

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA MARIA
UNIVERSIDADE ABERTA DO BRASIL
CENTRO DE CIÊNCIAS NATURAIS E EXATAS
CURSO DE ESPECIALIZAÇÃO EM ENSINO DE MATEMÁTICA
PARA O ENSINO MÉDIO - MATEM@TICA NA PR@TICA

Rosiane Thurow Bender

**UMA ABORDAGEM EXPERIMENTAL ENVOLVENDO MASSA,
VOLUME E DENSIDADE**

São Lourenço do Sul, RS
2015

Rosiane Thurow Bender

**UMA ABORDAGEM EXPERIMENTAL ENVOLVENDO MASSA, VOLUME E
DENSIDADE**

Trabalho de conclusão apresentado ao Curso de Especialização em Ensino de Matemática para o Ensino Médio - EaD, da Universidade Federal de Santa Maria (UFSM, RS), como requisito parcial para obtenção do título de **Especialista em Ensino de Matemática para o Ensino Médio.**

Orientadora: Prof^ª Dr^ª Inês Farias Ferreira

São Lourenço do Sul, RS
2015
Rosiane Thurow Bender

UMA ABORDAGEM EXPERIMENTAL ENVOLVENDO MASSA, VOLUME E DENSIDADE

Trabalho de conclusão apresentado ao Curso de Especialização em Ensino de Matemática para o Ensino Médio - EaD, da Universidade Federal de Santa Maria (UFSM, RS), como requisito parcial para obtenção do título de **Especialista em Ensino de Matemática para o Ensino Médio.**

Aprovado em 12 de dezembro de 2015:

Inês Farias Ferreira, Dr^a (UFSM)
(Presidente/Orientadora)

Rita de Cássia Pistóia Mariani, Dr^a (UFSM)

Sandra Eliza Vielmo, Dr^a (UFSM)

São Lourenço do Sul, RS
2015

DEDICATÓRIA

Dedico este trabalho
ao meu esposo Luciano
e filhos Alexandre,
Roberta (in memoriam)
e Tiago.

AGRADECIMENTOS

Primeiramente a Deus por me dar a oportunidade da vida. Ainda a Ele, por me presentear com uma família abençoada.

Ao meu esposo Luciano, meu companheiro de jornada e principal incentivador.

Aos meus filhos Alexandre e Tiago, pela paciência e compreensão.

À minha mãe Edi, por ter me ensinado a ser persistente e jamais desistir de meus sonhos.

À minha professora orientadora Dr^a Inês Farias Ferreira, pelo incentivo e dedicação na elaboração deste trabalho.

À diretora da E. E. E. M. Prof. Rodolfo Bersh, Carla Krüger Porepp e ao prof. Gerson Altemburg, titular da turma do 3º ano do Ensino Médio noturno, pela presteza e acolhimento por ocasião da realização das práticas nesta escola.

Por fim, agradeço a todos meus familiares e amigos, e àqueles que direta ou indiretamente contribuíram na realização deste trabalho.

EPÍGRAFE

“Deus nos concede, a cada dia,
uma página de vida nova no livro do tempo.
Aquilo que colocarmos nela, corre por nossa conta.”

(Chico Xavier)

RESUMO

UMA ABORDAGEM EXPERIMENTAL ENVOLVENDO MASSA, VOLUME E DENSIDADE

**AUTORA: ROSIANE THUROW BENDER
ORIENTADORA: INÊS FARIAS FERREIRA**

O presente trabalho apresenta uma proposta de atividade experimental abordando conceitos de massa, volume e densidade, alicerçada na resolução de problemas do cotidiano e tendo alguns materiais manipuláveis como suporte. Esta proposta foi aplicada junto a uma turma do 3º ano do Ensino Médio de uma escola rural do município de São Lourenço do Sul - RS, composta por 19 alunos. Buscou-se neste trabalho abordar de forma prática os conceitos de massa, volume e densidade, a fim de conduzir os alunos a perceberem as relações entre esses conceitos, bem como suas diferenças. A estratégia de resolução de problemas e a utilização de diferentes recursos durante as atividades permitiram uma interação maior entre os alunos, fazendo com que estes pudessem trocar ideias, refletirem e conjecturarem resultados conforme os questionamentos estavam sendo expostos. Acredita-se que propostas desta natureza, quando bem planejadas, podem vir a contribuir no ensino e aprendizagem de diversos conteúdos matemáticos.

Palavras-chave: Resolução de Problemas. Geometria Espacial. Materiais Manipuláveis.

ABSTRACT

AN EXPERIMENTAL APPROACH INVOLVING MASS, VOLUME AND DENSITY

**AUTHOR: ROSIANE THUROW BENDER
ADVISER: INÊS FARIAS FERREIRA**

This paper presents a proposal for an experimental activity addressing concepts of mass, volume and density, based on everyday problem solving and having several manipulable materials as support. This proposal was applied with a 3rd year class of High School in a rural school at São Lourenço do Sul - RS, consisting of 19 students. This paper attempted to address in a practical way the concepts of mass, volume and density in order to lead the students to see the relation between these concepts and their differences. The problem-solving strategy and the use of different resources for the activities allowed greater interaction among students, so that they could exchange ideas, reflect and conjecture results as the questions were being exposed. We believe proposals of this nature when well planned are likely to contribute to the teaching and learning of various mathematical contents.

Key words: Problems Solving. Spatial Geometry. Manipulatives.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Ilustra os sólidos geométricos fornecidos.....	21
Figura 2 – Quadro que identifica as dimensões da caixa.....	24
Figura 3 – Indicação da massa da caixa em diferentes unidades.....	24
Figura 4 – Diferentes prismas construídos com doze cubos de madeira.....	25
Figura 5 – Informações dos diferentes prismas construídos.....	26
Figura 6 – Dados para o cálculo do volume da caixa.....	27
Figura 7 – Dados para obtenção da densidade dos dois materiais utilizados	28
Figura 8 – Ilustra a medição de um sólido utilizando-se o paquímetro.....	29
Figura 9 – Registro dos dados de um pedaço de aço na forma de um prisma reto de base quadrada	30
Figura 10 – Dados do prisma reto de base quadrada	31
Figura 11 – Registro dos dados de um pedaço de aço na forma de um prisma reto de base retangular.....	32
Figura 12 – Dados do prisma reto de base retangular.....	32
Figura 13 – Registro dos dados de um pedaço de aço na forma de um cilindro circular reto	33
Figura 14 – Dados do cilindro circular reto.....	34
Figura 15 – Registro dos dados de um pedaço de plástico poliamida na forma de um prisma reto de base quadrada	35
Figura 16 – Dados do prisma reto de base quadrada	35
Figura 17 – Pré-teste do aluno A.....	39
Figura 18 – Pré-teste do aluno B.....	40
Figura 19 – Pré-teste aluno C.....	41
Figura 20– Grupo fazendo a medição das dimensões da caixa disponibilizada	42
Figura 21 – Verificação da massa da caixa de papelão na balança	42
Figura 22 – Grupo enchendo a caixa disponibilizada com brita	43
Figura 23 – Resposta de um dos grupos no questionamento da atividade de volume	43
Figura 24 – Grupo montando um sólido geométrico com cubos de madeira	44
Figura 25 – Registro da atividade de um dos grupos	45
Figura 26 – Verificação da massa da caixa com feijão	46
Figura 27 – Alunos fazendo a medição de prisma reto disponibilizado, com o paquímetro digital	47
Figura 28 – Atividade 1 do 2º encontro realizada por um dos grupos	48
Figura 29 – Atividade 3 do 2º encontro correspondente a um cilindro circular reto de aço, realizada por um dos grupos.....	49
Figura 30 – Verificação da massa do prisma reto de plástico poliamida	50

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO	11
1 REFERENCIAL TEÓRICO	13
1.1 Geometria e sua Importância.....	13
1.2 O Ensino da Geometria na Educação Básica.....	14
1.3 A Geometria Espacial..	17
1.4 A Resolução de Problemas.....	18
1.5 O Uso de Materiais Manipuláveis como Recurso Didático	20
2 PROPOSTA DIDÁTICA	22
2.1 Primeiro encontro	23
2.1.1 Atividade 1 - Comprimento	23
2.1.2 Atividade 2 - Massa.....	24
2.1.3 Atividade 3 - Volume.....	25
2.1.4 Atividade 4 - Calculo de volume de diferentes prismas.....	25
2.1.5 Atividade 5 - Densidade.....	27
2.2 Segundo encontro	28
2.2.1 Algumas situações-problemas.....	28
2.2.2 Simulações das situações-problemas propostas.....	29
2.2.3 Resolução das situações-problemas iniciais.....	36
3 APLICAÇÃO DO PLANO DE AULA	38
3.1 Detalhamento das atividades desenvolvidas no 1º encontro.....	38
3.2 Detalhamento das atividades desenvolvidas no 2º encontro	46
CONCLUSÕES	52
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	53
APÊNDICE	55
A – Pré-teste	55

INTRODUÇÃO

A matemática tem na geometria um aporte de grande valor, visto que esta tem uma visualização concreta se comparada à álgebra, conforme menciona Lorenzato (1995):

[...] sem estudar Geometria as pessoas não desenvolvem o pensar geométrico ou o raciocínio visual e, sem essa habilidade, elas dificilmente conseguirão resolver as situações de vida que forem geometrizadas; também não poderão se utilizar da Geometria como fator altamente facilitador para a compreensão e resolução de questões de outras áreas de conhecimento humano. Sem conhecer Geometria a leitura interpretativa do mundo torna-se incompleta, a comunicação das idéias fica reduzida e a visão da Matemática torna-se distorcida. (LORENZATO, 1995, p.5).

Isto se dá pelo simples fato da geometria estar presente a nossa volta, fazer parte do nosso dia a dia, e ser até mesmo, em certos aspectos, intuitiva, pois, “o mundo em que vivemos é quase espontaneamente geométrico”. (MIGUEL; MIORIM, 1986, p.66).

Apesar de sua reconhecida importância, a geometria não tem ocupado seu espaço, os alunos pouco aprendem conceitos envolvendo esta área do conhecimento matemático, seja porque o tempo é pouco e este conteúdo acaba relegado a segundo plano, ou porque, os professores, muitas vezes, não se sentem preparados para desenvolver os conceitos geométricos. Este fato pode ser comprovado, ainda nos dias de hoje, pois ao se analisar resultados de pesquisas na década de 80, referentes ao conhecimento dos alunos nesta área, pode se observar que suas constatações e conclusões ainda permanecem atuais. Por exemplo, cita-se Pavanello (1989) que, em seu trabalho de dissertação, afirmou:

[...] a ênfase no aspecto algébrico do ensino da matemática, sem o complemento proporcionado pelo enfoque geométrico, priva os indivíduos de um desenvolvimento integral dos processos de pensamento, necessários à resolução dos problemas matemáticos. (PAVANELLO, 1989, p. 97).

Este é um dos fatores que contribuem para que tenhamos um baixo índice de aproveitamento dos alunos no que tange ao ensino de geometria. Além disso, Araújo (1994), salienta em seu trabalho a condução que é dada pelos professores dos anos iniciais em suas aulas quando abordam a geometria, afirmando que:

Dispondo de recursos exíguos, as escolas, principalmente aquelas que lidam com as séries iniciais de primeiro grau, oferecem um ensino sem nenhum atrativo e de qualidade discutível. A conseqüência desse tratamento negligente, (...). É fácil encontrar-se entre alunos, das diferentes séries, ou até mesmo entre professores, aqueles que confundem o cubo com o quadrado; não identificam propriedades comuns ao quadrado e ao losango, ou ao quadrado e ao retângulo; (...). Todas essas observações demonstram que a percepção visual do espaço geométrico é confusa e

equivocada. Considerando a Geometria difícil, porque é abstrata, o professor direciona a sua preferência aos temas aritméticos. (ARAÚJO, 1994, p.13).

