

EQUAÇÕES DO SEGUNDO GRAU E SEUS GRÁFICOS: UMA PROPOSTA COM USO DO WINPLOT ¹

Mariana Lopes Dal Ri ²

Giliane Bernardi ³

RESUMO

Este trabalho relata uma experiência de investigação, aliada à utilização do *software* Winplot para estudo de equações do segundo grau, através da elaboração e observação de seus gráficos e análise dos seus coeficientes em diferentes equações. As atividades foram realizadas com uma turma de oitava série, de um colégio estadual situado no município de Alegrete, durante as aulas de matemática. O objetivo central desta pesquisa é explorar a ideia intuitiva de função e analisar a representação gráfica de equações do segundo grau e suas principais características. A metodologia utilizada para realização da pesquisa foi a investigação matemática, exigindo dos estudantes participação ativa em sala de aula, formulando hipóteses e conjecturas na apresentação e argumentação de resultados. O trabalho permitiu concluir que o Winplot é um aliado para introdução e estudo do gráfico da função quadrática, assim como um instrumento que contribui para uma aula mais dinâmica e interativa.

ABSTRACT

This article tells about one experience of investigation, allied to the utilization of *software* Winplot to study of quadratic equations through elaboration and observation of their graphics and analysis of their coefficients in different equations. The activities were conducted in an eighth grade from a high school located in Alegrete, during the classes of Mathematics. The main objective of this research is to explore the inductive idea of function and to analyze the graphic representation of quadratic equations and their main characteristics. The methodology used for the realization of this research was the mathematical investigation, requiring from the students active participation in classroom, elaborating hypothesis and conjectures in the presentation and argumentation of their results. It was possible to conclude that Winplot is an ally for the introduction and the study of the quadratic function, als an instrument which contributes for a more dynamic and interactive class.

PALAVRAS-CHAVE

Equações do segundo grau; investigação matemática; Winplot.

1 INTRODUÇÃO

Na disciplina de matemática, o estudo de funções inicia-se normalmente no primeiro ano do ensino médio, contudo, já no ensino fundamental os alunos são confrontados com diversas questões introdutórias, como o estudo de equações e suas resoluções de forma algébrica. Aprendem a resolver algoritmos, mas não compreendem as características envolvidas nas equações ou ainda o que significa encontrar a solução de uma equação.

¹ Artigo apresentado ao Curso de Mídias na Educação da Universidade Federal de Santa Maria, como requisito parcial à obtenção do título de Especialista em Mídias na Educação.

² Aluna do Curso de Mídias na Educação da Universidade Federal de Santa Maria.

³ Professor Orientador, Doutor, Universidade Federal de Santa Maria.

Com objetivo de explorar a ideia intuitiva de função, já no final do ensino fundamental, a pesquisa foi desenvolvida e aplicada com uma turma de oitava série do ensino fundamental e buscou analisar a representação gráfica de equações do segundo grau e suas principais características. Com a finalidade de auxiliar o trabalho e tornar a aula mais dinâmica o trabalho apoiou-se no uso do *software* Winplot, como instrumento facilitador do processo de ensino e aprendizagem.

Durante a realização das atividades em sala de aula, exploraram-se ainda outras questões, desenvolvidas para cumprir os objetivos específicos. São eles: perceber os diferentes tipos de gráficos de funções quadráticas; fazer associações entre a resolução das equações de forma algébrica e a observação do seu gráfico; visualizar e identificar o que representam, nos diferentes tipos de gráficos, os coeficientes “a” e “c” da equação; observar as características nos gráficos quando o discriminante for negativo, positivo e igual a zero.

Neste artigo, será apresentado, inicialmente, o uso das mídias em sala de aula e o avanço da tecnologia como uma das perspectivas atualmente difundidas e utilizadas em sala de aula, na perspectiva do ensino de matemática. Também serão destacados os principais *softwares* voltados para essa disciplina, com ênfase no Winplot, objeto de estudo do trabalho. Além da fundamentação teórica, é apresentada a metodologia de pesquisa e de trabalho empregadas, seguido das atividades desenvolvidas durante a aplicação do projeto, os resultados obtidos e as reflexões da professora-pesquisadora. Encontram-se ainda outras sugestões de trabalho, com o uso do Winplot para o estudo de equações do segundo grau e funções quadráticas.

2 PERSPECTIVAS ATUAIS ACERCA DO ENSINO DE MATEMÁTICA

Cada vez mais, com as reformas curriculares, percebemos que os professores são instigados a considerar mudanças bem diferentes das anteriores, principalmente pelo fato de que a tecnologia avança rapidamente.

Nos últimos anos, com o desenvolvimento da tecnologia, e em especial dos computadores, a informática vem ocupando um espaço cada vez maior em nossa sociedade, sobretudo no dia-a-dia das pessoas. Essas transformações estão influenciando o desenvolvimento do setor industrial, as relações de trabalho, o estilo de vida do homem e as formas de aquisição do conhecimento e metodologias de ensino. Sobre o campo de ensino o uso dos computadores pode ser uma ferramenta de grande valia, a utilização de métodos alternativos para o ensino pode gerar uma aquisição de conhecimento de maneira rápida e eficaz. (NOVAIS e SIMIÃO, 2010)

Dentre os diferentes recursos disponíveis atualmente nas escolas, percebemos o computador como um dos instrumentos mais completos e abrangentes. Ele vem ao encontro

tanto do interesse dos alunos, como o que se espera de uma aula mais dinâmica e interativa, pois ele pode incorporar diferentes recursos simultaneamente. Sobre isso, Jesus (2013, p. 26) acrescenta:

Diante de tantos instrumentos à disposição da educação, dos mais antigos aos mais recentes recursos tecnológicos, como giz, lousa, livro, retroprojetor, vídeo, televisão e o computador são todos elementos da tecnologia educacional. Porém muitas atenções estão voltadas para o computador, pois os demais têm uso limitado.

