

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA MARIA
UNIVERSIDADE ABERTA DO BRASIL
CENTRO DE CIÊNCIAS NATURAIS E EXATAS
CURSO DE ESPECIALIZAÇÃO EM ENSINO DE MATEMÁTICA
NO ENSINO MÉDIO**

Ederson Medeiros de Oliveira

**O GEOGEBRA E O ESTUDO DO CICLO TRIGONOMÉTRICO E DAS
FUNÇÕES SENO E COSSENO: POSSIBILIDADES PARA O ENSINO DE
MATEMÁTICA NO ENSINO MÉDIO**

Santa Maria, RS, Brasil

2016

Ederson Medeiros de Oliveira

**O GEOGEBRA E O ESTUDO DO CICLO TRIGONOMÉTRICO E DAS FUNÇÕES
SENO E COSSENO: POSSIBILIDADES PARA O ENSINO DE MATEMÁTICA NO
ENSINO MÉDIO**

Trabalho de conclusão apresentado ao Curso de Especialização em Ensino de Matemática (EaD), da Universidade Federal de Santa Maria (UFSM, RS), como requisito parcial para a obtenção do grau de **Especialista em Ensino de Matemática no Ensino Médio.**

Orientador: Prof. Dr. Ricardo Fajardo

Santa Maria, RS, Brasil

2016

Ederson Medeiros de Oliveira

**O GEOGEBRA E O ESTUDO DO CICLO TRIGONOMÉTRICO E DAS FUNÇÕES
SENO E COSSENO: POSSIBILIDADES PARA O ENSINO DE MATEMÁTICA NO
ENSINO MÉDIO**

Trabalho de conclusão apresentado ao Curso de Especialização em Ensino de Matemática (EaD), da Universidade Federal de Santa Maria (UFSM, RS), como requisito parcial para a obtenção do grau de **Especialista em Ensino de Matemática no Ensino Médio**.

Aprovado em 14 de maio de 2016:

Ricardo Fajardo
(Presidente / Orientador)

Patrícia Perlin, M^a. (IF Farroupilha)

Luis Sebastião Barbosa Bemme, Ms (UNIFRA)

Santa Maria, RS, Brasil

2016

DEDICATÓRIA

A meus pais, Marino e Eli, por seu apoio e amor incondicional. A todos meus familiares que sempre me apoiaram na minha trajetória estudantil. A minha noiva, Adane, que com seu amor e carinho sempre me incentivou. A minha madrinha, Rachél (in memoriam), por seu amor, carinho e apoio para que eu estudasse.

AGRADECIMENTOS

Este trabalho pode ser concluído, principalmente, pelo auxílio, compreensão e dedicação de várias pessoas. Agradeço a todos que, de alguma forma, contribuíram para a conclusão deste estudo e, especialmente, agradeço:

- ao meu orientador, professor Ricardo Fajardo, por sua dedicação e sugestões que contribuíram para que este trabalho fosse desenvolvido.

- à professora Cleuza, do Colégio Estadual Tancredo Neves, que me disponibilizou sua turma para que as aulas fossem realizadas.

- à toda equipe diretiva e corpo discente do Colégio Estadual Tancredo Neves, por me abrir as portas da escola para que eu pudesse realizar este trabalho.

- aos alunos da turma 201 (do ano de 2015) da referida escola por participarem de maneira ativa das atividades desenvolvidas durante a realização deste trabalho.

- à toda a minha família por me incentivarem a prosseguir com meus estudos e com isso ter força para chegar aonde cheguei.

“A educação sozinha não muda
a sociedade; sem ela, tampouco
a sociedade muda.”

(Paulo Freire)

RESUMO

O GEOGEBRA E O ESTUDO DO CICLO TRIGONOMÉTRICO E DAS FUNÇÕES SENO E COSSENO: POSSIBILIDADES PARA O ENSINO DE MATEMÁTICA NO ENSINO MÉDIO

AUTOR: Ederson Medeiros de Oliveira

ORIENTADOR: Ricardo Fajardo

Para observar os benefícios que o uso do *software Geogebra* pode trazer para o processo de ensino e aprendizagem, para alunos do Ensino Médio, do Ciclo Trigonométrico e dos gráficos das Funções Seno e Cosseno. Este trabalho apresenta uma alternativa didática no estudo destes tópicos buscando, através da interatividade, um modo de facilitar a compreensão destes conteúdos. As construções feitas através do *software* visam promover o entendimento do que “acontece” no Ciclo Trigonométrico e com os gráficos das Funções Seno e Cosseno quando variamos o valor do ângulo. Para realização desta análise, foi realizado um planejamento para ser aplicado durante duas horas-aula, realizadas no Colégio Estadual Tancredo Neves, no município de Santa Maria – RS. Esta aula foi realizada no período normal de estudos dos alunos, a professora titular cedeu gentilmente seus períodos para que o trabalho pudesse ser realizado e os alunos não foram convidados a participar da aula, contudo participaram ativamente. Ao final da atividade, podemos afirmar de que a utilização das chamadas TIC (Tecnologias da Informação e Comunicação) em sala de aula, pode ser o diferencial necessário para que ocorra eficaz construção do conhecimento. A interação faz com que os conceitos fiquem mais evidentes aos olhos dos alunos, uma vez que a simples observação do livro didático pode não mostrar tudo o que se deseja.

Palavras-chave: Ciclo Trigonométrico. Gráfico. Funções Seno e Cosseno. GeoGebra.

ABSTRACT

GEOGEBRA AND THE STUDY OF TRIGONOMETRIC CYCLE AND SINE AND COSINE FUNCTIONS: POSSIBILITIES FOR MATHEMATICS EDUCATION IN SECONDARY EDUCATION

AUTHOR: Ederson Medeiros de Oliveira

ADVISOR: Ricardo Fajardo

In order to observe the benefits that the use of Geogebra software may bring to the teaching and learning process of the Trigonometric Circle and the graphics of Sine and Cosine Functions to High School students. This monograph presents an alternative didactic for the study of those topics, seeking a way to smooth the comprehension of the subjects using interactivity. The constructions made using the software aim to promote the understanding of “what happens” inside the Trigonometric Circle and the graphics of Sine and Cosine Functions when the value of the angle is changed. For this analysis, a two-hour class planning was created, conducted at the Tancredo Neves State School, in the city of Santa Maria (RS). The class took place during the normal study period of the students. The official teacher kindly gave her class periods so that the project could be executed. The students actively participated in the class. At the end of the activity, I was sure that the use of ICT (Information and Communications Technologies) as technique inside the classroom can be the differential needed to an effective building of knowledge. The interaction helps the enlightenment of the concepts to the student’s eye, considering that the mere observation of the textbook may not be enough to complete comprehension.

Key words: Trigonometric Circle. Graphic. Sine and Cosine Functions. GeoGebra.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 -	Ciclo feito no <i>software Geogebra</i>	17
Figura 2 -	Ciclo trigonométrico mostrando as projeções do Seno e do Cosseno de α ...	18
Figura 3 -	Desenho do segmento de reta	23
Figura 4 -	Ciclo trigonométrico	24
Figura 5 -	Ciclo trigonométrico apresentando as projeções do Seno e do Cosseno do ângulo	24
Figura 6 -	Sinal da Função Seno	26
Figura 7 -	Sinal da Função Cosseno	26
Figura 8 -	Ciclo trigonométrico mostrando a projeção do Seno	26
Figura 9 -	Gráfico da Função Seno	27
Figura 10 -	Ciclo trigonométrico mostrando a projeção do Cosseno	28
Figura 11 -	Gráfico da Função Cosseno	29
Figura 12 -	Gráfico das Funções Seno e Cosseno	30
Figura 13 -	Figura ilustrativa da questão do ENEM (2011)	31
Figura 14 -	Figura ilustrativa da questão CEFET-MG (2011)	31
Figura 15 -	Gráfico que representa as respostas para a questão 1	36
Figura 16 -	Gráfico que representa as respostas para a questão 2	36
Figura 17 -	Gráfico que representa as respostas para a questão 3	37

LISTA DE QUADROS

Quadro 1 - Análise da função seno	27
Quadro 2 - Análise da função cosseno	29

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

CEFET-MG	Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais
cos	Cosseno
ENEM	Exame Nacional do Ensino Médio
PEIES	Programa Experimental de Ingresso ao Ensino Superior
sen	Seno
UFSM	Universidade Federal de Santa Maria

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO.....	12
2	O ESTUDO DO CICLO TRIGONOMÉTRICO E DAS FUNÇÕES SENO E COSSENO ATRAVÉS DO <i>SOFTWARE GEOGEBRA</i>.....	15
2.1	Um pouco da história da trigonometria.....	15
2.2	Ciclo trigonométrico.....	16
3	CAMINHOS METODOLÓGICOS.....	19
4	PLANEJAMENTO DA AULA: ANÁLISE A PRIORI.....	21
4.1	Estrutura.....	21
4.2	Desenvolvimento da aula.....	22
5	PLANEJAMENTO DA AULA: ANÁLISE A POSTERIORI.....	33
5.1	Principais momentos.....	33
5.2	Análise dos questionários.....	35
6	CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	39
	REFERÊNCIAS.....	41
	APÊNDICE A – Material dirigido disponibilizado aos alunos.....	43
	ANEXO A – Atestado escolar sobre a aula realizada.....	47
	ANEXO B – Avaliação anônima preenchida pelos alunos sobre a aula.....	48

1 INTRODUÇÃO

Durante minha trajetória escolar no Ensino Médio (EM) recordo que apenas uma vez o professor de matemática fez uso de Tecnologias de Informação e Comunicação (TIC) durante a aula. Foi durante uma aula sobre Funções do 2º Grau. A proposta do professor era de que analisássemos o que acontecia com o gráfico quando mudássemos o valor dos coeficientes da função, um de cada vez. Devido à falta de prática do professor em usar a sala de informática, a imaturidade dos alunos e também a falta de prática desses em usar o computador, a aula não surtiu o efeito desejado por ele. Vale lembrar que este fato ocorreu há, aproximadamente, 14 anos e nessa época poucas pessoas possuíam computadores em casa.