Este trabalho se constitui a partir dessas constatações e também pelo fato de não ter sido visto em meu Ensino Médio, o tema escolhido, envolvendo cálculo de massa, volume e densidade de materiais na forma de sólidos geométricos. Assim, pouco aprendi a respeito de assuntos envolvendo geometria euclidiana, seja ela plana ou espacial e, quando me deparei com disciplinas relacionadas, na formação superior, pude perceber que não dominava conceitos elementares envolvidos. Cabe salientar que, embora tenha tido disciplinas específicas de geometria plana e de geometria espacial, respectivamente, no Curso de Licenciatura em Matemática, ainda ficaram diversas lacunas na minha formação. No entanto, quando ingressei no Curso de Especialização de Ensino de Matemática para o Ensino Médio, comecei a perceber a geometria espacial de uma forma dinâmica, interessante e desafiadora, mostrando-me novas perspectivas para desenvolver um trabalho mais coeso e significativo relacionado ao assunto.

Para tanto, o presente trabalho de conclusão de curso (TCC), tem como proposta abordar, junto a alunos do Ensino Médio, o estudo de alguns conceitos envolvendo a geometria espacial euclidiana através de uma proposta de intervenção que faça uso de conceitos geométricos previamente trabalhados, com uma abordagem dada através de experimentos baseados em uma situação real, os quais possam ser discutidos, refletidos e desenvolvidos pelos alunos.

O público alvo escolhido foi uma turma de 3º ano do Ensino Médio, do turno noturno, composta por 19 alunos, da Escola Estadual de Ensino Médio Prof. Rodolfo Bersch, na localidade de Boa Vista, 6º distrito, situada no município de São Lourenço do Sul-RS. Uma vez que não estou lecionando a disciplina de Matemática, não sou a professora regente da turma, o espaço me foi concedido pela direção da escola e pelo professor da mesma. Estes entenderam que este tipo de proposta poderia contribuir não somente para meu desenvolvimento profissional, como também, para a formação dos alunos envolvidos.

No capítulo 1 apresenta-se um breve referencial teórico que serviu de condutor para a elaboração da sequência de atividades que constituíram a intervenção em sala de aula, a qual será descrita, em detalhe, no capítulo 2. Após a realização da intervenção foi feita uma análise da mesma a partir de observações realizadas por mim, bem como dos registros realizados pelos alunos durante o seu desenvolvimento. Os resultados e descrições considerados mais relevantes encontram-se no capítulo 3. Por último, apresentam-se algumas conclusões decorrentes deste trabalho.

CAPÍTULO 1 - REFERENCIAL TEÓRICO

1.1 Geometria e sua Importância

A geometria é o mais antigo ramo da Matemática, sendo descrita pela primeira vez de forma sistemática e organizada por Euclides em 300 A.C. Sendo que, foi na sua obra denominada, “Os Elementos”, composta por 11 volumes que foi descrita a geometria através do método axiomático. Conforme Youssef, et al. (2005), esta estuda, entre outros assuntos, as dimensões físicas como distâncias, áreas e volumes, possibilitando o desenvolvimento de instrumentos e objetos úteis no cotidiano, a partir de modelos matemáticos que procuram representá-los; também, está presente na natureza e nas diferentes construções realizadas pela humanidade ao longo dos tempos. Remonta assim, à época dos babilônios, à cerca de 4 000 anos, tendo grandes desenvolvimentos no antigo Egito. Marcações de terras fertilizadas nas inundações do rio Nilo e construções das pirâmides, feitas com indiscutível precisão, são testemunhos do uso e desenvolvimento do conhecimento geométrico.

Segundo Lorenzato (1995), a geometria está presente a nossa volta. É um conteúdo de ligação interdisciplinar, pois possibilita compreensão e entendimento de muitas situações, tais como interpretação de mapas em diferentes escalas e representações (geografia), gráficos e tabelas (tratamento de informação), facilitando o entendimento de situações abstratas, promovendo assim, um aprendizado muito mais significativo. Sendo uma forma mais completa de interpretar o mundo que nos cerca e de compreender a matemática de uma maneira mais equilibrada.

Praticamente todas as profissões se utilizam, em algum grau, da geometria. Na agricultura, ao avaliar a produção de determinada cultura em relação à quantidade de terras cultivadas, ao calcular quantidades de fertilizantes ou defensivos agrícolas a serem aplicados em determinada área; na mecânica, em cálculos de estruturas metálicas, fabricação de peças e situações de projetos que envolvam movimento; na medicina, na criação de próteses ortopédicas, cálculo de dosagens de medicações; na construção civil, onde a geometria é a base, sendo necessária desde o projetista até ao operário que mistura a argamassa; no comércio, no cálculo de orçamentos e orientação aos clientes.

Enfim, mesmo em profissões que parecem não ter relação com a geometria, são necessários conhecimentos relacionados a ela, como por exemplo, no direito civil ou na engenharia de transportes. Em algum momento o profissional terá que fazer algum tipo de

avaliação geométrica. Ela está presente mesmo nas coisas simples da vida diária, como avaliar volumes de embalagens no supermercado, pensando no produto mais vantajoso para se comprar; quantidades de materiais de construção em uma reforma da casa, não ficando o indivíduo à mercê da avaliação de terceiros; análise de volumes de recipientes de uso na cozinha; avaliação da quantidade de aterro necessária em um terreno que se pretende comprar. Em muitas outras situações, onde o indivíduo que tenha se apropriado de conhecimentos geométricos terá melhores condições de exercer sua cidadania de forma crítica e com mais eficiência.

A geometria está inserida no currículo escolar desde os anos iniciais do Ensino Fundamental, quando as primeiras noções de ponto, reta, plano e figuras geométricas devem ser compreendidas e assimiladas. De acordo com Soares (2009), nesta etapa de escolarização é importante que se ofereça aos alunos situações de aprendizagem onde a geometria experimental possa estar presente, como por exemplo: empilhamento de peças, pavimentações, mosaicos, maquetes, plantas baixas, exploração de embalagens e planificações, desenho em perspectiva, dentre outras. Uma vez que estas atividades darão suporte para futuras aprendizagens que envolvam resultados mais complexos. Neste sentido, a geometria é uma área de conhecimento fértil e estimulante, capaz de auxiliar o aluno no processo de abstração. Sendo assim, sua aprendizagem é de relevante importância nos primeiros anos de escolarização oferecendo ao educando suporte e garantindo a possibilidade de um apreender rico, criativo e dinâmico. Nessa perspectiva, Pavanello (1989) afirma, ainda que:

A geometria apresenta-se como um campo profícuo para o desenvolvimento da capacidade de abstrair, generalizar, projetar, transcender o que é imediatamente sensível - que é um dos objetivos do ensino da matemática - oferecendo condições para que níveis sucessivos de abstração possam ser alcançados. (PAVANELLO, 1989, p. 182).

É baseando-se nesta importância que podemos observar que a geometria encontra-se, de uma forma ou de outra, inserida no currículo escolar, desde os anos iniciais até o final do Ensino Médio.

1.2 O Ensino da Geometria na Educação Básica

Apesar de sua importância, a geometria é considerada um dos conteúdos de maior dificuldade de compreensão e entendimento por parte dos alunos, bem como dos próprios

professores. Os Parâmetros Curriculares Nacionais - PCN (BRASIL, 1998) estabelecidos pelo governo federal no âmbito do ensino fundamental, último ciclo, afirmam que:

[...] a Geometria tem tido pouco destaque nas aulas de Matemática e, muitas vezes, confunde-se seu ensino com o das medidas. Em que pese seu abandono, ela desempenha um papel fundamental no currículo, na medida em que possibilita ao aluno desenvolver um tipo de pensamento particular para compreender, descrever e representar, de forma organizada, o mundo em que vive. (BRASIL, 1998, p. 122).

Ainda, em termos da falta de ensino da geometria, Lorenzato (1995) afirma que muitas são as causas para esse abandono. Os principais motivos seriam: a má formação inicial e continuada dos professores, no que tange ao ensino de geometria, pois estes não tendo os conhecimentos básicos que envolvam este assunto, tendem a não ensiná-la. Além disso, há dependência dos livros didáticos que abordam a geometria nos conteúdos finais. Portanto, ficam normalmente no planejamento escolar, no fim do ano letivo e, muitas vezes, acabam ficando de lado, pois não há mais tempo de ensiná-la. Além disso, os livros didáticos costumam referir-se a ela com uma abordagem euclidiana, ou seja, um conjunto de definições, propriedades e fórmulas.

É relevante considerar que há todo um contexto histórico social que serve como referência para este abandono. Pavanello (1989), em seu trabalho, reforçando o que já fora mencionado anteriormente, afirma que:

[...] o problema com o ensino da geometria surge e se avoluma à medida em que as escolas de nível médio passam a atender um número crescente de alunos das classes menos favorecidas. A geometria é praticamente excluída do currículo escolar ou passa a ser, em alguns casos restritos, desenvolvida de uma forma muito mais formal a partir da introdução da Matemática Moderna, a qual se dá justamente quando se acirra a luta pela democratização das oportunidades educacionais, concomitante a necessidade de expansão da escolarização a uma parcela mais significativa da população. (PAVANELLO, 1989, p. 180).

Em um trabalho de pesquisa posterior, esta mesma pesquisadora, Pavanello (1993), se refere às Leis de Diretrizes e Bases da Educação - LDB, acrescentando que:

A Lei de Diretrizes e Bases do Ensino de 1º e 2º Graus, a 5692/71, [...] permite que cada professor monte seu programa de acordo com as necessidades da clientela. A maioria dos alunos do 1º grau deixa, assim, de aprender geometria, pois os professores das quatro séries iniciais do 1º grau limitam-se, em geral, a trabalhar somente a aritmética e as noções de conjunto. O estudo da geometria passa a ser feito - quando não é eliminado - apenas no 2º grau [...]. (PAVANELLO, 1993, p. 13).

Assim, com a normatização feita através das Leis de Diretrizes e Bases, em 1971, a geometria acaba sendo relegada mais ainda, a um segundo plano. O porquê do ensino da geometria nos dias atuais, mesmo após diversas pesquisas, ainda estar ausente em muitas salas de aula pode ser explicado, de certa forma, ainda, pelo fato dos professores que ensinam,

ou deveriam ensiná-la, provavelmente não a dominarem como deveriam, pois não tiveram em sua formação uma abordagem que fornecesse subsídios suficientes para tal. Isso pode ser justificado pela priorização, no ensino de matemática, da álgebra, deixando-se de lado o ensino da geometria. Neste sentido, Nogueira (2009, p. 12) alerta que "Enfatizar o ensino da Álgebra em detrimento ao de Geometria nos priva de um instrumento valioso para o Ensino da Matemática e o da própria Álgebra [...]". Além de Nogueira, também Lorenzato (1995), reforça esta ideia quando afirma que:

A Geometria é a mais eficiente conexão didático-pedagógica que a Matemática possui: ela se interliga com a Aritmética e com a Álgebra porque os objetos e relações dela correspondem aos das outras; assim sendo, conceitos, propriedades e questões aritméticas ou algébricas podem ser clarificados pela Geometria, que realiza uma verdadeira tradução para o aprendiz. (LORENZATO, 1995, p.6).

Felizmente, existem estudos mais recentes que buscam resgatar o ensino da geometria, dando ênfase a sua importância e utilidade em situações cotidianas. No final da década de 90, com a elaboração dos PCN é dado um passo a frente para retomar o ensino da geometria. De acordo com Sena (2013), é a partir de então que, procura-se retomar conceitos como o estudo do espaço, formas e medidas. Mais especificamente, no Ensino Fundamental I, atualmente anos iniciais até 5º ano, a ênfase recai numa geometria experimental, deixando para o Ensino Fundamental II, do 6º ao 9º ano, o aprofundamento destes conteúdos.

