

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA MARIA
UNIVERSIDADE ABERTA DO BRASIL
CENTRO DE CIÊNCIAS NATURAIS E EXATAS
CURSO DE ESPECIALIZAÇÃO EM ENSINO DE MATEMÁTICA NO
ENSINO MÉDIO

Denise Ritter

**O ENSINO DE PROBABILIDADE GEOMÉTRICA COM O AUXÍLIO
DE JOGOS: UMA EXPERIÊNCIA PARA O ENSINO MÉDIO**

Santa Maria, RS
2016

Denise Ritter

**O ENSINO DE PROBABILIDADE GEOMÉTRICA COM O AUXÍLIO DE JOGOS:
UMA EXPERIÊNCIA PARA O ENSINO MÉDIO**

Trabalho de conclusão apresentado ao Curso de Especialização em Ensino de Matemática no Ensino Médio (EaD), da Universidade Federal de Santa Maria (UFSM, RS), como requisito parcial para obtenção do título de **Especialista em Ensino de Matemática no Ensino Médio.**

Orientador: Prof. Dr. Ricardo Fajardo

Santa Maria, RS
2016

Denise Ritter

**O ENSINO DE PROBABILIDADE GEOMÉTRICA COM O AUXÍLIO DE JOGOS:
UMA EXPERIÊNCIA PARA O ENSINO MÉDIO**

Trabalho de conclusão apresentado ao Curso de Especialização em Ensino de Matemática no Ensino Médio (EaD), da Universidade Federal de Santa Maria (UFSM, RS), como requisito parcial para obtenção do título de **Especialista em Ensino de Matemática no Ensino Médio.**

Aprovado em 14 de maio de 2016:

Ricardo Fajardo, Dr. (UFSM)
(Presidente/Orientador)

Prof. Ms. Luis Sebastião Barbosa Bemme

Profa. Dra. Luciane Gobbi Tonet

Santa Maria, RS
2016

AGRADECIMENTOS

Agradeço a Deus por ter me concedido vontade, determinação, força, perseverança e fé para chegar ao final de mais uma etapa importante na minha vida e alcançar meus objetivos.

Agradeço aos professores do curso por transmitirem seus conhecimentos, me ajudando a crescer academicamente e profissionalmente. Aos tutores presenciais e à distância que não mediram esforços para sanar as dúvidas e auxiliar nas dificuldades. Ao meu orientador professor Ricardo Fajardo, pela dedicação e disponibilidade para ajudar sempre que necessitei.

Agradeço ao Colégio Estadual Manoel Ribas por ter permitido a realização desta pesquisa. A regente da turma em que foram aplicadas as atividades, pela confiança e pelo espaço concedido. A turma de alunos que participaram desta pesquisa, por terem se dedicado as atividades propostas e tornarem possível a realização deste estudo.

Agradeço aos professores Luis Sebastião Barbosa Bemme e Luciane Gobbi Tonet por aceitarem ser banca desta monografia e pelas contribuições que enriqueceram este trabalho.

Agradeço a minha família, pela força transmitida, incentivo e compreensão nos momentos difíceis. Enfim a todos que sempre me apoiaram e contribuíram de alguma forma para a concretização deste trabalho.

*Educar não é ensinar respostas,
Educar é ensinar a pensar.*

Rubem Alves.

RESUMO

O ENSINO DE PROBABILIDADE GEOMÉTRICA COM O AUXÍLIO DE JOGOS: UMA EXPERIÊNCIA PARA O ENSINO MÉDIO

AUTORA: Denise Ritter

ORIENTADOR: Prof. Dr. Ricardo Fajardo

Data da Defesa: 14 de maio de 2016.

A Probabilidade Geométrica possibilita associar os estudos de Probabilidade e noções geométricas, mas normalmente não é trabalhada nas aulas de Matemática do Ensino Médio. O objetivo deste trabalho é compreender em que medida o desenvolvimento de atividades envolvendo a Probabilidade Geométrica e utilizando como recurso os jogos, contribui para a aprendizagem matemática de alunos do primeiro ano do Ensino Médio. As atividades foram desenvolvidas em uma escola pública do município de Santa Maria, com uma turma de primeiro ano. Foram necessários quatro períodos de aula para o desenvolvimento das mesmas. Como instrumento de coleta de dados foram utilizados dois questionários, um antes do desenvolvimento das atividades e outro após. Os resultados evidenciaram que a maioria dos alunos não conhecia a Probabilidade Geométrica, e que a atividade proposta possibilitou que os estudantes utilizassem os conhecimentos geométricos que já dispunham para resolver problemas de Probabilidade.

Palavras-chave: Atividade. Probabilidade Geométrica. Aprendizagem. Ensino Médio.

ABSTRACT

THE TECHING OF PROBABILITY WITH THE AID OF GEOMETRIC GAMES: AN EXPERIENCE FOR SECONDARY EDUCATION

AUTHOR: Denise Ritter
ADVISOR: Prof. Dr. Ricardo Fajardo
Data of defense: May 14th. of 2016.

Geometric Probability enables to associate probability studies and geometric notions, but usually is not studied in High School Math classes. The objective of this study is to understand on what extent the development of activities involving the Geometric Probability and using as resources the games, contributes to mathematics learning of students in the first year of High School. The activities were developed in a public school in the city of Santa Maria, with a group of first year. Were necessary four class periods for their development. As data collection instrument used two questionnaires, one before the development of the activities and another after. The results showed that most students did not know the Geometric Probability, and that the proposed activity enabled students would use the geometric knowledge that already had to solve probability problems.

Keywords: Activity. Geometric Probability. Learning. High School.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 - Probabilidade envolvendo comprimento.....	15
Figura 2 - Representação da situação do Exemplo 1.....	16
Figura 3 - Probabilidade envolvendo área.....	17
Figura 4 - Representação da situação do Exemplo 2.....	18
Figura 5 - Probabilidade envolvendo volume.....	19
Figura 6 - Representação da situação do Exemplo 3.....	20
Figura 7 – Imagem do alvo e das pedras coloridas.....	29
Figura 8 - Representação da situação do Exercício 1.....	35
Figura 9 - Representação da situação do Exercício 2.....	37
Figura 10 - Representação da situação do Exercício 3.....	38
Figura 11 - Alunos resolvendo os problemas propostos.....	39

LISTA DE QUADROS

Quadro 1 - Resultados obtidos nos lançamentos.....	29
Quadro 2 - Região do alvo e sua respectiva Probabilidade.....	32

LISTA DE GRÁFICOS

Gráfico 1 - Questão “Você já ouviu falar em Probabilidade Geométrica?”.....	26
Gráfico 2 - Questão “O que acha que pode ser Probabilidade Geométrica?”.....	27
Gráfico 3 - Questão “O que você achou da atividade sobre Probabilidade Geométrica?”	40
Gráfico 4 - Questão “O que você mais gostou da atividade?”	41
Gráfico 5 - Questão “Quais as suas sugestões para melhorar a atividade?”.....	41

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO.....	12
2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA	14
2.1 ENSINO DE PROBABILIDADE GEOMÉTRICA	14
2.1.1 Probabilidade envolvendo comprimentos.....	15
2.1.2 Probabilidade envolvendo áreas	17
2.1.3 Probabilidade envolvendo volumes.....	18
2.2 JOGOS.....	21
3 CAMINHOS METODOLÓGICOS	24
3.1 SUJEITOS E CONTEXTO DA PESQUISA.....	24
3.2 PROCEDIMENTOS PARA A IMPLEMENTAÇÃO DA PROPOSTA	24
4 DESENVOLVIMENTO DA PESQUISA.....	26
4.1 QUESTIONÁRIO INICIAL.....	26
4.2 APRESENTAÇÃO E DESCRIÇÃO DAS ATIVIDADES	27
4.3 QUESTIONÁRIO APÓS AS ATIVIDADES	39
5 CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	43
REFERÊNCIAS.....	44
APÊNDICE A – QUESTIONÁRIO INICIAL.....	46
APÊNDICE B – ROTEIRO 1.....	47
APÊNDICE C – QUESTIONÁRIO FINAL	50

1 INTRODUÇÃO

A matemática está presente em várias situações cotidianas. Segundo os Parâmetros Curriculares para o Ensino Médio (BRASIL, 2002) o conhecimento matemático é necessário em diversas situações da vida cotidiana e também fundamental para desenvolver habilidades de pensamento. Ainda segundo Brasil (2002), a matemática do Ensino Médio contribui para ler e interpretar a realidade, também auxilia no desenvolvimento de capacidades que são exigidas ao longo da vida social e profissional.

Além do mais, os Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio (BRASIL, 2000) ressaltam que a integração dos diferentes conhecimentos contribui para uma aprendizagem motivadora. Destacam também que o conhecimento escolar deve ser trabalhado de forma a estabelecer conexões entre os diferentes conhecimentos, não sendo trabalhados de forma segmentada. Nessa perspectiva se torna importante que se estabeleçam relações entre os conteúdos de uma disciplina, para que os mesmos não sejam abordados de forma individualizada.