As tecnologias podem ser utilizadas como ferramentas de trabalho. Elas já possuem essa finalidade em várias profissões de natureza técnica e administrativa e na investigação científica. Na escola não poderia ser diferente, as tecnologias de informação e comunicação (TIC) também podem ser usadas como ferramentas e, muitos programas para uso profissional são de aprendizagem relativamente simples que auxiliam na execução de uma variedade de tarefas, como processamento de texto, calculadora, programas de apresentação, tratamento de imagem e tratamento estatístico de dados. Ainda é possível destacarmos programas específicos para o ensino de determinada disciplina de caráter exploratório e investigativo (PONTE, 2000).

Um exemplo disso são as aplicações das equações em Física e áreas afim, como a matemática, por exemplo, que se configuram como as maiores dificuldades enfrentadas pelos estudantes, uma vez que eles não conseguem imaginar suas aplicações. Nesse sentido, pode-se afirmar que o uso de *softwares* facilita a construção de relações e significados, favorecendo a aprendizagem construtivista, pois quebra as barreiras existentes entre essas disciplinas. Ao mesmo tempo, estamos alcançando objetivos estabelecidos pelas Diretrizes Curriculares para o Ensino Médio, como a integração e a interdisciplinaridade através da contextualização (VEIT e TEODORO, 2002 apud SOUZA, 2010, p. 23).

Em contrapartida, apesar da popularização e possibilidade de utilização das TIC na educação, ainda existe muita recusa na utilização dos *softwares*, aplicativos que auxiliam e possibilitam a pesquisa investigativa em sala de aula. Um dos fatores que tem contribuído para isso é a falta de habilidade por parte dos alunos e, principalmente, dos professores, com linguagens de programação, pois eles normalmente não possuem qualificação nessa área do conhecimento (SOUZA, 2010, p. 23).

É possível perceber que o professor enfrenta atualmente um desafio constante, de estar sempre se atualizando e buscando novos métodos de promover o ensino em sala de aula. Nesse contexto, Santos (2011) destaca que as TIC não são imprescindíveis para que haja educação, mas que elas podem tornar as aulas mais produtivas e interessantes, uma vez que pren-

dem a atenção dos alunos e dinamizam as aulas. Nesse contexto, cabe ao professor, selecionar as ferramentas que vão ao encontro com seus interesses e objetivos.

Sobre isso, Ponte (2000 apud Santos, 2011, p. 20) complementa que:

O professor, em suma, tem de ser um explorador capaz de perceber o que lhe pode interessar, e de aprender, por si só ou em conjunto com colegas mais próximos, a tirar partido das respectivas potencialidades. Tal como o aluno, o professor, acaba por ter de estar sempre a aprender. Desse modo, aproxima-se dos seus alunos. Deixa de ser a autoridade incontestada do saber para passar a ser, muitas vezes, aquele que menos sabe.

Cabe lembrar ainda, que o uso das tecnologias de forma alguma irá substituir o professor. Nesse ambiente, ele ainda é fator decisivo, com dever de preparar a metodologia de trabalho empregada e os objetivos que se pretende alcançar com a utilização da informática. Por mais que o ambiente de investigação permita que os alunos sejam construtores desse conhecimento, o professor tem papel de observar, incentivar e auxiliar esse processo.

Para Bulegon (2011, p. 46),

A utilização das Tecnologias de Informação e Comunicação (TIC) no ensino, especificamente a Internet e *softwares* educacionais, tem sido alvo de grande interesse, tanto para o ensino presencial quanto para o ensino não-presencial. O computador e suas ferramentas já se encontram no ambiente escolar de forma permanente e seu uso está cada vez mais generalizado.

Com isso, temos como uma das abordagens existentes, e atualmente difundida entre professores de matemática, a utilização de *softwares* educacionais específicos, voltados para o ensino de matemática. Muitos professores tem implementado em suas aulas o uso da tecnologia através de *softwares* educacionais, com uma metodologia investigativa, tornando o aluno o próprio construtor do conhecimento através dessa ferramenta. Nesse contexto, os professores podem assumir uma postura de orientadores e mediadores do trabalho em sala de aula, em atividades envolvendo diferentes aplicativos, com objetivos voltados para a aprendizagem.

2.1 USO DE *SOFTWARES* COMO FERRAMENTA DIDÁTICA NAS AULAS DE MATEMÁTICA

Contri, Retzlaffi e Klee (2011), relatam em sua pesquisa que o uso de *softwares*, pode auxiliar estudantes de ensino superior, a desenvolver conteúdos de matemática básica, os quais se destacavam como os mais difíceis de serem compreendidos. Os autores descrevem que os *softwares* matemáticos podem favorecer o desenvolvimento de habilidades e conteúdos de forma mais dinâmica. É possível ainda o trabalho com esses *softwares* aliados à resolução de problemas ou à investigação matemática, propiciando a formulação de conjecturas, análise

de resultados e leitura de gráficos. “Percebe-se entre os acadêmicos que, quando se faz o uso de tecnologias em suas aulas, como calculadoras, computadores com *softwares* específicos, o entendimento e a concepção dos assuntos abordados, ficam mais claros” (p. 4).