Numa visão mais ampla, podemos concluir que o ensino como um todo precisa ser coeso, embasado nas reais necessidades dos alunos e que acompanhe os avanços da humanidade. Para tanto, faz-se necessário encontrar alternativas para torná-lo atrativo e significativo na formação dos estudantes envolvidos.

Nesse sentido, Fiorentini (1990) aborda a respeito do aprender significativo quando diz:

Ao aluno deve ser dado o direito de aprender. Não um "aprender" mecânico, repetitivo, de fazer sem saber o que faz e porque faz. Muito menos um "aprender" que se esvazia em brincadeiras. Mas um aprender significativo, do qual o aluno participe raciocinando, compreendendo, reelaborando o saber historicamente produzido e superando, assim, sua visão ingênua, fragmentada e parcial da realidade. (FIORENTINI, 1990, p.6).

Logo, o papel da educação na sociedade atual é bem maior do que transmitir conhecimentos, sendo necessário repensar o como, e para que, ensinar os conteúdos do currículo escolar. O modelo de escola que temos, com aulas expositivas, pouca interação dos alunos e atividades repetitivas realizadas mecanicamente, já não serve mais para uma clientela em constantes mudanças. Nesse sentido, os PCN afirmam que o Ensino Médio deve focar uma educação geral, voltada para as necessidades atuais e com o intuito de oferecer condições

aos indivíduos de exercerem, com competência sua cidadania. Para tanto, estes documentos descrevem, então que:

Não há o que justifique memorizar conhecimentos que estão sendo superados ou cujo acesso é facilitado pela moderna tecnologia. O que se deseja é que os estudantes desenvolvam competências básicas que lhes permitam desenvolver a capacidade de continuar aprendendo. (BRASIL, 2000, p.14).

O crescente desinteresse demonstrado pelos alunos de nossas escolas é um indício de que muitos desses conteúdos não possuem significado para eles, sendo esquecidos logo após terem sido "aprendidos". É importante que o aluno perceba a necessidade de aprendizagem dos mesmos para sua vida cotidiana, sinta-se ávido em aprendê-los e assimilá-los, apropriando-se desta forma de um saber útil, usufruindo desses conhecimentos para seu bem-estar, facilitando, assim, a sua vida.

A geometria, nesta perspectiva, apresenta-se como uma aliada, favorecendo estes aspectos. Visto ser uma área do conhecimento, como já citado anteriormente, usada em diversas outras áreas e diferentes profissões e que pode auxiliar no desenvolvimento do raciocínio lógico e dedutivo, assim como, pode ampliar a percepção do mundo a sua volta. Ao professor, por sua vez, cabe instigar o aluno, direcionando-o e incentivando-o na ampliação de seus horizontes, tendo um olhar e, principalmente, uma postura de mediador, procurando alternativas para facilitar a sua aprendizagem.

1.3 A Geometria Espacial

A geometria espacial pode ser definida como sendo o estudo da geometria no espaço, onde as figuras possuem três dimensões. Essas figuras são chamadas de sólidos geométricos ou figuras geométricas espaciais. Sendo o prisma, a pirâmide, o cone, o cilindro e a esfera, alguns exemplos desses sólidos. Mas afinal, porque devemos aprender geometria espacial? Para responder a este questionamento, basta olharmos ao nosso redor. É com a geometria espacial que nos deparamos, pois tudo que nos cerca é tridimensional. Este simples fato torna a geometria espacial assunto relevante e justifica o seu estudo. Nesse sentido, Costa, et al. (2009) afirmam que:

O estudo da Geometria Espacial é de suma importância para o desenvolvimento da capacidade de abstração, resolução de problemas práticos do cotidiano, estimar e comparar resultados, reconhecer propriedades das formas geométricas. (COSTA, et al., 2009, p.1).

Porém, é comum vermos nas escolas opiniões de que a geometria espacial é muito complicada e privilégio de poucos alcançarem algum entendimento. Mas, justamente é na

fácil interligação entre o conteúdo e a utilização prática que podemos nos utilizar como uma mola impulsadora para auxiliar a sua aprendizagem. Assim, o estudo dos sólidos geométricos pode ser sempre atrelado a objetos reais do cotidiano, tornando a aula menos abstrata e facilitando, ao aluno, sua visualização. Costa, et al. (2009), ainda, mencionam que:

[...] Precisamos analisar como os alunos têm percebido e explorado os conceitos geométricos espaciais quanto à abstração e a realidade; e como eles estabelecem a relação entre conceitos e fórmulas estudadas em Geometria Espacial. Precisamos, ainda, analisar a percepção do professor quanto à aprendizagem e quanto a avaliação dos seus procedimentos metodológicos. (COSTA, et al., 2009, p.1).

Dentro desta linha de ação, um dos assuntos que podemos facilmente contextualizar com situações reais, é o estudo do volume de sólidos. Suas aplicações são inúmeras, sendo que aulas experimentais com suporte de materiais manipuláveis podem facilitar a aprendizagem desse conteúdo, pois podem exemplificar usos no dia a dia, com uma abordagem que instigue os alunos a buscarem suas respostas e a realizarem reflexões sobre o assunto.

1.4 A Resolução de Problemas

A proposta didática apresentada neste trabalho é subsidiada pelos princípios da resolução de problemas, com isso, objetiva-se despertar o interesse nos alunos na busca de soluções para as situações-problemas propostas, fomentando assim, discussões e produzindo um ambiente de desafios. De acordo com Milagres (2006), a resolução de problemas propicia aos alunos situações favoráveis de aquisição de conhecimentos, afirmando que:

A resolução de problemas matemáticos, de preponderante importância para a educação, proporciona suporte à curiosidade dos estudantes, ao mesmo tempo em que traz situações reais para a sala de aula e propicia a possibilidade da descoberta do novo. (MILAGRES, 2006, p.1).

Também, os Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Médio – PCNEM (2000) , colocam a resolução de problemas como instrumento útil e valioso na formação dos alunos, pois, estes quando:

[...] confrontados com situações-problema, novas mas compatíveis com os instrumentos que já possuem ou que possam adquirir no processo, aprendem a desenvolver estratégia de enfrentamento, planejando etapas, estabelecendo relações, verificando regularidades, fazendo uso dos próprios erros cometidos para buscar novas alternativas; adquirem espírito de pesquisa, aprendendo a consultar, a experimentar, a organizar dados, a sistematizar resultados, a validar soluções; desenvolvem sua capacidade de raciocínio, adquirem autoconfiança e sentido de responsabilidade; e, finalmente, ampliam sua autonomia e capacidade de comunicação e de argumentação. (BRASIL, 2000, p.52).

No entanto, é importante que se tenha em mente a enorme diferença que há em resolver uma lista de exercícios ou de problematizá-la. Enquanto, na resolução de exercícios os alunos trabalham de forma mecânica, repetindo diversas vezes o mesmo procedimento, na resolução de problemas, eles serão desafiados a encontrarem soluções, que não necessariamente percorrerão o mesmo caminho para todos. É nesta perspectiva, de se sentirem desafiados e impelidos na busca por caminhos que o ato de aprender torna-se prazeroso e contagiante.

Tendo a resolução de problemas como uma estratégia de ensino, Polya (1995) menciona que a mesma deve ser organizada seguindo alguns passos:

1º - Compreensão do problema: o aluno precisa compreender o que está sendo solicitado no enunciado do problema.

2º - Estabelecimento de um plano: ou seja, focar na melhor maneira de resolver o problema.

3º - Execução do plano: isto é, colocar em prática o que foi estabelecido na etapa anterior.

4º - Retrospecto: verificação dos resultados obtidos e os diferentes caminhos a fim de se chegar a um mesmo resultado.

Assim, este trabalho pretende que os alunos possam organizar seu pensamento e direcionar esforços na busca de soluções coerentes. Em particular, a resolução de problemas, envolvendo conceitos geométricos, possibilita um vasto campo de abrangência e inúmeras formas de inserção de atividades práticas, ligadas as necessidades do cotidiano. Além disso, Passos (2000), propõe que:

O ensino da geometria deve estar voltado para problemas abertos (com mais de uma resposta e/ou diferentes formas de resolução) com caráter dinâmico que propiciem um processo de busca e investigação para resolvê-los. (PASSOS, 2000, p.50).

Nesta ótica, o papel do professor tem grande relevância, atuando como um mediador do processo, visto que, segundo Romanato (2012):

Cabe ressaltar que o papel do professor é essencial, pois deve propor bons problemas, deve acompanhar e orientar a busca de soluções, coordenar discussões entre soluções diferentes, valorizar caminhos distintos que chegaram à mesma solução, validando-os ou mostrando situações em que o raciocínio utilizado pode não funcionar. (ROMANATO, 2012, p.303).

É nesta perspectiva de se ter alunos participativos, reflexivos e atuantes durante todo o processo de intervenção das atividades experimentais propostas e, tendo o professor, como um orientador das mesmas, que este trabalho se fundamenta.

1.5 O Uso de Materiais Manipuláveis como Recurso Didático

Os materiais manipuláveis apresentam-se como recurso didático de grande valia nas aulas de matemática, seu uso objetiva uma maior participação dos alunos frente às atividades propostas, visando aguçar sua curiosidade e interesse. É de vital importância que estes possam ter contato direto com os materiais didáticos, não apenas visualizá-los de longe, mas sim tocá-los e manipulá-los e, na medida do possível, construí-los. Quando os alunos têm a oportunidade de vivenciar aprendizagens, respaldados em materiais manipuláveis, esta pode se tornar muito mais eficiente. Em termos do uso de recursos dessa natureza, Carvalho (2010), nos diz que:

O uso de materiais concretos tem sido uma tônica nas metodologias mais recentes. No entanto, nem sempre é fácil utilizá-los com o intuito de dar suporte ao desenvolvimento do raciocínio matemático do aluno. O material oferece ao aluno e ao professor um modelo do conteúdo matemático, com o qual o aluno pode realizar operações mentais de forma concreta. Nesse sentido, a orientação para seu uso é importante na condução de uma abordagem efetiva. (CARVALHO, 2010, p.67).

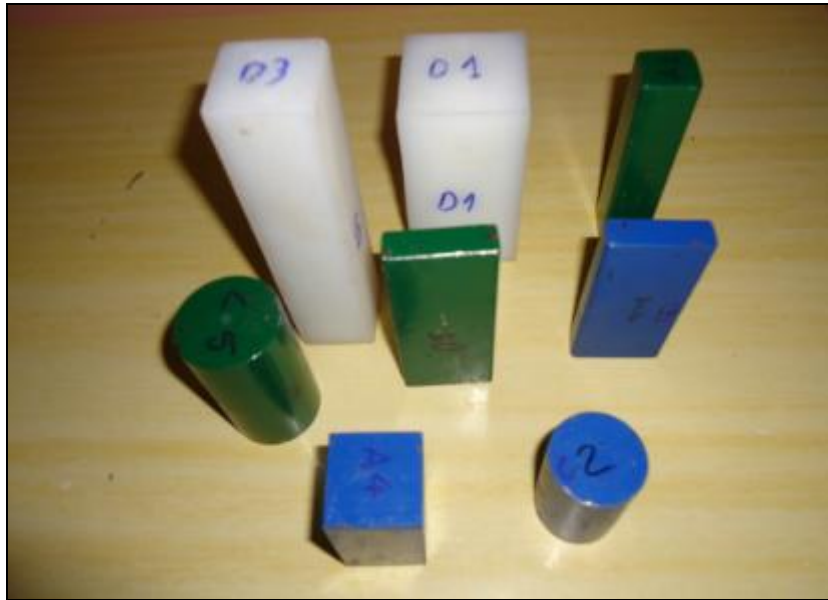
Porém, na prática docente, observa-se seu uso mais frequente nos anos iniciais do Ensino Fundamental, como se, após esta etapa, os alunos não mais necessitassem ou tivessem interesse em fazer uso destes recursos. Em contrapartida, Lorenzato (2006), afirma que: "[...] a experiência tem mostrado que o material didático facilita a aprendizagem, qualquer que seja o assunto, curso ou idade [...]". No entanto, quando se faz uso dos mesmos, cabe ao professor estar atento, acompanhar de perto o andamento das atividades, observar e orientar a correta manipulação dos materiais disponibilizados e organizar atividades que possibilitem a construção do conhecimento por parte dos alunos, efetivando assim, o uso destes materiais. Nesse sentido, de acordo ainda, com Lorenzato (2006):

Convém termos sempre em mente que a realização em si de atividades manipulativas ou visuais não garante a aprendizagem. Para que esta efetivamente aconteça, faz-se necessária também a atividade mental, por parte do aluno. E o material didático pode ser um excelente catalisador para o aluno construir seu saber matemático. (LORENZATO, 2006, p. 21).

