho de Ang *et al.*, (2006) e por Leite *et al.*, (2016). Diferente de Ang *et al.*, (2006) e Leite *et al.* (2016), que consideraram a para fins de cálculo apenas a volatilidade de mercado modelada pela variância dos resíduos, o presente estudo fará uso, além da volatilidade de mercado, a volatilidade defasada da carteira, ou seja, a volatilidade idiossincrática, calculada por meio dos modelos da família GARCH (*general autoregressive conditional heteroskedasticity*), bem como os modelos GAS (*generalized autoregressive score*).

A escolha desses modelos é justificada por Fu (2009). Esse autor infere que a volatilidade deve ser considerada como variante ao tempo, e modelos mais robustos (como os propostos) têm maior ajuste a séries financeiras, e assim podem gerar maior performance ao explicar os retornos precificáveis.

O estudo da volatilidade em séries financeiras se tornou popular a partir dos estudos pioneiros de Engle (1982) e Bollerslev (1986), que estimaram os modelos ARCH (*Autorregressive Conditional heteroskedasticity*) e GARCH. A razão pela qual estes modelos passaram a ser amplamente utilizados foi, segundo Reher & Wilfling (2011), a compatibilidade que os modelos GARCH têm com as séries de retornos financeiros, a existência de métodos estatísticos eficientes para estimar os parâmetros do modelo.

A fim de se buscar modelos específicos para cada tipo de volatilidade como o efeito alavancagem (*leverage*) e fatos estilizados, diversas especificações de modelos GARCH foram

desenvolvidas. Os modelos EGARCH de e o GJR-GARCH de Glosten *et al.* (1993) consideram assimetrias e choques de volatilidade.

Para os modelos GARCH univariados, a variância condicional não é constante e depende de outras informações ao longo do tempo, pode-se enxergá-la como um parâmetro que varia no tempo. Além disso, um dos aspectos particulares de séries de retornos é que estas, em geral, apresentam distribuições com caudas mais pesadas do que as de distribuição normal. Normalmente, analisam-se séries de retornos através dos modelos de volatilidade ARMA-GARCH, com diversas distribuições. No entanto, apesar de as diversas distribuições possíveis conseguirem se ajustar adequadamente a caudas pesadas, seu comportamento não pode ser suficientemente leptocúrtico, e o ajuste pode não ser satisfatório em alguns casos. Nesse caso, os modelos GAS (*Generalized Autoregressive Score*) se ajustam melhor ao comportamento dos retornos, pois a função de *score*, segundo Creal *et al.* (2011) é uma opção eficaz para introduzir um mecanismo de direção para parâmetros variáveis no tempo, fato que os modelos GARCH não possuem (TAKATA, 2017).

Dessa forma, o problema de pesquisa que delinea o presente trabalho se resume a seguinte pergunta: **“A inclusão da volatilidade idiossincrática aprimora a explicação dos retornos precificáveis do modelo CAPM FF?”** Para conseguir responder tal pergunta, têm-se os objetivos gerais e específicos.

1.2 Objetivo Geral

Incluir a volatilidade idiossincrática - modelada por meio de modelos da família GARCH e GAS - ao modelo CAPM FF para o mercado brasileiro de ações, entre o período de 2007 e 2017, com o fim de melhorar a explicação dos retornos precificáveis.

1.3 Objetivos Específicos

- Estabelecer os critérios estatísticos para as séries temporais a serem estudadas;
- Montar os fatores e as carteiras do modelo FF;
- Definir os melhores modelos de volatilidade para as séries a serem estudadas, por meio de critérios de informação estatísticos;
- Avaliar e comparar os diferentes modelos CAPM multifatores estimados;

1.4 Justificativa

Os modelos de precificação de ativos são, sem dúvida, um dos assuntos mais discutidos e pesquisados e a sua importância é facilmente observada em vários ramos das finanças. A previsão de retornos, as questões relativas às formas de mensuração do risco, à maneira como é recompensado e à sua própria extensão são fundamentais em decisões de investimento, do momento da alocação de ativos até sua posterior avaliação. Além disso, o tema é essencial para as empresas, administradores e investidores, sejam eles individuais ou pessoas jurídicas (MUSSA et al., 2012).

A determinação do custo de capital uma condição fundamental para o funcionamento do mercado de capitais. Sua determinação é essencial para que as empresas e investidores possam tomar as decisões de investimentos e de financiamento, e ainda para que se possa avaliar o desempenho econômico das empresas (ZORATTO & SANVICENTE, 2015). Entretanto, o que diz respeito da importância do tema e dos muitos estudos já realizados, não existe consenso entre os autores em relação à metodologia apropriada para a determinação do custo de capital em mercados emergentes (ESTRADA, 2007).

O questionamento acerca da validade do modelo CAPM de Sharpe/Lintner é recorrente. Várias são as alternativas ao modelo como por exemplo o APT de Ross (1976) e o Modelo de três fatores de FF. Entretanto, não existe uma teoria consolidada que justifique tais modelos de modo pleno. No presente trabalho, pretende-se contribuir com a literatura acadêmica sobre precificação de ativos, adicionando um fator de risco temporal ao modelo de FF que considerou, além do prêmio pelo risco sistemático, questões contábeis das empresas.

A modelagem do risco por meio da metodologia GARCH e GAS não deixa de ser um avanço teórico na literatura, visto que a maior parte dos trabalhos que adicionaram a volatilidade ao modelo FF, tais como Ang *et al.* (2006), Bundoo (2008), Ang *et al.* (2009), Fu, (2009), Baker, Bradley, & Wurgler, (2011), Bali, Cakici, & Whitelaw, (2011), Boguth & Kuehn, (2013), Yao & Mei, (2015), Demir, Fung, & Lu, (2016) e Vendrame *et al.* (2018), assim como o trabalho com enfoque no mercado brasileiro de Leite *et al.* (2016), fizeram uso de diferentes modelos de volatilidade do que os propostos no presente trabalho.

Após o período de hiperinflação e a implantação do Plano Real, abriu-se um extenso campo de estudo e discussões sobre a validade de *proxies* de variáveis do mercado brasileiro para estimação dos modelos de precificação de ativos, já que passou a ocorrer uma maior estabilidade em seus preços (FELLET, 2016). Nesse sentido, o presente trabalho avança ao

buscar entender de forma mais completa a explicação dos retornos precificáveis no que tange à realidade brasileira.

No que diz respeito ao mercado de escopo do estudo bem como o período, cabe ressaltar que a análise será entre os anos de 2007 e 2017, o Brasil passou por duas crises, sendo que em 2008 foi a crise mundial do *subprime*, e em 2016 uma crise institucional e política com *impeachment* e os inevitáveis impactos sobre o mercado financeiro brasileiro.

1.5 Estrutura do trabalho

Além da presente introdução, o presente trabalho fará uso de um referencial teórico na seção 2, que expõe o conceitos gerais, as características, as equações e as distribuições estatísticas dos modelos a serem utilizados; a seção 3 se destina à revisão de literatura, em que serão expostos estudos anteriores ao tema central da pesquisa; a seção 4 tratará sobre os aspectos metodológicos do trabalho, apresentando as informações gerais e os testes estatísticos a serem empregados; a seção 5 tem o objetivo de expor os resultados e a discussão desses com a literatura; e, por fim a sexta seção é destinada às considerações finais.

2 REFERENCIAL TEÓRICO

Essa seção se subdivide em duas partes: i) Moderna Teoria de *Portfólios*, que se refere acerca da evolução teórico-financeira relacionada à construção de carteiras; ii) Os Modelos de Precificação de Capital, que mostrará um breve histórico dos modelos CAPM; iii) Os modelos heteroscedásticos de volatilidade, que aborda questões de estimação dos modelos a serem utilizados; e iv) Distribuições Estatísticas, onde será exposta as distribuições dos modelos a serem estimados.

2.1 A Moderna Teoria de *Portfólios*

Segundo Righi (2013), a moderna teoria de finanças se originou dentro da academia, especialmente nos departamentos de economia a partir da década de 50. Diferentemente das finanças ditas antigas, que eram oriundas de práticas de mercado, sem um rigoroso tratamento científico. Até a década anterior, economistas faziam uso do componente ‘irracionalidade’ para buscar suas pressuposições e teorias.

No entanto, o trabalho seminal de Markowitz (1952) desenvolveu um modelo matemático, que otimizava a relação de utilidade de investimento. Nesse sentido, a relação se baseava em construir um *portfólio*, com base em otimização quadrática, para maximizar a utilidade de um investimento. Além disso, o trabalho de Markowitz (1952) argumenta que todo investimento apresenta um retorno esperado e uma variância dos resultados possíveis para este retorno esperado.

Righi (2013) cita que, embora não tenha explicitado, o trabalho de Markowitz deixa implícito que existiriam dois riscos: o sistemático, oriundo de choques macroeconômicos que afetam o mercado como um todo, e o não sistemático, inerente a cada ação e passível de ser reduzida via diversificação dos investimentos. Para Righi (2013):

Markowitz contrariava tanto a ideia de investir todo o capital em um único ativo (colocar todos os ovos na mesma cesta), quanto à diversificação ingênua, que pregava que basta investir em diversos ativos (colocar ovos em várias cestas). Após o seu trabalho, era preciso considerar o relacionamento de dependência, mensurado pela covariância/correlação, para escolher onde investir. Em última análise, era mais importante analisar a contribuição de um ativo para o *portfólio* como um todo do que sua relação de retorno pura e simplesmente (RIGHI, 2013, p.29)

De acordo com Fama (1965), uma política de investimentos racional em um mercado no qual os preços das ações seguem um passeio aleatório¹ deve estar ligada à análise de carteiras, que por sua vez envolve três problemas distintos: a classificação do risco dos ativos; a decisão acerca do tipo de *trade-off* entre risco e retorno; como deve ser feita a combinação de riscos/retornos dos ativos da carteira. Nesse sentido, tem-se a ideia de que o mercado é eficiente, o que faz parte dos postulados clássicos.

Apesar de o modelo de Markowitz ser clássico, ele tem algumas falhas, estas concentradas fundamentalmente nas imperfeições do mercado financeiro como um todo além das inadequações dos dados empíricos nos mercados de capitais. As imperfeições (ou anomalias) do mercado, segundo Haugen (2000) dizem respeito a contradições, como por exemplo quanto à racionalidade limitada do investidor (SIMON 1955).

A respeito da falta de adequação dos postulados clássicos sobre os dados de retornos financeiros, a literatura empírica de finanças revelou que existem certas características que predominam na maioria dos mercados. Os fatos estilizados são destacados por Solnik (2001), Bae *et al.* (2003) e sintetizados por Righi (2013):

- i. A dependência serial, isto é, os retornos dependem de informações passadas (o que contraria algumas suposições acerca de independência);
- ii. A existência de agrupamentos na volatilidade, ou seja, existem períodos em que a volatilidade é muito baixa e momentos onde ela é muito alta (contrariando a suposição de variabilidade constante);
- iii. A existência de assimetria na volatilidade, qual seja o comportamento mais volátil do mercado de ações em períodos de baixa do que alta;
- iv. Retornos possuem distribuições com caudas pesadas (leptocúrticas), isto é, existe mais probabilidade de ocorrência de retornos extremos do que o normalmente esperado;
- v. Os retornos tendem a ser negativamente assimétricos, ou seja, no mercado tendem a acontecer mais retornos abaixo do que acima da média;
- vi. A dependência dos ativos varia com o tempo.

Com base nessa identificação de limitações acerca das suposições feitas para a abordagem clássica de construção de *portfólios* que emergem modelos e técnicas que buscam definir, prever e especificar os retornos.

¹ Definidos por Fama (1965), tem os seguintes pressupostos: (i) de que os retornos são independentes; e (ii) os retornos se ajustam a uma distribuição de probabilidade

2.2 Os modelos de precificação de ativos de capital

O trabalho seminal sobre precificação de ativos atualmente difundido na literatura é o CAPM desenvolvido por Sharpe, (1964) e Lintner, (1965). O CAPM estabelece que existe uma relação linear entre o retorno esperado e o risco sistemático, e por isso, segundo He & Casey (2018) os investidores mantêm carteiras diversificadas de tal forma que o único fator que determina os retornos esperados é a covariação da empresa com o mercado global.

No CAPM os investidores têm expectativas homogêneas e possibilidade de usar a mesma taxa de juros de empréstimo. Assim, a carteira de ativos com risco de um investidor será idêntica à carteira de ativos com risco de qualquer outro investidor. Desse modo, se todos os investidores possuem a mesma carteira com risco, então, em equilíbrio, essas carteiras devem ser iguais à carteira de mercado (ALMEIDA, 2010).

Apesar da relevância do trabalho de Markowitz, (1952) pode-se considerar o CAPM, proposto por Sharpe-Lintner, como o arcabouço teórico inicial para este trabalho. Nele, os ativos tendem a se alinhar no longo prazo em uma reta proveniente da equação (1):

$$E[R_i] - R_f = \beta_i(E(R_m) - R_f), \quad (1)$$

onde $E[R_i]$ é o retorno que o investidor espera receber pelo ativo i , R_f é o retorno livre de risco; β_i o indicador de co-movimento do ativo i com o mercado m ; e $E(R_m)$ o retorno médio do mercado.

Apesar de a teoria do CAPM ser bem difundida, o modelo foi criticado por inúmeros pesquisadores, incluindo Fama & French, (1995), justamente pelo fato de o modelo ser considerado como sendo de apenas um fator. Autores como Banz, (1981) e Reinganum, (1983) já haviam encontrado que o fator tamanho impactava os valores futuros de retorno.

Fama & French (FF), propuseram em seu artigo em 1997 que há uma incerteza substancial com relação à magnitude dos prêmios de risco especificados pelo CAPM que "implica estimativas imprecisas do custo de capital próprio". O modelo de três fatores do FF aborda essas deficiências. Os autores partiram da premissa de que muito do que ocorre em relação aos preços dos ativos negociados no mercado tem origem não apenas com o comportamento de mercado, que já é medido pelo CAPM, mas também com duas outras variáveis: o tamanho e o *book-to-market* das empresas.

A extensão do modelo CAPM proposta por FF identifica três fatores que impactam os retornos, sendo o primeiro o mercado, como o modelo tradicional já previa, o outro é o SMB (*small minus big*), que considera o prêmio pelo tamanho da firma, consistente com os achados de Banz (1982). Dessa forma, o fator SMB é a média do retorno das três carteiras de ações de empresas pequenas menos a média do retorno das três carteiras de ações de empresas grandes, conforme a equação (2)

$$SMB_t = \frac{(S/L)_t + (S/M)_t + (S/B)_t}{3} - \frac{(L/L)_t + (B/M)_t + (B/B)_t}{3} \quad (2)$$

E, por fim, o HML (*high minus low*), que consiste na diferença entre as firmas com alto e baixo *book-to-market*. Segundo He & Casey (2018), o HML representa uma *proxy* para possíveis restrições financeiras das firmas e é representado pela equação (3)

$$HML_t = \frac{(S/H)_t + (B/H)_t}{2} - \frac{(S/L)_t + (B/L)_t}{2} \quad (3)$$

Fama & French, (1996) dividiram as empresas em 5 grupos nas duas variáveis (tamanho e *book-to-market*). Assim, a regressão que usa os fatores relacionados a ações para capturar o retorno do mercado segue a equação (4):

$$R_i - R_f = \alpha + \beta_1(E(R_m) - R_f) + \beta_2(SMB) + \beta_3(HML), \quad (4)$$

onde R_i e R_f seguem a mesma definição do CAPM; SMB é o fator que identifica o tamanho e HML o fator de *book-to-market*. Segundo Lucena & Pinto, (2009) o modelo FF leva à conclusão de que existe um sério viés de mercado, e que este reforça a tese de que são possíveis estratégias de retornos excessivos através do estudo da assimetria dos retornos das diversas empresas, e assim, explicar de certa forma a ineficiência de alguns mercados.

Diante do sucesso empírico do modelo de três fatores, Carhart, (1997) propôs um modelo de quatro fatores, em que nesse, adiciona-se o que o autor chama de “fator momento mensal”. A formação dessa variável se dá pela diferença entre o retorno das ações mais rentáveis e o retorno das ações menos rentáveis. O fator momento representa a média ponderada do retorno das 30% melhores ações nos últimos 11 meses, defasada em um período, menos a média ponderada de retorno das 30% piores ações nos últimos 11 meses, também defasada em

um período. Carhart (1997) denomina o fator momento de PR1YR, sendo que o modelo pode ser representado pela equação (5)

$$R_i - R_f = \alpha + \beta_1(E(R_m) - R_f) + \beta_2(SMB) + \beta_3(HML) + \beta_4(PR1YR)_{t-1} \quad (5)$$

onde R_i , R_f , SMB e HML seguem a mesma definição proposta no modelo FF; e PR1YR é o fator momento no período defasado.

Cabe ressaltar também o modelo de Liu (2006), que propôs um novo modelo o qual considera a liquidez um importante fator de risco a ser incorporado ao modelo CAPM original – o que ficou conhecido como modelo 2- fatores.

Fang e Lai (1997), baseados nos modelos propostos por Kraus; Litzenberger (1976) adicionam a curtose sistemática, tentando demonstrar que o excesso de retorno está condicionado à co-curtose. Esse modelo segue a equação (6)

$$E[R_i] = \frac{Cov(r_i; r_m)}{E[(r_m - E(r_m))^2]} E[r_m] + \frac{Cov(r_i; r_m)}{E[(r_m - E(r_m))^3]} E[r_m^2] + \frac{Cov(r_i; r_m)}{E[(r_m - E(r_m))^4]} E[r_m^3]. \quad (6)$$

A equação consistente com o CAPM segue o exposto em (7)

$$R_i - R_f = \alpha + \beta_1 (E(R_m) - R_f) + \beta_2 (E(R_m) - R_f)^2 + \beta_3 (E(R_m) - R_f)^3 \quad (7)$$

Nesse caso, $R_i - R_f$ representa o excesso de retorno do período; $E(R_m) - R_f$ é o excesso do retorno do mercado m , no período t ; α é uma constante; β_1 é o coeficiente da variância sistemática; β_2 é o coeficiente da assimetria sistemática; e β_3 é o coeficiente da curtose sistemática.

No entanto, ressalta-se aqui o trabalho de Ang *et al.*, (2006) que propuseram a incorporação de um quarto fator ao CAPM de FF, entretanto Ang *et al.*, (2006) incluíram a volatilidade defasada como sendo um fator de risco adicional ao modelo e observaram que consegue captar mais informações de explicação para o retorno. Após esse estudo, Bundoo (2008), Ang et al. (2009), Fu, (2009), Baker, Bradley, & Wurgler, (2011), Bali, Cakici, & Whitelaw, (2011), Boguth & Kuehn, (2013), Yao & Mei, (2015), Demir, Fung, & Lu, (2016), Leite *et al.* (2016) e Vendrame et al. (2018) incorporaram a volatilidade ao modelo CAPM de três estágios, e conseguiram verificar que há melhora na performance desse para explicar o

retorno, isso por que, segundo esses estudos, a incorporação da volatilidade fornece um novo beta ao modelo que varia em relação ao tempo, diferente dos demais betas do modelo original.

De maneira simplificada, o modelo proposto por Ang *et al.*, (2006) é descrito pela equação (8):

$$R_i - R_f = \alpha + \beta_1(E(R_m) - R_f) + \beta_2(SMB) + \beta_3(HML) + \beta_4(Vol_{t-1}), \quad (8)$$

onde R_i , R_f , SMB e HML seguem a mesma definição proposta no modelo FF; e Vol_{t-1} é a volatilidade defasada do mercado, que para os fins de estudo do autor, foi considerado o VIX (*volatility index*)². Segundo Ang *et al.*, (2006), modelos de risco multifator preveem que a volatilidade agregada deve ser um fator de risco transversal, e assim a volatilidade agregada se torna um novo fator de risco transversal temporal.

A seção 3 destinada à revisão de literatura irá expor estudos anteriores acerca dos modelos de precificação de ativos citados nesse trabalho.

2.3 Os modelos heteroscedásticos de volatilidade

O modelo *Autoregressive Conditional Heteroscedasticity* (ARCH), introduzido por Engle (1982), foi o primeiro a fornecer um caminho para modelar a heterocedasticidade condicional na volatilidade, dando início a uma nova classe de modelos que considera a variância condicional um processo estocástico condicionado aos erros de previsão observados no passado.

O modelo ARCH é considerado o mais simples dos de estimação de volatilidade, e por isso esse trabalho fará uso de modelos mais robustos, como os GARCH (p,q), os modelos GARCH que captam assimetrias, como o EGARCH e o GJR-GARCH.

2.2.1 Modelos ARCH

Embora o modelo ARCH seja simples e intuitivo, ele apresenta um inconveniente: a volatilidade da série temporal possui uma grande persistência, o que requer a estimação de um grande número de parâmetros para descrever corretamente o seu processo, tornando a aplicação

² O índice VIX fornece a volatilidade esperada do mercado norte-americano.

do modelo ARCH desaconselhável para estimar a volatilidade de ativos financeiros (AMARO, 2016).

Durante as últimas décadas, inúmeros modelos, variantes da família ARCH, têm sido desenvolvidos, estimados e validados, tanto de uma perspectiva teórica quanto de uma perspectiva empírica, com o intuito de mensurar o comportamento da volatilidade das séries temporais de forma mais precisa e confiável.

Nos modelos ARCH temos que:

- a) A média do retorno de um ativo é serialmente não correlacionada, porém dependente;
- b) A dependência do retorno do ativo pode ser descrita por uma função quadrática da defasagem dos seus valores, dependendo da defasagem de seus valores presente e passados.

Para melhor compreender os modelos ARCH e as suas propriedades, considere-se o modelo ARCH (1), em que a variância condicionada σ_t^2 depende apenas do momento imediatamente anterior:

$$X_t = \sigma_t \varepsilon_t \quad \sigma_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 X_{t-1}^2 \quad \alpha_0 > 0 \text{ e } \alpha_1 \geq 0 \quad (9)$$

Seguindo os critérios do modelo, Tsay (2006) mostra que a média não condicionada de X_t é zero, e a variância é dada como segue em (9)

$$Var(X_t) = \alpha_0 + \alpha_1 \frac{\alpha_0}{1-\alpha_1} \quad (9)$$

Porque X_t é um processo estacionário com $(E(X_t) = 0, Var(X_t) = Var(X_{t-1}) = E(X_{t-1}^2) \text{ e } E(\varepsilon_t) = 1.$

Segundo Furriel (2011), os modelos ARCH apresentam as seguintes limitações:

- a) O modelo supõe que choques positivos ou negativos produzem o mesmo efeito na volatilidade, isto porque o modelo depende do quadrado dos choques anteriores, mesmo sabendo-se que o preço de determinado produto financeiro responde de forma distinta a choques positivos ou negativos
- b) O modelo ARCH é bastante restritivo, pois geralmente a sua definição exige que os seus parâmetros satisfaçam um grande número de restrições;

- c) O modelo não fornece nenhuma forma de compreensão/detecção da fonte das variações de uma série temporal financeira. Apenas fornece uma forma mecânica de descrever a variância condicionada não esclarecendo quais as causas de tais variações;
- d) O modelo ARCH tende a desenvolver previsões exageradas da volatilidade, porque responde lentamente a grandes alterações isoladas.