Segundo Tunala (1992) em alguns problemas de Probabilidade os espaços amostrais são representados por figuras geométricas, sendo a Probabilidade de um determinado evento determinada através da relação entre medidas geométricas, como comprimento, área ou volume. Nesse contexto os problemas de Probabilidade Geométrica segundo Caetano e Paterlini (2013), possibilitam que os alunos associem estudos de Probabilidade e conhecimentos geométricos.

O objetivo deste trabalho é compreender em que medida o desenvolvimento de atividades envolvendo a Probabilidade Geométrica e utilizando como recurso os jogos, contribui para a aprendizagem matemática de alunos do primeiro ano do Ensino Médio.

O tópico de Probabilidade Geométrica foi escolhido para o desenvolvimento da aula inédita¹ por normalmente não ser trabalhado nas aulas de Matemática no Ensino Médio (CAETANO; PATERLINI, 2013). Esse problema pode acontecer em virtude desse conteúdo não ser abordado nos livros didáticos. Lima (2001) realizou uma análise de doze coleções de livros didáticos de Matemática utilizados nas três séries do Ensino Médio no Brasil, e verificou que a Probabilidade Geométrica é abordada em apenas um deles: no volume 2, versão Beta, do livro de Bianchini e Paccola. Lima (2001, p. 97) acrescenta que: “Este

¹ Aula inédita conforme as orientações do curso de especialização em Ensino de Matemática no Ensino Médio significa uma aula nunca aplicada antes, que seja uma novidade tanto para o professor quanto para os alunos.

assunto, raramente abordado no Ensino Médio, é uma introdução apropriada à noção de Probabilidade contínua e proporciona exemplos bastante motivadores.”

Segundo Caetano e Paterlini (2013), Wagner (1997) na escola o ensino de Probabilidade normalmente se restringe a contagem de casos favoráveis e casos possíveis. Silva, Campos e Itacarambi (2008) colocam que conteúdo de Probabilidade é apresentado nos livros didáticos, normalmente com o uso de baralhos, moedas e dados. Carvalho e Santos (2013, p. 2041) ressaltam que: “Usar figuras geométricas para o ensino de Probabilidade é um diferente método de ensino, mais diversificado e menos tradicional, acarretando assim mais entusiasmo, pois ao passo de estarem aprendendo estarão também revendo conceitos de área das figuras geométricas.”

Considerando a importância do estudo do tópico de Probabilidade Geométrica, foi desenvolvida uma aula inédita a fim de trabalhar esse conteúdo. Como recurso para auxiliar no desenvolvimento dessa aula foram escolhidos os jogos, pois, segundo Smole et al. (2008), os jogos nas aulas de matemática possibilitam uma situação de prazer e aprendizagem significativa.

Na seção 2 é apresentado o referencial teórico que fundamentou este trabalho. No item 2.1 é descrito o desenvolvimento histórico da Probabilidade Geométrica e também alguns conceitos fundamentais, sendo no item 2.1.1 descrita a Probabilidade envolvendo comprimentos, no 2.1.2 a Probabilidade envolvendo áreas e no item 2.1.3 a Probabilidade envolvendo volumes. No item 2.2 são tecidos alguns comentários sobre os jogos, como alternativa para motivar os alunos, despertando sua curiosidade, interesse e auxiliar no ensino e aprendizagem de Matemática.

Na seção 3 é apresentado os caminhos metodológicos da pesquisa, sendo descritos os sujeitos e o contexto da pesquisa no item 3.1 e no item 3.2 são descritos os procedimentos realizados para a implementação da proposta.

Na seção 4 é apresentado o desenvolvimento da pesquisa, o item 4.1 descreve a análise dos dados obtidos no questionário inicial proposto aos estudantes antes do desenvolvimento da aula inédita. O item 4.2 apresenta a descrição das atividades desenvolvidas juntamente com os resultados obtidos. No item 4.3 é apresentada a análise dos dados obtidos no questionário aplicado após o desenvolvimento das atividades.

Na seção 5 são apresentadas as considerações finais, sendo ressaltados os principais aspectos de cada momento da pesquisa, na sequência são apresentadas as referências utilizadas para o desenvolvimento desse trabalho e os apêndices.

2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Nesta seção serão apresentados alguns aspectos históricos e conceituais do conteúdo matemático escolhido para a aula inédita, no caso a Probabilidade Geométrica, e algumas reflexões sobre os jogos, recurso escolhido para o desenvolvimento dessa aula.

2.1 ENSINO DE PROBABILIDADE GEOMÉTRICA

A Probabilidade Geométrica teve seu início em torno do século XVIII com o naturalista francês George Louis Leclerc, conhecido como Conde de Buffon (1707 - 1788). Buffon estudou o famoso problema da “Agulha de Buffon”, publicando-o em seu livro *Essai d'Arithmétique Morale*, o qual, segundo Caetano e Paterlini (2013), é o primeiro tratado conhecido sobre Probabilidade Geométrica. O problema da “Agulha de Buffon” era o seguinte: “Considere uma área plana, dividida em faixas de larguras iguais, a , por retas paralelas. Lance sobre esta região, ao acaso, uma agulha de comprimento $2r$, com $2r < a$. Qual a Probabilidade de que a agulha corte uma das paralelas?” (MORGADO et al, 1991, p. 9). Na solução desse problema, segundo Alcântara (2014), repetindo o experimento várias vezes, o valor da Probabilidade se aproximara do número π .

Ainda no livro *Essai d'Arithmétique Morale*, Buffon apresentou o *Jogo dos Discos*, também conhecido por *Jogo dos Ladrilhos* ou *Jogo de Franc Carreau*: “Em um plano pavimentado com quadrados de lado l é lançado aleatoriamente um disco de diâmetro d . Qual a Probabilidade do disco, depois de pousar no plano, não intersectar e nem tangenciar os lados de quadrado algum?” (LOPES; SALVADOR; FILHO, 2012, p. 49).

O francês Joseph Louis François Bertrand (1822-1900) também contribuiu no desenvolvimento da Probabilidade Geométrica. Bertrand publicou em seu livro *Calcul des probabilités* um paradoxo conhecido como “O paradoxo de Bertrand”: “Escolhendo ao acaso uma corda de uma circunferência, qual é a Probabilidade de que ela seja maior que o lado do triângulo equilátero inscrito nessa circunferência?” (WAGNER, 1997, p. 32).

A Probabilidade Geométrica segundo Gondim (2013) é uma parte do estudo de Probabilidade em que se faz necessário utilizar noções geométricas para resolver problemas probabilísticos. De acordo com Pereira (2011, p.1): “[...] na teoria de Probabilidades geométricas, os elementos aleatórios não são quantidades, mas os objetos geométricos como

pontos linhas e rotações.” As noções geométricas mais utilizadas para resolver esse tipo de problema são comprimento, área e volume. Tunala (1992, p.16) coloca que:

Alguns problemas de Probabilidade são equivalentes à seleção aleatória de pontos em espaços amostrais representados por *figuras geométricas*. Nos modelos em apreço, a Probabilidade de um determinado evento se reduz à relação – ou ao seu limite, caso exista – entre, medidas geométricas homogêneas, tais como comprimento, área ou volume.

Na sequência são apresentados os conceitos juntamente com exemplos de Probabilidade envolvendo comprimentos, áreas e volumes.

2.1.1 Probabilidade envolvendo comprimentos

Em muitos problemas precisamos escolher um ponto em uma determinada linha, nesses casos se faz necessário à noção de Probabilidade utilizando comprimento. Tunala (1992, p.16-17) apresenta a seguinte definição: suponhamos que um segmento CD seja parte de um outro segmento AB e que se tenha escolhido ao acaso um ponto de AB. Se admitirmos que a Probabilidade de este ponto pertencer a CD é proporcional ao comprimento de CD e não depende do lugar que CD ocupa em AB, então a Probabilidade de que o ponto selecionado esteja em CD será (Figura 1):

$$P = \frac{\text{comprimento de CD}}{\text{comprimento de AB}}$$

Figura 1- Probabilidade envolvendo comprimento



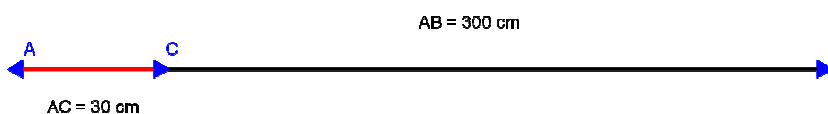
Fonte: elaborado pela autora.

A seguir, é apresentado um exemplo que aborda a Probabilidade envolvendo comprimento.

Exemplo 1: Qual a Probabilidade de, em uma corda de comprimento 3 metros, um ponto pertencer exatamente aos 30 centímetros iniciais? (Adaptado de Gondim, 2013).

Uma possível solução para esse problema é dada conforme segue: Inicialmente vamos converter todos os dados para a mesma unidade de medida. Dessa forma, em uma corda de 300 centímetros, vamos determinar a probabilidade de um de seus pontos pertencerem aos 30 centímetros iniciais.

Figura 2 - Representação da situação do Exemplo 1



Fonte: elaborado pela autora.

Assim, a Probabilidade solicitada é a de um ponto do segmento AB, de 300 centímetros, pertencer ao segmento AC, de 30 centímetros.

$$P(AC) = \frac{\text{Medida do comprimento de AC}}{\text{Medida do comprimento de AB}} = \frac{30}{300} = \frac{3}{300} = 0,1$$

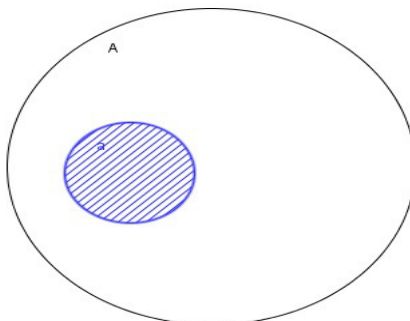
Portanto, a Probabilidade de que o ponto pertença aos 30 centímetros iniciais é de 10%.

2.1.2 Probabilidade envolvendo áreas

Gondim (2014) e Alcântara (2014) colocam que a área de figuras planas é a noção geométrica mais utilizada na resolução de problemas de Probabilidade Geométrica. Tunala (1992, p. 17) apresenta a seguinte definição: suponhamos que uma figura plana a seja parte de outra figura plana A e que se tenha escolhido ao acaso um ponto de A . Se admitirmos que a Probabilidade de este ponto pertencer a a é proporcional à área de a e não depende do lugar que a ocupa em A , então a Probabilidade de que o ponto selecionado esteja em a será (Figura 3):

$$P = \frac{\text{área de } a}{\text{área de } A}$$

Figura 3 - Probabilidade envolvendo área

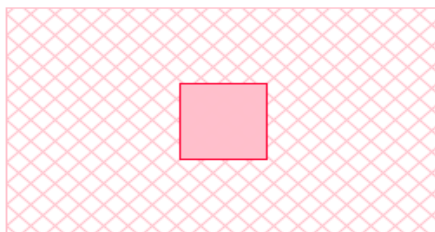


Fonte: elaborado pela autora.

No que segue, é apresentado um exemplo que aborda a Probabilidade envolvendo área.

Exemplo 2: Um garoto atira dardos em uma tábua retangular de 50 cm de comprimento por 40 cm de altura. Ele sempre consegue acertar na tábua, em cujo centro há um alvo quadrado de 20 cm de lado. Qual é a probabilidade de o garoto acertar o alvo?

Figura 4 - Representação da situação do Exemplo 2



Fonte: elaborado pela autora.

Para resolver esse problema vamos inicialmente determinar a área do alvo e da tábua:

Área do alvo:

$$A = l^2$$

$$A = 20^2$$

$$A = 400\text{cm}^2$$

Área da tábua:

$$A = l \cdot l$$

$$A = 50 \cdot 40$$

$$A = 2000\text{cm}^2$$

Temos que a Probabilidade de o garoto acertar o alvo é dada pelo quociente entre a área do quadrado e a área da tábua. Logo:

A probabilidade de o garoto acertar o alvo é igual a:

$$P(C) = \frac{\text{área do quadrado}}{\text{área da tábua}} = \frac{400}{2000} = \frac{1}{5} = 0,2 \text{ ou } 20\%$$

Portanto, a Probabilidade do garoto acertar o alvo é de 20%.

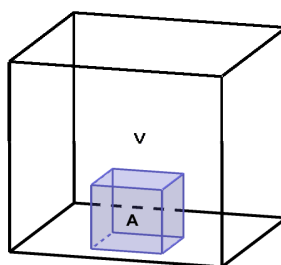
2.1.3 Probabilidade envolvendo volumes

Conforme Gondim (2013) os problemas de Probabilidade usando volume são poucos, mas não menos importantes. Tunala (1992, p. 17) apresenta a seguinte definição: suponhamos que um sólido A seja parte de outro sólido V e que se tenha escolhido ao acaso um ponto de V . Se admitirmos que a Probabilidade desse ponto pertencer a A é proporcional ao volume de A e

não depende do lugar que A ocupa em V , então selecionando ao acaso um ponto de V , a Probabilidade de que ele pertença a uma parte de A será (Figura 5):

$$P = \frac{\text{volume de } A}{\text{volume de } V}$$

Figura 5- Probabilidade envolvendo volume

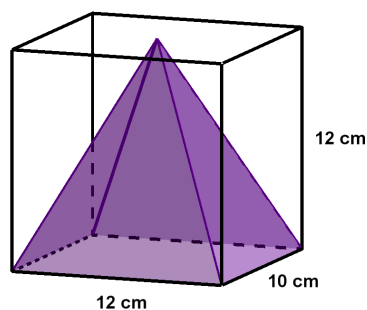


Fonte: elaborado pela autora.

No que segue, é apresentado um exemplo que aborda a Probabilidade envolvendo volume.

Exemplo 3: Em um paralelepípedo retangular de 12 centímetros de comprimento por 10 centímetros de largura e por 12 centímetros de altura, temos uma pirâmide retangular inscrita, como mostra a Figura 6:

Figura 6 - Representação da situação do Exemplo 3



Fonte: elaborado pela autora.

Qual a probabilidade de, ao escolhermos um ponto ao acaso no interior do paralelepípedo, esse ponto pertencer à pirâmide?

Temos que a probabilidade solicitada é dada pelo quociente entre o volume da pirâmide e do paralelepípedo. Vamos então determinar o volume desses sólidos:

O volume do paralelepípedo retângulo é:

$$\begin{aligned} V &= A_b \cdot h \\ V &= 12 \cdot 10 \cdot 12 \\ V &= 1440 \text{ cm}^3 \end{aligned}$$

O volume da pirâmide é:

$$\begin{aligned} V &= \frac{1}{3} \cdot A_b \cdot h \\ V &= \frac{1}{3} \cdot 12 \cdot 10 \cdot 12 \\ V &= 480 \text{ cm}^3 \end{aligned}$$

Logo, a probabilidade solicitada é:

$$P = \frac{\text{volume da pirâmide}}{\text{volume do paralelepípedo}} = \frac{480}{1440} = \frac{1}{3} = 0,33333\dots$$

Portanto, a chance de, escolhido um ponto ao acaso no paralelepípedo retângulo, ele pertencer à pirâmide é de aproximadamente 33,33%.

Considerando que a Probabilidade Geométrica normalmente não é trabalhada nas aulas de Matemática no Ensino Médio e possibilita associar os estudos de Probabilidade e os conhecimentos geométricos, se ressalta a importância desse tema para o desenvolvimento da aula inédita. Os jogos foram o recurso escolhido para auxiliar no desenvolvimento dessa aula e potencializar o processo de ensino e aprendizagem, sendo apresentadas na sequência algumas reflexões sobre os jogos e suas contribuições na aprendizagem de Matemática.

2.2 JOGOS

O uso de jogos nas aulas de matemática segundo Smole et al. (2008) altera o modelo tradicional de ensino, que muitas vezes tem como principal recurso didático o livro e exercícios padronizados, ocasionando uma mudança significativa nos processos de ensino e aprendizagem. Grandó (2000, p. 26) coloca que:

Ao analisarmos os atributos e/ou características do jogo que pudessem justificar sua inserção em situações de ensino, evidencia-se que este representa uma atividade lúdica, que envolve o desejo e o interesse do jogador pela própria ação do jogo, e mais, envolve a competição e o desafio que motivam o jogador a conhecer seus limites e suas possibilidades de superação de tais limites, na busca da vitória, adquirindo confiança e coragem para se arriscar.

O educador, conforme Avello (2006) tem o papel de buscar e desenvolver estratégias que motivem os alunos para a aprendizagem, dentre elas destacam-se os jogos, que fazem parte da metodologia lúdica definida por Silveira como (1998, p.15): “[...] todos os métodos, todos os recursos usados pelo professor para que ocorra o ensino e aprendizagem de maneira prazerosa por parte do aluno. Metodologia essa fundamentada em atividades concretas, reais, levando em conta o interesse do aluno.”

As atividades lúdicas, segundo Avello (2006), quando bem trabalhadas, facilitam a aprendizagem. Dessa forma, os jogos, quando bem planejados, são um recurso pedagógico eficaz para a construção do conhecimento matemático, buscando fazer com que os alunos gostem dessa disciplina, rompendo os bloqueios que alguns possuem em relação à Matemática. Grandó (2000, p. 37) complementa que: “[...] quanto aos processos de ensino-aprendizagem da Matemática, o elemento jogo se apresenta com formas específicas e

características próprias, propícias a contribuir para a compreensão de muitas das estruturas existentes e algumas de difícil assimilação.”

Quartieri e Rehfeldt (2004) colocam que os jogos podem ser utilizados para introduzir um assunto, para desenvolvê-lo ou concluí-lo. Segundo esses autores, o mais importante não é o momento em que o jogo é utilizado, mas a forma como ele é conduzido, ele deve ser acompanhado de reflexões e indagações, que o educador propõe ao grupo de alunos para estimular o aprendizado. Conforme Avello (2006, p.22):

Para que os jogos passem a ser estratégias didáticas que auxiliem na construção do conhecimento e no desenvolvimento global do educando, é preciso planejar as situações, visando à aprendizagem, a um conhecimento. Estas situações devem ter uma intencionalidade educativa; portanto, devem ser planejadas pelo professor a fim de alcançar objetivos predeterminados.

Segundo Quartieri e Rehfeldt (2004) o jogo é uma estratégia que pode ser utilizada nas aulas de matemática, mas é necessário que seja planejado, adaptado e adequado a realidade e aos conhecimentos dos estudantes, deve representar um desafio e provocar o pensamento reflexivo. Grando (2000) coloca que no trabalho com jogos é importante ter bem claros os objetivos que se deseja alcançar, que a metodologia a ser empregada seja adequada ao nível em que se está trabalhando e que o jogo represente uma atividade desafiadora para o aluno.

Grando ainda acrescenta que (2000, p. 27): “[...] é necessário que a atividade de jogo proposta, represente um verdadeiro desafio ao sujeito, ou seja, que seja capaz de gerar “conflitos cognitivos” ao sujeito, despertando-o para a ação, para o envolvimento com a atividade, motivando-o ainda mais.” Conforme Avello (2006) o jogo desenvolve no aluno a iniciativa, o raciocínio, a memória, a tensão, a curiosidade, o interesse e a concentração.

Smole et al. coloca que: “O trabalho com jogos nas aulas de matemática, quando bem planejado e orientado, auxilia o desenvolvimento de habilidades como observação, análise, levantamento de hipóteses, busca de suposições, reflexão, tomada de decisão, argumentação e organização [...]” (SMOLE et al 2008, p. 09). Ainda segundo esses autores, essas habilidades se desenvolvem porque, durante o jogo, os alunos têm de resolver problemas, investigar, refletir, usar estratégias para definir melhor jogada, analisar as regras e estabelecer relações entre os conceitos matemáticos e os elementos do jogo. Conforme Gonçalves (2010, p. 3):

[...] o lúdico evidenciado nos jogos é uma maneira de atingir alguns aspectos que propiciam a aprendizagem, uma vez que tornam as aulas mais prazerosas e interessantes para os alunos, fazendo com que o educando desenvolva estratégias próprias para atingir seus objetivos.

Avello (2006) acrescenta que os jogos constituem uma estratégia que auxilia o professor na tarefa de ensinar, proporcionando ampliar os conhecimentos dos alunos de forma lúdica, prazerosa, despertando seu interesse em relação ao objeto de estudo.

3 CAMINHOS METODOLÓGICOS

3.1 SUJEITOS E CONTEXTO DA PESQUISA

A aula inédita foi desenvolvida em uma turma de primeiro ano do Colégio Estadual Manoel Ribas. Este colégio se localiza na Rua José do Patrocínio, número 85, bairro Centro, na cidade de Santa Maria, estado do Rio Grande do Sul. A escola possui o Regimento escolar do curso de Ensino Médio politécnico (2014), segundo o qual o Ensino Médio, como etapa final da educação básica, tem a finalidade de garantir uma educação de qualidade, que propicie aos estudantes o exercício da cidadania. Também visa possibilitar condições para o desenvolvimento do educando, oferecendo meios para que o estudante consiga progredir no trabalho e em estudos posteriores.

Os objetivos da escola, segundo o Regimento escolar (2014), estão centrados em oportunizar aos alunos a construção dos conhecimentos, articulando as áreas do conhecimento e promovendo a relação entre teoria e prática. Também visam auxiliar o estudante na inserção na sociedade e no desempenho de seu papel de cidadão. Nessa perspectiva, a escola desenvolve um processo educacional que estimula a formação permanente dos alunos, também viabilizando a inclusão dos alunos com atendimento educacional especializado.

Ainda conforme o Regimento escolar (2014), o aluno, ao concluir o terceiro ano do Ensino Médio Politécnico, deverá ser capaz de consolidar a construção do conhecimento, promovendo sua inserção social. Também deverá ser capaz de articular os conhecimentos construídos, estabelecendo relações entre teoria e prática, transformando sua realidade.

Os alunos do Colégio Manoel Ribas são em geral de classe média baixa a classe baixa, residem na cidade e arredores e em alguns bairros mais afastados.

3.2 PROCEDIMENTOS PARA A IMPLEMENTAÇÃO DA PROPOSTA

O propósito desse trabalho foi desenvolver uma aula inédita com alunos do Ensino Médio utilizando a Probabilidade Geométrica, considerando que esse conteúdo normalmente não é trabalhado nas aulas de Matemática no Ensino Médio. As atividades foram desenvolvidas antes do conteúdo de Probabilidade ser trabalhado pela regente da turma.

A aula inédita teve por objetivo compreender em que medida o desenvolvimento de atividades envolvendo a Probabilidade Geométrica e utilizando como recurso os jogos, contribui para a aprendizagem matemática de alunos do primeiro ano do Ensino Médio.

A escolha do conteúdo de Probabilidade Geométrica para o desenvolvimento da atividade foi considerando que ele normalmente não é trabalhado nas aulas de Matemática no Ensino Médio. Considerando esse aspecto ele atende a proposta da aula inédita, uma aula que nunca foi aplicada antes, que seja novidade tanto para o professor quanto para os alunos.

Entrando em contato com Colégio Estadual Manoel Ribas, foi apresentada a proposta de trabalhar o conceito de Probabilidade Geométrica utilizando jogos. A atividade despertou o interesse de uma professora de primeiro ano, que trabalha o conteúdo de Probabilidade nessa série. A professora disponibilizou uma turma e quatro períodos para o desenvolvimento das atividades, sendo estes sempre dois consecutivos, portanto foram trabalhadas duas aulas em dias diferentes com os alunos.

A ideia inicial era observar uma aula na turma para depois realizar as atividades da aula inédita. Mas em virtude da perspectiva de greve isso não foi possível, sendo sugerido pela professora regente que realizasse imediatamente as atividades, pois haveria apenas quatro períodos de aula com a turma e depois haveria greve por tempo indeterminado. Outro fator relevante foi que os períodos estavam sendo reduzidos de 25 minutos cada um, portanto as atividades foram adaptadas para se adequarem ao tempo disponível. Os dois primeiros períodos foram então reduzidos, no dia que seria a segunda aula ocorreu uma paralização não havendo aula. Na semana seguinte as aulas foram retomadas em período integral, sendo a segunda aula realizada em dois períodos normais de 45 minutos.

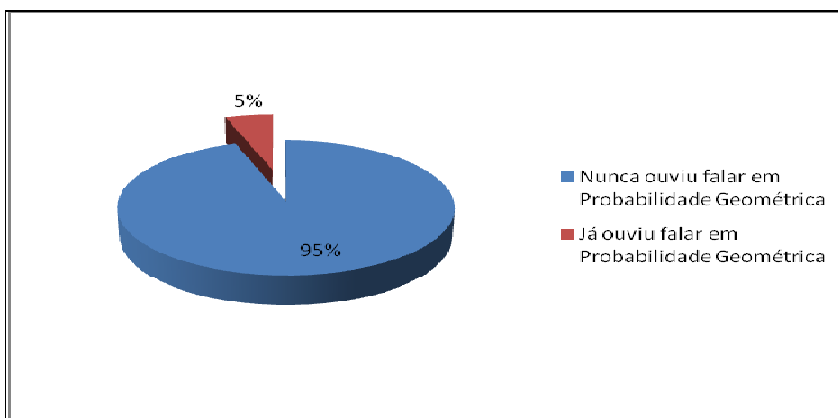
4 DESENVOLVIMENTO DA PESQUISA

4.1 QUESTIONÁRIO INICIAL

Antes do desenvolvimento da aula inédita foi proposto aos alunos que respondessem um questionário (pré-teste), Apêndice A, para detectar seus conhecimentos prévios sobre Probabilidade Geométrica.

As respostas dos alunos a primeira pergunta do questionário (Gráfico 1) possibilitaram perceber que a maioria nunca havia ouvido falar em Probabilidade Geométrica. Aproximadamente 5% (1 aluno) respondeu que já ouviu falar sobre Probabilidade Geométrica em outra escola que estudou, mas que não lembrava de muita coisa.

Gráfico 1 – Questão “Você já ouviu falar em Probabilidade Geométrica?”

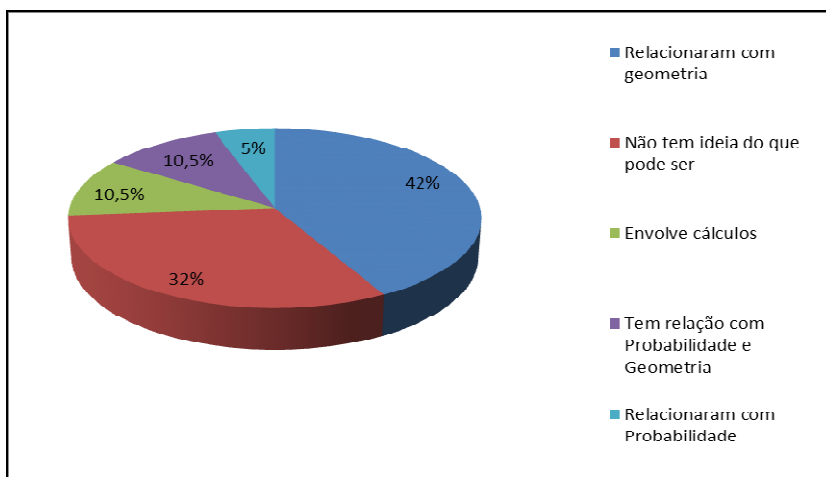


Fonte: elaborado pela autora.

A segunda pergunta do questionário foi a seguinte: “Você já estudou Probabilidade Geométrica? Se sim em qual série?” Todos os alunos, responderam que nunca estudaram Probabilidade Geométrica, portanto as atividades da aula inédita representaram uma novidade para os alunos em relação ao conteúdo trabalhado.

Também foi perguntado aos estudantes o que eles acreditavam que poderia ser Probabilidade Geométrica, as respostas a essa pergunta são apresentadas no Gráfico 2.

Gráfico 2 – Questão “O que você acha que pode ser Probabilidade Geométrica?”



Fonte: elaborado pela autora.

As respostas a essa pergunta possibilitaram perceber que a maioria dos estudantes acreditavam que a Probabilidade Geométrica tem relação com Geometria.

Pelas respostas dos estudantes no questionário, pode-se perceber que a maioria dos alunos não conhece, nem estudou Probabilidade Geométrica. Após os alunos responderem o questionário, foi dado início a aula inédita.

4.2 APRESENTAÇÃO E DESCRIÇÃO DAS ATIVIDADES

Na primeira aula, estavam presentes 19 alunos, sendo a seguir será descrito o plano de aula, juntamente com as atividades realizadas e os resultados obtidos na aplicação da proposta.

PLANO DE AULA

Estrutura Curricular

- Modalidade/nível de Ensino: Ensino Médio
- Componente curricular: Matemática
- Tema: Probabilidade Geométrica.

Dados da Aula

A aula inédita teve por objetivo compreender em que medida o desenvolvimento de atividades envolvendo a Probabilidade Geométrica e utilizando como recurso os jogos, contribui para a aprendizagem matemática de alunos do primeiro ano do Ensino Médio.

- Duração das atividades: 4 aulas.
- Conhecimentos prévios trabalhados pelo professor com o aluno: área de figuras planas e noções de porcentagem.
- Estratégias e recursos da aula: a atividade foi dividida em quatro momentos: num primeiro momento foi apresentado um problema aos alunos. O segundo momento consistiu na execução do experimento seguido do cálculo da Probabilidade experimental. No terceiro momento foi realizada uma abordagem teórica sobre a Probabilidade Geométrica e, para finalizar, foram propostos alguns problemas para que os alunos resolverem.

Descrição das atividades

Para facilitar o trabalho os alunos receberam o Roteiro 1 que consta no Apêndice B. Esse roteiro foi elaborado para agilizar o desenvolvimento das atividades, em virtude do tempo disponível ser reduzido.

A aula iniciou com a apresentação da seguinte situação problema: “Considere um experimento no qual um atirador acerta um alvo com uma pedra de forma totalmente aleatória. Calcule a Probabilidade da pedra atingir cada região do alvo.” (Adaptado de GONDIM, 2013, p. 46).

Foi realizada juntamente com os alunos a leitura da situação problema, sendo propostos questionamentos aos alunos a fim de verificar sua compreensão quanto ao problema proposto, bem como detectar seus conhecimentos prévios e dificuldades. Na sequência, a turma foi organizada em grupos de quatro participantes para execução do experimento. Os alunos receberam os materiais do jogo, no caso o alvo e duas pedras de cores diferentes (Figura 7).

Figura 7 - Imagem do alvo e das pedras coloridas



Fonte: elaborado pela autora.

As marcações dos resultados obtidos no experimento foram anotadas pelos alunos no Quadro 1, disponível no Roteiro 1 (Apêndice B), que os alunos receberam previamente.

Quadro 1 - Resultados obtidos nos lançamentos

Região do Alvo	Roxo	Amarelo	Azul
Total			

Fonte: elaborado pela autora.

O tabuleiro foi colocado no chão, sendo feita uma marca no chão com giz para que os participantes se posicionassem a uma distância de pelos menos três metros do tabuleiro para realizar os lançamentos. Essa distância foi estipulada considerando que Gondim (2013, p.47) ao apresentar um jogo de dardos semelhante a esse, sugere uma distância de 3 a 5 metros para realizar os lançamentos, e também considerando o espaço físico da sala de aula.

A atividade consistiu em cada aluno realizar cinco lançamentos. Para isso, dois dos integrantes do grupo foram realizando os lançamentos, enquanto que o terceiro integrante tomava nota dos resultados e o quarto recolhia as pedrinhas e repassava aos jogadores. Quando os dois primeiros integrantes do grupo realizaram cada um seus cinco lançamentos eles passaram a realizar as tarefas dos colegas do grupo para que estes também realizassem seus lançamentos.

Foram ressaltados os seguintes aspectos:

- Caso a pedra fique na divisão de duas regiões, o lançamento deve ser repetido.
- Caso o aluno não acerte o alvo o lançamento deve ser repetido.
- Em cada lançamento deve-se considerar a região em que a pedra tocou primeiro o alvo.

Os alunos gostaram da atividade, ela despertou seu interesse e curiosidade. Durante a atividade, os alunos discutiam entre si sobre quem havia obtido o melhor resultado no lançamento das pedrinhas. Percebeu-se que alguns dos alunos com os dados obtidos nos seus próprios lançamentos tentaram estimar a Probabilidade da pedra atingir cada região do alvo. Essa atividade motivou bastante os alunos, deixando-os curiosos para saber o que seria desenvolvido na sequência.

Na sequência os resultados foram socializados. A professora fez um quadro semelhante a que os alunos receberam no qual foram reunidos os dados obtidos pela turma inteira nos lançamentos. Os alunos foram questionados sobre como se poderia determinar a Probabilidade da pedra atingir cada região do alvo com os dados obtidos. Os alunos que já haviam tentado estimar a Probabilidade colocaram sua opinião estimulando as discussões.

A partir da discussão inicial realizada ao analisar o problema, e considerando os conhecimentos que os alunos já dispunham e suas dificuldades, construíram-se as noções básicas de Probabilidade: experimento aleatório, espaço amostral, evento, cálculo das Probabilidades, baseadas nas definições apresentadas por Dante (2013) e Souza (2013):

- Um experimento é dito aleatório quando repetido sob as mesmas condições produzir resultados diferentes.
- Chama-se espaço amostral de um experimento aleatório ao conjunto de todos os resultados possíveis desse experimento. Geralmente indicamos por Ω (lê-se: ômega).
- Chama-se evento ou acontecimento, todos os subconjuntos do espaço amostral de um experimento aleatório.

- Cada um dos elementos do espaço amostral é denominado evento elementar.
- Quando um evento coincide com o espaço amostral, ele é chamado evento certo.
- Quando um evento é vazio, ele é chamado evento impossível.
- Considere um evento A de um espaço amostral finito e equiprovável. A razão entre a quantidade de elementos de A (indicado por $n(A)$) e a quantidade de elementos de Ω (indicada por $n(\Omega)$) é a Probabilidade $P(A)$ de o evento A ocorrer.

$$P(A) = \frac{\text{número de elementos de A}}{\text{número de elementos de } \Omega} = \frac{n(A)}{n(\Omega)} \text{ ou } P(A) = \frac{\text{número de casos favoráveis}}{\text{número total de casos possíveis}}$$

A Probabilidade de um evento ocorrer é um valor de 0 a 1, ou seja, de 0% a 100%.

$$0 \leq P(A) \leq 1 \text{ ou } 0\% \leq P(A) \leq 100\%$$

No caso do tiro ao alvo, para se estimar a Probabilidade experimental da pedra atingir cada região do alvo, deve-se realizar um grande número de lançamentos e contar quantas vezes a pedra atingiu cada região do alvo (lançamentos favoráveis) e dividir esse número de lançamentos favoráveis pelo número total de lançamentos realizados.

$$P = \frac{\text{lançamentos favoráveis}}{\text{total de lançamentos}}$$

A partir dessas noções e com os dados obtidos no experimento a professora desenvolveu no quadro, junto com os alunos, o cálculo da Probabilidade da pedra atingir cada região do alvo. Com os valores encontrados para a Probabilidade em questão, foi construído um quadro (Quadro 2), que relaciona cada região do alvo com sua respectiva Probabilidade experimental. Os alunos não encontraram dificuldades de realizar os cálculos da Probabilidade em questão.

Quadro 2 - Região do alvo e sua respectiva Probabilidade

Região do alvo	Probabilidade
Roxo	
Amarelo	
Azul	

Fonte: elaborado pela autora.

Depois de executado o experimento e realizado o cálculo da Probabilidade experimental, foram propostos aos estudantes alguns questionamentos: O que aconteceria se fossem realizados mais lançamentos? Será que os valores que encontramos para a Probabilidade se manteriam? Os alunos ficaram intrigados com o fato de como iriam saber quantos lançamentos seriam necessários para determinar a Probabilidade da pedra atingir cada região do alvo.

Esses questionamentos foram propostos para que os alunos refletissem sobre os procedimentos realizados e percebessem que o método experimental considera uma quantidade finita de possibilidades, que no caso é dada pelo número de lançamentos realizados. Já o conceito de Probabilidade Geométrica considera como possibilidades um conjunto infinito de pontos, que é medido pela sua área, servindo como referência para o valor da Probabilidade em questão (CAETANO; PATTERLINI, 2013).

A professora fez um breve relato de como se deu o surgimento da Probabilidade Geométrica, sendo que os estudantes se mostraram curiosos e interessados em conhecer a história da Probabilidade Geométrica.

Na sequência a docente explicou aos alunos como se determina Probabilidades usando noções de comprimento e área de figuras planas. Na Probabilidade Geométrica os elementos aleatórios não são quantidades, mas objetos geométricos. Nesse contexto, a Probabilidade Geométrica busca trabalhar os conceitos probabilísticos através de relações entre comprimento de segmentos, área de figuras planas e volumes de sólidos, estabelecendo conexões entre Probabilidade e Geometria.

Sejam C e D pontos de uma determinada linha de extremos A e B (Figura 1). Admitese que a Probabilidade de que um ponto da linha AB pertença à linha CD (contida em AB) é proporcional ao comprimento de CD e não depende da posição dos pontos C e D sobre AB .

Portanto, selecionando um ponto qualquer de AB , a Probabilidade de que ele pertença a CD será:

$$P = \frac{\text{comprimento de } CD}{\text{comprimento de } AB}$$

Analogamente, supondo que a figura plana a (Figura 3) seja parte de outra figura plana A e que se tenha escolhido ao acaso um ponto de A . Se admite que a Probabilidade de que esse ponto pertença a a é proporcional à área de a e não depende do lugar que a ocupa em A , então a Probabilidade de que o ponto selecionado esteja em a será:

$$P = \frac{\text{área de } a}{\text{área de } A}$$

Após a explicação do conceito de Probabilidade envolvendo comprimento e área de figuras planas, foi encerrada a primeira aula.

A segunda aula foi em dois períodos de 45 minutos, estando presentes 18 alunos. Inicialmente foram recapituladas com os alunos as atividades realizadas na aula anterior. Na sequência a docente propôs aos estudantes alguns questionamentos sobre que relações podem ser estabelecidas entre as áreas das regiões do alvo para determinar a Probabilidade da pedra atingir cada região.

Na sequência foram calculadas as áreas de todas as regiões do alvo, as quais os alunos não tiveram dificuldade em lembrar. Sabendo que:

Raio da região roxa: 24cm

Raio da região amarela: 18cm

Raio da região azul: 10cm

Primeiramente foi determinada a área total do alvo, lembrando que a área de um círculo é dada por:

$$A = \pi r^2, \text{ onde:}$$

r : raio da circunferência

π : constante, é um número irracional que tem valor aproximado de 3,14

A área total A_1 , é a área do círculo de $r = 24cm$

$$A_t = \pi \times (24)^2$$

$$A_t = \pi \times 576$$

$$A_t = 1808,64 \text{ cm}^2$$

Temos que a área da região azul A_z , é a área do círculo de raio $r = 10 \text{ cm}$

$$A_z = \pi \times (10)^2$$

$$A_z = \pi \times 100$$

$$A_z = 314 \text{ cm}^2$$

A área da região amarela A_m é dada pela diferença entre as áreas dos círculos de raio, $r = 18 \text{ cm}$ e $r = 10 \text{ cm}$.

Como já determinamos a área do círculo de raio 10cm precisamos apenas determinar do círculo de raio 18cm e calcular a diferença.

$$A = \pi \times (18)^2 \qquad A_m = 1017,36 - 314$$

$$A = 1017,36 \text{ cm}^2 \qquad A_m = 703,36 \text{ cm}^2$$

A área da região roxa A_r é dada pela diferença entre as áreas dos círculos de raio, $r = 24 \text{ cm}$ e $r = 18 \text{ cm}$.

$$A_r = 1808,64 - 1017,36$$

$$A_r = 791,28 \text{ cm}^2$$

Os cálculos foram realizados no quadro, sendo que os alunos participaram bastante.

Em seguida foi calculada a Probabilidade de a pedra atingir cada região do alvo, utilizando as áreas obtidas.

Probabilidade de a pedra acertar a região Azul:

$$P(A) = \frac{\text{lançamentos favoráveis}}{\text{total de lançamentos}} = \frac{A_z}{A_t} = \frac{314}{1808,64} = 0,1736 = 17,36\%$$

Probabilidade de a pedra acertar a região Amarela:

$$P(B) = \frac{\text{lançamentos favoráveis}}{\text{total de lançamentos}} = \frac{A_m}{A_t} = \frac{703,36}{1808,64} = 0,3888 = 38,88\%$$

Probabilidade de a pedra acertar a região Roxa:

$$P(C) = \frac{\text{lançamentos favoráveis}}{\text{total de lançamentos}} = \frac{A_r}{A_t} = \frac{791,28}{1808,64} = 0,4375 = 43,75\%$$

Para concluir o experimento foi construído um quadro (Quadro 2 apresentado anteriormente) das Probabilidades encontradas. Por fim, foram comparados os resultados encontrados no cálculo da Probabilidade Geométrica e Experimental. Os alunos perceberam que os valores encontrados nos dois casos foram aproximados, nesse momento foram discutidos alguns aspectos que podem ter ocasionado essa diferença, como por exemplo, o número de lançamentos realizados e a distância adotada para fazer os lançamentos.

Na sequência foram propostos alguns exercícios para os alunos resolverem, esses trabalhavam a noção de Probabilidade envolvendo comprimento e área de figuras planas. Os alunos gostaram das atividades desenvolvidas, elas despertaram seu interesse e curiosidade, a turma foi muito receptiva, participando bastante.

- 1) Os pontos E e F são, respectivamente, os pontos médios dos lados \overline{AB} e \overline{AD} do quadrado ABCD. Considerando que a medida dos lados do quadrado ABCD é 2cm, qual a Probabilidade de um ponto escolhido ao acaso, no interior do quadrado pertencer:

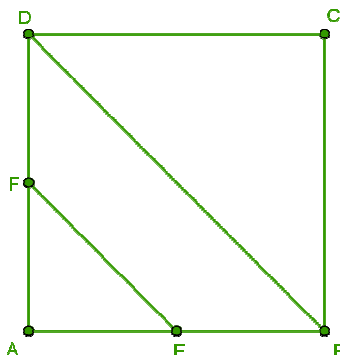


Figura 8 – Representação da situação do Exercício 1

Fonte: elaborado pela autora.

- a) Ao triângulo BCD?
- b) Ao triângulo AEF?
- c) Ao trapézio BDFE?

(Adaptado de Bonjorno, Bonjorno e Olivares, 2006).

- a) A área do quadrado ABCD é igual a:

$$A = l^2$$

$$A = 2^2$$

$$A = 4cm^2$$

A área do triângulo BCD é igual a:

$$A = \frac{2 \cdot 2}{2}$$

$$A = 2cm^2$$

A Probabilidade de um ponto escolhido ao acaso pertencer ao triângulo BCD é igual a:

$$P = \frac{\text{área do triângulo BCD}}{\text{área do quadrado ABCD}} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2} = 0,5 = 50\%$$

- b) A área do triângulo AEF é igual a:

$$A = \frac{1 \cdot 1}{2} = \frac{1}{2} = 0,5cm^2$$

A Probabilidade de um ponto escolhido ao acaso pertencer ao triângulo AEF é igual a:

$$P = \frac{\text{área do triângulo AEF}}{\text{área do quadrado ABCD}} = \frac{\frac{1}{2}}{4} = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{8} = 0,125 = 12,5\%$$

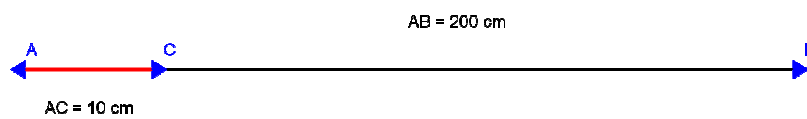
- c) A Probabilidade de um ponto escolhido ao acaso pertencer ao triângulo ABD é 50%, sabemos também que a Probabilidade de um ponto escolhido ao acaso pertencer ao triângulo AEF é de 12,5%. Logo a Probabilidade de um ponto escolhido ao acaso pertencer ao trapézio BDFE é de:

$$50\% - 12,5\% = 37,5\%$$

- 2) Qual a Probabilidade de, em uma corda de comprimento 2 metros, um ponto pertencer exatamente aos 10 centímetros iniciais? (Adaptado de Gondim, 2013).

Inicialmente vamos converter todos os dados para a mesma unidade de medida. Dessa forma, em uma corda de 200 centímetros, vamos determinar a probabilidade de um de seus pontos pertencer aos 10 centímetros iniciais.

Figura 9 – Representação da situação do Exercício 2



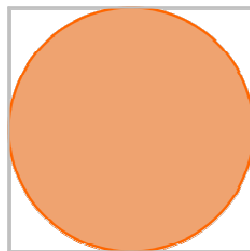
Fonte: elaborado pela autora.

Em uma corda de 200 centímetros queremos calcular a Probabilidade de um ponto pertencer aos 10 centímetros iniciais, logo:

$$P = \frac{\text{comprimento PQ}}{\text{comprimento AB}} = \frac{10}{200} = 0,05 = 5\%$$

- 3) O alvo da figura é formado por um quadrado de lado 2cm e um círculo inscrito no quadrado. Um garoto lança uma seta que vai atingir o alvo. Qual a Probabilidade que a seta atinja:

Figura 10 – Representação da situação do Exercício 3



Fonte: elaborado pela autora.

- a) O círculo?
 b) A parte de fora do círculo?

(Adaptado de Bonjorno, Bonjorno e Olivares, 2006).

a) A área do quadrado é igual a:

$$A = l^2$$

$$A = 2^2$$

$$A = 4\text{cm}^2$$

A área do círculo é igual a:

$$A = \pi \cdot r^2$$

$$A = \pi \cdot 1^2$$

$$A = 3,14\text{cm}^2$$

A Probabilidade de a seta atingir o círculo é igual a:

$$P = \frac{\text{área do círculo}}{\text{área do quadrado}} = \frac{3,14}{4} = 0,785 = 78,5\%$$

b) A Probabilidade de a seta atingir a parte de fora do círculo é igual a:

$$P = \frac{\text{área do quadrado} - \text{área do círculo}}{\text{área do quadrado}} = \frac{4 - 3,14}{4} = \frac{0,86}{4} = 0,215 = 21,5\%$$

Como a questão diz que a seta vai atingir o alvo, a Probabilidade de atingi-lo é de 100%. Assim, este item também pode ser resolvido pela diferença entre as Probabilidades de atingir o alvo e de atingir o círculo:

$$100\% - 78,5\% = 21,5\%$$

Nessas atividades os alunos tiveram dificuldade, pois não lembravam como se determina a área de um triângulo e de um trapézio, por ser uma dúvida da maior parte da turma a docente explicou no quadro como se determina a área nesses casos. A seguir é apresentada uma imagem dos alunos resolvendo os exercícios propostos.

Figura 11 - Alunos resolvendo os problemas propostos



Fonte: elaborado pela autora.

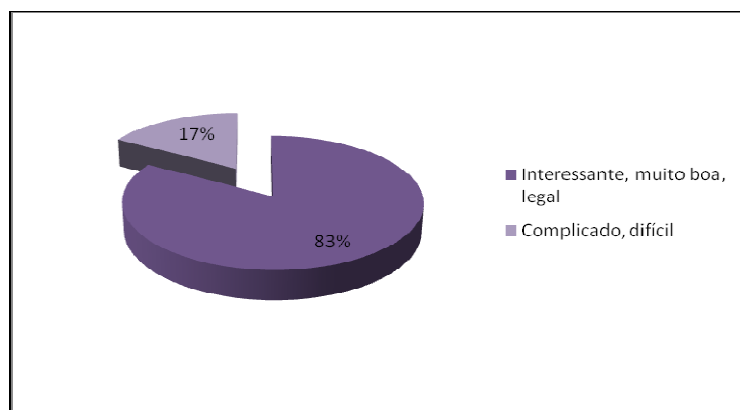
Posteriormente a docente fez a correção das atividades no quadro e solicitou que os alunos respondessem o questionário final (Apêndice C) a fim de verificar suas concepções sobre a atividade desenvolvida e sobre a compreensão do conceito de Probabilidade Geométrica. Assim foi encerrada a aula e as atividades da aula inédita.

4.3 QUESTIONÁRIO APÓS AS ATIVIDADES

Após a aula inédita, foi novamente solicitado aos alunos que respondessem um questionário (pós-teste), Apêndice C, a fim de verificar o que acharam da atividade desenvolvida.

Primeiramente, foi perguntado aos alunos o que eles acharam da atividade (Gráfico 3) sendo que a maioria aprovou a atividade. Os alunos comentaram ainda que ela auxiliou na compreensão do conceito de Probabilidade Geométrica, que acharam ela diferente e que possibilitou aprender coisas novas e interessantes.

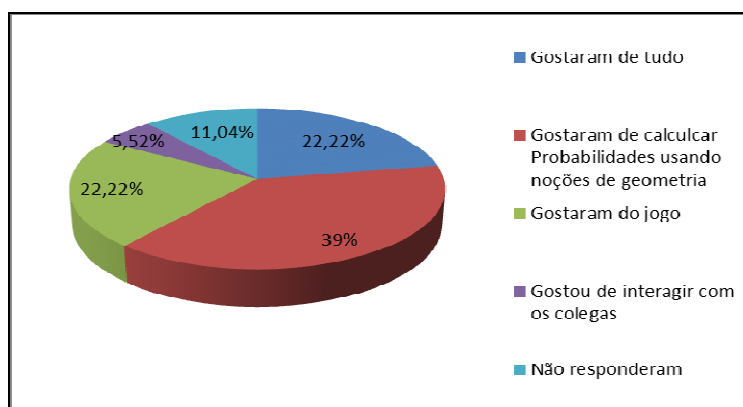
Gráfico 3 - Questão “O que você achou da atividade sobre Probabilidade Geométrica?”



Fonte: elaborado pela autora.

A seguir foi perguntado aos alunos o que mais gostaram da atividade e do que menos gostaram, sendo os aspectos que os alunos mais gostaram apresentados no Gráfico 4.

Gráfico 4 - Questão “O que você mais gostou da atividade?”

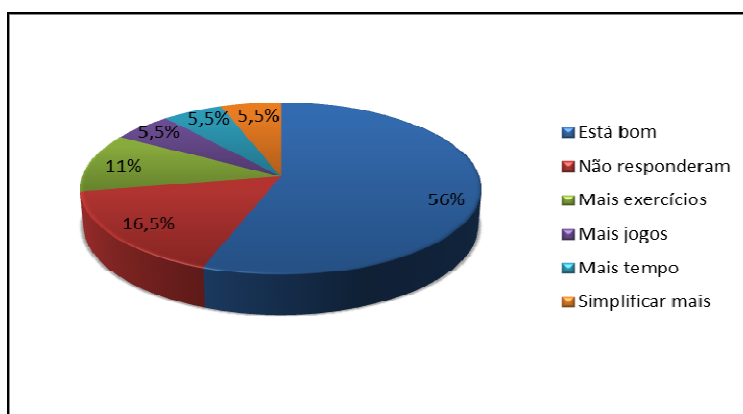


Fonte: elaborado pela autora.

As respostas dos alunos possibilitaram perceber que o trabalho em grupo e a utilização do jogo estimularam os alunos, deixando-os motivados e empolgados, essa atividade possibilitou a troca de experiências. Conforme os apontamentos dos estudantes, a atividade foi bem aceita, sendo que os mesmos não ressaltaram aspectos que não gostaram.

A terceira pergunta do questionário foi em relação as sugestões que os alunos tinham para melhorar a atividade (Gráfico 5). Os alunos colocaram que deveriam ser propostos mais exercícios, mais jogos e que deveria ter mais tempo para desenvolver as atividades.

Gráfico 5 – Questão “Quais as suas sugestões para melhorar a atividade?”



Fonte: elaborado pela autora.

A quarta pergunta do questionário foi a seguinte: “Você acha que a Probabilidade Geométrica vai auxiliá-lo a resolver problemas de Probabilidade?” Todos os alunos responderam que acreditam que a Probabilidade Geométrica vai auxiliá-los a resolver problemas de Probabilidade. Nas respostas os alunos ainda comentaram que acreditam que vai facilitar bastante pois, se trata de uma forma de calcular Probabilidades utilizando algumas noções de geometria.

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

O objetivo do trabalho era compreender em que medida o desenvolvimento de atividades envolvendo a Probabilidade Geométrica e utilizando como recurso os jogos, contribuiu para a aprendizagem matemática de alunos do primeiro ano do Ensino Médio. A atividade desenvolvida possibilitou que os alunos utilizassem os conhecimentos geométricos que já dispunham para resolver problemas de Probabilidade.

As respostas do primeiro questionário possibilitaram perceber que a maioria dos alunos não conhecia a Probabilidade Geométrica, sendo que demonstraram interesse pelas atividades desenvolvidas. O desenvolvimento da aula inédita possibilitou perceber que o trabalho com jogos motiva os alunos, desperta sua curiosidade, contribuindo no processo de ensino e aprendizagem dos conceitos matemáticos. Os alunos demonstraram interesse pelas atividades desenvolvidas, as quais possibilitaram lembrar algumas noções geométricas. A análise do segundo questionário permitiu perceber que os alunos gostaram das atividades, que a utilização do jogo deixou-os motivados e que o trabalho em grupo proporcionou a troca de experiências e a aprendizagem coletiva.