Entendendo que o uso de recursos manipuláveis pode auxiliar melhor a aprendizagem de determinados conteúdos e, em particular, conceitos de geometria espacial, é que as

atividades propostas neste trabalho se constituem, baseando-se em atividades experimentais. Dessa forma, deseja-se estimular os alunos, despertando-lhes a curiosidade e o interesse para o desenvolvimento de atividades planejadas. Cabe salientar que, devido ao tempo restrito de aplicação das mesmas, bem como da escolha do material (aço e poliamida) se fez necessário que estes materiais fossem fornecidos prontos (Figura 1).

Figura 1 - Ilustra os sólidos geométricos fornecidos.



Fonte: autora

CAPÍTULO 2 - PROPOSTA DIDÁTICA

Neste capítulo será descrito em detalhe a proposta de intervenção junto a uma turma do 3º ano do Ensino Médio da Escola Estadual de Ensino Médio Prof. Rodolfo Bersch, localizada no interior do município de São Lourenço do Sul, RS, turma composta de 19 alunos, sendo em sua maioria filhos de agricultores.

Neste trabalho é relatada uma proposta de aula de geometria espacial, onde serão abordados alguns conceitos de sólidos geométricos, enfatizando o cálculo de volume de prismas e cilindros, em um contexto que exemplifique a sua utilização prática no dia a dia do aluno. A mesma tem como objetivo desenvolver competências relacionadas à geometria plana e espacial, de forma que o aluno utilize o conhecimento geométrico para ler e representar a realidade, auxiliando-o a resolver situações-problemas que envolvam espaço e forma. Para realizar esta atividade, também serão abordados alguns conceitos de grandezas físicas, como massa e densidade.

A proposta didática apresentada foi constituída para ser desenvolvida em dois encontros de 2 horas/aula cada. Tendo como pré-requisito que os alunos já tivessem conhecimento do cálculo de áreas de figuras planas, tais como: triângulos, quadrados, retângulos e círculos.

Reforça-se, novamente que, os PCN (Brasil, 1998) afirmam que a geometria não é destacada no ensino da matemática, mesmo estando presente em diversos momentos do dia a dia das pessoas. Estes mencionam ainda que, para reverter essa realidade é preciso que as aulas de matemática sejam atrativas e também mostrem aos alunos o seu uso prático. Assim, situações como fazer orçamentos de materiais comercializados em ferragens, sem precisar ter o material em mãos ou, saber qual quantidade deve ser cortada de uma barra de aço em função do gasto pretendido, são situações simples de serem resolvidas com o uso de conhecimentos que envolvam a geometria espacial. Nesse sentido, as atividades propostas neste trabalho pretendem auxiliar os alunos, propiciando-lhes situações que possam contribuir na aquisição de criticidade e autonomia.

No primeiro encontro é realizado um pré-teste simples, para avaliar o nível de conhecimento na turma sobre os assuntos abordados. Na continuidade é feita uma introdução, onde são descritos os conceitos físicos envolvidos, sendo uma preparação para a atividade principal que acontecerá no segundo encontro.

No segundo encontro serão apresentadas duas situações-problemas, em que uma pessoa trabalha em uma loja que comercializa materiais para construção mecânica como barras de aço, de bronze, materiais plásticos, etc. Estes materiais, dos mais variados formatos e espessuras, chegam da indústria em barras, com um comprimento de aproximadamente 6 metros. No entanto, os clientes da loja, em geral, não querem comprar a barra inteira. Normalmente, desejam comprar barras de comprimento menor que a barra original. Dessa forma, necessitam saber quanto irá custar a metragem desejada do material que irão adquirir. No entanto, o vendedor da loja não poderá cortar a barra na metragem solicitada pelo cliente, para após, pesá-la, pois se o cliente desistir da compra, a loja terá prejuízo com o acúmulo de retalhos. Como proceder então? Nessas situações os conhecimentos de geometria podem auxiliar.

A seguir será detalhado cada encontro proposto, especificando os conteúdos abordados, forma de desenvolvimento das atividades, recursos utilizados e descrição da forma de registros das mesmas.

2.1 Primeiro Encontro

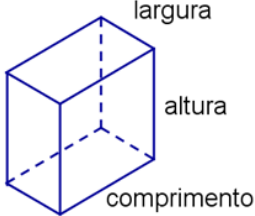
Inicialmente será aplicado um pré-teste individual, com intenção de verificar o domínio dos alunos em relação a algumas noções básicas de geometria espacial. No apêndice A encontra-se o pré-teste proposto.

Para a realização das atividades práticas previstas, se faz necessário uma introdução, onde devem ser abordados conceitos de grandezas físicas, tais como: comprimento, massa, volume e densidade. Para isso, são constituídas algumas atividades exploratórias onde os alunos poderão perceber estes conceitos de uma forma prática.

2.1.1 Atividade 1 - Comprimento

Os alunos, divididos em grupos de oito componentes, recebem uma caixa de papelão, uma por grupo, iguais para todos, e réguas para medição. Então, são discutidas as características e a classificação do sólido geométrico que a caixa representa, identificando o que corresponde vértices, arestas e faces do mesmo. Posteriormente, os alunos devem realizar a medição das arestas da caixa e anotarem estes dados em um quadro fornecido (Figura 2), expressando estas medidas em diferentes subunidades de comprimento: milímetros, centímetros e metros. Serão feitas considerações com os grupos a respeito das diferentes unidades de comprimento existentes, pontuando-se que o metro (m) é uma unidade de medida de comprimento definida pelo Sistema Internacional (SI).

Figura 2 – Quadro que identifica as dimensões da caixa.

		comprimento	largura	altura
	centímetros (cm)			
	milímetros (mm)			
	metros (m)			

Fonte: autora.

O objetivo desta atividade é proporcionar aos alunos uma prática no manuseio de instrumentos de medição de comprimento, fornecendo-lhes subsídios para as próximas atividades.

2.1.2 Atividade 2 - Massa

Nesta atividade, os grupos deverão verificar a massa de suas caixas de papelão e anotá-la, conforme o quadro fornecido (Figura 3), expressando o valor em gramas (g) e, em quilogramas (Kg). Para isso, será disponibilizada uma balança eletrônica para uso de todos os grupos.

Figura 3 – Indicação da massa da caixa em diferentes unidades.

	Massa da caixa
quilogramas (Kg)	
gramas (g)	

Fonte: autora

Será feita uma discussão com a turma sobre o que se entende por peso e massa, pois, comumente no dia a dia, as pessoas se referem, erroneamente, à massa de algum objeto, como sendo o seu peso. Nesse sentido, deve ser ressaltado aos alunos que, peso é a força que a gravidade exerce sobre os objetos. Portanto, o valor que se obtém ao colocar um objeto na balança é a massa deste, sendo a unidade definida pelo SI, o quilograma (Kg).

Como objetivo, esta atividade pretende levar os alunos a utilizarem medidas de massa, como forma de compreender o conceito, preparando-os para a atividade principal do segundo encontro.

2.1.3 Atividade 3 – Volume

Nessa atividade será proposto que os alunos encham a caixa de papelão com diferentes materiais, no caso: brita e feijão. Após, será discutido com os grupos o que representa a quantidade dos dois materiais dentro da caixa.

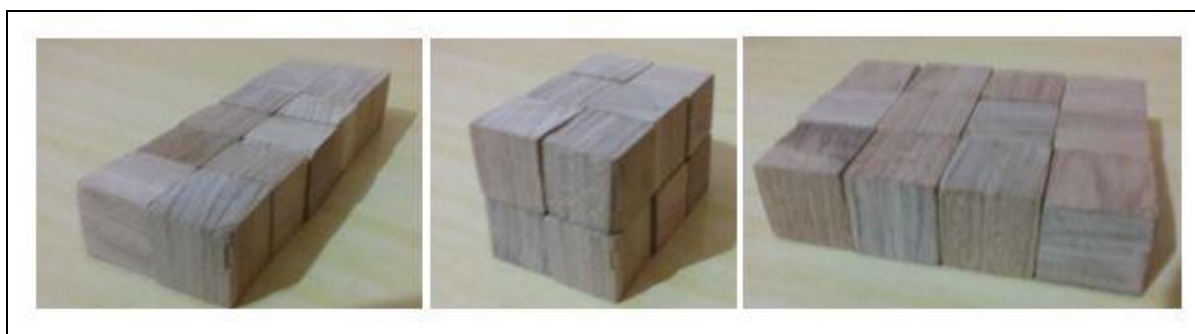
O objetivo desta atividade é conduzir os alunos a perceberem que a quantidade de cada material representa a capacidade de armazenamento da caixa e o espaço ocupado pela brita e feijão, de volume, sendo o metro cúbico (m^3), sua unidade padrão no SI.

2.1.4 Atividade 4 - Cálculo de Volume de Diferentes Prismas

Cada grupo de alunos recebe pequenos cubos de madeira, sendo convencionalizado que cada cubo terá volume igual a uma unidade de volume (u.v.).

Os grupos devem montar três sólidos geométricos diferentes utilizando todos os cubos de madeira disponibilizados, de forma que todos os sólidos construídos tenham seis faces, conforme ilustra a Figura 4. Para construir este sólido, as faces dos cubos de madeira devem estar justapostas e suas arestas alinhadas.

Figura 4 – Diferentes prismas construídos com doze cubos de madeira.



Fonte: autora.

Os grupos devem representar através de um desenho os referidos sólidos geométricos e também identificarem o número de unidades de comprimento relativas ao comprimento,

largura e altura de cada sólido construído. O registro dessas medições será feito em um quadro disponibilizado em material impresso, conforme mostra a Figura 5. A fim de identificarem a relação entre o volume dos sólidos e suas dimensões, os grupos devem responder ao seguinte questionamento: “Qual a relação entre o volume dos sólidos e o comprimento, largura e altura?”.

Com esta atividade é esperado que os alunos possam perceber que todos os sólidos construídos possuem o mesmo volume e, que é possível generalizar a relação existente entre as dimensões do prisma e o seu volume. Sendo resgatado, posteriormente, em uma socialização da atividade, a fim de ser obtida uma fórmula que represente o cálculo do volume deste sólido geométrico, relacionando-a com a área da sua base. Além disso, durante esta socialização devem ser apresentados os nomes dos sólidos geométricos construídos.

Figura 5 – Informações dos diferentes prismas construídos.

Número de cubos recebidos:					
	desenho do sólido	comprimento (nº de cubos)	largura (nº de cubos)	altura (nº de cubos)	volume do sólido
sólido A					
sólido B					
sólido C					

Fonte: autora.

Na sequência, os alunos devem calcular o volume das caixas utilizadas na atividade anterior, utilizando um quadro disponibilizado em material impresso, como mostra a Figura 6.

Figura 6 – Dados para o cálculo do volume da caixa.

comprimento (cm)	largura (cm)	altura (cm)	volume da caixa (cm ³)	volume da caixa (mm ³)	volume da caixa (m ³)

Fonte: autora.

Após o cálculo, os alunos serão solicitados a rotularem as caixas com o valor do seu volume para utilizarem esta informação na próxima atividade.