Segundo Lopes (2013):

Pesquisas que analisam as potencialidades das TIC em sala de aula ressaltam a sua relevância no ensino de Matemática. Borba e Penteadó (2005) e Scheffer (2002) asseguram que as TIC podem ser grandes aliadas no ensino da Matemática, visto que permitem a experimentação e a ênfase no processo de visualização. (LOPES, 2013, p. 633)

O pouco uso de TIC nas aulas de matemática, durante a minha passagem pela Educação Básica, fez com que me dedicasse nesta monografia a trabalhar com as TIC. O assunto escolhido foi Ciclo Trigonométrico e gráfico das funções seno e cosseno. A maneira como normalmente se trabalha o Ciclo Trigonométrico na escola dificulta a compreensão por parte dos alunos por se tratar de um assunto abstrato, pois nos livros é apenas comentado o que ocorre no ciclo, não trazendo muitos exercícios e/ou exemplos que utilizem o ciclo. Esse conjunto de fatores fez com que eu optasse por fazer uso do *software Geogebra*, que é um *software* livre de geometria dinâmica que possibilita a construção de diversas formas geométricas e também a análise dos padrões algébricos relacionados a elas.

Atualmente atuo como professor da rede municipal de ensino da cidade de São Sepé – RS, onde trabalho com turmas dos anos finais do Ensino Fundamental na Escola Municipal de Ensino Fundamental (EMEF) João Pessoa localizada no distrito de Tupanci, zona rural da cidade. Como não estou trabalhando com turmas de Ensino Médio contei com a colaboração de um colega da área que pudesse ceder-me a sua turma.

O principal objetivo deste trabalho foi verificar em que medida o uso do *software Geogebra*, nas aulas de Matemática, como ferramenta que contribuí para a compreensão e

construção de significado de conteúdos matemáticos para os educandos do EM. Em especial, o Ciclo Trigonométrico e as funções seno e cosseno, que normalmente é trabalho apenas com as mídias convencionais, ou seja, com quadro, giz, lapis e papel. Mas que possui diversas ferramentas que buscam facilitar o seu processo de ensino e aprendizagem mas que ainda são muito pouco exploradas em sala de aula.

Optei por fazer uso do *software GeoGebra* pois com ele é possível construir o ciclo trigonométrico juntamente com os alunos, o que torna mais “real” o assunto em questão. Apenas o desenho do ciclo trigonométrico, no quadro, por parte do professor, muitas vezes não é suficiente para que os alunos entendam com clareza o conteúdo.

O *GeoGebra* nos traz várias possibilidades de interação como: a divisão da tela em mais de uma janela, a vinculação de dados e objetos de uma janela com a outra, a “movimentação” e também a animação dos objetos construídos. Isso fez com que ele fosse o escolhido para tal aula, pois com ele é possível construir o ciclo trigonométrico e o gráfico das funções seno e cosseno. No ciclo trigonométrico é possível fazer a projeção dos segmentos sobre os eixos do plano, que nos fornece sobre o eixo y o valor do seno do ângulo e sobre o eixo x o valor do cosseno do ângulo em questão.

As aulas sobre função trigonométrica e ciclo trigonométrico normalmente ocorrem na sala de aula convencional. Pouquíssimos professores tornam essa aula mais dinâmica fazendo uso do laboratório de informática ou de outras ferramentas disponíveis. É esse engessamento que torna a compreensão do conteúdo ainda mais difícil por parte dos alunos. O uso da informática pode facilitar e muito essa compreensão, pois muitos alunos, apresentam grande conhecimento acerca de computadores e utilizam habilidosamente essa ferramenta.

No capítulo 2 fizemos considerações sobre o estudo do ciclo trigonométrico e das funções seno e cosseno através do *software Geogebra* onde trabalhamos um pouco sobre a história do estudo da trigonometria e também os conceitos fundamentais do ciclo trigonométrico e das funções seno e cosseno.

Em um segundo momento, apresentamos os encaminhamentos metodológicos utilizados para a preparação da aula e desenvolvimento desta monografia.

Em seguida, apresentamos o planejamento da aula que mostra tudo o que foi preparado para ser trabalhado com os alunos.

No capítulo 5, apresentamos um estudo sobre o que ocorreu durante a aula juntamente com uma reflexão sobre o que ocorreu após a aula. Trazendo um estudo sobre a avaliação feita pelos alunos sobre a aula.

E finalizamos com as considerações finais sobre o estudo realizado. Onde retomaremos o objetivo do trabalho e as considerações feitas durante a preparação e realização do mesmo.

2 O ESTUDO DO CICLO TRIGONOMÉTRICO E DAS FUNÇÕES SENO E COSSENO ATRAVÉS DO *SOFTWARE GEOGEBRA*

2.1 Um pouco da história da Trigonometria

Segundo Lobo da Costa ([20--?]): “A trigonometria, mais que qualquer ramo da matemática, desenvolveu-se no mundo antigo a partir de necessidades práticas, principalmente ligadas à Astronomia, Agrimensura e Navegação.” Também encontramos registros que remetem a trigonometria na Babilônia e no Egito, a partir de cálculos que relacionavam números com lados de triângulos semelhantes. Uma prova disto é a presença de problemas que remetem a trigonometria no Papiro Rhind, que é o mais extenso documento egípcio em matemática.

No mesmo artigo Lobo da Costa ([20--?]) ainda destaca que

devemos discutir qual o significado que daremos ao termo *Trigonometria*. Se o tomarmos como a ciência analítica estudada atualmente, teremos a origem no século XVII, após o desenvolvimento do simbolismo algébrico. Mas, se o considerarmos para significar a geometria acoplada à Astronomia, as origens remontarão aos trabalhos de Hiparco, no século II a.C., embora existam traços anteriores de seu uso. Se o considerarmos, ainda, para significar literalmente .medidas do triângulo., a origem será no segundo ou terceiro milênio antes de Cristo. (Lobo da Costa [20--?])

Hiparco de Nicéia (180-125 a. C.) desenvolveu a primeira tabela trigonométrica que se tem notícia. Para isso ele utilizou interpolação linear e montou sua tabela com valores para as medidas das cordas para ângulos entre 0° e 180° . E isso se tornou um grande avanço na Astronomia e devido a isto ele recebeu o título de “Pai da Trigonometria”.

O estudo da trigonometria se inicia nos anos finais do Ensino Fundamental e é aprofundado no ensino médio. No ensino fundamental são estudadas as relações trigonométricas no triângulo retângulo, mas é no ensino médio que eles estudam o Ciclo Trigonométrico. Após analisar alguns livros didáticos como Dante (2004), Souza (2010), Iezzi et al. (2010) e Dante (2013), que foram os livros que tive acesso durante a realização deste trabalho pois eram os disponíveis nas bibliotecas onde pesquisei, pude perceber que todos os autores citados trazem nas suas coleções esse assunto para ser trabalhado no segundo ano do Ensino Médio.

Através dos anos o ensino do ciclo trigonométrico realiza-se de maneira engessada, fazendo-se uso apenas dos meios convencionais para guiar esse estudo. Por tratar-se de um assunto muito abstrato os alunos tem muita dificuldade em compreendê-lo. Particularmente, quando eu estava no ensino médio tive grande dificuldade para entender este conteúdo.

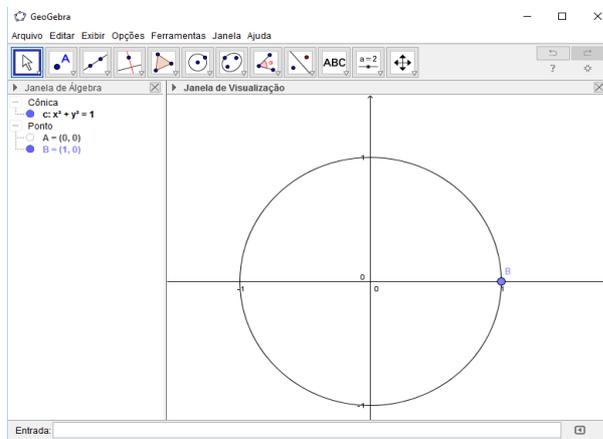
Para utilizar uma ferramenta concreta que permitisse aos alunos um melhor entendimento desse conteúdo optei pelo uso do computador que está presente de maneira relevante na vida dos estudantes. Ancorado nisso, considere que o uso de um software para o estudo do ciclo trigonométrico poderia ser uma boa alternativa. A construção do ciclo pode contribuir, e muito, para a construção do conhecimento por parte dos alunos. Corroborando com isso temos Contri, Retzlaff e Klee (2011) que afirmam que “não se pode pensar na utilização de tecnologias somente em termos de ferramentas, mas um meio de aprendizagem, ou seja, deve-se promover a construção do saber matemático através de novas abordagens”.

Temos também o que diz Lopes (2013, p. 633): “Ao incluir os recursos da informática como parte das atividades em sala de aula, tem-se a possibilidade de o aluno realizar descobertas, incentivando a compreensão e dando significado ao conhecimento matemático.”

2.2 Ciclo Trigonométrico

Definição: Tomemos sobre um plano um sistema cartesiano ortogonal xOy . Consideremos a circunferência A de centro O e raio $r = 1$. Notemos que o comprimento desta circunferência é 2π pois $r = 1$. Se percorrermos esta circunferência a partir do ponto B no sentido antihorário teremos valores positivos para o ângulo central da circunferência e se percorrermos a circunferência no sentido horário teremos valores negativos para o ângulo central da circunferência.

Figura 1 - Ciclo feito no *software Geogebra*



Fonte: OLIVEIRA, E. M.

Dante (2005) traz como um subtítulo do conteúdo em seu livro “A ideia de seno, cosseno e tangente de um número real”. E ainda cita as seguintes observações:

“1) Dessa forma, ao associar um número real α a um arco da circunferência, estamos associando o número real ao ponto P cuja abscissa é o cosseno de α e cuja ordenada é o seno de α .