Sendo assim, o presente estudo não fará uso dos modelos ARCH e partirá para o uso dos modelos GARCH.

2..2.2 Modelo GARCH

Bollerslev (1986) definiu o modelo GARCH (p, q), que considera a atual volatilidade condicional em função de p variâncias condicionais anteriores q erros do quadrado anterior. Este modelo pode ser expresso como (10).

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \sum_{i=1}^p \alpha_i \varepsilon_{t-i}^2 + \sum_{j=1}^q \beta_j \sigma_{t-j}^2; t \in \mathbb{Z}, \quad (10)$$

onde $\alpha_0 > 0$, $\alpha_1, \beta_1 \geq 0$, and $\alpha_1 + \beta_1 < 1$, e de acordo com Iqbal (2016), garante uma variância condicional positiva e estacionariedade do processo. Esse modelo é simétrico, ou seja, tanto os choques negativos quanto os positivos têm impacto similar na volatilidade condicional.

A estrutura do processo GARCH (p, q) representa uma ferramenta flexível e poderosa, pois permite que a magnitude de ε_t seja função de seus valores passados, fazendo com que períodos de grande volatilidade sejam seguidos por períodos em que as flutuações apresentam uma amplitude menor, isto é, os grandes valores absolutos, mesmo não sendo uniformemente distribuídos em todo o período, tendem a se agrupar.

Desse modo, o processo permite modelar o fenômeno denominado de *volatility clustering*, assim como capturar os principais fatos estilizados que caracterizam as séries financeiras, como, por exemplo, excesso de curtose e assimetria incondicional dos retornos (BERNARDI & CATANIA, 2015).

O processo GARCH (p, q) é eficiente para modelar a persistência da volatilidade, mas ele apresenta um ponto fraco: a sua estrutura assume que choques positivos e negativos possuem o mesmo impacto na volatilidade atual do ativo financeiro, desconsiderando que as inovações

podem apresentar impactos assimétricos na volatilidade, principalmente em séries de dados financeiros (WENNSTROM, 2014).

Essa constatação fez com que fossem desenvolvidos modelos alternativos para mensurar a assimetria dos choques, como, por exemplo, os modelos EGARCH, GJR-GARCH, que serão discutidos na sequência desse trabalho.

2.2.3 Modelo *Exponential* GARCH

Com o intuito de ser capaz de modelar o comportamento assimétrico que as inovações causam na volatilidade dos ativos financeiros e de superar outros pontos fracos do modelo GARCH, Nelson (1991) propôs a primeira extensão do modelo de Bollerslev (1986), denominada de modelo *Exponential* GARCH (EGARCH). O modelo EGARCH pode ser expresso como (11).

$$\log(\sigma_t^2) = \alpha_0 + \sum_{i=1}^p \alpha_i \frac{\varepsilon_{t-1}}{\sigma_{t-1}} + \alpha_2 \left(\left| \frac{\varepsilon_{t-1}}{\sigma_{t-1}} \right| - E \left| \frac{\varepsilon_{t-1}}{\sigma_{t-1}} \right| \right) + \sum_{j=1}^q \beta_j \log(\sigma_{t-j}^2). \quad (11)$$

Em caso de $\alpha_2 < 0$, segundo Wennström (2014), corrobora o efeito de alavancagem. Além disso, se o parâmetro α_1 for estatisticamente significativo e diferente de zero, haverá um efeito assimétrico. Este efeito é caracterizado pela diferença de respostas a choques na série, isto é, um choque positivo não tem o mesmo efeito que um choque negativo da mesma magnitude.

Ainda segundo o mesmo autor, o termo β é o parâmetro que mede a persistência da volatilidade, e quanto maior o valor, mais intensa a volatilidade e sua persistência dura mais tempo.

2.2.4 Modelo *Glosten–Jagannathan–Runkle* GARCH

Um caminho alternativo para modelar o impacto de choques assimétricos foi proposto por Glosten *et al.* (1993) através do modelo denominado GJR-GARCH, que pode ser interpretado como um modelo *Threshold* (CHEN *et al.*, 2012). O GJR-GARCH pode ser descrito como segue em (12).

$$r_{f,t} = \beta_0 + \varepsilon_{i,t}$$

$$\begin{aligned}
\varepsilon_{i,t} | (\varepsilon_{i,t-1}, \varepsilon_{i,t-2}, \dots) &\sim N(0, \sigma_{i,t}^2), \\
\sigma_{i,t}^2 &= \alpha_0 + \sum_{i=1}^p [\alpha_1 \varepsilon_{i,t-1}^2 + \alpha_2 \varepsilon_{i,t-1}^2 I_{(\varepsilon_{i,t-1} > 0)}] + \sum_{j=1}^q \beta_j \sigma_{i,t-j}^2, \\
I_{(\cdot)} &= \begin{cases} 1, & \text{se } \varepsilon_{i,t-1} < 0 \\ 0, & \text{em outros casos} \end{cases}.
\end{aligned} \tag{12}$$

Onde $I_{(\cdot)}$ representa uma função, que apresenta um valor unitário se $\varepsilon_{i,t-1} < 0$, $\forall i = 1, 2, \dots, p$ e zero se $\varepsilon_{i,t-1} > 0$, $\forall i = 1, 2, \dots, p$. Iqbal (2016) infere que o retorno positivo contribui para a volatilidade somente através do fator $\alpha_1 + \alpha_2$ em caso de retorno negativo. Aqui, α_2 é chamado parâmetro assimétrico, um significativo $\alpha_2 > 0$ indica o efeito alavancagem e se o $\alpha_2 = 0$, o modelo GJR (1,1) se reduz a um simples modelo GARCH (1,1).

As propriedades estatísticas do modelo GJR-GARCH (p, q) são bem similares às do modelo EGARCH (p, q), uma vez que ambos os modelos são capazes de capturar os efeitos assimétricos dos choques positivos e negativos, o que faz com que se torne uma tarefa difícil distinguir um critério para escolher qual deles representa o melhor modelo (WENNSTROM, 2014).

2.2.5 Modelo Auto Regressivo de Score (GAS)

Considerando que $y_t \in \mathcal{R}^N$ e que seja um vetor aleatório com N-dimensões no tempo t com distribuição condicional:

$$y_t | y_{1:t-1} \sim p(y_t; \theta_t(\xi), \varepsilon_t \lambda), \tag{13}$$

onde $y_{1:t-1} \equiv (\hat{y}_t, \dots, \hat{y}_{t-1})$ tem em si contido os valores passados de y_t em $t - 1$ e $\theta_t \in \theta \subseteq \mathcal{R}^J$ é o vetor cujos parâmetros são variáveis no tempo. Segundo Creal *et al.* (2011), a maior vantagem do GAS é que a evolução no vetor de parâmetros θ_t variando no tempo é impulsionado pelo *score* da distribuição condicional definida em (9), juntamente com um componente auto regressivo:

$$\theta_{t+1} \equiv \kappa + A s_t + B \theta_t, \tag{14}$$

onde κ , A e B são matrizes de coeficientes com dimensões próprias e que são coletadas em ξ ($\theta_t \equiv \theta[y_{1:t-1}, \xi]$) e s_t é um vetor proporcional ao *score* de (15):

$$s_t = S_t(\theta_t) \nabla_t(y_t, \theta_t). \quad (15)$$

Em um modelo do tipo GAS, o mecanismo para evolução do parâmetro θ_t de y_t é dado pela equação auto regressiva exposta em (16)

$$\theta_t = \varpi + \sum_{i=1}^p A_i s_{t-i} + \sum_{j=1}^q B_j \theta_{t-j} \quad (16)$$

Em que ϖ, A_i e B_j são matrizes de coeficientes constantes para $i = 1, \dots, p$ e $j = 1, \dots, q$ com dimensões apropriadas, cujas componentes, mais as componentes de λ , constituem o conjunto de parâmetros estáticos do modelo ξ , e s_t é uma função de ponderação apropriada, que depende das observações passadas, de θ_t e dos parâmetros estáticos de ξ . A principal contribuição do modelo, segundo Takata (2017) é a escolha do mecanismo de evolução com base em s_t , aplicável em uma classe ampla de densidades e modelos não lineares.

A matriz S_t é uma matriz positiva exposta em $J\mathcal{X}J$ conhecida no tempo t e:

$$\nabla_t(y_t, \theta_t) \equiv \frac{\partial \log p(y_t, \theta_t)}{\partial \theta_t}, \quad (17)$$

é o *score* de (14) definida em θ_t . Creal et al. (2013) sugerem que a matriz S_t conta para a variação de ∇_t . Mais precisamente:

$$S_t \equiv \zeta_t(\theta_t)^{-\gamma}, \quad (18)$$

e

$$\zeta_t(\theta_t) \equiv E_{t-1}[\nabla_t(y_t, \theta_t) \nabla_t(y_t, \theta_t)'], \quad (19)$$

onde a expectativa é dada em relação à distribuição condicional de y_t dado y_{t-1} . O parâmetro adicional γ geralmente tem o valor definido entre $\{0, \frac{1}{2}, 1\}$. Quando $\gamma = 0$, $S_t = I$ e não há escalonamento. Se $\gamma = 1$ ($\gamma = \frac{1}{2}$), o *score* condicional $\nabla_t(y_t, \theta_t)$ é multiplicado pelo inverso da raiz quadrada da matriz de covariância $\zeta_t(\theta_t)$.

A utilização do *score* para a evolução do θ_t é intuitiva, pois representa a direção da subida mais acentuada para melhorar o ajuste local em termos de verossimilhança no instante t , dada a posição de θ_t .

A estrutura pode ser interpretada como a direção natural para a evolução do parâmetro ao longo do tempo. Além disso, o *score* depende da densidade completa, e não apenas de momentos de primeira e segunda ordens (CREAL *et al.*, 2013).

Assim, essa é a principal diferença da estrutura do modelo GAS para a maioria dos modelos guiados por observações presentes na literatura. Ao explorar toda a estrutura da densidade, o modelo GAS introduz novas transformações nos dados que podem ser usadas para a evolução de θ_t (TAKATA, 2017).

2.4 Distribuição estatística

Em estudos relativos a séries temporais é comum a utilização da distribuição de probabilidade Gaussiana, entretanto esta distribuição nem sempre é a mais adequada. Geralmente, as séries de dados financeiros apresentam uma distribuição com caudas mais pesadas do que a distribuição Gaussiana e são, normalmente, leptocúrticas (ARELLANO-VALLE & AZZALINI, 2013). Esta constatação demonstra a importância de se utilizar distribuições de probabilidade estatística diferentes da distribuição Gaussiana para modelar as séries financeiras (AMARO, 2016).

O presente trabalho fará uso das seguintes distribuições estatísticas: *Normal Distribution*, *Skew Normal Distribution*, *Student-t Distribution*, *Skew Student-t Distribution*, *Generalized Error Distribution*, *Skew Generalized Error Distribution*.

2.4.1 Normal distribution (N)

Uma distribuição de probabilidade estatística pode ser resumida a partir de suas características, conhecidas como momentos da distribuição. A distribuição condicional mais popular é a Gaussiana, conhecida como *Normal Distribution* (N), que pode ser descrita pelos seus dois primeiros momentos: pela sua média e pela sua variância (WALCK, 2007).

Formalmente, a função de densidade de probabilidade (*f.d.p.*) de uma variável aleatória x que segue uma distribuição normal pode ser expressa pela notação $x \sim N(\mu, \sigma^2)$ é definida conforme exposto em (20)

$$f(x|\mu, \sigma) = \frac{e^{-0,5\frac{(x-\mu)^2}{\sigma^2}}}{\sigma\sqrt{2\pi}}, x \in (-\infty, \infty), \mu \in (-\infty, \infty), \sigma > 0 \quad (20)$$

em que μ representa a média, σ^2 é a variância e $x \in \mathbb{R}$. A distribuição normal é representada por $N(\mu, \sigma^2)$. Desse modo, uma variável aleatória com $\mu = 0$ e $\sigma = 1$ é denominada de variável aleatória normal.

2.4.2 Skew Normal Distribution (SN)

A distribuição normal é a distribuição mais utilizada para modelar dados univariados de uma população ou de um experimento, uma vez que só utiliza duas variáveis: a média e a variância (KRISHNAMOORTHY, 2004).

Entretanto, a suposição de simetria para os dados pode fazer com que sejam feitas inferências errôneas sobre os parâmetros de interesse. Neste sentido, a fim de minimizar problemas devidos à assimetria dos dados, Azzalini (1985) propôs a *Skew Normal Distribution* (SN) como uma generalização do modelo normal. Tal distribuição pode ser expressa pela notação $x \sim SN(0,1, k)$, e está exposta em (21)

$$f(x|0,1, k) = 2\phi(x)\varphi(kx), \quad (21)$$

em que x e $k \in \mathbb{R}$, $\phi(\cdot)$ representa a função densidade normal padrão. $\varphi(\cdot)$ expõe a função distribuição e k expressa o parâmetro de assimetria. Caso $k=0$, a expressão (33) se reduz a uma distribuição normal.

2.4.3 Student-t Distribution (t)

Outra distribuição bastante utilizada no campo estatístico é a *Student-t distribution* (t). As características da Std são semelhantes às da distribuição Gaussiana, porém possuem caudas mais pesadas, possibilitando a utilização de valores mais extremos. Seja Z e S variáveis aleatórias independentes, de tal modo que $Z \sim N(0,1)$ e $nS^2 \sim X_n^2$, a distribuição de $t=Z/S$ é denominada de t com $df=n$ (KRISHNAMOORTHY, 2006). Desse modo, a *f.d.p* de uma

variável aleatória x que segue uma t com n graus de liberdade pode ser expressa com a notação $x \sim t_n$ e expressa conforme (22)

$$f(x|n) = \frac{\Gamma[(n+1)/2]}{\Gamma(n/2)\sqrt{n\pi}} \cdot \frac{1}{(1+x^2/n)^{(n+1)/2}}, \quad x \in (-\infty, \infty), \quad n \geq 1, \quad (22)$$

onde n representa um número inteiro e positivo, $x \in \mathbb{R}$ e $\Gamma(\cdot)$ representa a função gama definida por $\Gamma(x) = \int_0^\infty z^{x-1} e^{-z} dz$. Krishnamoorthy (2006) aponta que, quanto maior for o grau de liberdade n , mais próxima t torna-se de uma N .

2.4.4 Skew Student-t Distribution (st)

A SN representa uma distribuição mais flexível do que a N devido ao parâmetro a que regula a assimetria dos dados. Este fato, combinado com as propriedades formais que a distribuição oferece, faz da SN uma proposta atrativa para os trabalhos estatísticos. Entretanto, algumas séries temporais, tais como as que utilizam dados financeiros, possuem caudas mais pesadas do que as da distribuição normal, fazendo com que a presença de um único parâmetro para regular a forma da densidade da distribuição não seja suficiente (VALLE; AZZALINI, 2013).

Nesses casos, a utilização da *Skew Student-t Distribution* (St), desenvolvida por Branco e Dey (2001), mostra-se mais robusta e mais adequada que a SN, pois permite regular tanto a assimetria quanto a curtose, que são essenciais para modelagem de determinadas séries temporais (AMARO, 2016).

Seja Z e S variáveis aleatórias independentes, de tal modo que $Z \sim N(0,1,k)$ e $nS^2 \sim X_n^2$, a distribuição de $t = Z/\sqrt{S/n}$ é denominada st com $df=n$ (ELING, 2014). Desse modo, a *f.d.p.* de uma variável aleatória x que segue uma st com n graus de liberdade pode ser expressa pela notação $x \sim st(k, \xi)$ e definida conforme (23)

$$f(x|k, \xi) = 2t_n(x)T_{n+1}\left(kx\sqrt{\frac{1+\xi}{\xi+x^2}}\right), \quad x \in (-\infty, \infty), \quad n \geq 1, \quad (23)$$

em que $t_n(\cdot)$ representa a *f.d.p.* de uma st padrão com n graus de liberdade, t_{n+1} a função de distribuição acumulada de uma st padrão com $n+1$ graus de liberdade, k expressa o parâmetro de assimetria e ξ o parâmetro de curtose. Caso $k=0$, (34) se reduz a uma t padrão. Já se $k \rightarrow$

$\pm\infty$, a *st* torna-se a metade de uma *t*. Com a inclusão de parâmetros de média, μ , e de variância σ^2 , por meio de uma transformação linear comum $y = \mu + \sigma x$ obtém-se uma generalização da *t* padrão, em que $x \sim st(k, \xi)$ (ELING, 2011).

2.4.5 Generalized Error Distribution (Ged)

Uma outra possibilidade de distribuição é a *Generalized Error Distribution* (Ged), introduzida por Subbotin (1923), e que pertence a uma família exponencial. A densidade condicional da Ged é definida por três momentos: $\mu \in (-\infty, \infty)$, que determina a posição da curva em relação à origem, $\sigma \in (0, \infty)$, que determina a dispersão da curva da distribuição e $k \in (0, \infty)$, que controla o grau de assimetria. Desse modo, a *f.d.p* de uma variável aleatória x que segue uma Ged por ser expressa pela notação $x \sim G(\mu, \sigma^2, k)$ e definida como exposta em (24)

$$df(x | \mu, \sigma, k) = \frac{e^{-1/2|x-\frac{\mu}{\sigma}|^{\frac{1}{k}}}}{2^{k+1}\sigma\Gamma(k+1)dx} \quad (24)$$

Se $k=1/2$, (35) representa uma *f.d.p* de uma distribuição normal univariada, isto é, $G(\mu, \sigma^2, \frac{1}{2}) = N(\mu, \sigma^2)$. Caso $k=1$, (35) refere-se a uma *f.d.p* de uma distribuição de *Laplace*, $L(\mu, 4\sigma^2)$. Já no limite $k \rightarrow 0$ a *f.d.p* tende a uma distribuição uniforme. Amaro (2016) pontua que as propriedades da Ged podem vir a descrever melhor as mudanças de preços do mercado financeiro.

2.4.6 Skew Generalized Error Distribution (Sged)

Do mesmo modo que a *SNe* a *St*, a *Skew Generalized Error Distribution* (Sged), introduzida por Savva & Theodossiou (2018), se refere a uma extensão da Ged que objetiva regular a assimetria e a curtose dos dados, tornando-se mais robusta para ser utilizada em dados de séries financeiras. Formalmente, a *f.d.p* de uma variável aleatória x que segue uma Sged pode ser expressa pela notação $x \sim SG(\mu, \sigma^2, k, \xi)$ e é definida conforme (25)

$$f(x | \mu, \sigma, k, \xi) = \frac{c}{\sigma} \exp\left(-\frac{1}{[1-\text{sign}(x-\mu+\psi\sigma)k]^{\xi}\theta^{\xi}\sigma^{\xi}} |x - \mu + \psi\sigma|^{\xi}\right) \quad (25)$$

Em que $C = \frac{\xi}{20} \Gamma\left(\frac{1}{\xi}\right)^{-1}$, $\theta = \Gamma\left(\frac{1}{\xi}\right)^{\frac{1}{2}} \Gamma\left(\frac{3}{\xi}\right)^{-\frac{1}{2}} S(k)^{-1}$, $\psi = 2kAS(k)^{-1}$, $S(k) = \sqrt{1 + 3k^2 - 4A^2k^2}$, $A = \Gamma\left(\frac{2}{\xi}\right) \Gamma\left(\frac{1}{\xi}\right)^{-\frac{1}{2}} \Gamma\left(\frac{3}{\xi}\right)^{-\frac{1}{2}}$, μ representa a média, σ mostra a variância, $k \in (0, \infty)$ controla o grau de assimetria, ξ controla a curtose, isto é, a altura e as caudas da função de densidade, $sign$ é a função sinal e $\Gamma(\cdot)$ representa a função gama definida por $\Gamma(x) = \int_0^{\infty} z^{x-1} e^{-z} dz$ (SAVVA & THEODOSSIOU, 2018).

3 REVISÃO DE LITERATURA

A presente seção está dividida em duas partes: (i) é dedicada a investigar os Estudos Anteriores relacionados aos modelos de precificação de ativos; e (ii) é dedicada a investigar Estudos Anteriores relacionados a modelos de volatilidade. A intenção dessa seção é a de, com base nos estudos realizados, fazer a montagem dos modelos empíricos a serem definidos.

3.1 Estudos Anteriores relacionados aos modelos de precificação de ativos

Fama & French (1993) utilizaram o modelo de três fatores para precificar diversas carteiras. Os resultados específicos que os autores encontraram, para o fator SMB foram maiores do que 1,5 para carteiras com ações do menor quintil, e 0,3 para empresas de maior quintil; para o fator HML é de -1 para o quintil de empresas com menor índice BE/ME e muito próximo a zero para o *portfólio* formado com as empresas com maior índice BE/ME.

Griffin (2002) averiguou se os três fatores FF podem ser generalizados para uma versão global ou se são fatores especiais para cada país. O autor faz uma adaptação do modelo incluindo as três variáveis originais calculadas para cada mercado (Estados Unidos, Reino Unido, Canadá e Japão) e mais três variáveis análogas aos originais. Os resultados sugerem que os fatores são mais relacionados as variáveis domésticas, sem significância para as variáveis globais.

Moerman (2005) faz uma análise maior de modelos internacionais para a área do Euro. Ao fazer emprego da mesma metodologia de Griffin (2002), chega à conclusão que os modelos locais dos países da Europa também têm um desempenho melhor do que os modelos internacionais ou um modelo da área do Euro.

Em relação ao Brasil, Costa Jr *et al* (1997) analisaram as empresas da Bovespa no período do 1989 a 1996 encontrando relação positiva entre ações de valor e retornos mais altos. Costa Jr & Neves (2000) analisaram empresas brasileiras no período entre 1987 e 1996 e encontraram relação positiva entre empresas de valor e o retorno de mercado.

Neves (2003) é o primeiro a apresentar análises mais completas para o país, e encontraram que os parâmetros HML e SMB se mostraram estatisticamente significativos. Málaga (2005) replicou com exatidão o modelo FF e também encontrou os fatores HML e SMB significativos, sendo SMB negativo e HML positivo.

Rogers & Securato (2007) fizeram uma comparação entre CAPM, FF e *Reward Beta*. Os resultados apontam para um prêmio para empresas grandes, o que contraria o modelo original de FF e um prêmio para empresas de valor, de acordo com o modelo original. Nesse caso, os autores não encontraram resultados significativos para o parâmetro HML.

Argolo (2008) realizou um estudo sobre o modelo FF para o Brasil, encontrando todos os fatores estatisticamente significativos e com os sinais semelhantes a Málaga (2005). Entretanto, ao expandir o modelo, encontraram instabilidades que dificultaram a inclusão de outros fatores ao modelo.

Argolo *et al* (2012) lançam dúvida na aplicação do modelo FF ao Brasil. Os autores selecionaram o período amostral visando a maior estabilidade possível para os parâmetros do modelo, e encontraram muita instabilidade nos parâmetros SMB e HML, e no fim, concluem que as estimativas de prêmio do mercado foram as únicas que pareceram mais razoáveis.

As aplicações de Carhart (1997) foram baseadas nos estudos de Jegadeesh & Titman (1993). O autor divide sua amostra em 10 carteiras, com rebalanceamento anual, e precifica o seu retorno por meio do modelo de quatro fatores. O fator momento foi estatisticamente significativo para as 10 carteiras, e com maior poder de explicação dos retornos do que o CAPM FF.