Esta atividade tem como objetivo levar os alunos a deduzirem a fórmula para o cálculo do volume de prismas retos de bases retangulares, relacionando com a área da base e as alturas dos mesmos, facilitando a compreensão dos elementos envolvidos.

2.1.5 Atividade 5 - Densidade

Cada grupo deve medir a massa da sua caixa cheia de feijão e, também, de brita, utilizando para isso, a balança eletrônica. Os resultados deverão ser anotados no quadro disponibilizado (Figura 7). Como já dispõem do valor da massa da caixa, bastará que subtraíam do total encontrado para chegarem à massa do conteúdo da caixa. Na sequência, os alunos devem dividir o valor da massa encontrada para cada um dos materiais utilizados, pelo valor do volume da caixa que está indicado no rótulo fixado na mesma. Assim, encontrarão o valor da densidade de cada um destes.

O objetivo desta atividade é levar os alunos a perceberem que para um mesmo volume poderá haver massas diferentes, dependendo do material utilizado. Sendo que, a quantidade de massa por unidade de volume para cada material denomina-se densidade. Assim, conclui-se que, a brita apresenta maior densidade que o feijão.

Figura 7 – Dados para obtenção da densidade dos dois materiais utilizados.

	caixa vazia	caixa com feijão	caixa com brita
Massa (g)			
Volume (cm ³)			
$\frac{\text{massa}}{\text{volume}}$			

Fonte: autora.

2.2 Segundo Encontro

As atividades deste encontro têm como objetivo auxiliar os alunos a perceberem a importância da matemática, especificamente a geometria espacial. Dessa forma, mostrando-lhes situações de seu uso no dia a dia em que, pela simulação possam experienciar as mesmas fazendo-se uso e manipulação de instrumentos de medição e pesagem, contribuindo para um aprendizado mais rico e significativo.

2.2.1 Algumas Situações-problemas

Neste encontro são apresentadas duas situações-problemas iniciais, que se utilizam dos conhecimentos de geometria espacial. Estas situações são comuns no comércio de ferragens e que visam enfatizar a utilização prática destes conhecimentos. Estas situações são descritas a seguir, supondo que ocorram em uma mesma loja de ferragens. Para isso, será entregue em uma folha impressa contendo as duas situações-problemas propostas, bem como as orientações para a realização da parte experimental relacionada.

1ª situação-problema: Um cliente deseja saber quanto vai custar um pedaço de uma barra de aço cilíndrica maciça, de diâmetro de 30 mm, e altura de 1,2 m. O preço do quilo deste material é comercializado em uma loja por R\$ 9,00. Qual será o preço do pedaço da barra?

2ª situação-problema: Outro cliente deseja gastar somente R\$ 20,00 na compra de um pedaço de plástico de poliamida com formato cilíndrico maciço, com diâmetro de 45 mm. O

preço do quilo deste material, na mesma loja, é R\$ 60,00. Qual deverá ser a medida da altura que deve ser cortado o material?

Na próxima subseção é apresentado um detalhamento das discussões que irão permear as simulações das duas situações-problemas propostas, procurando-se seguir os passos descritos por Polya (1995), citados no capítulo 1.

2.2.2 Simulações das Situações-problemas Propostas

Neste momento devem ser distribuídos entre os grupos sólidos geométricos no formato de prismas (também denominados paralelepípedos), cilindros retos de aço e poliamida, um paquímetro para medições (Figura 8) e também disponibilizada uma balança de precisão para que os alunos possam realizar a conferência dos resultados obtidos.

Figura 8 – Ilustra a medição de um sólido utilizando-se o paquímetro.



Fonte: autora.

Para explorar os conceitos vistos de forma experimental no encontro anterior, indica-se um roteiro de realização desta atividade, afim de auxiliá-los na solução das situações propostas. Sendo que, destaca-se no final de cada etapa, a verificação dos resultados obtidos e os caminhos utilizados pelos alunos para chegarem a este. Dessa forma, evidenciando o retrospecto, que corresponde ao 4º passo citado por Polya (1995) na resolução de problemas.

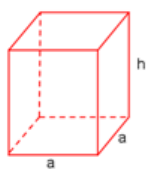
Etapa 1 - Os grupos devem calcular a massa de um prisma reto de base quadrangular de aço, disponibilizado.

Para isso, deve ser discutido como descobrir a massa do prisma, sem utilizar a balança. Nesse sentido, algumas questões serão abordadas:

- O que podemos medir com o paquímetro?
- Utilizando a densidade do material, é possível chegar à massa?
- Podemos pesquisar a densidade do aço?

Após, os grupos devem realizar as medições do prisma reto de base quadrangular utilizando o paquímetro, anotando os dados obtidos no quadro disponibilizado, conforme ilustra a Figura 9. Posteriormente, devem pesquisar na *internet* o valor da densidade do aço, no caso, $7,8 \text{ g/cm}^3$. Neste momento deve ser discutida a conversão de unidades, ou seja, todos os valores devem ser convertidos na mesma unidade.

Figura 9 – Registro dos dados de um pedaço de aço na forma de um prisma reto de base quadrada.

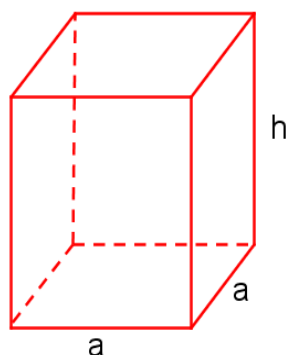
Medida de "a" (cm)	Medida de "h" (cm)	cálculo da área da base (cm ²)	Volume do sólido (cm ³)
Densidade do aço em g/cm ³	Cálculo da massa do pedaço analisado de aço:		
			

Fonte: autora.

Utilizando o quadro e a fórmula deduzida no encontro anterior, os grupos podem determinar o valor da massa. Após será possível, utilizando a balança eletrônica, realizarem a conferência dos resultados. Cabe salientar que, pequenas discrepâncias entre os valores calculados e os encontrados são consideradas normais. Nesse momento será discutido este aspecto de precisão de medição em relação aos valores determinados, pois arredondamentos na multiplicação devem ocorrer. Sendo que, os recursos e limitações do instrumento devem ser evidenciados, no caso, a balança eletrônica possui a precisão de 5 gramas.

A seguir, descreve-se a resolução da atividade, considerando-se alguns valores de medição com o paquímetro, conforme indicado na Figura 10.

Figura 10 – Dados do prisma reto de base quadrada.



Realizando a medição do prisma reto de base quadrada com um paquímetro encontra-se: $a = 29,9 \text{ mm}$ e $h = 58,5 \text{ mm}$. Como a densidade está em g/cm^3 devem ser transformadas as medidas para centímetros, ou seja, $a = 2,99 \text{ cm}$ e $h = 5,85 \text{ cm}$.

Fonte: autora.

A partir dos dados obtidos com a medição obtém-se:

- Área da base igual a $A = a^2 = (2,99)^2 = 8,94 \text{ cm}^2$;
- Volume do sólido igual a $V = \text{área da base} \times \text{altura} = 8,94 \times 5,85 = 52,29 \text{ cm}^3$;
- Massa igual a $m = V \times \text{densidade} = 52,29 \times 7,8 = 407 \text{ g}$.

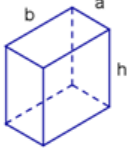
Sendo que, ao ser aferida na balança a massa do material se verifica um valor de 405 g, o que é aceitável, pois, na prática, sempre há erros de medição, conforme mencionado anteriormente.

Etapa 2 – Os alunos devem realizar o cálculo da massa do prisma reto de base retangular de aço, disponibilizado.

Assim como na atividade anterior, os grupos recebem uma folha impressa para ser preenchida com os dados e cálculos solicitados, conforme ilustra a Figura 11. Nesta atividade são discutidas as diferenças nas medições e cálculos em relação ao formato da base deste sólido e como devem proceder em situações em que os sólidos possuam outras formas geométricas em sua base. Nesse sentido, espera-se que os grupos possam concluir que, para calcular o volume de qualquer prisma, basta calcular a área da base e multiplicar o valor obtido pela medida da altura encontrada.

Após os cálculos, os grupos podem conferir seus resultados utilizando a balança eletrônica.

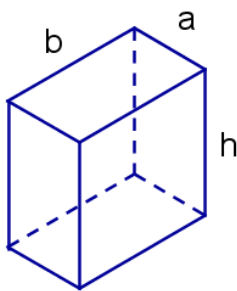
Figura 11 – Registro dos dados de um pedaço de aço na forma de um prisma reto de base retangular.

Medida de "a" (cm)	Medida de "b" (cm)	Medida de "h" (cm)	cálculo da área da base (cm ²)	Volume do sólido (cm ³)
Densidade do aço em g/cm ³		Cálculo da massa do pedaço analisado de aço:		
				

Fonte: autora.

A seguir ilustra-se para a resolução desta atividade, valores atribuídos com a medição, conforme mostra a Figura 12.

Figura 12 – Dados do prisma reto de base retangular.



Realizando a medição do prisma reto de base retangular com um paquímetro, obtém-se: $a = 12,7 \text{ mm}$, $b = 38,2 \text{ mm}$ e $h = 75 \text{ mm}$. Como a densidade está em g/cm^3 se deve transformar as medidas para centímetros, ou seja, $a = 1,27 \text{ cm}$, $b = 3,82 \text{ cm}$ e $h = 7,5 \text{ cm}$.

Fonte: autora.

A partir dos dados obtém-se:

- Área da base igual a $A = a \times b = 1,27 \times 3,82 = 4,85 \text{ cm}^2$;
- Volume do sólido igual a $V = \text{área da base} \times \text{altura} = 4,85 \times 7,5 = 36,37 \text{ cm}^3$;
- Massa igual a $m = V \times \text{densidade} = 36,37 \times 7,8 = 283 \text{ g}$.

Ao ser aferida a massa do material na balança foi verificado um valor igual a 280 g.

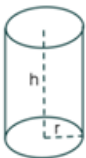
Etapa 3 - Os alunos devem calcular a massa de um cilindro circular reto de aço disponibilizado.

Cada grupo receberá um cilindro reto de aço e a folha com o quadro a ser preenchido com as medições e os cálculos correspondentes. Dessa forma, será iniciada uma discussão a partir do seguinte questionamento: “Se para calcular o volume de prismas retos de base quadrangular e retangular precisaríamos calcular a área da base e multiplicar pela altura, como deveríamos proceder se o sólido tivesse o formato de um cilindro circular reto?”.

É esperado que os alunos, baseados nas atividades anteriores, percebam que deverão, inicialmente, calcular a área da base do cilindro reto, que tem a forma de um círculo e, após, multiplicarem o resultado pela medida da altura, a fim de ser obtido o valor do volume do sólido indicado.

Após este momento de discussão, os grupos devem então, realizar as medições do material e anotá-las no quadro, conforme ilustrado na Figura 13.

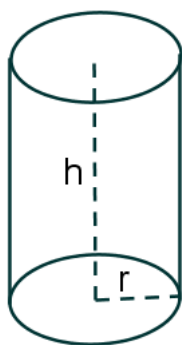
Figura 13- Registro dos dados de um pedaço de aço na forma de um cilindro circular reto.

Medida de "r" (cm)	Medida de "h" (cm)	cálculo da área da base (cm ²)	Volume do sólido (cm ³)
Densidade do aço em g/cm ³	Cálculo da massa do pedaço analisado de aço: 		

Fonte: autora.

Depois de realizarem os cálculos, os grupos poderão comparar seus resultados com o valor real da massa encontrada na balança eletrônica. A seguir, ilustra-se através de um exemplo (Figura 14), a sequência de cálculos que devem ser realizados para se chegar ao valor da massa do referido sólido geométrico.

Figura 14 – Dados do cilindro circular reto.



Realizando a medição do cilindro circular reto, com um paquímetro obtém-se um diâmetro de 23,6 mm. Portanto, o raio, igual a $r = 11,8$ mm e, altura, $h = 106,4$ mm. Como a densidade está em g/cm^3 se deve transformar as medidas para centímetros, ou seja, $r = 1,18$ cm e $h = 10,64$ cm.

Fonte: autora.

A partir dos dados obtém-se, considerando-se $\pi \cong 3,14$:

- Área da base igual a $A = \pi \cdot r^2 = 3,14 \times (1,18)^2 = 3,14 \times 1,39 = 4,36 \text{ cm}^2$;
- Volume do sólido igual a $V = \text{área da base} \times \text{altura} = 4,36 \times 10,64 = 46,39 \text{ cm}^3$;
- Massa igual a $m = V \times \text{densidade} = 46,39 \times 7,8 = 362 \text{ g}$.

Ao se analisar a massa do material na balança, verifica-se um valor igual a 360 g.

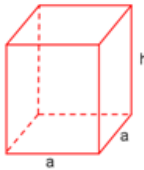
Etapa 4 - Os grupos devem calcular a massa do prisma de base quadrangular do plástico poliamida.

Nesta atividade será utilizado um material diferente do aço, visando ilustrar que, mesmo com materiais diferentes, os procedimentos para o cálculo são os mesmos. Para isso, bastando utilizar a densidade do material desejado. Assim, é fornecida aos alunos a informação de que o material do prisma de plástico branco é denominado, poliamida. Sendo a sua densidade igual a $1,14 \text{ g/cm}^3$, o que pode ser confirmado com uma rápida pesquisa na *internet*. Os grupos devem realizar as medições, anotando no quadro disponibilizado e após, efetuarem os cálculos correspondentes, conforme mostra a Figura 15.

Posteriormente, os cálculos podem ser verificados comparando com os resultados obtidos através da balança eletrônica.

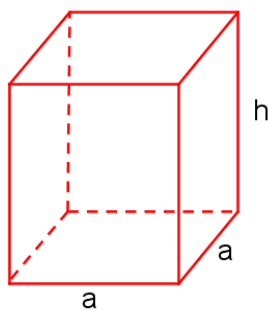
Para ilustrar, considera-se a seguir alguns valores que podem ser obtidos, conforme consta na Figura 16.

Figura 15 – Registos dos dados de um pedaço de plástico poliamida na forma de um prisma reto de base quadrada.

Medida de "a" (cm)	Medida de "h" (cm)	cálculo da área da base (cm ²)	Volume do sólido (cm ³)
Densidade do poliamida em g/cm ³	Cálculo da massa do pedaço analisado de poliamida:		
			

Fonte: autora

Figura 16 – Dados do prisma reto de base quadrada.



Realizando a medição do prisma reto de base quadrangular com um paquímetro, encontra-se $a = 24,9 \text{ mm}$ e $h = 60 \text{ mm}$. Como a densidade está em g/cm^3 se deve transformar as medidas para centímetros, ou seja, $a = 2,49 \text{ cm}$ e $h = 6 \text{ cm}$.

Fonte: autora.

A partir dos dados, resulta que:

- Área da base igual a $A = a^2 = (2,49)^2 = 6,20 \text{ cm}^2$;
- Volume do sólido igual a $V = \text{área da base} \times \text{altura} = 6,20 \times 6 = 37,2 \text{ cm}^3$;
- Massa igual a $m = V \times \text{densidade} = 37,2 \times 1,14 = 42,41 \text{ g}$.

Ao ser feita a aferição da massa do prisma reto de poliamida na balança, se verifica um valor igual a 40 g.

2.2.3 Resolução das Situações-problemas Iniciais

Depois da realização destas atividades práticas é esperado que os alunos possam resolver os dois problemas iniciais propostos. A resolução de cada problema é detalhada a seguir.

1ª situação-problema: Um cliente deseja saber quanto vai custar um pedaço de uma barra de aço cilíndrica maciça, de diâmetro de 30 mm, e altura de 1,2 m. O preço do quilo deste material é comercializado em uma loja por R\$ 9,00. Qual será o preço do pedaço da barra?

Dados: raio = 1,5 cm, altura = 120 cm e densidade do aço = $7,8 \text{ g/cm}^3$.

Resolução: Calcula-se então a área da base, volume e massa do sólido em questão. Assim, considerando-se $\pi \cong 3,14$, tem-se que:

- Área da base é dada por $A = \pi \cdot r^2 = 3,14 \times (1,5)^2 = 3,14 \times 2,25 = 7,06 \text{ cm}^2$;
- Volume do sólido é igual a $V = \text{área da base} \times \text{altura} = 7,06 \times 120 = 847,2 \text{ cm}^3$
- Massa igual a $m = V \times \text{densidade} = 847,2 \times 7,8 = 6608 \text{ g}$ ou $6,608 \text{ kg}$.

Como o material é comercializado ao preço de R\$ 9,00, o quilograma, tem-se então que o preço do pedaço de aço será igual a:

$$\text{Preço} = \text{massa} \times \text{valor por quilograma} = 6,608 \times 9,00 = 59,47.$$

Assim, conclui-se que o valor do pedaço de aço custará R\$ 59,47.

2ª situação-problema: Outro cliente deseja gastar somente R\$ 20,00, na compra de um pedaço de plástico de poliamida com formato cilíndrico maciço, com diâmetro de 45 mm. O preço do quilograma deste material, na mesma loja, é R\$ 60,00. Qual deverá ser a medida da altura que deve ser cortado o material?

Dados: raio = 2,25 cm e densidade do plástico poliamida = $1,14 \text{ g/cm}^3$.

Resolução: Inicialmente, é necessário saber quantos quilogramas o cliente conseguirá comprar com R\$ 20,00. Assim, aplicando-se uma regra de três simples:

$$\begin{array}{r} 1 \text{ kg} \text{-----} 60,00 \\ \times \text{-----} 20,00 \end{array}$$

Resulta que, $60x = 20.1 \Leftrightarrow x = \frac{20}{60} \Leftrightarrow x = 0,333kg$.

Sabe-se agora que este conseguirá comprar 333g. Assim, precisa-se também da densidade do plástico poliamida, que é igual a $1,14g/cm^3$. Então, é possível calcular o volume, pois tem-se que:

$$V = \frac{\text{massa}}{\text{densidade}} = \frac{333}{1,14} = 292,1 \text{ cm}^3.$$

Já, a área da base, considerando-se $\pi \cong 3,14$, pode ser obtida por:

$$A = \pi.r^2 = 3,14 \times (2,25)^2 = 3,14 \times 5,06 = 15,88 \text{ cm}^2.$$

Como se sabe que o valor do volume corresponde a área da base multiplicada pela medida da altura do sólido, ou seja, $V = \text{área da base} \times \text{altura}$, então:

$$\text{altura} = \frac{V}{\text{área da base}} = \frac{292,1}{15,88} = 18,39 \text{ cm}.$$

Assim, conclui-se que a medida da altura que deve ser cortado o material é igual a 18,39 cm.

Cabe ressaltar que a avaliação da proposta didática será feita de forma contínua no decorrer do desenvolvimento da mesma, considerando-se as folhas impressas preenchidas pelos grupos, bem como as observações realizadas durante o desenvolvimento da mesma, através das manifestações individuais dos alunos.

CAPÍTULO 3 - APLICAÇÃO DO PLANO DE AULA

Neste capítulo será descrito com detalhe a execução da intervenção realizada junto à turma do 3º ano do Ensino Médio da Escola Estadual de Ensino Médio Prof. Rodolfo Bersch, composta por 19 alunos do noturno, todos presentes nesta data.

3.1 Detalhamento das Atividades Desenvolvidas no 1º Encontro

A aplicação das atividades previstas para o primeiro encontro foi realizada na íntegra. Todos os alunos estavam participativos e interessados nas atividades propostas.

No primeiro momento do encontro foi realizado um breve diálogo de apresentação, onde foi possível conhecer um pouco da realidade destes alunos que, em sua maioria, são filhos de agricultores e auxiliam diariamente os seus pais nas tarefas da lavoura e de casa. Apenas quatro dos dezenove alunos trabalhavam formalmente.

Na sequência, foi solicitado que os alunos respondessem um pré-teste, descrito no apêndice A, que possibilitou avaliar, de forma simplificada, o conhecimento prévio individual que cada um possuía e, assim identificar o nível de conhecimento da turma. Na primeira questão, várias respostas foram errôneas, alguns alunos, inclusive, não responderam. Já, para a segunda questão proposta, em torno de 90 % da turma, responderam corretamente. Na Figura 17, pode ser observado uma resposta errônea desta primeira questão, embora o aluno tenha percebido quais as figuras que representavam sólidos e, portanto, possuíam volume.

Salienta-se também, que os alunos apresentaram bastante dificuldade em expressar suas ideias de forma escrita, seja na representação através da simbologia matemática, como na redação discursiva, conforme mostra a Figura 18, correspondente ao pré-teste do aluno B.

Na Figura 19 observa-se uma resposta que mostra que o aluno C possuía algumas noções de conceitos que envolviam figuras geométricas espaciais. De forma geral, cerca de metade da turma conseguiu expressar algumas noções dos conceitos abordados no pré-teste com referência à questão 1.

Figura 17 – Pré-teste do aluno A.

ESCOLA ESTADUAL DE ENSINO MÉDIO PROF. RODOLFO BERSCH

Nome do aluno(a): [REDACTED] Data: 26/10/2015

Ano: 3ª ano EM Turma: 311 Turno: matutino

PRÉ-TESTE DE GEOMETRIA

1) Responda com suas palavras o que entendes por figuras planas e figuras espaciais.

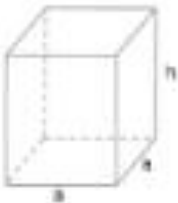

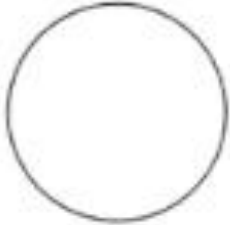
Não lembro direito!

Figuras planas → quadrados, retângulos

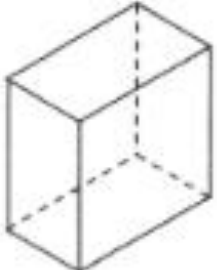
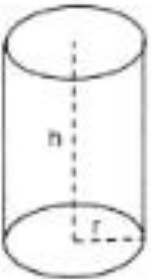

Figuras espaciais → círculos

2) Das figuras abaixo, marque as que você pode calcular volume:

a) b) c)

d) e) f)

Fonte: autora

Figura 18 – Pré-teste do aluno B.

ESCOLA ESTADUAL DE ENSINO MÉDIO PROF. RODOLFO BERSCH

Nome do aluno(a): _____ Data: 26/10/2015

Ano: 3º Turma: 311 Turno: Naturais

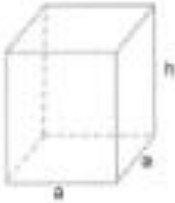
PRÉ-TESTE DE GEOMETRIA


1) Responda com suas palavras o que entendes por figuras planas e figuras espaciais.


não sei

2) Das figuras abaixo, marque as que você pode calcular volume:

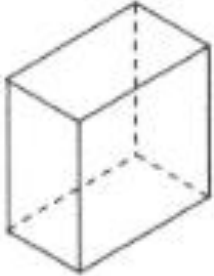
a) () b) () c) ()

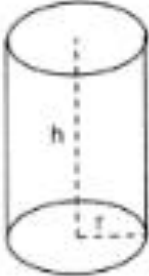







d) () e) () f) ()







Fonte: autora

Figura 19 - Pré-teste aluno C.

ESCOLA ESTADUAL DE ENSINO MÉDIO PROF. RODOLFO BERSCH

Nome do aluno(a): [REDACTED] Data: 26/10/16

Ano: 3^o Turma: 311 Turno: NOITE

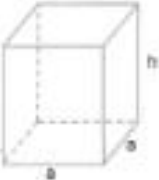
PRÉ-TESTE DE GEOMETRIA


1) Responda com suas palavras o que entendes por figuras planas e figuras espaciais.

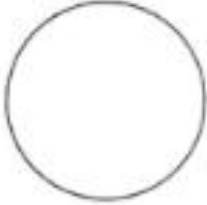
Figuras planas são representadas em 2ª dimensão, já as figuras espaciais são representadas em 3ª dimensão, podendo ser calculado o seu volume.

2) Das figuras abaixo, marque as que você pode calcular volume:

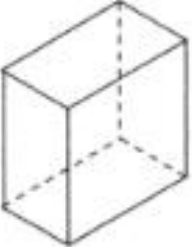
a) b) c)

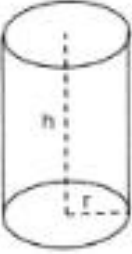







d) e) f)





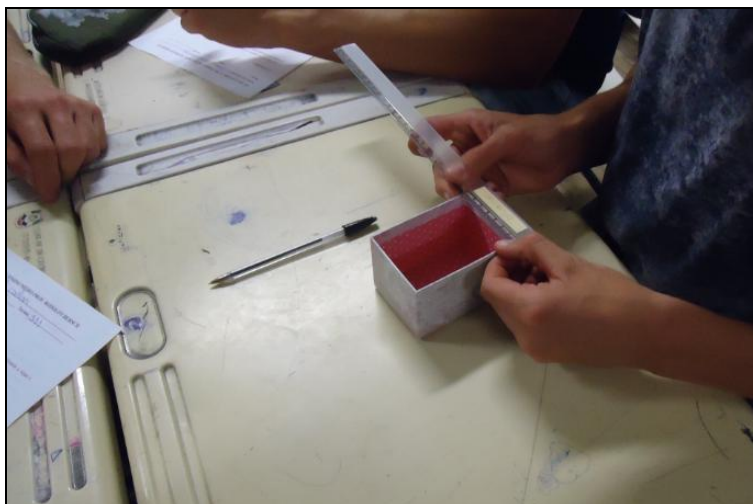


Fonte: autora.

Após o pré-teste os alunos foram divididos em quatro grupos a fim de realizarem as atividades experimentais práticas planejadas, as quais tiveram boa participação dos mesmos.

A primeira atividade realizada foi a de medição das dimensões da caixa (Figura 20). Alguns alunos não lembravam como converter unidades de medidas. Para tanto, foi feita uma breve discussão com a turma a respeito, sanando assim estas dificuldades. Com relação às noções de vértices, arestas e faces, a grande maioria apresentou bom entendimento.

Figura 20 - Grupo fazendo a medição das dimensões da caixa disponibilizada.



Fonte: autora.

Na segunda atividade realizada, os grupos verificaram a massa da caixa na balança (Figura 21). Na discussão com a turma foi abordada a diferença entre peso e massa. Respondendo a esta questão, um dos alunos expôs para a turma estes conceitos, mostrando bom domínio do assunto.

Figura 21 – Verificação da massa da caixa de papelão na balança.



Fonte: autora.

A terceira atividade abordou a determinação do volume (Figura 22), embora bastante simples, auxiliou na compreensão do que representavam os materiais dentro da caixa, ou seja, que estas quantidades correspondiam a capacidade que a caixa comporta.

Figura 22 - Grupo enchendo a caixa disponibilizada com brita.



Fonte: autora.

Nesta atividade todos os grupos souberam responder a questão proposta. A resposta de um grupo é ilustrada na Figura 23.

Figura 23 - Resposta de um dos grupos no questionamento da atividade de volume.

Utilizando a caixa da atividade anterior, encha-a com um dos materiais disponibilizados.

A partir da discussão realizada com os grupos, responda com suas palavras o que representa esta quantidade de material (areia ou feijão) dentro da caixa?

Representa a capacidade que a caixa pode conter,
o seu volume

Fonte: autora.

De acordo com a sequência prevista, passou-se à atividade 4, onde os grupos receberam os cubos de madeira para montarem três diferentes sólidos geométricos solicitados

(Figura 24). Em um primeiro momento, verificou-se que os alunos tentavam montar ao mesmo tempo os três sólidos com as peças recebidas, mostrando uma falha no enunciado da atividade. Então, foi necessária uma intervenção para que a atividade fosse realizada de acordo com a intenção do planejamento. Após, todos os grupos conseguiram realizar a mesma.

Figura 24 - Grupo montando um sólido geométrico com cubos de madeira.



Fonte: autora.

Durante a discussão com a turma foi abordado o valor encontrado para o volume dos sólidos construídos. Nesta etapa os alunos concluíram que o volume dos sólidos construídos foi diferente entre os grupos, visto que o número de cubos recebidos por cada grupo não foi o mesmo. Durante o preenchimento do quadro, a maioria dos grupos percebeu a relação entre o volume encontrado e as dimensões dos sólidos construídos, conseguindo representar esta relação através de uma fórmula, conforme mostra a Figura 25.

Os grupos, após identificarem a fórmula do cálculo do volume do sólido geométrico que estava sendo trabalhado, não tiveram dificuldades para calcular o volume das caixas de papelão usadas nas atividades anteriores.

Figura 25 - Registro da atividade de um dos grupos.

Número de cubos recebidos:					
	desenho do sólido	comprimento (nº de cubos)	largura (nº de cubos)	altura (nº de cubos)	volume do sólido
sólido A		4	3	2	24
sólido B		6	4	1	24
sólido C		6	2	2	24

Com base na tabela preenchida e na discussão realizada com os grupos, responda:

1) Qual a relação entre o volume dos sólidos e o comprimento, largura e altura?

Para definir o volume é necessário o comprimento, largura e a altura multiplicados.

2) Obtenha uma fórmula que represente o volume destes sólidos geométricos, relacionando-a com a área da sua base.

Ab = comprimento x largura
(Ab) x altura = V

Fonte: autora.

A quinta e última atividade realizada neste encontro abordou o conceito de densidade. Assim, depois de medirem a massa da caixa com feijão e depois com a brita, calculando o volume obtido (Figura 26) os grupos preencheram os resultados no quadro disponibilizado.

Figura 26- Verificação da massa da caixa com feijão.



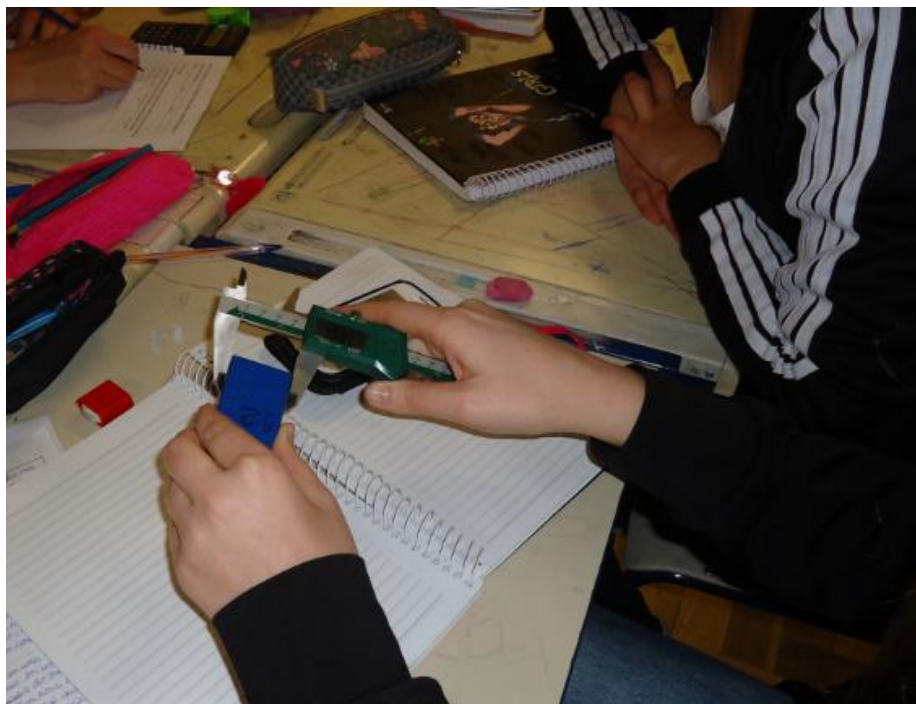
Fonte: autora.

Na discussão realizada os alunos participaram bastante. Com base nestas contribuições os grupos concluíram que a razão entre massa e volume é a densidade do material. Perceberam então que, em um mesmo volume, materiais diferentes podem ter diferentes massas e, conseqüentemente, diferentes densidades. Um dos grupos questionou se a densidade seria maior, para um mesmo volume, quando a massa de um material qualquer também fosse maior. Com este questionamento foi possível direcionar os alunos para um debate sobre esta questão. A partir disso, a turma concluiu que, de fato, quanto mais denso for um material, maior será a sua massa, considerando um mesmo volume.

3.2 Detalhamento das Atividades Desenvolvidas no 2º Encontro

O segundo encontro aconteceu no dia seguinte, o que facilitou a continuidade da execução do planejamento previsto. Após uma breve retomada das atividades feitas no dia anterior, foi realizada uma socialização onde foi apresentada a situação-problema prevista, simulando um comércio de materiais para construção mecânica. Na sequência, teve início a primeira atividade prevista, com a entrega dos materiais e explanação sobre o uso do paquímetro para medições (Figura 27). Neste momento foi observado que os alunos demonstraram bastante interesse pelo uso do mesmo.

Figura 27 - Alunos fazendo a medição de prisma reto disponibilizado, com o paquímetro digital.



Fonte: autora.

Como eles mediram o prisma reto de aço com o paquímetro, onde a medida é dada em milímetros, precisavam transformar as unidades de milímetros para centímetros. Em um primeiro momento, eles ficaram um pouco confusos, mas acabaram compreendendo e conseguiram realizar as devidas transformações e, por conseguinte, os cálculos necessários para chegarem à massa do prisma disponibilizado. Embora cada grupo tenha recebido um paquímetro, todos os componentes do grupo tiveram oportunidade e interesse de manuseá-lo.

Os sólidos foram entregues um a um, diferentemente do que havia sido previamente planejado, pois foi considerado que seria mais produtivo e eficiente. Após a execução de cada atividade foi realizado um debate sobre as diferenças encontradas nos valores dos resultados entre os grupos. Os alunos se deram conta que os sólidos disponibilizados, embora parecidos, não eram idênticos, logo a massa encontrada, de fato não poderia ser a mesma entre os grupos.

Cada uma dessas atividades demandou um tempo maior, visto que a socialização não era de uma única resposta, pois cada grupo apresentou um resultado diferente.

Após cada atividade, os grupos fizeram a verificação da massa dos sólidos na balança, e confrontaram o resultado com o encontrado em seus cálculos (Figura 28).

Figura 28 - Atividade 1 do 2º encontro realizada por um dos grupos.

ATIVIDADE 1

1) Calcule a massa do prisma de base quadrangular de aço. Para isso, utilize o paquímetro para medir as dimensões do prisma e anote no quadro abaixo. Pesquise o valor da densidade do aço e realize os cálculos necessários.

Medida de "a" (cm)	Medida de "h" (cm)	cálculo da área da base (cm ²)	Volume do sólido (cm ³)
2,544	7,012	6,471936	45,38
Densidade do aço em g/cm ³	Cálculo da massa do pedaço analisado de aço:		
7,85			

Cálculos:

$$V = dm$$

$$45,38 \cdot 7,85 = 356,233 \text{ g}$$

$$\text{BALANÇA} = 0,345 \text{ Kg}$$

2) Após encontrar o valor da massa do sólido, realize a conferência na balança eletrônica disponibilizada. Ocorreu alguma diferença? Por quê?

Sim. Porque as balanças tem diferenças que são acidentais e há diferença na medida pelo paquímetro.

Fonte: autora.