Contri, Retzlaffi e Klee (2011) realizaram uma busca e organizaram em seu trabalho alguns dos inúmeros *softwares* voltados para o ensino de matemática. Essa pesquisa compreendeu, entre outras coisas, navegação na internet, consulta em revistas e sites especializados, sondagem e troca de e-mails com profissionais da área. Os autores organizaram essa apresentação através da classificação de cada *software* e os agruparam por finalidade: trigonométricos, que permitem o estudo da trigonometria (*Círculo Trigonométrico, Thales*); geométricos, que permitem o estudo da geometria da geometria analítica e/ou espacial (*GeoGebra, Régua e Compasso, Wingeon*); gráficos, que permitem o estudo de equações e funções (*Gráfica, Winplot*); recreativos, que permitem o desenvolvimento da atenção e do raciocínio lógico (*Torre de Hanói, Winarc*); algébricos, que permitem o estudo de matrizes e sistemas de equações (*Determinante, Winmat, WinMatrix*); de notação matemática, que permite a editoração de fórmulas matemáticas (*MathType*); estatísticos, que permitem o trabalho com tópicos da estatística (*BioStat, Estatística*); Multidisciplinares, que permitem o estudo de mais de uma especificidade citada anteriormente (*FreeMat; MatLab, MuPad*).

Analisando a grande diversidade de *softwares* para o desenvolvimento de áreas específicas da matemática, é possível perceber como é viável o uso das tecnologias em nossas aulas. Isso requer pesquisa e dedicação por parte dos professores que optam por essa tendência que está cada dia mais presente em nossa realidade, o que faz dos recursos tecnológicos disponíveis, aliados do trabalho de sala de aula.

Tendo em vista uma proposta que abrangesse a elaboração de gráficos, para o estudo dos coeficientes, em uma equação do segundo grau e, a partir daí, construir com o aluno uma ideia intuitiva de função, o *software* que mais se encaixou com o perfil de trabalho escolhido foi o Winplot. Ele não requer muito conhecimento de programação e os comandos necessários para a plotagem (construção da imagem correspondente à equação) dos gráficos no plano poderiam ser demonstrados e trabalhados rapidamente, concomitantes as atividades.

A matemática básica, por exemplo, disciplina que é ministrada em vários cursos de graduação, pode ser desenvolvida com auxílio de *softwares* como Winplot. Esse *software* pode ser usado em todos os níveis educacionais e possui recursos que variam de uma simples função de 1º grau, até funções do 3º grau como integrais. É um excelente plotador de gráficos e possui interface gráfica muito boa. (CONTRI, RETZLAFFI e KLEE, 2011, p. 4)

Fazendo uma breve reflexão, o *software* winplot permite ao professor diversas abordagens, desde o ensino fundamental, até o ensino superior. Apesar de ter apenas recursos

para plotagem de gráficos, as opções de trabalho são inúmeras. Na seção que segue, vamos conhecer um pouco melhor o aplicativo utilizado em nossa proposta de trabalho, seguido de algumas abordagens já empregadas nas aulas de matemática.

2.1.1 O Winplot

O Winplot é um *software* livre, que permite a construção de gráficos em 2D e 3D. Foi desenvolvido pelo Professor Richard Parris, da Philips Exeter Academy, por volta de 1985. Escrito em C, chamava-se PLOT e rodava no antigo DOS. Com o lançamento do Windows 3.1, o programa foi rebatizado de "Winplot". A versão para o Windows 98 surgiu em 2001 e está escrita em linguagem C++ (CONTRI, RETZLAFFI e KLEE, 2011).

Para ter acesso ao *software* basta acessar o endereço eletrônico <<http://math.exeter.edu/rparris/winplot.html>> e realizar as instruções de instalação.

Para dar início às plotagens, basta clicar no ícone “janela” e depois “2-dim”. Nesse momento o *software* apresentará uma nova janela contendo o plano cartesiano. A partir daí, é possível iniciar a construção de gráficos. Sua utilização é bastante simples, com menus de ajuda em todas as partes do programa. Com simples ajustes de escrita o programa aceita e consegue elaborar gráficos de funções matemáticas de maneira bem natural. Basta clicar em “equação” e escolher o tipo desejado. Como em nossa proposta utilizamos apenas equações explícitas, vamos nos restringir a essa opção. Com isso, depois de equação, basta optar pelo ícone “explícita”. Logo aparecerá um ícone para preenchimento, nele é possível digitar diferentes equações que resultam em gráficos de funções reais. Após a digitação da equação basta clicar em “ok” para que o programa apresente o gráfico correspondente. Algumas adaptações para digitação das equações no Winplot podem ser visualizadas na figura 1.

Função	Winplot
$y=ax+b$	$ax+b$
$y=x^n$	x^n
$y= x $	$abs(x)$
$y=\sqrt{x}$	$sqr(x)$
$y=\sqrt[n]{x}$	$root(n,x)$ ou $x^{(1/n)}$
$y=\text{sen } x$	$sin(x)$
$y=\text{cos } x$	$cos(x)$
$y=\text{tg } x$	$tan(x)$
$y=a^x$	a^x
$y=e^x$	e^x ou $exp(x)$
$y=\ln x$	$ln(x)$
$y=\log_a x$	$log(a, x)$

Figura 1 – Como digitar uma equação no Winplot.

Fonte: a autora.

Diante dessas informações, é possível criar gráficos de funções afim, quadrática, exponencial, logarítmicas, etc. Existem vários trabalhos que relataram utilizarem o *software*, com abordagens bem diversificadas, objetivando o estudo de conteúdos relacionados à disciplina de matemática. Outros recursos como editar a equação, apagar ou derivar podem ser explorados através da janela “inventário”.

Faria e Martinez (2009) realizaram uma pesquisa, que tinha como finalidade analisar a contribuição do *software* Winplot para a melhoria do ensino e aprendizagem de funções reais e geometria analítica. Nela, os autores trabalharam inúmeras atividades e buscaram a utilização do Winplot como ferramenta promotora de interatividade entre alunos, professor e máquina de forma que o aluno, além de aprender sobre o conteúdo matemático pudesse ainda desenvolver habilidades como criticidade, criatividade e autonomia. E ressaltam:

O uso imaginativo do Winplot para alunos do ensino médio é uma contribuição poderosa para solidificar idéias e a simples possibilidade de movimentar curvas pela variação controlada de parâmetros e coeficientes constitui um recurso pedagógico de alcance ilimitado não somente para o estudante, mas também para o próprio professor. (FARIA e MARTINEZ, 2009, p.2)

Com isso, se percebe que o *software* Winplot é um grande aliado para o trabalho em sala de aula quando o assunto é matemática, mais do que isso, além de auxiliar o aluno no processo de ensino e aprendizagem, ele é um excelente instrumento também para o professor.

Ao final de sua proposta, com uso do Winplot, Faria e Martinez (2009) concluíram que,

o uso de ferramentas como o Winplot podem auxiliar, de fato, na compreensão das transformações gráficas, pois além da visualização rápida, permitiram que os alunos trabalhassem com animações, recurso difícil de se fazer em ambiente lápis e papel. Essas animações fizeram com que os alunos percebessem a importância do genérico e do efeito imediato no gráfico, à medida que parâmetros e coeficientes iam sendo alterados. (FARIA e MARTINEZ, 2009, p.18)

Nesse contexto, a escolha pelo *software* Winplot se mostrou apropriada, visto que o trabalho estava voltado para uma turma de oitava série, ele vinha de encontro com a proposta de trabalho por alguns motivos bem simples: totalmente gratuito; de fácil acesso; simples utilização; diversos ícones de ajuda; rápida representação; e versão disponível em português. Essas comodidades favoreceram as questões matemáticas, que devem ter maior relevância, pois uma vez que os alunos conseguem manusear com facilidade o programa, estão mais disponíveis a analisar, comparar e elaborar conjecturas sobre o que estão manipulando e criando.

3 ABORDAGEM METODOLÓGICA

A metodologia aqui empregada foi de investigação. Para tanto se fez necessária à participação ativa dos alunos onde eles foram capazes de elaborar hipóteses, assim como construir e analisar relações entre as equações e os gráficos que as representavam.

Ponte, Brocardo e Oliveira (2009, p. 14), quando descrevem o processo de investigação, relatam a experiência de Poincaré e descrevem o desenrolar dessa experiência em três fases distintas: “uma primeira fase de compilação de informação e experimentação, sem produzir resultados palpáveis, seguida de uma fase de iluminação súbita e, finalmente, uma terceira fase de sistematização e verificação dos resultados”. Durante um trabalho de investigação, os autores ainda ressaltam os momentos de uma atividade de investigação, que podem ser observados na tabela 1.

Tabela 1: Momentos na realização de uma investigação

Exploração e formulação de questões	<ul style="list-style-type: none"> • Reconhecer uma situação problemática • Explorar a situação problemática • Formular questões
Conjecturas	<ul style="list-style-type: none"> • Organizar dados • Formular conjecturas (e fazer afirmações sobre uma conjectura)
Testes e reformulação	<ul style="list-style-type: none"> • Realizar testes • Refinar uma conjectura
Justificação e avaliação	<ul style="list-style-type: none"> • Justificar uma conjectura • Avaliar o raciocínio ou resultado do raciocínio

Fonte: PONTE, João Pedro da; BROCARD, Joana; OLIVEIRA, Hélia. **Investigações matemáticas na sala de aula**. 2ª ed. Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2009.

A proposta de investigação, objeto deste artigo, foi realizada e preparada para uma turma de oitava série, composta por 28 alunos do ensino fundamental estadual, situada no município de Alegrete e totalizou quatro horas aula da disciplina de matemática. Todas as atividades foram realizadas em um dos laboratórios de informática da escola, uma estrutura com vinte e cinco computadores. Foi ainda utilizado no local um projetor multimídia (que é móvel) e pode ser instalado no próprio laboratório para facilitar a sequência das atividades. A instalação ocorreu na mesma data em que foi verificada a capacidade e compatibilidade dos aparelhos, num dia anterior a realização da atividade, que levou um total de duas horas. Cabe salientar que a autora deste trabalho não é a professora regente desta classe, tendo conseguido permissão para realizar esta atividade junto à direção e professora da turma.

Inicialmente foi retomado o conteúdo “Equações do Segundo Grau” com a finalidade de sanar quaisquer dúvidas acerca de sua resolução, assim como as características norteadoras do mesmo. Isso se fez necessário para que os estudantes envolvidos pudessem alcançar os objetivos traçados na atividade de laboratório e utilização do aplicativo, como elaborar hipóteses e conjecturas enquanto exploravam o *software*. É importante ressaltar que a execução de toda atividade ocorreu por meio de uma apresentação de slides, com auxílio de recurso multimídia disponível na instituição e as figuras apresentadas no decorrer da seção foram extraídas desta apresentação. Nesse contexto, os conhecimentos necessários à atividade proposta, retomados inicialmente podem ser observados nas figuras 2, 3 e 4.

Conhecimentos necessários...

- Denomina-se equação do 2º grau na incógnita x , toda equação da forma: $ax^2 + bx + c = 0$

Tal que $a, b, c \in \mathbb{R}$ e $a \neq 0$.

- Sendo esta a forma reduzida de uma equação do 2º grau na incógnita x . Chamamos a, b e c de coeficientes, sendo a o coeficiente de x^2 , b o coeficiente de x e c o termo independente.

Figura 2 – O que é uma equação do segundo grau.
Fonte: a autora.

Alguns exemplos de equações do 2º grau:

EQUAÇÕES	COEFICIENTES		
$x^2 - 9x + 5 = 0$	$a = 1$	$b = -9$	$c = 5$
$x^2 - 2x - 3 = 0$	$a = 1$	$b = -2$	$c = -3$
$3x^2 + 5x + 10 = 0$	$a = 3$	$b = 5$	$c = 10$
$7x^2 - x = 0$	$a = 7$	$b = -1$	$c = 0$
$x^2 - 36 = 0$	$a = 1$	$b = 0$	$c = -36$

- Resolver uma equação do 2º grau significa determinar suas raízes. O conjunto formado por suas raízes denomina-se solução.

Figura 3 – Exemplos de equações do segundo grau e seus coeficientes.
Fonte: a autora.

- O método de calcular as raízes pode ser feito pela Fórmula de Bhaskara (generalizando a ideia de completamento de quadrado).

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

- Onde $b^2 - 4ac$ é chamado de discriminante da equação.

Explorando a ideia de função

- Vamos agora explorar a ideia intuitiva de função e analisar a representação gráfica com as atividades que seguem.

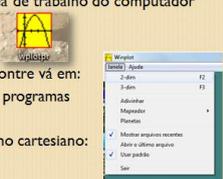
Figura 4 – Como calcular as raízes de uma equações do segundo grau.
Fonte: a autora.

Após essa breve retrospectiva, os alunos foram convidados a acessarem o *software* Winplot em seus computadores. Essa proposta se deu com auxílio de projetor multimídia no próprio laboratório de informática e a orientação fornecida aos estudantes pode ser observada nas figuras 5, 6 e 7.

PLOTAR AS EQUAÇÕES NO PROGRAMA WINPLOT:

Passo a passo...

- Pesquisar na área de trabalho do computador o programa:



- Caso não o encontre vá em: iniciar – todos os programas – winplot.
- Para abrir o plano cartesiano: Janela – 2-dim.

Figura 5 – Como abrir o *software* Winplot.
Fonte: a autora.

PARA A CONSTRUÇÃO DOS GRÁFICOS...

Passo a passo:

- Agora que já está com o plano cartesiano aberto vá em:

- Equação – I. Explícita



Figura 6 – Como abrir o plano cartesiano.
Fonte: a autora.

PARA A CONSTRUÇÃO DOS GRÁFICOS...

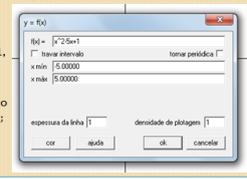
Passo a passo:

- Digitar a equação de modo que o programa entenda, por exemplo:

na função:

$$f(x) = x^2 - 5x + 1,$$

o correto seria $x^2 - 5x + 1$ no espaço em branco na frente de $f(x) =$;



Você pode escolher uma cor de gráfico como preferir e depois apertar OK.

Figura 7 – Como plotar uma equação.
Fonte: a autora.

Em seguida, foram apresentadas aos alunos as equações que eles deveriam plotar com auxílio do *software*, elas podem ser observadas na figura 8, slide apresentado aos alunos na sequência da atividade.

Com auxílio da professora-pesquisadora, os alunos plotaram as seis equações solicitadas e, no decorrer da aula, foram instigados a observar características relevantes que os gráficos apresentavam, em relação aos seus coeficientes e ao discriminante.

Depois de um determinado tempo, onde os alunos livremente fizeram suas observações, foram então convidados a discutir de forma colaborativa em sala de aula, três questões propostas pela professora-pesquisadora, essas questões nortearam o trabalho em sala de aula e estão expostas na figura 8.

Para elaboração dos gráficos:

1. $f(x) = x^2 - 5x + 1$ ($a > 0 \wedge D > 0$)
2. $f(x) = x^2 + 3x + 6$ ($a > 0 \wedge D < 0$)
3. $f(x) = x^2 + 4x + 4$ ($a > 0 \wedge D = 0$)
4. $f(x) = -x^2 + 2x$ ($a < 0 \wedge D > 0$)
5. $f(x) = -x^2 - 4x - 4$ ($a < 0 \wedge D = 0$)
6. $f(x) = -x^2 + x - 5$ ($a < 0 \wedge D < 0$)

Obs.: para visualizar facilmente as equações com os respectivos gráficos, você pode ir em: Equação – ocultar/mostrar tudo – Equações, assim todas as equações vão ficar no canto superior esquerdo da tela, cada uma com a cor do seu gráfico, ajudando no processo de investigação.

Figura 8 – Equações plotadas no laboratório de informática através do Winplot.

Fonte: a autora.