Analisando o contexto brasileiro, Caldeira *et al* (2013) fez uso do modelo de Carhart (1997), baseando-se em observações diárias de 61 ações do índice Bovespa de janeiro de 2000 a dezembro 2010 para selecionar carteiras de menor variância. Os resultados são positivos, mostrando que a especificação proposta gera *portfólios* menos arriscados

Santos *et al* (2014) investigaram a validade do modelo de quatro fatores, fazendo uso de ações da Bovespa entre 1995 e 2006 e testando a significância de cada fator e a análise do R². Os autores encontraram evidências que o modelo de quatro fatores tem maior poder de explicação do que o modelo FF.

Fang & Lai (1997) estenderam o modelo CAPM incluindo co-assimetria e co-curtose como variáveis do modelo, num estudo abrangendo ações da NYSE, com dados mensais da CRSP entre 1974 e 1988. Os resultados sugerem que o coeficiente da co-curtose e co-assimetria são significativos.

Harvey & Siddique (1999) estudam a co-assimetria e expandem, utilizando a volatilidade por meio do GARCH. Os autores estudaram mercados dos Estados Unidos, Alemanha e Japão, além de dados semanais dos mercados do Chile, México, Taiwan e Tailândia. Os autores encontraram que a volatilidade é muito mais persistente quando se inclui a variável co-assimetria.

No contexto brasileiro, destaca-se o artigo de Castro Jr *et al* (2009), em que os autores adicionam os momentos superiores contando com ações de empresas negociadas regularmente na Bovespa para o ano de 2003. Os resultados apontam que a co-curtose é significativa, ao contrário da co-assimetria.

Além desse, Milani & Ceretta (2017) estudaram os *Exchanged Traded Funds* (ETFs) brasileiras com o CAPM para momentos superiores. Os principais resultados alcançados mostram que a co-variância e a co-curtose geram coeficientes significativas, sendo aquela com sinal negativa.

Utilizando a volatilidade, o trabalho de Ang *et al* (2006) foi inovador. Fazendo uma análise do mercado americano os autores encontraram uma relação negativa entre a volatilidade idiossincrática e os retornos, além de mostrar que nas carteiras de retornos mais baixas há maior sensibilidade da volatilidade.

Bundoo (2008), analisando o mercado das Ilhas Maurício, verificou que o modelo de três fatores de FF não era suficiente para explicar os retornos precificáveis. Assim, o autor investiga a variação temporal do risco, medido por meio da volatilidade idiossincrática com betas variantes no tempo. A inclusão desse fator aumentou o poder de explicação global do modelo, além de aumentar a explicação dos fatores FF.

Ang *et al* (2009) buscaram incluir a volatilidade idiossincrática para mercados internacionais. Fazendo uso de 23 mercados desenvolvidos, com variáveis de controle, os autores mostram que a volatilidade está fortemente associada a baixos retornos, mostrando que existem fatores de risco que não são facilmente diversificáveis.

Bali *et al* (2011), motivados pela preferência dos investidores por ativos de hipoteca que são pouco diversificados, mostram que a volatilidade idiossincrática possuem uma relação significativa e positiva com os retornos esperados, algo que vai na contramão dos resultados encontrados por Ang *et al* (2006) e Ang *et al* (2009).

No contexto brasileiro, cabe destacar o trabalho de Leite *et al* (2016), que teve por objetivo avaliar os efeitos dos componentes da volatilidade de mercado sobre a precificação das carteiras. Os autores utilizaram a volatilidade idiossincrática para ordenar as carteiras. Utilizando dados do mercado brasileiro, os autores encontram resultados similares aos de Ang *et al* (2006), mostrando que essa técnica pode ser utilizada no mercado do Brasil.

Os trabalhos publicados citados sobre a utilização do CAPM FF, CAPM com fator momento de Carhart (1997), CAPM de momentos superiores e CAPM com volatilidade idiossincrática se encontram resumidos no Quadro 1

Quadro 1- Síntese de trabalhos publicados sobre modelos de precificação de capital que serviram para referencial deste estudo

(continua)

Modelo CAPM com três fatores de FF			
Autores	Mercados analisados	Reclassificação das carteiras	Resultados
Fama & French (1993)	Estados Unidos	Anual	Para o fator SMB entre 1,5 e 0,3 e fator HML entre -1 a 0.
Griffin (2002)	Estados Unidos, Reino Unido, Canadá e Japão	Anual	Os resultados sugerem que os fatores são mais relacionados as variáveis domésticas, sem significância para as variáveis globais.
Moerman (2005)	Europa	Anual	Os modelos locais dos países da Europa também têm um desempenho melhor do que os modelos internacionais ou um modelo da área do Euro.
Neves (2003)	Brasil	Anual	Os parâmetros HML e SMB se mostraram estatisticamente significativos
Malaga (2004)	Brasil	Anual	Os fatores HML e SMB significativos, sendo SMB negativo e HML positivo.
Rogers; Securato (2007)	Brasil	Anual	Não foram encontradas evidências de resultados significativos para o parâmetro HML.
Argolo (2008)	Brasil	Anual	Semelhantas a Malaga (2005)
Argolo <i>et al</i> (2012)	Brasil	Anual	Muita instabilidade nos parâmetros SMB e HML, e no fim, concluem que as estimativas de prêmio do mercado foram as únicas que pareceram mais razoáveis.
Modelo CAPM com o fator momento de Carhart (1997)			
Autores	Mercados analisados	Reclassificação das carteiras	Resultados
Carhart (1997)	Estados Unidos	Anual	O fator momento foi estatisticamente significativo para as 10 carteiras, e com maior poder de explicação dos retornos do que o CAPM FF.
Bodur (2011)	Brasil	Anual	O fator momento foi estatisticamente significativo em poucas carteiras, apesar de o modelo de mais fatores possuir melhor poder explicativo.
Caldeira <i>et al</i> (2013)	Brasil	Anual	Os resultados são positivos, mostrando que a especificação proposta gera portfólios menos arriscados
Santos <i>et al</i> (2014)	Brasil	Anual	Os autores encontraram evidências que o modelo de quatro fatores tem maior poder de explicação do que o modelo FF.
Modelo CAPM com momentos superiores			
Autores	Mercados analisados	Reclassificação das carteiras	Resultados
Fang; Lai (1997)	Estados Unidos	Anual	Os resultados sugerem que o coeficiente da curtose e co-assimetria são significativos.

Quadro 1- Síntese de trabalhos publicados sobre modelos de precificação de capital que serviram para referencial deste estudo

(conclusão)

Harvey; Siddique (1997)	Estados Unidos, Alemanha, Japão, Chile, México, Taiwan e Tailândia	Anual	Os autores encontraram que a volatilidade é muito mais persistente quando se inclui a variável co-assimetria.
Castro Jr <i>et al</i> (2009)	Brasil	Anual	Os resultados apontam que a co-curtose é significativa, ao contrário da co-assimetria.
Milani; Ceretta (2017)	Brasil	Anual	Os principais resultados alcançados mostram que a co-variância e a co-curtose geram coeficientes significativas, sendo aquela com sinal negativa. Além disso, não encontram significância para o fator momento de Carhart (1997)
Modelo CAPM com inclusão da volatilidade			
Autores	Mercados analisados	Reclassificação das carteiras	Resultados
Ang <i>et al</i> (2006)	Estados Unidos	Anual	Relação negativa entre a volatilidade idiossincrática e os retornos, além de mostrar que nas carteiras de retornos mais baixas há maior sensibilidade da volatilidade.
Bundoo (2008)	Ilhas Maurício	Anual	A inclusão da volatilidade idiossincrática aumentou o poder de explicação global do modelo, além de aumentar a explicação dos fatores FF.
Ang <i>et al</i> (2009)	23 mercados desenvolvidos	Anual	A volatilidade está fortemente associada a baixos retornos, mostrando que existem fatores de risco que não são facilmente diversificáveis.
Bali <i>et al</i> (2011)	Estados Unidos	Anual	A volatilidade idiossincrática possui uma relação significativa e positiva com os retornos esperados
Leite <i>et al</i> (2016)	Brasil	Anual	Resultados similares aos de Ang <i>et al</i> (2006)

Fonte: Elaboração do autor

De uma forma geral, observou-se que o CAPM para o mercado brasileiro foi diversamente analisado, mas há apenas um trabalho que incorporou a volatilidade. Nesse sentido, o presente estudo fará testes de momentos superiores junto à volatilidade, pois o objetivo é, além de analisar o impacto da volatilidade idiossincrática sobre os retornos, também explicar de forma mais adequada os retornos precificáveis, com montagem de 6 carteiras, assim como proposto por Fama & French (1993) e reclassificação anual.

Optou-se pela não inclusão do fator momento de Carhart (1997) por existirem estudos tais quais Bodur (2011) e Milani & Ceretta (2017) em que essa variável não foi estatisticamente significativa, não contribuindo assim para a explicação dos retornos precificáveis.

3.2 Estudos anteriores relacionados a Volatilidade

O conhecimento sobre a mensuração do risco de mercado é fundamental para a sobrevivência de empresas e de gestores de carteiras de investimento. Tanto as empresas quanto os gestores precisam tomar decisões sobre quanto investir em um portfólio alternativo ou em um ativo particular, de forma a maximizar a relação entre perda e ganho, ajustando o seu portfólio para que obtenham o maior retorno esperado possível (ORHAN; KOKSAL, 2012). Com isso, torna-se fundamental o conhecimento de gestão de riscos, uma vez que ele permite às empresas o aumento de suas margens de lucro e uma melhor competitividade no mercado em que se inserem (AMARO, 2016).

Para a melhor determinação do risco, os estudos tendem a buscar comparar a capacidade de ajuste às séries e até previsão dos modelos de volatilidade. Angelidis *et al* (2004) efetuaram um estudo com o objetivo de avaliar a capacidade preditiva de três modelos variantes da família ARCH levando em consideração três distribuições de probabilidade estatística – Norm, Std e Ged. Os resultados encontrados são divergentes quanto ao melhor modelo, visto que para cada ação teve um modelo diferente como melhor estimado.

Hansen; Lunde (2005) buscaram estimar e comparar diversos modelo de volatilidade com o GARCH (1,1) e verificar qual tinha melhor capacidade de previsão. Os resultados mostraram que os modelos mais robustos de volatilidade, aqueles que são assimétricos, tiveram melhor desempenho em ajuste e previsão para todas as ações analisadas.

Orhan; Köksal, (2012) realizaram um estudo a respeito da comparação de 16 modelos variantes da família ARCH levando em consideração duas distribuições de probabilidade estatística: Norm e Std. As séries temporais que foram utilizadas se referem aos índices do mercado acionário de países emergentes. O conjunto de dados utilizados fez referência aos log-retornos diários dos índices financeiros no período compreendido entre janeiro de 2006 e agosto de 2009. Os resultados encontrados revelam que o modelo que teve a melhor performance para mensurar e prever a volatilidade foi o modelo ARCH, seguido pelo modelo GARCH(1, 1), e a distribuição Std mostrou-se ligeiramente superior à Norm.

Wennstrom (2014) realizou um estudo comparando seis modelos utilizados para estimar a volatilidade de ativos financeiros, levando em consideração duas distribuições de probabilidade estatística: Norm e Std. O autor buscou comparar os modelos tanto em termos de ajuste dos parâmetros dentro da amostra quanto em termos das suas capacidades preditivas para fora da amostra. Para comparar a capacidade preditiva dos modelos concorrentes o autor utilizou quatro diferentes funções de perda. As evidências encontradas não apontaram para um

único modelo preferível para todas as quatro funções de perda, tornando o resultado inconclusivo, pois nenhum modelo se mostrou superior a todos os outros para realizar previsões da volatilidade dos três índices financeiros utilizados.

Amaro (2016) realizou um estudo para os BRICS, comparando a capacidade preditiva de diversos modelos heteroscedásticos de volatilidade, entre 26 de fevereiro de 2001 a 31 de dezembro de 2015. As evidências empíricas do estudo não oferecem uma resposta de uma ferramenta única e ideal para ser utilizada na mensuração de risco, de forma generalizada, para todos os mercados de capitais utilizados.

Os trabalhos fazendo uso do GAS ainda são muito recentes na literatura em finanças, tendo apenas algumas aplicações e comparações do modelo. O trabalho seminal sobre GAS é de Creal *et al* (2013), em que os autores fazem diversas aplicações. Foram utilizadas algumas distribuições e os resultados sugerem que o modelo é bastante robusto para séries variantes no tempo, especialmente pela robustez de suas funções densidade de probabilidade.

Bernardi; Catania, (2015) realizaram um estudo comparativo por meio do procedimento *Model Confidence Set* (MCS), para os modelos: *Symmetric Absolute Value* (SAV), *Asymmetric Slope* (AS), GARCH, EGARCH, APARCH, AVARCH, GJR- GARCH, TGARCH, NGARCH, CGARCH e GAS, utilizando as distribuições de probabilidade: Norm e Std. As séries temporais utilizadas foram os índices financeiros: *Asia/Pacific 600* (SXP1E), *North America 600* (SXA1E), *Europe 600* (SXXP) e *Global 1800* (SXW1E), no período compreendido entre 31 de dezembro de 1991 e 24 de julho de 2014. Os resultados empíricos encontrados mostraram que durante a crise da dívida soberana europeia, que ocorreu entre os anos de 2009 e 2010, os modelos de volatilidade altamente não-lineares foram preferíveis. Já com relação aos índices da América do Norte e da Ásia, os resultados obtidos das previsões foram bastante homogêneos por ambos os modelos comparados, não demonstrando a superioridade de um determinado tipo de modelo.

Troster *et al.*, (2018) realizaram um trabalho para verificar uma análise geral de GARCH e GAS para modelagem e previsão de retornos e risco de bitcoin. Foram considerados os modelos GARCH de cauda pesada, bem como modelos de GAS baseados na função de pontuação da densidade condicional preditiva dos retornos de bitcoin. Os resultados sugerem que os modelos GAS com distribuições de cauda pesada fornecem as melhores propriedades de previsão e qualidade de ajuste para retornos de bitcoin e modelagem de risco. Os modelos GARCH normalmente distribuídos são sempre superados pelos modelos GARCH ou GAS de cauda pesada. Além disso, os modelos GAS de cauda grossa fornecem a melhor cobertura condicional e incondicional.

Os trabalhos citados sobre volatilidade, tanto as comparações dos modelos GARCH quanto as aplicações do modelo GAS, estão sintetizados no Quadro 2.

Quadro 2 - Síntese de trabalhos publicados sobre definição de volatilidade GARCH e GAS que serviram para referencial deste estudo

Comparação modelos GARCH			
Autores	Países Estudados	Modelos	Principais resultados
Angelidis <i>et al</i> (2004)	Estados Unidos	ARCH, GARCH, IGARCH, GJR-GARCH, EGARCH, PGARCH, entre outros	Os modelos heteroscedásticos de volatilidade com distribuições <i>Sstd</i> e <i>Std</i> foram ligeiramente superiores aos normalmente distribuídos para previsão e ajuste de risco.
Hansen; Lunde (2005)	Séries financeiras da IBM e do dólar	330 tipos de modelos ARCH contra o GARCH (1,1) simples	Os resultados encontrados são divergentes quanto ao melhor modelo, visto que para cada ação teve um modelo diferente como melhor estimado.
Orhan; Köksal (2012)	Brasil, Turquia, Alemanha e Estados Unidos.	ARCH, GARCH, IGARCH, GJR-GARCH, EGARCH, PGARCH, entre outros	A especificação ARCH obteve a melhor performance, seguido pelo modelo GARCH(1, 1), e a distribuição <i>Std</i> mostrou-se ligeiramente superior à Norm
Wennstrom (2014)	Europa	MA, EWMA, ARCH, GARCH, EGARCH e GJR-GARCH	Não existe um único modelo preferível para prever a volatilidade dos três índices financeiros.
Amaro (2016)	Brasil, Rússia, Índia, China, África do Sul	APARCH, CGARCH, EGARCH, GARCH, GJR-GARCH	Não há uma resposta quanto a um modelo único e ideal para ser utilizado na mensuração de risco, de forma generalizada, para todos os mercados de capitais avaliados
Aplicação modelos GARCH			
Autores	Séries Financeiras	Modelos	Principais resultados
Creal <i>et al</i> (2013)	Simulações	GAS	Funções densidade de probabilidade robustas a séries variantes no tempo
Bernardi; Catania (2015)	Ásia, Américas, Europa e índices globais	MCS, SAV, AS, GARCH, EGARCH, APARCG, GJR-GARCH, NGARCH, e GAS	Não há modelos superiores, no entanto, aqueles com distribuições assimétricas tiveram melhores resultados, especialmente em períodos de crise
Troster <i>et al</i> (2018)	Bitcoin	GARCH, EGARCH, GJRGARCH, GAS	Os modelos GAS tiveram melhores resultados com séries de caudas pesadas. Os modelos GARCH assimétricos tiveram melhores resultados do que as séries normalmente distribuídas

Fonte: Elaboração do autor

Os estudos anteriores que compararam modelos de volatilidade se mostraram inconclusivos quanto ao melhor modelo, tanto para ajuste quanto para previsão. Mesmo as distribuições estatísticas não tiveram consenso nas séries financeiras, apesar de os modelos *Norm* terem desempenho de ajuste e previsão inferior aos demais.

Além disso, nos estudos comparativos dos modelos GARCH e GAS realizados por Bernardi ; Catania (2016) e Troster *et al.* (2018), também não há um modelo que seja superior ao outro nas séries estudadas. Nesse sentido, este estudo selecionará as volatilidades idiossincráticas e de mercado modeladas pelo GARCH e pelo GAS. Será selecionado o melhor modelo GARCH quanto ao tipo do modelo e à distribuição, e também será selecionado o melhor modelo GAS quanto aos mesmos critérios, e serão comparadas suas capacidades de explicação dos retornos precificáveis.

O objetivo da realização dessa separação entre os modelos é comparativo, ou seja, será também avaliado se algum dos modelos de volatilidade terá maior capacidade de explicar os retornos. Esse tipo de comparação é inovadora na literatura, visto que os autores procuram fazer comparativos quanto ao ajuste, somente.

4 ASPECTOS METODOLÓGICOS

A presente seção se organizou em 3 partes: (i) serão expostos os dados, as fontes e as informações dos procedimentos metodológicos iniciais do trabalho; (ii) serão expostos os testes econométricos que o trabalho fará uso; e (iii) os instrumentos de análise do estudo, sendo o delineamento da pesquisa e o método empírico construído.

4.1 Dados e informações gerais

Com o objetivo de realizar algumas modificações no modelo de multifatores de FF, serão realizados testes econométricos para adição de algumas variáveis heteroscedásticas. Cabe ressaltar aqui que a definição das carteiras será feita exatamente como proposto por Fama & French (1996), isto é, a formação de portfólio por meio de quartis.

A metodologia para a montagem dessas carteiras será resumida a seguir: anualmente, em todo mês de janeiro, são construídos seis portfólios, formados de acordo com o valor de mercado e índice *book-to-market* (BM) das empresas listadas na Brasil, Bolsa, Balcão (B3). Em relação ao fator tamanho (ME), as empresas são divididas em dois grupos (*Small (S)* e *Big (B)*), montados a partir do *ranking* de valor de mercado do fim de janeiro das empresas. Quanto ao fator BM, as empresas são divididas em três grupos: *Low (L)* – que contém as empresas com o menor índice BM – *Middle (M)* – que contém as empresas com índices medianos de BM – e *High (H)* – que contém as empresas com maiores indicadores BM.

Assim, são construídos seis portfólios, cuja características de cada está descrita na Tabela 1:

Tabela 1- Carteiras formadas conforme características ME e BM dos ativos

Carteira	Formação	Composição
S/L	(<i>Small</i> ME/ <i>Low</i> BM)	Ações de empresas com pequeno valor de mercado e pequeno índice BM
S/M	(<i>Small</i> ME/ <i>Middle</i> BM)	Ações de empresas com pequeno valor de mercado e médio índice BM
S/H	(<i>Small</i> ME/ <i>High</i> BM)	Ações de empresas com pequeno valor de mercado e grande índice BM
B/L	(<i>Big</i> ME/ <i>Low</i> BM)	Ações de empresas com grande valor de mercado e pequeno índice BM

B/M	(<i>Big ME/ Middle BM</i>)	Ações de empresas com grande valor de mercado e médio índice BM
B/H	(<i>Big ME/ High BM</i>)	Ações de empresas com grande valor de mercado e grande índice BM

Fonte: Adaptado de Fama & French (1996)

As carteiras são montadas sempre no início de janeiro e têm vigência de um ano. As ações dos seis portfólios têm seu peso ponderado nas carteiras de acordo com seu valor de mercado, assim como proposto por Fama & French (1996). A formação de carteiras se dará em quartis de *book-to-market* e tamanho. As informações quanto ao número de ações contidas em cada carteira estão expostas na Tabela 2

Tabela 2- Número de ações para cada carteira

	S/L	S/M	S/H	B/L	B/M	B/H	Empresas/ano
2007	12	20	4	8	25	15	84
2008	10	18	6	3	22	20	79
2009	9	18	6	7	24	19	83
2010	11	21	6	7	26	19	90
2011	13	21	3	12	29	15	93
2012	12	18	2	15	26	18	91
2013	8	21	3	15	30	18	95
2014	10	20	5	12	25	18	90
2015	14	13	6	13	22	16	84
2016	11	21	5	13	24	14	88
2017	15	17	5	11	24	13	85

Nota: *L* representa as empresas cujo o *Book-to-market* está no quartil inferior; *M* representa as empresas cujo o *Book-to-market* está no quartil médio; *H* representa as empresas cujo o *Book-to-market* está no quartil superior. *S* representa as empresas consideradas pequenas e *B* as empresas grandes.

Os dados contábeis das empresas foram coletados por meio do pacote “GetDFPData” de Perlin, (2018). O período inicial escolhido foi o mês de janeiro de 2007 e o período final o mês de dezembro de 2017. O período inicial foi escolhido após o ano 2006, pois segundo Rayes *et al.*, (2011) o mercado brasileiro teve uma quebra estrutural pelo aumento de liquidez. Serão excluídas empresas que não tiveram dados contábeis completos, assim como aquelas que tiverem dados contábeis negativos, tais como valor de mercado e ativos. Os dados serão inflacionados com base no IPCA/IBGE, com base em dezembro de 2017.

Serão utilizados os preços de fechamento, em reais (R\$), para o cálculo de retorno mensal das ações, seguindo a equação (26)

$$R_{it} = \ln \left(\frac{P_{it}}{P_{it-1}} \right), \quad (26)$$

em que P_t é o preço de fechamento do ativo i no mês t e P_{t-1} é o preço de fechamento no mês anterior a t . Os dados de preço de ações serão coletados utilizando o pacote “Quandl” de McTaggart (2018).

4.2 Testes Econométricos de seleção

Os testes econométricos que serão utilizados serão quatro, a saber: (i) o teste de raiz unitária, para verificar se as séries são definidas por processos estocásticos estacionários; (ii) o modelo auto regressivo, para eliminar a dependência linear dos resíduos das séries; (iii) o teste Ljung-Box, que verificará se os resíduos são independentes e identicamente determinadas (*i.i.d*), e assim os livrar de auto correlação; e por fim (iv) o de erro de especificação da regressão linear (RESET), para verificar se a inclusão de fatores ao modelo CAPM FF tem significância estatística.