Como houve diferenças nos resultados, isso gerou um debate produtivo, pois os alunos questionaram o fato destes não serem idênticos (cálculo realizado e medição na balança).

Alguns alunos questionaram porque o cilindro circular reto de aço e o prisma reto de plástico poliamida tiveram uma diferença mínima entre cálculo e a medição na balança (Figura 29), diferentemente dos prismas retos de aço.

Figura 29 - Atividade 3 do 2º encontro correspondente a um cilindro circular reto de aço, realizada por um dos grupos.

ATIVIDADE 3

1) Calcule a massa do cilindro circular reto de aço. Utilize o paquímetro para medir as dimensões, anote no quadro abaixo e realize os cálculos necessários.

Medida de "r" (cm)	Medida de "h" (cm)	cálculo da área da base (cm ²)	Volume do sólido (cm ³)
1,9	6,768	11,3354	76,4119
Densidade do aço em g/cm ³	Cálculo da massa do pedaço analisado de aço:		
7,85	 602,23 g		

Cálculos:
 $A_B = \pi r^2$
 $A_B = 3,1419^2$
 $A_B = 11,3354 \text{ cm}^2$

2) Qual o valor da massa encontrada na balança eletrônica? 600 g

3) Existe alguma semelhança entre a forma de calcular o volume do cilindro e o volume dos prismas? A área da base multiplicada pela altura

Fonte: autora.

Neste momento foi solicitado que eles observassem os sólidos e verificassem que os prismas de aço tinham as arestas arredondadas, pois são industrializados desta forma. Já os cilindros, tem a base perfeitamente circular, assim como, os prismas de plástico poliamida possuem as arestas perfeitas (Figura 30). Com isso concluíram que a margem de erro é maior nos sólidos com arestas arredondadas.

Figura 30 - Verificação da massa do prisma reto de plástico poliamida.



Fonte: autora.

Na continuidade do trabalho, abriu-se um espaço para discussão entre as semelhanças e a forma de calcular o volume dos sólidos utilizados nas atividades. Pelas respostas dos grupos pode-se observar que alguns alunos conseguiram atingir o objetivo das atividades realizadas até o momento, como na resposta dada por um dos grupos:

- "Porque são calculados a partir da área da base e depois se multiplica pela altura, descobrindo o volume". (Grupo A).

Porém, cabe ressaltar que um dos grupos não obteve a mesma compreensão, com resposta muito vaga:

- "Sim, há muita semelhança." (Grupo B).

Após os grupos terem realizado a atividade com o prisma reto de plástico poliamida, foram questionados sobre como seria a forma de cálculo para encontrar a massa se o material do prisma fosse de borracha, por exemplo. Observando as respostas dos grupos, pode-se dizer que todos compreenderam o conceito de densidade, como pode ser visto nas respostas dadas pelos grupos:

- "Modificar o valor da densidade, pois o da borracha é diferente". (Grupo A)

- "Trocar a densidade". (Grupo B)

- "Precisava se saber a densidade da borracha". (Grupo C)

- "O modo de cálculo seria o mesmo, o que muda é a densidade". (Grupo D)

Depois da realização das atividades práticas previstas, foram retomadas as situações-problemas lançadas no início da aula. A primeira situação-problema foi resolvida corretamente pela maioria dos alunos. Já, a segunda situação-problema, talvez por ter maior grau de dificuldade, não atingiu plenamente seu objetivo. Neste momento observou-se que alguns alunos já não mantinham o mesmo interesse em relação às atividades práticas feitas anteriormente. No entanto, deve ser levado em consideração o fato de estarem desenvolvendo a atividade no último período da noite, sendo que percebeu-se que existiam alunos que demonstravam cansaço. Assim, optou-se por realizar a resolução da mesma no quadro, socializando com a turma.

CONCLUSÕES

A execução do plano de aula foi bastante satisfatória, visto que os alunos demonstraram grande interesse no manuseio dos instrumentos de medição, como o paquímetro e a balança, e participaram ativamente das atividades propostas, lançando questões, debatendo e trocando ideias. Os grupos, de forma geral, atingiram os objetivos propostos no trabalho.

As situações-problemas lançadas tiveram relevância, pois despertaram a curiosidade dos alunos de como poderiam chegar às respostas das mesmas, utilizando os conhecimentos aprendidos de forma prática. Um ponto bastante positivo foi o entrosamento e participação dos alunos dentro de seus grupos.

Os materiais manipuláveis, justamente por serem os mesmos utilizados em situações reais, foram bons aliados para despertar do interesse dos alunos. Porém, é sabido que a confecção de determinados materiais demandam recursos financeiros, bem como, um tempo maior para que os professores possam elaborá-los. Estes fatores acabam, muitas vezes, desmotivando os profissionais na elaboração de uma aula diferenciada que faça uso de outros recursos, além do livro didático, quadro e giz. Nesta prática ficou evidente que uma aula nesta concepção interativa, dinâmica, torna-se mais motivadora aos alunos.

O fato de não ser a professora regente foi um fator negativo da intervenção, visto que, o tempo para aplicação da aula poderia ser maior, possibilitando um maior aprofundamento nas discussões realizadas sobre os conteúdos em questão.

Porém, foram significativas as contribuições que este trabalho proporcionou na minha formação profissional. Nos estudos de referencial teórico que embasaram este experimento, tive a oportunidade de aprofundar questões e fazer uma reflexão sobre como é ensinada a geometria no ensino fundamental e médio. Também, durante a intervenção em sala de aula, pude perceber que os alunos têm interesse em desenvolver atividades que lhes chamem atenção, que lhes provoquem e instiguem ao conhecimento e isto é fator preponderante para repensarmos nossa prática pedagógica.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ARAÚJO, M.A.S. **Porque ensinar geometria nas séries iniciais de 1º grau.** Revista da Sociedade Brasileira de Educação Matemática. São Paulo. a. 2, n.3, p. 12-16, 1994.

BRASIL. Ministério da Educação. **Lei de Diretrizes e Bases.** Lei nº 5.692 / 11/08/1971. Brasília, 1971.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais.** Matemática. Brasília: MEC/SEF, 1998.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais.** Matemática. Brasília: MEC/SEF, 2000.

CARVALHO, J. B. P. **Explorando o Ensino - Matemática V.17.** Brasília: Ministério da Educação, Secretaria de Educação Básica, 2010.

COSTA, M. A. C.; BERMEJO, A. P.; MORAES, M. S. F. **Análise do ensino de geometria espacial.** X Encontro Gaúcho de Educação Matemática. UNIJUÍ. Ijuí, 2009. Disponível em: <http://www.projetos.unijui.edu.br/matematica/cd_egem/fscommand/CC/CC_49.pdf>. Acesso em: 20 out. 2015.

FIORENTINI, D.; MIORIM, M. A. **Uma reflexão sobre o uso de materiais concretos e jogos no ensino da Matemática.** Boletim da SBEM-SP, n. 7, 1990. Disponível em: <http://www.mat.ufmg.br/~espec/meb/files/Umareflexao_sobre_o_uso_de_materiais_concretos_e_jogos_no_ensino_da_Matematica.doc>. Acesso em: 16 de set. 2015.

LORENZATO, S. **Por que não ensinar Geometria?** In: Educação Matemática em Revista – SBEM, n. 4, 1995.

LORENZATO, S. **O Laboratório de Ensino de Matemática na Formação de Professores.** Campinas: Autores Associados, 2006.

MIGUEL, A.; MIORIM, M.A. **O ensino de matemática no primeiro grau.** Projeto Magistério. São Paulo: Atual, 1986.

MILAGRES, R. B. D. **A resolução de problemas geométricos no ensino fundamental.** 2006. Monografia (Graduação) – Universidade Católica de Brasília, Brasília, 2006. Disponível em: <<https://www.ucb.br/sites/100/103/TCC/22006/RenataBaetaDMilagres.pdf>>. Acesso em: 05 out. 2015.

NOGUEIRA, V. L. **O uso da geometria no cotidiano.** Programa de Desenvolvimento Educacional (PDE) da Secretária Estadual da Educação do Paraná, 2009. Disponível em: <<http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/pde/arquivos/1850-8.pdf>>. Acesso em: 04 out. 2015.

PASSOS, C. L. B. **Representações, interpretações e prática pedagógica: a geometria na sala de aula.** 2000. 348f. Tese de Doutorado - Universidade Estadual de Campinas. Faculdade de Educação. Campinas, 2000. Disponível em: <<http://www.bibliotecadigital.unicamp.br/document/?code=vtls000196909>>. Acesso em: 20 out. 2015.

PAVANELLO, R.M. **O Abandono do Ensino da Geometria: uma visão histórica.** 1989. 196 f. Dissertação (Mestrado em Metodologia do Ensino) - Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de Educação, Campinas, 1989. Disponível em: <<http://www.bibliotecadigital.unicamp.br/document/?code=vtls000045423>>. Acesso em: 21 set. 2015.

PAVANELLO, R. M. **O Abandono do Ensino da Geometria no Brasil: causas e consequências.** Revista Zetetiké, a. 1, n. 1, p. 7-17. UNICAMP, 1993. Disponível em: <<http://www.fae.unicamp.br/revista/index.php/zetetike/article/view/2611/2353>>. Acesso em: 08 set. 2015.

POLYA, G. **A arte de resolver problemas - um novo aspecto do método matemático.** Rio de Janeiro: Interciência, 1995. Disponível em: <<http://www.mat.ufmg.br/~michel/inicmat2010/livros/polya.pdf>>. Acesso em: 22 out. 2015.

ROMANATO, M. C. **Resolução de problemas nas aulas de Matemática.** Revista Eletrônica de Educação. São Carlos: UFSCar, v. 6, n. 1, 2012. Disponível em: <<http://www.reveduc.ufscar.br>>. Acesso em: 18 out. 2015.

SENA, R. M.; DORNELES, B. V. **Ensino da Geometria: rumos da pesquisa.** Revista Eletrônica da Educação Matemática. UFSC. Florianópolis, 2013. Disponível em: <<https://periodicos.ufsc.br/index.php/revemat/article/viewFile/1981-1322.2013v8n1p138/25095>>. Acesso em: 04 out. 2015.

SOARES, E. S. **Ensinar Matemática - desafios e possibilidades.** Belo Horizonte: Dimensão, 2009.

YOUSSEF, A. N.; SOARES, E.; FERNANDES, V. P. **Matemática: Ensino Médio.** Volume único. São Paulo: Scipione, 2005.

APÊNDICE

APÊNDICE A - PRÉ-TESTE

ESCOLA ESTADUAL DE ENSINO MÉDIO PROF. RODOLFO BERSCH

Nome do aluno(a): _____ Data: _____

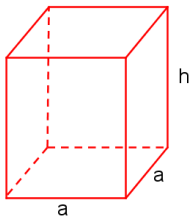
Ano: _____ Turma: _____ Turno: _____

PRÉ- TESTE DE GEOMETRIA

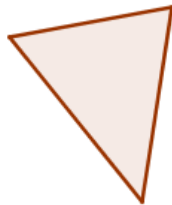
1) Responda com suas palavras o que entendes por figuras planas e figuras espaciais.

2) Das figuras abaixo, marque as que você pode calcular volume:

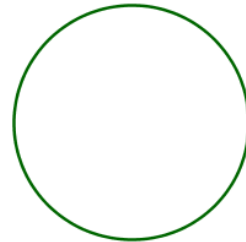
a) ()



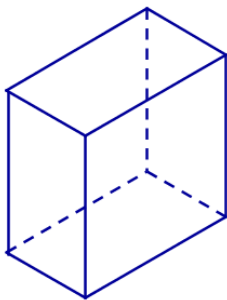
b) ()



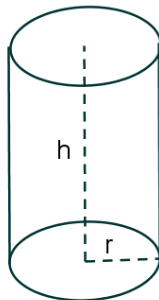
c) ()



d) ()



e) ()



f) ()