AO MONTAR OS GRÁFICOS NO WINPLOT, REFLITA SOBRE AS SEGUINTE QUESTÕES:

- 1) O que você percebeu de diferente nos gráficos em relação ao coeficiente a .
- 2) O que você concluiu sobre o coeficiente c , depois de plotar os gráficos?
- 3) Você pode tirar alguma conclusão sobre os três diferentes tipos de D (negativo, igual a zero e positivo)? Se sim, quais são essas conclusões?

Figura 9 – Questões norteadoras da proposta com uso do Winplot.

Fonte: a autora.

Por fim, após o momento de discussão, os alunos acompanharam a apresentação dos seis gráficos que correspondiam às equações estudadas em aula e algumas considerações realizadas pela professora-pesquisadora.

4 ANÁLISE DOS RESULTADOS E REFLEXÕES DA PROFESSORA-PESQUISADORA

Logo no começo do trabalho, os alunos demonstraram conhecer o que eram equações do segundo grau e relataram que já trabalharam com elas nas aulas de matemática. Eles mencionaram o uso da fórmula de báskara para solução da equação e demonstraram conhecerem os coeficientes, mas de forma superficial. Quando questionados sobre as duas raízes, o discriminante ou ainda sobre o que, de fato, significavam na fórmula os coeficientes, eles ficaram curiosos e relataram não terem conhecimento sobre isso. Cabe lembrar que estas indagações iniciais eram importantes para melhor situar a pesquisadora, que não era a professora titular da turma (fato já mencionado na seção anterior) e, por conta disso, não tinha conhecimento prévio detalhado dos conteúdos já trabalhados pelos alunos da turma.

Na sequência, ao abrir o *software* e seguir as instruções que estavam sendo solicitadas, os alunos demonstraram bastante tranquilidade e a fizeram de maneira satisfatória. Compreenderam os comandos e a proposta inicial de abrir o plano cartesiano.

Quando as equações foram apresentadas aos alunos, eles conseguiram identificá-las e, seguindo as instruções, iniciaram as plotagens. Alguns alunos solicitaram ajuda, mas logo já conseguiram sanar suas dificuldades. Esse foi um momento bastante interativo, os colegas acabaram se ajudando, explorando o *software* e diversificando suas construções.

Finalizado o momento de construções, iniciou-se o momento de observações, quando foi percebido que eles não conseguiram se expressar no que se referia as principais características apresentadas pelos gráficos construídos. Com isso, de forma colaborativa, foi analisado o primeiro gráfico, ele pode ser observado na figura 10.

Nesse momento, questões como eixos, raízes, coeficientes e discriminantes foram novamente comentados pela professora-pesquisadora. Com isso, foi solicitado que comparassem essa construção com as duas seguintes, que podem ser visualizadas nas figuras 11 e 12.

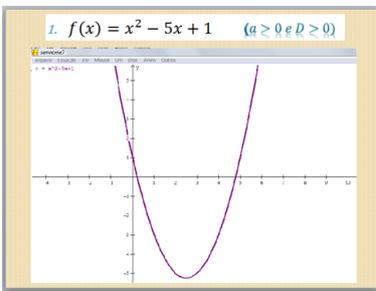


Figura 10 – Representação gráfica da primeira equação.
Fonte: a autora.

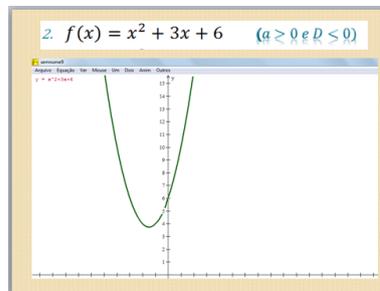


Figura 11 – Representação gráfica da segunda equação.
Fonte: a autora.

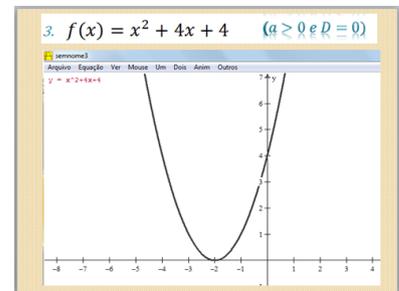


Figura 12 – Representação gráfica da terceira equação.
Fonte: a autora.

A partir da comparação das três construções os alunos já foram capazes de elaborar algumas considerações: - *as três possuem a mesma curva*; - *uma está mais para cima, outra mais para baixo*; - *uma não encosta no eixo das abscissas*; - *uma encosta em apenas um ponto*.

A partir daí, foi solicitado que observassem o sinal do coeficiente a e do discriminante e novamente relatassem suas conclusões. Nesse momento alguns alunos perceberam a relação existente entre o gráfico e o discriminante, comparando com o que já sabiam, a partir de resoluções algébricas: - *Quando o discriminante é maior do que zero existem duas soluções, por isso o gráfico corta o eixo do x duas vezes*; - *quando o discriminante era igual a zero, a solução era única, por isso corta o eixo do x apenas uma vez*.

Percebeu-se que alguns dos alunos custaram a fazer a relação entre a resolução algébrica e o gráfico, mas por fim, acharam bem interessante. Na sequência foram convidados a analisar e considerar os outros três gráficos, que podem ser observados nas figuras 13, 14 e 15.

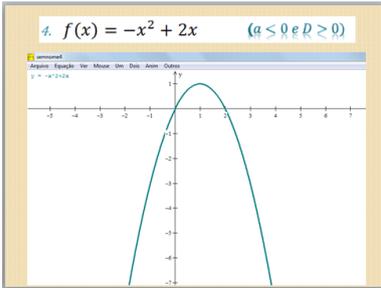


Figura 13 – Representação gráfica da quarta equação.
Fonte: a autora.

