

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA MARIA  
UNIVERSIDADE ABERTA DO BRASIL  
CENTRO DE CIÊNCIAS NATURAIS E EXATAS  
CURSO DE ESPECIALIZAÇÃO EM ENSINO DE MATEMÁTICA NO  
ENSINO MÉDIO

Dênis Sidinei Rossi

**ESTUDANDO A EQUAÇÃO GERAL DA RETA COM O GEOGEBRA**

Três de Maio, RS  
2019

**Dênis Sidinei Rossi**

**ESTUDANDO A EQUAÇÃO GERAL DA RETA COM O GEOGEBRA**

Trabalho de conclusão apresentado ao curso de Especialização em Ensino de Matemática no Ensino Médio (EaD), da Universidade Federal de Santa Maria (UFSM, RS), como requisito parcial para a obtenção de título de **Especialista em Ensino de Matemática no Ensino Médio**.

Orientadora: Prof<sup>a</sup>. Dr<sup>a</sup>. Mariza de Camargo

Três de Maio, RS  
2019

**Dênis Sidinei Rossi**

**ESTUDANDO A EQUAÇÃO GERAL DA RETA COM O GEOGEBRA**

Trabalho apresentado ao curso de Especialização em Ensino de Matemática no Ensino Médio, da Universidade Federal de Santa Maria (UFSM, RS), modalidade EAD, como requisito parcial para a obtenção de título de **Especialista em Ensino de Matemática no Ensino Médio**.

**Aprovada em 06 de julho 2019:**

---

**Dr<sup>a</sup>. Mariza de Camargo (UFSM/FW)**  
Presidente/orientadora

---

**Dr. Sidnei Renato Silveira (UFSM/FW)**

---

**Dr<sup>a</sup>. Patrícia Rodrigues Fortes (UFSM/FW)**

Três de Maio, RS  
2019

## **AGRADECIMENTOS**

Gostaria de agradecer a toda minha família, à minha professora orientadora Mariza de Camargo por todas as orientações prestadas durante a realização deste curso, à Universidade Federal de Santa Maria (UFSM) pela disponibilização deste curso de especialização.

E, em especial, gostaria de agradecer a professora regente da turma Marcia Cristina Hahn Salvador, por ter confiado à turma a mim. À turma 311, por ter sido receptiva em vários momentos, e também à Escola Estadual de Ensino Médio Castelo Branco pelo fato de ter me acolhido durante esta caminhada.

## RESUMO

### ESTUDANDO A EQUAÇÃO GERAL DA RETA COM O GEOGEBRA

AUTOR: Dênis Sidinei Rossi

ORIENTADORA: Mariza de Camargo

O presente trabalho teve, como objetivo, explorar conceitos matemáticos, estimulando o uso de TDIC's –Tecnologias Digitais da Informação e de Comunicação em sala de aula. Nesta prática foi utilizado o aplicativo GeoGebra para *smartphones*, para analisar o gráfico da equação da reta, a sua equação e o ângulo formado pela reta com o eixo das abscissas. Visando buscar algo diferenciado do cotidiano de sala de aula, com que o aluno está acostumado, a atividade foi desenvolvida utilizando metodologia expositiva e dialogada, com auxílio de um recurso tecnológico. Analisando as observações e questionamentos feitos pelos alunos durante a prática, percebeu-se o entusiasmo deles em utilizar o aplicativo GeoGebra para celulares para explorar os conteúdos, o que favoreceu e motivou o aprendizado. Portanto, foi possível perceber que a motivação e o entusiasmo em utilizar uma ferramenta tecnológica ao estudar tópicos de matemática estimulam os processos de ensino e de aprendizagem da equação da reta.

**Palavras-chaves:** Equação da Reta. GeoGebra. Ensino de Matemática.

## ABSTRACT

### STUDYING THE GENERAL EQUATION OF THE STRAIGHT WITH THE GEOGEBRA

AUTHOR: Dênis Sidinei Rossi

ADVISOR: Mariza de Camargo

The present work aimed to explore mathematical concepts, stimulating the use of TDIC's - Digital Information and Communication Technologies in the classroom. In this practice was used the application GeoGebra for smartphones, to analyze the graph of the equation of the line, its equation and the angle formed by the line with the axis abscissas Aiming to seek something different from the everyday classroom, with which the student is accustomed, the activity was developed using expository and dialogued methodology, with the aid of a technological resource. Analyzing the students' observations and questions during the practice, they noticed their enthusiasm in using the GeoGebra application for mobile phones to explore the contents, which favored and motivated learning. Therefore, it was possible to perceive that the motivation and the enthusiasm in using a technological tool when studying mathematics topics stimulate the teaching and learning processes of the equation of the line.

**Keywords:** Equation of the Line. GeoGebra. Mathematics Teaching.

## SUMÁRIO

|  |           |
|--|-----------|
| <b>1. INTRODUÇÃO .....</b>                       | <b>7</b>  |
| <b>2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA .....</b>            | <b>9</b>  |
| 2.1 PRÁTICA PEDAGÓGICA .....                     | 9         |
| 2.2 TECNOLOGIAS VOLTADAS PARA A EDUCAÇÃO .....   | 10        |
| <b>3. O PLANO DE AULA: ANÁLISE A PRIORI.....</b> | <b>14</b> |
| 3.1 PLANO DE AULA .....                          | 14        |
| <b>4. ANÁLISE A POSTERIORI .....</b>             | <b>29</b> |
| <b>5. CONSIDERAÇÕES FINAIS.....</b>              | <b>35</b> |
| <b>REFERÊNCIAS .....</b>                         | <b>36</b> |

## 1. INTRODUÇÃO

O ensino da matemática deve estar em constante mudança, sempre buscando acompanhar os avanços da sociedade e das TDIC's (Tecnologias Digitais da Informação e Comunicação). Neste contexto, o professor deve buscar aperfeiçoar suas técnicas e metodologias para que possa utilizar as TDIC's como um recurso para ensinar matemática na sala de aula.

Neste trabalho será relatada uma experiência decorrente da disciplina de Trabalho de Conclusão de Curso, do “Curso de Especialização em Ensino de Matemática no Ensino Médio”, cujo objetivo principal era o de elaborar um plano de aula diferenciado e aplicá-lo em uma turma de Ensino Médio. A denominada “aula inédita” deveria conter uma estratégia pedagógica inédita, diferente das já adotadas pelo professor (aluno da Pós Graduação) em sala de aula para desenvolver um determinado conteúdo.

O plano de aula desenvolvido nesta disciplina foi sobre o uso do aplicativo GeoGebra para *Smartphones* no estudo da equação geral da reta e foi aplicado na turma 311, do 3º ano do Ensino Médio da Escola Estadual de Ensino Médio Castelo Branco, no período de 17 a 22 de outubro de 2018. A turma possuía uma faixa etária variada, entre 17 e 18 anos de idade, e era composta por 30 alunos.

A Escola Estadual de Ensino Médio Castelo Branco, está situada na Rua Consolata, s/n, no bairro Jardim das Acácias, na cidade de Três de Maio – RS. Esta instituição tem uma trajetória de conquistas e dificuldades até o momento, porém sempre demonstrou sua importância para a comunidade local.

Para o referido educandário a educação é um compromisso de todos, por isso é na escola que o aluno deve se tornar crítico e um cidadão responsável na sociedade, como consta no seu Projeto Político Pedagógico (PPP):

[...] a educação é compromisso de todos e responsabilidade coletiva frente a finalidade da Escola, [...] entendemos que a Escola não deve ser mera repassadora de conhecimentos científicos prontos e acabados, que reforçam as desigualdades sociais e excluem muitos. (PPP, 2016, p. 6).

Com essa afirmação observa-se que a instituição pretende aprimorar o modo de pensar do aluno, desenvolvendo seu lado crítico, buscando diminuir os métodos de ensino que apenas repassam conceitos prontos para os alunos.

Referente à infraestrutura, a escola conta com um pátio amplo para que os alunos possam utilizar como área de convivência e prática de esportes, conta com salas de aulas climatizadas, com aparelho de TV, quadro branco e cadeiras estofadas. A área interna da escola

possui quadra poliesportiva e quadra de vôlei. Na área externa está localizado o campo de futebol junto com a pista de atletismo e quadra de vôlei de areia.

Neste relato será apresentada a experiência vivenciada durante a aula inédita, destacando pontos relevantes que ocorreram neste período, à importância desta vivência na formação pessoal, demonstrando a importância da interação com os alunos, buscando compreender a utilização de atividades diferenciadas no ensino de matemática, relatando a importância do diálogo professor-aluno e da utilização de TDIC's.