4.2.1 Teste de raiz unitária – Teste Dickey Fuller Aumentado

O problema de raiz unitária em modelos Autorregressivos (AR) aparece quando o polinômio autorregressivo apresenta pelo menos uma raiz sobre o círculo unitário. Isso implica que se deve tomar um número de diferenças apropriadas da série original antes de ajustar o modelo (MORETIN; TOLOI, 2004). Os testes de raízes unitárias mais simples e amplamente utilizados foram desenvolvidos por Fuller (1976) e Dickey & Fuller, (1979) (DF). O teste DF tem como hipótese nula a existência de uma raiz unitária, ou seja, $H_0 = I(1)$. Seja $\{y_t\}_{t \in \mathbb{R}}$ processo univariado autorregressivo de ordem AR (1), é definido em (23)

$$y_t = \phi y_{t-1} + \epsilon_t \quad (23)$$

onde ϵ_t é um processo de ruído branco com $E(\epsilon_t) = 0$ e $\sigma^2 > 0$. Se $\phi = 1$, o processo $\{y_t\}_{t \in \mathbb{R}}$ não é estacionário e conhecido como passeio aleatório. Diferente disso, se $|\phi| < 1$, o processo $\{y_t\}_{t \in \mathbb{R}}$ é estacionário.

4.2.2 Modelo auto regressivo AR(p)

Os modelos auto regressivos foram criados com a ideia de que a presente observação da série r_t pode ser explicada como uma função das p observações passadas, $r_{t-1}, r_{t-2} \dots r_{t-p}$, onde p determina o número de passos entre as observações passadas e a previsão da próxima observação.

A estrutura auto regressiva geral é expressa por

$$r_t = \phi_1 r_{t-1} + \phi_2 r_{t-2} + \dots + \phi_p r_{t-p} + a_t. \quad (24)$$

Em que ϕ_i são parâmetros, (i, \dots, p) são as ordens de defasagem do modelo AR(p), e a_t é o ruído branco com média zero e variância σ_a^2 . Este teste verifica o número de defasagens em que os resíduos das séries são autocorrelacionados.

4.2.3 Teste *Ljung-Box*

O objetivo da metodologia Box & Jenkins é determinar os componentes que configuram os parâmetros p do modelo auto regressivo. Inicialmente se deve tornar a série estacionária a partir da construção da diferença logarítmica das séries, conforme a equação (25).

$$I = \log(I_{i-1} - I_i). \quad (25)$$

A seguir, identifica-se os parâmetros p por meio das funções de auto correlação (FAC) e de auto correlação parcial (FACF) estimadas, e a estimação dos parâmetros $(\phi_i, i = 1 \dots p)$. A função de autocorrelação segue a função expressa em (26).

$$\rho_k = \frac{\gamma_k}{\gamma_0}; \quad k = 0, 1, 2, \dots. \quad (26)$$

Em que $\gamma_0 = \text{var}(Z_t)$. Para tal, estima-se o número de defasagens (lags) para o modelo auto regressivo.

4.2.4 Critério de Informação de Akaike (AIC)

Para selecionar modelos, é preciso ter em mente que não existem modelos verdadeiros. Há apenas modelos aproximados da realidade que, causam perda de informações. Deste modo, é necessário fazer a seleção do “melhor” modelo, dentre aqueles que foram ajustados, para explicar o fenômeno sob estudo.

Diversos critérios podem também serem utilizados para a seleção de modelos. Em geral, esses critérios consideram a complexidade do modelo e penalizam a verossimilhança utilizando o número de parâmetros do modelo, além do tamanho da amostra (EMILIANO, 2013).

O critério de informação Akaike (AIC) é uma medida relativa da qualidade de ajuste de um modelo estocástico estimado. Segundo Akaike (1974), esse critério oferece uma medida relativa das informações perdidas, quando um determinado modelo é utilizado para descrever a realidade.

O critério AIC segue a equação (27)

$$AIC = -2 \sum_{i=1}^n \ln L(\hat{\mu}_i, y_i) + 2x(\text{número de parâmetros}), \quad (27)$$

onde y_i é o i -ésimo valor da resposta, e $\hat{\mu}_i$ é a estimativa de y_i , quando se ajusta um modelo de p parâmetros por meio da maximização da função do log-verossimilhança. Entre vários modelos candidatos, deve ser escolhido aquele que apresentar o menor valor de AIC.

4.2.5 Teste de Erro de Especificação da Regressão Linear (RESET)

Ramsey (1969) propôs procedimentos inferenciais para se testar a presença de uma série de erros de especificação. Os testes se baseiam na comparação entre a distribuição dos resíduos sob a hipótese de que o modelo está corretamente especificado e a distribuição dos resíduos produzidos sob a hipótese alternativa de que existe um erro de especificação de um dos tipos considerados. Um dos procedimentos propostos é o teste RESET, que é um procedimento para testar a presença de dois tipos de erros de especificação em um modelo de regressão linear: variável omitida e forma funcional incorreta.

O modelo segue a especificação exposta em (28)

$$y = \beta_1 + \beta_2 x_2 + \beta_3 x_3 + \dots + \beta_n x_n + \varepsilon, \quad (28)$$

satisfazendo a suposição de que

$$E(\varepsilon|x_2, x_3, \dots, x_n) = E_{(\varepsilon)} = 0, \quad (29)$$

então, funções não-lineares de variáveis independentes não devem ser relevantes quando acrescentadas a (28). Segundo Hedibert (2013), sob H_0 , o modelo (28) foi especificado corretamente. Então, o teste RESET nada mais é do que uma implementação de um teste de restrição nos coeficientes, que usa a estatística F.

4.3 Instrumentos de análise

Essa seção terá duas divisões: (i) o Delineamento da Pesquisa, que irá expor os instrumentos metodológicos e o passo a passo da pesquisa; e (ii) o Modelo empírico, o qual expõe exatamente os modelos montados no estudo.

4.3.1 Delineamento da pesquisa

O presente estudo tem abordagem quantitativa, pois foi realizado por meio de estimação de modelos empírico-econômicos para verificar as relações existentes entre retornos e fatores elencados. Essa abordagem se deu pois, segundo cita Hendry (1996), a econometria é uma das maiores fontes de informações empíricas e sistemáticas sobre o comportamento de variáveis econômicas e financeiras. Nesse contexto, Greene (2008) considera que o aspecto mais relevante das técnicas econométricas é sua capacidade de unificar a estatística, as teorias econômico/financeiras e a matemática para compreender as relações quantitativas possivelmente existentes.

Quanto à coleta de dados estes foram de origem secundária, utilizando pacotes computacionais expostos na seção 4.1. Posteriormente, estes dados foram analisados fazendo uso modelagem de séries temporais e regressão. Wooldridge (2009) mostra que uma série temporal engloba observações de determinada variável, ou de um conjunto de variáveis ao

longo do tempo, e as informações contidas nas séries, quando envolvem o contexto econômico, raramente podem ser interpretadas de forma isolada ao longo do período.

Além da aplicação de métodos econométricos e estatísticos para estimar as diferentes e possíveis relações entre as variáveis, foi realizada uma pesquisa bibliográfica e documental para analisar a evolução que ocorreu na estimação e criação de modelos de precificação de ativos bem como de modelagem de risco por meio de modelos de volatilidade condicional. A pesquisa bibliográfica é indispensável, pois tem como objetivo levantar informações e conhecimentos preexistentes acerca de um problema ou objetivo de pesquisa e permite o conhecimento sobre a produção científica existente (CERVO; BERVIAN, 1983).

Para sintetizar o delineamento desse estudo, a Figura 1 representa as etapas da pesquisa, desde a coleta dos dados até a aplicação dos testes e modelos econométricos.

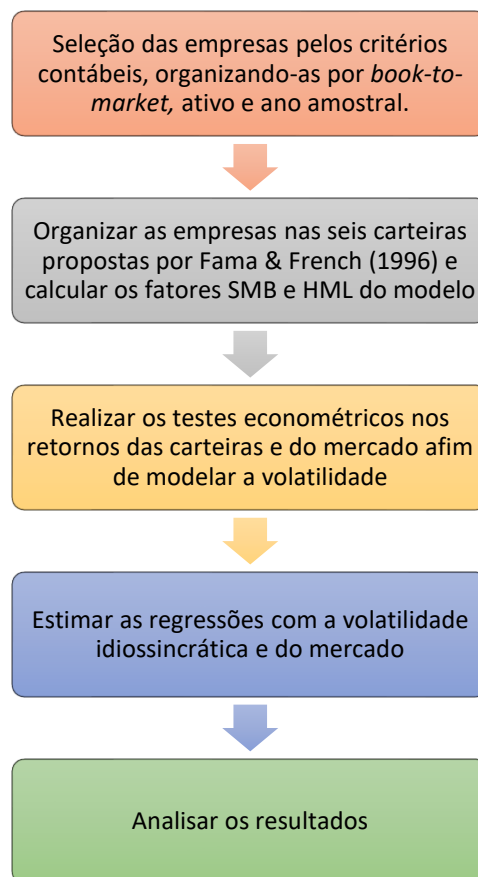


Figura 1- Exposição das etapas que compõem o delineamento da pesquisa

Fonte: Elaboração do autor

As cinco etapas expostas na Figura 1 mostram, de maneira sintética, como alcançar o objetivo desse estudo. A primeira etapa consiste na coleta e organização dos dados para permitir a determinação das carteiras, exposto na segunda etapa. Após isso, consegue-se estimar os

fatores propostos pelo modelo FF. Com os retornos de cada carteira, além do mercado, precede-se para a estimação dos testes econométricos propostos e assim estimar a volatilidade. Por fim, serão realizadas as regressões e analisados os resultados.

4.3.2 Modelagem Empírica

Nesse estudo será utilizado como base do modelo original de FF presente na equação (4). Além do modelo original de três fatores, com base nos estudos de Ang *et al.* (2006), decidiu-se incluir a volatilidade idiossincrática conforme a equação (30)

$$R_i = \alpha + \beta_1(R_m - R_f) + \beta_2(SMB) + \beta_3(HML) + \beta_4(Vol_{t-1}^{carteira\ i}), \quad (30)$$

em que $R_m - R_f$ representa o prêmio pelo risco; SMB o prêmio de capitalização, HML o prêmio pelo tamanho e $Vol_{t-1}^{carteira\ i}$ representa a volatilidade defasada de cada carteira i , ou apenas a volatilidade idiossincrática. Com esse modelo, espera-se verificar se há algum fator para as oscilações de preço em cada carteira individualmente.

Além da oscilação individual, a proposta é também verificar se a volatilidade do mercado impacta os retornos de cada carteira. Assim, um segundo modelo é proposto, o qual é exposto em (31)

$$R_i = \alpha + \beta_1(R_m - R_f) + \beta_2(SMB) + \beta_3(HML) + \beta_4(Vol_{t-1}^{MKT}), \quad (31)$$

em que $R_m - R_f$ representa o prêmio pelo risco; SMB o prêmio de capitalização, HML o prêmio pelo tamanho e Vol_{t-1}^{MKT} representa a volatilidade defasada do mercado, o qual será utilizado como *proxy* o índice Ibovespa. Não será feito uso do VIX, como proposto por Ang *et al.* (2006), pelo fato de essa *proxy* dizer respeito apenas ao mercado americano que não é escopo do presente estudo.

Como exposto na seção 3.1.2, os modelos de volatilidade, tanto idiossincrática quanto de mercado, serão definidos tanto pelo GARCH quanto pelo GAS, pois também é um objetivo desse estudo fazer um comparativo da capacidade de cada modelo, individualmente, explicar os retornos precificáveis. Em síntese, será realizado o que está exposto na Figura 2.

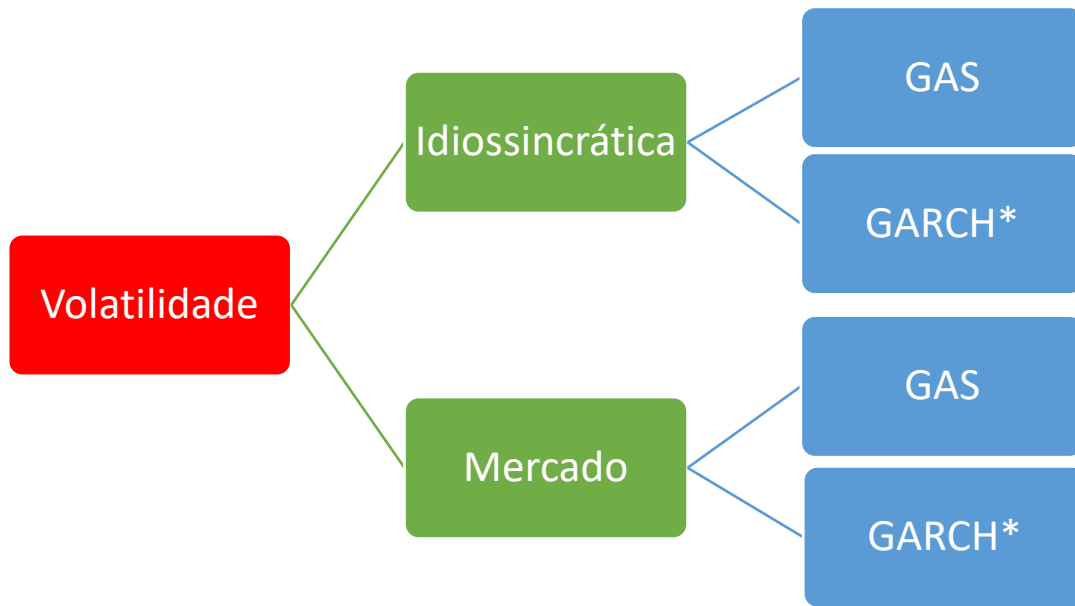


Figura 2 - Propostas de inclusão de volatilidade aos modelos empíricos

* Será escolhido apenas um entre os três modelos propostos no estudo, o qual será definido pelo critério AIC quanto ao tipo e à distribuição.

Fonte: Elaboração do autor

Para ambos os modelos propostos, serão incluídos fatores sistêmicos identificados na revisão de literatura. Optou-se por utilizar os momentos superiores, pois os mesmos tiveram desempenhos mais explicativos, segundo a revisão exposta na seção 3.2.1, excluindo-se assim a proposta de inclusão do fator momento de Carhart (1997). Dessa forma, os dois modelos empíricos que também serão testados nesse estudo seguem as equações (32) e (33)

$$R_i = \alpha + \beta_1(R_m - R_f) + \beta_2(SMB) + \beta_3(HML) + \beta_4(Vol_{t-1}^{carteira\ i}) + \beta_5(R_m - R_f)^2 + \beta_6(R_m - R_f)^3, \quad (32)$$

$$R_i = \alpha + \beta_1(R_m - R_f) + \beta_2(SMB) + \beta_3(HML) + \beta_4(Vol_{t-1}^{MKT\ i}) + \beta_5(R_m - R_f)^2 + \beta_6(R_m - R_f)^3 \quad (33)$$

em que $R_m - R_f$ representa o prêmio pelo risco; SMB o prêmio de capitalização, HML o prêmio pelo tamanho e $Vol_{t-1}^{carteira\ i}$ representa a volatilidade defasada de cada carteira i , ou apenas a volatilidade idiossincrática e $Vol_{t-1}^{MKT\ i}$ representa a volatilidade defasada do mercado, o qual será utilizado como *proxy* o índice Ibovespa, $(R_m - R_f)^2$ representa a assimetria sistemática e $(R_m - R_f)^3$ a curtose sistemática.

5 ANÁLISE E DISCUSSÃO DOS RESULTADOS

Este capítulo de descrição dos resultados se subdivide em duas partes para melhor compreensão das ideias: i) Análise Descritiva, que trata das características das carteiras e das variáveis para estimação do CAPM FF, além dos testes econométricos de seleção; (ii) Estimação da Volatilidade, em que serão expostos as características gráficas, os coeficientes e critérios de seleção dos modelos GARCH e GAS; e (iii) Análise de Regressão, em que serão avaliados os modelos empíricos propostos para explicação dos retornos precificáveis.

Para a montagem das carteiras, testes econométricos e estimação dos modelos de volatilidade, utilizou-se o *software* estatístico R, e se fez uso dos pacotes *tseries*, *zoo*, *urca*, *rugarch* e *GAS*. Para estimação das regressões, fez-se uso do *software* estatístico *GRET*L.

5.1 Análise Descritiva

Inicialmente, são expostos na Figura 3 os gráficos da evolução temporal dos retornos mensais das seis carteiras propostas por FF. De maneira geral, existem característica semelhantes nas carteiras das empresas de igual BM, muito embora essas características se deem com amplitude diferente em cada carteira.

Avaliando-se as carteiras com BM *low*, nota-se que para empresas S, há uma forte oscilação de retornos nos primeiros meses da amostra, que corresponde ao ano de 2007. Após esse choque, a série se estabiliza, sem grandes oscilações durante o período de análise. Já para as empresas B, há uma forte oscilação de retornos entre os anos de 2009 e 2010, e assim como ocorrido com as empresas S, a série se estabiliza sem grandes oscilações até o final da amostra.

Quando se analisa as carteiras com BM *middle*, nota-se que para as empresas S, a série se caracteriza por fortes oscilações, com retornos negativos mais acentuados entre os anos de 2007 e 2009. Já para as empresas B, há forte oscilação com retornos negativos no início da amostra, terminando essa característica ao final do ano 2008, com estabilização até o final da amostra.

Por fim, ao avaliar as carteiras com BM *high*, observando as empresas do tipo S, há choques esparsos durante toda a amostra, com períodos de forte oscilação seguidos de tempos de estabilização, cabendo realçar que as oscilações presentes na carteira S/H são muito mais fortes se comparadas às demais. Segundo Milani & Ceretta (2017), essas diferenças presentes na carteira S/H são devido à presença da empresa Petrobrás na amostra. O fato de ela apresentar

os maiores capitais sociais dentre as empresas brasileiras, acaba por viesar a amostra para montagem da carteira, sendo que quase todas as oscilações presentes nessa carteira representam em quase como totalidade as variações dos preços da própria empresa de petróleo.

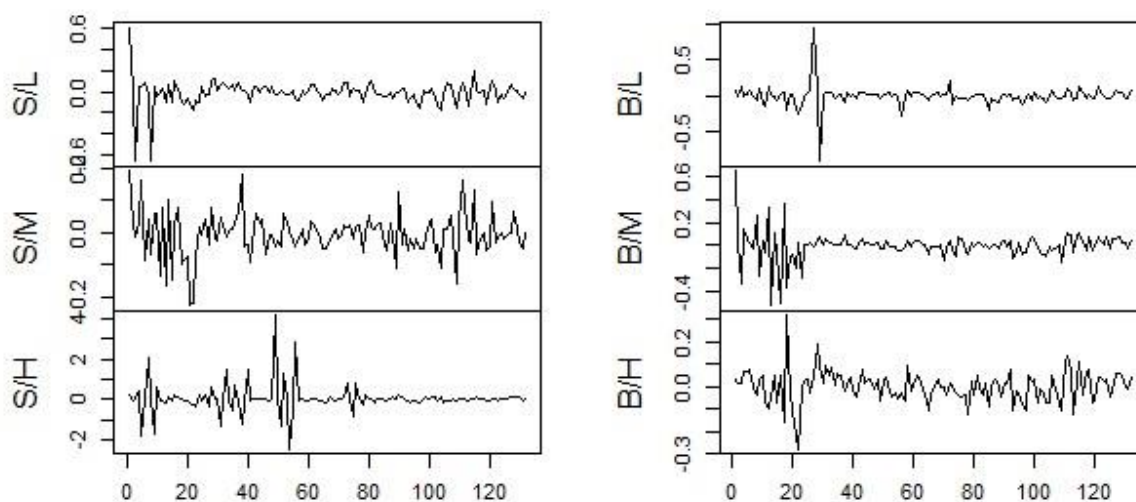


Figura 3- Retornos mensais das seis carteiras propostas por FF - S/L, S/M, S/H, B/L, B/M, B/H - entre os anos de 2007 e 2017

Fonte: Elaboração do autor

Visando dar caráter empírico/numérico às análises gráficas iniciais, serão expostas na Tabela 3 estatísticas referentes às séries de retornos analisadas, além das séries dos fatores necessários para a construção do modelo CAPM FF.

Ao fazer a análise medidas de tendência central, nota-se que o retorno livre de risco tem valor superior ao mercado, fato que pode ser explicado pelo período de análise, em que o mercado brasileiro teve duas crises, 2008 e 2014, o que pode ter impactado os retornos mensais acumulados do Ibovespa. Outro fato a se analisar é que, à exceção da carteira SH, o restante das carteiras tivera retornos médios negativos no período analisado, fato que, de certa forma, explica a razão pela qual a médio dos retornos do mercado foram inferiores à taxa livre de risco. Apesar de SH ter tido retorno médio positivo, nota-se que é a carteira com maior desvio padrão da amostra.

No que tange à variabilidade, percebe-se que os prêmios SMB e HML têm grandes valores de desvio padrão comparados ao prêmio pelo risco, usual no modelo CAPM. Além disso, ressalta-se o grande valor de desvio padrão da carteira SH, o que pode ser explicado pelo baixo número de empresas que constam nessa carteira.

Dando sequência a esta análise descritiva, com base nos resultados da Tabela 1, é possível verificar que em relação à assimetria três carteiras – SH, BL e BH – têm assimetria à

direita, enquanto as demais têm assimetria à esquerda. Analisando a curtose, destaca-se o comportamento de R_f , a qual teve curtose com característica platicúrtica, se aproximando um pouco mais de um comportamento normal, enquanto as demais séries apresentaram excesso de curtose, com característica leptocúrtica.

Tabela 3 - Estatísticas Descritivas dos retornos das carteiras e dos fatores do modelo CAPM FF, entre os períodos de 2007 e 2017

	Média	Mediana	Desvio padrão	Assimetria	Curtose*
R_f	0,005	0,005	0,001	-0,030	-0,415
R_m	0,004	0,004	0,064	-0,556	1,907
$R_m - R_f$	-0,002	-0,002	0,065	-0,567	1,941
SMB	0,008	0,008	0,233	1,892	13,274
HML	0,024	0,024	0,353	1,663	12,261
SL	-0,019	-0,010	0,116	-1,398	17,952
SM	-0,011	-0,013	0,067	-0,139	1,902
SH	0,025	-0,007	0,667	1,892	14,592
BL	-0,011	-0,006	0,134	0,317	32,739
BM	-0,011	-0,003	0,125	-0,095	9,739
BH	-0,007	-0,006	0,071	0,039	3,918

Notas: * Indica o excesso de curtose. R_f é a rentabilidade livre de risco (caderneta de poupança); R_m é o retorno do mercado (Ibovespa); $R_m - R_f$ é considerado como o prêmio pelo risco do CAPM, SMB é considerado como fator *small minus big* e HML considerado como fator *high minus low (Book-to-market)*. L representa as empresas cujo o *Book-to-market* está no quartil inferior; M representa as empresas cujo o *Book-to-market* está no quartil médio; H representa as empresas cujo o *Book-to-market* está no quartil superior. S representa as empresas consideradas pequenas e B as empresas grandes. Todos os retornos das carteiras são livres de R_f . O período de análise foi entre os anos 2007 e 2017, com dados de retornos mensais. Fonte: Elaboração do autor

Após essa análise descritiva inicial, se dá a etapa econométrica, que serve como base para proceder para a estimação das volatilidades. A Tabela 4 expõe os testes ADF para verificação de estacionariedade das séries, além da função de autocorrelação e o p-valor do teste Box & Jenkins.