2) Apesar de a definição de seno e cosseno na circunferência trigonométrica necessitar do ângulo em radianos – por causa da associação com os números reais (...) -, não há problema em se referir aos valores dos ângulos em graus. Então, agora podemos pensar em seno e cosseno de arcos (ou ângulos) maiores do que 90° , algo impensável quando se trabalhava com triângulos retângulos. Também podemos pensar em senos e cossenos de ângulos negativos!” (Dante, 2005, pág. 215)

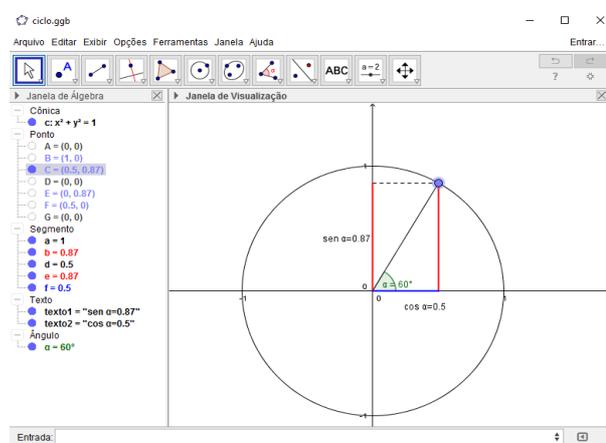
Souza (2010) também utiliza a mesma ideia, porém apenas cita esta associação no seu texto. Não existe nenhum destaque maior para este fato que muitos consideram de extrema relevância para a melhor compreensão desse conteúdo. Ao encontro disto vem a utilização do *software GeoGebra* para o estudo do ciclo trigonométrico, pois a construção do ciclo e a localização e associação das ordenadas e das abscissas dos pontos que formam os ângulos faz com que o aluno associe esta ideia de maneira mais concreta do que apenas lendo no livro.

O uso do *software* também facilita a compreensão de uma das mais importantes relações trigonométricas que é:

$$\text{sen}^2 x + \text{cos}^2 x = 1$$

Que pode ser demonstrada a partir do Teorema de Pitágoras aplicado no triângulo retângulo formado no ciclo trigonométrico tendo como medidas dos catetos a “medida” do seno e do cosseno do ângulo e como hipotenusa o raio do ciclo que vale um. Vejamos a figura:

Figura 2: Ciclo trigonométrico mostrando as projeções do seno e do cosseno de α



Fonte: OLIVEIRA, E. M.

Conforme podemos perceber pela figura acima, o raio do ciclo trigonométrico é a hipotenusa do triângulo retângulo formado tendo como catetos a medida do cosseno do ângulo α e o outro cateto sendo igual à medida do seno do ângulo α . A partir daí podemos aplicar o Teorema de Pitágoras neste triângulo. O Teorema nos diz que o quadrado da medida da hipotenusa (hip) é igual a soma das medidas dos quadrados dos catetos (cat), ou seja,

$$\text{hip}^2 = \text{cat}^2 + \text{cat}^2,$$

aplicando este Teorema no triângulo que temos na figura, teremos:

$$(1)^2 = (\text{sen } \alpha)^2 + (\text{cos } \alpha)^2$$

Portanto:

$$\text{sen}^2 \alpha + \text{cos}^2 \alpha = 1$$

Após vermos como surgiu a trigonometria e qual os seus conceitos estudados no EM, veremos os caminhos percorridos para realização deste trabalho.

3 CAMINHOS METODOLÓGICOS

Quando optei por realizar este trabalho utilizando o *software Geogebra* surgiu o primeiro desafio, aprender a manusear o *software*. Durante a minha formação básica e também na minha formação inicial como professor de Matemática nunca havia trabalhado com esta ferramenta de ensino. Por isso busquei tutoriais e vídeos na internet que ensinassem a manusear o *Geogebra*.

Durante esta busca localizei diversos modelos de objetos construídos com o *software*, nem todos eram da maneira que eu idealizava. Até que localizei um modelo que era exatamente o que eu pretendia realizar juntamente com os alunos. Eis que surgiu o segundo desafio, como construir este objeto? Prosseguindo com as pesquisas encontrei um vídeo¹ que mostra o passo a passo para construção do objeto.

O desenvolvimento da aula foi realizado no Colégio Estadual Tancredo Neves, localizado no bairro Tancredo Neves, na cidade de Santa Maria. A escola possui 263 alunos distribuídos nos três turnos. A escola oferece, além da Educação Básica completa, Educação de Jovens e Adultos (EJA) tanto para o nível fundamental como para o médio. Tendo em vista que nessa escola realizei meus estágios da graduação, e, portanto, já conhecia a escola e os professores, procurei-a para realizar este trabalho.

A turma escolhida para realização deste trabalho foi a turma 201 do ano de 2015, que possuía 22 alunos com idades entre 15 e 17 anos. A escolha da turma foi feita juntamente com a professora, pois o conteúdo que escolhi para o meu trabalho estava sendo desenvolvido por ela na referida turma. A turma era bastante tranquila. Os estudantes apresentavam dificuldades em graus variados, menores e maiores, com a disciplina de Matemática. Muitos deles apresentavam grande interesse nos conteúdos vistos em sala de aula com foco no Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM) e no Programa Experimental de Ingresso no Ensino Superior (PEIES). Vale ressaltar que o último encontra-se em processo de extinção visto que a Universidade Federal de Santa Maria (UFSM) passou a adotar apenas a nota do ENEM como avaliação para ingresso nos seus cursos superiores.

¹Vídeo disponível em: <https://www.youtube.com/watch?v=N0MoW2XBnBQ> “Construindo círculo trigonométrico no Geogebra”. Verificado em 10/09/2015.

A aula foi ministrada no dia 12 de novembro de 2015. Inicialmente, o previsto para a realização desse trabalho era de duas horas-aula, porém dois motivos contribuíram para o prolongamento para quatro horas-aula; primeiro - problemas nos computadores da escola; segundo - e o mais relevante foi o pedido dos alunos para que a aula fosse estendida, visto que estavam gostando e, realmente, entendendo o conteúdo abordado. Muitos alunos relataram que só haviam compreendido o assunto naquela aula e por isso não queriam que a aula fosse interrompida sem que o planejamento fosse realizado por completo naquele dia. Para isso, contamos com a compreensão e colaboração dos professores de outras disciplinas que disponibilizaram gentilmente seus períodos para que a aula fosse concluída.

Este trabalho me possibilitou um aprendizado muito importante como professor, de que devemos sempre buscar o conhecimento de que necessitamos para melhorarmos o processo de ensino e aprendizagem dos nossos alunos. A busca por conhecimento e aperfeiçoamento por parte dos professores deve ter presença constante na vida dos discentes. No próximo capítulo veremos o planejamento feito para a realização desta aula.

4 PLANEJAMENTO DA AULA: ANÁLISE A PRIORI²

Neste capítulo está apresentado o planejamento realizado antes da aplicação da aula. Contém todas as atividades que foram desenvolvidas durante a aula.

4.1 ESTRUTURA

Professora titular: Cleuza Bertolo Ramos

Professor: Ederson Medeiros de Oliveira

Tema ou Conteúdo: Funções Trigonométricas.

Subtemas:

- ❖ Ciclo trigonométrico
- ❖ Funções seno e função cosseno.
- ❖ Gráfico das funções seno e cosseno.

Horas/aula: 2 hora/aula.

Objetivo Geral:

- ❖ Estudar as funções seno e cosseno.

Objetivos Específicos:

- ❖ Compreender o ciclo trigonométrico;
- ❖ Identificar função seno e função cosseno;
- ❖ Compreender as propriedades da função seno e função cosseno.
- ❖ Construir os gráficos das funções seno e cosseno.

Recursos Didáticos: *Software Geogebra*; material impresso.

²Capítulo pertencente a estrutura do trabalho exigido pelo curso

Estratégias Metodológicas:

Apresentar o ciclo trigonométrico aos alunos e analisar com eles o valor de um arco (ou ângulo) a partir do ciclo utilizando o *software Geogebra*. Elaborar juntamente com os alunos os gráficos das funções seno e cosseno com o auxílio do *software Geogebra*.

4.2 Desenvolvimento da aula

Funções Trigonométricas

O *Geogebra* é um software de geometria dinâmica livre, que permite a construção de diversos objetos geométricos.

Para iniciarmos a nossa aula ocorreu uma familiarização com o *software*, houve uma exploração das ferramentas que ele oferece. Sugeri que tentassem desenhar figuras geométricas como um círculo, um triângulo, um pentágono ou qualquer outra figura geométrica que quiserem. O tempo para exploração do programa foi de 20min e realizamos 10min de discussão para compartilharmos o conhecimento adquirido até então.

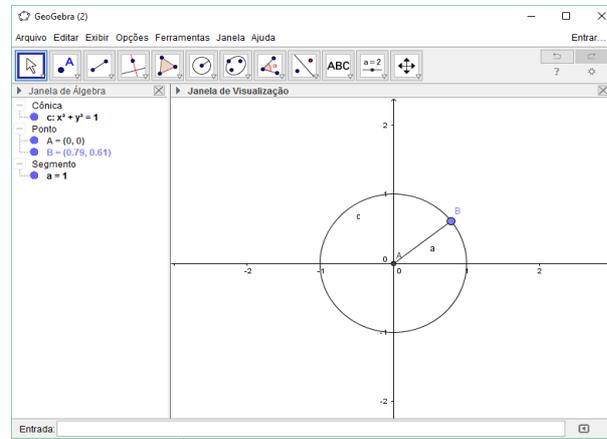
Até então, eles haviam estudado com a professora Cleuza o valor do seno e cosseno no triângulo retângulo. Mas como identificar esses valores quando temos um ângulo maior que 90° ?

Para isso precisamos ampliar as noções de seno de um ângulo ($\text{sen } x$) e cosseno de um ângulo ($\text{cos } x$), onde x representa a medida de um ângulo maior que 90° .

Construímos o ciclo trigonométrico no *Geogebra*. Como fizemos isso? Uma das opções é usarmos a ferramenta de círculo dado o seu centro e o raio. Selecionada esta ferramenta, selecionamos a origem do plano cartesiano, então abrirá uma janela solicitando a medida do raio que será 1. Clicamos sobre os objetos construídos e fixamos o ponto A e ocultamos o seu nome clicando em exibir rótulo; fizemos o mesmo com a circunferência c.

O próximo passo foi marcar um ponto sobre a circunferência e desenharmos um segmento de reta que tem por extremidades o centro da circunferência e o ponto B.

Figura 3 - Desenho do segmento de reta



Fonte: OLIVEIRA, E. M.