Têm-se convicção de que ao longo das atividades desenvolvidas não foi possível conseguir o envolvimento de todos os alunos, apesar da maioria ter participado das atividades. O curto tempo para desenvolver as atividades foi uma das limitações, tendo disponível um maior tempo poderiam ser desenvolvidas mais atividades e aprofundado o conceito de Probabilidade Geométrica.

Quanto à aula inédita desenvolvida, trata-se de uma introdução ao conteúdo de Probabilidade. Tendo disponível um tempo maior acredito que seria interessante trabalhar todo o conteúdo de Probabilidade utilizando noções de Geometria.

A experiência vivenciada em sala de aula encadeou novas reflexões sobre o Ensino de Matemática no Ensino Médio e também em relação à prática docente, trazendo grandes contribuições para a minha formação.

REFERÊNCIAS

- ÂLCANTARA, R. R. **Probabilidade Geométrica em Lançamentos Aleatórios**. 2014. 43f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) – Centro de Ciências da Natureza, Curso de Pós-Graduação em Matemática, Universidade Federal do Piauí, Teresina, Piauí.
- AVELLO, R. G. B. **Jogos como estratégia para facilitar o ensino-aprendizagem de operações com números inteiros**. 2006. 67f. Dissertação (Mestrado Profissionalizante em Ensino de Física e de Matemática) – Centro Universitário Franciscano, Santa Maria, 2006.
- BRASIL. Ministério da Educação. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Ensino Médio**. Secretaria da Educação Média e Tecnológica. Brasília: 2000.
- BRASIL. Ministério da Educação. **Orientações Educacionais Complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais: Ensino Médio (PCN+)**. Secretaria da Educação Média e Tecnológica. Brasília: 2002.
- BONJORNO, J. R.; BONJORNO, R. A.; OLIVARES, A. **Matemática: fazendo a diferença**. 8ª série. São Paulo: FTD, 2006.
- CAETANO, P. A. S.; PATERLINI, R. R. **Jogo dos discos: módulo I**. Cuiabá, MT: Central de Texto, 2013.
- CARVALHO, J. da S.; SANTOS, R. M. Atividades sugeridas para o ensino de Probabilidade Geométrica no Ensino Médio. In: CIBEM, VII, 2013, Montevideu, Uruguai. **Anais...** Disponível em: <<http://www.cibem7.semur.edu.uy/7/actas/pdfs/1314.pdf>>. Acesso em: 15 jan. 2016.
- COLÉGIO ESTADUAL MANOEL RIBAS. **Regimento escolar do curso de Ensino Médio politécnico do Colégio Estadual Manoel Ribas**. 8ª CRE – Santa Maria: 2014.
- DANTE, L. R. **Matemática: contexto e aplicações**. Vol. 2. São Paulo: Ática, 2013.
- GONÇALVES, A. L. C. O uso de jogos on-line como possibilidade de aprendizagem da Matemática. **Revista RENOTE – Novas Tecnologias na Educação**. Porto Alegre, v. 8, n. 3, dez. 2010.
- GONDIM, H. F. **Probabilidade e Probabilidade Geométrica: conceitos e exemplos aplicáveis no Ensino Básico**. 2013. 66f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) – Universidade Federal do Mato Grosso do Sul, Campo Grande, 2013.
- GRANDO, R. C. **O conhecimento Matemático e o uso de Jogos na sala de aula**. 2000. 224f. Tese (Doutorado em Educação) - Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2000.
- LIMA, E. L. **Exame de textos: Análise de livros de Matemática para o Ensino Médio**. Rio de Janeiro: SBM, 2001.

LOPES, J. M.; SALVADOR, J. A.; FILHO, I. F. B. O ensino de Probabilidade geométrica por meio de fractais e da resolução de problemas. **Revista Eletrônica de Educação**. São Paulo, v.7, n.3, p. 47-62. 2012.

MORGADO, A. C. de .O; CARVALHO, J. B. P. de; CARVALHO, P. C. P.; FERNANDEZ, P. **Análise Combinatória e Probabilidade**. Rio de Janeiro: SBM, 1991.

PEREIRA, C. A. B. **Alguns Tópicos em Probabilidade Geométrica**. 2011. 61f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática) – Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 2011.

QUARTIERI, M. T.; REHFELDT, M. J. H. Jogos Matemáticos para o Ensino Médio. In: ENEM – Encontro Nacional de Educação Matemática, VIII, 2004, Recife. **Anais...** Disponível em: <http://www.sbemrasil.org.br/files/viii/pdf/03/MC41839641053.pdf>. Acesso em: 02 jun. 2016.

SOUZA, J. R. **Novo olhar matemática**. Vol. 2. São Paulo: FTD, 2013.

SILVA, V. A.; CAMPOS, T. A.; ITACARAMBI, R. R. Probabilidade e Geométrica: uma investigação com alunos universitários. In: SHIAM, II, 2008, Campinas. **Anais...** Disponível em: http://www.cead.ufop.br/professores/jorgelcosta/biblioteca/anais/Anais_II_SHIAM.pdf. Acesso em: 13 jan. 2016.

SILVEIRA, M. J. M. da. **O ensino e o Lúdico**. Santa Maria: Gráfica Multipress, 1998.

SMOLE, K. S.; DINIZ, M. I.; PESSOA, N.; ISHIHARA, C. **Jogos de Matemática: de 1º a 3º ano**. Porto Alegre: Artmed, 2008.

TUNALA, N. Determinação de Probabilidades por métodos geométricos. **Revista do Professor de Matemática**. São Paulo, v.20, p. 16-22, 1992.

WAGNER, E. Probabilidade Geométrica – O problema do macarrão e um paradoxo famoso. **Revista do Professor de Matemática**. São Paulo, v.34, p. 28-35, 1997.

APÊNDICE A – QUESTIONÁRIO INICIAL



Especialização em Ensino de Matemática
no Ensino Médio

Matem@tica na Pr@tica



Questionário

- 1) Você já ouviu falar em Probabilidade Geométrica? Se sim onde?

- 2) Você já estudou Probabilidade Geométrica? Se sim em qual série?

- 3) O que você acha que pode ser Probabilidade Geométrica?

APÊNDICE B – ROTEIRO 1

Problema inicial: “Considere um experimento no qual um atirador acerta um alvo com uma pedra de forma totalmente aleatória. Calcule a Probabilidade de a pedra atingir cada região do alvo.”

Tabela para realizar as marcações dos dados obtidos no experimento:

Região do Alvo	Roxo	Amarelo	Azul
Total			

Tabela para realizar as marcações dos dados socializados pela turma:

Região do Alvo	Roxo	Amarelo	Azul
Total			

Tabela que relaciona cada região do alvo com sua respectiva Probabilidade experimental.

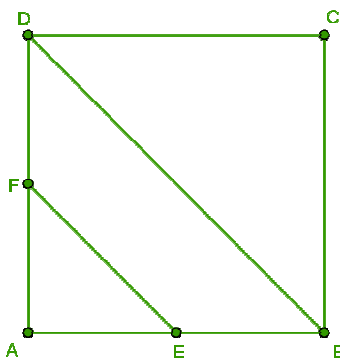
Região do alvo	Probabilidade
Roxo	
Amarelo	
Azul	

Tabela das Probabilidades Geométricas encontradas.

Região do alvo	Probabilidade
Roxo	
Amarelo	
Azul	

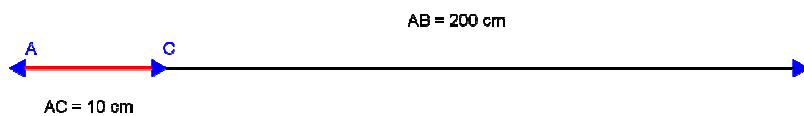
Atividades:

- 1) Os pontos E e F são, respectivamente, os pontos médios dos lados \overline{AB} e \overline{AD} do quadrado ABCD. Considerando que a medida dos lados do quadrado ABCD é 2cm, qual a Probabilidade de um ponto escolhido ao acaso, no interior do quadrado pertencer:

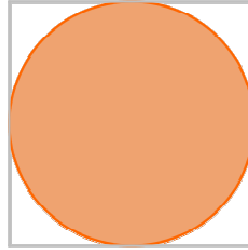


- Ao triângulo BCD?
- Ao triângulo AEF?
- Ao trapézio BDFE?

- 2) Qual a Probabilidade de, em uma corda de comprimento 2 metros, um ponto pertencer exatamente aos 10 centímetros iniciais?



- 3) O alvo da figura é formado por um quadrado de lado 2cm e um círculo inscrito no quadrado. Um garoto lança uma seta que vai atingir o alvo. Qual a Probabilidade que a seta atinja:



- d) O círculo?
e) A parte de fora do círculo?