Tabela 4- Teste de Estacionariedade, definição das lags (p), função de auto correlação (FAC) dos resíduos do modelo AR(p) e teste Box & Jenkins dos retornos das carteiras e do mercado, para o período entre 2007 e 2017

	SL	SM	SH	BL	BM	BH	Mercado
ADF*	-11,244	-11,526	-3,311	-7,024	-3,291	-9,792	-9,429
P-valor	0,000	0,000	0,006	0,000	0,006	0,000	0,000
AR(p)	2	2	4	2	3	0	0
FAC	-0,288	-0,274	0,163	-0,386	0,199	0,246	0,181
P-valor	0,003	0,003	0,000	0,000	0,001	0,009	0,036

* Foi estimado o teste ADF com até 8 defasagens, escolhendo-se o critério AIC para teste. Notas: A definição das lags (p) seguiram a definição Box & Jenkins, em que a FAC segue a relação $\rho_k = \frac{\gamma_k}{\gamma_0}$; $k = 0,1,2, \dots$, com até 8 defasagens. L representa as empresas cujo o *Book-to-market* está no quartil inferior; M representa as empresas cujo o *Book-to-market* está no quartil médio; H representa as empresas cujo o *Book-to-market* está no quartil superior.

superior. S representa as empresas consideradas pequenas e B as empresas grandes. Todos os retornos das carteiras são livres de R_f . O Mercado foi considerado como sendo o retorno do Ibovespa. O *Book-to-market* foi calculado pelo quociente entre o valor de mercado e o valor contábil dos ativos. O tamanho foi calculado pelo logaritmo natural dos ativos. O período de análise foi entre os anos 2007 e 2017, com dados de retornos mensais. Fonte: Elaboração do autor

O teste ADF tem hipótese nula que a série tem raiz unitária, ou seja, não é estacionária. Verifica-se que a hipótese nula foi rejeitada para todas as variáveis, ao grau de significância de 5%, atestando que são estacionárias.

Procedeu-se para a identificação de autocorrelação serial dos resíduos, no qual se identificou que apenas a carteira BH e o mercado não possuem seus resíduos contaminados com correlação, e por isso não precisarão ser diferenciados para a posterior estimação de suas volatilidades.

Na próxima subseção são apresentados os modelos de volatilidade selecionados, bem como suas distribuições estatísticas, os quais são os meios para o alcance dos objetivos específicos desse trabalho.

5.2 Estimação da Volatilidade

Nesta subseção cumprir-se-ão os objetivos específicos inerentes à seleção dos modelos de volatilidade que melhores se ajustem às séries estudadas. Primeiramente são estimados os modelos de volatilidade de cada distribuição estatística, e a seguir, serão escolhidos aqueles que têm o menor valor no critério AIC. Os resultados estão expostos na Tabela 5.

Tabela 5- Critério AIC para seleção dos modelos de volatilidade GAS e GARCH com distribuições estatísticas, para as séries de retornos do mercado e carteiras, entre 2007 e 2017

(Continua)							
GAS	Mercado	SL	SM	SH	BL	BM	BH
N	-340,712	-259,147	-351,261	-241,712	-184,791	-261,821	-346,628
SN	-339,738	-271,558	-352,762	-200,112	-202,565	-288,443	-345,111
t	-336,739	-280,554	-353,764	-46,081	-272,396	-299,333	-342,744
St	-332,576	-273,784	-350,082	-47,931	-275,754	-300,122	338,667
Ged	-	-	-	-	-	-	-
Sged	-	-	-	-	-	-	-
GARCH	Mercado	SL	SM	SH	BL	BM	BH
N	-2,634	-2,078	-2,717	-0,219	-1,617	-2,258	-2,619
SN	-2,631	-2,072	-2,779	-0,282	-1,823	-2,219	-2,624
t	-2,599	-2,269	-2,758	-0,224	-2,385	-2,394	-2,641
St	-2,589	-2,261	-2,739	-0,236	-2,389	-2,381	-2,636
Ged	-2,612	-2,247	-2,754	-0,262	-1,248	-2,193	-2,645
Sged	-2,601	-2,271	-2,745	-0,201	-1,258	-2,218	-2,594
EGARCH	Mercado	SL	SM	SH	BL	BM	BH
N	-3,547	-2,114	-3,013	-1,357	-2,122	-2,310	-2,679

SN	-3,589	-2,222	-3,022	-0,112	-2,112	-2,358	-2,582
<i>t</i>	-3,664	-2,360	-3,211	-0,094	-2,443	-2,444	-2,662
St	-3,655	-2,343	-3,228	-0,098	-2,464	-2,452	-2,652
Ged	-3,441	-2,175	-2,996	-1,312	-2,291	-2,333	-2,663
Sged	-3,443	-2,224	-3,015	-1,314	-2,287	-2,354	-2,644
GJRGARCH	Mercado	SL	SM	SH	BL	BM	BH
N	-3,753	-2,127	-3,014	-1,353	-2,138	-2,318	-2,665
SN	-3,734	-2,156	-3,019	-1,340	-2,188	-2,349	-2,657
<i>t</i>	-3,673	-2,361	-3,220	-0,080	-2,458	-2,477	-2,650
St	-3,665	-2,369	-3,210	-0,094	-2,476	-2,517	-2,611
Ged	-3,448	-2,184	-3,111	-1,331	-2,313	-2,350	-2,637
Sged	-3,489	-2,214	-3,128	-1,312	-2,292	-2,371	-2,618

Notas: O critério de informação utilizado foi o de Akaike (1974) pela função de verossimilhança. Os modelos GAS e GARCH são independentes nas seleções. Em negrito consta a estatística do teste AIC que selecionou o modelo e respectiva distribuição estatística o qual melhor se ajustou para cada série exposta. Os modelos GAS não possuem distribuição Ged nem Sged. *L* representa as empresas cujo o *Book-to-market* está no quartil inferior; *M* representa as empresas cujo o *Book-to-market* está no quartil médio; *H* representa as empresas cujo o *Book-to-market* está no quartil superior. *S* representa as empresas consideradas pequenas e *B* as empresas grandes. Todos os retornos das carteiras são livres de R_f . O Mercado foi considerado como sendo o retorno do Ibovespa. O *Book-to-market* foi calculado pelo quociente entre o valor de mercado e o valor contábil dos ativos. O tamanho foi calculado pelo logaritmo natural dos ativos. O período de análise foi entre os anos 2007 e 2017, com dados de retornos mensais. Fonte: Elaboração do autor

O primeiro ponto a se destacar é que os modelos GAS possuem critérios estatísticos muito superiores se comparados ao GARCH, o que indica que os modelos de *score* têm maior capacidade de se ajustar adequadamente às séries estudadas. Com relação ainda ao modelo GAS, verifica-se que a série de mercado e as carteiras SH e BH tiveram a distribuição normal selecionada, o que pode ser explicado pela característica dessas séries, exposta na subseção anterior.

Em relação aos modelos GARCH, fica claro que o modelo simples não é aquele que tem critérios estatísticos que menos se ajustam às séries que captam assimetrias. Entre as sete séries analisadas, quatro foram selecionadas pelo GJR-GARCH enquanto três pelo E-GARCH, o que mostra que esses modelos são muito similares e está de acordo com a literatura. Assim como no modelo de *score*, a série de mercado e as carteiras SH e BH tiveram a distribuição normal selecionada. Além disso, as demais séries se ajustam à distribuição *t-student* assimétrica, outro fato relatado na literatura.

A Figura 4 mostra um comparativo entre as volatilidades estimadas pelo GAS e pelos GARCH selecionados.

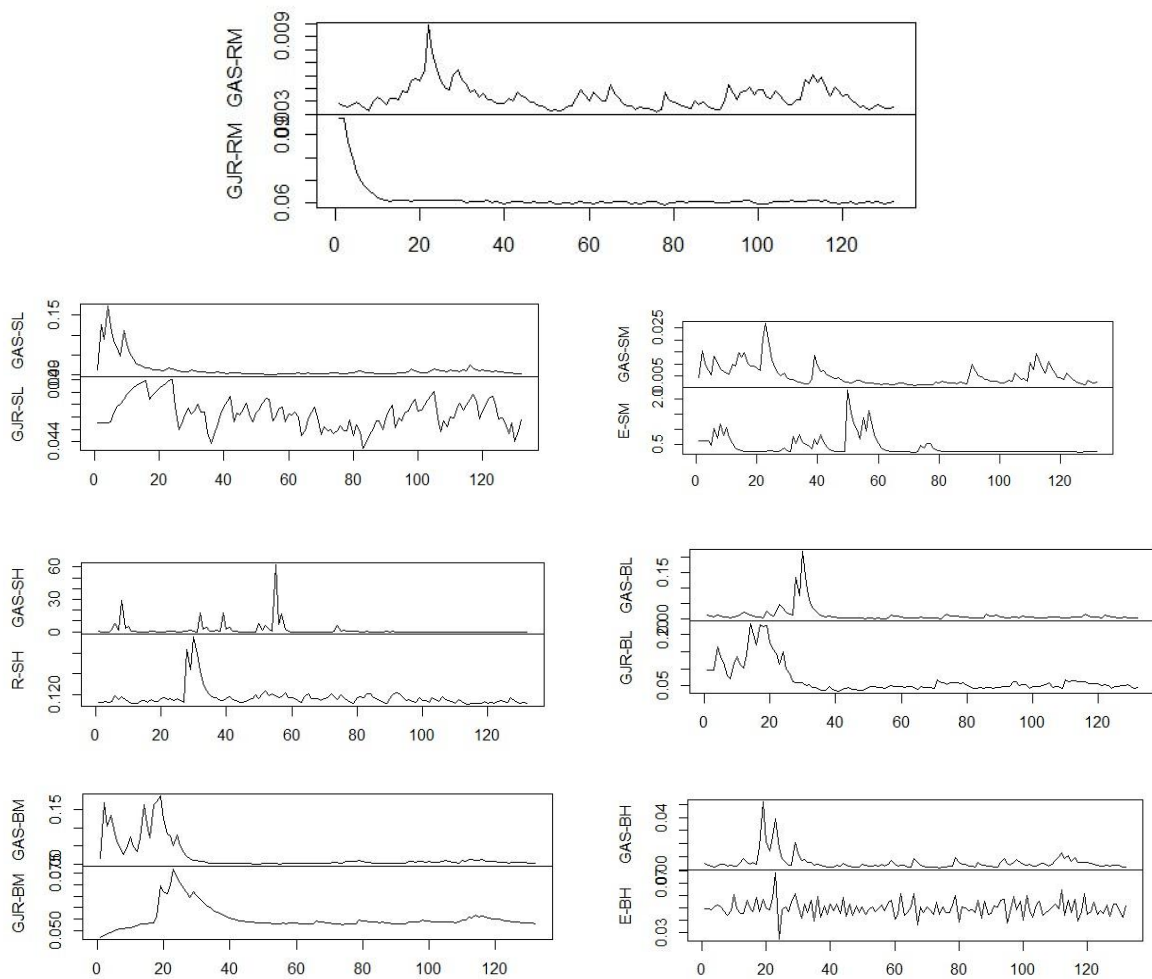


Figura 4 - Gráficos das volatilidades estimadas pelo GAS e GARCH, para o mercado e as carteiras, entre 2007 e 2017

Nota: GJR refere-se ao modelo GJR-GARCH (1,1), E refere-se ao modelo E-GARCH (1,1), e GAS refere-se ao modelo GAS (1,1). As distribuições estatísticas de cada modelo estão expostas na Tabela 5.

O primeiro aspecto a ser analisado é que em todas as séries analisadas, a modelagem GAS possui menor amplitude que os GARCH, na ordem de 10 vezes menor, tornando assim a série de volatilidade definida pelo *score* de menor amplitude. Creal *et al* (2013) mostram que, pelo fato de as funções densidade de probabilidade dos modelos GAS serem mais robustas e a função autoregressiva ser redefinida a cada passo, torna a volatilidade subavaliada e mais “suavizada” em relação aos modelos GARCH, que têm funções menos robustas.

Observando-se o comportamento do mercado, observa-se grande diferença na estimação das séries de volatilidade. A modelagem GAS mostra oscilações presentes durante toda a série, enquanto a modelagem GARCH apresenta um primeiro grande choque de volatilidade no início da amostra, e depois uma grande estabilidade. Esse mesmo comportamento aparece na carteira SL.

Um padrão que pode ser avaliado, a partir da Figura 4, é que a volatilidade modelada pelo GAS parece ter choques mais atrasados em relação ao GARCH, como pode ser visto nas carteiras SM, SH, BL e BH. A carteira BM foi a única com comportamento oposto ao que acontece com as demais carteiras.

A próxima subseção irá apresentar os resultados das regressões, para verificar o impacto da volatilidade idiossincrática e de mercado sobre os retornos precificáveis.

5.3 Análises das Regressões

Nesta subseção serão expostos os resultados que permitirão chegar ao objetivo específico deste estudo. Para tal, serão estimados os modelos empíricos propostos na seção 4.3.2, além do modelo CAPM FF original, com a finalidade de comparação da explicação dos retornos precificáveis.

Procedeu-se para a análise dos modelos de precificação, começando com o modelo tradicional de três fatores de Fama & French. Os resultados são expostos na Tabela 6.

Tabela 6 - Modelo Fama & French tradicional para as carteiras, entre 2007 e 2017

	SL	SM	SH	BL	BM	BH
α	-0,007 [0,005]	-0,007* [0,004]	-0,008 [0,011]	-0,007 [0,010]	-0,009 [0,010]	-0,007* [0,004]
β_1	0,730*** [0,083]	0,599*** [0,070]	0,485*** [0,008]	0,515*** [0,169]	0,539*** [0,163]	0,760*** [0,066]
β_2	1,222*** [0,074]	0,265*** [0,063]	1,319*** [0,164]	-0,043 [0,151]	-0,008 [0,146]	-0,140*** [0,059]
β_3	-0,809*** [0,048]	-0,184*** [0,041]	1,010*** [0,107]	-0,080 [0,099]	-0,001 [0,096]	0,099** [0,039]
R^2	0,723	0,399	0,959	0,133	0,058	0,508

Notas: ***, ** e * indica a significância estatística aos níveis de 1%, 5% e 10% respectivamente. [] representa o erro padrão de cada parâmetro. Essa tabela apresenta os coeficientes estimados do modelo Fama & French tradicional, entre os anos de 2007 e 2017 e periodicidade mensal, cuja estrutura se dá por $R_i - R_f = \alpha + \beta_1(R_m - R_f) + \beta_2(SMB) + \beta_3(HML)$ em que $R_m - R_f$ representa o Prêmio pelo risco; SMB o prêmio de capitalização e HML o prêmio pelo tamanho. *L* representa as empresas cujo o *Book-to-market* está no quartil inferior; *M* representa as empresas cujo o *Book-to-market* está no quartil médio; *H* representa as empresas cujo o *Book-to-market* está no quartil superior. *S* representa as empresas consideradas pequenas e *B* as empresas grandes. Todos os retornos das carteiras são livres de R_f . O *Book-to-market* foi calculado pelo quociente entre o valor de mercado e o valor contábil dos ativos. O tamanho foi calculado pelo logaritmo natural dos ativos.

A começar com a constante α , observa-se que apenas em duas carteiras e a um nível de 10%, há significância estatística. Cabe ressaltar que, segundo Leite *et al.* (2016), para um modelo de fatores, e estes cuja característica reflete a rentabilidade de portfólios negociáveis, a constante da equação que descreve o modelo serve como um indicador de quão bem especificado está o modelo. Os mesmos autores também mostram que, em caso de falta de

especificação do modelo, há sinal de fatores omitidos. Assim, pode-se concluir que o modelo FF tradicional não foi capaz de, com seus três fatores, explicar adequadamente os retornos.

Ademais, cabe ressaltar que os prêmios pelo risco sistemático, em todas as carteiras, foram altamente significativos e positivamente relacionados ao retorno, fato amplamente confirmado na literatura. Além disso, para as empresas pequenas, o prêmio de capitalização foi negativo, e o oposto para as empresas grandes. Analisado o prêmio de tamanho, apenas para as grandes empresas houve relação positiva, achados consistentes com os trabalhos de Malaga (2004), Neves (2005) e Leite *et al* (2016).

Os resultados encontrados sugerem que, pela falta de significância estatística da constante α , o modelo tradicional FF com seus fatores não consegue explicar totalmente os retornos precificáveis. Assim, como fora proposto neste estudo, será incorporado primeiramente, a volatilidade de mercado ao modelo de três fatores, para buscar implementar as explicações.

Os resultados da incorporação da volatilidade de mercado, tanto modelada pelo GAS quanto pelo GARCH estão expostos na Tabela 7.

Tabela 7- Modelo de precificação incorporando a volatilidade de mercado calculada pelo GARCH e GAS, entre 2007 e 2017

	SL	SM	SH	BL	BM	BH
Estimação da volatilidade pelo GARCH						
α	-0,017 (0,035)	0,030 [0,033]	0,065 [0,065]	0,062 [0,082]	0,037 [0,069]	-0,021 [0,032]
β_1	0,725*** (0,072)	0,595*** [0,068]	0,477*** [0,166]	0,511*** [0,169]	0,525*** [0,142]	0,759*** [0,066]
β_2	1,101*** (0,067)	0,213*** [0,064]	1,191*** [0,178]	-0,074 [0,158]	-0,253* [0,133]	-0,166*** [0,062]
β_3	-0,727*** (0,044)	-0,148*** [0,042]	1,097*** [0,110]	-0,059 [0,104]	0,163* [0,087]	0,116*** [0,041]
β_4	0,125 (0,704)	-0,806 [0,066]	-1,567*** [1,745]	-1,422 [1,656]	-1,094 [1,391]	0,272 [0,651]
R^2	0,731	0,394	0,961	0,130	0,105	0,513
Estimação da volatilidade pelo GAS						
α	-0,002 [0,021]	0,003* [0,020]	0,053 [0,054]	0,065 [0,051]	0,013 [0,043]	-0,008 [0,020]
β_1	0,726*** [0,072]	0,599*** [0,068]	0,472*** [0,178]	0,501*** [0,169]	0,524*** [0,143]	0,759 [0,066]
β_2	1,099*** [0,067]	0,218*** [0,063]	1,199*** [0,166]	-0,067 [0,157],	-0,248* [0,133]	-0,167 [0,062]
β_3	-0,726*** [0,044]	-0,153*** [0,041]	1,090*** [0,110]	-0,065 [0,104]	0,159* [0,088]	0,117 [0,041]
β_4	3,530 [4,914]	-9,377 [4,611]	-13,616 [12,170]	-15,507 [11,526]	-5,595 [0,088]	1,639 [4,551]
R^2	0,732	0,407	0,961	0,137	0,100	0,513

Notas: ***, ** e * indica a significância estatística aos níveis de 1%, 5% e 10% respectivamente. [] representa o erro padrão de cada parâmetro. Essa tabela apresenta os coeficientes estimados do modelo Fama & French incorporando o fator volatilidade defasada da carteira, entre os anos de 2007 e 2017 e periodicidade mensal, cuja estrutura se dá por $R_i - R_f = \alpha + \beta_1(R_m - R_f) + \beta_2(SMB) + \beta_3(HML) + \beta_4(Vol_{t-1}^{MKT})$, em que $R_m - R_f$ representa o Prêmio pelo risco; SMB o prêmio de capitalização, HML o prêmio pelo tamanho e Vol_{t-1}^{MKT} representa a volatilidade defasada do mercado, no caso desse estudo o dado pelo índice Ibovespa, cujo modelo seguiu o GJR-GARCH com distribuição *t-student*., e GAS com distribuição normal. *L* representa as empresas cujo o *Book-to-market* está no quartil inferior; *M* representa as empresas cujo o *Book-to-market* está no quartil médio; *H* representa as empresas cujo o *Book-to-market* está no quartil superior. *S* representa as empresas consideradas pequenas e *B* as empresas grandes. Todos os retornos das carteiras são livres de R_f . O *Book-to-market* foi calculado pelo quociente entre o valor de mercado e o valor contábil dos ativos. O tamanho foi calculado pelo logaritmo natural dos ativos. O teste RESET indicou que há significância estatística, com intervalo de confiança de 1%, para a inclusão dos fatores.

Com a adição da volatilidade de mercado ao modelo, notou-se que há uma pequena melhora de explicação dos retornos precificáveis em relação ao modelo tradicional de FF. Na comparação do modelo GARCH com o GAS, observa-se que não há muita diferença no poder explicativo entre as volatilidades. O modelo de *score* amplia levemente o poder explicativo dos retornos de três carteiras – SL, SM e BL -, sendo que na SM, torna o coeficiente angular da reta estatisticamente significativo ao nível de 10%.

Nesse sentido, os resultados se mostram de acordo com a literatura, em especial com os resultados encontrados por Bernardi e Catania (2016) e Troster *et al* (2018), em que os autores relatam que o GAS tem capacidade de ajuste superior aos modelos GARCH, no entanto, não possui melhor desempenho na previsão e na modelagem de risco. No caso desse estudo, em relação à volatilidade de mercado, o modelo de *score* é apenas levemente superior quanto ao poder de explicação se comparado ao modelo GARCH em algumas séries.

Com a hipótese de que há fatores omitidos, partiu-se para adição da volatilidade idiossincrática ao modelo tradicional. Os resultados são expostos na Tabela 6.