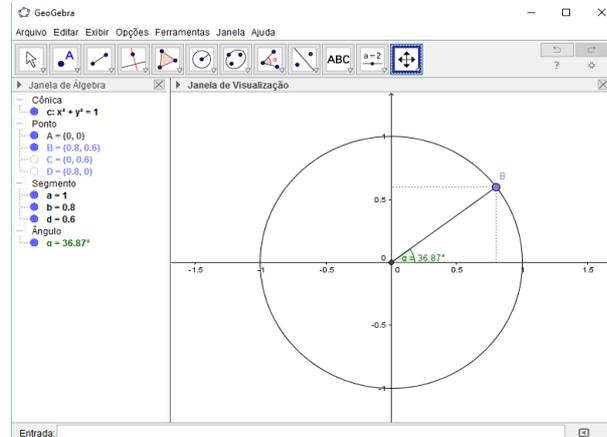
Agora, construímos o ângulo, para isso usamos a ferramenta de ângulo, após selecionarmos essa ferramenta clicamos no eixo x e no segmento que liga o centro da circunferência ao ponto B. Feito isto aparecerá junto ao centro da circunferência o ângulo α e o seu valor em graus.

O ponto B tem por coordenadas cartesianas o valor do seno e do cosseno do ângulo α , onde o cosseno é a abscissa e o seno é a ordenada do ponto, portanto, $B(\cos \alpha, \sin \alpha)$.

Vejam os seno e o cosseno dos seguintes ângulos:

- a) $\alpha = 30^\circ$
- b) $\alpha = 45^\circ$
- b) $\alpha = 60^\circ$
- c) $\alpha = 90^\circ$
- d) $\alpha = 180^\circ$
- e) $\alpha = 225^\circ$

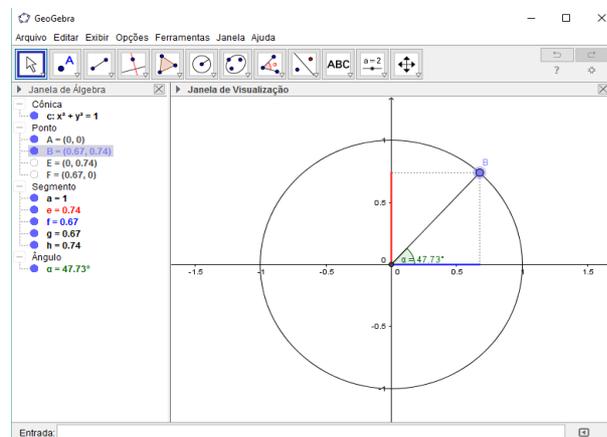
Figura 4 - Ciclo trigonométrico



Fonte: OLIVEIRA, E. M.

Marcamos dois pontos - um sobre o eixo x e outro sobre o eixo y , ambos na parte interna da circunferência; desabilitamos o rótulo de ambos os pontos. Mudamos as coordenadas dos pontos, para o ponto sobre o eixo x colocamos as coordenadas $(x(B), 0)$ e para o ponto sobre o eixo y as coordenadas serão alteradas para $(0, y(B))$, assim ambos os pontos passaram a “acompanhar” o ponto B. Para facilitar a visualização desenhamos segmentos de reta unindo o ponto B aos pontos sobre os eixos. Ao final temos a seguinte figura, que pode ser alterada manualmente e também animada.

Figura 5 - Ciclo trigonométrico apresentando as projeções do Seno e do Cosseno do ângulo



Fonte: OLIVEIRA, E. M.

Fazendo-se essas alterações nas coordenadas percebemos que ao movermos o ponto B os pontos sobre os eixos x e y também se movem, com isso teremos as coordenadas do ponto B representadas no nosso ciclo. E essas coordenadas são na verdade o seno ($y(B)$) e o cosseno ($x(B)$).

Exemplos:

- a) $\alpha = 120^\circ$
- b) $\alpha = 135^\circ$
- c) $\alpha = 150^\circ$
- d) $\alpha = 200^\circ$
- e) $\alpha = 300^\circ$

Ao ponto sobre o eixo x atribuímos o rótulo de $\cos \alpha = x(B)$ e ao ponto sobre o eixo y será $\sin \alpha = y(B)$. Ao relacionarmos a sua posição com a posição dos pontos sobre os eixos esse rótulo acompanhará sempre os pontos apresentando o valor do seno e do cosseno.

Consideremos agora as funções seno e cosseno. Percebemos, no ciclo trigonométrico, que o eixo y do plano cartesiano é o eixo dos senos e o eixo x é o eixo dos cossenos. Essa definição tem a vantagem de não ficar restrita aos ângulos agudos. Assim podemos encontrar os valores do seno e cosseno de arcos (ângulos) de qualquer medida. A partir da análise do ciclo trigonométrico desenhado no programa, analisamos também, quais os possíveis sinais que o seno e o cosseno assumem em cada quadrante e qual seu valor máximo e mínimo. Como o ciclo é desenhado sobre a origem do plano cartesiano temos como possíveis valores do seno e do cosseno valores positivos e negativos, tudo depende do quadrante ao qual faz parte o ângulo e o raio vale um.

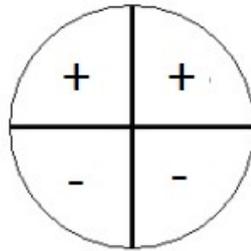
Assim, concluímos que em cada quadrante do ciclo os valores de $\sin x$ e $\cos x$ assumem valores positivos ou negativos, conforme veremos nas próximas figuras. A partir da construção do ciclo trigonométrico também concluímos que o seno e cosseno assumem valores mínimo e máximo de -1 e 1 , respectivamente.

Sinais das funções $\sin x$ e $\cos x$:

$$f(x) = \sin x$$

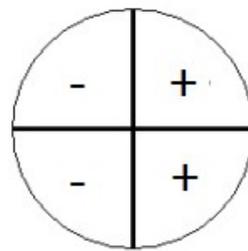
$$f(x) = \cos x$$

Figura 6 - Sinal da Função Seno



Fonte: OLIVEIRA, E. M.

Figura 7 - Sinal da Função Cosseno



Fonte: OLIVEIRA, E. M.

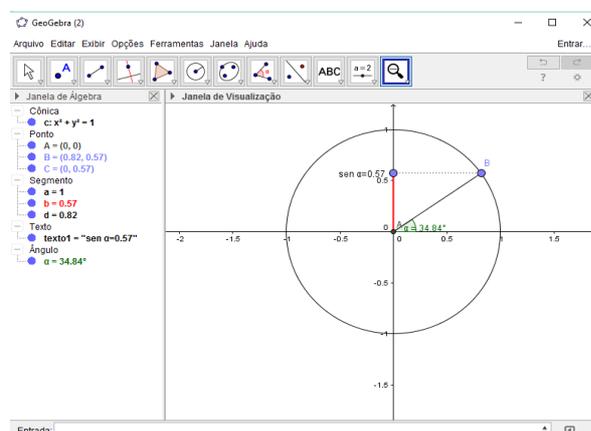
Observação: ao percorrermos o ciclo trigonométrico no sentido anti-horário, a partir da semirreta positiva do eixo x, temos valores positivos do ângulo x e se percorrermos no sentido horário teremos valores negativos para o ângulo x .

Gráficos das funções trigonométricas

Vimos como desenhar os gráficos das funções trigonométricas.

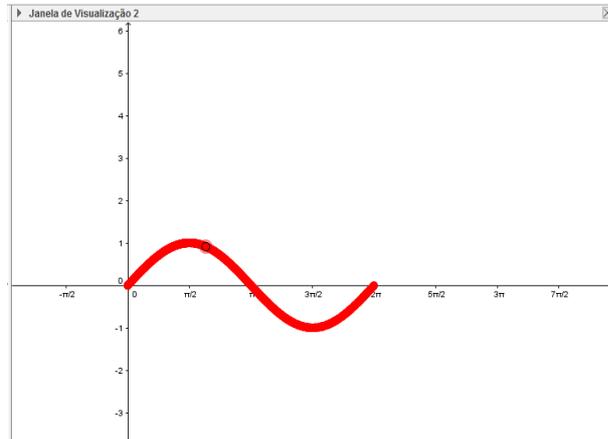
Começamos pelo gráfico da função seno. Para que desenhássemos o gráfico da função seno separamos em duas a janela de visualização do *Geogebra*. Na primeira temos o desenho do ciclo trigonométrico e na segunda o desenho do gráfico da função seno. Abaixo temos as figuras feitas no software.

Figura 8 - Ciclo trigonométrico mostrando a projeção do Seno



Fonte: OLIVEIRA, E. M.

Figura 9 - Gráfico da Função Seno



Fonte: OLIVEIRA, E. M.

O gráfico da função seno é chamado de senoide e ele continua à direita de 2π e à esquerda de 0(zero). Para termos ângulos “menores” do que zero devemos rotacionar o nosso ângulo no sentido horário, o que nos leva para valores negativos do ângulo α . E para termos ângulos maiores do que 2π devemos rotacionar o ângulo em mais de uma volta completa no ciclo. Como o objetivo era mostrar a periodicidade da função seno, o gráfico desenhado no *software* não contempla de maneira mais ampla o desenho da senoide.

Para a construção do gráfico associamos a cada valor do ângulo α um único valor do seno de α . Utilizando o ciclo trigonométrico marcamos alguns pontos no plano cartesiano para que fosse possível traçar o gráfico da função seno.

A partir do gráfico, podemos construir o quadro:

Os alunos completaram o quadro.

Quadro 1: Análise da Função Seno

QUADRANTE	1°	2°	3°	4°
ARCO	0° à 90°	90° à 180°	180° à 270°	270° à 360°
SINAL	+	+	-	-
VARIAÇÃO	0 à 1	1 à 0	0 à -1	-1 à 0

Fonte: OLIVEIRA, E. M.