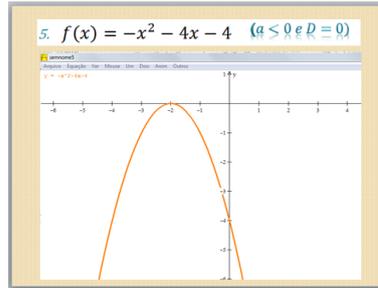


Figura 14 – Representação gráfica da quinta equação.
Fonte: a autora.

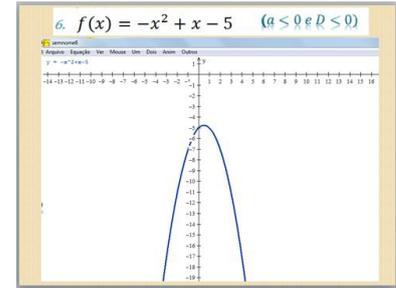


Figura 15 – Representação gráfica da sexta equação.
Fonte: a autora.

Observados esses outros três gráficos alguns comentários foram surgindo: - *esses três gráficos estão ao contrário das três primeiras*; - *acontece o mesmo em relação ao discriminante, quando é positivo, corta duas vezes o eixo x, quando é negativo, não corta e quando é igual a zero corta apenas uma vez*; - *mas porque esses gráficos estão virados?*

Esse último comentário, ou melhor, questionamento, foi o que a professora-pesquisadora ressaltou aos alunos e, mais uma vez, solicitou que observassem a equação, principalmente o coeficiente a . A partir daí, os alunos, logo concluíram que a concavidade da parábola dependia do sinal do coeficiente a .

Seguindo a proposta, as três questões norteadoras deram destaque para observações em relação ao discriminante e aos coeficientes a e c . A partir daí os alunos começaram a refletir sobre o coeficiente c e então perceberam que ele estava relacionado ao eixo das ordenadas.

Juntamente com a professora-pesquisadora e, de forma participativa, os alunos acompanharam as conclusões apresentadas. Elas podem ser visualizadas nas figuras 16, 17 e 18.

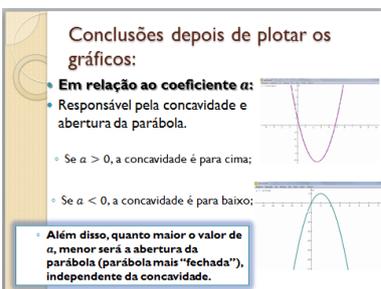


Figura 16 – Conclusões em relação ao coeficiente a .
Fonte: a autora.

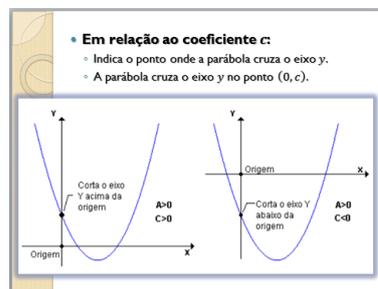


Figura 17 – Conclusões em relação ao coeficiente c .
Fonte: a autora.

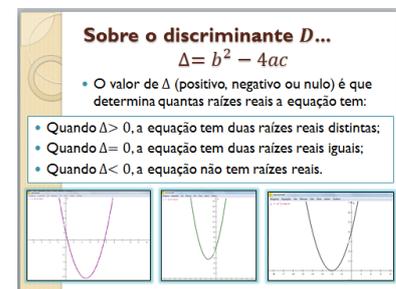


Figura 18 – Conclusões em relação ao discriminante D .
Fonte: a autora.

Por fim, os alunos foram questionados sobre o trabalho e relataram gostar de atividades diversificadas. Comentaram que eles conseguiram participar mais da aula, uma vez

que foram eles que construíram os gráficos, permitindo uma compreensão mais ampla das características que permeavam o conteúdo abordado.

Além disso, o *software* propiciou motivação e fez com os alunos ficassem envolvidos na aula, de forma participativa, independente e criativa. O *software* configurou-se como instrumento facilitador da aula, pois permitiu uma melhor compreensão do conteúdo trabalhado, assim como um ganho de tempo na construção, comparação e estudo de gráficos de funções quadráticas, se mostrando eficaz para esse tipo de abordagem em matemática.

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Para os objetivos aos quais o trabalho se propôs, explorar a ideia intuitiva de função a partir da construção e análise dos diferentes tipos de gráficos de funções quadráticas, o *software* escolhido correspondeu as expectativas, pois os alunos conseguiram realizar as atividades com tranquilidade. Eles conseguiram fazer associações entre o que já sabiam acerca do tópico abordado, com o que estava sendo apresentado em aula, percebendo o significado dos coeficientes “ a ” e “ c ” e do discriminante D .

Cabe ressaltar que essa proposta não é de substituir o ensino tradicional, mas sim complementá-lo. É interessante que o professor utilize diferentes abordagens quando trabalha um determinado conteúdo, pois os alunos desenvolvem habilidades distintas. Nesse contexto, cabe ao professor trazer novas possibilidades e diferentes abordagens, e o trabalho realizado e aqui relatado foi de auxiliar o estudante a ter uma visão mais ampla do conteúdo abordado na disciplina de matemática. Logo, o uso da tecnologia é de complementar o processo de ensino e aprendizagem em sala de aula, seja para introdução do novo conteúdo ou ainda para dar uma nova visão daquele conteúdo já estudado anteriormente com lápis e papel.

Introduzir o gráfico de uma função quadrática a partir do estudo de equações do segundo grau através da construção de gráficos com uso do Winplot foi uma proposta que dinamizou a aula e, do ponto de vista dos alunos envolvidos, proporcionou um novo olhar para a disciplina de matemática.

A aula foi bem dinâmica, os alunos se envolveram e não encontraram dificuldades no caminho. Uma das razões para isso deve-se ao fato de que o Winplot é um *software* de fácil manuseio, mas não menos interessante. Ele possui ainda outros comandos, os quais não foram utilizados nessa proposta de trabalho e que pode com certeza enriquecer as aulas de matemática, nas quais se necessite construir e explorar gráficos, nos diferentes níveis de ensino.

Além da proposta de trabalho realizada em sala de aula e relatada neste artigo, podem-se incluir outras atividades com uso do Winplot para o estudo dos gráficos de equações do segundo grau (ou funções quadráticas), que podem ser propostas como sugestão de trabalho: explorar o coeficiente b , com exemplos de funções quadráticas onde $b > 0$, $b < 0$ e $b = 0$; explorar ainda mais o coeficiente a , como por exemplo, a relação entre o seu valor absoluto e a abertura da parábola; introduzir outros conceitos como vértice da parábola, fazendo relações com valor máximo ou valor mínimo da função; trabalhar de maneira mais independente, solicitando que os próprios alunos plotem outros exemplos e escrevam suas próprias considerações a respeito delas.

REFERÊNCIAS

BULEGON, Ana Marli. **Contribuições dos Objetos de Aprendizagem, no ensino de Física, para o desenvolvimento do Pensamento Crítico e da Aprendizagem Significativa**. 2011. 156 f. Tese (Doutorado em Informática na Educação) – Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2011.

CONTRI, Rozelaine de Fatima Franzin; RETZLAFF, Eliani; Klee, Luiz Alberto. **Uso de softwares matemáticos como facilitador da aprendizagem**. In: II CNEM – Congresso Nacional de Educação Matemática e IX EREM – Encontro Regional de Educação Matemática. UNIJUI. 2011. Disponível em <http://www.projetos.unijui.edu.br/matematica/cnem/cnem/principal/cc/PDF/CC45.pdf>. Acesso em: 23 de nov. de 2014.

FARIA, Afonso Luis Souza; MARTINEZ, Marcio Demetrius. **Explorando o software Winplot em conteúdos de matemática do ensino médio**. In: Simpósio de Educação Matemática de Nova Andradina – SEMANA, 2009. Nova Andradina: UEMS, outubro de 2009. Disponível em http://www.uems.br/semana/2009/Trabalhos/tc_08.pdf >. Acesso em: 25 de novembro de 2014.

JESUS, Márcio Costa de. **Estudo de Funções Afins, Quadráticas e Equações Polinomiais com auxílio do software Winplot no Ensino Médio**. 2013. 110 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática) – Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia, UESB, Vitória da Conquista, 2013. Disponível em <http://bit.proformat-sbm.org.br/xmlui/handle/123456789/399>>. Acesso em: 23 de nov. de 2014.

NOVAIS, Pedro Anísio Ferreira; SIMIÃO, Lucélio Ferreira. **Modelagem computacional para o ensino de funções com uso do software modellus**. In: Revista eletrônica Anais do Encontro de Iniciação Científica – Universidade Estadual de Mato Grosso do Sul – UEMS, 2010, n.º. 2: ANAIS DO 8.º ENIC. Disponível em <http://periodicos.uems.br/index.php/index/search/advancedResults> >. Acesso em: 19 março 2014.

PONTE, João Pedro da; BROCARD, Joana; OLIVEIRA, Hélia. **Investigações matemáticas na sala de aula**. 2ª ed. Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2009.

PONTE, João Pedro da. **Tecnologias de informação e comunicação na formação de professores: Que desafios?** In: Revista Iberoamericana de Educación – OEI, nº 24, set. a dez. 2000. Disponível em <<http://www.rieoei.org/rie24a03.htm>>. Acesso em: 06 de outubro de 2014.

ROCHA, Josy; MIRAGEM, Fernando Flores. **Explorando a Função Quadrática com o Software Winplot.** In: Revista Renote Novas Tecnologias na Educação, v. 8, nº 3, 2010. Disponível em <<http://www.seer.ufrgs.br/index.php/renote/article/view/18105/10677>>. Acesso em 23 de nov. de 2014.

SANTOS, Cícero dos. **O estudo do gráfico da função afim com o software Winplot através da resolução de problemas.** 2011. 69 f. Monografia (Centro de ciências e tecnologias) – Universidade Estadual da Paraíba, UEPB, Campina Grande, PB, 2011. Disponível em: <<http://dspace.bc.uepb.edu.br:8080/xmlui/bitstream/handle/123456789/433/PDF%20-%20C3%ADcero%20dos%20Santos.pdf?sequence=1>>. Acesso em: 23 de nov. de 2014.

SOUZA, Adalberto dos Santos. **O uso do modellus como ferramenta pedagógica para auxiliar no ensino de física no ensino fundamental.** 2010. 46 f. Monografia (Graduação em Física) – Universidade Estadual do Ceará, UEC, Fortaleza, 2010.

UMBEZEIRO, Bruno Marcondes. **Representações de funções usando o Winplot.** 2012. 66 f. Monografia (Especialização em Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, UEL, Londrina, 2012.