Tabela 8 - Modelo de precificação incorporando a volatilidade idiossincrática calculada pelo GARCH e GAS, entre 2007 e 2017

	SL	SM	SH	BL	BM	BH
Estimação da volatilidade pelo GARCH						
α	0,144*** [0,053]	0,469*** [0,167]	-0,008 [0,019]	2,119*** [0,560]	0,022 [0,016]	-0,028 [0,048]
β_1	0,743*** [0,070]	0,585*** [0,067]	0,481*** [0,179]	0,572*** [0,162]	0,473*** [0,140]	0,759*** [0,066]
β_2	1,040*** [0,068]	0,212 [0,062]	1,196*** [0,167]	-0,033 [0,150]	-0,262** [0,129]	-0,169*** [0,062]
β_3	-0,688*** [0,045]	-0,149*** [0,041]	1,094*** [0,111]	-0,085 [0,099]	0,165* [0,085]	0,118*** [0,041]
β_4	-2,540*** [0,866]	-10,334*** [3,613]	-0,010 [0,035]	-17,845*** [4,700]	-0,588*** [0,209]	0,361 [0,869]
R^2	0,748	0,425	0,961	0,215	0,151	0,513
Estimação da volatilidade pelo GAS						
α	0,001	0,002	-0,004	0,017	0,006	0,001

	[0,005]	[0,007]	[0,012]	[0,012]	[0,009]	[0,006]
β_1	0,751***	0,599***	0,486***	0,605***	0,462***	0,753***
	[0,071]	[0,068]	[0,179]	[0,165]	[0,136]	[0,067]
β_2	1,051***	0,206***	1,203***	-0,069	-0,338***	-0,167***
	[0,067]	[0,065]	[0,167]	[0,152]	[0,128]	[0,062]
β_3	-0,697***	-0,143***	1,094***	-0,070	0,214**	0,116***
	[0,045]	[0,043]	[0,110]	[0,100]	[0,084]	[0,041]
β_4	-0,495***	-0,943	-0,001	-1,466***	-0,844***	-0,496
	[0,183]	[1,036]	[0,001]	[0,428]	[0,224]	[0,688]
R^2	0,745	0,392	0,944	0,199	0,190	0,505

Notas: ***, ** indica a significância estatística aos níveis de 1%, 5% e 10% respectivamente. [] representa o erro padrão de cada parâmetro. Essa tabela apresenta os coeficientes estimados do modelo Fama & French incorporando o fator volatilidade defasada da carteira, entre os anos de 2007 e 2017 e periodicidade mensal, cuja estrutura se dá por $R_i - R_f = \alpha + \beta_1(R_m - R_f) + \beta_2(SMB) + \beta_3(HML) + \beta_4(Vol_{t-1}^{carteira i})$, em que $R_m - R_f$ representa o Prêmio pelo risco; SMB o prêmio de capitalização, HML o prêmio pelo tamanho e $Vol_{t-1}^{carteira i}$ representa a volatilidade defasada de cada carteira i , cujo modelo segue: SL: GAS-t; GJR-St; SM: GAS-t; EGARCH- St; SH: GAS-N; EGARCH-N; BL: GAS-St; GJR-St; BM: GAS-St; GJR-St; BH: GAS-N; EGARCH-N. L representa as empresas cujo o *Book-to-market* está no quartil inferior; M representa as empresas cujo o *Book-to-market* está no quartil médio; H representa as empresas cujo o *Book-to-market* está no quartil superior. S representa as empresas consideradas pequenas e B as empresas grandes. Todos os retornos das carteiras são livres de R_f . O Market-to-Book foi calculado pelo quociente entre o valor de mercado e o valor contábil dos ativos. O tamanho foi calculado pelo logaritmo natural dos ativos. O teste RESET indicou que há significância estatística, com intervalo de confiança de 1%, para a inclusão dos fatores.

Com a adição da volatilidade idiossincrática modelada pelo GARCH, notam-se algumas melhorias: em três carteiras – SL, SM e BL – a constante é estatisticamente significativa e diferente de zero, o que indica uma adequação do modelo; os fatores elencados no modelo FF tradicional ganham significância estatística na maior parte das carteiras, diferente do modelo tradicional antes estimado; o R^2 ajustado aumenta para todas as carteiras, o que indica que a volatilidade é um fator importante para se explicar o retorno.

Já com a adição da volatilidade modelada pelo GAS, há melhorias em quase todas as carteiras em relação ao modelo CAPM FF, à exceção da empresa SH. Entretanto, se comparada à volatilidade idiossincrática modelada pelo GARCH, os modelos de *score* tiveram resultado inferior em quatro carteiras – SL, SM, BL e BH – com explicação superior na carteira BM.

Assim como os resultados de Ang *et al.* (2006) e Leite *et al.* (2016), observou-se que a volatilidade idiossincrática tem relação negativa (ou não significativa estatisticamente) com o retorno, o que corrobora o efeito “risco x retorno” amplamente discutido na literatura. Com relação aos fatores de FF, a inclusão da volatilidade diminui o valor desses prêmios em todas as carteiras, fato que com o aumento do poder explicativo do modelo exposto pelo R^2 , corrobora a melhoria de especificação do modelo com a inclusão de um fator de risco.

Cabe ressaltar que o impacto da volatilidade sobre o retorno é altamente negativo e com maior impacto sobre as empresas com pequenos e médios *book-to-market*. Pelo fato de o *book-to-market* representar uma *proxy* de restrições financeiras, o resultado encontrado parece ser adequado, visto que, para empresas mais restritas, é natural que as oscilações de preços tenham

maior impacto sobre seus retornos. Esse fato torna-se mais evidente ao analisar que a volatilidade não possui significância estatística sobre as empresas grandes.

Para estimar o último modelo proposto, foram escolhidas as séries de volatilidade que mais explicaram os retornos precificáveis, e se adicionou os fatores sistêmicos de momentos superiores, isto é, a assimetria e curtose sistemática. A intuição por trás desse controle é verificar se há melhora de explicação das séries com a adição desses fatores à volatilidade idiossincrática.

Nesse sentido, foram escolhidas todas as volatilidades idiossincráticas, visto que tiveram poder de explicação maior para todas os retornos precificáveis. Assim, os resultados da relação entre a volatilidade idiossincrática e os retornos precificáveis com os fatores sistêmicos de controle estão expostos na Tabela 9.

Tabela 9- Modelo de precificação incorporando a volatilidade idiossincrática controlada pelos fatores de momentos superiores, entre 2007 e 2017

	SL	SM	SH	BL	BM	BH
α	0,159*** [0,053]	0,455*** [0,171]	0,022 [0,021]	2,097*** [0,557]	0,017 [0,011]	-0,032 [0,048]
β_1	0,847*** [0,094]	0,548*** [0,090]	0,728*** [0,236]	0,638*** [0,216]	0,816*** [0,177]	0,648*** [0,089]
β_2	1,046*** [0,068]	0,211*** [0,063]	1,233*** [0,164]	-0,016 [0,150]	-0,306** [0,126]	-0,180*** [0,062]
β_3	-0,691*** [0,044]	-0,149*** [0,041]	1,074*** [0,108]	-0,096 [0,099]	0,200** [0,083]	0,124*** [0,041]
β_4	-2,629*** [0,867]	-9,878*** [3,703]	-0,011 [0,035]	-17,467*** [4,672]	-0,839*** [0,223]	0,487 [0,886]
β_5	-1,112 [0,968]	-0,070 [0,935]	-6,454*** [2,437]	-4,174* [2,218]	-3,489* [1,847]	1,099 [0,925]
β_6	-7,076 [4,273]	1,662 [4,092]	-24,085** [10,746]	-11,181 [9,778]	-23,493*** [8,067]	7,351* [4,055]
R^2	0,749	0,418	0,964	0,262	0,268	0,521

Notas: ***, ** indica a significância estatística aos níveis de 1%, 5% e 10% respectivamente. [] representa o erro padrão de cada parâmetro. Essa tabela apresenta os coeficientes estimados do modelo Fama & French incorporando o fator volatilidade defasada da carteira, entre os anos de 2007 e 2017 e periodicidade mensal, cuja estrutura se dá por $R_i - R_f = \alpha + \beta_1(R_m - R_f) + \beta_2(SMB) + \beta_3(HML) + \beta_4(Vol_{t-1}^{carteira\ i}) + \beta_5(R_m - R_f)^2 + \beta_6(R_m - R_f)^3$, em que $R_m - R_f$ representa o Prêmio pelo risco; SMB o prêmio de capitalização, HML o prêmio pelo tamanho, $Vol_{t-1}^{carteira\ i}$ representa a volatilidade defasada de cada carteira i , cujo modelo segue: SL: GJR-St; SM: EGARCH- St; SH: EGARCH-N; BL: GJR-St; BM: GAS-St; BH: EGARCH-N; $(R_m - R_f)^2$ representa a assimetria sistemática e $(R_m - R_f)^3$ representa a curtose sistemática. L representa as empresas cujo o *Book-to-market* está no quartil inferior; M representa as empresas cujo o *Book-to-market* está no quartil médio; H representa as empresas cujo o *Book-to-market* está no quartil superior. S representa as empresas consideradas pequenas e B as empresas grandes. Todos os retornos das carteiras são livres de R_f . O Market-to-Book foi calculado pelo quociente entre o valor de mercado e o valor contábil dos ativos. O tamanho foi calculado pelo logaritmo natural dos ativos. O teste RESET indicou que há significância estatística, com intervalo de confiança de 1%, para a inclusão dos fatores.

A inclusão dos fatores sistêmicos de momentos superiores ao CAPM com volatilidade idiossincrática aprimorou os retornos precificáveis para cinco carteiras – SL, SH, BL, BM, BH -, enquanto apenas na carteira SM diminuiu o nível explicativo do modelo.

Analisando as carteiras em que os fatores foram estatisticamente significativos, nota-se que as empresas pequenas com alto poder de capitalização tiveram bastante impacto da co-assimetria e co-curtose, indicando que essas empresas estão condicionadas às preferências de risco dos investidores; aqueles que têm aversão a grandes perdas devem evitar essas empresas. Esse comportamento também pode ser encaixado ao avaliar as empresas grandes, mas com média capacidade de capitalização, visto a significância estatística dos fatores sistêmicos adicionados ao modelo.

Com isso, nota-se que a volatilidade idiossincrática não incorpora características de momentos superiores para a maioria das carteiras. Esses resultados são diferentes de Milani *et al* (2010), que ao realizar estudo para fundos de investimento brasileiros, encontrou pouca mudança no grau de explicação dos modelos com a inclusão dos momentos superiores; mas consistentes com o estudo de Milani e Ceretta (2014) que, ao estenderem o estudo de Milani *et al* (2010), encontraram resultados significativos para co-assimetria e co-curtose para apenas alguns quartis da amostra analisada. Por fim, a inclusão dos controles de momentos superiores não alterou os sinais nem a significância da volatilidade idiossincrática, o que mostra que esses fatores são importantes para a explicação dos retornos precificáveis e não interferem nas explicações da volatilidade.

Os achados também são similares aos de Harvey & Siddique (1997), pois mostra que a variável co-assimetria está fortemente relacionada com a volatilidade de cada carteira. Já em relação ao trabalho de Castro Jr *et al* (2009) a semelhança está na falta de significância estatística da co-assimetria em algumas carteiras.

Em relação à volatilidade, nota-se semelhanças aos achados de Ang *et al* (2009) e Leite *et al* (2016), especialmente no que diz respeito à forte – e negativa - significância estatística da volatilidade idiossincrática para as carteiras de empresas com baixos *book-to-market*. Entretanto, os achados desse trabalho vão de encontro ao que Bali *et al* (2011) encontrou, especialmente no que diz respeito à relação entre a volatilidade e os retornos, visto que os autores encontraram uma relação estatisticamente significativa e positiva entre os retornos precificáveis o risco idiossincrático.

Em todos os modelos propostos, a volatilidade se relacionou negativamente com o retorno, fato que tem amparo na literatura. Além disso, os modelos permitiram verificar que as oscilações individuais de cada carteira têm maior impacto que a volatilidade do próprio

mercado. Nesse sentido, este estudo fornece uma informação importante aos investidores: as informações da montagem de cada carteira, as características idiossincráticas das ações constantes em cada *portfólio* acabam por estarem mais relacionadas aos retornos individuais do que as oscilações constantes no mercado, como no caso desse estudo se considerou o Índice Ibovespa.

6 CONSIDERAÇÕES FINAIS

O objetivo desse trabalho foi de investigar se a volatilidade idiossincrática poderia ter capacidade de aprimorar a explicação dos retornos precificáveis. Para tal, fez-se uso do modelo CAPM de Fama & French e, baseado em trabalhos como os de Ang *et al.* (2006) e Leite *et al.* (2016), incluiu-se a volatilidade. A diferença desse trabalho está na inclusão da volatilidade da carteira bem como no cálculo dessa que foi obtida fazendo uso de modelos GARCH e GAS, sendo que o modelo de *score*, por ter funções de densidade mais robustas e com parâmetros autoregressivos variantes no tempo e ser ainda pouco explorado na literatura com dados do mercado brasileiro, pode ser considerado como um diferencial.

Com a revisão de literatura proposta, montou-se os modelos empíricos a serem analisados a posteriori, e além de avaliar a volatilidade idiossincrática, analisou-se o impacto da volatilidade de mercado a cada carteira, sendo utilizada como *proxy* o índice Ibovespa. Além disso, optou-se por fazer uso de dois fatores sistêmicos como controles das regressões, sendo considerados os momentos superiores de assimetria e curtose sistemática.

O escopo de estudo foi o mercado brasileiro de capitais, fazendo uso dos retornos das ações de empresas listadas na B3, entre o período de 2007 e 2017, o que totalizou uma média de 87 empresas por ano. Fez-se uso da montagem de carteiras proposta por Fama & French (1996), e assim foram propostas 6 carteiras com reclassificação das empresas a cada ano amostral.

Para responder à pergunta inicialmente formulada e atender ao objetivo geral do corrente trabalho, foram estabelecidos objetivos específicos que nortearam o rumo das análises realizadas. Nesse sentido, de posse dos dados, o primeiro passo foi limpar as séries de raiz unitária e autocorrelação serial nos resíduos para assim estimar os modelos de volatilidade propostos.

Os resultados empíricos mostraram que a inclusão da volatilidade aprimora a explicação do modelo CAPM FF, fato evidenciado pelo sensível acréscimo do R^2 ajustado das regressões. Além disso, notou-se que a volatilidade, quando significativa, teve relação oposta com o retorno. Outro fato relevante foi o fato de a volatilidade idiossincrática ter maior capacidade de aprimorar a explicação dos retornos do que a volatilidade de mercado, fato também observado pelo acréscimo do R^2 ajustado.

No comparativo entre os modelos GARCH e GAS, os modelos GARCH assimétricos tiveram ligeira vantagem sobre os modelos de *score*, fato revelado pela capacidade de

associação e explicação dos retornos precificáveis – apesar de os modelos GAS terem resultados bastante superiores na capacidade de ajuste, evidenciado pela estatística AIC.

A inclusão dos fatores sistêmicos à modelagem do CAPM com a volatilidade idiossincrática se mostrou eficaz, visto que para as cinco das seis carteiras analisadas houve melhoria no coeficiente de explicação dos retornos precificáveis. Além disso, os fatores sistêmicos parecem ser independentes da volatilidade idiossincrática, pois não reduzem a capacidade de explicação dessa em nenhuma das carteiras analisadas.

O presente estudo foi capaz de verificar que o risco idiossincrático é mais relevante do que o risco do mercado individual para a explicação dos retornos precificáveis dos *portfólios*, fato que indica que as informações da montagem de portfólios parecem ser mais importantes, tanto para *hedge* quanto para maximização de retornos dos investidores, excetuando-se aquelas empresas grandes que possam ter algumas restrições financeiras. Além disso, esse fato parece ser mais intensificado nas empresas com menores indicadores *book-to-market* como pode ser visto nas carteiras em que a volatilidade idiossincrática tem maior intensidade estatisticamente significativa, fato que pode ser oriundo das possíveis restrições financeiras dessas firmas.

Outro resultado desse estudo é a relação entre as variáveis de volatilidade e retorno, sendo que as oscilações, tanto de mercado quanto idiossincráticas, quando estatisticamente significativas, se relacionaram negativamente com os retornos desses *portfólios*, o que reforça a velha hipótese de finanças do *trade-off* entre risco e retorno.

Em linhas gerais, pode-se dizer que a volatilidade idiossincrática é um fator a ser imensamente considerado nos modelos de precificação de ativos, pois acabam por terem uma relação negativa com os retornos, além de diminuírem os prêmios de risco sistemático, de capitalização e de tamanho. Com isso, pode-se dizer que os resultados encontrados sustentam os objetivos do estudo.

As limitações desse estudo estão relacionadas aos fatores sistêmicos utilizados, sendo que poderia ser utilizado o fator momento de Carhart (1997) ou as relações de liquidez propostas por Liu (2006). Além disso, os modelos de volatilidade utilizados poderiam se expandir para diversos tipos de GARCH, como APARCH, PowerARCH ou até o TGARCH, que na revisão de literatura, em alguns estudos, tiveram desempenhos de previsão e ajuste até superiores aos modelos utilizados nesse estudo.

REFERÊNCIAS

- AKAIKE, H. A new look at the statistical model identification. **IEEE Transactions on Automatic Control**, v. 19, n. 6, p. 716–723, 1974.
- ALMEIDA, L. **Estimação do CAPM intertemporal com ações da Bovespa**. [s.l.] Faculdade de Economia, Administração e Contabilidade Universidade de São Paulo. Dissertação de mestrado, 2010.
- AMARO, R. **Comparação de modelos de volatilidade heteroscedásticos através da estimação do Value-at-Risk**. [s.l.] Dissertação de Mestrado. Universidade Federal de Santa Maria, Santa Maria, RS, 2016.
- ANG, A. et al. The cross-section of volatility and expected returns. **Journal of Finance**, v. 61, n. 1, p. 259–299, 2006.
- ANG, A. et al. High idiosyncratic volatility and low returns: International and further U.S. evidence. **Journal of Financial Economics**, v. 91, n. 1, p. 1–23, 2009.
- ANGELIDIS, T.; BENOS, A.; DEGIANNAKIS, S. The use of GARCH models in VaR estimation. **Statistical Methodology**, v. 1, n. 2, p. 105–128, 2004.
- ARELLANO-VALLE, R. B.; AZZALINI, A. The centred parameterization and related quantities of the skew-t distribution. **Journal of Multivariate Analysis**, v. 113, p. 73–90, 2013.
- ARGOLO, B.; FEDERAL, U. **Implementação Prática Do Modelo De Fama E French Para O Cálculo Do Custo De Capital Acionário No. 2008**.
- ARGOLO, É.; LEAL, R.; ALMEIDA, V. **O modelo de Fama e French é aplicável no Brasil?** 2. São Paulo.
- BAE, K. H.; KAROLYI, G. A.; STULZ, R. M. A New Approach to Measuring Financial Contagion. **Review of Financial Studies**, v. 16, n. 3, p. 717–763, 2003.
- BAKER, M.; BRADLEY, B.; WURGLER, J. Benchmarks as limits to arbitrage: Understanding the low-volatility anomaly. **Financial Analysts Journal**, v. 67, n. 1, p. 40–54, 2011.
- BALI, T. G.; CAKICI, N.; WHITELAW, R. F. Maxing out: Stocks as lotteries and the cross-section of expected returns. **Journal of Financial Economics**, v. 99, n. 2, p. 427–446, 2011.
- BANZ, R. W. The relationship between return and market value of common stocks. **Journal**

of **Financial Economics**, v. 9, n. 1, p. 3–18, 1981.

BERNARDI, M.; CATANIA, L. Comparison of Value-at-Risk models: the MCS package. n. 1994, p. 1–25, 2015.

BLANK, F. F. et al. CAPM Condicional : Betas Variantes no Tempo no Mercado Brasileiro. **Revista Brasileira de Finanças**, v. 12, n. 2, p. 163–199, 2014.

BODUR, F. . **Uma comparação entre os modelos CAPM, CAPM FAMA-FRENCH e FAMA-FRENCH-CARHART**. [s.l.] Universidade Federal do Rio Grande do Sul, 2011.

BOGUTH, O.; KUEHN, L. A. Consumption Volatility Risk. **Journal of Finance**, v. 68, n. 6, p. 2589–2615, 2013.

BOLLERSLEV, T. Generalized autoregressive conditional heteroskedasticity. **Journal of Econometrics**, v. 31, n. 3, p. 307–327, 1986.

BORTOLUZZO, A. B. et al. The influence of the 2008 financial crisis on the predictiveness of risky asset pricing models in Brazil. **Revista Contabilidade & Finanças**, v. 27, n. 72, p. 408–420, 2016.

BUNDOO, S. K. An augmented Fama and French three-factor model: New evidence from an emerging stock market. **Applied Economics Letters**, v. 15, n. 15, p. 1213–1218, 2008.

CALDEIRA, J. F.; MOURA, G. V; SANTOS, A. A. P. Seleção de Carteiras Utilizando o Modelo FAMA-FRENCH-CARHART. **Rbe**, v. 67, n. 1, p. 45–65, 2013.

CARHART, M. M. On Persistence in Mutual Fund Performance. **Journal of finance**, v. 52, n. 1, p. 57–82, 1997.

CASTRO JR, F.; ZWICKER, R.; YOSHINAGA, C. Apreçamento de ativos com assimetria e curtose: um teste de comomentos com dados em painel. **In: IX EBfin**, v. São Paulo, n. Sociedade Brasileira de Finanças, 2009.

CERVO, A.; BERVIAN, P. . **Metodologia Científica: para uso de estudantes universitários**. São Paulo, Mcgraw Hill, 1983.

CHEN, C. W. S. et al. Forecasting Value-at-Risk using nonlinear regression quantiles and the intra-day range. **International Journal of Forecasting**, v. 28, n. 3, p. 557–574, 2012.

CREAL, D.; KOOPMAN, S. J.; LUCAS, A. A dynamic multivariate heavy-tailed model for time-varying volatilities and correlations. **Journal of Business and Economic Statistics**, v. 29,

n. 4, p. 552–563, 2011.

CREAL, D.; KOOPMAN, S. J.; LUCAS, A. Generalized autoregressive score models with applications. **Journal of Applied Econometrics**, v. 28, n. 5, p. 777–795, 2013.

DEMIR, E.; FUNG, K. W. T.; LU, Z. Capital Asset Pricing Model and Stochastic Volatility: A Case Study of India. **Emerging Markets Finance and Trade**, v. 52, n. 1, p. 52–65, 2016.

DICKEY, D.; FULLER, W. Distribution of the Estimators for Autoregressive Time Series with a Unit Root. **Journal of the American Statistical Association**, v. 74, n. 366, p. 427–431, 1979.

ELING, M. Fitting insurance claims to skewed distributions: are the skew-normal and skew-student good models? **Working Paper**, v. 98, 2011.

EMILIANO, P. C. **Critérios de informação: como eles se comportam em diferentes modelos?** [s.l.] Tese de Doutorado, Universidade Federal de Lavras (UFLA), 2013.

ENGLE, R. F. Autoregressive conditional heteroscedasticity with estimates of the variation of United Kingdom Inflation. **Econometrica**, v. 50, n. 4, p. 987–1007, 1982.

ESTRADA, J. Discount Rates in Emerging Markets: Four Models and An Application. **Journal of Applied Corporate Finance**, v. 19, n. 2, p. 72–77, 2007.

FAMA, EUGENE F.; FRENCH, K. R. **The Cross-section of Expected Stock Returns** **The Journal of Finance**, 1992.

FAMA, E. F. The Behavior of Stock-Market Prices. **The Journal of Business**, v. 38, n. 1, p. 34–105, 1965.

FAMA, E. F.; FRENCH, K. R. Multifactor explanations of asset pricing anomalies. **Journal of Finance**, v. 51, n. 1, p. 55–84, 1996.

FAMA, E.; FRENCH, K. Size and Book-to-Market Factors in Earnings and Returns. **The Journal of Finance**, v. 50, n. 1, p. 131–155, 1995.

FANG, H.; LAI, T. Y. Co-kurtosis and capital asset pricing. **Financial Review**, v. 32, n. 2, p. 293–307, 1997.

FELLET, B. G. **Avaliação de modelos de precificação de ativos no mercado acionário brasileiro.** Dissertação de Mestrado. Universidade de Brasília (UnB), 2016.

FU, F. Idiosyncratic risk and the cross-section of expected stock returns. **Journal of Financial**

Economics, v. 91, n. 1, p. 24–37, 2009.

FULLER, W. **Introduction to Statistical Time Series**. 2. ed. [s.l.: s.n.].

FURRIEL, A. M. Q. S. Modelos Heterocedásticos – ARCH e GARCH. **Working Paper**, v. 3, n. 3, p. 69, 2011.

GREENE, W. **Econometric Analysis**. 8. ed. Mcgraw Hill, 2000.

GRIFFIN, J. M. Are the Fama and French Factors Global or Country Specific? **Review of Financial Studies**, v. 15, n. 3, p. 783–803, 2002.

HANSEN, P.; LUNDE, A. A FORECAST COMPARISON OF VOLATILITY MODELS: DOES ANYTHING BEAT A GARCH(1,1)? **Journal of Applied Econometrics**, v. 20, p. 873–889, 2005.

HAUGEN, R. **Os segredos da bolsa, como prever resultados e lucrar com ações**. 2. ed. São Paulo, 2000.

HEDIBERT, F.L. **Regressão Linear Múltipla e ajustes no modelo I: Teste RESET**. Disponível em: < <http://hedibert.org/wp-content/uploads/2014/04/Econometria201304-Aula13-ARLMX-TesteReset.pdf>>

HE, L. T.; CASEY, K. M. Improvements in forecasting of bank stock excess returns using the investor sentiment endurance index : a comparison with CAPM and Fama-French models. v. 6, n. 3, p. 210–224, 2018.

HENDRY, D. Dynamic econometrics. **International Journal of Forecasting**, v. 12, n. 2, p. 306–308, 1996.

IQBAL, F. Forecasting Volatility and Value-at-Risk of Pakistan Stock Market with Markov Regime- Switching GARCH Models. v. 5, n. April, p. 172–189, 2016.

KRAUS, A.; LITZENBERGER, R. Skewness Preference and the Valuation of Risk Assets. **Journal of Finance**, v. 31, n. 4, p. 1085–1100, 1976.

KRISHNAMOORTHY, K. **Handbook of Statistical Distributions with Applications: 2**. Chapman and Hall, Louisiana: [s.n.].

LEITE, A. L.; PINTO, A. C. F.; KLOTZLE, M. C. Effects of Idiosyncratic Volatility in Asset Pricing. **Revista Contabilidade & Finanças**, v. 27, n. 70, p. 98–112, 2016.

- LINTNER, J. The Valuation of Risk Assets and the Selection of Risky Investments in Stock Portfolios and Capital Budgets. **The Review of Economics and Statistics**, v. 47, n. 1, p. 13, 1965.
- LIU, W. A liquidity-augmented capital asset pricing model. **Journal of Financial Economics**, v. 82, n. 3, p. 631–671, 2006.
- LUCENA, P.; PINTO, A. C. Anomalies on the Brazilian Stock Market: a Modification of the Fama and French Model. **Revista Eletrônica de Curitiba**, v. 2, n. 3, 2009.
- MALAGA, F. Aplicação do modelo de três fatores de Fama e French no mercado acionário brasileiro: um estudo empírico do período 1995-2003. **In: Encontro ANPAD**, v. Curitiba, 2004.
- MARKOWITZ, H. Portfolio Selection. **The Journal of Finance**, v. 7, n. 1, p. 77–91, 1952.
- MCTAGGART, R. **Package ‘Quandl’**, 2018. Disponível em: <<https://cran.r-project.org/web/packages/Quandl/Quandl.pdf>>
- MILANI, B.; CERETTA, P. S. Eixo Temático: Estratégia e Internacionalização de Empresas
PRECIFICAÇÃO DE ETFs BRASILEIROS INCORPORANDO MOMENTOS
SUPERIORES BRAZILIAN ETFs PRICING INCORPORATING HIGHER MOMENTS. p. 1–13, 2017a.
- MILANI, B.; CERETTA, P. S. Estimação do modelo APT em ETFs brasileiros. **In: Fórum Econinovar2**, 2017b.
- MOERMAN, G. A. How Domestic is the Fama and French Three-Factor Model? An Application to the Euro Area. **Ssrn**, n. June 2004, 2005.
- MORETIN, P.; TOLOI, C. Análise de séries temporais. **Projeto Fisher**, v. 1, n. 1, p. 1–31, 2004.
- MUSSA, A.; FAMÁ, R.; SANTOS, J. O. DOS. A adição do fator de risco momento ao modelo de precificação de ativos de três fatores de Fama & French aplicado ao mercado acionário brasileiro. **REGE**, v. 19, n. 3, p. 431–447, 2012.
- NEVES, M. Existe relação entre o crescimento do PIB brasileiro e os efeitos tamanho, valor e momento? **Encontro ANPAD**, v. Unknown, n. Unknown, p. No Pages, 2003.
- ORHAN, M.; KÖKSAL, B. A comparison of GARCH models for VaR estimation. **Expert**

Systems with Applications, v. 39, n. 3, p. 3582–3592, 2012.

PERLIN, M. **Package ‘ GetDFPData ’**. Porto Alegre: Disponível em: <www.msperlin.com/shiny/GetDFPData/>.

RAMSEY, J.B. Tests for specification errors in classical linear least squares regression analysis. **Journal of the Royal Statistical Society. B**, 31, 350-371, 1969.

RAYES, A. C.; ARAÚJO, G.; BARBEDO, C. French Ainda Explica Os Retornos No Mercado Acionário Brasileiro ? **Revista Alcance**, v. 19, n. 01, p. 52–61, 2011.

REHER, G.; WILFLING, B. **Markov-switching GARCH models in finance : a unifying framework with an application to the German stock market** **Markov-switching GARCH models in finance : a unifying framework with an application to the German stock market**. [s.l: s.n.].

REINGANUM, M. R. The anomalous stock market behavior of small firms in January. **Journal of Financial Economics**, v. 12, n. 1, p. 89–104, 1983.

RIGHI, M. B. **Gestão Dinâmica Do Risco De Mercado Com Modelo Cópula-Garch** **Gestão Dinâmica Do Risco De Mercado Com Modelo Cópula-Garch**. 2013.

ROGERS, P.; SECURATO, J. R. Estudo Comparativo no Mercado Brasileiro do Capital Asset Pricing Model (CAPM), Modelo 3- 3 - Fatores de Fama e French e Reward Beta Approach. **RAC Eletrônica**, v. 3, n. 1, p. 159–179, 2009.

ROSS, S. The Arbitrage Theory of Capital Asset Pricing. **Journal of Economic Theory**, v. 13, p. 341–360, 1976.

SAVVA, C. S.; THEODOSSIOU, P. The Risk and Return Conundrum Explained: International Evidence*. **Journal of Financial Econometrics**, v. 16, n. 3, p. 486–521, 2018.

SHARPE, W. F. Capital asset prices: A theory of market equilibrium under conditions of risk. **The Journal of Finance**, v. 19, n. 3, p. 425–442, 1964.

SIDDIQUE, A. Conditional Skewness in Asset Pricing Tests. **The Journal of Finance**, v. 52, n. 3, p. 1255, 1997.

SIMON, H. A. A Behavioral Model of Rational Choice. **The Quarterly Journal of Economics**, v. 69, n. 1, p. 99, 1955.

SOLNIK, B. Extreme Correlation of International Equity Markets. v. LVI, n. 2, p. 649–676, 2001.

TAKATA, D. **Modelos GAS com distribuições estáveis para séries temporais financeiras**. Tese de doutorado, Universidade de São Paulo (USP), São Paulo, 2017.

TROSTER, V. et al. Bitcoin returns and risk: A general GARCH and GAS analysis. **Finance Research Letters**, 2018.

TSAY. **Analysis of Financial Time Series**. 3. ed. v. 48, 2007.

VENDRAME, V.; GUERMAT, C.; TUCKER, J. **A conditional regime switching CAPM**. Elsevier Inc, 2018. v. 56

WALCK, C.; GROUP, P. P. **Hand-book on STATISTICAL DISTRIBUTIONS for experimentalists** **Hand-book on STATISTICAL DISTRIBUTIONS for experimentalists**: 2. Disponível em: <<http://www.stat.rice.edu/~dobelman/textfiles/DistributionsHandbook.pdf>>.

WENNSTROM, A. Volatility Forecasting Performance: Evaluation of GARCH type volatility models on Nordic equity indices. **Spring**, p. 2–61, 2014.

WOOLDRIDGE, J. **Introductory Econometrics**. 3. ed, 2003.

YAO, W.; MEI, B. Assessing forestry-related assets with the intertemporal capital asset pricing model. **Forest Policy and Economics**, v. 50, p. 192–199, 2015.

ZORATTO, M.; SANVICENTE, A. Relevância de Prêmio por Risco País no Custo de Capital das Empresas Relevance of Country Risk Premium in Cost of Equity Estimation. **Edição Especial**, v. 19, n. 3, p. 38–52, 2015.

APÊNDICE A – ROTINA DESENVOLVIDA PARA O SOFTWARE LIVRE R

```
#Código-fonte
```

```
library(GAS)
```

```
library(rugarch)
```

```
library(tseries)
```

```
library(zoo)
```

```
library(urca)
```

```
library(rsm)
```

```
library(xlsx)
```

```
#Definição da série temporal
```

```
data=Fama_French_Pronto
```

```
sl=data[,2]
```

```
sm=data[,3]
```

```
sh=data[,4]
```

```
bl=data[,5]
```

```
bm=data[,6]
```

```
bh=data[,7]
```

```
smb=data[,8]
```

```
hml=data[,9]
```

```
premio=data[,12]
```

```
rm=data[,11]
```

```
rf=data[,10]
```

```
#AUTOCORRELAÇÃO SERIAL DOS RESÍDUOS
```

```
acf(sl, lag.max = 10, type = c("correlation", "covariance", "partial")[1],  
    plot = TRUE, na.action = na.fail, demean = TRUE, drop.lag.0 = TRUE)
```

```
acf(sm, lag.max = 10, type = c("correlation", "covariance", "partial")[1],  
    plot = TRUE, na.action = na.fail, demean = TRUE, drop.lag.0 = TRUE)
```

```
acf(sh, lag.max = 10, type = c("correlation", "covariance", "partial")[1],
```

```

plot = TRUE, na.action = na.fail, demean = TRUE, drop.lag.0 = TRUE)

acf(bl, lag.max = 10, type = c("correlation", "covariance", "partial")[1],
  plot = TRUE, na.action = na.fail, demean = TRUE, drop.lag.0 = TRUE)

acf(bm, lag.max = 10, type = c("correlation", "covariance", "partial")[1],
  plot = TRUE, na.action = na.fail, demean = TRUE, drop.lag.0 = TRUE)

acf(bh, lag.max = 10, type = c("correlation", "covariance", "partial")[1],
  plot = TRUE, na.action = na.fail, demean = TRUE, drop.lag.0 = TRUE)

acf(rm, lag.max = 10, type = c("correlation", "covariance", "partial")[1],
  plot = TRUE, na.action = na.fail, demean = TRUE, drop.lag.0 = TRUE)

#Estimação e critério de informação GAS
spec=
UniGASSpec(Dist="st",ScalingType="Identity",GASPar=list(location=TRUE,scale=TRUE,s
hape=TRUE))
fit=UniGASFit(spec,sl)
spec1=
UniGASSpec(Dist="std",ScalingType="Identity",GASPar=list(location=TRUE,scale=TRUE,
shape=TRUE))
fit1=UniGASFit(spec1,sm)
spec2=
UniGASSpec(Dist="Norm",ScalingType="Identity",GASPar=list(location=TRUE,scale=TR
UE,shape=TRUE))
fit2=UniGASFit(spec2,sh)
spec3=
UniGASSpec(Dist="sstd",ScalingType="Identity",GASPar=list(location=TRUE,scale=TRUE
,shape=TRUE))
fit3=UniGASFit(spec,bl)
spec4=
UniGASSpec(Dist="sstd",ScalingType="Identity",GASPar=list(location=TRUE,scale=TRUE
,shape=TRUE))

```

```

fit4=UniGASFit(spec1,bm)
spec5=
UniGASSpec(Dist="Norm",ScalingType="Identity",GASPar=list(location=TRUE,scale=TR
UE,shape=TRUE))
fit5=UniGASFit(spec2,bh)
spec6=
UniGASSpec(Dist="Norm",ScalingType="Identity",GASPar=list(location=TRUE,scale=TR
UE,shape=TRUE))
fit6=UniGASFit(spec2,rm)

```

#Extraindo a série GAS para cada carteira

```

gassl=fit@Estimates[["Moments"]]
gassm=fit1@Estimates[["Moments"]]
gassh=fit2@Estimates[["Moments"]]
gasbl=fit3@Estimates[["Moments"]]
gasbm=fit4@Estimates[["Moments"]]
gasbh=fit5@Estimates[["Moments"]]
gasrm=fit6@Estimates[["Moments"]]

```

```

garchspec = ugarchspec(variance.model=list(model="gjrGARCH",garchOrder=c(1,1))
,mean.model=list(armaOrder=c(2,0)),distribution.model="sstd")
garchfit = ugarchfit(data = sl, spec = garchspec)
garchfit

```

```

garchspec1 = ugarchspec(variance.model=list(model="eGARCH",garchOrder=c(1,1))
,mean.model=list(armaOrder=c(2,0)),distribution.model="sstd")
garchfit1 = ugarchfit(data = sm, spec = garchspec1)
garchfit1

```

```

garchspec2 = ugarchspec(variance.model=list(model="eGARCH",garchOrder=c(1,1))
,mean.model=list(armaOrder=c(4,0)),distribution.model="Norm")
garchfit2 = ugarchfit(data = sh, spec = garchspec2)

```



```
garchfit2
```

```
garchspec3 = ugarchspec(variance.model=list(model="gjrGARCH",garchOrder=c(1,1))  
                        ,mean.model=list(armaOrder=c(2,0)),distribution.model="sstd")
```

```
garchfit3 = ugarchfit(data = bh, spec = garchspec3)
```

```
garchfit3
```

```
garchspec4 = ugarchspec(variance.model=list(model="gjrGARCH",garchOrder=c(1,1))  
                        ,mean.model=list(armaOrder=c(2,0)),distribution.model="sstd")
```

```
garchfit4 = ugarchfit(data = bl, spec = garchspec4)
```

```
garchfit4
```

```
garchspec5 = ugarchspec(variance.model=list(model="gjrGARCH",garchOrder=c(1,1))  
                        ,mean.model=list(armaOrder=c(3,0)),distribution.model="Sstd")
```

```
garchfit5 = ugarchfit(data = bm, spec = garchspec5)
```

```
garchfit5
```

```
garchspec6 = ugarchspec(variance.model=list(model="gjrGARCH",garchOrder=c(1,1))  
                        ,mean.model=list(armaOrder=c(0,0)),distribution.model="Norm")
```

```
garchfit6 = ugarchfit(data = bh, spec = garchspec6)
```

```
garchfit6
```

```
garchspec7 = ugarchspec(variance.model=list(model="gjrGARCH",garchOrder=c(1,1))  
                        ,mean.model=list(armaOrder=c(0,0)),distribution.model="Norm")
```

```
garchfit7 = ugarchfit(data = rm, spec = garchspec7)
```

```
garchfit7
```

```
#Extraíndo a série GARCH para cada carteira
```

```
garchsl=sigma(fit)
```

```
garchsm=sigma(fit2)
```

```
garchsh=sigma(fit3)
```

```
garchbl=sigma(fit4)
```

```
garchbm=sigma(fit5)
```

```
garchbh=sigma(fit6)
```

```
garchrm=sigma(fit7)
```

```
#Montagem do arquivo "volatilidades" para deixar juntas as volatilidades estimadas pelo  
GARCH e GAS
```

```
volatilidades=cbind(gassl,gassm,gassh,gasbl,gasbm,gasbh,garchsl, garchsm,  
                    garchsh, garchbl, garchbm, garchbh)
```

```
#Salvando as séries para rodar as regressões
```

```
write.xlsx(volatilidades, D:/volatilidades,sheetname=default)
```

APÊNDICE B – ROTINA DESENVOLVIDA PARA A COLETA DOS DADOS

```

#cÓDIGO FONTE
my.pkgs <- c('BatchGetSymbols', 'Quandl', 'BETS', 'rbc',
            'GetDFPData', 'GetHFData', 'GetTDDData', 'dplyr')

install.packages(my.pkgs)

library(BatchGetSymbols)
library(dplyr)
library(quantmod)
# set tickers
getSymbols("EALT3.SA",from="2009-01-01",to="2017-12-31",auto.assign = TRUE)
acoaltona=periodReturn(EALT3.SA,period="monthly",type="log")

getSymbols("ADHM3.SA",from="2011-01-01",to="2017-12-31",auto.assign = TRUE)
Advanced_Dh=periodReturn(ADHM3.SA,period="monthly",type="log")

getSymbols("AELP3.SA",from="2016-01-01",to="2016-12-31",auto.assign = TRUE)
AESELPA=periodReturn(AELP3.SA,period="monthly",type="log")

getSymbols("BRGE3.SA",from="2016-01-01",to="2017-12-31",auto.assign = TRUE)
AlfaConsoorc=periodReturn(BRGE3.SA,period="monthly",type="log")

getSymbols("RPAD3.SA",from="2010-01-01",to="2017-12-31",auto.assign = TRUE)
AlfaHolding=periodReturn(RPAD3.SA,period="monthly",type="log")

getSymbols("ALSC3.SA",from="2015-01-01",to="2017-12-31",auto.assign = TRUE)
Aliance=periodReturn(BRGE3.SA,period="monthly",type="log")

getSymbols("AALR3.SA",from="2015-01-01",to="2017-12-31",auto.assign = TRUE)
Alliar=periodReturn(AALR3.SA,period="monthly",type="log")

getSymbols("ALPA4.SA",from="2007-01-01",to="2017-12-31",auto.assign = TRUE)

```

Alpargatas=periodReturn(ALPA4.SA,period="monthly",type="log")

getSymbols("ABEV3.SA",from="2007-01-01",to="2013-12-31",auto.assign = TRUE)

Ambev=periodReturn(ABEV3.SA,period="monthly",type="log")

getSymbols("BTOW3.SA",from="2013-01-01",to="2017-12-31",auto.assign = TRUE)

B2W=periodReturn(BTOW3.SA,period="monthly",type="log")

getSymbols("BTTL3.SA",from="2007-01-01",to="2017-12-31",auto.assign = TRUE)

BandeiranteEnerg=periodReturn(BTTL3.SA,period="monthly",type="log")

getSymbols("BTTL4.SA",from="2007-01-01",to="2014-12-31",auto.assign = TRUE)

Battistella=periodReturn(BTTL4.SA,period="monthly",type="log")

getSymbols("BALM4.SA",from="2008-01-01",to="2017-12-31",auto.assign = TRUE)

Baumer=periodReturn(BALM4.SA,period="monthly",type="log")

getSymbols("BMKS3.SA",from="2007-01-01",to="2014-12-31",auto.assign = TRUE)

Biommm=periodReturn(BMKS3.SA,period="monthly",type="log")

getSymbols("BRIN3.SA",from="2014-01-01",to="2017-12-31",auto.assign = TRUE)

BRHome=periodReturn(BRIN3.SA,period="monthly",type="log")

getSymbols("BRPR3.SA",from="2008-01-01",to="2017-12-31",auto.assign = TRUE)

BRPropert=periodReturn(BRPR3.SA,period="monthly",type="log")

getSymbols("BRAP4.SA",from="2007-01-01",to="2017-12-31",auto.assign = TRUE)

Bradespar=periodReturn(BRAP4.SA,period="monthly",type="log")

getSymbols("AGRO3.SA",from="2007-01-01",to="2009-12-31",auto.assign = TRUE)

BrasilAgro=periodReturn(AGRO3.SA,period="monthly",type="log")

getSymbols("BRKM5.SA",from="2007-01-01",to="2015-12-31",auto.assign = TRUE)

Brasmotor=periodReturn(BRKM5.SA,period="monthly",type="log")

```
getSymbols("BRFS3.SA",from="2013-01-01",to="2017-12-31",auto.assign = TRUE)  
CabindaPart=periodReturn(BRFS3.SA,period="monthly",type="log")
```

```
getSymbols("CAMB4.SA",from="2007-01-01",to="2013-12-31",auto.assign = TRUE)  
Cambuci=periodReturn(CAMB4.SA,period="monthly",type="log")
```

```
getSymbols("BRML3.SA",from="2012-01-01",to="2017-12-31",auto.assign = TRUE)  
Casan=periodReturn(BRML3.SA,period="monthly",type="log")
```

```
getSymbols("CRFB3.SA",from="2017-01-01",to="2017-12-31",auto.assign = TRUE)  
Carrefour=periodReturn(CRFB3.SA,period="monthly",type="log")
```

```
getSymbols("CCRO3.SA",from="2007-01-01",to="2011-12-31",auto.assign = TRUE)  
CCR=periodReturn(CCRO3.SA,period="monthly",type="log")
```

```
getSymbols("CCXC3.SA",from="2012-01-01",to="2017-12-31",auto.assign = TRUE)  
CcxCarvao=periodReturn(CCXC3.SA,period="monthly",type="log")
```

```
getSymbols("CEBR5.SA",from="2007-01-01",to="2017-12-31",auto.assign = TRUE)  
CebA=periodReturn(CEBR5.SA,period="monthly",type="log")
```

```
getSymbols("EEEL3.SA",from="2007-01-01",to="2017-12-31",auto.assign = TRUE)  
Cedro=periodReturn(EEEL3.SA,period="monthly",type="log")
```

```
getSymbols("CELP3.SA",from="2008-01-01",to="2017-12-31",auto.assign = TRUE)  
Celpa=periodReturn(CELP3.SA,period="monthly",type="log")
```

```
getSymbols("RANI3.SA",from="2007-01-01",to="2017-12-31",auto.assign = TRUE)  
celulIrani=periodReturn(RANI3.SA,period="monthly",type="log")
```

```
getSymbols("CMIG4.SA",from="2007-01-01",to="2017-12-31",auto.assign = TRUE)  
Cemepe=periodReturn(CMIG4.SA,period="monthly",type="log")
```

```
getSymbols("CESP6.SA",from="2009-01-01",to="2013-12-31",auto.assign = TRUE)  
CentuAçu=periodReturn(CESP6.SA,period="monthly",type="log")
```

```
getSymbols("CIEL3.SA",from="2010-01-01",to="2016-12-31",auto.assign = TRUE)  
Cielo=periodReturn(CIEL3.SA,period="monthly",type="log")
```

```
getSymbols("CEEB3.SA",from="2007-01-01",to="2009-12-31",auto.assign = TRUE)  
COelba=periodReturn(CEEB3.SA,period="monthly",type="log")
```

```
getSymbols("COCE5.SA",from="2007-01-01",to="2009-12-31",auto.assign = TRUE)  
COelceA=periodReturn(COCE5.SA,period="monthly",type="log")
```

```
getSymbols("CGAS5.SA",from="2007-01-01",to="2017-12-31",auto.assign = TRUE)  
Comgas=periodReturn(CGAS5.SA,period="monthly",type="log")
```

```
getSymbols("CPL6.SA",from="2007-01-01",to="2014-12-31",auto.assign = TRUE)  
ConstBeterB=periodReturn(CPL6.SA,period="monthly",type="log")
```

```
getSymbols("CSAN3.SA",from="2010-01-01",to="2017-12-31",auto.assign = TRUE)  
Cosan=periodReturn(CSAN3.SA,period="monthly",type="log")
```

```
getSymbols("CTNM4.SA",from="2013-01-01",to="2017-12-31",auto.assign = TRUE)  
Coteminas=periodReturn(CTNM4.SA,period="monthly",type="log")
```

```
getSymbols("CPFE3.SA",from="2007-01-01",to="2017-12-31",auto.assign = TRUE)  
CPFLEnergia=periodReturn(CPFE3.SA,period="monthly",type="log")
```

```
getSymbols("CPRE3.SA",from="2008-01-01",to="2017-12-31",auto.assign = TRUE)  
CPFLGeracao=periodReturn(CPRE3.SA,period="monthly",type="log")
```

```
getSymbols("CREM3.SA",from="2011-01-01",to="2017-12-31",auto.assign = TRUE)  
Cremer=periodReturn(CREM3.SA,period="monthly",type="log")
```

```
getSymbols("DASA3.SA",from="2007-01-01",to="2017-12-31",auto.assign = TRUE)
```

Dasa=periodReturn(DASA3.SA,period="monthly",type="log")

getSymbols("PNVL3.SA",from="2010-01-01",to="2017-12-31",auto.assign = TRUE)

Dimed=periodReturn(PNVL3.SA,period="monthly",type="log")

getSymbols("DOHL4.SA",from="2011-01-01",to="2014-12-31",auto.assign = TRUE)

DocImbituba=periodReturn(DOHL4.SA,period="monthly",type="log")

getSymbols("Dtcy3.SA",from="2007-01-01",to="2015-12-31",auto.assign = TRUE)

DommoEmpr=periodReturn(DTCY3.SA,period="monthly",type="log")

getSymbols("DAGB33.SA",from="2008-01-01",to="2017-12-31",auto.assign = TRUE)

DufryAG=periodReturn(DAGB33.SA,period="monthly",type="log")

getSymbols("DTEX3.SA",from="2007-01-01",to="2007-12-31",auto.assign = TRUE)

Duratex=periodReturn(DTEX3.SA,period="monthly",type="log")

getSymbols("ELEK4.SA",from="2007-01-01",to="2017-12-31",auto.assign = TRUE)

Elekeiroz=periodReturn(ELEK4.SA,period="monthly",type="log")

getSymbols("EKTR4.SA",from="2007-01-01",to="2017-12-31",auto.assign = TRUE)

Elektro=periodReturn(EKTR4.SA,period="monthly",type="log")

getSymbols("ELET3.SA",from="2007-01-01",to="2017-12-31",auto.assign = TRUE)

Eletronbras=periodReturn(ELET3.SA,period="monthly",type="log")

getSymbols("LIPR3.SA",from="2009-01-01",to="2017-12-31",auto.assign = TRUE)

Eletron=periodReturn(LIPR3.SA,period="monthly",type="log")

getSymbols("ELPL3.SA",from="2007-01-01",to="2017-12-31",auto.assign = TRUE)

Eletrapaulo=periodReturn(ELPL3.SA,period="monthly",type="log")

getSymbols("EMAE4.SA",from="2007-01-01",to="2017-12-31",auto.assign = TRUE)

Emae=periodReturn(EMAE4.SA,period="monthly",type="log")

```
getSymbols("EMBR3.SA",from="2007-01-01",to="2009-12-31",auto.assign = TRUE)  
Embratel=periodReturn(EMBR3.SA,period="monthly",type="log")
```

```
getSymbols("ECPR4.SA",from="2007-01-01",to="2017-12-31",auto.assign = TRUE)  
Encopar=periodReturn(ECPR4.SA,period="monthly",type="log")
```

```
getSymbols("ENBR3.SA",from="2007-01-01",to="2017-12-31",auto.assign = TRUE)  
EnergiasBR=periodReturn(ENBR3.SA,period="monthly",type="log")
```

```
getSymbols("ENMT3.SA",from="2007-01-01",to="2017-12-31",auto.assign = TRUE)  
EnergisaMt=periodReturn(ENMT3.SA,period="monthly",type="log")
```

```
getSymbols("ENGI11.SA",from="2007-01-01",to="2017-12-31",auto.assign = TRUE)  
EnergisaUNT=periodReturn(ENGI11.SA,period="monthly",type="log")
```

```
getSymbols("EMBR3.SA",from="2007-01-01",to="2017-12-31",auto.assign = TRUE)  
Embraer=periodReturn(EMBR3.SA,period="monthly",type="log")
```

```
getSymbols("ENEV3.SA",from="2007-01-01",to="2015-12-31",auto.assign = TRUE)  
Eneva=periodReturn(ENEV3.SA,period="monthly",type="log")
```

```
getSymbols("EGIE3.SA",from="2007-01-01",to="2017-12-31",auto.assign = TRUE)  
EngieBrasil=periodReturn(EGIE3.SA,period="monthly",type="log")
```

```
getSymbols("EQTL3.SA",from="2007-01-01",to="2008-12-31",auto.assign = TRUE)  
Equatorial=periodReturn(EQTL3.SA,period="monthly",type="log")
```

```
getSymbols("ESTR4.SA",from="2007-01-01",to="2017-12-31",auto.assign = TRUE)  
Estrela=periodReturn(ESTR4.SA,period="monthly",type="log")
```

```
getSymbols("FESA4.SA",from="2007-01-01",to="2013-12-31",auto.assign = TRUE)  
Ferbasa=periodReturn(FESA4.SA,period="monthly",type="log")
```



```
getSymbols("FBMC4.SA",from="2007-01-01",to="2009-12-31",auto.assign = TRUE)  
Fibam=periodReturn(FBMC4.SA,period="monthly",type="log")
```

```
getSymbols("FLRY3.SA",from="2008-01-01",to="2017-12-31",auto.assign = TRUE)  
Fleury=periodReturn(FLRY3.SA,period="monthly",type="log")
```

```
getSymbols("FRAS3.SA",from="2007-01-01",to="2007-12-31",auto.assign = TRUE)  
Frasle=periodReturn(FRAS3.SA,period="monthly",type="log")
```

```
getSymbols("GFSA3.SA",from="2007-01-01",to="2017-12-31",auto.assign = TRUE)  
Gafisa=periodReturn(GFSA3.SA,period="monthly",type="log")
```

```
getSymbols("GGBR4.SA",from="2007-01-01",to="2017-12-31",auto.assign = TRUE)  
Gerdau=periodReturn(GGBR4.SA,period="monthly",type="log")
```

```
getSymbols("GOAU4.SA",from="2008-01-01",to="2017-12-31",auto.assign = TRUE)  
GerdauMet=periodReturn(GOAU4.SA,period="monthly",type="log")
```

```
getSymbols("GPIV33.SA",from="2007-01-01",to="2017-12-31",auto.assign = TRUE)  
GPIInvest=periodReturn(GPIV33.SA,period="monthly",type="log")
```

```
getSymbols("GPCP3.SA",from="2007-01-01",to="2009-12-31",auto.assign = TRUE)  
GPCPart=periodReturn(GPCP3.SA,period="monthly",type="log")
```

```
getSymbols("CGRA4.SA",from="2007-01-01",to="2011-12-31",auto.assign = TRUE)  
Grazziotin=periodReturn(CGRA4.SA,period="monthly",type="log")
```

```
getSymbols("GRND3.SA",from="2007-01-01",to="2013-12-31",auto.assign = TRUE)  
Grendene=periodReturn(GRND3.SA,period="monthly",type="log")
```

```
getSymbols("GUAR3.SA",from="2015-01-01",to="2017-12-31",auto.assign = TRUE)  
Guarapes=periodReturn(GUAR3.SA,period="monthly",type="log")
```

```
getSymbols("HAGA4.SA",from="2011-01-01",to="2017-12-31",auto.assign = TRUE)
```

Haga=periodReturn(HAGA4.SA,period="monthly",type="log")

getSymbols("HOOT4.SA",from="2007-01-01",to="2017-12-31",auto.assign = TRUE)

HoteisOthon=periodReturn(HOOT4.SA,period="monthly",type="log")

getSymbols("IDNT3.SA",from="2007-01-01",to="2007-12-31",auto.assign = TRUE)

Ideiasnet=periodReturn(IDNT3.SA,period="monthly",type="log")

getSymbols("IGBR3.SA",from="2007-01-01",to="2007-12-31",auto.assign = TRUE)

IGB=periodReturn(IGBR3.SA,period="monthly",type="log")

getSymbols("IGTA3.SA",from="2007-01-01",to="2017-12-31",auto.assign = TRUE)

Iguatemi=periodReturn(IGTA3.SA,period="monthly",type="log")

getSymbols("MEAL3.SA",from="2014-01-01",to="2017-12-31",auto.assign = TRUE)

IMC=periodReturn(MEAL3.SA,period="monthly",type="log")

getSymbols("INEP4.SA",from="2007-01-01",to="2016-12-31",auto.assign = TRUE)

Inepar=periodReturn(INEP4.SA,period="monthly",type="log")

getSymbols("ITSA4.SA",from="2007-01-01",to="2017-12-31",auto.assign = TRUE)

Itausa=periodReturn(ITSA4.SA,period="monthly",type="log")

getSymbols("ITEC3.SA",from="2007-01-01",to="2012-12-31",auto.assign = TRUE)

Itautec=periodReturn(ITEC3.SA,period="monthly",type="log")

getSymbols("JPSA3.SA",from="2007-01-01",to="2017-12-31",auto.assign = TRUE)

Jereissati=periodReturn(JPSA3.SA,period="monthly",type="log")

getSymbols("JHSF3.SA",from="2007-01-01",to="2017-12-31",auto.assign = TRUE)

JHSF=periodReturn(JHSF3.SA,period="monthly",type="log")

getSymbols("JOPA3.SA",from="2007-01-01",to="2017-12-31",auto.assign = TRUE)

Josapar=periodReturn(JOPA3.SA,period="monthly",type="log")

```
getSymbols("LLIS3.SA",from="2014-01-01",to="2017-12-31",auto.assign = TRUE)  
LeLisBlanc=periodReturn(LLIS3.SA,period="monthly",type="log")
```

```
getSymbols("LIGT3.SA",from="2007-01-01",to="2017-12-31",auto.assign = TRUE)  
Light=periodReturn(LIGT3.SA,period="monthly",type="log")
```

```
getSymbols("LOGN3.SA",from="2007-01-01",to="2017-12-31",auto.assign = TRUE)  
Login=periodReturn(LOGN3.SA,period="monthly",type="log")
```

```
getSymbols("LIQO3.SA",from="2008-01-01",to="2017-12-31",auto.assign = TRUE)  
Liq=periodReturn(LIQO3.SA,period="monthly",type="log")
```

```
getSymbols("LAME4.SA",from="2007-01-01",to="2010-12-31",auto.assign = TRUE)  
LojasAmeric=periodReturn(LAME4.SA,period="monthly",type="log")
```

```
getSymbols("MDIA3.SA",from="2007-01-01",to="2017-12-31",auto.assign = TRUE)  
MDiasBranco=periodReturn(MDIA3.SA,period="monthly",type="log")
```

```
getSymbols("MAGG3.SA",from="2008-01-01",to="2014-12-31",auto.assign = TRUE)  
Magnetita=periodReturn(MAGG3.SA,period="monthly",type="log")
```

```
getSymbols("POMO4.SA",from="2007-01-01",to="2015-12-31",auto.assign = TRUE)  
Marcopolo=periodReturn(POMO4.SA,period="monthly",type="log")
```

```
getSymbols("MRFG3.SA",from="2017-01-01",to="2017-12-31",auto.assign = TRUE)  
Marfrig=periodReturn(MRFG3.SA,period="monthly",type="log")
```

```
getSymbols("MSPA3.SA",from="2007-01-01",to="2017-12-31",auto.assign = TRUE)  
MelhorSP=periodReturn(MSPA3.SA,period="monthly",type="log")
```

```
getSymbols("LEVE3.SA",from="2007-01-01",to="2017-12-31",auto.assign = TRUE)  
MetalLeve=periodReturn(LEVE3.SA,period="monthly",type="log")
```

```
getSymbols("FRIO3.SA",from="2009-01-01",to="2017-12-31",auto.assign = TRUE)  
Metalfrio=periodReturn(FRIO3.SA,period="monthly",type="log")
```

```
getSymbols("MTSA4.SA",from="2007-01-01",to="2017-12-31",auto.assign = TRUE)  
Metisa=periodReturn(MTSA4.SA,period="monthly",type="log")
```

```
getSymbols("MOAR3.SA",from="2007-01-01",to="2017-12-31",auto.assign = TRUE)  
MontAranha=periodReturn(MOAR3.SA,period="monthly",type="log")
```

```
getSymbols("MRVE3.SA",from="2007-01-01",to="2017-12-31",auto.assign = TRUE)  
MRV=periodReturn(MRVE3.SA,period="monthly",type="log")
```

```
getSymbols("NATU3.SA",from="2007-01-01",to="2017-12-31",auto.assign = TRUE)  
Natura=periodReturn(NATU3.SA,period="monthly",type="log")
```

```
getSymbols("ODPV3.SA",from="2007-01-01",to="2007-12-31",auto.assign = TRUE)  
Odontoprev=periodReturn(ODPV3.SA,period="monthly",type="log")
```

```
getSymbols("OGXP3.SA",from="2007-01-01",to="2014-12-31",auto.assign = TRUE)  
OGXPetr=periodReturn(OGXP3.SA,period="monthly",type="log")
```

```
getSymbols("OIBR3.SA",from="2007-01-01",to="2008-12-31",auto.assign = TRUE)  
Oi=periodReturn(OIBR3.SA,period="monthly",type="log")
```

```
getSymbols("OSXB3.SA",from="2009-01-01",to="2017-12-31",auto.assign = TRUE)  
OSXBr=periodReturn(OSXB3.SA,period="monthly",type="log")
```

```
getSymbols("PCAR4.SA",from="2007-01-01",to="2017-12-31",auto.assign = TRUE)  
PaodeAcucar=periodReturn(PCAR4.SA,period="monthly",type="log")
```

```
getSymbols("PETR4.SA",from="2007-01-01",to="2017-12-31",auto.assign = TRUE)  
Petrobras=periodReturn(PETR4.SA,period="monthly",type="log")
```

```
getSymbols("BRDT3.SA",from="2016-01-01",to="2017-12-31",auto.assign = TRUE)
```

PetrobrasBR=periodReturn(BRDT3.SA,period="monthly",type="log")

getSymbols("PLAS3.SA",from="2010-01-01",to="2011-12-31",auto.assign = TRUE)

PlascarPart=periodReturn(PLAS3.SA,period="monthly",type="log")

getSymbols("PSSA3.SA",from="2007-01-01",to="2017-12-31",auto.assign = TRUE)

PortoSeguro=periodReturn(PSSA3.SA,period="monthly",type="log")

getSymbols("PTBL3.SA",from="2007-01-01",to="2017-12-31",auto.assign = TRUE)

Portobello=periodReturn(PTBL3.SA,period="monthly",type="log")

getSymbols("PFRM3.SA",from="2007-01-01",to="2011-12-31",auto.assign = TRUE)

Profarma=periodReturn(PFRM3.SA,period="monthly",type="log")

getSymbols("QGEP3.SA",from="2010-01-01",to="2017-12-31",auto.assign = TRUE)

QgepPart=periodReturn(QGEP3.SA,period="monthly",type="log")

getSymbols("QUAL3.SA",from="2015-01-01",to="2016-12-31",auto.assign = TRUE)

Qualicorp=periodReturn(QUAL3.SA,period="monthly",type="log")

getSymbols("RADL3.SA",from="2017-01-01",to="2017-12-31",auto.assign = TRUE)

Raia=periodReturn(RADL3.SA,period="monthly",type="log")

getSymbols("RAPT4.SA",from="2007-01-01",to="2008-12-31",auto.assign = TRUE)

Randon=periodReturn(RAPT4.SA,period="monthly",type="log")

getSymbols("RCSL4.SA",from="2007-01-01",to="2017-12-31",auto.assign = TRUE)

Recrosul=periodReturn(RCSL4.SA,period="monthly",type="log")

getSymbols("RSUL4.SA",from="2007-01-01",to="2011-12-31",auto.assign = TRUE)

Riosulense=periodReturn(RSUL4.SA,period="monthly",type="log")

getSymbols("RDNI3.SA",from="2007-01-01",to="2010-12-31",auto.assign = TRUE)

Rni=periodReturn(RDNI3.SA,period="monthly",type="log")

```
getSymbols("RSID3.SA",from="2007-01-01",to="2017-12-31",auto.assign = TRUE)  
Rossi=periodReturn(RSID3.SA,period="monthly",type="log")
```

```
getSymbols("RAIL3.SA",from="2014-01-01",to="2017-12-31",auto.assign = TRUE)  
Rumo=periodReturn(RAIL3.SA,period="monthly",type="log")
```

```
getSymbols("CTSA3.SA",from="2013-01-01",to="2017-12-31",auto.assign = TRUE)  
Santanense=periodReturn(CTSA3.SA,period="monthly",type="log")
```

```
getSymbols("STBP3.SA",from="2007-01-01",to="2017-12-31",auto.assign = TRUE)  
SantosBrp=periodReturn(STBP3.SA,period="monthly",type="log")
```

```
getSymbols("SMTO3.SA",from="2007-01-01",to="2015-12-31",auto.assign = TRUE)  
SaoMartinho=periodReturn(SMTO3.SA,period="monthly",type="log")
```

```
getSymbols("SLED4.SA",from="2007-01-01",to="2017-12-31",auto.assign = TRUE)  
Saraiva=periodReturn(SLED4.SA,period="monthly",type="log")
```

```
getSymbols("SEER3.SA",from="2010-01-01",to="2017-12-31",auto.assign = TRUE)  
SerEduca=periodReturn(SEER3.SA,period="monthly",type="log")
```

```
getSymbols("CSNA3.SA",from="2009-01-01",to="2017-12-31",auto.assign = TRUE)  
SidNacional=periodReturn(CSNA3.SA,period="monthly",type="log")
```

```
getSymbols("SMLS3.SA",from="2014-01-01",to="2017-12-31",auto.assign = TRUE)  
Smiles=periodReturn(SMLS3.SA,period="monthly",type="log")
```

```
getSymbols("SOND5.SA",from="2007-01-01",to="2017-12-31",auto.assign = TRUE)  
Sondotecnica=periodReturn(SOND5.SA,period="monthly",type="log")
```

```
getSymbols("SGPS3.SA",from="2007-01-01",to="2012-12-31",auto.assign = TRUE)  
Springs=periodReturn(SGPS3.SA,period="monthly",type="log")
```

```
getSymbols("SUZB3.SA",from="2007-01-01",to="2008-12-31",auto.assign = TRUE)  
Suzano=periodReturn(SUZB3.SA,period="monthly",type="log")
```

```
getSymbols("TCNO4.SA",from="2013-01-01",to="2017-12-31",auto.assign = TRUE)  
Tecnosolo=periodReturn(TCNO4.SA,period="monthly",type="log")
```

```
getSymbols("TOYB4.SA",from="2007-01-01",to="2010-12-31",auto.assign = TRUE)  
Tectoy=periodReturn(TOYB4.SA,period="monthly",type="log")
```

```
getSymbols("TEKA4.SA",from="2007-01-01",to="2016-12-31",auto.assign = TRUE)  
Teka=periodReturn(TEKA4.SA,period="monthly",type="log")
```

```
getSymbols("TESA3.SA",from="2007-01-01",to="2009-12-31",auto.assign = TRUE)  
TerraSanta=periodReturn(TESA3.SA,period="monthly",type="log")
```

```
getSymbols("TXRX4.SA",from="2007-01-01",to="2017-12-31",auto.assign = TRUE)  
TexRenaux=periodReturn(TXRX4.SA,period="monthly",type="log")
```

```
getSymbols("TIMP3.SA",from="2012-01-01",to="2015-12-31",auto.assign = TRUE)  
TimPart=periodReturn(TIMP3.SA,period="monthly",type="log")
```

```
getSymbols("TRPL4.SA",from="2008-01-01",to="2017-12-31",auto.assign = TRUE)  
Transpaulista=periodReturn(TRPL4.SA,period="monthly",type="log")
```

```
getSymbols("TPIS3.SA",from="2007-01-01",to="2011-12-31",auto.assign = TRUE)  
TriunfoPart=periodReturn(TPIS3.SA,period="monthly",type="log")
```

```
getSymbols("TUPY3.SA",from="2007-01-01",to="2017-12-31",auto.assign = TRUE)  
Tupy=periodReturn(TUPY3.SA,period="monthly",type="log")
```

```
getSymbols("UGPA3.SA",from="2007-01-01",to="2011-12-31",auto.assign = TRUE)  
Ultrapar=periodReturn(UGPA3.SA,period="monthly",type="log")
```

```
getSymbols("^BVSP",from="2007-01-01",to="2017-12-31",auto.assign = TRUE)
```

```

Ibovespa=periodReturn( BVSP,period="monthly",type="log")
#MONTAGEM DAS CARTEIRAS
acoes=cbind(acoaltona, Advanced_Dh, AESELPA, AlfaConsort, AlfaHolding,
  Aliansce, Alliar, Alpargatas, Ambev, B2W, BandeiranteEnerg,
  Battistella, Baumer, Biommm, BRHome, BRPropert, Bradespar,
  BrasilAgro, Brasmotor, CabindaPart, Cambuci, Casan,
  Carrefour, CCR, CcxCarvao, CebA, Cedro, Celpa, celulIrani,
  Cemepe, CentuAçu, Cielo, COelba, COelceA, Comgas, ConstBeterB,
  Cosan, Coteminas, CPFLEnergia, CPFLGeracao, Cremer, Dasa, Dimed,
  DocImbituba, DommoEmpr, DufryAG, Duratex, Elekeiroz, Elektro,
  Eletrobras, Eletron, Eletropaulo, Emae, Embratel, Encopar,
  EnergiasBR, EnergisaMt, EnergisaUNT, Embraer, Eneva, EngieBrasil,
  Equatorial, Estrela, Ferbasa, Fibam, Fleury, Frasle, Gafisa,
  Gerdau, GerdauMet, GPIInvest, GPCPart, Grazziotin, Grendene,
  Guarapes, Haga, HoteisOthon, Ideiasnet, IGB, Iguatemi, Karsten, KeplerWeber,
  IMC,
  Inepar, Itausa, Itaotec, Jereissati, JHSF, Josapar, LeLisBlanc,
  Light, Login, Liq, LojasAmeric, MDiasBranco, Magnetita, Marcopolo,
  Marfrig, MelhorSP, MetalLeve, Metalfrio, Metisa, MontAranha, MRV,
  Natura, Odontoprev, OGXPetr, Oi, OSXBr, PaodeAcucar, Petrobras,
  PetrobrasBR, PlascarPart, PortoSeguro, Portobello, Profarma,
  QgepPart, Qualicorp, Raia, Randon, Recrosul, Riosulense, Rni,
  Rossi, Rumo, Santanense, SantosBrp, SaoMartinho, Saraiva,
  SerEduca, SidNacional, Smiles, Sondotecnica, Springs, Suzano,
  Tecnosolo, Tectoy, Teka, TerraSanta, TexRenauX, TimPart,
  Transpaulista, TriunfoPart, Tupy, Ultrapar)

#SALVAR ARQUIVO PARA POSTERIOR ANÁLISE
library(xlsx)
write.xlsx(acoes,"D:/d.xlsx",sheetName="sheet1",append=F)

write.xlsx(Ibovespa,"D:/Ibov.xlsx",sheetName="sheet1",append=F)

```