Concluimos que:

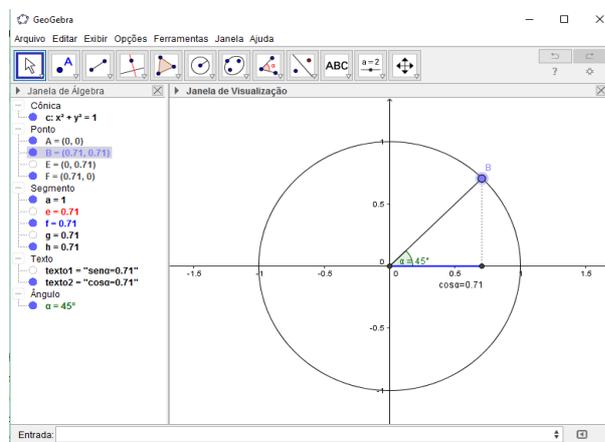
Utilizando conhecimentos anteriores que os alunos possuem sobre funções, fiz perguntas para induzi-los a chegar às conclusões necessárias para concluirmos esta etapa de estudos sobre a função seno.

O domínio da função $f(x) = \sin x$ é o conjunto dos números reais, isto é, $D = \mathbb{R}$.

- A imagem da função $f(x) = \sin x$ é o intervalo $[-1, +1]$, isto é, $-1 \leq \sin x \leq +1$.
- Toda vez que somamos 2π a um determinado valor de x , a função seno assume o mesmo valor. Como 2π é o menor positivo para o qual isso acontece, o período da função $f(x) = \sin x$ é $p = 2\pi$.

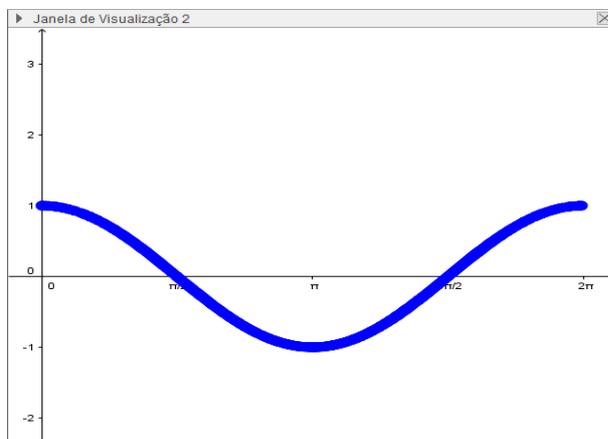
Vejamos o gráfico da função cosseno:

Figura 10 - Ciclo trigonométrico mostrando a projeção do Cosseno



Fonte: OLIVEIRA, E. M.

Figura 11 - Gráfico da Função Cosseno



Fonte: OLIVEIRA, E. M.

O gráfico da função cosseno é chamado de cossenoide e ele continua à direita de 2π e à esquerda de 0(zero). Para termos ângulos “menores” do que zero devemos rotacionar o nosso ângulo no sentido horário, o que nos leva para valores negativos do ângulo α . E para termos ângulos maiores do que 2π basta rotacionarmos o ângulo em mais de uma volta completa no ciclo. Como o objetivo era mostrar a periodicidade da função cosseno, o gráfico desenhado no *software* não contempla de maneira mais ampla o desenho da cossenoide.

Para a construção do gráfico associamos a cada valor do ângulo α um único valor do cosseno de α . Utilizando o ciclo trigonométrico marcamos alguns pontos no plano cartesiano para que fosse possível traçarmos o gráfico da função cosseno.

A partir do gráfico, podemos construir o quadro:

Quadro 2 - Análise da Função Cosseno

QUADRANTE	1°	2°	3°	4°
ARCO	0° à 90°	90° à 180°	180° à 270°	270° à 360°
SINAL	+	-	-	+
VARIAÇÃO	1 à 0	0 à -1	-1 à 0	0 à 1

Fonte: OLIVEIRA, E. M.

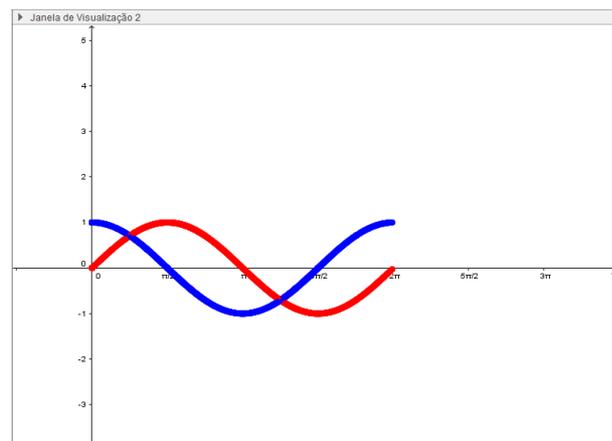
Concluimos que:

Utilizando conhecimentos anteriores que os alunos possuem sobre funções, farei perguntas para induzir os alunos a chegarem as conclusões que necessitamos para concluirmos esta etapa dos estudos sobre a função cosseno.

- O domínio da função $f(x) = \cos x$ é o conjunto dos números reais, isto é, $D = \mathbb{R}$.
- A imagem da função $f(x) = \cos x$ é o intervalo $[-1,+1]$, isto é, $-1 \leq \cos x \leq +1$.
- Toda vez que somamos 2π a um determinado valor de x , a função cosseno assume o mesmo valor. Como 2π é o menor positivo para o qual isso acontece, o período da função $f(x) = \cos x$ é $p = 2\pi$.

Utilizando o programa podemos comparar os dois gráficos conjuntamente. Com isso a imagem final foi esta:

Figura 12 - Gráfico das Funções Seno e Cosseno

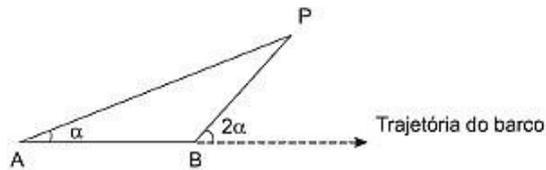


Fonte: OLIVEIRA, E. M.

Vejamos agora algumas aplicações do seno e do cosseno:

1. (ENEM 2011) Para determinar a distância de um barco até a praia, um navegante utilizou o seguinte procedimento: a partir de um ponto A, mediu o ângulo visual α fazendo mira em um ponto fixo P da praia. Mantendo o barco no mesmo sentido, ele seguiu até um ponto B da praia, no entanto sob um ângulo visual 2α . A figura ilustra essa situação:

Figura 13 - Figura ilustrativa da questão do ENEM (2011)



Fonte:

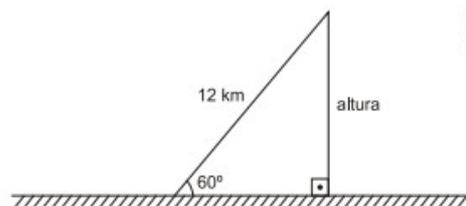
http://download.inep.gov.br/educacao_basica/enem/provas/2011/05_AMARELO_GAB.pdf

Suponha que o navegante tenha medido o ângulo $\alpha = 30^\circ$ e, ao chegar ao ponto B, verificou que havia percorrido a distância $AB = 2\,000$ m. Com base nesses dados e mantendo a mesma trajetória, a menor distância do barco até o ponto fixo P será:

- a) 1000 m.
- b) $1000\sqrt{3}$ m.
- c) $2000\sqrt{3}/3$.
- d) 2000 m.
- e) $2000\sqrt{3}$ m.

2. (CEFET-MG 2011) Um foguete é lançado de uma rampa situada no solo sob um ângulo de 60° , conforme a figura. A altura em que se encontra o foguete, após ter percorrido 12km, vale?

Figura 14 - Figura ilustrativa da questão da CEFET-MG 2011



Fonte:

http://www.aridesa.com.br/servicos/click_professor/alexandrino_diogenes/2ano/solucao_triangulos_retangulos.pdf

Como já vimos o que foi realizado antes da aula, durante todo o seu planejamento. Veremos no próximo capítulo o que ocorreu durante a aula e após ela ao considerarmos o questionário respondido pelos alunos.

5 PLANEJAMENTO DA AULA: ANÁLISE A POSTERIORI³

A aula foi planejada para duas horas-aula, porém foi realizada em duas horas-aula no laboratório de informática e outras duas horas na sala de aula convencional. A aula seria executada em apenas duas horas-aula, mas como os computadores da escola apresentaram problemas e os alunos estavam empenhados e interessados na aula, foi acertado com os professores de outras disciplinas a cedência dos seus períodos para a conclusão da aula, totalizando as quatro horas-aula que foram utilizadas para a realização do trabalho.

O laboratório de informática dispunha de 18 computadores, dos quais em 14 foi possível instalar o *software*. Como a utilização do laboratório depende de agendamento, e outro professor necessitava dele (já havia agendado), tivemos que deixá-lo e retornamos para a sala de aula convencional. Em nosso retorno utilizamos três notebooks para a continuidade da aula. Esses computadores utilizados na sala eram particulares, não pertenciam à escola.

A decisão de continuarmos com a aula foi tomada em conjunto com a professora Cleuza aproveitando o interesse dos alunos que pediram para continuar. O interesse e participação dos alunos foram surpreendentes. A minha expectativa inicial realmente era de que os alunos gostassem da aula e participassem bastante, mas fui surpreendido positivamente por eles. Após a aula conversei com a professora Cleuza e ela me relatou que os alunos estavam com muita dificuldade de compreender o que acontecia no ciclo trigonométrico, mas que ao final da minha aula, ao fazer alguns questionamentos sobre o conteúdo, todos os alunos responderam corretamente.

Infelizmente não foi possível realizar os exercícios propostos ao final da aula, devido à falta de tempo. Realizei junto aos alunos uma pesquisa anônima, em anexo, para que eles dissessem o que acharam da aula, os pontos positivos e negativos assim como sugestões e críticas.

5.1 Principais Momentos

No início da aula apresentei-me aos educandos e expliquei os motivos e os objetivos

³ Capítulo pertencente à estrutura do trabalho exigido pelo curso

da realização da mesma. Inicialmente, eles ficaram meio tímidos com a presença de alguém estranho na sala de aula, mas em seguida a aula seguiu sem problemas. Aproveitei para apresentá-los ao *software* já que apenas um aluno já conhecia o *GeoGebra*.

Durante a familiarização dos educandos com *software* muitos começaram a manuseá-lo com facilidade e gostaram da ideia do uso do programa. Após os deixar manusear o programa livremente, orientei algumas atividades, como o desenho de algumas figuras geométricas, ângulos, círculos entre outras, no programa para que eles pudessem ir conhecendo as ferramentas disponíveis. Os alunos foram distribuídos conforme a disponibilidade de computadores para a realização do trabalho, a maioria deles realizou a atividade individualmente e alguns outros em dupla.