Para fundamentar este trabalho, no capítulo 2 será apresentada uma revisão bibliográfica com foco no tema escolhido. Em seguida, no capítulo 3, será realizada uma “Análise a Priori” do plano de aula desenvolvido para ser trabalhado em sala de aula, detalhando o que será proposto em cada atividade. As atividades desenvolvidas pelos alunos serão analisadas no capítulo 4. As considerações finais contemplam as reflexões sobre as atividades realizadas durante o período da prática pedagógica do curso de Especialização em Ensino de Matemática no Ensino Médio, bem como os objetivos alcançados.

## 2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

### 2.1 PRÁTICA PEDAGÓGICA

O professor deve estar sempre refletindo sobre a sua prática pedagógica, pois, o cotidiano do aluno está em constante alteração, desse modo, a prática pedagógica deve acompanhar esta evolução.

O processo dinâmico que ocorre em sala de aula, leva ao desenvolvimento dos processos de ensino e de aprendizagem, sendo que por meio desse ocorre a interação entre professor e aluno com o intuito de construir o conhecimento. Esta interação torna-se uma troca de experiência dentro de sala, onde tanto o aluno aprende com o professor como o professor aprende com o aluno, e esta relação ocorre de uma maneira mais agradável. Neste sentido, o professor deve adequar o seu planejamento buscando envolver o aluno em sua prática pedagógica.

Como prática estritamente humana jamais pude entender a educação como experiência fria, sem alma, em que os sentimentos e as emoções, os desejos, os sonhos devessem ser reprimidos por uma espécie de ditadura racionalista. Nem tampouco jamais compreendi a prática educativa como uma experiência a que faltasse rigor em que se gera a necessária disciplina intelectual. (FREIRE, 1996, p. 146).

Deste modo, pode-se analisar a importância do planejamento didático, pois o mesmo deve respeitar o tempo de aprendizagem do aluno e a execução do mesmo, levando em conta o lado afetivo da aula, buscando desenvolver o diálogo e o respeito, sempre visando o conhecimento e a compreensão do conceito estudado.

Neste contexto, para promover a aprendizagem, pode ser utilizado o método expositivo e dialogado, onde a elaboração e a execução do planejamento são fundamentais para que este método atinja os objetivos almejados pelo professor.

A aula expositiva somente é eficiente quando bem planejada e executada mediante princípios e técnicas de ensino, o que significa que a aula expositiva pode ser considerada estratégia tão ou mais difícil de ser implementada quando as discussões, demonstrações e dramatizações. (GIL, 2009, p.134-135).

Tendo em vista que neste método o educador deve prever possíveis respostas do educando, sendo que o educando pode não fazer estes questionamentos previstos, então o professor pode realizar estas perguntas para o educando, assim iniciando um diálogo, ou até mesmo incentivando para que ocorra uma discussão entre professor-aluno, ou entre alunos que

seria algo mais proveitoso pelo fato de ocorrer à interação entre os sujeitos, proporcionando a troca de entendimentos.

Nesta perspectiva buscando diferenciar do método tradicional, em que o conceito era apenas exposto e o professor era apenas um palestrante sobre o conceito, a metodologia de aula expositiva e dialogada busca fazer com que o aluno traga contribuições sobre o tema proposto em aula.

Método que propõe substituir a palestra docente e que tem como vantagem permitir a participação do estudante. Pressupõe um debate acerca do tema, onde o estudante traz contribuições à classe, sendo o professor responsável por avaliar a pertinência ou não de tal contribuição. (MORAIS, 2009, p. 3).

Deste modo, esta metodologia faz o aluno participar, questionando o mesmo durante a aula, fazendo com que interaja com seus colegas e possa compreender os conceitos de uma maneira mais clara, como forma de incentivar o diálogo entre todos os sujeitos presentes em sala de aula, direcionando para o assunto estudado naquele momento.

## 2.2 TDIC's APLICADAS À EDUCAÇÃO

O meio tecnológico está em constante evolução, sendo que este vem impactando o cotidiano da população em geral. Desse modo a escola não pode fechar suas “portas” para as TDIC's, mas buscar metodologias em que as mesmas possam ser inseridas em sala de aula. Para isto, deve-se buscar o aperfeiçoamento profissional por meio de formações continuadas, que tenham por objetivo favorecer o aprimoramento do conhecimento do professor e incentivem o uso de novas tecnologias dentro de sala.

[...] a formação deve mudar a percepção da tecnologia, antes mesmo de sua utilização. Deve ser capaz de ativar reflexões pedagógicas e abrir novos horizontes culturais que incluam a predisposição à mudança das práticas pedagógicas e a reflexão sobre o ensino-aprendizagem centrado no aluno. (PISCHETOLA, 2016, p. 125).

A formação continuada voltada, para a utilização de novas tecnologias em sala de aula, capacita e amplia o conhecimento didático e profissional do docente, que está buscando realizar aulas mais atrativas aliando essas ferramentas aos processos de ensino e de aprendizagem.

Na atualidade, os *softwares* estão presentes cada vez mais no cotidiano das pessoas, ou seja, a escola também deve adotar essas tecnologias no seu dia a dia utilizando-as em benefício do ensino e da aprendizagem. Os *softwares* trazem inúmeras vantagens na aprendizagem, facilitando a compreensão de conceitos.

Os softwares educacionais são vistos como complemento nos processos de conhecimento, pois promovem aprendizagem em diferentes situações, ajudando na evolução da leitura e escrita, impulsionando ações de tomada de decisões, escolha de estratégias, respeito a regras impostas, na construção de conceitos e em outros processos cognitivos (COCCO, 2011, p. 5).

A utilização de um recurso tecnológico facilita a compreensão dos conceitos trabalhados em sala, pois muitas vezes ocorre de o aluno não acreditar na resposta que encontrou, achando que seus cálculos estão equivocados. Desse modo, o recurso pode mostrar que seus cálculos estão certos e precisos.

Muitos softwares têm versões disponíveis para celulares. Versões mobile podem despertar o interesse dos alunos, pois estão disponíveis em seus *smartphones*, fato este que os tornam mais acessíveis, já que o aparelho está presente no cotidiano do aluno, e que muitas vezes é banido pela escola por tirar o foco do conceito estudado. Entretanto, com o planejamento adequado, o professor pode explorar o conteúdo por meio do aplicativo despertando a atenção e instigando o aluno. Deste modo, o professor busca novos meios de construir o conhecimento dentro da sala de aula, fazendo com que os alunos interajam mais, saindo da monotonia tradicional com que os alunos estão acostumados.

A introdução das novas tecnologias de informação no processo de ensino-aprendizagem significa a criação de novos meios de se transmitir conhecimentos e o aparecimento de novas relações no contexto de sala de aula, que irão afetar as práticas escolares tradicionais e provocar mudanças educativas (NOVAES, 1992, p.70).

Deste modo, a aplicação das TDIC's busca fazer com que os alunos despertem o interesse por um aprendizado diferenciado, podendo perceber através da citação acima que este pensamento de trazer algo novo para dentro da sala de aula não é uma ideia recente, mas sim algo que vem sendo amadurecido ao longo do tempo, ou seja, assim trazendo algo do cotidiano dos alunos para dentro da sala de aula, o professor pode desenvolver algo mais prático e sair do abstrato que muitos conceitos ficam presos.

Muitas vezes o professor fica limitado a utilizar apenas um quadro em suas aulas, mas uma ferramenta didática como um *software* pode auxiliá-lo para que os alunos tenham uma melhor compreensão de determinados conceitos, otimizando o tempo que muitas vezes não é o suficiente para estudar todos os conceitos propostos para o ano letivo.

Para isso existem diversos *softwares* que podem ser utilizados em sala de aula, na construção de um planejamento, que tem como objetivo ser mais atrativo para o aluno, fazendo com que a construção do conhecimento ocorra de uma forma espontânea. No que se refere ao ensino de matemática um desses *softwares* é o GeoGebra, que foi desenvolvido por Markus

Horenwarter, da Universidade de Salzburg, para estudos na área da matemática e, principalmente, da geometria (HOHENWARTER; LAVICZA, 2009, apud HESPANHOL, 2016, p. 2). Onde o mesmo traz a geometria de modo dinâmico para dentro de sala de aula, auxiliando principalmente a parte da construção gráfica, entre outros recursos metodológicos, aumentando, assim, as possibilidades do professor explorar conceitos distintos e abstratos para os alunos.

O GeoGebra é um software de Geometria Dinâmica que pode ser utilizado para conteúdos do ensino fundamental ao superior. Com esse software, pode-se plotar gráficos de funções a partir de sua expressão algébrica e fazer construções geométricas utilizando pontos, retas, vetores, segmentos e seções cônicas [...] (CARDOSO, SANTOS, CARRIJO, 2013, p. 2).

Assim o *software* torna a geometria dinâmica substituindo a utilização de materiais durante a aula como a régua e o compasso, e facilitando a alteração das dimensões das figuras e formas geométricas desenvolvidas no *software*. Tornando-se uma ferramenta de apoio didático durante a realização de atividades em sala de aula.

Com o apoio do software GeoGebra essa linguagem científica da Matemática pode fazer maior sentido para o aluno quando este, por exemplo, constrói no plano cartesiano uma reta, nela marca dois pontos quaisquer e utiliza o comando reflexão de um ponto em relação ao outro. O aluno vê surgir na reta um outro ponto oposto em relação aquele marcado anteriormente. É possível identificar que a distância entre os pontos é a mesma. No quadro-negro, o máximo que o professor pode fazer é desenhar um ponto oposto ao primeiro e equidistante ao segundo, e torcer para que o aluno entenda e acredite nisto. Esse conhecimento é simples, mas serve de base a outros, como ponto médio e simetria, por exemplo, (BRANDT, MONTORFANO, 2007, p. 6).

O *software* GeoGebra é um aplicativo de interface gráfica e apresenta versões para vários processadores, com uma dinâmica que faz a conexão entre a geometria e a álgebra. Esse aplicativo é oferecido gratuitamente em lojas virtuais (app - *application*), o que possibilita o seu manuseio em telefones celulares (*smartphones*) (<https://wiki.geogebra.org/pt/Manual>).

Utilizando o aplicativo para explorar os conteúdos de matemática há uma facilitação da aprendizagem do aluno, pois o mesmo pode manipular o aplicativo realizando alterações nas construções gráficas, visualizando o comportamento que as manipulações exercem sobre o gráfico, de uma maneira instantânea, fato esse que para realizar manualmente se tornaria muito trabalhoso, podendo fazer com que o aluno perca o interesse pelo objeto de estudo nesse momento, pois a motivação e o interesse do aluno em realizar uma determinada atividade é algo complexo.

São muitas as variáveis que podem interferir na motivação do estudante, o que a torna um fenômeno bastante complexo. Entre elas, destacam-se o ambiente da sala de aula, as ações do professor, os aspectos emocionais, as questões relacionadas à falta de envolvimento do aluno com situações de aprendizagem, o uso inadequado de estratégias de aprendizagem, entre outras (ZENORINI et al., 2011, p. 157).

Desse modo, a utilização de um aplicativo pode despertar o interesse e a motivação dos alunos, fazendo com que os mesmos participem durante o decorrer da aula e, assim, compreendam o conceito estudado de uma maneira mais ampla.

Portanto, o aplicativo GeoGebra vem se destacando por disponibilizar vários recursos, sendo possível utilizar o mesmo para exploração de diferentes conteúdos matemáticos, como os conceitos ligados à construção gráfica de diversas funções, construção da reta, encontrar a equação da reta, o ângulo formado pela reta com o eixo abscissas, construção de figuras geométricas, cálculo da área dessa figuras, ângulos formados por duas retas ou mais, entre outros recursos que o professor pode utilizar em sua aula. Todos estes recursos que o aplicativo apresenta aliados à facilidade de seu manuseio, e por se tratar de um aplicativo, que é algo que está ligado com o cotidiano dos alunos, torna fácil sua implementação dentro da sala de aula.

### 3. O PLANO DE AULA: ANÁLISE A PRIORI

#### 3.1 PLANO DE AULA

O presente planejamento, cujas etapas são apresentadas no Quadro 1, foi desenvolvido buscando estimular os processos de ensino e de aprendizagem do conceito de equação geral da reta, equação reduzida da reta, ângulo de inclinação da reta em relação ao eixo das abscissas, utilizando o aplicativo GeoGebra nos *smartphones* dos alunos, para auxiliar na exploração dos gráficos e no entendimento deste conteúdo, tornando a aula mais interessante.

Quadro 1: Cronograma de Atividades

| <b>Etapas</b>  | <b>Tempo</b> |
|--|--------------|
| Apresentação do professor e dos alunos               | 20 min       |
| Conceitos e atividades                               | 2h           |
| Utilização do <i>software</i> e atividade avaliativa | 1h e 35 min  |

Fonte: O Autor (2018).

#### **Conhecimentos prévios**

Para a realização desta atividade os alunos devem saber calcular o determinante de uma matriz de ordem  $3 \times 3$ , pois a mesma se faz necessária para encontrar a equação da reta na forma geral.

#### **Previsões de dificuldades**

Muitos alunos podem não lembrar como calcular o determinante de matrizes. Alguns alunos podem não conseguir baixar o *software* por problemas em seus *smartphones*, ou talvez possa ocorrer de não levarem para a sala de aula ou até não possuir um aparelho celular, nesta situação poderão realizar as atividades em duplas.

#### **Estratégias e recursos da aula**

Esta aula iniciará com a apresentação do professor e dos alunos, com a finalidade de realizar a interação entre alunos-professor, já que para ambos será um primeiro contato.

Depois desse momento, será exposto no quadro um plano cartesiano com dois pontos e por eles passando uma reta. A partir dessa exposição serão realizados alguns questionamentos aos alunos para instigá-los como encontrar a equação geral da reta e como determinar o ângulo formado por ela em relação ao eixo das abscissas.

Após aguçar a curiosidade dos alunos, será explicado no quadro como encontrar a equação geral da reta passando por dois pontos e serão disponibilizados alguns exercícios para que os alunos resolvam, com a intenção de praticar e compreender como realizar os cálculos. Será solicitado aos alunos que entreguem a resolução desses exercícios para serem analisados.

Dando sequência, no decorrer da aula será explorado um exemplo no aplicativo GeoGebra para *smartphones*, para demonstração das ferramentas que devem ser utilizadas para encontrar a equação geral da reta e o ângulo formado entre a reta e o eixo das abscissas.

### **1º Momento**

Será realizada a apresentação do professor para os alunos e dos alunos para o professor, com a finalidade de realizar a interação entre os mesmos, para realizar um contrato pedagógico antecedendo a introdução do conteúdo.

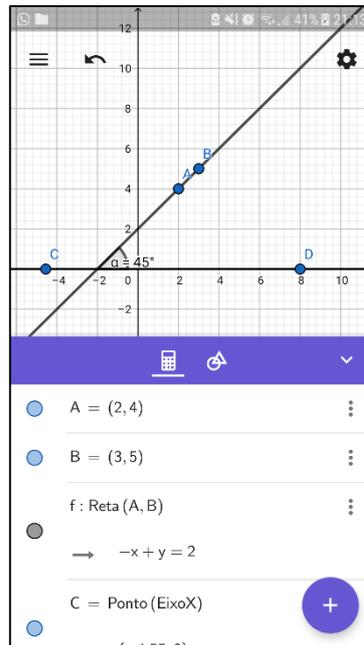
### **2º Momento**

Neste momento serão feitos os seguintes questionamentos para os alunos, oralmente, com a finalidade de instigar a curiosidade dos mesmos sobre o conteúdo que será estudado:

- A partir dos dois pontos no plano cartesiano como podemos encontrar a equação geral da reta que passa por esses dois pontos?
- Tendo o gráfico da reta e a sua equação como podemos encontrar o ângulo formado pela reta com o eixo das abscissas?

Após, serão plotados no quadro os pontos  $A(2, 4)$  e  $B(3, 5)$  no plano cartesiano (Figura 3.1) e traçado a reta que passa por eles.

Figura 3.1- Esboço do gráfico da reta que passa pelos pontos  $A$  e  $B$



Fonte: O Autor (2018).

- A partir desse gráfico como poderemos encontrar a equação geral dessa reta? E o ângulo que esta forma com o eixo das abscissas?

Após esses questionamentos, apresentar o conceito de equação geral da reta.

***Toda reta do plano possui uma equação da forma  $ax + by + c = 0$ , chamada de equação geral da reta, na qual  $a$ ,  $b$  e  $c$  são constantes e  $a$  e  $b$  não são simultaneamente nulos.***

A equação da reta também pode ser escrita na forma reduzida  $y = mx + n$ , sendo que basta isolar o  $y$  no 1º membro da equação geral da reta que então encontraremos a forma reduzida.

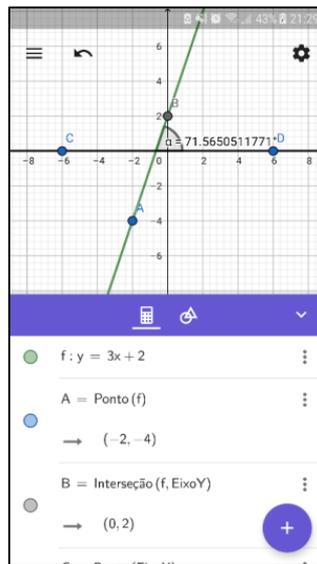
**Importante:**  $tg \alpha = m$ , sendo assim por meio do  $m$  da equação escrita na forma reduzida pode ser encontrado o ângulo que a reta forma com o eixo das abscissas considerando o sentido anti-horário. Sendo este chamado de coeficiente angular. O ângulo  $\alpha$  é único e tal que  $0^\circ \leq \alpha \leq 180^\circ$ .

O coeficiente angular determina se a reta é crescente ou decrescente, sendo que se os valores de  $m$  foram positivos a reta é crescente e se os valores de  $m$  forem negativos então a reta é decrescente.

**Exemplos:**

a) A equação  $y = 3x + 2$  representa a equação da reta na forma reduzida e podemos reescrever ela na forma geral  $3x - y + 2 = 0$ . Observe na Figura 3.2 o gráfico desta função plotado no plano cartesiano e o ângulo formado pela reta com o eixo das abcissas.

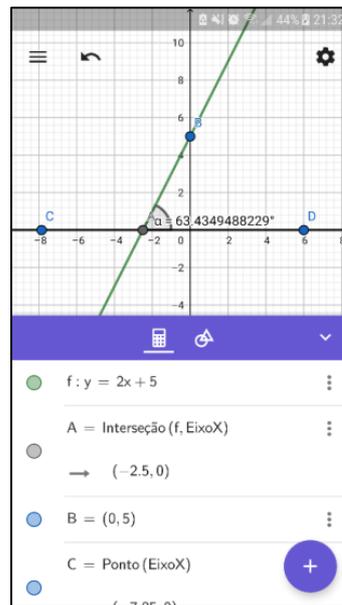
Figura 3.2- Esboço do gráfico da reta  $y = 3x + 2$



Fonte: O Autor (2018).

b) Neste exemplo temos a equação  $y = 2x + 5$  que representa a equação da reta na forma reduzida e podemos reescrever ela na forma geral  $-2x + y - 5 = 0$ . Observe na Figura 3.3 o gráfico plotado no plano cartesiano e o ângulo formado pela reta com o eixo das abcissas.

Figura 3.3- Esboço do gráfico da reta  $y = 2x + 5$



Fonte: O Autor (2018).

Para encontrarmos a equação geral da reta que passa por dois pontos devemos utilizar as coordenadas dos mesmos, porém temos dois modos para realizar esse procedimento.

**Exemplo:** Dado os pontos  $A(3, -1)$  e  $B(4, 2)$ , encontre a equação geral da reta que passa por esses pontos.

### 1º Modo:

Encontrar o coeficiente angular pela fórmula  $m = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}$ , (observe que esta fórmula corresponde à tangente do ângulo formado entre o eixo das abscissas e a reta) logo:

$$m = \frac{2 - (-1)}{4 - 3}$$

$$m = 3.$$

Após calcular o  $m$ , utilizamos o ponto  $A$  ou  $B$ , e o  $m$  na equação  $y - y_0 = m(x - x_0)$ , obtendo:

$$y - (-1) = 3(x - 3)$$

$$y + 1 = 3x - 9$$

$$3x - y - 10 = 0.$$

Assim encontramos a equação da reta na forma geral.

**2º Modo:**

Neste modo utilizamos o conceito de determinante de uma matriz. Ou seja, considerando os pontos  $A(x_1, y_1)$ ,  $B(x_2, y_2)$  e  $C(x, y)$  de uma reta. Como esses pontos são colineares (estão sobre a mesma reta), temos que:

$$\begin{vmatrix} x_1 & y_1 & 1 \\ x_2 & y_2 & 1 \\ x & y & 1 \end{vmatrix} = 0$$

Sendo  $x_1$  e  $y_1$  as coordenadas do primeiro ponto dado e  $x_2$  e  $y_2$  do segundo ponto e na terceira linha do determinante são acrescentadas as coordenadas  $x$  e  $y$  de um ponto  $C$  qualquer da reta. Resolvendo este determinante de ordem  $3 \times 3$  será encontrada a equação da reta na forma geral. Para o exemplo temos que:

$$\begin{vmatrix} 3 & -1 & 1 \\ 4 & 2 & 1 \\ x & y & 1 \end{vmatrix} = 0$$

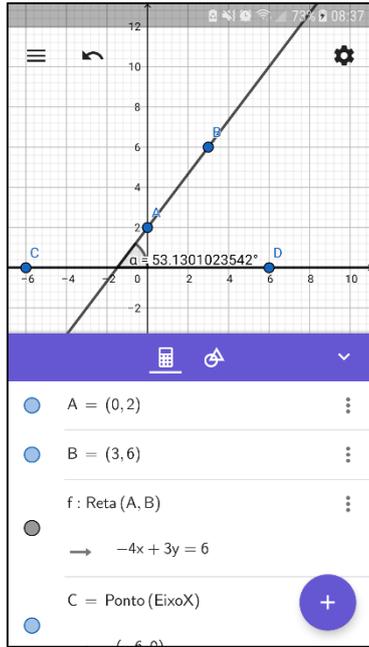
Resolvendo este determinante é encontrado a equação geral da reta  $3x - y - 10 = 0$ .

**OBS: o segundo modo só pode ser utilizado quando tivermos dois pontos com suas respectivas coordenadas.**

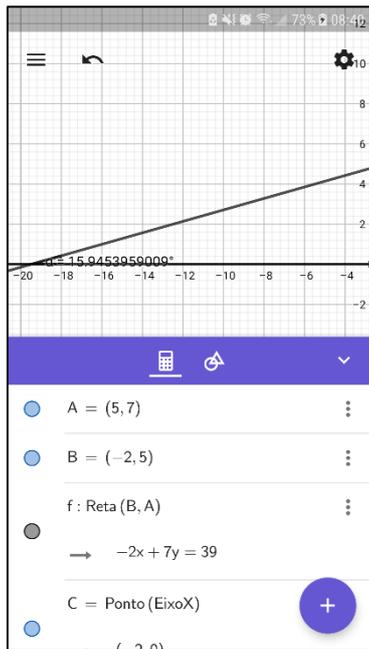
**3º Momento**

Será exposta no quadro uma lista de exercícios para os alunos realizarem e escolherem qual método utilizar. Por meio desses exercícios será explorado também, quando uma reta é crescente ou decrescente. Esta lista será recolhida para análise e verificação do rendimento dos alunos.

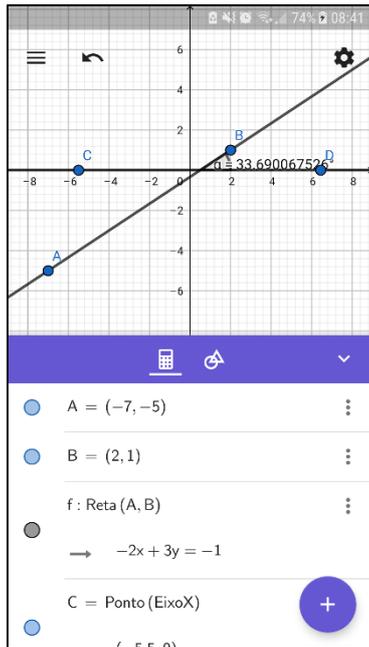
- 1) Determine o coeficiente angular da reta que passa pelos pontos dados e a equação geral:
  - a)  $(0, 2)$  e  $(3, 6)$



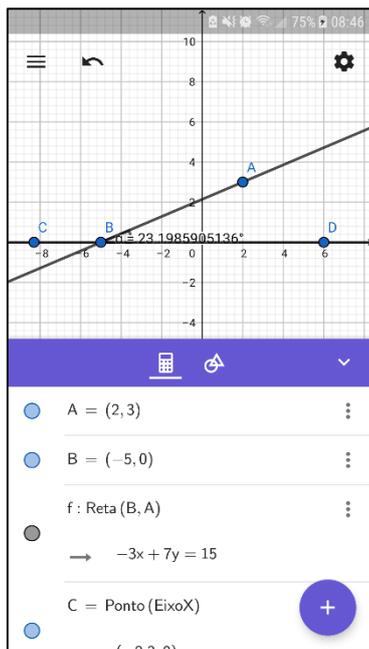
b)  $(5, 7)$  e  $(-2, 5)$



c)  $(-7, -5)$  e  $(2, 1)$

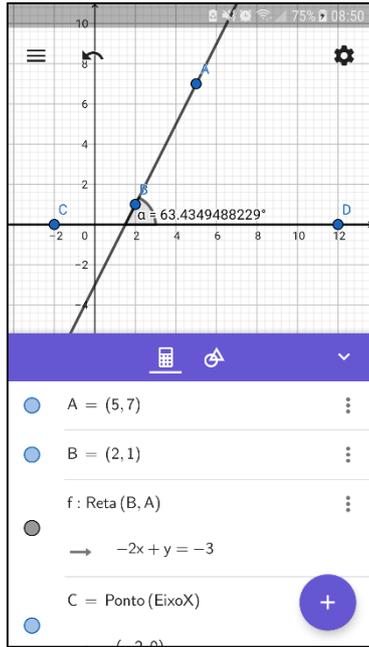


d) (2, 3) e (-5, 0)

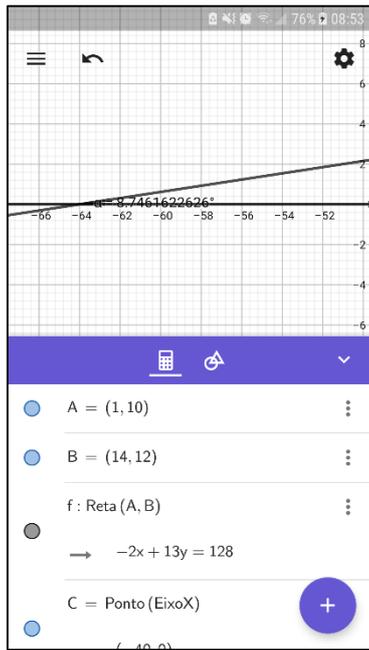


2) Determine no caderno a equação da reta na forma geral que passa pelos pontos dados:

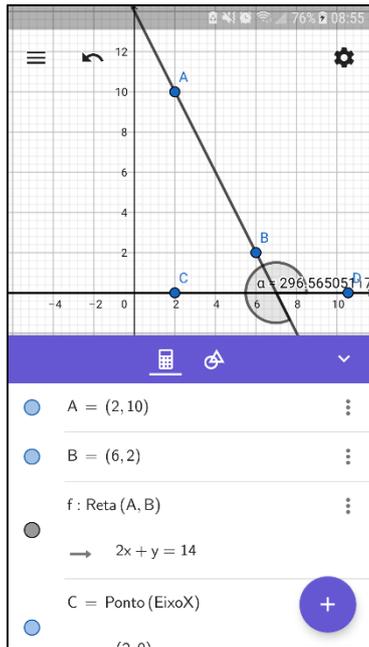
a) (5, 7) e (2, 1)



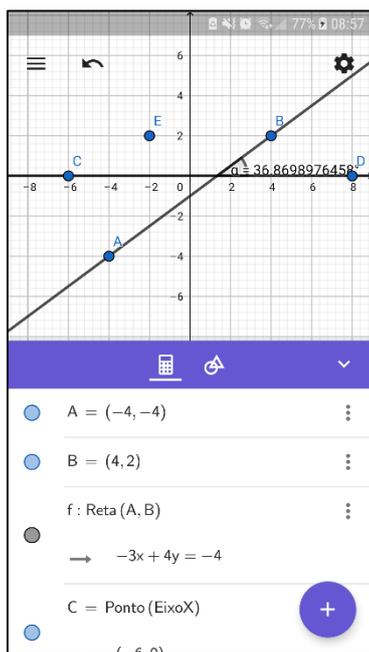
b) (1, 10) e (14, 12)



c) (2, 10) e (6, 2)



- 3) Analise se o ponto  $Q(-2, 2)$  pertence à reta que passa pelos pontos  $A(-4, -4)$  e  $B(4, 2)$ .



#### 4º Momento

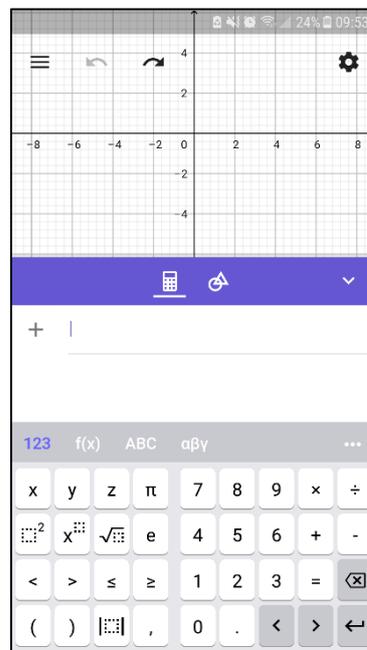
Neste momento será utilizado o aplicativo GeoGebra para *smartphones* sendo que os alunos conseguem instalar gratuitamente este aplicativo por meio da loja de aplicativos ([https://play.google.com/store/apps?hl=pt\\_BR](https://play.google.com/store/apps?hl=pt_BR)). Será explicado como utilizar o mesmo, demonstrando, por meio da resolução de um dos exercícios anteriores. A finalidade desta

atividade é fazer com que os alunos compreendam os cálculos realizados anteriormente e vejam que o aplicativo gerou a mesma equação encontrada por eles.

Por meio do aplicativo que possui uma interface simples e de fácil compreensão (Figura 3.4) os alunos encontram a equação da reta na forma geral e encontram o ângulo formado pela reta e o eixo das abscissas.

Na Figura 3.4 pode ser observada a interface do aplicativo e suas ferramentas. Nessa página inicial do aplicativo podem ser adicionados pontos, funções, equações, etc. gerando assim suas respectivas formações gráficas.

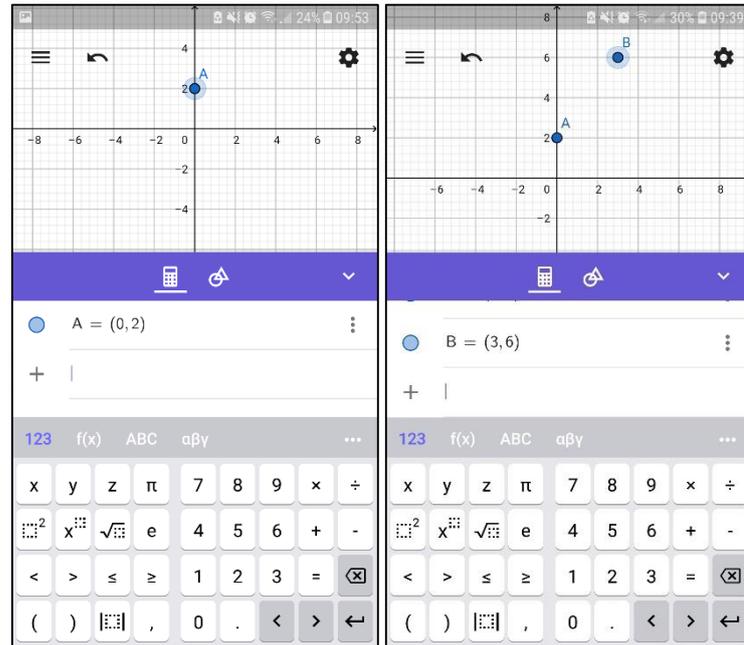
Figura 3.4- Interface do aplicativo GeoGebra



Fonte: O Autor (2018).

Na Figura 3.5 apresentam exemplos de como criar pontos no GeoGebra. Na parte de entrada do aplicativo devem-se digitar as coordenadas dos pontos para que o *software* gere os mesmos no plano cartesiano ou até mesmo pode-se simplesmente criar os pontos manualmente (podendo não ser muito preciso, se, por acaso, uma das coordenadas estiver na forma fracionária). Caso quem estiver manuseando o aplicativo cometer algum erro na criação dos pontos, pode simplesmente clicar na flecha posicionada no canto superior esquerdo que a última alteração será desfeita.

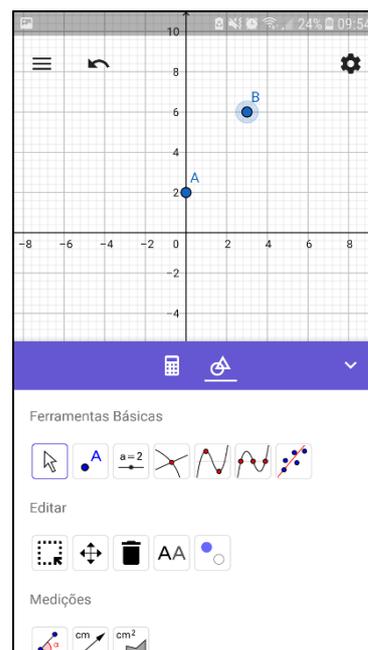
Figura 3.5- Criando os pontos *A* e *B* no plano cartesiano do *software* GeoGebra



Fonte: O Autor (2018).

Na Figura 3.6 apresenta-se outra aba de ferramentas do GeoGebra, onde estão todas as opções gráficas do aplicativo. Pode-se movimentar o plano cartesiano para melhor observar seus pontos criados.

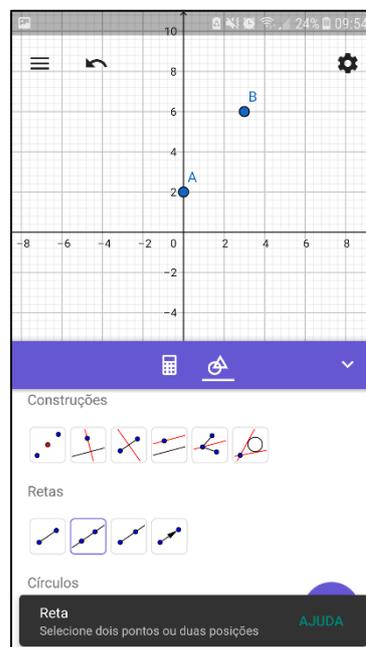
Figura 3.6- Outra aba de ferramentas do aplicativo GeoGebra



Fonte: O Autor (2018).

Na Figura 3.7 podem observar as opções de retas que o aplicativo disponibiliza para o usuário, sendo elas: segmento, reta, semirreta e vetor. Para a atividade proposta utilizaremos a opção Reta. Selecionando esta opção e, posteriormente, clicando nos dois pontos o aplicativo forma a reta que passa pelos mesmos.

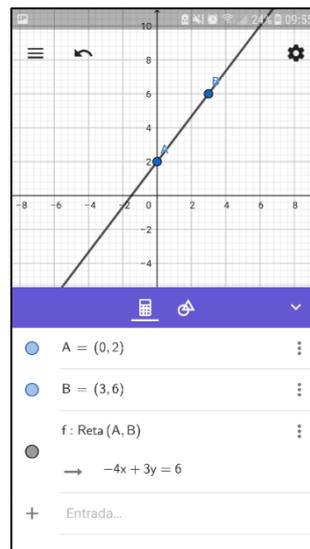
Figura 3.7- Opções de Retas



Fonte: O Autor (2018).

Voltando para a caixa de entrada, onde inicialmente foram adicionados os valores dos pontos  $A$  e  $B$ , o aplicativo já apresenta a equação da Reta na forma  $-4x + 3y = 6$  (Figura 3.8), onde basta o aluno igualar a função a zero ( $-4x + 3y - 6 = 0$ ) para que a mesma esteja apresentada na forma geral, sendo que, a partir dela, o aluno poderá encontrar a forma reduzida e determinar o ângulo que a reta forma em relação ao eixo das abcissas.

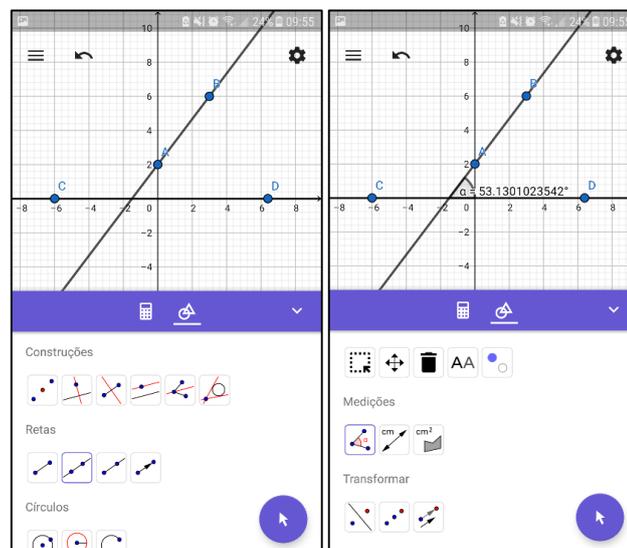
Figura 3.8- Representação da Reta



Fonte: O Autor (2018).

Para encontrar o ângulo formado entre a reta que passa pelos pontos  $A$  e  $B$  e o eixo das abcissas, deve-se criar uma nova reta sobre o eixo das abcissas e ir na ferramenta de medições do aplicativo selecionando a opção ângulo. Posteriormente deve-se selecionar primeiro, a reta que está sobre o eixo das abcissas e após a reta que está sobre os pontos  $A$  e  $B$  obtém-se assim o ângulo conforme pode-se observar na Figura 3.9.

Figura 3.9- Encontrando o ângulo entre a Reta e o eixo das abcissas



Fonte: O Autor (2018).

**5º Momento**

Será solicitado que os alunos realizem a correção das atividades utilizando o aplicativo do *software* GeoGebra. E, para avaliação da atividade proposta, será solicitado que os alunos relatem por escrito se houve alguma dificuldade em usar o *software* e se ele facilitou a aprendizagem do conteúdo estudado.

**Avaliação**

Será solicitado que os alunos relatem por escrito todos os cálculos realizados nas atividades anteriores (questões 1, 2 e 3), esboquem neste mesmo relato os gráficos gerados na primeira questão juntamente com o ângulo formado pela reta em relação ao eixo das abcissas, para posteriormente realizar uma avaliação da aprendizagem e do método utilizado.

#### 4. ANÁLISE A POSTERIORI

No dia 17 de outubro de 2018 foi realizado o primeiro encontro para desenvolvimento da aula inédita com os alunos do 3º ano do Ensino Médio. No início do estudo foi feita a apresentação do professor e dos alunos e realizado um breve relato sobre os conceitos que seriam estudados durante a aplicação desta atividade.

Ao iniciar a aula foram realizados alguns questionamentos oralmente aos alunos para observar se os mesmos já possuíam alguma noção do conteúdo a ser trabalhado. Porém, os alunos não conheciam o assunto. Este questionamento gerou certa curiosidade dos alunos e uma discussão entre os mesmos e o professor, e deste modo foi iniciado um diálogo.

Após este diálogo inicial foram abordados os conceitos, expondo os mesmos no quadro por intermédio de exemplos. A exploração foi realizada de dois modos distintos, sendo que a primeira tentativa para encontrar a equação da reta foi através do uso da forma reduzida da equação da reta, e assim o aluno poderia obter a equação tendo apenas um ponto e o valor do coeficiente angular da reta (este valor determina a inclinação da reta). O segundo modo foi utilizando determinante, para este modo é necessário ter as coordenadas de dois pontos, resolvendo-o o aluno iria obter a equação da reta na forma geral. O planejamento do estudo da reta foi idealizado assim para que o aluno pudesse escolher um dos dois modos para realizar os cálculos, respeitando as limitações de cada um dos modos.

A abordagem destes dois modos usados simultaneamente gerou certa dúvida entre os alunos, pois levou certo tempo até que compreendessem que poderiam utilizar qualquer um dos dois modos. Porém, aquele que utiliza o determinante da matriz só pode ser usado quando são conhecidas as coordenadas de dois pontos.

Durante a discussão dos exemplos, os alunos relataram que nunca tiveram a liberdade de optar por modos distintos de realizar os cálculos, que sempre era passado um exemplo e que deveriam seguir aquele modo repetitivamente.

Neste primeiro dia o planejamento da aula foi desenvolvido até o 2º momento, pois as discussões sobre os modos de realização dos exemplos demandaram tempo, porém foram de grande valia.

O segundo encontro foi realizado no dia 17 de outubro de 2018 (no turno da tarde), tendo sido iniciado o 3º momento do planejamento. Durante o início da aula os alunos estavam em duplas e solicitaram para assim permanecer e este fato incentivou a interação entre eles e gerou as discussões do conteúdo durante a realização das atividades.

A primeira atividade solicitava que os alunos determinassem o coeficiente angular da reta e a equação geral da reta. Porém, alguns alunos encontraram apenas a equação geral (Figura 4.1), mas a maioria realizou a atividade por completo.

Figura 4.1- Resolução feita pelo aluno A

$$\begin{array}{l}
 1 = a = (0, 2) e (3, 6) \\
 + 02x + 3y - 6x - 0 - 6 \\
 \left( \begin{array}{ccc|cc}
 0 & 2 & 1 & 0 & 2 \\
 3 & 6 & 1 & 3 & 6 \\
 x & y & 1 & x & y
 \end{array} \right) \\
 - 4x + 3y - 6 = 0
 \end{array}$$

Fonte: Aluno A (2018).

Pôde-se analisar que alguns alunos não interpretavam as questões ou apenas seguiam o exemplo, como estavam acostumados a proceder, fato este que os mesmos relataram durante a aula anterior. Observa-se, também, na Figura 4.1 que o aluno usou parênteses para representar o determinante, sendo que deveria ter usado barras.

Na Figura 4.2 apresenta-se a resolução do exercício feita por outro aluno por meio do 1º modo, destacado no capítulo 3, para encontrar a equação da reta e, neste contexto, o mesmo evidenciou o coeficiente angular como a questão solicitava.

Figura 4.2- Exercício resolvido pelo Aluno B

$$\textcircled{1} \quad a) \quad \begin{matrix} a & b \\ (0, 2) & (3, 6) \\ x & y \end{matrix}$$

$$m = \frac{y_b - y_a}{x_b - x_a} \quad \rightarrow \quad m = \frac{6 - 2}{3 - 0} \quad \rightarrow \quad m = \frac{4}{3}$$

$$y - y_0 = m(x - x_0) \quad \rightarrow \quad y - 6 = \frac{4}{3}(x - 3)$$

$$y - 6 = \frac{4}{3}x - 4$$

$$y = 6 = \frac{4}{3}x - \frac{12}{3}$$

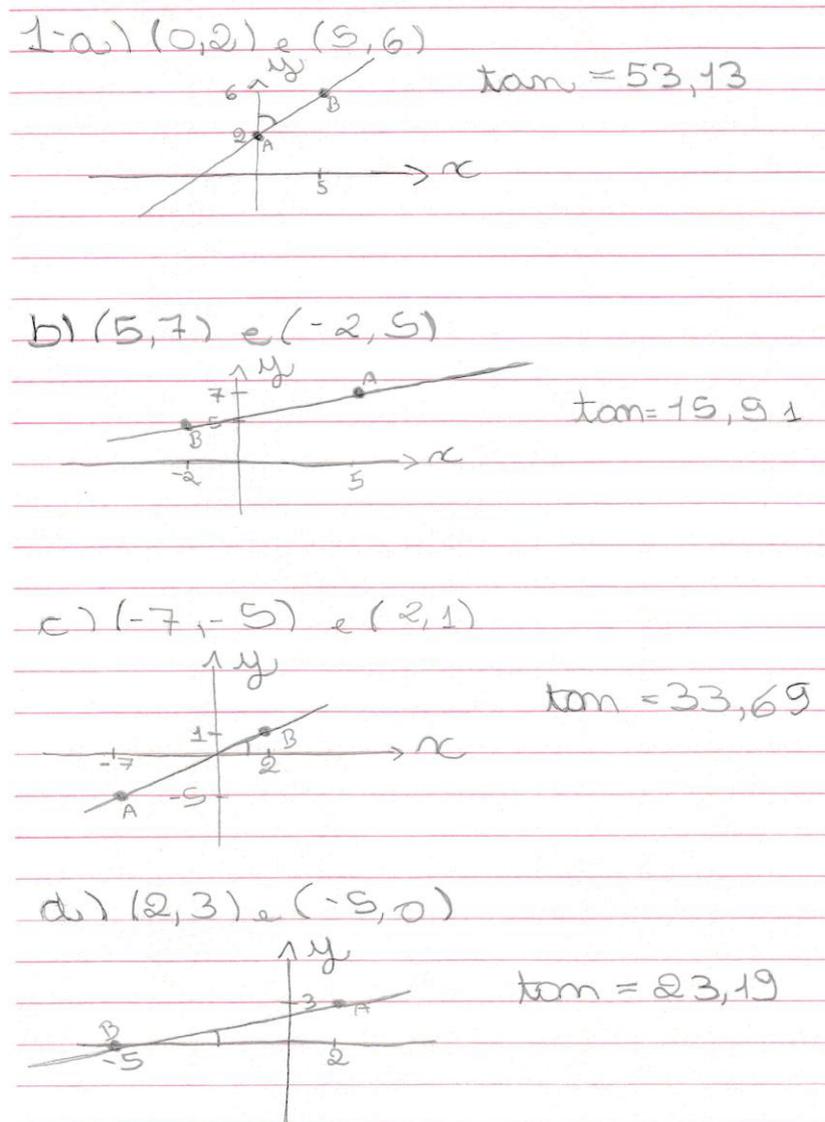
$$y = 6 = \frac{4}{3}x + 2$$

Fonte: Aluno B (2018).

Uma das dúvidas mais relatadas pelos alunos foi em relação a qual método utilizar, pelo fato de os mesmos estarem regrados a seguir os passos repetitivos do exemplo. Quando recebem mais possibilidades de realizar um mesmo cálculo, os alunos não conseguem decidir por qual método optar. O aluno deveria interpretar que pelo fato de possuir apenas um ponto e o coeficiente angular, não poderia realizar o cálculo por meio do determinante da matriz.

O terceiro encontro ocorreu no dia 22 de outubro de 2018 e foi desenvolvida a atividade com o aplicativo GeoGebra. Os alunos puderam utilizar o mesmo para corrigir seus cálculos da aula anterior e gerar o gráfico com todos os detalhes. Na Figura 4.3 está exemplificado o desenvolvimento detalhado de cálculos do Aluno C.

Figura 4.3 - Exercícios resolvidos pela Aluna C



Fonte: Aluno C (2018).

Observa-se que o aluno calculou o ângulo e não o coeficiente angular, e não calculou a equação geral da reta. O aluno não demonstrou dificuldades em esboçar o gráfico e em apresentar o ângulo gerado pela reta em relação ao eixo das abscissas. Da mesma forma os demais alunos conseguiram apresentar seus gráficos, apenas alguns se esqueceram de calcular o ângulo de inclinação da reta.

Posteriormente, durante a explicação sobre o manuseio do aplicativo (Figura 4.4), os alunos não apresentaram dificuldades de manuseio, pelo fato de utilizarem diariamente seus *smartphones*, demonstrando assim que o uso de um recurso didático como este pode ser de grande importância, pois além de despertar a curiosidade, também é de fácil compreensão e

usualidade. Durante a realização das atividades com o aplicativo muitos alunos ficaram surpresos em perceber que as suas respostas estavam sendo as mesmas que o GeoGebra estava apresentando.

Figura 4.4- Alunos durante a realização das atividades



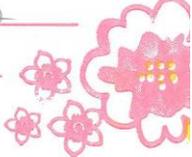
Fonte: O Autor (2018).

Após a explicação sobre a utilização do aplicativo foi solicitado aos alunos que gerassem os gráficos da primeira questão das atividades. Neste momento os alunos não demonstraram dificuldades em desenvolver os gráficos no aplicativo. Por meio desta atividade foi possível observar que os alunos conseguiram dominar o aplicativo GeoGebra.

No final da atividade foi solicitado aos alunos que relatassem se o aplicativo facilitou a compreensão do conteúdo, e se para o aluno, a exploração gráfica da reta no aplicativo melhorou o seu entendimento, sobre o tema alguns relatos são apresentados na Figura 4.5.

Figura 4.5- Considerações dos alunos sobre o aplicativo.

Sim, pois quando vemos e que estamos calculando e de onde vem os valores para o cálculo, associamos e entendemos mais rápido o conteúdo.



O aplicativo facilita a compreensão pois exemplifica a explicação do professor e também mostra na prática o que foi visto no conceito.

5- O aplicativo de geometria é uma ótima ferramenta pois nos ajuda a ter uma boa visualização da reta e do ângulo da tangente, de um modo mais fácil e rápido.

Fonte: O Autor (2018).

Durante a realização das atividades os alunos demonstraram satisfação em utilizar um aplicativo que possa mostrar as respostas das atividades, desta forma podendo verificar seus cálculos, e buscar por si mesmo resolver seus possíveis erros.

No decorrer das aulas ministradas foi possível evidenciar dois momentos o primeiro momento foi que a turma estava pouco interessada e pouco participativa. Fato este que mudou no segundo momento durante a utilização do aplicativo, demonstrando que o uso de um recurso tecnológico desperta a curiosidade e o interesse dos alunos em busca de conhecimento.

Ao final da prática da aula inédita foi observado que os relatos dos alunos, e o entusiasmo dos mesmos, demonstrou que gostaram da atividade, que o recurso tecnológico despertou e motivou os mesmos a aprender, trazendo assim algo que eles já tem o domínio e que faz parte de seu cotidiano, dessa forma despertando a curiosidade e o interesse pelo aprendizado.

## 5. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Durante a realização do curso de Especialização em Ensino de Matemática para o Ensino Médio da UFSM/UAB foi realizada a análise de diversos métodos e materiais para utilizar em sala de aula nos processos de ensino e de aprendizagem dos mais distintos conceitos matemáticos. O curso possibilitou a realização de atividades de prática docente, envolvendo novas metodologias e recursos didáticos, e posteriormente foi realizada uma análise dos resultados obtidos, gerando assim um repensar pedagógico muito importante para o docente (em formação continuada).

Por este fato a prática se mostrou importante, podendo assim levar algo diferenciado para dentro da sala de aula, tal como foi o caso da utilização do aplicativo GeoGebra para a construção gráfica, para que fosse possível analisar a equação da reta e o ângulo de inclinação que a mesma possuía em relação ao eixo das abcissas.

A turma na qual foi realizada esta aula inédita era calma, porém, pouco participativa no início, mas, tornaram-se mais participativos com a chegada do momento em que puderam utilizar o aplicativo GeoGebra. Por meio desta prática foi possível constatar que o aplicativo despertou a curiosidade dos alunos e que a compreensão do funcionamento do aplicativo dá-se de forma rápida, pois os aplicativos fazem parte do cotidiano dos alunos.

Dessa forma, obteve-se sucesso ao trazer algo do cotidiano do aluno para dentro da sala de aula, sendo que muitas vezes os aparelhos *smartphones* são barrados em sala de aula por dispersarem a atenção dos alunos, tirando o foco do conteúdo a ser estudado.

Esta aula inédita possibilitou um grande crescimento profissional, pois tinha-se apenas experiência docente com alunos de Ensino Fundamental. Ao realizar está prática com alunos do Ensino Médio pôde-se conhecer uma realidade distinta, alunos mais maduros, porém em alguns momentos menos motivados, sendo que muitos deles trabalham no turno inverso e este motivo faz com que venham para dentro da sala de aula cansados. Outro fato que pode gerar esta desmotivação por parte dos alunos é o ensino monótono pelo método expositivo, que não realiza algo que possa chamar a atenção dos mesmos durante o ano letivo.

Sendo assim, a inovação em sala de aula, além de tornar os processos de ensino e de aprendizagem mais espontâneos, auxilia na motivação e no interesse do aluno em buscar o conhecimento, sendo que o mesmo pode perceber que a construção do conhecimento vai além da sala de aula com os recursos tecnológicos.

## REFERÊNCIAS

BRANDT, T. J.; MONTORFANO, C. **O software GeoGebra como alternativa no ensino da geometria em um mini curso para professores.** 2007.

CARDOSO, M. C. S. A.; SANTOS, E. E. F.; CARRIJO, G. A. **Software gratuitos de Geometria Dinâmica.** Nuevas Ideias em Informática Educativa TISE 2013. Disponível em [https://www.google.com.br/url?sa=t&rct=j&q=&esrc=s&source=web&cd=8&cad=rja&uact=8&ved=2ahUKEwjE\\_bC81cnjAhU\\_DrkGHb5KCtoQFjAHegQICBAC&url=http%3A%2F%2Fwww.tise.cl%2Fvolumen9%2FTISE2013%2F515-518.pdf&usg=AOvVaw0V7LuVvqDhhLZxZSoqBA49](https://www.google.com.br/url?sa=t&rct=j&q=&esrc=s&source=web&cd=8&cad=rja&uact=8&ved=2ahUKEwjE_bC81cnjAhU_DrkGHb5KCtoQFjAHegQICBAC&url=http%3A%2F%2Fwww.tise.cl%2Fvolumen9%2FTISE2013%2F515-518.pdf&usg=AOvVaw0V7LuVvqDhhLZxZSoqBA49). Acesso em: 22 jul. 2019.

CHAVANTE, E. **Quadrante matemática**, 3º ano: Ensino Médio. 1. ed. São Paulo: Edições SM, 2016.

COCCO, V. M.; PERTILE, S. **O uso dos softwares educacionais como auxílio no processo de ensino-aprendizagem da ortografia no 5º ano do ensino fundamental**, 2011. Disponível em [https://www.google.com.br/url?sa=t&rct=j&q=&esrc=s&source=web&cd=3&cad=rja&uact=8&ved=2ahUKEwjw7cWTisvjAhVEIbkGHWUUAUFUQFjACegQIAxAC&url=https%3A%2F%2Frepositorio.ufsm.br%2Fbitstream%2Fhandle%2F1%2F1437%2FCocco\\_Vanderlea\\_Maria.pdf%3Fsequence%3D1%26isAllowed%3Dy&usg=AOvVaw0aUgdfdq1DIwcZMDmHgx-k](https://www.google.com.br/url?sa=t&rct=j&q=&esrc=s&source=web&cd=3&cad=rja&uact=8&ved=2ahUKEwjw7cWTisvjAhVEIbkGHWUUAUFUQFjACegQIAxAC&url=https%3A%2F%2Frepositorio.ufsm.br%2Fbitstream%2Fhandle%2F1%2F1437%2FCocco_Vanderlea_Maria.pdf%3Fsequence%3D1%26isAllowed%3Dy&usg=AOvVaw0aUgdfdq1DIwcZMDmHgx-k). Acesso em: 23 jul. 2019.

DANTE, L. R. **Matemática: contexto & aplicações: Ensino Médio.** 3. ed. São Paulo: Ática, 2016.

ESCOLA ESTADUAL DE ENSINO MÉDIO CASTELO BRANCO. **Projeto Político Pedagógico.** Três de Maio - RS. 2016.

FREIRE, P. **Pedagogia da autonomia: Saberes necessários à prática educativa.** São Paulo: Paz e Terra, 1996.

GIL, A. C. **Didática do Ensino Superior.** São Paulo: Atlas, 2009.

HESPANHOL, L. L.; NICOLA, L.; SILVA, C. R. B.; SANTOS, C. M. F.; RIBEIRO, E. M. **A utilização do software GeoGebra para o ensino da geometria.** Artigo apresentado no Encontro Nacional de Educação Matemática. São Paulo – SP, 2016. Disponível em [https://www.google.com.br/url?sa=t&rct=j&q=&esrc=s&source=web&cd=5&cad=rja&uact=8&ved=2ahUKEwjfnMryrcnjAhXEHbkGHf89DFgQFjAEegQIBhAC&url=http%3A%2F%2Fwww.sbem.com.br%2Fenem2016%2Fanais%2Fpdf%2F6276\\_4233\\_ID.pdf&usg=AOvVaw0eo4drYvh4ZQa5Q8Nx-oim](https://www.google.com.br/url?sa=t&rct=j&q=&esrc=s&source=web&cd=5&cad=rja&uact=8&ved=2ahUKEwjfnMryrcnjAhXEHbkGHf89DFgQFjAEegQIBhAC&url=http%3A%2F%2Fwww.sbem.com.br%2Fenem2016%2Fanais%2Fpdf%2F6276_4233_ID.pdf&usg=AOvVaw0eo4drYvh4ZQa5Q8Nx-oim). Acesso em: 22 jul. 2019.

MORAIS, M. F. **A utilização de métodos participativos no ensino de engenharia de produção: o caso do curso de engenharia de produção agroindustrial da fecilcam.** Artigo apresentado no evento IV Encontro de Produção científica e tecnológica. Campo Mourão – PR, 2009. Disponível em [http://www.fecilcam.br/nupem/anais\\_iv\\_epct/PDF/engenharias/04\\_MORAIS.pdf](http://www.fecilcam.br/nupem/anais_iv_epct/PDF/engenharias/04_MORAIS.pdf). Acesso em: 07 jan. 2018.

NOVAES, M. H. **Psicologia da educação e prática profissional**. Petrópolis: Vozes, 1992.

PAIVA, M. **Matemática**. 3. ed. São Paulo: Moderna, 2015.

PISCHETOLA, M. **Inclusão digital e educação**: a nova cultura da sala de aula. Petrópolis: Vozes, 2016.

Universidade Estadual de Maringá – Paraná. Acesso em: 15 abr. 2019. Disponível em <http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/pde/arquivos/329-4.pdf>.

ZENORINI, Rita da Penha Campos. SANTOS, Acácia Aparecida Angeli dos. MONTEIRO, Rebecca de Magalhães. **Motivação para aprender**: relação com o desempenho de estudantes. **Paidéia**, v. 21, n. 49, p. 157-164, 2011.