Quando foi dado início à atividade de construção do ciclo trigonométrico, a maioria os alunos já sabiam manusear o programa sem muitos contratempos. Os que apresentaram alguma dificuldade me chamavam para sanar as dúvidas.

Os alunos se interessaram pela maneira que o conteúdo estava sendo desenvolvido e relatavam que estavam compreendendo melhor ao manusear o programa. Toda a construção do ciclo trigonométrico e dos gráficos foi dirigida para que os alunos participassem de toda a atividade, pois isso contribuiria para a compreensão dos mesmos, pois penso que a simples apresentação do material pronto não contribuiria muito para a construção do conhecimento desejada.

Infelizmente não foi possível permitir que os alunos realizassem as atividades em sala de aula devido à falta de tempo. Eles se comprometeram com a professora Cleuza em realizar os exercícios em casa para que a professora fizesse a correção na aula seguinte. A professora Cleuza me relatou que a correção das atividades ocorreu de maneira muito proveitosa, pois a maioria dos alunos havia compreendido melhor o assunto após a experiência com o *software*.

Ao final da aula, para que fosse possível avaliar o conhecimento construído pelos alunos realizei, com auxílio da professora Cleuza, uma série de perguntas pertinentes ao conteúdo. Algumas das perguntas que foram feitas:

Qual sinal das funções nos quadrantes do ciclo:

No 1º quadrante? Seno e cosseno positivos.

No 2º quadrante? Seno positivo e cosseno negativo.

No 3º quadrante? Seno e cosseno negativos.

No 4º quadrante? Seno negativo e cosseno positivo.

Em quais quadrantes o valor do seno é crescente? No 1º e 4º quadrantes.

Em quais quadrantes o valor do cosseno é decrescente? No 1º e 2º quadrantes.

Após a aula, em conversa particular com a professora Cleuza ela me disse que a aula havia feito a diferença no aprendizado dos alunos. Alunos que antes não respondiam a questionamentos sobre este assunto, naquele dia, estavam respondendo. A professora me afirmou que irá adotar o *software* em suas aulas porque gostou muito do resultado alcançado com a atividade, porque mesmo os alunos que tinham mais dificuldades estavam compreendendo bem o conteúdo. Estas afirmações foram feitas pela professora titular da turma após a realização da aula.

5.2 Análise dos questionários

Para saber qual foi a receptividade dos alunos quanto a forma como a aula foi preparada e ministrada, preparei uma pequena ficha avaliativa para que os alunos a preenchessem anonimamente. Nesta ficha havia as seguintes perguntas:

1. O que você achou da aula?

ruim regular boa muito boa ótima

2. O que você achou da didática adotada?

ruim regular boa muito boa ótima

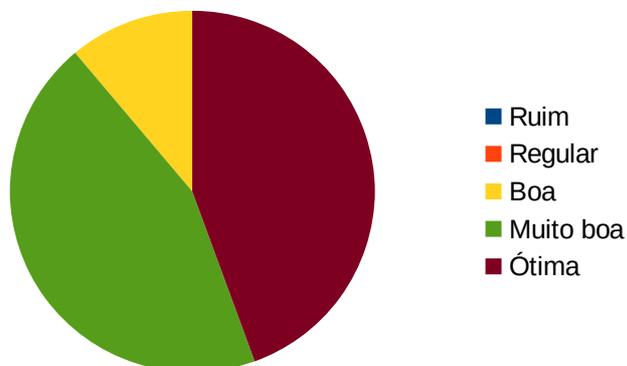
3. A utilização do programa facilitou a sua aprendizagem?

sim não

4. Deixe aqui suas críticas e sugestões sobre a aula:

Dos 22 alunos que fazem parte da turma, 18 estavam presentes no dia da aula. Todos responderam a avaliação da aula. As respostas dos alunos estão apresentadas nos seguintes gráficos.

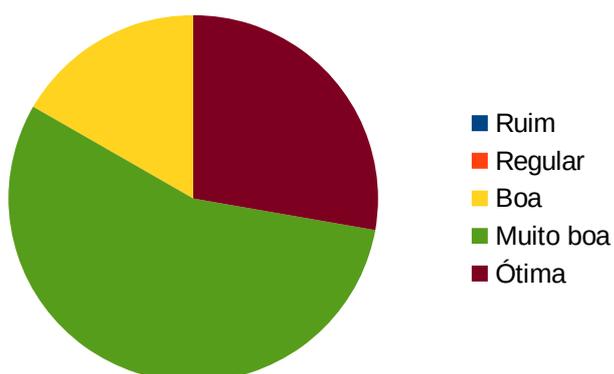
Figura 15 - Gráfico que representa as respostas para a questão 1



Fonte: OLIVEIRA, E. M.

Ao analisar as repostas dadas pelos alunos para a questão 1 que era “O que você achou da aula?”, pude perceber que a maioria deles gostou da aula pois a grande maioria dos alunos respondeu que considerou a aula muito boa ou ótima. Dos 18 alunos presentes: 2 consideraram a aula boa, 8 consideraram ela muito boa e 8 avaliaram a aula como ótima. O que me deixou contente por saber que o meu planejamento agradou a maioria dos educandos.

Figura 16 - Gráfico que representa as respostas para a questão 2

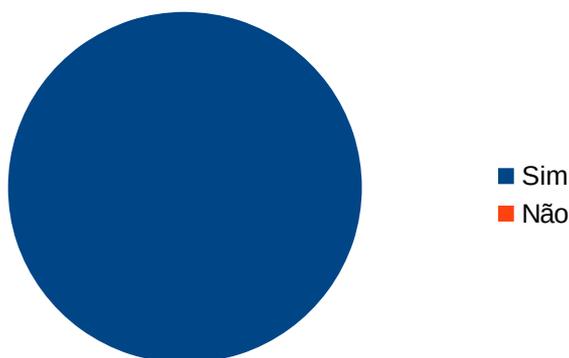


Fonte: OLIVEIRA, E. M.

Ao analisar as repostas dadas pelos alunos para a questão 2 que era “O que você achou da didática adotada?”, pude perceber que a maioria dos alunos considerou relevante a didática

adotada para aquela aula pois a grande maioria dos alunos respondeu que considerou a aula muito boa ou ótima. Dos 18 alunos presentes: 3 consideraram a didática boa, 10 consideraram ela muito boa e 5 consideraram a didática ótima. O que me deixou feliz por saber que a didática escolhida por mim foi do gosto dos alunos.

Figura 17 - Gráfico que representa as respostas para a questão 3



Fonte: OLIVEIRA, E. M.

A questão 3 perguntava “A utilização do programa facilitou a sua aprendizagem?” e todos os alunos disseram que sim, que o programa facilitou a aprendizagem do conteúdo proposto. Isso ficou evidenciado na questão 4 que veremos a seguir.

A quarta pergunta que era “Deixe aqui suas críticas e sugestões sobre a aula:”, foi deixado um espaço em branco para que os alunos escrevessem suas críticas e sugestões sobre a aula. Poucos alunos não responderam a essa questão, alguns elogiaram e outros fizeram sugestões para a aula. Por exemplo, teve um aluno que sugeriu que a aula fosse mais enérgica, pois em alguns momentos a aula ficou monótona. Os alunos que elogiaram, em sua maioria, disseram que o uso do *software* possibilitou a compreensão do conteúdo e pediram para que fossem feitas mais aulas dinâmicas como essa. Veremos agora algumas das repostas dos alunos para esta questão. A avaliação completa respondida pelos alunos encontra-se em anexo.

não tenho nada a declarar aula muito boa sem
críticas conteúdos excelente professor dedicado.

A aula foi excelente, adorei o programa, me ajudou
muito a compreender a matéria.

Crítica nenhuma, sugestão, mais animação para não
ficar entediante.

Achei o vídeo interessante, facilitou bastante apesar de meu lento
raciocínio.

Agora que já sabemos o que ocorreu nos principais momentos da aula, sabemos também a opinião dos educandos que participaram da aula. Podemos concluir este trabalho apresentando as considerações que podemos fazer sobre esta aula.

6 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Com este trabalho pude experimentar uma atividade inédita para mim pois foi a primeira vez que fiz uso o *software GeoGebra*. Durante a minha graduação foram ofertados minicursos e palestras sobre o *software*, mas infelizmente nunca pude participar. Aprender a manusear o programa foi o primeiro desafio que encontrei para conclusão de mais esta etapa da minha vida acadêmica.

O desafio que me propus realizar com esta atividade foi muito gratificante, pois adquiri conhecimento que levarei para sempre comigo na minha vida particular e também como professor da Educação Básica. Me senti muito feliz e gratificado ao final da aula quando pude perceber que a atividade que propus contribuiu para que os alunos construíssem o conhecimento que necessitavam.

Como o objetivo deste trabalho era verificar em que medida o uso do *software Geogebra* poderia contribuir para a compreensão do ciclo trigonométrico e das funções seno e cosseno, pude perceber que a utilização do *software* facilita a construção do conhecimento por parte dos educandos. Tendo em vista que possibilita à eles a experiência de manusear e construir objetos de aprendizagem que transformam o estudo teórico em prático.

Ao concluir mais esta etapa, estou convicto de estar exercendo uma profissão gratificante, e que com ela serei realmente feliz. Sempre soube que a prática docente é uma troca de conhecimentos; que o professor deve estar sempre se atualizando e buscando novos conhecimentos. Após este trabalho afirmo que a prática docente não se faz apenas pelo ato de ensinar, mas também de aprender junto com os aprendizes. E nesse momento de minhas reflexões sobre minha experiência pude lembrar Freire (1996, pág. 47): “Ensinar não é transferir conhecimento, mas criar as possibilidades para a sua produção ou a sua construção”.

O desengessamento da aula convencional para algo mais moderno, que troca a sala de aula comum por um laboratório de informática ou até mesmo pela área externa da escola pode significar muito mais do que se pensa para os alunos. A aula convencional além de se tornar muito rotineira pode se tornar maçante tanto para o educando quanto para o professor, pois fazer tudo da mesma maneira, todos os dias e durante toda a vida escolar desmotiva os alunos para o ato de aprender.

Metodologias que utilizem a tecnologia para despertar o interesse dos alunos para o conteúdo é algo que deve ser experimentado por todos os educadores, uma vez muitas vezes a motivação é exitosa. Após essa experiência utilizarei com mais frequência as TIC nas aulas. Porque comprovei que isso desperta o interesse dos aprendizes e facilita o processo de ensino e aprendizagem.

Enfim, o uso das Tecnologias de Informação e Comunicação (TIC) pode trazer muitos benefícios tanto para os educandos como para os educadores. Contudo a utilização de ferramentas das TIC requer planejamento com objetivos claros para que não se torne apenas uma maneira de escapar à sala de aula.

REFERÊNCIAS

- BICUDO, Maria Aparecida Viggiani (Org.). **Pesquisa em Educação Matemática: concepções e perspectivas**. São Paulo: Editora Vozes, 1999.
- BORBA, M. C.; PENTEADO, Miriam G. **Informática e Educação Matemática**. Belo Horizonte: Autêntica, 2007.
- BORBA, M. C. in PENTEADO, Miriam G. **A informática em Ação: formação de professores, pesquisa e extensão**. São Paulo: Olho D'Água, 2000.
- CARVALHO, Luiz Mariano et al (Orgs.) **História e Tecnologia no Ensino da Matemática**, vol 2. Rio de Janeiro: Editora Ciência Moderna, 2008.
- CONTRI, Roselaine de Fátima Franzin; RETZLAFF, Eliani; KLEE, Luiz Alberto. **Uso de softwares matemáticos como facilitador da aprendizagem**. Comunicação Científica do II CNEM e IX EREM, 2011. Disponível em: - Verificado em: 15/03/2016.
- Construindo circulo trigonometrico no Geogebra**. Vídeo disponível em: <https://www.youtube.com/watch?v=N0MoW2XBnBQ> Verificado em 10/09/2015.
- DANTE, Luiz Roberto. **Matemática, volume único**, ed.: São Paulo: Ática, 2005.
- DANTE, Luiz Roberto. **Matemática: 2º série: livro do aluno**, 2º edição. São Paulo: Ática 2004.
- DANTE, Luiz Roberto. **Matemática: contexto & aplicações**, vol 2, 2º edição. São Paulo: Ática, 2013.
- FREIRE, Paulo. **Pedagogia da autonomia: saberes necessários à prática educativa**. São Paulo: Paz e Terra, 1996.
- GADOTTI, Moacir. **O MERCOSUL Educacional e os Desafios do Século 21**. Brasília: INEP, 2007.
- IEZZI, Gelson et al. **Matemática: ciência e aplicações, 2: ensino médio**. 6º edição. São

Paulo: Saraiva 2010.

LOBO DA COSTA, N. M. **A História da Trigonometria**. [S.l.: s. n.], [20--?]Artigo disponível em:
http://www.ufrgs.br/espmat/disciplinas/geotri/modulo3/mod3_pdf/historia_triogono.pdf
Verificado em: 22/06/2016

LOPES, M.M. **Sequência Didática para o Ensino de Trigonometria Usando o Software GeoGebra**. Texto publicado na revista Bolema, Rio Claro (SP), v. 27, n. 46, p. 631-644, ago. 2013. Disponível em <http://www.scielo.br/pdf/bolema/v27n46/v27n46a19.pdf> – Verificado em 01/02/2016.

PERLIN, Patrícia. **Geometria Dinâmica: Uma proposta de atividades no estudo de triângulos através do software Geogebra**. Dissertação (Mestrado) Santa Maria: [sn], 2010.

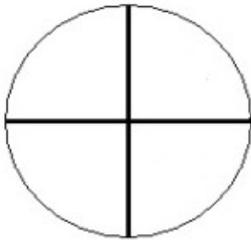
SANCHEZ, O. R. **Série Didática número 7: O Governo Eletrônico do Estado de São Paulo**, volume 3. São Paulo: CEDEC, julho de 2003.

SOUZA, Joamir Roberto de. **Novo olhar matemática**, ed.: 1, São Paulo: FTD, 2010. (Coleção novo olhar; v. 2)

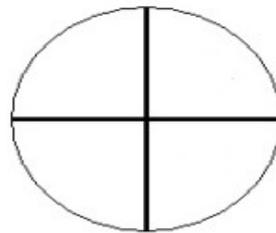
VALENTE, José A. **O uso inteligente do computador na educação**. Texto publicado na revista pedagógica Pátio Editora Artes Médicas do Sul – Ano 1, Nº 1, pp.19-21 Disponível em <http://www.educacaopublica.rj.gov.br/biblioteca/educacao/0024.html> Verificado em 15/05/2016.

Sinais das funções sen x e cos x:

$$f(x) = \text{sen } x$$



$$f(x) = \text{cos } x$$



Vejam os seno e o cosseno dos seguintes ângulos:

- a) $\alpha = 30^\circ$
- b) $\alpha = 45^\circ$
- b) $\alpha = 60^\circ$
- c) $\alpha = 90^\circ$
- d) $\alpha = 180^\circ$
- e) $\alpha = 225^\circ$

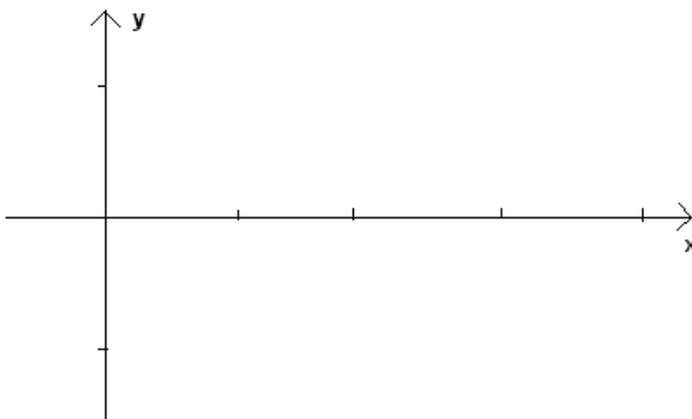
Mais alguns exemplos:

- a) $\alpha = 120^\circ$
- b) $\alpha = 135^\circ$
- c) $\alpha = 150^\circ$
- d) $\alpha = 200^\circ$
- e) $\alpha = 300^\circ$

Gráficos das funções trigonométricas:

Veremos agora como desenharmos os gráficos das funções trigonométricas.

Primeiramente veremos o gráfico da função seno:



O gráfico da função seno é chamado de senóide e ele continua à direita de 360° e à esquerda de 0 (zero).

A partir do gráfico, podemos construir o quadro:

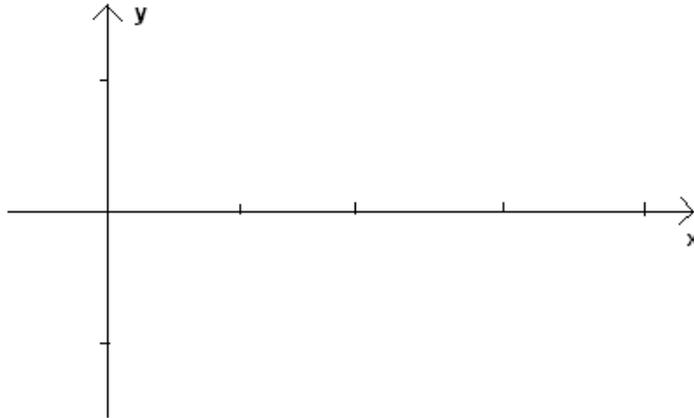
Os alunos completaram o quadro.

QUADRANTE	1°	2°	3°	4°
ARCO				
SINAL				
VARIAÇÃO				

Concluimos que:

- O domínio da função $f(x)$:
- A imagem da função $f(x)$:
- Período :

Agora veremos o gráfico da função cosseno:



O gráfico da função cosseno é chamado de cossenóide e ele continua à direita de 360° e à esquerda de 0 (zero).

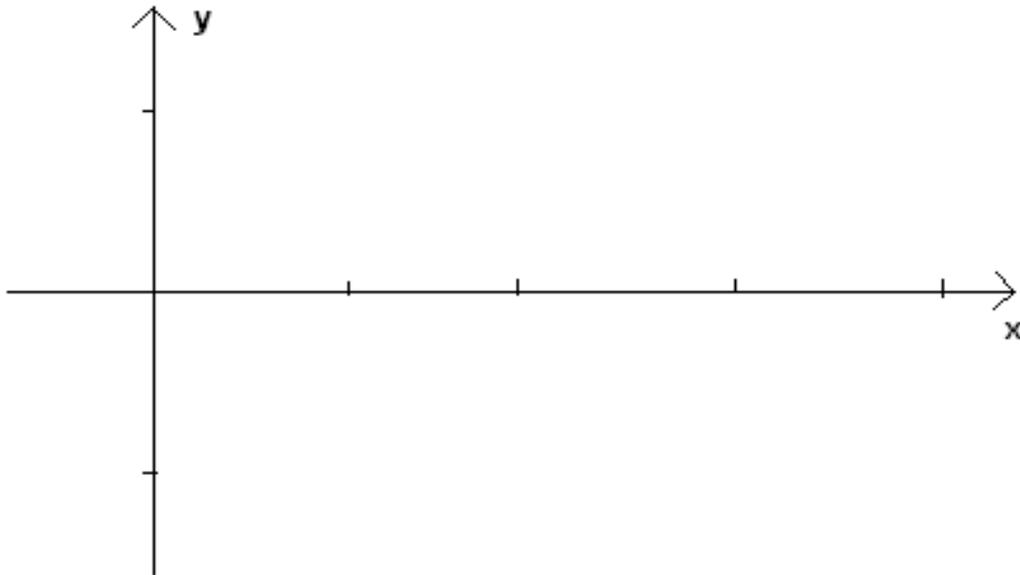
A partir do gráfico, podemos construir o quadro:

QUADRANTE	1°	2°	3°	4°
ARCO				
SINAL				
VARIAÇÃO				

Concluimos que:

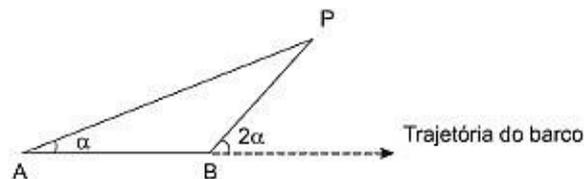
- O domínio da função $f(x) = \cos x$ é o conjunto dos números reais, isto é, $D = \mathbb{R}$.
- A imagem da função $f(x) = \cos x$ é o intervalo $[-1,+1]$, isto é, $-1 \leq \cos x \leq +1$.
- Período:

Para finalizar vamos observar os dois gráficos conjuntamente:



Vejamos agora algumas aplicações do seno e do cosseno:

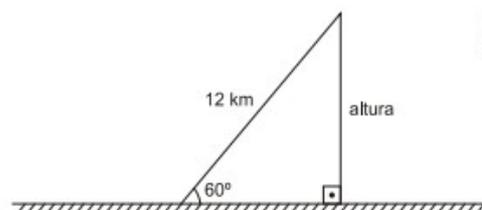
1. (ENEM 2011) Para determinar a distância de um barco até a praia, um navegante utilizou o seguinte procedimento: a partir de um ponto A, mediu o ângulo visual α fazendo mira em um ponto fixo P da praia. Mantendo o barco no mesmo sentido, ele seguiu até um ponto B da praia, no entanto sob um ângulo visual 2α . A figura ilustra essa situação:



Suponha que o navegante tenha medido o ângulo $\alpha = 30^\circ$ e, ao chegar ao ponto B, verificou que havia percorrido a distância $AB = 2\,000$ m. Com base nesses dados e mantendo a mesma trajetória, a menor distância do barco até o ponto fixo P será:

- a) 1000 m.
- b) $1000\sqrt{3}$ m.
- c) $2000\sqrt{3}/3$.
- d) 2000 m.
- e) $2000\sqrt{3}$ m.

2. (CFTMG 2011) Um foguete é lançado de uma rampa situada no solo sob um ângulo de 60° , conforme a figura. A altura em que se encontra o foguete, após ter percorrido 12km, vale?



C. TANCREDO NEVES
 Decr. Cr. nº 31721 - D.O. 26/11/88
 Port. Aut. Func. nº 0664 - D.O. 12/05/88
 Parecer Supl. F. e MCEED 436/99
 18.06.99 - DO 23.06.99
 Port. Aut. Dest. nº 218 - DO 27/07/01



ESTADO DO RIO GRANDE DO SUL
SECRETARIA DA EDUCAÇÃO
8ª COORDENADORIA REGIONAL DE EDUCAÇÃO
COLÉGIO ESTADUAL TANCREDO NEVES - RS
 Rua Armin Schvarcz, s/nº. F.: (55) 3212-9619 - Santa Maria - RS

ATESTADO Nº 726 /15

Atesto para os devidos fins que, EDERSON MEDEIROS DE OLIVEIRA realizou atividade na turma 202 no dia 12/11/2015, turno da tarde neste estabelecimento de ensino como parte do TCC do Curso de Especialização em Ensino de Matemática no Ensino Médio da UFSM.

Santa Maria, 25 de abril de 2016.

Claudia Ely Souza Dalcin

 Claudia Ely Souza Dalcin (Vice-diretora)

Claudia Ely Souza Dalcin
 Vice-Diretora
 Id. Func.: 2739119/01
 D.O.E. 30/12/2015

AVALAÇÃO DA AULA

- O que você achou da aula?
 ruim regular boa muito boa ótima
- O que você achou da didática adotada?
 ruim regular boa muito boa ótima
- A utilização do programa facilitou a sua aprendizagem?
 sim não
- Deixe aqui suas críticas e sugestões sobre a aula:

*mãe temhs nada a declarar aula muito boa sem
críticas conteúdos excelente professora dedicada.*

AVALAÇÃO DA AULA

- O que você achou da aula?
 ruim regular boa muito boa ótima
- O que você achou da didática adotada?
 ruim regular boa muito boa ótima
- A utilização do programa facilitou a sua aprendizagem?
 sim não
- Deixe aqui suas críticas e sugestões sobre a aula:

AVALAÇÃO DA AULA

- O que você achou da aula?
 ruim regular boa muito boa ótima
- O que você achou da didática adotada?
 ruim regular boa muito boa ótima
- A utilização do programa facilitou a sua aprendizagem?
 sim não
- Deixe aqui suas críticas e sugestões sobre a aula:

AVALAÇÃO DA AULA

1. O que você achou da aula?
 ruim regular boa muito boa ótima
2. O que você achou da didática adotada?
 ruim regular boa muito boa ótima
3. A utilização do programa facilitou a sua aprendizagem?
 sim não
4. Deixe aqui suas críticas e sugestões sobre a aula:

A aula foi excelente, adorei o programa, me ajudou muito a compreender a matéria.

AVALAÇÃO DA AULA

1. O que você achou da aula?
 ruim regular boa muito boa ótima
2. O que você achou da didática adotada?
 ruim regular boa muito boa ótima
3. A utilização do programa facilitou a sua aprendizagem?
 sim não
4. Deixe aqui suas críticas e sugestões sobre a aula:

Achei bem interessante, facilitou bastante apesar do meu lento raciocínio.

AVALAÇÃO DA AULA

1. O que você achou da aula?
 ruim regular boa muito boa ótima
2. O que você achou da didática adotada?
 ruim regular boa muito boa ótima
3. A utilização do programa facilitou a sua aprendizagem?
 sim não
4. Deixe aqui suas críticas e sugestões sobre a aula:

Crítica nenhuma, sugestão, mais animação para não ficar entediante.

AVALAÇÃO DA AULA

1. O que você achou da aula?
 ruim regular boa muito boa ótima
2. O que você achou da didática adotada?
 ruim regular boa muito boa ótima
3. A utilização do programa facilitou a sua aprendizagem?
 sim não
4. Deixe aqui suas críticas e sugestões sobre a aula:

Duramos adotado, mas o aluno não tem nem mesmo...

AVALAÇÃO DA AULA

1. O que você achou da aula?
 ruim regular boa muito boa ótima
2. O que você achou da didática adotada?
 ruim regular boa muito boa ótima
3. A utilização do programa facilitou a sua aprendizagem?
 sim não
4. Deixe aqui suas críticas e sugestões sobre a aula:

A aula foi muito boa e interessante

AVALAÇÃO DA AULA

1. O que você achou da aula?
 ruim regular boa muito boa ótima
2. O que você achou da didática adotada?
 ruim regular boa muito boa ótima
3. A utilização do programa facilitou a sua aprendizagem?
 sim não
4. Deixe aqui suas críticas e sugestões sobre a aula:

*A AULA NOS MOSTROU COISAS NOVAS E INTERESSANTES
 NOS MOSTROU UM MODO DE APRENDER MAIS DES-
 CONTRAÍDO.*

AVALAÇÃO DA AULA

1. O que você achou da aula?
 ruim regular boa muito boa ótima
2. O que você achou da didática adotada?
 ruim regular boa muito boa ótima
3. A utilização do programa facilitou a sua aprendizagem?
 sim não

4. Deixe aqui suas críticas e sugestões sobre a aula:

A aula foi excelente e gostei muito que houvesse outra vez no nosso colégio e gostaria de uma vez por semana para esse tipo de matéria.

AVALAÇÃO DA AULA

1. O que você achou da aula?
 ruim regular boa muito boa ótima
2. O que você achou da didática adotada?
 ruim regular boa muito boa ótima
3. A utilização do programa facilitou a sua aprendizagem?
 sim não

4. Deixe aqui suas críticas e sugestões sobre a aula:

Uma sugestão sobre ter a aula didática adotada uma ~~vez~~ vez por semana.

AVALAÇÃO DA AULA

1. O que você achou da aula?
 ruim regular boa muito boa ótima
2. O que você achou da didática adotada?
 ruim regular boa muito boa ótima
3. A utilização do programa facilitou a sua aprendizagem?
 sim não

4. Deixe aqui suas críticas e sugestões sobre a aula:

Hasi atividade, impelções, os nomes torna-se monotono, mas está ótimo.

AVALAÇÃO DA AULA

1. O que você achou da aula?

ruim regular boa muito boa ótima

2. O que você achou da didática adotada?

ruim regular boa muito boa ótima

3. A utilização do programa facilitou a sua aprendizagem?

sim não

4. Deixe aqui suas críticas e sugestões sobre a aula:

Aprendizagem muito boa, facilitou o ensinamento.

AVALAÇÃO DA AULA

1. O que você achou da aula?

ruim regular boa muito boa ótima

2. O que você achou da didática adotada?

ruim regular boa muito boa ótima

3. A utilização do programa facilitou a sua aprendizagem?

sim não

4. Deixe aqui suas críticas e sugestões sobre a aula:

Achei muito boa a aula, a ideia para conseguirmos compreender a matéria foi ótima, pois que não é todo dia que tem professores que saem do sala de aula para ter uma aula diferente.

AVALAÇÃO DA AULA

1. O que você achou da aula?

ruim regular boa muito boa ótima

2. O que você achou da didática adotada?

ruim regular boa muito boa ótima

3. A utilização do programa facilitou a sua aprendizagem?

sim não

4. Deixe aqui suas críticas e sugestões sobre a aula:

Muito produtiva, pois não fica muito clara a questão dos ângulos.

AVALAÇÃO DA AULA

1. O que você achou da aula?
 ruim regular boa muito boa ótima
2. O que você achou da didática adotada?
 ruim regular boa muito boa ótima
3. A utilização do programa facilitou a sua aprendizagem?
 sim não

4. Deixe aqui suas críticas e sugestões sobre a aula:

Achei uma boa aula.

AVALAÇÃO DA AULA

1. O que você achou da aula?
 ruim regular boa muito boa ótima
2. O que você achou da didática adotada?
 ruim regular boa muito boa ótima
3. A utilização do programa facilitou a sua aprendizagem?
 sim não

4. Deixe aqui suas críticas e sugestões sobre a aula:

AVALAÇÃO DA AULA

1. O que você achou da aula?
 ruim regular boa muito boa ótima
2. O que você achou da didática adotada?
 ruim regular boa muito boa ótima
3. A utilização do programa facilitou a sua aprendizagem?
 sim não

4. Deixe aqui suas críticas e sugestões sobre a aula:
